UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
KATEDRA MATEMATICKÉ ANALÝZY A APLIKACÍ MATEMATIKY

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Tobinův model

Vedoucí diplomové práce: **Mgr. Eva Bohanesová**, Ph. D.

Vypracovala: **Veronika Burešová**, ME - B, III. ročník

Rok odevzdání: 2010

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracovala samostatně pod vedením Mgr. Evy Bohanesové, Ph. D. a všechny použité zdroje jsem uvedla.

V Olomouci dne 15.4. 2010

Touto cestou bych ráda poděkovala vedoucí práce Mgr. Evě Bohanesové, Ph.D. za profesionální přístup a odbornou pomoc při vyhotovení této práce. Též za poskytování materiálů a volný čas, který věnovala konzultacím k této práci.

Obsah

Úvod

V dnešní době je kapitálový trh velice široký. Investice do produktů kapitálového trhu zpravidla nezaručují jistý výnos. To znamená, že investor by si měl být vědom toho, že výnosy, které jsou téměř jisté, nebývají příliš vysoké a naopak, požaduje-li vyšší výnosy, pak obvykle za cenu vysokého rizika. Pokud by investor veškerý kapitál investoval do jediného aktiva, např. akcií, může mít štěstí, že se celý kapitál zhodnotí, na druhou stranu však může mít smůlu a o celý kapitál přijít. Taková investice je tedy značně riziková (záleží však také na jejím druhu), a proto se investorům doporučuje volit větší počet investic s různými úrovněmi rizika či likvidity (rychlosti proměnit investor na hotové peníze). Dochází tak k rozložení rizika, což může pomoci zvýšit šanci na výnos. Na výnos může působit též korelovanost výnosů. Zde se nabízí podobnost s dostihovými sázkami: vsadíme-li na dva koně, kteří mají zhruba stejné šance na výhru (a tedy také stejné šance na prohru), pak můžeme buď vyhrát sázku na oba koně a získat nebo můžeme prohrát sázku na tyto koně a ztratit. Možnosti výher na jednotlivé koně jsou pozitivně korelované a riziko takové sázky je značně vysoké. Lépe udělá ten, kdo vsadí na jednoho koně s větší nadějí na výhru a na druhého koně s větší nadějí na prohru, neboli možnosti výher jsou negativně korelované. V tomto případě je téměř zaručena výhra, i když ve formě menšího výnosu oproti předchozímu případu. Proto se při investování též doporučuje vybírat investice s negativně korelovanými výnosy, neboť ztráta v případě jedné investice může být kompenzována výnosem u druhé investice. Mnozí ekonomové radí, aby investor vytvořil co nejširší portfolio investičních, příp. spořících produktů a tím minimalizoval riziko případných ztrát.

Cílem této práce je ukázat, jakým způsobem lze najít optimální portfolio podle Tobinova modelu, to znamená portfolio složené z rizikových cenných papírů, především akcií, a jediné bezrizikové investice, která může mít podobu pouze bezrizikového vkladu, pouze bezrizikového úvěru nebo obojího, a to se stejnými i rozdílnými úrokovými sazbami.

Celá práce je rozdělena do sedmi kapitol. První kapitola je zaměřená na teorii portfolia. V podkapitolách jsou dále uvedeny druhy aktiv, do kterých lze investovat a také způsoby, jakými lze portfolio spravovat. Další kapitola uvádí investorův vztah k riziku a indiferenční křivky, s jejichž pomocí vybírá investor optimální portfolio z hlediska jeho referencí. Ve třetí kapitole jsem se pak pokusila rozebrat problematiku sestavení optimálního portfolia. Čtvrtá kapitola je zaměřena na model oceňování kapitálových aktiv, který existuje ve dvou podobách: v modelu CML a v modelu SML. V páté kapitole je popsán Tobinův model. V šesté kapitole jsou uvedeny charakteristiky aktiv, které pomáhají investorovi utvořit si představu o aktivu při rozhodování o vhodné investici. V poslední kapitole je pak konkrétní příklad, aplikovaný na základě teorie uvedené v předchozích kapitolách. Pro praktický příklad použiji kurzy akcií všech 13 společností za určité období, s jejichž cennými papíry se obchoduje na hlavním trhu BCPP.

1. Základy teorie portfolia

Teorie portfolia je mikroekonomickou disciplínou, která zkoumá, jaké kombinace aktiv je vhodné vybrat a zařadit do portfolia s tím, že jej budeme po určitý čas držet. Přitom požadujeme, aby takto vytvořené portfolio mělo předem určené vlastnosti.

Moderní teorie portfolia a její základy byly zformulovány ve článku J. Hickse: „Application of Mathematical Methods to the Theory of Risk“, který vyšel již v roce 1934. Autor zde poukazuje na to, že ekonomické subjekty se řídí při investičním rozhodování statistickými ukazateli a charakteristikami rozdělení pravděpodobnosti výnosů z těchto investic.

Za počátek vzniku teorie portfolia bývá považován až článek H. Markowitze: „Portfolio Selection“ z roku 1952. Při svém zkoumání autor předpokládá, že investor má na počátku období k dispozici určité množství kapitálu, který bude investovat na předem určené časové období. Na konci pak investor nakoupené a držené cenné papíry prodá a zisk buď použije pro vlastní potřebu, nebo jej opět investuje. Na investování se Markowitz dívá jako na periodickou aktivitu, při které si investor vybírá mezi investicemi s různými očekávanými výnosy a s různou mírou rizika, že očekávaného výnosu nebude dosaženo. Podle Markowitze sleduje investor dva protichůdné cíle, a to maximalizaci výnosu na jedné straně a minimalizaci rizika na straně druhé.

Dalším důležitou etapou ve vývoji teorie portfolia bylo zavedení modelu oceňování kapitálových aktiv, tzv. model CAPM neboli Capital Asset Pricing Model. Zásluhy o rozvoj tohoto modelu jsou připisovány W. F. Sharpovi, který ve svém článku z roku 1964 „Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrum under Condition of Risk“ rozšiřuje portfolio rizikových aktiv o bezrizikovou investici a přímku kapitálového trhu CML. Sharpe chápe tuto přímku jako úrokovou míru z rizikové investice, kterou je investor ochoten akceptovat v podmínkách, kdy na trhu existuje možnost bezrizikové investice. To znamená, že požaduje, aby úroková míra z rizikové investice byla vyšší než bezriziková úroková míra. Dále zavádí přímku cenného papíru SML, ze které lze odvodit očekávaný výnos jednotlivých aktiv i celého portfolia.

Dalším pokrokem ve vývoji teorie portfolia je tak zvaná arbitrážní teorie oceňování, jejíž původní odvození je uvedeno v práci S. A. Rosse[1]. Na rozdíl od předchozích teorií není založena na myšlence, že investoři očekávají výnosy a sledují riziko, za kterých bude

[1] Ross, S. A.: The arbitrage Theory of Capital Asset Pricing, Journal of Econimic Theory 13, 1976

výnosu dosaženo. Jediným předpokladem je to, že investor dá přednost vyšší úrovni bohatství před úrovní nižší.

1.1 Portfolio

Portfolio znamenalo původně desky na spisy nebo listiny. V ekonomii je portfolio odborný termín a znamená určitou sestavu, soubor akcií a jiných cenných papírů v majetku jednoho investora. Někdy také v užším význam skladbu různých aktiv.

Je-li portfolio vhodně sestaveno, může být jeho riziko nižší než riziko spojené s každou jednotlivou investicí, která je součástí portfolia. Toto tvrzení vyplývá z toho, že riziko celého portfolia není jednoduše průměrem rizik jednotlivých investic v portfoliu. Zde hraje důležitou roli korelovanost výnosů jednotlivých investic, viz. kapitola 6. Na rozdíl od rizika, očekávaný výnos portfolia je výsledkem váženého průměru výnosů jednotlivých investic v portfoliu obsažených.

1.1.1 Způsoby správy portfolia

Podle způsobu správy portfolia lze rozlišit:

- aktivní správu portfolia,
- pasivní správu portfolia.

Aktivní (dynamická) správa portfolia

Investor po celou dobu, kdy portfolio existuje, vyhledává nové investiční příležitosti a portfolio průběžně obměňuje. Pokud začne předpokládat, že cena některého z aktiv bude klesat, snaží se jej okamžitě na trhu prodat. V opačném případě, při předpokladu růstu výnosnosti jiného aktiva, se ho bude snažit získat do svého portfolia. Nákup a prodej provádí investor většinou na základě technické a fundamentální analýzy.

Technická analýza vznikla již v 18. století v Asii. Technická analýza se používá k předpovídání budoucích cenových pohybů na základě systematického zkoumání, analyzování a vyhodnocování minulých a současných dat. Je používána u všech finančních produktů, včetně cenných papírů, futures a úrokových produktů.

Fundamentální analýza je nekomplexnější a nejvyužívanější nástroj. Snaží se najít správnou, vnitřní cenu cenného papíru pomocí zkoumání kurzotvorných faktorů a informací, které jsou přístupné veřejnosti. Jedná se o ekonomická, účetní a statistická data, stejně jako politické, historické a demografické faktory. Odvozenou cenu pak investor porovnává s aktuálním oceněním na finančních trzích. Fundamentální analýza nám tedy odpoví na otázku, jestli je cenný papír správně ohodnocen, podhodnocen, či nadhodnocen.

Pasivní (statická) správa portfolia

Investor portfolio sestaví na určitou dobu a po celou dobu trvání tohoto portfolia jej drží a neobměňuje. Příkladem statického portfolia jsou portfolia dluhopisů založená na duraci. U tohoto druhu správy portfolia jde o mimořádně levnou záležitost, jelikož po celou dobu trvání portfolia se neplatí makléřské poplatky za zprostředkování obchodu s cennými papíry. Pasivní správa má však i svou stinnou stránku, která spočívá především v tom, že se zde nedosahuje příliš vysokých výnosů. Můžeme zde však dosáhnout větší výnosnosti v případě, že kupónové platby budou reinvestovány formou bankovních nebo termínových vkladů.

1.2 Aktiva v teorii portfolia

Aktivum je cokoliv, co je předmětem vlastnictví. Může se jednat například o:

- cenné papíry (akcie, obligace, podílové listy),
- nemovitosti (obytné a kancelářské budovy, výrobní objekty, pozemky),
- movitý majetek (automobil, zásoby materiálu a surovin),
- práva, projekty, software, know – how, licence.

Členění aktiv:

- **hmotná** – movité věci (zboží na skladě, automobil, zásoby surovin a polotovarů, stroje a zařízení, …)
- **nehmotná** – know-how, software, …
- **finanční** – peníze v hotovosti a na účtech, nakoupené cenné papíry, směnky, …

Pro teorii portfolia jsou stěžejní finanční aktiva.

1.2.1 Finanční aktiva

Finanční aktiva mají v teorii portfolia nezastupitelné místo a dominantní postavení. Tato aktiva dále rozdělujeme na:

- hotovost a depozita,
- cenné papíry.

Hotovost a depozita

Držení hotovostních prostředků v portfoliu není ekonomické ani obvyklé. Depozity pak rozumíme zejména dostupné prostředky na běžných nebo termínových účtech, které jsou vyžadovány pro některé fondy kolektivního investování. V současné době je lze použít k tzv. uzamykání výnosů, tj. depozita slouží k uložení a bezpečnému držení peněz získaných jako výnosy předchozích investic (např. při investování do fondů životního cyklu).

Cenné papíry

Dle úplného znění zákona č. 591/1992, zákona o cenných papírech, mohou v ČR existovat tyto cenné papíry: akcie, směnky, šeky, podílové listy, zástavní listy, šeky, cestovní šeky, kupony, náložné listy, investiční kupóny, skladištní listy, dluhopisy a jiné cenné papíry prohlášeny zvláštními zákony.

Akcie - jsou cenné majetkové obchodovatelné cenné papíry. Jsou emitovány akciovými společnostmi. Nové akcie jsou umísťovány na primární trh ke koupi. Akcii, kterou majitel drží, může proměnit jen tím, že ji prodá na sekundárním kapitálovém trhu.

Dluhopis - je dlužnický cenný papír, který potvrzuje podmínky, za jakých si emitent půjčuje dočasně volné peněžní prostředky. Je to závazek emitenta splatit majiteli dluhopisu dlužnou nominální částku a vyplácet výnosy k určitému datu.

Hypoteční zástavní listy - jedná se o dluhopisy, u kterých je nárok na proplacení jmenovité hodnoty a výnosu dluhopisu zajištěn zástavním právem na nemovitostech čili hypotékou. Obsahují výslovné potvrzení emitenta v textu dluhopisu, že má pro závazky obsažené v dluhopisu krytí v hypotéce.

Pokladniční poukázky - jsou to dluhopisy, které vydává stát ke krytí krátkodobých potřeb státního rozpočtu.

Depozitní certifikát - je krátkodobý obchodovatelný a zúročitelný cenný papír, který vydávají obchodní banky za termínovaná depozita. V současné době zájem o tento druh cenných papírů rapidně klesá.

Směnky - jsou písemné dlužnické závazky sepsané v přesně stanovené podobě, poskytující majitelům směnek nesporné právo požadovat ve stanovenou dobu zaplacení peněžních částek na směnkách uvedených.

Vkladové listy - jsou cenné papíry, které emitují banky a spořitelny. Jsou určeny především drobným vkladatelům a podle toho se vyznačují nízkými nominálními hodnotami.

Podílový list - je cenný papír, který osvědčuje majiteli jeho podílnictví na investiční společnosti čili na kolektivním investování do cenných papírů a dalších majetkových hodnot.

Finanční deriváty - jedná se o nástroje (termínované kontrakty, dohody, smlouvy) k nákupu či prodeji určitého aktiva v budoucnosti za podmínek sjednaných v přítomnosti.

Investici lze chápat jako použití finančních prostředků na nákup cenných papírů (např. akcií, dluhopisů, finančních derivátů, ...) nebo jiných peněžních a kapitálových aktiv s cílem získat výnos ve formě úroků nebo zhodnocení cenných papírů. Investice, která není důkladně analyzována, může být velmi riskantní.

2. Investorův vztah k riziku

Nechť aktivum A je charakterizováno výnosností r_a a rizikem σ_a a aktivum B je analogicky charakterizováno veličinami r_b a σ_b. Pokud nelze určit relaci dominance mezi aktivy, tedy pokud nelze určit, zda platí vztah:

$$r_a \geq r_b \wedge \sigma_a \leq \sigma_b, \tag{1}$$

závisí preference investora na individuálních postojích. Vztah investora k riziku vyjadřujeme pomocí Neumann-Morgensternových užitkových funkcí na prostoru riziko – výnos. Graficky pak lze tento vztah vyjádřit pomocí tzv. indiferenčních křivek.

2.1 Indiferenční křivky

Křivky indiference jsou teoretickým nástrojem, s jehož pomocí vybírá investor optimální portfolio z hlediska jeho preferencí. Tyto křivky znázorňují jeho preference rizika a výnosnosti. Zakreslují se ve dvourozměrném prostoru – v *(σ, r)*-rovině, kde na vodorovné ose je riziko měřené směrodatnou odchylkou označenou σ a na svislé ose odměna měřená očekávanou výnosností označenou r.

Indiferenční křivky daného investora spojují takové body v *(σ, r)*-rovině, které investor považuje ze svého pohledu na investování za shodně přijatelné (indiferentní).

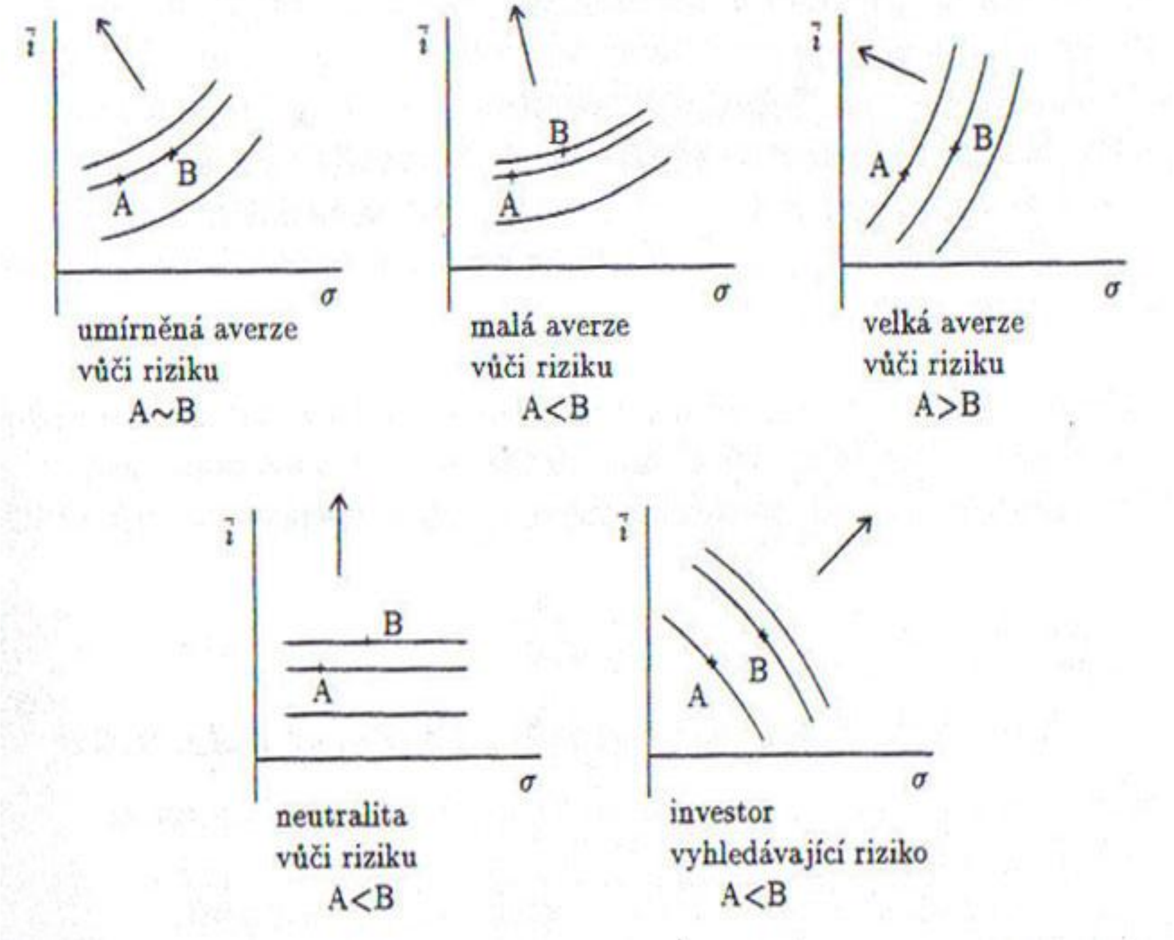
Křivky indiference mají dvě důležité vlastnosti:

1. všechna portfolia, která leží na dané křivce indiference, jsou pro investora stejně žádoucí. Z toho tedy vyplývá, že křivky indiference se nemohou protínat,
2. investor bude považovat za více žádoucí libovolné portfolio, které leží na křivce indiference, jež je umístěna výše než jiné křivky indiference, na nichž leží daná portfolia.

Obecně tvar křivek indiference ovlivňují dva předpoklady: nenasycenost a odpor k riziku. Tvar křivek je konvexní jen při averzi k riziku právě díky těmto dvěma předpokladům. Předpoklad nenasycenosti znamená, že investoři budou dávat vždy přednost vyšší úrovni koncového bohatství před nižší úrovní tohoto bohatství. Je to proto, že vyšší úroveň bohatství umožní investorovi více utratit na spotřebu v čase t = 1.

Pokud se však investor musí rozhodnout mezi dvěma portfolii se stejnou očekávanou výnosností, ale s rozdílnou směrodatnou odchylkou, musí zde použít druhého předpokladu – odporu k riziku. Přestože všichni investoři mají odpor k riziku, nepředpokládá se, že mají stejný stupeň odporu k riziku. To znamená, že různí investoři mohou mít různé mapy křivek indiference. Následující obrázky zobrazují mapy křivek indiference investorů, kteří mají různý stupeň odporu riziku. Čím vyšší je odpor, tím strmější sklon mají křivky indiference.

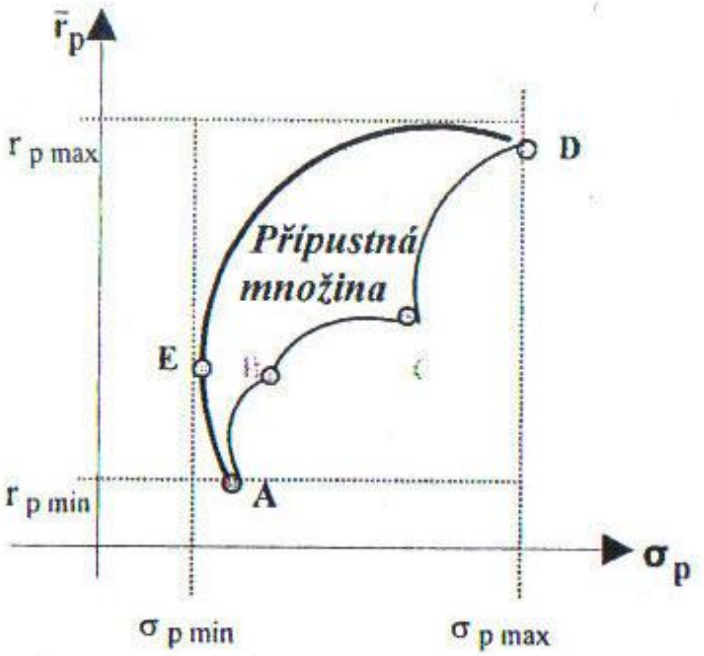
Pokud investor vyhledává riziko, mají křivky indiference konkávní tvar a jsou klesající. Třetím speciálním případem je neutralita k riziku. To pak jsou křivky indiference rovnoběžné s vodorovnou osou.



Obrázek 1. Křivky indiference

3. Problematika sestavení optimálního portfolia

3.1 Množina přípustných řešení



Obrázek 2. Přípustná množina

Obrázek znázorňuje umístění přípustné množiny, známé také jako množina příležitostí. Přípustná množina reprezentuje množinu všech portfolií, která mohou být vytvořena ze skupiny *n* cenných papírů. Všechna existující portfolia leží buď na hranici, nebo uvnitř přípustné množiny. Pro tři a více cenných papírů má tato množina obecně „deštníkový tvar“. Její popis je dán podmínkami bikriteriální úlohy, která fakticky popisuje oba Markowitzovy investiční cíle.

Bikriteriální úloha je optimalizační úlohou se dvěma účelovými funkcemi, které lze matematicky vyjádřit takto:

$$\sum_{i=1}^{n} \bar{r}_i x_i \rightarrow max$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} x_i x_j} \rightarrow min,$$

kde:

x_i, resp. x_j je podíl i-tého resp. j-tého cenného papíru obsaženého v portfoliu,

$\bar{r}_i$ je očekávaná výnosnost i-tého cenného papíru,

σ_{ij} označuje kovarianci mezi výnosností i-tého a j-tého cenného papíru,

n je počet cenných papírů v portfoliu.

Celá úloha je ještě doplněna o podmínky:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1,$$

$$x_i \geq 0, i = 1,2, \dots, n.$$

První podmínka vyjadřuje, že investor proinvestoval veškerý kapitál, a druhá podmínka, říkající, že podíly cenných papírů na portfoliu jsou nezáporné, znamená, že všechny tyto CP budou nakoupeny, tj. nebude docházet k jejich vypůjčování, prodeji a zpětnému nákupu při spekulaci na pokles cen těchto cenných papírů (tzv. krátký prodej).

Jinak řečeno tato úloha hledá takové portfolio, které investorovi přinese:

1. maximální očekávanou výnosnost při různých úrovních rizika,
2. minimální riziko při různých úrovních očekávané výnosnosti.

Obecně však nelze bikriteriální úlohu řešit. Z toho důvodu se zde vydělují dvě samostatné úlohy známé jako:

- Markowitzův model a
- Sharpeho model.

Zatímco Markowitzova úloha minimalizuje riziko portfolia tak, že požaduje určitou výši očekávaného výnosu portfolia, Sharpeho model maximalizuje výnos s tím, že připustí jistou úroveň rizika.

Markowitzův model:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij}\, x_i x_j} \rightarrow min,$$

za podmínek:

$$\sum_{i=1}^{n}\bar{r}_i x_i = \tau,$$

$$\sum_{i=1}^{n}x_i = 1,$$

$$x_i \geq 0, i = 1,2, \dots, n,$$

kde τ je požadovaná výše očekávaného výnosu portfolia.

Sharpeho model:

$$\sum_{i=1}^{n}\bar{r}_i x_i \rightarrow max$$

za podmínek:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij}\, x_i x_j} = \tau,$$

$$\sum_{i=1}^{n}x_i = 1,$$

$$x_i \geq 0, i = 1,2, \dots, n.$$

3.2 Efektivní množina

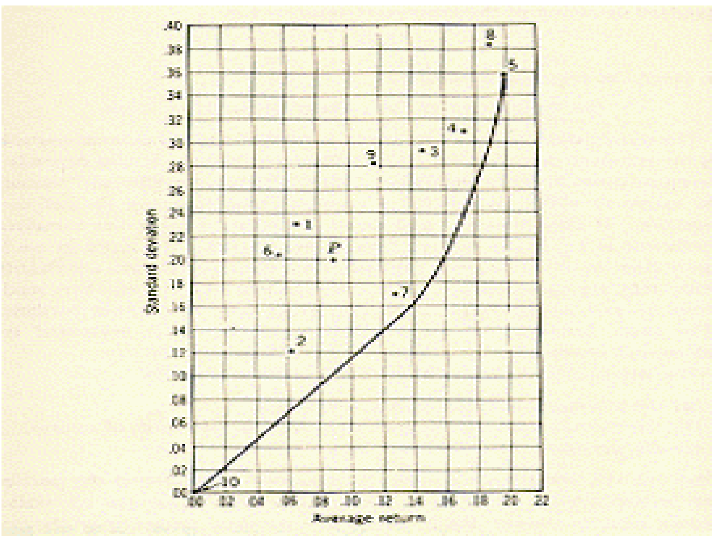
Investor musí vybírat svoje portfolio z přípustné množiny. V této množině lze najít podmnožinu, v níž leží portfolia, která:

- nabízejí maximální výnosnost při různých úrovních rizika (leží mezi body E a D),
- nabízejí minimální riziko při různých úrovních výnosnosti (leží mezi body A a D).

Pro efektivní množinu však musí platit obě podmínky. Efektivní množinu tedy tvoří právě ta portfolia, která leží na levé horní hranici přípustné množiny mezi body E a D. (viz. obr.2) Portfolia z efektivní množiny jsou zároveň nedominovaná, protože vůči sobě nesplňují podmínky dominance portfolií (viz. kapitola 2).

Efektivní množina ulehčuje investorovi rozhodování mezi všemi možnými portfolii.

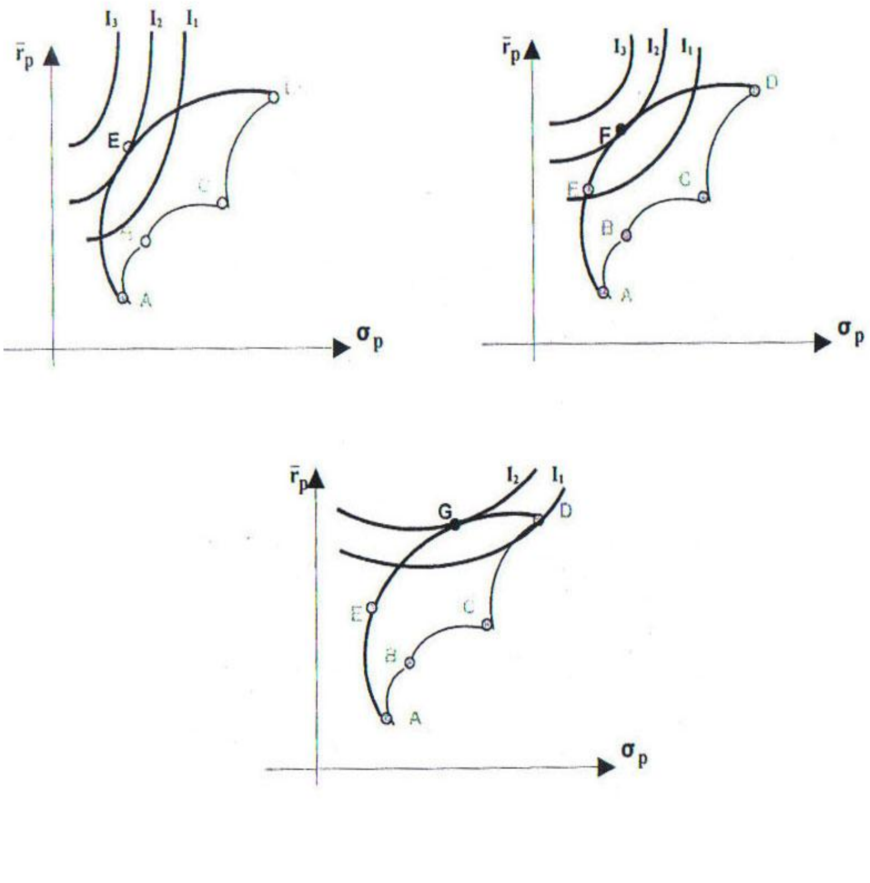
První efektivní hranici vytvořil Harry Markowitz za použití hrstky údajů z New Yorské burzy CP. Zde je obrázek reprodukován z jeho knihy Portfolio Cowles Výběr monografie 16, Yale University Press, 1959. Hranice má původní tvar, protože Markowitz se zajímal o vliv kombinace rizikových aktiv s bezrizikovým aktivem: hotovostí.



Obrázek 3. Původní
Markowitzova efektní množina

3.3 Výběr optimálního portfolia

Optimální portfolio investor najde jako bod dotyku efektivní množiny s jednou z indiferenčních křivek, které vyjadřují jeho představy a preference. Tento bod bude odpovídat bodu E (viz. obr. 4), který leží na křivce indiference I_2. Investor by ještě více mohl preferovat křivku I_3, ta však leží mimo přípustnou množinu, takže investorovy preference zobrazené touto křivkou se při výběru optimálního portfolia neuplatní. V závislosti na míře averze k riziku se bude optimální portfolio po efektivní množině pohybovat. Je-li averze velká, bude optimální portfolio ležet v bodě E nebo blízko něj, v případě mírné averze k riziku bude moci ležet v bodě G nebo blízko bodu D.



Obrázek 4. Výběr optimálního portfolia

3.4 Investování do bezrizikového aktiva a do rizikového portfolia

Bezrizikové aktivum

Jedná se o takové aktivum, jehož výnosnost r_f se dá považovat za téměř jistou. Celkový očekávaný výnos složený z portfolia, které kombinuje rizikové cenné papíry s bezrizikovým aktivem, obsahuje vždy dvě části:

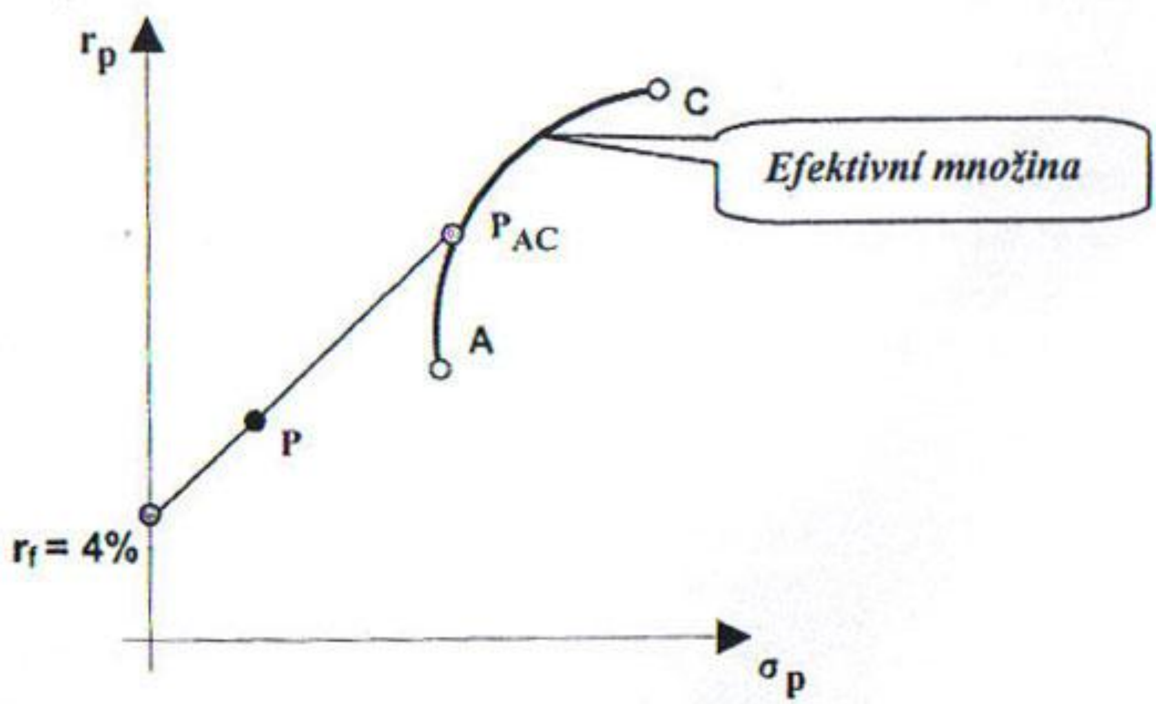
- úrok, který je zcela nezávislý na riziku;
- dodatečný očekávaný výnos, který roste přímo úměrně s rostoucím rizikem.

Pod bezrizikovou investicí si lze představit např. investici do depozita, nákup krátkodobých státních dluhopisů, apod. Investor však nemusí pouze bezrizikově investovat do těchto produktů s mírou zisku r_{f1}, ale může si i bezrizikově půjčit za úrokovou sazbu r_{f2}. Zahrneme-li bezrizikovou investici, ať už vklad či úvěr, do portfolia ležícího v efektivní množině (složeného pouze z rizikových CP), změní se tvar efektivní množiny. Záležet bude také na tom, jestli úrokové míry z bezrizikových investic budou stejné nebo různé.

Kombinací bezrizikového aktiva a efektivního portfolia se změní tvar původní efektivní množiny na polopřímku vycházející z bodu $[0; r_f]$. V krajním případě je tato polopřímka tečnou k původní efektivní množině a má největší možný sklon. Proto v bodě dotyku *M* původní efektivní množiny a polopřímky leží portfolio optimální pro všechny investory a je to jediné portfolio složené z rizikových investic. Prakticky představuje tržní portfolio, tj. portfolio, které je složené ze všech investičních možností, které kapitálový trh nabízí. Protože tržní portfolio leží na polopřímce s maximálním sklonem, nazývá se též tangenciálním portfoliem.

Všechna portfolia, která leží nalevo od bodu T v efektivní množině, jsou kombinací rizikového portfolia a vkladu za bezrizikovou úrokovou míru r_f. Portfolia ležící na pravé straně od bodu T jsou kombinací rizikového portfolia a úvěru za bezrizikovou úrokovou míru za úrokovou míru r_f.

Tržní portfolio je tvořeno všemi investičními příležitostmi, které nabízí kapitálový trh. Chováním portfolia složeného z rizikových cenných papírů a bezrizikové investice se pak dále zabývá model CAPM.



Obrázek 5. Investice do bezrizikového aktiva a rizikového portfolia

4. Tobinův model

Modely rozšířené o předpoklad, že existuje bezrizikové aktivum, které je možné neomezeně zařadit do efektivního portfolia (složeného z rizikových cenných papírů), tedy připouští se investování do bezrizikového aktiva v podobě bezrizikového vkladu (zapůjčování – lending) nebo bezrizikového úvěu (vypůjčování – borowing), tvoří skupinu modelů, která se nazývá Tobinův model. Odpovídající efektivní množina pak tedy bude mít tvar polopřímky vycházející z bodu $[0; r_f]$ a konstruuje se tak, aby měla maximální sklon. Potom na ní leží tržní portfolio jakožto jediné, které je složené výhradně z rizikových CP. Existuje několik variant tohoto modelu, které pak ovlivní tvar efektivní množiny:

- Bezrizikové aktivum je možné pouze zapůjčovat: portfolia kombinující rizikové cenné papíry a zmíněné bezrizikové aktivum budou ležet na úsečce vycházející z bodu $[0; r_f]$ a končící v bodě M, který představuje tržní portfolio.

- Bezrizikové aktivum je možné pouze vypůjčovat: výsledkem bude polopřímka, která povede z bodu *M,* který opět představuje tržní portfolio, do nekonečna. Bude mít opět největší možný sklon a budou na ní ležet všechny možné kombinace tržního portfolia a úvěru.

- Je přípustné vypůjčovat i zapůjčovat bezrizikové aktivum za stejnou bezrizikovou sazbu: jedná se tedy vlastně o model CAPM, který podrobněji rozebírám v kap. 5.

- Je možné zapůjčovat i vypůjčovat za bezrizikové sazby, které jsou však odlišné: výsledkem je úsečka, která vybíhá z bodu $[0; r_f]$ a leží na ní body M_1 a M_2, pro které platí, že $M_1 \neq M_2$. Tyto body představují různá tržní portfolia. Mezi těmito body pak leží všechna riziková portfolia. Na nalevo od bodu M_1 leží všechny kombinace tržního portfolia a vkladu za úrokovou míru r_{f1}, a na úsečce napravo od bodu M_2 leží všechny kombinace tržního portfolia a úvěru za úrokovou míru r_{f2}.

Tobinovým modelem se budu dále zabývat v praktické části (viz. kapitola 7).

5. Model oceňování kapitálových aktiv

Model oceňování kapitálových aktiv – Capital Asset Pricing Model – CAPM, je základním modelem současné finanční analýzy portfolií, který dává do souvislosti hledané portfolio spolu s tržním portfoliem a bezrizikovou investicí. Byl vyvinut v šedesátých letech W. Sharpem[2] a Lintnerem[3]. Platí pro všechny druhy cenných papírů.

Každá teorie či model vychází ze základních předpokladů a definuje základní pojmy. Pro model CAPM uvažujeme následující předpoklady:

1. investoři investují v jednom určitém časovém období,
2. investoři hodnotí portfolia podle očekávaného výnosu a očekávaného rizika,
3. platí předpoklad nenasycenosti investora, tj. ze dvou portfolií se stejným očekávaným rizikem si vybere to s vyšším výnosem,
4. investoři mají odpor k riziku, tj. ze dvou portfolií se stejným očekávaným výnosem si vyberou to s nižším rizikem,
5. jednotlivá aktiva se dají libovolně dělit, tj. lze koupit i zlomek akcie,
6. existuje bezrizikové aktivum se sazbou r_f,
7. zanedbáváme daně, poplatky a další transakční náklady,
8. investoři jsou si rovni v tom smyslu, že:
   - všichni investoři investují svoje prostředky na jedno období stejné délky bezriziková sazba je pro všechny investory stejná,
   - informace jsou volné a okamžitě dostupné všem investorům stejně,
   - investoři mají homogenní očekávání, tj. mají stejně odhadnuté očekávané výnosnosti, rizika a kovariance cenných papírů.

Model oceňování kapitálových aktiv existuje ve dvou podobách:

- ve tvaru přímky trhu cenných papírů, tzv. CML model a
- ve tvaru přímky cenného papíru, tzv. SML model.

---

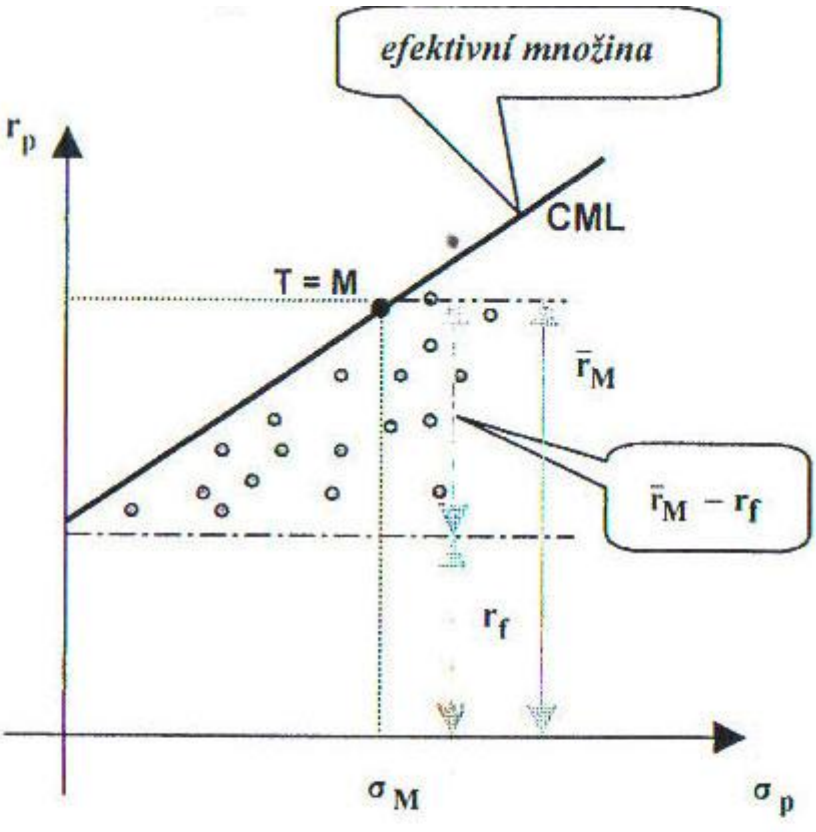
[2] Sharpe, William F. (1964). *Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk*, Journal of Finance, 19 (3), 425-442

[3] Lintner, John (1965). *The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets*, Review of Economics and Statistics, 47 (1), 13-37

5.1 Přímka CML (Capital market line)

Přímka CML představuje závislost očekávané výnosnosti na riziku efektivních portfolií za předpokladu dokonalé rovnováhy na trhu, tj. při rovnováze mezi nabídkou a poptávkou. Je to přímka, na které leží všechna efektivní portfolia doplněná o bezrizikovou investice, tedy její riziko $\sigma_f = 0$. Neefektivní portfolia leží pod přímkou CML. Směrnice této přímky je rovna rozdílu mezi očekávanou výnosností tržního portfolia a očekávanou výnosností bezrizikového aktiva $r_M - r_f$ dělenému rozdílem jejich rizik $\sigma_M - \sigma_f = \sigma_M - 0$. Potom přímka CML, má tvar:

$$\bar{r}_p = r_f + \frac{r_M - r_f}{\sigma_M} * \sigma_p$$



Obr.6 Přímka CML

M - tržní portfolio,

r_M - očekávaná výnosnost tržního portfolia,

r_f - očekávaná výnosnost bezrizikového aktiva.

Portfolio T=M označuje tržní portfolio, které je vytvořené z investic do všech cenných papírů v takovém poměru, že hodnota investovaná do jednotlivého cenného papíru odpovídá její tržní hodnotě.

5.2 Přímka SML (Security market line)

Model SML se používá ke zjištění míry citlivosti výnosnosti CP (faktor beta) na změnu ve výnosnosti tržního portfolia, tj. jak reaguje očekávaný výnos daného CP na změnu výnosnosti tržního portfolia - zda se výnosnost bude pohybovat stejným/protichůdným směrem, rychleji, pomaleji, zhruba stejně rychle, zda nebude mít tržní portfolio na výnosnost CP žádný vliv. Dále se model SML používá ke zjištění míry nerovnováhy na trhu, kdy určujeme, zda je daný CP na trhu podhodnocen nebo nadhodnocen - pomocí faktoru alfa. Oba faktory se odhadují z regresního modelu:

$$R - r_f = \alpha + (r_M - r_f) * \beta + \varepsilon,$$

kde:
r_f je výnos z bezrizikového aktiva,
r_M je střední výnos tržního portfolia.

Model lze též převést do tvaru, v němž jsou patrná rizika, pak lze určit systematické a individuální riziko CP. Model má pak tvar:

$$\sigma = \sqrt{\beta^2 * \omega_M^2 + \sigma_\varepsilon^2}.$$

6. Charakteristiky aktiv

Na investici můžeme pohlížet jako na náhodnou veličinu. Náhodná veličina je definována jako veličina, jejíž hodnota je určena výsledkem náhodného pokusu. Některé náhodné veličiny mohou nabývat pouze izolovaných hodnot. Ty pak nazýváme diskrétními náhodnými veličinami. Pokud nabývají všech hodnot nějakého intervalu, jedná se o spojité náhodné veličiny.

Hlavním rysem náhodné veličiny je to, že předem nelze jednoznačně určit hodnotu této náhodné veličiny, což je dáno proměnlivostí jejích hodnot v průběhu opakování pokusů vlivem náhodných činitelů. V teorii portfolia budeme popisovat náhodnou veličinou $\boldsymbol{X}$ výnosnost z investice. Jelikož investice je závislá na mnoha ekonomických ale i neekonomických vlivech, nikdy nemáme jistotu, že tato investice přinese určitý výnos.

K poznání zákonitostí, jimiž se náhodná veličina řídí, je třeba určit hodnoty, kterých tato náhodná veličina může dosahovat a určit pravděpodobnosti, se kterými náhodná veličina $\boldsymbol{X}$ nabývá pozorovaných hodnot x. Protože je někdy obtížné určit rozdělení náhodné veličiny, můžeme si pomoci tak, že určíme číselné charakteristiky náhodné veličiny. Nejběžnější charakteristiky rozdělení pravděpodobnosti jsou střední hodnota a rozptyl, případně směrodatná odchylka.

Výnos v teorii portfolia považujeme za náhodnou veličinu, která je charakterizována normálním rozdělením se střední hodnotou $E(X)$ a rozptylem σ^2. Střední hodnota potom představuje očekávaný výnos z investice a směrodatná odchylka charakterizuje její riziko. Pro teorii portfolia je však důležité vědět, jak se vzájemně náhodné veličiny, popisující výnosy investic, ovlivňují. Prostředkem pro měření těsnosti vztahů mezi dvěma náhodnými veličinami X, Y je kovariance. Je definována jako střední hodnota součinu odchylek obou veličin od jejích středních hodnot.

Charakteristiky, jak střední hodnota, tak směrodatná odchylka i kovariance, mohou být určeny pomocí dvou metod. První z nich je metoda ex-post (historický přístup), která je založena na výpočtech odpozorovaných historických dat. Druhou metodou je metoda ex-ante, která je založena na odhadech expertů tržních cen jednotlivých aktiv v okamžiku realizace portfolia.

6.1 Charakteristiky aktiva a portfolia

Aktiva lze porovnávat z hlediska:

- očekávaného výnosu neboli ziskovosti,
- rizika - jedná se o pravděpodobnost, že očekávaného výnosu nebude dosaženo,
- likvidity - jde schopnost aktiva přeměnit se na hotovost.

6.1.1 Očekávaná výnosnost a riziko změny výnosnosti cenného papíru

Pokud známe pravděpodobnostní prostor, tj. známe-li s jakou pravděpodobností p_1, p_2, p_3, ..., p_n, bude i-tý cenný papír nabývat hodnot r_1, r_2, r_3, ..., r_i, ..., r_n, potom střední míru zisku neboli očekávaný výnos vypočítáme ze vztahu:

$$\bar{r}_i = \sum_{i=1}^{n} r_i . p_{i.}$$

Riziko změny výnosnosti cenného papíru by pak bylo rovno:

$$\sigma_i = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (r_i - \bar{r}_i)^2 . p_i .}$$

V praxi bývá obtížné odhadnout potřebné míry pravděpodobnosti a s nimi pravděpodobnostní strukturu. Nejčastěji se proto pro zjištění míry zisku využívá odhadů z minulých pozorovaných hodnot, tedy metody ex-post.

Míru zisku i-tého cenného papíru tedy počítáme pomocí vzorce:

$$\bar{r}_i = \frac{1}{T} . \sum_{t=1}^{T} r_{i_t} .$$

Riziko změny výnosnosti i-tého cenného papíru je rovno:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{T-1} . \sum_{i=1}^{T} (r_{i_t} - \bar{r}_i)^2},$$

kde:

r_{i_t} je pozorovaná míra zisku i-té akcie v čase $t = 1, 2, 3, ..., T$,

T je počet období.

6.1.2 Očekávaný výnos a riziko portfolia

Očekávaný výnos portfolia lze vypočítat pomocí vzorce:

$$\bar{r}_M = \sum_{i=1}^{n} \bar{r}_i x_i,$$

kde:

x_i je podíl *i*-tého cenného papíru investovaného do portfolia,

$\bar{r}_i$ je očekávaný výnos z *i*-tého cenného papíru,

n je počet cenných papírů v portfoliu.

Riziko změny výnosnosti pak lze zjistit pomocí vztahu:

$$\sigma_M = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} x_i x_j},$$

kde:

x_i, resp. x_j, je podíl *i*-tého, resp. *j*-tého cenného papíru v portfoliu,

σ_{ij} označuje kovarianci výnosností mezi cennými papíry *i* a *j*,

n je počet cenných papírů v portfoliu.

Pro zjištění toho, jak se změna výnosnosti jednoho cenného papíru projeví ve výnosech ostatních cenných papírů, postačí pro potřeby výpočtu odhad kovariance vypočtený z historických dat, který je dán vztahem:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{T-1} . \sum_{t=1}^{T} \left(r_{i_t} - \bar{r}_i\right)^2 . \left(r_{j_t} - \bar{r}_j\right)^2,$$

kde:

σ_{ij} je kovariance výnosností mezi cennými papíry i a j,

r_{i_t} resp. r_{j_t} je očekávaný denní výnos i-té, resp. j-té akcie,

T je celkový počet období,

$\bar{r}_i$ resp. $\bar{r}_j$ je očekávaný výnos i-té, resp. j-té akcie odhadovaná z pozorovaných hodnot.

Po výběru cenných papírů do investorem žádaného portfolia je však potřeba vyřešit vztahy mezi jednotlivými cennými papíry a jejich kovariance. K tomu slouží kovarianční a korelační matice.

Kovarianční matice: $C = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots & \sigma_{nn} \end{vmatrix}$

Kovarianční matice je symetrická, neboť platí, že $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$. Dále platí, že na hlavní diagonále jsou rozptyly náhodných veličin, neboť $cov\,(X_i, X_i) = var\,(X_i)$.

Kovarianční matici je třeba sestavit pro zkonstruování korelační matice, která nám dává bližší pohled na korelovanost výnosů.

Korelační koeficient potom bude mít tvar:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i . \sigma_j},$$

kde:

σ_{ij} je kovariance výnosností mezi cennými papíry i,j,

σ_i resp. σ_j je riziko změny i-té, resp. j-té akcie.

$$\textbf{Korelační matice}: R = \begin{vmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \cdots & 1 \end{vmatrix}$$

Stejně jako kovarianční matice je i korelační matice symetrická, to znamená, že $\rho_{ij} = \rho_{ji}$ a pro $i = j$ platí, že $\rho_{ii} = 1$.

V praxi se korelační koeficient v souvislosti s teorií portfolia používá pro zjištění závislosti výnosů mezi dvěma akciemi. (investicemi). Rozlišujeme mezi pozitivně korelovanými výnosy, negativně korelovanými výnosy a nekorelovanými výnosy:

- **Pozitivně korelované výnosy** jsou takové výnosy, které se v čase vyvíjejí stejným směrem, a tedy do cenných papírů s těmito výnosy nemá téměř smysl investovat. Je to skoro stejné, jako by investor investoval jen do jednoho z těchto papírů. Příkladem může být investování do akcií firem, které jsou na sobě určitým způsobem závislé (automobilka a výrobce pneumatik).

- **Negativné korelované výnosy** jsou naopak výnosy, které se vyvíjejí opačným (protichůdným) směrem a pro portfolio jsou tedy ideálními investicemi. Pokud nevyjde jedno, může vyjít druhé. Příkladem mohou být akcie podniků, jejichž činnost spolu nesouvisí, např. výroba léků a textilní průmysl. Negativní korelovanosti výnosností se využívá též v investičním rozhodování při výběru projektů.

- Za **nekorelované výnosy** pak můžeme označit takové výnosy, mezi nimiž není vůbec žádná souvislost nebo ji nelze jednoznačně prokázat. Nejsou tedy nijak - ani pozitivně ani negativně - korelované.

Korelační koeficient se pohybuje v intervalech $\langle -1; 0 \rangle$ nebo $\langle 0; 1 \rangle$. Krajních hodnot nabývá pouze málokdy. Podle toho, jestli se více blíží k ± 1 nebo k nule, mluvíme o CP, jejichž výnosnosti jsou spíše pozitivně (resp. negativně) korelované, nebo jestli jsou nekorelované.

To, že jsou náhodné veličiny nekorelované, tedy ρ(X, Y) = 0, ještě neznamená, že jsou nezávislé. Může mezi nimi existovat velmi těsný vztah.

U hodnot koeficientu korelace $|\rho(X, Y)| < 0{,}3$ můžeme předpokládat, že mají malou lineární závislost a u $|\rho(X, Y)| > 0{,}8$ předpokládáme silnou lineární závislost.

7. Praktická část

Pro aplikaci Tobinova modelu jsem zvolila všechny společnosti, s jejichž cennými papíry se obchoduje na hlavním trhu Burzy cenných papírů v Praze. Cílem je nalézt optimální portfolio s možností zapůjčování nebo vypůjčování kapitálu za bezrizikové sazby, kterými budou sazby PRIBID (sazba pro zapůjčování) a PRIBOR (sazba pro vypůjčování) ze dne 8. 3. 2010. Pro tento den byly stanoveny sazby pro vypůjčování 1,02 % a pro zapůjčování 0,77 %.

7.1 Akcie

7.1.1 AAA Auto Group

Skupina AAA Auto působí na českém a slovenském trhu 18 let. Na burzu vstoupila již v roce 2007 prostřednictvím své mateřské společnosti AAA Auto Group N.V. se sídlem v Nizozemsku. Zaměřuje se především na prodej ojetých automobilů.

Po rozsáhlé expanzi v roce 2007 se AAA Auto zaměřuje na konsolidaci aktivit a obnovení profitability. V roce 2008 činil obrat 293,9 mil. eur s objemem prodeje 60 557 automobilů.

7.1.2 Cent Euro media

Central European Media Enterprises je přední televizní společností ve střední a východní Evropě. Byla založena v roce 1994 Ronaldem Laudrem a několika jeho partnery. CEM spravuje například TV Nova, Nova Sport, Nova Cinema a mnoho dalších televizních stanic.

V současné době zaměstnává skupina CME více než 97 miliónů lidí napříč východní Evropou a odhadované investice do televizní reklamy činí odhadem 2.8 biliónů dolarů.

7.1.3 ČEZ

ČEZ je akciová společnost, která byla založena v roce 1992 Fondem národního majetku ČR. Jejím hlavním akcionářem je Česká republika a akciové portfolio je spravováno Ministerstvem financí České republiky.

Hlavní činností této společnosti spočívá v prodeji elektřiny vyrobené především ve vlastních elektrárnách, a podpoře elektrizační soustavy. Zároveň se zabývá výrobou, rozvodem a prodejem tepla.

7.1.4 ECM Real Est.Inv

Na českém trhu působí tato firma již 15 let v oblasti projektování a výstavby komerčních a rezidenčních nemovitostí. Většina realizovaných a úspěšných projektů byla vybudována v Praze. Do portfolio lze zařadit kancelářské, bytové, hotelové i multifunkční projekty. ECM nyní realizuje, nebo připravuje projekty o ploše více než 300 tisíc m^2.

ECM podporuje prospěšné aktivity, ekologii a společenskou odpovědnost.

7.1.5 Erste Group Bank AG

Erste Group byla založena v roce 1819 jako první rakouská úložní banka. V roce 1997 publikovala svou strategii rozšířit svoje retailové obchodování do střední a východní Evropy.

7.1.6 Komerční banka

Od 1.10.2001 je Komerční banka součástí skupiny Société Générale. Tato skupiny je jednou z největších finančních skupin v Eurozóně.

Komerční banka je univerzální bankou vykonávající služby zejména v oblasti drobného, podnikového a investičního bankovnictví. Nabízí však i jiné specializované služby, mezi které patří penzijní pojištění, faktoring, stavební spoření, a další.

7.1.7 NWR

New World Resources N.V. těží kvalitní koks a energetické uhlí pro továrny a energetický průmysl ve střední Evropě prostřednictvím dceřiné společnosti OKD, největší černouhelné společnosti v ČR. NWR má v rámci střední Evropy strategickou polohu a svou produkci dodává prestižním zákazníkům v regionu. Mezi jejich nejvýznamnější zákazníky patří Arcelor Mittal Steel, U.S. Steel, voestalpine, Moravia Steel, ČEZ, Dalkia, Verbund a Dunaferr.

7.1.8 Orco Property Group

Orco je veřejnou společností se sídlem v Lucemburku, s jejímiž akciemi je obchodováno na burze Euronext v Paříži a Burze cenným papírů v Praze, Budapešti a ve Varšavě. Na evropské půdě působí již od roku 1991.

Je předním investorem, developerem, správcem nemovitostí a manažerem nemovitostního fondu v oblasti realit a hotelnictví ve střední Evropě.

7.1.9 Pegas Nonwonens

Pegas Nonwonens se zabývá výrobou netkaných textilií typu spunlaid na bázi polypropylenu a polyethylenu. Sídlí ve Znojmě, výroba však probíhá v Bučovicích a ve Znojmě - Přiměticích. Společnost je zapsána v rejstříku obchodu a společností v Lucembursku.

7.1.10 Philip Morris CR

PMI je vedoucí mezinárodní tabákovou firmou na světě. Její výrobky se prodávají ve 160 zemích. V roce 2008 ovládla 15,6 % na celkovém světovém trhu s cigaretami mimo USA. Vlastní sedm z 15 hlavních světových značek cigaret.

7.1.11 Telefónica O2

V rámci mezinárodní skupiny Telefónica patří Telefónica O2 Czech Republic ke skupině Telefónica Europe. Vznikla 1.7. 2006 spojením Českého Telecomu a.s. a Eurotelu Praha, spol. s.r.o. Je předním integrovaným telekomunikačním operátorem na českém trhu. Její portfolio služeb nabízí nejucelenější a nejrozsáhlejší nabídku hlasových a datových služeb.

7.1.12 Unipetrol

Unipetrol je akciová společnost. Zabývá se rafinérskou a petrochemickou výrobou v České republice a ve středoevropském regionu. Vznikla v roce 1994. Od roku 2004 je součástí skupiny PKN Orlen, která je majitelem 63% akcií ve společnosti.

Mezi dceřiné společnosti Unipetrolu patří například ČESKÁ RAFINÉRSKÁ, a. s., BENZINA, s. r. o. nebo PARAMO, a. s..

7.1.13 Vienna Insuance Group

Společnost byla založena v roce 1824. Vienna Insurance Group je rakouskou pojišťovací společností, kde má velmi silnou pozici v pojištění nemovitostí i v oblasti životního pojištění.

Od roku 1992 spadá společnost pod Vienna Stock Exchange. K 8.8.2008 jí bylo Českou národní bankou povoleno provozovat v ČR zajišťovací činnost, čímž se stala první zajišťovnou v ČR vůbec.

7.2 Postup propočtu Tobinova Modelu

Ve výpočtu budu řešit čtyři základní varianty Tobinova modelu:

- bezrizikové aktivum je pouze zapůjčováno při sazbě 0,77% p.a.,
- bezrizikové aktivum je možné pouze vypůjčovat za při sazbě 1,02% p.a.,
- lze zapůjčovat i vypůjčovat bezrizikové aktivum za stejnou sazbu 1,02%,

- lze zapůjčovat i vypůjčovat za bezrizikové sazby, které jsou však odlišné (1,02% vypůjčování a 0,77% pro zapůjčování).

Všechny dále vypočtené hodnoty jsem počítala v programu Microsoft Excel.

Pro výpočet jsem použila hodnoty uzavíracích kurzů z nejvýznamnějšího segmentu BCPP – **SPAD** (Systém pro podporu trhu akcií a dluhopisů) od 1.9. 2008 až 31.9. 2009. Portfolio budu tedy vytvářet na dobu jednoho roku.

Protože se však na burze neobchoduje během svátků a víkendů, bylo třeba hodnoty kurzů dopočítat, aby bylo možné zjistit jednodenní výnosy. Tyto hodnoty jsem spočítala jako členy aritmetické posloupnosti:

$$d = \frac{a_n - a_0}{n},$$
$$a_n = a_0 + nd,$$

kde:

a_0 je v tomto konkrétním případě hodnota kurzu v poslední den, kdy se na burze ještě obchoduje před víkendem či svátkem,

a_n je hodnota kurzu v první den, kdy se na trhu po pauze opět obchoduje,

d je diference.

Jednodenní výnosy jsem pak spočítala pomocí vzorce, kdy k=1:

$$r_{i_{t1}} = \frac{P_{i_t} - P_{i_{t-1}}}{P_{i_{t-1}}},$$

kde:

P_{i_t} je tržní cena *i*-té akcie v čase t,

$P_{i_{t-1}}$ je tržní cena *i*-té akcie v čase *t-1*.

Pro další výpočty bylo třeba zjistit výnos *i*-tého aktiva po celou dobu trvání portfolia. Vzorec má tedy tvar:

$$r_i = \frac{1}{T-1} \cdot \sum_{t=1}^{T-1} r_{i_{t1}}.$$

Jelikož jsem použila hodnoty kurzů za roční období, vypočítala jsem si roční výnosnost i-tého jako:

$$jednodenní\ oekávaný\ výnos\ i - tého\ aktiva * \ (M-1),$$

kde *(M-1) = 364* (doba držení portfolia *M* je jeden rok – 365 dní).

Pro zjištění rizika bylo třeba vypočítat rozptyly jednotlivých akcií, ze vztahu:

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{1}{T-1} \cdot \sum_{t=1}^{T} (r_{i_t} - \bar{r}_i)^2}.$$

Riziko změny výnosnosti se pak spočítá jako druhá odmocnina z rozptylu. Program Microsoft Excel má však předdefinovanou funkci pro výpočet směrodatné odchylky, pomocí níž jsem výpočet provedla. Protože však doba držení portfolia *M* je roční, vypočítala jsem si roční riziko jako:

*jednodenní riziko * (M-1).*

Výsledné hodnoty jsou uvedeny v tabulce 1.

Akcie/charakratistiky v %	Oček. roční výnos	Rozptyl	Riziko
AAA Auto	-7,37	0,289739	53,83
CEM	-48,32	0,923766	96,11
ČEZ	-17,14	0,202894	45,04
ECM	4,72	0,431463	65,69
Erste Bank	-5,13	0,459614	67,79
Komerční b.	6,42	0,317239	56,32
NWR	-80,36	0,556336	74,59
Orco property	-38,50	0,952377	97,59
Pegas	20,64	0,154596	39,32
Philip Morris	46,78	0,085828	29,30
Telefonica O2	-1,82	0,112458	33,53
Unipetrol	-24,38	0,286300	53,51
Vienna	2,24	0,302386	54,99

Tab. 1 Charakteristiky aktiv

Dále jsem spočítala závislost mezi jednotlivými akciemi, tedy kovariance. Výsledky uvádí tabulka 2.

Akcie:	AAA Auto	CEM	ČEZ	ECM	Erste Bank	Komerční banka	NWR	Orco property	Pegas	Philip Morris	Telefonica O2	Unipetrol	Vienna
AAA Auto	0,2897	0,1084	0,0387	0,0716	0,0801	0,0353	0,0722	0,1287	0,0398	0,0150	0,0162	0,0401	0,0438
CEM	0,1084	0,9238	0,1331	0,1235	0,2030	0,1451	0,1749	0,2827	0,0685	0,0361	0,0407	0,1060	0,1223
ČEZ	0,0387	0,1331	0,2029	0,0795	0,0887	0,0877	0,1193	0,1068	0,0300	0,0018	0,0227	0,0723	0,0660
ECM	0,0716	0,1235	0,0795	0,4315	0,1019	0,0340	0,1188	0,2337	0,0491	0,0170	0,0225	0,0737	0,0653
Erste Bank	0,0801	0,2030	0,0887	0,1019	0,4596	0,1698	0,2103	0,1982	0,0494	0,0397	0,0612	0,1257	0,1584
Komerční b.	0,0353	0,1451	0,0877	0,0340	0,1698	0,3172	0,1402	0,1474	0,0474	0,0324	0,0776	0,1053	0,0933
NWR	0,0722	0,1749	0,1193	0,1188	0,2103	0,1402	0,5563	0,2245	0,0716	0,0092	0,0559	0,1542	0,1406
Orco property	0,1287	0,2827	0,1068	0,2337	0,1982	0,1474	0,2245	0,9524	0,1279	0,0841	0,0566	0,2011	0,1844
Pegas	0,0398	0,0685	0,0300	0,0491	0,0494	0,0474	0,0716	0,1279	0,1546	0,0350	0,0379	0,0793	0,0649
Philip Morris	0,0150	0,0361	0,0018	0,0170	0,0397	0,0324	0,0092	0,0841	0,0350	0,0858	0,0237	0,0308	0,0400
Telefonica O2	0,0162	0,0407	0,0227	0,0225	0,0612	0,0776	0,0559	0,0566	0,0379	0,0237	0,1125	0,0784	0,0301
Unipetrol	0,0401	0,1060	0,0723	0,0737	0,1257	0,1053	0,1542	0,2011	0,0793	0,0308	0,0784	0,2863	0,0779
Vienna	0,0438	0,1223	0,0660	0,0653	0,1584	0,0933	0,1406	0,1844	0,0649	0,0400	0,0301	0,0779	0,3024

Tab. 2 Kovarianční matice

Nyní se budu snažit vyřešit čtyři základní úlohy Tobinova modelu za pomoci výše vypočítaných charakteristik, zejména kovarianční matice a rizik.

7.2.1 Obecný postup nalezení tržního portfolia *M* pomocí nástroje Řešitel v programu Microsoft Excel

Tržní portfolio M je hledáno tak, aby byl dosažen maximální sklon přímky CML. Účelová funkce má pak tvar:

$$\frac{\sigma_M - r_f}{\bar{r}_M} \rightarrow max,$$

kde:

σ_M je riziko daného portfolia,

r_f je bezriziková úroková sazba,

$\bar{r}_M$ je očekávaná výnosnost tržního portfolia.

Nejprve jsem si zjistila výnosnost tržního portfolia. Tu jsem si spočítala pomocí funkce SOUČIN.SKALÁRNÍ (.), kde jsem dosadila:

- za pole 1 vektor proměnných $\vec{x}$,
- za pole 2 výnosnosti jednotlivých akcií.

Abych mohla zjistit riziko portfolia, vypočítala jsem si nejprve rozptyl. Matematicky lze zjistit rozptyl pomocí vzorce:

$$\sigma_M^2 = \sum_{i=1}^{n+1} \sum_{j=1}^{n+1} x_i . \sigma_{ij} . x_j = \vec{x}^T . C . \vec{x},$$

kde:

x_i, resp. x_j, je podíl i-tého, resp. j-tého cenného papíru v portfoliu,

σ_{ij} označuje kovarianci výnosností mezi cennými papíry i a j,

n je počet cenných papírů v portfoliu,

C je kovarianční matice,

$\vec{x}$ je vektor proměnných, obsahuje všechna aktiva.

Pomocí programu Microsoft Excel jsem si spočítala rozptyl vztahem jako vnořené funkce pomocí funkcí SOUČIN.SKALÁRNÍ (.) A SOUČIN MATIC(.) následovně:

$$\vec{x}^T . C . \vec{x} = SOUČIN.SKALÁRNÍ\left(\vec{x};\ SOUČIN\ MATIC\ (C; \vec{x})\right).$$

Protože nelze zadat celou tuto funkci v režimu zadávání funkcí najednou, postupovala jsem tak, že jsem si nejprve spočítala SOUČIN.SKALÁRNÍ, přičemž je zadáno pole $\vec{x}$ a následovně jsem určila SOUČIN.MATIC(pole C; pole x).

Výsledný rozptyl jsem pak odmocnila a získala riziko daného portfolia.

Dále jsem dosadila vypočtené hodnoty rizika a výnosnosti portfolia do výše uvedené účelové funkce a vypočítala sklon přímky CML. Protože však bylo třeba tento sklon maximalizovat, použila jsem nástroj Řešitel, kde:

- jsem maximalizovala buňku pro sklon přímky CML,
- za proměnné buňky jsem zvolila vektor $\vec{x}$,

- celou úlohu jsem omezila podmínkami:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1,$$

$$x_i \geq 0, i = 1,2, \dots, n.$$

7.2.2 Tobinův model pouze s povoleným zapůjčováním

Po první případ je povoleno bezrizikové aktivum pouze zapůjčovat při sazbě r_f = 0,77% p.a. Pomocí nástroje Řešitel jsem našla optimální skladbu rizikových aktiv a zejména bod M_1, který představuje tržní portfolio. Úlohu nalezení bodu M_1 jsem řešila pomocí obecného postupu uvedeného v kapitole 7.2.1.

Výsledná úsečka pak začíná v bodě S_1=[0;0,77] a končí bodem M_1=[0,29051; 46,40223], který představuje rizikové portfolio. Uvnitř úsečky leží všechny možné kombinace tržního portfolia a vkladu.

7.2.3 Tobinův model pouze s povoleným vypůjčováním

Pro druhou variantu je možné pouze vypůjčovat při úrokové sazbě 1,02% p.a. Nejprve jsem si vypočítala bod M_2=[0,29082; 46,45106], který jsem opět spočítala podle obecného postupu uvedeného v kapitole 7.2.1. Výsledná polopřímka by pak vedla z tohoto bodu do nekonečna. Aby bylo možné znázornit úsečku do grafu, vypočítala jsem si ještě bod *B=[0,58164; 91,88212]*. K zjištění tohoto bodu jsem použila též obecný postup uvedený výše, avšak nemaximalizovala jsem sklon přímky, ale výnosnost portfolia za pevně zvoleného rizika. Já jsem si zvolila hodnotu rizika jako dvojnásobek rizika bodu M_2. Uvnitř úsečky pak leží všechny možné kombinace tržního portfolia a úvěru.

7.2.4 Povolení bezrizikové aktivum zapůjčovat i vypůjčovat při stejné sazbě

Pro řešení úlohy ve třetí variantě jsem si vybrala sazbu vyšší, tedy 1,02% p.a. Pro výpočet mi stačilo zjistit pouze bod *M*, jelikož při stejné bezrizikové sazbě si budou souřadnice bodů M_1 a M_2 rovny. Řešením je polopřímka vybíhající z bodu $S_2=[0; 1,02]$ a vede do nekonečna. Proto, abych jí mohla znázornit, končí v bodě *B*, který jsem si vypočítala již pro použití varianty 2. Úsečka *SM* bude obsahovat kombinace tržního portfolia a bezrizikového vkladu a úsečka *MB* pak všechny kombinace tržního portfolia a bezrizikového úvěru.

7.2.5 Povolení bezrizikové aktivum zapůjčovat i vypůjčovat při různých bezrizikových sazbách

Poslední varianta připouští zapůjčování i vypůjčování, avšak za různé bezrizikové sazby. Po výpočet lze opět užít již vypočítaných bodů – M_1, M_2 a *B*. Mezi body M_1 a M_2 leží pak všechna riziková portfolia. Pro názornost jsem dopočítala ještě bod A, který představuje právě jedno takové rizikové portfolio. Výpočet tohoto bodu jsem provedla pomocí Markowitzova modelu a nástroje Řešitel za předpokladu minimalizace rizika a předem nastaveného očekávaného výnosu. Nicméně tyto tři body leží v tomto případě nepatrně od sebe, a proto se z grafu může zdát, že leží v jednou bodě. Z tohoto důvodu jsem vytvořila ještě graf č. 5, který zobrazuje body M_1, M_2 a *A* podrobně.

Řešení všech úloh spolu s vyobrazením efektivních množin jsou uvedeny v příloze na přiloženém CD – ROM.

Závěr

Ve své práci jsem se zabývala problematikou sestavení optimálního portfolia pomocí Tobinova modelu.

Pro výpočty jsem použila hodnoty kurzů 13 akcií, se kterými se obchoduje na hlavním trhu Pražské burzy. Všechny výpočty jsem řešila pomocí programu Microsoft Excel, usnadněním mi byl zejména nástroj Řešitel. Výsledkem jsou pak čtyři základní varianty Tobinova modelu, doplněné o grafické znázornění.

Seznam použité literatury:

[1] Čámský, F., *Teorie portfolia*, Masarykova univerzita v Brně, Ekonomicko - správní f., Brno, 2001

[2] Zmeškal, Z. a kol., *Finanční modely*, Ekopress, Praha, 2004

[3] Cipra, T., *Průvodce finanční a pojistnou matematikou*, HZ Praha, Praha, 1995

[4] Tepper, T., Kápl, M., *Peníze a vy*, Prospektrum Praha, Praha, 1991

[5] Kolektiv autorů, *Bankovnictví*, Bankovní institut VŠ, Praha, 2006

[6] Bohanesová, E., *Finanční matematika*, Univerzita Palackého, Přírodovědecká fakulta, Olomouc, 2006

[7] Kunderová, P., *Základy pravděpodobnosti a matematické statistiky*, Univerzita Palackého, Olomouc, 2004

[8] Teorie portfolia[online], dostupné z: http://home.zcu.cz/~friesl/hfim/Iportfolio.html

[9] Původní Markowitzova efektní hranice [online], dostupné z: http://viking.som.yale.edu/will/finman540/classnotes/class2.html

[10] Zdroj dat [online], dostupné z: http://trading.kb.cz/ibweb/spadHP.do

[11] AAA Auto Group [online], dostupné z: http://www.aaaauto.cz

[12] Cent Euro Media [online], dostupné z: http://www.cetv-net.com/en/about-cme/company-overview.shtml

[13] ČEZ [online], dostupné z:
http://www.cez.cz/cs/o-spolecnosti/cez/profil-spolecnosti.html

[14] ECM [online], dostupné z:
http://www.ecm.cz/

[15] Erste Group Bank AG [online], dostupné z:
http://www.erstegroup.com

[16] Komerční banka [online], dostupné z:
http://www.kb.cz/cs/com/profile/index.shtml

[17] NWR [online], dostupné z:
http://www.newworldresources.eu/nwr/pages/home

[18] Orco Property Group [online], dostupné z:
http://www.orcogroup.cz/cz/o-nas

[19] Pegas Nonwonens [online], dostupné z:
http://www.pegas.lu

[20] Philip Morris CR [online], dostupné z:
http://www.philipmorrisinternational.com/CZ/pages/ces/Default.asp

[21] Telefónica O2 [online], dostupné z:
http://www.cz.o2.com/osobni/3017-profil_spolecnosti/

[22] Unipetrol [online], dostupné z:
http://www.unipetrol.cz/cs/o-nas/

[23] Vinna Instance Group [online], dostupné z:
http://www.wienerstaedtische.com/en/group/unternehmen/

Seznam obrázků

Zdroj použitých obrázků:

[1] Čámský, F., *Teorie portfolia*, Masarykova univerzita v Brně, Ekonomicko - správní f., Brno 2001

[2] Původní Markowitzova množina [online], dostupné z: http://viking.som.yale.edu/will/finman540/classnotes/class2.html

Seznam tabulek

Seznam příloh

Příloha je na přiloženém CD.

Příloha A – Kurzy akcií a výpočty Tobinova modelu (akcie.xls)