

Vysoká škola logistiky o.p.s.

**Aplikace regulačních diagramů
na výrobní proces**

(Diplomová práce)

Přerov 2023

Igor Gavrilov



**Vysoká škola
logistiky**
o.p.s.

Zadání diplomové práce

student **Bc. Igor Gavrilov**
studijní program Logistika

Vedoucí Katedry magisterského studia Vám ve smyslu čl. 22 Studijního a zkušebního řádu Vysoké školy logistiky o.p.s. pro studium v navazujícím magisterském studijním programu určuje tuto diplomovou práci:

Název tématu: **Aplikace regulačních diagramů na výrobní proces**

Cíl práce:

S využitím regulačních diagramů provést analýzu výrobního procesu a stanovit toleranční rozmezí procesu. Spočítat indexy způsobilosti a na jejich základě rozhodnout o schopnosti procesu vydávat výstup v rámci tolerančních specifikací. Získané poznatky zhodnotit.

Zásady pro vypracování:

Využijte teoretických východisek oboru logistika. Čerpejte z literatury doporučené vedoucím práce a při zpracování práce postupujte v souladu s pokyny VŠLG a doporučeními vedoucího práce. Části práce využívající neveřejné informace uveďte v samostatné příloze.

Diplomovou práci zpracujte v těchto bodech:

- Úvod
- 1. Statistické řízení procesu
- 2. Ověření normality dat
- 3. Sestrojení regulačních diagramů
- 4. Způsobilost procesu
- Závěr

Rozsah práce: 55 – 70 normostran textu

Seznam odborné literatury:

JAROŠOVÁ, Eva a Darja NOSKIEVIČOVÁ. Pokročilejší metody statistické regulace procesu. Praha: Grada, 2015. ISBN 978-80-247-5355-3.

JAROŠOVÁ, Eva. Metody řízení jakosti pro kombinovanou formu studia. Mladá Boleslav: ŠKODA AUTO a.s. Vysoká škola, 2011. ISBN 978-80-87042-37-3.

MONTGOMERY, Douglas C. Introduction to statistical quality control. New York: Wiley and Sons, 2009. ISBN 978-0470-16992-6.

Vedoucí diplomové práce:

Mgr. Martin Rohleder, Ph.D.

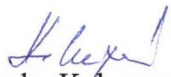
Datum zadání diplomové práce:

31. 10. 2022

Datum odevzdání diplomové práce:

6. 5. 2023

Přerov 31. 10. 2022


Ing. Blanka Kalupová, Ph.D.
vedoucí katedry


prof. Ing. Václav Cempírek, Ph.D.
rektor

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že předložená diplomová práce je původní, a že jsem ji vypracoval samostatně. Prohlašuji, že citace použitých pramenů je úplná, a že jsem v práci neporušil autorská práva ve smyslu zákona č. 121/2000 Sb.; o autorském právu, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon) ve znění pozdějších předpisů.

Prohlašuji, že jsem byl také seznámena s tím, že se na mou diplomovou práci plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů, zejména § 60 – školní dílo. Beru na vědomí, že Vysoká škola logistiky o.p.s. nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro pedagogické, vědecké a prezentační účely školy. Užiji-li svou diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat předtím o této skutečnosti prorektora pro vzdělávání Vysoké školy logistiky o.p.s.

Prohlašuji, že jsem byl poučena o tom, že diplomová práce je veřejná ve smyslu zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, zejména § 47b. Taktéž dávám souhlas Vysoké škole logistiky o.p.s. ke zpřístupnění mnou zpracované diplomové práce v její tištěné i elektronické verzi. Souhlasím s případným použitím této práce Vysokou školou logistiky o.p.s. pro pedagogické, vědecké a prezentační účely.

Prohlašuji, že odevzdaná tištěná verze diplomové práce a verze nahraná do informačního systému školy jsou totožné.

V Přerově, dne 6. 5. 2023

J. Gaurilov

.....

podpis

Poděkování

Chtěl bych poděkovat panu Mgr. Martinovi Rohlederovi, PhD. za odborné vedení práce a cenné rady, které mi pomohly tuto práci zkompletovat.

Anotace

Diplomová práce je zaměřena na aplikace statistických metod řízení jakosti ve výrobě s pomocí regulačních diagramů je v ní provedena analýza výrobního procesu a stanovené toleranční rozmezí procesu. Na konci práce je spočítán index způsobilosti procesu a na jeho základě je rozhodnuto o schopnosti procesu vydávat výstup v rámci tolerančních mezí.

Klíčová slova

statistické řízení procesu, způsobilost, diagram průměru, kvalita výroby, Shewhartův diagram

Annotation

Final work is described implementation statistics process control in manufacturing. Based on Shewhart's diagrams was made analysis of the process. At the end of the work was calculated capability index and based on that decided about capable of the process met the engineering specifications.

Keywords

Statistical process control, capable, Shewhart diagrams, quality of the process, process capability index

Obsah

Úvod.....	9
1 Statistické řízení procesu	10
1.1 Kontrola kvality	10
1.2 Historie.....	11
1.3 Normální rozdělení.....	12
1.4 Histogram normálního rozdělení.....	18
1.5 Kvantil - kvantil graf.....	22
1.6 Pravděpodobnost-pravděpodobnost graf.....	25
1.7 Regulační diagramy	29
1.7.1 Regulační diagram pro průměr	29
1.7.2 Regulační diagram pro směrodatnou odchylku	31
1.7.3 Riziko falešného signálu	32
1.7.4 Riziko chybějícího signálu.....	34
1.8 Výrobek.....	36
1.9 Stanovení četností a velikostí výběru.....	37
2 Ověření normality dat.....	42
2.1 Sestrojení histogramu.....	42
2.2 Q-Q graf	44
2.3 P-P graf.....	50
2.4 Kolmogorovův-Smirnovův test.....	55
3 Sestrojení regulačních diagramů	60
3.1 Regulační diagram X-průměr.....	60
3.2 Hodnocení regulačního diagramu pro průměr	66
3.2 Regulační diagram pro směrodatnou odchylku.....	69
4 Způsobilost procesu.....	72
Závěr	76

Seznam zdrojů.....	77
Seznam grafických objektů.....	78
Seznam zkratk	80
Seznam příloh	81

Úvod

Hlavním cílem této diplomové práce je zavést na výrobním podniku regulační diagramy, s jejichž pomocí je možné hodnotit stabilitu procesu a předcházet výrobě neshodných výrobků. Vzhledem k tomu, že firma, která poskytla údaje pro praktickou část, je dodavatel třetí linie v automobilovém průmyslu, je kvalita výrobků jednou z nejdůležitějších hodnot pro výběrové řízení, v němž probíhá výběr dodavatelů každé dva roky. Takže se dá říct, že zavedení statistického řízení procesu pro firmu je otázkou budoucnosti, protože víc než 85 procent výrobků firma dodává jednomu odběrateli.

Za posledních několik let odběratel zamítl přijetí dodávky výrobků, které nesplňovaly určité standardy a na základě této práce bude možné nacházet příčiny vzniku nekvalitních výrobků a zároveň poskytovat možnost zabránit výrobě nesplňující podmínky jejich kvality.

Na základě výsledků této práce bude moci vedení firmy také zavádět komplexní sledování změny výrobních procesů, což ve dnešní době s pomocí moderní výpočetní techniky není náročné, a kvalita je v tomto ohledu jedním z důležitých konkurenčních nástrojů.

1 Statistické řízení procesu

Statistické řízení procesu (SŘP) je metoda kontroly kvality, která využívá statistické metody k monitorování a řízení procesu. To pomáhá zajistit, že proces funguje efektivně a produkuje více výrobků vyhovujících specifikacím s menším množstvím odpadu (přepřacování nebo šrot). SŘP lze aplikovat na jakýkoli proces, kde lze měřit výstup „vyhovujícího produktu“ (produkt splňující technické specifikace). Mezi klíčové nástroje používané v SŘP patří provozní diagramy, regulační diagramy, zaměření na neustálé zlepšování a návrh experimentů. Příkladem procesu, kde se používá SŘP, jsou výrobní linky.

SŘP se musí praktikovat ve dvou fázích: První fází je počáteční zavedení procesu a druhou fází je pravidelné výrobní používání procesu. Ve druhé fázi se musí rozhodnout o období, které má být zkoumáno v závislosti na změně podmínek 5M (Man, Machine, Material, Method, Movement) a míře opotřebení dílů používaných ve výrobním procesu.

Výhodou SŘP oproti jiným metodám kontroly kvality, jako je „inspekce“, je to, že klade důraz na včasnou detekci a prevenci problémů spíše než na nápravu problémů poté, co nastaly.

Kromě snížení odpadu může SŘP vést ke zkrácení doby potřebné k výrobě produktu. SŘP snižuje pravděpodobnost, že hotový výrobek bude muset být přepřacován nebo sešrotován.

1.1 Kontrola kvality

Statistické řízení procesu je součástí nástrojů kontroly kvality. Kontrola kvality je podle definice ISO 9000: Část managementu kvality zaměřená na plnění požadavků na kvalitu [1]

Tento přístup klade důraz na tři aspekty, které jsou zakotvené v normách, jako je ISO 9001):

- Prvky, jako jsou kontroly, řízení úloh, definované a dobře řízené procesy, kritéria výkonu a integrity a identifikace záznamů
- Kompetence, jako jsou znalosti, dovednosti, zkušenosti a kvalifikace

- Měkké prvky, jako je personál, integrita, sebevědomí, organizační kultura, motivace, týmový duch a kvalitní vztahy.

Inspekce je hlavní složkou kontroly kvality, kde je fyzický produkt zkoumán vizuálně nebo jsou analyzovány konečné výsledky služby. Inspektoři produktů dostanou seznamy a popisy nepřijatelných vad produktu, jako jsou například praskliny nebo povrchové vady.

1.2 Historie

Statistické řízení procesů bylo zavedeno Walterem A. Stewartem v Bell Laboratories na počátku 20. let 20. století. Shewhart vyvinul regulační diagram v roce 1924 a koncept stavu statistické kontroly. Statistické řízení je ekvivalentní konceptu směřitelnosti, který vyvinul William Ernest Johnson také v roce 1924 ve své knize *Logic, Part III: The Logical Foundations of Science*. Spolu s týmem v AT&T, který zahrnoval Harolda Dodge a Harryho Romiga, pracoval také na tom, aby inspekce vzorků byla postavena na racionální statistické bázi. Shewhart konzultoval s plukovníkem Leslie E. Simonem aplikaci kontrolních diagramů na výrobu munice v armádním arzenálu Picatinny Arsenal v roce 1934. Tato úspěšná aplikace pomohla přesvědčit Army Ordnance, aby najal George Edwardse z AT&T pro konzultace použití statistické kontroly kvality mezi jejími divizemi a dodavateli při vypuknutí druhé světové války.

W. Edwards Deming pozval Shewharta, aby promluvil na Graduate School of the U.S Department of Agriculture a sloužil jako editor Stewartovy knihy *Statistical Method from the Viewpoint of Quality Control*, která byla výsledkem této přednášky. Deming byl důležitým architektem krátkých kurzů kontroly kvality, který vycvičil americký průmysl v nových technikách během druhé světové války. Absolventi těchto válečných kurzů vytvořili v roce 1945 novou odbornou společnost American Society for Quality Control, která zvolila Edwardse svým prvním prezidentem. Deming cestoval do Japonska během spojenecké okupace a setkal se s Unií japonských vědců a inženýrů (JUSE) ve snaze zavést metody SPC do japonského průmyslu.

1.3 Normální rozdělení

Normální rozdělení jako limita binomického rozdělení pro $p = \frac{1}{2}$ se poprvé objevilo v roce 1738 ve 2. vydání De Moivreova díla „Doktrína náhod“. Toto byl první důkaz konkrétního případu centrální limitní věty. V roce 1809 Gauss v *The Theory of the Motion of Celestial Body* představil toto rozdělení jako vycházející z opakovaných měření pohybu nebeských těles. Gauss však odvodil vzorec pro skutečné náhodné veličiny z principu maximalizace hustoty spojů všech měření v bodě se souřadnicemi rovnými průměru všech měření. Tento princip byl následně kritizován. V roce 1812 Laplace v Moivre-Laplaceově větě zobecnil Moivreův výsledek pro libovolné binomické rozdělení, tj. pro součty identicky rozdělených nezávislých binárních veličin.

Je-li veličina součtem mnoha náhodných, slabě vzájemně závislých veličin, z nichž každá má malý příspěvek vzhledem k celkovému součtu, pak centrované a normalizované rozdělení takové veličiny směřuje k normálnímu rozdělení s dostatečně velkým počtem členů.

To vyplývá z centrální limitní věty teorie pravděpodobnosti. Ve světě kolem nás se často vyskytují veličiny, jejichž hodnotu určuje kombinace mnoha nezávislých faktorů. Tato skutečnost, stejně jako skutečnost, že příslušná distribuce byla považována za typickou, běžnou, vedla k tomu, že se koncem 19. století začalo používat označení „normální distribuce“. Normální rozdělení hraje významnou roli v mnoha oblastech vědy, jako je matematická statistika a statistická fyzika.

Náhodná veličina, která má normální rozdělení, se nazývá normální nebo Gaussova náhodná veličina.

Normální rozdělení, nazývané také Gaussovo nebo Gauss-Laplaceovo, je rozdělení pravděpodobnosti, které je v jednorozměrném případě dáno funkcí hustoty pravděpodobnosti, která se shoduje s Gaussovou funkcí:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad (1.1)$$

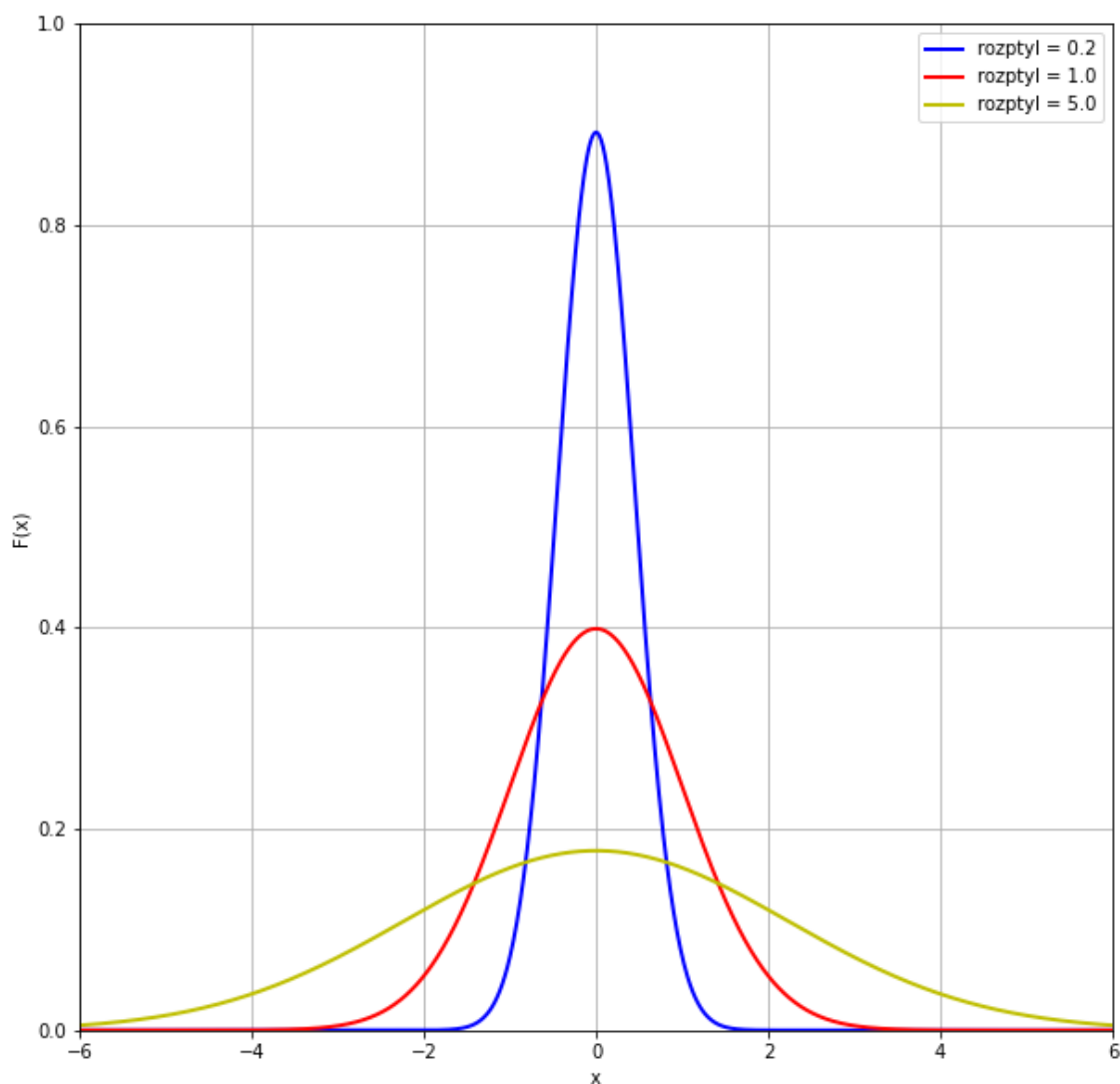
kde:

μ je střední hodnota

σ je směrodatná odchylka

σ^2 je rozptyl distribuce.

Jednorozměrné normální rozdělení je tedy množina dvouparametrických rozdělení, které patří do exponenciálního rozdělení.



Obr. 1.1 Hustota pravděpodobnosti několika normálních rozdělení

Zdroj: Vlastní zpracování

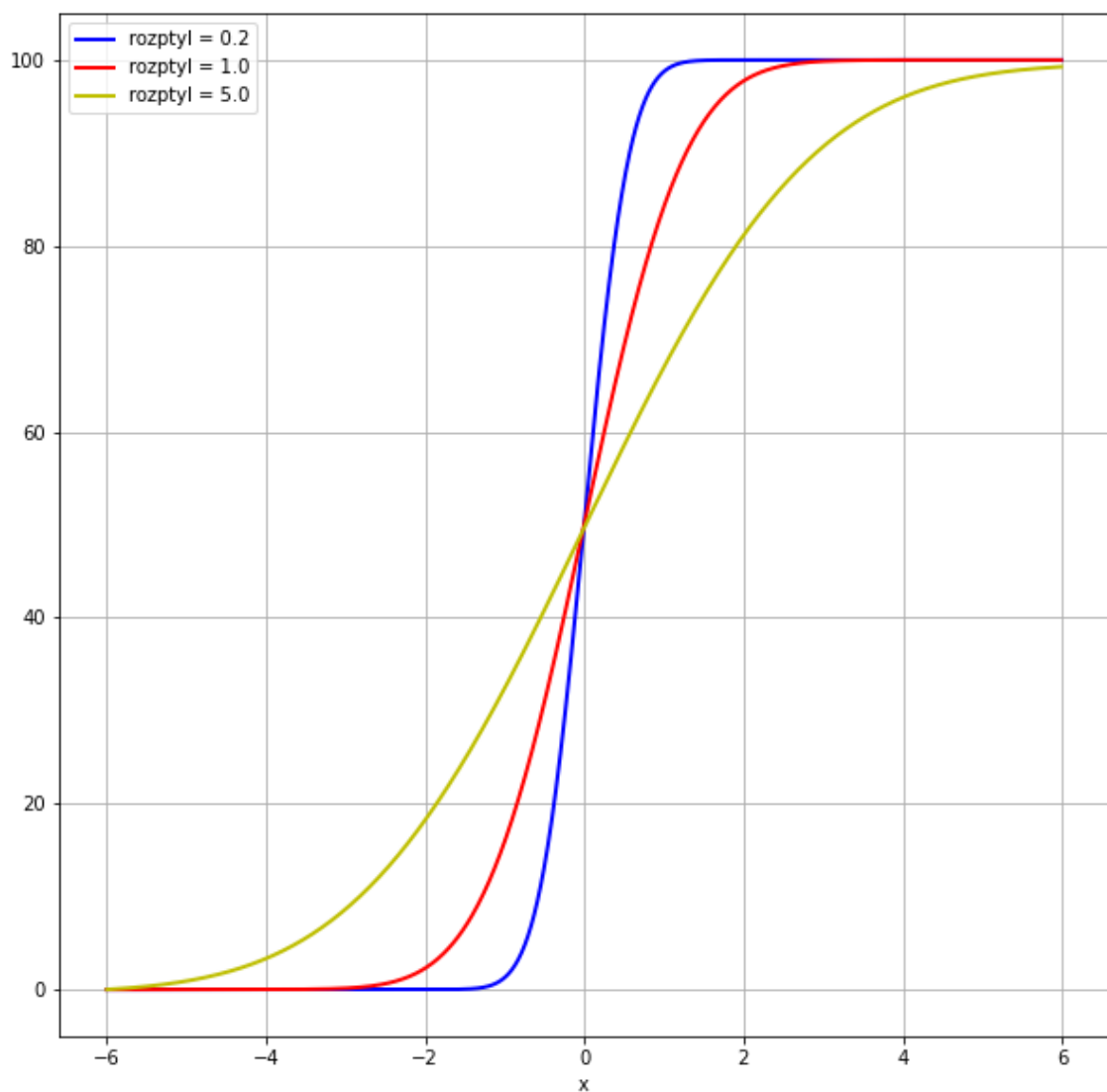
Zdrojový kód hustoty pravděpodobností normálního rozdělení je uvedený v Příloze E.

Distribuční funkce v teorii pravděpodobnosti je funkce, která charakterizuje distribuci

náhodné proměnné nebo náhodného vektoru; pravděpodobnost, že náhodná proměnná X nabude hodnoty menší než x , kde x je libovolné reálné číslo. Za určitých podmínek zcela určuje náhodnou veličinu.

Distribuční funkce spojité náhodné proměnné X lze vyjádřit jako integrál její funkce hustoty pravděpodobnosti:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \quad (1.2)$$



Obr. 1.2 Distribuční funkce několika normálních rozdělení

Zdroj: Vlastní zpracování

Dva hlavní parametry normálního rozdělení jsou průměr a směrodatná odchylka. Parametry určují tvar a pravděpodobnosti distribuce. Tvar distribuce se mění se změnou hodnot parametrů.

Střední hodnota $E(x)$ normálního rozdělení se rovná průměru, mediánu a modu

$$E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx = \left[\begin{array}{l} \frac{x-\mu}{\sigma} = t \\ x = \sigma t + \mu \\ dx = \sigma dt \end{array} \right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} (\sigma t + \mu) e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma t e^{-\frac{t^2}{2}} dt + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \mu e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \left[\begin{array}{l} \int_{-\infty}^{+\infty} t e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \sqrt{2\pi} \end{array} \right] = \mu,$$

Kde Laplaceův integrál:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \sqrt{2\pi}, \quad (1.3)$$

Směrodatná odchylka je mírou velikosti variace nebo rozptylu souboru hodnot. Nízká směrodatná odchylka znamená, že hodnoty mají tendenci se blížit průměru (nazývané také očekávaná hodnota) souboru, zatímco vysoká směrodatná odchylka naznačuje, že hodnoty jsou rozprostřeny v širším rozsahu.

Vlastnosti normálního rozdělení:

1. Symetrie

Normální rozdělení má dokonale symetrický tvar. Distribuční křivku lze rozdělit uprostřed a vytvořit dvě stejné poloviny. Symetrický tvar nastane, když polovina pozorování dopadne na každou stranu křivky.

2. Průměr, medián a modus jsou stejné

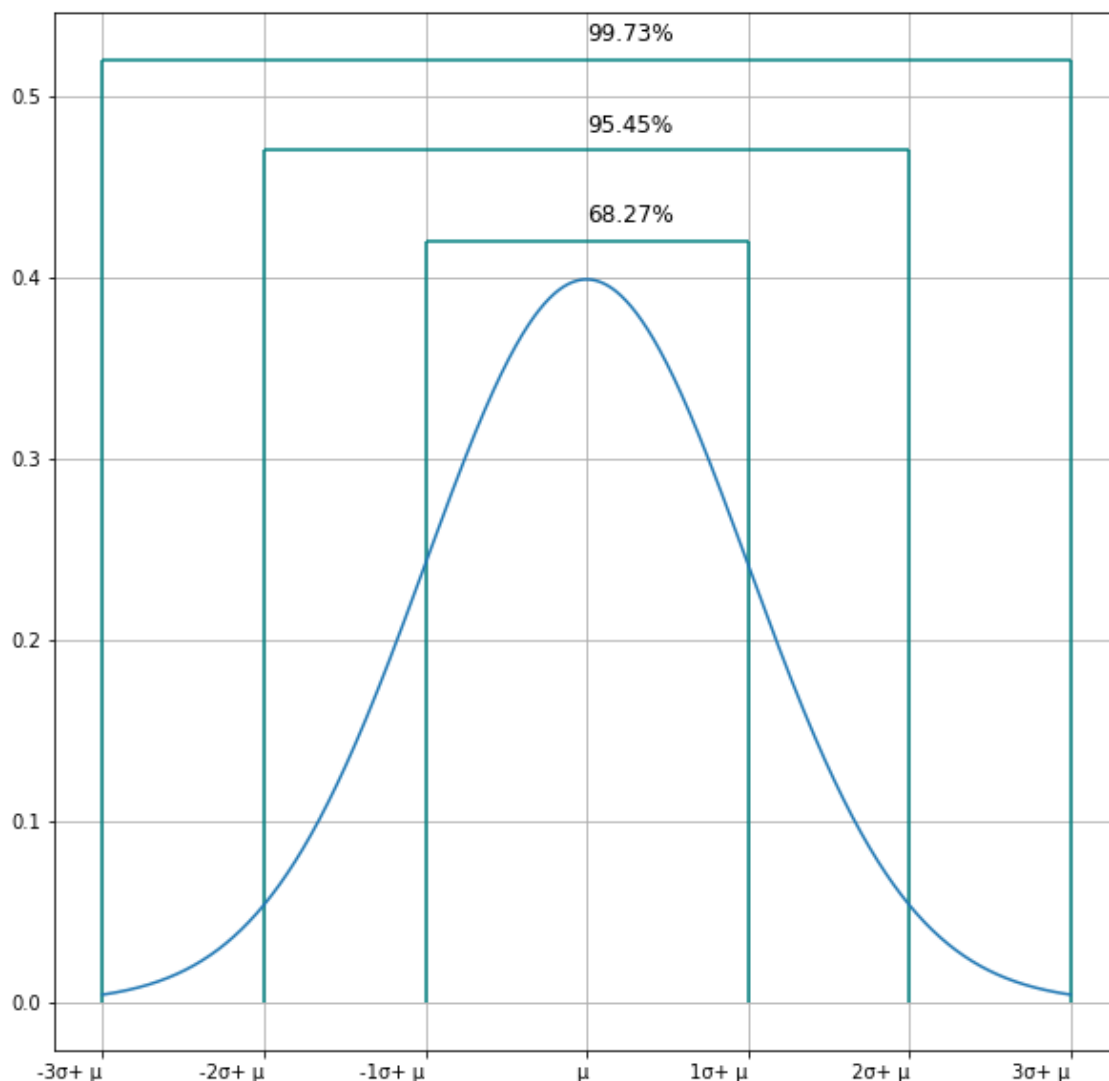
Střední bod normálního rozdělení je bod s maximálními četnostmi což znamená, že má nejvíce pozorování proměnné. Střed je také bodem, kde se tyto tři míry stýkají. Tyto míry jsou též stejné v normovaném normálním rozložení.

3. Empirické pravidlo

V datech normálně rozdělených proměnných existuje konstantní podíl vzdálenosti ležící pod křivkou mezi průměrem a specifickým počtem standardních odchylek od průměru.

Pravidlo 3σ

Ve statistice je pravidlo 3σ , také známé jako empirické pravidlo, zkratka používaná k zapamatování procenta hodnot, které leží v intervalovém odhadu v normálním rozdělení: 68 %, 95 % a 99,7 % hodnoty leží v rámci jedné, dvou a tří směrodatných odchylek od průměru.



Obr. 1.3 Graf normálního rozdělení

Zdroj: Vlastní zpracování

Každý pruh v grafu reprezentuje jednotku směrodatné odchylky. Zdrojový kód pro sestavení kvantil-kvantil grafu je v Příloze F.

V matematickém zápisu lze tyto skutečnosti vyjádřit následovně, kde P je pravděpodobnostní funkce, X je pozorování z normálně rozdělené náhodné veličiny, μ je střední hodnota rozdělení a σ je jeho standardní odchylka:

$$P(\mu - 1\sigma \leq X \leq \mu + 1\sigma) \approx 68,27\%$$

$$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 95,45\%$$

$$P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 99,73\%$$

Pro výpočet pravděpodobnosti od $-\sigma$ do $+\sigma$ mohou použít vlastnosti normovaného normálního rozdělení:

$$\begin{aligned} P(\mu - 1\sigma \leq X \leq \mu + 1\sigma) &= \Phi\left(\frac{\mu + 1\sigma - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\mu - 1\sigma - \mu}{\sigma}\right) \\ &= \Phi(1) - \Phi(-1) = \Phi(1) - (1 - \Phi(1)) = 2\Phi(1) - 1 = 0,6827 \end{aligned}$$

Kde je,

$$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$$

$$\Phi(1) = 0,8413$$

Pravděpodobnosti pro $\pm 2\sigma$ a $\pm 3\sigma$ mají stejný výpočet.

$$\begin{aligned} P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) &= \Phi\left(\frac{\mu + 2\sigma - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\mu - 2\sigma - \mu}{\sigma}\right) \\ &= \Phi(2) - \Phi(-2) = \Phi(2) - (1 - \Phi(2)) = 2\Phi(2) - 1 = 0,9545 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) &= \Phi\left(\frac{\mu + 3\sigma - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\mu - 3\sigma - \mu}{\sigma}\right) \\ &= \Phi(3) - \Phi(-3) = \Phi(3) - (1 - \Phi(3)) = 2\Phi(3) - 1 = 0,9973 \end{aligned}$$

Zde podle přílohy H-Hodnoty jsou hodnoty distribuční funkce normované normální náhodné veličiny

$$\Phi(2) = 0,9975$$

$$\Phi(3) = 0,9986$$

1.4 Histogram normálního rozdělení

Histogram je přibližná reprezentace rozložení číselných dat. Poprvé ji představil Karl Pearson. Pro vytvoření histogramu je prvním krokem „bin“ (nebo „segment“) rozsah hodnot – to znamená rozdělení celého rozsahu hodnot do řady intervalů – a poté je třeba spočítat, kolik hodnot připadne do každého intervalu.

Histogramy dávají hrubý odhad pro hustotu základní distribuce dat, tedy odhad funkce hustoty pravděpodobnosti základní proměnné. Celková plocha histogramu použitá pro hustotu pravděpodobnosti je vždy normalizována na 1. Pokud všechny intervaly na ose x mají délku 1, pak je histogram totožný s grafem relativní četnosti.

Histogram si lze představit jako zjednodušený odhad hustot. To poskytuje hladší funkci hustoty pravděpodobnosti, která bude obecně přesněji odrážet distribuci základní proměnné. Odhad hustoty lze vykreslit jako alternativu k histogramu a obvykle se kreslí jako křivka. Histogramy jsou nicméně preferovány v aplikacích, kde je třeba modelovat jejich statistické vlastnosti. Korelovanou variaci odhadu hustoty je velmi obtížné matematicky popsat, zatímco u histogramu, kde se každý sloupec mění nezávisle, je to jednoduché.

Data použitá ke konstrukci histogramu jsou generována pomocí funkce m_i , jež zaznamenává počet pozorování, která spadají do jednotlivých sloupců histogramu. Pokud tedy ponecháme n celkový počet pozorování a k celkový počet sloupců, data histogramu splňují následující podmínku:

$$n = \sum_{j=1}^i m_i \quad (1.4)$$

Neexistuje žádný „nejvhodnější“ počet sloupců a různé velikosti sloupců mohou odhalit různé vlastnosti dat. Seskupování dat je přinejmenším tak staré jako Grauntova práce ze 17. století, ale až do Sturgesovy práce v roce 1926 nebyly dány žádné systematické pokyny.

Použití širších sloupců, kde je hustota podkladových datových bodů nízká, snižuje šum v důsledku náhodnosti vzorkování; použití užších příhrádek, kde je hustota vysoká (takže signál přehluší šum), poskytuje větší přesnost odhadu hustoty. Měnění šířky sloupců v rámci histogramu tedy může být výhodné. Nicméně, stejně široké sloupce jsou široce používány.

Někteří teoretici se pokoušeli určit optimální počet sloupců, ale tyto metody obecně vytvářejí silné předpoklady ohledně tvaru distribuce. V závislosti na skutečné distribuci dat a cílech analýzy mohou být vhodné různé šířky sloupců, takže k určení vhodné šířky je obvykle potřeba experimentovat. Existují však různé užitečné pokyny a orientační pravidla.

V dané diplomové práci bude používána jedna z metod pro vytváření histogramu.

„Pro sestrojení histogramu je nutné provést následující kroky:

1. V souboru hodnot nalézt x_{max} a x_{min}

2. Vypočítat variační rozpětí: $V = x_{max} - x_{min}$

3. Stanovit počet tříd k , např. podle Sturgesova pravidla:

$$k = 1 + 3,32 \ln n \quad (1.5)$$

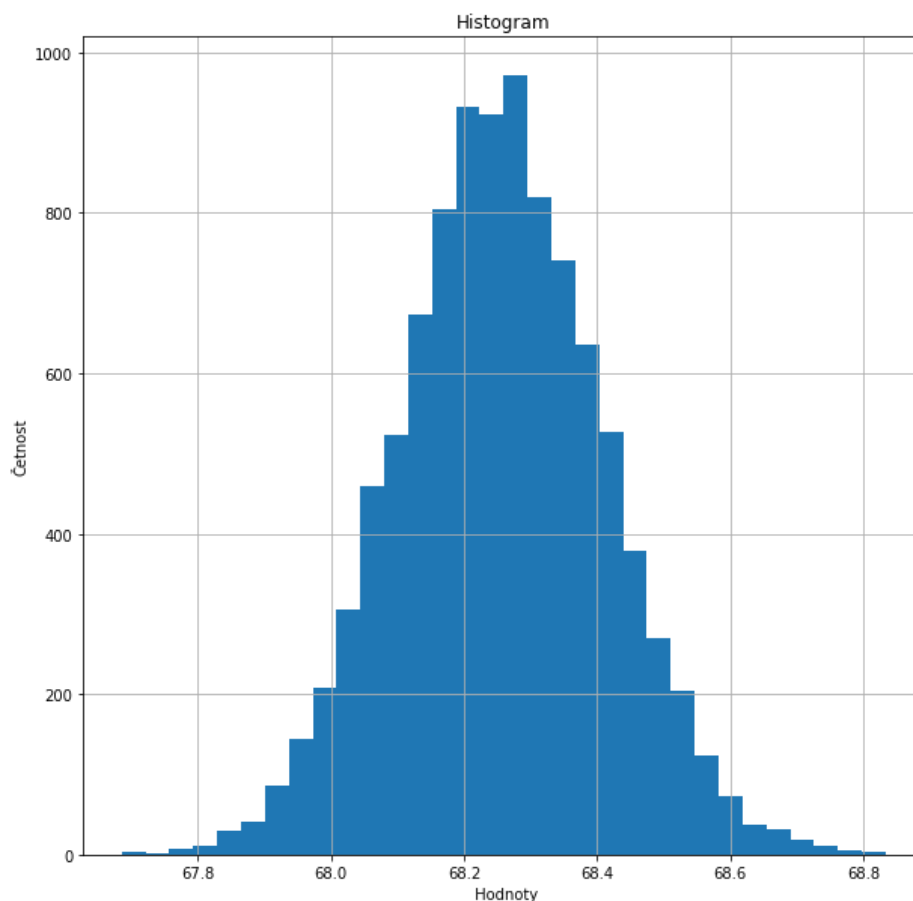
kde n – celkový počet hodnot.

4. Vypočítat šířku třídy h :

$$h = \frac{V}{k} \quad (1.6)$$

5. Stanovit hranice tříd. U první třídy to bude $x_{min} + h$ a následně postup s krokem h tak dlouho, až je x_{max} zařazeno.

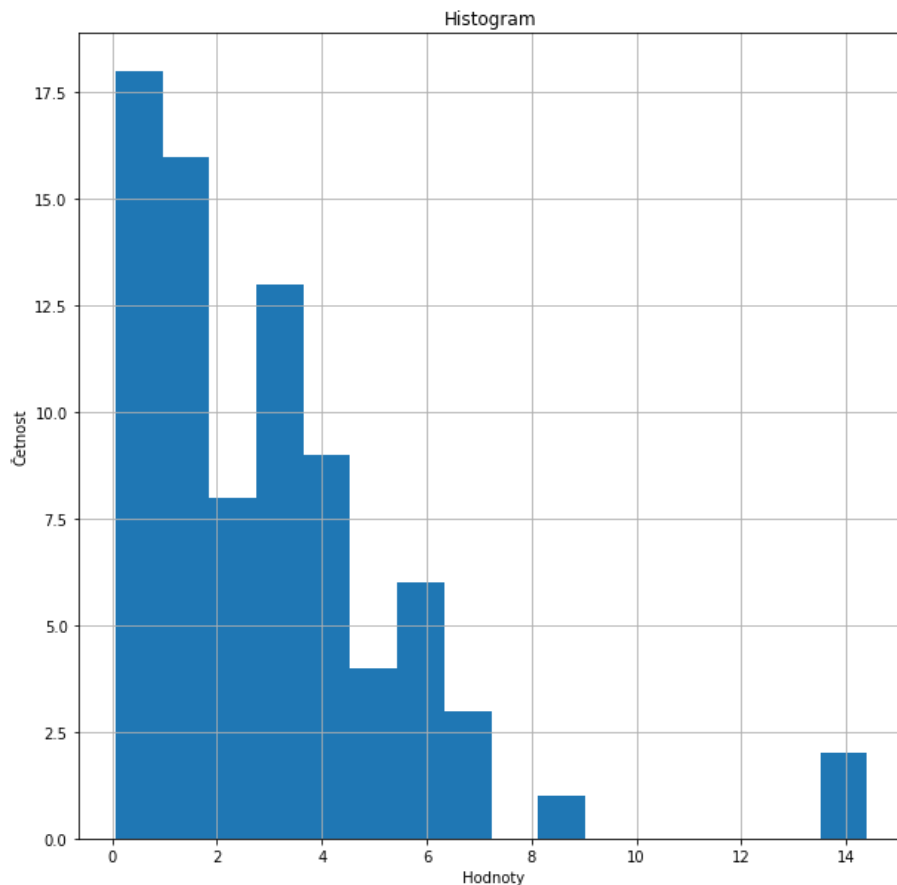
6. Určit četnost pro jednotlivé třídy. Před stanovováním četností v rámci jednotlivých tříd je nutné určit, jak budou zařazovány hraniční hodnoty. “ [2, s. 14]



Obr. 1.4 Histogram normálního rozdělení, příklad

Zdroj: Vlastní zpracování

„Normální rozdělení“ je nejběžněji používané rozdělení ve statistice. Proměnná, která je normálně distribuována, má histogram, který je zvonovitý, pouze s jedním vrcholem a je symetrický kolem střední hodnoty. Termíny špičatost („vrchol“) a šikmost (asymetrie kolem průměru) se často používají k popisu odchylek od normálu. V normálním rozdělení jsou průměr, medián a modus stejné, jak je zobrazeno na příkladu normálního rozdělení.



Obr. 1.5 Histogram χ^2 rozdělení pravděpodobnosti

Zdroj: Vlastní zpracování

Oproti histogramu normálního rozdělení je histogram χ^2 rozdělení asymetrický s největší četností hodnot mezi 0 a 2. Graficky najít rozdíl na histogramu v různých případech rozdělení náhodné veličiny je možné, ale v praxi nastává problém s některými odchylkami v důsledku nesprávného měření nebo chyb ve výpočtu, a proto nejlepším řešením je použít další možnosti ověření normality dat.

1.5 Kvantil - kvantil graf

Q–Q (kvantil-kvantil) graf je graf pravděpodobnosti, což je grafická metoda pro porovnání dvou rozdělení pravděpodobnosti vynesemím jejich kvantilů proti sobě. Nejprve se zvolí množina intervalů pro kvantily. Bod (x, y) na grafu odpovídá jednomu z kvantilů druhého rozdělení (y -ová souřadnice) vynesnému proti stejnému kvantilu prvního rozdělení (x -souřadnice). Přímka je tedy parametrická křivka s parametrem, který je číslem intervalu pro kvantil.

Graf Q–Q se používá k porovnání tvarů rozdělení a poskytuje grafický pohled na to, jak jsou vlastnosti jako umístění, měřítko a šikmost v těchto dvou rozděleních podobné nebo odlišné. Grafy Q–Q lze použít k porovnání souborů dat nebo teoretických rozdělení. Použití grafů Q–Q k porovnání dvou vzorků dat lze považovat za neparametrický přístup k porovnání jejich základních distribucí. Graf Q–Q dává obecně výkonnější přístup než běžná technika porovnávání histogramů dvou vzorků, ale vyžaduje více dovednosti při interpretaci. Q–Q grafy se běžně používají k porovnání souboru dat s teoretickým modelem.

To může poskytnout hodnocení „dobré shody“, které je grafické spíše než redukované na číselné shrnutí. Q–Q grafy se také používají ke vzájemnému srovnání dvou teoretických rozdělení. Vzhledem k tomu, že grafy Q–Q porovnávají rozdělení, není nutné, aby byly hodnoty pozorovány jako páry, jako je tomu v bodovém grafu, nebo dokonce, aby se počty hodnot ve dvou porovnávaných skupinách rovnaly.

Q–Q graf je graf kvantilů dvou distribucí proti sobě nebo graf založený na odhadech kvantilů. Vzor bodů v grafu se používá k porovnání těchto dvou distribucí.

Hlavním krokem při konstrukci grafu Q–Q je výpočet nebo odhad kvantilů, které mají být vykresleny. Pokud jsou jedna nebo obě osy v grafu Q–Q založeny na teoretickém rozdělení s funkcí spojitého kumulativního rozdělení (CDF), všechny kvantily jsou jednoznačně definovány a lze je získat inverzí CDF. Pokud je teoretické rozdělení pravděpodobnosti s nespojitým CDF jedním ze dvou porovnávaných rozdělení, některé kvantily nemusí být definovány, takže lze vykreslit interpolovaný kvantil. Pokud je graf Q–Q založen na datech, používá se více kvantilových odhadů. Pravidla pro vytváření

Q–Q grafů, kdy je třeba kvantily odhadnout nebo interpolovat, se nazývají pozice vykreslování.

Jednoduchý případ je ten, kdy jeden má dvě datové sady stejné velikosti. V takovém případě, aby se vytvořil graf Q–Q, seřadí se každá sada v rostoucím pořadí, pak se spárují a vykreslí se odpovídající hodnoty. Složitější konstrukce je případ, kdy se porovnávají dva datové soubory různých velikostí. Pro konstrukci Q–Q grafu je v tomto případě nutné použít interpolovaný kvantilový odhad, aby bylo možné sestrojít kvantily odpovídající stejné základní pravděpodobnosti.

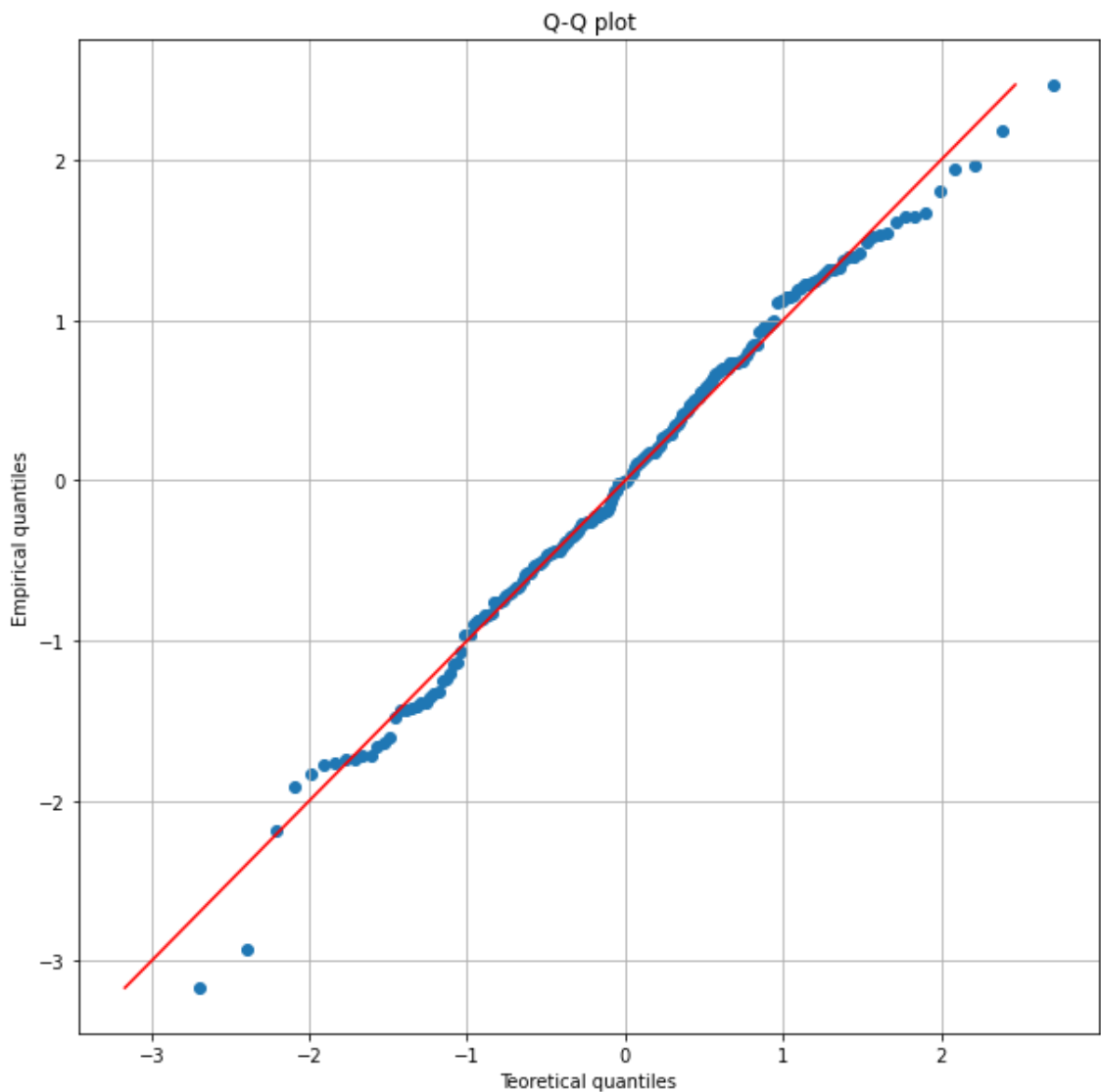
Body vynesené v grafu Q–Q jsou při pohledu zleva doprava vždy neklesající. Pokud jsou obě porovnávaná rozdělení identická, graf Q–Q sleduje 45° přímku $y = x$. Pokud se dvě distribuce shodují po lineární transformaci hodnot v jedné z distribucí, pak graf Q–Q sleduje nějakou přímku, ale ne nutně přímku $y = x$. Pokud je obecný trend grafu Q–Q plošší než přímka $y = x$, je rozložení vynesené na vodorovné ose více rozptýlené než rozložení vynesené na svislé ose. Naopak, je-li obecný trend grafu Q–Q strmější než přímka $y = x$, je rozložení vynesené na svislé ose více rozptýlené než rozložení vynesené na vodorovné ose. Grafy Q–Q jsou často obloukovité nebo ve tvaru písmene „S“, což naznačuje, že jedno z rozložení je více zkosené než druhé, nebo že jedno z rozložení má těžší konce než druhé.

Přestože je Q–Q graf založen na kvantilech, ve standardním grafu není možné určit, který bod v grafu určuje daný kvantil. Například není možné určit medián žádné ze dvou porovnávaných distribucí kontrolou Q–Q grafu. Některé grafy Q–Q označují decily, které umožňují taková určení.

Výběr kvantilů z teoretického rozdělení může záviset na kontextu a účelu. Jedna volba, daný vzorek o velikosti n , je:

$$\frac{k - 0,5}{n} \quad (1.7)$$

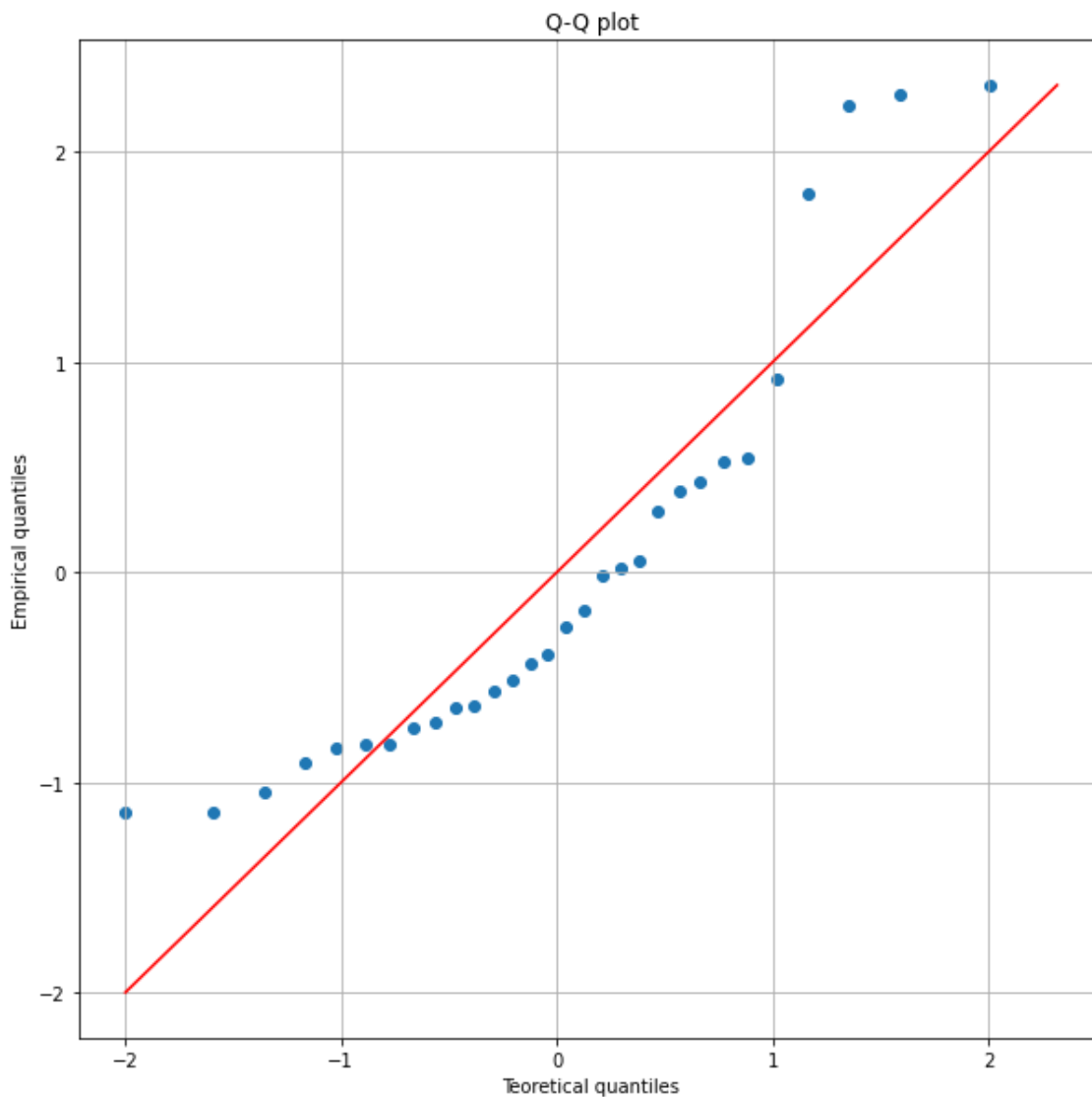
pro $k = 1, \dots, n$, protože to jsou kvantily, které distribuce výběru realizuje.



Obr. 1.6 Příklad Q-Q graf, Normální rozdělení pravděpodobnosti

Zdroj: Vlastní zpracování

Na grafu jsou zobrazeny body kvantilů empirické a teoretické funkce normálního rozdělení. Většina bodů je na přímce, což může být ohodnoceno tak, že teoretické hodnoty mají normální rozdělení, ale k tomu existují na koncích přímky body mimo ni. Je to způsobeno tím, že při normálním rozdělení hustota pravděpodobností směřuje od centra a v rozmezí třech sigma leží 99,87 procent pozorovaných veličin. V daném případě body mimo přímku začínají být už hodnotách dvou směrodatných odchylek, a proto je třeba použít další nástroje pro ověření normality dat.



Obr. 1.7 Příklad Q-Q graf, χ^2 rozdělení pravděpodobnosti

Zdroj: Vlastní zpracování

Na grafu je χ^2 rozdělení, což, pokud to porovnáme s grafem normálního rozdělení, opravdu má jiný tvar. Body nejsou na přímce a na koncích, jak bylo uvedeno u kvantil-kvantil grafu, jsou mnohem dál. Proto musím dávat pozor při hodnocení jakéhokoliv rozdělení s pomocí kvantil-kvantil grafu, a pokud je to možné, použít i jiné možnosti ověření normality, aby byl výsledek přesnější.

1.6 Pravděpodobnost-pravděpodobnost graf

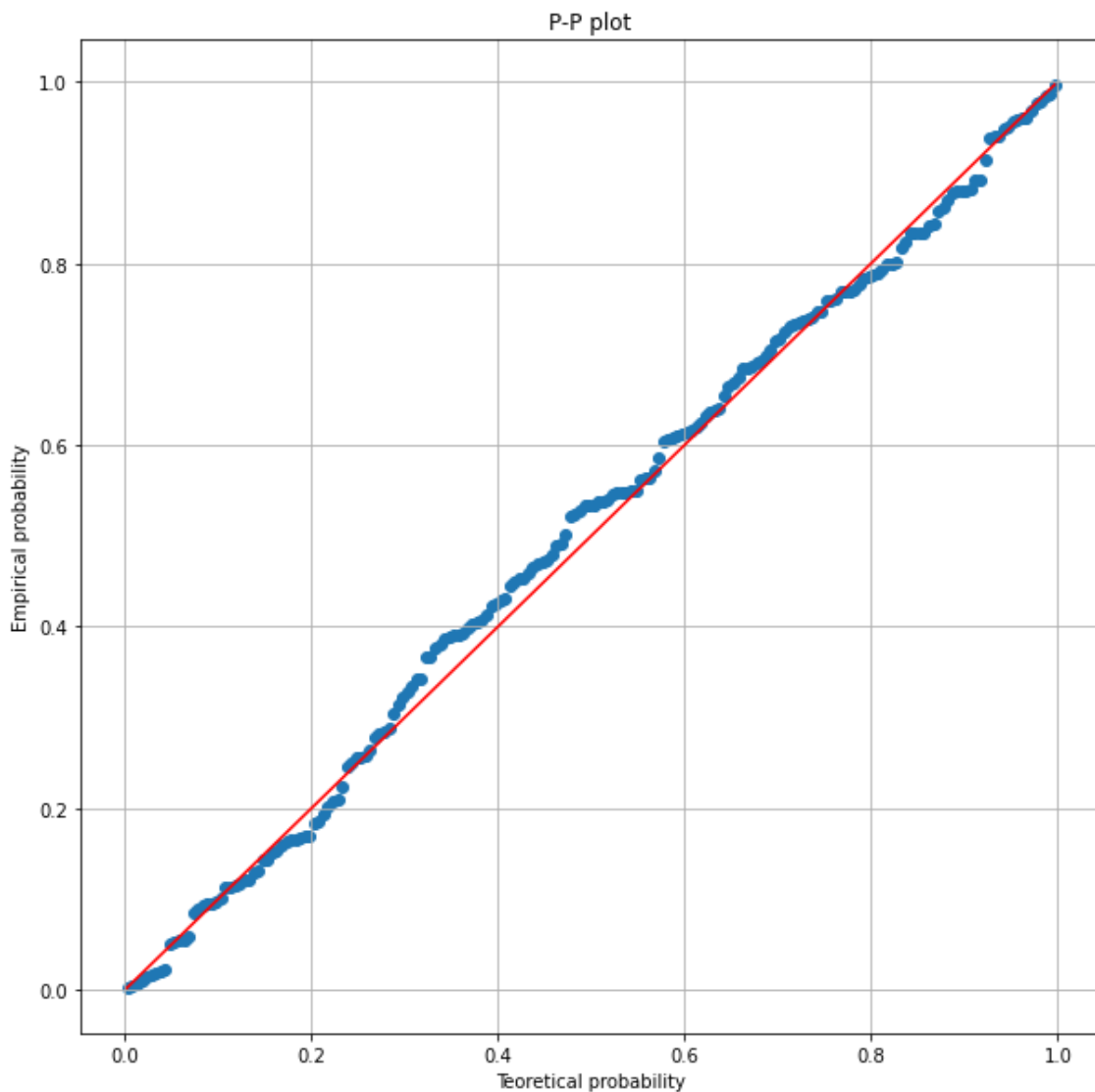
Toto je graf převrácené hodnoty standardní normální distribuční funkce a uspořádaných pozorování. Pokud je podkladové rozložení dat normální, budou body P-P grafu ležet na

přímce. Odchytky od této linie odpovídají různým druhům ne normality. Odchytky na obou koncích normálního pravděpodobnostního grafu označují odlehlé hodnoty. Zakřivení na obou koncích grafu označuje dlouhé nebo krátké distribuční chvosty. Konvexní nebo konkávní zakřivení naznačuje nedostatek symetrie. Mezery, plošiny nebo segmentace v grafu naznačují určitý jev, který je třeba blíže prozkoumat.

P–P plot vykresluje dvě kumulativní distribuční funkce proti sobě, za předpokladu dvou rozdělení pravděpodobnosti, $F(z)$ a $G(z)$, kde z se pohybuje od $-\infty$ do $+\infty$. Protože distribuční funkce má rozsah $[0,1]$, doménou tohoto parametrického grafu je $-\infty$ do $+\infty$ a rozsah je jednotkový čtverec $[0,1] \times [0,1]$.

Srovnávací přímka je 45° přímka od $(0,0)$ do $(1,1)$ – rozdělení jsou stejná, právě když graf leží na této přímce – jakákoli odchylka označuje rozdíl mezi rozděleními.

Například, pokud se dvě distribuce nepřekrývají, řekněme, že F je pod G , pak se P–P graf bude pohybovat zleva doprava podél spodní části čtverce – jak se z pohybuje přes průsečík s F , distribuční funkce F jde z 0 do 1, zatímco distribuční funkce G zůstane na 0 – a pak se posune nahoru na pravou stranu čtverce – distribuční funkce F je nyní 1, protože všechny body F leží pod všemi body G a nyní distribuční funkce G se pohybuje od 0 do 1, když se z pohybuje přes průsečík s G .



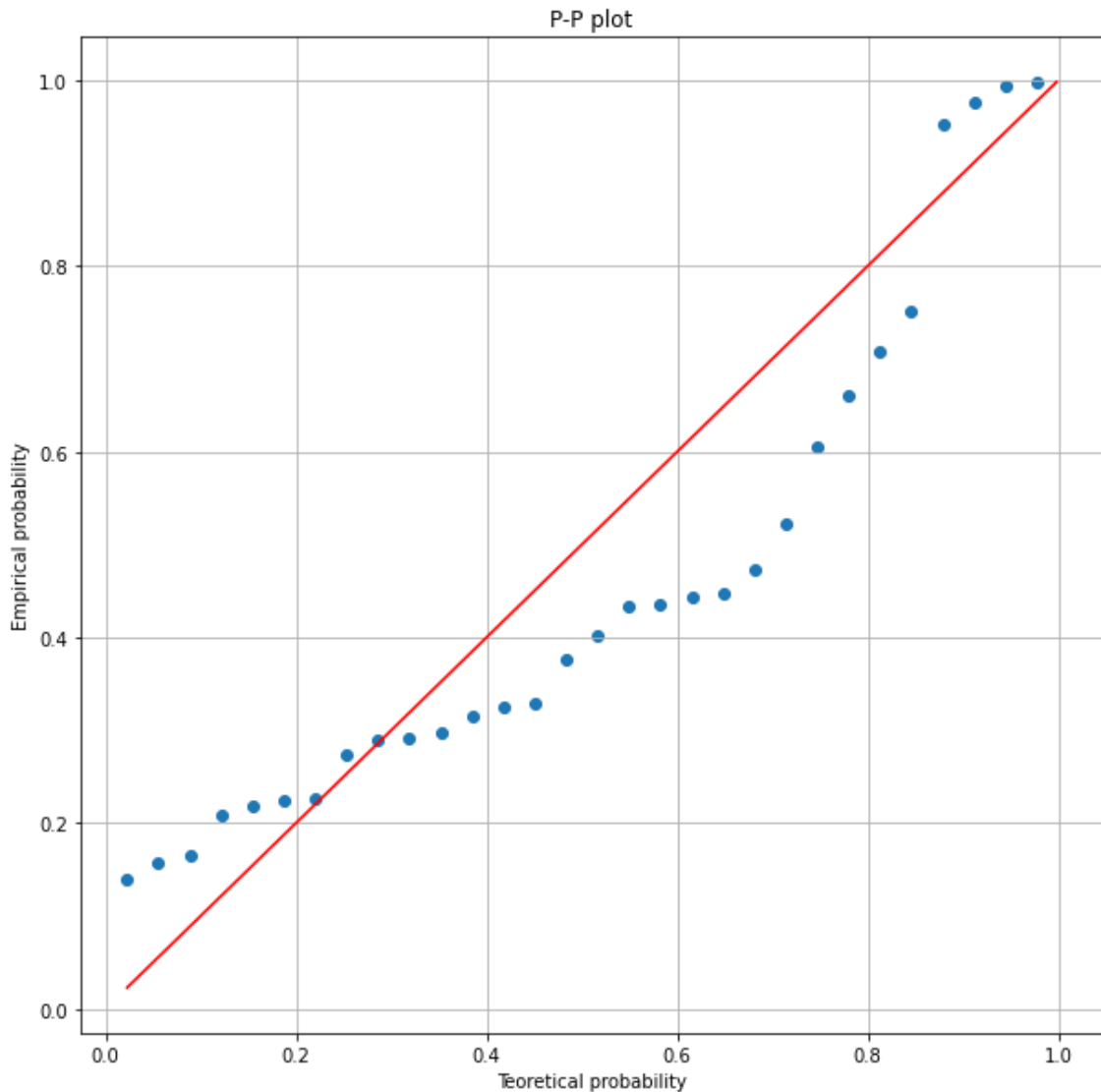
Obr. 1.8 P-P graf, Normální rozdělení pravděpodobnosti

Zdroj: Vlastní zpracování

P–P grafy jsou někdy omezeny na srovnání mezi dvěma vzorky spíše než na srovnání vzorku s teoretickou modelovou distribucí. Jsou však obecně použitelné, zejména tam, kde nejsou všechna pozorování modelována se stejným rozdělením.

Našel jsem však určité použití při porovnávání distribuce vzorku se známým teoretickým rozdělením: za předpokladu, že n vzorků, vnesení spojitého teoretického rozdělení proti empirickému by připomínalo schodiště (krok jako z narazí na vzorek) a dosáhlo by vrcholu. Čtverce, jakmile by byl obsažen poslední datový bod. Místo toho se pouze vykreslují body, přičemž se vynášejí k -té pozorované body (v pořadí: formálně pozorovaná statistika k -tého řádu) proti $k/(n + 1)$ kvantilu teoretického rozdělení. Tato volba „pozice vnesení“ (volba kvantilu teoretické distribuce) vyvolala menší

kontroverzi než volba grafů Q–Q. Výsledná dobrá shoda 45° linie poskytuje míru rozdílu mezi sadou vzorků a teoretickou distribucí.



Obr. 1.9 P-P graf, χ^2 rozdělení pravděpodobnosti

Zdroj: Vlastní zpracování

χ^2 rozdělení je rozdělení, kde je očekávaná střední hodnota více posunuta k levé části na grafu hustoty pravděpodobností. Na grafu pravděpodobnost-pravděpodobnost je χ^2 rozdělení, kde je $k=3$ a dá se vidět, že body teoretické a empirické funkcí neleží na přímce. Pokud lze porovnat graf normálního rozdělení a χ^2 , může se říct, že normalitou dat je rozložení teček na grafu vedle přímky.

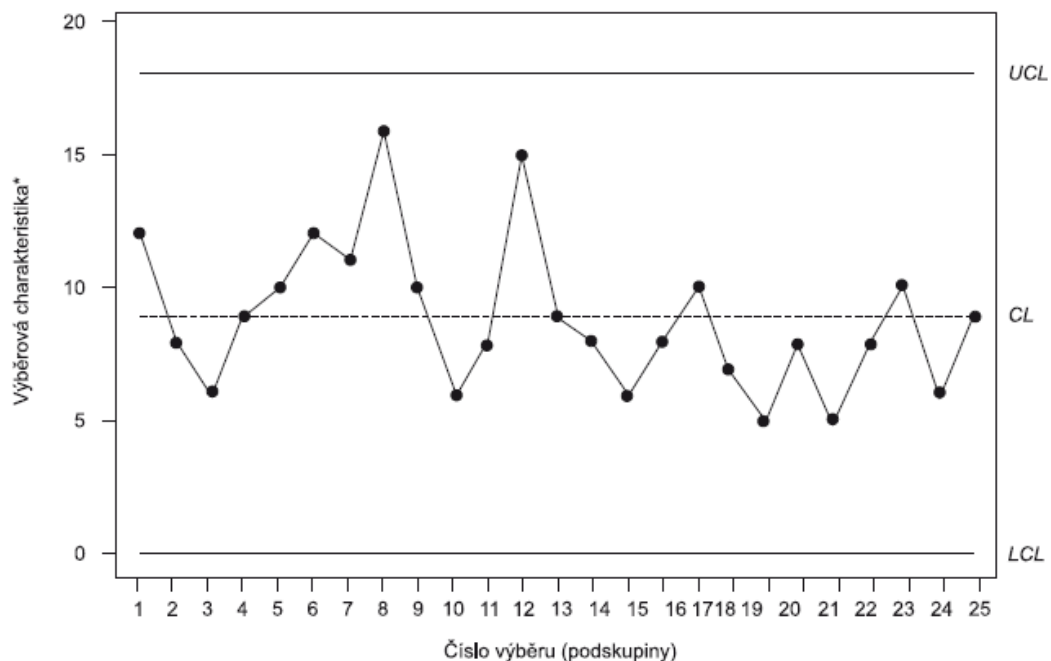
P–P graf lze použít jako grafický doplněk k testům shody rozdělení pravděpodobnosti s dalšími čarami, které jsou na grafu zahrnuty, aby indikovaly buď specifické akceptační oblasti, nebo rozsah očekávané odchylky.

1.7 Regulační diagramy

Grafy kontroly kvality jsou skvělým nástrojem pro inženýry ke sledování, zda je proces pod statistickou kontrolou. Pomáhají vizualizovat odchylky, najít a opravit problémy, když nastanou, předpovědět očekávané rozsahy výsledků a analyzovat vzorce odchylek procesu pro konkrétní nebo běžné příčiny. Diagramy řízení kvality se často používají v projektech Lean Six Sigma a DMAIC během fáze řízení a jsou považovány za jeden ze sedmi hlavních nástrojů kvality pro zlepšování procesů.

1.7.1 Regulační diagram pro průměr

V průmyslové statistice je \bar{x} -průměr graf typem Shewhartova regulačního diagramu, který se používá ke sledování aritmetických průměrů po sobě jdoucích vzorků konstantní velikosti n . Tento typ regulačního diagramu se používá pro charakteristiky, které lze měřit v nepřetržitém měřítku, jako je hmotnost, teplota, tloušťka atd. Například je možné každou hodinu odebrat vzorek 5 hřidelů z výroby, změřit průměr každého a pak zanást pro každý vzorek průměr z pěti hodnot průměrů do grafu.



Obr. 1.10 Základní struktura regulačního diagramu

Zdroj: [3]

„Regulační diagram je grafický prostředek zobrazení vývoje variability procesu v čase, využívající principů testování statistických hypotéz. Představuje zobrazení zvolené testové statistiky jako funkce času. Na ose x se vynášejí pořadová čísla časových okamžiků realizace jednotlivých výběrů.“ [3, s. 18]

Při sestavení regulačního diagramu je nutné stanovit regulační meze a centrální přímkou. Jak bylo uvedeno, centrální přímkou je průměr hodnot výběrů stanovených předem a regulační meze jsou ± 3 výběrové směrodatné odchylky.

Centrální přímkou:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{n}, \quad (1.8)$$

kde n je počet podskupin, \bar{x}_i je průměr v podskupině.

Výběrová směrodatná odchylka se vypočítá podle vzorce:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}} \quad (1.9)$$

Regulační meze mají tvar:

Horní regulační mez:

$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_3 \bar{s} \quad (1.10)$$

Dolní regulační mez:

$$LCL = \bar{\bar{x}} - A_3 \bar{s} \quad (1.11)$$

kde hodnoty jsou uvedeny v příloze J.

Pokud všechny body na grafu jsou uvnitř regulačních mezí, můžeme říct, že proces je pod kontrolou. Jinak je nutné odebrat podskupinu, která je mimo meze, a vypočítat znovu centrální přímkou a regulační meze.

1.7.2 Regulační diagram pro směrodatnou odchylku

Pro sestavení s-grafu musí být velikost podskupiny n větší než 10. V s-grafu osa y ukazuje výběrovou směrodatnou odchylku, celkovou střední směrodatnou odchylku a kontrolní limity a osa x ukazuje skupinu vzorků.

Stejně jako u diagramu pro průměr je nutno stanovit centrální přímkou a regulační meze. K jejich výpočtu najdeme příslušné hodnoty součinitelů v příloze J.

Horní regulační mez UCL:

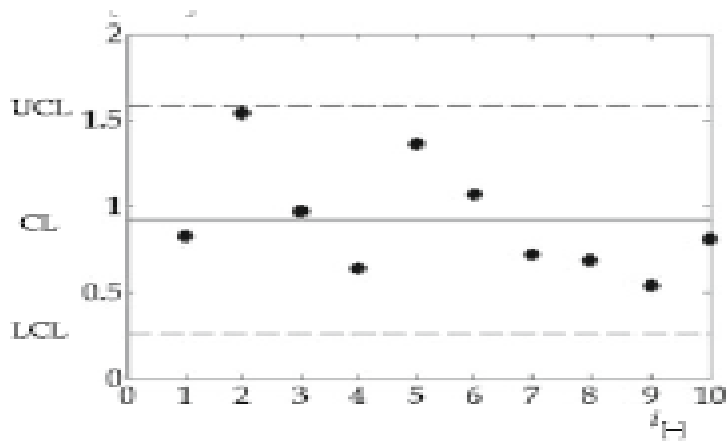
$$UCL = B_4 \bar{s} \quad (1.12)$$

Centrální přímkou CL:

$$CL = \bar{s} \quad (1.13)$$

Dolní regulační mez LCL:

$$LCL = B_3 \bar{s} \quad (1.14)$$



Obr. 1.11 Příklad s-grafu

Zdroj: [4]

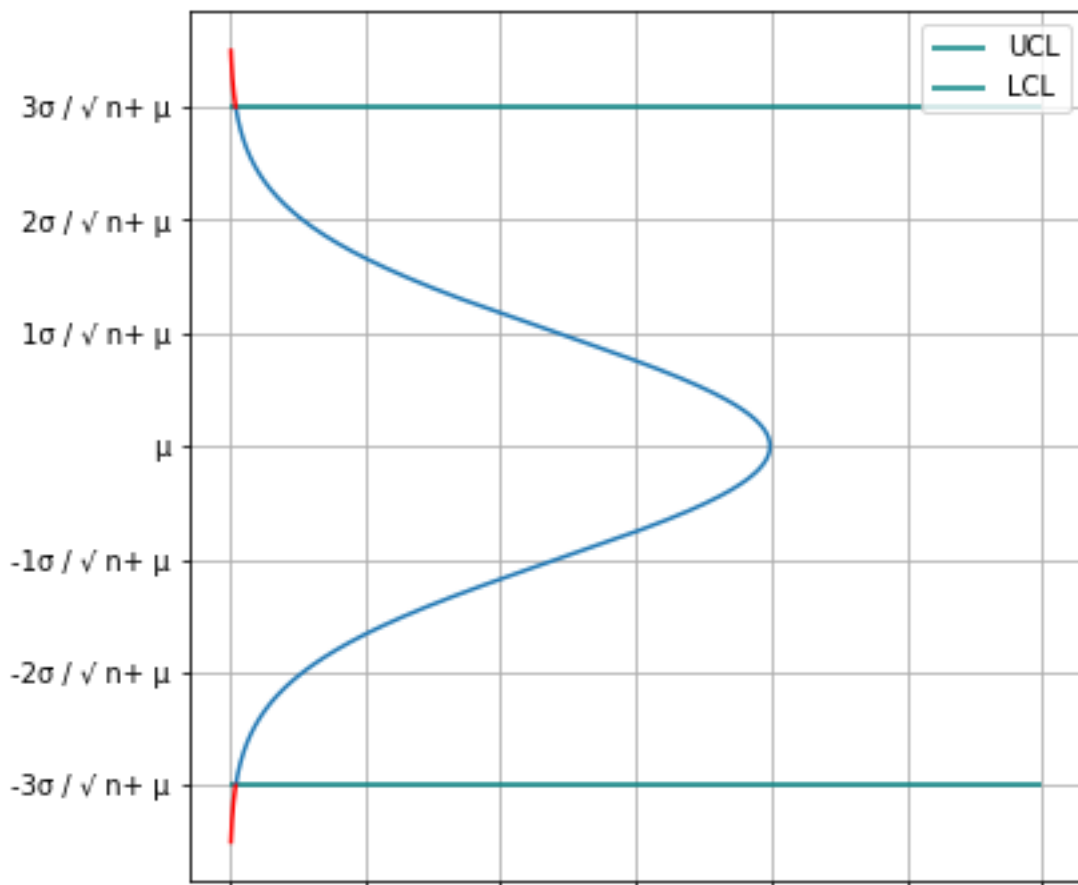
1.7.3 Riziko falešného signálu

Falešný signál je takový signál, kde bod bude mimo regulační meze, přestože proces je ve statisticky zvládnutém stavu.

Předpokladem je, že je proces pod kontrolou a $\mu = \mu_0$, a pravděpodobnost falešného signálu:

$$P = P(X \leq LCL) + P(X \geq UCL) = \Phi(-3) + \Phi(3) = 2 * 0,00135 = 0,0027$$

Průměrná délka přeběhu (ARL) je průměrný počet bodů, které musí být vykresleny na diagramu než bod indikuje stav mimo kontrolu.



Obr. 1.12 Oblastí falešného signálu

Zdroj: Vlastní zpracování

Při vytváření regulačních diagramů je třeba vzít v úvahu několik důležitých věcí. Musí být specifikovány dvě hlavní hodnoty, kterými jsou velikost vzorku a vzorkovací frekvence, jak často budou odebrané vzorky podrobeny kontrolnímu měření. Velikost vzorku je celkový počet pozorování ve vzorku, zatímco frekvence vzorku ukazuje, jak často je třeba vzorky odebírat. Musí existovat kompromis mezi velikostí vzorku a vzorkovací frekvencí. Způsob, jak určit velikost vzorku a frekvenci, je průměrná délka běhu. Průměrná délka přeběhu regulačního diagramu procesu ukazuje minimální datové body, které musí být vykresleny, dokud se nevymknou kontrole. Průměrnou délku přeběhu lze vypočítat jako $1/p$, kde p je pravděpodobnost, že datový bod bude mimo kontrolní limity.

$$ARL = \frac{1}{p} = \frac{1}{0,0027} = 370$$

To znamená, že každý 370. bod bude mimo regulační meze, ale proces bude ve statisticky zvládnutém stavu.

Tab. 1.1 Falešný signál

skutečná střední hodnota procesu	p	ARL
μ_0	0,0027	370

Zdroj: Vlastní zpracování

1.7.4 Riziko chybějícího signálu

Druhá situace je posun střední hodnoty. V tabulce jsou vypočítané hodnoty ARL pro posun střední hodnoty s kroky po násobcích 0,2 směrodatných odchylek.

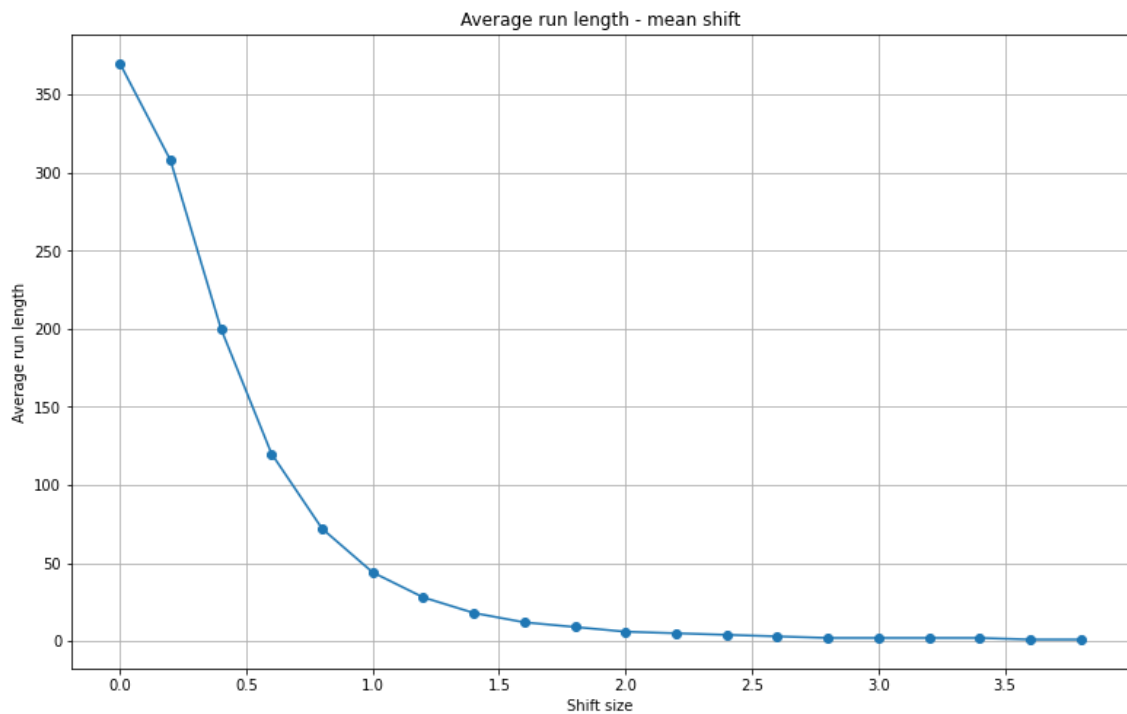
Tab. 1.2 Posun střední hodnoty

Posun střední hodnoty s	ARL
0	370
0,2	308
0,4	200
0,6	120
0,8	72
1	44
1,2	28
1,4	18
1,6	12
1,8	9
2	6
2,2	5

Posun střední hodnoty s	ARL
2,4	4
2,6	3
2,8	2
3	2
3,2	2
3,4	2
3,6	1
3,8	1

Zdroj: Vlastní zpracování

Na základě tabulky byl sestaven graf:



Obr. 1.13 ARL pro posun střední hodnoty

Zdroj: Vlastní zpracování

Jak se dá vidět z přechodního grafu, existuje přímá souvislost mezi rizikem falešného signálu a rizikem chybějícího signálu. V praxi je přijatelné používat hraniční meze plus, minus tři sigma, ale v některých případech je možné stanovit mnohem přesnější hranici, kde riziko falešného signálu bude menší, ale posun střední hodnoty bude citlivější.

1.8 Výrobek

V této práci bude datový soubor pozorované veličiny pro aplikování regulačních diagramů od české výrobní firmy. Firma se zabývá kovoobráběním, vrtáním a frézováním. Vzhledem k tomu, že firma je dodavatelem třetí linie v automobilovém průmyslu pro jednu nadnárodní společnost, kvalita výrobku musí splňovat předem stanovené požadavky.

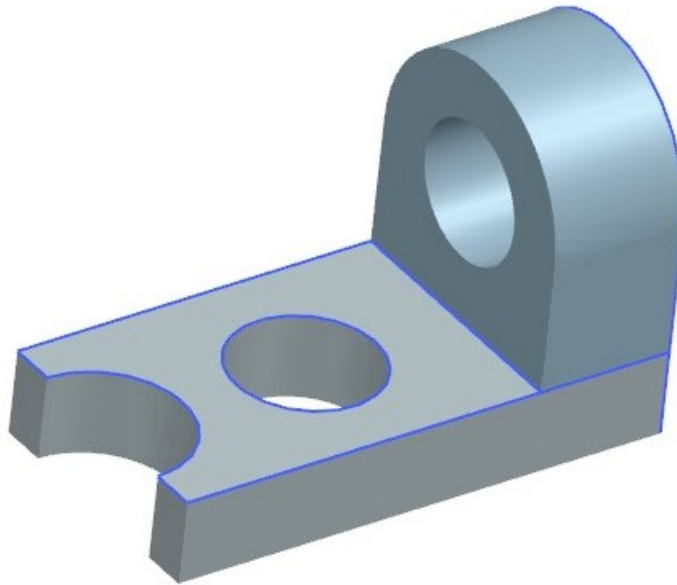
Jedním z výrobků, při jehož výrobě bude zavedena kontrola s pomocí regulačních diagramů, je výrobek číslo 154789, který se vyrábí frézováním s pomocí CNC frézky.

Dle zahraničních zdrojů může být vznik variability spojen s:

1. operátorem,
2. materiálem,
3. strojem.

Ale při výrobě s pomocí CNC stroje je chyba operátora vyloučena a zároveň je materiál pro výrobu od jednoho certifikovaného dodavatele a prochází jeho kontrolou, aby splňoval normu ČSN.

Pro lepší zobrazení výrobku s pomocí CAD softwaru Siemens NX byl vytvořen 3D model.



Obr. 1.14 Výrobek číslo 154789

Zdroj: Vlastní zpracování, Siemens NX

Jak bylo zjištěno na základě předchozích stížností od odběratele, výrobek číslo 154789 občas nesplňuje specifikační limit $26 \pm 0,7 \text{ mm}$ pro uložení ložiska v centru. Nesplnění specifikačních limitů u výrobku vede k odmítnutí celé dodávky a finančních nákladů na zpracování nových výrobků, dopravu a utilizaci neshodných.

1.9 Stanovení četností a velikostí výběru

Stanovení velikosti výběru je jednou z hlavních otázek, protože malá velikost výběru nebude přesně představovat celou populaci a ve výsledcích může dojít ke chybným odklonům od stanovených kontrolních limitů. Naopak velká velikost výběru má negativní ekonomický vliv (měření probíhá v pracovní době, což přidává hodnotu konečnému výrobku, ale z pozice konečného kupujícího nemá žádnou přidanou hodnotu), a zároveň znamená zbytečnou práci, která nebude mít žádoucí výsledek.

Stanovení velikosti výběru bylo poprvé zavedeno v americké armádě v roce 1957 „Military standard Sampling procedures and tables for inspection by variables for percent

defective“ [3] , kde byla stanovena velikost pro procentuální počet neshodných jednotek přípustných v populaci. V dnešní době byl tento standard nahrazen standardem ANSI/ASQC Z1.9-1993. V roce 1999 stanovila mezinárodní organizace ISO standard pro počet neshodných jednotek ISO 2859-1.

V diplomové práci budou používané principy pro četnost a velikost výběru, které uvádí D. Montgomery [4]:

1. Větší četnost výběru tam, kde se výrobní podmínky často mění.
2. Větší četnost výběru, pokud jsou náklady na výrobu neshodných produktů vysoké.
3. Pokud náklady na kontrolu jsou větší než náklady spojené s pozdním odhalením, je velikost výběru menší.
4. Pokud náklady na kontrolu jsou menší než náklady spojené s pozdním odhalením, je velikost výběru je větší.

Stanovení četností výběru podle rychlosti výroby je zobrazena v tabulce:

Tab. 1.3 Vztah mezi objemem výroby a počtem kontrolovaných výrobků

Objem výroby	1-65	66-110	111-180	181-300	301-500	501-800	801-1300	1301-3200	3201-8000	8001-2200
Počet kontrolovaných výrobků	5	10	15	25	30	35	40	50	60	85

Zdroj: Pokročilejší metody statistické regulace procesu [5]

Vzhledem k tomu, že výrobní proces je úplně automatický a počet výrobků za jednosměnný provoz je 100 kusů, bude stanovena velikost výběrů $n = 10$.

1.10 Stanovení způsobu výběru

Další nutnost pro používání regulačních diagramů je stanovení způsobu odebírání vzorků do výběru.

Počet možností výběru je:

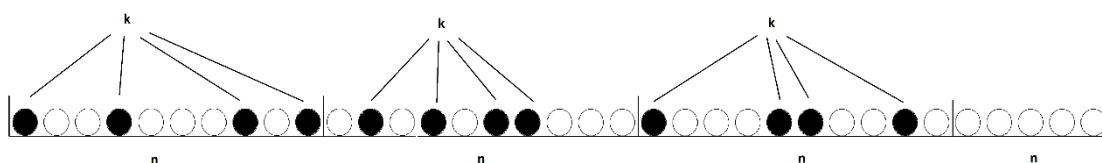
$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \quad , \quad (1.15)$$

kde n rovná se počet výrobků v kontrolním intervalu, k je velikosti výběru.

Jak bylo stanoveno v předchozí kapitole, je velikost výběru $k = 10$ a interval výběru $n = 100$. Tím pádem je podle výše uvedeného vzorce počet možných kombinací:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{100!}{10!(100-10)!} = 17\,310\,309\,456\,440$$

První možnost je náhodný výběr pozorovaných výrobků ve stanoveném kontrolním intervalu.

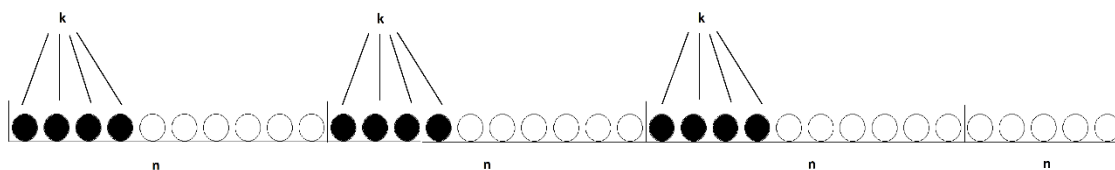


Obr. 1.15 Náhodný výběr vzorku ke kontrolnímu měření

Zdroj: Vlastní zpracování

Pro malosériovou výrobu náhodný výběr nebude mít vliv na sestavení regulačních diagramů, ale pro hromadnou výrobu se může stát, že malé odchylky ve výrobním procesu budou bez rychlé reakce na diagramu, což může vést k finančním ztrátám.

Druhý a velmi stabilní způsob je odebírat pozorované vzorky k výběru v určitých intervalech.



Obr. 1.16 Výběr vzorku v určitých intervalech

Zdroj: Vlastní zpracování

Po stanovení velikosti výběru, který se rovná 10, a způsobu výběru na začátku každé směny s pomocí digitálního posuvného měřítka, byly od 7. srpna do 1. září u výrobku změřené hodnoty průměru.



Obr. 1.17 Digitální posuvné měřítko

Zdroj: Vlastní zpracování

Digitální měřítko má větší přesnost, krok měření je 0,01 mm. Výsledky měření byly zpracované a uložené do následující tabulky.

Tab. 1.4 Hodnoty měření průměru za 20 dní

	Výrobek									
Datum	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
7.08	25,97	25,87	25,99	25,73	25,58	25,68	25,83	25,72	25,77	26,28
8.08	25,85	26,02	25,89	25,89	26,16	25,85	25,82	25,97	25,9	26,12
9.08	26,11	26,28	25,81	26,01	25,9	26,05	25,81	26,02	26,1	25,97
10.08	25,73	25,89	26,16	25,89	25,77	25,67	25,85	25,98	26,14	26,02

	Výrobek									
Datum	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11.08	25,92	25,74	26,12	26,21	25,92	26,05	25,91	26,28	25,91	26,02
14.08	26,25	26,06	26,08	26,29	25,98	26,06	25,6	26,09	25,99	25,85
15.08	25,6	25,9	25,99	25,92	26,17	26,12	26,01	25,83	26,21	25,93
16.08	26,27	26,29	25,94	26,18	25,99	25,93	25,49	25,89	26,09	25,98
17.08	26,36	25,78	26,1	25,91	26,06	26,23	26,33	26,08	25,86	25,79
18.08	26,31	25,99	25,92	26,15	26,01	26,08	26,25	26,18	26,34	25,96
21.08	25,78	25,72	25,63	25,98	25,76	25,9	26,25	25,83	25,84	25,86
22.08	26,05	25,92	26,38	25,78	26,13	26,17	25,85	25,87	25,77	25,84
23.08	25,95	26,18	26,11	25,89	25,8	25,95	26,21	25,97	25,91	25,94
24.08	26,07	26,23	26,19	26,1	25,77	26,03	25,84	25,95	25,8	25,86
25.08	26,15	25,76	26,15	26,33	26,4	26,27	26,09	25,9	25,95	25,99
28.08	25,99	25,99	25,8	26,1	26,09	25,83	26,22	26,09	25,92	25,81
29.08	26,23	26,27	26,16	25,75	26,09	25,56	25,95	26,22	26,27	25,93
30.08	25,83	25,62	26,08	25,86	26,07	26,07	26,07	25,99	25,7	25,8
31.08	26,31	25,93	25,8	26,05	25,65	26,04	25,82	25,96	26,02	25,86
1.09	26,21	25,71	26,4	25,78	26,28	25,92	25,9	26,31	25,62	25,92

Zdroj: Příloha B

V tabulce je první řádek datum měření a každý pracovní den bylo změřeno prvních deset výrobků. Celkem za období bylo změřeno 200 výrobků a na základě výsledku byla ověřena normalita dat a sestrojené regulační diagramy.

Vzhledem k tomu, že operátor obsluhuje souběžné 3 CNC frézky a pro aplikace regulačních diagramů není nutné pozorovat každý výrobek, to opravdu není finančně náročná metoda zvýšení kvality a je to velmi účinný nástroj předcházení produkci výrobků nespňujících stanovené specifikační limity.

2 Ověření normality dat

V kapitole jsou různé nástroje k ověření normality dat. Jedná se o grafické a statistické metody, které spočívají v testování nulové a alternativní hypotézy.

2.1 Sestrojení histogramu

V Tab. 1.4 Hodnoty měření průměru za 20 dní jsou změřené hodnoty průměr za 20 dní, což dává celkem 200 hodnot. Při sestavení histogramu, jak bylo uvedeno výše, musíme najít minimální a maximální hodnoty:

$$x_{min} = 25,49$$

$$x_{max} = 26,4$$

Variační rozpětí:

$$V = x_{max} - x_{min} = 0,91$$

Počet tříd, podle Sturgesova pravidla:

$$k = 1 + 3,32 * \ln(200) = 19$$

Šířka tříd:

$$h = \frac{V}{k} = \frac{0,91}{18,59} = 0,04895$$

Dále můžeme stanovit hranice tříd, které začínají $x_{min} + h$ a vypočtená data uložit do tabulky, ve které jsou hranici tříd a jejich četnost:

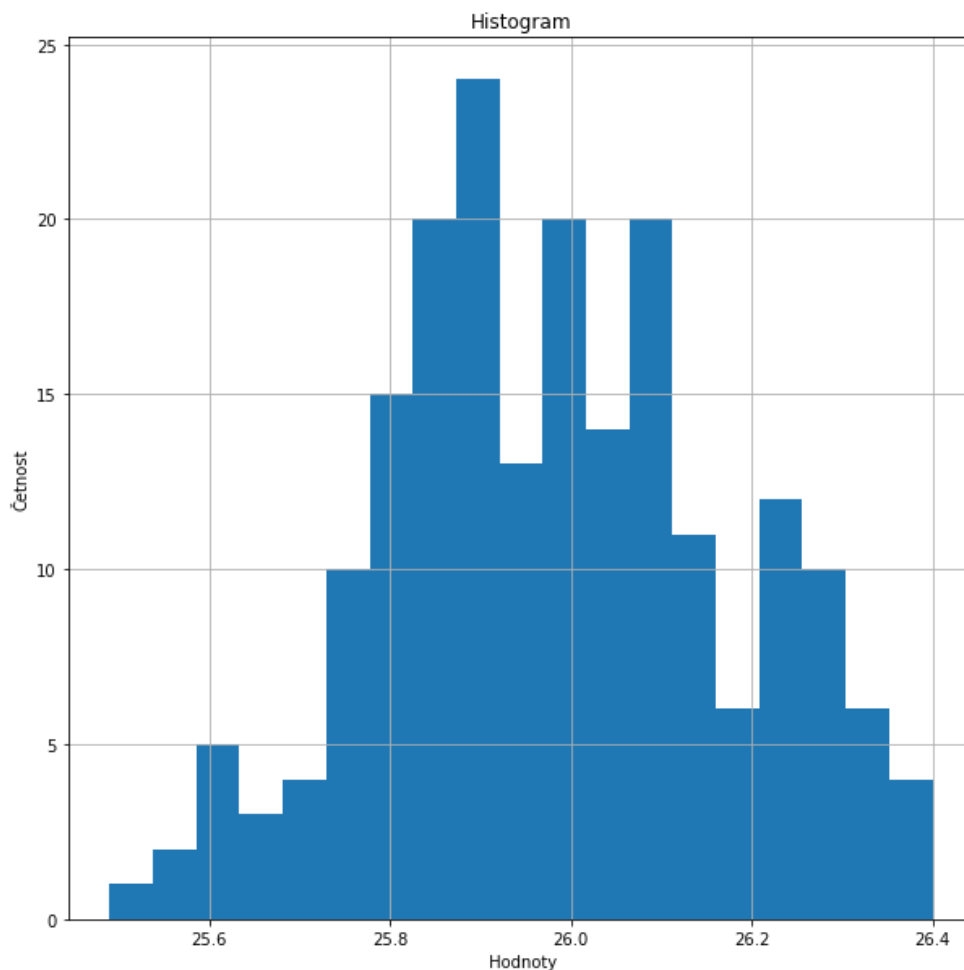
Tab. 2.1 Třídy, jejich hranice a četnost

	od	do	Četnost
1	25,49	25,53895	1
2	25,53895	25,5879	2
3	25,5879	25,63685	5
4	25,63685	25,6858	3
5	25,6858	25,73475	4
6	25,73475	25,7837	10
7	25,7837	25,83265	15
8	25,83265	25,8816	20
9	25,8816	25,93055	24
10	25,93055	25,9795	13

	od	do	Četnost
11	25,9795	26,02845	20
12	26,02845	26,0774	14
13	26,0774	26,12635	20
14	26,12635	26,1753	11
15	26,1753	26,22425	6
16	26,22425	26,2732	12
17	26,2732	26,32215	10
18	26,32215	26,3711	6
19	26,3711	26,42005	4

Zdroj: Vlastní zpracování

Podle hodnot z tabulky vypočítaných četností se dá sestrotit histogram, kde na ose x jsou hranice tříd a na ose y jsou jejich četnosti.



Obr. 2.1 Histogram sestrotjený na základě vypočítaných hodnot

Zdroj: Vlastní zpracování

Histogram ukazuje rozdělení pozorovaného datového souboru, který byl získán od výrobní firmy, a největší hodnota četnosti leží uprostřed histogramu. Interval od 25,8816 mm do 25,93055 mm má největší počet změřených hodnot, zároveň se nachází v centru pořadových čísel intervalů. Ostatní sloupce se nacházejí po obou stranách od centrálního sloupce.

Pokud se porovná histogram sestrojený na základě vypočítaných hodnot s histogramem normálního rozdělení na obrázku a histogramem normálního rozdělení uvedeného v teoretické části nebo s histogramem χ^2 , tvar histogramu je velice podobný normálnímu rozdělení víc než χ^2 rozdělení.

Podle histogramu zde nemůžeme rozhodnout o normalitě rozdělení, protože není symetrický a existují odchylky.

2.2 Q-Q graf

Sestrojení Q-Q grafu sestává z výpočtu kvantilů teoretické distribuce a praktických údajů. Prvním krokem je vypočítání kvantilů rozdělení náhodné proměnné z dat získaných při produkci výrobku.

Pro sestavení kvantil-kvantil grafu je nutné vypočítat průměr a směrodatnou odchylku:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (2.1)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{25,97 + 25,87 + \dots + 25,62 + 25,92}{200} = 25,9$$

kde je \bar{x} průměr, x_i jsou zaměřené hodnoty pro $i=1, 2, \dots, n$.

Směrodatná odchylka:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n - 1}} \quad (2.2)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(25,98 - 25,97)^2 + (25,98 - 25,87)^2 + \dots + (25,98 - 25,92)^2}{200 - 1}} = 0,188907$$

Dále musím vypočítat pro každou získanou hodnotu z -skóre, základní funkce pro vypočet:

$$z = \frac{(x_i - \bar{x})}{\sigma}, \quad (2.3)$$

kde je \bar{x} - průměr, σ - směrodatná odchylka.

$$z(25,49) = \frac{(x_i - \bar{x})}{\sigma} = \frac{(25,49 - 25,98)}{0,188907} = -2,6124$$

$$z(25,56) = \frac{(x_i - \bar{x})}{\sigma} = \frac{(25,56 - 25,98)}{0,188907} = -2,24185$$

Stejným přístupem byly vypočítány kvantily pro všechny veličiny získané měřením za periodu pozorování.

$$z(26,40) = \frac{(x_i - \bar{x})}{\sigma} = \frac{(26,40 - 25,98)}{0,188907} = 2,204792$$

Následujícím krokem je vypočet kvantilů z teoretického rozdělení náhodné veličiny. Jak bylo předem uvedeno, funkce má tvar:

$$p_i = F_n(x_i) = \frac{i - 0,375}{n + 0,25}, \quad (2.4)$$

kde i je pořadí, n celkový počet hodnot. Dále s pomocí tabulky normovaného normálního rozdělení můžeme najít kvantil pro každé $F_n(x_i)$.

$$z_i = \Phi^{-1}(F_n(x_i)) \quad (2.5)$$

Po složení dvou funkcí bude kvantil i -tého pozorování:

$$z_i = \Phi^{-1}(F_n(x_i)) = \Phi^{-1}\left(\frac{i - 0,375}{n + 0,25}\right) \quad (2.6)$$

$$p_1 = \left(\frac{1 - 0,375}{200 + 0,25}\right) = 0,003121 \quad z_{0,003121} = \Phi^{-1}(p_1) = \Phi^{-1}(0,003121) = -2,73$$

$$p_2 = \left(\frac{2 - 0,375}{200 + 0,25} \right) = 0,008115 \quad z_{0,008115} = \Phi^{-1}(p_2) = \Phi^{-1}(0,008115) = -2,40$$

Podobným způsobem byla vypočítaná pravděpodobnost pro všechny pozorované veličiny

$$p_{200} = \left(\frac{200 - 0,375}{200 + 0,25} \right) = 0,996879 \quad z_{0,996879} = \Phi^{-1}(p_{200}) = \Phi^{-1}(0,996879) = 2,73$$

Po vypočítání můžu získané kvantily přidat do tabulky a seřadit podle pozorovaných hodnot.

Tab. 2.2 Teoretické a empirické kvantily

	Teoretické	Empirické		Teoretické	Empirické		Teoretické	Empirické
n	z	Z	n	z	z	n	z	z
1	-2,7348	-2,74	68	-0,4188	-0,42	135	0,4463	0,45
2	-2,4038	-2,41	69	-0,4052	-0,41	136	0,4602	0,47
3	-2,223	-2,23	70	-0,3916	-0,4	137	0,4741	0,48
4	-2,0947	-2,1	71	-0,3781	-0,38	138	0,4882	0,49
5	-1,9937	-2	72	-0,3647	-0,37	139	0,5023	0,51
6	-1,9097	-1,91	73	-0,3514	-0,36	140	0,5166	0,52
7	-1,8373	-1,84	74	-0,3381	-0,34	141	0,5309	0,54
8	-1,7735	-1,78	75	-0,3249	-0,33	142	0,5454	0,55
9	-1,7162	-1,72	76	-0,3117	-0,32	143	0,56	0,56
10	-1,664	-1,67	77	-0,2986	-0,3	144	0,5747	0,58
11	-1,6159	-1,62	78	-0,2855	-0,29	145	0,5895	0,59
12	-1,5714	-1,58	79	-0,2725	-0,28	146	0,6045	0,61
13	-1,5297	-1,53	80	-0,2595	-0,26	147	0,6196	0,62
14	-1,4906	-1,5	81	-0,2466	-0,25	148	0,6348	0,64
15	-1,4536	-1,46	82	-0,2337	-0,24	149	0,6502	0,66
16	-1,4185	-1,42	83	-0,2209	-0,23	150	0,6657	0,67

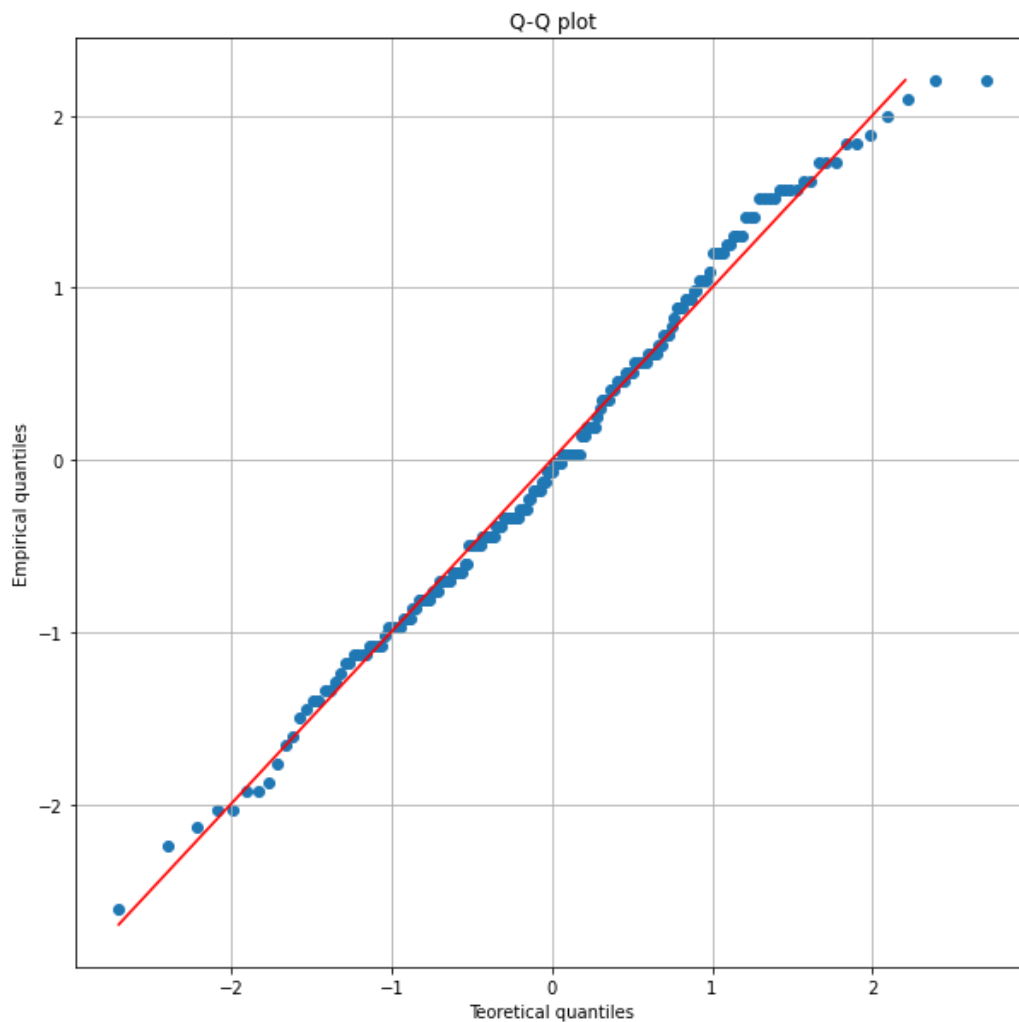
	Teoretické	Empirické		Teoretické	Empirické		Teoretické	Empirické
n	z	Z	n	z	z	n	z	z
17	-1,3851	-1,39	84	-0,2081	-0,21	151	0,6814	0,69
18	-1,3531	-1,36	85	-0,1953	-0,2	152	0,6973	0,7
19	-1,3225	-1,33	86	-0,1826	-0,19	153	0,7134	0,72
20	-1,2931	-1,3	87	-0,1698	-0,17	154	0,7296	0,73
21	-1,2647	-1,27	88	-0,1572	-0,16	155	0,746	0,75
22	-1,2373	-1,24	89	-0,1445	-0,15	156	0,7627	0,77
23	-1,2109	-1,22	90	-0,1319	-0,14	157	0,7795	0,78
24	-1,1852	-1,19	91	-0,1192	-0,12	158	0,7966	0,8
25	-1,1603	-1,17	92	-0,1067	-0,11	159	0,8139	0,82
26	-1,1361	-1,14	93	-0,0941	-0,1	160	0,8315	0,84
27	-1,1126	-1,12	94	-0,0815	-0,09	161	0,8493	0,85
28	-1,0896	-1,09	95	-0,069	-0,07	162	0,8674	0,87
29	-1,0672	-1,07	96	-0,0564	-0,06	163	0,8857	0,89
30	-1,0454	-1,05	97	-0,0439	-0,05	164	0,9044	0,91
31	-1,024	-1,03	98	-0,0313	-0,04	165	0,9234	0,93
32	-1,0031	-1,01	99	-0,0188	-0,02	166	0,9428	0,95
33	-0,9826	-0,99	100	-0,0063	-0,01	167	0,9625	0,97
34	-0,9625	-0,97	101	0,0063	0,01	168	0,9826	0,99
35	-0,9428	-0,95	102	0,0188	0,02	169	1,0031	1,01
36	-0,9234	-0,93	103	0,0313	0,04	170	1,024	1,03
37	-0,9044	-0,91	104	0,0439	0,05	171	1,0454	1,05
38	-0,8857	-0,89	105	0,0564	0,06	172	1,0672	1,07
39	-0,8674	-0,87	106	0,069	0,07	173	1,0896	1,09

	Teoretické	Empirické		Teoretické	Empirické		Teoretické	Empirické
n	z	Z	n	z	z	n	z	z
40	-0,8493	-0,85	107	0,0815	0,09	174	1,1126	1,12
41	-0,8315	-0,84	108	0,0941	0,1	175	1,1361	1,14
42	-0,8139	-0,82	109	0,1067	0,11	176	1,1603	1,17
43	-0,7966	-0,8	110	0,1192	0,12	177	1,1852	1,19
44	-0,7795	-0,78	111	0,1319	0,14	178	1,2109	1,22
45	-0,7627	-0,77	112	0,1445	0,15	179	1,2373	1,24
46	-0,746	-0,75	113	0,1572	0,16	180	1,2647	1,27
47	-0,7296	-0,73	114	0,1698	0,17	181	1,2931	1,3
48	-0,7134	-0,72	115	0,1826	0,19	182	1,3225	1,33
49	-0,6973	-0,7	116	0,1953	0,2	183	1,3531	1,36
50	-0,6814	-0,69	117	0,2081	0,21	184	1,3851	1,39
51	-0,6657	-0,67	118	0,2209	0,23	185	1,4185	1,42
52	-0,6502	-0,66	119	0,2337	0,24	186	1,4536	1,46
53	-0,6348	-0,64	120	0,2466	0,25	187	1,4906	1,5
54	-0,6196	-0,62	121	0,2595	0,26	188	1,5297	1,53
55	-0,6045	-0,61	122	0,2725	0,28	189	1,5714	1,58
56	-0,5895	-0,59	123	0,2855	0,29	190	1,6159	1,62
57	-0,5747	-0,58	124	0,2986	0,3	191	1,664	1,67
58	-0,56	-0,56	125	0,3117	0,32	192	1,7162	1,72
59	-0,5454	-0,55	126	0,3249	0,33	193	1,7735	1,78
60	-0,5309	-0,54	127	0,3381	0,34	194	1,8373	1,84
61	-0,5166	-0,52	128	0,3514	0,36	195	1,9097	1,91
62	-0,5023	-0,51	129	0,3647	0,37	196	1,9937	2

	Teoretické	Empirické		Teoretické	Empirické		Teoretické	Empirické
n	z	Z	n	z	z	n	z	z
63	-0,4882	-0,49	130	0,3781	0,38	197	2,0947	2,1
64	-0,4741	-0,48	131	0,3916	0,4	198	2,223	2,23
65	-0,4602	-0,47	132	0,4052	0,41	199	2,4038	2,41
66	-0,4463	-0,45	133	0,4188	0,42	200	2,7348	2,74
67	-0,4325	-0,44	134	0,4325	0,44			

Zdroj: Vlastní zpracování

Na základě vypočítaných kvantilů byl sestrojen následující graf:



Obr. 2.2 Q-Q graf na základě získaných údajů

Zdroj: Vlastní zpracování

V grafu se nacházejí hodnoty teoretických a empirických kvantilů. Největší nakupení teček je uprostřed grafu, protože, jak bylo uvedeno v teoretické části, normální rozdělení má symetrický tvar kolem střední hodnoty. Body leží rovnoměrně na přímce, takže se podle grafu dá říct, že data mají normální rozdělení, ale v daném případě je nejlepší ověřit normalitu dat s pomocí pravděpodobnost-pravděpodobnost grafu nebo s pomocí statistických testů, což bude přesnější.

2.3 P-P graf

Pro sestavení grafu je nutné vypočítat pravděpodobnost rozdělení teoretického a empirického rozdělení náhodných veličin.

Teoretická pravděpodobnost se, jak bylo uvedeno výše, vypočítá podle vzorce (2.4).

$$p_1 = F_{200}(x_1) = \frac{1 - 0,375}{200 + 0,25} = 0,0031$$

$$p_2 = F_{200}(x_2) = \frac{2 - 0,375}{200 + 0,25} = 0,0081$$

Stejným způsobem vypočítám pravděpodobnost pro všechny n až do konce, kde je $n=200$:

$$p_{200} = F_{200}(x_{200}) = \frac{200 - 0,375}{200 + 0,25} = 0,9968$$

Pravděpodobnost rozdělení hodnot získaných měření je vypočítaná z jejich kvantilů podle vzorce 2.4 a zatím se s pomocí tabulky hodnot distribuční funkce normované normální náhodné veličiny (příloha H) dají najít jejich hodnoty pravděpodobnosti.

Vypočítané hodnoty pravděpodobnosti byly uloženy do Tab. 2.2 Teoretické a empirické kvantily.

Tab. 2.3 Hodnoty pravděpodobností

	Teoretické	Empirické		Teoretické	Empirické		Teoretické	Empirické
i	p	p	i	p	p	i	p	p
1	0,003121	0,003122	68	0,337703	0,337703	135	0,672285	0,672285
2	0,008115	0,008115	69	0,342697	0,342697	136	0,677278	0,677279

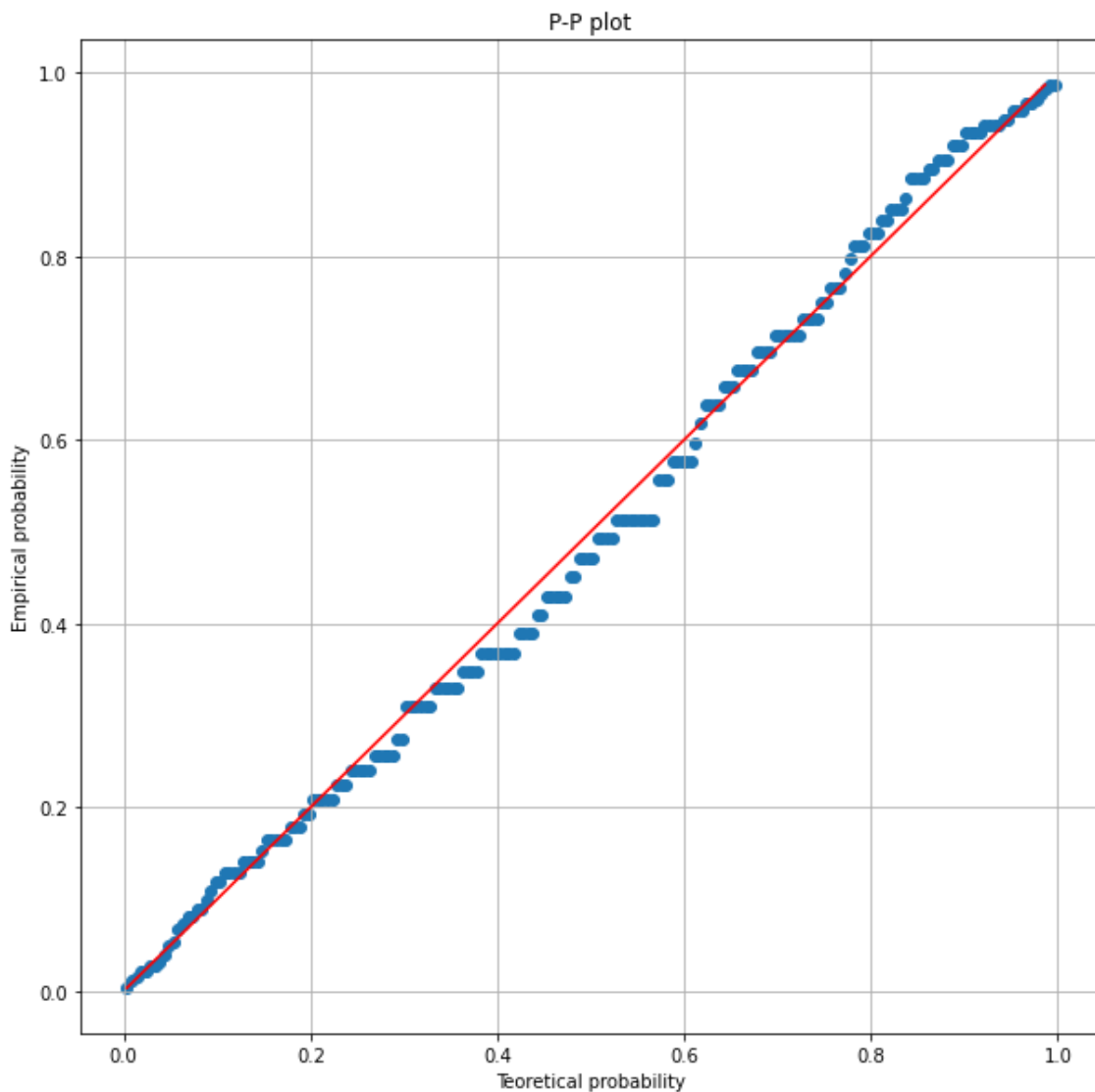
	Teoretické	Empirické		Teoretické	Empirické		Teoretické	Empirické
i	p	p	i	p	p	i	p	p
3	0,013109	0,013109	70	0,34769	0,347691	137	0,682272	0,682273
4	0,018102	0,018103	71	0,352684	0,352685	138	0,687266	0,687266
5	0,023096	0,023097	72	0,357678	0,357678	139	0,69226	0,69226
6	0,02809	0,02809	73	0,362672	0,362672	140	0,697253	0,697254
7	0,033084	0,033084	74	0,367665	0,367666	141	0,702247	0,702248
8	0,038077	0,038078	75	0,372659	0,37266	142	0,707241	0,707241
9	0,043071	0,043072	76	0,377653	0,377653	143	0,712235	0,712235
10	0,048065	0,048065	77	0,382647	0,382647	144	0,717228	0,717229
11	0,053059	0,053059	78	0,38764	0,387641	145	0,722222	0,722223
12	0,058052	0,058053	79	0,392634	0,392635	146	0,727216	0,727216
13	0,063046	0,063047	80	0,397628	0,397628	147	0,73221	0,73221
14	0,06804	0,06804	81	0,402622	0,402622	148	0,737203	0,737204
15	0,073034	0,073034	82	0,407615	0,407616	149	0,742197	0,742198
16	0,078027	0,078028	83	0,412609	0,41261	150	0,747191	0,747192
17	0,083021	0,083022	84	0,417603	0,417603	151	0,752185	0,752185
18	0,088015	0,088015	85	0,422597	0,422597	152	0,757179	0,757179
19	0,093009	0,093009	86	0,427591	0,427591	153	0,762172	0,762173
20	0,098002	0,098003	87	0,432584	0,432585	154	0,767166	0,767167
21	0,102996	0,102997	88	0,437578	0,437579	155	0,77216	0,77216
22	0,10799	0,107991	89	0,442572	0,442572	156	0,777154	0,777154
23	0,112984	0,112984	90	0,447566	0,447566	157	0,782147	0,782148
24	0,117978	0,117978	91	0,452559	0,45256	158	0,787141	0,787142
25	0,122971	0,122972	92	0,457553	0,457554	159	0,792135	0,792135

	Teoretické	Empirické		Teoretické	Empirické		Teoretické	Empirické
i	p	p	i	p	p	i	p	p
26	0,127965	0,127966	93	0,462547	0,462547	160	0,797129	0,797129
27	0,132959	0,132959	94	0,467541	0,467541	161	0,802122	0,802123
28	0,137953	0,137953	95	0,472534	0,472535	162	0,807116	0,807117
29	0,142946	0,142947	96	0,477528	0,477529	163	0,81211	0,81211
30	0,14794	0,147941	97	0,482522	0,482522	164	0,817104	0,817104
31	0,152934	0,152934	98	0,487516	0,487516	165	0,822097	0,822098
32	0,157928	0,157928	99	0,492509	0,49251	166	0,827091	0,827092
33	0,162921	0,162922	100	0,497503	0,497504	167	0,832085	0,832085
34	0,167915	0,167916	101	0,502497	0,502497	168	0,837079	0,837079
35	0,172909	0,172909	102	0,507491	0,507491	169	0,842072	0,842073
36	0,177903	0,177903	103	0,512484	0,512485	170	0,847066	0,847067
37	0,182896	0,182897	104	0,517478	0,517479	171	0,85206	0,85206
38	0,18789	0,187891	105	0,522472	0,522472	172	0,857054	0,857054
39	0,192884	0,192884	106	0,527466	0,527466	173	0,862047	0,862048
40	0,197878	0,197878	107	0,532459	0,53246	174	0,867041	0,867042
41	0,202871	0,202872	108	0,537453	0,537454	175	0,872035	0,872035
42	0,207865	0,207866	109	0,542447	0,542447	176	0,877029	0,877029
43	0,212859	0,212859	110	0,547441	0,547441	177	0,882022	0,882023
44	0,217853	0,217853	111	0,552434	0,552435	178	0,887016	0,887017
45	0,222846	0,222847	112	0,557428	0,557429	179	0,89201	0,89201
46	0,22784	0,227841	113	0,562422	0,562422	180	0,897004	0,897004
47	0,232834	0,232834	114	0,567416	0,567416	181	0,901998	0,901998
48	0,237828	0,237828	115	0,572409	0,57241	182	0,906991	0,906992

	Teoretické	Empirické		Teoretické	Empirické		Teoretické	Empirické
i	p	p	i	p	p	i	p	p
49	0,242821	0,242822	116	0,577403	0,577404	183	0,911985	0,911986
50	0,247815	0,247816	117	0,582397	0,582398	184	0,916979	0,916979
51	0,252809	0,252809	118	0,587391	0,587391	185	0,921973	0,921973
52	0,257803	0,257803	119	0,592385	0,592385	186	0,926966	0,926967
53	0,262797	0,262797	120	0,597378	0,597379	187	0,93196	0,931961
54	0,26779	0,267791	121	0,602372	0,602373	188	0,936954	0,936954
55	0,272784	0,272785	122	0,607366	0,607366	189	0,941948	0,941948
56	0,277778	0,277778	123	0,61236	0,61236	190	0,946941	0,946942
57	0,282772	0,282772	124	0,617353	0,617354	191	0,951935	0,951936
58	0,287765	0,287766	125	0,622347	0,622348	192	0,956929	0,956929
59	0,292759	0,29276	126	0,627341	0,627341	193	0,961923	0,961923
60	0,297753	0,297753	127	0,632335	0,632335	194	0,966916	0,966917
61	0,302747	0,302747	128	0,637328	0,637329	195	0,97191	0,971911
62	0,30774	0,307741	129	0,642322	0,642323	196	0,976904	0,976904
63	0,312734	0,312735	130	0,647316	0,647316	197	0,981898	0,981898
64	0,317728	0,317728	131	0,65231	0,65231	198	0,986891	0,986892
65	0,322722	0,322722	132	0,657303	0,657304	199	0,991885	0,991886
66	0,327715	0,327716	133	0,662297	0,662298	200	0,996879	0,996879
67	0,332709	0,33271	134	0,667291	0,667291			

Zdroj: Vlastní zpracování

Na základě tabulky číslo Tab. 2.4 Hodnoty pravděpodobností byl sestaven následující graf:



Obr. 2.3 P-P graf na základě získaných údajů

Zdroj: Vlastní zpracování

Data můžeme porovnat s 45° srovnávací přímkou v linii od (0,0) do (1,1). Tato dvě rozdělení jsou stejná právě tehdy, když graf leží na této přímce – jakákoli odchylka indikuje rozdíl mezi distribucemi.

Jak se dá vidět na grafu, hodnoty pravděpodobností se nenacházejí na přímce rovnoměrně. Na koncích přímky, jak bylo uvedeno v teoretické části diplomové práce, mají data podobu normálního rozdělení, ale uprostřed je odchylka větší než u normálního rozdělení, což může znamenat, že data pocházejí z normálního rozdělení, ale je nutné s pomocí statistických testů ověřit normalitu dat pro větší spolehlivost.

2.4 Kolmogorovův-Smirnovův test

Kolmogorovův-Smirnovův test normality je neparametrický test rovnosti spojitých jednorozměrných rozdělení pravděpodobnosti, který lze použít k porovnání vzorku s referenčním rozdělením pravděpodobnosti. Je pojmenován po Andreji Kolmogorovovi a Nikolaii Smirnovovi.

Kolmogorovova-Smirnovova statistika kvantifikuje vzdálenost mezi empirickou distribuční funkcí vzorku a kumulativní distribuční funkcí referenční distribuce nebo mezi empirickými distribučními funkcemi dvou vzorků. Nulové rozdělení této statistiky se vypočítá za nulové hypotézy, že vzorek je čerpán z referenčního nebo že vzorky jsou čerpány ze stejného rozdělení (v případě dvou výběrů). V případě jednoho vzorku může být rozdělení uvažované podle nulové hypotézy spojitě, čistě diskrétní nebo smíšené.

Kolmogorovův-Smirnovův test lze upravit tak, aby sloužil jako test dobré shody. Ve speciálním případě testování normality rozdělení jsou vzorky standardizovány a porovnávány se standardním normálním rozdělením. To je ekvivalentní nastavení průměru a rozptylu referenční distribuce na stejnou hodnotu jako výběrové odhady a je známo, že jejich použití k definování specifické referenční distribuce změní nulovou distribuci testovací statistiky.

„Testy normality vycházejí z různých principů. Kolmogorovův-Smirnovův test, resp. jeho modifikace při neznámých parametrech rozdělení podle Lillieforse, Andersonův-Darlingův test nebo Cramerův-von Misesův test jsou založeny na porovnání empirické distribuční funkce $F_n(x)$ s distribuční funkcí normálního rozdělení $F(x)$, a jsou proto označovány jako testy dobré shody. Empirická distribuční funkce $F_n(x)$ přitom představuje podíl pozorování menších nebo rovných hodnotě x .“ [3, s. 30]

Kolmogorovova-Smirnovova testová statistika je založena na největším vertikálním rozdílu mezi předpokládanými a empirickými hodnotami distribuce.

Relativní četnosti z pozorovaných hodnot vydělené celkovým počtem pozorování:

$$h_j = \frac{n_j}{n}, \quad (2.7)$$

kde je n celkový počet.

Empirická distribuční funkce kumulativních relativních četností:

$$F_{emp} = \sum_{i=1}^j h_j = \sum_{i=1}^j \frac{n_j}{n} \quad (2.8)$$

Kolmogorovova–Smirnovova statistika pro danou kumulativní distribuční funkci $F(x)$ je:

$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F(x)|, \quad (2.9)$$

kde je \sup_x supremum množiny vzdáleností. Intuitivně statistika činí největší absolutní rozdíl mezi dvěma distribučními funkcemi napříč všemi hodnotami x .

Výpočet výběrového průměru:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (2.10)$$

kde je n celkový počet hodnot, i je i -tá hodnota.

$$\bar{x} = \frac{25,49 + 25,56 + \dots + 26,40}{200} = 25,9835$$

Výběrový rozptyl:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{(25,49 - 25,9835)^2 + (25,56 - 25,9835)^2 + \dots + (26,40 - 25,9835)^2}{200 - 1} \\ &= 0,035865 \end{aligned}$$

Výběrová směrodatná odchylka:

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0,035865} = 0,189381$$

Po získání výběrového průměru a výběrovou směrodatnou odchylkou byla stanovena nulová hypotéza a alternativní hypotézy:

Nulová hypotéza H_0 : data pocházejí z normálního rozdělení

Alternativní hypotéza H_A : data nepocházejí z normálního rozdělení

$$F_0(25,49) = \Phi\left(\frac{25,49 - 25,9835}{0,189381}\right) = \Phi(-2,605861221) = 0,004582$$

$$F_0(25,56) = \Phi\left(\frac{25,56 - 25,9835}{0,189381}\right) = \Phi(-2,236235516) = 0,012668174$$

Podobným způsobem byly vypočítané všechny hodnoty:

$$F_0(25,56) = \Phi\left(\frac{26,4 - 25,9835}{0,189381}\right) = \Phi(2,199272946) = 0,98607074$$

Testovací statistika:

$$D = \max\{D_1, D_2, \dots, D_i\}, \quad (2.12)$$

kde

$$D_i^* = \left\{ \left| F_0(x_i) - \frac{i-1}{n} \right|, \left| \frac{i}{n} - F_0(x_i) \right| \right\} \quad (2.13)$$

pro $i = 1, 2, \dots, n$

Pozorovaná hodnota testovací statistiky, která byla vypočítaná a uložena do tabulky, uvedena v příloze I :

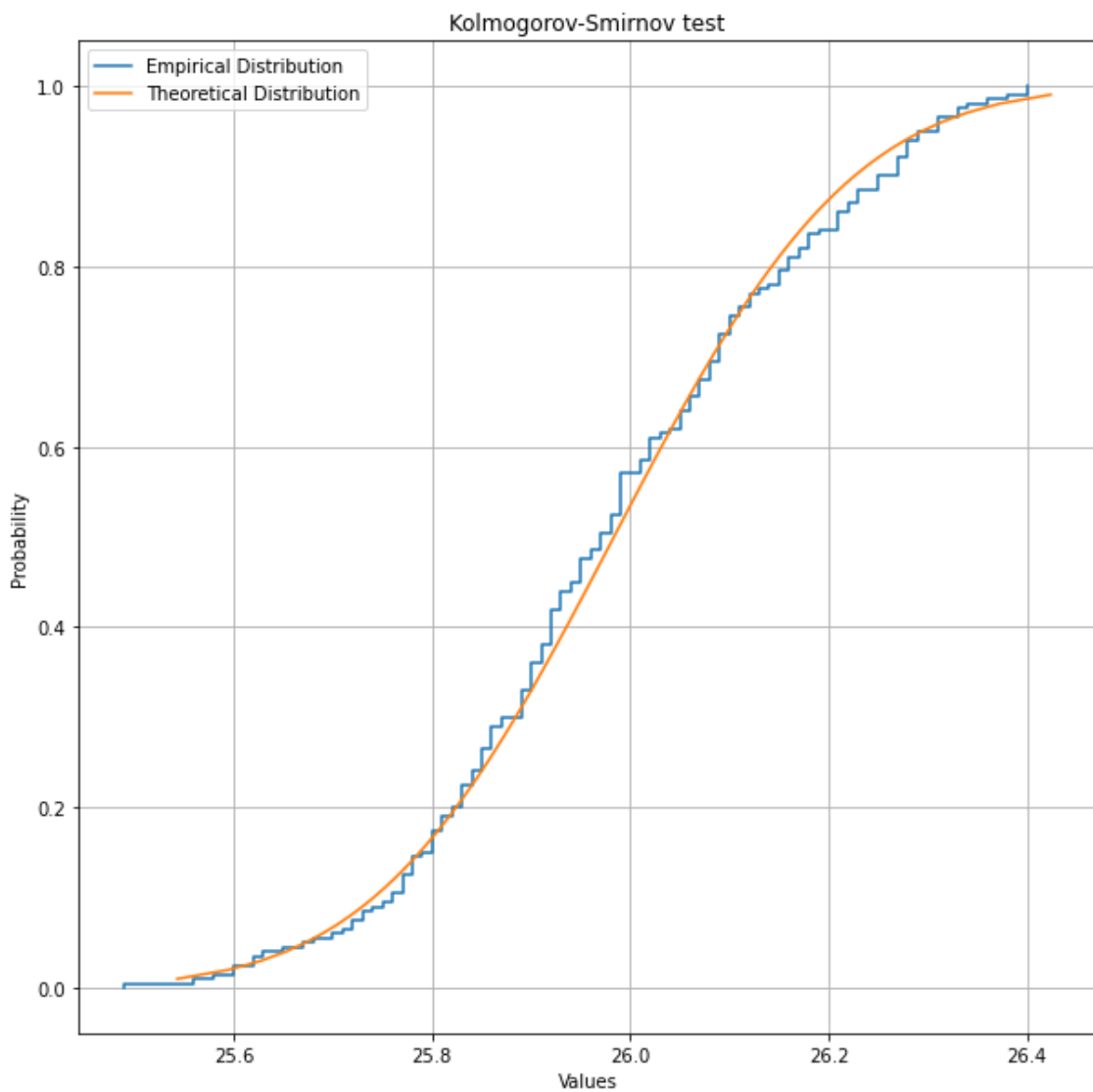
$$x = D = \max\{D_1, D_2, \dots, D_{200}\} = \max\{0,004582179; 0,007668174; \dots; 0,01392926\} = 0,056310037$$

Kritická hodnota pro testování při $\alpha = 0,05$ a $n > 40$:

$$x_{kr} = \frac{1,36}{\sqrt{n}} = \frac{1,36}{\sqrt{200}} = 0,09616652$$

Jelikož $x < 0,09616652$, nulovou hypotézu o normálním rozdělení dat na hladině významnosti 5 % nezamítám.

Tedy s 95% spolehlivostí měřené hodnoty pocházejí z normálního rozdělení.



Obr. 2.4 Kolmogorovův–Smirnovův test

Zdroj: Vlastní zpracování

Na obrázku je graficky uvedena Kolmogorovova-Smirnovova statistika pro výběr $n = 200$, kde je maximální rozdíl mezi empirickou a teoretickou hodnotou funkce $D = 0.05631003660740996$.

3 Sestrojení regulačních diagramů

Sestrojení regulačních diagramů pomáhá při vizuální kontrole rozhodnout o stabilitě procesu a umožňuje predikovat kritickou změnu procesu ovlivňující kvalitu výrobků.

V kapitole jsou sestaveny dva typy diagramů:

1. diagram pro průměr,
2. diagram pro směrodatnou odchylku.

X-grafy se používají ke sledování střední hodnoty procesu na základě vzorků odebraných z procesu v daných časech (hodiny, směny, dny, týdny, měsíce atd.). Měření vzorků v daném čase tvoří podskupinu.

Typicky se pro odhad střední hodnoty a směrodatné odchylky procesu používá počáteční série podskupin. Průměr a směrodatná odchylka se pak použijí k vytvoření kontrolních limitů pro průměr každé podskupiny. Během toho by v počáteční fázi měl být proces pod kontrolou. Pokud jsou body během počáteční (odhadové) fáze mimo kontrolu, měla by být určena vymežitelná příčina a podskupina by měla být odstraněna z odhadu.

3.1 Regulační diagram X-průměr

Diagram pro průměr se používá ke sledování výkonnosti procesu kontinuálních dat a dat, která mají být shromažďována v podskupinách v nastavených časových obdobích. Jedná se ve skutečnosti o graf pro sledování střední hodnoty procesu a změn procesu v průběhu času a je příkladem statistického řízení procesu.

Jak bylo ověřeno v předchozích kapitolách, že pozorovací data mají normální rozdělení a může se sestrojít regulační diagram pro průměr.

Pro sestrojení x-průměr regulačního diagramu je nezbytné vypočítat střední hodnotu z průměrů výběrů a stanovit hraniční meze.

Průměrná hodnota pro i -tý výběr:

$$\bar{x}_i = \frac{\sum_{j=1}^n x_{ij}}{n} \quad (3.1)$$

Zde $j=1, 2, \dots, n$ a j -tý element podskupiny je:

$$\bar{x}_1 = \frac{25,97 + 25,87 + \dots + 26,28}{10} = 25,842$$

$$\bar{x}_2 = \frac{25,85 + 26,02 + \dots + 26,12}{10} = 25,947$$

Podobným způsobem byly vypočítané ostatní hodnoty průměrů

$$\bar{x}_{20} = \frac{26,21 + 25,71 + \dots + 25,92}{10} = 26,005$$

Vypočítané hodnoty průměru výběru byly uloženy do tabulky:

Tab. 3.1 Průměry výběrů

x_{ij}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	\bar{x}_i
1	25,97	25,87	25,99	25,73	25,58	25,68	25,83	25,72	25,77	26,28	25,842
2	25,85	26,02	25,89	25,89	26,16	25,85	25,82	25,97	25,9	26,12	25,947
3	26,11	26,28	25,81	26,01	25,9	26,05	25,81	26,02	26,1	25,97	26,006
4	25,73	25,89	26,16	25,89	25,77	25,67	25,85	25,98	26,14	26,02	25,91
5	25,92	25,74	26,12	26,21	25,92	26,05	25,91	26,28	25,91	26,02	26,008
6	26,25	26,06	26,08	26,29	25,98	26,06	25,6	26,09	25,99	25,85	26,025
7	25,6	25,9	25,99	25,92	26,17	26,12	26,01	25,83	26,21	25,93	25,968
8	26,27	26,29	25,94	26,18	25,99	25,93	25,49	25,89	26,09	25,98	26,005
9	26,36	25,78	26,1	25,91	26,06	26,23	26,33	26,08	25,86	25,79	26,05
10	26,31	25,99	25,92	26,15	26,01	26,08	26,25	26,18	26,34	25,96	26,119
11	25,78	25,72	25,63	25,98	25,76	25,9	26,25	25,83	25,84	25,86	25,855
12	26,05	25,92	26,38	25,78	26,13	26,17	25,85	25,87	25,77	25,84	25,976
13	25,95	26,18	26,11	25,89	25,8	25,95	26,21	25,97	25,91	25,94	25,991
14	26,07	26,23	26,19	26,1	25,77	26,03	25,84	25,95	25,8	25,86	25,984
15	26,15	25,76	26,15	26,33	26,4	26,27	26,09	25,9	25,95	25,99	26,099

x_{ij}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	\bar{x}_i
16	25,99	25,99	25,8	26,1	26,09	25,83	26,22	26,09	25,92	25,81	25,984
17	26,23	26,27	26,16	25,75	26,09	25,56	25,95	26,22	26,27	25,93	26,043
18	25,83	25,62	26,08	25,86	26,07	26,07	26,07	25,99	25,7	25,8	25,909
19	26,31	25,93	25,8	26,05	25,65	26,04	25,82	25,96	26,02	25,86	25,944
20	26,21	25,71	26,4	25,78	26,28	25,92	25,9	26,31	25,62	25,92	26,005

Zdroj: Vlastní zpracování

Střední hodnota:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{n} = \frac{25,842 + 25,947 + \dots + 26,005}{20} = 25,9835$$

Výběrová směrodatná odchylka se vypočítá podle vzorce:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n - 1}} \quad (3.2)$$

Tak pro každou skupinu vypočítám výběrovou směrodatnou odchylku:

$$s_1 = \sqrt{\frac{(25,842 - 25,97)^2 + (25,842 - 25,87)^2 + \dots + (25,842 - 26,28)^2}{9}} = 0,1996$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{(25,947 - 25,85)^2 + (25,947 - 26,02)^2 + \dots + (25,947 - 26,12)^2}{9}} = 0,11776$$

Podobným způsobem byly vypočítané ostatní hodnoty pro výběrovou směrodatnou odchylkou:

$$s_{20} = \sqrt{\frac{(26,005 - 26,21)^2 + (26,005 - 25,71)^2 + \dots + (26,005 - 25,92)^2}{9}} = 0,27448$$

Vypočítané hodnoty směrodatné odchylky výběru byli uloženy do tabulky:

Tab. 3.2 Směrodatné odchylky podskupin

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	s_i
1	25,97	25,87	25,99	25,73	25,58	25,68	25,83	25,72	25,77	26,28	0,1996
2	25,85	26,02	25,89	25,89	26,16	25,85	25,82	25,97	25,9	26,12	0,11776
3	26,11	26,28	25,81	26,01	25,9	26,05	25,81	26,02	26,1	25,97	0,14385
4	25,73	25,89	26,16	25,89	25,77	25,67	25,85	25,98	26,14	26,02	0,16546
5	25,92	25,74	26,12	26,21	25,92	26,05	25,91	26,28	25,91	26,02	0,16185
6	26,25	26,06	26,08	26,29	25,98	26,06	25,6	26,09	25,99	25,85	0,1958
7	25,6	25,9	25,99	25,92	26,17	26,12	26,01	25,83	26,21	25,93	0,17875
8	26,27	26,29	25,94	26,18	25,99	25,93	25,49	25,89	26,09	25,98	0,23057
9	26,36	25,78	26,1	25,91	26,06	26,23	26,33	26,08	25,86	25,79	0,21255
10	26,31	25,99	25,92	26,15	26,01	26,08	26,25	26,18	26,34	25,96	0,14985
11	25,78	25,72	25,63	25,98	25,76	25,9	26,25	25,83	25,84	25,86	0,16933
12	26,05	25,92	26,38	25,78	26,13	26,17	25,85	25,87	25,77	25,84	0,1999
13	25,95	26,18	26,11	25,89	25,8	25,95	26,21	25,97	25,91	25,94	0,13228
14	26,07	26,23	26,19	26,1	25,77	26,03	25,84	25,95	25,8	25,86	0,16426
15	26,15	25,76	26,15	26,33	26,4	26,27	26,09	25,9	25,95	25,99	0,20196
16	25,99	25,99	25,8	26,1	26,09	25,83	26,22	26,09	25,92	25,81	0,14284
17	26,23	26,27	26,16	25,75	26,09	25,56	25,95	26,22	26,27	25,93	0,24171
18	25,83	25,62	26,08	25,86	26,07	26,07	26,07	25,99	25,7	25,8	0,17039
19	26,31	25,93	25,8	26,05	25,65	26,04	25,82	25,96	26,02	25,86	0,17958
20	26,21	25,71	26,4	25,78	26,28	25,92	25,9	26,31	25,62	25,92	0,27448

Zdroj: Vlastní zpracování

Průměr směrodatné odchylky je:

$$\bar{s} = \frac{0,1996 + 0,1177 + \dots + 0,27448}{20} = 0,18164$$

Po vypočítání průměrů podskupin a směrodatné odchylky se můžou stanovit regulační meze a centrální přímka:

Horní regulační mez:

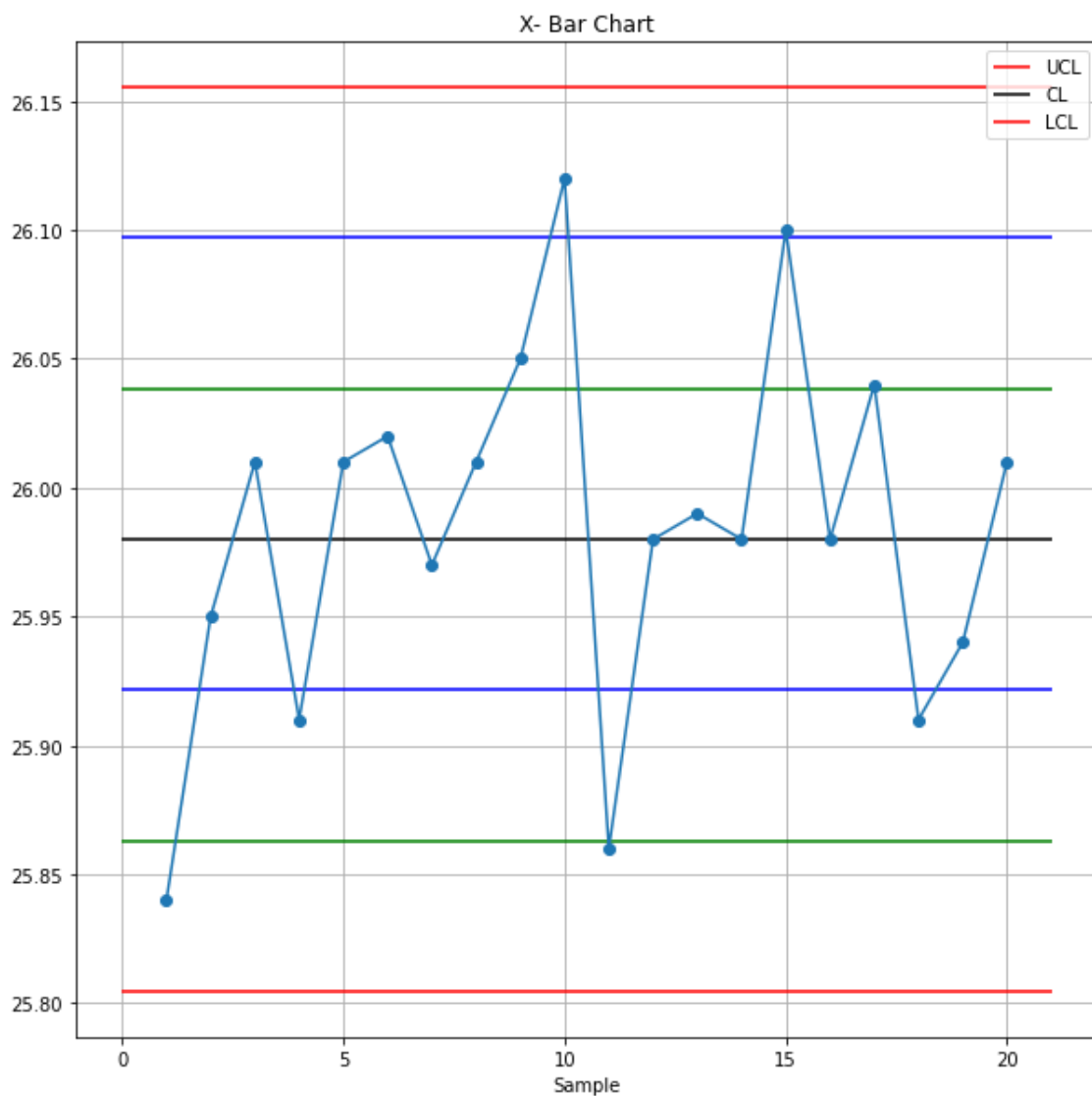
$$UCL = \bar{\bar{x}} + A_3\bar{s} = 25,9835 + 0,975 \cdot 0,18164 = 26,161$$

Centrální přímka:

$$CL = \bar{\bar{x}} = 25,9835$$

Dolní regulační mez:

$$LCL = \bar{\bar{x}} - A_3\bar{s} = 25,9835 - 0,975 \cdot 0,18164 = 25,806$$

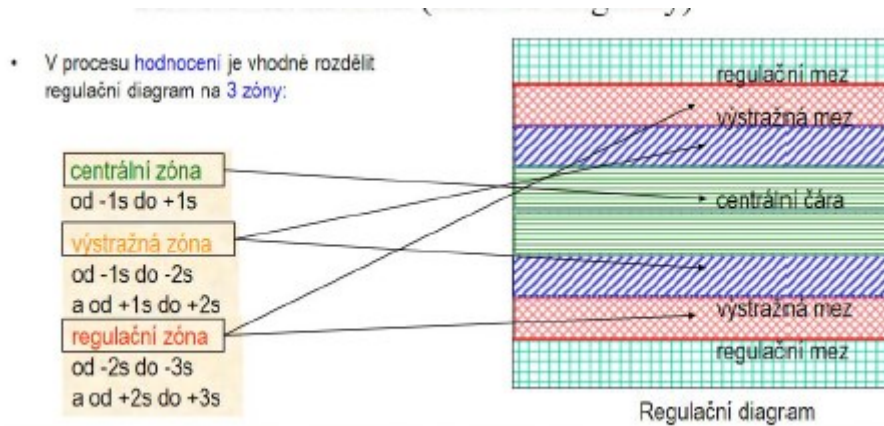


Obr. 3.1 Regulační diagram pro průměr

Zdroj: Vlastní zpracování

Na grafu jsou všechny body mezi horním a dolním kontrolním limitem, což znamená, že proces je statisticky zvládnutý. Toto pravidlo bylo zavedeno v roce 1920 Walterem Schewartem a později v roce 1984 bylo Lloydem S. Nelsonem přidáno dalších sedm pravidel, s pomocí kterých dá se předcházet trendu změny procesu, jeho nenahodilosti.

3.2 Hodnocení regulačního diagramu pro průměr



Obr. 3.2 Meze regulačního diagramu

Zdroj: [2]

Nelsonova pravidla jsou metodou řízení procesu, která určuje, zda je některá měřená proměnná mimo kontrolu (nepředvídatelná versus konzistentní). Pravidla pro odhalování „mimo kontrolu“ nebo nenáhodných podmínek poprvé postuloval Walter A. Shewhart ve 20. letech 20. století. Nelsonova pravidla byla poprvé publikována v říjnu 1984 v časopise Journal of Quality Technology.

Jak uvedeno na obrázku Obr. 3.2, dá se regulační diagram rozdělit na několik zón:

1. centrální zóna,
2. výstražná zóna,
3. regulační zóna.

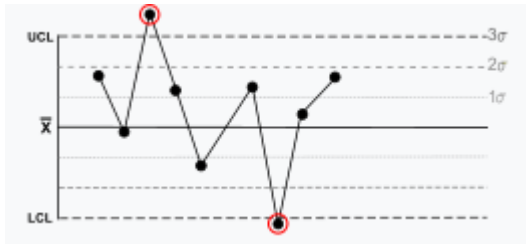
Centrální zóna je po obě strany od centrální přímky ve vzdálenosti ± 1 směrodatné odchylky.

Výstražná zóna se nachází v rozpětí mezi 1 až 2 směrodatné odchylky nad centrální přímkou nebo pod centrální přímkou -1 až -2 odchylky.

Regulační zóna se nachází v rozpětí mezi 2 až 3 směrodatné odchylky nad centrální přímkou nebo pod centrální přímkou -2 až -3 odchylky.

Po definování zón na grafu regulačního diagramu pro průměr byla ověřena následující pravidla pro hodnocení:

1. Jeden bod je více než 3 standardní odchylky od průměru.

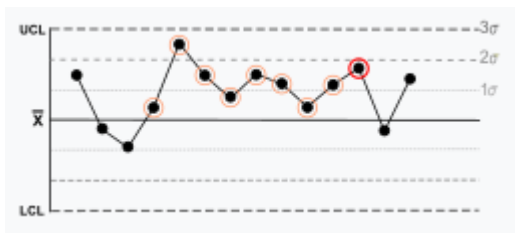


Obr. 3.3 Bod mimo regulační meze

Zdroj: [6]

Jeden vzorek (v tomto případě dva zobrazené) je zcela mimo kontrolu.

2. Devět (nebo více) bodů v řadě je na stejné straně průměru.

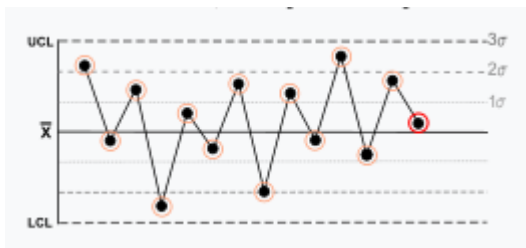


Obr. 3.4 Devět (nebo více) bodů v řadě je na stejné straně průměru.

Zdroj: [6]

Existuje určitá dlouhodobá zaujatost.

3. Čtrnáct (nebo více) bodů v řadě se střídá ve směru, který se zvyšuje a poté snižuje.



Obr. 3.5 Čtrnáct (nebo více) bodů v řadě

Zdroj: [6]

Tato velká oscilace je mimo šum. Pravidlo se týká pouze směrovosti. Poloha průměru a velikost směrodatné odchylky nemají žádný vliv.

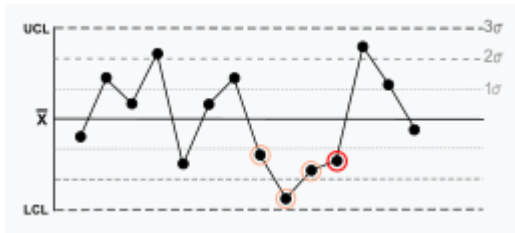
4. Dva (nebo tři) ze tří bodů za sebou vzdálenost od průměru více než 2 směrodatné odchylky

Obr. 3.6 Dva (nebo tři) ze tří bodů za sebou mají více než 2 směrodatné odchylky

Zdroj: [6]

Vzorky mají střední tendenci být středně mimo kontrolu. Strana střední hodnoty pro třetí bod není specifikována.

5. Čtyři (nebo pět) z pěti bodů v řadě mají více než 1 směrodatnou odchylku od průměru ve stejném směru.

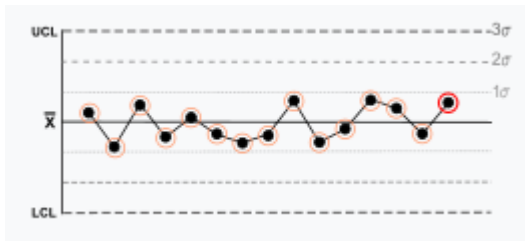


Obr. 3.7 Čtyři (nebo pět) z pěti bodů v řadě mají více než 1 směrodatnou odchylku od průměru ve stejném směru.

Zdroj: [6]

U vzorků existuje silná tendence být mírně mimo kontrolu. Strana střední hodnoty pro pátý bod není specifikována.

6. Patnáct bodů v řadě je v rámci 1 směrodatné odchylky od průměru na obou stranách průměru.

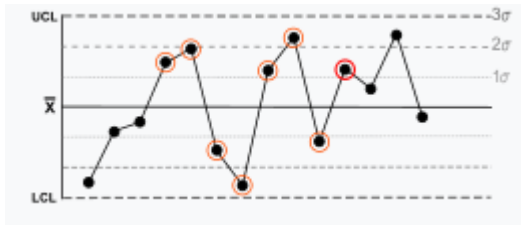


Obr. 3.8 15 bodů v řadě je v rámci 1 směrodatné odchylky od průměru na obou stranách průměru.

Zdroj: [6]

Alespoň u jednoho bodu by se očekávala větší odchylka.

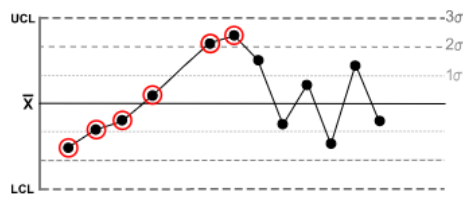
7. Existuje osm bodů v řadě, ale žádný v rámci 1 směrodatné odchylky od průměru a body jsou v obou směrech od průměru.



Obr. 3.9 Existuje 8 bodů v řadě, ale žádný v rámci 1 směrodatné odchylky od průměru a body jsou v obou směrech od průměru.

Zdroj: [6]

8. Šest (nebo více) bodů v řadě neustále stoupá, nebo klesá



Obr. 3.10 Šest (nebo více) bodů v řadě neustále stoupá, nebo klesá

Zdroj: [6]

Přeskakování shora dolů při vynechání prvního pásma standardní odchylky je zřídka náhodné.

Po prozkoumání regulačního diagramu pro průměr s pomocí předchozích pravidel se může říct, že proces je pod kontrolou a zvládnutý.

3.2 Regulační diagram pro směrodatnou odchylku

Regulační diagram pro směrodatnou odchylku neboli s-graf je typ regulačního diagramu, který se používá ke sledování dat proměnných, když jsou vzorky sbírány v pravidelných intervalech z průmyslového procesu. Je spojen s tradiční statistickou kontrolou kvality (SQC) a statistickou kontrolou procesů (SPC).

Také jako při sestavení regulačního diagramu pro průměr je nutné stanovit horní a dolní regulační meze a centrální přímkou. Vzorce pro vypočítání jsou:

Horní regulační mez UCL:

$$UCL = B_4 \bar{s} \quad (3.3)$$

Centrální přímka CL:

$$CL = \bar{s} \quad (3.4)$$

Dolní regulační mez LCL:

$$LCL = B_3 \bar{s} \quad (3.5)$$

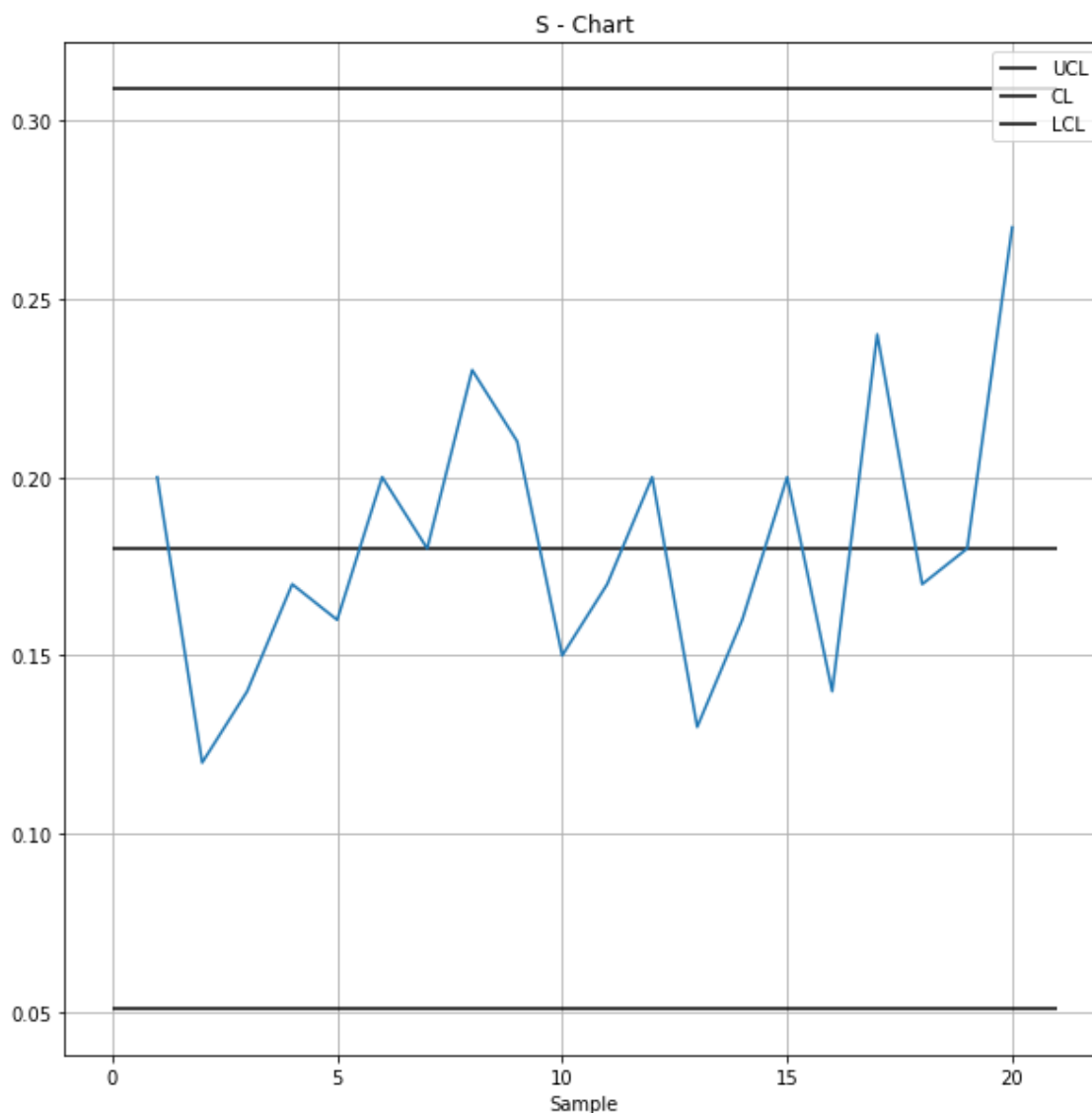
Při sestavení regulačního diagramu pro průměr byla vypočítána hodnota $\bar{s} = 0,18164$, podle tabulky z přílohy získám koeficienty $B_3 = 0,2837$ a $B_4 = 1,7163$ a byly vypočítané regulační meze a centrální přímka:

$$UCL = 1,7163 \cdot 0,18164 = 0,308934$$

$$CL = 0,18164$$

$$LCL = 0,2837 \cdot 0,18164 = 0,051066$$

Na základě získaných hodnot byl sestaven regulační diagram pro směrodatnou odchylku, na kterém jsou výběrové směrodatné odchylky pro každou skupinu z tabulky Tab. 3.2. předchozí podkapitole.



Obr. 3.11 Regulační diagram pro směrodatnou odchylku

Zdroj: Vlastní zpracování

V předchozí kapitole byly uvedeny další možnosti hodnocení regulačního diagramu pro průměr pomocí Nelsonových pravidel. Tato pravidla však nejsou aplikovatelná na regulační diagram pro směrodatnou odchylku. Všechny body regulačního diagramu jsou mezi horní a dolní meze a zároveň byly hodnoceny podle jiných pravidel, výsledkem toho je, tedy proces je pod kontrolou neboli ve statisticky zvládnutém stavu.

4 Způsobilost procesu

Tato část uvádí některá vhodná měření způsobilosti procesu pro procesy, které generují alespoň zhruba normálně distribuovaná data.

Index způsobilosti procesu nebo poměr způsobilosti procesu je statistická míra způsobilosti procesu: schopnost inženýrského procesu produkovat výstup v mezích specifikace. Pojem způsobilosti procesu má význam pouze pro procesy, které jsou ve stavu statistické kontroly. To znamená, že nemůže zohlednit odchylky, které se neočekávají, jako je např. nesprávně seřizené, poškozené nebo opotřebované vybavení. Indexy způsobilosti procesu měří, kolik "přirozených variací" proces zažívá ve vztahu k limitům jeho specifikací, a umožňují porovnat různé procesy s tím, jak dobře je organizace řídí. Poněkud neintuitivně vyšší hodnoty indexu znamenají lepší výkon, přičemž nula znamená vysokou odchylku.

„Ukazatelem způsobilosti procesu je tzv. index způsobilosti. Tato charakteristika koresponduje s chybovostí v procesu a umožňuje nám, tak různé procesy porovnávat. Základní indexy způsobilosti se značí C_p a C_{pk} .“ [2, s. 21]

Před vypočítáním a hodnocením indexu způsobilosti je nutné splnit následující požadavky:

1. Vstup procesu má obvykle alespoň jednu nebo více měřitelných charakteristik, které se používají ke specifikaci výstupů. Ty lze statisticky analyzovat; tam, kde výstupní data vykazují normální rozdělení, lze proces popsat průměrem procesu (průměrem) a směrodatnou odchylkou.
2. Je třeba vytvořit proces s příslušnými kontrolami procesu. K určení, zda je proces „ve statisticky zvládnutém stavu“, se používá analýza regulačního diagramu. Pokud proces není ve statisticky zvládnutém stavu, pak způsobilost procesu nemá žádný význam. Proto způsobilost procesu zahrnuje pouze variace se společnou příčinou a nikoli variace s vymežitelnými příčinami.
3. Z naměřeného výstupu procesu je třeba získat dávku dat. Čím více údajů je zahrnuto, tím přesnější je výsledek, nicméně odhad lze dosáhnout i s méně než 17 datovými body. To by mělo zahrnovat běžnou rozmanitost výrobních podmínek, materiálů a lidí v procesu. U vyrobeného produktu je běžné zahrnovat alespoň tři různé výrobní série, včetně start-upů.

4. Vypočítá se procesní průměr (průměr) a směrodatná odchylka. Při normální distribuci mohou chvosty přesahovat plus a minus tři směrodatné odchylky, ale tento interval by měl obsahovat asi 99,73 % produkce. Proto se pro normální distribuci dat schopnost procesu často popisuje jako vztah mezi šesti směrodatnými odchylkami a požadovanou specifikací.

Po sestrojení regulačních diagramů pro průměr a směrodatnou odchylku bylo zjištěno, že námi zkoumaný proces je statisticky zvládnutý a můžou se vypočítat jeho indexy způsobilostí.

Odhad střední hodnoty procesu:

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{x}} = 25,98 \quad (4.1)$$

Odhad směrodatné odchylky procesu:

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{s}}{c_4} = 0,18505 \quad (4.2)$$

kde C_4 je z tabulky v příloze J.

Toleranční meze výrobku je $26 \pm 0,7$, neboli:

horní: $USL = 26 + 0,7 = 26,7$,

dolní: $LSL = 26 - 0,7 = 25,3$.

Odhady indexu způsobilostí:

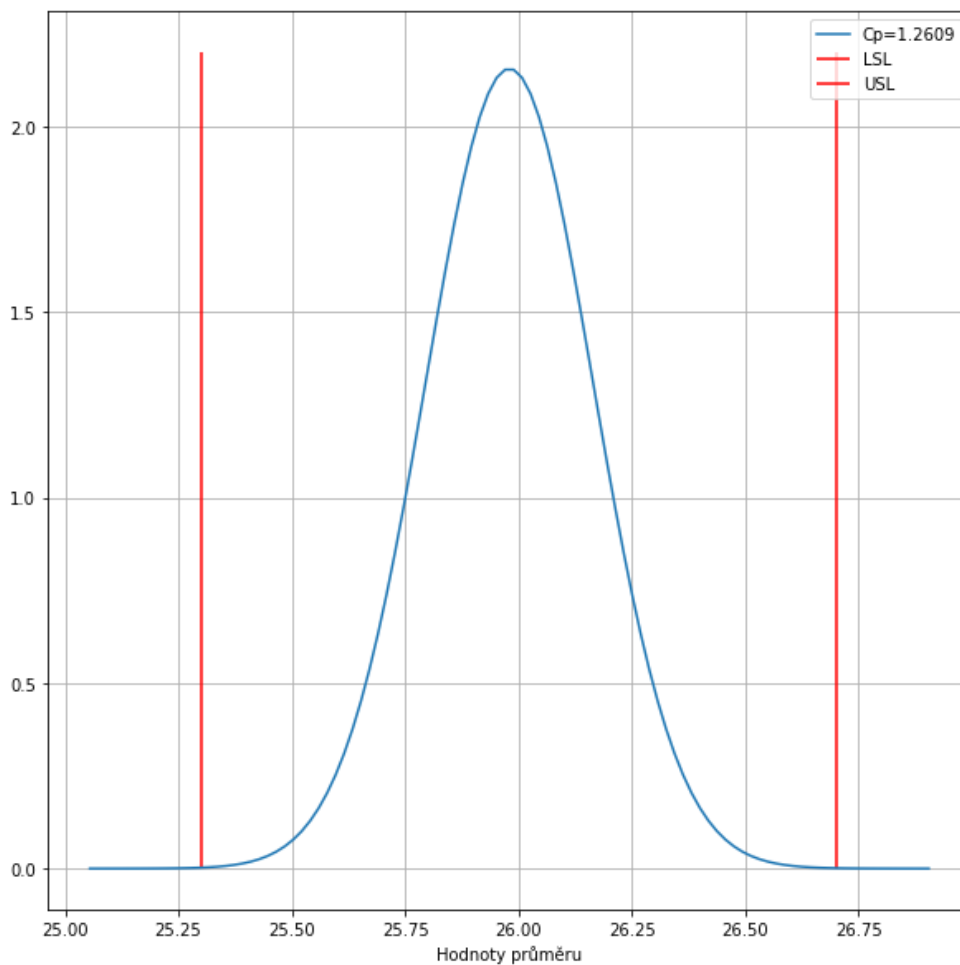
$$\widehat{C}_p = \frac{USL - LSL}{6\hat{\sigma}} = \frac{26,7 - 25,3}{6 * 0,18505} = 1,2609$$

$$\widehat{C}_{pu} = \frac{USL - \hat{\mu}}{3\hat{\sigma}} = 1,2969$$

$$\widehat{C}_{pl} = \frac{\hat{\mu} - LSL}{3\hat{\sigma}} = 1,2248$$

$$\widehat{C}_{pk} = \min\{\widehat{C}_{pu}, \widehat{C}_{pl}\} = \widehat{C}_{pl} = 1,2248$$

Jelikož hodnoty \widehat{C}_{pu} a \widehat{C}_{pl} nejsou stejné, je proces necentrováný. Vzhledem k tomu, že $\widehat{C}_{pu} > \widehat{C}_{pl}$ je proces posunut vlevo.



Obr. 4.1 Způsobilost procesu

Zdroj: Vlastní zpracování

Alespoň akademičtí odborníci doporučují následující hodnoty:

Tab. 4.1 Doporučená způsobilost procesu

	Doporučená minimální způsobilost procesu
Stávající proces	1,25
Nový proces	1,45
Kritický parametr pro stávající proces	1,45
Kritický parametr pro nový proces	1,60
Proces kvality Six Sigma	2,00

Zdroj: [4]

Po sestavení regulačních diagramů byl proces ohodnocen jako statisticky zvládnutý, ale index způsobilosti není vysoký, protože je zde příliš velká variabilita procesu, což je signálem k prozkoumání jejího původu.

Po konzultaci s dodavatelem CNC strojů byl odhalen problém, který v podstatě nebylo možno najít bez prozkoumání s pomocí regulačních diagramů, a dokonce indexu způsobilosti. Velká variabilita byla způsobena dlouhým servisním intervalem, který byl určen podle odpracovaných hodin. Servis CNC strojů je velmi náročný a předpokládá výměnu mechanických dílů, například ložisek a také kalibrace strojů.

Podklady této diplomové práce byly přeposlané výrobcí CNC strojů, byly pozitivně ohodnoceny a posloužily nejen pro zlepšení kvality pro výrobu v automobilovém průmyslu, ale zároveň byly přijaty v úvahu dodavatelem strojů, což opravdu dokazuje velmi široké možnosti využití statistického řízení procesu.

Závěr

V této diplomové práci byla aplikována metoda regulačních diagramů, která byla vyvíjena Walterem Shewhartem na začátku dvacátého století. Popularita nastala až v 80. letech, protože došlo k digitalizaci výroby a v dnešní době s pomocí přesnějších čidel a možností rychlého přenosu dat je to velmi účinný nástroj.

V první části byla popsána teoretická část statistického řízení procesu, podmínky využití (normalita dat a ověření normality) a stanovení velikosti a četnosti výběru.

V praktické části diplomové práce byly sestaveny a ohodnoceny diagramy pro průměr a směrodatnou odchylku. Což je hlavní myšlenkou statistického řízení jakosti vzhledem k tomu, že proces je statisticky zvládnutý, tedy pod kontrolou. Dále byl vypočítán index způsobilosti, který odhalil vznik nepravidelné výroby nevhodných výrobků. Variabilita procesu je vysoká, a jak bylo uvedeno na konci kapitoly 4, výrobní firma po konzultaci s dodavatelem obráběcích strojů došla k tomu, že servisní interval je příliš dlouhý a byl tedy zkrácen.

Výsledkem této diplomové práce bylo na základě aplikace regulačních diagramů ukázat jejich efektivnost a vytvoření šablony pro sestavení grafů umožnilo sledovat výrobní proces. Nízká finanční a časová náročnost vedly k tomu, že podnik zavedl sledování výrobní kvality výstupu procesu na několika strojích, což zlepšilo identifikaci, když je proces nezvládnutý, a předcházení výroby neshodných výrobků.

Seznam zdrojů

- [1] *Quality control* [online]. 6. February 2023. [cit. 2023-01-16]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/wiki/Quality_control.
- [2] ROHLEDER, Martin. *Statistické řízení procesů*. Přerov: Vysoká škola logistiky o.p.s., 2022. Dostupné na intranetu VŠLG.
- [3] *Military Standard 414: Sampling Procedure and Tables for Inspection by Variables for Percent Defective* [online]. 11. June 1957. [cit. 2023-01-18]. Dostupné z: https://elsmar.com/pdf_files/Military%20Standards/milstd414.pdf
- [4] MONTGOMERY, Douglas C. *Introduction to Statistical Quality Control*. Hoboken: Wiley & Sons, Inc. ©2009. ISBN 978-0-470-16992-6.
- [5] JAROŠOVÁ, Eva a NOSKIEVIČOVÁ, Darja. *Pokročilejší metody statistické regulace procesu*. Praha: Grada Publishing, 2015. ISBN 978-80-247-5355-3.
- [6] NATRELLA, Mary. *Engineering Statistics Handbook* [online]. 91rd ed. [cit. 2023-01-20]. Dostupné z: <https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>

Seznam grafických objektů

Obr. 1.1 Hustota pravděpodobnosti několika normálních rozdělení	13
Obr. 1.2 Distribuční funkce několika normálních rozdělení	14
Obr. 1.3 Graf normálního rozdělení.....	17
Obr. 1.4 Histogram normálního rozdělení, příklad.....	20
Obr. 1.5 Histogram χ^2 rozdělení pravděpodobnosti	21
Obr. 1.6 Příklad Q-Q graf, Normální rozdělení pravděpodobnosti	24
Obr. 1.7 Příklad Q-Q graf, χ^2 rozdělení pravděpodobnosti	25
Obr. 1.8 P-P graf, Normální rozdělení pravděpodobnosti	27
Obr. 1.9 P-P graf, χ^2 rozdělení pravděpodobnosti	28
Obr. 1.10 Základní struktura regulačního diagramu.....	30
Obr. 1.11 Příklad S grafu	32
Obr. 1.12 Oblastí falešného signálu.....	33
Obr. 1.13 ARL pro posun střední hodnoty	35
Obr. 1.14 Výrobek číslo 154789.....	37
Obr. 1.15 Náhodný výběr vzorku ke kontrolnímu měření.....	39
Obr. 1.16 Výběr vzorku v určitých intervalech	39
Obr. 1.17 Digitální posuvné měřítko	40
Obr. 2.1 Histogram sestrojený na základě vypočítaných hodnot	43
Obr. 2.2 Q-Q graf na základě získaných údajů.....	49
Obr. 2.3 P-P graf na základě získaných údajů	54
Obr. 2.4 Kolmogorovův–Smirnovův test	58
Obr. 3.1 Regulační diagram pro průměr	65
Obr. 3.2 Meze regulačního diagramu	66
Obr. 3.3 Bod mimo regulační meze	67
Obr. 3.4 Devět (nebo více) bodů v řadě je na stejné straně průměru.....	67
Obr. 3.5 Čtrnáct (nebo více) bodů v řadě	67
Obr. 3.6 Dva (nebo tři) ze tří bodů za sebou mají více než 2 směrodatné odchylky	68
Obr. 3.7 Čtyři (nebo pět) z pěti bodů v řadě mají více než 1 směrodatnou odchylku od průměru ve stejném směru.....	68
Obr. 3.8 15 bodů v řadě je v rámci 1 směrodatné odchylky od průměru na obou stranách průměru.....	68

Obr. 3.9 Existuje 8 bodů v řadě, ale žádný v rámci 1 směrodatné odchylky od průměru a body jsou v obou směrech od průměru.	69
Obr. 3.10 Regulační diagram pro směrodatnou odchylku	71
Obr. 4.1 Způsobilost procesu	74

Seznam zkratek

- 5M Metoda 5M - Man, Machine, Material, Method, Movement
- ARL průměrná délka běhu - Average Run Length
- AT&T zkratka pro americký telefon a telegraf - American Telephone & Telegraph
- CAD Computer aided design
- CDF spojité kumulativní rozdělení
- CNC počítačové numerické řízení - Computer Numerical Control
- ISO Mezinárodní organizace pro standartizace - International Organization for Standardization
- JUSE sdružení japonských vědců - Union of Japanese Scientists and Engineers
- Q-Q kvantil-kvantil - Quantile-Quantile
- SŘP statistické řízení procesu - Statistical process control
- SQC statistická kontrola kvality – Statistical quality control

Seznam příloh

- Příloha A Výkres výrobku číslo 154789
- Příloha B Výsledky měření za období
- Příloha C Zdrojový kód pro sestavení histogramu
- Příloha D Zdrojový kód normovaného normálního rozdělení
- Příloha E Zdrojový kód hustoty pravděpodobností normálního rozdělení
- Příloha F Zdrojový kód pro sestavení kvantil-kvantil grafu
- Příloha G Zdrojový kód pro sestavení p-p grafu
- Příloha H Hodnoty distribuční funkce normované normální náhodné veličiny
- Příloha I Hodnoty testovací statistiky
- Příloha J Hodnoty A_3, B_3, B_4, C_4

Zdrojový kód pro sestrojení histogramu

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def histogram(data):

    n = len(data)
    k =int(round(( 1 + 3.32*np.log(n)),0))

    count, bins, ignored = plt.hist(data, k , density=False)

    plt.title('Histogram')
    plt.xlabel(' Hodnoty')
    plt.ylabel('Četnost')
    plt.rcParams["figure.figsize"] = (10,10)
    plt.grid()
    plt.show()
```

Zdrojový kód normovaného normálního rozdělení

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import norm

#x-axis ranges from -4 and 4 with .001 steps
x = np.arange(-3, 3, 0.001)

#plot normal distribution with mean 0 and standard deviation 1
plt.plot(x, norm.pdf(x, 0, 1))

plt.rcParams["figure.figsize"] = (10,10)

plt.grid()

locs, labels=plt.xticks()

#x_ticks = []

new_xticks=[]

for i in range(len(locs)):
    if locs[i] ==0:
        val = '\u03BC'
    else:
        n = int(locs[i])
        val = str(n) + '\u03C3'+ '+ \u03BC'
    new_xticks.append(val)
plt.xticks(locs,new_xticks, horizontalalignment='right')

plt.vlines(x = [-3,3], ymin = 0, ymax = 0.52, colors = 'teal')
plt.hlines(xmin = -3, xmax = 3, y = 0.52, colors = 'teal')
plt.text(0.0, 0.53, '99.73%', fontsize= 'large')

plt.vlines(x = [-2,2], ymin = 0, ymax = 0.47, colors = 'teal')
plt.hlines(xmin = -2, xmax = 2, y = 0.47, colors = 'teal')
plt.text(0.0, 0.48, '95.45%', fontsize= 'large')

plt.vlines(x = [-1,1], ymin = 0, ymax = 0.42, colors = 'teal')
plt.hlines(xmin = -1, xmax = 1, y = 0.42, colors = 'teal')
plt.text(0.0, 0.43, '68.27%', fontsize= 'large')

plt.show()
```

Zdrojový kód hustoty pravděpodobností normálního rozdělení

```
# Normal Distribution
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def make_gauss(N, sig, mu):
    return lambda x: N/(sig * (2*np.pi)**.5) * np.e ** (-(x-
mu)**2/(2 * sig**2))

def main():
    ax = plt.figure().add_subplot(1,1,1)
    x = np.arange(-6, 6, 0.01)
    s = np.sqrt([0.2, 1, 5])
    m = [0, 0, 0]
    c = ['b', 'r', 'y', 'g']

    for sig, mu, color in zip(s, m, c):
        gauss = make_gauss(1, sig, mu)(x)
        ax.plot(x, gauss, color, linewidth=2)

    plt.rcParams["figure.figsize"] = (10,10)
    plt.grid()
    plt.xlim(-6, 6)
    plt.ylim(0, 1)
    plt.legend(['rozptyl = 0.2', 'rozptyl = 1.0', 'rozptyl = 5.0'],
loc='best')
    plt.xlabel('x')
    plt.ylabel('F(x)')
    plt.show()

if __name__ == '__main__':
    main()
```

Zdrojový kód distribuční funkce normálního rozdělení

```
def make_gauss(N, sig, mu):
    return lambda x: N/(sig * (2*np.pi)**.5) * np.e ** (-(x-
mu)**2/(2 * sig**2))

def main():
    ax = plt.figure().add_subplot(1,1,1)
    x = np.arange(-6, 6, 0.01)
    s = np.sqrt([0.2, 1, 5])
    m = [0, 0, 0]
    c = ['b', 'r', 'y', 'g']

    for sig, mu, color in zip(s, m, c):
        gauss = make_gauss(1, sig, mu)(x)
        cdf = np.cumsum(gauss)
        ax.plot(x, cdf, color, linewidth=2)

    plt.grid()

    plt.legend(['rozptyl = 0.2', 'rozptyl = 1.0', 'rozptyl = 5.0'],
loc='best')
    plt.xlabel('x')
    #plt.ylabel('F(x)')
    plt.show()

main()
```

Zdrojový kód pro sestrojení kvantil-kvantil grafu

```

import math
from scipy.stats import norm
import matplotlib.pyplot as plt

def q_q_plot(data):
    # First of all we have to get a result for Empirical Distribution
    # Function return mean of the dataset

    def mean(data):
        sum = 0
        for i in range(len(data)):
            sum = sum + data[i]
        mean = sum/len(data)
        return mean

    # Function return std dev of dataset
    def std_dev(data):
        x_bar = mean(data)
        sum = 0
        for i in range(len(data)):
            sum = sum + (data[i] - x_bar)**2
        std_dev_p = (sum/len(data))**0.5
        return std_dev_p

    # Function return sorted list of z-values
    def z_empirical(data):
        x_bar = mean(data)
        dev = std_dev(data)
        z = []
        for i in range(len(data)):
            z.append((data[i]-x_bar)/dev)
        z_empirical = sorted(z)
        return z_empirical

    # Theoretical Quantiles
    # Function return list of quantiles

    def filliben(data):
        n = len(data)
        U = []
        for i in range(n):
            if i == 0:
                U.append(1-0.5**((i+1)/n))
            elif i != len(data):

```



```

        U.append(((i+1)-0.3175)/(n + 0.365))
    else:
        U.append(0.5**(1/n))
    return U

U = filliben(data)
# Standart normal distribution, return list of z-
# values, from their probability. Inverse CDF
def z_theoretical(data):
    z_theoretical = []
    for i in range(len(data)):
        z_theoretical.append(norm.ppf(data[i]))
    return z_theoretical

axis_x = z_theoretical(U)
axis_y = z_empirical(data)
plt.scatter(axis_x, axis_y)
plt.rcParams["figure.figsize"] = (10,10)
plt.grid()
plt.title('Q-Q plot')
plt.xlabel('Teoretical quantiles')
plt.ylabel('Empirical quantiles')
min_val = min(min(axis_x),min(axis_y))
max_val = max(max(axis_x),max(axis_y))
plt.plot([min_val, max_val], [min_val, max_val], color='red')
plt.show()

```

Zdrojový kód pro sestavení p-p grafu

```
import math
from scipy.stats import norm
import matplotlib.pyplot as plt

def p_p_plot(data):
    # First of all we have to get a result for Empirical Distribution
    # Function return mean of the dataset

    def mean(data):
        sum = 0
        for i in range(len(data)):
            sum = sum + data[i]
            mean = sum/len(data)
        return mean

    # Function return std dev of dataset
    def std_dev(data):
        x_bar = mean(data)
        sum = 0
        for i in range(len(data)):
            sum = sum + (data[i] - x_bar)**2
        std_dev_p = (sum/len(data))**0.5
        return std_dev_p

    # Function return sorted list of CDF
    def p_empirical(data):
        x_bar = mean(data)
        dev = std_dev(data)
        cdf = []
        for i in range(len(data)):
            z = (data[i]-x_bar)/dev
            CDF = norm.cdf(z, loc=0, scale=1)
            cdf.append(CDF)
        cdf_empirical = sorted(cdf)
        return cdf_empirical

    # Theoretical Quantiles
    def filliben(data):
        n = len(data)
        U = []
        for i in range(n):
            if i == 0:
                U.append(1-0.5**((i+1)/n))
            elif i != len(data):
```

```

        U.append(((i+1)-0.3175)/(n + 0.365))
    else:
        U.append(0.5**(1/n))
    return U

U = filliben(data)
def p_theoretical(data):
    p_theoretical = []
    for i in range(len(data)):
        p_theoretical.append(data[i])
    return p_theoretical

axis_x = p_theoretical(U)
axis_y = p_empirical(data)
plt.scatter(axis_x, axis_y)
plt.rcParams["figure.figsize"] = (10,10)
plt.grid()
plt.title('P-P plot')
plt.xlabel('Teoretical probability')
plt.ylabel('Empirical probability')
min_val = min(min(axis_x),min(axis_y))
max_val = max(max(axis_y),max(axis_x))
plt.plot([min_val, max_val], [min_val, max_val], color='red')
plt.show()

```

Hodnoty distribuční funkce normované normální náhodné veličiny

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0.00	0.5000	0.40	0.6554	0.80	0.7881	1.20	0.8849	1.60	0.9452
0.01	0.5040	0.41	0.6591	0.81	0.7910	1.21	0.8869	1.61	0.9463
0.02	0.5080	0.42	0.6628	0.82	0.7939	1.22	0.8888	1.62	0.9474
0.03	0.5120	0.43	0.6664	0.83	0.7967	1.23	0.8907	1.63	0.9484
0.04	0.5160	0.44	0.6700	0.84	0.7995	1.24	0.8925	1.64	0.9495
0.05	0.5199	0.45	0.6736	0.85	0.8023	1.25	0.8944	1.65	0.9505
0.06	0.5239	0.46	0.6772	0.86	0.8051	1.26	0.8962	1.66	0.9515
0.07	0.5279	0.47	0.6808	0.87	0.8079	1.27	0.8980	1.67	0.9525
0.08	0.5319	0.48	0.6844	0.88	0.8106	1.28	0.8997	1.68	0.9535
0.09	0.5359	0.49	0.6879	0.89	0.8133	1.29	0.9015	1.69	0.9545
0.10	0.5398	0.50	0.6915	0.90	0.8159	1.30	0.9032	1.70	0.9554
0.11	0.5438	0.51	0.6950	0.91	0.8186	1.31	0.9049	1.71	0.9564
0.12	0.5478	0.52	0.6985	0.92	0.8212	1.32	0.9066	1.72	0.9573
0.13	0.5517	0.53	0.7019	0.93	0.8238	1.33	0.9082	1.73	0.9582
0.14	0.5557	0.54	0.7054	0.94	0.8264	1.34	0.9099	1.74	0.9591
0.15	0.5596	0.55	0.7088	0.95	0.8289	1.35	0.9115	1.75	0.9599
0.16	0.5636	0.56	0.7123	0.96	0.8315	1.36	0.9131	1.76	0.9608
0.17	0.5675	0.57	0.7157	0.97	0.8340	1.37	0.9147	1.77	0.9616
0.18	0.5714	0.58	0.7190	0.98	0.8365	1.38	0.9162	1.78	0.9625
0.19	0.5753	0.59	0.7224	0.99	0.8389	1.39	0.9177	1.79	0.9633
0.20	0.5793	0.60	0.7257	1.00	0.8413	1.40	0.9192	1.80	0.9641
0.21	0.5832	0.61	0.7291	1.01	0.8438	1.41	0.9207	1.81	0.9649
0.22	0.5871	0.62	0.7324	1.02	0.8461	1.42	0.9222	1.82	0.9656
0.23	0.5910	0.63	0.7357	1.03	0.8485	1.43	0.9236	1.83	0.9664
0.24	0.5948	0.64	0.7389	1.04	0.8508	1.44	0.9251	1.84	0.9671
0.25	0.5987	0.65	0.7422	1.05	0.8531	1.45	0.9265	1.85	0.9678
0.26	0.6026	0.66	0.7454	1.06	0.8554	1.46	0.9279	1.86	0.9686
0.27	0.6064	0.67	0.7486	1.07	0.8577	1.47	0.9292	1.87	0.9693
0.28	0.6103	0.68	0.7517	1.08	0.8599	1.48	0.9306	1.88	0.9699
0.29	0.6141	0.69	0.7549	1.09	0.8621	1.49	0.9319	1.89	0.9706
0.30	0.6179	0.70	0.7580	1.10	0.8643	1.50	0.9332	1.90	0.9712
0.31	0.6217	0.71	0.7611	1.11	0.8665	1.51	0.9345	1.91	0.9719
0.32	0.6255	0.72	0.7642	1.12	0.8686	1.52	0.9357	1.92	0.9726
0.33	0.6293	0.73	0.7673	1.13	0.8708	1.53	0.9370	1.93	0.9732
0.34	0.6331	0.74	0.7704	1.14	0.8729	1.54	0.9382	1.94	0.9738
0.35	0.6368	0.75	0.7734	1.15	0.8749	1.55	0.9394	1.95	0.9744
0.36	0.6406	0.76	0.7764	1.16	0.8770	1.56	0.9406	1.96	0.9750
0.37	0.6443	0.77	0.7794	1.17	0.8790	1.57	0.9418	1.97	0.9756
0.38	0.6480	0.78	0.7823	1.18	0.8810	1.58	0.9429	1.98	0.9761
0.39	0.6517	0.79	0.7852	1.19	0.8830	1.59	0.9441	1.99	0.9767

Hodnoty testovací statistiky

i	x_i	$\frac{i}{n}$	$\frac{i-1}{n}$	$F_0(x)$	$\left F_0(x) - \left(\frac{i-1}{n} \right) \right $	$\left \frac{i}{n} - F_0(x) \right $	D_i
1	25,49	0,005	0	0,004582	0,004582	0,000418	0,004582
2	25,56	0,01	0,005	0,012668	0,007668	0,002668	0,007668
3	25,58	0,015	0,01	0,01656	0,00656	0,00156	0,00656
4	25,6	0,02	0,015	0,021433	0,006433	0,001433	0,006433
5	25,6	0,025	0,02	0,021433	0,001433	0,003567	0,003567
6	25,62	0,03	0,025	0,027466	0,002466	0,002534	0,002534
7	25,62	0,035	0,03	0,027466	0,002534	0,007534	0,007534
8	25,63	0,04	0,035	0,030978	0,004022	0,009022	0,009022
9	25,65	0,045	0,04	0,039119	0,000881	0,005881	0,005881
10	25,67	0,05	0,045	0,048922	0,003922	0,001078	0,003922
11	25,68	0,055	0,05	0,054512	0,004512	0,000488	0,004512
12	25,7	0,06	0,055	0,067199	0,012199	0,007199	0,012199
13	25,71	0,065	0,06	0,074344	0,014344	0,009344	0,014344
14	25,72	0,07	0,065	0,082056	0,017056	0,012056	0,017056
15	25,72	0,075	0,07	0,082056	0,012056	0,007056	0,012056
16	25,73	0,08	0,075	0,090355	0,015355	0,010355	0,015355
17	25,73	0,085	0,08	0,090355	0,010355	0,005355	0,010355
18	25,74	0,09	0,085	0,099262	0,014262	0,009262	0,014262
19	25,75	0,095	0,09	0,108794	0,018794	0,013794	0,018794
20	25,76	0,1	0,095	0,118968	0,023968	0,018968	0,023968
21	25,76	0,105	0,1	0,118968	0,018968	0,013968	0,018968
22	25,77	0,11	0,105	0,129795	0,024795	0,019795	0,024795
23	25,77	0,115	0,11	0,129795	0,019795	0,014795	0,019795
24	25,77	0,12	0,115	0,129795	0,014795	0,009795	0,014795
25	25,77	0,125	0,12	0,129795	0,009795	0,004795	0,009795
26	25,78	0,13	0,125	0,141287	0,016287	0,011287	0,016287
27	25,78	0,135	0,13	0,141287	0,011287	0,006287	0,011287
28	25,78	0,14	0,135	0,141287	0,006287	0,001287	0,006287
29	25,78	0,145	0,14	0,141287	0,001287	0,003713	0,003713
30	25,79	0,15	0,145	0,153449	0,008449	0,003449	0,008449
31	25,8	0,155	0,15	0,166286	0,016286	0,011286	0,016286
32	25,8	0,16	0,155	0,166286	0,011286	0,006286	0,011286
33	25,8	0,165	0,16	0,166286	0,006286	0,001286	0,006286
34	25,8	0,17	0,165	0,166286	0,001286	0,003714	0,003714
35	25,8	0,175	0,17	0,166286	0,003714	0,008714	0,008714
36	25,81	0,18	0,175	0,179796	0,004796	0,000204	0,004796
37	25,81	0,185	0,18	0,179796	0,000204	0,005204	0,005204
38	25,81	0,19	0,185	0,179796	0,005204	0,010204	0,010204

39	25,82	0,195	0,19	0,193975	0,003975	0,001025	0,003975
40	25,82	0,2	0,195	0,193975	0,001025	0,006025	0,006025
41	25,83	0,205	0,2	0,208816	0,008816	0,003816	0,008816
42	25,83	0,21	0,205	0,208816	0,003816	0,001184	0,003816
43	25,83	0,215	0,21	0,208816	0,001184	0,006184	0,006184
44	25,83	0,22	0,215	0,208816	0,006184	0,011184	0,011184
45	25,83	0,225	0,22	0,208816	0,011184	0,016184	0,016184
46	25,84	0,23	0,225	0,224306	0,000694	0,005694	0,005694
47	25,84	0,235	0,23	0,224306	0,005694	0,010694	0,010694
48	25,84	0,24	0,235	0,224306	0,010694	0,015694	0,015694
49	25,85	0,245	0,24	0,240427	0,000427	0,004573	0,004573
50	25,85	0,25	0,245	0,240427	0,004573	0,009573	0,009573
51	25,85	0,255	0,25	0,240427	0,009573	0,014573	0,014573
52	25,85	0,26	0,255	0,240427	0,014573	0,019573	0,019573
53	25,85	0,265	0,26	0,240427	0,019573	0,024573	0,024573
54	25,86	0,27	0,265	0,25716	0,00784	0,01284	0,01284
55	25,86	0,275	0,27	0,25716	0,01284	0,01784	0,01784
56	25,86	0,28	0,275	0,25716	0,01784	0,02284	0,02284
57	25,86	0,285	0,28	0,25716	0,02284	0,02784	0,02784
58	25,86	0,29	0,285	0,25716	0,02784	0,03284	0,03284
59	25,87	0,295	0,29	0,274479	0,015521	0,020521	0,020521
60	25,87	0,3	0,295	0,274479	0,020521	0,025521	0,025521
61	25,89	0,305	0,3	0,310754	0,010754	0,005754	0,010754
62	25,89	0,31	0,305	0,310754	0,005754	0,000754	0,005754
63	25,89	0,315	0,31	0,310754	0,000754	0,004246	0,004246
64	25,89	0,32	0,315	0,310754	0,004246	0,009246	0,009246
65	25,89	0,325	0,32	0,310754	0,009246	0,014246	0,014246
66	25,89	0,33	0,325	0,310754	0,014246	0,019246	0,019246
67	25,9	0,335	0,33	0,329639	0,000361	0,005361	0,005361
68	25,9	0,34	0,335	0,329639	0,005361	0,010361	0,010361
69	25,9	0,345	0,34	0,329639	0,010361	0,015361	0,015361
70	25,9	0,35	0,345	0,329639	0,015361	0,020361	0,020361
71	25,9	0,355	0,35	0,329639	0,020361	0,025361	0,025361
72	25,9	0,36	0,355	0,329639	0,025361	0,030361	0,030361
73	25,91	0,365	0,36	0,348968	0,011032	0,016032	0,016032
74	25,91	0,37	0,365	0,348968	0,016032	0,021032	0,021032
75	25,91	0,375	0,37	0,348968	0,021032	0,026032	0,026032
76	25,91	0,38	0,375	0,348968	0,026032	0,031032	0,031032
77	25,92	0,385	0,38	0,368698	0,011302	0,016302	0,016302
78	25,92	0,39	0,385	0,368698	0,016302	0,021302	0,021302
79	25,92	0,395	0,39	0,368698	0,021302	0,026302	0,026302
80	25,92	0,4	0,395	0,368698	0,026302	0,031302	0,031302
81	25,92	0,405	0,4	0,368698	0,031302	0,036302	0,036302
82	25,92	0,41	0,405	0,368698	0,036302	0,041302	0,041302
83	25,92	0,415	0,41	0,368698	0,041302	0,046302	0,046302

84	25,92	0,42	0,415	0,368698	0,046302	0,051302	0,051302
85	25,93	0,425	0,42	0,38878	0,03122	0,03622	0,03622
86	25,93	0,43	0,425	0,38878	0,03622	0,04122	0,04122
87	25,93	0,435	0,43	0,38878	0,04122	0,04622	0,04622
88	25,93	0,44	0,435	0,38878	0,04622	0,05122	0,05122
89	25,94	0,445	0,44	0,409164	0,030836	0,035836	0,035836
90	25,94	0,45	0,445	0,409164	0,035836	0,040836	0,040836
91	25,95	0,455	0,45	0,429796	0,020204	0,025204	0,025204
92	25,95	0,46	0,455	0,429796	0,025204	0,030204	0,030204
93	25,95	0,465	0,46	0,429796	0,030204	0,035204	0,035204
94	25,95	0,47	0,465	0,429796	0,035204	0,040204	0,040204
95	25,95	0,475	0,47	0,429796	0,040204	0,045204	0,045204
96	25,96	0,48	0,475	0,450623	0,024377	0,029377	0,029377
97	25,96	0,485	0,48	0,450623	0,029377	0,034377	0,034377
98	25,97	0,49	0,485	0,471585	0,013415	0,018415	0,018415
99	25,97	0,495	0,49	0,471585	0,018415	0,023415	0,023415
100	25,97	0,5	0,495	0,471585	0,023415	0,028415	0,028415
101	25,97	0,505	0,5	0,471585	0,028415	0,033415	0,033415
102	25,98	0,51	0,505	0,492627	0,012373	0,017373	0,017373
103	25,98	0,515	0,51	0,492627	0,017373	0,022373	0,022373
104	25,98	0,52	0,515	0,492627	0,022373	0,027373	0,027373
105	25,98	0,525	0,52	0,492627	0,027373	0,032373	0,032373
106	25,99	0,53	0,525	0,51369	0,01131	0,01631	0,01631
107	25,99	0,535	0,53	0,51369	0,01631	0,02131	0,02131
108	25,99	0,54	0,535	0,51369	0,02131	0,02631	0,02631
109	25,99	0,545	0,54	0,51369	0,02631	0,03131	0,03131
110	25,99	0,55	0,545	0,51369	0,03131	0,03631	0,03631
111	25,99	0,555	0,55	0,51369	0,03631	0,04131	0,04131
112	25,99	0,56	0,555	0,51369	0,04131	0,04631	0,04631
113	25,99	0,565	0,56	0,51369	0,04631	0,05131	0,05131
114	25,99	0,57	0,565	0,51369	0,05131	0,05631	0,05631
115	26,01	0,575	0,57	0,555642	0,014358	0,019358	0,019358
116	26,01	0,58	0,575	0,555642	0,019358	0,024358	0,024358
117	26,01	0,585	0,58	0,555642	0,024358	0,029358	0,029358
118	26,02	0,59	0,585	0,576416	0,008584	0,013584	0,013584
119	26,02	0,595	0,59	0,576416	0,013584	0,018584	0,018584
120	26,02	0,6	0,595	0,576416	0,018584	0,023584	0,023584
121	26,02	0,605	0,6	0,576416	0,023584	0,028584	0,028584
122	26,02	0,61	0,605	0,576416	0,028584	0,033584	0,033584
123	26,03	0,615	0,61	0,59698	0,01302	0,01802	0,01802
124	26,04	0,62	0,615	0,617278	0,002278	0,007278	0,007278
125	26,05	0,625	0,62	0,63726	0,01726	0,02226	0,02226
126	26,05	0,63	0,625	0,63726	0,02226	0,02726	0,02726
127	26,05	0,635	0,63	0,63726	0,02726	0,03226	0,03226
128	26,05	0,64	0,635	0,63726	0,03226	0,03726	0,03726

129	26,06	0,645	0,64	0,656875	0,016875	0,011875	0,016875
130	26,06	0,65	0,645	0,656875	0,011875	0,006875	0,011875
131	26,06	0,655	0,65	0,656875	0,006875	0,001875	0,006875
132	26,07	0,66	0,655	0,676075	0,021075	0,016075	0,021075
133	26,07	0,665	0,66	0,676075	0,016075	0,011075	0,016075
134	26,07	0,67	0,665	0,676075	0,011075	0,006075	0,011075
135	26,07	0,675	0,67	0,676075	0,006075	0,001075	0,006075
136	26,08	0,68	0,675	0,694819	0,019819	0,014819	0,019819
137	26,08	0,685	0,68	0,694819	0,014819	0,009819	0,014819
138	26,08	0,69	0,685	0,694819	0,009819	0,004819	0,009819
139	26,08	0,695	0,69	0,694819	0,004819	0,000181	0,004819
140	26,09	0,7	0,695	0,713064	0,018064	0,013064	0,018064
141	26,09	0,705	0,7	0,713064	0,013064	0,008064	0,013064
142	26,09	0,71	0,705	0,713064	0,008064	0,003064	0,008064
143	26,09	0,715	0,71	0,713064	0,003064	0,001936	0,003064
144	26,09	0,72	0,715	0,713064	0,001936	0,006936	0,006936
145	26,09	0,725	0,72	0,713064	0,006936	0,011936	0,011936
146	26,1	0,73	0,725	0,730776	0,005776	0,000776	0,005776
147	26,1	0,735	0,73	0,730776	0,000776	0,004224	0,004224
148	26,1	0,74	0,735	0,730776	0,004224	0,009224	0,009224
149	26,1	0,745	0,74	0,730776	0,009224	0,014224	0,014224
150	26,11	0,75	0,745	0,747922	0,002922	0,002078	0,002922
151	26,11	0,755	0,75	0,747922	0,002078	0,007078	0,007078
152	26,12	0,76	0,755	0,764475	0,009475	0,004475	0,009475
153	26,12	0,765	0,76	0,764475	0,004475	0,000525	0,004475
154	26,12	0,77	0,765	0,764475	0,000525	0,005525	0,005525
155	26,13	0,775	0,77	0,780409	0,010409	0,005409	0,010409
156	26,14	0,78	0,775	0,795705	0,020705	0,015705	0,020705
157	26,15	0,785	0,78	0,810348	0,030348	0,025348	0,030348
158	26,15	0,79	0,785	0,810348	0,025348	0,020348	0,025348
159	26,15	0,795	0,79	0,810348	0,020348	0,015348	0,020348
160	26,16	0,8	0,795	0,824328	0,029328	0,024328	0,029328
161	26,16	0,805	0,8	0,824328	0,024328	0,019328	0,024328
162	26,16	0,81	0,805	0,824328	0,019328	0,014328	0,019328
163	26,17	0,815	0,81	0,837636	0,027636	0,022636	0,027636
164	26,17	0,82	0,815	0,837636	0,022636	0,017636	0,022636
165	26,18	0,825	0,82	0,85027	0,03027	0,02527	0,03027
166	26,18	0,83	0,825	0,85027	0,02527	0,02027	0,02527
167	26,18	0,835	0,83	0,85027	0,02027	0,01527	0,02027
168	26,19	0,84	0,835	0,862231	0,027231	0,022231	0,027231
169	26,21	0,845	0,84	0,884152	0,044152	0,039152	0,044152
170	26,21	0,85	0,845	0,884152	0,039152	0,034152	0,039152
171	26,21	0,855	0,85	0,884152	0,034152	0,029152	0,034152
172	26,21	0,86	0,855	0,884152	0,029152	0,024152	0,029152
173	26,22	0,865	0,86	0,894132	0,034132	0,029132	0,034132

174	26,22	0,87	0,865	0,894132	0,029132	0,024132	0,029132
175	26,23	0,875	0,87	0,903475	0,033475	0,028475	0,033475
176	26,23	0,88	0,875	0,903475	0,028475	0,023475	0,028475
177	26,23	0,885	0,88	0,903475	0,023475	0,018475	0,023475
178	26,25	0,89	0,885	0,920319	0,035319	0,030319	0,035319
179	26,25	0,895	0,89	0,920319	0,030319	0,025319	0,030319
180	26,25	0,9	0,895	0,920319	0,025319	0,020319	0,025319
181	26,27	0,905	0,9	0,934838	0,034838	0,029838	0,034838
182	26,27	0,91	0,905	0,934838	0,029838	0,024838	0,029838
183	26,27	0,915	0,91	0,934838	0,024838	0,019838	0,024838
184	26,27	0,92	0,915	0,934838	0,019838	0,014838	0,019838
185	26,28	0,925	0,92	0,941282	0,021282	0,016282	0,021282
186	26,28	0,93	0,925	0,941282	0,016282	0,011282	0,016282
187	26,28	0,935	0,93	0,941282	0,011282	0,006282	0,011282
188	26,28	0,94	0,935	0,941282	0,006282	0,001282	0,006282
189	26,29	0,945	0,94	0,947215	0,007215	0,002215	0,007215
190	26,29	0,95	0,945	0,947215	0,002215	0,002785	0,002785
191	26,31	0,955	0,95	0,95765	0,00765	0,00265	0,00765
192	26,31	0,96	0,955	0,95765	0,00265	0,00235	0,00265
193	26,31	0,965	0,96	0,95765	0,00235	0,00735	0,00735
194	26,33	0,97	0,965	0,966349	0,001349	0,003651	0,003651
195	26,33	0,975	0,97	0,966349	0,003651	0,008651	0,008651
196	26,34	0,98	0,975	0,970113	0,004887	0,009887	0,009887
197	26,36	0,985	0,98	0,976597	0,003403	0,008403	0,008403
198	26,38	0,99	0,985	0,981855	0,003145	0,008145	0,008145
199	26,4	0,995	0,99	0,986071	0,003929	0,008929	0,008929
200	26,4	1	0,995	0,986071	0,008929	0,013929	0,013929

Hodnoty A_3, B_3, B_4, C_4

n	A_3	B_3	B_4	C_4
2	2,659	0	3,267	0,797885
3	1,954	0	2,568	0,886227
4	1,628	0	2,266	0,921318
5	1,427	0	2,089	0,939986
6	1,287	0,03	1,97	0,951533
7	1,182	0,118	1,882	0,959369
8	1,099	0,185	1,815	0,96503
9	1,032	0,239	1,761	0,969311
10	0,975	0,284	1,716	0,972659
11	0,927	0,321	1,679	0,97535
12	0,886	0,354	1,646	0,977559
13	0,85	0,382	1,618	0,979406
14	0,817	0,406	1,594	0,980971
15	0,789	0,428	1,572	0,982316
16	0,763	0,448	1,552	0,983484
17	0,739	0,466	1,534	0,984506
18	0,718	0,482	1,518	0,98541
19	0,698	0,497	1,503	0,986214
20	0,68	0,51	1,49	0,986934
21	0,663	0,523	1,477	0,987583
22	0,647	0,534	1,466	0,98817
23	0,633	0,545	1,455	0,988705
24	0,619	0,555	1,445	0,989193
25	0,606	0,565	1,435	0,98964

Autor DP	Bc. Igor Gavrilov
Název DP	Aplikace regulačních diagramů na výrobní proces
Studijní obor	Logistika (LRVP)
Rok obhajoby DP	2023
Počet stran	69
Počet příloh	10
Vedoucí DP	Mgr. Martin Rohleder, Ph.D.
Anotace	Diplomová práce je zaměřena na aplikaci statistických metod řízení kvality ve výrobě. S pomocí regulačních diagramů je provedena analýza výrobního procesu a stanovené toleranční rozmezí procesu. Na konci práce je spočítán index způsobilosti procesu a na jeho základě je rozhodnuto o schopnosti procesu vydávat výstup v rámci tolerančních specifikací.
Klíčová slova	statistické řízení procesu, způsobilost, diagram průměru, kvalita výroby, Shewhartův diagram.
Místo uložení	ITC (knihovna) Vysoké školy logistiky v Přerově
Signatura	