

**Porovnání vybraných kalibračních
strategií z hlediska simulační účinnosti
modelu GR4J**

Bakalářská práce

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Martin Heřmanovský, Ph.D.

Vypracovala:

Jana Liščáková

Praha 2021

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Jana Liščáková

Krajinářství

Územní technická a správní služba

Název práce

Porovnání vybraných kalibračních strategií z hlediska simulační účinnosti modelu GR4J

Název anglicky

Comparison of selected calibration strategies in terms of simulation efficiency of the GR4J model

Cíle práce

Cílem práce je provedení kalibrace modelu GR4J standardním přístupem proti pozorovanému odtoku a kalibrace založené na hydrologických charakteristikách a porovnání získaných výsledků.

Metodika

- 1) Literární rešerše zaměřená na simulační modely a jejich kalibraci.
- 2) Sestavení kolekce testovacích povodí z projektu MOPEX a odvození hydrologických charakteristik těchto povodí.
- 3) Provedení kalibrace modelu GR4J zvolenými způsoby a porovnání získaných výsledků.
- 4) Diskuze prezentovaných výsledků.

Doporučený rozsah práce

30 až 50 stran

Klíčová slova

konceptuální model, kalibrace, m-denní vody,

Doporučené zdroje informací

BEVEN, K J. *Rainfall-Runoff models : the primer*. New York: John Wiley & Sons, 2006. ISBN 0-470-86671-3.

SINGH, V P. *Computer models of watershed hydrology*. Colorado: Water Resources Publications, 2012. ISBN 978-188720174-2.

WAGENER, T. – WHEATER, H. – GUPTA, H V. *Rainfall-runoff modelling in gauged and ungauged catchments*. London: Distributed by World Scientific, 2004. ISBN 1860944663.

WESTERBERG, I. K., GUERRERO, J.-L., YOUNGER, P. M., BEVEN, K. J., SEIBERT, J., HALLDIN, S., FREER, J. E., XU, C.-Y. Calibration of hydrological models using flow-duration curves, 2011, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 15, 2205-2227.

Předběžný termín obhajoby

2020/21 LS – FŽP

Vedoucí práce

Ing. Martin Heřmanovský, Ph.D.

Garantující pracoviště

Katedra vodního hospodářství a environmentálního modelování

Elektronicky schváleno dne 2. 3. 2021

prof. Ing. Martin Hanel, Ph.D.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 3. 3. 2021

prof. RNDr. Vladimír Bejček, CSc.

Děkan

V Praze dne 31. 03. 2021

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma: Porovnání vybraných kalibračních strategií z hlediska simulační účinnosti modelu GR4J vypracovala samostatně a citovala jsem všechny informační zdroje, které jsem v práci použila a které jsem rovněž uvedla na konci práce v seznamu použitých informačních zdrojů. Jsem si vědoma, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů, ve znění pozdějších předpisů, především ustanovení § 35 odst. 3 tohoto zákona, tj. o užití tohoto díla. Jsem si vědoma, že odevzdáním bakalářské práce souhlasím s jejím zveřejněním podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů, ve znění pozdějších předpisů, a to i bez ohledu na výsledek její obhajoby. Svým podpisem rovněž prohlašuji, že elektronická verze práce je totožná s verzí tištěnou a že s údaji uvedenými v práci bylo nakládáno v souvislosti s GDPR.

V Praze dne 31.3. 2021

Poděkování

Ráda bych touto cestou poděkovala vedoucímu mé práce Ing. Martinu Heřmanovskému, Ph.D., za cenné připomínky, podněty a hlavně za čas, který mi při práci věnoval.

Abstrakt

Kvalita simulace hydrologického modelu se odvíjí od kvality dat, které byly použity pro jeho kalibraci. Jako vstupní data pro kalibraci se používají časové řady pozorovaného odtoku, které nemusí být vždy dostupné nebo dostatečné z hlediska jejich délky a kvality. Pokud tato situace nastane, řešením může být provedení kalibrace modelu na základě odvozených hydrologických charakteristik. Cílem této bakalářské práce je porovnat kalibrační strategii založenou na pozorovaných datech a kalibraci na odvozených hydrologických charakteristikách. Jako vstupní data bylo vybráno 20 povodí z projektu MOPEX situovaných v USA. Byli vybráni zástupci jak aridních povodí, tak humidních povodí. Použit byl čtyřparametrový francouzský srážko-odtokový model GR4J, který počítá celkový odtok v denním časovém kroku. Přestože hydrologické charakteristiky byly odvozeny z poměrně krátké časové řady dat, účinnost simulací na humidních povodích modelem kalibrovaným na hydrologické charakteristiky se blížila účinnosti simulací modelu kalibrovaném na pozorovaná data. Kvalita simulací na aridních povodích potom prokázala mírný pokles simulační účinnosti modelu při kalibraci na pozorovaná data a velmi výrazný pokles při kalibraci na hydrologické charakteristiky ve všech případech.

Klíčová slova: konceptuální model, kalibrace, m-denní vody,

Abstract

The quality of the simulation of the hydrological model depends on the quality of the data that were used for its calibration. Time series of the observed runoff are used as input data for the calibration, which may not always be available or sufficient in terms of their length and quality. If this situation occurs, the solution may be to calibrate the model based on the derived hydrological characteristics. The aim of this bachelor thesis is to compare a calibration strategy based on observed data and calibration on derived hydrological characteristics. As input data, 20 river basins from MOPEX river basins located in the USA were selected. Representatives of both arid and humid basins were selected. A four-parameter French precipitation-runoff model GR4J was used, which calculates the total runoff in a daily time step. Although the hydrological characteristics were derived from a relatively short time series of data, the effectiveness of the simulations in humid river basins with a model calibrated for hydrological characteristics was close to the effectiveness of the simulations of a model calibrated for the observed data. The quality of simulations in arid river basins then showed a slight decrease in the simulation efficiency of the model when calibrated to the observed data and a very significant decrease when calibrated to hydrological characteristics in all cases.

Keywords: conceptual model, calibration, flow duration curves

Obsah

1	Úvod a cíle	9
1.1	Cíle práce	11
2	Hydrologické modely a jejich kalibrace	10
2.1	Dělení hydrologických modelů	11
2.2	Kalibrace hydrologického modelu.....	15
2.2.1	Kalibrační data	15
2.2.2	Objektivní funkce	16
2.2.3	Optimalizační algoritmus.....	18
2.2.4	Ukončovací kritérium	20
2.2	Hydrologické charakteristiky povodí.....	21
3	Porovnání vybraných kalibračních strategií z hlediska simulační účinnosti modelu GR4J	24
3.1	Vstupní data	24
3.2	Model GR4J a jeho kalibrace.....	28
3.3	Výsledky.....	31
3.4	Diskuze výsledků.....	40
5	Závěr	43
8	Přehled použité literatury	44

1 Úvod

Kalibrace konceptuálního srážko-odtokového modelu je důležitý proces. Tento musí být proveden vždy před tím, než je model dále používán k praktickým účelům (Wagener et al., 2004, Parajka et al., 2005).

Pro kalibraci modelu je nutné mít časové řady pozorovaného odtoku, se kterými se porovnávají časové řady celkového simulovaného odtoku. Tyto časové řady pozorovaného odtoku nemusí být dostupné a pokud dostupné jsou, nemusí být dostatečné z hlediska jejich délky nebo kvality. Takové povodí pak nazýváme nepozorovaným (Sivapalan, 2003).

Pokud tato situace nastane, pak není možné kalibraci modelu provést, což znemožňuje jeho následné použití. Jedním z řešení tohoto problému, vedle hydrologické regionalizace (Wagener et al., 2004), je kalibrace modelu na základě hydrologických charakteristik. Hydrologické charakteristiky nepozorovaného povodí jsou nejčastěji odvozeny pomocí hydrologické analogie mezi pozorovaným povodím (tj. povodím, pro které jsou pozorované časové řady dostupné) a zájmovým povodím. V rámci ČR tyto charakteristiky standardně poskytuje pro vybrané profily ČHMÚ.

1.1 Cíle práce

Cílem práce je provedení kalibrace modelu GR4J standardním přístupem proti pozorovanému odtoku a kalibrace založené na hydrologických charakteristikách a porovnání získaných výsledků.

2 Hydrologické modely a jejich kalibrace

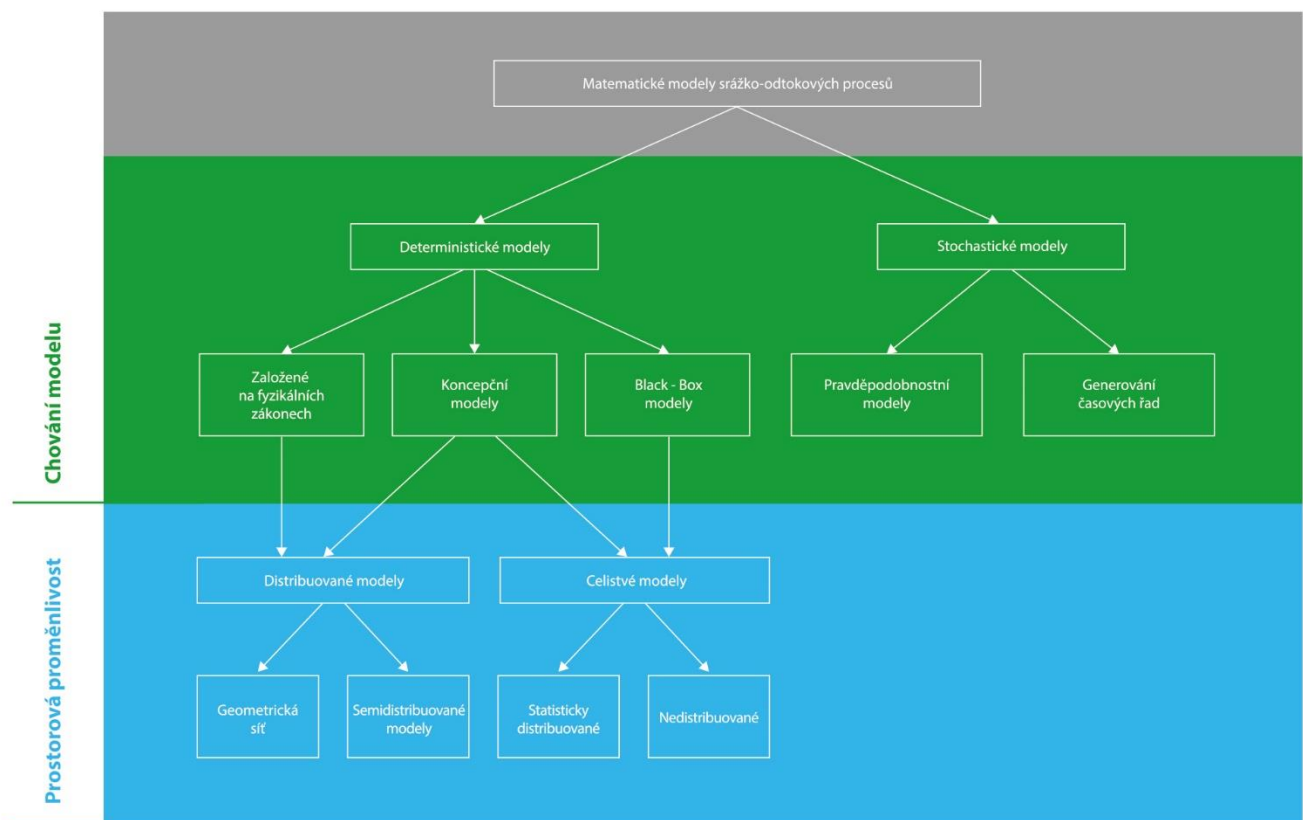
Hydrologický model srážko-odtokového procesu představuje zjednodušený kvantitativní vztah mezi vstupními a výstupními veličinami určitého hydrologického systému (Daňhelka et al., 2003). Ten je definován jako systém převážně fyzikálních procesů, působící na vstupní proměnné, jež pak transformuje ve výstupní veličiny. V matematickém vyjádření jde tedy o algoritmus řešení soustavy rovnic, které popisují strukturu a chování systému (Clarke, 1973).

„Cílem matematického modelování hydrologických procesů je vyjádření časové, nebo časově-prostorové závislosti určitých veličin, charakterizujících hydrologický režim modelovaného objektu, tj. povodí, nebo jeho částí. Srážko-odtokový proces je ovlivňován společným působením deterministických i stochastických vlivů, jejichž míra působení je dána samou podstatou přírodních jevů. Metody matematického modelování umožňují nejen simulovat skutečný hydrologický proces, ale s jejich pomocí lze navíc aproximativně určovat i reakci modelovaného objektu (prototypu) v různých extrémních (srážkových) situacích pro návrhové nebo prognózní účely.“ (Kulhavý, 2000).

Historie srážko-odtokového modelování sahá až do druhé poloviny devatenáctého století. V roce 1951 William Thomas Mulvaney publikoval svůj článek, kde představil racionální metodu v hydrologii (Mulvaney, 1851 in Beven, 2001). Od 80. let díky rozvoji počítačových technologií vznikla celá řada modelů.

2.1 Dělení hydrologických modelů

Hydrologické modely můžeme klasifikovat z mnoha hledisek. Můžeme je dělit podle možnosti využití, z hlediska časové a prostorové diskretizace, z hlediska typu systému a hydrologického procesu, z hlediska principu příčiny a důsledku atd. (Kulhavý a Kovář, 2000). Clarke (1973) a Dingman (2002) rozlišují tři základní typy modelů. *Analogové modely* využívají podobnosti různých přírodních procesů, ty lze potom vyjádřit jinými analogickými procesy. *Fyzikální modely* jsou hmotné reprezentace části přírodního prostředí. *Matematické modely* představují především soustavy rovnic, které převádí vstupní hodnoty na výstupní.



Obr. 1: Klasifikace hydrologických modelů (Becker a Serban, 1990).

Becker a Serban (1990) dělí matematické modely do následujících kategorií (viz. obrázek 1):

- dělení dle vztahu příčiny a důsledku,
- dělení z hlediska prostorové diskretizace a časové diskretizace,
- dělení dle typu systému,
- dle možností využití
- dle hydrologického procesu

Dělení matematických modelů podle vztahu příčiny a důsledku.

Matematicko-hydrologické modely, řešící pouze časovou závislost a nikoliv prostorovou, lze vyjádřit diferenční rovnicí (Kulhavý a Kovář, 2000).

$$f [X_t, y_t; X_{t-1}, y_{t-1}; \dots S_1, S_2 \dots] + e_t = 0 \quad (R1)$$

V této rovnici x jsou vstupní proměnné veličiny, y výstupní proměnné veličiny, s označuje parametry modelu a e je residuální odchylka. Pokud by kterákoliv z proměnných veličin byla nahodilou proměnnou, jednalo by se o *stochastický model* (stochastic model). Modely stochastické nemají vazbu mezi příčinou a důsledkem hydrologického jevu. Můžeme je rozdělit na pravděpodobnostní modely (Stochastic probabilistic models), ve kterých jsou hydrologické veličiny (průtok, vodní stav aj.) charakterizovány určitým pravděpodobnostním rozdělením, aritmetickým průměrem a dalšími statistickými charakteristikami a modely pro generování časových řad (Stochastic Time series generation), které se používají při extrapolaci časových řad při zachování základních statistických charakteristik. Nejdůležitější je přesnost odhadu, která určuje míru shody (Kulhavý a Kovář, 2000).

Pokud proměnné rovnice 1 nejsou náhodné, ale existuje mezi nimi vazba mezi příčinou a důsledkem jedná se o *model deterministický* (deterministic model). Deterministické modely můžeme rozdělit dle převládajících principů konstrukce. Kybernetické modely (DB modely, Deterministic Black Box) se nezabývají strukturou

modelového systému, pouze funkcí systému. Použití je možné pro hydrologické systémy s jednoduchou strukturou a jednotným chováním. Funkce systému musí být známá, aby se chování modelu dalo odvodit. Schéma kybernetických modelů je jednoduché: VSTUP → FUNKCE SYSTÉMU → VÝSTUP (Kulhavý a Kovář, 2000).

Fyzikálně založené modely (hydrodynamické, DL modely, Deterministic Hydrodynamic Laws, White Box) respektují fyzikální zákony jako např. princip zachování hmoty, hybnosti a energie (Becker a Serban, 1990). Na rozdíl od modelů kybernetických respektují strukturu systému a nejdříve popisují hydrologické procesy. Mohou popisovat buď dílčí procesy, nebo celý hydrologický proces (Kulhavý a Kovář, 2000).

Konceptuální modely (DC modely, Deterministic Conceptual, Grey Box) matematicky popisují hlavní procesy hydrologického cyklu: povrchové procesy (intercepce, evapotranspirace, povrchový odtok, svahový odtok a další), podpovrchové procesy (infiltrace, půdní odtok, proudění podzemní vody a další) a korytové procesy (vznik soustředěného odtoku a další). Pro zjednodušení tyto modely potlačují prostorovou složku (Kulhavý a Kovář, 2000).

Dělení matematických modelů z hlediska prostorové a časové diskretizace

Dalším hlediskem v klasifikaci hydrologických modelů je prostorové rozčlenění vstupních a stavových veličin. *Modely celistvé* (lumped models) používají plošné hodnoty stavových veličin, vztahujících se k celému povodí, nebo jeho části. Nerespektují prostorovou závislost mezi nimi, pouze časovou. Naproti tomu, *modely geometricky dělené* (distribuované, geometrically distributed models) respektují prostorovou variabilitu vstupů a procesů. Povodí je rozděleno sítí na jednotlivé části (gridy), z nichž každý je charakterizován vlastním celistvým modelem. Velikost gridů může být různá, nejčastěji se jedná o rozlohu 1km² (Becker a Serban, 1990). Distribuované modely přesněji vystihují chování systému. *Modely semi-distribuované* (semi distributed models) představují optimální kompromis mezi výše uvedenými. Plocha povodí je rozdělena na jednotlivé části (hydrotopy) mající stejné, nebo podobné vlastnosti, jako například geologické podloží, vegetační pokryv, či půdní

vlastnosti. Model tedy respektuje různé odtokové vlastnosti jednotlivých částí (Jeníček, 2005).

Míra časové diskretizace se odvíjí od účelu použití hydrologického modelu. Časový krok může být velmi krátký v řádu hodin u epizodních modelů až po několik let u kontinuálních modelů (Becker a Serban, 1990). Modely kontinuální čerpají z dlouhých časových řad sběru hydrometeorologických dat. Simulují odtokový proces, nebo hydrologickou bilanci ve smyslu rekonstrukčním, nebo prognózním. Používají se většinou pro větší území. Modely epizodní (diskrétní) simulují dílčí události. Časový krok je krátký a čerpají z kratší řady dat (Kulhavý a Kovář, 2000).

Dělení matematických modelů podle typu systému

Z tohoto hlediska můžeme rozdělit modely na elementární, které se používají pro hydrotopy s konstantními hydrologickými charakteristikami, jako např. jezero, nádrž, nebo část odtokové plochy a komplexní, které lze použít pro velké odtokové plochy (Becker a Serban, 1990).

Dělení matematických modelů podle možností využití

Podle možnosti využití můžeme dělit na modely využívané v operativní hydrologii (prioritou je rychlost zpracování vstupních dat a jejich převedení na krátkodobou předpověď, modely mohou například simulovat postup povodňové vlny a jsou využívány pro předpovědní systém FFS -flood forecast system), modely pro návrhovou a projekční činnost v oblasti vodního hospodářství (využívají se například pro řešení systéme protipovodňové ochrany, při revitalizaci vodních toků, při realizaci hydrotechnických staveb), modely používané ve výzkumu (modely a jejich výstupy slouží k dalšímu vývoji hydrologických modelů, k výzkumu dílčích procesů během srážko-odtokového procesu a k získávání přesnějších měření) (Jeníček, 2005).

Dělení matematických modelů dle hydrologických procesů

Dělení do několika kategorií podle hydrologických procesů a související proměnných použitých pro klasifikaci modelů (Becker a Serban, 1990).

2.2 Kalibrace hydrologického modelu

Kalibrace hydrologického modelu je složitý proces hledání optimální sady parametrů. Má dvě fáze. V první fázi kalibrace modelu specifikujeme parametry a určíme jejich rozsahy. Druhá fáze spočívá v odhadu počátečních hodnot parametrů a postupném zpřesňování jejich hodnot. Čím je přesnější odhad parametrů, tím větší shoda nastane mezi pozorovanými a simulovanými výstupy. Pokud výsledek není uspokojivý, je třeba parametry upravit. Pokud je shoda uspokojivá, parametry jsou optimální a jejich hodnoty můžeme použít při modelování cílové události (Sorooshian a Gupta, 1995).

Proces úpravy parametrů probíhá buď manuálně, nebo automaticky. Manuální kalibrace je časově náročná, nevýhodou je také přílišná subjektivita. Automatická kalibrace je rychlá, méně subjektivní. Automatická kalibrace se skládá ze čtyř kroků (Sorooshian a Gupta, 1983):

- kalibrační data
- objektivní funkce
- optimalizační algoritmus
- ukončovací kritérium

2.2.1 Kalibrační data

Proces kalibrace začíná výběrem dat. Jsou to především časové řady hydro-meteorologických charakteristik jako jsou časové řady srážek, potencionální evapotranspirace, teploty a jiné v požadovaném časovém kroku. Zásadním problémem je, jaké množství dat a jaký druh dat je nezbytný pro uspokojivou kalibraci modelu (Sorooshian a Gupta, 1995). Při výběru dat můžeme narazit na následující problémy:

- nedostatečná variabilita vstupních dat
- nedostatečně dlouhé časové řady dat
- nízký počet extrémních situací pro epizodní modely

- problém srážkových dat – ombrografické pozorování na malém počtu stanic, v zimním období zcela chybějící

Za předpokladu, že jsou data kvalitní, mohou stačit k realistickému odhadu parametrů dvou až tří leté datové záznamy (Gupta a Sorooshian, 1985). Yapo et al. (1996) ve své studii uvádějí, že k získání dobrých kalibračních výsledků je třeba použít přibližně osmileté datové záznamy. V praxi jsou používány pokud možno delší časové řady dat. Obecně platí, že kvalita modelu závisí na kvalitě dat, se kterými model pracuje (Beven, 2001). Kvalitní data jsou taková, která obsahují velkou hydrologickou variabilitu a výskyt náhodných komponent (chyb) v nich obsažených je co nejmenší. Přítomnost náhodných chyb může být důvodem existence více lokálních optim na odezvovém povrchu objektivní funkce (Sorooshian a Gupta, 1983).

2.2.2 Objektivní funkce

Kalibrace modelu probíhá, dokud nedojde k optimální shodě mezi zaznamenaným a simulovaným výstupem, tedy dokud nedojde k minimalizaci nebo maximalizaci objektivní funkce. Objektivní funkce probíhá v prostoru, který nazýváme odezvovým povrchem. Vhodný výběr objektivní funkce vede k lepšímu odezvovému povrchu a tím snižuje možnost předčasného ukončení optimalizačního algoritmu (Sorooshian et al. 1983). K posouzení shody, tedy určení velikosti rozdílu mezi simulovaným výstupem a změřenou odezvou povodí používáme jednu nebo více objektivních funkcí.

Nejběžnější objektivní funkce jsou založeny na sumě čtverců reziduí, např. RMSE nebo Nash-Sutcliffeův koeficient shody.

Nash-Sutcliffeův koeficient shody umožňuje porovnávat výkony modelu na různých povodích. Vypočítá se podle rovnice (Nash a Sutcliffe, 1970):

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{t=1}^T (Q_{sim}^t - Q_{obs}^t)^2}{\sum_{t=1}^T (Q_{obs}^t - \bar{Q}_{obs})^2} \quad (R2)$$

Kde Q_{sim}^t znamená simulovaný průtok, Q_{obs}^t znamená pozorovaný průtok, $\overline{Q_{obs}}$ znamená průměrný pozorovaný odtok a $t=1, \dots, T$ je počet časových kroků měřené řady. V případě dokonalého modelu, kdy simulace odpovídá pozorovanému průtoku, se účinnost NSE rovná jedné. Hodnoty NSE blíží se jedné tedy znamenají, že model má dobré prediktivní předpoklady. V případě, že hodnota NSE = 0, má model stejnou prediktivní účinnost jako průměr pozorované časové řady. Hodnoty nižší než nula signalizují, že simulovaný průtok je horší než průměr pozorované časové řady. Nevýhodou koeficientu NSE je, že rozdíly mezi naměřenými a předpovídanými hodnotami jsou umocňovány, takže větší hodnoty jsou nadhodnocovány a nižší podhodnocovány (Nash a Sutcliffe, 1970).

Střední kvadratická chyba RMSE je standardní způsob měření chyby modelu v predikci kvantitativních dat. Představuje průměrnou odchylku odhadnutého parametru od populačních hodnot. Vypočítá se podle rovnice (Moody 2019):

$$RMSE = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(\hat{y}_i - y_i)^2}{n}} \quad (R3)$$

Kde $\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_n$ jsou předpovězené hodnoty, y_1, y_2, \dots, y_n jsou pozorované hodnoty a n znamená počet naměřených hodnot a $i = 1, \dots, N$ je počet časových kroků měřené řady. Toto kritérium nabývá jen kladných hodnot. Nižší je hodnota RMSE chyby znamená lepší výsledek. Hodnota 0 by znamenala dokonalé přizpůsobení datům, což je v praxi téměř nedosažitelné (Moody 2019).

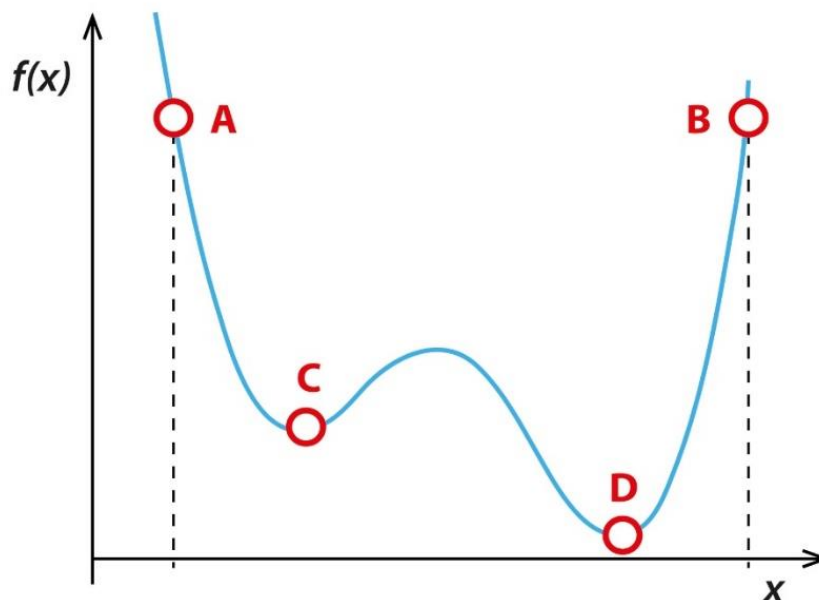
Kling-Guptův koeficient (Gupta, 2009) je vylepšením Nash-Sutcliffeova koeficientu. Zohledňuje různé typy chyb modelu. Vypočítá se podle rovnice:

$$KGE = 1 - \sqrt{(CC - 1)^2 + \left(\frac{cd}{rd} - 1\right)^2 + \left(\frac{cm}{rm} - 1\right)^2} \quad (R4)$$

Kde CC je hodnota Pearsonova koeficientu, rm je průměr pozorovaných hodnot, rd je směrodatná odchylka pozorovaných hodnot a cd je směrodatná odchylka předpovědí hodnot. Hodnota KGE se pohybuje $KGE \leq 1$. V zásadě platí, že čím víc se hodnota KGE blíží 1, tím přesnější je model.

2.2.3 Optimalizační algoritmus

Odchylka mezi požadovanou hodnotou parametru a aktuální hodnotou je označována jako kritériální funkce. Optimalizační algoritmus vyhledává minima nebo maxima kritériální funkce změnou hodnot stavových proměnných v parametrickém prostoru (Raida, 2004). Určením rozsahu parametrů v první fázi kalibrace modelu vymežíme prostor odezvového povrchu. Čím menší je velikost rozsahu mezi minimální a maximální hodnotou parametru, tím menší je velikost odezvového povrchu, což znamená méně lokálních optim a větší pravděpodobnost nalezení globálního optima (Cooper et al., 2007).



Obr. 2: Globální a lokální minimum (Raida, 2004), Body A a B jsou startovními body optimalizace, bod C je lokální minimum a bod D je minimum globální.

Na obrázku 2 je zobrazen možný průběh minimalizované kriteriální funkce. Bod C je lokálním minimem, bod D je minimem globálním. Body A a B jsou startovními body optimalizace. Pokud minimum definujeme jako bod, od něž nalevo i napravo kriteriální funkce roste, můžeme termínem minimum označit jak bod C, tak bod D. Minimum v němž kriteriální funkce nabývá nejmenší funkční hodnoty (v našem případě D), je minimem globálním. Minima, v nichž je funkční hodnota větší, jsou minima lokální (v našem případě C). U metod které „kloužou“ po průběhu funkce tak dlouho, dokud se nedostanou do minima, může dojít k „uváznutí“ v lokálním minimu C. Pokud však optimalizaci zahájíme v bodě B, metody dospějí do globálního minima D. Popsaná vlastnost je typická pro lokální optimalizační metody. Metody globální jsou naproti tomu schopny překonat lokální minima a přiblížit se minimu globálnímu. Nevýhodou globálních metod je nesrovnatelně vyšší výpočetní náročnost (Raida, 2004).

Optimalizační metody můžeme rozdělit na lokální a globální. Lokální metody hledají všemi možnými strategiemi maxima (nebo minima) unimodálních funkcí, tedy funkcí pouze s jedním maximem (minimem). Pokud se v parametrickém prostoru nachází více extrémů (tedy minim nebo maxim), jedná se o funkci multimodální (Jurjek, 2007). Nevýhodou lokálních vyhledávacích metod je existence odezvočných povrchů, které jsou multimodální. Lokální metody jsou schopné nalézt minimum (maximum) kriteriální funkce v blízkém okolí počátečního bodu optimalizace a šance nalézt globální maximum (minimum) závisí na bodě, kde začínají (Sorooshian a Gupta, 1995) (viz. obrázek 2). Výhodou použití lokálních vyhledávacích metod je nižší výpočetní náročnost. Příkladem lokální metody je gradientní metoda, která se nazývá také metodou největšího spádu. Spádové algoritmy jsou deterministické, jednoduché na implementaci a mají širokou možnost využití. Využívají v každém směru pokles hodnoty funkce f_k nalezení další iterace s menší hodnotou. Gradientní metoda používá jako směr poklesu záporný gradient (Dostál et al., 2012).

Pokud se globální optimum nalézá ve velké vzdálenosti od startovního bodu, lokální metody většinou selhávají a musíme použít metody globální (Raida, 2004). Globální metody musí být schopné vyhnout se uvíznutím v lokálních extrémech a vyhledávat minima nebo maxima multimodálních funkcí ve vysokodimenzionálním parametrickém prostoru (Sorooshian a Gupta, 1995). Mezi globálních metody patří evoluční algoritmy. Vychází z adaptačních a optimalizačních procesů v přírodě, ze své podstaty jsou stochastické (využívající náhodu, zkušenost, intuici). Pracují se skupinou potencionálních řešení, tedy s více body prohledávaného parametrického prostoru současně. Každý z bodů může vyřešit optimalizační problém. Mezi evoluční algoritmy patří algoritmus diferenciální evoluce. Díky své jednoduchosti a efektivnosti se jedná o velmi využívaný algoritmus (Poláková, 2014). Pracuje se skupinou bodů, které se nazývají populace bodů P . Každý prvek populace se vyvíjí, hledá si lepší umístění v parametrickém prostoru než předchozí s využitím evolučních procesů mutace, křížení a výběru. Dostává se tím do míst s nižší hodnotou účelové funkce f (za předpokladu její minimalizace). Toto probíhá až do splnění ukončovací podmínky (Poláková, 2014).

2.2.4 Ukončovací kritérium

Optimalizační algoritmus se snaží neustálým zlepšováním vyhledávat optimální hodnoty parametrů, proto potřebujeme kritérium, které iterativní postup ukončí. V ideálním případě, by tak mělo nastat v takovém bodě parametrického prostoru, kdy je funkční hodnota maximální nebo minimální, což v praxi není možné poznat (Sorooshian a Gupta, 1983, 1995). Mezi často používaná ukončovací kritéria patří konvergence objektivní funkce nebo konvergence parametru modelu. Konvergencí objektivní funkce sice můžeme dosáhnout optimální hodnoty, ale pouze v ploché oblasti odezvového povrchu, kde se nemusí nacházet globální optimum. Za více vhodné ukončovací kritérium se považuje konvergence parametru, ovšem stejně jako u použití konvergence objektivní funkce hrozí, že globální optimum nebude

nalezeno. Dalším ukončovacím kritériem může být stanovení maximálního počtu iterací (Sorooshian a Gupta, 1995).

Za každou kalibrací modelu by měla následovat *validace*, která určuje její kvalitu. Provádí se na jiné časové řadě (události), než na které byl model kalibrován. V ideálním případě by mělo dojít ke shodě, nebo by hodnoty výstupů měly být blízké naměřeným veličinám. Klemeš (1986) navrhuje autor čtyři možnosti validace:

- Kalibrovat a validovat na jiném časovém období na stejném povodí (split-sample test).
- Kalibrovat na datech z jednoho (či více povodí), validovat na jiném podobném povodí. Parametry je možno doladit, dle vlastností povodí (proxy basin test).
- Kalibrovat na období s určitými poměry (např. klimatickými) a validovat na období s poměry odlišnými (differential split-sample test).
- Kalibrovat model na datech z jednoho (či více povodí), validovat na jiném odlišném povodí (proxy basin differential split-sample test).

Uvedené validace ukazují, jak model reaguje na změnu reality v čase a prostoru (Klemeš 1986).

2.3 Hydrologické charakteristiky povodí

Hydrologické charakteristiky jsou odvozeny z odtokových, evapotranspiračních a srážkoodtokových časových řad zaznamenaných na pozorovaných povodích. Obsahují jedinečné informace, díky nimž mohou chování daného povodí přesně kvantifikovat (Yadav et al., 2007). V praxi se nejčastěji využívají charakteristiky odvozené z časových řad pozorovaného průtoku, např. dlouhodobý průměrný průtok. Z funkce překročení průměrných denních průtoků se určují *M-denní průtoky* Q_{Md} [$m^3 \cdot s^{-1}$, $l \cdot s^{-1}$]. M-denní průtok je průměrný denní průtok, který je dosažen nebo překročen během M dní v roce. M-denní průtoky se určují pro vybrané hodnoty průměrné doby dosažení nebo překročení $M=30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 240, 270, 300, 330, 355$ a 364 dnů v roce. Funkce překročení průměrných denních

průtoků za určité referenční období nejpodrobněji vystihuje variabilitu denních průtoků a patří proto mezi základní charakteristiky hydrologického režimu daného toku. Porovnáním funkcí překročení za různá referenční období lze získat dobrý přehled o případných změnách hydrologického režimu. Základem pro odvození M-denních průtoků je zpracování průměrných denních průtoků ze sítě vodoměrných stanic a následná aplikace výpočetních nástrojů, které umožňují extrapolaci hodnot M-denních průtoků z vodoměrných stanic do nepozorovaných profilů (ČSN 751400).

Z čáry opakování ročních kulminačních průtoků se určují *N-leté průtoky* Q_N [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$]. Jedná se o průtok, který je v uvažovaném profilu dosažen nebo překročen průměrně jednou za N let. Určují se pro doby opakování $N=1, 2, 5, 10, 20, 50$ a 100 let. N -leté průtoky jsou hydrologické údaje nezbytné pro rozhodování o protipovodňových opatřeních a návrzích různých stavebních objektů na vodních tocích. K odvození N -letých průtoků v nepozorovaných profilech se v ČR využívá extrapolace statistických charakteristik kulminačních průtoků z vodoměrných stanic do vybraných soutokových uzlů vodních toků. Průtok Q_{100} patří k nejdůležitějším charakteristikám režimu maximálních průtoků a používá se jako návrhový průtok při realizaci protipovodňových opatření v územích s výrazným stupněm ochrany (ČSN 751400).

M-denní průtoky a N -leté průtoky patří mezi základní hydrologické údaje, které v ČR poskytuje český hydrometeorologický ústav (ČHMÚ) pro libovolný vodní profil za referenční období 1981–2010. Poskytování hydrologických údajů upravuje norma ČSN 751400 - hydrologické údaje povrchových vod. Mezi další základní hydrologické údaje patří také:

- Plocha povodí [km^2] - je určena z digitální vrstvy rozvodnic základních hydrologických povodí na podkladech závazného digitálního státního mapového díla ČR příslušného měřítko (1:10 000).
- Dlouhodobá průměrná roční výška srážek na povodí P_a [mm] - je určena na podkladě zpracované rastrové vrstvy v GIS odvozené na základě naměřených

srážek ve srážkoměrných stanicích v ČR a v přilehlých územích sousedních států.

- Dlouhodobý průměrný průtok Q_a [$\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$, $\text{l} \cdot \text{s}^{-1}$] - charakterizuje průměrnou vodnost toku v daném profilu. Ve vodoměrné stanici je určen jako průměr ze všech hodnot denních průtoků za referenční období (1981-2010). Pro odhad v nepozorovaných profilech je využito úzké vazby této charakteristiky (vyjádřené jako odtoková výška v mm) na dlouhodobé srážky, potenciální evapotranspiraci a hydrogeologické podmínky (ČSN 751400).

Hodnoty hydrologických charakteristik např. M-denních vod mohou být použity ke kalibraci hydrologického modelu na nepozorovaných povodích nebo tam, kde neexistují dostatečně kvalitní vstupní data (nedostatečně dlouhé časové řady dat, nedostatečná variabilita dat). Tento způsob kalibrace testovali Westerberg et al. (2011). Testování probíhalo na dvou povodích s různými režimy toku. Povodí Paso La Seiba v Hondurasu, které má část roku v období sucha velmi nízké průtoky a na ploše povodí 1766 km^2 pouze 29 srážkoměrných stanic a povodí Brue ve Velké Británii, které má na ploše povodí 135 km^2 49 srážkoměrných stanic. Byly použity dva modely s různým časovým krokem (WASMOD s denním krokem pro honduraské povodí a TOPMODEL v hodinovém časovém kroku pro povodí ve Velké Británii). Výsledky ukázaly, že při použití této metody kalibrace, byly simulované průtoky na povodí s nižším průtokem přesnější než simulované průtoky v povodí s vyšším průtokem. V povodí Paso La Seiba byla shoda mezi pozorovanými a modelovanými výstupy 95 % času i přesto, že kvalita vstupních dat byla horší. V povodí Brue, ke kterému bylo k dispozici více vstupních dat, byla naopak shoda pouze mezi 75–90 % času. Tato metoda by tedy mohla být využita zejména v regionech, ve kterých neexistuje dostatek vstupních dat nebo na povodích s nízkým průtokem (Westerberg et al., 2011). V současné době v České republice probíhá projekt HAMR. V rámci tohoto projektu, který sleduje povodí na území celé ČR a řada z nich jsou nepozorovaná je Model Bilan je kalibrován právě proti M-denním vodám (Vizina et al., 2018).

3 Porovnání vybraných kalibračních strategií z hlediska simulační účinnosti modelu GR4J

Kalibrace konceptuálního srážko-odtokového modelu je důležitý proces, který musí být proveden před tím, než je model dále používán k praktickým účelům. Pro kalibraci modelu je nutné mít časové řady pozorovaného odtoku, se kterými jsou formou zvoleného hodnotícího kritéria porovnávány simulace modelem v průběhu kalibračního procesu. Tyto časové řady pozorovaného odtoku nemusí být dostupné a pokud dostupné jsou, nemusí být dostatečné z hlediska jejich délky nebo kvality. Pokud tato situace nastane, pak není možné kalibraci modelu provést, což znemožňuje jeho následné použití. Jedním z řešení tohoto problému je kalibrace modelu na základě hydrologických charakteristik, které jsou odvozeny pomocí hydrologické analogie mezi pozorovaným povodím (tj. povodím, pro které jsou pozorované časové řady dostupné) a zájmovým povodím. V rámci ČR tyto charakteristiky standardně poskytuje pro vybrané profily ČHMÚ. Cílem této případové studie je porovnat kalibrační strategii založenou na pozorovaných datech a strategii založenou na odvozených hydrologických charakteristikách. Porovnání je provedeno jednak z hlediska simulační účinnosti modelu, dále jsou také porovnány optimální sady parametrů získané na základě obou strategií.

3.1 Vstupní data

Pro účely studie bylo vybráno 20 povodí ze 360 povodí projektu MOPEX (Duan et al., 2006), která jsou situována na území USA. Povodí byla vybrána tak, aby celkový odtok z nich byl co nejméně ovlivněn sněhovým režimem. Pro každé z 360 povodí byl spočten sněhový index dle rovnice:

$$SI = \frac{\sum_{i=1}^N SN}{\sum_{i=1}^N P} \quad (R5)$$

kde SN je sněhová srážka na povodí [$\text{mm} \cdot \text{den}^{-1}$] a P je celková srážka na povodí [$\text{mm} \cdot \text{den}^{-1}$], $i = 1, \dots, N$ je počet časových kroků měřené řady. Rozdělení celkové srážky P na sněhovou srážku a dešťovou srážku bylo provedeno na základě porovnání průměrné denní teploty T_{prum} [$^{\circ}\text{C}$] a zvolené prahové teploty T_{prah} [$^{\circ}\text{C}$] dle rovnic:

$$T_{prum} \geq T_{prah} \rightarrow SN = 0 \quad (R6)$$

$$T_{prum} < T_{prah} \rightarrow SN = P \quad (R7)$$

Pro účely této studie byla zvolena pro T_{prah} hodnota 0°C . Ze souboru 360 povodí projektu MOPEX byla vybrána pouze povodí s co nejnižší hodnotou sněhového indexu. Vybraná povodí reprezentují různé hydroklimatické podmínky a v tab. T1 a T2 jsou prezentovány v souhrnné formě vybrané klimatické, půdní, geomorfologické charakteristiky povodí spolu s vybranými charakteristikami vegetačního krytu zvolených povodí.

Název řeky, uzávěrový profil, stát	MAP [mm/rok]	IA	MAT [°C]	MATR [°C]	SANDY_LOAM	LOAM	CLAY	POR
Tar River, Tarboro, N.C.	1140,0875	1,1474	14,9616	22,73	0,18	0,04	0,26	0,421
Deep River, Moncure, N.C.	1172,715	1,2375	14,9383	22,4366	0,05	0,01	0,11	0,457
Yadkin River, Colledge, N. C.	1211,4636	1,4123	13,5058	22,4327	0,22	0,09	0,28	0,436
South Yadkin River, Mocksville, N. C.	1210,9114	1,3792	13,863	22,4369	0,14	0,1	0,51	0,438
Rocky River, Norwood, N. C.	1163,1968	1,2249	15,6209	22,1382	0,03	0,02	0,12	0,461
Peace River, Arcadia, FLA.	1255,7079	1,0342	22,4025	13,045	0,01	0	0	0,345
Paint Rock River, Woodwille AL	1468,8482	1,5755	14,6017	22,8261	0,09	0,05	0,31	0,468
Duck River, Hurricane Mills, TENN.	1347,9186	1,4549	14,6121	23,6243	0,01	0	0,17	0,475
Fox River, Berlin, WI	785,5464	0,8928	7,6601	29,7589	0,06	0	0,12	0,438
Elkhart River, Goshen, IND.	903,0936	1,0421	9,3591	28,4124	0,02	0,1	0,09	0,445
Grand River, Lansing, MICH.	806,3179	0,9827	8,6343	28,462	0	0	0,08	0,435
Maple River, Mable Rapids, MICH.	790,0721	1,0007	8,4475	28,5239	0,05	0	0,07	0,442
North Fork Gunnison River, Somerset, CO.	667,0821	0,6567	4,0324	21,8379	0	0	0	0,439
Yampa River, Maybell, CO.	595,6579	0,58	4,7533	23,2517	0	0,1	0	0,433
San Francisco River, Clifton, ARIZ.	471,8557	0,4131	10,223	19,9745	0,14	0,1	0,12	0,442
Walker River, Wabuska, NV	375,97	0,3425	7,476	20,4841	0	0,1	0	0,434
East Fork Carson River, Gardnerville, NV	842,2893	0,795	6,092	19,0879	0	0	0	0,413
Carson River, Fort Churchill, NV	539,6221	0,4722	7,9945	20,3482	0	0	0	0,418
Los Gatos Creek, Coalinga, CA	426,825	0,2432	14,8957	18,1315	0	0	0,19	0,459
Indian Creek, Crescent Mills, CA	820,5393	0,7078	8,7617	20,7081	0	0	0	0,416

Tabulka 1: Vybrané charakteristiky pro 20 zvolených povodí projektu MOPEX (zkratky jsou vysvětleny v následujícím textu)

Název řeky, uzávěrový profil, stát	SLWRF	SHC	FOREST	URBAN	ELEV_MEAN	AREA [km2]	TVAR
Tar River, Tarboro, N.C.	4,522	1,22E-05	0,31	0,08	76,95	5945,72	1,74
Deep River, Moncure, N.C.	5,071	4,52E-06	0,57	0,04	167,35	3743,53	1,13
Yadkin River, Colledge, N. C.	4,954	4,30E-06	0,37	0,02	400,63	5920,26	1,40
South Yadkin River, Mocksville, N. C.	5,122	2,67E-06	0,61	0,01	319,6	796,73	2,01
Rocky River, Norwood, N. C.	5,188	2,95E-06	0,69	0,21	182,5	3548,47	0,86
Peace River, Arcadia, FLA.	3,077	3,57E-05	0,14	0,33	34,68	3630,21	0,64
Paint Rock River, Woodwille AL	5,238	2,75E-06	0,99	0	374,36	819,78	0,47
Duck River, Hurricane Mills, TENN.	5,483	2,08E-06	0,95	0,02	241,03	6625,65	2,27
Fox River, Berlin, WI	5,384	1,10E-05	0,01	0	267,821	3463,63	1,06
Elkhart River, Goshen, IND.	5,45	3,09E-06	0,05	0,01	275,48	1559,38	1,44
Grand River, Lansing, MICH.	5,154	6,62E-06	0,11	0,7	285,963	3228,09	0,79
Maple River, Mable Rapids, MICH.	5,752	2,87E-06	0,01	0	218	1060,99	1,54
North Fork Gunnison River, Somerset,	5,282	1,43E-06	0,85	0	2720,47	1360,29	0,83
Yampa River, Maybell, CO.	5,036	5,00E-06	0,56	0	2370,58	8882,39	1,25
San Francisco River, Clifton, ARIZ.	5,469	2,48E-06	0,41	0	2081,88	7223,46	0,88
Walker River, Wabuska, NV	4,991	6,82E-06	0,15	0	2048,05	6660,22	0,65
East Fork Carson River, Gardnerville, NV	4,326	1,31E-05	0,66	0	2311,78	911,25	0,54
Carson River, Fort Churchill, NV	4,674	1,14E-05	0,32	0	1929,58	3376,78	0,64
Los Gatos Creek, Coalinga, CA	10,761	4,81E-07	0,2	0,1	825,56	250,11	1,13
Indian Creek, Crescent Mills, CA	4,571	1,06E-05	0,86	0	1705,42	1891,4	1,08

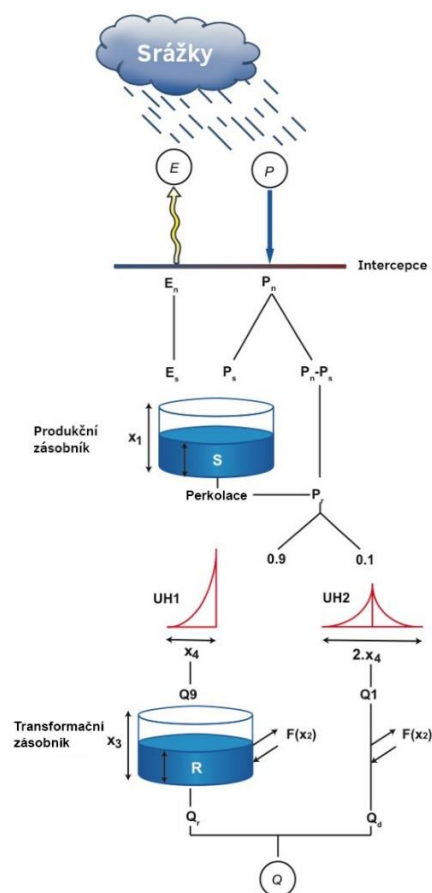
Tabulka 2: Vybrané charakteristiky pro 20 zvolených povodí projektu MOPEX (zkratky jsou vysvětleny v následujícím textu)

Dlouhodobá průměrná roční srážka (MAP) byla odhadnuta z denních záznamů gridovaných srážkových dat projektu PRISM (Daly et al., 1994) a průměrná roční potenciální evapotranspirace pro výpočet indexu aridity (index aridity byl v této studii definován jako poměr dlouhodobé průměrné roční srážky a dlouhodobé průměrné roční potenciální evapotranspirace) byla odvozena z denních záznamů gridovaných hodnot potenciální evapotranspirace z NOAA Evaporation Atlas (Farnsworth et al., 1982). Dlouhodobá průměrná roční teplota (MAT) a průměrný rozdíl průměrné měsíční teploty nejteplejšího a nejchladnějšího měsíce v roce (MATR) byly odvozeny autorkou na základě časových řad průměrné denní teploty vypočtené z denního teplotního minima a maxima. Relativní zastoupení vybraných půdních druhů na povodí jako písčito-hlinitých půd (SANDY_LOAM), hlinitých půd (LOAM) a jílovitých půd (CLAY) bylo odvozeno na základě databáze STATSGO, kterou vytvořil Penn State Earth System Science Center (Miller a White, 1999). Půdní hydraulické charakteristiky jako pórovitost (POR), sklon funkce retenční křivky (SLWRF) a nasycená hydraulická vodivost (SHC) byly odvozeny na základě empirických vztahů, které prezentovali Clapp a Hornberger (1978) a Cosby et al. (1983). Základem pro relativní zastoupení lesních porostů (FOREST) a urbanizovaných ploch (URBAN) je databáze IGBP (Loveland et al., 2000). Geomorfologické charakteristiky jako nadmořská výška (MEAN_ELEV), plocha povodí (AREA) a koeficient asymetrie povodí (TVAR) byly odvozeny digitálním modelem GTOPO30 s prostorovým rozlišením 30 obloukových sekund (vyvinutý US Geological Survey).

Pro každé z 20 vybraných povodí byla sestavena kolekce vstupních časových řad, které obsahovala denní srážkové úhrny P [$\text{mm}\cdot\text{den}^{-1}$], denní hodnoty potenciální evapotransporace PET [$\text{mm}\cdot\text{den}^{-1}$], pozorovaný odtok R [$\text{mm}\cdot\text{den}^{-1}$], denní minimální teploty T_{min} [$^{\circ}\text{C}$], denní maximální teploty T_{max} [$^{\circ}\text{C}$]. Celková délka časových řad byla 14 let (1. 1. 1968 až 31. 12. 1981). Toto období bylo následně rozděleno na dvě periody: kalibrační a pro odvození pozorovaných hydrologických charakteristik (1. 1. 1968 až 31. 12. 1974) a validační (1. 1. 1975 až 31. 12. 1981).

3.2 Model GR4J a jeho kalibrace

Francouzský srážko-odtokový model GR4J (Génie Rural à 4 paramètres Journalier) je celistvý konceptuální srážko-odtokový model, který počítá celkový odtok v denním časovém kroku. Jedná se o vylepšenou verzi modelu GR3J (Perrin et al. 2003).



Obr. 3: Schéma modelu GR4J. In: <https://wiki.ewater.org.au/> [online]. [cit. 2021-03-25]. Dostupné z: <https://wiki.ewater.org.au/display/SD45/GR4J+-+SRG#app-switcher> (upraveno)

Struktura modelu (viz obr. 3) je založena na dvou zásobnících (produkční a transformační), jednotkovém hydrogramu a obsahuje 4 kalibrované parametry: $X1$ [mm] - maximální kapacita produkčního zásobníku, $X2$ [-] - maximální výměnný koeficient povodí, $X3$ [mm] - maximální kapacita transformačního zásobníku a $X4$ [den] - časový parametr jednotkového hydrogramu. Vstupem do modelu jsou časové řady srážek P [mm/den], E je potencionální evapotranspirace a výstupem je časová řada simulovaného odtoku Q [mm/den] (Perrin et al., 2003).

Výpočet celkového simulovaného odtoku lze shrnout takto:

- Výpočet efektivní srážky na základě intercepčního zásobníku s nulovou kapacitou a produkčního zásobníku.
- Rozdělení efektivní srážky do dvou komponent (90% pomalá odezva povodí, 10% rychlá odezva povodí) a jejich transformace pomocí pouze jednotkového hydrogramu (rychlá odezva), nebo jednotkového hydrogramu a nelineárního transformačního zásobníku (pomalá odezva).
- Korekce na základě maximálního výměnného koeficientu povodí (v případě pomalé odezvy řešena jako součást bilance v nelineárně transformačním zásobníku).
- Výpočet celkového odtoku z povodí.

V rámci případové studie byly testovány dvě kalibrační strategie: kalibrace na základě časových řad pozorovaného odtoku a kalibrace na základě hydrologických charakteristik. Pro kalibraci modelu GR4J na základě pozorovaného odtoku byla použita gradientová lokální optimalizační technika, která je pod názvem „kalibrace Michel“ obsažena v R balíku AirGR. Jako hodnotící kritérium bylo použito KGE (viz rovnice R4 v rešerši).

Pro kalibraci modelu GR4J na základě hydrologických charakteristik byla použita diferenciální evoluce z R balíku DEoptim (Ardia et al., 2011) s nastavením RAND/1/BIN. Kalibrační proces lze shrnout do následujících kroků:

1. vygenerování / výpočet parametrické sady v rámci daného běhu optimalizačního algoritmu,
2. provedení simulace celkového odtoku modelem GR4J na základě potřebných časových řad (P a PET) a parametrické sady z kroku 1,
3. odvození hydrologických charakteristik na základě časové řady simulovaného odtoku,
4. výpočet kritéria na základě hydrologických charakteristik odvozených na základě simulovaného odtoku a hydrologických charakteristik odvozených na základě pozorovaného odtoku,
5. rozhodnutí na základě hodnoty kritéria o tom, zda parametrická sada nebude v rámci optimalizace zamítnuta.

Použité kritérium porovnává relativní odchylky mezi hydrologickými charakteristikami odvozenými na základě simulovaného odtoku a pozorovaného odtoku dle rovnice:

$$CRIT = \sum_{i=1}^N \left(100 \cdot \frac{|Q_{mer,i} - Q_{sim,i}|}{Q_{mer,1}} \right) \quad (R8)$$

kde $Q_{mer,i}$ je i -tá hydrologická charakteristika odvozená na základě pozorovaného odtoku a $Q_{sim,i}$ je i -tá hydrologická charakteristika odvozená na základě simulovaného odtoku, $i = 1, \dots, N$ jsou zvolené hydrologické charakteristiky. Kritérium nabývá hodnot od 0 do $+\infty$, dokonalá shoda mezi hydrologickými charakteristikami nastává při hodnotě 0.

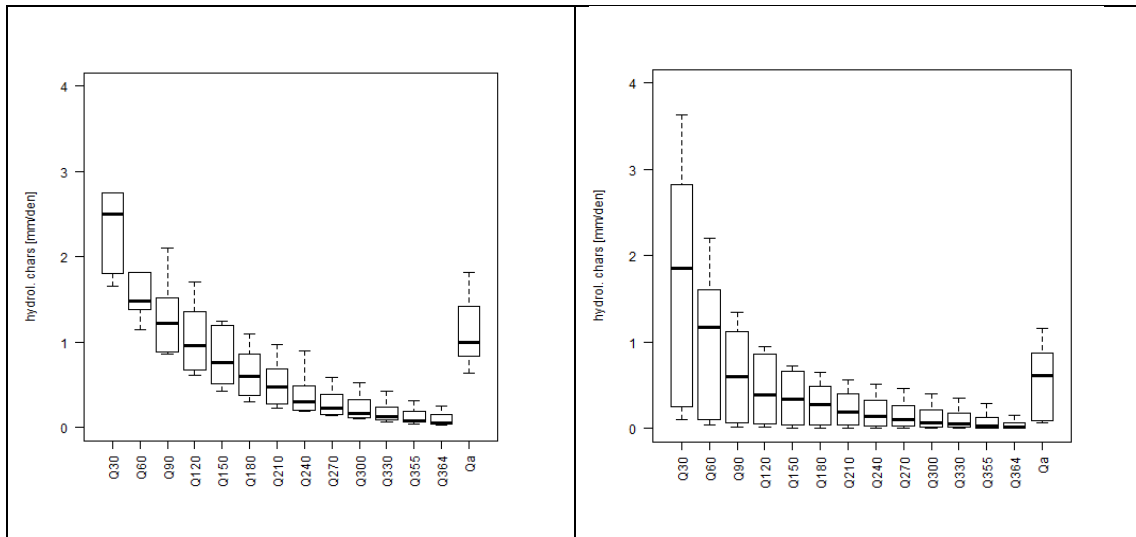
V rámci kalibrace založené na diferenciální evoluci bylo pro každé povodí sestaveno 20 samplů parametrických sad modelu GR4J (tj. kalibrace byla provedena 20x)

a z těchto 20 samplů byla vybrána parametrická sada s nejnižší hodnotou kritéria CRIT.

3.3 Výsledky

Odvození hydrologických charakteristik

Na základě časových řad pozorovaného odtoku byly pro každé z 20 vybraných povodí odvozeny hydrologické charakteristiky dlouhodobý průměrný odtok a p-percentní průtoky odpovídající charakteristickým M-denním odtokům (v rámci studie značených Q30 až Q364 a Qa). Pro výpočet hydrologických charakteristik byly použity časové řady o délce 6 let (1. 1. 1969 až 31. 12. 1974). Odvozené charakteristiky jsou souhrnně prezentovány na obr. 4 vlevo pro humidní povodí a vpravo pro aridní povodí.



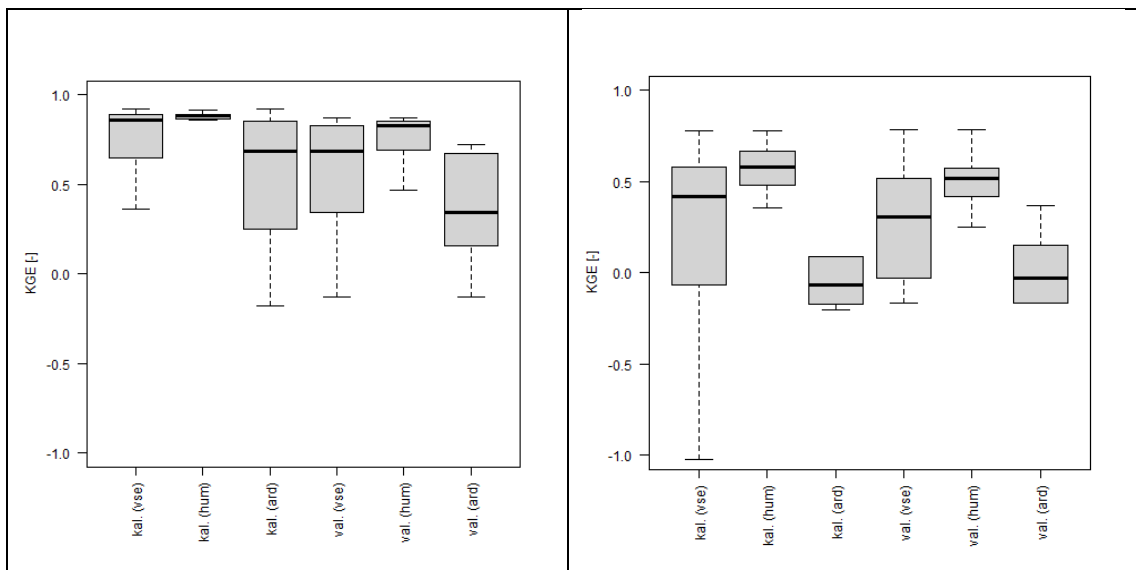
Obr. 4: hydrologické charakteristiky pro 10 humidních povodí (vlevo) a 10 aridních povodí souboru odvozené na základě časové řady celkového odtoku o délce 6 let.

Z obr. 4 je patrná výraznější variace nejvyšších odtoků zde reprezentovaných Q30 a Q60 u aridních povodí, a naopak vyšší M-denní odtoky reprezentované Q90 až Q300 na humidních povodí. Z hlediska velmi nízkých odtoků (reprezentovaných Q330 až Q364) lze konstatovat nepatrně vyšší hodnoty u humidních povodí. Výraznější rozdíly jsou patrné i u dlouhodobého průměrného odtoku (Qa), který je u humidních povodí vyšší než u povodí aridních.

Výsledky kalibrace a validace zvolenými kalibračními přístupy

Model GR4J byl kalibrován na časové řadě (1. 1. 1968 až 31. 12. 1974) a validován na časové řadě (1. 1. 1975 až 31. 12. 1981) pomocí dvou kalibračních strategií. V rámci obou strategií byla uvažována „warm-up“ perioda o délce 1 rok. Protože kalibrace na základě hydrologických charakteristik byla založena na jiném hodnotícím kritériu než kalibrace na základě pozorovaného odtoku, bylo pro každé povodí po kalibraci modelu na základě kritéria CRIT (viz rovnice R8), vypočteno kritérium KGE mezi simulovaným a pozorovaným odtokem.

Výsledky kalibrace i validace jsou prezentovány na obr. 5 formou simulačních účinností modelu, pokud byl model kalibrován na základě pozorovaných odtoků (obr. 5 vlevo), resp. pokud byl kalibrován na základě hydrologických charakteristik (obr. 5 vpravo). Prezentovány jsou jednak celkové výsledky (v obr. 5 označeny jako „vše“), tak výsledky pouze pro humidní povodí (v obr. 5 označeny jako „hum“) a aridní povodí (v obr. 5 označeny jako „ard“) z použitého souboru 20 povodí.



Obr. 5: simulační účinnosti modelu GR4J v kalibrační i validační fázi na souboru 20 povodí, pokud byl model kalibrován na základě pozorovaných odtoků (vlevo) a pokud byl kalibrován na základě hydrologických charakteristik (vpravo).

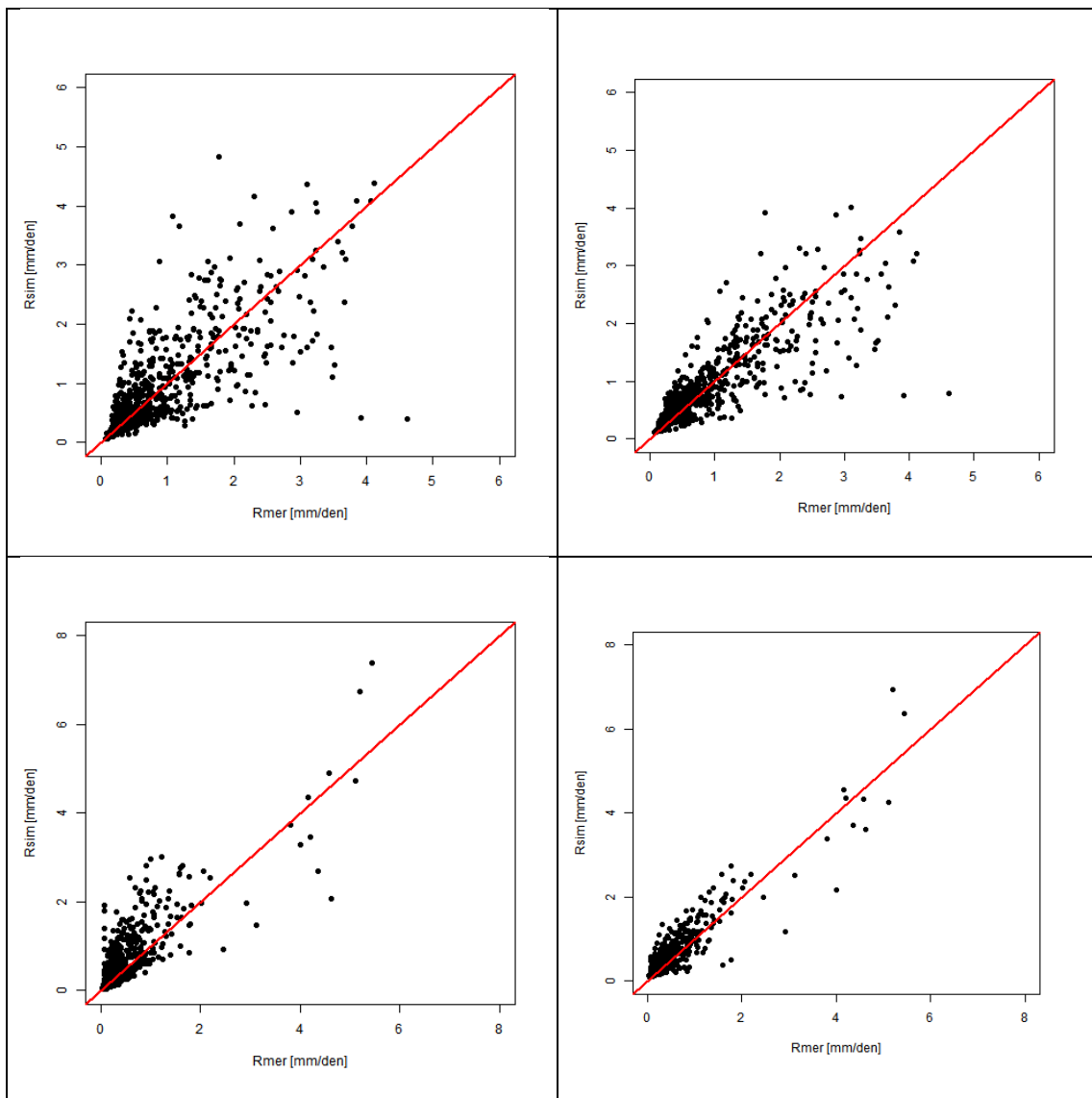
Z obr. 5 vlevo je patrné, že model GR4J, který byl kalibrován na základě pozorovaného odtoku, lépe simuloval celkový odtok humidních povodí v kalibrační i validační fázi než celkový odtok aridních povodí. Z hlediska mediánu KGE byl rozdíl mezi humidními a aridními povodími cca 0,20 v kalibraci, resp. 0,49 ve validaci. Pokles simulační účinnosti modelu byl při přechodu z kalibrační do validační fáze nejvýraznější na aridních povodích (pokles mediánu KGE o cca. 0,34). Naopak na humidních povodích byl tento pokles simulační účinnosti nevýrazný (pokles mediánu KGE o cca. 0,05).

Z obr. 5 vpravo je patrné, že model GR4J kalibrováný na základě hydrologických charakteristik simuloval celkový odtok lépe na humidních povodích než na aridních povodích, přičemž rozdíl v mediánu KGE byl v kalibrační i validační fázi vyšší než v případě kalibrace proti pozorovanému odtoku. Tento rozdíl činil cca. 0,65 v kalibraci a cca. 0,55 ve validaci. Změna simulační účinnosti při přechodu z kalibrační fáze do fáze validační nebyla na humidních i aridních povodích příliš výrazná (viz pokles

mediánu KGE o cca. 0,07 v případě humidních povodí). V případě aridních povodí došlo naopak k nepatrnému zvýšení mediánu KGE (o cca. 0,04).

Porovnáme-li simulační výsledky obou kalibračních strategií (viz obr. 5 vlevo i vpravo), lze konstatovat, že kalibrace modelu založená na pozorovaných řadách celkového odtoku je úspěšnější v kalibrační i validační fázi než kalibrace založená na hydrologických charakteristikách. Větší rozdíly byly zaznamenány na aridních povodích (rozdíl v mediánu KGE zde činil cca. 0,75 v kalibraci a cca. 0,37 ve validaci). Na humidních povodích nebyl rozdíl mezi oběma kalibračními strategiemi tak výrazný (rozdíl v mediánu KGE zde činil cca. 0,31 v kalibrační i validační fázi).

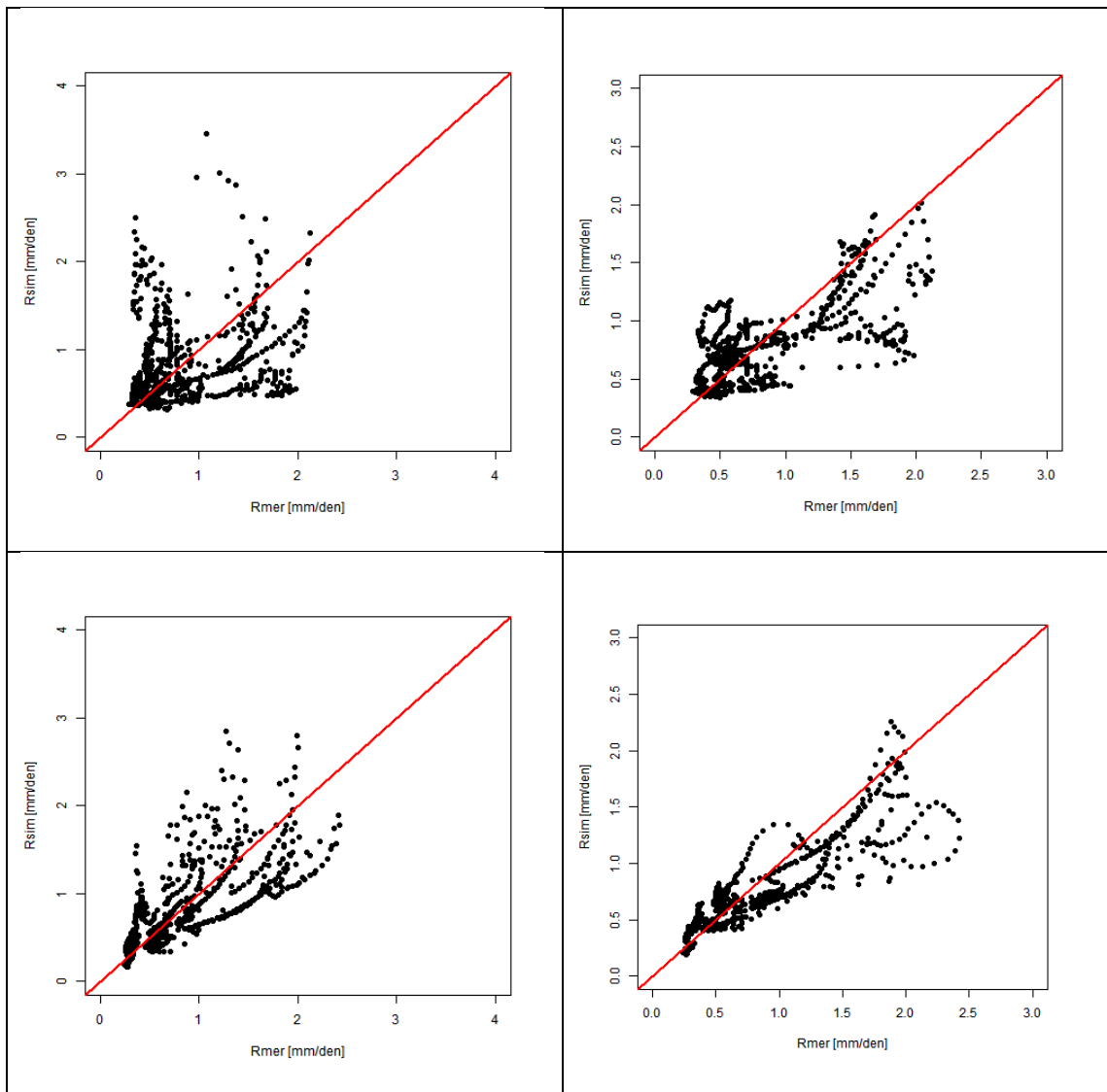
Na obr. 6 a 7 jsou porovnány pozorované odtoky a simulace na základě obou kalibračních strategií. Na obr. 8 jsou porovnány simulace mezi sebou. Presentované obr. reprezentují jedno vybrané humidní a aridní povodí. Zástupce humidního povodí je povodí Tar River ve státě Severní Karolína, zástupce aridního povodí je povodí Fox River ve státě Wisconsin.



Obr. 6: Porovnání pozorovaných odtoků a simulace na základě obou kalibračních strategií na humidním povodí. Na obrázku vlevo nahoře je porovnání pozorovaného odtoku proti kalibrační simulaci na hydrologické charakteristiky, na obrázku vpravo nahoře je porovnání pozorovaného odtoku proti kalibrační simulaci na pozorovaná data. Na obrázku vlevo dole je porovnání pozorovaného odtoku proti validační simulaci na hydrologické charakteristiky a na obrázku vpravo dole je porovnání pozorovaného odtoku proti kalibrační simulaci na pozorovaná data.

Z obrázku 6 je patrné, že při nízkých odtocích má model dobré výsledky jak při kalibraci proti hydrologickým charakteristikám (viz. obr. vlevo nahoře), tak proti

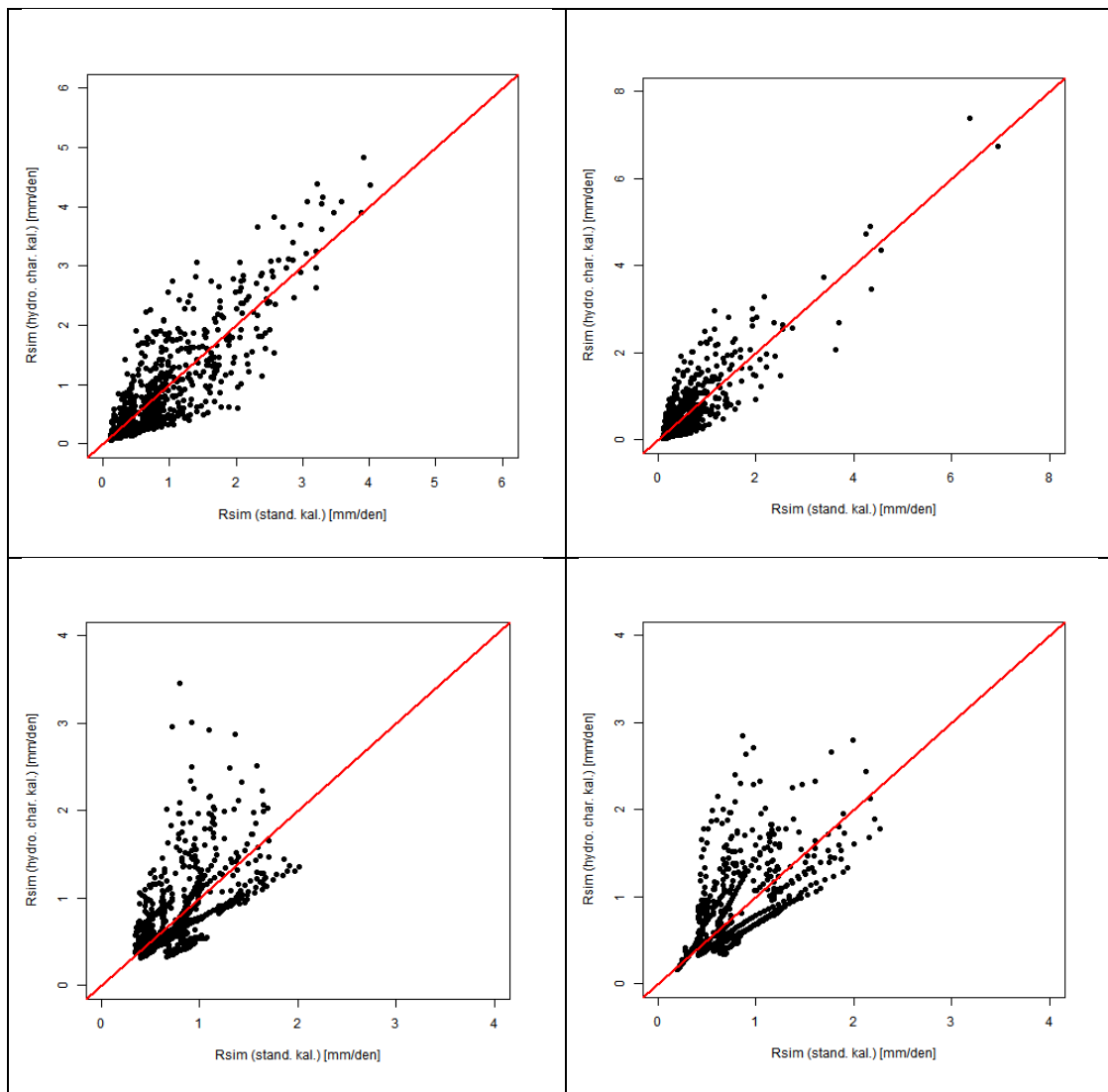
pozorovaným datům (viz. obr. vpravo nahoře). Při simulaci vysokých odtoků model buď výrazně nadhodnocoval nebo podhodnocoval pozorované kulminace (viz. obr. vlevo nahoře i vpravo nahoře). Z obr. 6 vlevo dole i vpravo dole je patrné, že model lépe simuloval celkový odtok z povodí, pokud byl kalibrován proti pozorovaným datům. Z hlediska simulací vysokých odtoků, model, nakalibrovaný na základě obou strategií, simuloval tyto kvalitněji (v porovnání s kalibrací).



Obr. 7: Porovnání pozorovaných odtoků a simulace na základě obou kalibračních strategií na aridním povodí. Na obrázku vlevo nahoře je porovnání pozorovaného odtoku proti kalibrační

simulaci na hydrologické charakteristiky, na obrázku vpravo nahoře je porovnání pozorovaného odtoku proti kalibrační simulaci na pozorovaná data. Na obrázku vlevo dole je porovnání pozorovaného odtoku proti validační simulaci na hydrologické charakteristiky a na obrázku vpravo dole je porovnání pozorovaného odtoku proti kalibrační simulaci na pozorovaná data.

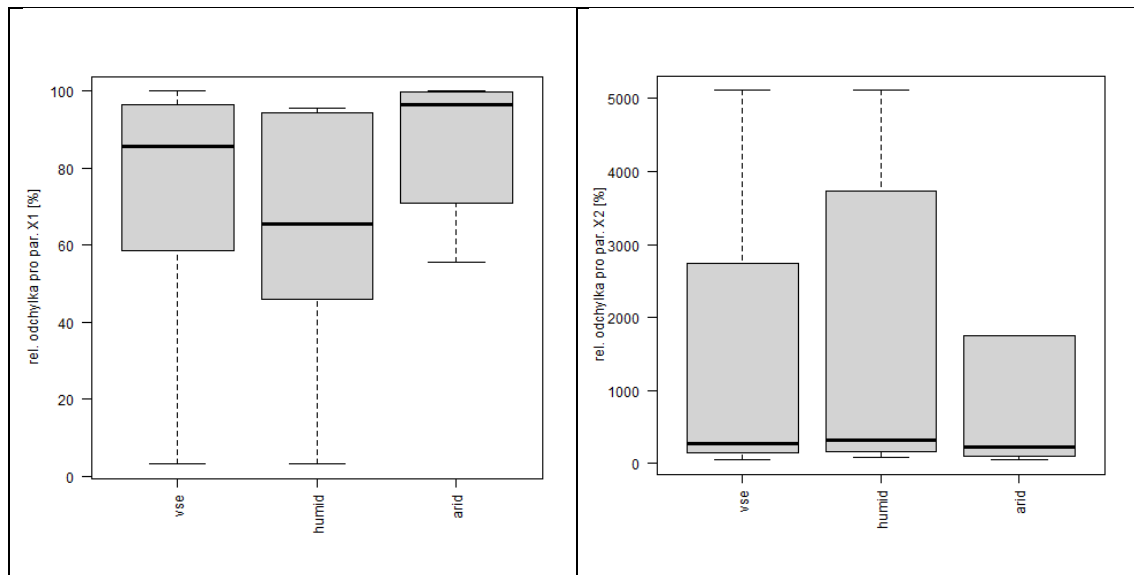
Z obrázku 7 je patrné, že model má velmi špatné výsledky jak při kalibraci proti hydrologickým charakteristikám (viz. obr. vlevo nahoře), tak proti pozorovaným datům (viz. obr. vpravo nahoře). Při kalibraci proti pozorovaným datům (viz. obr. vpravo nahoře) ve většině případů model podhodnocoval celkový odtok. Při kalibraci proti hydrologickým charakteristikám (viz. obr. vlevo nahoře) potom vidíme, že model buď výrazně podhodnocoval, nebo výrazně nadhodnocoval. Výsledky ve validační fázi na obrázcích dole potom potvrzují, že model na aridním povodí nebyl schopen rozumně simulovat celkový odtok z povodí.



Obr. 8: Porovnání kalibračních (vlevo) a validačních (vpravo) simulací na základě obou kalibračních strategií (stand.kal. je kalibrace proti pozorovaným datům a hydro.char.kal. je kalibrace proti hydrologickým charakteristikám) na humidním povodí (nahore) a aridním povodí (dole).

Z obr. 8 nahoře je patrné, že na prezentovaném humidním povodí model kalibrováný na hydrologické charakteristiky výrazně častěji nadhodnocoval celkový simulovaný odtok v porovnání s modelem kalibrováním proti pozorovaným datům, a to

jak v kalibraci, tak i ve validaci. Podobná situace je patrná i na obr. 8 dole pro prezentované aridní povodí.

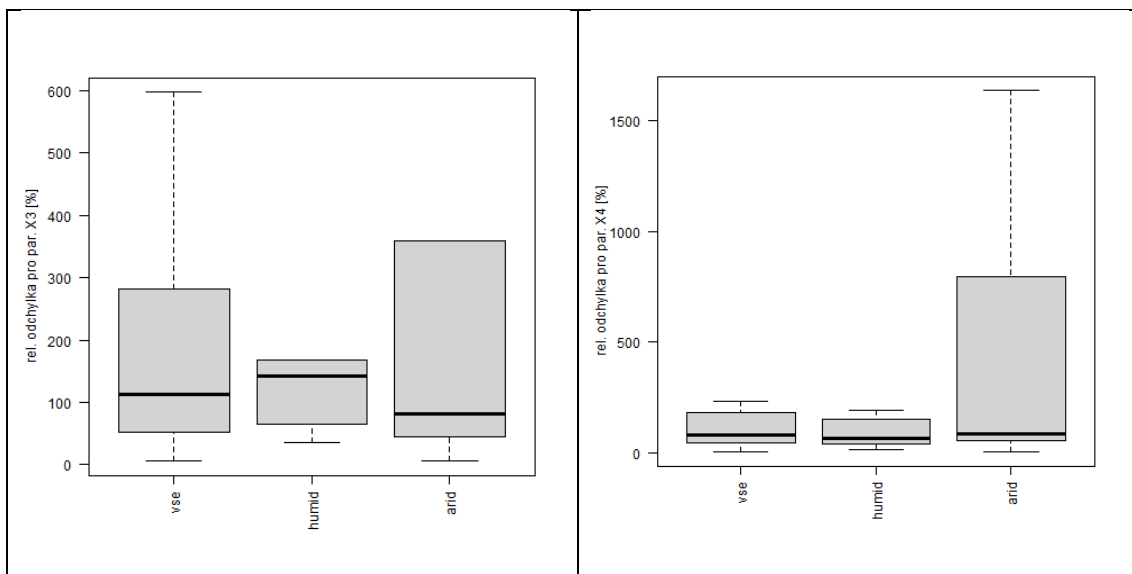


Obr. 9: Relativní odchylky optimálních hodnot parametru X1 (vlevo) X2 (vpravo) získaných při kalibraci modelu GR4J na základě hydrologických charakteristik od optimálních hodnot parametrů X1 a X2 získaných při kalibraci modelu GR4J proti pozorovaným odtokům pro soubor 20 povodí.

Na obr. 9 a 10 jsou porovnány relativní odchylky optimálních hodnot parametrů X1 (obr. 9 vlevo), X2 (obr. 9 vpravo), X3 (obr. 10 vlevo) a X4 (obr. 10 vpravo) získaných při kalibraci modelu GR4J na základě hydrologických charakteristik od optimálních hodnot těchto parametrů získaných na základě kalibrace proti časovým řadám celkového pozorovaného odtoku. Prezentovány jsou jednak celkové výsledky (v obr. 9 a 10 označeny jako „vše“), tak výsledky pouze pro humidní povodí (v obr. 9 a 10 označeny jako „humid“) a aridní povodí (v obr. 9 a 10 označeny jako „arid“) z použitého souboru 20 povodí.

Z obr. 9 a 10 jsou patrné velmi vysoké relativní odchylky parametrů X2, X3 a X4 (v případě parametru X2 až o 5000 %, viz obr. 9 vpravo). Nejmenší relativní odchylky

byly zaznamenány u parametru X1 (v mediánu od cca. 65 % do 95 %, viz obr. 9 vlevo). Porovnáme-li výsledky na humidních a aridních povodích, pak je patrné, že na humidních povodích byly zjištěné relativní odchylky nižší u parametrů X1 a X4. Naopak, vyšší relativní odchylky byly zaznamenány u humidních povodích pro parametry X2 a X3.



Obr. 10: Relativní odchylky optimálních hodnot parametru X3 (vlevo) X4 (vpravo) získaných při kalibraci modelu GR4J na základě hydrologických charakteristik od optimálních hodnot parametrů X3 a X4 získaných při kalibraci modelu GR4J proti pozorovaným odtokům pro soubor 20 povodí.

3.4 Diskuze výsledků

Z výše uvedených výsledků vyplývá, že model GR4J za všech okolností simuloval celkový odtok lépe na humidních povodích jak při kalibraci proti pozorovanému odtoku, tak při kalibraci proti hydrologickým charakteristikám. Příčinou toho může být, že srážko-odtokový proces je na humidních povodích více lineární a prostorově

méně variabilní. Naopak na aridních povodích je srážko-odtokový proces komplexnější a vztahy mezi srážkou a odtokem jsou dost často nelineární (Parajka et al., 2013). Lze počítat také s variantou, že model GR4J není vhodně zvoleným modelem pro simulování odtoku na aridním povodí a jiný model (navržený pro modelování na aridních povodích) by mohl prokázat lepší výsledky.

Dalším zjištěním je, že kalibrace proti pozorovanému odtoku byla vždy efektivnější než kalibrace proti hydrologickým charakteristikám. Výsledky kalibrace proti hydrologickým charakteristikám na humidních povodích byly ovšem stále akceptovatelné, narozdíl od výsledků na aridních povodích, které ve většině případů prokázaly velmi špatné výsledky jak v kalibrační, tak ve validační fázi. Toto mohlo být částečně ovlivněno tím, že hydrologické charakteristiky byly v této studii odvozeny z poměrně krátké časové řady dat (6 let). Hlavní příčinou ale nejspíše je, že hydrologické charakteristiky, přestože poskytují dobrý přehled o hydrologickém režimu povodí, postrádají potřebnou variabilitu, na které se při kalibraci model učí, na rozdíl od časových řad pozorovaného odtoku. To pak vede i velmi odlišným optimálním hodnotám parametrů modelu GR4J při použití obou kalibračních strategií na stejném povodí.

Při kalibraci proti hydrologickým charakteristikám, navíc s použitím kritéria KRIT (viz rovnice R8), optimalizační algoritmus pravděpodobněji upřednostňuje parametrické sady, které vedou k hydrologickým charakteristikám velmi podobným pozorovaným charakteristikám, ale z hlediska kritéria KGE mohou poskytovat horší simulace celkového odtoku. S použitým kritériem souvisí další možný zdroj chyb v kalibračním procesu. Při vyhodnocování testované parametrické sady jsou kladeny stejné váhy na všechny hydrologické charakteristiky, proto mohou být upřednostňovány parametrické sady, které vedou k vyšším odchylkám všech hydrologických charakteristik než parametrická sada, která vede k nižším odchylkám většiny hydrologických charakteristik a zároveň extrémně velké odchylce jedné charakteristiky (typicky extrémní nadhodnocení velmi nízkých odtoků reprezentovaných Q330 až

Q364). Lze očekávat, že s vhodně zvolenými vahami kladenými na vybrané hydrologické charakteristiky (např. vhodný reprezentant vysokých i nízkých odtoků) by mohla kalibrace modelu proti hydrologickým charakteristikám vést k vyšším simulačním účinnostem (hodnoceno kritériem KGE) a realističtějšími hodnotám celkového odtoku. Tento výběr vhodných reprezentantů variability celkového odtoku doporučuje i Westerberg et al., (2011).

4 Závěr

Tato bakalářská práce se zabývá porovnáním dvou kalibračních strategií konceptuálního srážko-odtokového modelu GR4J na souboru 20 povodí projektu MOPEX. Práce obsahuje stručnou rešerši problematiky a vlastní případovou studii.

V rešeršní části práce je nejprve definován simulační model obecně a dále je pak prezentováno jejich možné dělení. Následuje část zaměřená na kalibraci modelu, hydrologické charakteristiky a jejich využití při kalibraci modelu.

V případové studii jsou porovnány dvě kalibrační strategie: kalibraci proti pozorovaným datům a kalibrace proti hydrologickým charakteristikám. K analýze byl použit soubor 20 povodí projektu MOPEX, které pokrývají rozdílné hydro-klimatické charakteristiky. Simulační účinnost modelu GR4J při obou kalibračních strategiích byla hodnocena na základě kritéria KGE.

Z výsledku studie vyplývá, že kalibrace proti hydrologickým charakteristikám má sice obecně horší výsledky než klasická kalibrace proti pozorovaným časovým řadám, ovšem na humidních povodích, pokud nejsou k dispozici časové řady pozorovaných dat se může použít s uspokojivými výsledky.

Přehled použité literatury

- BECKER, A. a P. SERBAN, 1990. Hydrological models for water-resources system design and operation. *Operational Hydrology Report (WMO)* [online]. (34), 80-80 [cit. 2021-03-25]. ISSN edsagr. Dostupné z: <https://library.wmo.int/>
- BEVEN, K. J., 2001. *Rainfall-runoff modelling: the primer / Keith Beven*. ISBN 9780470714591.
- Clapp, R. B., Hornberger, G. M., 1978: Empirical equations for some soil hydraulic properties. *Water Resour. Res.*, 14(4).
- Clarke, R.T. (1973): Mathematical models in hydrology. *Irrigation and Drainage paper*, No. 19, FAO, Rome.
- Cosby, B. J., Hornberger, G. M., Clapp, R. B., Ginn, T. R., 1984: A statistical relationship of soil moisture characteristics to the physical properties of soils. *Water Resour. Res.*, 20.
- COOPER, V.A., V.-T.-V. NGUYEN a J.A. NICELL, 2007. Calibration of conceptual rainfall-runoff models using global optimisation methods with hydrologic process-based parameter constraints. *Journal of Hydrology* [online]. **334**(3), 455-466 [cit. 2021-03-28]. ISSN 00221694. Dostupné z: doi:10.1016/j.jhydrol.2006.10.036
- Daly, C., Neilson, R. P., Phillips D. L., 1994: A statistical-topographic model for mapping climatological precipitation over mountainous terrain. *Journal of Applied Meteorology*, 33.
- DAŇHELKA, Jan, 2003. *Posouzení vhodnosti aplikace srážko-odtokových modelů s ohledem na simulaci povodňových stavů pro lokality na území ČR / Jan Daňhelka ... [et al.]*. ISBN 8021310030.
- DOSTÁL, Zdeněk a Petr BEREMLIJSKI, 2012. Metody optimalizace - interaktivní verze: Interaktivní učebnice. <Http://mi21.vsb.cz> [online]. Ostrava, 1.8.2012 [cit. 2021-03-28]. Dostupné z: http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/metody_optimalizace_obr.pdf
- Farnsworth, R. K., Thompson E. S., Peck, E. L., 1982: Evaporation Atlas for the contiguous 48 United States, NOAA Technical Report, NWS 33, Washington, DC, 26p.
- GUPTA, Hoshin V., Harald KLING, Koray K. YILMAZ a Guillermo F. MARTINEZ, 2009. Decomposition of the mean squared error and NSE performance criteria: Implications for improving hydrological modelling. *Journal of Hydrology* [online]. **377**(1), 80-91 [cit. 2021-03-14]. ISSN 00221694. Dostupné z: doi:10.1016/j.jhydrol.2009.08.003
- GUPTA, Vijai K. a Soroosh SOROOSHIAN, 1985. The relationship between data and the precision of parameter estimates of hydrologic models. *Journal of Hydrology* [online]. **81**(1),

57-77 [cit. 2021-03-28]. ISSN 00221694. Dostupné z: doi:10.1016/0022-1694(85)90167-2

GUPTA, Vijai Kumar a Soroosh SOROOSHIAN, 1983. Automatic Calibration of Conceptual Rainfall-Runoff Models: The Question of Parameter Observability and Uniqueness. *Water Resources Research* [online]. **19**(1), 260-260 [cit. 2021-03-28]. ISSN 00431397. Dostupné z: doi:10.1029/wr019i001p00260

JUREK, Miloš, 2007. *Numerické metody optimalizace*. Zlín. Diplomová práce. Univerzita Tomáše Bati ve Zlíně. Vedoucí práce Ing. Radek Matušů.

KLEMES, V., 1986. Operational testing of hydrological simulation models / Verification, en conditions reelles, des modeles de simulation hydrologique. *Hydrological Sciences Journal* [online]. **31**(1), 13-24 [cit. 2021-03-14]. ISSN 02626667. Dostupné z: doi:10.1080/02626668609491024

KULHAVÝ, Zbyněk a Pavel KOVÁŘ, 2000. *Využití modelů hydrologické bilance pro malá povodí / Zbyněk Kulhavý, Pavel Kovář*. ISBN 8023901540.

Loveland, T. R., Reed, B. C., Brown, J. F., Ohlen, D. O., Zhu, Z., Yang, L., Merchant, J. W., 2000: Development of a global land cover characteristics database and igbp dis-cover from 1 km avhrr data. *International Journal of Remote Sensing*, 21 (6-7).

MICHAL, Jeníček. Možnosti využití srážko-odtokových modelů na malých a středně velkých povodích. In: Research Group od Hydrology[online]. Faculty of Science, Charles University, 2017 [cit. 2018-01-02]. Dostupné z: <http://hydro.natur.cuni.cz/jenicsek/download.php?akce=publikace&cislo=3>

Miller, D.A., White, R. A., 1999: A Conterminous United States multi-layer soil characteristics data set for regional climate and hydrology modeling. *Earth Interactions*, 2.

MOODY, James. What does RMSE really mean? In: *Towards data science* [online]. 05.09.2019 [cit. 2021-03-14]. Dostupné z: <https://towardsdatascience.com/>

NASH, J.E. a J.V. SUTCLIFFE, 1970. River flow forecasting through conceptual models part I- A discussion of principles. *Journal of Hydrology* [online]. **10**(3), 282-290 [cit. 2021-03-14]. ISSN 00221694. Dostupné z: doi:10.1016/0022-1694(70)90255-6

PARAJKA J., MERZ R., BLÖSCHL G. 2005: A comparison of regionalisation methods for catchment model parameters. *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 9(3)

PERRIN, Charles, Claude MICHEL a Vazken ANDRÉASSIAN, 2003. Improvement of a parsimonious model for streamflow simulation. *Journal of Hydrology* [online]. **279**(1), 275-289 [cit. 2021-03-18]. ISSN 00221694. Dostupné z: doi:10.1016/S0022-1694(03)00225-7

POLÁKOVÁ, Radka, 2014. *Adaptace v algoritmu diferenciální evoluce*. Ostrava. Doktorská disertační práce. Ostravská univerzita v Ostravě. Vedoucí práce Doc. Ing. Josef Tvrđík, CSc.

RAIDA, Zbyněk, 2004. *Optimalizace v elektrotechnice: multimediální učebnice: Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií ČVUT v Brně* [online]. 2004. Brno [cit. 2021-03-14]. Dostupné z: <http://www.urel.feec.vutbr.cz/~raida/optimalizace/>

SIVAPALAN M. 2003: Prediction in ungauged basins: a grand challenge for theoretical hydrology. *Hydrological Processes*, 17(15).

SOROOSHIAN a GUPTA, 1995. Model Calibration, In Singh: Computer models of watershed hydrology. *Water Resources Publication*.

VIGLIONE, A., J. PARAJKA, M. ROGGER, G. LAAHA, M. SIVAPALAN a G. BLÖSCHL, 2013. Comparative assessment of predictions in ungauged basins – Part 3: Runoff signatures in Austria. *Hydrology and Earth System Sciences* [online]. 17(6), 2263-2279 [cit. 2021-03-31]. ISSN 10275606. Dostupné z: doi:10.5194/hess-17-2263-2013

Vizina, A., Hanel, M., Trnka, M., et al. (2018) HAMR: online systém pro zvládání sucha – operativní řízení během suché epizody. *Vodohospodářské technicko-ekonomické informace*, 60(5), 22–28.

WAGENER T., GUPTA H. V., WHEATERH. S. 2004: Rainfall-runoff Modelling In Gauged And Ungauged Catchments. Imperial College Press, London, 300 s, ISBN 1-86094-466-3.

WESTERBERG, I. K., S. HALLDIN, C.-Y. XU a J. L. GUERRERO, 2011. Calibration of hydrological models using flow-duration curves. *Hydrology and Earth System Sciences* [online]. 15(7), 2205-2227 [cit. 2021-03-14]. ISSN 22052011. Dostupné z: doi:10.5194/hess-15-2205-2011

YADAV, Maitreya, Thorsten WAGENER a Hoshin GUPTA, 2007. Regionalization of constraints on expected watershed response behavior for improved predictions in ungauged basins. *Advances in Water Resources* [online]. 30(8), 1756-1774 [cit. 2021-03-29]. ISSN 03091708. Dostupné z: doi:10.1016/j.advwatres.2007.01.005

YAPO, P.O., H.V. GUPTA a S. SOROOSHIAN, 1996. Automatic calibration of conceptual rainfall-runoff models: sensitivity to calibration data. *Journal of hydrology* [online]. 181(1/4), 23-48 [cit. 2021-03-28]. ISSN 00221694. Dostupné z: <http://eds.a.ebscohost.com>

Nash–Sutcliffe model efficiency coefficient, 2001-. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation [cit. 2021-03-14]. Dostupné z: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Nash%E2%80%93Sutcliffe_model_efficiency_coefficient&oldid=997346899

AgriMetSoft. Online Calculators: Kling Gupta efficiency [online], 2019. [cit. 2021-03-14]. Dostupné z: <https://agrimetsoft.com/calculators/Kling-Gupta%20efficiency>

Metody optimalizace - interaktivní verze, 2012. Plzeň.

Schéma modelu GR4]. In: <https://wiki.ewater.org.au/> [online]. [cit. 2021-03-25]. Dostupné z: [https://wiki.ewater.org.au/display/SD45/GR4\]++SRG#app-switcher](https://wiki.ewater.org.au/display/SD45/GR4]++SRG#app-switcher)

ČSN 75 1400: *Hydrologické údaje povrchových vod*, 2014. Praha: Český normalizační institut.