

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

ÚSTAV RADIOELEKTRONIKY

DEPARTMENT OF RADIO ELECTRONICS

KVANTIFIKACE TURBULENCE POMOCÍ EKVIVALENTNÍHO TEPLOTNÍHO GRADIENTU

QUANTIFICATION OF TURBULENCE BY THE EQUIVALENT TEMPERATURE GRADIENT

DIPLOMOVÁ PRÁCE MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE AUTHOR Bc. Alžbeta Kovaľová

VEDOUCÍ PRÁCE SUPERVISOR

doc. Ing. Lucie Hudcová, Ph.D.

BRNO 2021



Diplomová práce

magisterský navazující studijní program Elektronika a komunikační technologie

Ústav radioelektroniky

Studentka: Bc. Alžbeta Kovaľová *Ročník:* 2

ID: 195362 *Akademický rok:* 2020/21

NÁZEV TÉMATU:

Kvantifikace turbulence pomocí ekvivalentního teplotního gradientu

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Seznamte se s atmosférickou turbulencí a metodami určení její míry. Popište jednotlivé metody matematicky. Definujte meze platnosti jednotlivých metod na základě fyzikálních vlastností prostředí. Zaměřte se na metodu určení turbulence pomocí ekvivalentního teplotního gradientu. Určete, za jakých okolností je vhodné tuto metodu používat. Navrhněte experimentální pracoviště a určete míru turbulence dostupnými metodami. Na základě výchylky optického svazku ve vybrané rovině stanovte další možné postupy pro analýzu turbulentních vlastností atmosféry.

Vytvořte program, který bude určovat ekvivalentní teplotní gradient na základě zadaných vstupních dat a bude analyzovat změny v hodnotách tohoto parametru. Zaměřte se na analýzu výchylky optického svazku od osy svazku pomocí maticové optiky a výstupy zpracujte statistickým aparátem.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

[1] ANDREWS, L. C., PHILLIPS, R. L. Laser Beam Propagation through Random Media. Bellingham: SPIE, 1998.

[2] MAJUMDAR, A. K., RICKLIN J. C. Free - Space Laser Communications: Principles and Advantages, New York: Springer, 2008.

Termín zadání: 8.2.2021

Termín odevzdání: 20.5.2021

Vedoucí práce: doc. Ing. Lucie Hudcová, Ph.D.

prof. Ing. Tomáš Kratochvíl, Ph.D. předseda rady studijního programu

UPOZORNĚNÍ:

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Vysoké učení technické v Brně / Technická 3058/10 / 616 00 / Brno

Abstrakt

Diplomová práca je zameraná na optický zväzok šíriaci sa v atmosfére v bezdrôtovom komunikačnom optickom spoji. V prvej časti práce je objasnené atmosférické prenosové prostredie s prítomnými turbulenciami a jeho vplyvmi na spoľahlivosť optického systému. V druhej časti sú uvedené metódy určenia turbulencie vychádzajúce zo štatistického prístupu ku kvantifikácii turbulencie. Tretia časť je zameraná na popis metódy ekvivalentného teplotného gradientu, ktorej výhodou je okamžité vyhodnotenie miery intenzity turbulencie. Výsledok práce pozostáva z modelovania turbulentného prostredia pomocou optických elementov. Model spolu s metódou ekvivalentného teplotného gradientu tvorí základ 2D simulátora slúžiaceho k analýze turbulentných vlastností a sledovaniu nerecipročného charakteru turbulentného kanálu.

Kľúčové slová

Atmosférická turbulencia, ekvivalentný teplotný gradient, optický lúč, maticová optika, kaskáda turbulentných ciel, reciprocita.

Abstract

The diploma thesis is focused on the optical beam propagating in the atmosphere in a wireless communication optical link. The first part of the work explains the atmospheric transmission media with turbulence and its effects on reliability of the optical system. The second part introduces methods for turbulence determination based on a statistical approach to turbulence quantification are introduced. In the third part, method of equivalent temperature gradient is described with the advantage of immediate turbulence evaluation. The output of this thesis is the model of turbulent environment formed by the optical elements. Analysis of turbulent properties and non-reciprocal nature of turbulent channel is processed by a 2D simulator based on the mentioned model and method of equivalent temperature gradient.

Keywords

Atmospheric turbulence, equivalent temperature gradient, optical beam, matrix optics, cascade of turbulent cells, reciprocity.

Bibliografická citácia:

KOVAĽOVÁ, Alžbeta. *Kvantifikace turbulence pomocí ekvivalentního teplotního gradientu* [online]. Brno, 2021 [cit. 2021-05-12]. Dostupné z: https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/133605. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav radioelektroniky. Vedoucí práce Lucie Hudcová.

Prohlášení autora o původnosti díla

Jméno a příjmení studenta:	Alžbeta Kovaľová
VUT ID studenta:	195362
Typ práce:	Diplomová práce
Akademický rok:	2020/21
Téma závěrečné práce:	Kvantifikace turbulence pomocí ekvivalentního teplotního gradientu

Prohlašuji, že svou závěrečnou práci jsem vypracovala samostatně pod vedením vedoucí závěrečné práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené závěrečné práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této závěrečné práce jsem neporušila autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhla nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědoma následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne: 19. května 2021

podpis autora

Pod'akovanie

Týmto sa chcem poďakovať vedúcej mojej diplomovej práce pani doc. Ing. Lucii Hudcovej, Ph.D. za cenné rady, odborné vedenie, trpezlivosť a povzbudivé slová pri spracovaní tejto diplomovej práce.

V Brně dne: 19. května 2021

podpis autora

Obsah

Z	OZNAM O	BRÁZKOV	9
Z	OZNAM T	ABULIEK	
Ú	VOD		
1.	TURB	ULENCIA V ATMOSFÉRE	
	 1.1 ATM 1.2 OPT 1.3 PRE. 	IOSFÉRICKÉ PRENOSOVÉ PROSTREDIE ICKÁ TURBULENCIA V ATMOSFÉRE IAVY TURBULENCIE V OPTICKÝCH KOMUNIKÁCIÁCH	
2.	METÓ	DY URČENIA TURBULENCIE	
2	 2.1 REY 2.2 KOL 2.3 ŠTRU 2.4 MET 	NOLDSOVA TEÓRIA TURBULENCIÍ MOGOROVOVA TEÓRIA TURBULENCIÍ UKTÚRNY PARAMETER INDEXU LOMU ÓDA UHLA DOPADU DA FKYNAL ENTNÉHO TERLOTNÉHO CRADIENTI	
3.	METU	ΌΔΑ ΕΚΥΙVALEΝΙΝΕΗΌ ΙΕΡΙΟΙΝΕΗΌ GRADIEΝΙΟ	
	3.2 MOI	DIFIKOVANÁ METÓDA ETG	
4.	RIEŠF	NIE	
	4.1 MAX 4.1.1 4.1.2 4.1.3 4.1.4 4.2 Mon 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.3 2D s 4.3.1 4.3.2 4.3.3 4.4 ANA 4.4.1 4.4.2 4.4.3 4.4.4 4.4.5 4.5 REC 4.5.1 4.5.2	Maticová analýza prenosu optického lúča Maticová analýza prenosu optického lúča Aproximácia turbulentnej cely Kaskáda turbulentných ciel Zhrnutie maticovej optiky DEL KASKÁDNEJ TURBULENCIE Model pre modifikovanú metódu ETG Model pre metódu ETG Model pre metódu ETG Zhrnutie modelu kaskádnej turbulencie SIMULÁTOR TURBULENTNÉHO PROSTREDIA Softvérové riešenie s využitím modifikovanej metódy ETG Softvérové riešenie s využitím klasickej metódy ETG Softvérové riešenie s využitím klasickej metódy ETG Zhrnutie 2D simulátora turbulentného prostredia LÝZA Zmena hodnôt indexov lomu turbulentných ciel Zmena vzájomných vzdialeností turbulentných ciel Turbulentné prostredie Zhrnutie analýz TPROCITA SYSTÉMU Reciprocita pri modifikovanej metóde ETG Reciprocita pri metóde ETG	23 23 24 25 27 28 28 31 33 33 33 33 33 35 36 37 37 37 37 42 42 47 52 55 55 55 55 55 55
	4.5.3	Zhrnutie reciprocity systému	61
5.	. ZÁVE	R	
L	ITERATÚ	RA	64

ZOZNAM SYMBOLOV A SKRATIEK	. 66
ZOZNAM PRÍLOH	. 68

ZOZNAM OBRÁZKOV

1.1	Spektrálna závislosť priepustnosti atmosféry [4]13
1.2	Trasa optického zväzku s turbulenciou [7]14
1.3	Koncová stopa na detektore pohybujúca sa vďaka refrakcii [11]15
2.1	Laminárne a turbulentné prúdenie [3]16
2.2	Kolmogorovova energetická kaskádna teória turbulencie [2]17
3.1	Parametre prostredia pre metódu ETG
3.2	Parametre prostredia pre modifikovanú metódu ETG [16]22
4.1	Technika prenosu lúča [25]24
4.2	Model hrubej šošovky aproximujúcej turbulentnú celu
4.3	Kaskáda troch turbulentných ciel v trase optického zväzku25
4.4	Odklon laserového zväzku pod a nad optickú os systému26
4.5	Model kaskádnej turbulencie pre modifikovanú metódu ETG
4.6	Turbulentné cely elipsového a kruhového tvaru nachádzajúce sa v modeli kaskádnej turbulencie29
4.7	Pravdepodobnostná funkcia s rovnomerným rozdelením geometrických parametrov prvej cely, kde
	modré hodnoty predstavujú $R1_t$, červené hodnoty predstavujú $t1_t$ a zelené hodnoty $l1_t$ 30
4.8	Histogram odchýlok po prechode optického lúča každou turbulentnou celou pri modifikovanej
	metóde ETG
4.9	Model kaskádnej turbulencie pre metódu ETG
4.10	Histogram odchýlok po prechode optického lúča každou turbulentnou celou pri metóde ETG33
4.11	Model šírenia optického zväzku v priamom a spätnom kanáli pracujúci s modifikovanou metódou
	ETG
4.12	Model šírenia optického zväzku v priamom a spätnom kanáli pracujúci s klasickou metódou ETG34
4.13	Vývojový diagram s využitím výpočtu ETG cez modifikovanú metódu35
4.14	Vývojový diagram s využitím výpočtu ETG cez klasickú metódu
4.15	Geometrické rozmery pre analýzu vplyvu indexu lomu
4.16	Odchýlky v priamom a spätnom kanáli pre prvý model (so skutočnými hodnotami n) pri zmene
	indexu lomu turbulentných ciel
4.17	ETG v priamom a spätnom kanáli pre prvý model pri zmene indexu lomu turbulentných ciel39
4.18	Cn2 v priamom a spätnom kanáli pre prvý model pri zmene indexu lomu turbulentných ciel40
4.19	Odchýlky v priamom a spätnom kanáli pre druhý model (indexy lomu výrazne sa líšiace) pri zmene
	indexu lomu turbulentných ciel
4.20	ETG v priamom a spätnom kanáli pre druhý model pri zmene indexu lomu turbulentných ciel41
4.21	Cn2 v priamom a spätnom kanáli pre druhý model pri zmene indexu lomu turbulentných ciel42
4.22	Geometrické rozmery prvého modelu s postupným radením turbulentných ciel podľa veľkostí pre
	analýzu vplyvu ich rozmerov43
4.23	Odchýlky v priamom a spätnom kanáli pre prvý model pri zmene rozmerov turbulentných ciel44
4.24	ETG v priamom a spätnom kanáli pre prvý model pri zmene rozmerov turbulentných ciel
4.25	Cn2 v priamom a Cno2 v spätnom kanáli pre prvý model pri zmene rozmerov turbulentných ciel
	počítaný z detekovanej odchýlky na prijímači, kde M je počet opakovaní 200 – iteračného cyklu
	výpočtu ETG
4.26	Geometrické rozmery druhého modelu s nepravidelným radením turbulentných ciel podľa veľkostí
	pre analýzu vplyvu ich rozmerov45

4.27	Odchýlky zväzku v priamom a spätnom kanáli pre druhý model pri zmene rozmerov turbulentných
1 78	ETC v priomom a spätnom kanáli pre druhý model pri zmene rozmerov turbulentných ciel 46
4.20	E 10 v priamom a Spatnom kanan pre druhý model pri zmene rozmerov turbulentných ciel
4.29	rétarý a datakovanaj a dahýlla: na prijímači
4 20	ratany z detekovanej odchytky na příjinaci
4.50	Odebillar zväslar v
4.31	vzdialeností
4.32	ETG v priamom a spätnom kanáli pre prvý model pri zmene medziturbulentných vzdialeností49
4.33	Cn2 v priamom a spätnom kanáli pre prvý model pri zmene medziturbulentných vzdialeností50
4.34	Geometrické rozmery druhého modelu pre analýzu medziturbulentných vzdialeností
4.35	Odchýlky zväzku v priamom a spätnom kanáli pre druhý model pri zmene medziturbulentných
	vzdialeností
4.36	ETG v priamom a spätnom kanáli pre druhý model pri zmene medziturbulentných vzdialeností51
4.37	<i>Cn2</i> v priamom a spätnom kanáli pre druhý model pri zmene medziturbulentných vzdialeností52
4.38	Náhodne generované turbulentné prostredie tvorené troma turbulentnými celami
4.39	Odklonenie optického zväzku vplyvom turbulentnej atmosféry
4.40	Turbulentná atmosféra kvantifikovaná pomocou ETG
4.41	Turbulentná atmosféra kvantifikovaná pomocou <i>Cn2</i>
4.42	Model pre pozorovanie recipročných vlastností komunikačného kanálu s turbulenciou
4.43	Odchýlky zväzku v priamom a spätnom kanáli pre model A sledujúci recipročné vlastnosti kanálu,
	kde ya predstavuje odchýlenie zväzku v priamom kanáli a yao predstavuje odchýlenie v spätnom
	kanáli
4.44	Vzdialenosti z1 a z2 (obrázok 4.42) v kanáli pre model A sledujúci recipročné vlastnosti kanálu58
4.45	ETG v priamom a spätnom kanáli pre model A sledujúci recipročné vlastnosti kanálu
4.46	Odchýlky zväzku v priamom a spätnom kanáli pre model B sledujúci recipročné vlastnosti kanálu
4.47	ETG v priamom a spätnom kanáli pre model B sledujúci recipročné vlastnosti kanálu60
4.48	Odchýlky zväzku v priamom a spätnom kanáli pre model C sledujúci recipročné vlastnosti kanálu
4.49	ETG v priamom a spätnom kanáli pre model C sledujúci recipročné vlastnosti kanálu61

ZOZNAM TABULIEK

2.1	Miera intenzity turbulencie podľa <i>Cn2</i> [7]	.18
4.1	Veličiny charakterizujúceho okolitú atmosféru a použitý laser	.28
4.2	Rozsahy geometrických parametrov kaskády hrubých šošoviek	.29
4.3	Indexy lomu jednotlivých turbulentných ciel	.30
4.4	Vzdialenosti turbulentnej oblasti k vysielaču a prijímaču	.32
4.5	Hodnoty indexov lomu turbulentných ciel pre analýzu ich vplyvu pre prvý model so skutočnými	
	hodnotami a druhý model s výrazne sa líšiacimi hodnotami indexov lomu	.38
4.6	Rozmery určujúce veľkosť turbulentných ciel pre analýzu ich vplyvu pre prvý model s postupných	m
	radením turbulentných ciel podľa veľkostí a druhý model s nepravidelným radením veľkostí	.43
4.7	Rozmery medziturbulentných vzdialeností v kaskáde pre analýzu ich vplyvu pre prvý model	
	s krátkymi vzdialenosťami a druhý model s dlhými vzdialenosťami	.48
4.8	Parametre modelov pre sledovanie recipročných vlastností systému	.57

Úvod

Všade okolo nás je možné pozorovať jav nazývaný turbulencia. Je ťažko predvídateľná, difúzna a závislá na okolitých podmienkach. Tento úkaz je tvorený množstvom interagujúcich vírov tekutiny, ktoré sú tiež označované ako turbulentné cely. Tieto víry svojimi rozmermi pokrývajú širokú škálu veľkostí od mikrometrov až po kilometre. Prejavom turbulencie je napr. prúdenie vzduchu v atmosfére, prúdenie vody v riekach, dym z komínov, každé vydýchnutie generuje turbulenciu.

Atmosférická turbulencia má dôležitý vplyv na chybovosť prenášaných informácií optickým bezdrôtovým spojom. Jej vplyv na optický zväzok sa prejavuje scintiláciou, odklonením alebo rozptylom optického lúča. Tento jav vzniká vplyvom teplotného rozdielu medzi atmosférou a povrchom Zeme. Kolísanie atmosférickej teploty a rýchlosti vetra vytvára nestabilné vzdušné masy, ktoré sa postupom času rozpadávajú na menšie turbulentné cely. Každá z týchto ciel je oblasťou s vyšším alebo nižším indexom lomu, ktorý má náhodný charakter. Preto je turbulencia považovaná za náhodný jav. Existuje niekoľko matematických postupov so štatistickým prístupom k jej kvantifikácii. Avšak pre ďalší progres vo vývoji optických bezdrôtových komunikácií je vhodné zmeniť prístup, s akým je možné charakterizovať vplyv turbulencie na optický zväzok. Tento nový prístup je predstavený v tejto diplomovej práci.

Práca je rozdelená do štyroch kapitol. Prvá kapitola ponúka informácie o atmosfére ako prenosovom médiu a predstavuje popis atmosférickej turbulencie a jej vplyv na optický zväzok.

Druhá kapitola zahŕňa popis niektorých známych metód so štatistickým prístupom ku kvantifikácii turbulencie spolu s ich matematickým zápisom.

Tretia kapitola predstavuje metódy s okamžitým prístupom ku kvantifikácii miery intenzity turbulencie prostredníctvom ekvivalentného teplotného gradientu.

Štvrtá kapitola je tvorená riešením práce, ktoré vychádza z metódy ekvivalentného teplotného gradientu a súčasne spolupracuje s matematickým modelom turbulentného prostredia pracujúcim na báze maticovej optiky. Vytvorený simulátor turbulentného prostredia, ktorý je taktiež popísaný v tejto kapitole, ponúka vhodný model pre analýzu turbulentných vlastností.

Záver tvorí zhrnutie celej práce spolu s myšlienkou zefektívnenia optických bezdrôtových spojov, ktorá je založená na vytvorenom modeli turbulentnej atmosféry.

1. TURBULENCIA V ATMOSFÉRE

Atmosférická turbulencia je označenie pre vzdušné víry generované teplotným gradientom a mechanickým pôsobením vzduchu. Tento jav spolu s rozptylom a absorpciou negatívne pôsobia na šírenie optického lúča, ktorý stráca časť svojej energie a následne vedie ku zhoršeniu kvality optického bezdrôtového prenosu [1]. Preto pri navrhovaní optického komunikačného spoja je potrebné rátať s odklonením lúča, fluktuáciou optickej intenzity alebo stratou priestorovej koherencie [2].

1.1 Atmosférické prenosové prostredie

Atmosféra je považovaná za nestacionárne a nehomogénne prostredie, v ktorom majú kvalitatívne parametre prenosového kanálu náhodný charakter [3]. Najdôležitejšie javy z hľadiska optických bezdrôtových spojov sa realizujú v najnižšej vrstve atmosféry, a to troposfére [2]. Tu sa nachádza najvyššia koncentrácia vodných pár. Rôzne druhy zrážok, dymu, prachu a iných častíc aerosólu tlmia laserový lúč prenášajúci informácie [4].

Vplyv atmosférického prenosového prostredia na kvalitu optickej bezdrôtovej komunikácie je reprezentovaný koeficientom extinkcie $\alpha [dB \cdot km^{-1}]$ a indexom lomu prostredia n[-] [4]. Obe veličiny patria medzi štatistické parametre a sú časovo, priestorovo a frekvenčne závislé, pričom frekvenčná závislosť člení spektrum do tzv. "okien" priepustnosti, ktoré sú zobrazené na obrázku 1.1. Najfrekventovanejšie vlnové dĺžky v laserových komunikačných spojoch spadajú do infračervenej oblasti: $\lambda = 850$ nm, $\lambda = 1550$ nm [4].



Obrázok 1.1 Spektrálna závislosť priepustnosti atmosféry [4]

Jedným z úkazov, ku ktorým dochádza počas šírenia optického zväzku je extinkcia a fluktuácia optickej intenzity vplyvom absorpcie alebo rozptylu na molekulách a aerosóloch. Je dobré si uvedomiť, že fluktuácia optickej intenzity vzbudzuje súčasne aj extinkciu intenzity. Podrobnejší rozbor absorpcie a rozptylu optického lúča sa nachádza v literatúre [4], [5], [6].

1.2 Optická turbulencia v atmosfére

Optická turbulencia je definovaná ako fluktuácia indexu lomu vyplývajúca z teplotných zmien medzi atmosférou a zemským povrchom [2]. Tieto zmeny teplôt môžu byť spôsobené aj prítomnosťou rôznych teplotných prúdov, či inými atmosférickými aktivitami. Spojením s mechanickým pohybom vzduchu dochádza k vzniku interagujúcich vírov, ktoré sú označované ako turbulentné cely [7]. S uvážením stochastického charakteru zmeny vetra, môžeme považovať turbulenciu za chaotický pohyb atmosféry, ktorej popis vlastností vyžaduje štatistický prístup [2], [3].

Turbulentné cely môžu dosahovať rôzne veľkosti (2.2). Vplyvom zotrvačných síl sa väčšie cely s vonkajším priemerom L_0 rozpadávajú na menšie cely s vnútorným priemerom l_0 , čím dochádza k rozptylu energie. Turbulentné cely ohraničené týmito rozmermi tvoria zotrvačnú oblasť. Ak dôjde k zmenšeniu turbulentnej cely pod vnútorný priemer l_0 , cela sa bude nachádzať v oblasti viskózneho rozptylu, čo vedie k zmiznutiu turbulentného víru sprevádzaného transformáciou zvyšnej energie na teplo [2], [7].

Pôsobením turbulentných ciel dochádza k tvarovým odchýlkam optického zväzku. Straty signálu vyvolané optickou turbulenciou narastajú so zvyšujúcou sa vzdialenosťou vysielača k prijímaču. Neexistuje frekvenčné pásmo, kde by sa týmto účinkom zabránilo (aj keď lepšie dopadajú dlhšie vlnové dĺžky) [8]. Pre mnoho prípadov praktického záujmu je stála prítomnosť optickej turbulencie v atmosférickom kanáli limitujúcim faktorom spoľahlivej funkcie bezdrôtového optického komunikačného spoja. Taktiež turbulencie majú vždy za následok zvýšenú mieru bitovej chybovosti, najmä pri horizontálnych cestách dlhými úsekmi zemskej atmosféry [8].



Obrázok 1.2 Trasa optického zväzku s turbulenciou [7]

1.3 Prejavy turbulencie v optických komunikáciách

Jedným z prejavov optickej turbulencie na optickom zväzku je scintilácia [9]. Ide o fluktuáciu optickej intenzity prijímaného žiarenia za prítomnosti malých turbulentných ciel. Tento jav zahŕňa časovú zmenu prijímaného žiarenia (mihotanie hviezd) ako aj malé vychýlenia stopy optického zväzku na detektore [2], [8].

Za prítomnosti malých turbulentných ciel dochádza k ďalšiemu javu, ktorý spôsobuje degradáciu optického zväzku. Tieto turbulentné cely spôsobujú skreslenie optickej vlny, čo vedie k divergencii lúča [10], ktorá priamo úmerne závisí na pomere vlnovej dĺžky k šírke zväzku optického lúča [7]. V prípade, že dôjde k divergencii lúča, priemer zväzku nadobudne väčšie rozmery ako apertúra prijímača, čo spôsobí zníženie prijatého výkonu [10].

Ďalší jav vyskytujúci sa v bezdrôtových optických komunikáciách je charakterizovaný prítomnosť ou turbulentných ciel, ktorých veľkosť je väčšia ako priemer optického zväzku. Vyskytuje sa prevažne pri optických spojoch s väčšou vzdialenosť ou vysielača od prijímača a ide o odklonenie optického lúča, ktorý sa taktiež označuje ako "putovanie zväzku" (1.3) [10]. Odklonenie je spôsobené atmosférickou refrakciou danou postupnou zmenou indexu lomu turbulentných ciel [11].



Obrázok 1.3 Koncová stopa na detektore pohybujúca sa vďaka refrakcii [11]

Negatívny účinok atmosférickej turbulencie, ktorý má zásadný vplyv na dostupnosť optického spojenia, je zmena uhla dopadu. Uhol dopadu je definovaný ako uhol medzi smerom šírenia optickej vlny dopadajúcej na prijímaciu rovinu a optickou osou prijímača [12]. V dôsledku kolísania uhla dopadu sa zameraná optická vlna posúva od optickej osi v ohniskovej rovine prijímacieho systému [10].

2. METÓDY URČENIA TURBULENCIE

Pri kvantifikovaní atmosférickej turbulencie a popise jej efektov na optický systém je využívaných niekoľko matematických postupov. Každá z týchto metód vychádza z prepojenia turbulencií s parametrami prostredia, či už ide o teplotu vzduchu, tlak vzduchu, rýchlosť prúdenia alebo zmeny indexu lomu.

2.1 Reynoldsova teória turbulencií

Existujú dva základné druhy prúdenia tekutiny. Prvý typ pohybu sa vyznačuje rovnomerným prúdením bez prítomnosti miešania tekutiny. V tomto prípade sa hovorí o laminárnom prúdení. Druhý typ toku stráca rovnomernosť vplyvom dynamického miešania tekutiny a nadobúda náhodný charakter. V tomto prípade ide o turbulentné prúdenie [2].





Reynoldsovo číslo R_e [-] je bezrozmerná hodnota, ktorá kategorizuje tekutinový systém, v ktorom je vplyv viskozity dôležitý pri riadení rýchlosti alebo toku tekutín. Jedná sa o pomer zotrvačných síl ku viskóznym silám vo vnútri tekutiny, ktorá je vystavená vnútornému pohybu vytvárajúcemu trenie, ktoré predstavuje významný faktor pri vzniku turbulencií. Matematicky je Reynoldsovo číslo definované ako [13]

$$R_e = \frac{v \cdot l}{v},\tag{2.1}$$

kde $V[m \cdot s^{-1}]$ je rýchlosť prúdenia, l[m] je priemer toku a $v[m^2 \cdot s^{-1}]$ predstavuje kinematickú viskozitu [13]. Prechod z laminárneho do turbulentného prúdenia sa uskutočňuje pri kritickej hodnote Reynoldsovho čísla, nad ktorého hodnotou sa prúdenie považuje za turbulentné. Intervaly hodnôt definujúce jednotlivé toky sú definované [14]:

- Laminárne prúdenie $R_e < 2300$
- Prechodné prúdenie $2300 < R_e < 4000$
- Turbulentné prúdenie $R_e > 4000$

2.2 Kolmogorovova teória turbulencií

Táto klasická teória turbulencií vyvinutá ruským matematikom A. N. Kolmogorovovom sa týka náhodných fluktuácií tvarov a smerov rýchlostného poľa tekutiny [2]. Pre jasnejšie pochopenie štruktúry atmosférickej turbulencie a pre samotný popis dynamických zmien turbulencií sa využíva zobrazenie pomocou energetickej kaskádnej teórie turbulencie zobrazenej na obrázku 2.2.





Za prítomnosti dostatočne vysokej hodnoty Reynoldsovho čísla sa predpokladá prítomnosť štatisticky rovnorodých a izotropných turbulentných ciel s vnútorným priemerom l_0 (mikrocely), ktoré sú nezávislé na turbulentných celách s vonkajším priemerom L_0 (makrocely). Zdrojom energie makrociel je buď vietor alebo prúdenie pôsobením tepla (konvekcia). Vplyvom zotrvačných síl sa makrocely rozpadávajú na menšie víry, až napokon na mikrocely, čím dochádza k rozptylu energie. K premene energie dochádza v zotrvačnej oblasti, ktorá je zhora ohraničená rozmerom L_0 a zdola rozmerom l_0 . Po prekročení tejto oblasti, čiže dosiahnutí rozmeru cely menšieho než je l_0 , dochádza k viskóznym disipatívnym stratám. V tejto chvíli R_e klesne na hodnotu rádovo jednotiek a veľkosť turbulentnej cely sa pohybuje od jednotiek do desiatok milimetrov. Kinematická viskozita látky ν a priemerná hodnota disipácie $\epsilon [m^2 \cdot s^{-3}]$ turbulentnej energie na jednotku hmoty patria medzi veličiny určujúce pohyb mikrociel [2].

V povrchovej vrstve do 100 *m* sa predpokladá, že vonkajší priemer L_0 rastie lineárne s nadmorskou výškou. Turbulentné cely rozmerov menších ako L_0 sa považujú za štatisticky homogénne a izotropné, zatiaľ čo tie, ktoré sú rovné alebo väčšie, sú zvyčajne anizotropné a ich štruktúra nie je dobre definovateľná [2].

2.3 Štruktúrny parameter indexu lomu

Najčastejšie využívaným parametrom v oblasti optických komunikácii je index lomu optického prostredia n. S uvážením nehomogénneho atmosférického prostredia je efektívnejšie rátať so štatistickým popisom indexu lomu pomocou štruktúrneho parametra indexu lomu [2], [8]. Existuje niekoľko spôsobov jeho vyhodnotenia, pričom jeden z nich je odvodený zo štruktúrnej funkcie indexu lomu D_n [8]

$$D_n = E([n(A,t) - n(B,t)]^2), \qquad (2.2)$$

kde n(A, t) a n(B, t) predstavujú hodnoty indexu lomu prostredia v bode A a v bode B v danom čase t a E(arg) poukazuje na strednú hodnotu daného výrazu. Vzťah medzi štruktúrnym parametrom indexu lomu a štruktúrnou funkciou indexu lomu je popísaný pre dva prípady [7], [15]:

$$D_n = \begin{cases} C_n^2 \cdot R^{2/3} & l_0 \ll R \ll L_0 \\ C_n^2 \cdot l_0^{-4/3} \cdot R^2 & R \ll l_0 \end{cases},$$
 (2.3)

kde $C_n^2 [m^{-2/3}]$ predstavuje spomínaný štruktúrny parameter indexu lomu a R [m] značí vzdialenosť medzi bodmi A a B [12]. Keď že turbulentná oblasť je principiálne anizotropná pre turbulentné cely s priemerom väčším než vonkajší priemer L_0 , je náročné predikovať všeobecný popis štruktúrnej funkcie pre $R > L_0$ [2].

Štruktúrny parameter indexu lomu slúži ako kvantifikátor miery turbulencie, ktorý je získavaný z časového pozorovania zmien prijatého optického výkonu, termodynamickej teploty alebo atmosférického tlaku v mieste merania. Konkrétne hodnoty tohto parametra spolu so súvisiacou mierou intenzity turbulencie sú zobrazené v tabuľke 2.1 [7].

$C_n^2 \left[m^{-2/3} \right]$	Intenzita turbulencie
10 ⁻¹⁶	Slabá
10^{-15}	Stredná
10 ⁻¹⁴	Silná
10 ⁻¹³	Veľmi silná

Tabul'ka 2.1 Miera intenzity turbulencie podľa C_n^2 [7]

2.4 Metóda uhla dopadu

Prítomnosť veľkých turbulentných ciel spôsobuje odklonenie optického lúča, ktorého príklad koncovej stopy je zobrazený na obrázku 1.3. Na vyhodnotenie miery intenzity turbulencie je možné využiť už existujúcu metódu uhla dopadu, ktorej podrobnejší popis je v literatúre [2], [12]. Spomínaný uhol je definovaný medzi optickou osou prijímača a smerom šírenia optickej vlny dopadajúcej na prijímač [10]. Prostredníctvom nameraných hodnôt uhlov dopadu v istom časovom intervale možno určiť varianciu uhla

dopadu. Táto metóda zabezpečuje prepojenie medzi varianciou uhla dopadu a štruktúrnym parametrom indexu lomu podľa vzťahu [10]

$$\sigma_{\alpha} = \sqrt{2,91 \cdot C_n^2 \cdot L \cdot D_{RXA}^{-1/3}}, \qquad (2.4)$$

kde L[m] značí vzdialenosť medzi vysielačom a prijímačom a $D_{RXA}[m]$ predstavuje priemer prijímajúcej apertúry. Vzťah (2.4) je určený pre výpočet za prítomnosti rovinnej vlny. Pre prípad sférickej vlny, nadobúda vzťah tvar [10]

$$\sigma_{\alpha} = \sqrt{\frac{3}{8} \cdot 2,91 \cdot C_n^2 \cdot L \cdot D_{RXA}^{-1/3}} .$$
 (2.5)

Takže štruktúrny parameter indexu lomu pre sférickú vlnu, ktorý je využitý pri modifikovanej metóde ekvivalentného teplotného gradientu (kapitola 3.2), môže byť zapísaný tvarom [16]

$$C_n^2 = \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{2,91} \cdot \frac{1}{L} \cdot D_{RXA}^{1/3} \cdot \sigma_{\alpha}^2 .$$
 (2.6)

3. METÓDA EKVIVALENTNÉHO TEPLOTNÉHO GRADIENTU

Existujúce metódy v oblasti turbulencií, ako sú Rytovova aproximácia, Andrewsova metóda, tepelná metóda alebo metóda uhla dopadu, ktoré vychádzajú zo štatistického prístupu ku kvantifikácii turbulencie [2].

Ak chceme dať do súvislosti okamžitú detekovanú optickú energiu alebo pomer signálu k šumu v optickom bezdrôtovom spojení s objemom turbulencie, je potrebné kvantifikovať atmosférickú turbulenciu pre každý časový bod. Štatistický prístup predstavovaný štruktúrnym parametrom indexu lomu C_n^2 to neumožňuje. Z tohto dôvodu možno použiť metódu ekvivalentného teplotného gradientu (ETG), ktorá poukazuje na okamžitú turbulentnú aktivitu atmosféry [17].

Ako bude ukázané, hodnota ETG závisí na odchýlke prijatého optického zväzku, ktorý na detekčnú rovinu dopadá s istým rozložením optickej intenzity. Zo znalosti rozloženia intenzity, veľkosti prijímacej apertúry a hľadanej okamžitej hodnoty ETG je možné získať okamžitú hodnotu optického výkonu, ktorý je spätý s hľadaným parametrom charakterizujúcim stratovosť komunikačného kanálu BER (Bit Error Rate).

3.1 Metóda ETG

Táto metóda vyhodnocuje teplotný ekvivalentný gradient z polohy laserového lúča na tienidle nachádzajúcom sa v prijímacej rovine a z parametrov charakterizujúcich atmosféru [17]. Dynamiku atmosférického prenosového prostredia popisujú stavové veličiny a vychádza sa zo stavovej rovnice [18]

$$\frac{P}{\rho} = r \cdot T$$
, (3.1)

kde *P* [*Pa*] predstavuje atmosférický tlak, $\rho [kg \cdot m^{-3}]$ popisuje hustotu vzduchu, *r* [*J* · $kg^{-1} \cdot K^{-1}$] plynovú konštantu vzduchu a *T* [*K*] teplotu vzduchu.

Ďalším parametrom popisujúcim atmosféru je Gladstone – Daleova konštanta $K[m^3 \cdot kg^{-1}]$, ktorú je možné získať z rovnice [19]

$$K = \frac{n-1}{\rho},\tag{3.2}$$

kde n[-] predstavuje spektrálne závislý index lomu prostredia. Spojením rovníc (3.1) a (3.2) sa získa rovnica pre výpočet indexu lomu pomocou stavových veličín [17]

$$n = 1 + K \cdot \frac{P}{r \cdot T}, \qquad (3.3)$$

následnou deriváciou tohto vzťahu podľa teploty je možné určiť teplotnú závislosť indexu lomu, ktorý je základným ukazovateľom turbulentného prejavu [17].



Obrázok 3.1 Parametre prostredia pre metódu ETG

Keďže táto metóda ráta s vychýlením optického zväzku od pôvodného smeru, výsledný vzťah bude obsahovať parameter y_a [m], ktorý označuje odklon optického lúča od osi prijímacej roviny. V prípade, že je turbulencia priestorovo obmedzená, je možné rátať s dĺžkou nehomogenity L [m], pričom vzdialenosť od stredu nehomogenity k prijímaču sa označuje ako z [m]. Následným využitím Snellovho zákona, metódy tieňového grafu (shadowgraph) [20] a matematickými úpravami je možné dôjsť k výslednej rovnici [17]

$$\frac{dT}{dy} = -\frac{r \cdot T^2 \cdot y_a \cdot n}{K \cdot P \cdot L \cdot z}, \qquad (3.4)$$

ktorá predstavuje vzťah pre výpočet ekvivalentného teplotného gradientu $dT/dy \ [K \cdot m^{-1}]$. Bližší popis odvodenia tohto vzťahu a jeho modifikácie je zobrazený v literatúre [17]. Vďaka závislosti indexu lomu na frekvencii [21], respektíve na vlnovej dĺžke žiarenia, je možné odvodiť nasledujúci vzťah (vlnová dĺžka je udávaná v μm) [17]

$$n = \frac{0.05792105}{238.0185 - \lambda_{\mu m}^{-2}} + \frac{0.00167917}{57.362 - \lambda_{\mu m}^{-2}} + 1.$$
(3.5)

3.2 Modifikovaná metóda ETG

Prostredníctvom metódy ETG je možné okamžite definovať množstvo atmosférickej turbulencie. Modifikácia tejto metódy ponúka riešenie pre určenie sily turbulencie za predpokladu homogénne rozloženej turbulencie medzi vysielačom a prijímačom [16]. Obrázok 3.2 ilustruje rozloženie turbulencie pre túto metódu.



Obrázok 3.2 Parametre prostredia pre modifikovanú metódu ETG [16]

Vzťah pre modifikovaný ETG pre atmosféru s homogénne rozloženou turbulenciou je daný zápisom [16], [22]

$$\frac{dT}{dy} = -2 \cdot \frac{V_m}{R} \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \frac{y_a}{L^2} \cdot P , \qquad (3.6)$$

kde $V_m [m^3 \cdot mol^{-1}]$ označuje molárny objem plynu a $R [J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}]$ univerzálnu plynovú konštantu. V tomto prípade L predstavuje vzdialenosť medzi vysielačom a prijímačom, ktorá sa zároveň rovná aj veľkosti nehomogenity, ktorá je rovnomerne rozprestretá v tejto oblasti.

Pomocou zjednodušenia, ktoré táto metóda ponúka, je možné dôjsť z okamžitého popisu turbulencie pomocou dT/dy k štatistickej hodnote štruktúrneho parametra indexu lomu C_n^2 využitím metódy uhla dopadu (kapitola 2.4) [16]

$$C_n^2 = \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{2,91} \cdot \frac{1}{L} \cdot D_{RXA}^{1/3} \cdot \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m \left(\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{-2 \cdot \frac{Vm}{R} \cdot n - 1} \cdot \frac{dT}{L} \cdot \frac{dT}{dy}\right) i - E\left(\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{-2 \cdot \frac{Vm}{R} \cdot n - 1} \cdot \frac{dT}{L} \cdot \frac{dT}{dy}\right) \right) \right)^2,$$
(3.7)

kde D_{RXA} značí priemer prijímacej apertúry, *m* je počet nadobudnutých hodnôt uhla dopadu a E(arg) poukazuje na strednú hodnotu argumentu.

Pomer šírky optického zväzku 2w k priemeru turbulentnej cely l sa nazýva turbulentný pomer TR (–) [16]

$$TR = \frac{2w}{l}.$$
(3.8)

Platí, že ak je $TR \ll 1$, dominantným efektom turbulencie bude odchýlenie zväzku, ak je $TR \gg 1$ dôjde k prejavu scintilácie a ak je $TR \approx 1$, budú pozorované obidva javy [16]. Vďaka týmto faktom je možné tvrdiť, že modifikovaná metóda ETG je aplikovateľná len za prítomnosti veľkých turbulentných ciel, ktorých priemer je väčší než šírka optického zväzku. Podrobnejšie informácie k tejto metóde sa nachádzajú v literatúre [16].

4. RIEŠENIE

Riešenie tejto práce pozostáva z návrhu modelu turbulentného prostredia využívajúceho maticovú optiku. Následne je vytvorený matematický aparát, ktorý je integrovaný do 2D simulátora turbulentného prostredia. Tento simulátor vychádza z oboch metód pracujúcich s ekvivalentným teplotným gradientom. Na základe matematického modelu a podmienok využitia jednotlivých metód je spracovaná podrobná analýza turbulentných vlastností atmosféry aproximovanej kaskádou turbulentných ciel.

4.1 Maticová optika

4.1.1 Maticová analýza prenosu optického lúča

Správanie optického lúča je možné popísať pomocou maticovej optiky, a to konkrétne využitím maticovej analýzy prenosu optického lúča, nazývanej tiež ako ABCD maticová analýza. Je využiteľná v rámci geometrickej optiky pracujúcej s lúčovým popisom optického zväzku. Táto technika je odvodená z paraxiálnej aproximácie [23], ktorá vyžaduje prítomnosť paraxiálnych lúčov – lúče s malým odklonom od optickej osi systému, pre ktoré platí [24]

$$\sin\theta \approx \theta$$
. (4.1)

ABCD matice sú definované pre konkrétne jednoduché optické elementy tvoriace oblasť medzi vstupnou a výstupnou rovinou. Matice prenosu optického lúča môžu byť definované pre optické hranoly, šošovky, zrkadlá alebo rozhrania, na ktorých dochádza k lomu optického lúča [24].

Maticová technika prenosu lúčov (obrázok 4.1) popisuje dve referenčné roviny, vstupnú a výstupnú. Obe sú kolmé na optickú os systému. V ktoromkoľvek bode pozdĺž optického sledu je definovaná optická os prislúchajúca centrálnemu lúču. Svetelný lúč vstupuje do nehomogénnej oblasti prechádzajúcej cez jej vstupnú rovinu vo vzdialenosti x_1 od optickej osi a pohybuje sa v smere, ktorý s pomocnou optickou osou zviera uhol θ_1 . Po prechode k výstupnej rovine sa tento lúč nachádza vo vzdialenosti x_2 od optickej osi a pod uhlom θ_2 sa šíri ďalej [24].

Odchýlku zväzku na výstupnej rovine je možné vypočítať rovnicou

$$x_2 = A \cdot x_1 + B \cdot \theta_1 \tag{4.2}$$

a uhol odklonenia od pomocnej osi je možné vypočítať pomocou rovnice

$$\theta_2 = C \cdot x_1 + D \cdot \theta_1 \,. \tag{4.3}$$

Výsledný maticový výpočet nadobúda tvar [25]

$$\begin{pmatrix} x_2\\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B\\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1\\ \theta_1 \end{pmatrix}, \tag{4.4}$$

kde ABCD matica reprezentuje oblasť s optickým elementom nachádzajúcim sa medzi referenčnými rovinami. Súčasne spája parametre odchýlenia vystupujúceho lúča s parametrami odchýlenia vstupujúceho lúča.



Obrázok 4.1 Technika prenosu lúča [25]

4.1.2 Aproximácia turbulentnej cely

Oblasť turbulentnej atmosféry je považovaná za nestacionárne prostredie - dochádza tu k zmenám indexu lomu. Z tohto vyplýva, že matica popisujúca prenos lúča musí obsahovať informácie o zmene indexu lomu v oblasti turbulentnej cely. Preto vhodným optickým elementom aproximujúcim turbulentnú celu môže byť hrubá šošovka. ABCD matica pre hrubú šošovku nadobúda tvar [25]

$$\begin{pmatrix} 1 & 0\\ \frac{n_2 - n_1}{R_2 n_1} & \frac{n_2}{n_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t\\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0\\ \frac{n_1 - n_2}{R_1 n_2} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix},$$
(4.5)

kde t[m] predstavuje centrálnu hrúbku šošovky, $n_1[-]$ značí index lomu mimo šošovku, $n_2[-]$ index lomu vnútri šošovky, $R_1[m]$ poukazuje na polomer krivosti prvej plochy šošovky a $R_2[m]$ polomer krivosti druhej plochy šošovky.



Obrázok 4.2 Model hrubej šošovky aproximujúcej turbulentnú celu

4.1.3 Kaskáda turbulentných ciel

Bližšia analýza turbulentného prostredia je realizovaná pomocou kaskády troch turbulentných ciel zobrazenej na obrázku 4.3. Pri sledovaní turbulentných vlastností je praktickejšie využiť vyšší počet turbulentných ciel tvoriacich pozorovanú turbulentnú oblasť. Tento kaskádny model ponúka pozorovanie správania optického zväzku nielen na prijímacej rovine detektora, ale aj v rámci turbulentnej oblasti nachádzajúcej sa medzi vysielačom a prijímačom.

Využitím aproximácie turbulentných ciel hrubými šošovkami je možné zistiť pomocou maticového výpočtu hodnoty odchýlok na výstupe turbulentnej cely spolu s hodnotami uhlov, pod akými sa optický zväzok ďalej šíri. Z veľkostí uhlov odklonu a dĺžok medziturbulentných priestorov je možné vďaka trojuholníkovej podobnosti a goniometrickej funkcie tangens vyrátať odchýlku laserového lúča na vstupných rovinách turbulentných ciel.



Obrázok 4.3 Kaskáda troch turbulentných ciel v trase optického zväzku

Riešenie kaskády turbulentných ciel zobrazenej na obrázku 4.3 pozostáva z nasledujúceho postupu. Najprv sa zadefinujú parametre vstupného zväzku dopadajúceho na prvú šošovku x_n a θ_n . Uhol θ_n musí spĺňať podmienku paraxiálnej aproximácie (4.1). Z veľkosti dopadajúceho uhla a vopred definovanej vzdialenosti vysielača od turbulentnej oblasti je možné pomocou goniometrie zistiť hodnotu odchýlky na vstupnej rovine prvej šošovky

$$x_n = l_{TX} \cdot \tan \theta_n \,. \tag{4.6}$$

V ďalšom bode je možné pomocou definovaného maticového výpočtu (4.4) s využitím tvaru ABCD matice podľa tvaru (4.5) vyrátať hodnoty odchýlenia zväzku na výstupnej rovine prvej šošovky

$$\begin{pmatrix} x_{n+1} \\ \theta_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_1 - n}{R_2 n} & \frac{n_1}{n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n - n_1}{R_1 n_1} & \frac{n}{n_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_n \\ \theta_n \end{pmatrix},$$
(4.7)

kde geometrické parametre šošoviek a hodnoty indexov lomu sú v tomto modeli vopred definované. Po zistení hodnôt parametrov x_{n+1} a θ_{n+1} je možné vyrátať hodnotu odchýlky na vstupnej rovine druhej šošovky x_{n+2} . Samotné odchýlenie laserového zväzku po prechode turbulentnou celou môže byť definované pre dva možné prípady.

Konkrétne ide o odchýlenie zväzku nad optickou osou systému a pod optickou osou systému (obrázok 4.4).



Obrázok 4.4 Odklon laserového zväzku pod a nad optickú os systému

Goniometrickou funkciou tangens, ktorá je definovaná pomerom protiľahlej odvesny k priľahlej odvesne, je možné zistiť hodnoty odchýlky na vstupnej rovine druhej šošovky

$$\tan(\theta_{n+1}) = \frac{x_c}{l_1} , \qquad (4.8)$$

kde x_c predstavuje dĺžku protiľahlej odvesny (odchýlenie zväzku od pomocnej osi) a l_1 dĺžku priľahlej odvesny (dĺžka medziturbulentného priestoru). Hodnota x_c je daná v závislosti od pozície dopadu laserového zväzku voči optickej osi systému buď sumou alebo rozdielom hodnôt x_{n+1} a x_{n+2} . Keďže hodnoty odchýlok voči optickej osi sú definované pre dve polroviny, odchýlky pod optickou osou sú popísané ako záporné a odchýlky nad optickou osou sú popísané ako kladné hodnoty. Všeobecný vzťah pre výpočet odchýlky spolu so znamienkovou definíciou pozície má tvar

$$x_{n+2} = x_{n+1} - l_1 \cdot \tan(\theta_{n+1}) , \qquad (4.9)$$

pričom z teórie podobnosti trojuholníkov platí rovnosť uhlov

$$\theta_{n+2} = \theta_{n+1} \quad . \tag{4.10}$$

Po zistení vstupných hodnôt x_{n+2} a θ_{n+2} druhej šošovky je možné v ďalšom kroku zistiť hodnotu odchýlenia zväzku po prechode touto šošovkou podobným spôsobom ako vo vzťahu (4.7)

$$\begin{pmatrix} x_{n+3} \\ \theta_{n+3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n}{R_2 n} & \frac{n_2}{n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n - n_2}{R_1 n_2} & \frac{n}{n_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{n+2} \\ \theta_{n+2} \end{pmatrix}.$$
(4.11)

Podobný postup nasleduje pre poslednú šošovku kaskády. Výpočet parametrov odchýlenia pre medziturbulentný priestor má tvar

$$x_{n+4} = x_{n+3} - l_2 \cdot \tan(\theta_{n+3}) , \quad \theta_{n+4} = \theta_{n+3} .$$
 (4.12)

Z definovaných geometrických parametrov tretej šošovky a hodnôt odchýlenia zväzku na vstupnej rovine sa dôjde k parametrom odchýlenia optického zväzku na výstupnej rovine poslednej šošovky

$$\begin{pmatrix} x_{n+5} \\ \theta_{n+5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_3 - n}{R_2 n} & \frac{n_3}{n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t_3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n - n_3}{R_1 n_3} & \frac{n}{n_3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{n+4} \\ \theta_{n+4} \end{pmatrix}.$$
(4.13)

Po určení pozície a odklonu laserového zväzku na poslednej šošovke je možné vyrátať výslednú polohu prijatého zväzku na rovine detektora y_a pomocou vzťahu

$$y_a = x_{n+5} - l_{RX} \cdot \tan(\theta_{n+5}) , \qquad (4.14)$$

kde vzdialenosť turbulentnej oblasti od detektora l_{RX} je vopred známa.

4.1.4 Zhrnutie maticovej optiky

Táto kapitola poukazuje na možnosť využitia maticovej optiky v oblasti popisu turbulentného vplyvu na šírenie optického zväzku. Ponúka potrebné informácie k maticovej analýze prenosu optického lúča. Definuje podmienku aproximácie turbulentnej cely optickým elementom a volí konkrétny typ aproximácie, ktorý slúži ako matematický model turbulentnej cely. Pre popis turbulentnej oblasti tvorenej väčším počtom turbulentných ciel bol vytvorený model kaskády - konkrétne troch hrubých šošoviek. Táto kapitola taktiež ponúka návod na výpočet odchýlok zväzku nielen na prijímacej rovine, ale aj v turbulentnej oblasti nachádzajúcej sa v trase laserového lúča.

Daný matematický model môže slúžiť ako 2D simulátor turbulentného prostredia. Zo stavových veličín popisujúcich okolitú atmosféru a parametrov daných kaskádnym modelom turbulencie je možné zistiť okamžité hodnoty ekvivalentného teplotného gradientu pomocou metódy ETG. Tieto hodnoty je možné určiť po prechode každou turbulentnou celou a aj po prechode celou kaskádou. Podľa vzťahu (3.7) je možné sa dopracovať ku kvantifikácii turbulencie pomocou štruktúrneho parametra indexu lomu za prítomnosti homogénne rozloženej turbulencie v trase optického lúča.

Taktiež využitím metódy ETG a znalostí okolitých parametrov prostredia je možné využiť túto metódu na spätnú analýzu prejavu optického zväzku, tým že sa pomocou známych hodnôt ETG a známeho modelu turbulentnej oblasti vypočítajú okamžité odchýlky zväzku a z nich sa následne vhodnou aproximáciou definujú približné parametre turbulentnej oblasti v konkrétnom čase.

4.2 Model kaskádnej turbulencie

4.2.1 Model pre modifikovanú metódu ETG

Model vychádza z podmienok, ktoré určuje modifikovaná metóda ETG. Aby ňou bolo možné získať potrebné výstupy, je nutné zabezpečiť správne rozloženie prijímača a vysielača voči turbulentnej oblasti. Pre danú modelovú simuláciu nie sú vzdialenosti vysielača a prijímača od turbulentnej oblasti bezprostredne pred a za turbulentnou oblasťou, ale nachádzajú sa v konkrétnej krátkej vzdialenosti rovnej hodnote 5 *cm*.



Obrázok 4.5 Model kaskádnej turbulencie pre modifikovanú metódu ETG

Hodnota vlnovej dĺžky lasera spolu s veličinami charakterizujúcimi okolitú atmosféru (tabuľka 4.1) tvoria vstupné parametre potrebné pre výpočet výsledného ekvivalentného teplotného gradientu. Výpočet je možný pre klasickú metódu podľa vzťahu (3.4) alebo pre modifikovanú metódu podľa vzťahu (3.6). V klasickej metóde ETG vystupujú veličiny ako plynová konštanta vzduchu r a Gladstone – Daleova konštanta K, ktoré je možné vypočítať zo zadaných parametrov z tabuľky 4.1 využitím vzťahov (3.1) a (3.2). Hodnota indexu lomu, ktorá je potrebná pri maticovom výpočte parametrov odchýlenia optického zväzku je vypočítaná pomocou vlnovej dĺžky použitého lasera podľa vzťahu (3.5).

$\lambda [nm]$	632,8
n [–]	1,000276532738084
$V_m [m^3 \cdot mol^{-1}]$	$22,4136 \cdot 10^{-3}$
$R \left[J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1} \right]$	8,315
<i>P</i> [<i>Pa</i>]	102850
$\rho [kg \cdot m^{-3}]$	1,29
T [K]	295,65

Tabuľka 4.1 Veličiny charakterizujúceho okolitú atmosféru a použitý laser

Za účelom sledovania vplyvu jednotlivých geometrických parametrov na optický zväzok prechádzajúci kaskádou hrubých šošoviek, bolo zvolené náhodné generovanie týchto hodnôt s rovnomerným rozdelením v rozmedziach podľa tabuľky 4.2.



Obrázok 4.6 Turbulentné cely elipsového a kruhového tvaru nachádzajúce sa v modeli kaskádnej turbulencie

Rozmery turbulentných ciel boli generované v takých rozmedziach, aby došlo k vymodelovaniu nielen turbulentných ciel kruhového tvaru, ale aj elipsového. Model týchto ciel je zobrazený na obrázku 4.6. Týmto je zabezpečená rôznorodosť tvarov jednotlivých ciel.

Parametre		Rozsah [<i>cm</i>]
Polomar	$R_{1_1} = R_{1_2}$	1 – 3
krivosti	$R_{2_1} = R_{2_2}$	3 - 6
KIIVOSti	$R_{3_1} = R_{3_2}$	1 – 7
	t_1	1 – 3
Hrúbka	t_2	1 - 4
	t_3	2 — 5
Vzdialenosť	l_1	5 - 10
	l_2	5 - 10

Tabuľka	4.2	Rozsahy geometrický	ch parametrov	kaskády hrul	oých šošoviek
		50 5	1	J	J

Parametre sú definované pre každú turbulentnú celu a medziturbulentný priestor. Na obrázku 4.7 je zobrazená pravdepodobnostná funkcia s rovnomerným rozdelením parametrov pre prvú šošovku kaskády. R_{1_t} ($R_{1_t} = R_{2_t}$) značí polomer krivosti, t_{1_t} značí hrúbku prvej šošovky a parameter l_{1_t} poukazuje na medziturbulentnú vzdialenosť medzi prvou a druhou turbulentnou celou.

Toto rozdelenie pravdepodobnosti výskytu bolo zvolené za účelom rovnomerného rozdelenia hodnôt parametrov v rámci konkrétnych intervalov, s ktorými sú prevedené výpočty v jednotlivých analýzach. Je možné využiť aj iné rozdelenie, ako napr. normálne (Gaussovo) rozdelenie. To by mohlo byť využité pri modelovaní dopadajúceho optického zväzku na plochu prijímača, ktorého maximum intenzity je sústredené na osi laserového zväzku.



Obrázok 4.7 Pravdepodobnostná funkcia s rovnomerným rozdelením geometrických parametrov prvej cely, kde modré hodnoty predstavujú R_{1_t} , červené hodnoty predstavujú t_{1_t} a zelené hodnoty l_{1_t}

Na výsledné vychýlenie zväzku má vplyv hodnota indexu lomu v jednotlivých turbulentných celách. Aby bol možný maticový výpočet parametrov odchýlenia zväzku, boli za týmto účelom náhodne vybrané konkrétne hodnoty indexov lomu pre jednotlivé turbulentné cely z intervalu skutočných hodnôt tohto parametra pre atmosféru.

Index lomu	[-]
n_1	1,000273532
n_2	1,000273260
n_3	1,000276533

Tabuľka 4.3 Indexy lomu jednotlivých turbulentných ciel

Pre určenie skutočných hodnôt indexov lomu v daných miestach prenosovej trasy je možné využiť vzťah [12]

$$n = 1 + 79 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{P}{T}, \tag{4.15}$$

kde P[Pa] je tlak vzduchu a T[K] je termodynamická teplota v danom mieste prenosovej trasy.

Využitím matematického postupu podľa podkapitoly 4.1.3 boli určené výstupné odchýlky (zobrazené na obrázku 4.8, kde x_3 je hodnota odchýlenia zväzku po prechode prvou turbulentnou celou, x_5 je odchýlenie po prechode druhou celou a y_a predstavuje výslednú odchýlku detekovanú na prijímacej rovine). Tento histogram zobrazuje početnosť jednotlivých hodnôt odchýlok od osi systému. Záporné hodnoty na x-ovej ose znázorňujú odklonenie zväzku pod os systému a kladné nad os systému. Pri daných

vstupných hodnotách sa získal výsledok, ktorý zobrazuje zmenu laserového lúča prechodom celou kaskádou, pričom k najväčším odchýlkam dochádza práve po prechode celou kaskádou, čo zobrazuje červený histogram na obrázku 4.8. Vďaka náhodnému rozloženiu geometrie kaskády vychádzajú v prípade väčších medziturbulentných vzdialeností (tabuľka 4.2) záporné odchýlky aj pri prechode optického zväzku prvou a druhou turbulentnou celou.



Obrázok 4.8 Histogram odchýlok po prechode optického lúča každou turbulentnou celou pri modifikovanej metóde ETG

4.2.2 Model pre metódu ETG

Rozloženie jednotlivých komponentov tohto modelu vychádza z metódy ETG. V tomto prípade sa prijímač a vysielač nachádzajú vo väčšej vzdialenosti od turbulentnej oblasti (obrázok 4.9). Podobne ako pri modifikovanej metóde, tak aj v tomto prípade sa ráta s parametrami okolitej atmosféry podľa tabuľky 4.1 a s hodnotami indexov lomu turbulentných ciel podľa tabuľky 4.3. Taktiež je použité aj náhodné generovanie vstupných geometrických parametrov s rovnomerným rozdelením pravdepodobnosti výskytu.



Obrázok 4.9 Model kaskádnej turbulencie pre metódu ETG

Geometrické rozmery kaskády hrubých šošoviek sú dané rovnakými rozsahmi ako v predchádzajúcom modeli podľa tabuľky 4.2. K zmenám dochádza len pri vzdialenostiach, ktoré musí optický zväzok prejsť k turbulentnej oblasti a z tejto oblasti k prijímacej rovine. Intervaly, podľa ktorých sa generujú tieto rozmery sú zobrazené v tabuľke 4.4.

Tabuľka 4.4 Vzdialenosti turbulentnej oblasti k vysielaču a prijímaču

Parametre	Rozsah [<i>cm</i>]
l_{TX}	10 - 50
l_{RX}	50 - 100

Využitím matematického postupu podľa ABCD maticovej analýzy sa došlo k výstupným odchýlkam zobrazeným na obrázku 4.10, na ktorom sa nachádza histogram poukazujúci na početnosť jednotlivých odchýlok od osi systému. Za rovnakých vstupných podmienok ohľadom rozloženia komponentov kaskády hrubých šošoviek ako v predchádzajúcom modeli sa hodnoty odchýlok zvýšili o jeden rád, čo je spôsobené výrazne dlhšou trasou, ktorú musí optický zväzok mimo turbulentnú oblasť prejsť.

Tento graf jasne poukazuje aj na vplyv dĺžky jednotlivých trás. Pri prechode turbulentnou oblasťou, ktorej rozmery prechodov sú rádovo jednotiek centimetrov, dochádza k odklonu optického lúča nad optickú os systému (x_3, x_5). Po prechode celou kaskádou (vrátane vzdialenosti l_{RX} , ktorej rozmery sú rádovo desiatky centimetrov) dokáže optický lúč prejsť dostatočne dlhú trasu. Takto je lúč detekovaný pod osou systému.



Obrázok 4.10 Histogram odchýlok po prechode optického lúča každou turbulentnou celou pri metóde ETG

4.2.3 Zhrnutie modelu kaskádnej turbulencie

Táto kapitola ponúka informácie o rozložení jednotlivých komponentov modelu turbulentnej kaskády pre prácu s modifikovanou metódou ETG a rovnako pre prácu s klasickou metódou ETG. Pre oba modely sú zadané vstupné parametre charakterizujúce okolitú atmosféru, vlnovú dĺžku použitého lasera, indexy lomu jednotlivých turbulentných ciel a geometrické rozloženie komponentov modelu a hrubých šošoviek aproximujúcich turbulentné cely. Tieto parametre budú využité pri modelovaní 2D simulátora turbulentného prostredia.

Každý z týchto modelov slúži k analýze zmien vo veľkosti odchýlok a ETG kvantifikujúceho turbulenciu, čím sú súčasne sledované turbulentné vlastnosti atmosféry. Bližší rozbor a vplyv jednotlivých parametrov na optický zväzok bude rozobraný v ďalších kapitolách. V prípade, že nebude uvedená zmena jednotlivých parametrov, bude sa rátať s parametrami zobrazenými v tejto kapitole.

Čiastočné výsledky analýzy pracujúcej s modifikovanou metódou ETG boli publikované na konferencii Student EEICT 2021 [26].

4.3 2D simulátor turbulentného prostredia

Tento simulátor bol vytvorený v programovom prostredí Matlab. Slúži k vytvoreniu experimentálneho modelu slúžiaceho k analýze prechodu optického zväzku turbulentným prostredím. Pozorovaný je optický zväzok šíriaci sa priamym kanálom, ktorý predstavuje červený laserový lúč a spätným kanálom, ktorý je zobrazený modrým laserom. Využitie

modelu s oboma smermi šírenia optického zväzku v rovnakom časovom okamihu prispieva napr. k analýze reciprocity systému, ktorá je prebratá v kapitole 4.5.



Obrázok 4.11 Model šírenia optického zväzku v priamom a spätnom kanáli pracujúci s modifikovanou metódou ETG

Zo samotného zobrazenia modelu (obrázky 4.11 a 4.12) vyplýva, že sa jedná o dvojdimenzionálne prevedenia turbulentného prostredia, kde sa jednotlivé odklonenia zväzku menia len vo vertikálnom smere.



Obrázok 4.12 Model šírenia optického zväzku v priamom a spätnom kanáli pracujúci s klasickou metódou ETG

Tento model turbulentného prostredia pracuje s rovnakými počiatočnými podmienkami definovanými pre oba smery šírenia laserového lúča. Počiatočný uhol odklonenia musí spĺňať podmienku paraxiality, aby bol možný výpočet založený na maticovej technike prenosu optického lúča. Obe metódy rátajú s počiatočným odklonením laserového lúča $\theta_1 = 0,05^\circ$.

4.3.1 Softvérové riešenie s využitím modifikovanej metódy ETG

Postup riešenia problematiky pre tento typ metódy je zobrazený vo vývojom diagrame na obrázku 4.13. V úvode je nutné zadefinovať parametre charakterizujúce okolitú atmosféru, aby bol možný výpočet výsledného kvantifikátora turbulencie, ekvivalentného teplotného gradientu. Týmito parametrami sú: molárny objem plynu, univerzálna plynová konštanta, tlak vzduchu a index lomu (vlnová dĺžka).



Obrázok 4.13 Vývojový diagram s využitím výpočtu ETG cez modifikovanú metódu

Po zadefinovaní veličín charakterizujúcich atmosféru je nutné zadefinovať rozmery turbulentných ciel. Pomocou maticového výpočtu je možné dopracovať sa k jednotlivým odchýleniam optického lúča. Z nich je možné vypočítať ETG. Platí, že veľkosť nehomogenity je rovná šírke turbulentnej cely po prechode prvou celou. Po prechode druhou celou je hodnota nehomogenity daná sumou šírok prvých dvoch ciel a ich medziturbulentného priestoru. Celková dĺžka nehomogenity je daná sumou šírok všetkých turbulentných ciel a ich medziturbulentných vzdialeností.

Následne je nutné zadať priemer prijímacej apertúry (zvolená bola hodnota 2 *cm*, pretože vzdialenosti hraničných rovín nehomogenity od TX a RX sú krátkej vzdialenosti rovnej hodnote 5 *cm*), aby bol možný výpočet výsledného štatistického ukazovateľa miery intenzity turbulencie, štruktúrneho parametra indexu lomu C_n^2 . Jeho štatistickú hodnotu je možné získať pomocou výpočtu podľa vzťahu (3.7).

Následne je v M – iteračnom cykle vnorený ďalší N – iteračný cyklus s náhodne sa generujúcimi rozmermi celého modelu kaskády turbulentných ciel. Vďaka ním je možný výpočet odchýlok po prechode každou turbulentnou celou využitím postupu výpočtu z podkapitoly 4.1.3. Zo známych hodnôt odchýlok je možné realizovať výpočet ETG pre N časových okamihov podľa vzťahu (3.6), z ktorých je následne vypočítaná štatisticky daná miera intenzity turbulencie pomocou C_n^2 .

4.3.2 Softvérové riešenie s využitím klasickej metódy ETG

Vývojový diagram pre tento typ riešenia pracujúci s klasickou metódou ETG je zobrazený na obrázku 4.14. Rozdiel oproti predchádzajúcemu postupu spočíva vo vynechaní výpočtu pre štruktúrny parameter indexu lomu. V tomto prípade je sledovaný jeden ukazovateľ miery intenzity turbulencie, a to ekvivalentný teplotný gradient. Z rozloženia jednotlivých komponentov (TX, RX, turbulentná oblasť), s ktorými počíta táto metóda (kapitola 3.1) vyplýva, že je použiteľná len pre vplyv celej turbulentnej kaskády tvoriacej turbulentnú oblasť v trase optického zväzku.



Obrázok 4.14 Vývojový diagram s využitím výpočtu ETG cez klasickú metódu

V úvode je nutné, podobne ako v predošlom postupe, zadefinovať parametre charakterizujúce okolitú atmosféru: plynová konštanta vzduchu, termodynamická teplota, index lomu, Gladstone – Daleova konštanta a tlak vzduchu.

Následne sa v N – iteračnom cykle náhodne generujú jednotlivé rozmery celého modelu kaskády turbulentných ciel, vďaka ktorým je možný výpočet odchýlok po prechode turbulentnou kaskádou. Zo známych hodnôt odchýlok po prechode

kaskádou, je možné realizovať výpočet ETG podľa vzťahu (3.4) a tým určiť vplyv turbulencie na chybovosť kanálu v každom časovom okamihu N – iteračného cyklu.

4.3.3 Zhrnutie 2D simulátora turbulentného prostredia

Táto kapitola ponúka rozbor softvérového riešenia tvoriaceho 2D simulátor turbulentného prostredia. Obsahuje podrobné informácie o programovom postupe tohto simulátora. Kroky jeho práce sú zobrazené aj vo vývojových diagramoch pre konkrétne metódy ETG. Celkový postup riešenia je odvodený z matematického modelu kaskádnej turbulencie pracujúcej s maticovým výpočtom, pričom simulátor zabezpečuje aj splnenie podmienok pre spracovanie výstupných dát metódami ekvivalentného teplotného gradientu.

Zobrazené sú taktiež modely prenosu optického lúča v priamom a spätnom kanáli. Predstavené sú ich vstupné podmienky pre sledovanie a porovnanie správania optických lúčov šíriacich sa súčasne oboma kanálmi danou turbulentnou oblasťou. Ďalšie kapitoly sa venujú analýze turbulentných vlastností atmosféry aproximovanej spomínaným matematickým modelom.

4.4 Analýza

V úvode tejto kapitoly je dôležité si pripomenúť tvar ABCD matice pre hrubú šošovku aproximujúcu turbulentnú celu kaskády, ktorá je bližšie popísaná v podkapitole 4.1.2

ABCD =
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_1}{R_2 n_1} & \frac{n_2}{n_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_1 - n_2}{R_1 n_2} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}.$$
 (4.16)

V analýze je pozorovaný vplyv parametrov vystupujúcich v ABCD matici, ktorá charakterizuje turbulentnú celu a ich vplyv na prenos optického zväzku šíriaceho sa kaskádou turbulentných ciel. Ide o index lomu turbulentných ciel $(n_{1,2})$, rozmery turbulentných ciel $(R_{1,2},t)$ s čím súvisí aj ich poradie v rámci kaskády. Taktiež pozorovanými parametrami sú vzájomné vzdialenosti týchto ciel $(l_{1,2})$, ktorých rozmery vystupujú pri výpočte odchýlenia optického zväzku prechádzajúceho medziturbulentným priestorom. Celková analýza, ktorá tvorí túto kapitolu, je realizovaná pre model pracujúci s modifikovanou metódou ETG. Tento model dostatočne poukazuje na správanie optického zväzku a zároveň ponúka aj vyhodnotenie turbulencie zo štatistického hľadiska.

4.4.1 Zmena hodnôt indexov lomu turbulentných ciel

Turbulentné prostredie je charakterizované zmenou indexu lomu. Jeho fluktuácia súvisí so zmenami teploty, tlaku okolitého prostredia alebo rýchlosti vetra. Keďže je vplyv atmosférického prenosového prostredia na kvalitu optického bezdrôtového spojenia výrazný, je nutné poznať index lomu prostredia určujúci vlastnosti optického žiarenia. Preto je táto analýza zameraná na zobrazenie závislostí optického zväzku

a výsledných veličín kvantifikujúcich mieru intenzity turbulencie od zmeny indexu lomu prostredia.

Táto analýza je tvorená dvoma modelmi. Jeden poukazuje na reálne zmeny v hodnote indexu lomu v turbulentnej oblasti, ktoré boli náhodne zvolené z intervalu skutočných hodnôt tohto parametra pre atmosféru. Druhý model ráta s hodnotami indexov lomu, ktoré boli cielene zvolené mimo interval skutočných hodnôt. Ich číselná reprezentácia a rozdielnosť pre jednotlivé turbulentné cely boli zvolené preto, aby sa pri malých medziturbulentných vzdialenostiach prejavila nereciprocita systému.

Tabuľka 4.5 Hodnoty indexov lomu turbulentných ciel pre analýzu ich vplyvu pre prvý model so skutočnými hodnotami a druhý model s výrazne sa líšiacimi hodnotami indexov lomu

Index lomu [–]	Prvý model	Druhý model
n_1	1,000273532	2
n_2	1,000273260	4
n_3	1,000276533	6

Označenie indexov lomu podľa tabuľky 4.5 korešponduje s ich označením na turbulentných celách zobrazených na obrázku 4.15, kde sú zobrazené aj rozmery modelu. Oba modely pracujú s parametrami okolitej atmosféry podľa tabuľky 4.1.



Obrázok 4.15 Geometrické rozmery pre analýzu vplyvu indexu lomu

Využitím 2D simulátora turbulentného prostredia je možné realizovať analýzu turbulentných vlastností a ich vplyv na optické lúče šíriace sa súčasne priamym a spätným kanálom. Tým je umožnené sledovanie prejavu optického zväzku šíriaceho sa turbulentnými celami oboma smermi v rovnakom časovom okamihu.



Obrázok 4.16 Odchýlky v priamom a spätnom kanáli pre prvý model (so skutočnými hodnotami *n*) pri zmene indexu lomu turbulentných ciel

Na obrázku 4.16 je zobrazená časová zmena odchýlok laserového lúča po prechode každou turbulentnou celou priamym aj spätným kanálom. Z obrázka je možné vidieť, že k najväčším odchýleniam došlo po prechode celou kaskádou (rúžová krivka). K najmenej výrazným odchýlkam došlo po prechode prvou turbulentnou celou (modrá krivka). Pri prechode celou kaskádou bol lúč niekoľkonásobne lámaný a vplyvom dĺžky trasy, ktorú musel prejsť, bol detekovaný s výraznejším odchýlením oproti lúču prechádzajúcemu iba prvou alebo prvými dvoma turbulentnými celami.



Obrázok 4.17 ETG v priamom a spätnom kanáli pre prvý model pri zmene indexu lomu turbulentných ciel

Hodnota ekvivalentného teplotného gradientu je priamo úmerná odchýlkam zväzku (vzťah (3.6)) a zároveň aj nepriamo úmerná druhej mocnine dĺžky nehomogenity, ktorá má vo výsledku výrazný vplyv na ETG. Takže hodnota ETG (obrázok 4.17) je najvýraznejšia práve po prechode prvou turbulentnou celou, ktorá predstavuje najkratšiu nehomogenitu v trase zväzku. Naopak, najmenej výrazný je tento parameter po prechode celou turbulentnou oblasťou, ktorá tvorí najdlhšiu nehomogenitu v trase zväzku.



Obrázok 4.18 C_n^2 v priamom a spätnom kanáli pre prvý model pri zmene indexu lomu turbulentných ciel

Podľa vzťahu (3.7), ktorý je využitý pre výpočet štruktúrneho parametra indexu lomu pomocou hodnoty ETG je možné sa dopracovať k výsledným časovým zmenám tohto parametra, ktoré sú zobrazené na obrázku 4.18.

Tieto grafy poukazujú na podobnosť sledovaných veličín pre oba smery šírenia optického zväzku. Je možné tomu rozumieť tak, že kaskáda s málo výraznými zmenami v hodnote indexov lomu jednotlivých turbulentných ciel je vnímaná ako jedná homogénna turbulentná oblasť. Táto oblasť spôsobí približne rovnaké odchýlenie optického zväzku, ktorý sa šíri priamym alebo opačným smerom.

Druhý model počíta s turbulentnými celami charakterizovanými pomocou indexov lomu, ktorých hodnoty slúžia len na matematickú analýzu (tabuľka 4.5). Nepoukazujú na skutočné hodnoty indexu lomu v atmosfére a sú v tomto modeli zoradené od najnižšej hodnoty po najvyššiu pre priamy smer šírenia optického lúča. Na obrázku 4.19 je zobrazený vplyv tohto poradia na odchýlenie optického zväzku po prechode každou turbulentnou celou pre priamy a opačný smer šírenia zväzku. Na obrázkoch 4.20 a 4.21 sú zobrazené časové zmeny parametrov kvantifikujúcich turbulenciu.

V grafoch poukazujúcich na priamy kanál sú parametre po prechode prvou a druhou turbulentnou celou výrazne menšie ako po prechode celou kaskádou. Z toho vyplýva, že na odklonenie optického zväzku, čiže aj na kvantifikujúce veličiny vychádzajúce

z výslednej odchýlky detekovanej na prijímači, má sila poslednej turbulentnej cely najvýraznejší vplyv.



Obrázok 4.19 Odchýlky v priamom a spätnom kanáli pre druhý model (indexy lomu výrazne sa líšiace) pri zmene indexu lomu turbulentných ciel

V grafoch poukazujúcich na spätný kanál je poradie turbulentných ciel opačné, to znamená, že prvá turbulentná cela má najvyššiu hodnotu indexu lomu a posledná má najnižšiu. Zo sledovaných parametrov je viditeľné, že prvá turbulentná cela spôsobí väčšie odklonenie zväzku oproti odkloneniu v priamom kanáli, ktoré postupným prechodom kaskádou nadobudne ešte výraznejšie odchýlenie.



Obrázok 4.20 ETG v priamom a spätnom kanáli pre druhý model pri zmene indexu lomu turbulentných ciel

V prípade turbulentných ciel charakterizovaných veľkou zmenou indexu lomu je možné tvrdiť, že ich poradie má výrazný vplyv na odchýlenie optického zväzku a rovnako aj na kvantifikujúce parametre turbulentného prostredia.



Obrázok 4.21 C_n^2 v priamom a spätnom kanáli pre druhý model pri zmene indexu lomu turbulentných ciel

Turbulencia je vnímaná ako silnejšia, ak sa nachádza turbulentná cela s vysokým indexom lomu na začiatku kaskády. V tom prípade turbulencia spôsobí výraznejšie odklonenie zväzku v turbulentnej oblasti, ale aj na vstupnej rovine detektora. Ak sa nachádza turbulentná cela s vysokým indexom lomu na konci kaskády, výrazný vplyv na odklonenie má až táto posledná cela. Turbulencia je kvantifikovaná ako intenzívnejšia na základe výslednej odchýlky, aj napriek tomu, že v rámci kaskády nedochádza k výrazným zmenám odklonu.

4.4.2 Zmena rozmerov turbulentných ciel a ich poradia v kaskáde

Turbulentná atmosféra je charakteristická prítomnosťou turbulentných ciel rôznych veľkostí. Aby bola možná analýza vychádzajúca z metódy ETG, je nutné modelovať prítomnosť veľkých turbulentných ciel, ktorých priemer je väčší ako šírka optického zväzku. V tejto simulácii sa počíta s centimetrovými turbulentnými celami v trase optického zväzku, ktorý sa šíri priamym a spätným kanálom. Analýza je zameraná na pozorovanie zmien vo výstupných parametroch vplyvom veľkostí ciel a ich poradia, v akom tvoria kaskádu.

	Polomery kriv	osti [cm]	Hrúbky [<i>cm</i>]	
Prvý model	$R_{1_1} = R_{1_2}$	7 - 10	t_1	6 – 8
	$R_{2_1} = R_{2_2}$	4 – 7	t_2	4 - 6
	$R_{3_1} = R_{3_2}$	1 - 4	t_3	2 - 4
Druhý model	$R_{1_1} = R_{1_2}$	5 - 10	<i>t</i> ₁	3 - 6
	$R_{2_1} = R_{2_2}$	10 - 15	t_2	6 – 9
	$R_{3_1} = R_{3_2}$	1 – 5	t_3	1 - 3

Tabuľka 4.6 Rozmery určujúce veľkosť turbulentných ciel pre analýzu ich vplyvu pre prvý model s postupným radením turbulentných ciel podľa veľkostí a druhý model s nepravidelným radením veľkostí

Hodnoty polomerov krivosti a hrúbok jednotlivých šošoviek sú zobrazené v tabuľke 4.6. Hodnoty indexov lomu jednotlivých ciel vychádzajú z oblasti skutočných hodnôt podľa tabuľky 4.3. Táto analýza je tvorená konkrétne dvoma modelmi. Prvý model poukazuje na zoradenie turbulentných ciel od najväčšej po najmenšiu v priamom smere šírenia lúča (obrázok 4.22). Druhý model predstavuje striedavé zoradenie turbulentných ciel (obrázok 4.26). Keďže sú sledované oba smery šírenia lúča, poskytujú tieto dva modely dostačujúce výstupy na zobrazenie vplyvu rozmerov turbulentných ciel.



Obrázok 4.22 Geometrické rozmery prvého modelu s postupným radením turbulentných ciel podľa veľkostí pre analýzu vplyvu ich rozmerov

Na obrázku 4.23 sú zobrazené simulované časové zmeny odchýlok zväzku po prechode každou turbulentnou celou. Na prvom grafe sú tieto odchýlky zaznamenané pre priamy smer šírenia optického lúča, kde k najväčším odchýleniam došlo práve po prechode prvou, najväčšou turbulentnou celou. Na druhom grafe zobrazujúcom odchýlenia zväzku pri prechode spätným kanálom dochádza k najvýraznejšiemu odchýleniu po prechode poslednou, čiže opäť najväčšou turbulentnou celou. Je možné tvrdiť, že veľkosť turbulentných ciel a ich poradie majú vplyv na výsledné odchýlenie optického zväzku.



Obrázok 4.23 Odchýlky v priamom a spätnom kanáli pre prvý model pri zmene rozmerov turbulentných ciel

Pri sledovaní časovej zmeny ETG (obrázok 4.24) je viditeľné, že aj napriek výrazným odchýlkam po prechode celou kaskádou dochádza k najväčšej zmene ETG práve pri prechode prvou turbulentnou celou v oboch smeroch šírenia. Tento jav je spôsobený vplyvom veľmi krátkej turbulentnej vzdialenosti, ktorú musí lúč prejsť skrz prvú turbulentnú celu kaskády. Taktiež je možné vidieť, že ETG kvantifikátor nadobúda pre oba smery šírenia rádovo podobné hodnoty, ale stále výrazne závislé na veľkosti turbulentných ciel, ktoré udávajú veľkosť celkovej nehomogenity.



Obrázok 4.24 ETG v priamom a spätnom kanáli pre prvý model pri zmene rozmerov turbulentných ciel

Štruktúrny parameter indexu lomu po prechode celou kaskádou (obrázok 4.25) poukazuje na to, že pri priamom smere šírenia (prvá turbulentná cela je najväčšia a posledná je najmenšia) je výsledný štatistický ukazovateľ rádovo väčší než pri prechode spätným kanálom (prvá turbulentná cela najmenšia a posledná je najväčšia). Z tohto vyplýva, že na mieru intenzity turbulencie má vplyv poradie a veľkosť jednotlivých ciel kaskády. Ak sa blízko prijímača nachádza veľká turbulentná cela (červená krivka), bude prostredie klasifikované ako menej turbulentné z nameraných dát než v prípade, kde sa veľká turbulentná cela nachádza blízko laserového zdroja (rúžová krivka). Tu dôjde na začiatku trasy optického lúča k výraznému odchýleniu, ktoré narastá postupným prechodom turbulenciou.



Obrázok 4.25 C_n^2 v priamom a $C_{n_o}^2$ v spätnom kanáli pre prvý model pri zmene rozmerov turbulentných ciel počítaný z detekovanej odchýlky na prijímači, kde *M* je počet opakovaní 200 – iteračného cyklu výpočtu ETG

Druhý model kaskády zobrazený na obrázku 4.26 poukazuje na zoradenie turbulentných ciel s väčšou mierou náhodnosti. Najväčšia turbulentná cela sa nachádza v strede kaskády pre oba smery šírenia a počíta sa s rozmermi podľa tabuľky 4.6 – druhý model.



Obrázok 4.26 Geometrické rozmery druhého modelu s nepravidelným radením turbulentných ciel podľa veľkostí pre analýzu vplyvu ich rozmerov

Podobne ako v predchádzajúcom modeli, tak aj v tomto sú ako prvé sledované parametre odchýlenia zväzku v priamom a spätnom kanáli, na ktoré poukazuje obrázok 4.27. Z týchto grafov je vidieť, že k najvýraznejším odchýleniam dochádza práve po prechode najväčšou turbulentnou celou a ďalšou jej nasledujúcou. Pre prípad šírenia zväzku v opačnom kanáli je odchýlenie po prechode prvou celou menej výrazné, čo je spôsobené jej najmenším rozmerom v rámci kaskády.



Obrázok 4.27 Odchýlky zväzku v priamom a spätnom kanáli pre druhý model pri zmene rozmerov turbulentných ciel



Obrázok 4.28 ETG v priamom a spätnom kanáli pre druhý model pri zmene rozmerov turbulentných ciel

Aj v tomto prípade majú rozmery turbulentných oblastí výrazný vplyv na výslednú hodnotu ETG (obrázok 4.28). Keď že je hodnota ETG nepriamo úmerná druhej mocnine týchto vzdialeností, je jeho hodnota väčšia pre prípad, kde je v poradí prvá turbulentná cela s najmenšími rozmermi.

Štruktúrny parameter indexu lomu (obrázok 4.29) v tomto modeli vychádza podobne ako v predchádzajúcom modeli. Keďže najväčšia turbulentná cela sa nachádza v strede kaskády, je možné vidieť, že na rozdiely vo výslednom časovom zobrazení C_n^2 má vplyv aj pozícia najmenšej cely. Ak sa blízko prijímača nachádza väčšia turbulentná cela (červená krivka), z nameraných dát bude prostredie kvantifikované ako menej turbulentné. V prípade, kde sa väčšia turbulentná cela nachádza blízko zdroja (rúžová krivka) dôjde už na začiatku trasy k výraznejšiemu odchýleniu optického lúča. Pri danej simulácii s náhodnejšie rozloženými turbulentnými celami vychádza intenzita turbulencie o niečo väčšia než v prvom modeli.



Obrázok 4.29 C_n^2 v priamom a $C_{n_o}^2$ v spätnom kanáli pre druhý model pri zmene rozmerov turbulentných ciel rátaný z detekovanej odchýlky na prijímači

4.4.3 Zmena vzájomných vzdialeností turbulentných ciel

Analýza, na ktorú je zameraná táto podkapitola poukazuje na vplyv vzájomných vzdialeností turbulentných ciel v rámci kaskády. Táto vzdialenosť má výrazný vplyv nielen pri výpočte odchýlenia v medziturbulentných priestoroch pomocou funkcie tangens, ale zároveň je tento rozmer súčasťou dĺžky nehomogenity v trase optického zväzku. Táto dĺžka výrazne ovplyvňuje hodnotu výsledného ekvivalentného teplotného gradientu, ktorý určuje okamžitú chybovosť komunikačného kanálu.

Tabuľka 4.7 Rozmery medziturbulentných vzdialeností v kaskáde pre analýzu ich vplyvu pre prvý model s krátkymi vzdialenosťami a druhý model s dlhými vzdialenosťami

Parametre v [cm]	Polomery krivosti	Hrúbky	Vzdialenosti
Prvý model	5 - 10	4 – 6	5 - 10
Druhý model	5 - 10	4 – 6	10 - 50

Oba modely pracujú s geometrickými rozmermi danými tabuľkou 4.7, skutočnými hodnotami indexov lomu danými tabuľkou 4.3 a atmosférickými parametrami podľa tabuľky 4.1. Prvý model (obrázok 4.30) pracuje s kratšími medziturbulentnými vzdialenosťami, kde sa očakáva kvôli prechodu kratšej trasy lúča menšia odchýlka zväzku oproti modelu, kde sú vzdialenosti výrazne dlhšie.



Obrázok 4.30 Geometrické rozmery prvého modelu pre analýzu medziturbulentných vzdialeností



Obrázok 4.31 Odchýlky zväzku v priamom a spätnom kanáli pre prvý model pri zmene medziturbulentných vzdialeností

Obrázok 4.31 predstavuje výsledné odchýlenia zväzku po prechode každou turbulentnou celou kaskády. Pozorovaná je istá podobnosť medzi odchýleniami zväzku po prechode druhou a poslednou turbulentnou celou, na čo má vplyv podobnosť rozmerov turbulentných ciel a ich indexov lomu.

Podobne ako v predchádzajúcich simuláciách, aj tu sú sledované výstupné parametre kvantifikujúce mieru intenzity turbulencie. Ako sa očakáva zo znalostí predchádzajúcich simulovaných analýz, aj tu má najvýraznejší vplyv na výslednú hodnotu ETG dĺžka nehomogenity, ktorú musí optický zväzok prejsť.

Následne po dvesto opakovaniach výpočtu ETG došlo k výslednej štatistickej hodnote štruktúrneho parametra indexu lomu. Pri porovnaní týchto grafov (obrázky 4.32 a 4.33) vidno prepojenie kvantifikujúcich veličín, kde najsilnejšie pôsobiacu nehomogenitu predstavuje prvá turbulentná cela a najslabšie vnímanou je celá kaskáda tvoriaca nehomogenitu medzi vysielačom a prijímačom. Opäť je poukázaný vplyv rozmeru nehomogenity a dĺžky celkovej trasy, ktorú musí optický lúč prejsť k detekčnej rovine, na vnímanie sily turbulencie.



Obrázok 4.32 ETG v priamom a spätnom kanáli pre prvý model pri zmene medziturbulentných vzdialeností



Obrázok 4.33 C_n^2 v priamom a spätnom kanáli pre prvý model pri zmene medziturbulentných vzdialeností

Druhý model poukazuje na výrazne veľké vzdialenosti medzi turbulentnými celami v kaskáde (tabuľka 4.7). Očakáva sa z už pozorovaných závislostí, že tento rozmer bude mať výrazný vplyv na výsledné kvantifikujúce parametre.



Obrázok 4.34 Geometrické rozmery druhého modelu pre analýzu medziturbulentných vzdialeností

Odchýlenia vychádzajú oproti prvému modelu rádovo vyššie. Optický lúč má pri danom odklonení možnosť prejsť dlhšiu trasu, čiže dôjde k príjmu tohto lúča s výraznejšou odchýlkou. Odchýlenia zväzku (obrázok 4.35) po prechode druhou a poslednou celou kaskády v oboch kanáloch sa takmer totožne prekrývajú. Tento jav je spôsobený rovnakými počiatočnými podmienkami pre odklonenie optického lúča pre oba smery šírenia a rozmerovou podobnosťou modelovaných turbulentných ciel.



Obrázok 4.35 Odchýlky zväzku v priamom a spätnom kanáli pre druhý model pri zmene medziturbulentných vzdialeností



Obrázok 4.36 ETG v priamom a spätnom kanáli pre druhý model pri zmene medziturbulentných vzdialeností

Pri porovnaní výstupných kvantifikujúcich parametrov došlo k záveru, že pri narastajúcej medziturbulentnej vzdialenosti, ktorá spôsobí výraznejšie odklonenie zväzku, je turbulentná oblasť vnímaná ako silnejšia (C_n^2 je o dva rády vyšší než pre prvý model). Vzájomná narastajúca vzdialenosť turbulentných ciel v atmosfére prispieva k vyhodnoteniu intenzívnejšieho vplyvu turbulencie na optický zväzok.



Obrázok 4.37 C_n^2 v priamom a spätnom kanáli pre druhý model pri zmene medziturbulentných vzdialeností

4.4.4 Turbulentné prostredie

Posledná časť tejto kapitoly zobrazuje simuláciu pre náhodné správanie turbulentnej atmosféry modelovanej podľa obrázku 4.38. Dochádza tu k zmene indexov lomu v rámci turbulentných vírov, zmene veľkostí turbulentných ciel a ich vzájomných medziturbulentných vzdialeností. Opäť sú zabezpečené podmienky pre využitie modifikovanej metódy ETG.



Obrázok 4.38 Náhodne generované turbulentné prostredie tvorené troma turbulentnými celami

Obrázok 4.39, konkrétne graf poukazujúci na priamy smer šírenia zväzku, zobrazuje menšie odchýlenie zväzku nad optickou osou systému po prechode prvou celou. Ako náhle musí lúč prejsť dlhšiu trasu od druhej cely, kým dorazí k tretej turbulentnej cele, nadobudne výraznejšie odklonenie (zelená krivka). Po prechode poslednou, najväčšou celou sa odklonenie zvýši, ale vďaka relatívne krátkej vzdialenosti k prijímaču je optický lúč detekovaný s približne rovnakým odchýlením (rúžová krivka) ako po prechode druhou celou.

Na grafe s časovou zmenou odchýlenia pre spätný kanál je viditeľné, že prítomnosť veľkej turbulentnej cely v blízkosti vysielača výrazne odkloní zväzok už na začiatku jeho

trasy. Následným prechodom ďalšími turbulentnými celami sa toto odchýlenie výrazne zväčší, čím narastá detekovaná odchýlka na prijímacej rovine.



Obrázok 4.39 Odklonenie optického zväzku vplyvom turbulentnej atmosféry

Hodnoty ETG zo simulácie (obrázok 4.40) v prvom grafe poukazujú na to, že krátky rozmer nehomogenity spôsobí výraznú zmenu v tomto parametri (modrá krivka). Vplyv medziturbulentnej vzdialenosti je výrazný pre odklonenie po prechode druhou turbulentnou celou (zelená krivka). Vplyv krátkej vzdialenosti medzi poslednou turbulentnou celou a prijímačom je viditeľný pri pozorovaní zmeny ETG po prechode zväzku celou turbulentnou kaskádou (rúžová krivka).

Pre opačný smer šírenia platí, že veľkosť prvej turbulentnej cely zvýši rozptyl odklonenia, ktorý sa prejaví nárastom hodnôt ETG po prechode prvou celou. Rozdiel ETG po prechode druhou celou oproti prvému grafu spočíva vo veľkosti druhej nehomogenity ($t_2 + l_2 + t_3 > t_1 + l_1 + t_2$), ktorú musí prejsť zväzok, aby nadobudol isté odchýlenie (obrázok 4.38). Tým, že je táto dĺžka väčšia a ETG je nepriamo úmerný druhej mocnine tohto rozmeru, nadobúda ETG nižšie hodnoty po prechode druhou celou v spätnom kanáli oproti priamemu kanálu. Po prechode poslednou celou sú hodnoty približne na rovnakej úrovni vďaka rovnakej dĺžke nehomogenity a podobným hodnotám v odchýlke prijatého optického zväzku.



Obrázok 4.40 Turbulentná atmosféra kvantifikovaná pomocou ETG

Štatisticky spracované výsledky poukazujú na mieru intenzity turbulencie, na ktorú už z okamžitého hľadiska kvantifikácie poukazoval parameter ETG. Pri porovnaní výstupných kvantifikujúcich parametrov je možné dôjsť k záveru, že pri narastajúcej medziturbulentnej vzdialenosti, ktorá spôsobí výraznejšie odklonenie zväzku a zároveň zväčší dĺžku nehomogenity, je turbulentná oblasť vnímaná ako intenzívnejšia. Vplyv na túto mieru intenzity má aj celkové poradie rôzne veľkých turbulentných ciel



Obrázok 4.41 Turbulentná atmosféra kvantifikovaná pomocou C_n^2

4.4.5 Zhrnutie analýz

Táto kapitola obsahuje podrobnú analýzu atmosférického prostredia modelovaného kaskádou troch turbulentných ciel, ktoré sú aproximované hrubými šošovkami. Sledované sú parametre odchýlenia zväzku a veličiny poukazujúce na mieru intenzity turbulencie. Prvou veličinou je ekvivalentný teplotný gradient s okamžitým prístupom ku kvantifikácii turbulencie a druhou veličinou je štruktúrny parameter indexu lomu pristupujúci štatisticky ku kvantifikácii turbulencie.

Analýzy sú rozdelené podľa parametrov vystupujúcich v ABCD maticiach charakterizujúcich hrubé šošovky. Jedná sa o index lomu turbulentných ciel, geometrické rozmery, ako sú polomer krivosti a šírka hrubej šošovky reprezentujúcej turbulentný vír a vzájomné vzdialenosti medzi týmito vzdušnými vírmi. Analýza je podrobne realizovaná pre model vychádzajúci z modifikovanej metódy ETG a z podmienok využitia ABCD maticovej analýzy.

Postupným spracovaním jednotlivých simulácií prostredníctvom 2D simulátora turbulentného prostredia sa došlo k vyhodnoteniu vplyvov jednotlivých parametrov charakterizujúcich turbulentné prostredie na výslednú odchýlku optického zväzku, prostredníctvom ktorej boli určené veličiny kvantifikujúce intenzitu turbulencie.

4.5 Reciprocita systému

Turbulentná atmosféra je vnímaná ako nerecipročný kanál, v ktorom lúč šíriaci sa priamym smerom nadobúda rozdielne odchýlenie prechodom turbulentnou oblasťou než lúč šíriaci sa tou istou oblasťou, v tom istom čase, ale opačným smerom. Tento jav je možné aj vďaka maticovej analýze prenosu optického lúča sledovať na modeli kaskády turbulentných ciel.

Postupné násobenie ABCD matíc jednotlivých turbulentných ciel kaskády poukazuje na reciprocitu systému. Ak vynásobenie matíc v priamom smere predstavuje totožnú maticu ako vynásobenie matíc v opačnom smere, tak je kanál vnímaný ako recipročný. Ak sú tieto matice rozdielne, kanál predstavuje nerecipročnú sústavu turbulentných ciel. Vplyv týchto matíc je zobrazený aj v grafoch jednotlivých odchýlení optického zväzku.

4.5.1 Reciprocita pri modifikovanej metóde ETG

Recipročné vlastnosti turbulentného kanálu sú pozorovateľné aj v simuláciách nachádzajúcich sa v predchádzajúcej kapitole, ktorá bola venovaná analýze turbulentného prostredia. V niektorých prípadoch nadobúdal optický lúč odlišné odchýlenie prechodom tou istou turbulentnou oblasťou, ale rozdielnymi prenosnými kanálmi (priamy a spätný). Keďže sa predchádzajúca kapitola zaoberala analýzou turbulentného prostredia s využitím modifikovanej metódy ETG, ponúka zároveň aj zobrazenie reciprocity turbulentného kanálu.

V prípadoch, kde optický zväzok po prechode jednotlivými celami nadobúda odlišné odchýlenia (obrázky 4.19, 4.23, 4.27, 4.39), dochádza k výrazným zmenám buď indexov

lomu turbulentných ciel, výskytu väčších turbulentných ciel alebo je prítomná veľká medziturbulentná vzdialenosť. V týchto prípadoch je daný systém tvoriaci kaskádu turbulentných ciel vnímaný ako nerecipročný.

Zo sledovaných analýz vyplýva, že za istých podmienok, je možné turbulenciu nachádzajúcu sa v trase optického zväzku vnímať ako recipročnú (obrázky 4.16, 4.31, 4.35, 4.34). Tieto podmienky zahŕňajú rovnaké počiatočné odklonenie optického lúča pre oba smery šírenia, rozmerovú podobnosť modelovaných turbulentných ciel, krátke medziturbulentné vzdialenosti a malé zmeny v hodnotách indexov lomu.

Bližšiemu popisu recipročných vlastností turbulentného prostredia sa venuje nasledujúca podkapitola, ktorá využíva metódu ETG. Vďaka tejto metóde a rozloženiu jednotlivých komponentov je možné tento model vnímať ako reálnejší. Predstavuje komunikačný systém využívajúci bezdrôtové optické spojenie medzi vysielačom a prijímačom.

4.5.2 Reciprocita pri metóde ETG

Obrázok 4.42 poukazuje na podmienky rozloženia jednotlivých komponentov tvoriacich experimentálny model pre výpočet pomocou klasickej metódy ETG. Z daného rozloženia a postupu výpočtu (kapitola 3.1) je možné pre túto metódu sledovať vlastnosti odchýlenia optického zväzku len po prechode kaskádou turbulentných ciel. Pomocou analýz z predchádzajúcej kapitoly bolo možné zistiť, ktoré parametre turbulentného prostredia ovplyvňujú smerovanie optického zväzku. Týmito parametrami sú: index lomu, rozmery turbulentných ciel a medziturbulentné vzdialenosti.

Pozorované sú vlastnosti kanálu, v ktorom sa nachádza turbulentná oblasť dĺžky L v konkrétnom úseku trasy. Táto dĺžka nehomogenity je daná súčtom šírok turbulentných ciel a ich medziturbulentných priestorov. Platí, že vzdialenosť vysielača od stredu nehomogenity (z_2) je vždy pri simulácii kratšia než vzdialenosť od stredu nehomogenity k prijímaču (z_1) pre priamy kanál. Vzdialenosť vysielača od vstupnej roviny nehomogenity sa pohybuje v rozmedzí od 10 *cm* do 50 *cm* a vzdialenosť výstupnej roviny nehomogenity voči prijímaču sa mení v rozmedzí od 50 *cm* do 100 *cm*.



Obrázok 4.42 Model pre pozorovanie recipročných vlastností komunikačného kanálu s turbulenciou

Sledovanie recipročných vlastností je realizované pre tri modely (tabuľka 4.8), ktoré počítajú s hodnotami indexov lomu z oblasti skutočných hodnôt podľa tabuľky 4.3. Model A poukazuje na homogénne rozloženú turbulenciu medzi vysielačom a prijímačom, ktorá zároveň predstavuje najkratšiu turbulentnú oblasť. Model B pracuje s rôznymi veľkosťami turbulentných ciel a ich vzájomnými vzdialenosťami, ktoré sú oproti rozmerom z modelu C výrazne kratšie.

		Polomery	Hrúbky	Medziturbulentné	
		krivosti [cm]	[cm]	vzdialenosti [cm]	
M 11	R_{1}, t_{1}	2-6	2 - 4	l_1	5 - 10
Δ	R_{2}, t_{2}	2 – 6	2 - 4	l_2	5 - 10
A	R_{3}, t_{3}	2 - 6	2 - 4	- 4	
Model B	R_{1}, t_{1}	5 - 10	3 - 6	l_1	5 - 10
	R_{2}, t_{2}	10 - 15	6 – 9	l_2	10 - 20
	R_{3}, t_{3}	1 — 5	1 - 3		
Model C	R_{1}, t_{1}	5 - 10	3 - 6	l_1	20 - 60
	R_{2}, t_{2}	10 - 15	6 – 9	l_2	10 - 50
	R_{3}, t_{3}	1 — 5	1-3		

Tabuľka 4.8 Parametre modelov pre sledovanie recipročných vlastností systému

Model A poukazuje na turbulentnú kaskádu tvorenú približne rovnako veľkými turbulentnými celami nachádzajúcimi sa v relatívne malej vzájomnej vzdialenosti. Vplyv kanálu je najlepšie viditeľný pri pozorovaní výsledných odchýlok optického zväzku na detektore y_a pre priamy smer a pre opačný smer y_{ao} .

Časová zmena týchto odchýlok pre tento model zobrazená na obrázku 4.43 poukazuje na isté zrkadlenie odchýlok. V priamom smere šírenia musí lúč prejsť dlhšiu trasu od turbulencie k prijímaču, kde dochádza k odkloneniu zväzku pod optickú os. Pre opačný smer šírenia lúča dochádza k odkloneniu nad optickú os systému, čo je spôsobené prechodom lúča kratšou trasou. Výsledná podobnosť v odchýlení zväzku je spôsobená relatívne homogénnymi vlastnosťami turbulentnej oblasti. V tejto oblasti nedochádza k výrazným zmenám v charaktere jednotlivých turbulentných ciel.



Obrázok 4.43 Odchýlky zväzku v priamom a spätnom kanáli pre model A sledujúci recipročné vlastnosti kanálu, kde y_a predstavuje odchýlenie zväzku v priamom kanáli a y_{a_0} predstavuje odchýlenie v spätnom kanáli

Hodnota ekvivalentného teplotného gradientu podľa vzťahu (3.4) je závislá na stavových veličinách popisujúcich okolitú atmosféru, výslednej odchýlky zväzku, rozmeru turbulentnej oblasti a vzdialenosti od jej stredu k prijímaču. Zmeny týchto vzdialeností (z_1 , z_2), ktoré nepriamo úmerne vplývajú na hodnotu ETG sú zobrazené na obrázku 4.44. Podobným spôsobom sú tieto vzdialenosti generované aj pre zvyšné modely tejto simulácie.



Obrázok 4.44 Vzdialenosti z_1 a z_2 (obrázok 4.42) v kanáli pre model A sledujúci recipročné vlastnosti kanálu

Vplyvom odchýlky a rozmeru turbulencie, ale najmä vplyvom vzdialeností prijímača voči turbulencii dochádza k výrazným (spätný kanál) alebo menej výrazným (priamy kanál) zmenám v hodnote ETG, ktorá je spätá s výsledným optickým výkonom detekovaného lúča.



Obrázok 4.45 ETG v priamom a spätnom kanáli pre model A sledujúci recipročné vlastnosti kanálu

Model B pracuje s kaskádou, kde turbulentné cely majú už odlišné veľkosti, ale stále relatívne krátke medziturbulentné vzdialenosti. Pri pozorovaní časovej zmeny odchýlok na prijímači pre oba kanály je viditeľná stála podobnosť vo vychýlení zväzku. Sú tu už viditeľné isté zmeny, ktoré sú vyvolané rôznorodosť ou turbulentných ciel.



Obrázok 4.46 Odchýlky zväzku v priamom a spätnom kanáli pre model B sledujúci recipročné vlastnosti kanálu



Obrázok 4.47 ETG v priamom a spätnom kanáli pre model B sledujúci recipročné vlastnosti kanálu

Model C vychádza z predchádzajúceho modelu, ale zároveň pracuje s veľkými medziturbulentnými vzdialenosťami, ktoré spôsobia výrazné odchýlenie lúča v rámci kaskády turbulentných ciel. Vo výslednom pozorovaní odchýlok optického zväzku v priamom a spätnom kanáli je viditeľná minimálna podobnosť v týchto odchýleniach. Z tohto vyplýva, že turbulentná oblasť tvoriaca nehomogénnou turbulenciou sa správa ako nerecipročný kanál.



Obrázok 4.48 Odchýlky zväzku v priamom a spätnom kanáli pre model C sledujúci recipročné vlastnosti kanálu

Zo závislostí ETG na jednotlivých parametroch je následne tá istá turbulencia vnímaná intenzívnejšie po väčšinu času merania v priamom kanáli oproti spätnému kanálu. To je späté s výrazným odklonením optického zväzku na prijímacej rovine. Toto odklonenie zvýši hodnotu ETG v zápornom smere. Prepojením kvantifikujúceho parametra s prijatým optický výkonom, by bolo možné následne určiť okamžitú chybovosť komunikačného kanálu.



Obrázok 4.49 ETG v priamom a spätnom kanáli pre model C sledujúci recipročné vlastnosti kanálu

4.5.3 Zhrnutie reciprocity systému

Táto kapitola poukazuje na jednu z vlastností turbulentného prostredia, a tou je (ne)reciprocita. Za istých modelových podmienok je možné tvrdiť, že turbulentné prostredie nachádzajúce sa v trase optického zväzku môže nadobúdať vlastnosti, pri ktorých je vnímaná turbulencia ako recipročná. To znamená, že optické lúče šíriace sa v konkrétnom čase priamym a spätným kanálom nadobúdajú rovnaké odchýlenie na prijímacej rovine detektora.

Vo väčšine prípadov je však turbulentná oblasť tvorená nehomogénnymi turbulentnými celami, ktoré spôsobujú odlišné vlastností kanálov pre oba smery šírenia optických lúčov. Preto je turbulencia vnímaná ako nerecipročný kanál.

Táto vlastnosť bola pozorovaná pre modely pracujúce s klasickou metódou ETG, ktorá pracuje s rozložením, v ktorom sa vysielač a prijímač nachádzajú vo veľkej vzdialenosti od turbulentnej oblasti. Voľba tejto metódy pri vysvetlení recipročných vlastností kanálu súvisí s podobnosťou rozloženia modelu s reálnym rozložením optických komunikačných spojov aj napriek tomu, že sa jedná o model, ktorý pracuje s priestorovo obmedzenou turbulenciou.

5. ZÁVER

Táto diplomová práca ponúka popis metódy s okamžitým prístupom ku kvantifikácii turbulencie, a to tzv. metódy ekvivalentného teplotného gradientu. Okamžitý prístup ku kvantifikácii dáva do súvislosti okamžitý detekovaný optický výkon v optickom bezdrôtovom spojení s mierou turbulencie. Vytvorený matematický model turbulentného prostredia spĺňa jednotlivé podmienky nutné pre realizáciu analýzy vlastností tohto prostredia a jeho vplyvu na detekovaný optický zväzok.

Teoretický úvod tejto práce je venovaný atmosférickému prenosovému prostrediu charakterizovanému turbulentnou aktivitou, ktorá výrazne vplýva na kvalitu prenášaných dát šíriacich sa optickým bezdrôtovým spojom. Keď že turbulencia patrí medzi činitele, ktoré výrazne prispievajú k znehodnoteniu optického signálu, je časť práce venovaná rozboru niektorých štatistických metód kvantifikujúcich mieru intenzity turbulencie. Taktiež je v teoretickom úvode rozobraná metóda ekvivalentného teplotného gradientu zabezpečujúca okamžitý prístup ku kvantifikácii turbulencie.

Riešenie práce pozostáva z modelu turbulentného prostredia založenom na maticovom popise jednotlivých turbulentných ciel tvoriacich turbulentnú kaskádu. Matematický popis turbulentných ciel pozostáva z ich aproximácie prostredníctvom hrubých šošoviek, ktorých prenosové prostredie je charakterizované maticovým zápisom. Využitím lúčového popisu šírenia optického zväzku je možné modelovať kaskádu turbulentných ciel a prostredníctvom nej realizovať analýzu vlastností turbulentného prostredia.

Túto analýzu je možné realizovať prostredníctvom 2D simulátora turbulentného prostredia, ktorý je súčasťou tejto práce. Konkrétne je tvorený dvoma modelmi vychádzajúcimi z metód ETG. Jeden model pracuje s rozložením komponentov a podmienkami realizácie podľa klasickej metódy ETG, pomocou ktorej je možná len okamžitá kvantifikácia turbulencie. Druhý model je založený na modifikovanej verzii metódy ETG, ktorá poskytuje aj možnosť výpočtu štatistického ukazovateľa miery intenzity turbulencie, štruktúrneho parametra indexu lomu. Parametre týchto dvoch modelov sú modifikované v jednotlivých modeloch poskytujúcich konkrétne analýzy, ktoré sú súčasťou riešenia práce.

Výsledok práce poukazuje na turbulentné vlastnosti kaskády ciel aproximujúcej turbulentnú atmosféru. Sledovanými výstupnými parametrami analýz sú: odchýlenie optického zväzku, okamžitý a štatistický kvantifikátor turbulencie. Taktiež jednou zo sledovaných vlastností, ktorú sprostredkúvajú tieto modely je nereciprocita systému, ktorá zohráva dôležitú rolu pri šírení optického signálu oboma smermi komunikačného kanálu.

Samotná práca ponúka počiatočnú fázu modelovania turbulentnej atmosféry slúžiacej k ďalšiemu spracovaniu v časovej a priestorovej oblasti. Najväčšou motiváciou je zefektívnenie optických bezdrôtových spojení pracujúcich s terabitovými prenosovými

rýchlosťami, kde sledovanie okamžitého vplyvu turbulencie na odklonenie zväzku zohráva dôležitú rolu. Modelom turbulentného prostredia je možné pozorovať zmeny v odchýlke optického zväzku, na ktorej závisí okamžitá hodnota ETG. Z časového pozorovania zmien ETG, priestorového rozloženia intenzity a zo známej veľkosti prijímacej apertúry je možné získať okamžitú hodnotu detekovaného optického výkonu alebo hodnotu pomeru signálu k šumu. Využitím týchto parametrov je následne možné zistiť stratovosť komunikačného kanálu BER.

Bližšie modelovanie charakteru turbulencie a optického zväzku šíriaceho sa turbulentným prostredím by mohlo slúžiť k nájdeniu riešenia, ako zefektívniť optický bezdrôtový prenos správnym nasmerovaním optického zväzku v komunikačnom spoji. Týmto by sa minimalizovala bitová chybovosť prenášaného signálu v optických bezdrôtových komunikačných systémoch.

LITERATÚRA

- [1] AUBRECHT, Ondřej. *Studium profilu strukturního parametru indexu lomu v atmosféře*. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2012.
- [2] ANDREWS, Larry C a Ronald L PHILLIPS. Laser beam propagation trough random media. Bellingham: SPIE Optical Engineering Press, 1998, 433 s. ISBN 0-8194-2787-X.
- [3] KOVAĽOVÁ, Soňa. Interferometrické měření optického signálu v turbulenci. Brno, 2019, 75 s. Diplomová práca. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav rádioelektroniky. Vedúci práce: doc. Ing. Lucie Hudcová, PhD.
- [4] WILFERT, Otakar. *Optoelektronika: přednášky*. Brno: VUT FEKT, 2002, 121 s. ISBN 80-214-2264-5.
- [5] GEBHART, Michael, Erich LEITGEB, Sheikh MUHAMMAD, et al. Measurement of Light attenuation in dense fog conditions for FSO applications. In: *Proc. SPIE* [online]. 2005, s. 175-186 [cit. 2021-5-15]. ISBN 0819458961. ISSN 0277-786X. Dostupné z: http://search.proquest.com/docview/28786822/
- [6] NABOULSI, Maher, Herve SIZUN, Frederique DE FORNEL a Maher NABOULSI. Fog attenuation prediction for optical and infrared waves. *Optical Engineering* [online]. 2004, 43(2), 319-329 [cit. 2021-5-15]. ISSN 0091-3286. Dostupné z: doi:10.1117/1.1637611
- [7] HUDCOVÁ, Lucie. Metoda stanovení charakteristik atmosférického přenosového prostředí v optické oblasti spektra [online]. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2010 [cit. 2021-5-11]. Dostupné z: https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace?zp_id=24944. Vedoucí práce Prof. Ing. Otakar Wilfert, CSc.
- [8] MAJUMDAR, Arun K a Jennifer C RICKLIN. Free-space laser communications: principles and advances. New York: Springer, 2008, x, 417 s.: il. ISBN 978-0-387-28652-5.
- [9] KOREVAAR, Eric J. *Optical wireless communications*. Boston: SPIE, 1999, xiv, 128 s. : il. ISBN 0-8194-2993-7.
- BARCÍK, Peter. Optimální rozložení optické intenzity v laserovém svazku pro FSO komunikace [online]. Vysoké učení technické v Brně. Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav radioelektroniky, 2016 [cit. 2021-5-11]. Dostupné z: https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/96978. Dizertační práce. Vedoucí práce Prof. Ing. Otakar Wilfert, CSc.
- [11] HUDCOVÁ, Lucie. Základy optických komunikací a optoelektronika: Optické bezkáblové spoje [online-elearning VUT]. Brno [cit. 2021-5-11]. Dostupné z: Https://moodle.vutbr.cz
- [12] ANDREWS, Larry C. Laser Beam Scintillation with Applications. Bellingham: SPIE, 2001. ISBN 9780819478511.

- [13] Reynolds' Number. *ScienceDirect* [online]. 2019 [cit. 2021-5-11]. Dostupné z: https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/reynolds-number
- [14] Reynolds Number. *The Engineering ToolBox* [online]. 2003 [cit. 2021-5-11]. Dostupné z: https://www.engineeringtoolbox.com/reynolds-number-d_237.html
- [15] ANDREWS, Larry C. Field guide to atmospheric optics. Bellingham: SPIE Press, 2004, xiv, 95 s. ISBN 0-8194-5318-8.
- [16] HUDCOVA, Lucie a Otakar WILFERT. Determination of the Atmospheric Turbulence by the Analysis of the Optical Beam Deflection. In: 2020 30th International Conference Radioelektronika (RADIOELEKTRONIKA) [online].
 IEEE, 2020, s. 1-5 [cit. 2021-5-11]. Dostupné z: doi:10.1109/RADIOELEKTRONIKA49387.2020.9092387
- [17] HUDCOVA, Lucie a Otakar WILFERT. Quantification of the atmospheric turbulence by the method of the equivalent temperature gradient. In: 2018 28th International Conference Radioelektronika (RADIOELEKTRONIKA) [online]. IEEE, 2018, s. 1-4 [cit. 2021-5-11]. Dostupné z: doi:10.1109/RADIOELEK.2018.8376401
- [18] PAVELEK, Milan. *TERMOMECHANIKA1. Základní pojmy*. FSI VUT v Brne, Odbor termomechaniky a techniky prostředí.
- [19] MANDARINO, Joseph A. *The Gladstone Dale Relationship Part1: Derivation of New Constants*. Canadian Mineralogist. 1976, 498-503 s.
- [20] DAVIDHAZY, Andrew. *Introduction to shadowgraph and schlieren imaging*. Rochester Institute of Technology RIT Scholar Works, 2006.
- [21] CIDDOR, Philip E. "Refractive index of air: new equations for the visible and near infrared", *Appl. Optics 35*, pp. 1566-1573, 1996.
- [22] HUDCOVA, Lucie a Otakar WILFERT. Possibilities of Using the Modified Equivalent Temperature Gradient for a Turbulent Atmosphere. In: 2019 Conference on Microwave Techniques (COMITE) [online]. IEEE, 2019, s. 1-5 [cit. 2021-5-15]. Dostupné z: doi:10.1109/COMITE.2019.8733453
- [23] KIDGER Michael J. Paraxial Optics. Fundamental Optical Design. SPIE, 2002, s.
 1-1. ISBN 9780819439154. Dostupné také z: https://app.knovel.com/hotlink/pdf/rcid:kpFOD00001/id:kt008403V1/fundamenta l-optical-design/paraxial-optics?kpromoter=Summon
- [24] KOGELNIK, Herwig a Tingye LI. Laser beams and resonators. Proceedings of the IEEE [online]. IEEE, 1966, 54(10), 1312-1329 [cit. 2021-5-11]. ISSN 0018-9219. Dostupné z: doi:10.1109/PROC.1966.5119
- [25] GERRARD, Anthony a James M BURCH. Introduction to matrix methods in optics. New York: Dover, 1994, xi, 355 s. ISBN 0-486-68044-4.
- [26] KOVAĽOVÁ, Alžbeta. Quantification of turbulence by the equivalent temperature gradient. In: *Proceedings of the 27th Conference STUDENT EEICT 2021*. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2021. ISBN 978-80-214-5942-7.

ZOZNAM SYMBOLOV A SKRATIEK

Skratky:

BER	bitová chybovosť
ETG	ekvivalentný teplotný gradient
RX	prijímač (receiver)
TX	vysielač (transmitter)

Symboly:

C_n^2	štruktúrny parameter indexu lomu	$(m^{-2/3})$
D_n	štruktúrna funkcia indexu lomu	(-)
D_{RXA}	priemer prijímajúcej apertúry	<i>(m)</i>
dT/dy	ekvivalentný teplotný gradient	$(K \cdot m^{-1})$
Κ	Gladstone – Dale konštanta	$(m^3 \cdot kg^{-1})$
l	priemer toku / turbulentnej cely	(m)
L	vzdialenosť medzi vysielačom	(m)
	a prijímačom / dĺžka nehomogenity	
l_0	vnútorný priemer turbulentnej cely	(m)
L_0	vonkajší priemer turbulentnej cely	(m)
n	index lomu	(-)
Р	atmosférický tlak	(Pa)
r	plynová konštanta vzduchu	$(J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1})$
R	univerzálna plynová konštanta	$(J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1})$
R _e	Reynoldsovo číslo	(-)
$R_{1,2}$	polomery krivosti šošovky	<i>(m)</i>
t	centrálna hrúbka šošovky	(m)
Т	termodynamická teplota	(<i>K</i>)
TR	turbulentný pomer	(m)
V	rýchlosť prúdenia	$(m \cdot s^{-1})$
V_m	molárny objem plynu	$(m^3 \cdot mol^{-1})$
W	pološírka optického zväzku	(m)
x	odchýlenie od optickej osi systému	(m)
Уа	odchýlenie optického lúča na	(m)
	detektore	
Ζ	vzdialenosť stredu nehomogenity	<i>(m)</i>
	k prijímaču	
α	koeficient extinkcie	$(dB \cdot km^{-1})$
ϵ	disipícia	$(m^2 \cdot s^{-3})$

λ	vlnová dĺžka	(m)
υ	kinematická viskozita	$(m^2 \cdot s^{-1})$
ρ	hustota	$(kg \cdot m^{-3})$
θ	uhol odklonu	(rad)
σ_{lpha}	variancia uhla dopadu	(rad)

ZOZNAM PRÍLOH

PRÍLOHA A	· ZDROJOVÝ	KÓD	••••••	••••••	69	9
-----------	------------	-----	--------	--------	----	---

Príloha A - Zdrojový kód

Zdrojový kód je súčasťou elektronickej prílohy.