

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ENERGETICKÝ ÚSTAV**

**FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
ENERGY INSTITUTE**

METODA KONEČNÝCH PRVKŮ PRO ÚLOHY PŘENOSU TEPLA

THE FINITE ELEMENT METHOD FOR PROBLEMS OF HEAT TRANSFER

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

PAVEL ČUPR

VEDOUcí PRÁCE
SUPERVISOR

doc. Ing. JOSEF ŠTĚTINA, Ph.D.

BRNO 2013

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Energetický ústav

Akademický rok: 2012/13

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): Pavel Čupr

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Strojní inženýrství (2301R016)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Metoda konečných prvků pro úlohy přenosu tepla

v anglickém jazyce:

The finite element method for problems of heat transfer

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Základní teorie metody konečných prvků pro úlohy přenosu tepla, zejména vedení tepla. Přehled komerčních a volně šiřitelných kódů pro řešení vedení tepla MKP. Vyřešit několik typických tepelných mostů u stavebních konstrukcí, např. vetknutí nosníku balkónu.

Cíle bakalářské práce:

[1] Incropera F.P.: Fundamentals of Heat and Mass Transfer. Wiley 2011.

[2] Çengel Y.: Heat and Mass Transfer: Fundamentals and Applications. McGraw-Hill Science/Engineering/Math 2010.

[3] Stolarski T., Nakasone Y., Yoshimoto S.: Engineering analysis with ANSYS software. Elsevier 2006.

Seznam odborné literatury:

Popis jednotlivých typů přenosu tepla a jejich numerického řešení metodou konečných prvků se zaměřením na program ANSYS.

yřešit několik typických tepelných mostů u stavebních konstrukcí, např. vetknutí nosníku balkónu, překlad.

Vedoucí bakalářské práce: doc. Ing. Josef Štětina, Ph.D.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2012/13.

V Brně, dne 18.11.2012



doc. Ing. Zdeněk Skála, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.
Děkan

ABSTRAKT

Práce je zaměřena na popis problematiky vedení tepla a jejího praktického využití při posuzování stavebních konstrukcí. Je zde shrnuta teorie vedení tepla, základní principy metody konečných prvků a přehled současných volně dostupných MKP programů na bázi otevřeného kódu. Práce se zabývá posouzením zadané stavební konstrukce z hlediska vedení tepla. Zadaná úloha je řešena analyticky a numericky programem Ansys. Na závěr je provedeno srovnání získaných výsledků a posouzení stavební konstrukce z hlediska přijatelnosti rozložení teplot.

ABSTRACT

The study is focused on the research of heat transfer problems when assessing building constructions. It contains an overview of heat transfer theory, basic principles of method of advanced composites (MAC) and an outline of currently available MAC programmes based on open code. It researches the building constructions in terms of the heat transfer. The assignment uses analytical and numerical modelling of Ansys programme. Finally, acquired results have been compared and building constructions have been studied with regard to acceptability of different sets of temperatures.

KLÍČOVÁ SLOVA

Ansys, metoda konečných prvků, prostup tepla, tepelné mosty, vedení tepla

KEYWORDS

Ansys, Finite element Method, heat conduction, thermal bridge, heat transfer

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

ČUPR, Pavel. *Název: Metoda konečných prvků pro úlohy přenosu tepla.*
Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013.
58 s., 1 příloha. Vedoucí práce doc. Ing. Josef Štětina, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma Metoda konečných prvků pro úlohy přenosu tepla vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených na seznamu, který tvoří přílohu této práce.

23. 5. 2013

.....
Pavel Čupr

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji doc. Ing. Josefu Štětinovi, Ph.D. a doc. Ing. Jaromíru Hegerovi, CSc. za cenné připomínky a rady při vypracování této bakalářské práce.

OBSAH

ÚVOD	11
1 ÚVOD DO PROBLEMATIKY PROSTUPU TEPLA A TEPELNÝCH MOSTŮ	12
1.1 PŘENOS TEPLA VEDENÍM	12
1.2 PŘENOS TEPLA PROUDĚNÍM	15
1.3 PROSTUP TEPLA	17
1.4 TEPELNÉ MOSTY	19
1.5 KOUTY	19
2 ÚVOD DO METODY KONEČNÝCH PRVKŮ	21
2.1 PRINCIP METODY KONEČNÝCH PRVKŮ	21
2.2 SOFTWARE PRO ŘEŠENÍ ÚLOH MKP.....	22
2.3 UŽIVATELSKÉ PROSTŘEDÍ PROGRAMU ANSYS	25
3 ZADÁNÍ ÚLOHY TEPELNÉHO MOSTU - KOUT	26
3.1 ZADÁNÍ	26
3.2 ROZBOR.....	27
3.3 NÁVRH POSTUPU ŘEŠENÍ.....	27
4 PROSTUP TEPLA PŘÍMOU VÍCEVRSTVOU STĚNOU	28
4.1 ZADÁNÍ ÚLOHY.....	28
4.2 ANALYTICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍMÉ VÍCEVRSTVÉ STĚNY	29
4.3 NUMERICKÉ ŘEŠENÍ PŘÍMÉ VÍCEVRSTVÉ STĚNY PROGRAMEM ANSYS	30
4.4 SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ ANALYTICKÉHO A NUMERICKÉHO ŘEŠENÍ ÚLOHY..	32
5 NUMERICKÉ ŘEŠENÍ SVISLÉHO KOUTU DVOU OBVODOVÝCH KONSTRUKCÍ	35
5.1 TVORBA SÍTĚ	35
5.2 VYHODNOCENÍ POTŘEBNÉHO POČTU PRVKŮ V OMÍTKÁCH.....	35
5.3 ANALYTICKÉ ŘEŠENÍ PŘEVZATÉ Z LITERATURY	36
5.4 PREZENTACE VÝSLEDKŮ NUMERICKÉHO ŘEŠENÍ	38
6 NUMERICKÉ ŘEŠENÍ SVISLÉHO SE ZATEPLENÍM NA VNĚJŠÍ STRANĚ	42
6.1 VÝSLEDKY TEPLŮT V KOUTĚ	43
6.2 VYHODNOCENÍ VÝSLEDKŮ HUSTOTY TEPELNÉHO TOKU	47
ZÁVĚR	51
SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ	52
SEZNAM POUŽITÝCH VELIČIN	54

SEZNAM OBRÁZKŮ.....	56
SEZNAM PŘÍLOH.....	58

ÚVOD

V posledních letech dochází k neustálému zvyšování koncových cen energií, což vede ke zvýšenému zájmu o hledání úspor a maximálnímu využití energie. V první polovině 20. století byla tepelná ochrana budov okrajovou záležitostí. V padesátých letech tvořil nejvýznamnější položku energetické bilance prostup tepla ovodovými konstrukcemi. Ostatní položky byly v tehdejší době nevýznamné a byly zanedbány nebo nahrazeny teplotní přírážkou. Od sedmdesátých let začalo docházet k postupnému zpříšňování normových požadavků na tepelně technické vlastnosti staveb. V současné době pokročilých výpočetních možností jsou již do standartních výpočetních metod zahrnovány dříve neuvažované faktory. [1] [2]

Stavební konstrukce jsou pro samotnou stavbu velmi významné z hlediska jejich tepelně izolačních vlastností. Tyto vlastnosti jsou samozřejmě ovlivněny realizací stavebních konstrukcí a jejich zateplením. Proto k největším tepelným ztrátám dochází přes tepelné vazby a tepelné mosty. Tepelné vazby jsou zvláštní případy tepelných mostů, kde se na sebe navazují dvě konstrukce (kout). Tepelnými mosty označujeme obecně místa, kde dochází ke zvýšenému tepelnému toku. Význam tepelných mostů se výrazně zvyšuje s rostoucími požadavky na tepelnou ochranu budov. Z hygienického hlediska jsou tepelné mosty nepřijatelné proto, že na jejich chladných površích v interiéru může kondenzovat vodní pára nebo zde může lokálně stoupnout relativní vlhkost. Takové prostředí je ideální pro růst plísní. V minulosti tyto tepelné mosty takový vliv na růst plísní neměly, jelikož se topilo v lokálních kamnech pevnými palivy a docházelo k intenzivnímu větrání místností. Tím byl vzduch uvnitř v zimě suchý, a proto na studených površích nedocházelo ke kondenzaci vodní páry. [3] [4]

S rozvojem počítačů vzrostl význam numerických metod. Řada výpočetních postupů, které sem řadíme, vznikla již dávno, ale teprve rozvoj výpočetní techniky vytvořil předpoklady pro vznik a rozvoj nových metod, jejichž výpočtová náročnost je značně velká. Potřeba řešit složité úlohy v oblasti strukturální analýzy dala vznik v dnešní době velmi rozšířené metodě konečných prvků. Je to obecná numerická metoda, využitelná k řešení celé řady úloh. Lze ji využít nejen pro oblast mechaniky (statické strukturální a dynamické analýzy), ale i pro modelování proudění tekutin, úlohy vedení tepla nebo k analýze elektromagnetických polí. Její největší předností je značná univerzálnost a schopnost popsat i komplikované a rozsáhlé problémy. K určitým nevýhodám lze řadit relativně velkou výpočetní náročnost – metodu nelze prakticky aplikovat bez výpočetní techniky. [5] [6]

1 ÚVOD DO PROBLEMATIKY PROSTUPU TEPLA A TEPELNÝCH MOSTŮ

V termodynamice rozlišujeme dva základní způsoby přenosu energie mezi termodynamickou soustavou a jejím okolím. Je to práce a teplo. Práci může konat přímo soustava, nebo ji konají vnější síly a soustava ji spotřebovává. Teplo je forma způsobu přenosu tepelné energie mezi termodynamickou soustavou a jejím okolím. Termodynamika vychází z předpokladu, že soustava je v tepelné rovnováze se svým okolím.

Přenos tepla mezi soustavou a jejím okolím však může nastat jen a pouze tehdy, když soustava není v tepelné rovnováze s okolím. Je nezbytné, aby existoval teplotní rozdíl mezi soustavou a okolím nebo teplotní gradient.

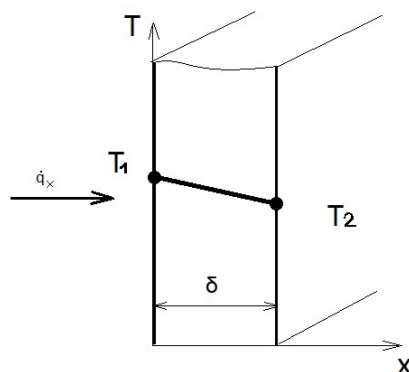
Jako tři základní způsoby přenosu tepla označujeme vedení (kondukce), proudění (konvekce) a záření (radiace). [7, s. 210]

1.1 Přenos tepla vedením

Přenos tepla vedením je forma výměny energie na rozhraní bezprostředně sousedících částic látky. Částice v oblasti s vyšší střední kinetickou energií předávají formou srážek část své kinetické energie částicím s nižší kinetickou energií. Částice kmitají kolem svých rovnovážných poloh, které se nemění. Tepelný tok má vždy směr z místa o vyšší teplotě do místa s nižší teplotou. Pokud existuje v látce teplotní gradient, je směr přenosu tepla opačný ke směru teplotního gradientu. Typický příklad vedení tepla je rovinná jednovrstvá stěna o tloušťce δ ve směru osy x . V ostatních směrech má stěna nekonečně velké rozměry tedy i nekonečně velký odpor. Stěna v těchto směrech teplo nevede. Na jedné straně má stěna povrchovou teplotu T_1 , která je vyšší než teplota opačné strany tloušťky stěny T_2 viz obr. 1.1. Nerovnost těchto teplot je hlavní předpoklad pro přenos tepla. [7, s. 218]

Množství přeneseného tepla je vyjádřeno tepelným tokem, který je definován Fourierovým zákonem. Pro jednorozměrné vedení tepla má Fourierův zákon tvar:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{S} = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (1.1)$$



Obr. 1.1 Schéma rovinné stěny [7, s. 210]

V praxi při výpočtech můžeme použít skalární tvar Fourierova zákona

$$\dot{q} = \lambda \frac{\Delta T}{\delta} \quad \text{nebo} \quad \dot{Q} = \lambda \cdot S \frac{\Delta T}{\delta} = \frac{\Delta T}{\frac{\delta}{\lambda S}} \quad (1.2)$$

kde

$$\begin{aligned} \delta & \text{ je tloušťka stěny ve směru tepelného toku,} \\ \dot{q}, \Delta T & \text{ jsou kladné veličiny,} \\ \frac{\delta}{\lambda S} = R_\lambda & \text{ je odpor proti vedení tepla.} \end{aligned}$$

Fourierův zákon pro trojrozměrné vedení tepla bude mít tvar:

$$\dot{\vec{q}} = -\lambda \cdot \vec{\nabla} T = -\lambda \cdot \text{grad } T \quad (1.3a)$$

respektive

$$\dot{\vec{Q}} = -\lambda \cdot S \cdot \text{grad } T \quad (1.3b)$$

kde

$$\begin{aligned} \dot{q} [W \cdot m^{-2}] & \text{ je hustota tepelného toku} \\ \lambda [W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}] & \text{ je součinitel tepelné vodivosti} \\ S [m^2] & \text{ izotermická plocha kolmá k tepelnému toku.} \end{aligned}$$

V případě trojrozměrného tělesa bude mít teplotní gradient tvar:

$$\vec{\nabla} T = \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k} \quad (1.4)$$

Při řešení složitějších prostorových úloh nám nestačí určit pouze tepelný tok, ale potřebujeme vyřešit teplotní pole v dané oblasti. Hledáme tedy rozložení izoterm, které popisují teplotní pole. To nám umožní určit rozložení teplotních napětí a dále například tepelné namáhání součástí. Pro matematický popis teplotního pole byla odvozena diferenciální rovnice vedení tepla: [7, s. 218]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + Q^* = c \cdot \rho \cdot \frac{dT}{dt} \quad (1.5)$$

Po úpravě dostaneme:

$$\frac{dT}{dt} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{Q^*}{c \cdot \rho}$$

kde

$$\begin{aligned} a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} [m^2 s^{-1}] & \text{ je teplotová vodivost,} \\ Q^* & \text{ je tepelná energie generovaná v objemu elementu tzv.} \\ & \text{vnitřní zdroje,} \\ c & \text{ je měrná tepelná kapacita.} \end{aligned}$$

Pokud máme látku bez vnitřního zdroje tepla, pak je Q^* rovno nule. Řešením diferenciální rovnice přímé úlohy je rozložení teplot v prostoru v závislosti na čase. U nepřímé úlohy určujeme okrajové podmínky ze známého rozložení teplot v různých časových úrovních.

Abychom mohli přímou úlohu vyřešit, je nutné znát počáteční a okrajové podmínky. Přehled okrajových podmínek je v tabulce 1.1. [8]

Tabulka 1.1 Přehled typů okrajových podmínek

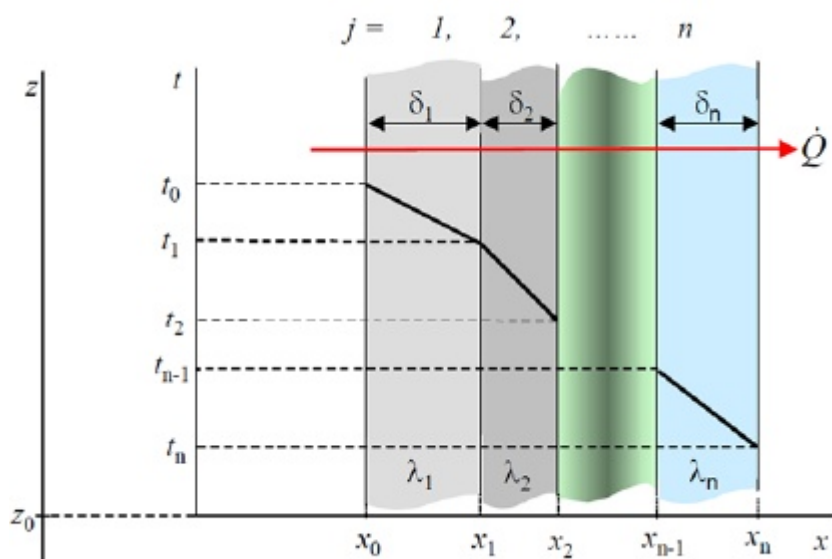
1. druhu	Dirichletova	$T_w = \text{konst.}$	určí rozložení teplot
2. druhu	Neumannova	$\dot{q} = \text{konst.}$	určí rozložení tepelného toku
3. druhu	Newtonova	$\alpha = \text{konst.}$	určí součinitel přestupu tepla
4. druhu	Pro styk těles	$\dot{q}_1 = \dot{q}_2$	pro dokonalý styk těles

Často se můžeme setkat s úlohou, kdy tepelný tok prochází stěnou, která je složena z n vrstev. Jestliže na jednu stranu stěny přivedeme tepelný tok, pak musí projít všemi vrstvami stěny a bude konstantní po celé tloušťce stěny. Můžeme tedy vyjít z této rovnosti:

$$\dot{Q} = -\lambda_1 S \frac{T_1 - T_2}{\delta_1} = -\lambda_2 S \frac{T_2 - T_3}{\delta_2} = -\lambda_n S \frac{T_n - T_{n+1}}{\delta_n} \quad (1.6)$$

Po vyjádření teplotních diferencí z každé rovnice, sečtení rovnic a vyeliminování neznámých teplot dostaneme vztah pro tepelný tok procházející rovinnou n -vrstvou stěnou: [7, s. 223]

$$\dot{Q} = S \frac{T_1 - T_{n+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \quad (1.7)$$



Obr. 1.2 Schéma rovinné vícevrstvé stěny [7, s. 223]

1.2 Přenos tepla prouděním

Konvekce je způsob přenosu tepla založený na náhodném pohybu molekul – difúzi a přemísťování vzduchových hmot daných vlastností – advekci. Tyto mechanismy probíhají současně, a proto výsledný přenos energie je dán jejich superpozicí. Jako modelový příklad si můžeme představit tekutinu proudící kolem omezuujícího povrchu (například stěny) za předpokladu, že mají odlišné teploty. [7, s. 211]

Při obtékání povrchu tekutinou se v blízkosti povrchu vytvoří hydrodynamická mezní vrstva. Je to vrstva, kde rychlost proudění tekutiny klesá směrem k povrchu, přímo na povrchu je rychlost proudění rovna nule. V blízkosti povrchu dominuje mechanismus difúze, protože rychlost tekutiny je velmi nízká. Advekce se naopak projeví dále od povrchu, kde je tekutina strhávána z volného proudu do mezní vrstvy. Zde dochází k tepelné výměně a poté je tekutina opět vtažena do volného proudu. [7, s. 210,218]

V případě, kdy budeme mít desku s trvale vyšší teplotou než teplota obtékající tekutiny, bude teplota tekutiny různá v závislosti na vzdálenosti od povrchu desky. Tenká vrstva tekutiny, která má nulovou relativní rychlost, přímo na povrchu desky bude odebírat desce teplo a bude mít stejnou teplotu jako deska. S rostoucí vzdáleností od povrchu desky bude teplota částic, které odebírají teplo z desky nižší než teplota desky. To je zapříčiněno nenulovou vzrůstající relativní rychlostí. V určité vzdálenosti od povrchu desky dojdeme k teplotě volného proudu. [7, s. 229]

Konvekci můžeme rozdělit podle toho, zda dojde ke změně skupenství či nikoli. Pokud skupenská přeměna nenastane, rozlišujeme konvekci nucenou (uměle vytváříme proudění) a přirozenou (proudění vzduchu v atmosféře). Za určitých podmínek můžeme pozorovat konvekci kombinovanou. Nucenou konvekci můžeme dále rozdělit na konvekci při vnějším nebo vnitřním proudění. Příkladem nucené konvekce při vnějším obtékání je automobil obtékáný vzduchem v aerodynamickém tunelu. Jako přirozenou konvekci označujeme všechny ostatní případy, kdy těleso není zvnějšku obtékáno tekutinou. Konvekce se změnou skupenství je var a kondenzace. [7, s. 211, 212,217]

Hustota tepelného toku při všech typech konvekce je popsána Newtonovým ochlazovacím zákonem, který má tvar:

$$\dot{q} = \alpha(T_w - T_\infty) \quad (1.8)$$

kde

$\dot{q} [W \cdot m^{-2}]$	je hustota tepelného toku,
$\alpha [W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}]$	je součinitel přestupu tepla,
$T_w [K]$	je teplota povrchu obtékaného tělesa,
$T_\infty [K]$	je teplota tekutiny v dostatečné vzdálenosti od povrchu.

Při proudění tekutiny okolo povrchu vzniká teplotní mezní vrstva, jejíž tvar se mění s rychlostí proudění tekutiny. V již zmíněném případě, kdy máme desku s trvale vyšší teplotou T_w než je teplota obtékající tekutiny T_∞ , vzniká na desce vrstva tekutiny, která je ovlivněna teplejší deskou. Na povrchu desky ulpívá tenká vrstva tekutiny, která má stejnou teplotu jako deska. Částice v této tenké vrstvě následně předávají svou energii dalším částicím. Tato posloupnost tepelné výměny se opakuje, až se dostaneme do volného proudu v dostatečné vzdálenosti od povrchu desky. Příklady charakteristických teplotních mezních vrstev jsou znázorněny na obrázku 1.3. [7, s. 229]



Obr. 1.3 Charakteristické teplotní mezní vrstvy [9]

Stejně jako v případě kondukce popisujeme konvektivní způsob přenosu tepla pomocí diferenciálních rovnic. K základním diferenciálním rovnicím patří rovnice kontinuity, rovnice pohybové (rovnice zachování hybnosti, označované jako Navier – Stokesovy) a rovnice zachování energie. Ty musí být doplněny o okrajové podmínky.

Rovnice kontinuity nestacionárního trojrozměrného proudění má tvar:

$$\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w_z)}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial \tau} = 0 \quad (1.9)$$

Pro stacionární trojrozměrné proudění je člen $\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = 0$.

Pohybové rovnice ve směru jednotlivých os:

Pro směr x: (1.10)

$$\begin{aligned} \rho \left(w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) + \frac{\partial w_x}{\partial \tau} \\ = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial w_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w_x}{\partial z} \right) + X \end{aligned}$$

Pro směr y: (1.11)

$$\begin{aligned} \rho \left(w_x \frac{\partial w_y}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_y}{\partial z} \right) + \frac{\partial w_y}{\partial \tau} \\ = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial w_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w_y}{\partial z} \right) + Y \end{aligned}$$

Pro směr z: (1.12)

$$\begin{aligned} \rho \left(w_x \frac{\partial w_z}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_z}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial w_z}{\partial \tau} \\ = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial w_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w_z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + Z \end{aligned}$$

kde

$\rho \left(w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_x}{\partial y} + w_z \frac{\partial w_x}{\partial z} \right)$ jsou zrychlení stacionárních setrvačných sil,

$\frac{\partial w_x}{\partial \tau}$ je zrychlení nestacionárních setrvačných sil,

$\frac{\partial p}{\partial x}$ je zrychlení tlakových sil,

$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial w_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w_y}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial w_y}{\partial z} \right)$ je zrychlení třecích sil,

ν [m²s⁻¹] kinematická viskozita

X, Y, Z – je zrychlení gravitačních sil.

Při vyjadřování **rovnice zachování energie** vyjdeme z diferenciální rovnice vedení tepla bez vnitřních zdrojů

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (1.13)$$

a na levou stranu dosadíme

$$\frac{dT}{d\tau} = \frac{dT}{d\tau} + w_x \frac{\partial T}{\partial x} + w_y \frac{\partial T}{\partial y} + w_z \frac{\partial T}{\partial z} \quad (1.14)$$

kde $\frac{dT}{d\tau} = 0$ pro případ stacionárního proudění. Potom energetickou rovnici pro stacionární proudění bez vnitřních zdrojů můžeme psát ve tvaru:

$$w_x \frac{\partial T}{\partial x} + w_y \frac{\partial T}{\partial y} + w_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (1.15)$$

Podobně jako u kondukce rozlišujeme různé druhy okrajových podmínek. Základní okrajové podmínky jsou uvedeny v tabulce 1.2.

Tabulka 1.2 Okrajové podmínky

1. druhu	Dirichletova	$T_w = \text{konst.}$
2. druhu	Neumannova	$\dot{q}_w = \text{konst.}$
3. druhu	Newtonova	$\alpha = \text{konst.}$

Kromě toho se také pro řešení úloh konvekce používá okrajová podmínka ve tvaru $\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$ na povrchu desky.

Při zpracování této kapitoly byly použity zdroje: [10], [7, s. 231 - 232].

1.3 Prostup tepla

Prostup tepla je proces tepelné výměny mezi dvěma tekutinami oddělenými pevnou přepážkou, například rovinou stěnou v tepelném výměníku. Na obrázku 1.4 je znázorněno schéma prostupu tepla ve výměníku. Teplá voda o teplotě T_H předává konvektivním způsobem teplo desce výměníku, jejíž povrchová teplota na rozhraní s teplou vodou je T_1 . Tepelný tok je dále přenášen vedením stěnou na opačný povrch desky o teplotě T_3 a dále opět konvekcí do studené vody o teplotě T_C .

Prostup tepla je děj složený ze dvou konvektivních výměn tepla a vedení tepla rovinou stěnou. Pro vyjádření tepelného toku vyjdeme z Newtonova vztahu pro konvektivní sdílení tepla. Pro lepší vyjádření tepelného toku zavedeme novou veličinu tepelný odpor při konvekci $R_\alpha [K \cdot m^2 \cdot W^{-1}]$. Ten se při konvekci určí jako převrácená hodnota součinitele přestupu tepla: $R_\alpha = \frac{1}{\alpha}$. Upravený Newtonův vztah můžeme potom psát ve tvaru:

$$\dot{q} = \frac{T_H - T_C}{R_\alpha} \quad (1.16)$$

Podobně zavedeme tepelný odpor při kondukci $R_\lambda [K \cdot m^2 \cdot W^{-1}]$ a definujeme ho vztahem $R_\lambda = \frac{1}{\delta}$. Pro složenou vícevrstvou stěnu bude celkový tepelný odpor dán součtem odporů jednotlivých vrstev stěn. Nyní upravíme Fourierův zákon dosazením tepelného odporu do tvaru:

$$\dot{q} = \frac{T_1 - T_3}{\sum_{i=1}^2 \frac{\delta_i}{\lambda_i}} = \frac{T_1 - T_3}{\sum_{i=1}^2 R_{\lambda i}} \quad (1.17)$$

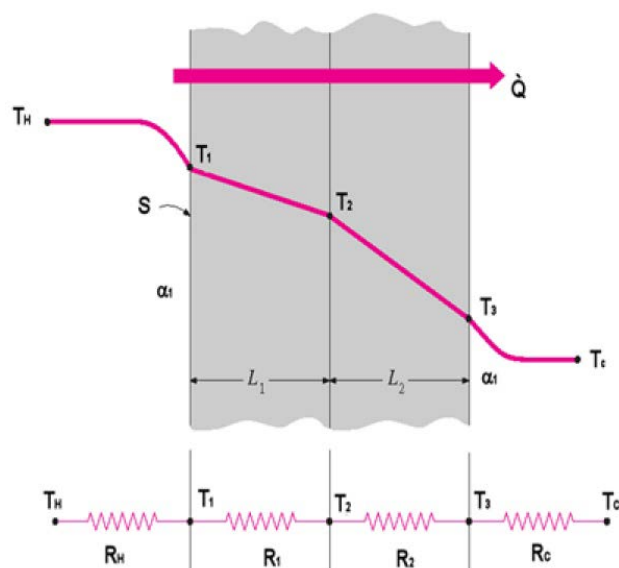
Potom hustota tepelného toku při prostupu tepla rovinnou složenou stěnou je dána vztahem:

$$\dot{q} = \frac{T_H - T_C}{\frac{1}{\alpha_H} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_C}} = \frac{T_H - T_C}{R_{\alpha H} + \sum_{i=1}^n R_{\lambda i} + R_{\alpha C}} \quad (1.18)$$

Zjednodušeně můžeme tento vztah zapsat jako

$$\dot{q} = u \cdot (T_H - T_C) \quad (1.19)$$

kde $u = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_H} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_C}}$ [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$] je součinitel prostupu tepla rovinnou stěnou.



Obr. 1.4 Schéma prostupu tepla ve výměníku [11]

Při určování hustoty tepelného toku můžeme pozorovat analogii s určováním elektrického proudu protékajícího sériově zapojenými rezistory o různých odporech.

Při zpracování této kapitoly byl použit zdroj [11].

1.4 Tepelné mosty

„Tepelnými mosty se nazývají místa v konstrukci, která se v porovnání se stejnou konstrukcí bez tepelného mostu odlišují:

- a) změnou hustoty tepelného toku
- b) změnou vnitřní povrchové teploty

Tepelný tok se může na konkrétních místech stavební konstrukce lišit do té míry, že na jejich vnitřní ploše klesne teplota až pod kritickou povrchovou teplotu. Vzduch, který je v jejich těsné blízkosti, zvýší svou relativní vlhkost na tzv. kritickou. Při poklesu teploty pod kritickou povrchovou teplotu dochází již k riziku možného vzniku kondenzace. To může vést k vlhnutí a zanášení těchto míst prachem, dále pak ke vzniku plísní, nebezpečných pro lidské zdraví.

Tepelný most je část obvodové konstrukce budovy, kde je tepelný odpor významně změněn, a to:

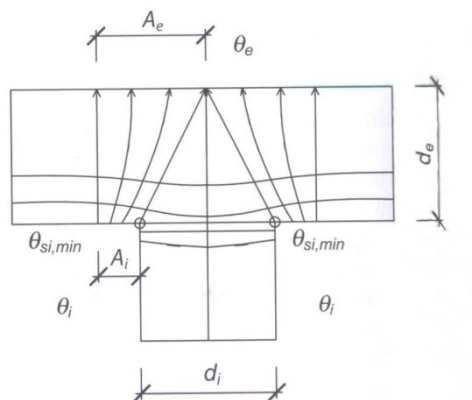
- materiálem s odlišnou tepelnou vodivostí, který proniká plně nebo částečně obalovou konstrukcí
- změnou tloušťek vrstev stavební konstrukce
- rozdílem mezi vnitřními a vnějšími plochami stavební konstrukce, např. výztužnými žebry

Vliv tepelného mostu se zohledňuje při výpočtu tepelného odporu konstrukce R a součinitele prostupu tepla U . Tepelný most významně ovlivňuje tepelné vlastnosti stavební konstrukce, stanovené výpočtem nebo měřením. “[12, s. 257]

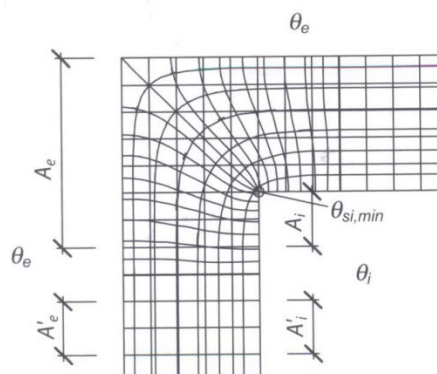
„Tepelné mosty vyvolávají tři nebo dvourozměrné tepelné toky, které mohou být stanoveny numerickými výpočtovými metodami. V mnoha případech poskytují dostatečně přesné výsledky numerické metody, založené na řešení dvourozměrného tepelného toku a také některé zjednodušené metody, které jsou sice méně přesné, ale podstatně jednodušší.“ [12, s. 257]

1.5 Kouty

„Kouty místností jsou z tepelně technického hlediska velmi citlivá místa. Na obrázcích 1.5 a 1.6 jsou znázorněny průběhy izoterm ve vnějším koutě homogenní obvodové stěny a v koutě, tvořeném vnější a vnitřní konstrukcí. Zjednodušené jednorozměrné šíření tepla, znázorněné rovnoběžným průběhem izoterm, se postupně deformuje – izotermy se přibližují k vnitřní straně, to znamená, že teplota koutu klesá. Oblast deformace teplotního pole bývá obvykle omezena oblastí 1,5 až 3 násobně větší, než je tloušťka konstrukce. Deformace teplotního pole nastává důsledkem nestejných ploch A_e a A_i . Poněvadž platí $A_e > A_i$, na vnější straně konstrukce dochází k intenzivnějšímu ochlazení, a tím i poklesu vnitřní povrchové teploty v místě koutu. V části konstrukce, která je vzdálenější od koutu, probíhají izotermy rovnoběžně s povrchem a obě dvě plochy A'_e a A'_i jsou stejné.“ [12, s. 258]



Obr. 1.5 Znáornění průběhu izoterm tepelných toků v koutě homogenní obvodové stěny [12, s. 258]



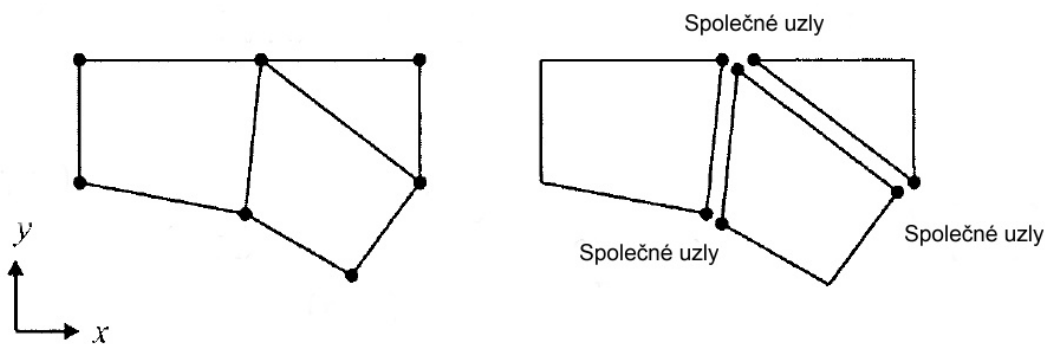
Obr. 1.6 Znáornění průběhu izoterm tepelných toků ve vnějším koutě, tvořeném vnější a vnitřní stěnou [12, s. 258]

2 ÚVOD DO METODY KONEČNÝCH PRVKŮ

2.1 Princip metody konečných prvků

Za rok vzniku metody konečných prvků bývá označován rok 1956. Některé myšlenky však byly publikovány již dříve. Rozvoj metody se velmi urychlil v 50. letech, kdy první číslicové počítače začaly umožňovat řešení rozsáhlých algebraických soustav rovnic. Název metody vznikl v roce 1960, kdy se poprvé objevil v publikacích. První kniha [16] popisující uceleně metodu konečných prvků vyšla v roce 1967 a jejím autorem je Prof. Zienkiewicz. Anglický název *The Finite Element Method* poukazuje na hlavní myšlenku této metody, spočívající v dělení celku na části konečných rozměrů. To se zcela odlišuje od pohledu klasické pružnosti, jejíž přístup je založen na rovnováze na elementu nekonečně malých rozměrů. První kniha popisující uceleně metodu konečných prvků vyšla v roce 1967 a jejím autorem je Prof. Zienkiewicz. [17]

Základem metody konečných prvků (MKP) je rozdělení vyšetřované oblasti na určitý počet prvků konečných rozměrů. Tyto prvky jsou vzájemně spojeny společnými uzly (obrázek 2.1). V uzlových bodech jsou definované neznámé parametry, kterým říkáme stupně volnosti. Mezi neznámými parametry v prvcích a uzlech existuje funkční závislost, která se nazývá básová funkce. Tím se zjednoduší matematický popis složitých tvarů na popis základních geometrických obrazců jako například obdélníků, trojúhelníků, čtyřúhelníků a dalších. MKP převádí úlohu hledání spojitých funkcí na problém hledání konečného počtu neznámých parametrů, pomocí nichž se hledané funkce přibližně aproximují. Tento přechod je označován jako diskretizace spojitého problému. Diskrétní problém je pak řešitelný algebraickými prostředky v konečném počtu kroků na počítači. Numerické řešení umožňuje řešit prakticky každou matematicky popsatelnou úlohu, jakkoli geometricky a jinak komplikovanou. Jediným limitujícím faktorem je kapacita dostupného hardwaru a časové nároky na výpočet. Metoda konečných prvků nám slouží k získání výsledků konkrétně zadaných úloh, případné úpravy úlohy vyžadují opakovat celý náročný proces řešení. [13, s. 7] [12, s. 1 - 5]



Obr. 2.1 Konečné prvky a uzly [12, s. 3]

Hlavními kroky metody konečných prvků jsou:

- Diskretizaci úlohy – rozdělení řešené oblasti na konečný počet prvků
- Výběr interpolačních funkcí
- Sestavení matice neznámých parametrů pro každý prvek
- Sestavení globální matice neznámých parametrů pro řešenou oblast
- Zadání okrajových podmínek
- Vyřešení úlohy
- Dodatečné výpočty (pokud jsou požadovány)

Existují tři hlavní přístupy k hledání aproximovaného řešení na základě konceptu MKP:

Přímý přístup: Tento přístup je používán pro relativně jednoduché úlohy a obvykle slouží jako prostředek vysvětlení principu MKP.

Metoda vážených reziduí: Jedná se o univerzální metodu, která umožňuje aplikaci MKP na problémy, jejichž funkcionál nemůže být sestaven. Tento přístup přímo využívá diferenciálních rovnic a používá se při řešení přenosu tepla nebo v mechanice tekutin.

Variační přístup: Tato metoda je založena na zjištění, že procesy v přírodě probíhají běžně tak, že ze všech možností se realizují procesy minimalizované. Variační princip spočívá v hledání funkcí, pro které má funkcionál stacionární hodnotu. Funkcionál Φ je operátor, který funkci přiřazuje číslo (např. absolutní extrém funkce, integrál funkce, hodnota funkce v definovaném bodě). [12, s. 1 - 5]

2.2 Software pro řešení úloh MKP

Vývoj metody konečných prvků (MKP) vedl k vzniku velkého množství programů, postavených na bázi algoritmu MKP a vyvíjených zpočátku v univerzitním prostředí v souvislosti s řešením výzkumných úkolů. V průběhu 60. let se začal používat vyvinutý software k řešení inženýrských problémů, vycházejících přímo z požadavků průmyslové praxe. Postupem doby byly vyvíjeny některé čistě komerční programy. V tabulce 2.1 je přehled nejpoužívanějších programových systémů MKP. Z ní je patrné, že vývoj prakticky všech těchto systémů má historii až do dob sálových počítačů a děrných štítků. Vzhledem k tomuto dlouhodobému vývoji jednotlivých programů je obtížné v dnešní době představit zcela nový produkt, který za sebou nemá dlouhou historii postupného vývoje. Mezi nejrozšířenější komerční systémy v posledním desetiletí 20. století patří Abaqus, Adina, Ansys a Nastran. [13]

Kromě komerčních programů, které si zakládají na svém mnohaletém vývoji, se v dnešní době můžeme setkat také s tzv. Open Source software, což v překladu znamená program na bázi otevřeného kódu. Tyto programy jsou volně k dispozici a je možné do nich zasahovat a upravovat samotný zdrojový kód. To je velká výhoda pro pokročilé uživatele, jelikož mají možnost si kód otevřít, přizpůsobit svým potřebám a v neposlední řadě se touto formou může realizovat vývoj samotného programu. Tyto volně šiřitelné programy jsou zpravidla dílem menších skupin odborníků případně jednotlivců z oblasti vývoje a výzkumu. [15, s. 8]

V současné době je na internetu k dispozici rozsáhlé množství programů na bázi volně šiřitelného kódu. Ve většině případů se nejedná o programy, kde nalezneme všechny potřebné nástroje pro výpočet, ale jen určité části programu, například nástroj pro vytvoření geometrie, síť konečných prvků nebo různé matematické řešiče, knihovny apod. Výběr některých volně šiřitelných programů je uveden v tabulce 2.2.

Tabulka 2.1 Programové systémy MKP [13]

Rok	Název programu	Výrobce	URL address
1965	ASKA (PERMAS)	IKOSS GmbH, (INTES), Germany	www.intes.de
	STRUDL	MCAUTO, USA	www.gtstrudl.gatech.edu
1966	NASTRAN	MacNeal-Schwendler Corp., USA	www.macsch.com
1967	BERSAFE	CEGB, UK (restructured in 1990)	
	SAMCEF	Univer. of Liege, Belgium	www.samcef.com
1969	ASAS	Atkins Res.&Devel., UK	www.wsasoft.com
	MARC	MARC Anal. Corp., USA	www.marc.com
	PAFEC	PAFEC Ltd, UK now SER Systems	
1970	SESAM	DNV, Norway	www.dnv.no
	ANSYS	Swanson Anal. Syst., USA	www.Ansys.com
1971	SAP	NISEE, Univ. of California, Berkeley, USA	www.eerc.berkeley.edu/tware_and_data
	STARDYNE	Mech. Res. Inc., USA	www.reiusa.com
1972	TITUS (SYSTUS)	CITRA, France; ESI Group	www.systus.com
	DIANA	TNO, The Netherlands	www.diana.nl
1973	WECAN	Westinghouse R&D, USA	
	GIFTS	CASA/GIFTS Inc., USA	
1975	ADINA	ADINA R&D, Inc., USA	www.adina.com
	CASTEM	CEA, France	www.castem.org:8001/HomePage.html
1976	FEAP	NISEE, Univ. of California, Berkeley, USA	www.eerc.berkeley.edu/tware_and_data
	NISA	Eng. Mech. Res. Corp., USA	www.emrc.com
1978	DYNA2D, DYNA3D	Livermore Softw. Tech. Corp., USA	www.lstc.com
1979	ABAQUS	Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc., USA	www.abaqus.com
1980	LUSAS	FEA Ltd., UK	www.lusas.com
1982	COSMOS/M	Structural Res. & Anal. Corp., USA	www.cosmosm.com
1984	ALGOR	Algor Inc., USA	www.algor.com

Tabulka 2.2 Volně šiřitelné programy pro řešení MKP [15, s. 9]

Název programu	Typ	Typ OS	Typ analýzy	www odkaz
Aladdin	t	Lin	S, D	http://www.isr.umd.edu/~austin/aladdin.html
CalculiX	s	Win, Lin	S, E, T	http://www.calculix.de/ http://www.dhondt.de/
Curly 3D	l	Win, Lin	J	http://curly3d.sourceforge.net/
Deal.II	l	Win, Lin	S, T	http://www.dealii.org/
Elmer	s	Win, Lin, Mac	S, E, T, J	http://www.csc.fi/english/pages/elmer
Felib	l	Win, Lin	S	http://www.softeng.cse.clrc.ac.uk/felib3/
FEMM	s	Win, Lin	E	http://www.femm.info/wiki/HomePage
Felt	s	Win, Lin	S, T	http://felt.sourceforge.net/
Fenics	l	Lin, Mac	S, T, CFD	http://www.fenics.org/wiki/FEniCS_Project

FreeFem++	PD E	Win, Lin, Mac	S, E, T	http://www.freefem.org/ff++/index.htm
Getfem ++	l	Win, Lin	S, E, T	http://home.gna.org/getfem/getfem_intro
Gmsh	s	Win, Lin, Mac	S, E, T	http://www.geuz.org/gmsh/
Impact	s	Win, Lin	D	http://impact.sourceforge.net/
libMesh	l	Lin	S, T, J	http://libmesh.sourceforge.net/index.php
LISA (demo)	s	Win	S, E, T, CFD	http://www.lisa-fet.com/index.htm
ModuleF	l	Win, Lin	S, E, T, J	http://www-rocq.inria.fr/modulef/english.html
Ofeli	l	Win, Lin	S, E, T, CFD	http://www.ofeli.net/
OOFEM	l	Lin	S, CFD	http://www.oofem.org/cz/oofem.html
OpenFOAM	l	Lin	S, T, J	http://www.openfoam.com/
Open CASCADE	s	Win, Lin	S, J	http://www.opencascade.org/
NGSolve	l	Win, Lin	S, E, T	http://www.hpfem.jku.at/ngsolve/index.html
ROSHAZ (demo)	s	Win	S	http://www.roshaz.com/home.html
Salome	s	Lin	S, T, CFD	http://www.salome-platform.org/
SLFFEA	s	Lin	E, CFD	http://slffea.sourceforge.net/
Z88	s	Win, Lin, Mac	S	http://www.z88.org/

Legenda:

Typ programu: s – řešič (solver) , l – knihovna (library), t – toolbox,

PDE – parciální diferenciální rovnice (Partial differential equation)

Typ operačního systému: Win – Windows, Lin – Linux, Mac – Macintosh

Typ analýzy: S – statická strukturální, D - dynamická, E – elektromagnetismus,

T – přenos tepla, CFD – mechanika tekutin

2.3 Uživatelské prostředí programu Ansys

Rozvoj CADovských programů, které poskytují široké možnosti při konstruování s počítačovou podporou, ovlivnil i vývoj uživatelského prostředí Ansys a od jisté doby má uživatel možnost volby mezi dvěma plnohodnotně ekvivalentními prostředími. Starší grafický vzhled označovaný často jako „klasický“ zůstal beze změny a je symbolem dlouhého vývoje tohoto programu. Ovládání se sice komfortem nevyrovná moderním programům, ale jeho velkou předností je skutečnost, že uživatel si může veškeré parametry výpočtu nastavit sám. To ocení jistě pokročilý uživatel. Ne každý ale ovládá program na pokročilé úrovni. Novější prostředí programu Ansys se nazývá Workbench. Vizuálně odpovídá požadavkům na moderní software a ovládací panely spolu s dalšími nástroji umožňují snadnou orientaci. Kromě vývoje programu Ansys jako celku je v dnešní době stále v částečném vývoji samotné prostředí Workbench. Najdou se totiž oblasti, kde toto prostředí nenabízí plnou náhradu prostředí klasického. Technická podpora zastoupení Ansysu však spolupracuje s výpočtáři a jejich potíže, poznatky a návrhy předává vývojářům. Řešení výpočtů obsažených v této práci bylo provedeno v klasickém prostředí.

Při jeho otevření se nám ukáže vlevo hlavní menu, které je řazeno systémem několika úrovněového stromu, a kde jsou umístěny mimo jiné také tři hlavní záložky: *Preprocessor*, *Solution* a *Postprocessor*. Ty odpovídají zároveň třem hlavním částem postupu obecného řešení úlohy metodou konečných prvků.

Preprocessor je přípravná část výpočtu, ve které se vytvoří a nadefinuje zadání úlohy, zejména tvorba geometrie, rozdělení tělesa na konečné prvky a zadání materiálových vlastností. Kvalita vytvořené sítě ovlivňuje přesnost výsledků, a proto je důležité věnovat jejímu vytvoření patřičnou pozornost. Software umí generovat síť automaticky, ale ve většině případů je nutné zasáhnout do tvorby sítě. Naším cílem je, získat rovnoměrnou mapovanou síť prvků vytvořenou z čtyřúhelníků tvarem co nejvíce podobných čtverci. Dobře vygenerovaná síť prvků je zpravidla výsledkem opakovaného procesu úprav stávající sítě. Je důležité ji věnovat patřičnou pozornost, protože přímo ovlivňuje přesnost výsledků výpočtu.

V dalším kroku zadáme okrajové podmínky, zvolíme typ úlohy a spustíme výpočet. To najdeme pod záložkou s názvem *Solution*. Při volbě typu úlohy máme na výběr například statickou analýzu, modální analýzu nebo další typy úloh.

Poslední část s názvem *General Postprocessor* slouží k prohlížení a vykreslování výsledků.

3 ZADÁNÍ ÚLOHY TEPELNÉHO MOSTU - KOUT

Pro seznámení se s metodou konečných prvků byla zvolena jednoduchá modelová úloha stanovení povrchové teploty na vnitřní straně koutu dvou svislých zdí. Tuto úlohu můžeme řešit jako rovinnou úlohu prostupu tepla a numerické řešení lze porovnat s analytickým výpočtem. Je možné také sledovat, v jaké vzdálenosti od koutu přestane být vedení tepla ovlivňováno změnami tepelného toku v místě koutu a bude se chovat jako jednorozměrné vedení tepla skrz stěnu.

„Příklad 2

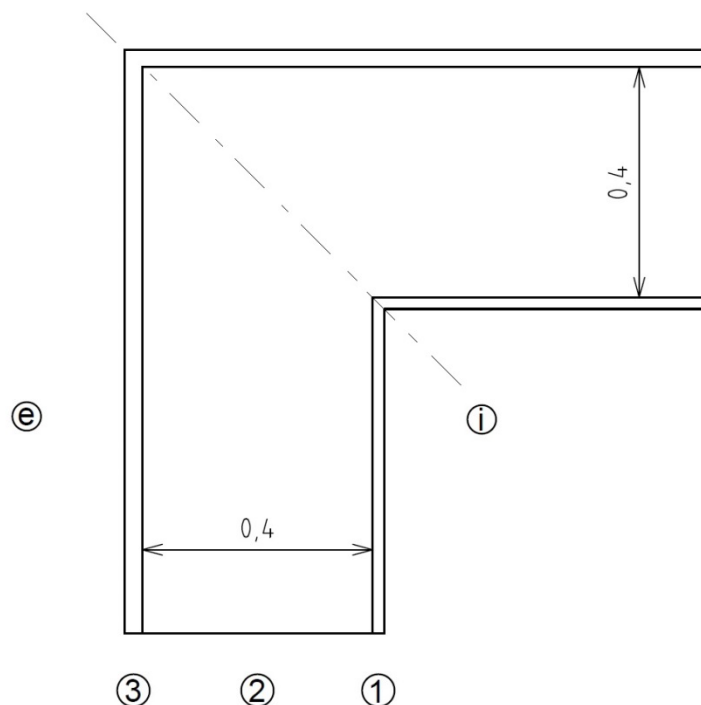
Výpočet nejnižší vnitřní povrchové teploty v koutu konstrukcí.

Postup řešení

1. Výpočet součinitele prostupu tepla U (pro odpory při přestupu tepla platné pro hodnocení povrchových teplot).
2. Poměrný teplotní rozdíl vnitřního povrchu v koutě ζ_{RSiK} mezi vnějšími konstrukcemi.
3. Vnitřní povrchová teplota v koutu.
4. Vyhodnocení.“ [12, s. 264]

3.1 Zadání

„Vypočítejte nejnižší vnitřní povrchovou teplotu ve svislém koutu a na ploše vnějších konstrukcí z plynosilikátového zdiva obytného objektu pro návrhovou vnitřní teplotu $\theta_i=20\text{ }^\circ\text{C}$, návrhovou relativní vlhkost vnitřního vzduchu $\phi_i=50\%$ a návrhovou teplotu venkovního vzduchu $\theta_e=-15\text{ }^\circ\text{C}$, $\alpha_e=25\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$, $\alpha_i=4\text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$.“ [12, s. 264]



Obr. 3.1 Schéma svislého koutu dvou obvodových konstrukcí [12, s. 264]

Tabulka 3.1 Skladba obvodového pláště [12, s. 264]

Vrstva	materiál	δ [m]	λ [W/(m.K)]
1.	Omítka, VC	0,015	0,99
2.	Zdivo, plynosilikát	0,400	0,20
3.	Omítka perlitová	0,020	0,12

3.2 Rozbor

Jedná se o rovinnou úlohu, kdy tepelný tok v dostatečné vzdálenosti od koutu prostupuje skrz zeď a má charakter jednorozměrného tepelného toku. S klesající vzdáleností od koutu je směr tepelného toku stále více ovlivňován touto tvarovou změnou konstrukce a dochází ke změně směru tepelného toku. V oblasti ovlivněné koutem dvou svislých stěn se tepelný tok šíří ve dvou směrech. K analytickému řešení úlohy prostupu tepla rovinnou stěnou využijeme poznatků z předmětu Termomechanika, které jsou shrnuty v úvodních kapitolách této práce. Pro numerické řešení úlohy použijeme výpočetní software Ansys. Při numerickém řešení úlohy je možné vhodně využít symetrie. Úloha je symetrická z hlediska geometrie i z hlediska teplotního zatížení podle osy symetrie vyznačené na obrázku 3.1.

3.3 Návrh postupu řešení

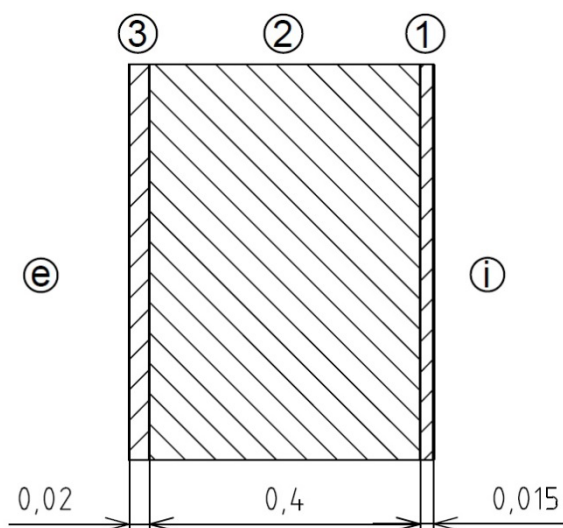
Než přistoupíme k řešení samotné úlohy svislého koutu, vyřešíme nejprve pomocnou úlohu prostupu tepla přímou vícevrstvou stěnou. Jejím hlavním cílem je seznámení se s prostředím programu Ansys při řešení úlohy, jejíž správnost snadno ověříme analyticky. Po vyhodnocení analytického a numerického řešení pomocné úlohy přistoupíme k zadané úloze svislého koutu. Zadaná úloha je řešena numericky a výsledky jsou porovnány s analytickým řešením převzatým z odborné literatury [12, s. 264 - 265].

4 PROSTUP TEPLA PŘÍMOU VÍCEVRSTVOU STĚNOU

Pro seznámení se s prostředím výpočtového programu a možnost lepšího ověření správnosti výsledků byla nejprve vyřešena zjednodušená úloha prostupu tepla přímou vícevrstvou stěnou.

4.1 Zadání úlohy

Stanovte teploty na rozhraní jednotlivých vrstev přímé vícevrstvé stěny dle obrázku 4.1. Teplota vzduchu na vnitřní straně stěny je $t_i = 21 \text{ °C}$. Teplota na vnější straně stěny je $t_e = -15 \text{ °C}$. Součinitel přestupu tepla na vnější straně je $\alpha_e = 25 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$. Součinitel přestupu tepla na vnitřní straně stěny je $\alpha_i = 4 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$.



Obr. 4.1 Schéma přímé vícevrstvé stěny

Vnější strana stěny je označena písmenem „e“, vnitřní strana je označena „i“. Teplota na povrchu stěny a v místech rozhraní jednotlivých vrstev je indexována čísly 1 – 4 ve směru od vnitřního povrchu k vnějšímu.

Tabulka 4.1 Skladba obvodového pláště [12, s. 264]

Vrstva	materiál	δ [m]	λ [W/(m.K)]
1.	Omítka, VC	0,015	0,99
2.	Zdivo, plynosilikát	0,400	0,20
3.	Omítka perlitová	0,020	0,12

Úloha byla řešena nejprve analyticky a poté numericky pomocí programu Ansys.

4.2 Analytické řešení přímé vícevrstvé stěny

Stanovení hustoty tepelného toku z rovnice 1.18:

$$\dot{q} = \frac{t_i - t_e}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_e}} = \frac{21 - (-15)}{\frac{1}{4} + \frac{0,015}{0,99} + \frac{0,4}{0,2} + \frac{0,02}{0,12} + \frac{1}{25}} = 14,564 \frac{W}{m^2}$$

Určení teplot na rozhraních jednotlivých vrstev (viz popis obr. 4.1) z rovnic 1.8 a 1.1:

$$\dot{q} = \alpha_i \cdot (t_i - t_1), \quad \text{odkud } t_1 = t_i - \frac{\dot{q}}{\alpha_i} = 21 - \frac{14,564}{4} = 17,359 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\dot{q} = \frac{t_1 - t_2}{\frac{\delta_1}{\lambda_1}}, \quad \text{odkud } t_2 = t_1 - \frac{\dot{q} \cdot \delta_1}{\lambda_1} = 17,359 - \frac{14,564 \cdot 0,015}{0,99} = 17,138 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\dot{q} = \frac{t_2 - t_3}{\frac{\delta_2}{\lambda_2}}, \quad \text{odkud } t_3 = t_2 - \frac{\dot{q} \cdot \delta_2}{\lambda_2} = 17,138 - \frac{14,564 \cdot 0,4}{0,2} = -11,99 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\dot{q} = \frac{t_3 - t_4}{\frac{\delta_3}{\lambda_3}}, \quad \text{odkud } t_4 = t_3 - \frac{\dot{q} \cdot \delta_3}{\lambda_3} = -11,99 - \frac{14,564 \cdot 0,02}{0,12} = -14,417 \text{ } ^\circ\text{C}$$

4.3 Numerické řešení přímé vícevrstvé stěny programem Ansys

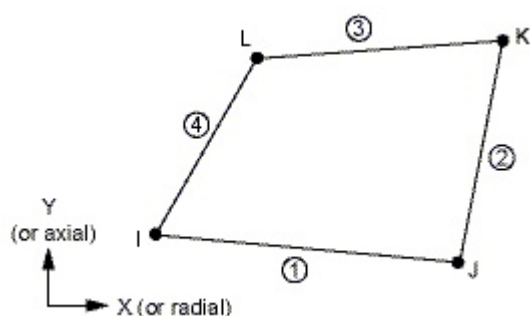
Postup řešení pro výpočet teploty na rozhraní jednotlivých vrstev stěny: [12, s. 269]

1. Zvolení vhodného prvku pro tvorbu sítě a materiálových charakteristik
2. Tvorba geometrie
3. Vytvoření sítě
4. Zadání okrajových podmínek
5. Vyřešení úlohy
6. Zhodnocení výsledků

Pro diskretizaci úloh přenosu tepla je možné použít čtyřuzlový prvek s označením Plane 55 nebo osmiuzlový prvek Plane 77.

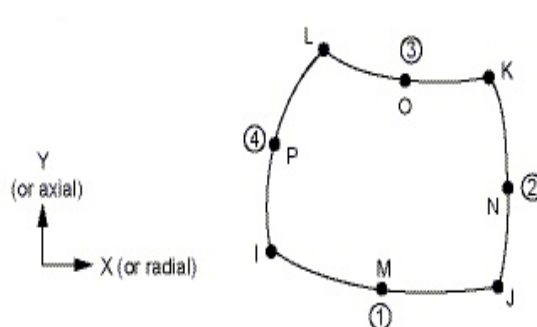
Prvek Plane 55 může být použit jako rovinný prvek nebo jako prvek symetrického prstence se schopností rovinného vedení tepla. Prvek má čtyři uzly s jedním stupněm volnosti, teplotou, v každém uzlu. Prvek je použitelný pro rovinné úlohy v ustáleném stavu nebo pro úlohu přechodné termické analýzy.

Plane 77 je pokročilejší verze prvku Plane 55. Prvek má v každém uzlu jeden stupeň volnosti, tj. teplotu. Osmiuzlový prvek je vhodný k modelování zakřivených oblastí a je použitelný pro 2-D úlohy v ustáleném stavu nebo pro přechodné termické analýzy. Popis prvků a jejich přiložené obrázky byly použity z nápovědy programu Ansys verze 14.0.



Obr. 4.2 Prvek Plane 55

(Zdroj: Nápověda programu Ansys)



Obr. 4.3 Prvek Plane 77

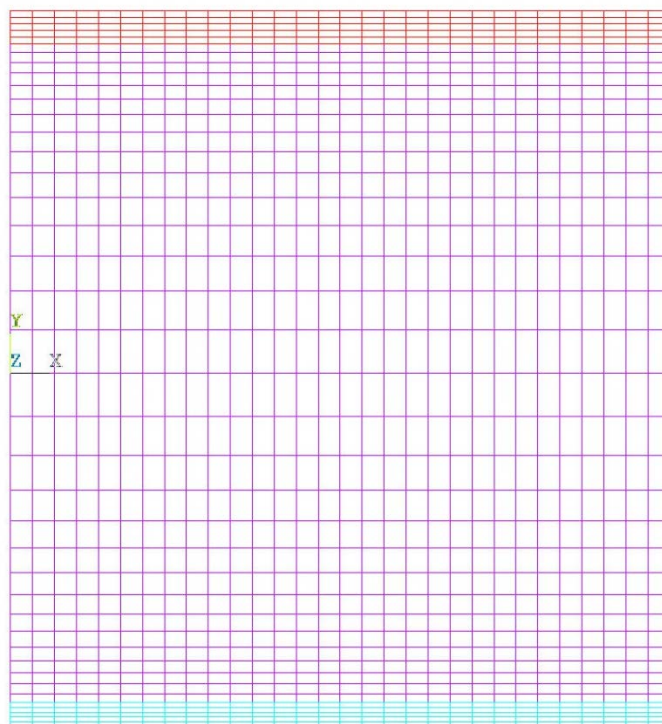
(Zdroj: Nápověda programu Ansys)

Dále byly nadefinovány modely materiálů a jejich součinitel tepelné vodivosti. Jednotlivým vrstvám stěny byly přiřazeny zadané materiály.

Řez stěnou byl umístěn do souřadného systému os a byly nadefinovány oblasti s homogenními vlastnostmi (konstantní součinitel tepelné vodivosti).

Byla vytvořena mapovaná síť z prvků Plane 55 (Obr. 4.3). Síť je zjemněná v okolí rozhraní jednotlivých vrstev stěn, směrem do středu stěny velikost prvků plynule narůstá.

Úlohu jsme doplnili o okrajové podmínky. Zadali jsme součinitele přestupu tepla na vnitřní a vnější straně stěny a teploty vzduchu v dostatečné vzdálenosti od stěny na vnitřní i vnější straně stěny. V místech, kde roviny řezu stěnou vytínají námi uvažovaný úsek stěny, musí platit Adiabatická podmínka, která zamezuje přestupu tepla ve směru normály k rovině řezu.



Obr. 4.4 Síť konečných prvků přímé vícevrstvé stěny

Vyhodnocení numerického řešení

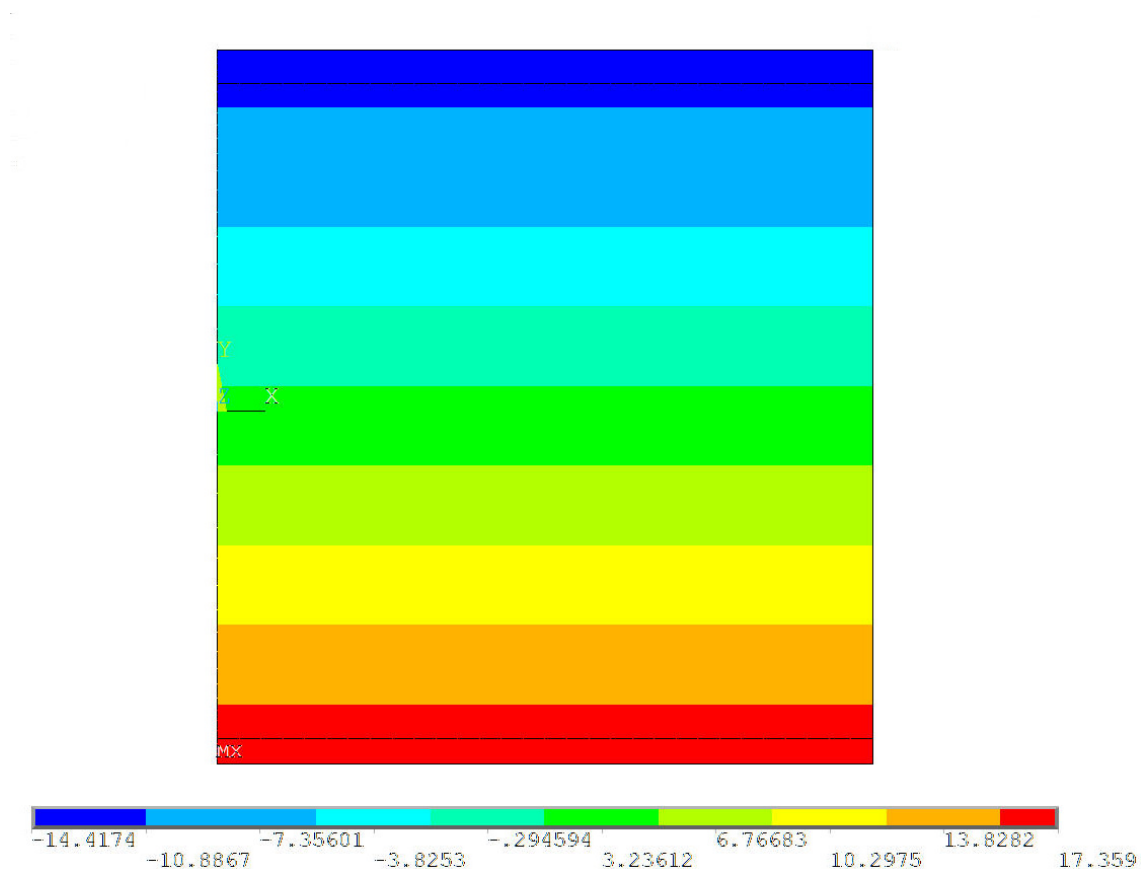
Numerickým vyřešením úlohy jsme dostali graf průběhu teploty po tloušťce stěny (obr. 4.6). Barevné znázornění rozložení teploty po tloušťce stěny je na obrázku 4.5. Vnitřní povrchová teplota stěny je $17,359\text{ }^{\circ}\text{C}$, teplota na rozhraní vnitřní omítky a zdiva je $17,138\text{ }^{\circ}\text{C}$, teplota na rozhraní zdiva a vnější omítky je $-11,990\text{ }^{\circ}\text{C}$. Teplota na vnějším povrchu stěny je $-14,417\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Jak je zřejmé z obrázku 4.7 hustota tepelného toku je ve všech vrstvách stěny konstantní, čehož jsme využili při analytickém výpočtu teplot na rozhraní jednotlivých vrstev stěny.

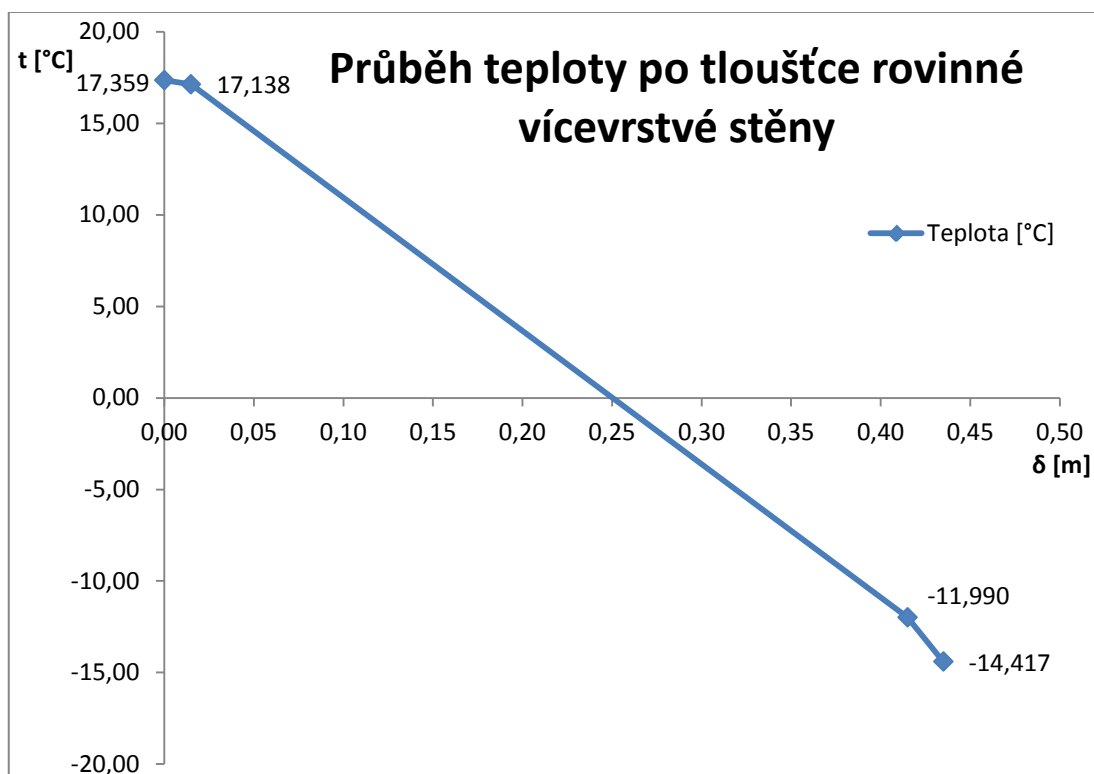
Na obrázku 4.8 je vykreslen průběh teplotního gradientu směrem od vnitřního povrchu k vnějšímu. Teplotní gradient je definován jako změna teploty v uvažovaném směru. Jelikož ve směru od vnitřního povrchu k vnějšímu dochází k poklesu teploty, je tento přírůstek teploty a tedy i gradient záporný.

4.4 Srovnání výsledků analytického a numerického řešení úlohy

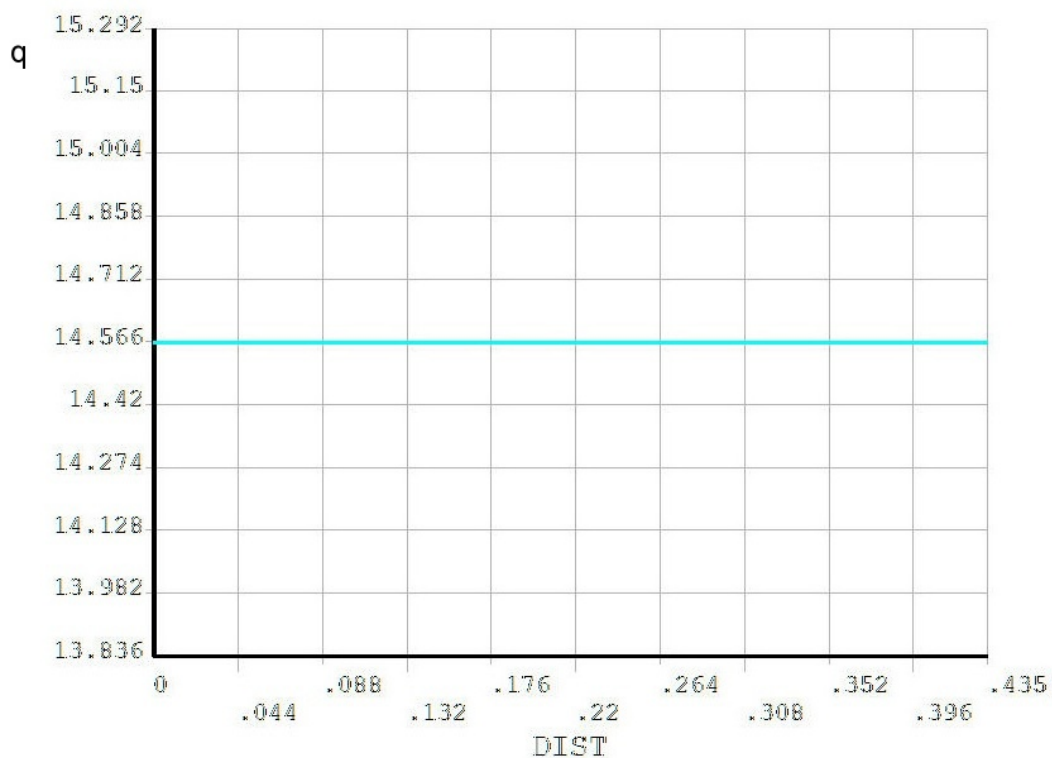
Na uvedeném příkladu vícevrstvé stěny jsme ověřili, že numerické řešení MKP odpovídá řešení analytickému. Na základě této zkušenosti můžeme přistoupit k numerickému řešení svislého koutu dvou obvodových konstrukcí složených ze dvou kolmých vícevrstvných stěn.



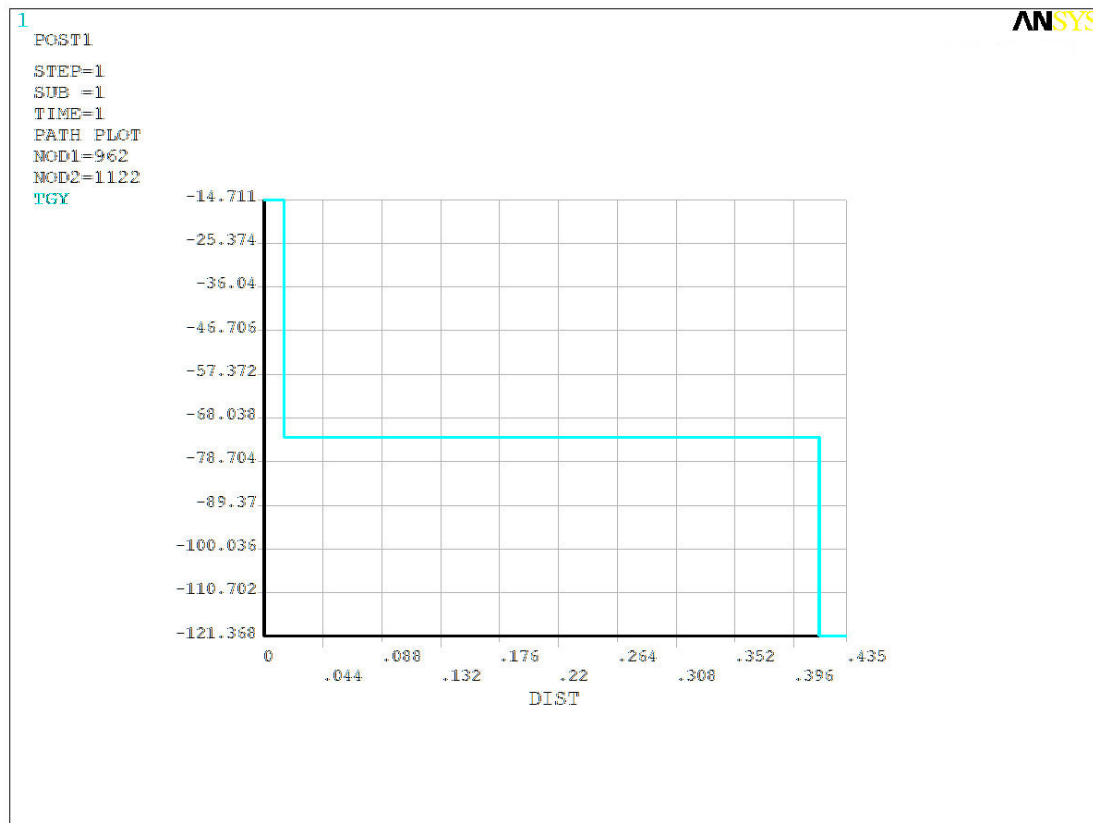
Obr. 4.5 Barevné znázornění rozložení teploty po tloušťce stěny



Obr. 4.6 Průběh teploty po tloušťce stěny



Obr. 4.7 Hustota tepelného toku přímou vícevrstvou stěnou



Obr. 4.8 Teplotní gradient

5 NUMERICKÉ ŘEŠENÍ SVISLÉHO KOUTU DVOU OBVODOVÝCH KONSTRUKCÍ

5.1 Tvorba sítě

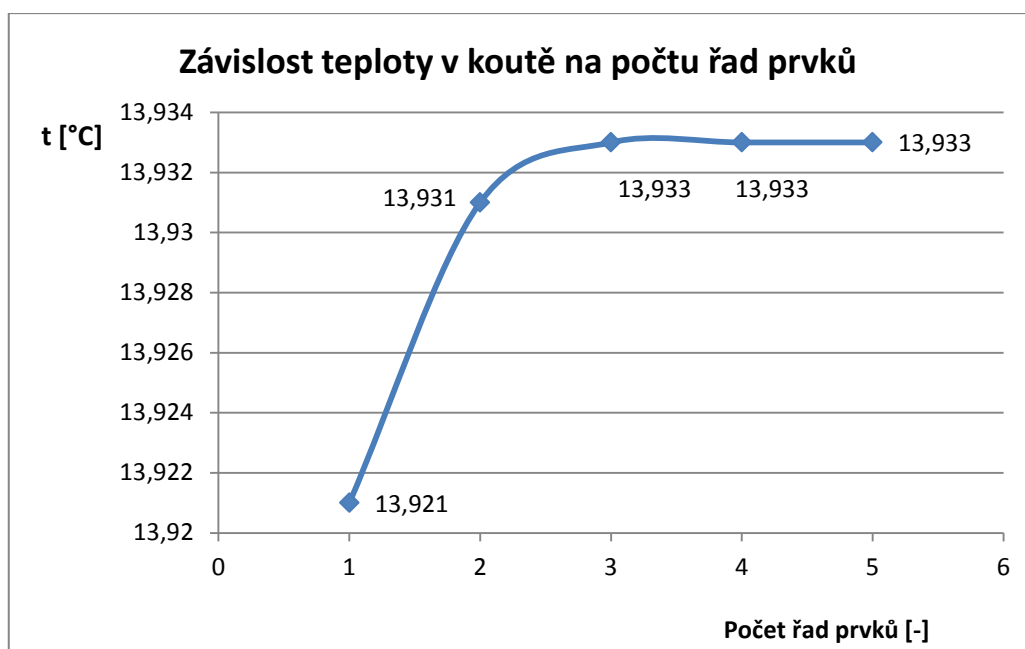
Geometrie svislého koutu, potřebná k provedení výpočtů teploty ve svislém koutu, je znázorněna na obrázku 3.1 a zadané rozměry jsou uvedeny v tabulce 3.1. Při tvorbě mapované sítě bylo potřeba určit hustotu sítě v oblasti krajních vrstev složené stěny tak, aby výsledky úlohy v místě neovlivněném svislým koutem odpovídaly výsledkům úlohy prostupu tepla přímou vícevrstvou stěnou. Výpočet úlohy byl proveden na několika různě hustých sítích prvků typu Plane 55 a bylo sledováno, jak se mění hodnoty výsledků v závislosti na zjemňování sítě. Tyto varianty se lišily počtem řad prvků v krajních vrstvách stěny.



Obr. 5.1 Síť konečných prvků v oblasti koutu

5.2 Vyhodnocení potřebného počtu prvků v omítkách

Zjemňování sítě bylo provedeno v rozmezí od jedné do pěti řad prvků v okrajových vrstvách stěny. Závislost teploty ve vnitřním koutě na počtu řad prvků je znázorněna v grafu na obrázku 5.2. Na základě jejího grafického průběhu lze vyvodit, že průběh teplot ve vnitřním koutě dosahuje přijatelně ustálené hodnoty při počtu pěti řad prvků v krajních vrstvách složené stěny. Pět řad prvků v omítce bylo zvoleno jako dostačující pro provedenou numerickou analýzu. Síť je zobrazena na obrázku 5.1, jednotlivé vrstvy stěny jsou odlišeny barevně.



Obr. 5.2 Závislost teploty v koutě na počtu řad prvků

5.3 Analytické řešení převzaté z literatury

Analytické řešení bylo převzato z odborné literatury [12, s. 264 - 265], kde je tento příklad vyřešen.

Návrhová teplota vnitřního vzduchu v zimním období

U prostorů pozemních staveb s významným rozdílem mezi průměrnou teplotou okolních ploch a teplotou vnitřního vzduchu se návrhová teplota vnitřního vzduchu θ_{Ai} ve °C stanoví orientačně ze vztahu:

$$\theta_{Ai} = \theta_i + \Delta\theta_{Ai} \quad (5.1)$$

kde $\Delta\theta_{Ai}$ je přírůžka na vyrovnání rozdílu mezi teplotou vnitřního vzduchu a průměrnou teplotou okolních ploch, která se stanoví orientačně z tabulky 3.16 straně 79 v [12]. Z tabulky bylo stanoveno $\Delta\theta_{Ai} = 1^\circ\text{C}$. [12, s. 74]

Potom návrhová teplota vnitřního vzduchu v zimním období je

$$\theta_{Ai} = \theta_i + \Delta\theta_{Ai} = 20 + 1 = 21^\circ\text{C}.$$

Součinitel prostupu tepla U pro zadané hodnoty

Abychom mohli určit součinitel prostupu tepla, je nutné nejdříve stanovit součinitele přestupu tepla na vnitřní a vnější straně α_e a α_i . Z tabulky 8.3 straně 184 v [12] určíme odpor při přestupu tepla na vnitřní (R_{si}) a vnější straně (R_{se}). Součinitele přestupu tepla definujeme jako převrácené hodnoty z odporů při přestupu tepla. Pro hodnoty $R_{si} = 0,25 \text{ (m}^2 \cdot \text{K)/W}$ a $R_{se} = 0,04 \text{ (m}^2 \cdot \text{K)/W}$, které jsme zvolili dle tabulky mají součinitele přestupu tepla velikost:

$$\alpha_i = \frac{1}{R_{si}} = \frac{1}{0,25} = 4 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$$

$$\alpha_e = \frac{1}{R_{se}} = \frac{1}{0,04} = 25 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

Součinitel prostupu tepla stanovíme dle vztahu uvedeného v kapitole 1.3:

$$u = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_e}} = \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{0,015}{0,99} + \frac{0,4}{0,2} + \frac{0,02}{0,12} + \frac{1}{25}} = 0,405 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$$

Požadovaná hodnota nejnižší vnitřní povrchové teploty konstrukce

Pomocí nejnižší vnitřní povrchové teploty se hodnotí možnost nepříznivého působení kritické povrchové vlhkosti, jako je pravděpodobný růst plísní, riziko povrchové kondenzace a problémů s tím spojených.

V zimním období musí konstrukce v prostorách s relativní vlhkostí vnitřního vzduchu $\phi_i \leq 60\%$ vykazovat v každém místě vnitřní povrchovou teplotu θ_{si} ve $^{\circ}\text{C}$, podle vztahu:

$$\theta_{si} \geq \theta_{si,N}$$

kde $\theta_{si,N}$ je požadovaná hodnota nejnižší vnitřní povrchové teploty, ve $^{\circ}\text{C}$, stanovená ze vztahu:

$$\theta_{Si,N} = \theta_{Si,CR} + \Delta\theta_{Si} \quad (5.2)$$

kde $\theta_{si,CR}$ je kritická vnitřní povrchová teplota, ve $^{\circ}\text{C}$,

$\Delta\theta_{si}$ je bezpečnostní teplotní přírážka, ve $^{\circ}\text{C}$.

Hodnotu $\theta_{si,CR}$ stanovíme z tabulky 9.3 [12, s. 232] a hodnotu $\Delta\theta_{si}$ určíme z tabulky 9.1 [12, s. 230].

Z tabulek byly stanoveny tyto hodnoty:

$$\theta_{si,CR} = 13,57 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta\theta_{si} = 0 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Nyní můžeme stanovit požadovanou nejnižší vnitřní povrchovou teplotu. [12, s 229]

$$\theta_{Si,N} = \theta_{Si,CR} + \Delta\theta_{Si} = 13,57 + 0 = 13,57 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Teplota povrchu koutu

Pro kout mezi dvěma konstrukcemi se nejnižší vnitřní povrchová teplota stanoví přibližně ze vztahu

$$\theta_{Si,Min} = \theta_{Ai} - \xi_{RSiK} \cdot (\theta_{Ai} - \theta_E) \quad (5.3)$$

kde ξ_{RSiK} je poměrný teplotní rozdíl vnitřního povrchu v koutě mezi vnějšími konstrukcemi a vypočítá se z přibližného vztahu

$$\xi_{RSiK} = 1,05 \cdot (U \cdot R_{Si})^{0,69} \quad (5.4)$$

Po dosazení do vztahů dostáváme:

$$\xi_{RSiK} = 1,05 \cdot (U \cdot R_{Si})^{0,69} = 1,05 \cdot (0,405 \cdot 0,25)^{0,69} = 0,216$$

$$\theta_{Si,Min} = \theta_{Ai} - \xi_{RSiK} \cdot (\theta_{Ai} - \theta_E) = 21 - 0,216 \cdot (21 - (-15)) = 13,22 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Vyhodnocení

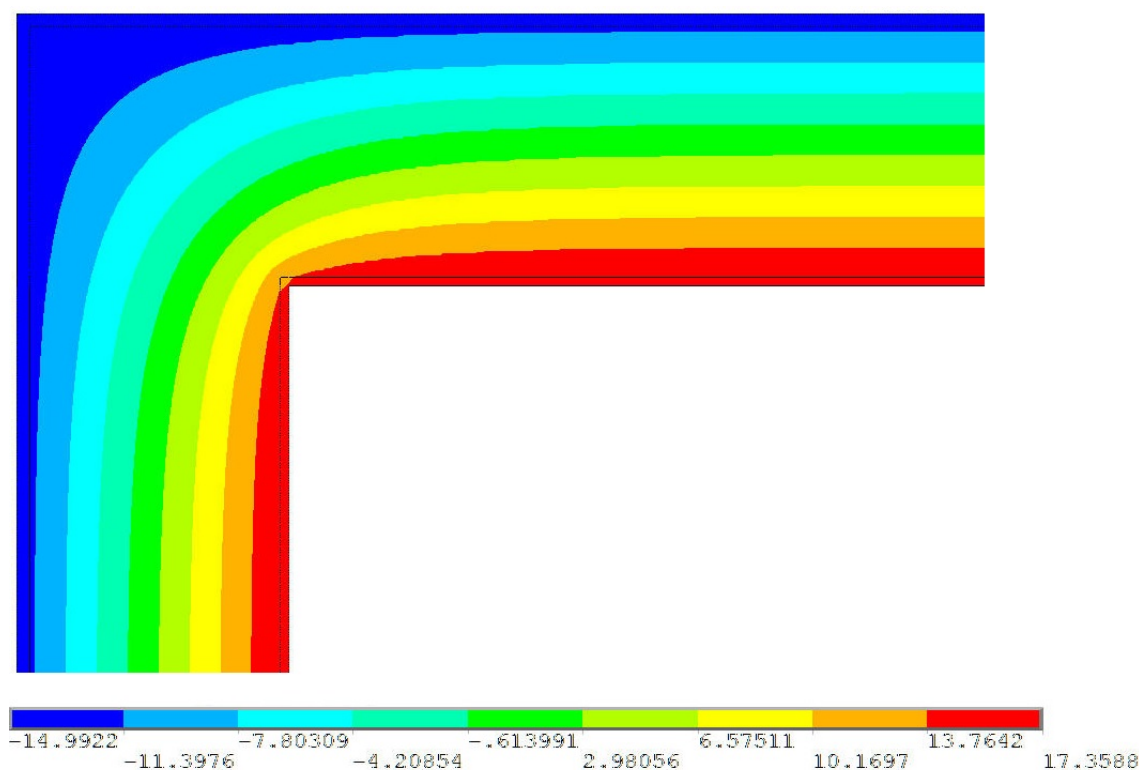
Jelikož musí být splněna podmínka, která požaduje, aby teplota ve všech místech koutu byla větší než $\theta_{si,N} = 13,57 \text{ }^\circ\text{C}$, je nutné tuto podmínku ověřit.

Je zřejmé, že analyticky určená minimální teplota v místě koutu $\theta_{si,Min} = 13,22 \text{ }^\circ\text{C}$ tuto podmínku nesplňuje. Z analytického výpočtu tedy plyne, že u této konstrukce při navrhovaných okolních podmínkách je riziko tvorby plísní, povrchové kondenzace a dalších nepříznivých jevů. [12, s. 263 - 264]

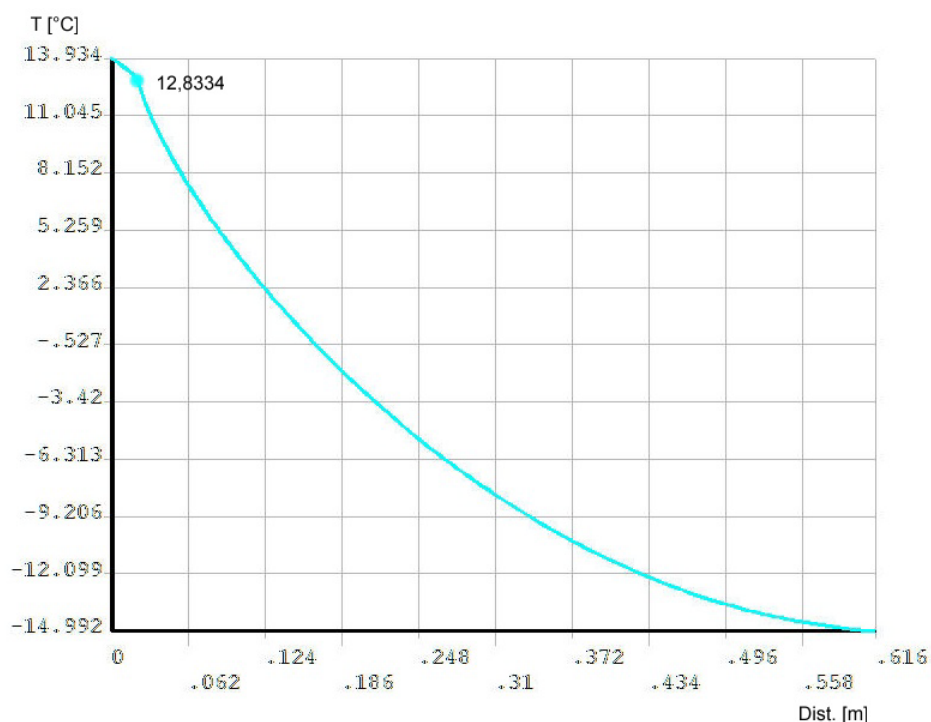
5.4 Prezentace výsledků numerického řešení

Postup řešení numerického výpočtu nejnižší vnitřní povrchové teploty ve svislém koutu je identický s postupem řešení přímé vícevrstvé stěny. Po vymodelování geometrie koutu a následném vytvoření sítě prvků byly zadány okrajové podmínky. Byl zadán součinitel přestupu tepla na vnitřní a vnější straně stěny a teploty vzduchu v dostatečné vzdálenosti od stěny na vnitřní i vnější straně stěny s teplotní přírážkou popsanou v analytickém řešení. V místech, kde roviny příčného řezu stěnou vytínají námi uvažovaný úsek stěny, platí opět Adiabatická podmínka.

Numerickým vyřešením úlohy jsme dostali rozložení teplotního pole uvnitř stěny koutu, které je na obrázku 5.3. Z něho můžeme určit nejnižší vnitřní teplotu na povrchu koutu. Průběh teploty po ose symetrie od vnitřního koutu k vnějšímu je na obrázku 5.4. Nejnižší vnitřní povrchová teplota ve svislém koutu je $\theta_{si,MinNUM} = 13,934 \text{ }^\circ\text{C}$.



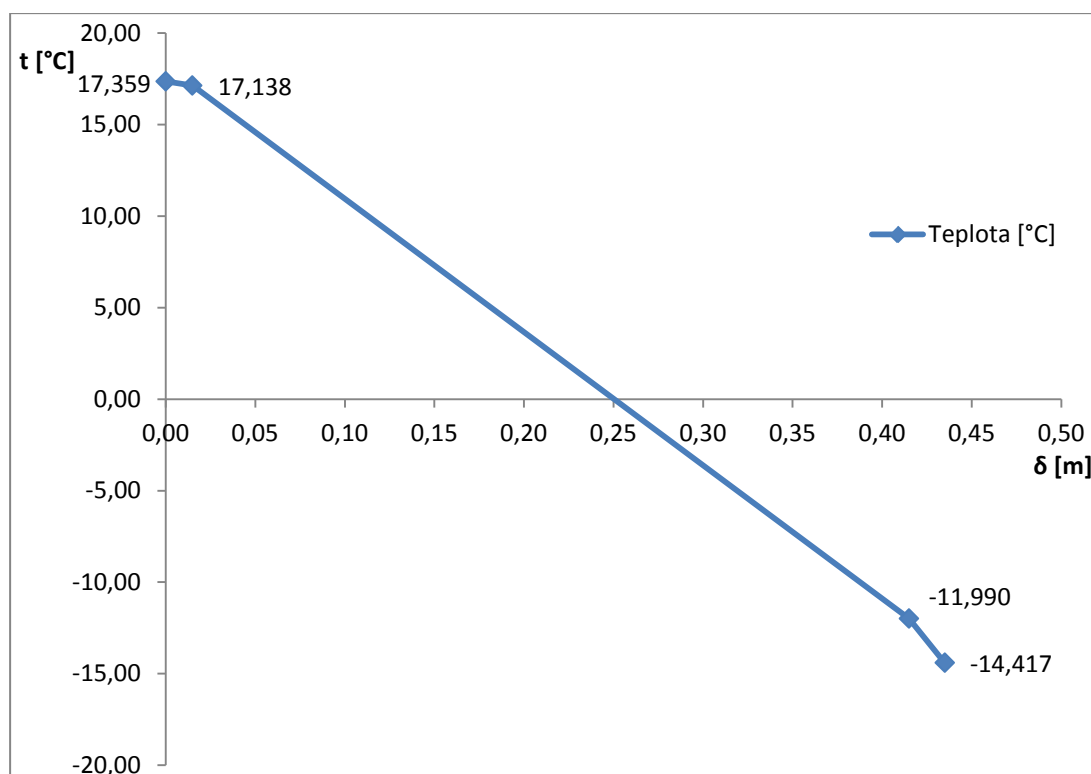
Obr. 5.3 Rozložení teplotního pole uvnitř stěny koutu



Obr. 5.4 Průběh teploty po ose symetrie od vnitřního koutu k vnějšímu

Porovnáním průběhu teploty po tloušťce stěny v nejvzdálenějším příčném řezu stěnou od osy symetrie s hodnotami řešení prostupu tepla přímou vícevrstvou stěnou ověříme správnost řešení.

Průběh teploty po tloušťce stěny v nejvzdálenějším místě geometrie od osy symetrie koutu je na obrázku 5.5. Teploty na rozhraní vrstev stěny v tomto krajním řezu a teploty ve stejných místech vypočtené na přímé stěně jsou pro porovnání uvedeny v tabulce 5.1. Je zřejmé, že výsledky jsou totožné a numerický model svíslého koutu je vytvořen správně.

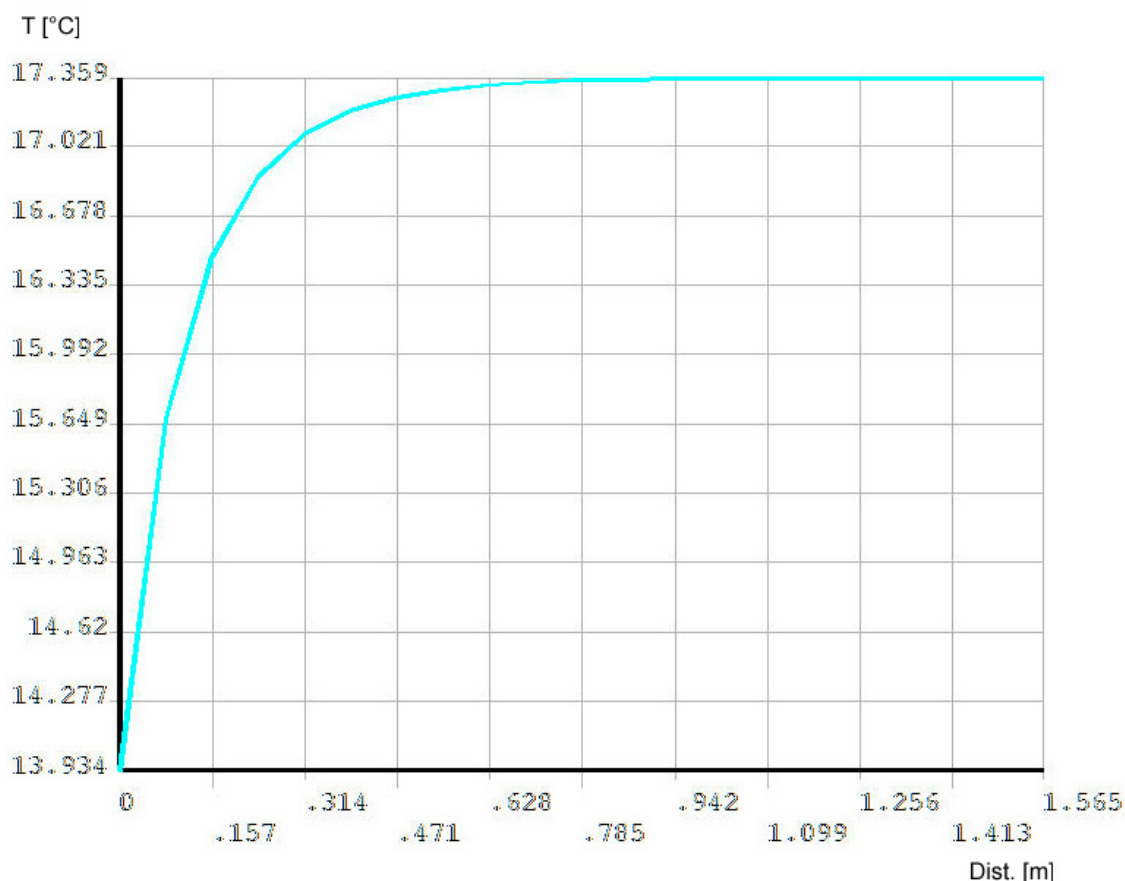


Obr. 5.5 Průběh teploty po tloušťce stěny na okraji geometrie

Tabulka 5.1 Porovnání teploty přímé stěny a koutu

Teplota	Jednotky	Rovinná stěna	Kout
Vnější povrch	[°C]	17,359	17,359
Rozhraní vnější omítka – zdivo	[°C]	17,138	17,138
Rozhraní vnitřní omítka - zdivo	[°C]	-11,990	-11,990
Vnitřní povrch	[°C]	-14,417	-14,417

Z numerického řešení dále můžeme sledovat průběh vnitřní povrchové teploty stěny v závislosti na vzdálenosti od koutu. Z této závislosti, vykreslené na obrázku 5.6, je možné usoudit, že modelovaná délka stěny je s technicky přijatelnou rozlišovací schopností postačující k modelování tepelného mostu v koutu.



Obr. 5.6 Průběh vnitřní povrchové teploty po délce stěny

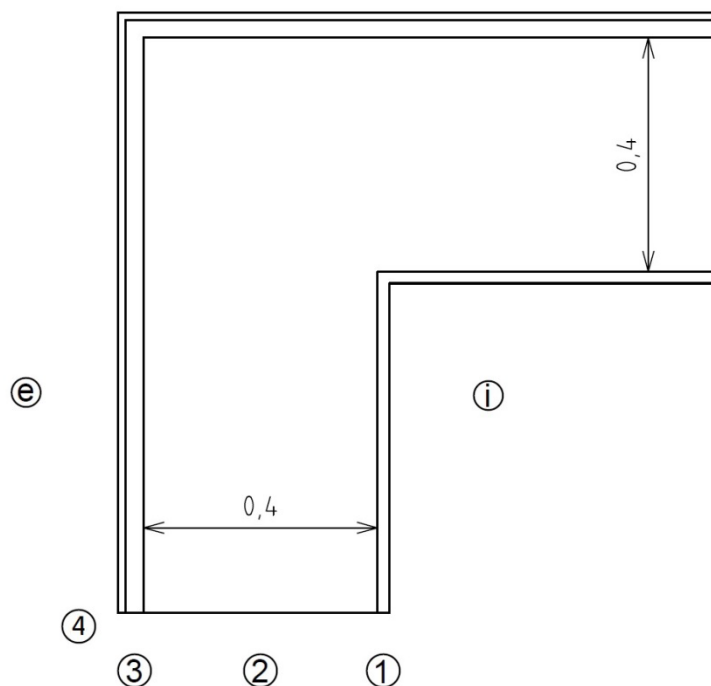
Vyhodnocení numerického řešení

Numerickým řešením byla stanovena nejnižší vnitřní povrchová teplota $\theta_{si,MinNUM} = 13,934$ °C. Při porovnání s požadovanou minimální teplotou na povrchu vnitřního svislého koutu $\theta_{si,N} = 13,57$ °C je patrné, že numericky určená teplota povrchu koutu je vyšší než minimální požadovaná hodnota. Jelikož rozdíl porovnávaných hodnot je v řádu desetin °C, nedává toto ověření absolutní jistotu, že nedojde ke kondenzaci par, vzniku plísní a dalším nepříznivým jevům.

Vzhledem k nepříznivým výsledkům analytického i numerického řešení úlohy je vhodné uvažovanou stěnu stavební konstrukce zesílit o vrstvu tepelné izolace na vnější straně, která zaručí vyšší povrchovou teplotu ve vnitřním svislém koutu. Návrhu tohoto opatření je věnována následující kapitola.

6 NUMERICKÉ ŘEŠENÍ SVISLÉHO SE ZATEPLENÍM NA VNĚJŠÍ STRANĚ

Návrh tepelné izolace byl zpracován pouze za pomoci numerického výpočtu. Pro zlepšení izolačních vlastností stavební konstrukce bylo navrženo přidání vrstvy polystyrenu s tepelnou vodivostí $\lambda = 0,039 \text{ W}/(\text{m.K})$ v několika základních tloušťkách, které se běžně používají ve stavebnictví. Úloha byla řešena pro zateplení polystyrenem tloušťky 5, 10 a 15 centimetrů.



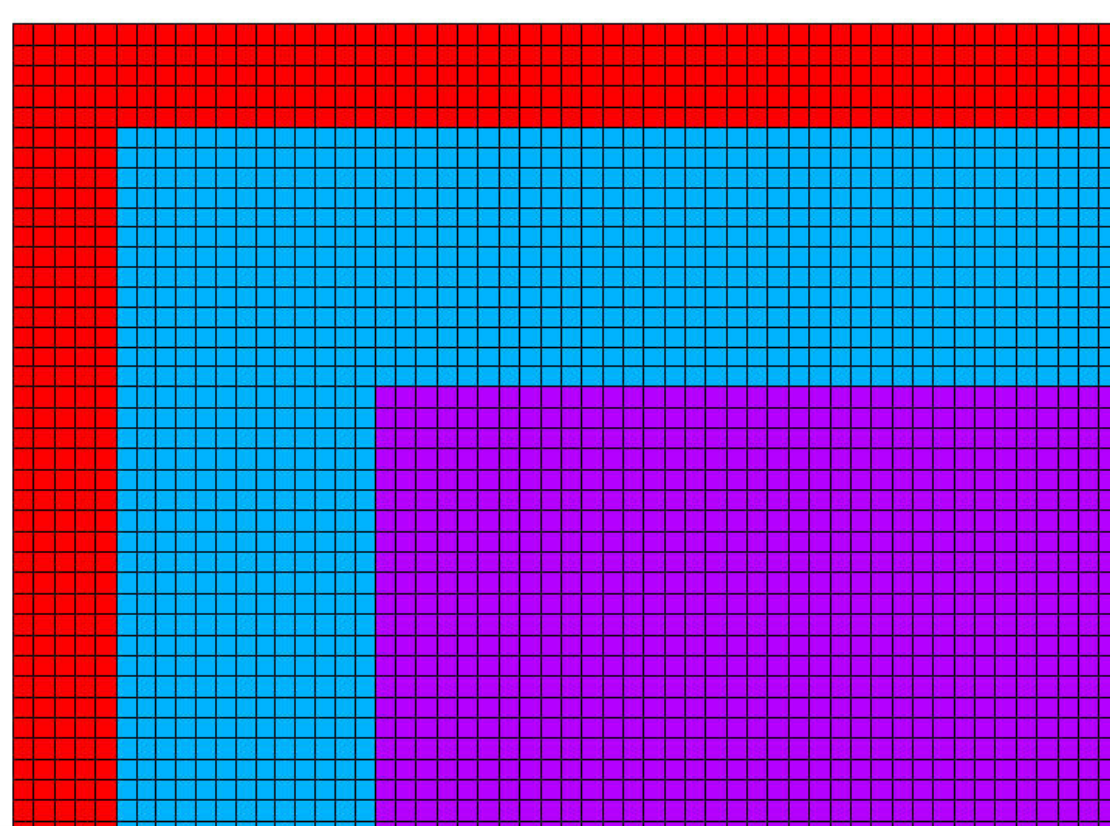
Obr. 6.1 Geometrie stěny s tepelnou izolací

Tabulka 6.1 Rozměry zadané geometrie

Vrstva	materiál	$\delta[\text{m}]$	λ [W/(m.K)]
1.	Omítka, VC	0,015	0,99
2.	Zdivo, plynosilikát	0,400	0,20
3.	Polystyren	0,05 0,10 0,15	0,039
	Omítka perlitová	0,020	0,12

Pro řešení byla použita geometrie vytvořená v předchozí úloze doplněná o vrstvu izolace mezi vnější omítkou a zdivem (obrázek 6.1). Rozměry zadané geometrie jsou v tabulce 6.1. Síť konečných prvků byla navržena tak, aby ve vrstvách vnějších omítek

bylo pět řad prvků stejně, jako tomu bylo při řešení svislého koutu bez zateplení. Výřez sítě konečných prvků v oblasti vnějšího koutu je na obrázku 6.2. Červeně je znázorněna vrstva vnější omítky, modře polystyrenová izolace a fialově zdivo. Dále byly zadány okrajové podmínky dle zadání v kapitole 3.1 a tabulky 6.1.



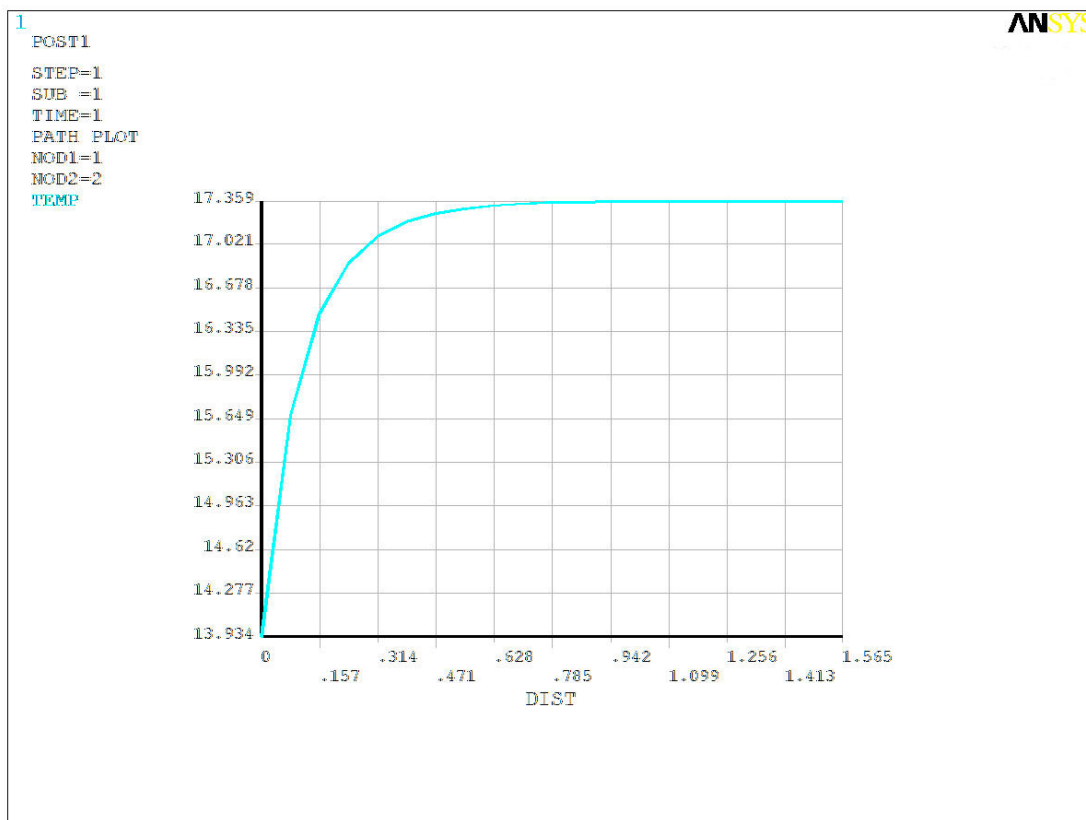
Obr. 6.2 Výřez sítě v oblasti vnějšího koutu

6.1 Výsledky teplot v koutě

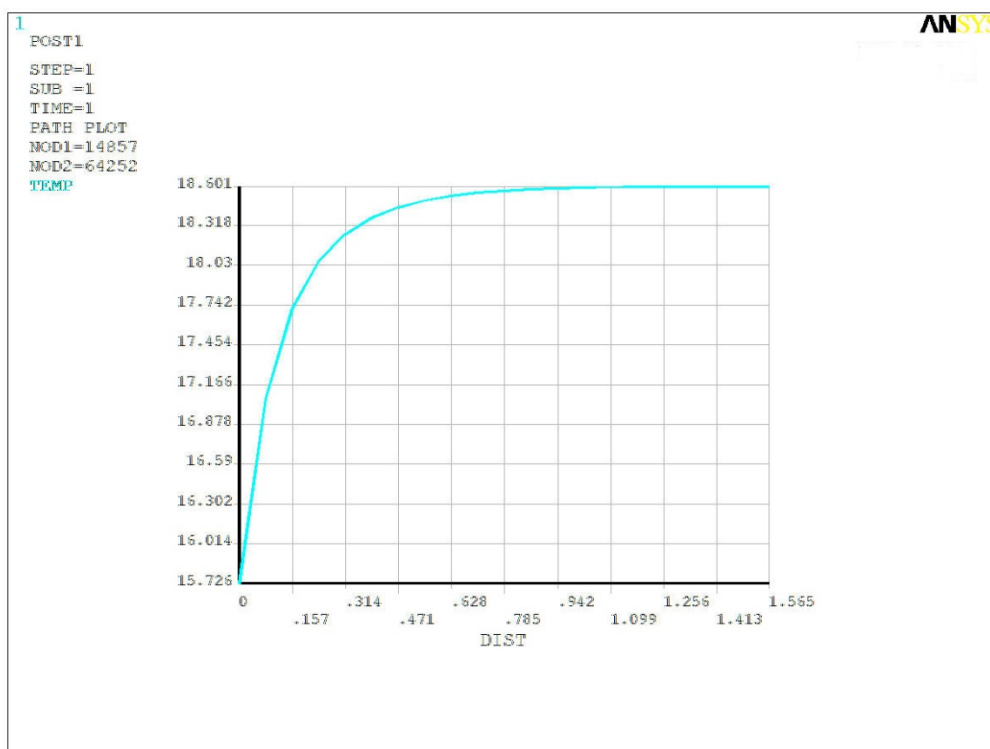
Numerickým řešením úlohy byly získány nejnižší vnitřní povrchové teploty svislého koutu pro jednotlivé tloušťky navrhované izolace. Průběhy teplot po vnitřní stěně koutu pro jednotlivé varianty tepelné izolace jsou vykresleny na obrázcích 6.3 – 6.6. Výsledky jsou shrnuty v tabulce 6.2. Rozložení teplotního pole v koutu s izolací je na obrázku 6.7. Na základě těchto výsledků můžeme stanovit závislost minimální vnitřní povrchové teploty svislého koutu na tloušťce tepelné izolace. Tato závislost je vykreslena na obrázku 6.8.

Tabulka 6.2 Přehled výsledků numerického řešení

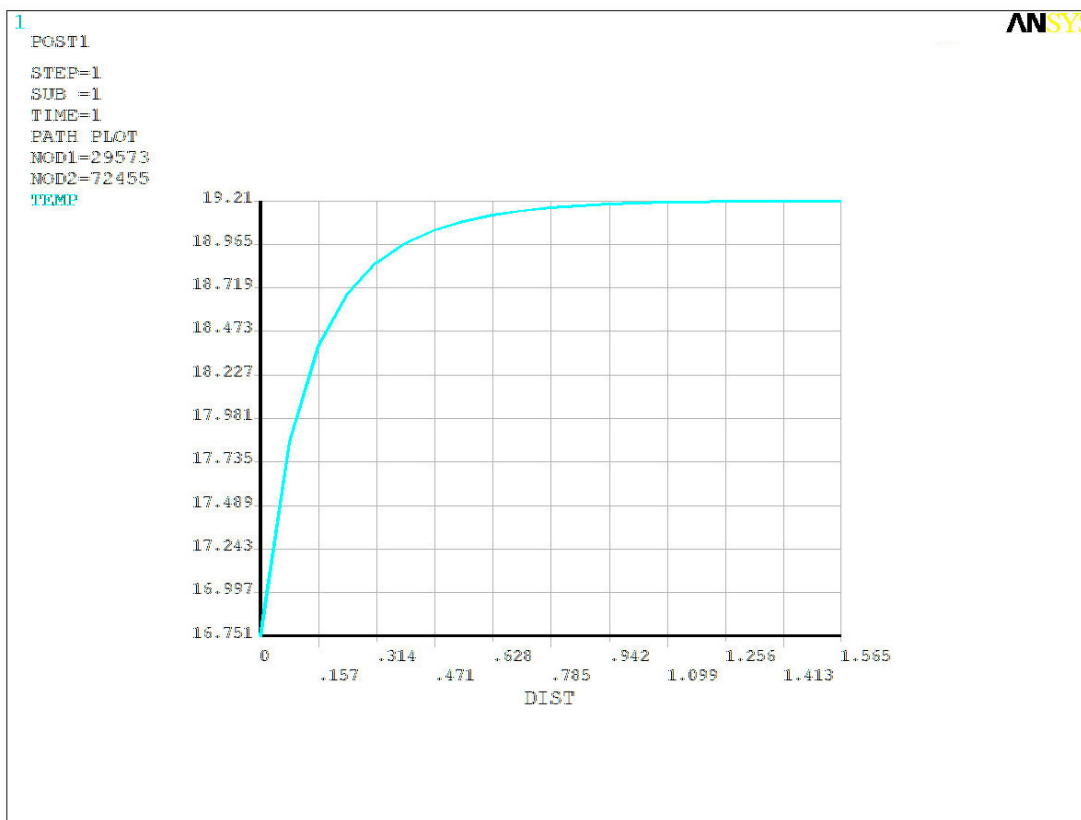
δ [cm]	t [°C]
0	13,934
5	15,726
10	16,751
15	17,421



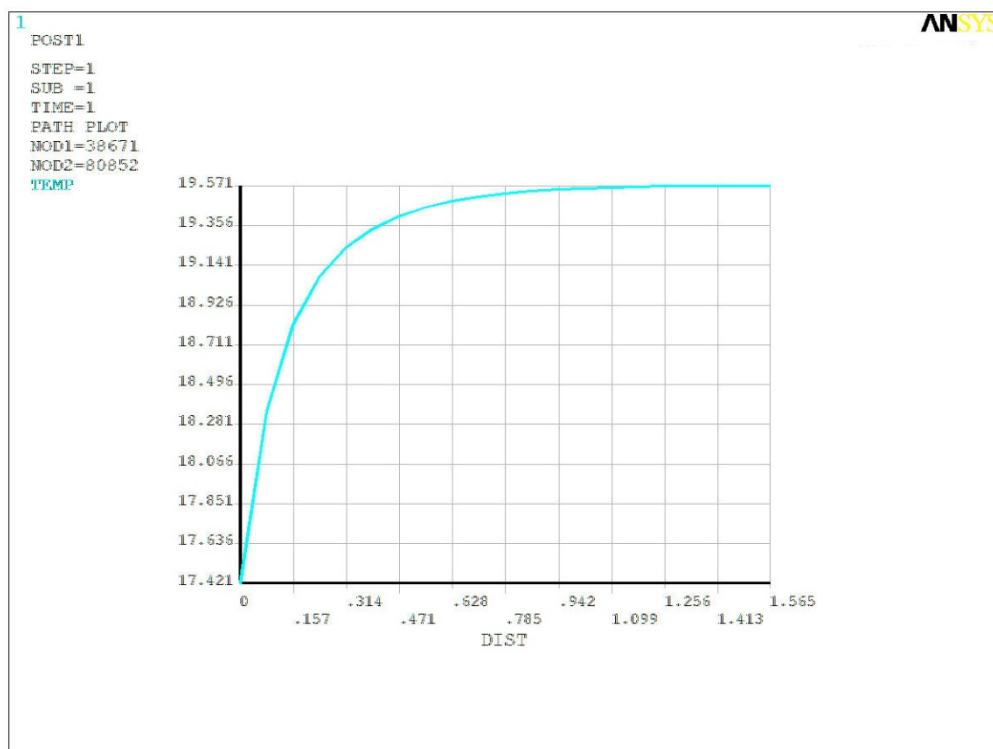
Obr. 6.3 Průběh teploty na vnitřní stěně koutu bez izolace



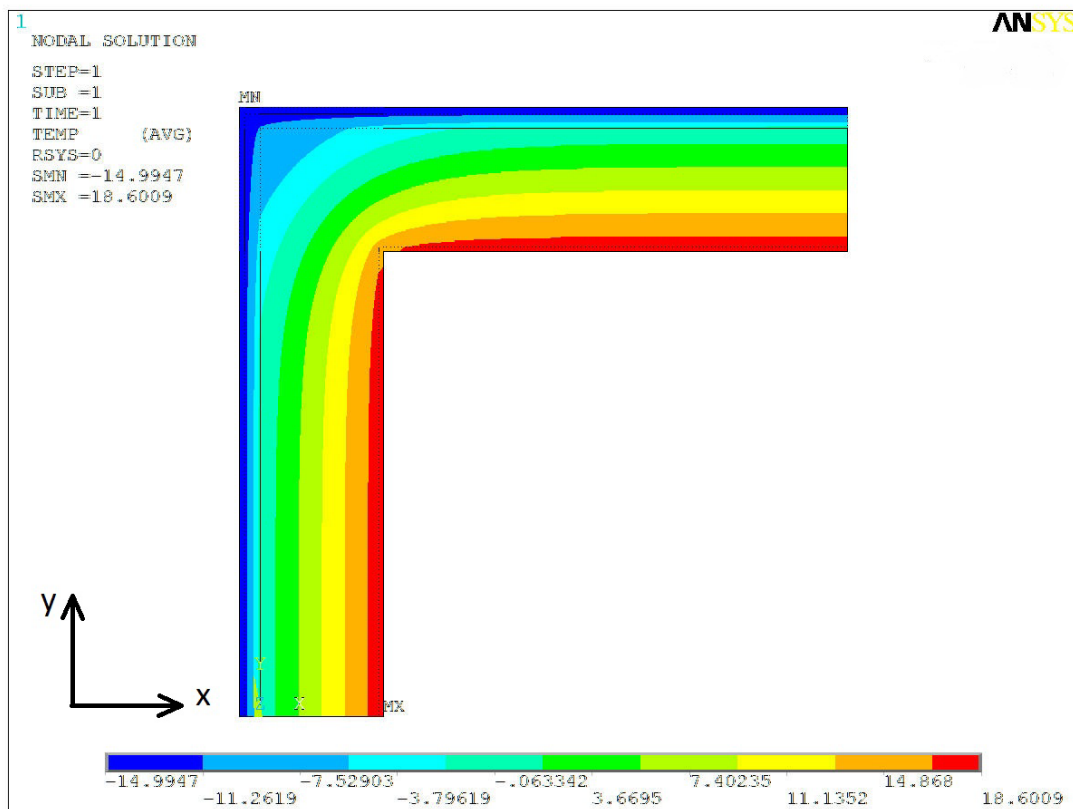
Obr. 6.4 Průběh teploty na vnitřní stěně koutu s izolací tloušťky 5 cm



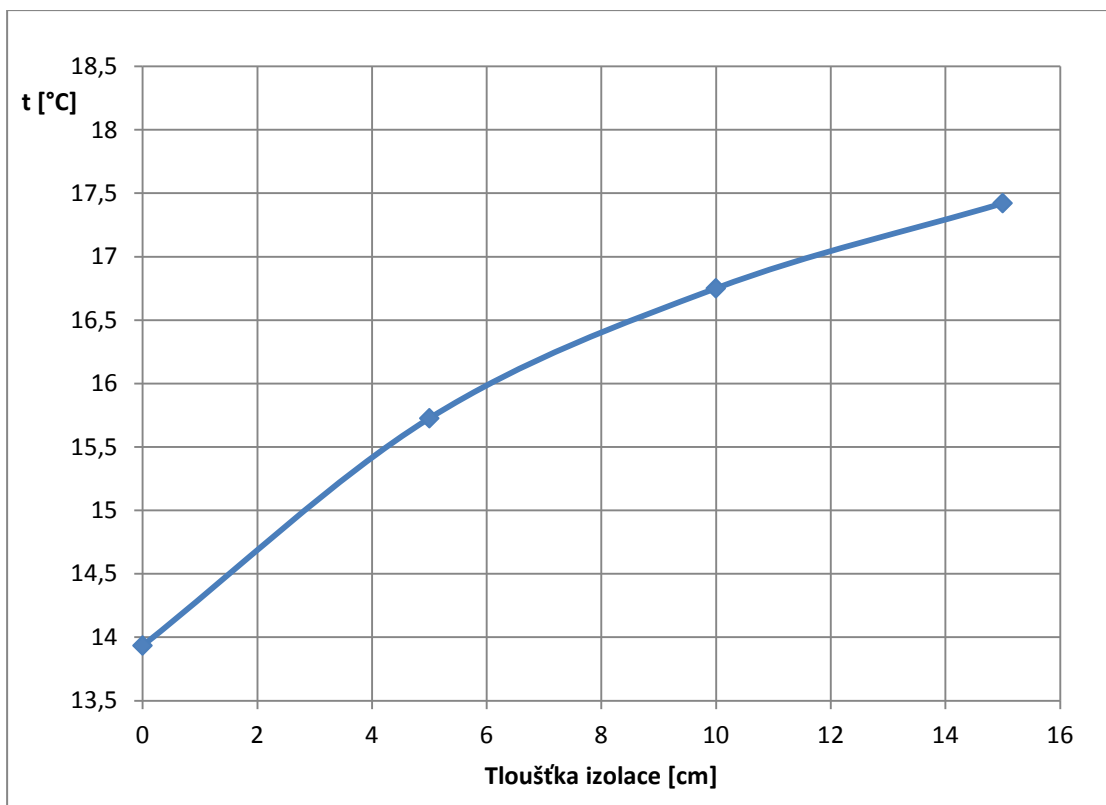
Obr. 6.5 Průběh teploty na vnitřní stěně koutu s izolací tloušťky 10 cm



Obr. 6.6 Průběh teploty na vnitřní stěně koutu s izolací tloušťky 15 cm



Obr. 6.7 Teplotní pole koutu s izolací tloušťky 5 cm



Obr. 6.8 Závislost minimální vnitřní povrchové teploty koutu na tloušťce izolace

Vyhodnocení výsledků numerického řešení

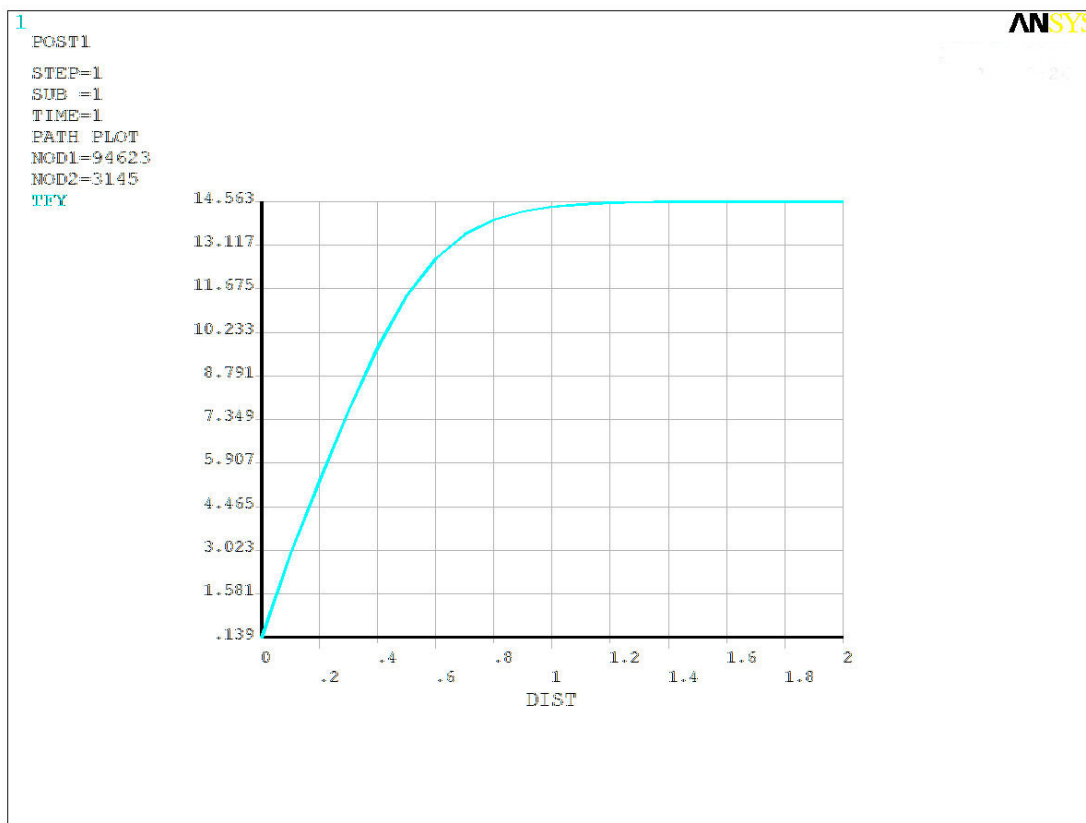
Numerickým řešením byly stanoveny nejnižší vnitřní povrchové teploty. Pro izolaci o tloušťce 5 cm je minimální povrchová teplota $\theta_{si,Min5CM} = 15,726$ °C, pro tloušťku 10 cm je povrchová teplota $\theta_{si,Min10CM} = 16,751$ °C. Použijeme-li izolaci o šířce 15 cm, bude povrchová teplota koutu $\theta_{si,Min15CM} = 17,421$ °C. Při porovnání s požadovanou minimální teplotou na povrchu vnitřního svislého koutu $\theta_{si, N} = 13,57$ °C je patrné, že pro všechny navrhované tloušťky je tato podmínka splněna. Numericky určená minimální povrchová teplota je vyšší než minimální požadovaná teplota v řádu několika °C. To nám dává záruku, že nedojde ke kondenzaci vodních par, tvorbě plísni a dalším nepříznivým jevům.

6.2 Vyhodnocení výsledků hustoty tepelného toku

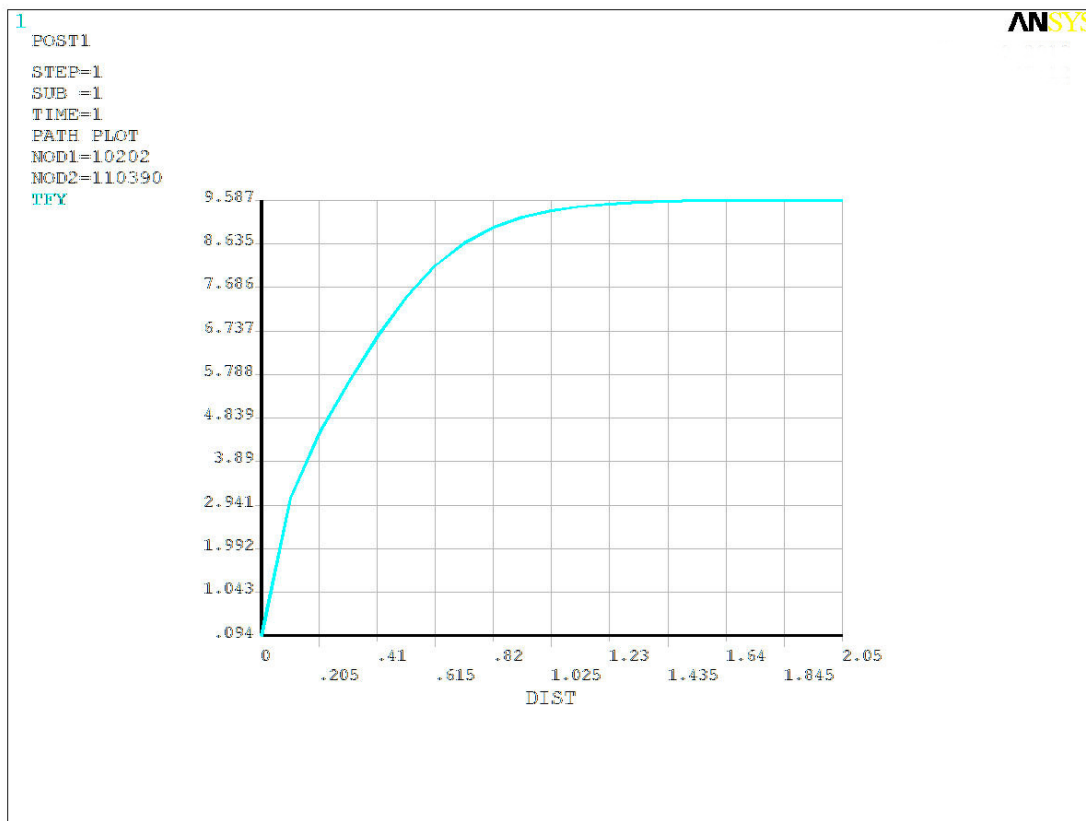
Pro vyhodnocení množství tepla, které projde stěnou, byla vykreslena hustota tepelného toku ve směru osy y pro všechny čtyři varianty tloušťky stěny. Její integrací podél povrchu stěny bylo zjištěno množství tepla, které prochází modelovanou stěnou. Hustoty tepelných toků jsou na obrázcích 6.9 – 6.12. Zjištěný celkový tepelný tok procházející stěnou ve směru osy y je pro jednotlivé tloušťky stěny v tabulce 6.3. Závislost množství tepla prošlého ve směru osy y na tloušťce izolace je uvedena na obrázku 6.13. Z této závislosti je zřejmé, že množství tepla prošlého ve směru osy y činí ve variantě s izolací 15 cm přibližně 42 % tepla v případě bez izolace.

Tabulka 6.3 Celkový tepelný tok procházející stěnou ve směru osy y

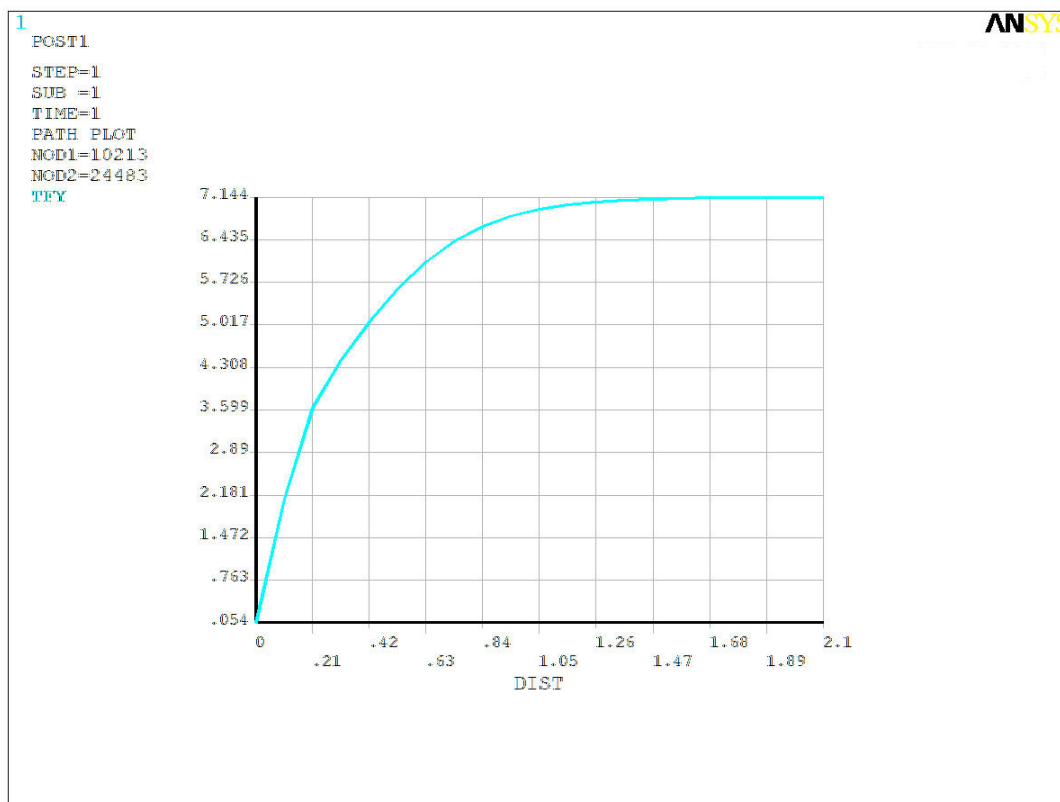
δ [cm]	\dot{Q} [W]	\dot{Q}/\dot{Q}_0 [%]
0	24,407	100
5	16,655	68,24
10	12,741	52,20
15	10,361	42,45



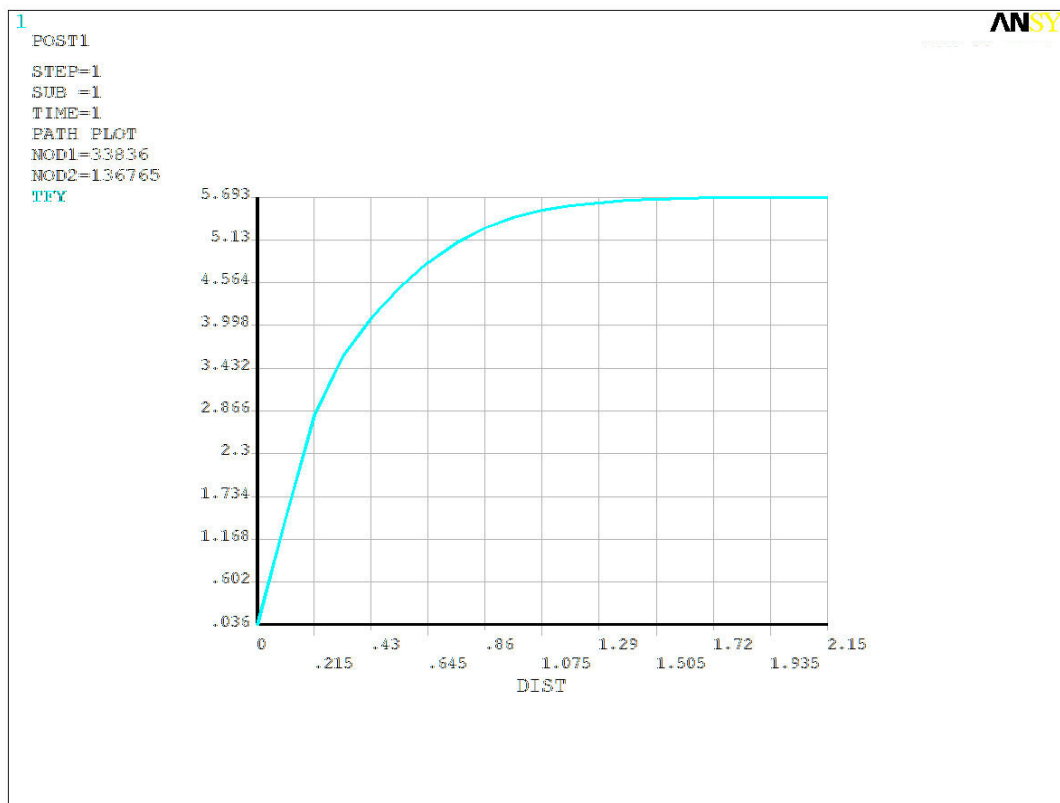
Obr. 6.9 Hustota tepelného toku v případě bez izolace



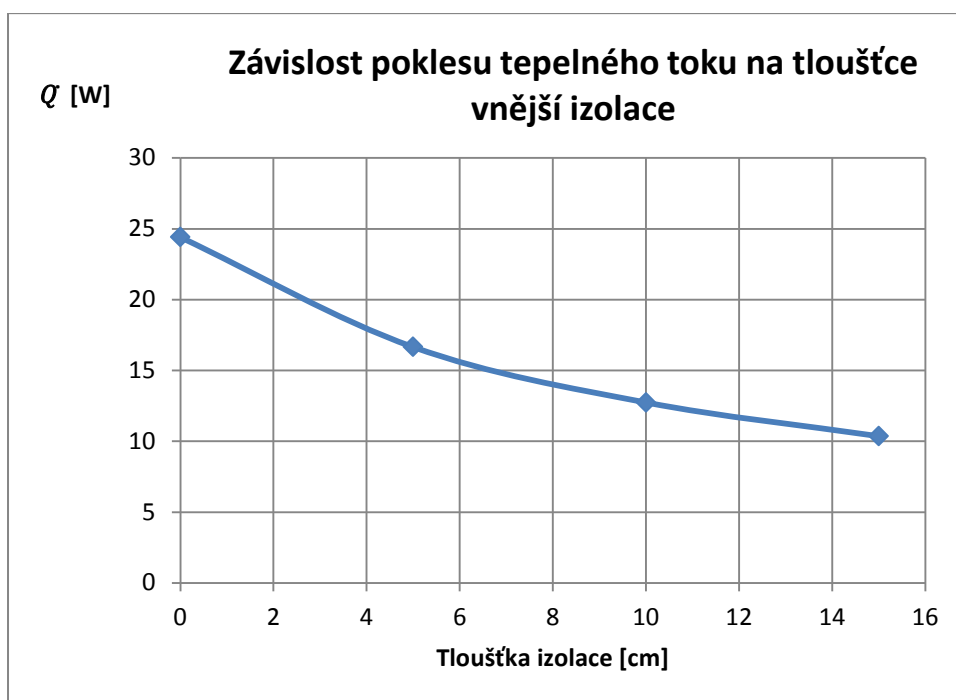
Obr. 6.10 Hustota tepelného toku s použitím izolace 5 cm



Obr. 6.11 Hustota tepelného toku s použitím izolace 10 cm



Obr. 6.12 Hustota tepelného toku s použitím izolace 15 cm



Obr. 6.13 Závislost poklesu tepelného toku na tloušťce vnější izolace

ZÁVĚR

V úvodu této práce je stručně popsán vývoj a podstata metody konečných prvků. Dále jsou zde uvedeny základní principy a vztahy z oblasti přenosu tepla vedením a vysvětlena základní podstata problematiky tepelných mostů u stavebních konstrukcí.

Praktická část této práce se zabývá řešením zadané úlohy, tj. vedením tepla ve svislém koutu dvou obvodových stavebních konstrukcí. Úloha je řešena analyticky a numericky programem Ansys. Analytické řešení lze určit pomocí obecných vztahů a bylo převzato z odborné literatury [12], která se této problematice věnuje.

Nejdříve byla numericky řešena úloha vedení tepla rovinnou vícevrstvou stěnou se stejnými parametry a okrajovými podmínkami jako úloha vedení tepla v koutu. Vnitřní povrchová teplota stěny je 17,359 °C, teplota na rozhraní vnitřní omítky a zdiva je 17,138 °C, teplota na rozhraní zdiva a vnější omítky je -11,990 °C a teplota na vnějším povrchu stěny je -14,417 °C. O správnosti těchto výsledků jsme se přesvědčili analytickým řešením, jehož výsledky jsou shodné s numerickým řešením.

V dalším kroku byla řešena úloha vedení tepla v koutu při zadaných okrajových podmínkách. Důsledkem změny směru tepelného toku v místě koutu proti tepelnému toku v rovinné vícevrstvé stěně je povrchová teplota na vnitřní straně koutu nižší než u přímé stěny a může dokonce klesnout pod teplotu rosného bodu. To má za následek kondenzaci vodních par a další nepříznivé jevy na povrchu stěny. Aby tento stav nenastal, stanovuje se při návrhu stavební konstrukce požadovaná nejnižší vnitřní povrchová teplota $\theta_{si,N}$. Pro zadanou konstrukci byla stanovena teplota $\theta_{si,N} = 13,57$ °C.

Numerickým řešením byla určena nejnižší vnitřní povrchová teplota ve svislém koutu $\theta_{si,MinNUM} = 13,934$ °C. Z analytického řešení byla vypočtena vnitřní povrchová teplota $\theta_{si,Min} = 13,22$ °C. Při porovnání výsledků s požadovanou vnitřní povrchovou teplotou je patrné, že analytické řešení nespĺňuje požadavek na minimální přípustnou povrchovou teplotu. Numerické řešení tento požadavek sice splňuje, ale jelikož se teploty liší v řádu desetin °C, nemůžeme s jistotou zaručit, že nedojde ke kondenzaci par na povrchu stěny. K zajištění splnění požadavku na nejnižší vnitřní povrchovou teplotu bylo navrženo přidání vrstvy tepelné izolace mezi vnější omítku a zdivo.

Numerickým řešením byla vyhodnocena vnitřní povrchová teplota v koutu při doplnění stěny o vrstvu izolace tloušťky 5, 10 a 15 centimetrů. Pro izolaci o tloušťce 5 cm je minimální povrchová teplota $\theta_{si,Min5CM} = 15,726$ °C, pro tloušťku 10 cm je povrchová teplota $\theta_{si,Min10CM} = 16,751$ °C. Použijeme-li izolaci o šířce 15 cm, bude povrchová teplota koutu $\theta_{si,Min15CM} = 17,421$ °C. Při porovnání s požadovanou minimální teplotou na povrchu vnitřního svislého koutu $\theta_{si,N} = 13,57$ °C je patrné, že pro všechny navrhované tloušťky izolace je tato podmínka splněna. Numericky určená minimální povrchová teplota je vyšší než minimální požadovaná teplota v řádu několika °C. To nám dává záruku, že nedojde ke kondenzaci vodních par, tvorbě plísni a dalším nepříznivým jevům.

Přidání vrstvy izolace se projeví nárůstem vnitřní povrchové teploty. Ještě výrazněji se však vliv tepelné izolace projeví změnou hustoty tepelného toku. Z grafu hustoty tepelného toku byl integrací určen tepelný tok, který projde stěnou při použití jednotlivých variant tepelné izolace. Porovnáním s tepelným tokem procházejícím koutem bez izolace bylo zjištěno, že při použití izolace tloušťky 5 cm klesne velikost tepelného toku přibližně o 32 % původní hodnoty. Při obložení koutu izolací tloušťky 10 cm bude tepelný tok nižší o 48 %. Použitím tepelné izolace tloušťky 15 cm je možné snížit tepelný tok o 57%.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] Stavební konstrukce – vedení tepla, tepelný odpor a součinitel tepelné vodivosti. Tepelné izolace [online]. 25.4.2013 [cit. 2013-05-22]. Dostupné z: <http://www.tepelna-izolace.cz/stavebni-konstrukce-vedeni-tepla-tepelny-odpor-a-soucinitel-tepelne-vodivosti.html>
- [2] Srovnání cenových trendů energetických komodit. GAVOR, Jiří. *Tepelné zařízení budov* [online]. 13.5.2013 [cit. 2013-05-22]. Dostupné z: <http://energetika.tzb-info.cz/9895-srovnani-cenovy-ch-trendu-energeticky-ch-komodit>
- [3] TRNKA, Ludvík. *Seminář Pasivní dům* [online]. ZO ČSOP Veronica, 2006 [cit. 2013-05-22]. Dostupné z: http://www.veronica.cz/dokumenty/seminar_pasivni_dum.pdf
- [4] Tepelné zařízení budov. ŠUBRT, Roman. *Tepelné mosty ve stavebních konstrukcích* [online]. 4.12.2012 [cit. 2013-05-22]. Dostupné z: <http://www.tzb-info.cz/2526-tepelne-mosty-ve-stavebnich-konstrukcich>
- [5] BROŽOVSKÝ, Jiří a Petr KONEČNÝ. *Metoda konečných prvků ve stavební mechanice*. Plzeň, 2012. Dostupné z: http://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/metoda_konecných_prvku_stavebni_mechanika_interaktivne.pdf
- [6] MOŠOVÁ, Vratislava. *Numerické metody*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 2003, 147 s. Skripta (Univerzita Palackého). ISBN 80-244-0620-9. Dostupné z: <http://physics.ujep.cz/~jskvor/NME/DalsiSkripta/numerickemetody.pdf>
- [7] PAVELEK, Milan. *Termomechanika*. Vyd. 3. přeprac. / . Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2003, 284 s. Učební texty vysokých škol (Vysoké učení technické v Brně). ISBN 80-214-2409-5.
- [8] ŠTĚTINA, Josef. *Přenos tepla vedením*. [online]. Přednáška. FSI VUT v Brně, [cit. 2013-05-22]. Dostupné z: <http://studyenergyweb.fme.vutbr.cz/elearning/file.php/90/10/TT-JS2012-13Z-24-FLASH.pdf>
- [9] ŠTĚTINA, Josef. *Základy přenosu tepla*. [online]. Přednáška. FSI VUT v Brně, [cit. 2013-05-22]. Dostupné z: <http://studyenergyweb.fme.vutbr.cz/elearning/file.php/90/10/TT-JS2012-13Z-23-FLASH.pdf>
- [10] ŠTĚTINA, Josef. *Přenos tepla konvekcí*. [online]. Přednáška. FSI VUT v Brně, [cit. 2013-05-22]. Dostupné z: <http://studyenergyweb.fme.vutbr.cz/elearning/file.php/90/11/TT-JS2012-13Z-25-FLASH.pdf>
- [11] ŠTĚTINA, Josef. *Prostup tepla*. [online]. Přednáška. FSI VUT v Brně, [cit. 2013-05-22]. Dostupné z: <http://studyenergyweb.fme.vutbr.cz/elearning/file.php/90/12/TT-JS2012-13Z-26-FLASH.pdf>
- [12] VAVERKA, Jiří. *Stavební tepelná technika a energetika budov*. Vyd. 1. Brno: VUTIUM, 2006, 648 s. ISBN 80-214-2910-0.
- [13] PETRUŠKA, Jindřich. *Počítačové metody mechaniky II: Metoda konečných prvků*. [online]. [cit. 2013-05-22]. Dostupné z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/img/fckeditor/file/opory/PocitacoveMetodyII/PocitacovaMechanikaII.pdf>
- [14] MADENCI, Erdogan a Ibrahim GUVEN. *The finite element method and applications in engineering using ANSYS*. New York: Springer, 2006, xv, 686 s. ISBN 03-872-8289-0.

- [15] TOMÁNEK, Jiř. *Zpracování přehledu MKP aplikací na bázi open source* [online]. Brno, 2010 [cit. 2013-05-22]. Dostupné z:
https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=27266.
Bakalářská práce. VUT Brno. Vedoucí práce Ing. Tomáš Návrat, PhD.
- [16] ZIENKIEWICZ, O. *The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics*. 1st Ed. New York: McGraw-Hill, 1968, 274 s.
- [17] PETRUŠKA, Jindřich. MKP v inženýrských výpočtech. *MKP v inženýrských výpočtech* [online]. [cit. 2013-05-23]. Dostupné z:
<http://www.umt.fme.vutbr.cz/img/fckeditor/file/opory/RIV/MKP2011.pdf>

SEZNAM POUŽITÝCH VELIČIN

Symbol	Jednotka	Veličina
a	$[\text{m}^2 \text{s}^{-1}]$	Teplotová vodivost
c	$[\text{J} \cdot \text{K} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}]$	Měrná tepelná kapacita
\dot{q}_w	$[\text{W} \cdot \text{m}^{-2}]$	Hustota tepelného toku stěnou
\dot{q}	$[\text{W} \cdot \text{m}^{-2}]$	Hustota tepelného toku
\dot{Q}	$[\text{W}]$	Tepelný tok
Q^*	$[\text{W}/\text{m}^3]$	Tepelná energie generovaná v objemu elementu, tzv. vnitřní zdroj
R_{si}, R_{se}	$[\text{K} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{W}^{-1}]$	Odpor při přestupu tepla na vnitřní a vnější straně
R_α	$[\text{K} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{W}^{-1}]$	Tepelný odpor při konvekci
R_λ	$[\text{K}/\text{W}]$	Odpor vedení tepla
S	$[\text{m}^2]$	Plocha
t_1, t_2, t_3, t_4	$[\text{K}]$	Teplota na povrchu jednotlivých vrstev stěny dle obrázku
t_e	$[\text{°C}]$	Vnější teplota vzduchu
t_i	$[\text{°C}]$	Vnitřní teplota vzduchu
T	$[\text{K}]$	Teplota
T_C	$[\text{K}]$	Teplota vzduchu v dostatečné vzdálenosti od povrchu na chladnější straně
T_H	$[\text{K}]$	Teplota vzduchu v dostatečné vzdálenosti od povrchu na teplejší straně
T_w	$[\text{K}]$	Teplota povrchu
T_∞	$[\text{K}]$	Teplota tekutiny v dostatečné vzdálenosti od povrchu
u	$[\text{W} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-1}]$	Součinitel prostupu tepla rovinnou stěnou
α	$[\text{W} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-1}]$	Součinitel přestupu tepla
α_e	$[\text{W} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-1}]$	Součinitel přestupu tepla na vnější straně stěny
α_i	$[\text{W} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-1}]$	Součinitel přestupu tepla na vnitřní straně stěny
δ	$[\text{m}]$	Vzdálenost, tloušťka vrstvy stěny
$\Delta\theta_{Ai}$	$[\text{°C}]$	Přirážka na vyrovnání rozdílu mezi teplotou vnitřního vzduchu a průměrnou teplotou okolních ploch
$\Delta\theta_{Si}$	$[\text{°C}]$	Bezpečnostní teplotní přirážka
θ_{Ai}	$[\text{°C}]$	Návrhová teplota vnitřního vzduchu
θ_e	$[\text{°C}]$	Návrhová teplota venkovního vzduchu
θ_i	$[\text{°C}]$	Návrhová vnitřní teplota vzduchu
θ_{si}	$[\text{°C}]$	Vnitřní povrchová teplota
$\theta_{si,CR}$	$[\text{°C}]$	Kritická vnitřní povrchová teplota
$\theta_{si,N}$	$[\text{°C}]$	Požadovaná hodnota nejnižší vnitřní povrchové teploty

$\theta_{si,Min}$	[°C]	Nejnižší vnitřní povrchová teplota
$\theta_{si,Min10CM}$	[°C]	Nejnižší vnitřní povrchová teplota ve svislém koutu určená numericky s vrstvou izolace 10 cm
$\theta_{si,Min15CM}$	[°C]	Nejnižší vnitřní povrchová teplota ve svislém koutu určená numericky s vrstvou izolace 15 cm
$\theta_{si,Min5CM}$	[°C]	Nejnižší vnitřní povrchová teplota ve svislém koutu určená numericky s vrstvou izolace 5 cm
$\theta_{si,MinNUM}$	[°C]	Nejnižší vnitřní povrchová teplota ve svislém koutu určená numericky
$\theta_{si,N}$	[°C]	Požadovaná nejnižší vnitřní teplota
λ	[W.m ⁻¹ .K ⁻¹]	Součinitel tepelné vodivosti
ν	[m ² .s ⁻¹]	Kinematická viskozita
ξ_{RsiK}	[-]	Poměrný teplotní rozdíl vnitřního povrchu v koutě mezi vnějšími konstrukcemi
ρ	[Kg/m ³]	Měrná hmotnost (Hustota)
ϕ_i	[%]	Návrhová relativní vlhkost vzduchu

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1.1 Schéma rovinné stěny [7, s. 210]	12
Obr. 1.2 Schéma rovinné vícevrstvé stěny [7, s. 223].....	14
Obr. 1.3 Charakteristické teplotní mezní vrstvy [9].....	16
Obr. 1.4 Schéma prostupu tepla ve výměníku [11].....	18
Obr. 1.5 Znárodnění průběhu izoterm tepelných toků v koutě homogenní obvodové stěny [12, s. 258].....	20
Obr. 1.6 Znárodnění průběhu izoterm tepelných toků ve vnějším koutě, tvořeném vnější a vnitřní stěnou [12, s. 258]	20
Obr. 2.1 Konečné prvky a uzly [12, s. 3]	21
Obr. 3.1 Schéma svislého koutu dvou obvodových konstrukcí [12, s. 264]	26
Obr. 4.1 Schéma přímé vícevrstvé stěny.....	28
Obr. 4.2 Prvek Plane 55	30
Obr. 4.3 Prvek Plane 77	30
Obr. 4.4 Síť konečných prvků přímé vícevrstvé stěny.....	31
Obr. 4.5 Barevné znárodnění rozložení teploty po tloušťce stěny	32
Obr. 4.6 Průběh teploty po tloušťce stěny.....	33
Obr. 4.7 Hustota tepelného toku přímou vícevrstvou stěnou.....	33
Obr. 4.8 Teplotní gradient.....	34
Obr. 5.1 Síť konečných prvků v oblasti koutu	35
Obr. 5.2 Závislost teploty v koutě na počtu řad prvků.....	36
Obr. 5.3 Rozložení teplotního pole uvnitř stěny koutu	38
Obr. 5.4 Průběh teploty po ose symetrie od vnitřního koutu k vnějšímu.....	39
Obr. 5.5 Průběh teploty po tloušťce stěny na okraji geometrie.....	40
Obr. 5.6 Průběh vnitřní povrchové teploty po délce stěny.....	41
Obr. 6.1 Geometrie stěny s tepelnou izolací	42
Obr. 6.2 Výřez sítě v oblasti vnějšího koutu	43
Obr. 6.3 Průběh teploty na vnitřní stěně koutu bez izolace.....	44
Obr. 6.4 Průběh teploty na vnitřní stěně koutu s izolací tloušťky 5 cm.....	44
Obr. 6.5 Průběh teploty na vnitřní stěně koutu s izolací tloušťky 10 cm.....	45
Obr. 6.6 Průběh teploty na vnitřní stěně koutu s izolací tloušťky 15 cm.....	45
Obr. 6.7 Teplotní pole koutu s izolací tloušťky 5 cm	46
Obr. 6.8 Závislost minimální vnitřní povrchové teploty koutu na tloušťce izolace.....	46
Obr. 6.9 Hustota tepelného toku v případě bez izolace.....	48

Obr. 6.10 Hustota tepelného toku s použitím izolace 5 cm	48
Obr. 6.11 Hustota tepelného toku s použitím izolace 10 cm	49
Obr. 6.12 Hustota tepelného toku s použitím izolace 15 cm	49
Obr. 6.13 Závislost poklesu tepelného toku na tloušťce vnější izolace.....	50

SEZNAM PŘÍLOH

CD-ROM

- obsahuje elektronickou verzi bakalářské práce ve formátu *.pdf