



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

VYUŽITÍ METODY DIC PŘI ŘEŠENÍ ZÁKLADNÍCH ÚLOH MECHANIKY TĚLES

USE OF THE DIC METHOD IN SOLVING BASIC PROBLEMS OF SOLID MECHANICS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Vlastimil Hrůza

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Bořek Ščerba

BRNO 2022

Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student: **Vlastimil Hruža**
Studijní program: Strojírenství
Studijní obor: Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce: **Ing. Bořek Ščerba**
Akademický rok: 2021/22

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Využití metody DIC při řešení základních úloh mechaniky těles

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Práce bude zaměřena na využití metody digitální korelace obrazu (DIC) při řešení úloh mechaniky těles, které jsou náplní kurzů Pružnost a pevnost a Dynamika. Student srovná výsledky analytického výpočtu a/nebo výpočtu provedeného pomocí metody konečných prvků s experimentálním řešením dané úlohy, která bude měřena opticky a deformace budou vyhodnoceny pomocí metody DIC.

Cíle bakalářské práce:

- 1) Rešerše optických metod používaných pro měření deformací s dominantním zaměřením na metodu digitální korelace obrazu (DIC)
- 2) Rešerše týkající se aplikací, pro které se využívá metoda DIC
- 3) Návrh a realizace experimentu
- 4) Srovnání výsledků získaných experimentálním a výpočtovým modelováním

Seznam doporučené literatury:

SUTTON, Michael A., ORTEU, Jean-José a SCHREIER, Hubert W.: Image correlation for shape, motion and deformation measurements: basic concepts, theory and applications. New York: Springer, 2009, xx, 312 s. : foto, tab., grafy, il., výpočty. ISBN 978-0-387-78746-6.

ZHAO, Jianlong, SANG, Yong a DUAN, Fuhai: The state of the art of two-dimensional digital image correlation computational method. Engineering reports (Hoboken, N.J.) [online]. Wiley, 2019, 1(2) [cit. 2021-10-21]. ISSN 2577-8196. Dostupné z: doi:10.1002/eng2.12038

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2021/22

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá řešením základních úloh mechaniky těles pomocí digitální korelace obrazu. V rešeršní části práce jsou představeny některé optické metody používané pro měření deformací, zejména digitální korelace obrazu, jejíž historie, principy, omezení a využití jsou podrobně popsány. V praktické části práce jsou provedeny tři experimenty, které jsou poté vyhodnoceny pomocí digitální korelace obrazu a výsledky jsou porovnány s vytvořenými výpočtovými modely. V prvním experimentu je měřeno přetvoření u tahové zkoušky vzorků s vruby, druhý experiment je orientován na měření přetvoření při ohybu zakřivených prutů a v posledním experimentu je určována vlastní frekvence vidlice vyrobené pomocí 3D tisku.

Klíčová slova

digitální korelace obrazu, DIC, optické měření, bezkontaktní měření, nedestruktivní měření, měření deformací, měření přetvoření

Abstract

This bachelor's thesis deals with the solution of basic problems of solid mechanics using digital image correlation. The research part of the thesis presents some of the optical methods used for deformation measurement, digital image correlation in particular, whose history, principles, limitations and utilizations are described in detail. In the practical part of the theses, three experiments are carried out, which are then evaluated using digital image correlation and the results are compared with the created computational models. In the first experiment, strain on the tensile test specimens with notches is measured, the second experiment is focused on measuring strain when bending curved beams and in the final experiment, natural frequency of a fork produced by 3D printing is determined.

Keywords

digital image correlation, DIC, optical measurement, noncontact measurement, nondestructive measurement, deformation measurement, strain measurement

Bibliografická citace

HRŮZA, Vlastimil. *Využití metody DIC při řešení základních úloh mechaniky těles*. Brno, 2022. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/140048>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Bořek Ščerba.

Čestné prohlášení o původnosti práce

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma *Využití metody DIC při řešení základních úloh mechaniky těles* vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a zdrojů uvedených v této práci.

17. května 2022

.....
Vlastimil Hrůza

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkovat vedoucímu mé bakalářské práce Ing. Bořku Ščerbovi za ochotu, vstřícný přístup při konzultacích a také za cenné rady, díky kterým mohla tato práce vzniknout. Dále bych chtěl poděkovat doc. Ing. Tomáši Návratovi, Ph.D. za pomoc s experimenty.

Obsah

1 Úvod.....	13
2 Teoretická část	14
2.1 Fotoelasticimetrie.....	14
2.1.1 Polarizace světla	14
2.1.2 Dočasný dvojlom	15
2.1.3 Rovinná fotoelasticimetrie	15
2.2 Holografická interferometrie	17
2.2.1 Holografie	17
2.2.2 Metody holografické interferometrie	18
2.3 Speckle interferometrie.....	19
2.3.1 Korelační speckle interferometrie.....	19
2.3.2 Elektronická speckle interferometrie (ESPI)	20
2.4 Digitální speckle shearografie	21
2.4.1 Princip metody	21
2.5 Digitální korelace obrazu.....	22
2.5.1 Historie.....	23
2.5.2 Princip metody	23
2.5.3 2D digitální korelace obrazu.....	24
2.5.4 Kalibrace 2D DIC	30
2.5.5 3D digitální korelace obrazu.....	30
2.5.6 Objemová digitální korelace obrazu	32
2.6 Aplikace metody DIC	32
2.6.1 Měření deformací v reálných a extrémních podmínkách	33
2.6.2 Testování vlastností materiálů	33
2.6.3 Modální analýza.....	34

2.6.4 3D analýza pohybu mechanismu	34
2.6.5 DIC v mikroskopickém/nanoskopickém měřítku	34
2.6.6 Biomechanika	35
3 Měření přetvoření u těles s vruby	37
3.1 Teoretické základy	38
3.1.1 Lineární pružnost	38
3.1.2 Prostá pružnost.....	38
3.1.3 Deformace.....	38
3.1.4 Prut v pružnosti a pevnosti.....	39
3.1.5 Prostý tah	40
3.1.6 Vruby	42
3.2 Experiment.....	42
3.2.1 Vzorek 1.....	44
3.2.2 Vzorek 2.....	48
3.3 Analytické řešení	52
3.3.1 Vzorek 1.....	52
3.3.2 Vzorek 2.....	53
3.4 Numerické řešení	53
3.4.1 Vzorek 1.....	54
3.4.2 Vzorek 2.....	56
3.5 Vyhodnocení a porovnání výsledků	58
4 Měření přetvoření u zakřivených prutů	61
4.1 Teorie zakřivených prutů	62
4.1.1 Namáhání rovinných zakřivených prutů.....	62
4.1.2 Vztahy pro přetvoření a napětí u rovinného zakřiveného prutu namáhaného ohybem.....	63

4.1.3 Silně a slabě zakřivené pruty	64
4.2 Experiment.....	66
4.2.1 Omezení experimentu	67
4.2.2 Prut 1.....	68
4.2.3 Prut 2.....	71
4.3 Numerické řešení	74
4.3.1 Prut 1 zatížený silou v rovině střednice	74
4.3.2 Prut 2 zatížený silou v rovině střednice	77
4.3.3 Prut 1 s excentricitou zatížení	78
4.3.4 Prut 2 s excentricitou zatížení	80
4.4 Vyhodnocení a porovnání výsledků	82
5 Určení vlastní frekvence vidlice se šroubem	84
5.1 Teorie lineárního kmitání soustav s jedním stupněm volnosti	85
5.1.1 Lineární kmitání soustav s jedním stupněm volnosti buzených kinematicky	85
5.2 Experiment.....	88
5.3 Numerické řešení	91
5.3.1 Modální analýza.....	92
5.4 Vyhodnocení a porovnání výsledků	94
6 Závěr	96
7 Seznam použité literatury	98
Příloha.....	105

1 Úvod

V oblasti optického měření deformací dochází v posledních letech k velkému rozmachu, a to díky rozvoji výpočetní a zejména kamerové techniky. S rostoucí dostupností přesných a vysokorychlostních kamerových systémů přestává být optické měření malých, nebo naopak velkých či velmi rychle probíhajících deformací doménou vědecké komunity a čím dál častěji bývá implementováno v běžném firemním provozu.

Optické měření deformací s sebou oproti běžným kontaktním metodám přináší výhody, například možnost zachytit deformaci na celé snímané ploše objektu. To je vlastnost velmi prospěšná, pokud je deformace objektu heterogenní, což je případ většiny skutečných objektů. Další výhodou optických metod je jejich bezkontaktnost, díky které není deformace ovlivněna měřením samotným.

Velké oblibě mezi optickými metodami se těší metoda digitální korelace obrazu (DIC), která využívá dnes již běžně dostupných kamerových systémů ke snímání průběhu deformace a následným porovnáním jednotlivých snímků pomocí korelačního algoritmu je schopna získat pole posunutí a pole přetvoření na snímané oblasti. Právě díky nenáročnosti na technické vybavení (postačuje kamera, stativ, počítač, propojovací kabely a případně zdroj osvětlení) a na podmínky v okolí lze metodu DIC snadno využívat i mimo laboratoř.

Výše uvedené vlastnosti dělají z DIC vhodného kandidáta pro měření deformací na širokém spektru těles a aplikací. V případě této bakalářské práce bude DIC využita při řešení třech vybraných úloh mechaniky těles, které budou svým zaměřením odpovídat předmětům pružnost a pevnost a dynamika.

2 Teoretická část

V této části bude provedena rešerše optických metod používaných pro měření deformací, na konci této části pak bude představena metoda DIC a budou popsány některé její aplikace.

2.1 Fotoelasticimetrie

Fotoelasticimetrie je metoda, která využívá optických jevů polarizace světla a dočasného dvojlomu k určení pole napětí v zatíženém tělese, z něhož pak lze určit i pole poměrných deformací. Dělí se na rovinnou fotoelasticimetrii, při které lze analyzovat napjatost jednoosou a dvojosou (rovinnou), a prostorovou fotoelasticimetrii, při které lze vyhodnocovat i obecnou trojosou napjatost, měření je však podstatně náročnější. Speciální případem je reflexní fotoelasticimetrie (také metoda fotostres), pomocí níž se může vyhodnocovat napětí na reálné součásti, jejíž povrch se polepí tenkou opticky aktivní vrstvou [1].

2.1.1 Polarizace světla

Světlo jako elektromagnetické vlnění je složeno z příčných elektrických a magnetických vln, které se šíří v rovinách na sebe kolmých. Vlny jsou spolu vzájemně provázané a světelné vjemy vyvolává vlna elektrická, stačí tedy vyšetřovat pouze ji. Při experimentech se používá buď bílé světlo (obsahuje celý rozsah viditelných vlnových délek, tedy 390 až 770 nm), nebo monochromatické světlo (obsahuje vlnění pouze jedné vlnové délky) [1].

Světelná vlna přirozeně kmitá v rovině kolmé na světlený paprsek, ale směr kmitání se neustále mění. Pokud jsou kmity usměrněny do jedné roviny, vzniká světlo přímkově polarizované. Kruhově polarizované světlo vznikne svožením dvou přímkově polarizovaných navzájem kolmých světelných vln o stejné amplitudě a frekvenci, ale fázovém rozdílu $\pi/2$ [2].

2.1.2 Dočasný dvojlom

Dočasný dvojlom některých materiálu v důsledku zatížení umožňuje fotoelasticimetrické měření. Tyto materiály jsou v nezatíženém stavu opticky izotropní, po zatížení se však stanou opticky anizotropními, tedy v různých směrech se světelný paprsek šíří rozdílnou rychlostí. Z Wertheimova zákona vyplývá, že v bodech zatíženého tělesa jsou směry hlavních napětí stejné jako roviny kmitů světelných paprsků. Dráhový posun dvou světelných paprsků v daném bodě tělesa je roven rozdílu hlavních napětí [1].

2.1.3 Rovinná fotoelasticimetrie

Tato část je zpracována podle [2].

Nejjednodušším případem rovinné fotoelasticimetrie je využití polariskopu s přímkově polarizovaným světlem. Polariskop se skládá ze zdroje světla, polarizátoru a analyzátoru. Polarizátor i analyzátor jsou optické filtry usměrňující světelné paprsky. V prostoru mezi polarizátorem a analyzátozem je umístěn model ze speciálního materiálu, který musí být průhledný, bez vnitřního pnutí, opticky citlivý a optické vlastnosti u něj musí být úměrné mechanickým. Schéma rovinného polariskopu je znázorněno na obrázku 1.

Při měření jsou nejprve světelné paprsky usměrněny polarizátorem, poté prochází zatíženým modelem, ve kterém dochází k dvojlomu, tedy jednotlivé paprsky se rozloží do dvou, jež mají dráhový posun úměrný rozdílu hlavních napětí. Tyto paprsky dále kmitají v rovinách určených směry hlavních napětí. Intenzita světla vycházejícího z analyzátoru je dána vztahem

$$I = I_0 \cdot \sin^2 2\alpha \cdot \sin^2 \pi m \quad (1)$$

kde I_0 je intenzita světla vycházejícího ze zdroje, α je úhel, který svírají směry hlavních napětí v daném bodě s osami filtrů a m je řád izochromatické čáry.

Izochromatické (izochromy, izochromáty) jsou křivky, jejichž body mají stejný rozdíl hlavních napětí. Izoklinné čáry neboli izokliny jsou křivky, jejichž body mají stejný směr hlavních napětí.

Izokliny se v zorném poli analyzátoru jeví jako tmavé čáry, tedy intenzita prošlého světla je v daných místech nulová, jednou z možností, kdy toto nastane, je, když v rovnici (1) bude

$$\sin^2 2\alpha = 0, \text{ tedy } \alpha = n \cdot \frac{\pi}{2}, \text{ kde } n = 0,1,2, \dots \quad (2)$$

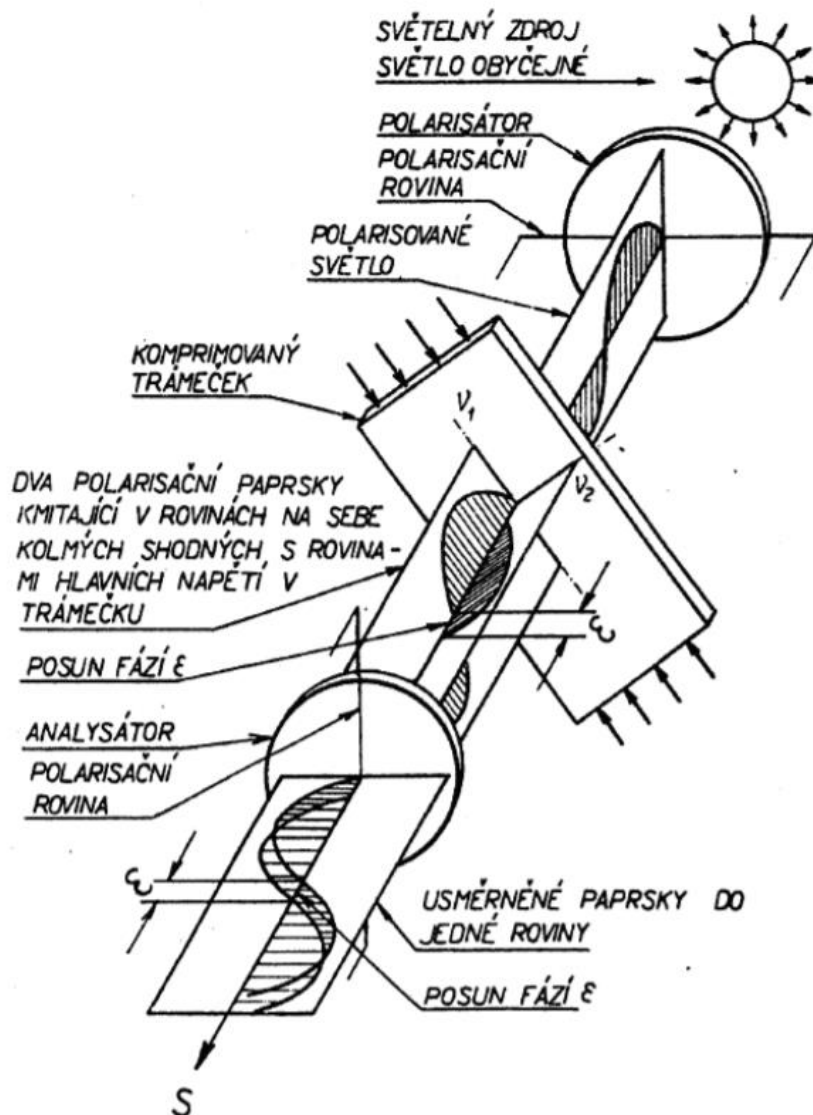
To značí, že směry hlavních napětí jsou totožné se směry zkřížených polarizačních rovin polarizátoru a analyzátoru. Postupným současným otáčením obou filtrů lze získat izokliny pro jednotlivé úhly.

Nulová intenzita bude podle vztahu (1) nastávat také v místech, kde

$$\sin^2 \pi m = 0, \text{ tedy } m = 0,1,2, \dots \quad (3)$$

kde řád izochromatické čáry m je dán vztahem

$$m = \frac{d}{k} \cdot (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (4)$$



Obrázek 1: Schematické zobrazení polariskopu s přímkově polarizovaným světlem [1]

kde d je tloušťka tělesa a k je optická citlivost materiálu. Izochromy tedy nezávisí na natočení filtrů, ale na velikosti zatížení. Při použití bílého světla se za analyzátozem objeví soustava izochromat v duhových barvách.

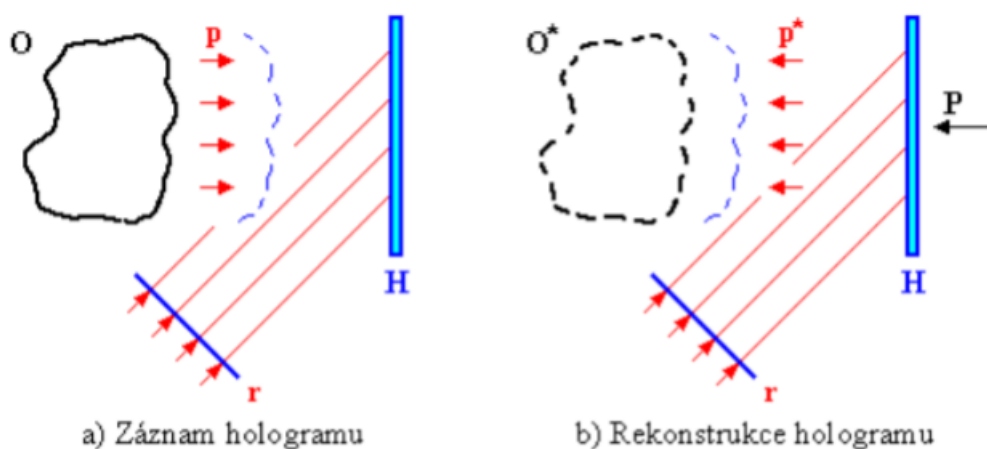
Ze známého rozdílu $(\sigma_1 - \sigma_2)$ a úhlu α , charakterizujícího směr hlavních napětí, lze sestavit Mohrovu kružnici a získat přehled o napjatosti v daném bodě.

2.2 Holografická interferometrie

Metoda holografické interferometrie je založena na interferometrickém porovnávání koherentních světelných vln, zaznamenaných na jednom či více hologramech. Holografické snímky těchto světelných vln jsou pořízeny v různé časové okamžiky, avšak rekonstrukce obrazu probíhá simultánně. Dochází tedy k superpozici vln a vzniká interferenční obrazec charakteristický pruhovanými vzory, které se tvoří v důsledku změny fázového rozdílu interferujících vln, způsobené posuvem nebo deformací zkoumaného objektu. Vyhodnocením vzorů na interferenčním obrazi získáme pole posunutí na povrchu zkoumaného objektu, ze kterého lze poté dopočítat pole poměrných deformací a napěťové pole [3].

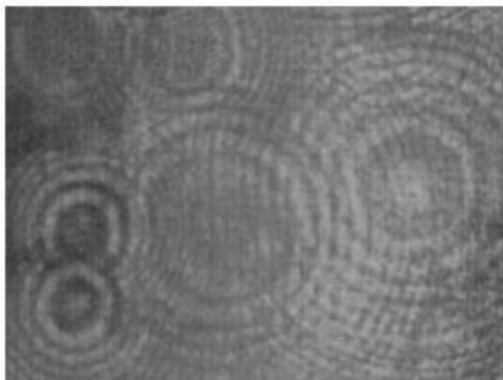
2.2.1 Holografie

Holografie je forma záznamu trojrozměrných obrazů, které se nazývají hologramy. Hologram na rozdíl od fotografie nezaznamenává dvojrozměrný obraz objektu, ale vlnové pole od objektu odražené. Hologram obsahuje všechny informace o zachycené vlně, tedy její amplitudu i fázi, a tím zachycuje její úplnou prostorovou strukturu [4].



Obrázek 2: Schematické znázornění záznamu a rekonstrukce holografického obrazu [5]

Princip zachycení holografického obrazu a jeho rekonstrukce je schematicky znázorněn na obrázku 2. Při osvětlení objektu O předměťový svazek p šířící se od objektu interferuje s referenčním svazkem r a na holografické desce H vzniká holografický záznam. Při rekonstrukci obrazu je vyvolaná holografická deska osvětlena rekonstrukčním svazkem,



Obrázek 3: Fotografická deska (hologram) s interferenční strukturou [5]

který je shodný s referenčním svazkem. Na interferenční struktuře holografické desky dochází k ohybu paprsků a vytváří se rekonstruovaný předměťový svazek p^* shodný s původním předměťovým svazkem. Pozorovatel P při pohledu skrz holografickou desku vidí rekonstruovaný obraz O^* [5]. Příklad fotografické desky s interferenční strukturou je možno vidět na obrázku 3.

V současnosti je využíváno digitální holografie, při které je holografický interferenční obrazec digitálně vzorkovaný CCD kamerou a obraz je rekonstruovaný numericky. Mezi důležité výhody této metody patří například možnost rychle získávat obrazy, mít k dispozici informace o amplitudě a fázi v optickém poli [4] a možnost přeostrění ve fázi numerické rekonstrukce [5].

2.2.2 Metody holografické interferometrie

Tato podkapitola je psána podle zdroje [4].

Holografickou interferometrii můžeme rozdělit na tři základní metody. Jedná se o metody v reálném čase, dvou (více) expozic a časového průměru.

Při metodě v reálném čase se rekonstruovaný holografický obraz objektu překrývá s objektem samotným. Za hologramem se nacházejí dvě vlny, které spolu interferují. Jedna z rekonstruovaného hologramu a druhá od objektu. Interferenční obrazec zachycuje okamžité změny objektu způsobené jeho deformací nebo posunutím.

Metoda dvou (více) expozic využívá jednoho hologramu k zaznamenání dvou (více) předmětových vln odpovídajících rozdílným stavům objektu. Při rekonstrukci obrazu vlny vzájemně interferují a tvoří interferenční obrazec, který obsahuje informaci o deformaci nebo posunutí objektu mezi dvěma expozicemi.

U metody časového průměru probíhá záznam vln ze sledovaného objektu v určitém časovém intervalu. Jedná se tedy o hraniční případ metody vícenásobné expozice. Tato metoda se často používá k analýze vibrací.

2.3 Speckle interferometrie

Tato kapitola je psána podle [4].

Speckle (česky skvrna) interferometrie úzce souvisí s holografickou interferometrií, proto i optické uspořádání měření je obdobné, tedy na záznamovou desku dopadá paprsek odražený od objektu a paprsek referenční, které jsou koherentní. Rozdílem však je, že speckle interferometrie využívá optické drsnosti povrchu zkoumaného objektu a na záznamové desce vzniká speckle obraz. Záznam se opět provádí před a po deformaci, respektive posuvu objektu. Porovnáním speckle obrazů před a po deformaci vznikají interferenční pruhy. Z výsledného interferenčního obrazce lze získat pole posunutí, z něhož můžeme dopočítat pole poměrných deformací a pole napětí.

2.3.1 Korelační speckle interferometrie

Základní princip byl již naznačen výše, superpozicí speckle polí tvořených vlnou odraženou od opticky drsného povrchu objektu a referenční vlnou vzniká speckle obraz. Obraz objektu po deformaci se liší rozložením intenzity speckle obrazu oproti snímku objektu v nezátíženém stavu. Pro pozorování interferenčních pruhů vzniklých superpozicí obou obrazů se používají dvě metody.

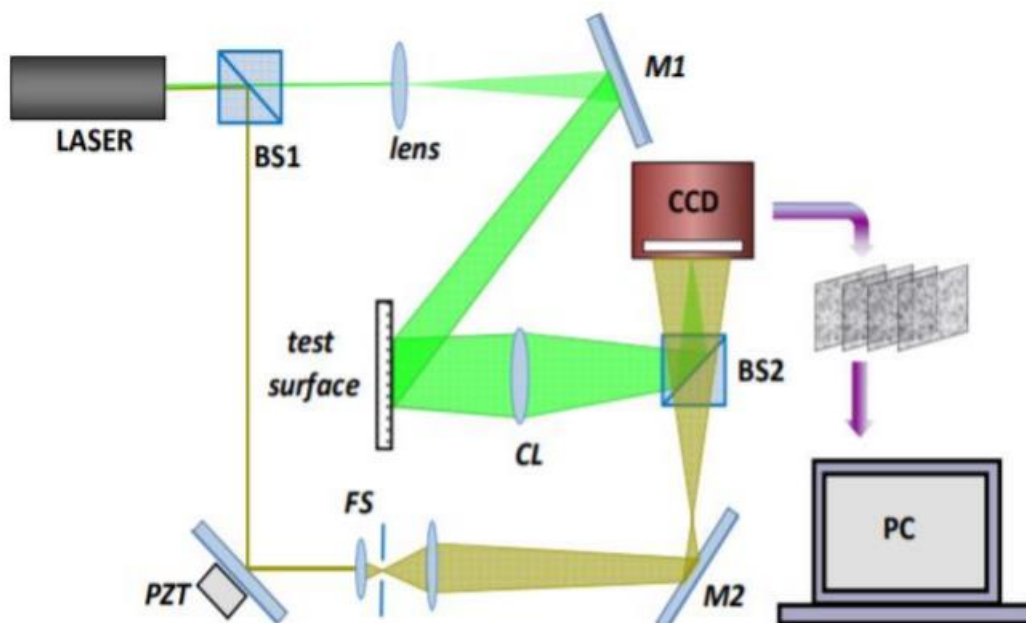
Při první metodě je speckle obraz nedeformovaného povrchu zaznamenán na fotodesku. Vyvolaný negativ je umístěn přesně do původní polohy a skrz něj pozorujeme deformovaný, resp. posunutý povrch. Vznikají tak interferenční pruhy vytvořené intenzitami světla od deformovaného objektu a počátečního snímku. Jedná se tedy v podstatě o metodu reálného času.

Druhá metoda je analogická k metodě více expozic v holografické interferometrii. Speckle vzory dvou (více) obrazů povrchu (před a po deformaci) jsou zaznamenány na jednu fotodesku, ale navíc je mezi dvěma expozicemi realizován speciální příčný posuv obrazu (posuv fotodesky jako tuhého tělesa ve svojí rovině). Fotodeska se záznamem dvou speckle vzorů charakterizujících dva stavy objektu je poté umístěna do optické soustavy schopné realizovat Fourierovu prostorovou filtraci procházející světlené vlny. Ve Fourierově ohniskové rovině čočky lze pak pozorovat pruhový vzor, přičemž pruhy se vytvářejí na té části fotodesky, kde korelace speckle vzorů dosahuje maxima.

Stejně jako u holografické interferometrie je i zde možné použít metodu časového průměru.

2.3.2 Elektronická speckle interferometrie (ESPI)

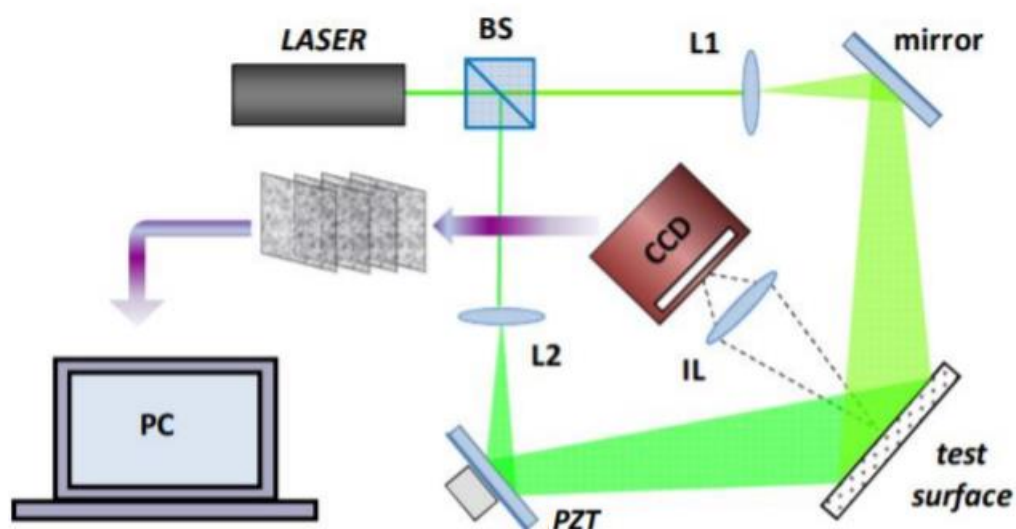
Metoda ESPI je zdokonalenou verzí speckle interferometrie, kdy se k záznamu využívá CCD kamery a obraz je tedy zachycen v digitální formě, což ulehčuje zpracování obrazu a vyhodnocení měření. Jako u klasické speckle interferometrie jsou využity dva koherentní paprsky. Zatímco objektový vždy osvětluje povrch objektu, referenční paprsek může být v závislosti na uspořádání interferometru použit k měření in-plane, tj. pro měření posunutí v rovině rovnoběžné s obrazovou rovinou kamery, nebo out-of-plane,



Obrázek 4: Out-of-plane konfigurace ESPI [6]

tedy k měření posunutí ve směru normály k vyšetřované ploše objektu. Měření posunutí v prostoru lze realizovat kombinací obou technik.

Out-of-plane konfigurace je znázorněna na obrázku 4. Paprsek vycházející ze zdroje je v děliči rozdělen na objektový, osvětlující povrch tělesa, a referenční, který směřuje přímo na senzor kamery.



Obrázek 5: In-plane konfigurace ESPI [6]

Na obrázku 5 je zobrazena in-plane konfigurace. Při této konfiguraci je povrch zkoumaného tělesa osvětlen objektovým i referenčním paprskem.

2.4 Digitální speckle shearografie

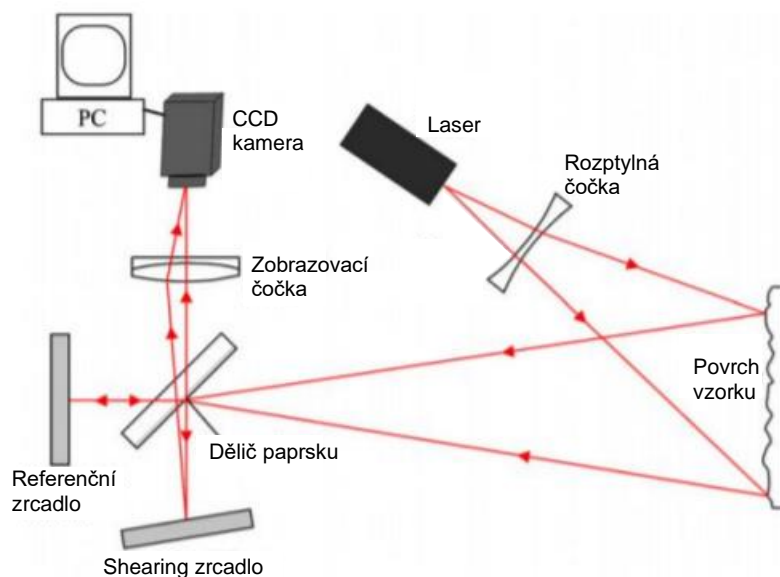
Tato kapitola je zpracována podle [4].

Digitální speckle shearografie (DSS) je moderní optická metoda využívající koherentní světlo a speckle efekt, ale na rozdíl od interferometrických metod je schopná zaznamenat pouze gradient deformace. Oproti speckle interferometrii je výrazně méně choulostivá na okolní vlivy, ale citlivost na změny v měřeném objektu je zachována. To z ní dělá vhodnou metodu pro nedestruktivní testování mimo laboratoř, jako je například hledání trhlin a dalších defektů v tělesech z různých materiálů.

2.4.1 Princip metody

Zkoumaný objekt je osvětlen dvěma koherentními laserovými paprsky – objektovým a referenčním, přičemž jako referenční paprsek je použit mírně fázově posunutý

objektový paprsek. Odražené paprsky jsou zaostřeny a zachyceny CCD kamerou. V důsledku interference světelných vln odražených od opticky hrubého povrchu



Obrázek 6: Schéma vnitřního uspořádání Michelsonova shearing interferometru, převzato a přeloženo z [7]

zkoumaného objektu se vytváří speckle obraz. Superpozicí obrazů před a po deformaci vzniká pruhový obrazec odpovídající gradientu deformace na povrchu, tento obrazec se nazývá shearogram. Z principu měření gradientu deformace vyplývá, že speckle shearografie je necitlivá k posuvům zkoumaného objektu jako tuhého tělesa. Na obrázku 6 je schématické znázornění Michelsonova shearing interferometru.

2.5 Digitální korelace obrazu

Digitální korelace obrazu (Digital Image Correlation – DIC) je optická metoda experimentální mechaniky, která pomocí kamer(y) snímá souřadnice bodů na povrchu tělesa v průběhu zatěžování. Z naměřených souřadnic bodů tělesa je poté možno dopočítat veličiny popisující deformaci tělesa, tedy posuvy bodů tělesa a přetvoření částí tělesa. Metodu lze z hlediska způsobu měření rozdělit na 2D DIC, měřící pouze deformace v rovině, 3D DIC (také stereo DIC), která popisuje deformaci tělesa v prostoru, a objemovou DIC (volumetric DIC, digital volume correlation – DVC), jež měří deformace také uvnitř tělesa.

2.5.1 Historie

Korelace obrazu má své počátky v 50., 60. a zejména 70. letech 20. století, kdy se začalo využívat digitálního zobrazení. Tyto počáteční metody však v inženýrské mechanice téměř nenašly využití [8]. 2D DIC pro měření deformací pak byla poprvé koncipována počátkem 80. let 20. století na Univerzitě v Jižní Karolíně [8, 9]. Zpočátku byla DIC méně populární než jiné optické metody (metoda moiré, speckle interferometrie) a to zejména kvůli nedostačujícímu hardwarovému vybavení a jeho vysoké ceně (kamery s nízkým rozlišením a počítače s omezenou výpočetní kapacitou). S dostupností výkonnějších a levnějších kamerových systémů a výpočetní techniky, rozvojem korelačních kritérií a eliminací chyb plynoucích z měření i výpočtu však DIC postupně nabírala na popularitě a v současnosti je dominantní optickou metodou v experimentální mechanice [9].

2D DIC je nejstarší ze tří výše uvedených odnoží metody. Jednu z prvních vědeckých prací o 2D DIC publikovali Peters a Ranson roku 1982 [10], vzápětí na ně 1983 navázal Sutton et al. [11], jenž se v této i ve svých pozdějších pracích zabýval rozvojem korelačního algoritmu metody [8]. V polovině devadesátých let se začala rozvíjet 3D varianta metody a roku 1999 představil Bay et al. [12] objemovou DIC (DVC). Od roku 2000 je pak metodě věnováno velké množství výzkumu a dochází k jejímu rychlému rozvoji. Mimo běžných kamerových systémů se začínají používat vysokorychlostní kamery i mikroskopy. Jsou zkoumány příčiny chyb měření, mezi něž patří pohyb vzorku mimo snímanou rovinu v průběhu zatěžování (out-of-plane motion), nevhodný vzor (speckle pattern), obrazový šum a chyby korelace samotné. Tyto chyby jsou pak kompenzovány např. optimalizací techniky nebo lepšími korelačními kritérii [9].

2.5.2 Princip metody

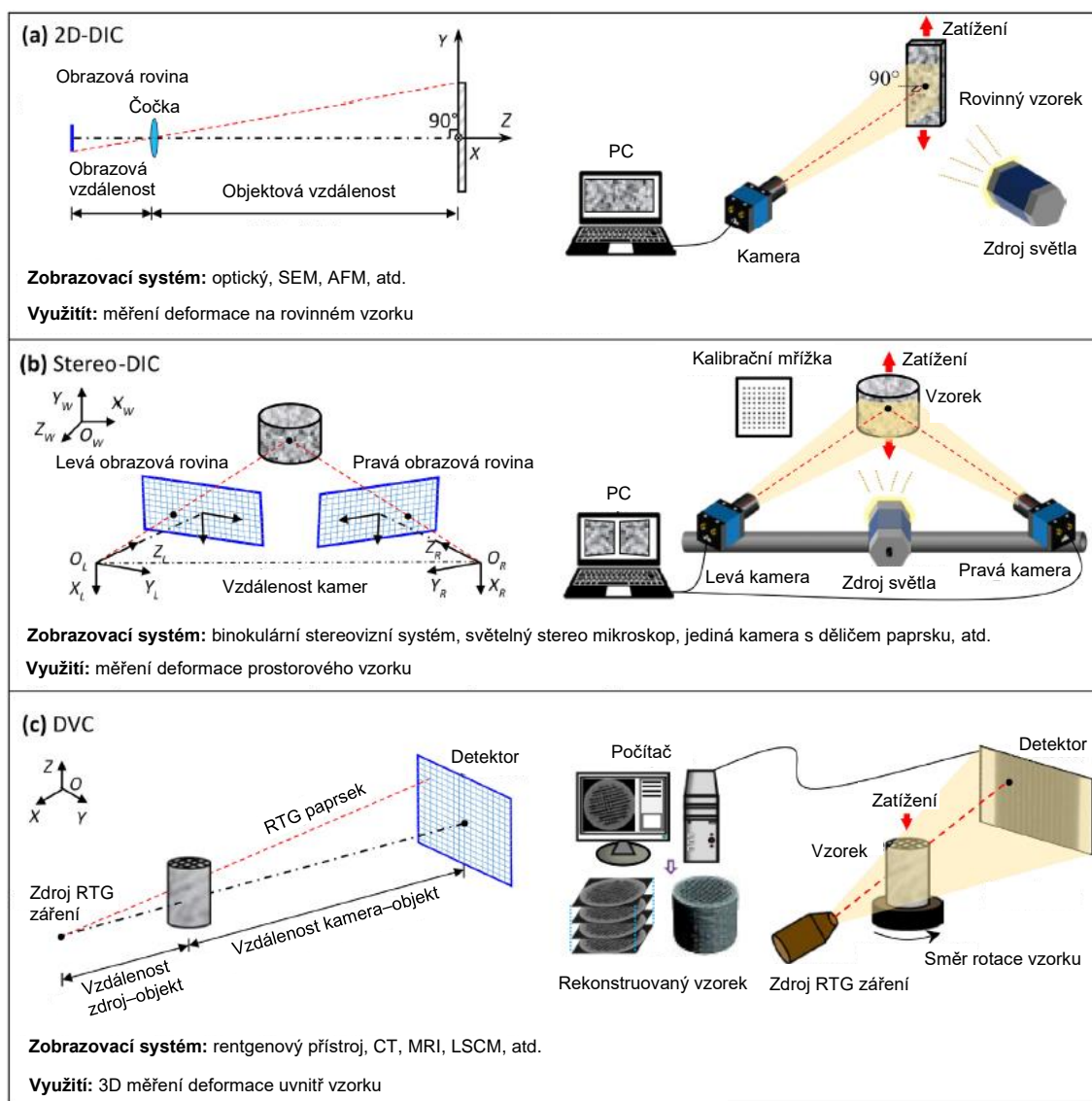
DIC je založená na porovnávání digitálních snímků testovaného vzorku pořízených před (tzv. referenční snímek) a v průběhu zatěžování. Snímaná plocha se mřížkou rozdělí na fazety, které mají běžně čtvercový tvar a obsahují obvykle několik stovek pixelů, jejichž sledováním je systém schopen měřit změnu tvaru snímané plochy a získat pole posunutí a přetvoření. Aby metoda správně fungovala, je potřeba na zkoumaném povrchu tělesa vytvořit náhodný kontrastní vzor. Nevyžaduje žádné speciální osvětlení, stačí jí běžné denní světlo, přídatné osvětlení se však přesto používá pro zvýšení kontrastu a zlepšení

korelace, také při vysoké frekvenci snímání s krátkým časem expozice je přídavné osvětlení vhodné. Snímky lze pořídit konvenčními kamerami, CCD kamerami, vysokorychlostními kamerami, ale i mikroskopy. [13]

Dále bude podrobněji rozebrána dvoudimenzionální varianta metody (2D DIC). Třídídimenzionální varianta (3D DIC) a objemová (VDIC) budou poté navazovat na popis 2D varianty a budou nastíněna jejich specifika.

2.5.3 2D digitální korelace obrazu

Jak je patrné z názvu, charakteristické pro 2D DIC je měření deformací pouze v rovině a z toho plynoucí výhody, kterými jsou např. potřeba pouze jedné kamery a tedy i nižší



Obrázek 7: Tři základní typy metody DIC a schéma jejich měření, převzato a přeloženo z [9]

nároky na kalibraci (odpadá kalibrace více kamer vůči sobě) a přípravu laboratoře. Samotné omezení na měření deformací pouze v rovině je pak často nevýhodou, jelikož v praxi je nejčastější deformace prostorová.

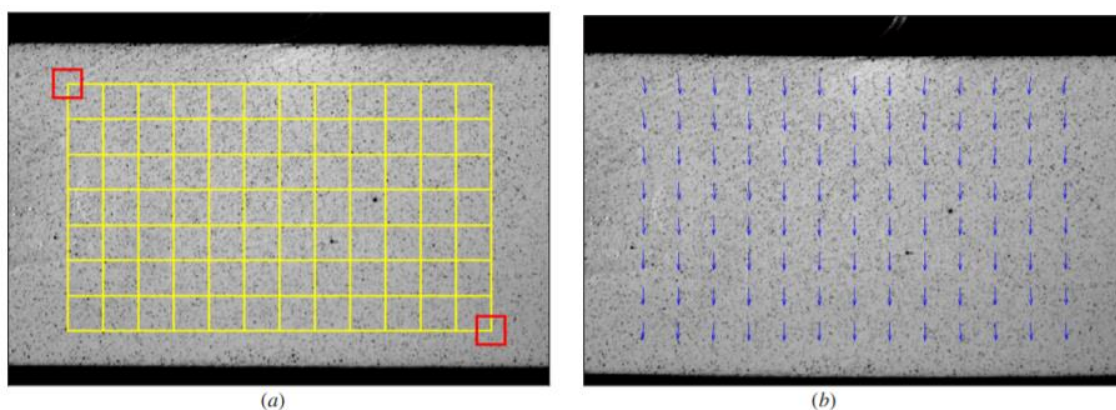
Měření se v praxi skládá ze tří kroků: příprava experimentu, pořízení snímků povrchu v různých fázích zatěžování a vyhodnocení pořízených snímků pomocí počítačového programu. [14]

Snímaný povrch vzorku musí obsahovat vzor, který je náhodný, vysoce kontrastní a anizotropní. Tyto podmínky mnoho povrchů nesplňuje, a proto se musí uměle vytvořit povrchovou úpravou. Nejčastějším způsobem je černý nástřík na bílou podkladovou barvu (případně obráceně), který vytvoří kontrastní černé skvrny na bílém podkladu (tzv. speckle pattern) [15]. Kamera se umísťuje tak, aby její optická osa byla kolmá k povrchu vzorku, viz obrázek 7.

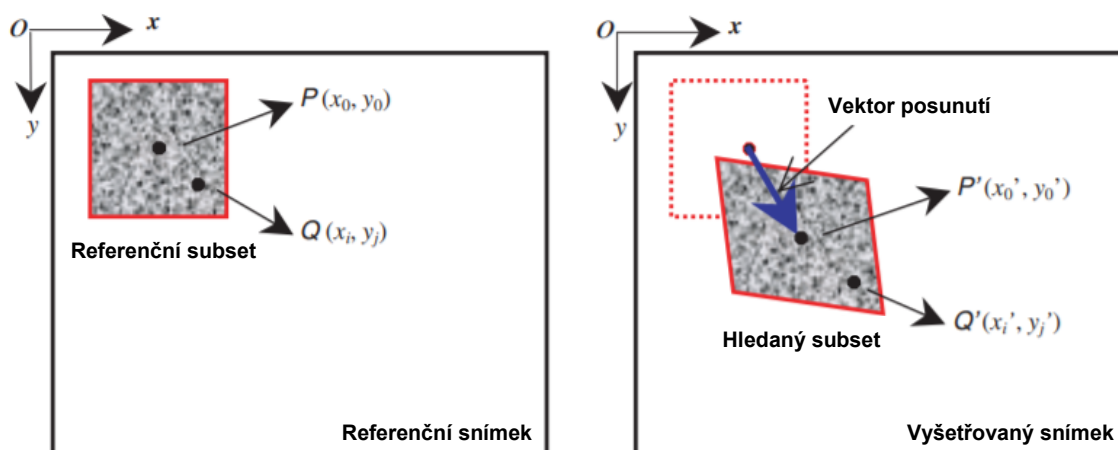
Aby snímky pořízené při zatěžování věrně zachycovaly deformaci vzorku, musí být povrch vzorku v celém průběhu zatěžování rovinný a jeho pohyb ve směru optické osy kamery (out-of-plane motion) musí být dostatečně malý, aby se mohl zanedbat. V opačném případě způsobí změnu ve zvětšení pořízených snímků a změřená posunutí nebudou poté odpovídat skutečným. Tento vliv se dá do jisté míry eliminovat umístěním kamery v dostatečné vzdálenosti od vzorku, aby se optická soustava blížila telecentrické, nebo ještě lépe přímo použitím telecentrického objektivu [14].

Telecentrický objektiv vytváří pravoúhlý obraz, který je vždy stejně velký a se zanedbatelnou deformací od středu ke krajům. To znamená, že obraz bude mít vždy stejné zvětšení nezávisle na vzdálenosti předmětu a budou eliminována zkreslení daná perspektivou, kterou obraz z telecentrického objektivu ztrácí. Těchto vlastností se využívá při přesných měřeních, kdy je třeba eliminovat chybu perspektivy. Nevýhodou je, že zkoumaný objekt musí mít rozměry menší než objektiv a musí být vždy dostatečně nasvícen, jelikož telecentrické objektivy mají značný úbytek světelnosti [16].

Na počátku experimentu je v referenčním snímku definována oblast zájmu (region of interest – ROI), která se rozdělí mřížkou, přičemž posunutí se počítají v uzlových bodech mřížky, jak je ukázáno na obrázku 8 (a). Jelikož samotný bod (pixel) není v obrazu unikátní a může být zaměněn za jiný, k určení jeho polohy se používá tzv. subset (podoblast, často také fazeta) o rozměrech $(2M+1) \cdot (2M+1)$ pixelů, jehož je uzlový bod středem. Tímto svým okolím je uzlový bod mřížky jednoznačně popsán, protože každý subset je svou skladbou pixelů unikátní. V obrázku 8 (a) jsou subsety vyznačeny jako červené čtverce [14].



Obrázek 8: (a) Mřížka na referenčním snímku s dvěma zobrazenými subsety, (b) Vypočtené vektory posunutí znázorněné ve vyšetřovaném snímku [14]



Obrázek 9: Schematické znázornění vyšetřovaného subsetu před a po deformaci, převzato a přeloženo ze [14]

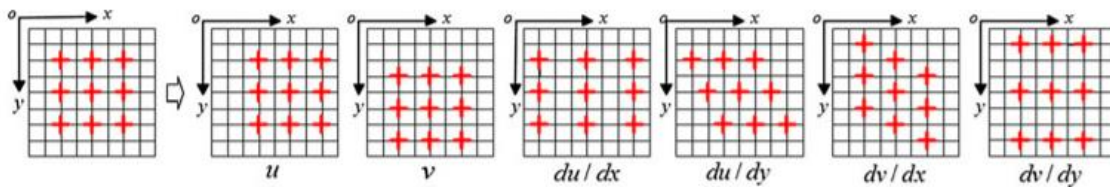
Označíme-li v referenčním snímku střed subsetu $P(x_0, y_0)$ a náhodně zvolíme bod $Q(x_i, y_j)$ náležící vyšetřovanému subsetu v referenčním snímku, pak za předpokladu spojitě deformace můžeme nalézt ve vyšetřovaném snímku bod $Q'(x'_i, y'_j)$ odpovídající bodu Q v referenčním snímku (obrázek 9) pomocí tzv. tvarové funkce

$$\begin{aligned}x'_i &= x_i + \xi(x_i, y_j) \\ y'_j &= y_j + \eta(x_i, y_j)\end{aligned} \quad i, j \in \langle -M: M \rangle \quad (5)$$

kde $\xi(x_i, y_j)$ a $\eta(x_i, y_j)$ jsou tvarové funkce. Běžně používaná je tvarová funkce 1. řádu, která je tvaru

$$\begin{aligned}\xi_1(x_i, y_j) &= u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y \\ \eta_1(x_i, y_j) &= v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y\end{aligned} \quad (6)$$

kde u a v jsou složky vektoru posunutí bodu P , $\Delta x = x_i - x_0$, $\Delta y = y_j - y_0$ a $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$, $\frac{\partial v}{\partial x}$, $\frac{\partial v}{\partial y}$ jsou první derivace posunutí [14], jejich schématické znázornění je na obrázku 10.



Obrázek 10: Schématické znázornění možných forem lineární transformace vyšetřovaného subsetu [15]

K nalezení referenčního subsetu po deformaci slouží korelační kritéria, která udávají podobnost všech subsetů zájmové oblasti s referenčním subsetem. Korelační kritéria se dělí na dvě základní skupiny. CC kritéria (cross-correlation, česky vzájemná korelace), uvedená v tabulce 1, lokalizují vyšetřovaný subset v místě deformovaného snímku, kde se nachází maximum korelačního koeficientu. SSD kritéria (sum of squared differences, česky součet čtverců odchylek), uvedená v tabulce 2, oproti tomu přiřadí vyšetřovaný subset místu, kde korelační koeficient dosahuje svého minima. [14]

Funkce $f(x_i, y_j)$ v tabulkách 1 a 2 je tzv. gray-scale function (funkce popisující stupně šedi naneseného vzoru) v bodě (x_i, y_j) ve vyhodnocovaném subsetu referenčního snímku. Funkce $g(x'_i, y'_j)$ je pak gray-scale function v bodě (x'_i, y'_j) ve vyhodnocovaném subsetu snímku tělesa po deformaci [15].

Tabulka 1: Používaná CC kritéria [14]

CC korelační kritérium	Definice
Cross-correlation (CC)	$C_{CC} = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [f(x_i, y_j)g(x'_i, y'_j)]$
Normalized cross-correlation (NCC)	$C_{NCC} = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \left[\frac{f(x_i, y_j)g(x'_i, y'_j)}{\bar{f}\bar{g}} \right]$
Zero-normalised cross-correlation (ZNCC)	$C_{ZNCC} = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \left\{ \frac{[f(x_i, y_j) - f_m][g(x'_i, y'_j) - g_m]}{\Delta f \Delta g} \right\}$

Tabulka 2: Používaná SSD kritéria [14]

SSD korelační kritérium	Definice
Sum of squared differences (SSD)	$C_{SSD} = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [f(x_i, y_j) - g(x'_i, y'_j)]^2$
Normalized sum of squared differences (NSSD)	$C_{NSSD} = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \left[\frac{f(x_i, y_j)}{\bar{f}} - \frac{g(x'_i, y'_j)}{\bar{g}} \right]^2$
Zero-normalized sum of squared differences (ZNSSD)	$C_{ZNSSD} = \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M \left[\frac{f(x_i, y_j) - f_m}{\Delta f} - \frac{g(x'_i, y'_j) - g_m}{\Delta g} \right]^2$

Dále [14]

$$\bar{f} = \sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [f(x_i, y_j)]^2}$$

$$\bar{g} = \sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [g(x'_i, y'_j)]^2}$$

$$f_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M f(x_i, y_j)$$

$$g_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M g(x'_i, y'_j)$$

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [f(x_i, y_j) - f_m]^2}$$

$$\Delta g = \sqrt{\sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M [g(x'_i, y'_j) - g_m]^2}$$

CC a SSD korelační kritéria jsou spolu vzájemně provázána, například [15]

$$C_{ZNCC} = 1 - 0,5 \cdot C_{ZNSSD} \quad (7)$$

V tabulkách 1 a 2 platí, že níže uvedená kritéria jsou méně citlivá na změny osvětlení, tedy ZNCC a ZNSSD kritéria jsou nejspolehlivější při kolísajícím jasu či kontrastu osvětlení vzorku v průběhu měření [14].

Souřadnice bodu $Q'(x'_i, y'_j)$ v deformovaném subsetu se mohou nacházet mezi pixely (tzv. sub-pixelová lokace), proto před vyhodnocením podobnosti referenčního a deformovaného subsetu musí být určena hodnota funkce $g(x'_i, y'_j)$ popisující stupně šedi těchto bodů. K tomu se používají různé interpolační metody, např. bilineární a bikubická interpolace. Pro větší přesnost a lepší konvergenci výpočtu jsou používány interpolační metody vyšších řádů, např. interpolace bikvintickými splajny. [14]

2.5.4 Kalibrace 2D DIC

Při měření ve 2D je třeba kalibraci určit měřítko, tedy přiřadit konkrétní délce na obrazu v pixelech skutečnou délku objektu v příslušných délkových jednotkách [17]. Toto se prakticky provádí přiložením kalibrační destičky, na které jsou jasně rozeznatelné body, jež mají mezi sebou známou vzdálenost. Tato vzdálenost se zadá do systému a spolu se vzdáleností bodů na obrazu definuje měřítko. Kalibrační destičky se přikládají přímo ke snímané rovině vzorku a po zadání jejich tloušťky lze měřítko dále upravit pro snímky vzorku v průběhu experimentu, které jsou oproti kalibračnímu snímku vzdáleny od kamery o tloušťku kalibrační destičky. Pokud je vyhodnocovanou veličinou přetvoření, což je bezrozměrná veličina, určování měřítka je pouze krokem doporučeným, nikoliv nutným [17].

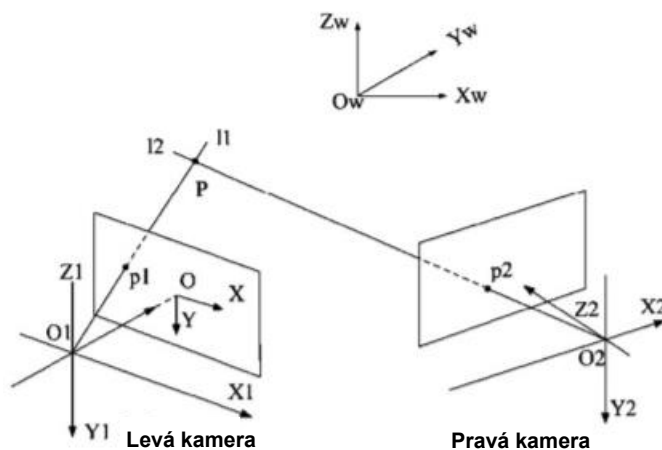
Dále je nutné upravit osvětlení. Snímaný vzor by měl mít dostatečný kontrast, jenž bude přibližně shodný na celé vyhodnocované oblasti, a neměly by být přítomny žádné odlesky. Toho lze dosáhnout úpravou osvětlení nebo doby expozice kamery.

2.5.5 3D digitální korelace obrazu

3D digitální korelace obrazu umožňuje měřit prostorové deformace povrchu vzorku. Snímanou plochou tedy už nemusí být rovina jako u 2D DIC, ale jakákoliv 3D plocha, na kterou je možno nanést náhodný černobílý vzor (speckle pattern) a jejíž vyšetřovaná oblast se celá nachází v zorném poli kamer. Vhodně nahrazuje 2D DIC i v případech, kdy se snímaný rovinný povrch vzorku v průběhu deformace pohybuje ve směru optické osy 2D DIC kamery (out-of-plane motion) a to má za následek nepřesnosti 2D měření, nebo když snímaný rovinný povrch přestává být v průběhu deformace rovinným. Schématické znázornění 3D DIC experimentu je na obrázku 7 (b).

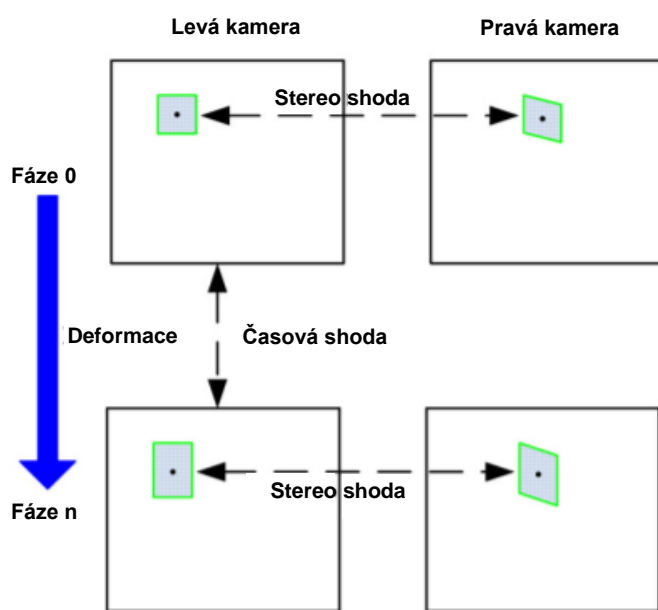
3D DIC obvykle využívá dvě kamery, které spolu svírají tzv. stereo úhel. Toto umožňuje pomocí techniky stereovize sestavit 3D obraz zkoumaného vzorku. Na obrázku 11 je $O_wX_wY_wZ_w$ globální souřadný systém, $O_1X_1Y_1Z_1$ souřadný systém levé kamery, $O_2X_2Y_2Z_2$ souřadný systém pravé kamery a OXY souřadný systém obrazu. $P_1(x_1, y_1)$ a $P_2(x_2, y_2)$ jsou obrazy bodu $P(x_w, y_w, z_w)$ v levé, respektive pravé kameře. Za předpokladu správné vzájemné kalibrace obou kamer se dají prostorové souřadnice bodu P určit pomocí triangulace [18].

Na velikost stereo úhlu mají vliv rozměry zkoumaného vzorku a požadovaná přesnost měření v daných směrech. Při experimentu s rovinným vzorkem zaručí menší stereo úhly větší přesnost měření deformace v rovině vzorku, ale deformace ve směru kolmém na snímanou rovinu bude změřena s větší



Obrázek 11: Model stereovize, převzato a přeloženo z [18]

nejistotou. Pro větší stereo úhly toto platí naopak [17]. Ke et al. [19] ve své práci prezentuje využitelnost stereo úhlů $0^\circ \leq \Phi \leq 60^\circ$. International Digital Image Correlation Society [17] uvádí pro většinu aplikací vhodný úhel $15^\circ \leq \Phi \leq 35^\circ$.



Obrázek 12: Hledání stereo a časové shody u 3D DIC, převzato a přeloženo z [18]

Obrázek 12 ukazuje, jak probíhá hledání referenčních bodů v deformovaných snímcích při 3D DIC. Oproti 2D variantě probíhá navíc hledání tzv. stereo shody (stereo match), což je porovnání obrazů v levé a pravé kameře. Po porovnání všech dvojic snímků lze získat prostorové souřadnice všech bodů a jejich porovnáním ve stavu před a v průběhu zatěžování (časová shoda) lze získat pole posunutí. [18]

Jelikož vzájemná kalibrace obou kamer je často složitá, jsou vyvíjeny metody, které za použití přídavných optických zařízení provádí 3D DIC pomocí pouze jedné kamery. Jedná se například o použití difrakčních mřížek, optického hranolu, soustavy zrcadel nebo optického přístroje na oddělení barev. [20]

2.5.6 Objemová digitální korelace obrazu

Objemová digitální korelace obrazu (VDIC – volumetric digital image correlation, nebo také DVC – digital volume correlation) pracuje na podobném principu jako 2D a 3D povrchové varianty DIC. Tedy zkoumané těleso je mřížkou rozděleno na prostorové podoblasti (3D subsets) skládající se z voxelů (objemových elementů) a pomocí korelačních kritérií jsou pak 3D subsets referenčního objemového snímku lokalizovány na objemovém snímku po deformaci. Podobně jako u 2D a 3D DIC, na snímcích musí být zřetelný, náhodný a vysoce kontrastní vzor (speckle pattern), aby mohla být korelace úspěšně provedena. Zpravidla je postačující vzor přirozeně se vyskytující na CT/MR snímcích. Porovnáním souřadnic bodů tělesa před a po deformaci je zjištěno pole posunutí a z něj je dopočítáno pole přetvoření. Zásadnější rozdíl oproti 2D a 3D DIC je v získání objemových snímků. K tomu se využívá např.: výpočetní tomografie (CT), magnetická rezonance (MR) nebo konfokální skenovací laserová mikroskopie (CLSM) [21].

2.6 Aplikace metody DIC

S rozvojem výpočetních algoritmů, softwarů a snímacích kamer se rozšiřují oblasti aplikace metody DIC, která v dnešní době nachází široké uplatnění v mnoha oborech, jedná se například o [22]

- automobilový průmysl,
- letecký průmysl,
- biomechanika,
- strojní průmysl,
- stavební průmysl,
- vojenství,
- věda a výzkum.

Aplikační záběr metody DIC je tedy poměrně široký, proto budou dále uvedeny pouze některé typy aplikací. Jak již bylo uvedeno v kapitole 5, primárním cílem metody DIC je měřit veličiny popisující deformaci tělesa. Z tohoto vychází i aplikace uvedené v dalších

kapitolách, s výjimkou analýzy pohybu mechanismu, která se zabývá pohybem tělesa jako tuhého celku, přičemž deformace nehrají významnou roli.

2.6.1 Měření deformací v reálných a extrémních podmínkách

Jedním z cílů vývoje metody DIC je její rozšíření z vědeckých laboratoří do průmyslového prostředí a její použití pro testy in situ. Uplatnění by mohla najít například při testování prototypů a vzorků, ale i zjišťování deformací a sledování vzniku a růstu trhlin objektů při provozu, což je pomocí konvenčních invazivních metod obtížné.

Deformační analýzu mostních konstrukcí, vibrujících trubek pro chlazení vody a měření trhlin v železobetonu popisuje McCormick a Lord [23], šířením trhlin v polygranulárním grafitu regulačních tyčí jaderného reaktoru se zabývá Mostafavi et al. [24].

V některých aplikacích nás zajímá chování materiálu při extrémních podmínkách, zejména vysoké teplotě. S tímto jsou spojeny další překážky při měření, jako je například zkreslení intenzity snímků v důsledku vyzařování tepelného elektromagnetického záření tělesy zahřátými na vysokou teplotu (záření černého tělesa) [25].

Jednoduchou metodu měření deformací u těles zahřátých na vysoké teploty navrhl Pan et al. [25], měření in situ a v extrémních podmínkách ve své práci kombinuje Bumgardner et al. [26], který zkoumá delaminaci a vznik trhlin u vysokoteplotních povlaků plynových turbín.

2.6.2 Testování vlastností materiálů

Metodou digitální korelace obrazu lze získat materiálové konstanty jako je například modul pružnosti v tahu E a Poissonovo číslo μ při běžné tahové zkoušce. Dále byla metoda DIC u různých materiálů a těles použita např. ke zjištění součinitelů teplotní objemové i délkové roztažnosti β a α , faktoru intenzity napětí K a hodnoty J-integrálu [15].

Testovanými materiály mohou být kovy, kompozity, polymery, dřevo a biologické materiály [8], v podstatě lze testovat jakýkoliv materiál, na který lze nanést náhodný kontrastní vzor, nebo který už tento vzor obsahuje přirozeně.

Určováním modulu pružnosti v tahu se zabývá například Sánchez-Arévalo et al. [27],

který ve své práci vyšetřuje dva kovové materiály – hliník a slitinu s tvarovou pamětí CuAlBe a jeden biologický – osrdečník skotu. Poissonovo číslo polymerů a kompozitů ve své práci určuje Pritchard et al. [28]. Na určování součinitele teplotní roztažnosti tenkých filmových povlaků je zaměřena práce autora Pan et al. [29].

2.6.3 Modální analýza

Při použití vysokorychlostních kamerových systémů lze 3D DIC s výhodou využít pro měření vibrací a modálních parametrů těles, tj. vlastní frekvence, tvar vlastního kmitu a vlastní tlumení. Měřené frekvence jsou omezeny snímací frekvencí kamer, proto je zpravidla nutné využít vysokorychlostní kamery. V dnešní době jsou dostupné kamery se snímacími frekvencemi od jednotek do stovek tisíc fps (snímků za sekundu) při plném rozlišení [30].

Použitím DIC pro modální analýzu se zabývá například Huňady a Hagara [30] a Trebuňa a Hagara [31]. Beberniss a Ehrhardt [32] ve své práci porovnávají metodu DIC s tradičnějšími metodami měření kontaktně pomocí tenzometru a bezkontaktně Dopplerovskou laserovou vibrometrií.

2.6.4 3D analýza pohybu mechanismu

Pomocí vysokorychlostních kamer a využití 3D DIC lze měřit posunutí bodů pohybujícího se objektu a získat jejich trajektorie, rychlosti a zrychlení. Takto mohou být analyzovány i poměrně velké stroje, jako jsou například průmysloví roboti. Hlavním úskalím je rozmístění kamer a velikost pracovního prostoru, v průběhu pohybu musí být vyhodnocovaný částí objektu v zorném poli obou kamer. Pokud tohoto nelze dosáhnout, je nutné použít tři nebo vícekamerový systém [33].

Pohybové analýze ramena manipulátoru je věnována například práce Trebuni et al. [33].

2.6.5 DIC v mikroskopickém/nanoskopickém měřítku

Metodou DIC lze za použití mikroskopu měřit deformace až v nanoskopickém měřítku. Využít se dá optický mikroskop, rastrovací elektronový mikroskop, řádkovací tunelový mikroskop a mikroskopie atomárních sil [15]. Takto zkoumány jsou například vícevrstvé

kompozity, ale i běžné materiály jako oceli nebo jiné kovové slitiny. Další zkoumanou oblastí je mikroelektronika.

Deformací mikro elektromechanických systémů (MEMS) a nano elektromechanických systémů (NEMS) se zabývá například Ya'akovovitz et al. [34].

Měření mikroskopických deformací v kompozitu se skelnými vlákny se ve své práci věnuje Mehdikhani et al. [35]. Tung et al. [36] ve své práci změřil deformaci v jediném krystalu čistého hliníku při mikroskopické tahové zkoušce.

Jedním z problémů takto malého měřítka je výroba náhodného kontrastního vzoru. Klasické makroskopické techniky výroby zde lze využít pouze velmi omezeně, proto jsou vyvíjeny nové techniky zajišťující vhodné vzory i v mikro/nanoskopickém měřítku.

Zhu et al. [37] vyrábí mikroskopický náhodný kontrastní vzor pomocí filmu složeného z epoxydové pryskyřice a jemného prášku. V úvodu své práce také odkazuje na metody navržené jinými autory.

2.6.6 Biomechanika

Velký potenciál metody DIC spočívá v její využitelnosti pro vyhodnocování deformací různých typů materiálů nezávisle na jejich chování (křehké/tvárné, izotropní/anizotropní, homogenní/nehomogenní), pro malé i velké deformace [8]. Proto nachází své využití i v biomechanice při vyšetřování tvrdých a měkkých tkání.

Většina měření se dosud provádí in vitro, například určení Poissonova čísla aorty skotu provedl Zhang et al. [38], deformace Achillovy šlachy při jednoosém zatěžování je měřena v práci Luyckx et al. [39]. Příkladem zajímavé aplikace in vivo je použití metody DIC pro měření deformace srdce při operaci kardiopulmonálního bypassu (pro korelaci byl využit přirozený vzor povrchu myokardu), Hokka et al. [40].

I u tvrdých tkání lze DIC s výhodou použít pro vyhodnocování vzorků širokých rozsahů měřítek od mikrometrů až po celé kosti. Například pro měření rozložení přetvoření na proximálním femuru s titanovým implantátem, Tayton et al. [41].

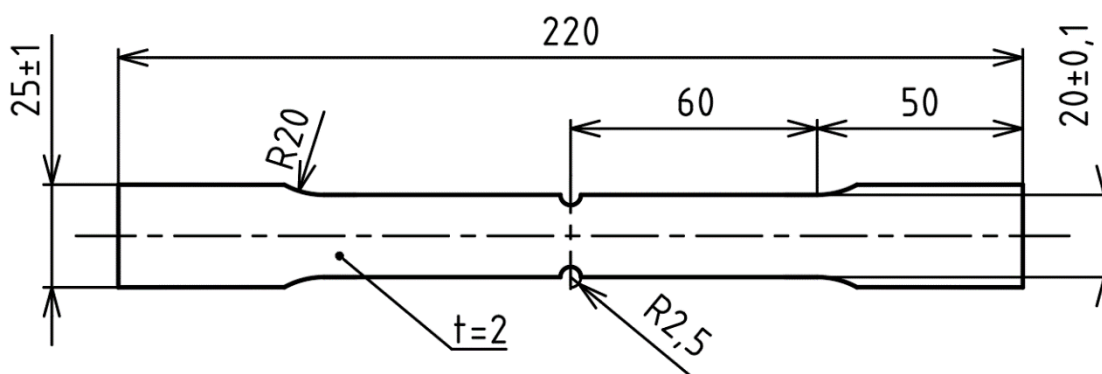
Rozsáhlý přehled více než 150 biomechanických aplikací metody DIC předkládá ve svém článku Palanca et al. [42].

V biomechanice je také snaha vyhodnocovat deformaci tkání pomocí objemové digitální korelace obrazu (VDIC/DVC). Oproti klasické DIC se však přidávají další dva zdroje chyb, a to šum rentgenových snímků a nutnost spoléhat se na přirozený vzor mikrostruktury dané tkáně, jelikož vytvoření umělého vzoru není možné [43]. Gillard et al. [44] tuto metodu použil na měření deformace a zjištění mechanických vlastností vepřové trabekulární kosti.

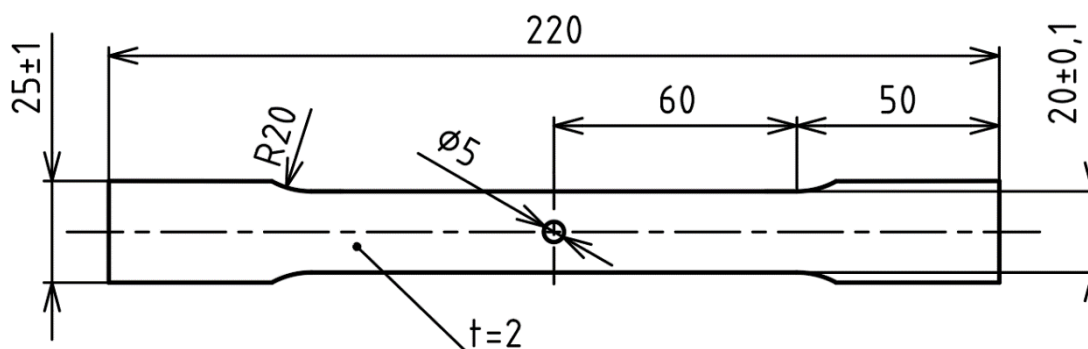
3 Měření přetvoření u těles s vruby

Prvními vyhodnocovanými tělesy byly dva ocelové vzorky s vruby. Obě tělesa mají tvar vzorků pro tahovou zkoušku. Vzorek 1 obsahuje dva symetricky umístěné vruby ve tvaru drážek půlkruhového průřezu znázorněné na obrázku 13. Vzorek 2 má uprostřed vyvrtaný otvor (viz obrázek 14). Oba vzorky jsou vyrobeny z konstrukční oceli S235 mající následující materiálové charakteristiky: hustota $\rho = 7850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, mez kluzu $\sigma_k = 235 \text{ MPa}$, Youngův modul pružnosti $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ a Poissonův poměr $\mu = 0,3$. Vzorky byly upnuty do zkušebního stroje a zatíženy tahem. Nejvyšší zátěžná síla měla v obou případech hodnotu $F = 1800 \text{ N}$.

Cílem bylo určit průběh přetvoření v okolí vrubů a určit součinitele koncentrace deformace α_ϵ . Celý experiment probíhal v oblasti elastických deformací, kde je součinitel koncentrace deformace roven součiniteli koncentrace napětí α_σ , proto mohly být součinitele koncentrace deformace zjištěné měřením a výpočtovým modelováním porovnány se součiniteli koncentrace napětí určenými analyticky.



Obrázek 13: Vzorek 1, rozměry v mm



Obrázek 14: Vzorek 2, rozměry v mm

3.1 Teoretické základy

Všechny prostředky, kterými byla úloha řešena, ať už se jedná o analytický výpočet či řešiče zabudované v programech vyhodnocujících optické měření nebo numerický model, vychází z teorie pružnosti a pevnosti. Tyto teoretické základy zde budou v krátkosti nastíněny, budou však omezeny pouze na řešenou problematiku. Tato podkapitola bude vycházet převážně ze skript pružnosti a pevnosti [45].

3.1.1 Lineární pružnost

Úloha pružnosti je lineární, pokud všechny závislosti mezi zatížením, napjatostí a deformací jsou lineární. Musí platit

- materiál tělesa je lineárně pružný, konstitutivní vztahy mezi napětími a deformacemi jsou popsány Hookeovým zákonem,
- složky tenzoru přetvoření \mathbf{T}_ε jsou malé, tedy dosahují maximálně 5 %,
- složky vektoru posunutí \mathbf{u} jsou oproti rozměrům tělesa malé a neovlivňují tak platnost rovnic rovnováhy sestavených pro nedeformovanou geometrii,
- okrajové podmínky jsou lineární, nemění tedy svůj charakter ani polohu.

3.1.2 Prostá pružnost

Při volbě zjednodušujících předpokladů existují případy, kdy lze řešit napjatost a deformaci samostatně. Takovéto případy se označují jako prosté. Zvolené zjednodušující předpoklady zpravidla omezí počet dimenzí problému a tím sníží výpočtovou složitost při zachování souladu výsledků s řešením pomocí obecné pružnosti.

3.1.3 Deformace

Při deformaci tělesa se mění poloha jeho bodů vzhledem ke vztaženému souřadnicovému systému i vzdálenost mezi jednotlivými body. Deformace tělesa lze popsat

- vektorem posunutí $\mathbf{u} = (u, v, w)$ jednotlivých bodů tělesa, vektorové pole posuvů určuje změnu polohy všech bodů tělesa,
- poměrnou deformací neboli přetvořením všech částí (elementů) tělesa.

Délková přetvoření hran elementární krychle se určí pomocí následujících vztahů [46]

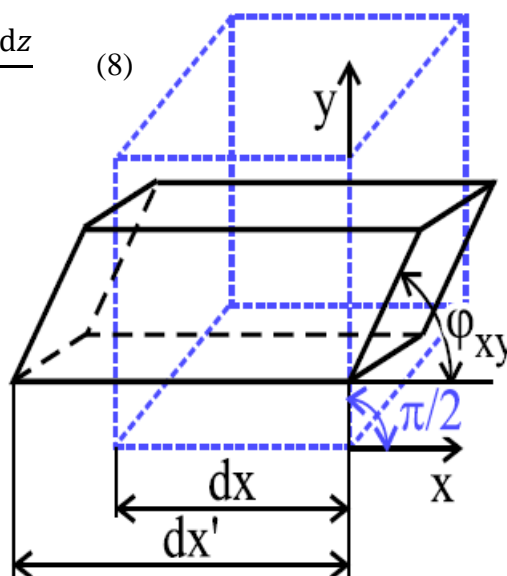
$$\varepsilon_x = \frac{dx' - dx}{dx} \quad \varepsilon_y = \frac{dy' - dy}{dy} \quad \varepsilon_z = \frac{dz' - dz}{dz} \quad (8)$$

Pro úhlová přetvoření (zkosy) platí vztahy

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \frac{\pi}{2} - \varphi_{xy} \quad \gamma_{xz} = \gamma_{zx} = \frac{\pi}{2} - \varphi_{xz}$$

$$\gamma_{yz} = \gamma_{zy} = \frac{\pi}{2} - \varphi_{yz} \quad (9)$$

Délkové změny v ose x a úhlové změny v rovině xy ve vztazích (8) a (9) jsou znázorněny na obrázku 15. Deformace prvku v bodě se dá poté popsat tenzorem přetvoření



Obrázek 15: Deformace elementární krychle [46]

$$\mathbf{T}_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{\gamma_{xy}}{2} & \frac{\gamma_{xz}}{2} \\ \frac{\gamma_{yx}}{2} & \varepsilon_y & \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \frac{\gamma_{zx}}{2} & \frac{\gamma_{zy}}{2} & \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (10)$$

3.1.4 Prut v pružnosti a pevnosti

Prut je v pružnosti a pevnost nejjednodušším typem teoretického modelu reálného tělesa z hlediska napjatosti a deformace. Prut jako model splňuje jisté geometrické, deformační a napjatostní předpoklady, část z nich je graficky znázorněna na obrázku 16.

Předpoklady geometrické:

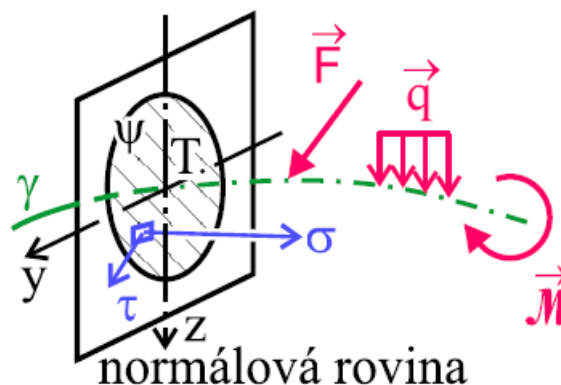
- prut je určen střednicí γ a v každém jejím bodě příčným průřezem ψ , γ je křivkou spojující těžiště všech ψ ,
- střednice je spojitá a po částech hladká křivka konečné délky,
- příčný průřez je spojitá jedno nebo vícenásobně souvislá oblast,
- délka střednice je řádově minimálně stejně velká jako největší rozměr příčného průřezu.

Předpoklady vazbové a zatěžovací

- vazby omezují pouze posuvy a úhly natočení střednice,
- zatížení působí na střednici.

Předpoklady deformační:

- střednice prutu zůstává v průběhu zatěžování spojitou a po částech hladkou křivkou,
- příčné průřezy si v průběhu zatěžování zachovávají rovinnost a kolmost k deformované střednici.



Obrázek 16: Schématické znázornění prutových předpokladů [46]

Předpoklady napjatostní:

- napjatost je určena normálovým a smykovým napětím v příčném průřezu, jedná se o zvláštní typ rovinné napjatosti – prutovou napjatost.

Tenzor napjatosti pro prutovou napjatost má tvar

$$\mathbf{T}_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

kde σ_x [MPa] je napětí normálové, τ_{xy} a τ_{yx} [MPa] jsou sdružená smyková napětí a jsou si rovna.

3.1.5 Prostý tah

Prostý tah je namáhání přímého prizmatického prutu, pokud jsou splněny prutové předpoklady, jedinou nenulovou složkou výsledných vnitřních sil a momentů je normálová síla a příčné průřezy se pouze oddalují a následně izotropně deformují (tedy nemění tvar). Prizmatický je prut, který má v každém bodě střednice stejný příčný průřez a je nešroubovitý.

Jelikož se příčné průřezy deformují izotropně, všechny úhlová přetvoření jsou nulová

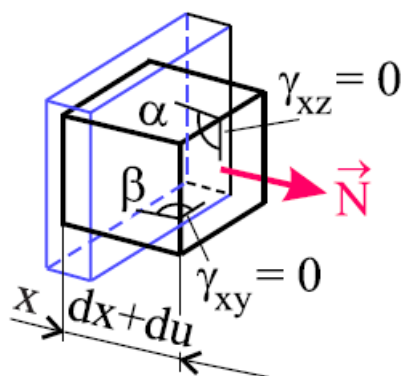
$$\gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0 \quad (12)$$

Délkové přetvoření ve směru osy x , totožné se střednicí prutu, je rovno

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx} \quad (13)$$

kde du je deformační posuv dvou příčných průřezů ve směru osy x a dx je počáteční vzdálenost mezi těmito příčnými průřezy. Přetvoření je konstantní v celém příčném průřezu. Přetvoření ve směru os y a z je také konstantní a je vyjádřeno

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\mu \cdot \varepsilon_x \quad (14)$$



Obrázek 17: Deformace příčného průřezu [46]

Vzniká tedy trojosá deformace charakterizovaná tenzorem přetvoření

$$\mathbf{T}_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (15)$$

Jelikož zksoy jsou nulové, smyková napětí jsou také nulová, což vyplývá z konstitučního vztahu

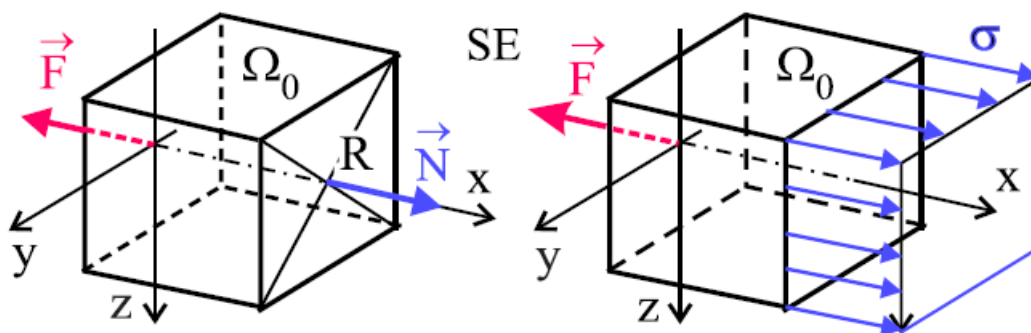
$$\tau_{xy} = G \cdot \gamma_{xy} \quad (16)$$

kde G [MPa] je modul pružnosti ve smyku pro daný materiál. Jedinou nenulovou složkou tenzoru napětí bude tedy normálové napětí

$$\mathbf{T}_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x = \frac{N}{S} \quad (17)$$

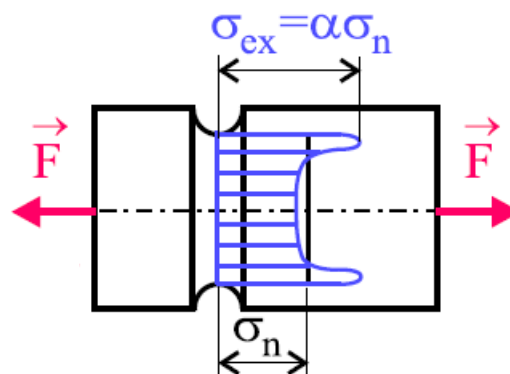
kde N [N] je normálová síla a S [mm] obsah příčného průřezu.



Obrázek 18: Normálová síla a normálové napětí v uvolněné části prutu [46]

3.1.6 Vruby

Vrubem se rozumí náhlá změna příčného průřezu, která vznikla buď z důvodu tvarového návrhu součásti (konstrukční vrub), nebo kvůli výrobnímu postupu (technologický vrub). V okolí vrubu vzniká trojosá napjatost a deformace a dochází ke koncentraci přetvoření i napětí. Koncentrace napětí je vyjádřena pomocí součinitele koncentrace napětí



Obrázek 19: Průběh napětí ve vrubu [46]

$$\alpha_{\sigma} = \frac{\sigma_{\text{ex}}}{\sigma_n} \quad (18)$$

kde σ_{ex} je extrémní hodnota napětí a σ_n nominální hodnota vypočítaná ze vztahů prosté pružnosti a pevnosti. Příklad průběhu napětí v místě vrubu je vidět na obrázku 19. Koncentrace přetvoření je vyjádřena součinitelem koncentrace deformace (přetvoření)

$$\alpha_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_{\text{ex}}}{\varepsilon_n} \quad (19)$$

analogicky k napětí ε_{ex} je extrémní hodnota a ε_n nominální. V elastické oblasti, kde platí Hookeův zákon a napětí je úměrné přetvoření, jsou si oba součinitele rovny.

3.2 Experiment

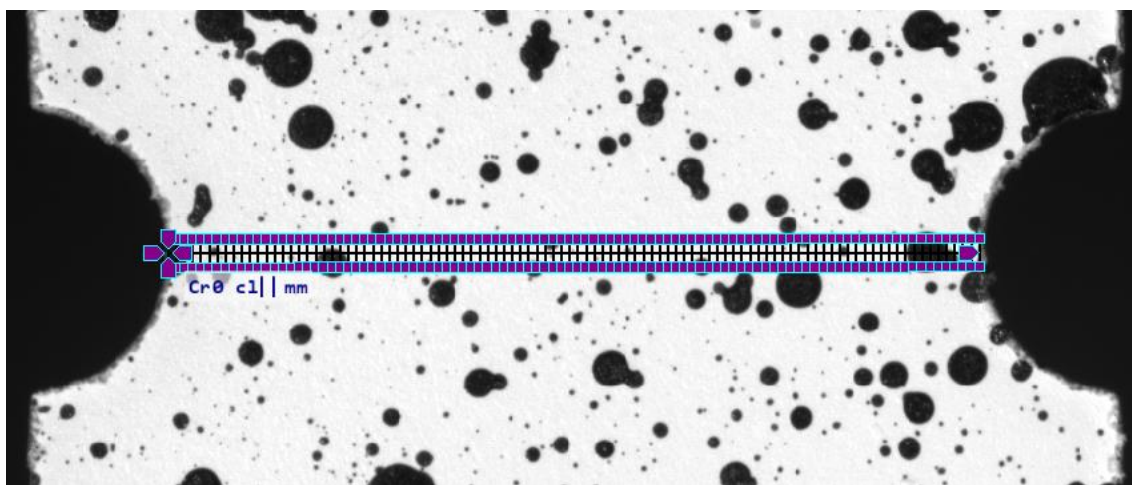
Pro měření byla zvolena metoda 2D DIC, jelikož vzorek v celém průběhu zatěžování splňoval předpoklad rovinnosti snímaného povrchu. Byla tedy použita jen jedna kamera, která byla pomocí kalibrační mřížky zkalibrována. Poté bylo přistoupeno k měření, k jehož vyhodnocení byl využit software Alpha od společnosti X-Sight. Vzorek byl v průběhu měření osvětlen.

Pro vyhodnocení přetvoření byla vybrána sonda Crack Probe, viz obrázky 20 a 21, jejíž původní účel je měřit velikosti trhlin, v tomto případě však byly využity její příčné úsečky zakončené body, jichž souřadnice byly snímány po celou dobu měření s časovým krokem 0,03 s. Sonda byla umístěná po šířce vzorků v místech vrubů. Ze souřadnic dvojice bodů na jedné příčné úsečce byly dopočítány délky jednotlivých úseček a porovnány s délkou

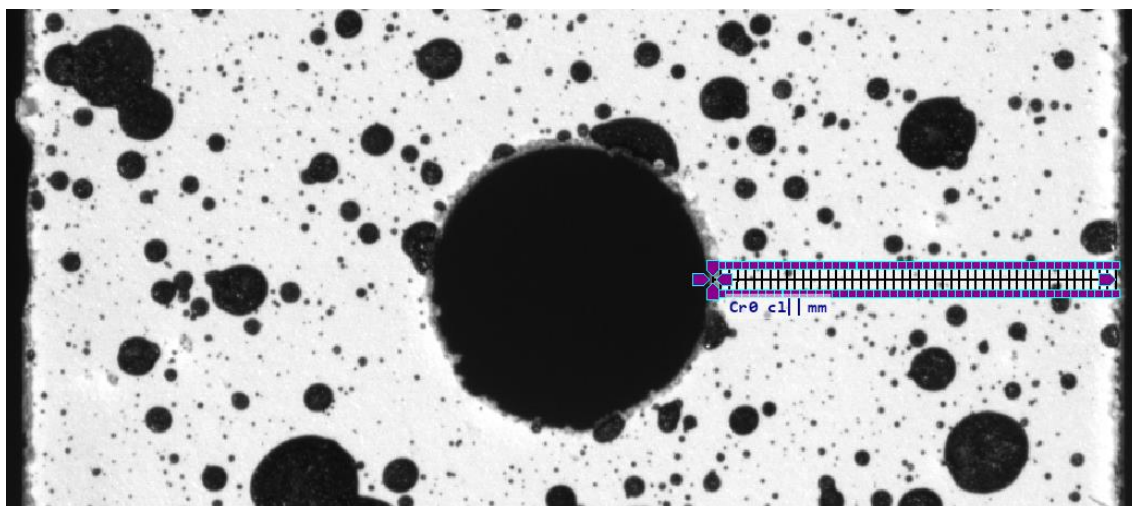
nastavenou na počátku měření. Takto byla získána přetvoření ve směru podélné osy vzorku

$$\varepsilon_{y,i} = \frac{L_i - L_0}{L_0} = \frac{\Delta L_i}{L_0} \quad (20)$$

kde $\varepsilon_{y,i}$ je přetvoření i -té úsečky ve směru osy vzorku ztotožněné s osou y , L_i [mm] je délka i -té úsečky po zatížení, ΔL_i [mm] je délková změna i -té úsečky po zatížení a L_0 [mm] je původní zadaná délka stejná pro všechny úsečky. K výpočtu byl využit software MATLAB R2021b.



Obrázek 20: Sonda Crack Probe pro vzorek 1



Obrázek 21: Sonda Crack Probe pro vzorek 2

Oba vzorky jsou osově symetrické, u vzorku 2 rozděleného středovým otvorem byla vyhodnocována pouze pravá polovina, která vykazovala lepší korelaci, což bylo ověřeno počátečním porovnáním. Nejpravděpodobnějším důvodem je větší koncentrace malých

skvrn, které zaručují, že vyhodnocované body v jejich okolí budou snáze nalezeny. U vzorku 1 byla vyhodnocena celá šířka od vrubu k vrubu, byly tedy vůči sobě porovnány i špičky přetvoření v pravém a levém vrubu.

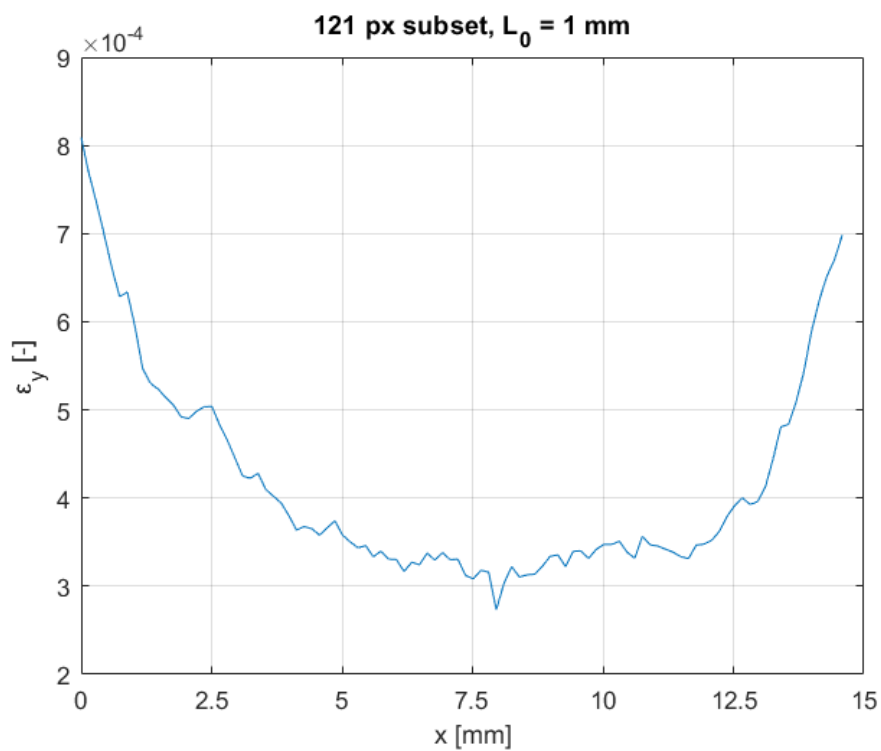
Globální možnosti sledování byly ponechány výchozí. Maximální povolená směrodatná odchylka pozice hledaných bodů se spolehlivostí 95 % byla 0,20 px. Maximální povolená hodnota šumu byla 12 odstínů šedi mezi referenčním a deformovaným snímkem.

Měření bylo vyhodnoceno při výdrži na maximální síle a získané hodnoty byly zprůměrovány přes několik časových okamžiků, aby byl snížen vliv šumu. Nejprve byla zvolena počáteční délka příčných úseček 1 mm a měření bylo vyhodnoceno pro různé rozměry strany čtvercového subsetu, konkrétně: 61 px, 71 px, 81 px, 91 px, 101 px, 111 px, 121 px, 131 px a 141 px. Poté byla vybrána velikost subsetu dávající uspokojivé výsledky a měření bylo vyhodnoceno pro různé počáteční délky příčných úseček, jmenovitě 0,125 mm; 0,25 mm; 0,5 mm; 0,75 mm; 1 mm; 1,25 mm; 1,5 mm; 1,75 mm a 2 mm. Výsledky pro oba vzorky budou prezentovány samostatně v následujících dvou kapitolách.

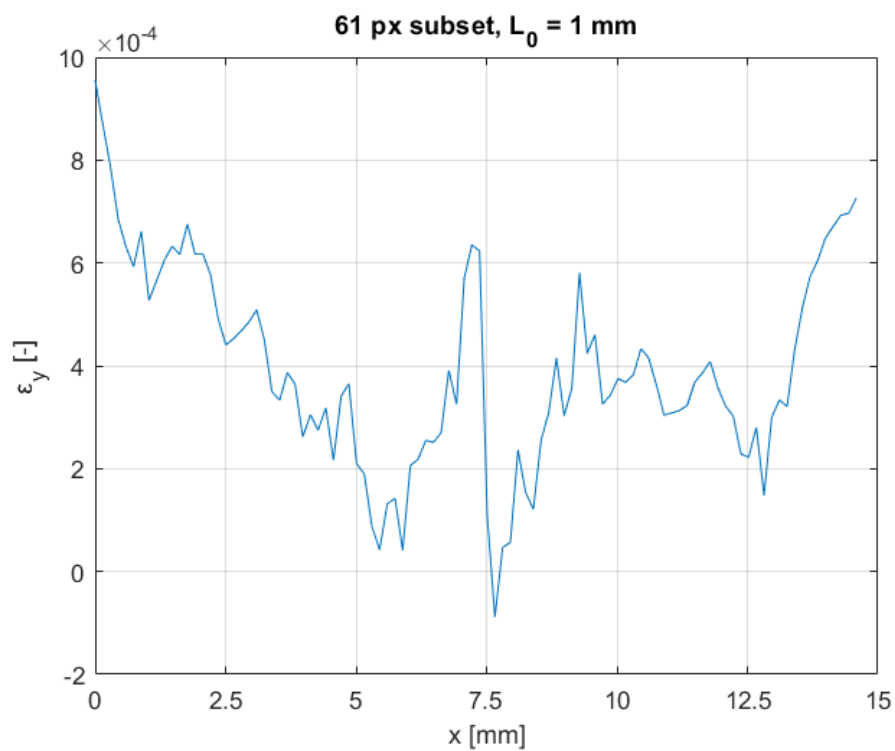
3.2.1 Vzorek 1

Počet příčných čar sondy Crack Probe pro vzorek 1 byl zvolen sto. Nejprve byla nalezena velikost subsetu dávající stabilní průběh přetvoření s nejmenšími zákmity zejména ve středu vzorku, která by ideálně měla být pro rychlý výpočet co nejnižší. Tomuto se nejvíce blíží hodnoty 121x121 px, odpovídající průběh přetvoření je znázorněn na obrázku 22. Pro větší hodnoty již dochází ke ztrátám bodů na okrajích a nárůstu výpočetního času, menší hodnoty naopak vedou k velkým výkyvům změřených přetvoření ve středu vzorku, jak lze vidět na obrázku 23.

Na obrázcích 22 a 23 je na vodorovné ose vzdálenost od levého vrubu směrem k pravému. Jmenovitě šířky vzorku 15 mm není dosaženo, sonda je dlouhá pouze 14,587 mm. Částečně je na vině odsazení sondy od kraje vzorku, aby nedocházelo ke ztrátám krajních bodů, ale to ovlivňuje délku sondy pouze v řádech setin milimetru. Dalším důvodem může být výrobní nepřesnost vzorku nebo nepřesná kalibrace.

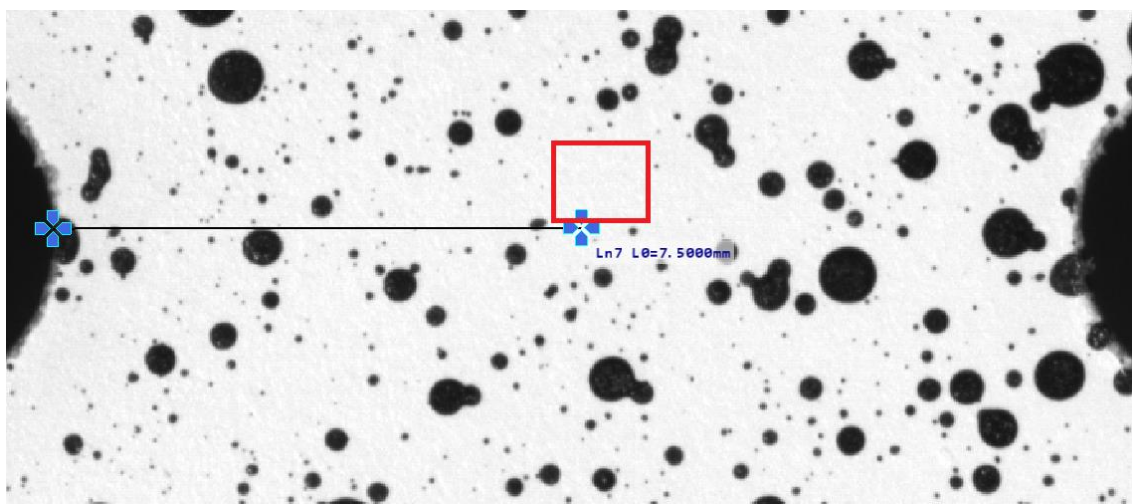


Obrázek 22: Průběh přetvoření na vzorku 1 pro subset o velikosti 121x121 px a počáteční délce příčných čar 1 mm



Obrázek 23: Průběh přetvoření na vzorku 1 pro subset o velikosti 61x61 px a počáteční délce příčných čar 1 mm

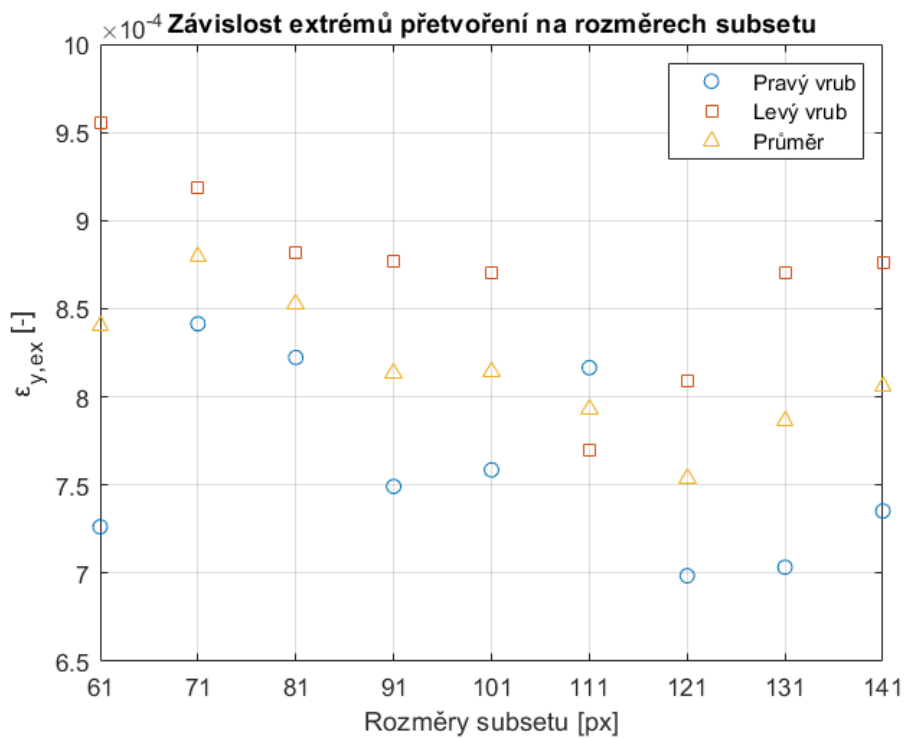
Při porovnání obrázků 22 a 23 vidíme, že krajní hodnoty se odlišují, avšak hlavní rozdíl nastává okolo vzdálenosti $x = 7,5$ mm, kde při 61 pixelovém subsetu přetvoření nabývá dokonce záporných hodnot. Příčinu lze hledat v nedostatečně hustém vzoru v dané oblasti. Při menších velikostech subsetů se může stát, že některý z nich bude většinou zahrnovat červeně ohraničenou oblast na obrázku 24, kde se téměř žádné černé skvrny nevyskytují, a dojde k chybnému určování středu tohoto subsetu v průběhu zatěžování. Sonda Ln7 na obrázku 24 je umístěna na stejném místě jako podélná čára sondy Crack Probe při měření a hraje roli kóty.



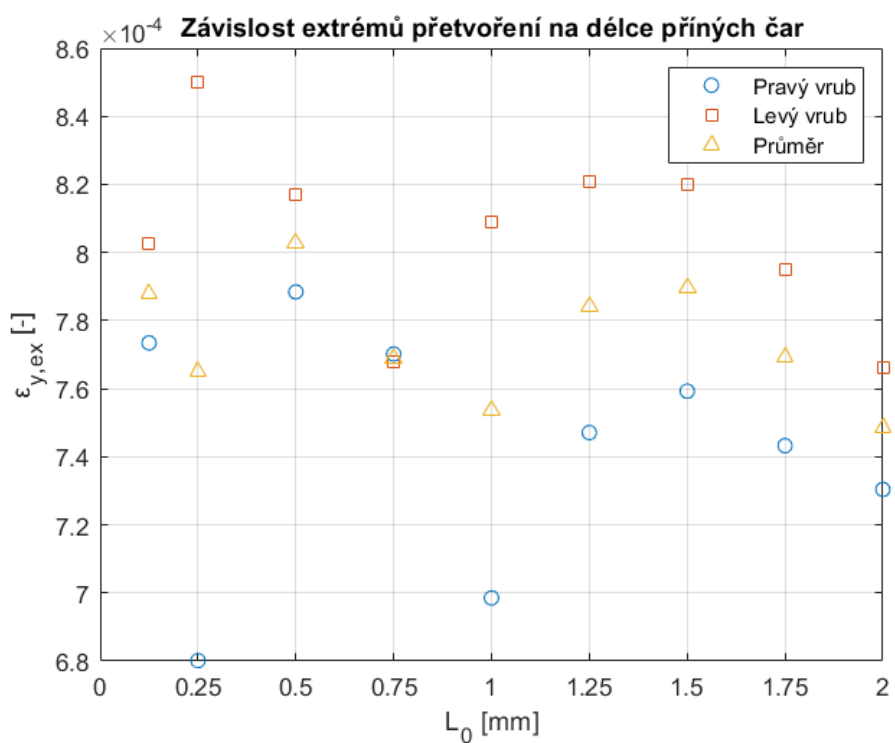
Obrázek 24: Označení místa s nedostatečnou hustotou vzoru

Na obrázku 25 jsou znázorněny extrémní hodnoty přetvoření v pravém i levém vrubu v závislosti na velikosti subsetu. Dále je vykreslena zprůměrovaná hodnota. Lze vidět, že pro všechny hodnoty velikosti subsetu, s výjimkou hodnoty 111 px, vychází extrémní hodnota přetvoření v levém vrubu větší než v pravém. Na vině může být například kvalita vzoru v jednotlivých vrubech, nesymetričnost vzorku, nesymetrické upnutí vzorku nebo kombinace výše zmíněných vlivů.

Dále byla vyhodnocena závislost extrémů přetvoření na délce příčných čar sondy, vždy pro velikost subsetu 121x121 px, viz obrázek 26. Přetvoření opět vychází větší pro levý vrub. K očekávanému poklesu přetvoření s rostoucí délkou příčných úseček dochází až od délky 1,5 mm do 2 mm, zprůměrované hodnoty přetvoření se však pro všechna měření pohybují v intervalu $\langle 8,028 \cdot 10^{-4}; 7,484 \cdot 10^{-4} \rangle$, o klesajícím trendu přetvoření na celém intervalu počátečních délek příčných čar tedy nelze hovořit.



Obrázek 25: Extrémní hodnoty přetvoření ve vrubech v závislosti na velikosti subsetu pro délku příčných čar 1 mm



Obrázek 26: Extrémní hodnoty přetvoření ve vrubech v závislosti na délce příčných čar sondy pro velikost subsetu 121x121 px

Pro určení součinitele koncentrace deformace α_ε bylo nejprve třeba určit nominální hodnotu přetvoření v místě vrubů. K tomu bylo použito analytické řešení. Nominální přetvoření se vypočte podle vztahu (20), za L_0 se dosadí délka vzorku v nezátíženém stavu a za ΔL posuv vzorku u , jenž se vypočítá vztahem

$$u = \Delta L = \frac{F \cdot L_0}{E \cdot S} \quad (21)$$

odvození vztahu (21) lze najít ve zdroji [45]. Po dosazení (21) do (20) vznikne vztah pro nominální přetvoření

$$\varepsilon_{\text{nom}} = \frac{\frac{F \cdot L_0}{E \cdot S}}{L_0} = \frac{F}{E \cdot S} \quad (22)$$

Nominální přetvoření pak vychází

$$\varepsilon_{\text{nom},1} = 2,857 \cdot 10^{-4}$$

Výsledná extrémní hodnota přetvoření byla určena zprůměrováním extrémních hodnot pro různé počáteční délky příčných čar sondy pro levý i pravý vrub, které jsou znázorněny na obrázku 26, a má hodnotu

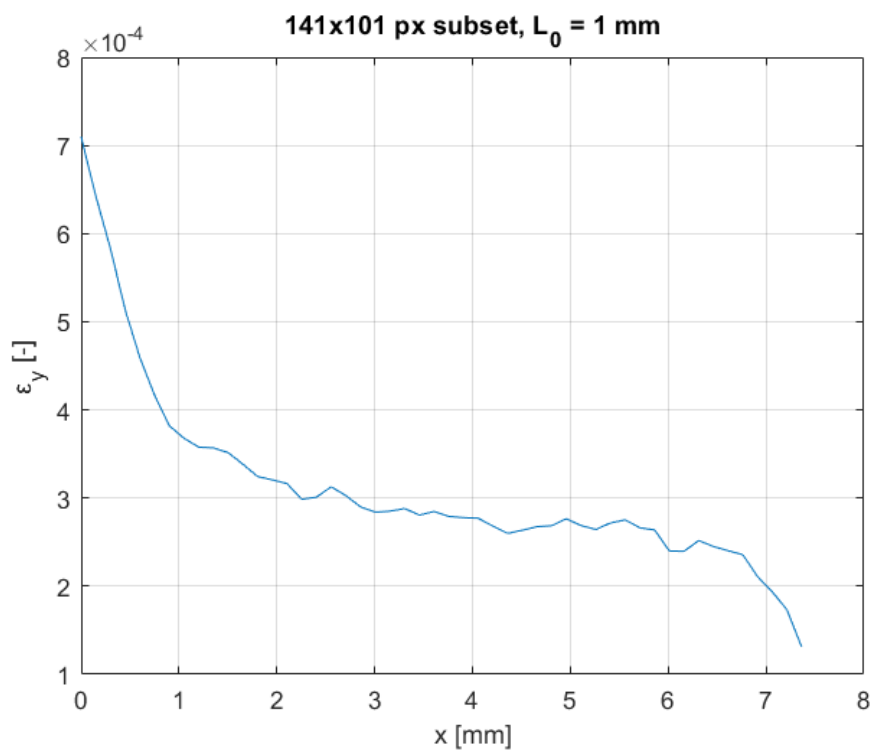
$$\varepsilon_{\text{ex},1} = 7,744 \cdot 10^{-4}$$

Součinitel koncentrace deformace pro vzorek 1 po dosazení do rovnice (19) vychází

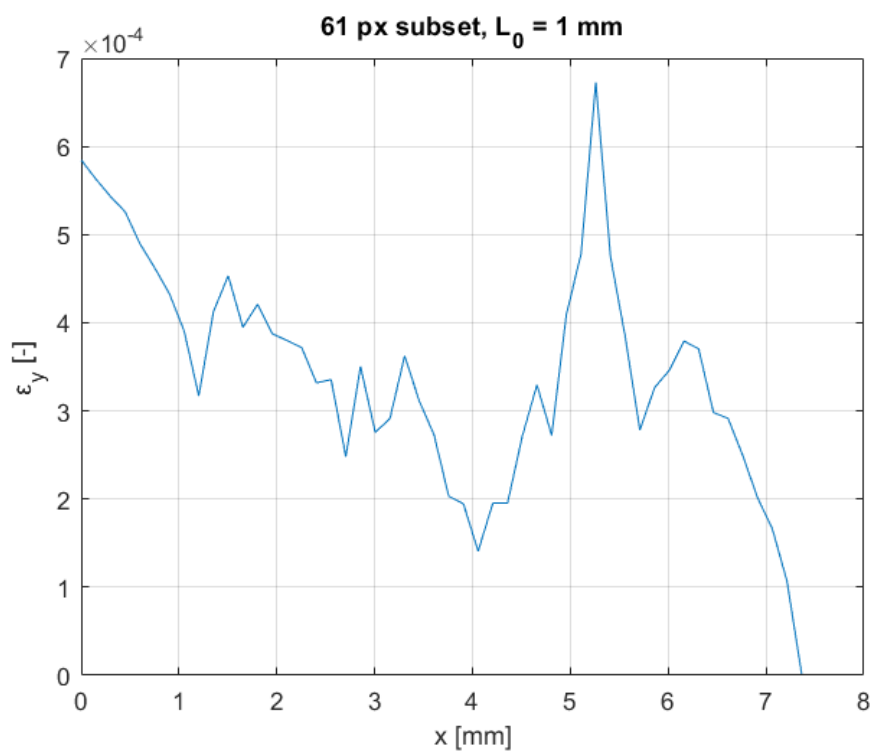
$$\alpha_{\varepsilon,1} = 2,71$$

3.2.2 Vzorek 2

Počet příčných čar sondy byl padesát. Stejně jako u vzorku 1 byla hledána velikost subsetu dávající stabilní průběh přetvoření bez záskmitů postrádajících fyzikální podstatu. Při prvních pěti vyhodnocováních byl volen čtvercový subset a pro další čtyři měření byla šířka ponechána na 101 px, protože při zvětšování šířky docházelo ke ztrátám pravého okraje sondy, nejspíše z důvodu, že velká část subsetu krajních bodů byla mimo vzorek. Nejstabilnější průběh přetvoření dával největší subset o velikosti 141x101 px, daný průběh je znázorněn na obrázku 27. Pro tuto hodnotu byl dále vyhodnocován vliv délky příčných čar sondy. Při nejmenší velikosti



Obrázek 27: Průběh přetvoření na vzorku 2 pro subset o velikosti 141x101 px a počáteční délce příčných čar 1 mm



Obrázek 28: Průběh přetvoření na vzorku 2 pro subset o velikosti 61x61 px a počáteční délce příčných čar 1 mm

subsetu 61x61 px, viz obrázek 28, je korelace velmi špatná a byť ve vrubu je vidět nárůst přetvoření, zbytek průběhu je zcela neodpovídající předpokladům.

Měřená vzdálenost na vzorku je 7,5 mm, ale sonda má pouze 7,364 mm. Možná vysvětlení jsou stejná jako u vzorku 1 v kapitole 3.2.1.

Na obrázku 28 jsou vidět zejména dvě problematická místa. První se nachází okolo vzdálenosti $x \approx 5,25$ mm, kde je neopodstatněný nárůst přetvoření až nad extrémní hodnotu ve vrubu a druhé na úplném konci vzorku, kde přetvoření klesá téměř k nule. První problematické místo se vzrůstající velikostí subsetu postupně mizí a na obrázku 27 už není téměř patrné. Pokles přetvoření na konci vzorku je však přítomen u všech vyhodnocovaných velikostí subsetu. Problém, podobně jako u vzorku 1, může být ve vzoru, avšak při podrobnějším prozkoumání nenalezneme na vzorku 2 podobně velkou oblast jako na obrázku 24, kde by černé skvrny vzoru zcela chyběly. I při velikosti 61x61 px každý jednotlivý subset obsahuje kus černého vzoru, což přesto nemusí být ke správné korelaci postačující, jak demonstruje obrázek 28.

Obrázek 29 ukazuje hodnoty extrému přetvoření pro různé velikosti subsetu. Určujícím parametrem je výška subsetu, jelikož pohyb bodů sondy většinou nastává v jejím směru a šířka je od měření 5 fixní na 101 px. Pro menší subsety dosahuje přetvoření ve vrubu menších hodnot, avšak jak bylo rozebráno výše, pro menší subsety není korelace moc přesná a tyto nižší hodnoty proto nemají výpovědní hodnotu.

Na obrázku 30 je vidět závislost extrému přetvoření ve vrubu na počáteční délce příčných čar sondy. S rostoucí délkou příčných čar byl očekáván klesající trend. Byť je nejmenší hodnota přetvoření pro největší délku, tak hodnoty spíše kolísají a klesající trend není vidět. Aby byl klesající trend skutečně vidět, musely by být vykresleny hodnoty přetvoření pro větší délky.

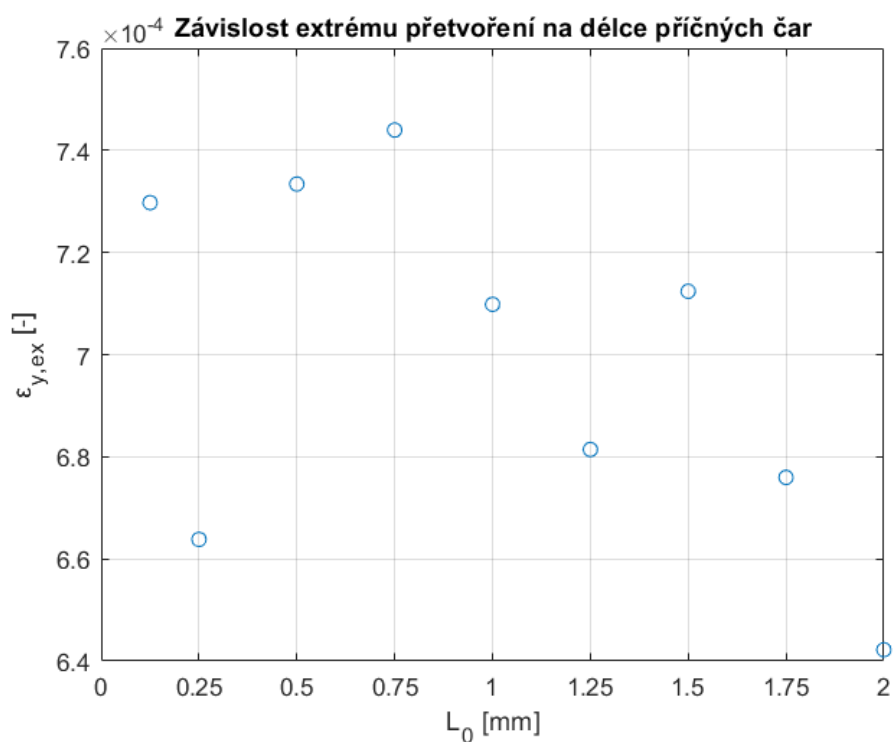
Jelikož obsah příčného průřezu, zatěžující síla i materiál byly stejné pro oba vzorky, nominální přetvoření vzorku 2 v místě vrubu má stejnou hodnotu jako u vzorku 1

$$\varepsilon_{\text{nom},2} = 2,857 \cdot 10^{-4}$$

Výsledné extrémní přetvoření ve vrubu se opět určí zprůměrováním hodnot pro různé počáteční délky příčných čar, jak je znázorňuje obrázek 30 a vychází



Obrázek 29: Extrémní hodnota přetvoření ve vrubu v závislosti na velikosti subsetu pro délku příčných čar 1 mm



Obrázek 30: Extrémní hodnota přetvoření ve vrubu v závislosti na délce příčných čar sondy pro velikost subsetu 141x101 px

$$\varepsilon_{\text{ex},2} = 6,992 \cdot 10^{-4}$$

Součinitel koncentrace deformace pro vzorek 2 podle vztahu (19) má pak hodnotu

$$\alpha_{\varepsilon,2} = 2,45$$

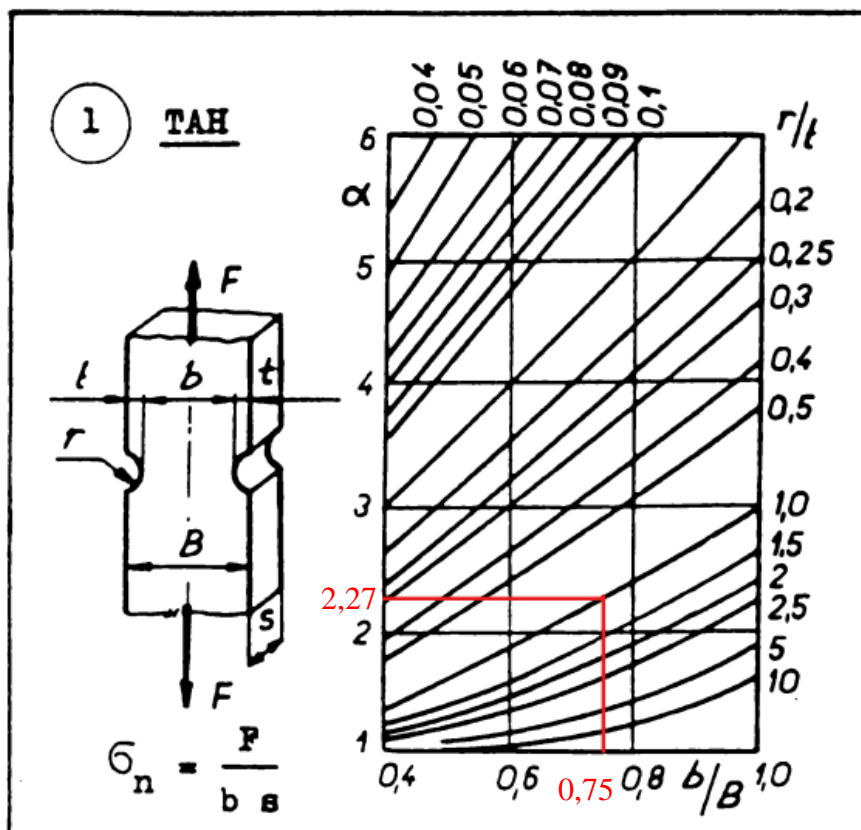
3.3 Analytické řešení

Jak bylo uvedeno na začátku kapitoly 3, v elastické oblasti je součinitel koncentrace deformace roven součiniteli koncentrace napětí, proto lze porovnat součinitele koncentrace deformace zjištěné experimentem a součinitele koncentrace napětí zjištěné analytickým výpočtem, nebo odečteného z nomogramu.

3.3.1 Vzorek 1

V případě vzorku 1 byl použit nomogram ze zdroje [45], viz obrázek 31. Poměry potřebné pro odečtení jsou následující

$$\frac{r}{t} = \frac{2,5 \text{ mm}}{2,5 \text{ mm}} = 1 \quad \frac{b}{B} = \frac{15 \text{ mm}}{20 \text{ mm}} = 0,75$$



Obrázek 31: Nomogram pro vzorek 1 [45], upraveno

Jak je znázorněno na obrázku 31, odečtený součinitel koncentrace napětí je roven

$$\alpha_{\sigma,1} = 2,27$$

Alternativně lze součinitel určit podle vztahu [47]

$$\alpha_{\sigma,1} = 3,065 - 3,472 \cdot \left(\frac{2 \cdot r}{B}\right) + 1,009 \cdot \left(\frac{2 \cdot r}{B}\right)^2 + 0,405 \cdot \left(\frac{2 \cdot r}{B}\right)^3 \quad (23)$$

výsledek je stejný. Proměnné r a B ve vztahu (23) mají stejný význam jako na obrázku 31.

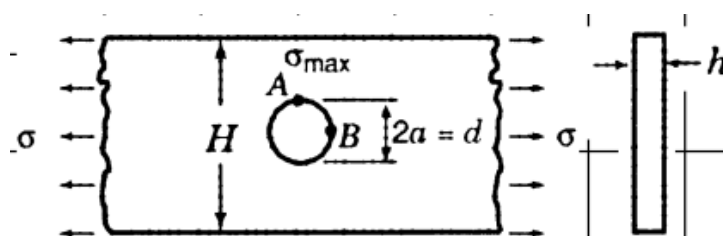
3.3.2 Vzorek 2

Součinitel koncentrace napětí při namáhání tahem se pro dlouhý vzorek konečné šířky a tloušťky s kruhovým otvorem určí vztahem [47]

$$\alpha_{\sigma,2} = 2 + 0,284 \cdot \left(1 - \frac{d}{H}\right) - 0,6 \cdot \left(1 - \frac{d}{H}\right)^2 + 1,32 \cdot \left(1 - \frac{d}{H}\right)^3 \quad (24)$$

význam proměnných d a H je zřejmý z obrázku 32. Součinitel koncentrace napětí pro vzorek 2 po dosazení do vztahu (24) vychází

$$\alpha_{\sigma,2} = 2,43$$



Obrázek 32: Těleso tvaru kváдру s koncentrátorem v podobě kruhového otvoru [47]

3.4 Numerické řešení

K porovnání výsledků experimentu bylo použito také výpočtové modelování pomocí metody konečných prvků (dále MKP). Pro řešení bylo využito prostředí Ansys Workbench 2021 R2.

3.4.1 Vzorek 1

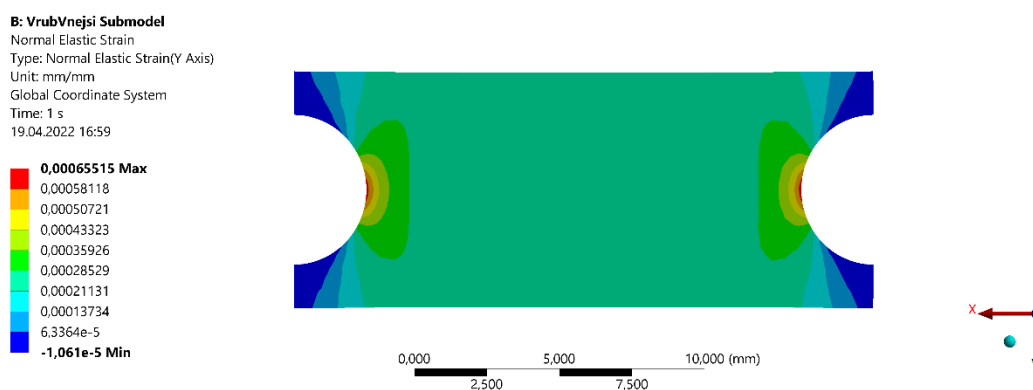
Vymodelovanému vzorku byly přiřazeny materiálové charakteristiky uvedené na začátku kapitoly 3. Byť měla úloha vhodné parametry k použití 2D modelu, byl zvolen 3D model, jelikož, jak bude dále popsáno, přetvoření na povrchu a uvnitř tělesa je odlišné. Okrajové podmínky byly nastaveny dle obrázku 33. Uzlym na levé, žlutě označené ploše byly zamezeny posuvy ve všech směrech a mezi uzly pravé, červeně zvýrazněné plochy byla rozdělena zátěžná síla 1800 N.



Obrázek 33: Okrajové podmínky modelu vzorku 1

Dále byl vytvořen submodel oblasti okolo vrubů. Velikost elementů celého submodelu byla nastavena na 0,5 mm a plochám v zaoblení, kde byla očekávána extrémní hodnota přetvoření, byla přiřazena velikost elementů 0,1 mm. Na obrázku 34 je vykresleno přetvoření ve směru osy vzorku (osy y modelu). Extrémní hodnota přetvoření je rovna

$$\varepsilon_{y,ex}^{MKP} = 6,5515 \cdot 10^{-4}$$



Obrázek 34: Přetvoření modelu vzorku 1 okolo vrubů ve směru osy y

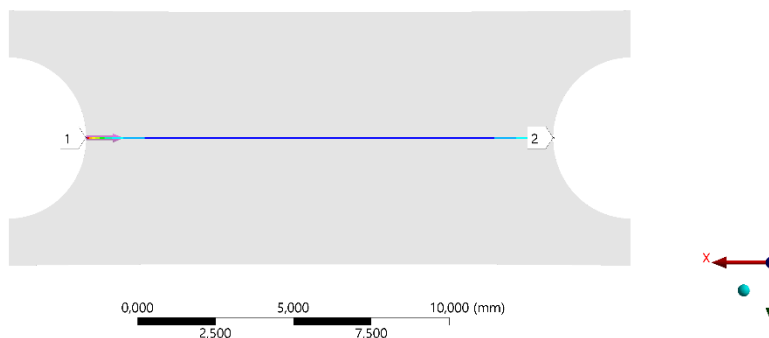
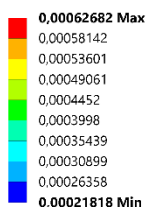
Aby šlo srovnat výsledky získané pomocí sondy v experimentu a výsledky určené MKP, bylo přetvoření vykresleno na úsečce nacházející se na povrchu modelu a spojující kořeny obou vrubů, viz obrázek 35. Jak lze vidět na obrázku 35, extrémní hodnota přetvoření na

povrchu tělesa je nižší než maximum v celém modelu, které se nachází ve středu tloušťky, a dosahuje hodnoty

$$\varepsilon_{y,ex}^{MKP,povrch} = 6,2682 \cdot 10^{-4}$$

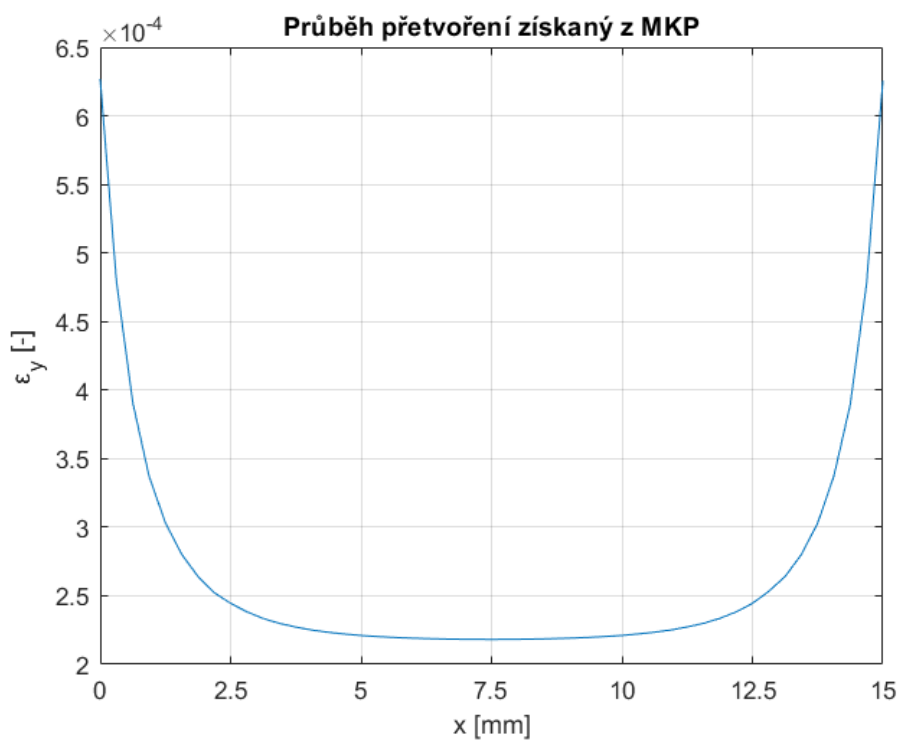
B: VrubVnější Submodel

Normal Elastic Strain 2
Type: Normal Elastic Strain(Y Axis)
Unit: mm/mm
Global Coordinate System
Time: 1 s
19.04.2022 17:19



Obrázek 35: Přetvoření ve směru osy y na úsečce spojující kořeny vrubů a nacházející se na povrchu tělesa

Průběh přetvoření po délce úsečky je znázorněn na obrázku 36.



Obrázek 36: Průběh přetvoření na povrchu modelu vzorku 1 v oblasti vrubů, numerické řešení

Při tvorbě modelu nebylo využito symetrie, protože již byla k dispozici geometrie nesymetrického modelu, která byla vytvořena jako podklad výrobního výkresu. Úspora

výpočetního času by pro tuto úlohu byla zanedbatelná a částečně jí bylo dosaženo využitím submodelu.

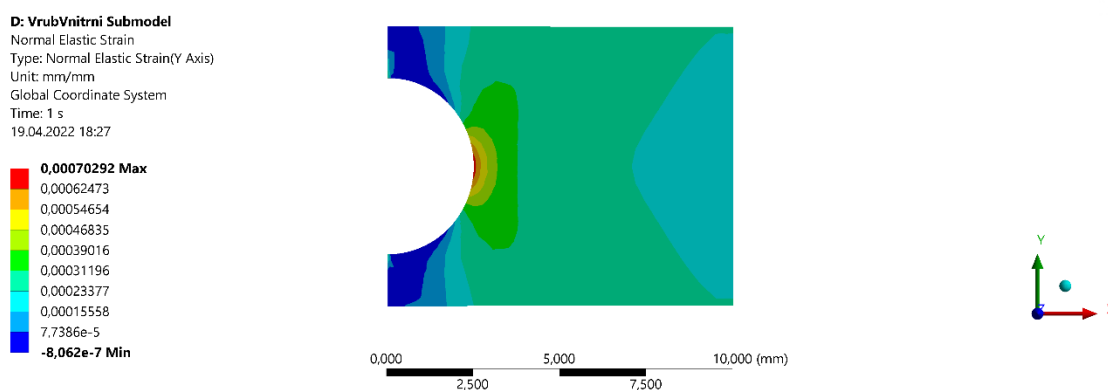
Součinitel koncentrace deformace byl určen z extrémní hodnoty přetvoření na povrchu vzorku zprůměrované z hodnot v pravém a levém vrubu (hodnoty v obou vrubech se liší pouze nepatrně) a nominální hodnoty vypočtené analyticky (uvedena v kapitole 3.2.1). Po dosazení obou hodnot do vztahu (19) vyšlo

$$\alpha_{\varepsilon,1}^{\text{MKP}} = 2,19$$

3.4.2 Vzorek 2

Při tvorbě modelu vzorku 2 bylo postupováno obdobně jako u vzorku 1. Okrajové podmínky byly zadány totožné, submodel byl však vytvořen pouze pro polovinu vzorku, jelikož v experimentu byla vyhodnocována také pouze polovina tělesa. Velikost elementů submodelu byla podobně jako u vzorku 1 nastavena na 0,5 mm a na ploše zaoblení 0,1 mm. Přetvoření ve směru podélné osy vzorku je znázorněno na obrázku 37. Extrémní hodnota přetvoření je rovna

$$\varepsilon_{y,\text{ex}}^{\text{MKP}} = 7,0292 \cdot 10^{-4}$$

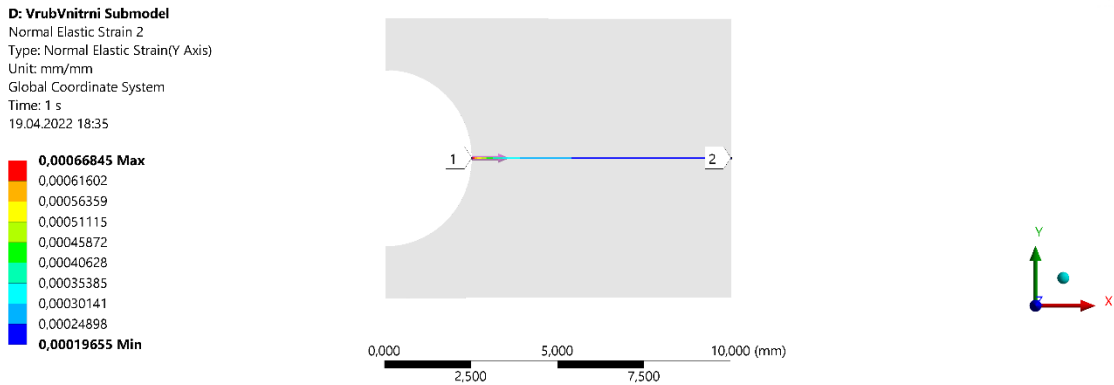


Obrázek 37: Přetvoření modelu vzorku 2 okolo vrubu ve směru osy y

Přetvoření bylo vyhodnoceno rovněž na úsečce na povrchu tělesa, viz obrázek 38.

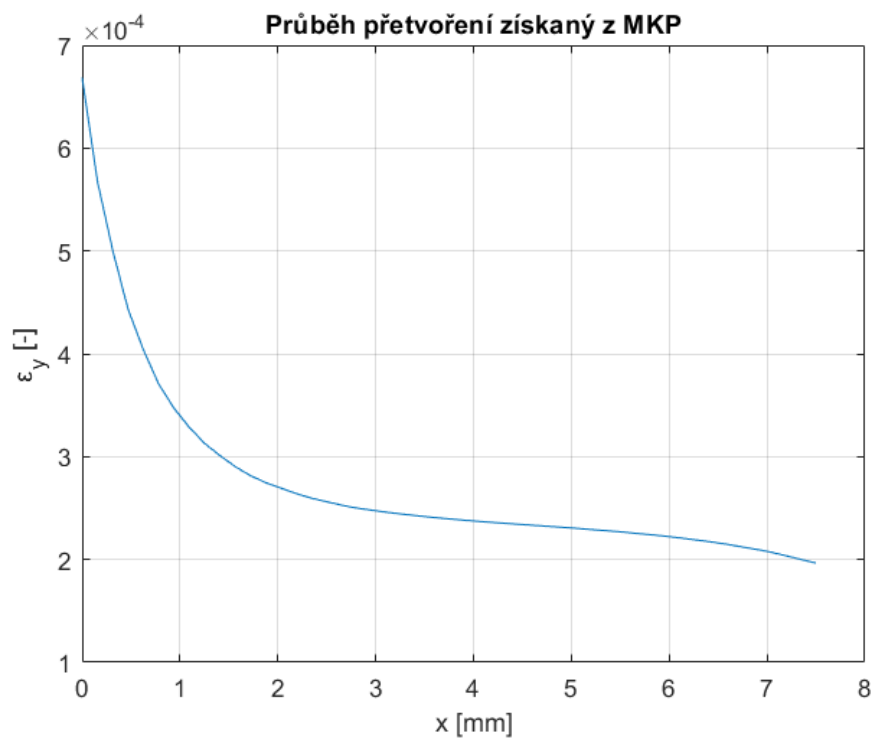
Extrémní přetvoření je zde opět menší, konkrétně

$$\varepsilon_{y,\text{ex}}^{\text{MKP,povrch}} = 6,6845 \cdot 10^{-4}$$



Obrázek 38: Přetvoření ve směru osy y na úsečce vedoucí z kořene vrubu a nacházející se na povrchu tělesa

Průběh přetvoření po délce úsečky je znázorněn na obrázku 39.



Obrázek 39: Průběh přetvoření na povrchu poloviny modelu vzorku 2 v oblasti vrubu, numerické řešení

Součinitel koncentrace deformace byl určen z extrémní hodnoty přetvoření na povrchu vzorku a nominální hodnoty vypočtené analyticky (uvedena v kapitole 3.2.1). Po dosažení obou hodnot do vztahu (19) vyšlo

$$\alpha_{\epsilon,2}^{\text{MKP}} = 2,34$$

3.5 Vyhodnocení a porovnání výsledků

V této kapitole budou porovnány výsledné hodnoty součinitelů koncentrace deformace/napětí a diskutovány odchylky, dále budou také porovnány průběhy přetvoření získané experimentálně a pomocí MKP.

Tabulka 3: Srovnání součinitelů koncentrace deformace/napětí pro oba vzorky

	Experiment	Analytické řešení	MKP	Rozdíl mezi experimentálním a analytickým řešením	Rozdíl mezi experimentálním a MKP řešením
$\alpha_{\varepsilon,1}/\alpha_{\sigma,1}$	2,71	2,27	2,19	19,4 %	23,7 %
$\alpha_{\varepsilon,2}/\alpha_{\sigma,2}$	2,45	2,43	2,34	0,8 %	4,7 %

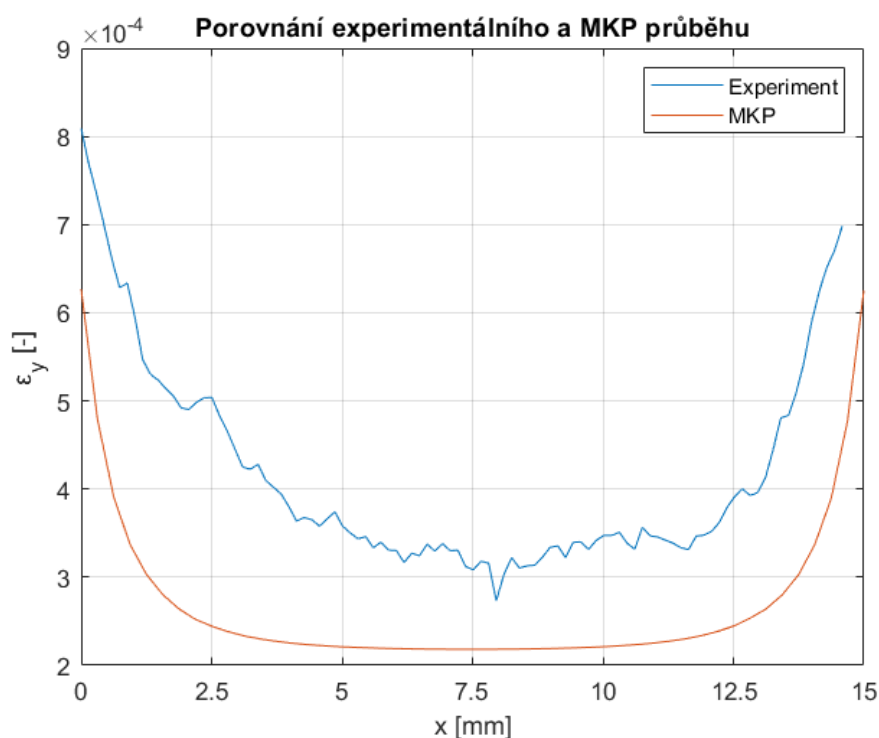
V tabulce 3 je vidět srovnání určených součinitelů koncentrace deformace/napětí. Experimentálně zjištěná hodnota pro vzorek 1 se výrazně odlišuje jak od hodnoty zjištěné analyticky, tak od hodnoty zjištěné numericky. Naopak experimentálně zjištěná hodnota pro vzorek 2 odpovídá analytickému i numerickému řešení velmi dobře. Dále budou uvedeny možné zdroje chyb, pořadí nebude indikovat jejich význam.

Prvním možným zdrojem chyb je fakt, že bylo při výpočtu použito analyticky určené nominální přetvoření. Ve vztahu (22), podle kterého se počítalo, vystupuje obsah příčného průřezu. Změna jednoho z jeho rozměrů v rámci výrobní tolerance je při zachování ostatních parametrů schopna ovlivnit vypočtený součinitel koncentrace o setiny až desetiny. Rozměry vzorku nebyly při měření kontrolovány. Další proměnnou vystupující ve vztahu (22) je Youngův modul pružnosti, jeho hodnota použitá pro výpočet byla $E = 210$ GPa, ale například zdroj [48] uvádí hodnotu $E = 207$ GPa, obecně se může pro různé oceli lišit v řádu jednotek GPa. Takováto změna ve výpočtu nominálního přetvoření při zachování ostatních parametrů ovlivní součinitel koncentrace deformace v řádu setin. Dalším možným chybovým faktorem je nesymetrické upnutí vzorku ve zkušební stroji a tím zapříčiněný ohyb vzorku.

Velkým zdrojem chyb je však i samotné měření. Vyhodnocování přetvoření z různých délek příčné čar sond samo o sobě vnáší do výpočtu chybu, jelikož delší příčné čáry zasahující více do oblastí, kde již nedochází k výrazné koncentraci přetvoření. Přetvoření těchto delších příčných čar by tedy mělo být menší. Jak ale ukazují obrázky 25 a 26 pro vzorek 1 a 29 a 30 pro vzorek 2, měření není tak přesné, aby tento jev bylo schopné postihnout. Značný vliv na výsledky má i velikost subsetu a byť byly v obou případech vybrány subsety dávající nejstabilnější průběhy přetvoření, i při menších změnách subsetu dochází ke změnám špiček přetvoření.

Odchytky analytického a numerického řešení plynou zejména z toho, že špičkové přetvoření vypočítané pomocí MKP bylo bráno na povrchu tělesa. Pokud by byla pro výpočty součinitelů koncentrace deformace použita celková maxima přetvoření, která se nacházela vždy ve středu šířky vzorků, odlišovalo by se analytické a MKP řešení méně.

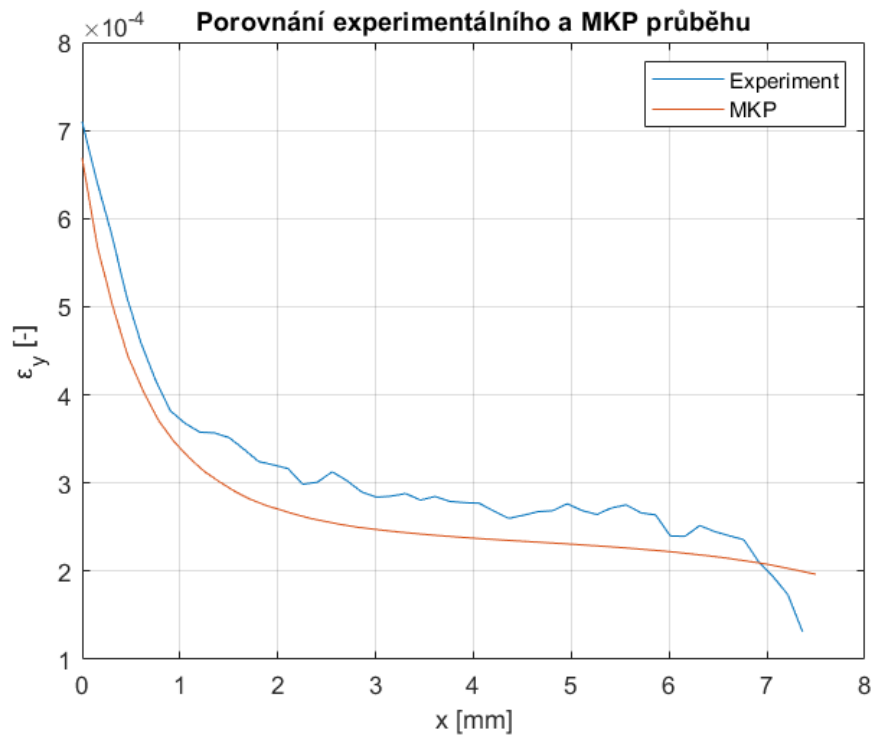
Porovnání průběhů přetvoření na povrchu vzorku 1 zjištěných experimentálně a numericky je na obrázku 40. K porovnání byl vybrán průběh naměřený při použití subsetu o velikosti 121x121 px a délce příčných čar sondy 1 mm. Je vidět, že průběh



Obrázek 40: Experimentálně a numericky zjištěné průběhy přetvoření na vzorku 1

zjištěný experimentálně je oproti numerickému průběhu posunut o hodnotu přibližně $1 \cdot 10^{-4}$. Dále je vidět rozdíl extrémů přetvoření v levém a pravém vrubu.

Obrázek 41 znázorňuje stejné porovnání pro vzorek 2, vykreslen je experimentální průběh pro velikost subsetu 141x101 px a délku příčných čar 1 mm. Lze vidět, že tento průběh lépe kopíruje numerické řešení, pouze pokles přetvoření na konci vzorku je u experimentálního průběhu nepřiměřeně větší.



Obrázek 41: Experimentálně a numericky zjištěné průběhy přetvoření na vzorku 2

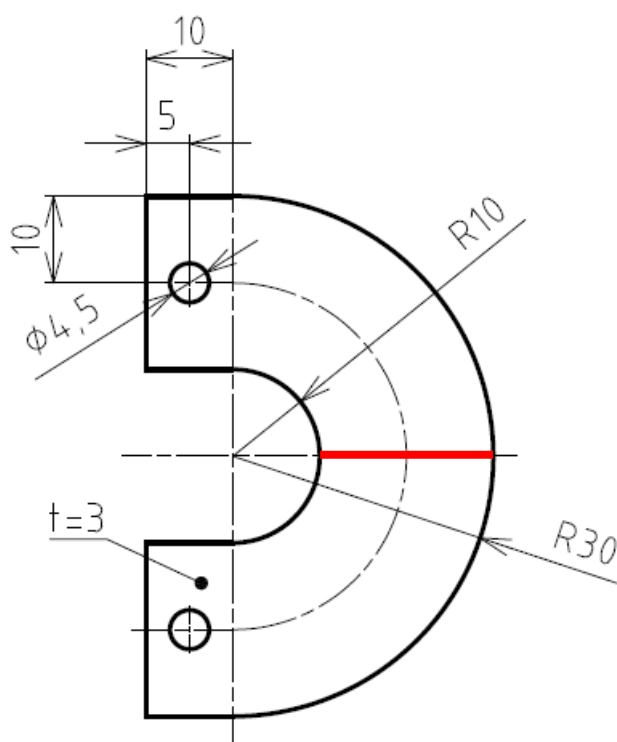
4 Měření přetvoření u zakřivených prutů

Další úlohou bylo určit průběh přetvoření u zakřivených prutů. Oba pruty byly vyrobeny z konstrukční oceli S235 mající následující materiálové charakteristiky: hustota $\rho = 7850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, mez kluzu $\sigma_k = 235 \text{ MPa}$, Youngův modul pružnosti $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ a Poissonův poměr $\mu = 0,3$. Prut 1, znázorněný na obrázku 42, lze dle zdroje [45] klasifikovat jako silně zakřivený a platí pro něj

$$\frac{R}{h} = 1$$

kde R [mm] je poloměr zakřivení střednice prutu a h [mm] je šířka prutu. Prut 2, zobrazený na obrázku 43, lze dle [45] klasifikovat jako slabě zakřivený s poměrem

$$\frac{R}{h} = 10$$

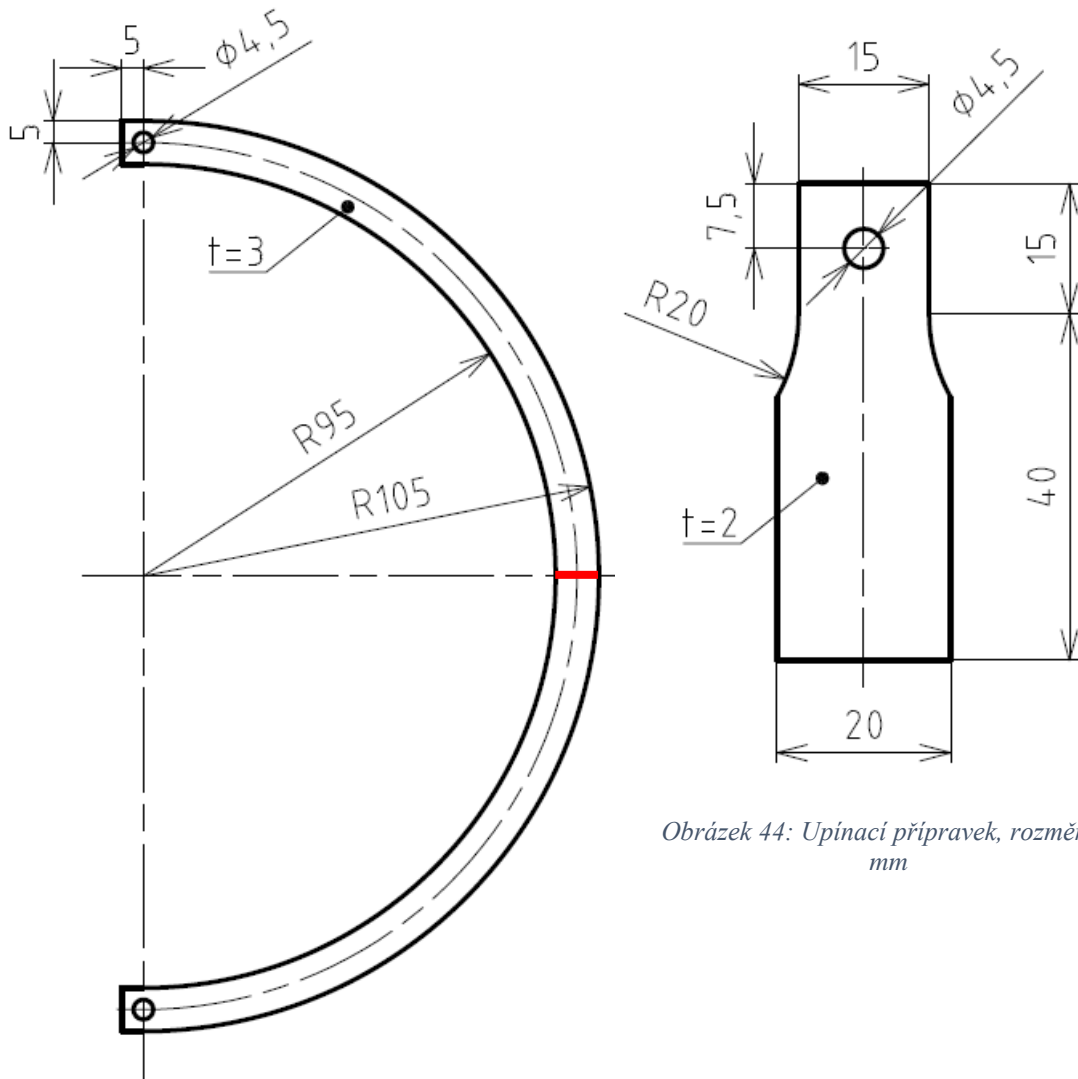


Obrázek 42: Prut 1, rozměry v mm

K prutům byly dvěma šrouby M4 přišroubovány přípravky, viz obrázek 44, za které byly pruty upnuty do zkušebního stroje pro tahovou zkoušku. Přípravky byly vyrobeny ze stejného materiálu jako pruty. Celý experiment probíhal v elastické oblasti, nejvyšší zátěžná síla pro prut 1 měla hodnotu $F_1 = 1400 \text{ N}$ a pro prut 2 $F_2 = 95 \text{ N}$.

Cílem experimentu bylo určit průběhy přetvoření u obou prutů podél červených úsečků zobrazených na obrázcích 42 a 43

a zjistit, zda odpovídají teorii uvedené v následující kapitole.



Obrázek 44: Upínací přípravek, rozměry v mm

Obrázek 43: Prut 2 v měřítku 1:2, rozměry v mm

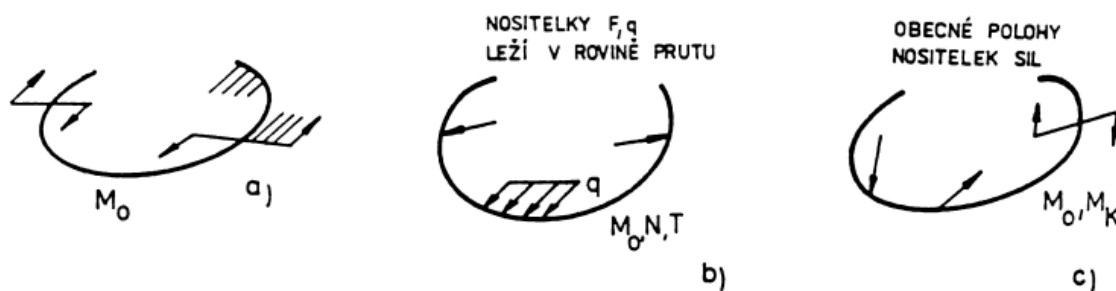
4.1 Teorie zakřivených prutů

Tato kapitola částečně naváže na kapitolu 3.1, ve které byly zavedeny pojmy lineární pružnost, prostá pružnost, deformace a prut v pružnosti a pevnosti. Následující teorie bude z těchto pojmů vycházet a bude zpracována podle zdroje [45].

4.1.1 Namáhání rovinných zakřivených prutů

Namáhání rovinných zakřivených prutů lze obecně rozdělit na tři případy podle typu zatěžující silové soustavy:

- při zatěžování silovými dvojicemi působícími v rovině prutu bude prut namáhán ohybem, viz obrázek 45 a),
- v případě zatížení příčnými silami, jejichž nositelky leží v rovině prutu, bude prut namáhán kombinací ohybu, tahu/tlaku a smyku, obrázek 45 b),
- bude-li prut zatížen obecnou prostorovou silovou soustavou, namáhán bude kombinací všech čtyř základních namáhání, viz obrázek 45 c).



Obrázek 45: Typy namáhání zakřiveného prutu [45]

4.1.2 Vztahy pro přetvoření a napětí u rovinného zakřiveného prutu namáhaného ohybem

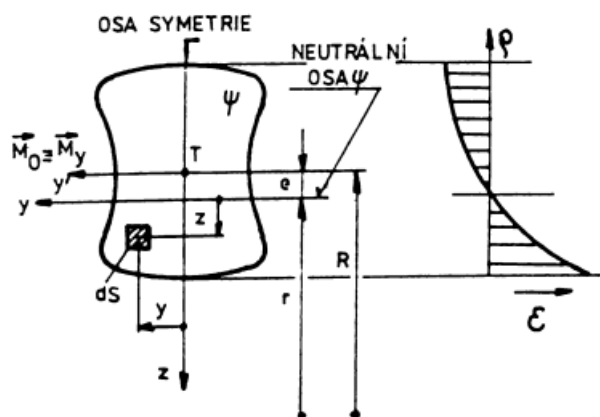
Dále uvedené vztahy platí pro prut, který splňuje následující předpoklady:

- střednice prutu je rovinná křivka,
- prut je prizmatický, přičemž příčný průřez má osu symetrie ležící v rovině prutu,
- prut je zatížen silovými dvojicemi působícími v rovině prutu, jedinou nenulovou složkou výsledných vnitřních sil a momentů je ohybový moment M_o , jehož vektor je kolmý na rovinu prutu,
- jsou splněny prutové předpoklady,
- příčné průřezy se při zatížení natáčí okolo osy v nich ležící a následně se deformují,
- pro řešení statické rovnováhy se prvek prutu uvolňuje v nedeformovaném stavu.

Rozložení délkových přetvoření v příčném průřezu rovinného zakřiveného prutu namáhaného prostým ohybem je hyperbolické s nulovou hodnotou v neutrální ose, úhlová přetvoření jsou nulová a pro délkové přetvoření v ose prutu platí vztah

$$\varepsilon_x = \frac{M_{oy}}{E \cdot S \cdot e} \cdot \frac{z}{r - z} \quad (25)$$

kde M_{oy} [N · mm] je ohybový moment okolo osy y , S [mm²] je obsah příčného průřezu, e [mm] je vzdálenost neutrální osy (plochy) od těžiště příčného průřezu, z [mm] vyjadřuje polohu obecného bodu na ose z příčného průřezu a r [mm] je poloměr neutrální osy. Odvození vztahu (25) lze najít v [45], grafické znázornění veličin v něm obsažených vyjadřuje obrázek 46.



Obrázek 46: Příčný průřez zakřiveného prutu namáhaného ohybem a průběh přetvoření po příčném průřezu [45]

Rovnice (25) je rovnicí hyperboly, rozložení přetvoření v příčném průřezu je tedy hyperbolické s nulovou hodnotou v neutrální ose. Délková přetvoření v rovině příčného průřezu jsou dána vztahem

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\mu \cdot \varepsilon_x = -\frac{\mu \cdot M_{oy}}{E \cdot S \cdot e} \cdot \frac{z}{r - z} \quad (26)$$

S využitím konstitutivního vztahu pro Hookeovský materiál $\sigma = E \cdot \varepsilon$ lze psát vztah pro napětí

$$\sigma = E \cdot \varepsilon_x = \frac{M_{oy}}{S \cdot e} \cdot \frac{z}{r - z} \quad (27)$$

Dle vztahu (27) je průběh napětí v příčném průřezu rovněž hyperbolický s nulovou hodnotou v neutrální ose.

4.1.3 Silně a slabě zakřivené pruty

Pokud pro zakřivený prut platí $h \ll R$, pak platí také $z \ll r$ a ve jmenovatelích vztahů (25) až (27) lze z vůči r zanedbat. Vztah (25) se poté transformuje do podoby

$$\varepsilon_x = \frac{M_{oy}}{E \cdot J_y} \cdot z \quad (28)$$

kde J_y [mm⁴] je osový kvadratický moment příčného průřezu k ose y . Průběh přetvoření v příčném průřezu vypočtený dle vztahu (28) je lineární. Stejně tak vztah (27) se změní na

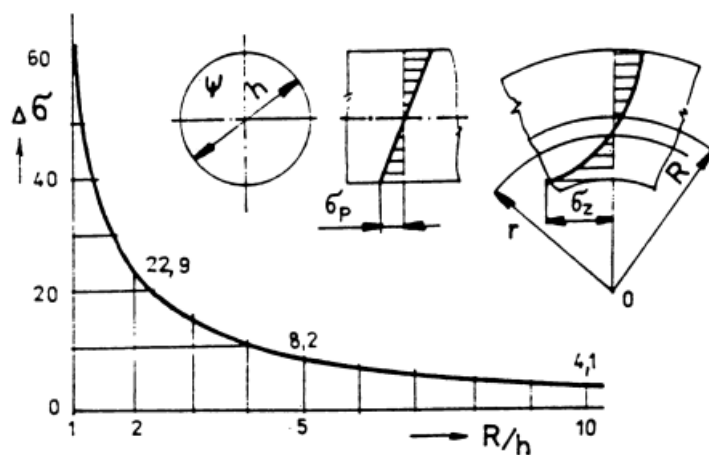
$$\sigma = \frac{M_{oy}}{J_y} \cdot z \quad (29)$$

a průběh napětí v příčném průřezu bude lineární. Vztahy (28) a (29) jsou totožné se vztahy, které platí pro ohyb přímého prutu. Vzdálenost neutrální osy od těžiště příčného průřezu se zvětšujícím se poměrem R/h klesá k nule.

Pruty, pro které platí $h \ll R$, se nazývají slabě zakřivené a s určitou chybou u nich lze určovat napětí a přetvoření pomocí vztahů pro přímé pruty. Odchylku napětí σ_z , stanoveného podle teorie zakřivených prutů, od napětí σ_p , vypočteného ze vztahů pro přímé pruty, charakterizuje veličina $\Delta\sigma$. Platí pro ni vztah

$$\Delta\sigma = \frac{\sigma_z - \sigma_p}{\sigma_z} \quad (30)$$

Závislost $\Delta\sigma$ na poměru R/h je znázorněna na obrázku 47. Obvyklou hranicí využití vztahů pro přímé pruty je poměr $R/h = 10$, kdy $\Delta\sigma \cong 4,1$ %. S klesajícím poměrem R/h se chyba výpočtu zvětšuje a je třeba využít vztahy pro zakřivené pruty. Pruty s poměrem $R/h < 10$ se nazývají silně zakřivené.

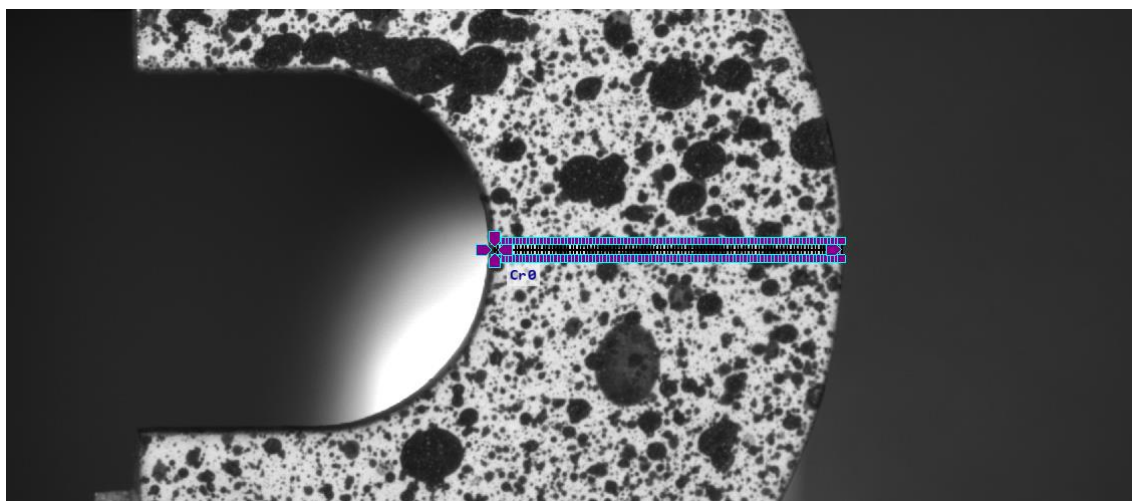


Obrázek 47: Závislost odchylky $\Delta\sigma$ na poměru R/h [45]

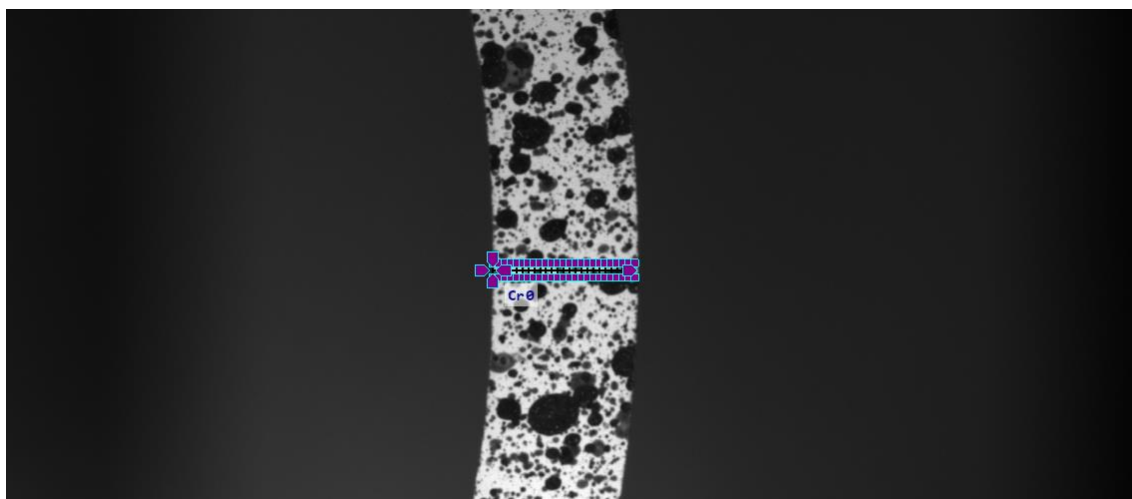
4.2 Experiment

Pro měření byla zvolena metoda 2D DIC, jelikož vzorek měl v celém průběhu zatěžování splňovat předpoklad rovinnosti snímaného povrchu. Tento předpoklad byl však vlivem nevhodně zvoleného upnutí porušen, jak bude rozebráno dále. K měření byla použita jediná kamera, která byla zkalibrována kalibrační mřížkou, vzorky byly po dobu měření osvětleny.

Vyhodnocení přetvoření probíhalo obdobně jako je popsáno v kapitole 3.2. Opět byla použita sonda Crack Probe, obrázky 48 a 49 znázorňují její umístění na prutu 1 a prutu 2. Přetvoření příčných úseček sondy bylo počítáno vztahem (20).



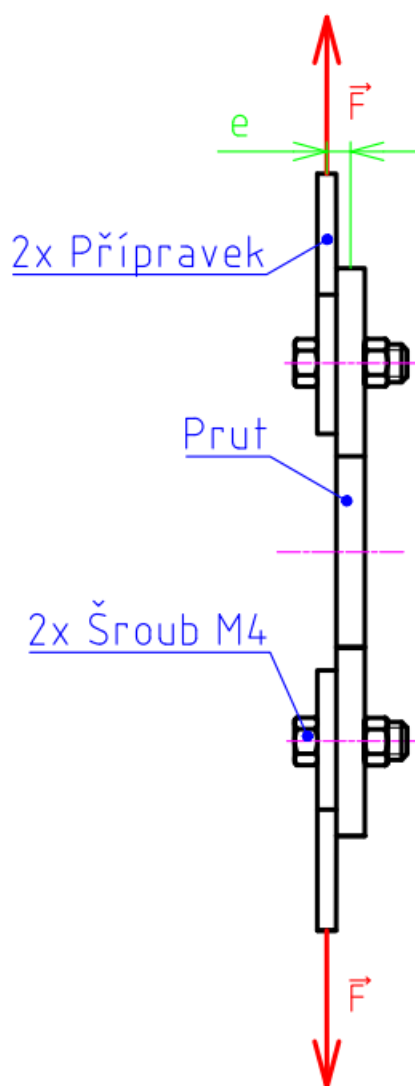
Obrázek 48: Sonda Crack Probe pro prut 1



Obrázek 49: Sonda Crack Probe pro prut 2

Globální možnosti sledování byly opět ponechány výchozí. Maximální povolená směrodatná odchylka pozice hledaných bodů se spolehlivostí 95 % byla 0,20 px. Maximální povolená hodnota šumu byla 12 odstínů šedi mezi referenčním a deformovaným snímkem.

Měření bylo vyhodnoceno při výdrži na maximální síle a získané hodnoty byly zprůměrovány přes dvacet časových okamžiků, aby byl snížen vliv šumu. Nejprve byla zvolena počáteční délka příčných úseček 1 mm a měření bylo vyhodnoceno pro různé rozměry rozměry subsetu, konkrétně: 61 px, 71 px, 81 px, 91 px, 101 px, 111 px, 121 px, 131 px a 141 px. U prutu 1 se měnila pouze výška subsetu a šířka byla vždy 61 px, u prutu 2 byly subsety čtvercové. Poté byla vybrána velikost subsetu dávající uspokojivé výsledky a měření bylo vyhodnoceno pro různé počáteční délky příčných úseček,



Obrázek 50: Schéma experimentu

jmenovitě 0,125 mm; 0,25 mm; 0,5 mm; 0,75 mm; 1 mm; 1,25 mm; 1,5 mm; 1,75 mm a 2 mm. Výsledky pro oba pruty budou prezentovány samostatně v následujících kapitolách.

4.2.1 Omezení experimentu

Cílem experimentu bylo přiblížit se podmínkám, při kterých byly odvozeny vztahy (25) až (29), avšak z aranžmá experimentu, obrázek 50, je zřejmé, že pruty nebyly namáhány pouze na ohyb, ale také na tah a smyk. Výsledky však byly zásadně ovlivněny také dalšími změnami namáhání, které přinesla konfigurace experimentu, a to změnou rovinného ohybu na prostorový a dále vzniklým namáháním prutu na krut. V důsledku těchto změn již nebyl snímáný povrch po celou dobu rovinný. Dalším faktorem ovlivňujícím výsledky experimentu bylo chování šroubového spoje přípravku s prutem.

Na obrázku 50 červeně zobrazené síly F reprezentují silové působení zkušebního stroje na přípravek

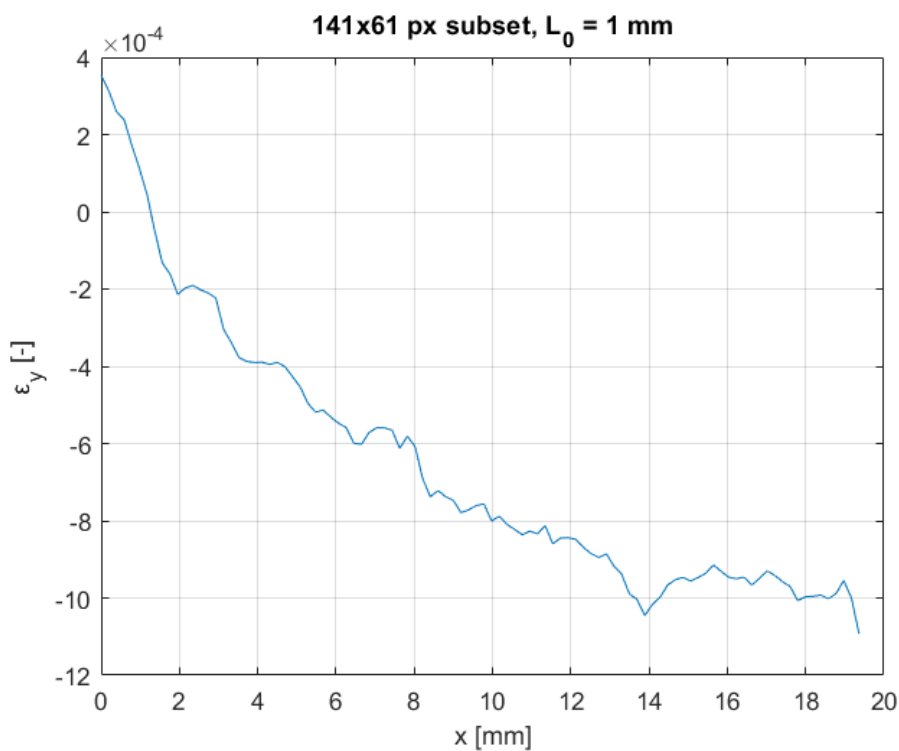
a zeleně zobrazená excentricita e udává vzdálenost nositelky F od roviny střednice prutu. Velikost excentricity $e = 2,5$ mm je sice menší než poloměry zakřivení střednic u obou prutů, ale není zanedbatelná. Poměr poloměru zakřivení střednice a excentricity je pro prut 1, respektive prut 2 následující:

$$\frac{R_1}{e} = 8 \quad \frac{R_2}{e} = 40$$

Tento poměr nepřímo udává, jak moc byl v místě měření (červená úsečka na obrázcích 42 a 43) dominantní ohybový moment v ose y vůči ohybovému momentu v ose z . Jak je z obou poměrů zřejmé, vzniklé namáhání na ohyb v ose z více ovlivnilo silně zakřivený prut 1.

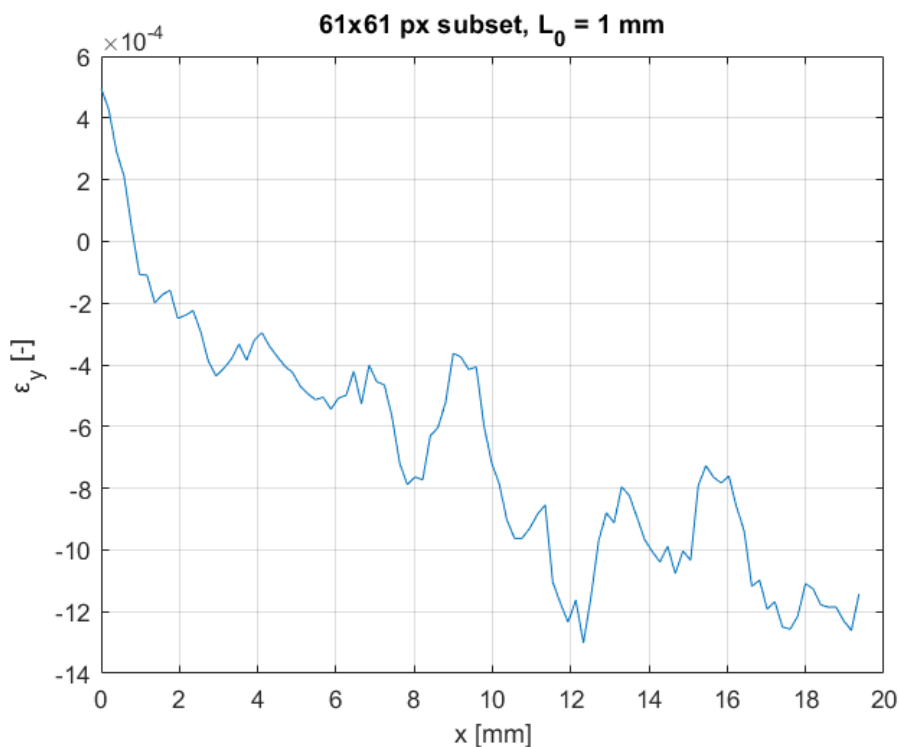
4.2.2 Prut 1

Počet příčných čar sondy Crack Probe pro prut 1 byl zvolen sto. Zprvu byla nalezena výška subsetu dávající stabilní průběh přetvoření s co nejmenšími zákmity. Jako nejvhodnější se ukázala nejvyšší vyhodnocovaná velikost 141 px, avšak už i hodnoty 131 px a 121 px dávají poměrně stabilní průběh. Průběh přetvoření pro subset o velikosti



Obrázek 51: Průběh přetvoření na prutu 1 pro subset o velikosti 141x61 px a počáteční délce příčných čar 1 mm

141x61 px je znázorněn na obrázku 51. Obrázek 52 pro srovnání ukazuje průběh přetvoření pro subset o velikosti 61x61 px.

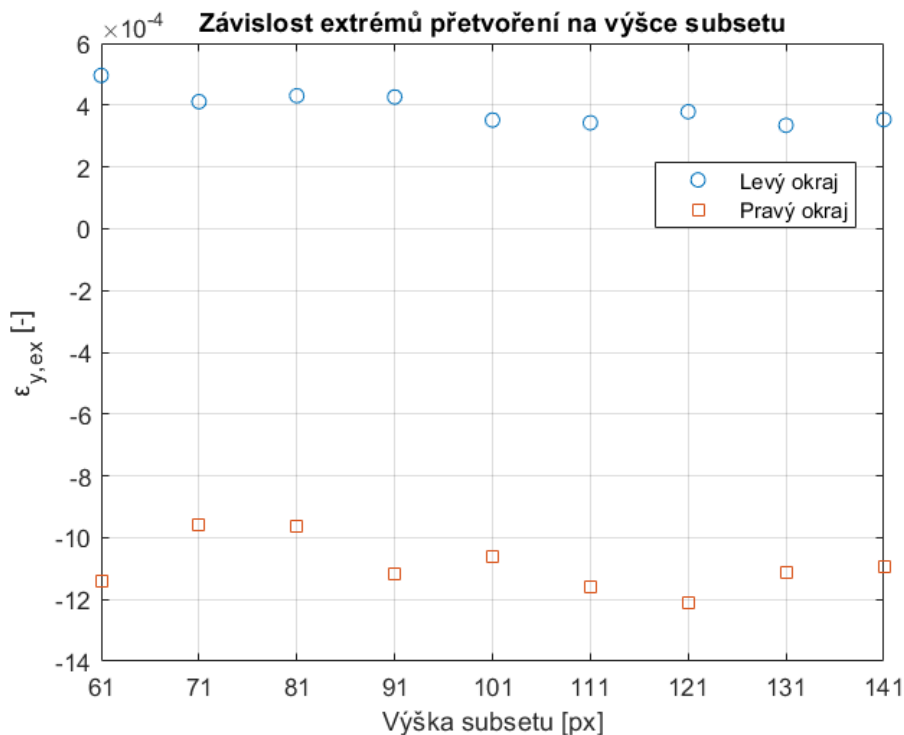


Obrázek 52: Průběh přetvoření na prutu 1 pro subset o velikosti 61x61 px a počáteční délce příčných čar 1 mm

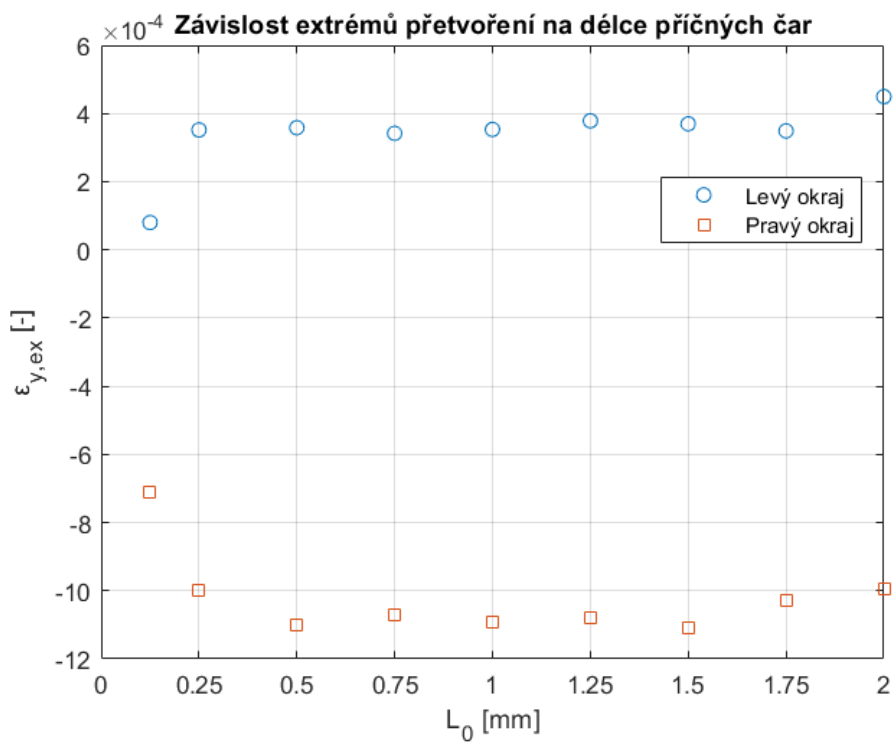
Jak je vidět na obrázcích 51 a 52, jmenovité šířky prutu 20 mm není dosaženo. Za malou část odchylky může nepřesnost kalibrace. Hlavním důvodem však je, že sondu bylo nutné částečně odsunout od levého okraje prutu, jelikož při umístění sondy na úplný konec vzorku docházelo ve vzdálenosti $x \in \langle 0; 1 \rangle$ mm k prudkému poklesu přetvoření do záporných hodnot větších, než byly na pravém okraji. Možným vysvětlením je zdroj světla vyskytující se za vzorkem, lze jej vidět na obrázku 48, který v blízkosti levého okraje vzorku způsobuje nerovnoměrné osvětlení. V kombinaci s hranou vzorku, která je v daném místě tmavší, může vzniklý světelný gradient významně ovlivnit korelaci. Ze stejného důvodu byla šířka subsetu vždy 61 px a subsety krajních bodů sondy tak nezasahovaly mimo vzorek do oblasti se světelným gradientem.

Extrémní hodnoty přetvoření na okrajích prutu byly vyhodnoceny v závislosti na výšce subsetu, viz obrázek 53. Pro kladné extrémy přetvoření na levém okraji platí, že s rostoucí výškou subsetu mírně klesají. Pro extrémní hodnoty přetvoření na pravém okraji prutu není podobný trend natolik zřetelný, avšak s výjimkou první hodnoty lze říct, že extrémy

přetvoření v absolutní hodnotě postupně narůstají s maximem při 121 px, přičemž poslední dvě hodnoty jsou opět nižší.

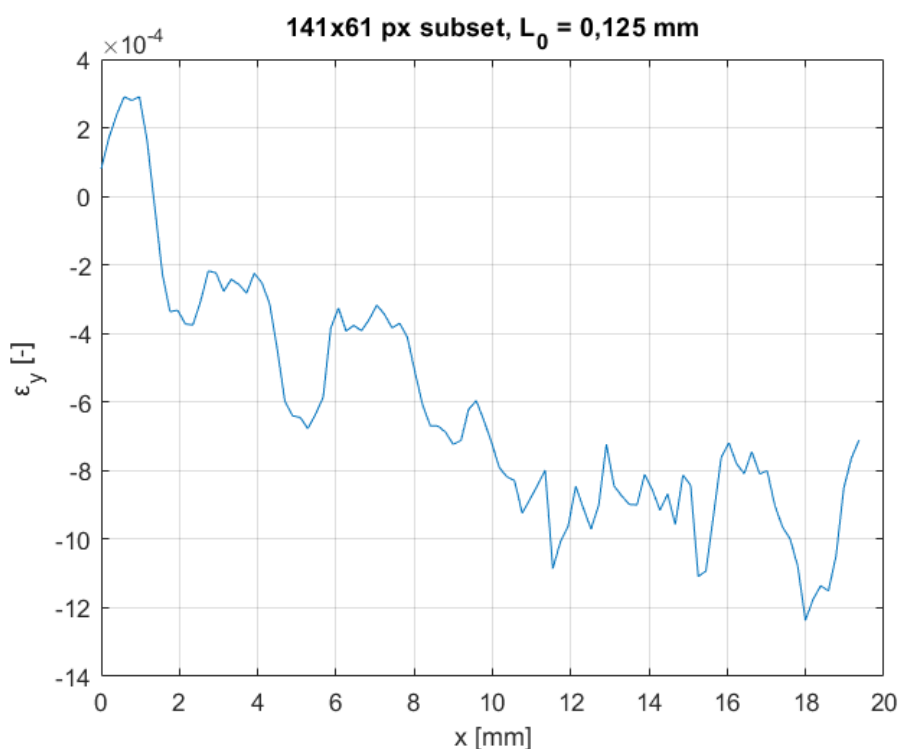


Obrázek 53: Extrémní hodnoty přetvoření na okrajích prutu 1 v závislosti na výšce subsetu pro počáteční délku příčných čar 1 mm



Obrázek 54: Extrémní hodnoty přetvoření na okrajích prutu 1 v závislosti na počáteční délce příčných čar pro subset o rozměrech 141x61 px

Obrázek 54 ukazuje závislost extrémů přetvoření na levém a pravém okraji prutu na počáteční délce příčných čar sondy. Pro $L_0 = 0,125$ mm jsou oba extrémní přetvoření v absolutní hodnotě výrazně nižší než pro zbylé hodnoty počátečních délek. To je dáno velkými zákmity odpovídajícího průběhu přetvoření, viz obrázek 55, které mohou být způsobeny právě příliš malou délkou příčných čar. Jejich koncové body jsou pak blízko u sebe, což může negativně ovlivňovat korelaci. Pro $L_0 = 2$ mm je extrémní hodnota přetvoření na levém okraji největší, což neodpovídá předpokladu, že pro větší L_0 by měly extrémní přetvoření klesat, byť zdaleka ne natolik jako u vrubů, kde dochází k velké lokální koncentraci přetvoření. Nejedná se však o následek zákmitů jako v případě nejmenší hodnoty počáteční délky, průběh je pro tuto hodnotu poměrně stabilní.

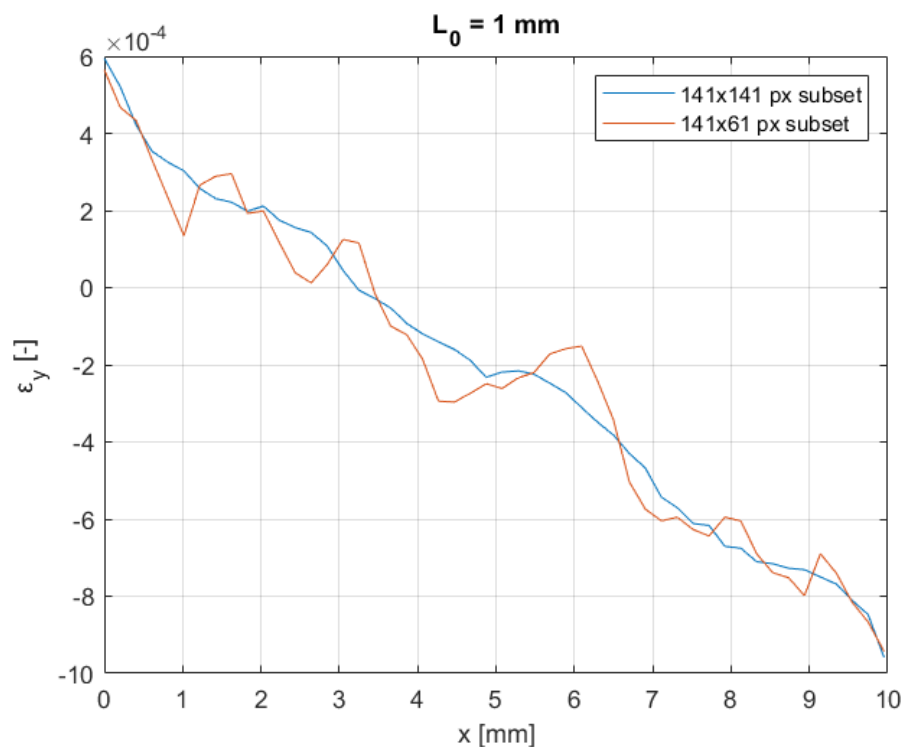


Obrázek 55: Průběh přetvoření na prutu 1 pro subset o velikosti 141x61 px a počáteční délce příčných čar 0,125 mm

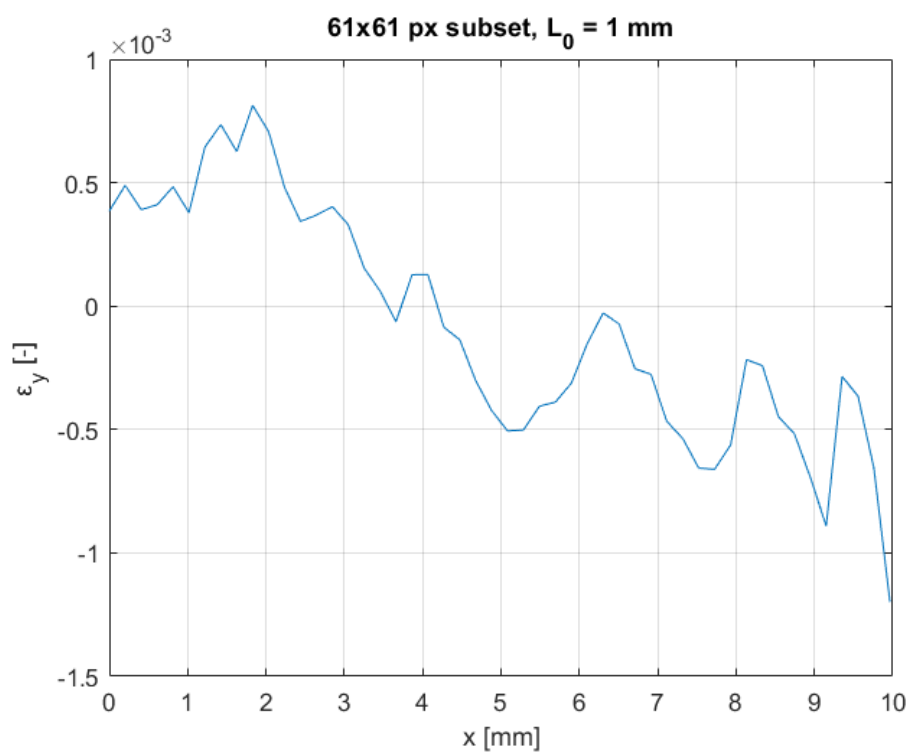
4.2.3 Prut 2

Sonda Crack Probe pro prut 2 byla rozdělena na 50 příčných úseček. Oproti měření na prutu 1 byly použity čtvercové subsety, jelikož vykazovaly lepší výsledky. To lze vidět na obrázku 56, kde jsou srovnány průběhy přetvoření pro subsety o velikosti 141x61 px (výška 141x141 px, obojí pro $L_0 = 1$ mm). Je vidět, že průběh pro subset 141x141 px se

blíží přímkovému, jak popisuje teorie pro slabě zakřivené pruty. Nejlepší průběh dává čtvercový subset o velikosti 141x141 px. Pro porovnání je na obrázku 57 uveden průběh



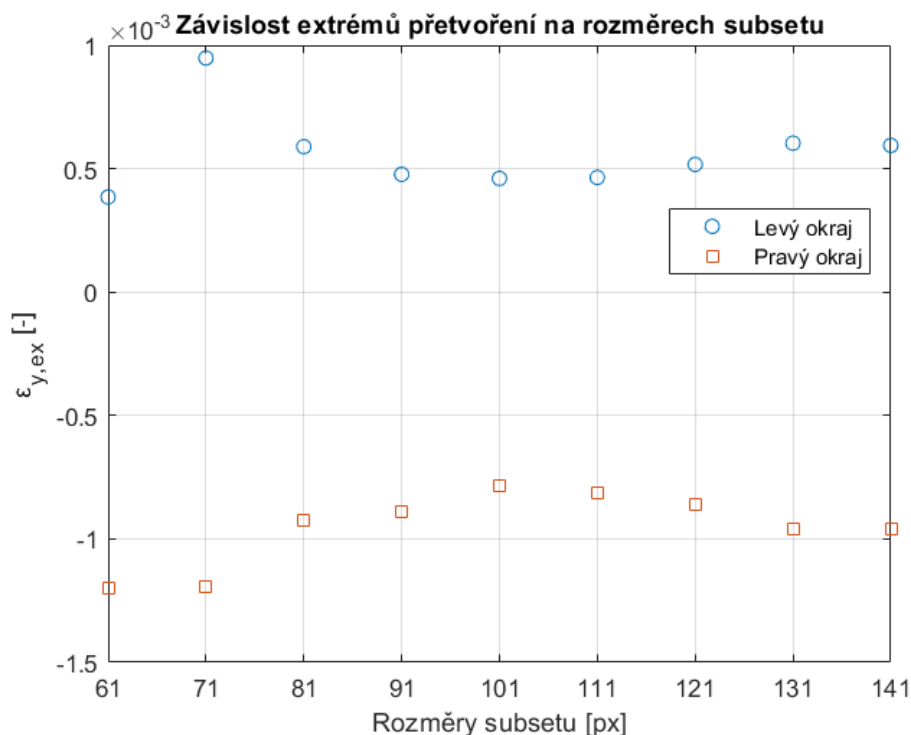
Obrázek 56: Průběh přetvoření na prutu 2 pro subsety o velikosti 141x141 px a 141x61 px, počáteční délka příčných čar 1 mm



Obrázek 57: Průběh přetvoření na prutu 2 pro subset o velikosti 61x61 px a počáteční délku příčných čar 1 mm

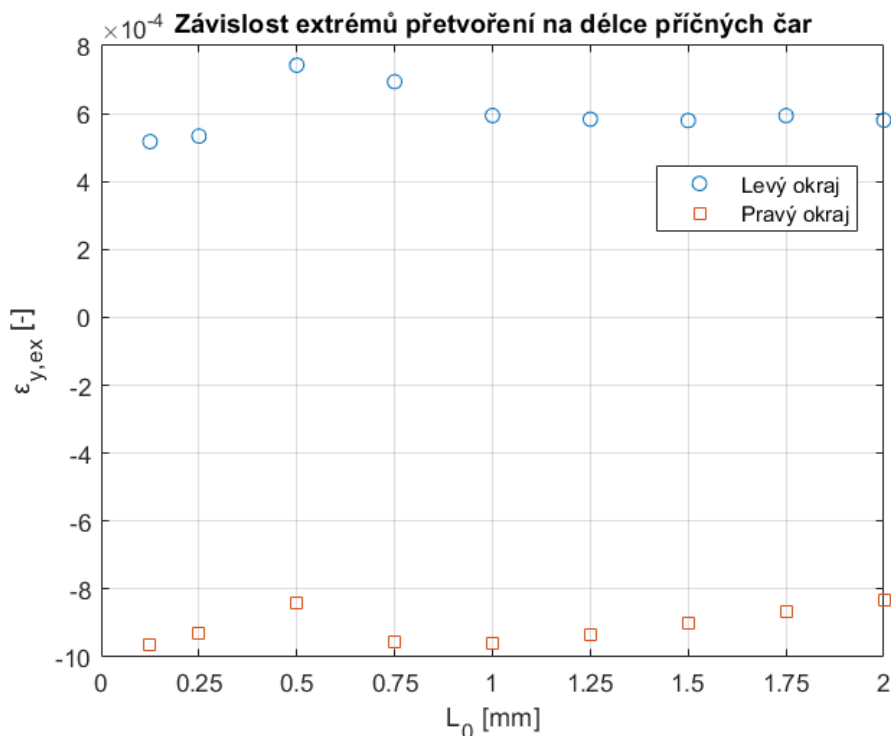
získaný při velikosti subsetu 61x61 px, který již vykazuje velké zákmity a kladný extrém přetvoření nemá na levém okraji vzorku.

Extrémní hodnoty přetvoření na okrajích prutu v závislosti na velikosti subsetu jsou vykresleny na obrázku 58. Od průměru hodnot na obou okrajích se nejvíce odchylují hodnoty přetvoření pro malé subsety, což je způsobeno zhoršenou korelací při menších rozměrech subsetů.



Obrázek 58: Extrémní hodnoty přetvoření na okrajích prutu 2 v závislosti na rozměrech subsetu pro počáteční délku příčných čar 1 mm

Závislost extrémů přetvoření na počáteční délce příčných úseček sondy, obrázek 59, je stabilnější, ale přesto je rozdíl mezi nejvyšší a nejnižší hodnotou kladného extrému na levém okraji prutu $2,25089 \cdot 10^{-4}$. K významnějšímu poklesu absolutní hodnoty extrémů přetvoření s rostoucí počáteční délkou příčných čar sondy opět nedochází.



Obrázek 59: Extrémní hodnoty přetvoření na okrajích prutu 2 v závislosti na počáteční délce příčných čar pro subset o rozměrech 141x141 px

4.3 Numerické řešení

V této kapitole bude úloha řešena pomocí MKP v programu Ansys Workbench. Nejprve budou představeny modely obou prutů, které budou respektovat předpoklad zatížení v rovině střednice, pro nějž byly odvozeny vztahy v kapitole 4.1.2. Předpoklad namáhání pouze ohybem však bude porušen, jelikož při zatížení silou budou pruty namáhány i na tah a smyk. Poté budou představeny modely, které budou, s určitými zjednodušeními, více respektovat podmínky při experimentu.

4.3.1 Prut 1 zatížený silou v rovině střednice

Modelu silně zakřiveného prutu 1 byly přiřazeny materiálové charakteristiky uvedené na začátku kapitoly 4. Stejně jako u vzorků s vruby (kapitola 2.4) byl použit 3D model, protože přetvoření na povrchu a uvnitř tloušťky tělesa se liší, avšak rozdíl je zde oproti vzorkům s vruby minimální, jak bude ukázáno. Okrajové podmínky, zobrazené na obrázku 60, byly následující: uzlům na žlutě zvýrazněné ploše spodního otvoru pro šroub

byly zamezeny posuvy ve všech směrech a mezi uzly červeně zvýrazněného horního otvoru pro šroub byla rozdělena maximální zátěžná síla o velikosti 1400 N. Tento model plně nereflektuje podmínky při experimentu, jelikož nebere v potaz excentricitu nositelky zátěžné síly způsobenou jednostranným použitím přípravků a tím pádem vznikající namáhání na krut a prostorový ohyb.

A: Silně zakřivený prut

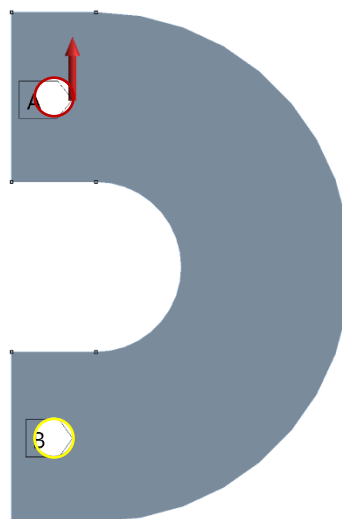
Static Structural

Time: 1, s

01.05.2022 20:03

A Force: 1400, N

B Displacement



Obrázek 60: Okrajové podmínky modelu prutu 1

Pro zjemnění sítě a zpřesnění výsledků byl vytvořen submodel okolí červené úsečky znázorněné na obrázku 42. Sít' byla vytvořena z šestistěnnů o velikosti 0,3 mm. Na obrázku 61 je vykresleno přetvoření ve válcovém souřadném systému, aby bylo přetvoření vždy vykresleno v příčném průřezu. Osa y tedy odpovídá zakřivené střednici prutu.

B: Silně zakřivený prut submodel

Normal Elastic Strain

Type: Normal Elastic Strain(Y Axis)

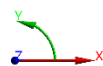
Unit: mm/mm

Coordinate System

Time: 1 s

01.05.2022 20:25

0,001448 Max
0,0012291
0,0010101
0,00079114
0,00057217
0,00035321
0,00013424
-8,4722e-5
-0,00030369
-0,00052265 Min



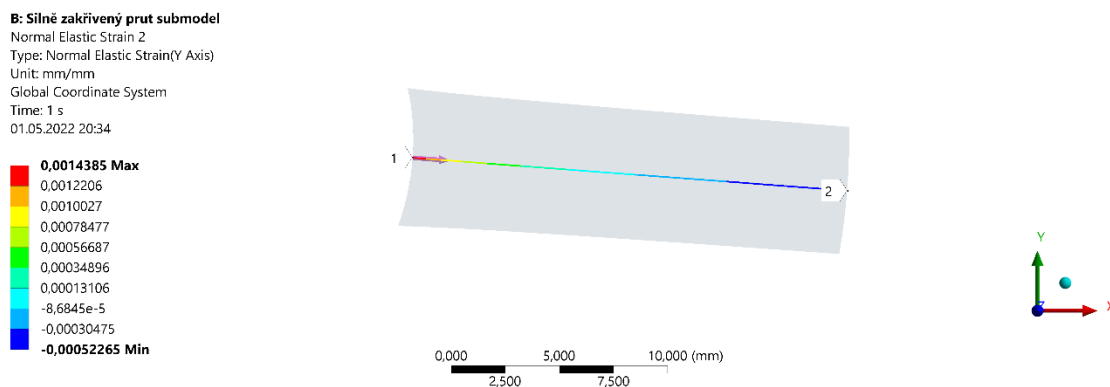
0,000 2,500 5,000 7,500 10,000 (mm)



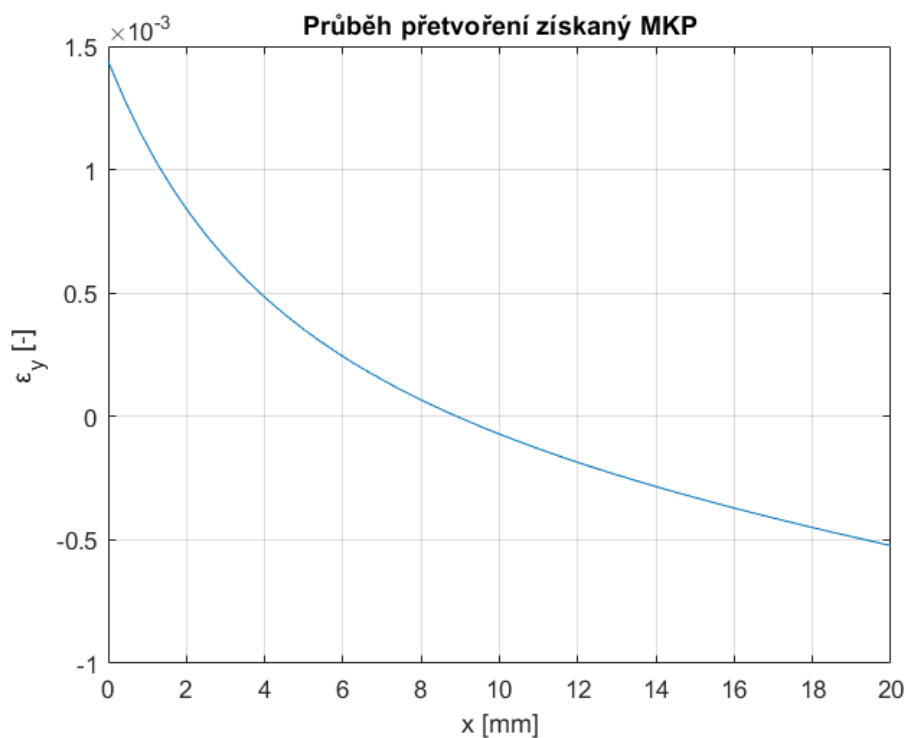
Obrázek 61: Přetvoření prutu 1 v ose y válcového souřadného systému

Na obrázku 62 je vykresleno přetvoření na červené úsečce z obrázku 42. Tato úsečka se nachází na povrchu tělesa, avšak záporný extrém přetvoření na ní zobrazený je stejný jako

na obrázku 61 a kladný extrém se liší pouze nepatrně, čili poloha úsečky po tloušťce modelu nehraje takovou roli jako u vzorků s vruby. Průběh přetvoření je graficky znázorněn na obrázku 63 a tvarem odpovídá hyperbolickému průběhu popsanému v kapitole 4.1.2.



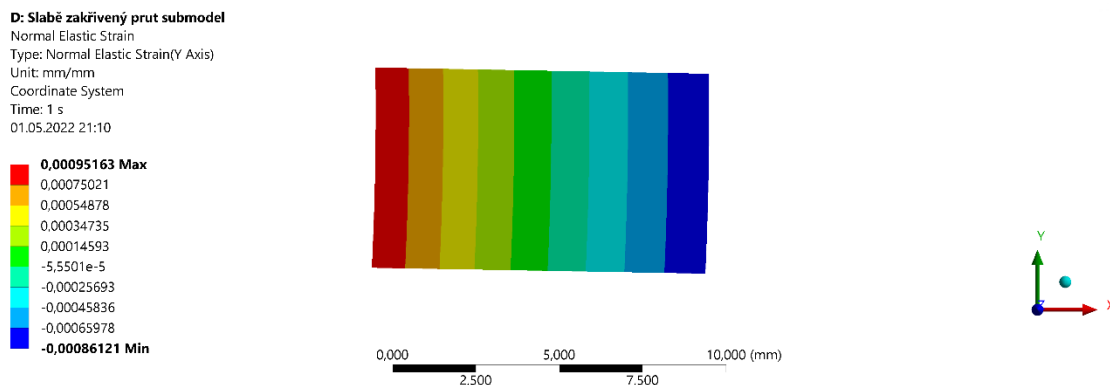
Obrázek 62: Přetvoření na úsečce na povrchu prutu 1



Obrázek 63: Průběh přetvoření na povrchu modelu prutu 1 na ose symetrie, model se silou v rovině střednice

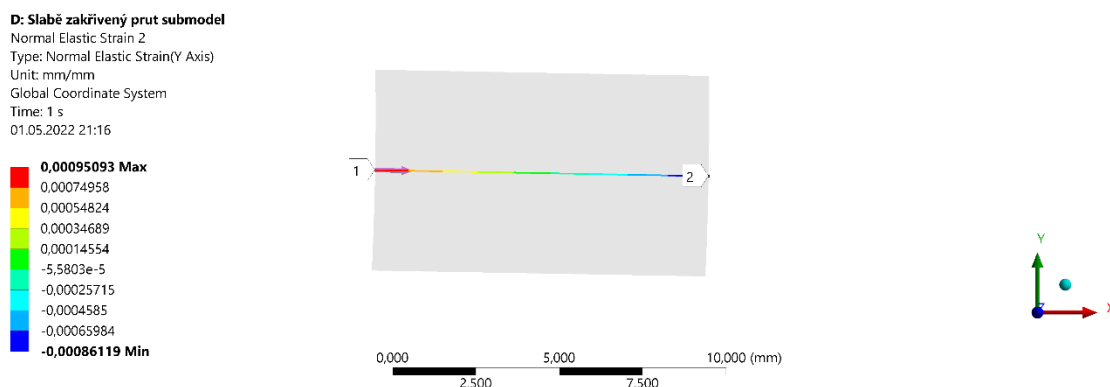
4.3.2 Prut 2 zatížený silou v rovině střednice

Při tvorbě modelu prutu 2 bylo postupováno obdobně jako u prutu 1, jedinou změnou byla velikost zátěžné síly, která byla 95 N. Opět byl použit submodel znázorněný na obrázku 64. Okolí červené úsečky z obrázku 43 bylo vysítováno šestistěnnými prvky o velikosti 0,3 mm a přetvoření bylo jako u prutu 1 vykresleno ve válcovém souřadném systému (na obrázku 64 není tento znázorněn).

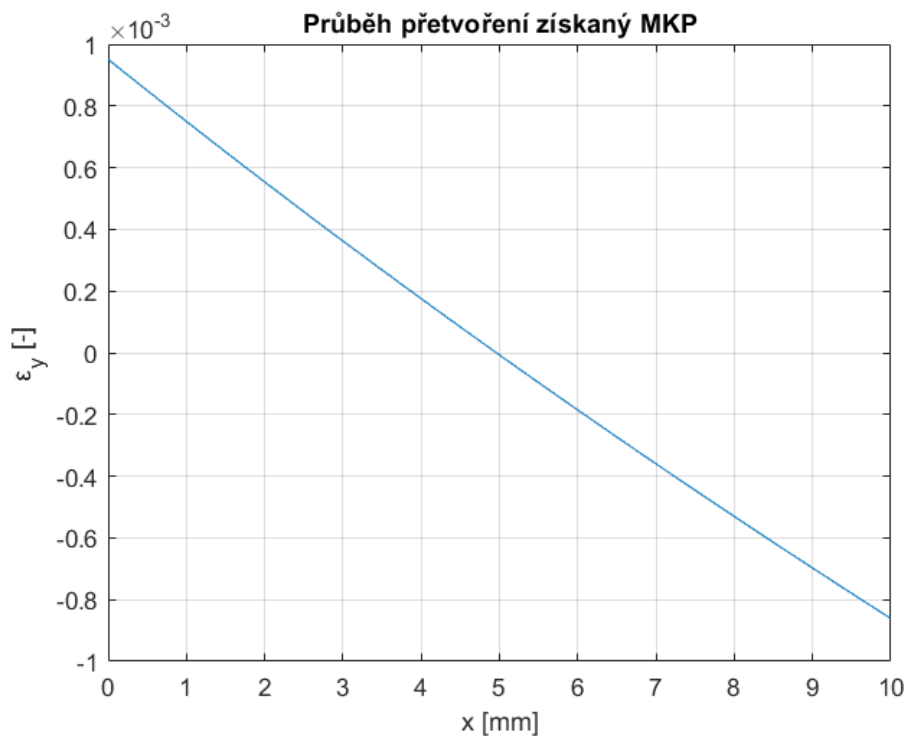


Obrázek 64: Přetvoření prutu 2 v ose y válcového souřadného systému

Dále bylo vykresleno přetvoření přímo podél červené úsečky z obrázku 43 ležící na povrchu prutu, viz obrázky 65 a 66. Z obrázku 66 je patrné, že průběh přetvoření v prutu 2 se blíží lineárnímu průběhu pro přímé pruty, jak bylo uvedeno v teoretické kapitole 4.1.3. Extrémy přetvoření v absolutní hodnotě si však nejsou rovny, jak by šlo očekávat pro přímý prut. To je v souladu s tvrzením ve výše odkazované kapitole říkajícím, že při výpočtu přetvoření (napětí) slabě zakřiveného prutu pomocí vztahů pro přímé pruty vždy vzniká určitá chyba.



Obrázek 65: Přetvoření na úsečce na povrchu prutu 2



Obrázek 66: Průběh přetvoření na povrchu modelu prutu 2 na ose symetrie, model se silou v rovině střednice

4.3.3 Prut 1 s excentricitou zatížení

Pro zátěžnou sílu neležící v rovině střednice byly vytvořeny dva modely. V prvním

A: Silně zakřivený prut

Static Structural
Time: 1, s
02.05.2022 17:41

- A** Remote Force: 1400, N
- B** Displacement



Obrázek 67: Okrajové podmínky modelu prutu 1 s odsazenou silou

modelu byla použita okrajová podmínka remote force (volně přeloženo odsazená síla), mezi uzly na horní válcové ploše (červeně zvýrazněná) na obrázku 67 byla tedy přiřazena síla o velikosti 1400 N, ale její působíště bylo od roviny střednice prutu posunuto o 2,5 mm ve směru osy válcové plochy, což je vzdálenost rovnající se excentricitě popsané v kapitole 4.2.1. Na dolní válcové ploše (žluté zvýraznění) byly ve všech bodech omezeny posuvy.

Druhý model pracoval s upínacími přípravky, viz obrázek 68. Na plochách, kde se přípravky dotýkaly prutu, byl předepsán pevný kontakt (bonded contact). Na žlutě zvýrazněné ploše A levého přípravku byly zamezeny posuvy ve všech směrech a na červeně zvýrazněnou plochu B pravého přípravku byla aplikována síla o velikosti 1400 N.

E: Silně zakřivený prut s přípravky

Static Structural

Time: 1, s

02.05.2022 18:04

A Displacement

B Force: 1400, N

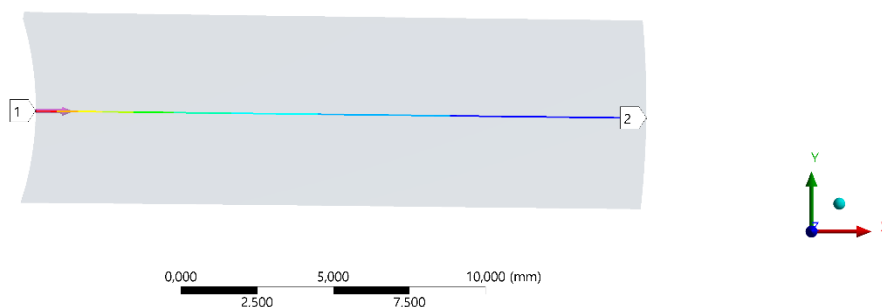


Obrázek 68: Okrajové podmínky modelu prutu 1 s přípravky

Při vykreslování přetvoření podél červené úsečky z obrázku 42 byly pro oba případy vytvořeny submodely o totožných rozměrech a stejné síti z šestistěnnů o velikosti 0,3 mm. Přetvoření pro model s odsazenou silou je vykresleno na obrázku 69 a pro model s přípravky na obrázku 70. Rozdíl v kladné extrémní hodnotě přetvoření pro model s odsazenou silou od kladné extrémní hodnoty pro model s přípravky je pouze 0,6 %. Na obrázku 71 je pak zobrazen průběh přetvoření podél vyšetřované úsečky pro model s odsazenou silou.

B: Silně zakřivený prut submodel
Normal Elastic Strain 2
Type: Normal Elastic Strain(Y Axis)
Unit: mm/mm
Global Coordinate System
Time: 1 s
02.05.2022 18:27

0,00056287 Max
0,00039967
0,00023646
7,3264e-5
-8,9937e-5
-0,00025314
-0,00041634
-0,00057954
-0,00074274
-0,00090594 Min



Obrázek 69: Přetvoření na úsečce na povrchu prutu 1, model s odsazenou silou

F: Silně zakřivený prut s přípravky submodel

Normal Elastic Strain 2

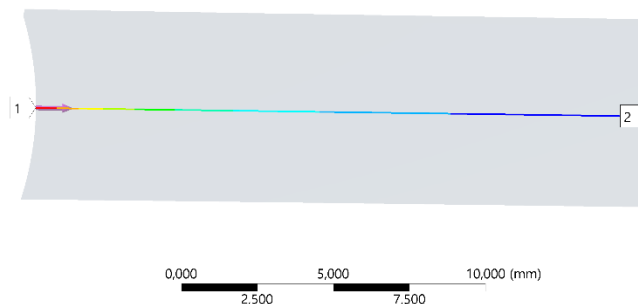
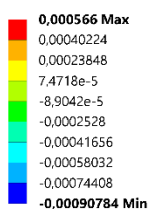
Type: Normal Elastic Strain(Y Axis)

Unit: mm/mm

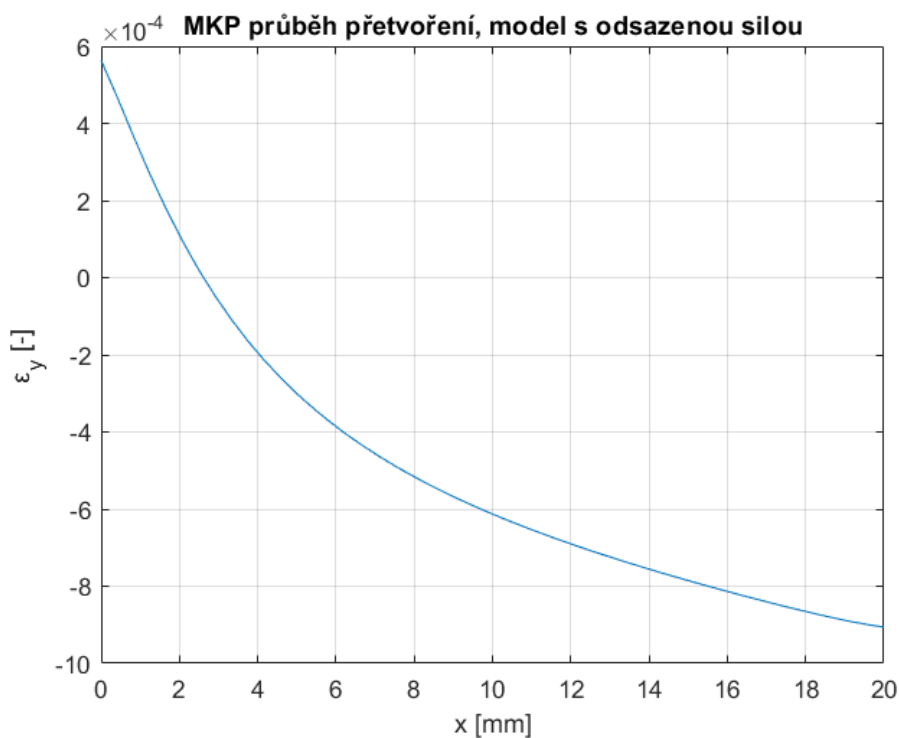
Global Coordinate System

Time: 1 s

02.05.2022 18:30



Obrázek 70: Přetvoření na úsečce na povrchu prutu 1, model s přípravky



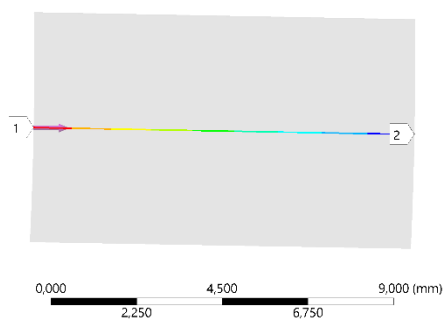
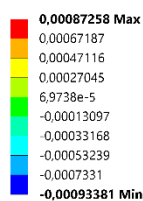
Obrázek 71: Průběh přetvoření na povrchu modelu prutu 1 na ose symetrie, model s odsazenou silou

4.3.4 Prut 2 s excentricitou zatížení

Pro prut 2 se zátěžnou silou mimo rovinu střednice prutu byly zvoleny stejné dva modely jako pro prut 1. Okrajové podmínky byly také zvoleny totožné, pouze síly pro oba modely slabě zakřiveného prutu měly velikost 95 N. Opět byly vytvořeny dva totožné submodely se šestistěnnými prvky o velikosti 0,3 mm. Přetvoření podél vyšetřované úsečky pro model s odsazenou silou je na obrázku 72 a pro model s přípravky na obrázku 73. Obrázek 74 znázorňuje průběh přetvoření pro model s odsazenou silou.

D: Slabě zakřivený prut submodel

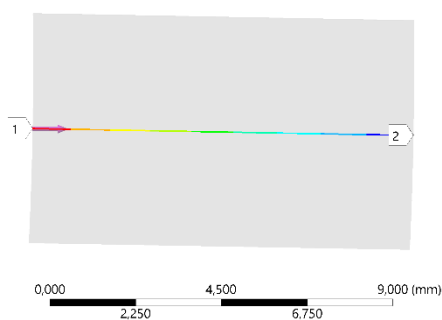
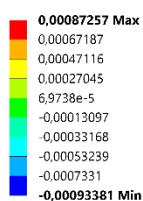
Normal Elastic Strain 2
 Type: Normal Elastic Strain(Y Axis)
 Unit: mm/mm
 Global Coordinate System
 Time: 1 s
 02.05.2022 18:56



Obrázek 72: Přetvoření na úsečce na povrchu prutu 2, model s odsazenou silou

H: Slabě zakřivený prut s přípravky submodel

Normal Elastic Strain 2
 Type: Normal Elastic Strain(Y Axis)
 Unit: mm/mm
 Global Coordinate System
 Time: 1 s
 02.05.2022 18:58



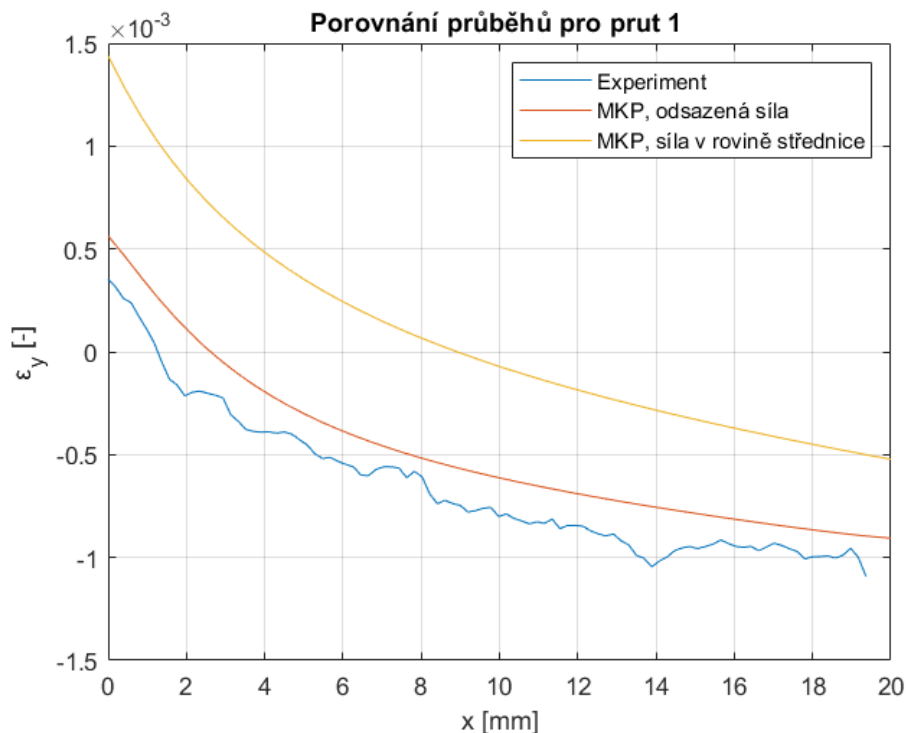
Obrázek 73: Přetvoření na úsečce na povrchu prutu 2, model s přípravky



Obrázek 74: Průběh přetvoření na povrchu modelu prutu 2 na ose symetrie, model s odsazenou silou

4.4 Vyhodnocení a porovnání výsledků

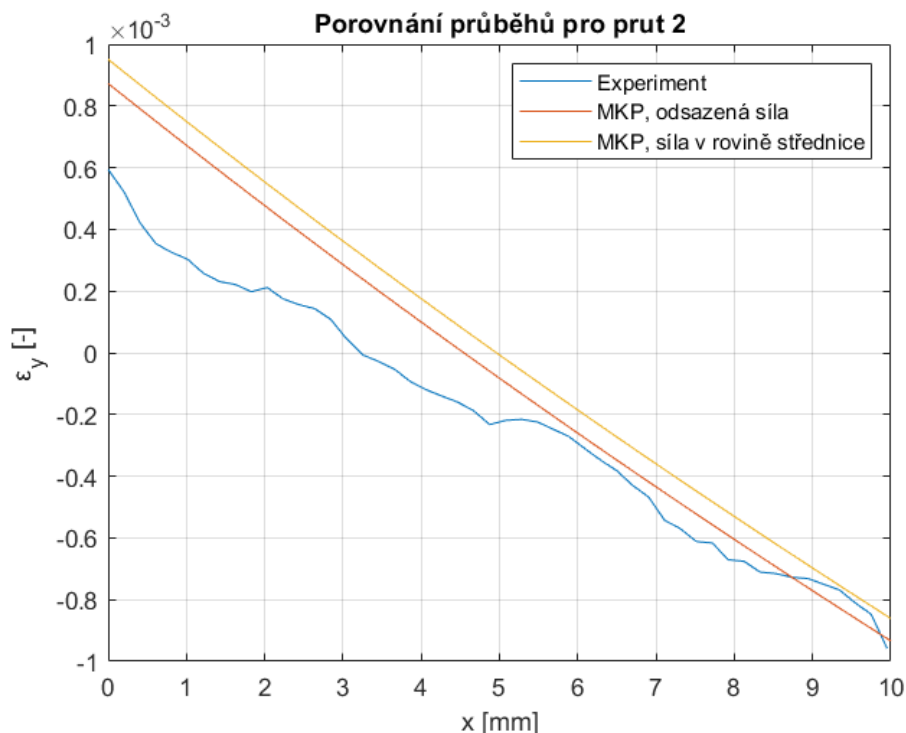
Pro porovnání výsledků bude pro prut 1 zvolen experimentální průběh vyhodnocený pro subset o velikosti 141x61 px a počáteční délku příčných čar sondy 1 mm. Pro prut 2 bude zvolen experimentální průběh pro 141x141 px subset a počáteční délku příčných čar sondy také 1 mm. Oba tyto průběhy jsou dostatečně reprezentativní s relativním minimem velkých zákmitů.



Obrázek 75: Experimentálně a numericky zjištěné průběhy přetvoření na prutu 1

Obrázek 75 ukazuje porovnání průběhů pro silně zakřivený prut 1. Lze vidět, že všechny průběhy svým tvarem přibližně odpovídají hyperbole, jak popisuje teorie. Průběh získaný pomocí MKP při použití modelu se silou v ose střednice je od experimentálně zjištěného průběhu posunut přibližně o hodnotu $1 \cdot 10^{-3}$. Podobně velký rozdíl ve výsledcích byl očekávaný, protože tento model zcela nerefletoval podmínky experimentu a nezahrnoval namáhání krutem a prostorovým ohybem, která byla při experimentu přítomna. MKP průběh pro model s odsazenou silou se experimentu přibližuje více, rozdíly obou průběhů v jednotlivých bodech se přesto pohybují okolo hodnoty $2 \cdot 10^{-4}$. To může být způsobeno více faktory, mezi něž se řadí ty popsání v kapitole 3.5, jmenovitě jde o rozdíly v modulu pružnosti materiálu prutů a modulu použitého při numerickém výpočtu,

možné výrobní nepřesnosti nebo nesymetrické upnutí a díky němu vznikající dodatečný ohyb. Dalším zásadním faktorem, který v žádném numerickém modelu zahrnut nebyl, je chování šroubového spoje prutu s přípravkem. V neposlední řadě je pak potřeba brát v potaz, že byl porušen předpoklad, na jehož základě byla použita 2D DIC, tedy že snímaný povrch si bude v průběhu měření zachovávat svou rovinnost. Bez dalšího opakování experimentu je však obtížné určit, které faktory hrály významnou roli a které nikoliv.

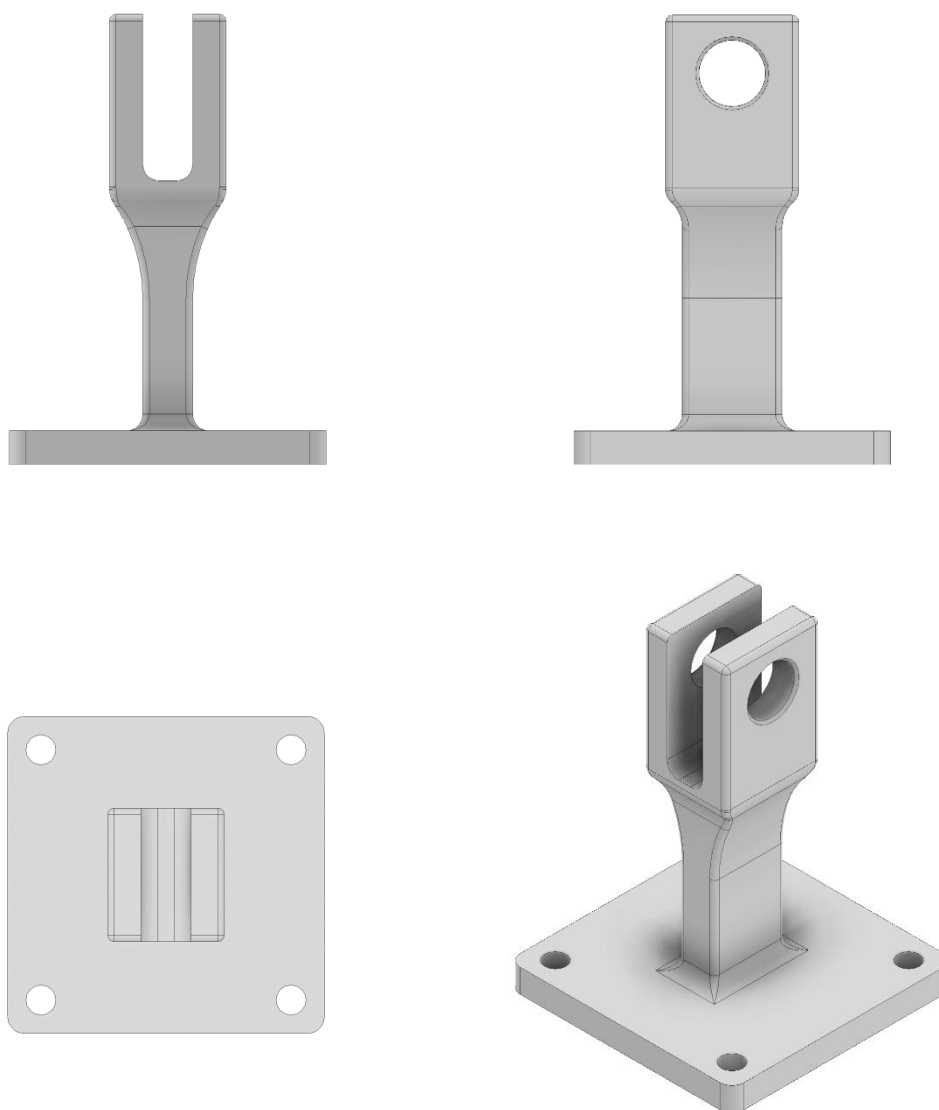


Obrázek 76: Experimentálně a numericky zjištěné průběhy přetvoření na prutu 2

Na obrázku 76 je vidět srovnání průběhů pro slabě zakřivený prut 2. Všechny průběhy se blíží přímkovým, jak popisuje teorie. Rozdíl mezi oběma numerickými modely je menší než u prutu 1, což odpovídá tvrzení z kapitoly 4.1.2, že vzniklé ohybové namáhání v ose z prutu bude více ovlivňovat silně zakřivený prut. V záporném extrému přetvoření se experiment téměř shoduje s numerickým řešením zahrnujícím excentricitu, ale v kladném extrému je velká odchylka o hodnotě $2,78 \cdot 10^{-4}$. Na vině může být některý z důvodů uvedených výše.

5 Určení vlastní frekvence vidlice se šroubem

Třetí řešenou úlohou bylo určení vlastní frekvence vidlice s podstavcem zobrazené na obrázku 77. Vidlice byla vyrobena pomocí metody 3D tisku z materiálu PLA (polyaktidová/polymléčná kyselina), který má následující vlastnosti: hustota $\rho = 1250 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, Youngův modul pružnosti $E = 2,7 \cdot 10^9 \text{ Pa}$ a Poissonův poměr $\mu = 0,35$.



Obrázek 77: CAD model vidlice

Pro ušetření materiálu nebylo těleso tištěno plně, ale s vnitřní strukturou složenou ze 30 % materiálu, zbylý prostor byl vyplněn vzduchovými kapsami. Tato struktura byla navenek potažena slupkou o tloušťce 0,3 mm.

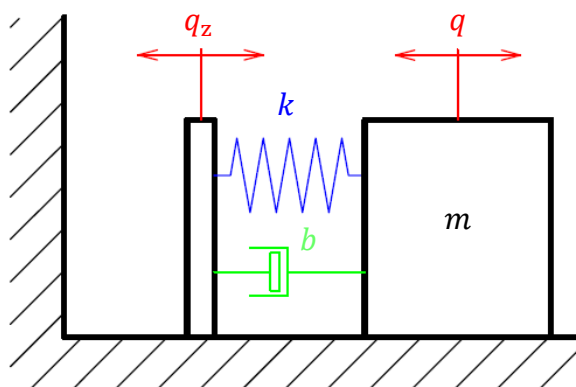
Těleso bylo čtyřmi šrouby M8 spojeno s deskou budiče vibrací a byla zkoumána jeho výchylka v závislosti na budící frekvenci. Pro zvýšení hmotnosti a momentu setrvačnosti tělesa byl do otvorů ve vidlici zašroubován šroub M12 z konstrukční oceli. Důvodem této úpravy bylo snížení vlastní frekvence k hodnotám, se kterými pracuje použitý budič vibrací.

5.1 Teorie lineárního kmitání soustav s jedním stupněm volnosti

V této kapitole budou představeny teoretické základy tlumeného lineárního kmitání soustav s jedním stupněm volnosti, avšak budou omezeny pouze na případ kinematického buzení, které se vyskytovalo u provedeného experimentu. Kapitola bude zpracována podle zdroje [49].

5.1.1 Lineární kmitání soustav s jedním stupněm volnosti buzených kinematicky

Mechanický model, který popisuje tlumený kmitavý pohyb s jedním stupněm volnosti buzený kinematicky, je znázorněn na obrázku 78. Je složen z tělesa o hmotnosti m [kg], které je pružinou o tuhosti k [$\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$] a lineárním tlumičem se součinitelem tlumení b [$\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$] připojeno k rámu, jehož pohyb je definován časově proměnnou výchylkou $q_z(t)$ [m]. Výchylka tělesa vzhledem k jeho stabilní rovnovážné poloze je značena q [m].



Obrázek 78: Mechanický model kinematicky buzené, tlumené kmitající soustavy s jedním stupněm volnosti

Pohybová rovnice má tvar

$$m \cdot \ddot{q} + b \cdot \dot{q} + k \cdot q = b \cdot \dot{q}_z + k \cdot q_z \quad (31)$$

Pokud bude pohyb rámu harmonický, lze jej popsat rovnicí

$$q_z = h \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (32)$$

kde h [m] je amplituda výchylky rámu, ω [s^{-1}] je úhlová frekvence a t [s] čas. Pravá strana rovnice (31), označovaná jako budící funkce, se dá poté přepsat do tvaru

$$f(t) = b \cdot h \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) + k \cdot h \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (33)$$

a dosadit zpět do rovnice (31), do níž se zavedou ještě vlastní úhlová frekvence Ω_0 [s^{-1}]

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (34)$$

a součinitel doznívání δ [s^{-1}]

$$\delta = \frac{b}{2 \cdot m} \quad (35)$$

Rovnice (31) pak přejde do tvaru

$$\ddot{q} + 2 \cdot \delta \cdot \dot{q} + \Omega_0^2 \cdot q = 2 \cdot \delta \cdot h \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) + \Omega_0^2 \cdot h \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad (36)$$

Pohybová rovnice (36) je nehomogenní diferenciální rovnicí druhého řádu s konstantními koeficienty. Jejím vyřešením, které lze najít ve zdroji [49], se získá vztah pro amplitudu vynucených kmitů S_0 [m]

$$S_0 = \frac{h \cdot \sqrt{1 + (2 \cdot b_r \cdot \eta)^2}}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2 \cdot b_r \cdot \eta)^2}} \quad (37)$$

kde poměrný útlum b_r [–] je definován vztahem

$$b_r = \frac{b}{2 \cdot \sqrt{m \cdot k}} \quad (38)$$

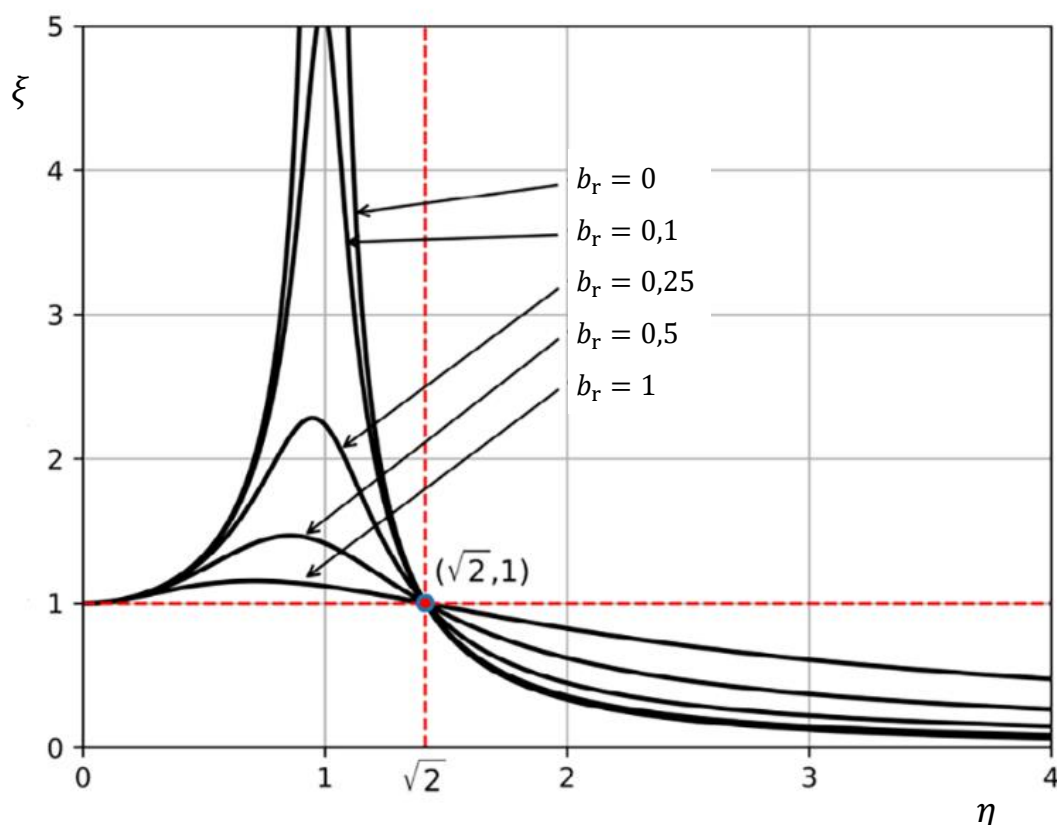
a činitel naladění η [–] vztahem

$$\eta = \frac{\omega}{\Omega_0} \quad (39)$$

Součinitel přenosu ξ [–] je definován jako

$$\xi = \frac{S_0}{h} = \frac{\sqrt{1 + (2 \cdot b_r \cdot \eta)^2}}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2 \cdot b_r \cdot \eta)^2}} \quad (40)$$

Na obrázku 79 je amplitudová charakteristika odezvy na harmonické buzení. Je vidět, že pro hodnoty $\eta < \sqrt{2}$ je odezva tlumené soustavy menší než odezva soustavy netlumené a pro $\eta > \sqrt{2}$ je tomu naopak.



Obrázek 79: Amplitudová charakteristika odezvy na harmonické buzení [50], upraveno

Vlastní frekvence f_0 [Hz], která bude hledaná při experimentu, udává, kolik opakování pohybu nastane za jednu sekundu a je definována vztahem

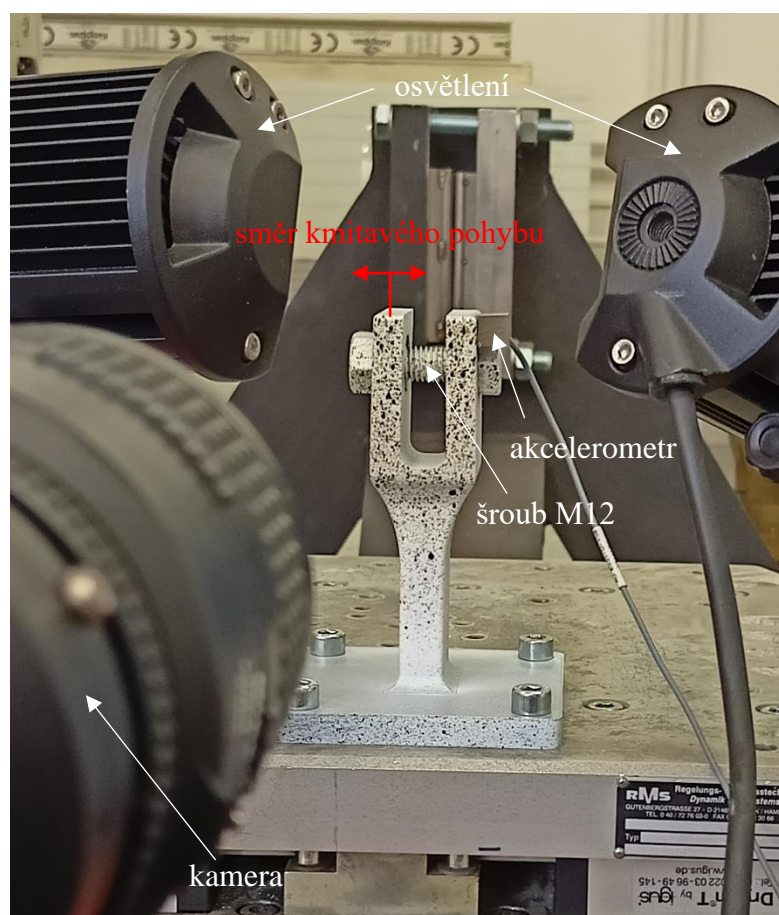
$$f_0 = \frac{\Omega_0}{2 \cdot \pi} \quad (41)$$

Perioda vlastních kmitů T_0 [s] udává, za jak dlouhou dobu se pohyb a začne opakovat a určí se ze vztahu

$$T_0 = \frac{1}{f_0} = \frac{2 \cdot \pi}{\Omega_0} \quad (42)$$

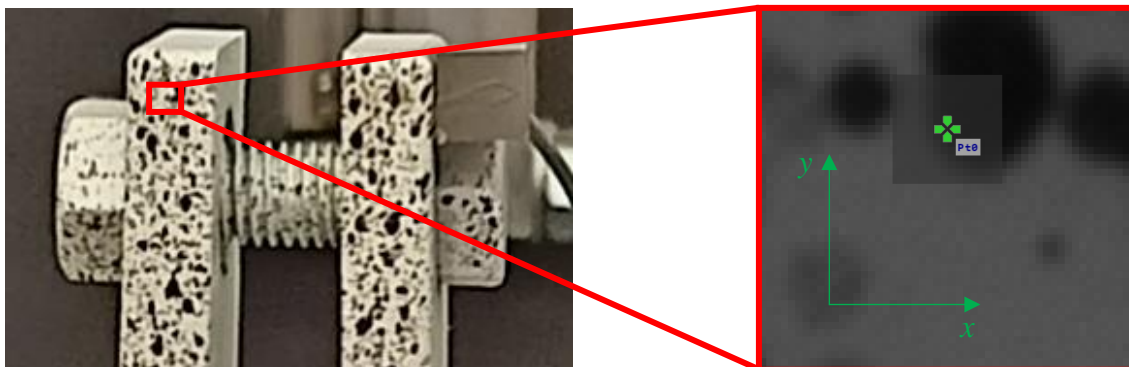
5.2 Experiment

Pro měření byla použita 2D DIC, protože předpokládaný, před experimentem pomocí MKP ověřený, tvar vlastního kmitání splňoval předpoklady rovinnosti snímaného povrchu a nulového pohybu ve směru optické osy kamery. Směr kmitavého pohybu vzorku při experimentu je znázorněn na obrázku 80, kde je vidět také akcelerometr přilepený k boku tělesa. Údaje o výchylce z něj získané byly při vyhodnocení porovnány s výchylkou změřenou pomocí DIC.



Obrázek 80: Sestava experimentu

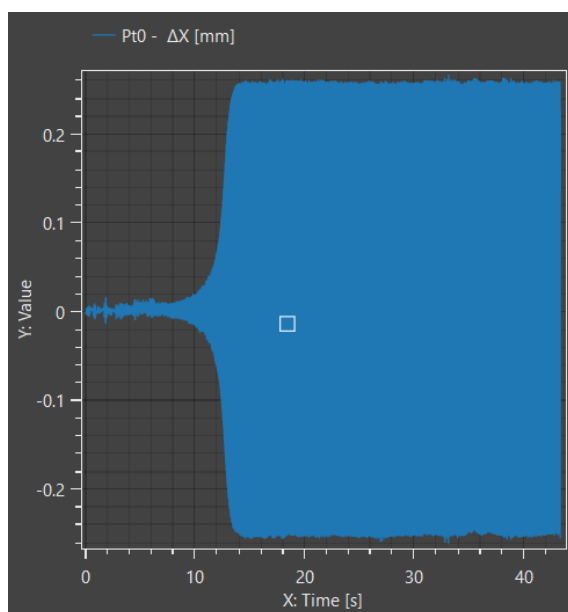
Po kalibraci byly nastaveny parametry snímání. Jelikož kamera, se kterou byl experiment prováděn, není vysokorychlostní, musela být pro dosažení vhodné snímkové frekvence snímána pouze malá část objektu. Byla tedy zvolena oblast o rozměrech 50x50 px, která se nacházela přibližně v oblasti znázorněné na obrázku 81, ve výšce zhruba shodné s výškou umístění akcelerometru. Zmenšením snímané oblasti na takto malé rozměry byla dosažena snímková frekvence 740,5 fps.



Obrázek 81: Přibližné umístění snímané oblasti

Globální možnosti sledování v programu Alpha byly ponechány výchozí, jak byly popsány v kapitolách 3.2 a 4.2. Pro vyhodnocení byla vybrána bodová sonda, viz obrázek 81, u které byl vyhodnocován pohyb v ose x (horizontální směr, totožný se směrem kmitavého pohybu znázorněným na obrázku 80). Pohyb v ose y byl zanedbán, jelikož úhel natočení při amplitudě kmitavého pohybu byl nižší než 5° a předpoklad malých výchylek byl tak splněn. Velikost subsetu sondy byla při každém měření 15×15 px.

Měření probíhalo s budícím zrychlením o velikosti $0,05$ g. Nejprve byla pomocí akcelerometru a programu ovládajícího budič vibrací nalezena přibližná hodnota rezonanční frekvence a poté byla zpřesňována metodou dělení intervalu. Okamžitou zpětnou vazbu dávala data získaná z akcelerometru, pomocí nichž bylo zjištěno maximum amplitudy výchylky při frekvenci $f = 62,15625$ Hz. Nahraná měření pak byla

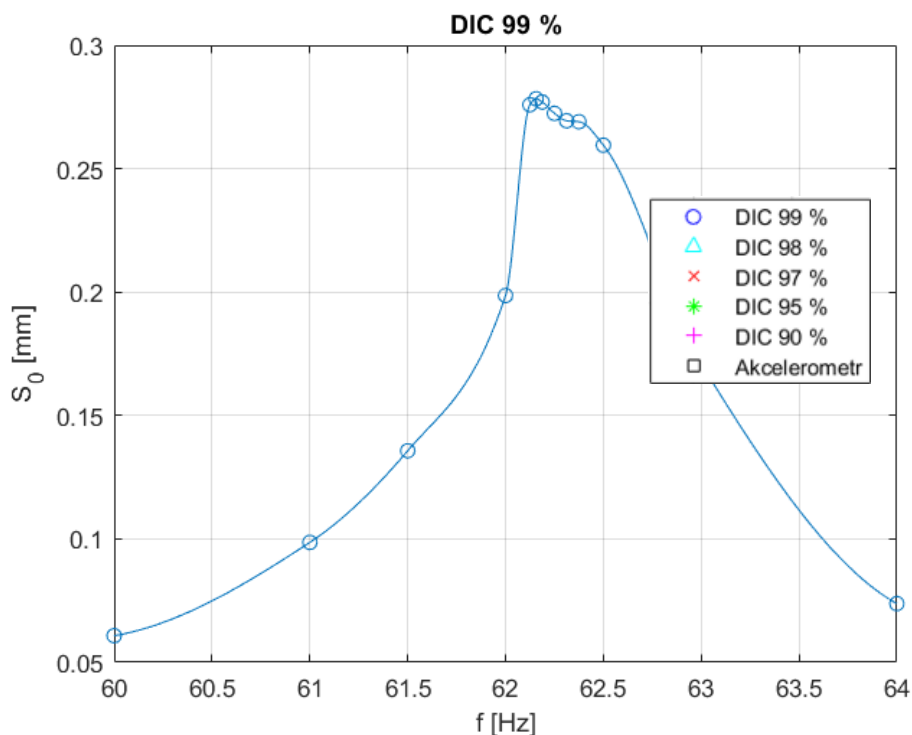


Obrázek 82: Výchylka bodové sondy v závislosti na čase

vyhodnocena pomocí DIC. Obrázek 82 ukazuje, jak vypadal graf získaný z programu Alpha. Aby byl eliminován vliv šumu, bylo využito výdrže na cílové frekvenci. Z výdrže, na obrázku 82 zřetelné v časech 15–43 s, byl vždy vybrán relativně stabilní časový úsek bez výrazných odchylek v amplitudě a v tomto časovém úseku byla nalezena maximální amplituda. Poté byly vybrány hodnoty, které přesahovaly určité procento maximální amplitudy a byly

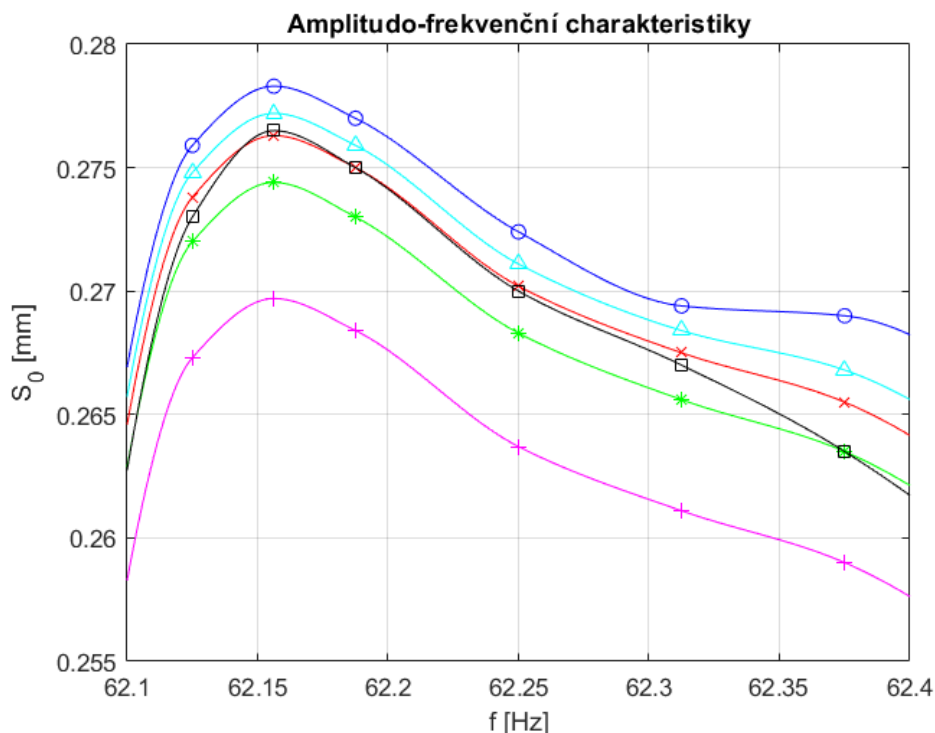
zprůměrovány. Zvolené procentuální hladiny byly 99 %, 98 %, 97 %, 95 % a 90 %. Stejně bylo postupováno i u amplitud záporných půlkmitů, jelikož v některých měřeních byl zřetelný rozdíl mezi hodnotami amplitud dosahovanými při kladných výchylkách a hodnotami dosahovanými při záporných. Zprůměrováním kladných a záporných průměrů amplitud pak byla získána celková průměrná amplituda S_0 .

Tabulka A v příloze uvádí hodnoty amplitudy S_0 naměřené pro dané frekvence pomocí akcelerometru a hodnoty získané pomocí DIC při daných procentuálních hladinách průměrování. Hodnoty v tabulce jsou řazeny dle pořadí, v jakém probíhalo měření. Na obrázku 83 je vykreslena amplitudo-frekvenční charakteristika pro měřené frekvence získaná pomocí průměrování dat z DIC na hladině 99 %.



Obrázek 83: Amplitudo-frekvenční charakteristika z DIC dat průměrovaných na hladině 99 % maxima

Na obrázku 84 je zobrazen detail amplitudo-frekvenční charakteristiky pro frekvence 62,1 Hz až 62,4 Hz s porovnáním hodnot získaných průměrováním DIC dat na jednotlivých procentuálních hladinách maxima a hodnot naměřených akcelerometrem. Z obrázku je patrné, že v okolí hodnot blízkých vlastní frekvenci nejlépe odpovídá charakteristice změřené akcelerometrem charakteristika získaná pomocí DIC při zprůměrování horních a dolních 3 % hodnot výchylek.



Obrázek 84: Amplitudo-frekvenční charakteristiky v okolí vlastní frekvence

Všechny zobrazené charakteristiky dosahují maxim pro stejnou frekvenci, která má dle přiložené tabulky A hodnotu

$$f_{\max} = 62,15625 \text{ Hz}$$

a leží v intervalu $(62,125; 62,1875)$ Hz. Experimentálně zjištěná vlastní frekvence soustavy je tedy

$$f_0 = (62,15625 \pm 0,03125) \text{ Hz}$$

5.3 Numerické řešení

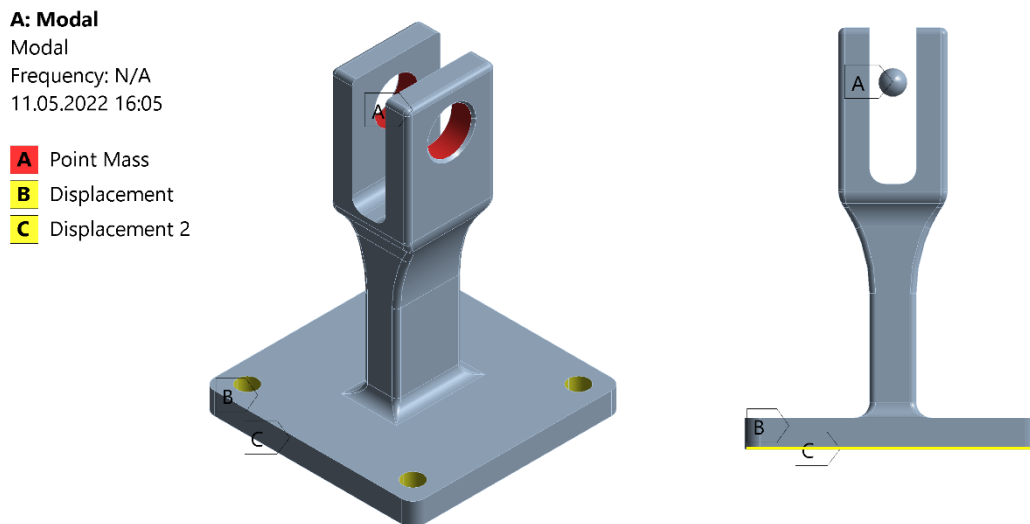
Pro zjištění vlastních frekvencí soustavy pomocí MKP byl vytvořen model v prostředí Ansys Workbench 2021 R2 a byla provedena modální analýza. Model však neodpovídal skutečné vidlici, jelikož nebyl uvažován vliv vnitřní struktury materiálu, jenž je popsán v následujícím odstavci.

Při tvorbě modelu 3D tištěného tělesa hraje nezanedbatelnou roli jeho vnitřní struktura, tedy nastavení výplně (anglicky infill). Množství použitého materiálu i geometrický vzor a jeho orientace významně ovlivňují mechanické vlastnosti vyrobené součásti. Byť tedy bude při výrobě použit izotropní materiál, například PLA, chování tělesa s vnitřní

geometrickou strukturou bude ortotropní [51]. Aby bylo možné vyšetřovat mechanické chování tělesa bez nutnosti modelovat jeho vnitřní strukturu, je mnohdy potřebné provést homogenizaci materiálových charakteristik dané struktury, kterou se zabývají například zdroje [51, 52, 53]. Aby výsledky modelu odpovídaly experimentu, byl Youngův modul pružnosti pro vnitřní strukturu kalibrován pomocí metody odezvové plochy.

5.3.1 Modální analýza

Vytvořenému CAD modelu vidlice byly přiřazeny materiálové charakteristiky PLA, avšak hustota a Youngův modul pružnosti byly nastaveny na 30 % hodnot uvedených v kapitole 5, a to v souladu se skutečností, že vnitřní struktura je pouze ze 30 % tvořena

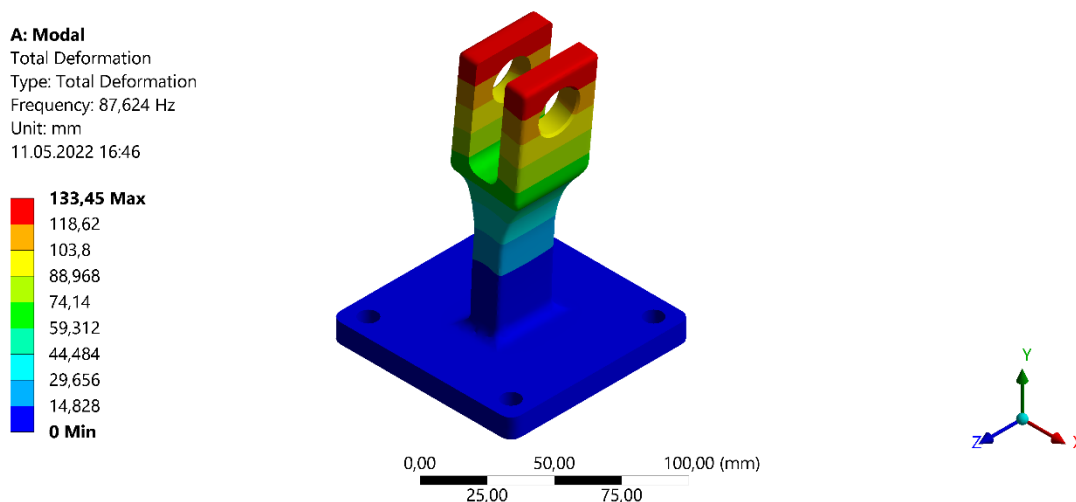


Obrázek 85: Okrajové podmínky modelu

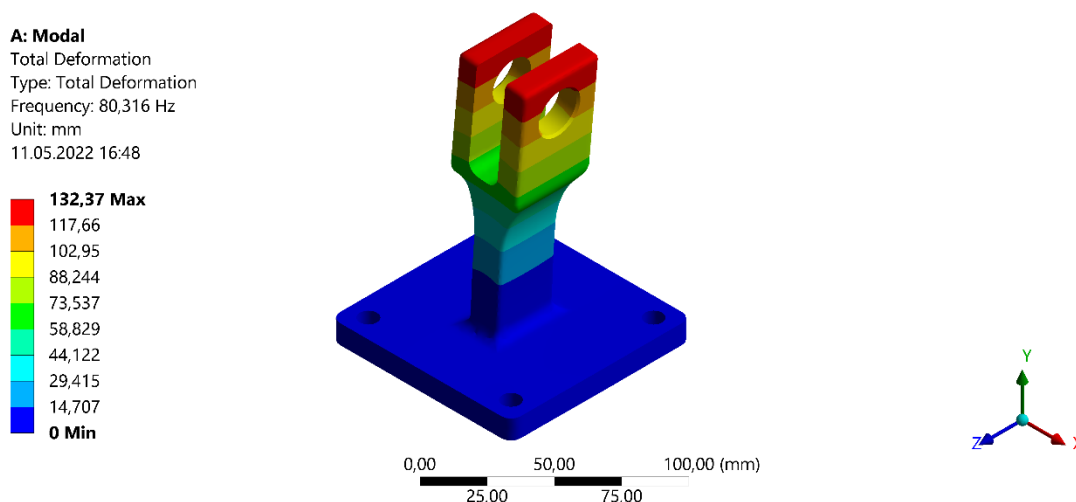
materiálem. Toto nastavení bylo vyhovující pro hustotu, nikoliv však pro Youngův modul, jak již bylo uvedeno výše. Všem vnějším povrchům byla poté pomocí příkazu surface coating přiřazena vrstva materiálu o tloušťce 0,3 mm, která měla materiálové charakteristiky ponechány výchozí a simulovala slupku vytištěného tělesa. Tímto byl zvednut celkový objem tělesa, což ale neovlivnilo výsledky rozhodujícím způsobem.

Okrajové podmínky jsou znázorněny na obrázku 85. Šroub M12 byl nahrazen hmotným bodem, kterému byla přiřazena hmotnost a momenty setrvačnosti zjištěné ze samostatné statické strukturální úlohy v Ansysu Workbench, jež byla spočítána pro model použitého šroubu. Hmotný bod byl umístěn mezi otvory ve vidlici a jeho chování bylo nastaveno na tuhé. Otvorům pro šrouby spojujícím podstavec vidlice s deskou budiče vibrací byly

zamezeny posuvy ve všech směrech (okrajová podmínka B) a spodní straně podstavce, která byla v kontaktu s deskou budiče vibrací, byl zamezen posuv ve vertikálním směru (v ose y, okrajová podmínka C). Vhodnější alternativou k okrajové podmínce C by bylo zamezení pouze posuvů ve směru normály plochy (okrajová podmínka compression only support), to ale u modální analýzy není možné. Dále tedy bude představena varianta zahrnující okrajovou podmínku C (dále varianta 1) a varianta nezahrnující okrajovou podmínku C (dále varianta 2). Řešení při možnosti použití compression only support se předpokládá mezi oběma variantami. Model byl vysítován čtyřstěnnými prvky o velikosti 0,4 mm. Obrázek 86 ukazuje výsledky pro variantu 1 a obrázek 87 pro variantu 2.



Obrázek 86: Celková deformace charakterizující tvar vlastního kmitání při 1. vlastní frekvenci, varianta 1



Obrázek 87: Celková deformace charakterizující tvar vlastního kmitání při 1. vlastní frekvenci, varianta 2

Jak je vidět na obrázcích 86 a 87, tvar vlastního kmitání je charakterizován pohybem tělesa pouze v ose x , použití 2D DIC při experimentu tedy bylo oprávněné. První vlastní frekvence pro variantu 1 vyšla

$$f_{0,1} = 87,624 \text{ Hz}$$

a pro variantu 2

$$f_{0,2} = 80,316 \text{ Hz}$$

První vlastní frekvence varianty 1 je tedy o 9,1 % vyšší než první vlastní frekvence varianty 2. Velikosti vektoru posunutí uvedené na obrázcích 86 a 87 neodpovídají velikostem reálných výchylek, jelikož modální analýza neudává absolutní řešení výchylek, ale pouze poměrné řešení pomocí modálních vektorů, které jsou často normované, například podle matice tuhosti nebo matice hmotnosti.

Experimentálnímu řešení však příliš neodpovídaly ani zjištěné první vlastní frekvence. Za zjednodušujícího předpokladu, že chování materiálu tělesa bude stále izotropní a bude popsáno Youngovým modulem pružnosti, byla provedena kalibrace pomocí metody odezvové plochy s cílem najít pro obě varianty hodnotu Youngova modulu, při které bude první vlastní frekvence odpovídat vlastní frekvenci určené experimentálně. Pro variantu 1 byla nalezena hodnota

$$E_1 = 0,25553 \text{ GPa}$$

což je 9,46 % původní hodnoty 2,7 GPa. Pro variantu 2 byla určena odpovídající hodnota

$$E_2 = 0,35762 \text{ GPa}$$

což je 13,25 % původní hodnoty.

5.4 Vyhodnocení a porovnání výsledků

Z amplitudo-frekvenčních charakteristik vykreslených na obrázku 84 lze vidět, že jednotlivé charakteristiky určené pomocí DIC a pomocí akcelerometru dosahují maxima při stejné frekvenci. Oba experimentální postupy jsou tedy v dobré shodě a stanovují vlastní frekvenci soustavy

$$f_0 = (62,15625 \pm 0,03125) \text{ Hz}$$

Z jednotlivých charakteristik zjištěných pomocí DIC je v okolí vlastní frekvence nejbližší charakteristice získané z akcelerometru charakteristika získaná průměrováním hodnot dosahujících více než 97 % hodnoty nejvyšší amplitudy v daných měřeních. Od frekvence $f = 62,3125$ Hz se pak tyto dvě charakteristiky začínají odchylovat. Je však třeba zdůraznit, že i měření pomocí akcelerometru bylo zatíženo chybou, tudíž nelze říci, že při průměrování na hladině 97 % je určení vlastní frekvence nejpřesnější. Pokud bude vynechána poslední křivka pro 90 %, která už v sobě zahrnuje i mnoho hodnot, jež nebyly naměřeny při maximální výchylce (při snímkové frekvenci kamery 704,5 Hz a budící frekvenci 62 Hz bylo pro jeden kmit naměřeno průměrně 11,36 hodnot výchylky), tak vychází amplituda kmitavého pohybu při vlastní frekvenci v rozmezí $\langle 0,2744; 0,2783 \rangle$ mm, kde rozdíl nejvyšší hodnoty od nejnižší je 1,42 %.

Při tvorbě MKP modelu se vyskytl problém vlivu vnitřní struktury vytištěného tělesa na tuhost modelu vidlice, který nebylo možné bez použití pokročilých výpočetních metod vyřešit. Za směrodatné výsledky z MKP lze tedy považovat pouze tvar vlastního kmitání, který potvrdil důležitý předpoklad volby 2D DIC, a zjištění, že vlastní frekvence určená experimentálně je první vlastní frekvencí vidlice.

Součástí modální analýzy pro obě varianty modelu bylo také nalezení hodnot Youngova modulu pružnosti, při kterých první vlastní frekvence odpovídala vlastní frekvenci zjištěné experimentálně. Pomocí metody odezvové plochy byla pro variantu 1 nalezena hodnota Youngova modulu odpovídající 9,46 % hodnoty pro materiál PLA a pro variantu 2 hodnota odpovídající 13,25 % hodnoty materiálové. Zvolený postup pomocí homogenizace a následného experimentálního zjištění vnitřní tuhosti je jistým zjednodušením, při kterém tuhost vnitřní struktury nutně neodpovídá podílu materiálu, který struktura obsahuje. Nabízí se tedy otázka, zda zvolené zjednodušení nevnáší přílišnou chybu z hlediska ostatních vlastních frekvencí a amplitud kmitání, které jsou zjištěitelné například z harmonické analýzy v Ansysu Workbench. K rozhodnutí by však bylo potřeba provést další analýzy a experimenty.

6 Závěr

Prvním z cílů práce byla rešerše optických metod se zaměřením na metodu DIC. V krátkosti byly nastíněny principy fungování fotoelasticimetrie, holografické interferometrie, speckle interferometrie a digitální speckle shearografie. V části zaměřené na DIC byl popsán princip metody dominantně orientovaný na její 2D variantu, která byla použita u všech provedených experimentů. Menší prostor byl pak věnován 3D a objemové variantě.

Druhá část rešerše byla zaměřena na aplikace metody DIC a předkládá průřezový přehled oblastí použití metody a ke každé oblasti uvádí příklady vědeckých článků, které se danou problematikou zabývaly.

V aplikační části práce byly provedeny tři experimenty, které byly vyhodnoceny metodou DIC v programu Alpha od společnosti X-Sight s.r.o. Získané výsledky byly poté porovnány s výpočtovými modely vytvořenými v prostředí Ansys Workbench.

Prvním experimentem byla tahová zkouška dvou vzorků s vruby, cílem bylo zjistit průběh přetvoření v okolí vrubů a určit součinitele koncentrace napětí/deformace. V této úloze byly hodnoty součinitelů koncentrace porovnány také s řešením pomocí polynomických vztahů a nomogramů uvedených v literatuře. Vzorek 2 vykazoval velmi dobrou shodu výsledků, přičemž nejvyšší rozdíl mezi součiniteli koncentrace získanými jednotlivými metodami řešení byl 4,7 %. U vzorku 1 byl největší rozdíl 23,7 %, což je rozdíl již značný. Ve vyhodnocení byly popsány možné faktory ovlivňující výsledky experimentu a přesnost naměřených hodnot.

Ve druhém experimentu byl určován průběh přetvoření na dvou zakřivených prutech zatížených ohybem. V důsledku konfigurace experimentu byly však pruty zatíženy kombinovaným namáháním, čemuž musely být přizpůsobeny výpočtové modely, kterých bylo pro porovnání s experimentem vytvořeno více variant. Všechny modely však obsahovaly rozličné stupně zjednodušení, k experimentálně zjištěným průběhům přetvoření se proto pouze blížily.

Poslední experiment se zabýval určením vlastní frekvence vidlice vyrobené pomocí metody 3D tisku. Výsledky z DIC zde byly porovnány kromě výpočtového modelu také s hodnotami získanými pomocí akcelerometru. Oba experimentální postupy udávaly

shodné výsledky, avšak při tvorbě výpočtového modelu bylo naraženo na problematiku homogenizace vnitřní struktury vytištěné součástky. Model byl poté, s jistým zjednodušením, kalibrován dle výsledků experimentu a bylo konstatováno, že pro verifikaci jeho správnosti by bylo třeba dalších analýz a experimentů.

Závěrem lze tedy říci, že metoda DIC je vhodná k měření deformací a dává (na strojírenské rozlišovací úrovni) dostatečně přesné výsledky, jak bylo ověřeno pomocí experimentů. Provedená rešerše také ukázala, že její aplikační záběr je poměrně široký a v mnohých použitích díky svým vlastnostem často předčí a nahrazuje tradiční kontaktní metody, ale i ostatní metody bezkontaktní.

7 Seznam použité literatury

- [1] Fotoelasticimetrie. MACURA, Pavel a František FOJTÍK. *Experimentální metody v mechanice* [online]. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 2013 [cit. 2021-12-02]. ISBN 978-80-248-3018-6. Dostupné z: https://projekty.fs.vsb.cz/463/edubase/VY_01_007/Experimentalni%20metody%20v%20mechanice/02%20Text%20pro%20e-learning/Experimentalni%20metody%20v%20mechanice%202%20.pdf
- [2] VRBA, Jiří a Petr FRANTÍK. Úvod do fotoelasticimetrie. *Kitnarf* [online]. Petr Frantík, březen 2001 [cit. 2021-12-02]. Dostupné z: <http://www.kitnarf.cz/publications/2001/2001.03.fotoelasticimetrie/2001.03.fotoelasticimetrie.pdf>
- [3] KREIS, Thomas. Application of Digital Holography for Nondestructive Testing and Metrology: A Review. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*. 12(1), 240-247. ISSN 1551-3203. Dostupné z: doi:10.1109/TII.2015.2482900
- [4] TREBUŇA, František, Miroslav PÁSTOR, Róbert HUŇADY, Peter FRANKOVSKÝ a Martin HAGARA. *Optické metody v mechanice*. Košice: TYPOPRESS. ISBN 978-80-553-3168-3.
- [5] PAVELEK, Milan, Eva JANOTKOVÁ a Josef ŠTĚTINA. Detekce fáze záření – princip holografie. PAVELEK, Milan, Eva JANOTKOVÁ a Josef ŠTĚTINA. *Vizualizační a optické měřicí metody* [online]. Druhé vydání. Brno: Odbor termomechaniky a techniky prostředí, Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně [cit. 2022-01-30]. Dostupné z: <https://eu.fme.vutbr.cz/file/vomm/0219.htm>
- [6] NISTEA, I. T. a D. N. BORZA. Experimental analysis of failure in embedded electronics and mechatronical systems under thermal stress. 2010 IEEE International Conference on Automation, Quality and Testing, Robotics (AQTR) [online]. IEEE, 2010, 1-5 [cit. 2022-01-30]. ISBN 978-1-4244-6724-2. Dostupné z: doi:10.1109/AQTR.2010.5520687
- [7] FRANCIS, D., R. P. TATAM a R. M. GROVES. Shearography technology and applications: a review. *Measurement Science and Technology* [online]. 21(10)

- [cit. 2022-01-30]. ISSN 0957-0233. Dostupné z: doi:10.1088/0957-0233/21/10/102001
- [8] SUTTON, M.A., ORTEAU, J.J., SCHREIER, H. Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements. Springer US, 2009, 321 s. ISBN 978-0-387-78746-6.
- [9] PAN, Bing a Jerry LORD. Digital image correlation for surface deformation measurement: historical developments, recent advances and future goals. *Measurement Science and Technology*. 2018, **29**(8), 52-54. ISSN 0957-0233. Dostupné z: doi:10.1088/1361-6501/aac55b
- [10] PETERS, W. H. a W. F. RANSON. Digital Imaging Techniques In Experimental Stress Analysis. *Optical Engineering*. 1982, **21**(3). ISSN 0091-3286. Dostupné z: doi:10.1117/12.7972925
- [11] SUTTON, MA, WJ WOLTERS, WH PETERS, WF RANSON a SR MCNEILL. Determination of displacements using an improved digital correlation method. *Image and Vision Computing*. 1983, **1**(3), 133-139. ISSN 02628856. Dostupné z: doi:10.1016/0262-8856(83)90064-1
- [12] BAY, B. K., T. S. SMITH, D. P. FYHRIE a M. SAAD. Digital volume correlation: Three-dimensional strain mapping using X-ray tomography. *Experimental Mechanics*. 1999, **39**(3), 217-226. ISSN 0014-4851. Dostupné z: doi:10.1007/BF02323555
- [13] MCCORMICK, Nick a Jerry LORD. Digital Image Correlation. *Materials Today*. 2010, **13**(12), 52-54. ISSN 13697021. Dostupné z: doi:10.1016/S1369-7021(10)70235-2
- [14] PAN, Bing, Kemao QIAN, Huimin XIE a Anand ASUNDI. Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review. *Measurement Science and Technology*. 2009, **20**(6). ISSN 0957-0233. Dostupné z: doi:10.1088/0957-0233/20/6/062001
- [15] ZHAO, Jianlong, Yong SANG, Fuhai DUAN a Anand ASUNDI. The state of the art of two-dimensional digital image correlation computational method: a review. *Engineering Reports*. 2019, **1**(2). ISSN 2577-8196. Dostupné z: doi:10.1002/eng2.12038

- [16] Telecelentrický objektiv – přednosti a charakteristiky. *Kinali* [online]. Brno: Kinali, c2017 [cit. 2022-03-12]. Dostupné z: <http://www.prumysloveobjektivy.cz/pages/view/telecelentricky-objektiv-prednosti-a-charakteristiky>
- [17] International Digital Image Correlation Society, JONES, E.M.C., IADICOLA, M.A. (Eds.) (2018). *A Good Practices Guide for Digital Image Correlation*. Dostupné z: doi:10.32720/idics/gpg.ed1
- [18] TANG, Zhengzong, Jin LIANG, Zhenzhong XIAO a Cheng GUO. Large deformation measurement scheme for 3D digital image correlation method: a review. *Optics and Lasers in Engineering*. 2012, **50**(2), 122-130. ISSN 01438166. Dostupné z: doi:10.1016/j.optlaseng.2011.09.018
- [19] KE, X.-D., H. W. SCHREIER, M. A. SUTTON a Y. Q. WANG. Error Assessment in Stereo-based Deformation Measurements: a review. *Experimental Mechanics*. 2011, **51**(4), 423-441. ISSN 0014-4851. Dostupné z: doi:10.1007/s11340-010-9450-3
- [20] PAN, Bing, LiPing YU a QianBing ZHANG. Review of single-camera stereo-digital image correlation techniques for full-field 3D shape and deformation measurement. *Science China Technological Sciences*. 2018, **61**(1), 2-20. ISSN 1674-7321. Dostupné z: doi:10.1007/s11431-017-9090-x
- [21] PAN, Bing, Dafang WU a Zhaoyang WANG. Internal displacement and strain measurement using digital volume correlation: a least-squares framework. *Measurement Science and Technology*. 2012, **23**(4). ISSN 0957-0233. Dostupné z: doi:10.1088/0957-0233/23/4/045002
- [22] Correlated Solutions – Applications. *Correlated Solutions* [online]. Irmo: Correlated Solutions, c2021 [cit. 2021-11-21]. Dostupné z: <https://www.correlatedsolutions.com/applications/>
- [23] MCCORMICK, Nick J. a Jerry D. LORD. Practical In Situ Applications of DIC for Large Structures: Recent advancements and noted limitations. *Applied Mechanics and Materials*. 2010, **24-25**, 161-166. ISSN 1662-7482. Dostupné z: doi:10.4028/www.scientific.net/AMM.24-25.161

- [24] MOSTAFAVI, M. a T.J. MARROW. *Quantitative in situ study of short crack propagation in polygranular graphite by digital image correlation*. 2012, **35**(8), 695-707. ISSN 8756758X. Dostupné z: doi:10.1111/j.1460-2695.2012.01648.x
- [25] PAN, Bing, Dafang WU, Zhaoyang WANG a Yong XIA. High-temperature digital image correlation method for full-field deformation measurement at 1200 °C. *Measurement Science and Technology*. 2011, **22**(1). ISSN 0957-0233. Dostupné z: doi:10.1088/0957-0233/22/1/015701
- [26] BUMGARDNER, Clifton, Brendan CROOM a Xiaodong LI. High-temperature delamination mechanisms of thermal barrier coatings: In-situ digital image correlation and finite element analyses. *Acta Materialia*. 2017, **128**, 54-63. ISSN 13596454. Dostupné z: doi:10.1016/j.actamat.2017.01.061
- [27] SÁNCHEZ-ARÉVALO, F.M. a G. PULOS. Use of digital image correlation to determine the mechanical behavior of materials. *Materials Characterization*. 2008, **59**(11), 1572-1579. ISSN 10445803. Dostupné z: doi:10.1016/j.matchar.2008.02.002
- [28] PRITCHARD, Robyn H., Pascal LAVA, Dimitri DEBRUYNE a Eugene M. TERENCEV. Precise determination of the Poisson ratio in soft materials with 2D digital image correlation. *Soft Matter*. 2013, **9**(26), 1572-1579. ISSN 1744-683X. Dostupné z: doi:10.1039/c3sm50901j
- [29] BING, Pan, Xie HUI-MIN, Hua TAO a Anand ASUNDI. Measurement of coefficient of thermal expansion of films using digital image correlation method. *Polymer Testing*. 2009, **28**(1), 75-83. ISSN 01429418. Dostupné z: doi:10.1016/j.polymeresting.2008.11.004
- [30] HUŇADY, Róbert a Martin HAGARA. A new procedure of modal parameter estimation for high-speed digital image correlation. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2017, **93**, 66-79. ISSN 08883270. Dostupné z: doi:10.1016/j.ymsp.2017.02.010
- [31] TREBUŇA, F. a M. HAGARA. Experimental modal analysis performed by high-speed digital image correlation system. *Measurement*. 2014, **50**, 78-85. ISSN 02632241. Dostupné z: doi:10.1016/j.measurement.2013.12.038
- [32] BEBERNISS, Timothy J. a David A. EHRHARDT. High-speed 3D digital image correlation vibration measurement: Recent advancements and noted

- limitations. *Mechanical Systems and Signal Processing*. 2017, **86**, 35-48. ISSN 08883270. Dostupné z: doi:10.1016/j.ymsp.2016.04.014
- [33] TREBUŇA, František, Róbert HUŇADY, Martin HAGARA a Ivan VIRGALA. High-speed Digital Image Correlation as a Tool for 3D Motion Analysis of Mechanical Systems. *American Journal of Mechanical Engineering*. 2015, **3**(6), 195-200. ISSN 2328-4110. Dostupné z: doi:10.12691/ajme-3-6-8
- [34] YA'AKOBOVITZ, Assaf, Slava KRYLOV, Yael HANEIN a Lei CHEN. Nanoscale displacement measurement of electrostatically actuated micro-devices using optical microscopy and digital image correlation. *Sensors and Actuators A: Physical*. 2010, **162**(1), 1-7. ISSN 09244247. Dostupné z: doi:10.1016/j.sna.2010.05.014
- [35] MEHDIKHANI, Mahoor, Mohammadali ARAVAND, Baris SABUNCUOGLU, Michaël G. CALLENS, Stepan V. LOMOV a Larissa GORBATIKH. Full-field strain measurements at the micro-scale in fiber-reinforced composites using digital image correlation. *Composite Structures*. 2016, **140**, 192-201. ISSN 02638223. Dostupné z: doi:10.1016/j.compstruct.2015.12.020
- [36] TUNG, Shih-Heng, Ming-Hsiang SHIH a Jui-Chao KUO. Application of digital image correlation for anisotropic plastic deformation during tension testing. *Optics and Lasers in Engineering*. 2010, **48**(5), 636-641. ISSN 01438166. Dostupné z: doi:10.1016/j.optlaseng.2009.09.011
- [37] ZHU, Jianguo, Gaoshen YAN, Guanglong HE a Lei CHEN. Fabrication and optimization of micro-scale speckle patterns for digital image correlation. *Measurement Science and Technology*. 2016, **27**(1). ISSN 0957-0233. Dostupné z: doi:10.1088/0957-0233/27/1/015203
- [38] ZHANG, D., D. AROLA a C. EGGLETON. Measurement of Poisson's ratio of bovine aorta using Digital Image Correlation. *Proceedings of the Second Joint 24th Annual Conference and the Annual Fall Meeting of the Biomedical Engineering Society [Engineering in Medicine and Biology]*. IEEE, 2002, 1276-1277. ISBN 0-7803-7612-9. Dostupné z: doi:10.1109/IEMBS.2002.1106385
- [39] LUYCKX, Thomas, Matthias VERSTRAETE, Karel DE ROO, Wim DE WAELE, Johan BELLEMANS a Jan VICTOR. Digital image correlation as a tool for three-dimensional strain analysis in human tendon tissue. *Journal of*

- Experimental Orthopaedics*. 2014, **1**(1). ISSN 2197-1153. Dostupné z:
doi:10.1186/s40634-014-0007-8
- [40] HOKKA, Mikko, Nikolas MIROW, Horst NAGEL, Marc IRQSUSI, Sebastian VOGT a Veli-Tapani KUOKKALA. In-vivo deformation measurements of the human heart by 3D Digital Image Correlation. *Journal of Biomechanics*. 2015, **48**(10), 2217-2220. ISSN 00219290. Dostupné z:
doi:10.1016/j.jbiomech.2015.03.015
- [41] TAYTON, E., S. EVANS a D. O'DOHERTY. Mapping the strain distribution on the proximal femur with titanium and flexible-stemmed implants using digital image correlation. *The Journal of Bone and Joint Surgery. British volume*. 2010, **92-B**(8), 1176-1181. ISSN 0301-620X. Dostupné z: doi:10.1302/0301-620X.92B8.23553
- [42] PALANCA, Marco, Gianluca TOZZI a Luca CRISTOFOLINI. The use of digital image correlation in the biomechanical area: a review. *International Biomechanics*. 2016, **3**(1), 1-21. ISSN 2333-5432. Dostupné z:
doi:10.1080/23335432.2015.1117395
- [43] GRASSI, Lorenzo a Hanna ISAKSSON. Extracting accurate strain measurements in bone mechanics: A critical review of current methods. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*. 2015, **50**, 43-54. ISSN 17516161. Dostupné z: doi:10.1016/j.jmbbm.2015.06.006
- [44] GILLARD, F., R. BOARDMAN, M. MAVROGORDATO, D. HOLLIS, I. SINCLAIR, F. PIERRON a M. BROWNE. The application of digital volume correlation (DVC) to study the microstructural behaviour of trabecular bone during compression. *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*. 2014, **29**, 480-499. ISSN 17516161. Dostupné z:
doi:10.1016/j.jmbbm.2013.09.014
- [45] JANÍČEK, Přemysl, Emanuel ODRÁČEK a Jan VRBKA. MECHANIKA TĚLES: Pružnost a pevnost 1. 2. vydání. Vysoké učení technické v Brně: Nakladatelství VUT Brno, 1992.
- [46] HORNÍKOVÁ, Jana a Pavel ŠANDERA. *Pružnost a pevnost: Interaktivní učební text* [online]. Brno: CERM, 2003 [cit. 2022-03-13]. ISBN 80-7204-268-8. Dostupné z: <http://beta.fme.vutbr.cz/cpp/>

- [47] PILKEY, Walter D. *Peterson's Stress Concentration Factors*. 2nd ed. New York: Wiley, 1997. ISBN 0-471-53849-3.
- [48] SHIGLEY, Joseph E., Charles R. MISCHKE a Richard G. BUDYNAS. *Konstruování strojních součástí*. Brno: VUTIUM, 2010. ISBN 9788021426290.
- [49] KRATOCHVÍL, Ctirad a Jaromír SLAVÍK. *Mechanika těles: dynamika*. Vyd. 4., V Akademickém nakl. CERM 2. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007. ISBN 978-80-214-3446-2.
- [50] CHITER, Ammar. Rubber's dissipated energy quantification used in vibratory insulation and protection systems. *Journal of Applied Polymer Science* [online]. 2021, **138**(12) [cit. 2022-05-05]. ISSN 0021-8995. Dostupné z: doi:10.1002/app.50066
- [51] GONABADI, Hassan, Yao CHEN, Arti YADAV a Steve BULL. Investigation of the effect of raster angle, build orientation, and infill density on the elastic response of 3D printed parts using finite element microstructural modeling and homogenization techniques. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* [online]. 2022, **118**(5-6), 1485-1510 [cit. 2022-05-11]. ISSN 0268-3768. Dostupné z: doi:10.1007/s00170-021-07940-4
- [52] LIU, Xingchen a Vadim SHAPIRO. Homogenization of material properties in additively manufactured structures. *Computer-Aided Design* [online]. 2016, **78**, 71-82 [cit. 2022-05-11]. ISSN 00104485. Dostupné z: doi:10.1016/j.cad.2016.05.017
- [53] NASIROV, Aslan a Ismail FIDAN. Prediction of mechanical properties of fused filament fabricated structures via asymptotic homogenization. *Mechanics of Materials* [online]. 2020, **145** [cit. 2022-05-11]. ISSN 01676636. Dostupné z: doi:10.1016/j.mechmat.2020.103372

Příloha

Tabulka A: Amplitudy změřené pomocí akcelerometru a dopočítané z DIC dat

Číslo měření	f [Hz]	S_0 [mm]					
		Akceler.	DIC 99	DIC 98	DIC 97	DIC 95	DIC 90
1.	63	0,1645	0,1710	0,1696	0,1684	0,1660	0,1624
2.	62	0,1915	0,1986	0,1967	0,1952	0,1935	0,1900
3.	61	0,0895	0,0986	0,0984	0,0969	0,0950	0,0914
4.	60	0,0550	0,0608	0,0604	0,0600	0,0588	0,0564
5.	64	0,0710	0,0738	0,0732	0,0726	0,0717	0,0703
6.	61,5	0,1330	0,1357	0,1347	0,1340	0,1330	0,1307
7.	62,5	0,2525	0,2595	0,2571	0,2553	0,2533	0,2488
8.	62,25	0,2700	0,2724	0,2711	0,2702	0,2683	0,2637
9.	62,375	0,2635	0,2690	0,2668	0,2655	0,2635	0,2590
10.	62,3125	0,2670	0,2694	0,2684	0,2675	0,2656	0,2611
11.	62,125	0,2730	0,2759	0,2748	0,2738	0,2720	0,2673
12.	62,1875	0,2750	0,2770	0,2759	0,2750	0,2730	0,2684
13.	62,15625	0,2765	0,2783	0,2772	0,2763	0,2744	0,2697