



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

# NAPJATOSTNĚ DEFORMAČNÍ ANALÝZA MOSTU VE STARÉM MĚSTĚ U FRÝDKU-MÍSTKU

## BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

## AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Rostislav Janík

## VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.

BRNO 2019



# Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	<b>Rostislav Janík</b>
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Základy strojního inženýrství
Vedoucí práce:	<b>doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.</b>
Akademický rok:	2018/19

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

## **Napjatostně deformační analýza mostu ve Starém Městě u Frýdku–Místku**

### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

Prutové soustavy se běžně používají k modelování chování mostů, jeřábů, stožárů a ostatních technických objektů, které jsou vyrobeny z prutových těles a splňují předpoklady kladené na prutové soustavy. Most přes řeku Morávku ve Starém Městě u Frýdku–Místku je typickým reprezentantem staticky neurčitě prutové soustavy.

### **Cíle bakalářské práce:**

1. Rešerše a získání vstupních údajů o mostě.
2. Vytvoření výpočtového modelu prutové soustavy mostu a provedení napjatostně deformační analýzy při statickém zatěžování.
3. Verifikace vybraného analytického výpočtu numerickým řešením.

### **Seznam doporučené literatury:**

JANÍČEK, P., ONDRÁČEK, E., VRBKA, J. a BURŠA, J. Mechanika těles: Pružnost a pevnost I, Akademické nakladatelství CERM, s.r.o., Brno, 2004, ISBN 80-214-2592-x.

FLORIAN, Z., PŘIKRYL, K., ONDRÁČEK, E. Mechanika těles - statika. Vyd. 3. Brno: PC-DIR, 1995, ISBN 80-214-0694-1.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2018/19

V Brně, dne

L. S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## **Abstrakt**

V této bakalářské práci je rozpracována napjatostně deformační analýza skutečného železničního mostu. Konstrukce mostu je modelována jako rovinná prutová soustava. První část práce se zabývá rešerší, která zahrnuje získání informací z teorie potřebné k řešení dané problematiky. Další část se věnuje analytickému řešení staticky určité i neurčité varianty konstrukce pro zatížení mostu vlastní tíhou a také pro zatížení při průjezdu vlaku. V následující části jsou výsledky analytického řešení numericky verifikovány v programu ANSYS. V poslední části je vyhodnoceno riziko ztráty vzpěrné stability pro všechny varianty zatížení.

## **Klíčová slova**

železniční most, prut, prutová soustava, styčník, napětí, deformace, vzpěr, staticky určitá soustava, staticky neurčitá soustava, tah, tlak

## **Abstract**

The bachelor thesis analyses stress and strain of real railway bridge. Construction of bridge is modelled as plane bar system. The first part of the thesis deals with a research, which includes obtaining information from theory, which is necessary for the right solution of the task. Next part dedicates to analytic solution of statically determinate and indeterminate variation of structure for load by own weight and also for load during passage of the train. In the next part are the results of analytic solution verified by numerical solution in program ANSYS. In the last part is evaluated the risk of buckling for all variations of the load.

## **Key words**

railway bridge, bar, truss structure, node, stress, strain, buckling, statically determinate system, statically indeterminate system, tension, compression

## **Bibliografická citace:**

JANÍK, Rostislav. *Napjatostně deformační analýza mostu ve Starém Městě u Frýdku-Místku*. Brno, 2019. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/117046>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Vladimír Fuis.

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci na téma *Napjatostně deformační analýza mostu ve Starém Městě u Frýdku-Místku* vypracoval samostatně s využitím odborné literatury, zdrojů uvedených v seznamu a s pomocí vedoucího práce.

V Brně dne 22. května 2019

.....  
Rostislav Janík

## **Poděkování**

Těmito slovy bych rád poděkoval vedoucímu práce doc. Ing. Vladimíru Fuisovi, Ph.D. za jeho ochotu a cenné rady při řešení této bakalářské práce. Dále bych chtěl poděkovat Správě železniční dopravní cesty (SŽDC) za poskytnutí výkresové dokumentace železničního mostu.

Nakonec bych chtěl poděkovat rodině za podporu a trpělivost při mém studiu.



## Obsah

1	Úvod .....	11
2	Cíle .....	12
3	Teorie.....	13
3.1	Prut .....	13
3.1.1	Prutové předpoklady .....	13
3.2	Geometrické charakteristiky příčného průřezu.....	14
3.2.1	Lineární momenty příčného průřezu.....	14
3.2.2	Kvadratické momenty příčného průřezu.....	15
3.3	Prutové soustavy .....	16
3.3.1	Statická určitost prutových soustav .....	16
3.3.2	Metody řešení prutových soustav .....	17
3.4	Namáhání prutů tahem/tlakem .....	18
3.4.1	Prostý tah a tlak.....	18
3.4.2	Geometrické vztahy.....	18
3.4.3	Rozložení napětí po příčném průřezu .....	19
3.4.4	Závislost mezi napětím a výslednými vnitřními účinky .....	19
3.4.5	Extrémní napětí .....	20
3.4.6	Energie napjatosti.....	20
3.4.7	Deformační charakteristiky střednice (1) .....	21
3.5	Castiglianova věta.....	21
3.6	Mezní stavy.....	22
3.6.1	Mezní stav pružnosti .....	23
3.6.2	Mezní stav vzpěrné stability .....	23
4	Most a železniční trať .....	26
4.1	Železniční trať Ostrava – Valašské Meziříčí .....	26
4.2	Most.....	26
4.3	Rozměry mostu.....	27
4.3.1	Rozložení prutové soustavy .....	27
4.3.2	Značení prvků prutové soustavy.....	27
4.3.3	Příčné průřezy.....	28
5	Analytické řešení – zatížení vlastní tíhou .....	30
5.1	Staticky určitá úloha .....	30
5.1.1	Parametry prutů .....	30
5.1.2	Určení tíhových sil ve styčnicích .....	30

5.1.3	Statický rozbor .....	31
5.1.4	Úplné uvolnění styčnicků, rovnice statické rovnováhy .....	31
5.1.5	Napětí v prutech .....	37
5.1.6	Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti .....	38
5.1.7	Průhyb mostu .....	39
5.2	Staticky neurčitá úloha .....	39
5.2.1	Parametry nově přidaných prutů .....	40
5.2.2	Statický rozbor .....	40
5.2.3	Určení tíhových sil ve styčnicích .....	41
5.2.4	Úplné uvolnění styčnicků, rovnice statické rovnováhy .....	41
5.2.5	Napětí v prutech .....	45
5.2.6	Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti .....	46
5.2.7	Průhyb mostu .....	46
5.3	Srovnání staticky určité a neurčité úlohy .....	47
6	Analytické řešení – zatížení vlakem .....	47
6.1	Fáze přejezdu vlaku přes most .....	48
6.1.1	Fáze 1 .....	48
6.1.2	Fáze 2 .....	49
6.1.3	Fáze 3 .....	50
6.1.4	Fáze 4 .....	51
6.2	Určení napětí .....	52
6.2.1	Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti .....	53
6.3	Průhyb .....	54
7	Numerické řešení .....	55
7.1	Staticky určitá úloha .....	55
7.2	Staticky neurčitá úloha .....	56
8	Bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability .....	57
8.1	Zatížení vlastní tíhou .....	57
8.2	Zatížení vlakem .....	58
8.2.1	Staticky určitá úloha .....	58
8.2.2	Staticky neurčitá úloha .....	59
9	Závěr .....	60
	Seznam obrázků .....	63
	Seznam tabulek .....	64
	Seznam použitých symbolů .....	65
	Seznam příloh .....	66

# 1 Úvod

Příhradové konstrukce patří mezi nejjednodušší a nejčastější ocelové struktury, které lze vidět v běžném životě kolem nás. Typickým příkladem tohoto konstrukčního řešení je železniční most ve Starém Městě u Frýdku-Místku, jenž byl postaven z důvodu přemostění řeky Morávky. Most byl navrhnut v roce 1964 a poté postaven, je součástí tratě Ostrava – Valašské Meziříčí a nachází se v km 110,840.

K provedení deformačně napjatostní analýzy je třeba vytvořit vhodný výpočtový model. Původní prostorová úloha příhradové konstrukce se převede na úlohu rovinnou, čímž vznikne prutová soustava tvořená prutovými tělesy a styčníky. Poté dojde k analytickému řešení modelu ke zjištění napětí v prutech a deformace mostu, k čemuž poslouží matematický software Maple 17. Nakonec se verifikují výstupní hodnoty pomocí numerického řešení, ke kterému poslouží počítačový program ANSYS, jenž pracuje na základě metody konečných prvků.



*Obrázek 1.1 Železniční most přes řeku Morávku ve Starém městě u Frýdku-Místku*

## 2 Cíle

Tato bakalářská práce má za cíl provedení deformačně napjatostní analýzy mostu. Prvním cílem bylo získat vstupní hodnoty a údaje z výkresů, které poskytla Správa železniční dopravní cesty.

Dalším cílem je již zmiňovaná analýza mostu, jenž se prvně provede analyticky pomocí znalostí získaných během studia předmětů Statika a Pružnost a pevnost. Zatížení mostu je uvažováno statické nejprve pouze vlastní tíhou mostu, a poté také projíždějící vlakovou soupravou v různých fázích. Tato práce se bude zabývat reálnou soustavou, a také poupravenou staticky neurčitou soustavou, které se poté porovnají.

Na závěr dojde k ověření správnosti výsledných hodnot získaných v analytické části práce neboli část numerická. K tomu poslouží metoda konečných prvků, na jejíž principu pracuje počítačový program ANSYS Workbench.

## 3 Teorie

Následující část textu čerpá z literárního pramene [1], není-li uvedeno jinak.

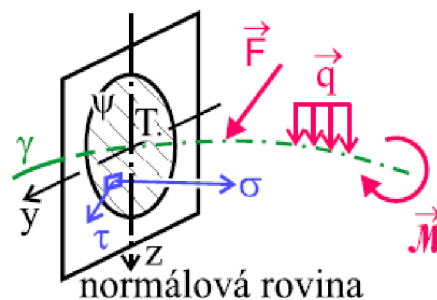
### 3.1 Prut

V pružnosti a pevnosti je nejjednodušším typem tělesa prut, ze kterých se skládá také most vyšetřovaný v této práci. Prut je definován jako teoretický model reálného tělesa a musí splňovat prutové předpoklady.

#### 3.1.1 Prutové předpoklady

##### a) Geometrické

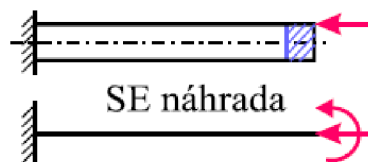
Prut je určen spojitou a hladkou křivkou  $\gamma$  neboli střednicí a v každém jejím bodě příčným průřezem  $\psi$ . Střednice má konečnou délku, která musí být větší než maximální rozměr příčného průřezu. Příčný průřez je souvislý, spojitý a kolmý na střednici, jenž prochází těžištěm příčného průřezu.



Obrázek 3.1 Střednice a příčný průřez [2]

##### b) Vazbové a zatěžovací

Posuvy a úhly natočení střednice jsou omezeny vazbami. Zatížení se realizuje osamělými a liovými silami a silovými dvojicemi. Vazby i zatížení působí přímo na střednici prutu.



Obrázek 3.2 Staticky ekvivalentní náhrada zatížení působícího mimo střednici [2]

##### c) Deformační

Během deformace zůstává střednice stále spojitá a hladká. Příčné průřezy zůstávají rovinné a kolmé na střednici. Podle charakteru zatížení se příčné průřezy:

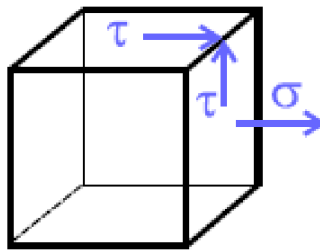
-deformují a vzájemně oddalují nebo přibližují (tah-tlak)

- deformují a natáčí kolem osy ležící v  $\psi$  (ohyb)
- nedeformují a natáčí kolem osy kolmé k  $\psi$  (krut)
- nedeformují a posouvají (smyk)

#### d) Napjatostní

Napjatost v kterémkoliv bodě prutu je určena normálovým a smykovým napětím v příčném průřezu. Zvláštním typem napjatosti je prutová napjatost, která je popsána tenzorem prutové napjatosti.

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ nebo } T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & \tau \\ 0 & 0 & 0 \\ \tau & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



*Obrázek 3.3 Prutová napjatost  
zobrazena na jednotkové krychli [2]*

## 3.2 Geometrické charakteristiky příčného průřezu

Příčný průřez je charakterizován dle veličin, jež se označují jako průřezové charakteristiky. Tyto charakteristiky se dělí do dvou skupin, na charakteristiky závislé a nezávislé na volbě souřadného systému.

- nezávislé – plocha příčného průřezu, osy symetrie, hlavní centrální osy, neutrální osa, těžiště, střed smyku, jádro průřezu, profily
- závislé – lineární a kvadratické momenty příčného průřezu, poloměry osových kvadratických momentů, průřezové moduly a speciální průřezové charakteristiky

### 3.2.1 Lineární momenty příčného průřezu

Určují se k osám  $y$ ,  $z$  a jsou definovány vztahy:

$$U_y = \int_{\psi} z \cdot dS \quad [mm^3]$$

$$U_z = \int_{\psi} y \cdot dS \quad [mm^3]$$

Lineární momenty slouží k určení polohy těžiště průřezu, resp. jeho souřadnic a nabývají kladných nebo záporných hodnot v závislosti na souřadnicovém systému. Jsou-li osy  $y, z$  centrálními osami, pak jsou hodnoty lineárních momentů nulové.

### 3.2.2 Kvadratické momenty příčného průřezu

#### a) Osové kvadratické momenty $J_y$ a $J_z$

Určují se k osám  $y, z$  a jsou definovány vztahy:

$$J_y = \int_{\Psi} z^2 \cdot dS \quad [mm^4]$$

$$J_z = \int_{\Psi} y^2 \cdot dS \quad [mm^4]$$

Osové kvadratické momenty mohou nabývat pouze kladných hodnot. Jestliže jsou dva příčné průřezy symetrické k ose symetrie i k ose k ní kolmé, pak jsou osové kvadratické momenty obou těchto průřezů stejné. Osové kvadratické momenty průřezu, který je symetrický k ose symetrie i k ose k ní kolmé jsou rovny dvojnásobku osových kvadratických momentů jeho symetrických částí ke stejným osám.

#### b) Deviační kvadratický moment $J_{yz}$

Určuje se k souřadnicovému systému  $y, z$  a je definován vztahem:

$$J_{yz} = \int_{\Psi} y \cdot z \cdot dS \quad [mm^4]$$

Deviační kvadratický moment může nabývat jakýchkoliv hodnot. Jestliže jsou dva příčné průřezy symetrické k ose symetrie i k ose k ní kolmé, pak jsou osové kvadratické momenty obou těchto průřezů stejné, ale mají opačné znaménko. Platí také, že deviační kvadratický moment průřezu, který je symetrický k pravoúhlému souřadnicovému systému, jehož jedna osa je zároveň osou symetrie, je roven nule.

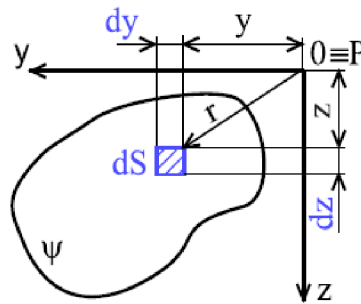
#### c) Polární kvadratický moment

Určuje se k pólu  $P$  a je definován vztahem:

$$J_P = \int_{\Psi} r^2 \cdot dS \quad [mm^4]$$

Pro polární kvadratický moment průřezu k počátku pravoúhlého systému platí, že se rovná součtu osových kvadratických momentů, jenž se vztahují k souřadnicovým osám systému.

$$J_P = J_z + J_y$$



Obrázek 3.4 Plocha příčného průřezu [2]

### 3.3 Prutové soustavy

Prutová soustava je nejjednodušší modelová soustava prutových a příhradových konstrukcí. Tato modelová soustava musí splňovat následující předpoklady:

- Vazby mezi tělesy jsou rotační kinematické dvojice u rovinných úloh a sférické kinematické dvojice u úloh prostorových
- Soustava je tvořena jen pruty nebo styčnickovými tělesy. Dané pruty jsou přímé a musí splňovat již výše zmíněné prutové předpoklady. Styčnicková tělesa spojují dva či více prutů, přičemž středy sférických a rotačních kinematických dvojic splývají. Tento vzniklý společný bod se nazývá styčník.
- Působení vnějších sil prutové soustavy je realizováno pouze zatížením styčníků.
- Prutová soustava je k základnímu tělesu uložena pomocí styku ve styčníku, a to sférickou nebo obecnou kinematickou dvojicí u prostorových soustav, resp. rotační nebo obecnou kinematickou dvojicí u rovinných soustav.
- Veškeré pruty prutové soustavy jsou vázány minimálně ke dvěma dalším prutům, a to prostřednictvím styčnickových těles tak, že jsou pruty nepohyblivé. Ze všech těchto prutů tak vzniká nepohyblivé prutové těleso. [3]

#### 3.3.1 Statická určitost prutových soustav

Pro analytické řešení prutové soustavy je třeba určit, zda se jedná u soustavu staticky určitou nebo neurčitou. Výsledný stupeň určitosti udává počet deformačních podmínek potřebných k řešení dané soustavy. Rozlišují se vnější, vnitřní a celková statická určitost prutové soustavy.

##### a) Vnější statická určitost

Z použitelných podmínek statické rovnováhy se určují vnější neznámé stykové síly uvolněného prutového tělesa. Nutná podmínka statické určitosti je definována vztahem:

$$v = \mu_A$$

kde  $v$  je počet použitelných statických podmínek rovnováhy daný charakterem soustavy a  $\mu_A$  je počet neznámých parametrů vnějších stykových sil.



Jestliže se jedná o soustavu staticky neurčitou, je třeba z deformačních podmínek doplnit další rovnice. Musí se vyjádřit stupeň statické neurčitosti, a to ze vztahu:

$$s_{ext} = \mu_A - \nu$$

### b) Vnitřní statická určitost

Slouží k určení osových sil v prutech. Platí, že podmínky statické rovnováhy prutového tělesa jsou lineárně závislé na soustavě podmínek statické rovnováhy styčnicků. Podmínka vnitřní statické rovnováhy je definována vztahy:

$$3k - 6 = p \quad \text{pro prostorovou úlohu}$$

$$2k - 3 = p \quad \text{pro rovinnou úlohu}$$

kde  $k$  je počet styčnicků a  $p$  je počet prutů. Jestliže je podmínka splněna, jedná se o staticky určitou soustavu.

Pokud jde o soustavu staticky neurčitou, stupeň statické neurčitosti se určuje ze vztahu:

$$s = p - (3k - 6) \quad \text{pro prostorovou úlohu}$$

$$s = p - (2k - 3) \quad \text{pro rovinnou úlohu}$$

### c) Celková statická určitost

Vztahuje se k určení všech nezávislých neznámých parametrů prutové soustavy z použitelných podmínek statické rovnováhy. Podmínka celkové statické určitosti je vyjádřena vztahem: [3]

$$3k = p + \mu_A \quad \text{pro prostorovou úlohu}$$

$$2k = p + \mu_A \quad \text{pro rovinnou úlohu}$$

## 3.3.2 Metody řešení prutových soustav

Existuje řada specifických metod pro řešení statické rovnováhy u konkrétních prutových soustav. Nejpoužívanější metody jsou však jen dvě z nich, a to obecná styčnicková metoda a postupná styčnicková metoda.

### a) Obecná styčnicková metoda

Jedná se o nejuniverzálnější metodu řešení, při které se uvolní všechny styčnický a sestaví se použitelné podmínky statické rovnováhy. Vytvoří se tak soustava lineárních algebraických rovnic, jež poté tvoří matici, která se vyřeší pomocí počítačového matematického softwaru.

### b) Postupná styčnicková metoda

Tato metoda je vhodná pro jednodušší typy úloh, dochází při ní k postupnému uvolňování styčnicků, které jsou staticky určité vázány v dané fázi řešení. Avšak tento způsob není vždy uskutečnitelný, tudíž je pak nejlepším východiskem použití obecné styčnickové metody. [3]

## 3.4 Namáhání prutů tahem/tlakem

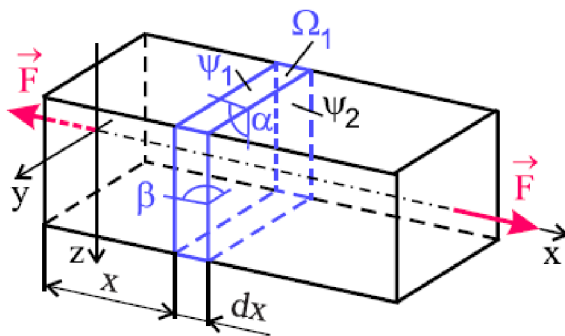
### 3.4.1 Prostý tah a tlak

Prostým tahem (tlakem) je míněno označení pro namáhání přímého prizmatického prutu, jenž splňuje dané podmínky:

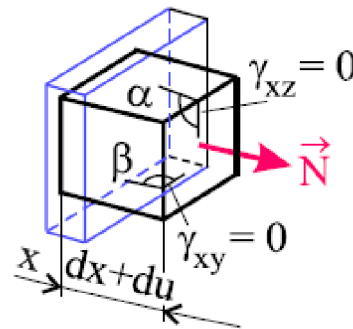
- příčné průřezy se oddalují, resp. přibližují a následně se deformují
- jedinou nenulovou složkou výsledných vnitřních účinků (VVÚ) je normálová síla  $N$
- prut splňuje prutové předpoklady
- pro řešení statické rovnováhy je prvek prutu se uvolněn ve výchozím nedeformovaném stavu [2]

### 3.4.2 Geometrické vztahy

Jedná se o vztahy, jež definují závislost mezi přetvořením a posuvy. Pomocí změny vzájemné polohy příčných průřezů při zatěžování se vyjadřují délková a úhlová přetvoření. Při zatížení tahem či tlakem se jednotlivé průřezy prutu  $\psi_1$  a  $\psi_2$  elementárního prvku  $\Omega_1$ , od sebe navzájem vzdálené o  $dx$ , oddalují či přibližují o deformační posuv  $du$ . Během této deformace se úhly  $\alpha$ ,  $\beta$  nemění čili zůstávají stále úhly pravými.



Obrázek 3.5 Prut namáhaný tahem [2]



Obrázek 3.6 Deformace prvku [2]

Deformace elementárního prvku lze poté vyjádřit následujícími rovnicemi:

- a) délkové přetvoření  $\varepsilon_x$  ve směru střednice prutu, které je po celém příčném průřezu rozloženo rovnoměrně

$$\varepsilon_x(y, z) = \frac{du}{dx} = konst.$$

- b) délková přetvoření v příčných směrech os  $y$  a  $z$ , jenž jsou funkcí přetvoření  $\varepsilon_x$  a jsou opačného znaménka

$$\varepsilon_y = \varepsilon_z = -\mu \cdot \varepsilon_x$$

- c) nulová úhlová přetvoření, což znamená, že řezy zůstanou na střednici kolmé

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xz} = 0$$

V prutu dochází k trojosému stavu deformace, který se vyjadřuje pomocí tenzoru přetvoření:

$$T_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}$$

### 3.4.3 Rozložení napětí po příčném průřezu

Pro homogenní či lineárně pružný hookovský materiál platí Hookův zákon

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

kde  $E$  je Youngův modul pružnosti a  $\varepsilon$  délkové přetvoření.

Jelikož jedinou nenulovou složkou výsledných vnitřních účinků při prostém tahu a tlaku je normálová síla působící v příčném průřezu, pak dojde k vyvolání napětí pouze ve směru této síly. Hookův zákon je pak upraven do následujícího tvaru:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x$$

Poněvadž  $E$  je materiálovou konstantou a  $\varepsilon_x$  je po celém průřezu konstantní, pak i napětí  $\sigma_x$  je po celém průřezu konstantní.

Protože při působení prostého tahu a tlaku jsou úhlová přetvoření nulová, jsou smyková napětí také nulová:

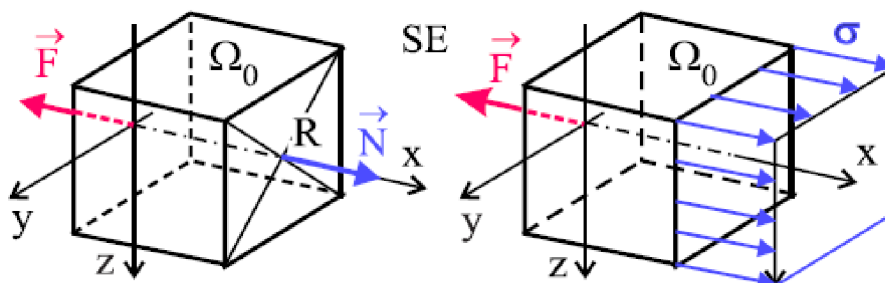
$$\tau_{xy} = \tau_{xz} = 0$$

V prutu tudíž dochází jen k jednoosé napjatosti popsané tenzorem napětí:

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

### 3.4.4 Závislost mezi napětím a výslednými vnitřními účinky

Z podmínky statické ekvivalence vyplývá vztah mezi soustavou elementárních sil a normálovou silou, která je výslednicí těchto sil působící v těžišti příčného průřezu:



Obrázek 3.7 Rozložení napětí v příčném průřezu [2]

$$\sum_{\psi} F_x = 0 \quad \iint_{\psi} \sigma_x \cdot dS = N$$

Jelikož je  $\sigma_x$  po celém průřezu konstantní, pak z předchozího vztahu vyplývá:

$$\iint_{\psi} \sigma_x \cdot dS = \sigma_x \cdot \iint_{\psi} dS = \sigma \cdot S = N \rightarrow \sigma = \frac{N}{S}$$

Z definice prostého tahu vyplývá, že momenty k osám  $y$  a  $z$  jsou nulové. Protože osy  $y$  i  $z$  prochází těžištěm, jsou lineární kvadratické momenty také nulové, z čehož plyne, že jsou podmínky statické ekvivalence splněny.

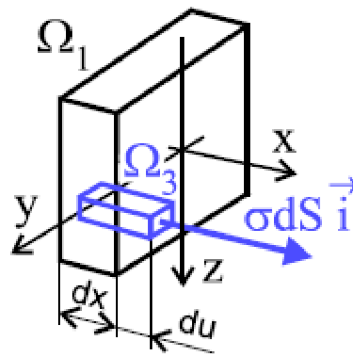
### 3.4.5 Extrémní napětí

„Pro posuzování mezních stavů je důležité znát místa a extrémní hodnoty napětí v příčném průřezu. Jak jsme odvodili, u prostého tahu (tlaku) je napětí po průřezu rozloženo rovnoměrně, tedy všechny body průřezu jsou stejně nebezpečné a extrémní napětí je proto přímo dáno odvozeným vztahem:“ [2]

$$\sigma_{ex} = \frac{N}{S}$$

### 3.4.6 Energie napjatosti

Máme-li uvolněný trojnásobný elementární prvek  $\Omega_3$ , na něhož působí vnitřní elementární síla  $\sigma \cdot dS\vec{i}$  za podmínek odpovídajících lineární pružnosti, pak se deformační práce  $dA$  při zatěžování rovná energii napjatosti  $dW$ .



Obrázek 3.8 Uvolněný elementární prvek [2]

Pro deformační práci vnitřní elementární síly platí vztah:

$$dA_{\sigma dS} = \frac{1}{2} (\sigma \cdot dS) \cdot du$$

Dosadíme-li za  $du = \varepsilon \cdot dx$  a za  $\varepsilon = \sigma/E$  a vycházíme z rovnice  $dA = dW$ , pak dostaneme:

$$dW = \frac{1}{2} \varepsilon \cdot \sigma \cdot dS \cdot dx \rightarrow dW = \frac{\sigma^2}{2 \cdot E} dS \cdot dx$$

Pokud se energie napjatosti vztáhne na jednotku objemu, pak se získá měrná energie napjatosti:

$$\Lambda = \frac{dW}{dV} = \frac{dW}{dS \cdot dx}$$

Po následných úpravách a dosazení se dojde ke vztahu:

$$\Lambda = \frac{\sigma^2}{2 \cdot E} = \frac{\sigma \cdot \varepsilon}{2}$$

Jelikož tyto vztahy platí pro jednoosou napjatost nezávislou na typu namáhání prutu, pak pro energii napjatosti pro prostý tah platí:

$$\sigma = \frac{N}{S} \rightarrow dW = \int_{\psi} \frac{N^2}{2 \cdot E \cdot S^2} dS \cdot dx = \frac{N^2}{2 \cdot E \cdot S} dx$$

Při namáhání prutu o délce  $l$  se akumuluje energie napjatosti definována vztahem:

$$W_l = \int_0^l dW = \int_0^l \frac{N^2}{2 \cdot E \cdot S^2} dx$$

### 3.4.7 Deformační charakteristiky střednice (1)

Během zatěžování prostým tahem se nejčastěji určuje posuv ve směru střednice, jež je základní deformační charakteristikou při tomto typu namáhání. Jelikož platí prutové předpoklady, střednice zůstává hladkou a spojitou křivkou, tudíž je spojitě i délkové přetvoření, pro které platí  $\varepsilon_x = du/dx$ . Poněvadž se jedná o prostý tah působící na hookovský materiál, dosadíme za přetvoření vztah  $\varepsilon_x = \sigma/E$  a za napětí  $\sigma = N/S$ . Po úpravách dostaneme vztah, který definuje posuv přímého prutu:

$$u(x) = \int_0^x \varepsilon_x \cdot dx = \int_0^x \frac{\sigma}{E} \cdot dx = \int_0^x \frac{N}{E \cdot S} \cdot dx$$

Jedná-li se o prut prizmatický a normálová síla je podél celé střednice rozložena konstantně, pak získáme vztah:

$$u = \frac{N \cdot x}{E \cdot S}$$

kde součin  $E \cdot S$  vyjadřuje tuhost příčného průřezu.

## 3.5 Castiglianova věta

*„Castiglianova věta je nejdůležitější větou lineární pružnosti z hlediska praktického použití, protože umožňuje počítat deformační charakteristiky jakéhokoli lineárně pružného tělesa, pokud umíme matematicky formulovat vztah pro jeho energii napjatosti. Celou soustavu těles musíme do energie napjatosti zahrnout tehdy, jestliže deformace okolních těles (resp. základního tělesa) nejsou zanedbatelné v porovnání s deformacemi vyšetřovaného tělesa.“ (2)*

Castiglianova věta se skládá ze dvou částí a používá se pro určení změny polohy konkrétních bodů namáhaného tělesa či soustavy těles. První část vyjadřuje posuv a zní následovně: Deformační posuv působíště síly  $\vec{F}_J$  po její nositelce je vyjádřen pomocí parciální derivace celkové energie napjatosti tělesa, resp. soustavy podle této síly:

$$u_J = \frac{\partial W}{\partial F_J}$$

Druhou částí Castiglianovy věty se popisuje natočení a je definována následovně: Úhel natočení v místě působení silové dvojice  $\vec{M}_J$  v rovině jejího působení je vyjádřen pomocí parciální derivace celkové energie napjatosti tělesa, resp. soustavy podle této silové dvojice:

$$\varphi_J = \frac{\partial W}{\partial M_J}$$

Při výpočtech pomocí Castiglianovy věty je nutné dodržovat znaménkovou konvenci: Jestliže je hodnota posuvu kladná, k posuvu dochází ve smyslu působící síly, pokud je hodnota záporná, pak se posuv realizuje proti smyslu této působící síly. Obdobné pravidlo platí také pro úhel natočení: Jestliže je hodnota úhlu natočení kladná, k natočení dochází ve smyslu působení silové dvojice, pokud je záporná, pak se natočení realizuje proti smyslu působení této silové dvojice.

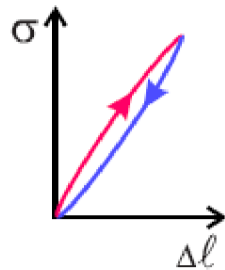
### 3.6 Mezní stavy

Mezní stavy jsou stavy, kdy se funkčně přípustná deformace či porušení mění na funkčně nepřípustnou. Dle způsobu namáhání tělesa se mezní stavy dělí do dvou základních skupin:

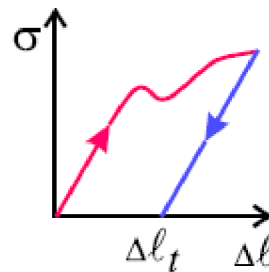
- a) Mezní stavy související s deformací - mezní stav deformace
  - mezní stav pružnosti
  - mezní stav deformační stability
- b) Mezní stavy související s porušováním - mezní stav porušení
  - mezní stav stability trhliny
  - mezní stav trhlin
  - mezní stav lomu

### 3.6.1 Mezní stav pružnosti

Mezním stavem pružnosti se označuje stav, kdy při zatížení tělesa překročíme mez kluzu daného materiálu a dojde ke vzniku nevratných plastických deformací. Pokud zatížení není tak značné a dojde k odlehčení tělesa, dochází pouze k deformaci pružné, která je na rozdíl od deformace plastické vratná.



Obrázek 3.9  
Deformace pružná [2]



Obrázek 3.10  
Deformace plastická [2]

Podmínka plasticity při jednoosé napjatosti udává, že mezní stav pružnosti nastává, když se normálové napětí  $\sigma$  rovná mezi kluzu materiálu  $R_e$ :

$$\sigma = R_e$$

Z čehož nám vyplývá, že platí:

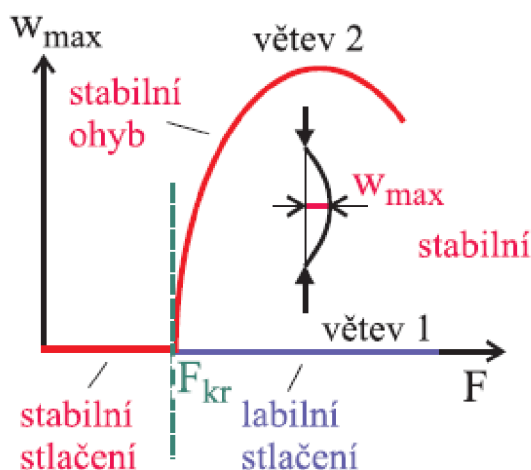
- $\sigma < R_e$  -materiál je v pružném (elastickém) stavu
- $\sigma = R_e$  -materiál dosáhl mezního stavu pružnosti
- $\sigma > R_e$  -materiál je v plastickém stavu, překročil mezní stav pružnosti

K vyšetření bezpečnosti vzhledem k meznímu stavu pružnosti se určuje součinitel bezpečnosti, jež je dán vztahem:

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma}$$

### 3.6.2 Mezní stav vzpěrné stability

Při dosažení mezního stavu vzpěrné stability se geometrická konfigurace tělesa, jež byla stabilní před dosažením mezního stavu, stává labilní a je nahrazena jinou stabilní geometrickou konfigurací. K tomuto jevu dochází při zatěžování tenkého prutu tlakem, což vyvolá stlačování střednice prutu, avšak od určitého okamžiku se při větších zátěžných silách prut začne prohýbat. Hlavní deformací se poté stává ohyb namísto stlačování, tudíž se mění charakter podstatné deformace.

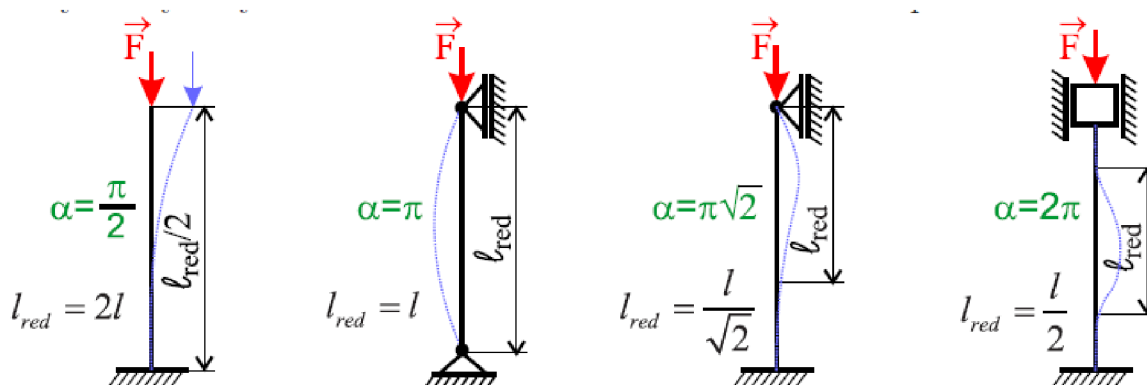


Obrázek 3.11 Závislost průhybu na zatěžující síle [2]

Mezním stavem vzpěrné stability se rozumí rozhraní mezi tlakem a ohybem, v tomto bodě se tedy určuje kritická síla  $F_{kr}$ , která definuje ztrátu stability a je dána vztahem:

$$F_{kr} = \frac{\alpha^2 \cdot E \cdot J_2}{l^2} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_2}{l_{red}^2}$$

kde  $\alpha$  je součinitel související s uložením prutu (u volného prutu  $\alpha = \pi$ ),  $E$  je Youngův modul pružnosti,  $J_2$  je minimální hlavní osový kvadratický moment a  $l$  je délka prutu ( $l_{red}$  je redukovaná délka, což je délka prutu, jehož kritická síla se rovná kritické síle zadaného vázaného prutu).



Obrázek 3.12 Hodnoty koeficientů  $\alpha$  a  $l_{red}$  při různých uloženích [2]

Bezpečnost vzhledem k meznímu stavu vzpěrné stability se určí pomocí součinitele bezpečnosti, který je dán podílem kritické síly k zatěžující síle.

$$k_v = \frac{F_{kr}}{F}$$

Jelikož může dříve než mezní stav vzpěrné stability nastat mezní stav pružnosti, zavádí se veličiny štíhlost a kritická štíhlost prutu. Je-li štíhlost prutu větší než hodnota kritické štíhlosti, pak dochází k meznímu stavu vzpěrné stability, pokud tomu je naopak, nastává nejdříve mezní stav pružnosti.



Štíhlost prutu je dána vztahem:

$$\lambda = \frac{l}{\sqrt{\frac{J_2}{S}}}$$

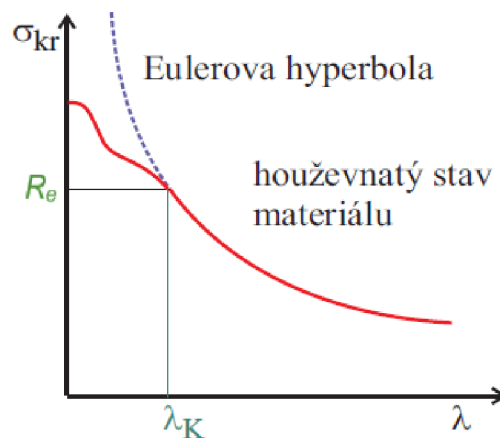
Kritická štíhlost pro houževnatý materiál pak vztahem:

$$\lambda_{kr} = \alpha \cdot \sqrt{\frac{E}{R_e}}$$

Napětí na mezi vzpěrné stability je dáno vztahem:

$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{S} = \frac{\alpha^2 \cdot E \cdot J}{S \cdot l^2} = \frac{\alpha^2 \cdot E}{\lambda^2}$$

Závislost tlakového napětí  $\sigma_{kr}$  na štíhlosti  $\lambda$  u houževnatého materiálu je znázorněna následujícím grafem:



**Obrázek 3.13** Závislost tlakového napětí  $\sigma_{kr}$  na štíhlosti  $\lambda$  u houževnatého materiálu [2]

Mezní stavy se tedy posuzují dle následujícího pravidla:

- je-li  $\lambda < \lambda_{kr}$ , pak nejprve dochází k meznímu stavu pružnosti
- je-li  $\lambda > \lambda_{kr}$ , pak nejprve dochází k meznímu stavu vzpěrné stability

## 4 Most a železniční trať

### 4.1 Železniční trať Ostrava – Valašské Meziříčí

Trať, která nyní nese označení pod číslem 323, o délce 72 km bylo vybudována postupně ve dvou etapách, a to v letech 1869 – 1888. První část trati neboli Ostravsko-frýdlantská dráha spojovala stanice mezi Ostravou a Frýdlandem nad Ostravicí, byla vybudována v letech 1869 – 1870 a její provoz byl zahájen roku 1871. Druhá část trati, jež spojuje Frýdlant nad Ostravicí s Valašským Meziříčím se vybudovala roku 1888. Spojením těchto dvou částí vznikla železniční trať Ostrava – Valašské Meziříčí, která k provozu využívá také most řešený v této bakalářské práci.

V dnešní době se nejvyšší rychlost vlaků na této trati pohybuje kolem 100 km/h. Trať má velký význam pro lidi z okolních vesnic a měst, jelikož se mohou z velkoměsta jako je Ostrava rychle přepravit do okolních měst a vesnic. Dále je trať hojně využívána turisty, jelikož se mohou její pomocí přepravit do klidných míst v oblasti Beskyd. [4]



Obrázek 4.1 Železniční trať Ostrava – Valašské Meziříčí [4]

### 4.2 Most

Most přes řeku Morávku, jenž spojuje stanice Frýdek-Místek a Baška leží ve Starém Městě u Frýdku-Místku. Výkresová dokumentace mostu v současné podobě pochází z roku 1964. Délka mostu je 57 m a šířka 5,4 m. Most překlenuje přibližně 30 m řeku Morávku a zároveň cyklistickou stezku.

Celý most je vyroben z ocelového materiálu a jednotlivé nosníky konstrukce jsou spojeny pomocí nýtovaných spojů. Podlaha mostovky je v prostřední části mezi kolejemi zakrytá pomocí žebrovaných plechů. Kolejje leží na dřevěných prážcích, jenž jsou rozmístěny uprostřed mostu kolmo na hlavních nosnících - podélnících.

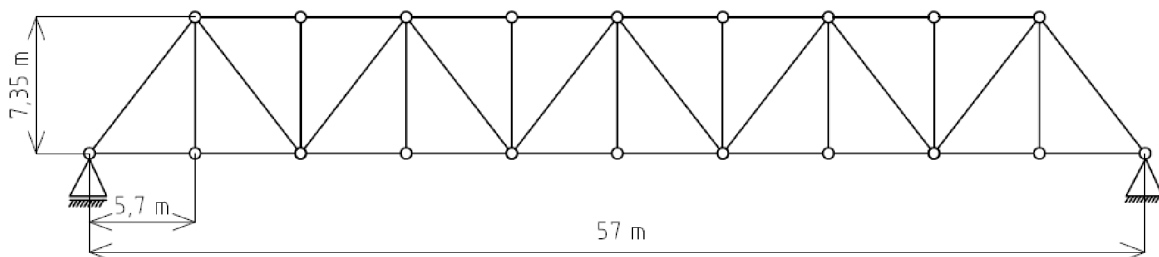
Příhradová konstrukce mostu je na obou koncích usazena na betonových pilířích pomocí opor. Jedna z opor je realizována jako pohyblivé ložisko neboli obecná vazba z důvodu tepelné roztažnosti mostu, druhá opora jako ložisko pevné neboli sférická vazba.

## 4.3 Rozměry mostu

### 4.3.1 Rozložení prutové soustavy

Most je vyroben z ocelových nosníků, které lze považovat za dlouhá štíhlá tělesa. Jelikož jsou spoje mezi nosníky v reálné konstrukci provedeny jako spoje pevné, tak je konstrukce při namáhání zatěžována také ohybovým momentem. Poněvadž se tato bakalářská práce zabývá pouze namáháním prutů tahem či tlakem, je třeba tyto pevná spojení nahradit styčníky neboli rotačními kinematickými dvojicemi. Díky tomuto nahrazení je možné využití modelu prutové soustavy, kterého využijeme k výpočtu sil v jednotlivých prutech a následně k napjatostně-deformační analýze. Jelikož se bude pracovat s rovinnou prutovou soustavou, provedou se výpočty pouze pro polovinu mostu.

Na obrázku 4.1 jsou znázorněny hlavní rozměry prutové soustavy pro názornější představu o reálné podobě mostu.

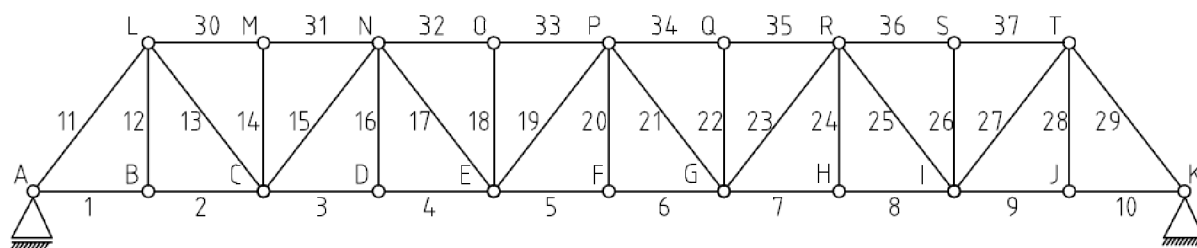


*Obrázek 4.2 Hlavní rozměry prutové soustavy*

### 4.3.2 Značení prvků prutové soustavy

K dobré orientaci během jednotlivých výpočtů bylo zavedeno jednoduché značení jednotlivých prutů a styčníku prutové soustavy. Pruty jsou od levého dolního rohu postupně značeny k hornímu pravému rohu a to číslicemi 1-37. Stejným způsobem jsou označeny také jednotlivé styčníky, ale pomocí velkých písmen A-T. Pruty se dělí na tři typy dle jejich délky, vodorovné jsou dlouhé 5700 mm, svislé mají 7350 mm a pruty diagonální mají 9301,2 mm.

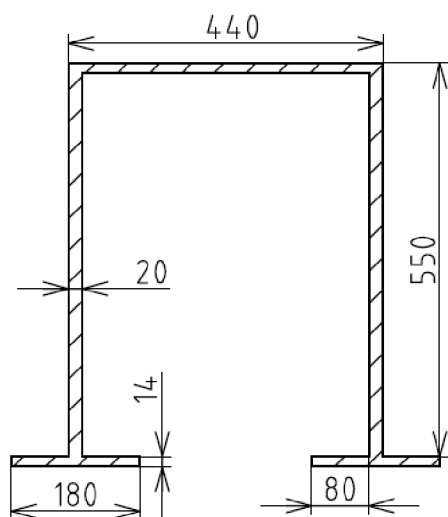
Na obr. je znázorněno značení jednotlivých prvků prutové soustavy.



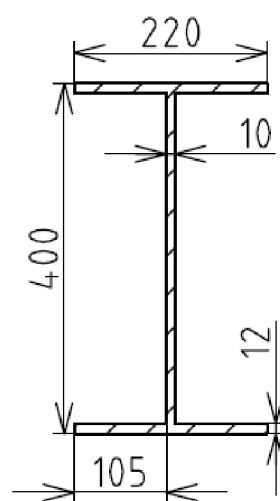
**Obrázek 4.3** Označení jednotlivých prutů a styčnicků

### 4.3.3 Příčné průřezy

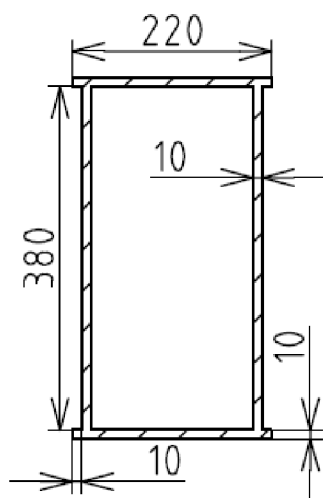
Dle předchozího obrázku bylo pro stavbu rovinné části mostu využito 9 typů příčných průřezů, jenž jsou zobrazeny na obrázcích 4.4a-i:



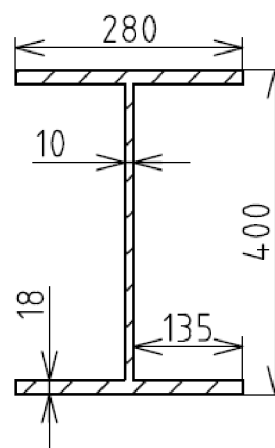
**Obrázek 4.4a** Příčný průřez 1-10



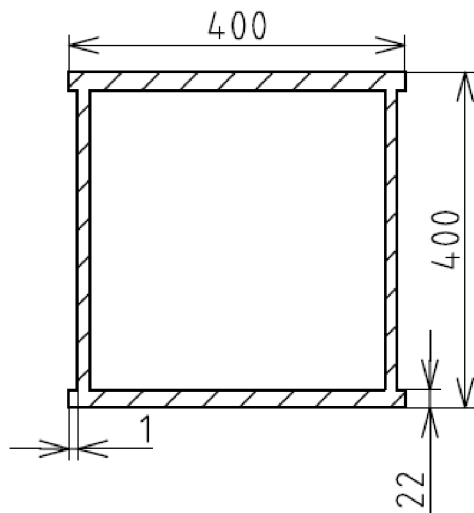
**Obrázek 4.4b** Příčný průřez 14,16,18,20,22,24,26



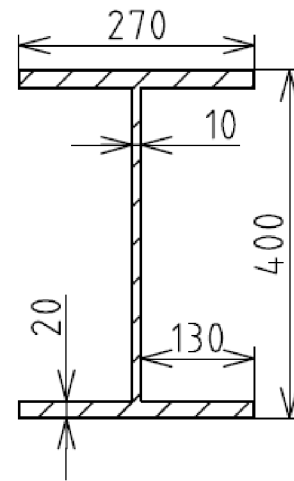
**Obrázek 4.4c** Příčný průřez 19,21



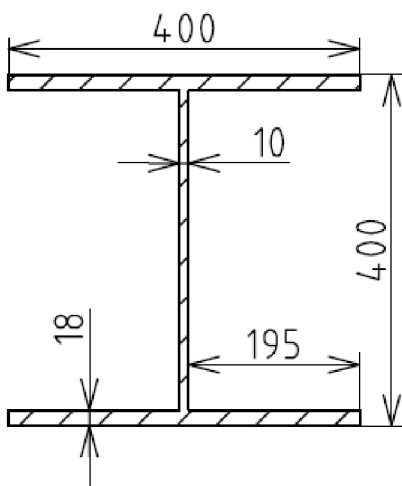
**Obrázek 4.4d** Příčný průřez 17,23



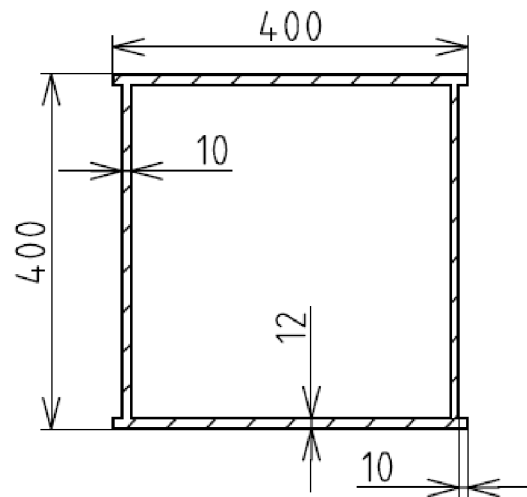
Obrázek 4.4e Příčný průřez 11,29



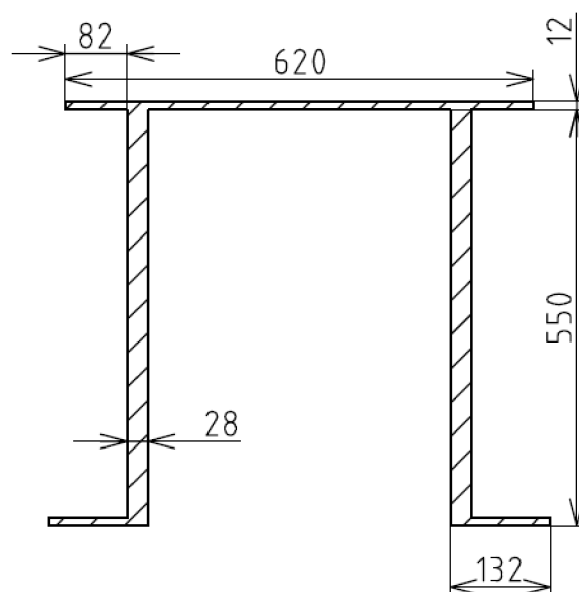
Obrázek 4.4f Příčný průřez 12,28



Obrázek 4.4g Příčný průřez 13,27



Obrázek 4.4h Příčný průřez 15,25



Obrázek 4.4i Příčný průřez 31-37

## 5 Analytické řešení – zatížení vlastní tíhou

Reálná prostorová prutová soustava se pomocí symetrie převede na jednodušší rovinnou, čímž se výpočet značně urychlí. Konstrukce mostu je ve styčnicku *A* s okolím vázaná pomocí obecné vazby, jež mostu umožňuje teplotní dilataci. Ve styčnicku *K* je most s okolím vázán pomocí nepohyblivé rotační vazby. V první části budou výpočty provedeny na reálné rovinné staticky určité úloze. Nejprve bude most zatížen pouze vlastní tíhou a poté také projíždějící vlakovou soupravou. V další části bude prutová soustava upravena na staticky neurčitou úlohu, pro kterou se provedou stejné výpočty, které se nakonec mezi sebou porovnají.

### 5.1 Staticky určitá úloha

#### 5.1.1 Parametry prutů

Jednotlivé pruty dané soustavy mají různé délky a průřezy, což ovlivňuje výpočet. V tabulce 5.1 jsou uvedeny délky a plochy průřezů jednotlivých prutů.

*Tabulka 5.1 Základní vlastnosti prutů*

Prut	Délka [mm]	Plocha příčného průřezu [mm <sup>2</sup> ]
1-10	5 700	32 640
11,29	9 301,2	27 568
12,28	7350	14 400
13,27	9 301,2	21 680
14,16,18,20, 22,24,26	7350	9 040
15,25	9 301,2	17 120
17,23	9 301,2	13 720
19,21	9 301,2	12 000
30-37	5700	40 320

#### 5.1.2 Určení tíhových sil ve styčnicích

Jednotlivé tíhové síly působící ve všech styčnicích jsou určeny tak, že na každý styčník působí polovina tíhové síly všech prutů, které se v daném styčnicku stýkají. Jelikož se reálná prostorová konstrukce skládá také z mostovky a horního větrového nosníku, které zasahují do prostoru, musí se také jejich tíhové síly dle konstrukce rozložit do všech styčniců. V tabulce 5.2 jsou uvedeny tíhové síly působící na jednotlivé styčníky.

**Tabulka 5.2** Tíhové síly působící na styčníky

Styčník	Tíhová síla [N]	Styčník	Tíhová síla [N]
A	37 598,38	K	37 598,38
B	52 603,38	L	31 615,18
C	63 531,72	M	25 967,075
D	51 941,2	N	34 675,9
E	65 543,99	O	22 734,67
F	61 787,96	P	30 827,925
G	65 543,99	Q	22 734,67
H	51 941,2	R	34 675,9
I	63 531,72	S	25 967,075
J	52 603,38	T	31 615,18

### 5.1.3 Statický rozbor

#### a) Vnitřní statický rozbor

Soustava je složena z 37 prutů a 20 styčniců, tyto hodnoty dosadíme do podmínky pro určení vnitřní statické určitosti:

$$p = 2 \cdot k - 3$$

$$37 = 2 \cdot 20 - 3$$

$$37 = 37$$

Jelikož zde platí rovnost, jedná se o prutovou soustavu vnitřně určitou.

#### b) Vnější statický rozbor

Protože se jedná o obecnou rovinnou silovou soustavu, je počet nezávislých statických podmínek  $\nu = 3$ .

Soustava je s okolím vázaná pomocí rotační vazby, která odebírá dva stupně volnosti, a obecnou vazbou, která odebírá jeden stupeň volnosti. Tudíž je počet neznámých nezávislých parametrů  $\mu = 3$ .

Dosazením do podmínky vnější statické určitosti dostaneme:

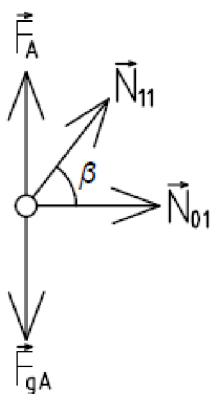
$$\nu = \mu$$

$$3 = 3$$

Také zde platí rovnost, což znamená, že soustava je i vnějškově staticky určitá.

### 5.1.4 Úplné uvolnění styčniců, rovnice statické rovnováhy

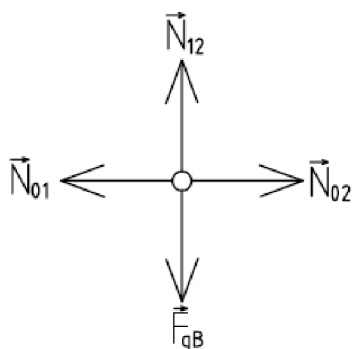
Všechny styčníky se úplně uvolní a sepíšou se pro ně rovnice statické rovnováhy  $\sum F_x = 0$  a  $\sum F_y = 0$ . Ze statického rozboru plyne, že se jedná o staticky určitou úlohu, tudíž stačí sestavit 40 rovnic. Tyto rovnice se poté řeší jako soustava rovnic o 40 neznámých pomocí počítačového programu Maple 17 z důvodu výpočtové a časové náročnosti. Úplná uvolnění jednotlivých styčniců jsou zobrazena na obrázcích 5.1a-t



$$N_{01} + N_{11} \cos \beta = 0$$

$$F_A - F_{gA} + N_{11} \sin \beta = 0$$

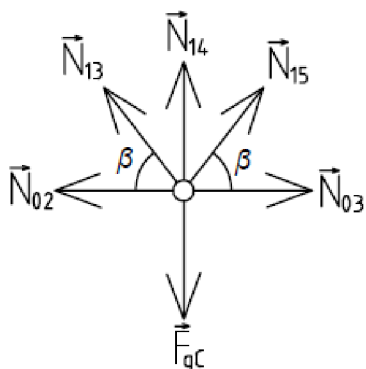
Obrázek 5.1a Uvolnění styčnicku A



$$N_{02} - N_{01} = 0$$

$$N_{12} - F_{gB} = 0$$

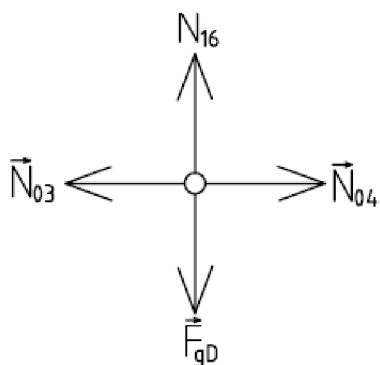
Obrázek 5.1b Uvolnění styčnicku B



$$N_{03} - N_{02} + N_{15} \cos \beta - N_{11} \cos \beta = 0$$

$$N_{14} - F_{gC} + N_{15} \sin \beta + N_{13} \sin \beta = 0$$

Obrázek 5.1c Uvolnění styčnicku C

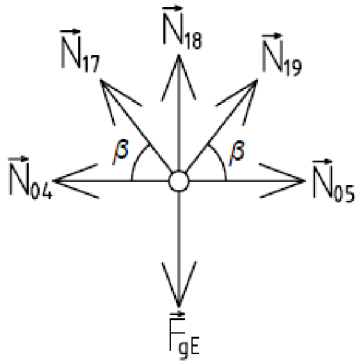


$$N_{04} - N_{03} = 0$$

$$N_{16} - F_{gD} = 0$$

Obrázek 5.1d Uvolnění styčnicku D

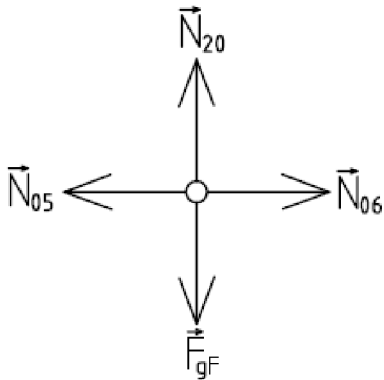




Obrázek 5.1e Uvolnění styčnicku E

$$N_{05} - N_{04} + N_{19} \cos \beta - N_{17} \cos \beta = 0$$

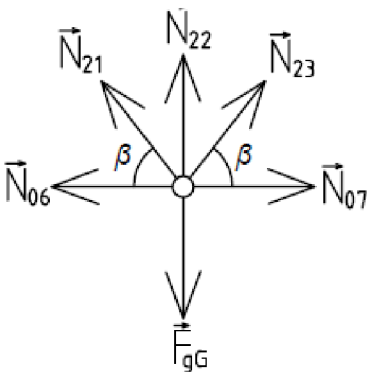
$$N_{18} - F_{gE} + N_{19} \sin \beta + N_{17} \sin \beta = 0$$



Obrázek 5.1f Uvolnění styčnicku F

$$N_{06} - N_{05} = 0$$

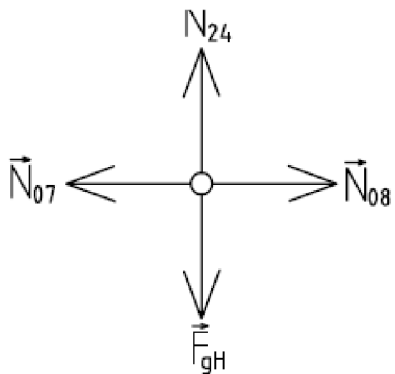
$$N_{20} - F_{gF} = 0$$



Obrázek 5.1g Uvolnění styčnicku G

$$N_{07} - N_{06} + N_{23} \cos \beta - N_{21} \cos \beta = 0$$

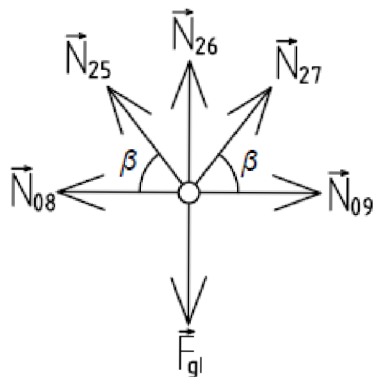
$$N_{22} - F_{gG} + N_{23} \sin \beta + N_{21} \sin \beta = 0$$



Obrázek 5.1h Uvolnění styčnicku H

$$N_{08} - N_{07} = 0$$

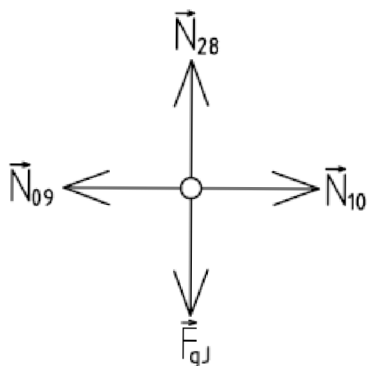
$$N_{24} - F_{gH} = 0$$



Obrázek 5.1i Uvolnění styčnicku I

$$N_{09} - N_{08} + N_{27} \cos \beta - N_{25} \cos \beta = 0$$

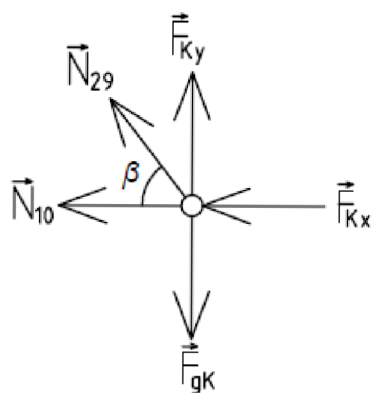
$$N_{26} - F_{gI} + N_{27} \sin \beta + N_{25} \sin \beta = 0$$



Obrázek 5.1j Uvolnění styčnicku J

$$N_{10} - N_{09} = 0$$

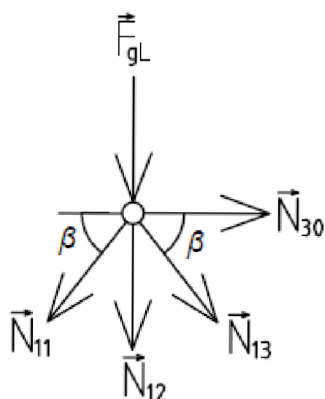
$$N_{28} - F_{gJ} = 0$$



Obrázek 5.1k Uvolnění styčnicku K

$$-F_{Kx} - N_{10} - N_{29} \cos \beta = 0$$

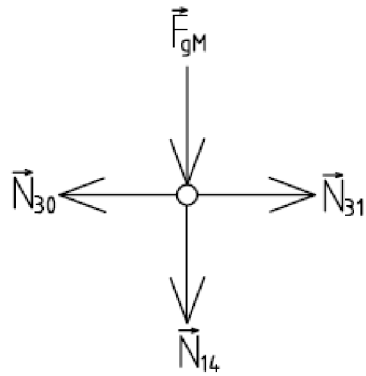
$$F_{Ky} - F_{gK} + N_{29} \sin \beta = 0$$



Obrázek 5.1l Uvolnění styčnicku L

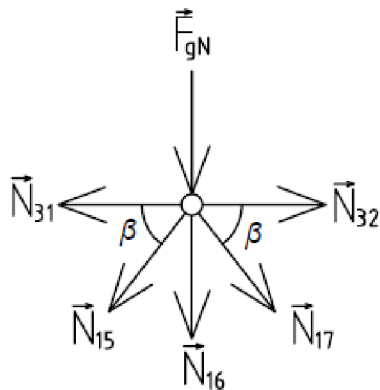
$$N_{30} - N_{11} \cos \beta + N_{13} \cos \beta = 0$$

$$-N_{12} - F_{gL} - N_{11} \sin \beta - N_{13} \sin \beta = 0$$



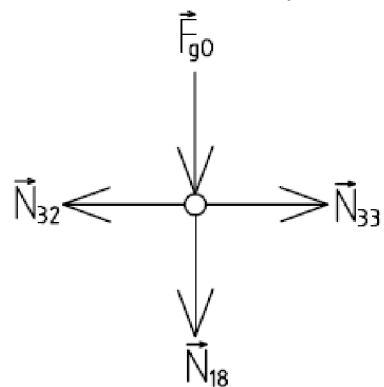
Obrázek 5.1m Uvolnění styčnicku M

$$\begin{aligned} N_{31} - N_{30} &= 0 \\ -N_{14} - F_{gM} &= 0 \end{aligned}$$



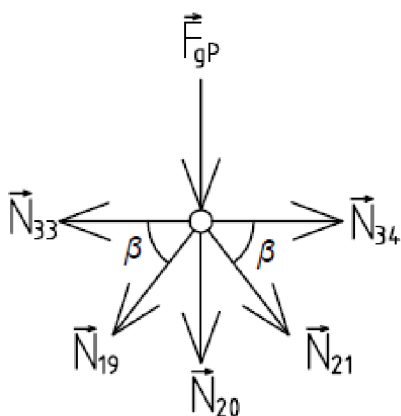
Obrázek 5.1n Uvolnění styčnicku N

$$\begin{aligned} N_{32} - N_{31} + N_{17} \cos \beta - N_{15} \cos \beta &= 0 \\ -N_{16} - F_{gN} - N_{17} \sin \beta - N_{15} \sin \beta &= 0 \end{aligned}$$



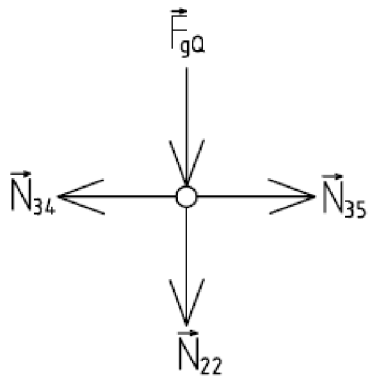
Obrázek 5.1o Uvolnění styčnicku O

$$\begin{aligned} N_{33} - N_{32} &= 0 \\ -N_{18} - F_{gO} &= 0 \end{aligned}$$



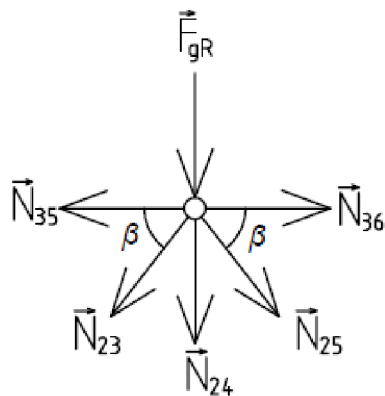
Obrázek 5.1p Uvolnění styčnicku P

$$\begin{aligned} N_{34} - N_{33} + N_{21} \cos \beta - N_{19} \cos \beta &= 0 \\ -N_{20} - F_{gP} - N_{21} \sin \beta - N_{19} \sin \beta &= 0 \end{aligned}$$



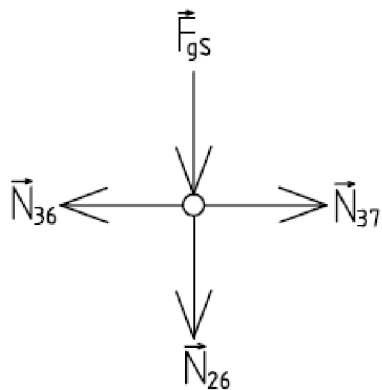
Obrázek 5.1q Uvolnění styčnicku Q

$$\begin{aligned} N_{35} - N_{34} &= 0 \\ -N_{22} - F_{gQ} &= 0 \end{aligned}$$



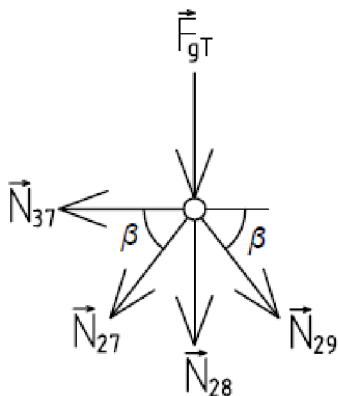
Obrázek 5.1r Uvolnění styčnicku R

$$\begin{aligned} N_{36} - N_{35} + N_{25} \cos \beta - N_{23} \cos \beta &= 0 \\ -N_{24} - F_{gR} - N_{25} \sin \beta - N_{23} \sin \beta &= 0 \end{aligned}$$



Obrázek 5.1s Uvolnění styčnicku S

$$\begin{aligned} N_{37} - N_{36} &= 0 \\ -N_{26} - F_{gS} &= 0 \end{aligned}$$



Obrázek 5.1t Uvolnění styčnicku T

$$\begin{aligned} -N_{37} + N_{29} \cos \beta - N_{27} \cos \beta &= 0 \\ -N_{28} - F_{gT} - N_{29} \sin \beta - N_{27} \sin \beta &= 0 \end{aligned}$$

Soustava rovnic byla v programu řešena pomocí příkazu *solve*, který pracuje dle následujícího zápisu:

***solve***({rovnice}, {neznámé})

Výstupem soustavy rovnic jsou stykové síly ve vazbách  $F_A = 432519,4 \text{ N}$ ,  $F_{Kx} = 0 \text{ N}$  a  $F_{Ky} = 432519,4 \text{ N}$ , horizontální složka stykové rotační vazby je nulová, jelikož veškerá zatížení působí pouze ve svislém směru. Dále se také vypočítaly jednotlivé normálové síly, jež jsou uvedeny v tabulce 5.3. Kladné hodnoty značí namáhání tahem, záporné pak tlakem. Celý výpočet a kompletní postup je proveden v příloze č.

**Tabulka 5.3** Normálové síly

Prut	Normálová síla [N]	Prut	Normálová síla [N]
1	306 265,31	20	61 787,96
2	306 265,31	21	-58 601,34
3	718 764,00	22	-22 734,67
4	718 764,00	23	170 315,4
5	859 049,56	24	51 941,20
6	859 049,56	25	-279 926,8
7	718 764,00	26	-25 967,075
8	718 764,00	27	393 184,91
9	306 265,31	28	52 603,38
10	306 265,31	29	-499 761,02
11	-499 761,02	30	-547 218,27
12	52 603,38	31	-547 218,27
13	393 184,91	32	-823 137,28
14	-25 967,075	33	-823 137,28
15	-279 926,8	34	-823 137,28
16	51 941,20	35	-823 137,28
17	170 315,4	36	-547 218,27
18	-22 734,67	37	-547 218,27
19	-58 601,34		

Z tabulky je zřejmé, že horizontální nosníky uprostřed mostu jsou nejvíce namáhané. V dolní části se jedná o zatížení tahové, a to normálovou silou  $859\,049,56 \text{ N}$ , v horní části pak tlakové, a to normálovou silou  $823\,137,28 \text{ N}$ .

### 5.1.5 Napětí v prutech

Normálové síly vyvolávají v jednotlivých prutech určité nominální napětí  $\sigma$ , které se určuje dle následujícího vztahu:

$$\sigma_i = \frac{N_i}{S_i}$$

Poněvadž chceme aby se model co nejvíce přiblížil skutečnému mostu, je třeba ve výpočtu zohlednit také vliv mostovky a horního větrového nosníku. Tento problém lze vyřešit zvětšením příčných průřezů dolních prutů o účinnou plochu příčných průřezů prutů mostovky. Stejným způsobem se zvětší příčné průřezy horních prutů v závislosti na prutech horního větrového nosníku.

Účinná plocha u šikmých prutů mostovky, resp. horního větrového nosníku byla získána pomocí programu Solidworks. Jednotlivé pruty se vymodelovaly a poté se seřízly pod úhlem, jenž je shodný k úhlu natočení daného prutu k řešenému rovinnému modelu. Zvětšené průřezy jednotlivých prutů jsou uvedeny v tabulce 5.4.

**Tabulka 5.4** Zvětšené průřezy prutů

Prut	Plocha příčného průřezu [mm <sup>2</sup> ]
1-10	62 848
30-37	42 938,9

Nyní se již model shoduje se skutečnou konstrukcí, tudíž je možné provést výpočet napětí dle dříve uvedeného vztahu. Nominální napětí, jenž působí na jednotlivé pruty, jsou uvedena v tabulce 5.5.

**Tabulka 5.5** Nominální napětí v prutech

Prut	Nominální napětí [MPa]	Prut	Nominální napětí [MPa]
1	4,873	20	6,835
2	4,873	21	-4,883
3	11,437	22	-2,515
4	11,437	23	12,414
5	13,669	24	5,746
6	13,669	25	-16,351
7	11,437	26	-2,872
8	11,437	27	18,136
9	4,873	28	3,653
10	4,873	29	-18,128
11	-18,128	30	-12,744
12	3,653	31	-12,744
13	18,136	32	-19,170
14	-2,872	33	-19,170
15	-16,351	34	-19,170
16	5,746	35	-19,170
17	12,414	36	-12,744
18	-2,515	37	-12,744
19	-4,883		

V tabulce můžeme vidět, že největší nominální napětí působí v horní části konstrukce na pruty 32-35. Záporné znaménko nám značí, že se jedná o tlakové namáhání.

### 5.1.6 Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti

Nejvyšší nominální napětí v prutové soustavě je  $-19,170 \text{ Mpa}$ , jedná se tedy o tlakové napětí. Abychom se zbavili záporného znaménka, upravíme hodnotu podle vzorce pro redukované napětí:

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_{32}^2}$$

$$\sigma_{red} = 19,170$$

Nyní již lze určit bezpečnost pro nejméně zatížené pruty, což jsou pruty 32-35. Bezpečnost vzhledem k meznímu stavu pružnosti je tedy:

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{red}} = \frac{210}{19,170} = 10,955$$

Výsledkem je vysoký koeficient bezpečnosti, ale jelikož se jedná pouze o zatížení vlastní tíhou mostu, nemusí být bezpečnost dostačující.

### 5.1.7 Průhyb mostu

Zabývat se budeme pouze vertikálními posuvy styčniců. Vzhledem ke konstrukci mostu se dá předpokládat, že k největšímu průhybu bude docházet uprostřed mostu neboli nejdále od podpor mostu. Z tohoto důvodu se výpočty provedly pouze pro styčnice E, F, G, O, P, Q. Stejným způsobem by bylo možné vyjádřit také posuvy ostatních styčniců.

Pro výpočet průhybu byla využita Castiglianova věta, u níž je nutné, aby při dosazování platil vztah  $N_i = f(F_j)$ , kde  $i = 1, \dots, 37$ ;  $j = \{E, F, G, O, P, Q\}$ . Při našich výpočtech byly za síly  $F_j$  zvoleny jednotlivé tíhové síly  $Fg_j$  působící ve styčnicích, u kterých zjišťujeme posuv. Výpočet se opět provede pomocí programu Maple 17, výsledná rovnice je ve tvaru:

$$u_j = \frac{\partial W}{\partial Fg_j} = \sum_{i=1}^{37} \frac{N_i l_i}{ES_i} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial Fg_j}$$

kde  $E = 2,1 \cdot 10^5$  a značí Youngův modul pružnosti,  $S$  jsou zvětšené příčné průřezy prutů a  $l$  jsou délky jednotlivých prutů.

Posuvy styčniců ve svislém směru jsou uvedeny v tabulce 5.6.

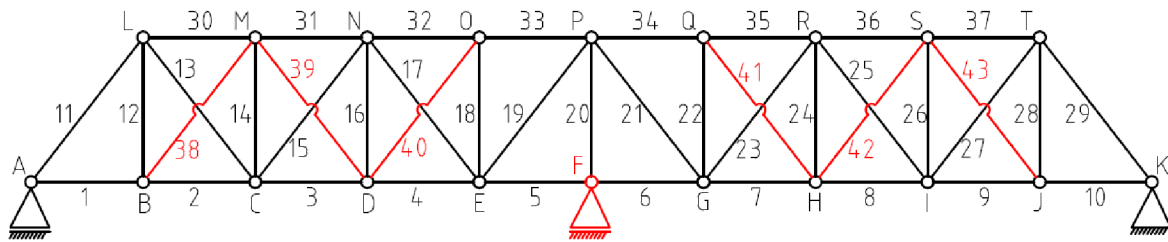
*Tabulka 5.6 Posuvy styčniců*

Styčnic	Posuv [mm]
E	10,746
F	11,547
G	10,746
O	10,834
P	11,307
Q	10,834

Z tabulky je patrné, že největší posuv vyšel dle očekávání u prostředního spodního styčnicu F, a to 11,547 mm.

## 5.2 Staticky neurčitá úloha

U staticky neurčité varianty dojde k úpravě původní konstrukce mostu. Prutová soustava bude pozmeněna přidáním šesti prutů, čímž se úloha stane vnitřně neurčitou. Jelikož je most poměrně dlouhý, rozhodli jsme se přidat také novou obecnou vazbu doprostřed mostu, což zapříčiní i vnějškovou statickou neurčitost.



Obrázek 5.2 Upravená staticky neurčitá prutová soustava

Jak lze vidět na obrázku 5.9, nově přidané pruty jsou znázorněny červenou barvou a jsou označeny čísly 38-43. Nově vzniklá obecná vazba je rovněž zvýrazněna červeně a byla přidělena k původnímu styčníku pod označením *F*.

### 5.2.1 Parametry nově přidaných prutů

Vlastnosti jednotlivých prutů, které byly do konstrukce přidány, se budou shodovat s vlastnostmi prutů, s nimiž se navzájem křížují. V následující tabulce jsou tyto parametry uvedeny:

Tabulka 5.7 Parametry přidaných prutů

Prut	Délka [mm]	Plocha příčného průřezu [mm <sup>2</sup> ]
38,43	9 301,2	21 680
39,42	9 301,2	17 120
40,41	9 301,2	13 720

### 5.2.2 Statický rozbor

#### a) Vnitřní statický rozbor

Soustava je nyní složena ze 43 prutů, ale stále z 20 styčníků, tyto hodnoty opět dosadíme do podmínky pro určení vnitřní statické určitosti:

$$s_{in} = p - (2 \cdot k - 3)$$

$$s_{in} = 43 - (2 \cdot 20 - 3)$$

$$s_{in} = 43 - 37 = 6$$

Z podmínky tedy vyplývá, že soustava je nyní 6x vnitřně staticky neurčitá.

#### b) Vnější statický rozbor

Protože se stejně jako u staticky určité varianty jedná o obecnou rovinnou silovou soustavu, je počet nezávislých statických podmínek  $\nu = 3$ .

Soustava je s okolím stále vázaná pomocí jedné rotační vazby, která odebírá dva stupně volnosti. Avšak nyní přibyla další obecná vazba uprostřed mostu, což znamená, že máme celkem dvě a každá odebírá jeden stupeň volnosti.

Tudíž je nyní počet neznámých nezávislých parametrů  $\mu = 4$ .

Opět tyto hodnoty dosadíme do podmínky vnější statické určitosti a dostaneme:

$$s_{ex} = \mu - \nu$$

$$s_{ex} = 4 - 3$$

$$s_{ex} = 1$$



Také z této podmínky nám vyplývá, že je soustava staticky neurčitá, ale tentokrát vnějškově.

Ze statického rozboru tedy plyne, že prutová soustava je celkem 7x staticky neurčitá a k řešení této úlohy bude zapotřebí sestavit 7 deformačních podmínek s využitím Castiglianovy věty.

### 5.2.3 Určení tíhových sil ve styčnicích

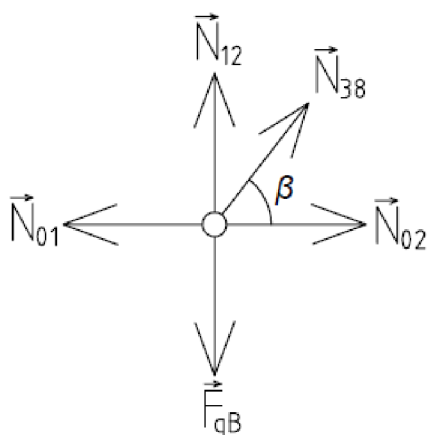
Z důvodu přidání nových prutů do konstrukce mostu dojde také ke změně zatížení jednotlivých styčniců, se kterými jsou tyto pruty spojeny. V následující tabulce jsou uvedeny tíhové síly, u kterých došlo ke změně.

*Tabulka 5.8 Nová zatížení styčniců*

Styčnic	Tíhová síla [N]
B	58 729,725
D	62 266,225
H	62 266,225
J	58 729,725
M	37 846,985
O	27 306,130
Q	27 306,130
S	37 846,985

### 5.2.4 Úplné uvolnění styčniců, rovnice statické rovnováhy

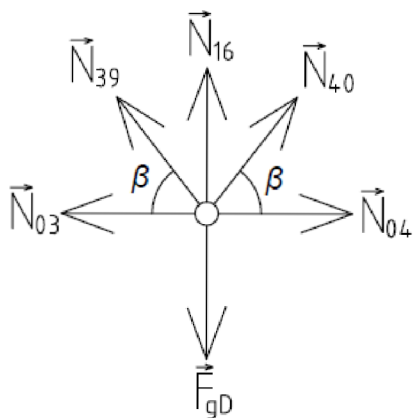
Přidáním nových prutů došlo ke změně vyjádření sil pouze u styčniců  $B$ ,  $D$ ,  $H$ ,  $J$ ,  $M$ ,  $O$ ,  $Q$  a  $S$ , a také přidáním nové obecné vazby u styčnicu  $F$ . U těchto styčniců je tedy nutné znovu provést úplné uvolnění, které jsou znázorněny na obrázcích 5.3a-i, a také sestavení nových rovnic statické rovnováhy. Pro ostatní styčnicí dále platí uvolnění i rovnice z původní staticky určité úlohy.



$$N_{02} - N_{01} + N_{38} \cos \beta = 0$$

$$N_{12} - F_{gB} + N_{38} \sin \beta = 0$$

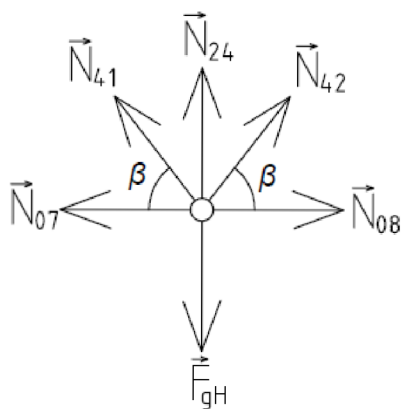
*Obrázek 5.3a Uvolnění styčnicu B*



Obrázek 5.3b Uvolnění styčnicku D

$$N_{04} - N_{03} + N_{40} \cos \beta - N_{39} \cos \beta = 0$$

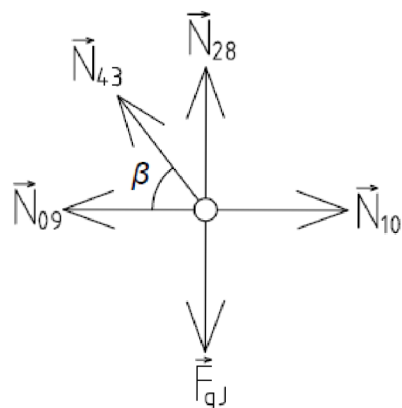
$$N_{16} - F_{gD} + N_{40} \sin \beta + N_{39} \sin \beta = 0$$



Obrázek 5.3c Uvolnění styčnicku H

$$N_{08} - N_{07} + N_{42} \cos \beta - N_{41} \cos \beta = 0$$

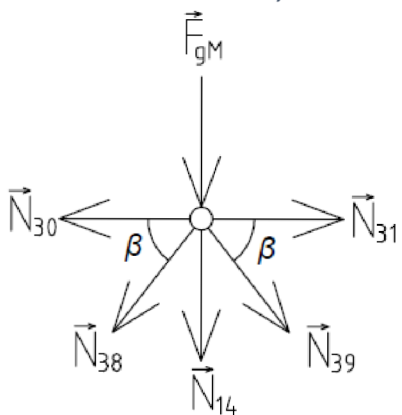
$$N_{24} - F_{gH} + N_{42} \sin \beta + N_{41} \sin \beta = 0$$



Obrázek 5.3d Uvolnění styčnicku J

$$N_{10} - N_{09} - N_{43} \cos \beta = 0$$

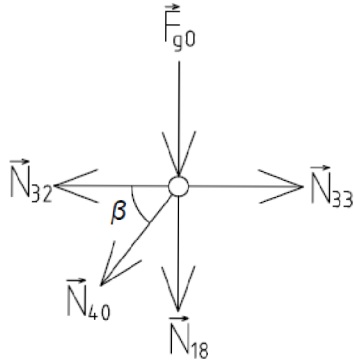
$$N_{28} - F_{gJ} + N_{43} \sin \beta = 0$$



Obrázek 5.3e Uvolnění styčnicku M

$$N_{31} - N_{30} + N_{39} \cos \beta - N_{38} \cos \beta = 0$$

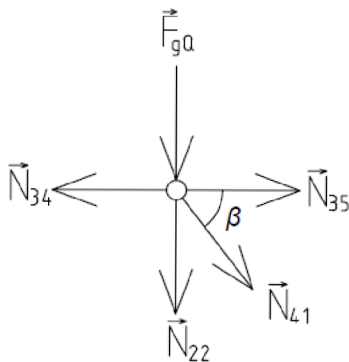
$$-N_{14} - F_{gM} - N_{39} \sin \beta - N_{38} \sin \beta = 0$$



Obrázek 5.3f Uvolnění styčnicku O

$$N_{33} - N_{32} - N_{40} \cos \beta = 0$$

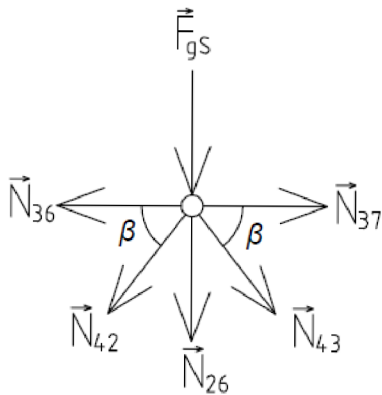
$$-N_{18} - F_{g0} - N_{40} \sin \beta = 0$$



Obrázek 5.3g Uvolnění styčnicku Q

$$N_{35} - N_{34} + N_{41} \cos \beta = 0$$

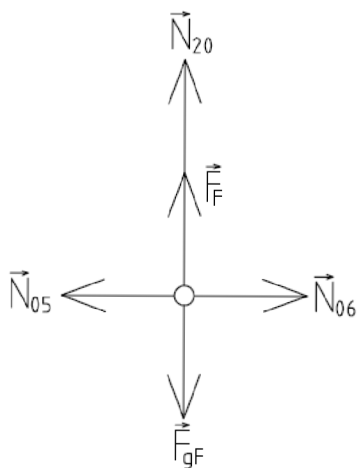
$$-N_{22} - F_{gQ} - N_{41} \sin \beta = 0$$



Obrázek 5.3h Uvolnění styčnicku S

$$N_{37} - N_{36} + N_{43} \cos \beta - N_{42} \cos \beta = 0$$

$$-N_{26} - F_{gS} - N_{43} \sin \beta - N_{42} \sin \beta = 0$$



Obrázek 5.3i Uvolnění styčnicku F

$$N_{06} - N_{05} = 0$$

$$N_{20} - F_{gF} + F_F = 0$$

Soustava rovnic byla opět řešena v programu Maple 17 pomocí příkazu *solve*, který pracuje dle následujícího zápisu:

*solve*({rovnice}, {neznámé})

Jelikož se jedná o soustavu 40 rovnic o 47 neznámých, výstupem budou síly, vyjádřené v závislosti na silách dalších. Vyjádřeny tedy budou stykové síly v původních vazbách a normálové síly  $N_{01} - N_{37}$  a to v závislosti na normálových silách nově přidaných prutů  $N_{38} - N_{43}$  a také na stykové síle  $F_F$  v nové vazbě.

V dalších krocích se pro tvorbu deformačních podmínek využije Castiglianova věta, jež je např. pro sílu  $F_F$  dána následujícím vztahem:

$$\frac{\partial W}{\partial F_F} = \sum_{i=1}^{43} \frac{N_i l_i}{ES_i} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial F_F}$$

Nejprve byly provedeny derivace jednotlivých vyjádřených sil, a to postupně podle normálových sil  $N_{38} - N_{43}$  a také dle stykové síly  $F_F$ . Toto bylo provedeno dle následujícího příkazu, ve kterém je znázorněna pouze derivace dle síly  $F_F$ :

**for** *i* **from** 1 **to** 43 **do** *dFF*[*i*] := *diff*(*N*[*i*], *FF*) **end do**:

Po vyjádření jednotlivých derivací již bylo možné sestavení 7 deformačních podmínek, které poté sloužily jako další rovnice, potřebné k vyjádření neznámých sil. Deformační podmínky byly provedeny dle následujícího příkazu, ve kterém je opět znázorněna rovnice jen pro sílu  $F_F$ :

$$f41 := \text{sum} \left( \left( \frac{N[j] \cdot L[j]}{E \cdot S[j]} \cdot dFF[j] \right), j = 1 .. 43 \right) = 0 :$$

Poněvadž již bylo sestaveno 47 rovnic o 47 neznámých, bylo už možné síly vyjádřit v číselných hodnotách, a to opět pomocí příkazu:

*solve*({rovnice}, {neznámé})

Výstupem soustavy rovnic byly stykové síly ve vazbách  $F_A = 243\,491,34\text{ N}$ ,  $F_{Kx} = 0\text{ N}$ ,  $F_{Ky} = 243\,491,34\text{ N}$  a  $F_F = 443\,861,6\text{ N}$ . Dále byly vyjádřeny normálové síly, jež jsou uvedeny v tabulce 5.9.

*Tabulka 5.9 Normálové síly*

Prut	Normálová síla [N]	Prut	Normálová síla [N]
1	159 672,12	23	-69 637,53
2	187 587,26	24	25 513,95
3	253 283,17	25	-6 530,95
4	238 753,77	26	-10 859,65
5	59 880,93	27	100 671,06
6	59 880,93	28	94 725,56
7	238 753,77	29	-260 551,56
8	253 283,17	30	-221 365,71
9	187 587,26	31	-256 267,03
10	159 672,12	32	-217 593,83
11	-260 551,56	33	-196 078,25
12	94 725,56	34	-196 078,25
13	100 671,06	35	-217 593,83

Prut	Normálová síla [N]	Prut	Normálová síla [N]
14	-10 859,65	36	-256 267,03
15	-6 530,95	37	-221 365,71
16	25 513,95	38	-45 551,67
17	-69 637,53	39	11 399,99
18	-55 049,91	40	35 108,94
19	222 245,58	41	35 108,94
20	-382 073,64	42	11 399,99
21	222 245,58	43	-45 551,67
22	-55 049,91		

V tabulce lze vidět, že pruty 3 a 8 jsou namáhány největším tlakovým zatížením, oproti tomu pruty 11 a 29 největším tlakovým zatížením.

### 5.2.5 Napětí v prutech

Nominální napětí  $\sigma$  v jednotlivých prutech se opět vyjádří pomocí následujícího vztahu:

$$\sigma_i = \frac{N_i}{S_i}$$

Výsledné hodnoty jsou vyjádřeny v tabulce 5.10.

*Tabulka 5.10 Nominální napětí v prutech*

Prut	Nominální napětí [MPa]	Prut	Nominální napětí [MPa]
1	2,541	23	-5,076
2	2,985	24	2,822
3	4,030	25	-0,381
4	3,799	26	-1,201
5	0,953	27	4,643
6	0,953	28	6,578
7	3,799	29	-9,451
8	4,030	30	-5,155
9	2,985	31	-5,968
10	2,541	32	-5,068
11	-9,451	33	-4,566
12	6,578	34	-4,566
13	4,643	35	-5,068
14	-1,201	36	-5,968
15	-0,381	37	-5,155
16	2,822	38	-2,101
17	-5,076	39	0,666
18	-6,090	40	2,559
19	18,520	41	2,559
20	-42,265	42	0,666
21	18,520	43	-2,101
22	-6,090		

Z tabulky je patrné, že nejvíce namáhané pruty se nachází uprostřed mostu. Pruty 19 a 21 jsou zatíženy tahovým napětím  $18,520 \text{ MPa}$ , avšak nejvíce zatížený prut je přímo uprostřed mostu, a to prut 20, který je zatížen tlakovým napětím  $42,265 \text{ MPa}$ .

### 5.2.6 Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti

Bezpečnost vzhledem k meznímu stavu pružnosti se počítá pro nejvíce namáhaný prut stejným způsobem jako u staticky určité varianty. Nejmenší bezpečnost tedy bude u prutu 20 a je dána vztahem:

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{red}} = \frac{210}{42,265} = 4,967$$

Jelikož největší zatížení zde způsobuje tlak, použili jsme pro výpočet opět redukované napětí, které je shodné s absolutní hodnotou daného nominálního napětí.

Srovnáme-li obě úlohy mezi sebou, tedy staticky určitou i neurčitou variantu, je zřejmé, že přidáním prutů a nové vazby se bezpečnost u staticky neurčité úlohy snížila o více než polovinu.

### 5.2.7 Průhyb mostu

Deformace mostu se určí obdobným způsobem jako u staticky určité varianty. Přidáním obecné vazby doprostřed mostu lze však maximální posuvy očekávat mezi jednotlivými podporami, tudíž se bude průhyb počítat u styčnic  $C, D, E, G, H, I$  v dolní části mostu, a také u styčnic  $N, O, Q, R$  v části horní. Pro výpočty byl tedy použit následující vztah:

$$u_j = \frac{\partial W}{\partial F g_j} = \sum_{i=1}^{43} \frac{N_i l_i}{ES_i} \cdot \frac{\partial N_i}{\partial F g_j}$$

Posuvy jednotlivých styčnic ve svislém směru jsou uvedeny v tabulce 5.11.

**Tabulka 5.11** Posuvy styčnic

Styčnic	Posuv [mm]
C	2,150
D	2,658
E	2,497
G	2,497
H	2,658
I	2,150
N	2,559
O	2,710
Q	2,710
R	2,559

Z tabulky tedy vyplývá, že k největším posuvům dojde u styčnic  $O$  a  $Q$ , tedy v horní části konstrukce, a to  $2,710 \text{ mm}$ . V dolní části konstrukce dojde k největšímu průhybu u styčnic  $D$  a  $H$ , a to  $2,658 \text{ mm}$ .

### 5.3 Srovnání staticky určité a neurčité úlohy

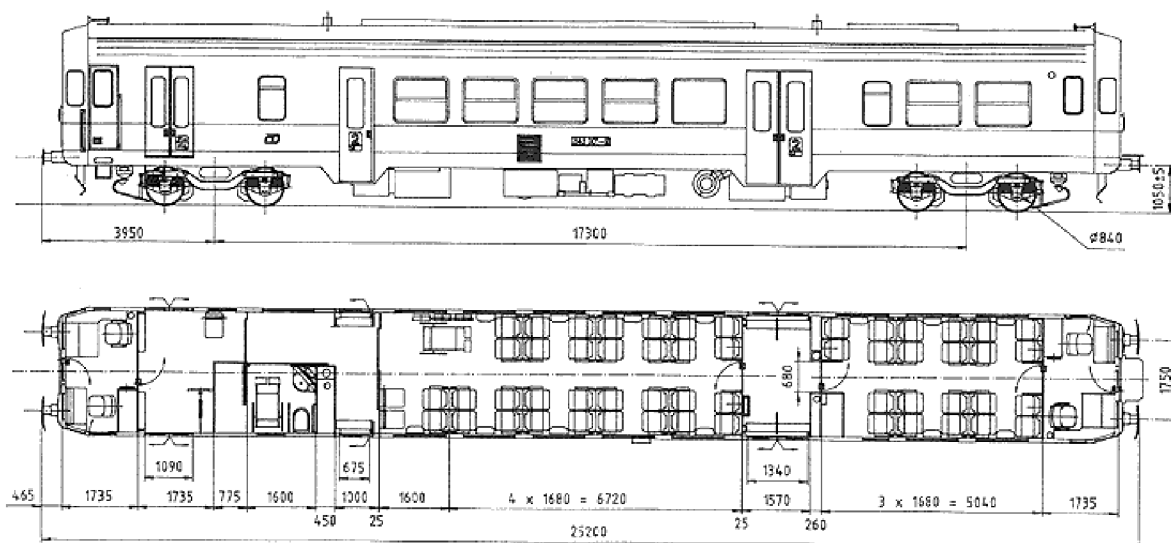
Dle očekávání se přidáním prutů a nové obecné vazby průhyb u staticky neurčité úlohy zmenšil na  $2,710\text{ mm}$ . Zajímavým poznatkem je, že k tomuto maximálnímu průhybu došlo u horní části konstrukce. U varianty staticky určité došlo k největšímu průhybu uprostřed mostu na styčnicku  $F$ , avšak zde již podle očekávání u dolní části konstrukce, a to  $11,547\text{ mm}$ . Rozdíl v deformaci je tedy značný, jelikož se průhyb změnou konstrukce ze staticky určité na neurčitou zmenšil o  $8,837\text{ mm}$ .

Pro nominální napětí taktéž platí, že po změně konstrukce mostu dochází u většiny prutů ke zlepšení neboli na ně působí menší napětí. Avšak u prutů v prostřední části mostu v blízkosti nové vazby dochází k poměrně značnému zhoršení. Prut číslo 20 je namáhán tlakovým napětím o velikosti  $42,265\text{ MPa}$ , což zapříčiňuje také pokles bezpečnosti konstrukce. U staticky určité varianty vyšla bezpečnost  $10,955$ , zatímco u staticky neurčité varianty pouze  $4,967$ , což znamená zhoršení o více než polovinu.

## 6 Analytické řešení – zatížení vlakem

Předchozí část bakalářské práce se věnovala zatížení prutové soustavy pouze vlastní tíhou, a to jak u staticky určité, tak i u neurčité úlohy. Nyní obě varianty zatížíme také projíždějící vlakovou soupravou, abychom se co nejvíce přiblížili reálným podmínkám, kterým je most ve skutečnosti vystaven.

Přes most nejčastěji projíždí vlaková souprava  $843+043+943$ , jež se skládá z řídicího vozu 943, vloženého vozu 043 a motorového vozu 843 [5]. Právě motorový vůz 843 je zobrazen na obrázku 6.1.



Obrázek 6.1 Motorový vůz řady 843 [5]

Služební hmotnost plně obsazené vlakové soupravy je  $143,8\text{ tun}$ . Nejtěžší částí soupravy je motorový vůz (lokomotiva) o hmotnosti  $67\,800\text{ kg}$  [6]. Zbylé části neboli vložený a řídicí vůz (vagony) váží přibližně stejně, pro oba vozy tedy volíme stejnou hmotnost  $38\,000\text{ kg}$  [7]. Pro určení tíhových sil působících na konstrukci mostu uvažujeme pouze čtvrtinu hmotnosti vlaku, poněvadž řešíme jen polovinu mostu a také protože se tíhová síla rozloží na dva podvozky. Dostaneme tedy tíhové síly, jež jsou zobrazeny v následující tabulce:

Tabulka 6.1 Tíhové síly projíždějících vozů

Vůz	Tíhová síla [N]
843	166 279,5
043	93 195
943	93 195

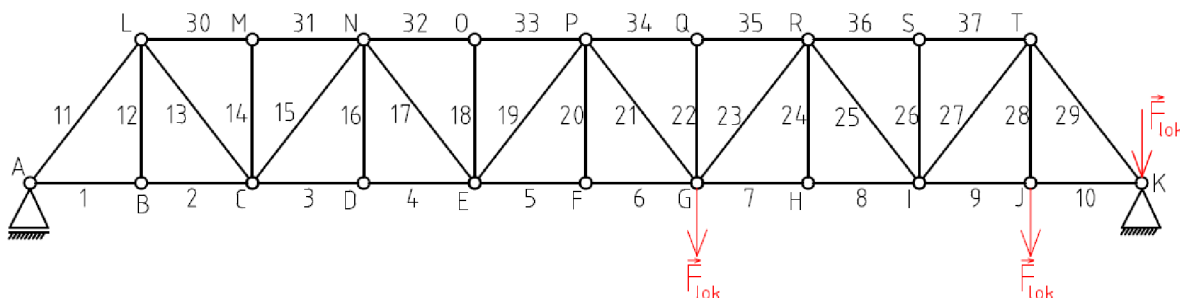
## 6.1 Fáze přejezdu vlaku přes most

Během projíždění vlaku přes most byly nasimulovány 4 fáze zatížení prutové soustavy vlakovou soupravou. V následujících kapitolách jsou zobrazeny jednotlivé fáze a také tíhové síly působící na styčníky, jež vyvolalo namáhání projíždějící části vlakové soupravy.

### 6.1.1 Fáze 1

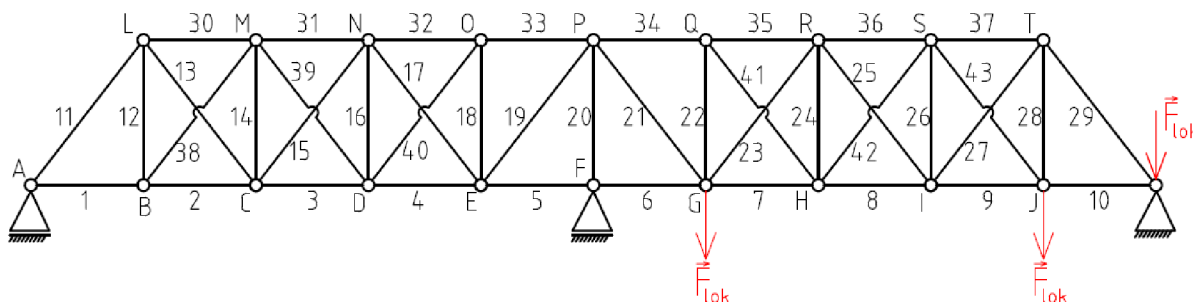
V první fázi uvažujeme, že na most najíždí pouze motorový vůz neboli lokomotiva a předním podvozkem přímo zatíží styčník *G*. Zadní podvozek se nachází mezi styčníky *J* a *K*, tudíž se mezi ně tíhová síla rozloží na dvě síly pomocí momentové rovnováhy. Výsledné tíhové síly způsobené vlakovou soupravou se poté přičtou k tíhovým silám způsobeným pouze vlastní tíhou mostu působících v daných styčnicích.

#### a) Staticky určitá úloha



Obrázek 6.2 Fáze 1 - staticky určitá úloha

#### b) Staticky neurčitá úloha



Obrázek 6.3 Fáze 1 - staticky neurčitá úloha

Pro obě varianty tedy platí následující výpočet tíhových sil způsobených zatížením od lokomotivy:

$$F_G = F_{lok} = 166\,279,5\text{ N}$$



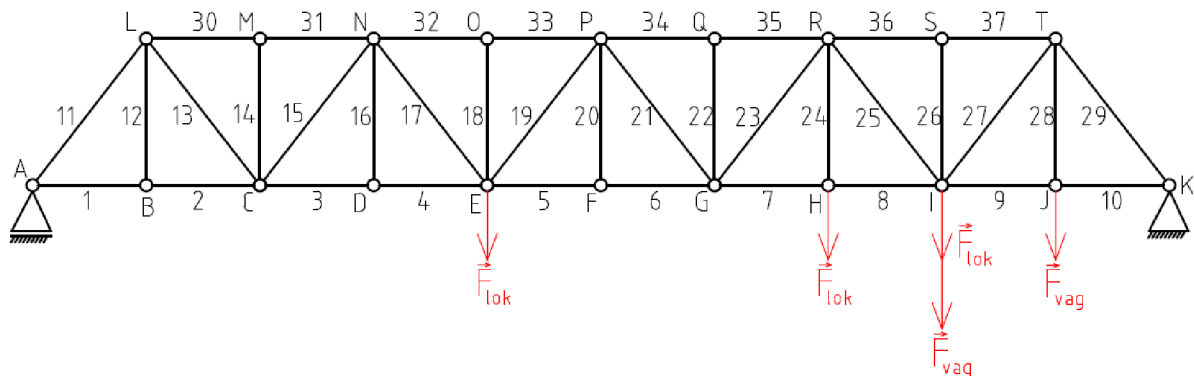
$$F_J = \frac{5500}{5700} \cdot F_{lok} = 160\,445,13\,N$$

$$F_K = \frac{200}{5700} \cdot F_{lok} = 5\,834,37\,N$$

### 6.1.2 Fáze 2

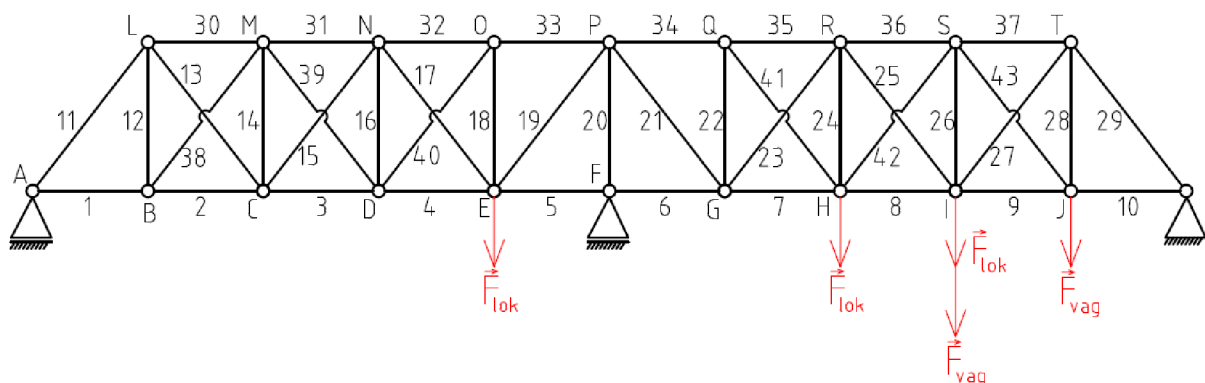
Během druhé fáze se lokomotiva posune více do středu mostu, a to tak že přední podvozek přímo zatíží styčník *E* a zadní podvozek se přesune mezi styčníky *H* a *I*. Dále se na most také dostane jeden podvozek prvního vagonu neboli vloženého vozu. Tento podvozek se bude nacházet mezi styčníky *I* a *J*, z čehož vyplývá že na styčník *I* bude působit jak podvozek od lokomotivy, tak i od vagonu. Působící tíhové síly se opět vypočítají pomocí momentové rovnováhy.

#### a) Staticky určitá úloha



Obrázek 6.4 Fáze 2 - staticky určitá úloha

#### b) Staticky neurčitá úloha



Obrázek 6.5 Fáze 2 - staticky neurčitá úloha

Opět tedy pro obě varianty platí shodné tíhové síly způsobené vlakem:

$$F_E = F_{lok} = 166\,279,5\,N$$

$$F_H = \frac{5500}{5700} \cdot F_{lok} = 160\,445,13\,N$$

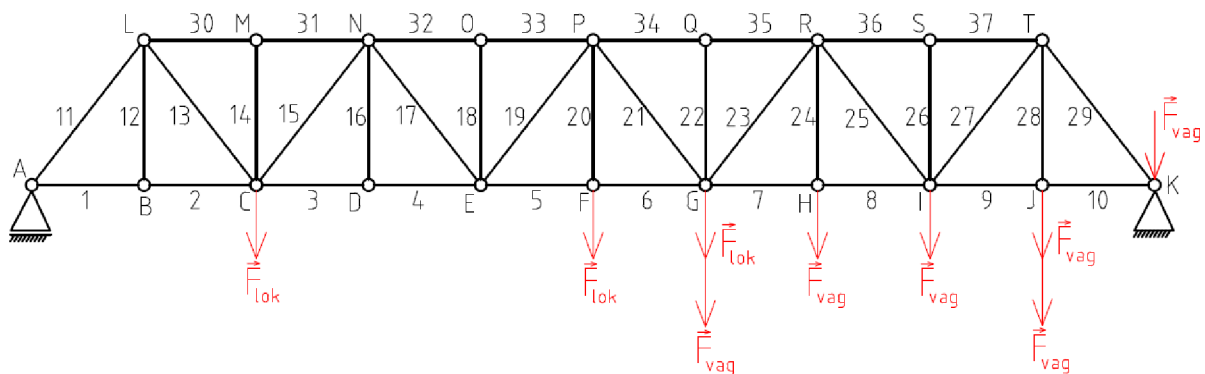
$$F_I = \frac{200}{5700} \cdot F_{lok} + \frac{4250}{5700} \cdot F_{vag} = 75\,321,87\text{ N}$$

$$F_J = \frac{1450}{5700} \cdot F_{vag} = 23\,707,5\text{ N}$$

### 6.1.3 Fáze 3

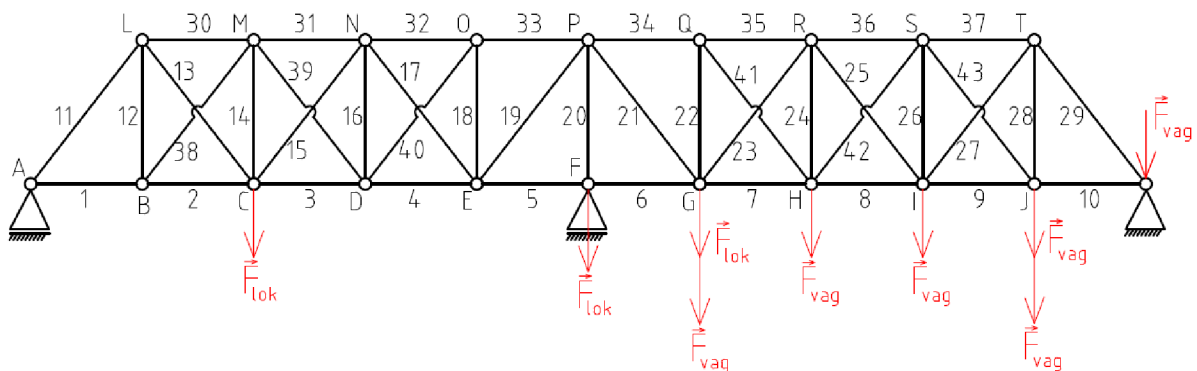
Při třetí fázi se již větší část lokomotivy dostala za polovinu mostu, její přední podvozek působí přímo na styčník C, zatímco zadní podvozek své síly rozloží mezi styčníky F a G. První vagon se již také dostal na most oběma podvozky, z níž přední se nachází mezi styčníky G a H a zadní mezi styčníky I a J. Na konstrukci mostu se při této fázi dostal také přední podvozek poslední části vlakové soupravy a nachází se mezi styčníky J a K. Výpočty tíhových sil se provedou stejným způsobem jako u fází předchozích.

#### a) Staticky určitá úloha



Obrázek 6.6 Fáze 3 - staticky určitá úloha

#### b) Staticky neurčitá úloha



Obrázek 6.7 Fáze 3 - staticky neurčitá úloha

A znovu pro obě varianty platí shodné hodnoty tíhových sil:

$$F_C = F_{lok} = 166\,279,5\text{ N}$$

$$F_F = \frac{5500}{5700} \cdot F_{lok} = 160\,445,13\text{ N}$$

$$F_G = \frac{200}{5700} \cdot F_{lok} + \frac{4250}{5700} \cdot F_{vag} = 75\,321,87\text{ N}$$

$$F_H = \frac{1450}{5700} \cdot F_{vag} = 23\,707,5\text{ N}$$

$$F_I = \frac{1950}{5700} \cdot F_{vag} = 31\,882,5\text{ N}$$

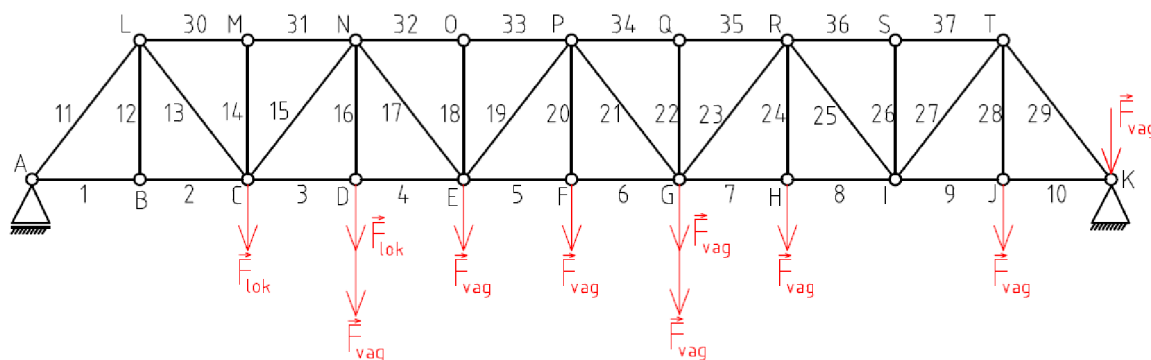
$$F_J = \frac{3750}{5700} \cdot F_{vag} + \frac{1650}{5700} \cdot F_{vag} = 88\,290\text{ N}$$

$$F_K = \frac{4050}{5700} \cdot F_{vag} = 66\,217,5\text{ N}$$

### 6.1.4 Fáze 4

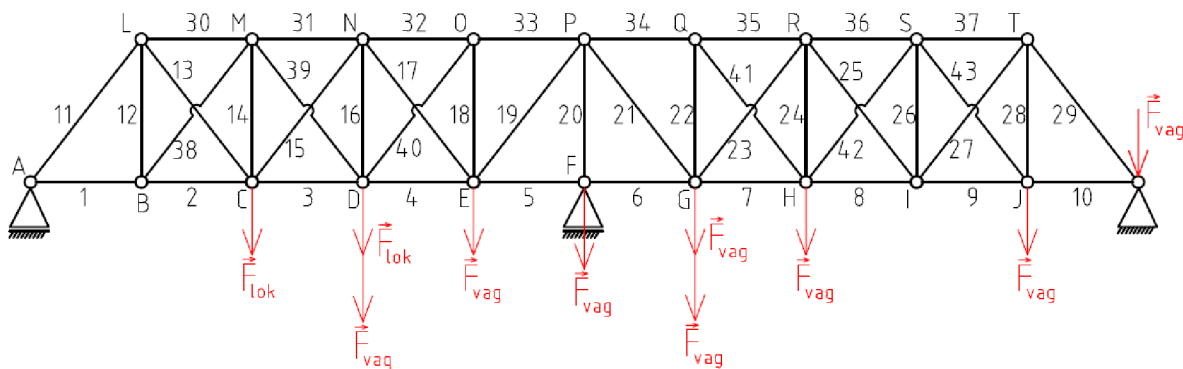
Při čtvrté, a tedy poslední fázi, jež byla nasimulována, se již přední podvozek lokomotivy dostal za druhý konec mostu, avšak most je zatížen zbytkem vlakové soupravy. Zadní podvozek lokomotivy se nachází mezi styčníky C a D. Podvozky prvního vagonu se nachází mezi styčníky D a E, respektive F a G. Na most se tedy dostala i celá poslední část vlakové soupravy, jejíž podvozky tíhovou sílu rozložily mezi styčníky G a H, respektive J a K. Znovu bylo pro výpočet využito podmínky momentové rovnováhy.

#### a) Staticky určitá úloha



Obrázek 6.8 Fáze 4 - staticky určitá úloha

#### b) Staticky neurčitá úloha



Obrázek 6.9 Fáze 4 - staticky neurčitá úloha

Výsledné hodnoty tíhových sil pro obě varianty:

$$F_C = \frac{5500}{5700} \cdot F_{lok} = 160\,445,13\,N$$

$$F_D = \frac{200}{5700} \cdot F_{lok} + \frac{4250}{5700} \cdot F_{vag} = 75\,321,87\,N$$

$$F_E = \frac{1450}{5700} \cdot F_{vag} = 23\,707,5\,N$$

$$F_F = \frac{1950}{5700} \cdot F_{vag} = 31\,882,5\,N$$

$$F_G = \frac{3750}{5700} \cdot F_{vag} + \frac{1650}{5700} \cdot F_{vag} = 88\,290\,N$$

$$F_H = \frac{4050}{5700} \cdot F_{vag} = 66\,217,5\,N$$

$$F_J = \frac{5050}{5700} \cdot F_{vag} = 82\,567,5\,N$$

$$F_K = \frac{650}{5700} \cdot F_{vag} = 10\,627,5\,N$$

Výsledné tíhové síly působící na jednotlivé styčníky se ve všech fázích postupně přičtou k tíhovým silám vyvolaným vlastní tíhou mostu v daných styčnicích. Tímto způsobem se tedy změní namáhání určitých styčniců ve svislém směru a dojde tak ke změně výsledných normálových sil, tudíž také ke změně nominálních napětí.

## 6.2 Určení napětí

K určení nominálních napětí působících na jednotlivé pruty bylo třeba nejprve z rovnic statické rovnováhy, určit normálové síly působící na dané pruty. Výpočet byl proveden obdobně pro obě varianty v programu Maple 17 jako při zatížení, jež způsobila pouze vlastní tíha mostu. Poté se opět využilo vztahu pro určení napětí, kdy jsme normálové síly podělili plochami příčných průřezů daných prutů. Výsledné hodnoty jsou zobrazeny v tabulce 6.2.

*Tabulka 6.2 Srovnání nominálních napětí v prutech [MPa]*

Prut	Staticky určitá úloha				Staticky neurčitá úloha			
	Fáze							
	1	2	3	4	1	2	3	4
1	5,892	6,913	8,152	8,263	2,614	3,098	3,816	4,260
2	5,892	6,913	8,152	8,263	3,087	3,768	4,555	5,221
3	14,493	17,557	19,220	19,625	4,217	5,458	6,021	7,081
4	14,493	17,557	19,220	19,625	4,047	5,698	5,310	6,477
5	18,762	21,818	23,906	22,525	1,318	1,688	1,175	1,457
6	18,762	21,818	23,906	22,525	1,318	1,688	1,175	1,457
7	16,516	19,562	19,238	18,792	6,068	6,762	5,445	5,929
8	16,516	19,562	19,238	18,792	6,335	7,185	5,829	6,126
9	7,886	8,087	8,331	8,004	4,719	5,217	4,354	4,466
10	7,886	8,087	8,331	8,004	4,608	4,271	3,996	4,001

Prut	Statically defined load				Statically indeterminate load			
	Phase							
	1	2	3	4	1	2	3	4
11	-21,918	-25,718	-30,325	-30,737	-9,723	-11,525	-14,196	-15,846
12	3,653	3,653	3,653	3,653	6,745	7,850	8,237	9,489
13	22,955	27,787	33,644	34,169	4,849	6,211	9,283	10,328
14	-2,872	-2,872	-2,872	-2,872	-1,223	-1,365	3,379	2,301
15	-22,453	-28,572	-23,699	-24,795	-0,627	-2,257	2,974	1,939
16	5,746	5,746	5,746	14,078	2,801	2,663	2,399	5,552
17	20,028	27,664	21,583	16,003	-4,752	-2,602	-8,909	-10,247
18	-2,515	-2,515	-2,515	-2,515	-5,824	-4,059	-8,451	-10,558
19	-13,589	-4,784	-15,367	-6,487	17,897	31,292	25,155	31,193
20	6,835	6,835	24,583	10,362	-59,222	-68,850	-60,425	-68,689
21	3,823	-4,983	-11,320	-6,642	35,309	31,093	29,202	31,039
22	-2,515	-2,515	-2,515	-2,515	-5,846	-12,489	-7,392	-8,007
23	20,136	12,501	24,990	22,095	-4,626	-10,736	-6,385	-6,282
24	5,746	23,494	8,368	13,071	3,635	9,491	4,199	6,009
25	-22,539	-28,280	-28,182	-29,004	-1,285	-0,301	-0,252	-1,544
26	-2,872	-2,872	-2,872	-2,872	-3,617	-1,381	-1,917	-3,241
27	23,023	31,953	29,340	28,128	6,632	9,071	6,780	6,638
28	14,795	5,299	9,784	9,387	15,846	11,050	12,224	12,425
29	-29,337	-30,082	-30,992	-29,776	-17,141	-15,889	-14,864	-14,885
30	-15,726	-18,716	-22,341	-22,666	-5,326	-6,456	-8,458	-9,430
31	-15,726	-18,716	-22,341	-22,666	-6,229	-7,957	-9,386	-11,185
32	-25,134	-31,114	-32,358	-31,858	-5,451	-7,999	-6,915	-8,705
33	-25,134	-31,114	-32,358	-31,858	-4,994	-7,830	-6,028	-7,474
34	-28,116	-31,080	-33,051	-31,832	-7,976	-7,796	-6,721	-7,448
35	-28,116	-31,080	-33,051	-31,832	-8,437	-9,342	-7,435	-8,262
36	-18,666	-21,723	-21,272	-20,419	-9,023	-11,370	-8,623	-9,115
37	-18,666	-21,723	-21,272	-20,419	-8,796	-9,058	-7,946	-7,910
38	-	-	-	-	-2,241	-3,170	-3,495	-4,547
39	-	-	-	-	0,857	2,129	-0,629	1,424
40	-	-	-	-	2,337	0,866	4,528	6,258
41	-	-	-	-	2,356	7,895	3,645	4,158
42	-	-	-	-	0,285	3,793	0,628	2,150
43	-	-	-	-	-0,526	-4,476	-1,693	-2,196

Z tabulky vyplývá, že pro staticky určitou variantu je nejnebezpečnější fáze 4, jelikož zde prut 13 podléhá největšímu napětí, a to  $34,169 \text{ MPa}$ . U staticky neurčité varianty dochází ve všech fázích k největšímu zatížení u prutu 20, ale k maximálnímu ve fázi 2, kdy napětí nabývá hodnoty  $-68,850 \text{ MPa}$ .

### 6.2.1 Bezpečnost vůči meznímu stavu pružnosti

Obdobně jako při zatížení mostu vlastní tíhou se bezpečnost určuje z maximálního napětí působícího na prut. Pro určení bezpečnosti při zatížení vlakem tedy vybíráme prut 13, jenž je namáhán tahem. Koeficient bezpečnosti pro staticky určitou úlohu je tedy následující:

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{13}} = \frac{210}{34,169} = 6,146$$

U staticky neurčité úlohy vybíráme pro určení bezpečnosti prut 20, jenž je zatížen maximálním tlakem. Ve vztahu pro bezpečnost použijeme opět absolutní hodnotu napětí, abychom se zbavili záporného znaménka. Koeficient bezpečnosti je následující:

$$k_k = \frac{R_e}{\sigma_{20}} = \frac{210}{68,850} = 3,05$$

Srovnáme-li výsledky při zatížení pouze vlastní tíhou s výsledky, kdy most ještě zatíží projíždějící vlaková souprava, pozorujeme značné snížení bezpečnosti u obou variant prutové soustavy. Bezpečnější stále zůstává staticky určitá varianta.

### 6.3 Průhyb

Při zatížení mostu projíždějící vlakovou soupravou byly zkoumány posuvy stejných styčnicků, jako při zatížení vlastní tíhou. K výpočtům opět posloužil program Maple 17, ve kterém se postupovalo stejným algoritmem jako při zatížení vlastní tíhou mostu. Výsledné posuvy jsou znázorněny v tabulce 6.2.

*Tabulka 6.3 Srovnání průhybů při průjezdu vlaku*

Staticky určitá úloha					Staticky neurčitá úloha				
Fáze					Fáze				
Styčnick	1	2	3	4	Styčnick	1	2	3	4
E	14,33	17,38	18,26	17,87	C	2,40	3,04	3,32	3,82
F	15,78	18,36	20,49	19,06	D	3,03	3,91	3,78	4,55
G	15,41	17,40	18,49	17,84	E	2,98	4,08	3,50	4,14
O	14,42	17,47	18,34	17,96	G	4,09	4,16	3,73	4,10
P	15,54	18,13	19,63	18,70	H	4,17	4,74	3,92	4,29
Q	15,50	17,49	18,58	17,93	I	3,41	3,75	3,20	3,36
-	-	-	-	-	N	2,93	3,82	3,69	4,35
-	-	-	-	-	O	3,18	4,23	3,79	4,51
-	-	-	-	-	Q	4,30	4,60	3,99	4,38
-	-	-	-	-	R	4,05	4,41	3,77	4,08

U staticky určité úlohy lze vidět, že k největšímu průhybu dochází stále uprostřed mostu v dolní části ve styčnicku *F*. Největší posuv tohoto styčnicku během průjezdu vlaku je ve fázi 3 a dojde k posuvu *20,49 mm*.

Oproti tomu u úlohy staticky neurčité lze pozorovat, že maximální průhyb není stále u jednoho styčnicku, ale přesunuje se, a to z horní části do části dolní. Avšak k největšímu posuvu dochází v dolní části konstrukce ve fázi 2. Maximální posuv je tedy *4,74 mm* a dochází k němu ve styčnicku *H*.

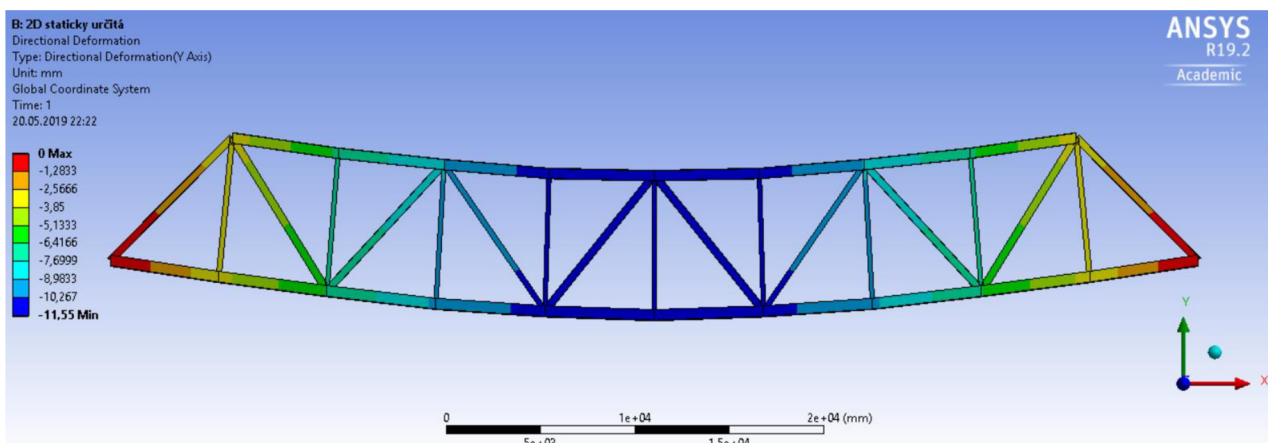
Srovnáme-li maximální průhyby obou variant při průjezdu vlaku, můžeme vidět, že u staticky určité varianty je posuv více než čtyřikrát větší než u staticky neurčité varianty.

## 7 Numerické řešení

K numerickému výpočtu pomocí metody konečných prvků posloužil počítačový program ANSYS Workbench, ve kterém byly pruty modelovány pomocí prvků LINK, jenž přenáší pouze tahové či tlakové namáhání. Byly provedeny numerické výpočty pro všechny typy úloh v této bakalářské práci. V dalších kapitolách budou ale srovnány pouze výsledky z numerických a analytických výpočtů pro zatížení vlastní tíhou mostu u staticky určité a neurčité úlohy.

### 7.1 Staticky určitá úloha

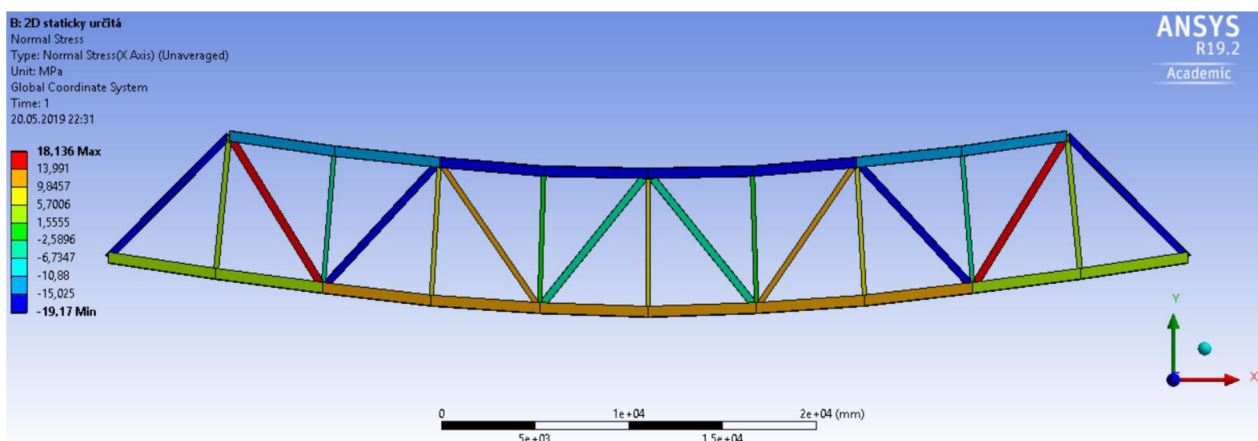
Celková deformace mostu proti směru osy  $y$  vypočítaná programem ANSYS Workbench je znázorněna na obr. 7.1 v měřítku 250:1.



Obrázek 7.1 Průhyb mostu - staticky určitá varianta

Maximální průhyb mostu získaný numerickým výpočtem je ve styčníku  $F$  a jeho hodnota je  $11,55 \text{ mm}$  jak lze vidět na obrázku. Tento výsledek se tedy shoduje s analytickým výpočtem, kde maximální průhyb rovněž vyšel  $11,55 \text{ mm}$ .

Na obrázku 7.2 je graficky znázorněno působení nominálních napětí na jednotlivé pruty konstrukce mostu.

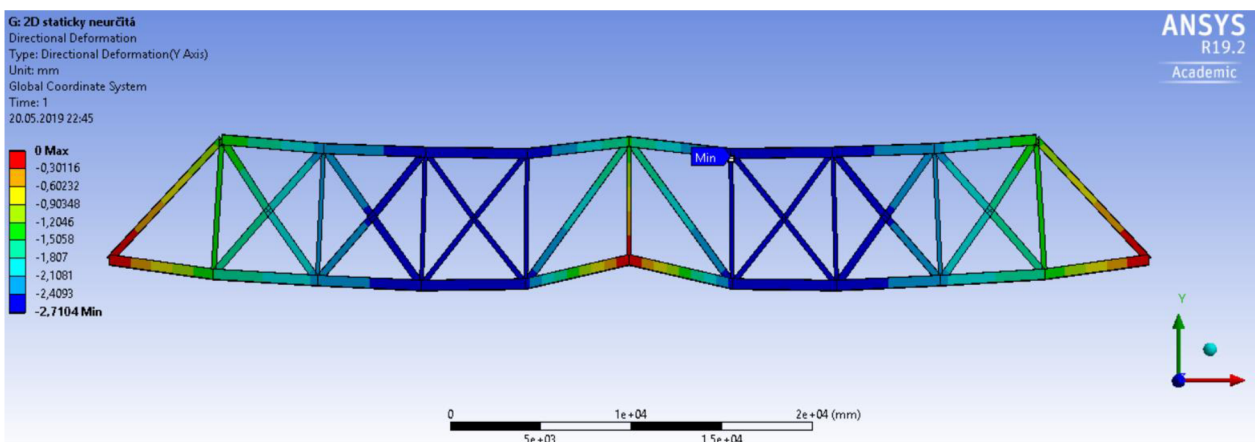


Obrázek 7.2 Napětí v prutech - staticky určitá varianta

Výstupem numerického výpočtu je tedy maximální napětí, které u prutů 32, 33, 34 a 35 nabývá hodnoty  $-19,77 \text{ MPa}$ , jde tedy o zatížení tlakem. Výsledek numerického výpočtu je tedy shodný jako výsledek výpočtu analytického.

## 7.2 Staticky neurčitá úloha

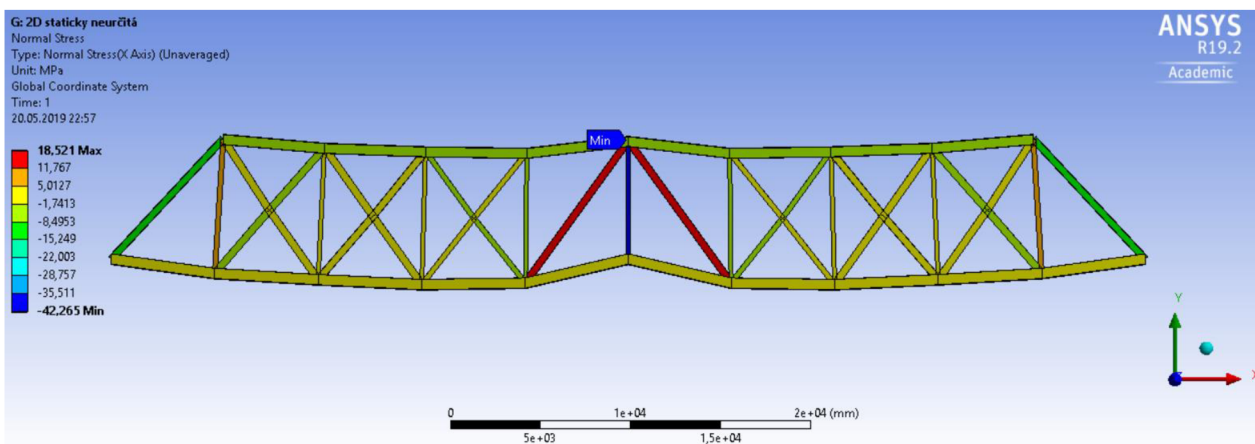
Deformace prutové soustavy, jež byla z reálné staticky určité varianty upravena na staticky neurčitou je zobrazena na obrázku 7.3 v měřítku 250:1.



*Obrázek 7.3 Průhyb mostu - staticky neurčitá varianta*

V obrázku lze vidět vyznačené místo, ve kterém dochází k největšímu průhybu. Toto místo je ve styčnicku  $Q$ , který se nachází v horní části mostu a dle symetrie podle prostředního prutu dochází ke stejnému posuvu také u styčnicku  $O$ . Oba posuvy tedy nabývají hodnoty  $2,7104 \text{ mm}$  ve směru proti ose  $y$ . Ke stejnému výsledku jsme se dopracovali také v analytickém řešení.

Následující obrázek graficky znázorňuje nominální napětí působící na jednotlivé nosníky v prutové soustavě.



*Obrázek 7.4 Napětí v prutech - staticky neurčitá varianta*

Z obrázku je zřejmé, že nejvíce zatížený je prut uprostřed mostu. Nominální napětí, které na tento prut působí je  $-42,265 \text{ MPa}$ , tohoto výsledku bylo dosaženo jak numerickým, tak analytickým řešením. Zajímavým poznatkem, který lze na obrázku vidět je, že další dva nejvíce namáhané pruty znázorněné červenou barvou nabývají hodnot  $18,521 \text{ MPa}$ , což je více než dvakrát menší hodnota jak u nejvíce namáhaného prutu. Rozdíl mezi maximálním napětím od tlaku a maximálním napětím od tahu je tedy značný, oproti tomu u varianty staticky určité se k sobě tyto maxima přibližují.



## 8 Bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability

Dalším nebezpečným stavem, ke kterému může při zatěžování prutů dojít, je mezní stav vzpěrné stability. Působí-li na prut dostatečně velký tlak, může u prutu dojít k vybočení. Mezního stavu vzpěrné stability lze tedy dosáhnout pouze při namáhání tlakem, a to tak, že se deformace prutu změní ze stlačování na ohyb. Aby k tomuto meznímu stavu došlo dříve než k meznímu stavu pružnosti, musí být splněna podmínka, že štíhlost vyšetřovaného prutu je vyšší než štíhlost kritická.

Vzhledem k typu uložení jednotlivých prutů v konstrukci mostu byl koeficient  $\alpha$  zvolen pro uložení mezi dvěma rotačními vazbami, tedy  $\alpha = \pi$ . Kritická štíhlost je tedy stanovena následovně:

$$\lambda_{kr} = \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{R_e}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{210000}{210}} = 99,346$$

Výsledná kritická štíhlost se poté srovnává se štíhlostmi jednotlivých prutů, jenž se určují u prutů zatížených tlakem dle následujícího vztahu:

$$\lambda = \frac{l}{\sqrt{\frac{J_{min}}{S}}}$$

### 8.1 Zatížení vlastní tíhou

V této části se bude práce zabývat kontrolou vzpěrné stability pro staticky určitou i neurčitou úlohu při zatížení pouze vlastní tíhou mostu.

V následující tabulce jsou uvedeny štíhlosti u prutů zatížených tlakem pro obě varianty prutové soustavy.

*Tabulka 8.1 Štíhlost prutů*

Pruty	Staticky určitá úloha		Pruty	Staticky neurčitá úloha	
	Štíhlost	Kritická štíhlost		Štíhlost	Kritická štíhlost
11,29	64,76	99,346	11,29	64,76	99,346
14,26	151,32		14,26	151,32	
15,25	61,99		15,25	61,99	
18,22	151,32		17,23	134,22	
19,21	109,62		18,22	151,32	
30-37	30,94		20	151,32	
-	-		30-37	30,94	
-	-		38,43	98,77	

Z tabulky vyplývá, že u staticky určité varianty dochází k nebezpečí vybočení u prutu 14, 18, 22 a 26. Z těchto prutů jsou největší normálovou silou zatíženy pruty 14 a 26, tudíž se kontrola k meznímu stavu vzpěrné stability provede právě pro tyto pruty. Obdobným způsobem se vyřeší také bezpečnost u úlohy staticky neurčité. V této variantě hrozí vybočení u stejných prutů jako u staticky určité úlohy, avšak přibyly ještě další tři pruty, pro které hrozí toto nebezpečí. Jsou to pruty 17, 20 a 23. Ze všech těchto prutů podléhá největšímu tlakovému zatížení prut 20, který se nachází uprostřed mostu.

Pro určení bezpečnosti vzhledem k meznímu stavu vzpěrné stability je třeba určit kritickou sílu. Jelikož nebezpečné pruty obou variant mají shodné vlastnosti, stačí určit pouze jednu kritickou sílu, jež se vypočítá následovně:

$$F_{kr} = \frac{\alpha^2 \cdot E \cdot J_{min}}{l^2} = 818\,227,61\,N$$

Koeficient bezpečnosti se poté určí porovnáním kritické síly s normálovou silou, která na daný prut působí.

Bezpečnost pro staticky určitou variantu je tedy

$$k_v = \frac{F_{kr}}{F} = \frac{818\,227,61}{25\,967,075} = 31,51$$

a pro variantu staticky neurčitou:

$$k_v = \frac{F_{kr}}{F} \frac{818\,227,61}{382\,073,64} = 2,14$$

Z výsledků je zřejmé, že pro staticky určitou úlohu vychází bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability velmi vysoká. U staticky neurčité úlohy je naopak bezpečnost velmi nízká, lze tedy prohlásit, že při náročnějších podmínkách by u upravené konstrukce došlo k porušení vzpěrné stability dříve než k dosažení mezního stavu pružnosti.

## 8.2 Zatížení vlakem

### 8.2.1 Staticky určitá úloha

V tabulce 6.2 lze vidět, že z prutů jejichž štíhlost je větší, než štíhlost kritická podléhá největšímu tlakovému napětí prut 19, a to ve fázi 3. Abychom mohli určit bezpečnost vůči meznímu stavu vzpěrné stability pomocí nominálního napětí z tabulky, je třeba spočítat hodnotu kritického napětí:

$$\sigma_{kr19} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_{19}^2} = 172,48\,MPa$$

Nyní již stačí porovnat kritickou hodnotu napětí s napětím nominálním, jež působí na daný prut. Bezpečnost je tedy:

$$k_v = \frac{\sigma_{kr19}}{\sigma_{19}} = \frac{172,48}{15,367} = 11,224$$

Bezpečnost při zatížení vlakem tedy klesla skoro na třetinu původní hodnoty, jež byla vypočítána u staticky určité úlohy, kde byla konstrukce zatížena pouze vlastní tíhou. I přesto je však bezpečnost dostatečně vysoká.

### 8.2.2 Staticky neurčitá úloha

Pro určení bezpečnosti při zatížení vlakem u staticky neurčité úlohy opět vycházíme z tabulky 6.2. Nejvíce zatíženým prutem je ve všech fázích přejezdu vlakové soupravy prut 20 uprostřed mostu. Znovu nejprve určíme kritickou hodnotu napětí:

$$\sigma_{kr20} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda_{20}^2} = 90,52 \text{ MPa}$$

Bezpečnost získáme obdobně jako dříve v této kapitole, tedy znovu použijeme vztah:

$$k_v = \frac{\sigma_{kr20}}{\sigma_{20}} = \frac{90,52}{68,85} = 1,31$$

Srovnáme-li výslednou bezpečnost s bezpečností, jež vyšla při zatížení pouze vlastní tíhou konstrukce, pozorujeme opět zhoršení. I zde tedy platí předpoklad, že při větším namáhání upravené konstrukce mostu dojde dříve k porušení vzpěrné stability než k dosažení mezního stavu pružnosti.

## 9 Závěr

Cílem této bakalářské práce byla napjatostně deformační analýza železničního mostu vedoucího přes řeku Morávku ve Starém Městě u Frýdku-Místku.

V první části práce byla provedena rešerše na danou problematiku. Byla tedy zpracována teorie, jež bylo nutné znát pro řešení jednotlivých částí bakalářské práce. Teorie byla tedy čerpána ze zdrojů, které obsahovaly informace zejména z oblasti statiky a pružnosti a pevnosti. Dále bylo třeba sehnat vstupní údaje k řešenému mostu. Technická dokumentace byla získána od Správy železniční dopravní cesty (SŽDC).

Výpočet se zabýval dvěma úlohami, a to variantou staticky určitou, jež odpovídá reálné konstrukci, a variantou staticky neurčitou, která vznikla úpravou původní konstrukce. Most byl nejprve zatížen pouze vlastní tíhou, a poté byly nasimulovány čtyři fáze projíždějící vlakové soupravy, abychom přiblížili namáhání konstrukce co nejvíce ke skutečným podmínkám.

V první fázi řešení, byl proveden analytický výpočet, k němuž napomáhal program Maple 17. U staticky určité úlohy došlo k největšímu průhybu uprostřed mostu, a to ve styčnicku F. Hodnota posuvu daného styčnicku ve svislém směru je  $11,547\text{ mm}$ . Největší nominální napětí působí v horní části mostu, konkrétně na pruty 32-35 a jedná se o zatížení tlakem. Jeho hodnota je  $19,170\text{ MPa}$  a byla využita k posouzení bezpečnosti vzhledem k meznímu stavu pružnosti. Koeficient bezpečnosti tedy vychází  $10,955$ .

V další fázi byla řešena staticky neurčitá úloha, jež vznikla přidáním obecné vazby doprostřed mostu, přesněji do styčnicku F, a šesti prutů do konstrukce mostu. Úloha se tedy stala 7x staticky neurčitou a k výpočtu bylo třeba sestavit sedm deformačních podmínek. Vlivem vlastní tíhy mostu došlo oproti staticky určité varianty k největším průhybům v horní části mostu, přesněji ve styčnicích O a Q. Hodnota maximálních posuvů daných styčnicků je  $2,710\text{ mm}$ . K maximálnímu napětí dochází u prutu 20, zatížení je tlakové a výrazně vyšší než u ostatních prutů staticky neurčité konstrukce. Hodnota tohoto napětí je  $42,265\text{ MPa}$ . Jelikož porostlo maximální napětí, došlo ke snížení bezpečnosti vůči meznímu stavu pružnosti. Její hodnota je nyní pouze  $4,967$ .

Při zatížení mostu vlakovou soupravou, se výsledky výpočtů značně zhoršily. U staticky určité varianty došlo k největším posuvům při průjezdu vlaku ve fázi 3. Průhyb ve styčnicku F se tedy zvětšil na  $20,49\text{ mm}$ . Největší napětí je dosaženo ve fázi 4 a to u prutu 13, jeho hodnota je  $34,169\text{ MPa}$  a jedná se o tahové zatížení. Bezpečnost se oproti zatížení pouze vlastní tíhou snížila na hodnotu  $6,146$ .

Působení vlaku zhoršilo výsledky také u staticky určité varianty. Maximální posuvy se během jednotlivých fází přesunovaly mezi různými styčnicemi, což se u staticky určité varianty nestalo. K největšímu průhybu nakonec dochází ve fázi 2 a to ve styčnicku H. Hodnota posuvu styčnicku je  $4,74\text{ mm}$ . Největší napětí stejně jako při zatížení vlastní tíhou působí na prut 20 a to ve všech fázích průjezdu vlaku. Maximální hodnota působícího napětí na tento prut nastává ve fázi 2, její hodnota je  $68,850\text{ MPa}$ , jedná se o tlakové zatížení. I zde bezpečnost klesla, a to na hodnotu  $3,05$ .

V další části bylo provedeno numerické řešení pomocí programu ANSYS Workbench, jež pracuje na principu metody konečných prvků. Dané situace byly v programu tedy vymodelovány a následně srovnány s výsledky analytického řešení.

K modelování bylo využito prvků LINK, jenž přenáší pouze tahové či tlakové zatížení. Výsledky všech modelů se shodovaly s výsledky z analytického řešení, což nám potvrdilo správnost postupu při výpočtech.

Poslední část zahrnuje kontrolu bezpečnosti všech modelů vzhledem k meznímu stavu vzpěrné stability. U staticky určité úlohy tato bezpečnost vychází velice vysoká, její hodnota je  $31,51$ . Avšak pokud dojde k přejezdu vlakové soupravy, bezpečnost klesá téměř na třetinu hodnoty při zatížení vlastní tíhou. Její hodnota je nyní tedy pouze  $11,224$ , ale i přesto je stále vyšší než bezpečnost k meznímu stavu pružnosti. U staticky neurčité varianty při zatížení vlastní tíhou je bezpečnost jen  $2,14$ . Tato bezpečnost ještě klesá při přejezdu vlakové soupravy, a to na hodnotu  $1,31$ .

Na závěr lze tedy z jednotlivých výsledků usoudit, že vhodnější konstrukcí pro reálné použití je původní prutová soustava. U upravené staticky neurčité varianty sice vychází menší průhyby mostu, avšak bezpečnosti k řešeným mezním stavům se oproti skutečné konstrukci značně snížily.

## Použité zdroje

[1] JANÍČEK, Přemysl, Emanuel ONDRÁČEK, Jan VRBKA a Jiří BURŠA. Mechanika těles: pružnost a pevnost I. 3. přepracované vydání. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2004.

[2] BURŠA, Jiří, Jana HORNÍKOVÁ, Přemysl JANÍČEK a Pavel ŠANDERA. Pružnost a pevnost [online]. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2003 [cit. 2018-05-15]. ISBN 80-7204-268-8. Dostupné z: < <http://beta.fme.vutbr.cz/cpp/> >

[3] FLORIAN, Zdeněk, Emanuel ONDRÁČEK a Karel PŘIKRYL. Mechanika těles: statika. 7. vydání. Brno: Akademické nakladatelství CERM, s.r.o. Brno, 2007. ISBN 978-80-214-3440-0.

[4] *Železniční trať Ostrava – Valašské Meziříčí* [online]. 2019 [cit. 2019-05-21]. Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/%C5%BDelezn%C4%8Dn%C3%AD\\_tra%C5%A5\\_Ostrava\\_%E2%80%93\\_Vala%C5%A1sk%C3%A9\\_Mezi%C5%99%C3%AD%C4%8D%C3%AD](https://cs.wikipedia.org/wiki/%C5%BDelezn%C4%8Dn%C3%AD_tra%C5%A5_Ostrava_%E2%80%93_Vala%C5%A1sk%C3%A9_Mezi%C5%99%C3%AD%C4%8D%C3%AD)

[5] *Motorové jednotky a vozy: Motorový vůz řady 843* [online]. 30.7.2015 [cit. 2019-05-21]. Dostupné z: [http://hobby.bastler.cz/motorovy-vuz-rady-843/?fbclid=IwAR2G-z5GxzNgExS6IkYsb543FABdmGkNDRZcox\\_Nunr57Qy1zii2k0ePcu0](http://hobby.bastler.cz/motorovy-vuz-rady-843/?fbclid=IwAR2G-z5GxzNgExS6IkYsb543FABdmGkNDRZcox_Nunr57Qy1zii2k0ePcu0)

[6] ZLÍNSKÝ, Zbyněk. *MOTOROVÉ VOZY NA NAŠICH KOLEJÍCH: ŘADA 843* [online]. 28.12.2007 [cit. 2019-05-21]. Dostupné z: [https://www.vlaky.net/zeleznice/spravy/002216-Motorove-vozy-na-nasich-kolejich-rada-843.asp?fbclid=IwAR1NgDzW6h\\_bLeALuRp-R-Z230Ze4IX-s5rhJ3VX3ayYb4D5rkShgM-Viuk](https://www.vlaky.net/zeleznice/spravy/002216-Motorove-vozy-na-nasich-kolejich-rada-843.asp?fbclid=IwAR1NgDzW6h_bLeALuRp-R-Z230Ze4IX-s5rhJ3VX3ayYb4D5rkShgM-Viuk)

[7] ZLÍNSKÝ, Zbyněk. *PŘÍPOJNÉ VOZY NA NAŠICH KOLEJÍCH: ŘADA 043* [online]. 6.1.2008 [cit. 2019-05-21]. Dostupné z: <https://www.vlaky.net/zeleznice/spravy/002231-Pripojne-vozy-na-nasich-kolejich-rada-043/>

## Seznam obrázků

<b>Obrázek 1.1</b> Železniční most přes řeku Morávku ve Starém městě u Frýdku-Místku.....	9
<b>Obrázek 3.1</b> Střednice a příčný průřez [2].....	11
<b>Obrázek 3.2</b> Staticky ekvivalentní náhrada zatížení působícího mimo střednici [2].....	11
<b>Obrázek 3.3</b> Prutová napjatost zobrazena na jednotkové krychli [2].....	12
<b>Obrázek 3.4</b> Plocha příčného průřezu [2].....	14
<b>Obrázek 3.5</b> Prut namáhaný tahem [2] .....	16
<b>Obrázek 3.6</b> Deformace prvku [2] .....	16
<b>Obrázek 3.7</b> Rozložení napětí v příčném průřezu [2] .....	17
<b>Obrázek 3.8</b> Uvolněný elementární prvek [2] .....	18
<b>Obrázek 3.9</b> Deformace pružná [2] .....	21
<b>Obrázek 3.10</b> Deformace plastická [2] .....	21
<b>Obrázek 3.11</b> Závislost průhybu na zatěžující síle [2] .....	22
<b>Obrázek 3.12</b> Hodnoty koeficientů $\alpha$ a $I_{red}$ při různých uloženích [2] .....	22
<b>Obrázek 3.13</b> Závislost tlakového napětí $\sigma_{kr}$ na štíhlosti $\lambda$ u houževnatého materiálu [2].....	23
<b>Obrázek 4.1</b> Železniční trať Ostrava – Valašské Meziříčí [4] .....	24
<b>Obrázek 4.2</b> Hlavní rozměry prutové soustavy.....	25
<b>Obrázek 4.3</b> Označení jednotlivých prutů a styčnicků.....	26
<b>Obrázek 4.4a-i</b> Příčné průřezy 1-37.....	26-27
<b>Obrázek 5.1a-t</b> Uvolnění styčnicků A-T.....	30-34
<b>Obrázek 5.2</b> Upravená staticky neurčitá prutová soustava.....	38
<b>Obrázek 5.3a-i</b> Uvolnění styčnicků B, D, H, J, M, O, Q, S, F.....	39-41
<b>Obrázek 6.1</b> Motorový vůz řady 843 [5] .....	45
<b>Obrázek 6.2</b> Fáze 1 - staticky určitá úloha.....	46
<b>Obrázek 6.3</b> Fáze 1 - staticky neurčitá úloha.....	46
<b>Obrázek 6.4</b> Fáze 2 - staticky určitá úloha.....	47
<b>Obrázek 6.5</b> Fáze 2 - staticky neurčitá úloha.....	47
<b>Obrázek 6.6</b> Fáze 3 - staticky určitá úloha.....	48
<b>Obrázek 6.7</b> Fáze 3 - staticky neurčitá úloha.....	48
<b>Obrázek 6.8</b> Fáze 4 - staticky určitá úloha.....	49
<b>Obrázek 6.9</b> Fáze 4 - staticky neurčitá úloha.....	49
<b>Obrázek 7.1</b> Průhyb mostu - staticky určitá varianta.....	53
<b>Obrázek 7.2</b> Napětí v prutech - staticky určitá varianta.....	53
<b>Obrázek 7.3</b> Průhyb mostu - staticky neurčitá varianta.....	54
<b>Obrázek 7.4</b> Napětí v prutech - staticky neurčitá varianta.....	54

## Seznam tabulek

<b>Tabulka 5.1</b> Základní vlastnosti prutů .....	28
<b>Tabulka 5.2</b> Tíhové síly působící na styčníky.....	29
<b>Tabulka 5.3</b> Normálové síly.....	35
<b>Tabulka 5.4</b> Zvětšené průřezy prutů.....	36
<b>Tabulka 5.5</b> Nominální napětí v prutech.....	36
<b>Tabulka 5.6</b> Posuvy styčniců.....	37
<b>Tabulka 5.7</b> Parametry přidaných prutů.....	38
<b>Tabulka 5.8</b> Nová zatížení styčniců.....	39
<b>Tabulka 5.9</b> Normálové síly.....	42-43
<b>Tabulka 5.10</b> Nominální napětí v prutech.....	43
<b>Tabulka 5.11</b> Posuvy styčniců.....	44
<b>Tabulka 6.1</b> Tíhové síly projíždějících vozů.....	46
<b>Tabulka 6.2</b> Srovnání nominálních napětí v prutech [MPa].....	50-51
<b>Tabulka 6.3</b> Srovnání průhybů při průjezdu vlaku.....	52
<b>Tabulka 8.1</b> Štíhlost prutů.....	55



## Seznam použitých symbolů

Symbol	Jednotka	Význam
$\gamma$	[-]	Střednice prutu, úhlové přetvoření
$\psi$	[-]	Příčný průřez
$\sigma$	[MPa]	Normálové napětí
$\tau$	[MPa]	Smykové napětí
$U_y, U_z$	[mm <sup>3</sup> ]	Lineární momenty
$J_y, J_z$	[mm <sup>4</sup> ]	Osové kvadratické momenty
$J_{yz}$	[mm <sup>4</sup> ]	Deviační kvadratický moment
$J_P$	[mm <sup>4</sup> ]	Polární kvadratický moment
$\varepsilon$	[-]	Délkové přetvoření
$W$	[J]	Energie napjatosti
$A$	[J]	Deformační práce
$\Lambda$	[Jm <sup>-3</sup> ]	Měrná energie napjatosti
$F$	[N]	Síla
$R_e$	[MPa]	Mez kluzu
$\alpha$	[-]	Koeficient uložení prutu
$k$	[-]	Koeficient bezpečnosti
$E$	[MPa]	Youngův modul pružnosti v tahu
$\lambda$	[-]	Štíhlost prutu
$S$	[mm <sup>2</sup> ]	Plocha příčného průřezu
$l$	[mm]	Délka
$u$	[mm]	Posuv

## Seznam příloh

	Název souboru	Popis
Příloha č. 1	stat.urc-nap.mw	Výpočet napětí staticky určité úlohy
Příloha č. 2	stat.urc-pruh.mw	Výpočet průhybu staticky určité úlohy
Příloha č. 3	stat.neurc-nap.mw	Výpočet napětí staticky neurčité úlohy
Příloha č. 4	stat.neurc-pruh.mw	Výpočet průhybu staticky neurčité úlohy
Příloha č. 5	vlak-nap-faze1.mw	Výpočet napětí stat. určité úlohy, fáze 1
Příloha č. 6	vlak-nap-faze2.mw	Výpočet napětí stat. určité úlohy, fáze 2
Příloha č. 7	vlak-nap-faze3.mw	Výpočet napětí stat. určité úlohy, fáze 3
Příloha č. 8	vlak-nap-faze4.mw	Výpočet napětí stat. určité úlohy, fáze 4
Příloha č. 9	vlak-pruh-faze1.mw	Výpočet průhybu st. určité úlohy, fáze 1
Příloha č. 10	vlak-pruh-faze2.mw	Výpočet průhybu st. určité úlohy, fáze 2
Příloha č. 11	vlak-pruh-faze3.mw	Výpočet průhybu st. určité úlohy, fáze 3
Příloha č. 12	vlak-pruh-faze4.mw	Výpočet průhybu st. určité úlohy, fáze 4
Příloha č. 13	stat.neurc-vlak-nap-faze1.mw	Výpočet napětí st. neurčité úlohy, fáze 1
Příloha č. 14	stat.neurc-vlak-nap-faze2.mw	Výpočet napětí st. neurčité úlohy, fáze 2
Příloha č. 15	stat.neurc-vlak-nap-faze3.mw	Výpočet napětí st. neurčité úlohy, fáze 3
Příloha č. 16	stat.neurc-vlak-nap-faze4.mw	Výpočet napětí st. neurčité úlohy, fáze 4
Příloha č. 17	stat.neurc-vlak-pruh-faze1.mw	Výpočet průhybu st. neurč. úlohy, fáze 1
Příloha č. 18	stat.neurc-vlak-pruh-faze2.mw	Výpočet průhybu st. neurč. úlohy, fáze 2
Příloha č. 19	stat.neurc-vlak-pruh-faze3.mw	Výpočet průhybu st. neurč. úlohy, fáze 3
Příloha č. 20	stat.neurc-vlak-pruh-faze4.mw	Výpočet průhybu st. neurč. úlohy, fáze 4
Příloha č. 21	most-num.reseni.wbpz	Numerická řešení všech řešených úloh