

Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra systémového inženýrství



Bakalářská práce

Využití modelů teorie front pro rozhodování

Jan Vaňous

© 2009 ČZU v Praze

!!!

**Místo této strany vložíte zadání bakalářské práce.
(Do jedné vazby originál a do druhé kopii)**

!!!

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci " Využití modelů teorie front pro rozhodování " jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce. Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne _____

Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval paní Ing. Ludmile Dömeové, CSc. za vedení
a poskytnuté odborné rady při tvorbě bakalářské práce.

Využití modelů teorie front pro rozhodování

Queuing Theory in Decision Making

Souhrn

Tato práce se zabývá možnostmi optimalizace front na vstupenky u veletržního areálu. První část práce se zabývá teoretickému popisu vazeb, základní charakteristice a možných metodách řešení systémů hromadné obsluhy.

Druhá část práce se zabývá aplikací teoretických poznatků na reálný případ optimalizace obslužných linek (prodejců vstupenek) z hlediska nákladového a z hlediska základních charakteristik.

Závěrečná část práce je věnována zhodnocení výsledků modelu i s možnými návrhy řešení.

Summary

This work deals with possibilities of optimizing the queue of the ticket selling in the Exhibition Centre.

The first part of work deals with the theoretical description of the links, the basic characteristics and possible methods of solving systems of queueing theory.

The second part of the work deals with the application of theoretical knowledge to real-case optimization service lines (ticket sellers) in terms of cost and in terms of basic characteristics.

Final part is devoted to the presentation and evaluation of model results with possible suggestions.

Klíčová slova: : Fronta, Intenzita vstupů, Intenzita obsluhy, Intenzita provozu, Režim fronty, Časová analýza.

Keywords: Queue, Intensity of input, Intensity of service, Intensity of operation, Regime of the queue, Time analysis

Obsah

1.	Úvod.....	7
2.	Cíl a metodika.....	8
3.	Literární rešerše	9
3.1.	Typy modelů hromadné obsluhy.....	10
3.2.	Základní pojmy teorie hromadné obsluhy	11
3.2.1.	Zdroj požadavků	11
3.2.2.	Příchod požadavků do systému	11
3.2.3.	Doba trvání obsluhy.....	11
3.2.4.	Režim fronty.....	12
3.2.5.	Chování ve frontě	12
3.2.6.	Počet a uspořádání obslužných linek	13
3.2.7.	Doba obsluhy.....	13
3.2.8.	Výstup z obsluhy	13
3.2.9.	Klasifikace modelů hromadné obsluhy.....	14
3.3.	Model M/M/1 s čekáním	15
3.3.1.	Vstup požadavků	15
3.3.1.1.	Elementární vstupní tok	15
3.3.1.2.	Poissonovo rozdělení počtu vstupů za jednotku času.....	17
3.3.1.3.	Exponenciální rozdělení intervalů mezi vstupy	18
3.3.2.	Obsluha	20
3.4.	Markovy systémy	20
3.4.1.	Intenzita provozu	20
4.	Popis modelové situace.....	21
4.1.	Charakteristika veletrhu	21
4.1.1.	Počet návštěvníků	22
4.1.2.	Počet vystavovatelů	22
4.1.3.	Prodaná výstavní plocha	22
4.1.4.	Počet zúčastněných států.....	23
4.1.5.	Druhy vstupenek.....	23
4.2.	Pražský veletržní areál Letňany	24
4.3.	Sběr vstupních dat	25
4.4.	Celková návštěvnost.....	25
5.	Aplikace modelu hromadné obsluhy, výpočet, porovnání.....	26
5.1.	Intenzita vstupu	26
5.2.	Intenzita obsluhy	27
5.3.	Výpočet základních charakteristik systému.....	28
5.4.	Časová analýza	31
5.5.	Nákladová analýza.....	32
6.	Závěr	33
7.	Seznam literatury.....	34

1. Úvod

Snad každý z nás se někdy ve svém životě setkal s nějakou frontou, fronty na úřadech, fronty v supermarketech, dopravní zácpy, nejinak je tomu i u front na výstavách. Odborně se teorii front říká také teorie hromadné obsluhy. První zmínky o ní pocházejí ze začátku 20. století konkrétně z roku 1909, kdy dánský inženýr Agner Erlang, který pracoval v telefonní ústředně. Potřeboval vymyslet postup, jak v jednom okamžiku umožnit hovor co největšímu počtu volajících účastníků.

Na následujících stránkách se budu věnovat zprvu teoretickému úvodu do problému a v druhé části budu aplikovat různé metody na konkrétní případ. V tomto konkrétním případě jde o výstavu For Arch 2008 pořádanou společností ABF. a.s., která je kombinací dvou druhů výstav a to prodejní (pro širokou veřejnost) a odborné, a která se každoročně potýká s velkým zájmem široké veřejnosti a z toho důvodu i front.

Teorie systémů hromadné obsluhy nabízí analytické řešení pro optimalizaci front a její celkový vliv na chod celé výstavy se započítáním nákladových faktorů.

2. Cíl a metodika

Cílem této práce je na praktickém příkladě demonstrovat reálné využití teorie front při rozhodování o zlepšení funkčnosti prodeje vstupenek, za účelem minimalizace vznikajících front.

Práce vychází z teoretické rešerše, na základě které se vypočítají základní charakteristiky systému pomocí analytické metody. Poté se systém propočte pro více kanálů obsluhy a bude se hledat takový stav, kdy systém nebude generovat fronty.

Práce je rozdělena na dvě části, teoretickou částí a praktickou částí. Teoretická část se zabývá teoretickým popisem různých modelů teorie front a praktická část se zabývá aplikací určitých modelů na reálnou situaci.

3. Literární rešerše

Se systémy *hromadné obsluhy* se setkáváme v reálném životě, a tedy i v ekonomické sféře, velmi často. Jedná se o systémy, ve kterých dochází k realizaci obsluhy požadavků, které do systému za účelem této obsluhy přicházejí. V systémech hromadné obsluhy se v zásadě vyskytují dva druhy realizace obsluhy, a jednak **obslužná zařízení**, která tuto obsluhu zabezpečují. Je samozřejmé, že *obslužné linky* mají většinou omezenou kapacitu obsluhy a stejně tak *požadavky* přicházejí do systému s různou intenzitou. V závislosti na vztahu těchto dvou veličin, kapacity obslužných zařízení a intenzity příchodů požadavků může docházet před obslužnými linkami k hromadění požadavků a, k vytváření **front**. Od toho je také odvozen alternativní název této disciplíny operačního výzkumu – **modely front**. Cílem při zkoumání systému hromadné obsluhy je často jejich analýza s ohledem na efektivní fungování celého systému, tzn. s ohledem na to, aby se před obslužnými linkami nevytvářely příliš velké fronty čekajících požadavků, a na druhé straně aby nedocházelo k neefektivním prostojeům při práci obslužných linek. V některých případech lze prostoje obslužných linek, jejich provoz nebo i čekání požadavků nákladově ohodnotit a v takových případech lze celý systém hromadné obsluhy optimalizovat vzhledem z celkovým nákladům, které souvisejí s jeho provozem. [3]

System	Obslužné linky	Požadavky
Banka	Úředníci u přepážky	Klienti
Nádraží	Pokladny	Cestující
Telefonní centrála	Telefonní linky	Volající
Lyžařské středisko	Vleky	lyžaři

Tabulka 1 – Ukázky systémů hromadné obsluhy

Tabulka podle [3] ilustruje pár příkladů, kde se můžeme s hromadnou obsluhou setkat.

3.1. Typy modelů hromadné obsluhy

Analytické – činnost systému se modeluje soustavou funkcí, nejčastěji soustavou integrálních a diferenciálních funkcí, ze kterých se odvozují vzorce pro výpočet základních charakteristik. Do těchto vzorců se dosazují parametry systému. Nevýhodou je, že analytické postupy jsou známe pouze pro jednoduché případy. Skutečné systémy bývají tak složité, že příslušné vztahy nelze obecně odvodit a je třeba použít simulační postupy. [2]

Simulační – procesy se modelují v příslušném počítačovém modelu a na základě získaných dat lze odvodit charakteristiky zkoumaného systému. [2]

Z hlediska počtu linek rozlišujeme podle [2]:

- **Systémy s konečným počtem linek**
- **Systémy s nekonečným počtem linek**

Z hlediska obsluhy rozlišujeme podle [2]:

- **Systémy s čekáním (*požadavek čeká na obsluhu, vytváří se fronta*)**
- **Systémy se ztrátami (*požadavek nečeká na obsluhu, opouští systém bez obsluhy a fronty se nevytváří*)**
- **Systémy smíšené**

3.2. Základní pojmy teorie hromadné obsluhy

3.2.1. *Zdroj požadavků*

Jednu z důležitých charakteristik při analýze systému hromadné obsluhy hrají zdroje požadavků. Rozlišují se na **konečné**(například malá výrobní hala s několika stroji na správu a údržbu) a **nekonečné**(například banka s několika tisíci klienty). [2]

3.2.2. *Příchod požadavků do systému*

Příchod požadavků do systému lze popsat buď pomocí **intenzitoupříchodů** (počet požadavků za časovou jednotku) nebo **intervalu mezi příchodu** $\lambda X_1, X_2, \dots$ (čas mezi dvěma po sobě jdoucími příchody). [2]

3.2.3. *Doba trvání obsluhy*

Může být *deterministická*(stále stejné trvání obsluhy) nebo *pravděpodobnostní*(doba trvání obsluhy je různá, pro popis se nejčastěji používá exponenciální rozdělení) [3]

3.2.4. *Režim fronty*

Je souhrn pravidel podle kterých vstupují jednotlivé požadavky do obsluhy.

Existuje pět základních druhů:

1. **FIFO(first in / first out)** je nejčastější způsob obsluhy.

Požadavek, který přišel jako první také jako první vstupuje do obsluhy. [4]

2. **LIFO(last in / first out)** je opačný režim fronty, požadavky které přišly jako poslední jsou obsluhovány jako první. Dříve se používal například pro zpracování dat. [4]

3. **SIRO(selection in random order)** je ryze náhodný přechod z fronty do obsluhy. [4]

4. **PRI(priority)** je vstup do obsluhy podle priority. Například vážná zranění v nemocnici mají přednost před všemi ostatními ve frontě. [4]

5. **Zpracovatelské dělení(processor sparing)** je dělení kapacit pro rychlejší obsluhu. Například procesory v počítačích dělí svůj výpočetní výkon na rychlejší zpracování požadavků. [1]

3.2.5. *Chování ve frontě*

Zákazníci mohou být buďto **trpěliví** a ochotní čekat ve frontě neomezeně dlouhou dobu nebo mohou být **netrpěliví** a pokud není v okamžiku jejich příchodu volný kanál obsluhy tak odejdou. Příkladem je třeba volání na zákaznickou linku, kdy zákazník zavěsí pokud se mu bude muset dlouho čekat, případně zkusí zavolat za chvíli. [2]

3.2.6. Počet a uspořádání obslužných linek

Systémy mohou mít různý počet stanic obsluhy, podle toho rozeznáváme systémy s jednou stanicí obsluhy a s více stanicemi obsluhy. Stanice mohou být řazeny vedle sebe tj. paralelně. Prvek je pak obsloužen pouze u jedné z těchto stanic a odchází z obsluhy. Při sériovém uspořádání je prvek postupně obsluhován v těchto stanicích a systém opustí až poté co je obsloužen v poslední z nich. U paralelního uspořádání vzniká fronta až tehdy, jsou-li obsazeny všechny kanály obsluhy. Naproti tomu u sériového uspořádání může fronta vznikat už při obsazení jedné stanice obsluhy. [4]

3.2.7. Doba obsluhy

Obvykle se předpokládá, že doba obsluhy je identická a nezávisle distribuovaná a že je nezávislá na době příchodu. Například doba obsluhy může mít deterministické nebo exponenciální rozdělení. Může také nastat situace, že doba obsluhy bude závislá na délce fronty. [4]

3.2.8. Výstup z obsluhy

Obslužné jednotky, které opouštějí kanál obsluhy vytvářejí tzv. **vystupující tok**. Tento tok může být vstupním tokem do jiného kanálu obsluhy. V uzavřených systémech je výstupní tok roven vstupnímu. [2]

3.2.9. Klasifikace modelů hromadné obsluhy

Modely hromadné obsluhy jsou klasifikovány podle jednotlivých základních charakteristik. Pro tuto klasifikaci se používá posloupnost šesti následujících symbolů podle [2]:

A/B/C/D/E/F

Symbol	Význam	Může obsahovat
A	Typ pravděpodobnostního rozdělení intervalů mezi vstupy požadavků do systému	M - exponenciální rozdělení intervalů mezi vstupy E_k - Erlangovo rozdělení intervalů mezi vstupy požadavků D - pravidelné vstupy požadavků G - obecný případ, jakéhokoliv rozdělení
B	Typ pravděpodobnostního rozdělení doby trvání obsluhy	M – exponenciální rozdělení E_k - Erlangovo rozdělení intervalů mezi vstupy požadavků D - pravidelné vstupy požadavků G - obecný případ, jakéhokoliv rozdělení trvání obsluhy
C	Počet paralelních obslužných linek	1,2,..(celé kladné číslo)
D	Kapacita systému hromadné obsluhy, tj. místa v obsluze a ve frontě	Celé kladné číslo, pokud není omezena užívá se symbol ∞
E	Početnost zdroje požadavků	Celé kladné číslo nebo ∞
F	Režim fronty	FIFO, LIFO, PRI, SIRO

Tabulka 2 – Kendallova tabulka

3.3. Model M/M/1 s čekáním

Symbolický zápis který značí, že v systému je jen jedna obslužná linka, intervaly mezi příchody požadavků lze popsat exponenciálním rozdělením s parametrem λ , doba trvání obsluhy je náhodná veličina s exponenciálním rozdělením s parametrem μ , neomezená kapacita systému a režim fronty FIFO. [2]

3.3.1. *Vstup požadavků*

Cílem jakékoliv obslužné soustavy je uspokojit požadavky na obsluhu. Proto je vstupní tok jedním z nejdůležitějších pojmů teorie hromadné obsluhy. Jsou to jednotky, které vstupují do kanálu obsluhy v určitém časovém intervalu. [2]

3.3.1.1. *Elementární vstupní tok*[2]

Elementárním nazýváme tok událostí, které mají následující vlastnosti:

1. Stacionárnost

Pro libovolné $t > 0$ a celé $k \geq 0$ pravděpodobnost, že za časový interval $\langle a, a+t \rangle$ nastane k událostí, je stejná pro všechna $a \geq 0$ a budeme ji označovat $P_k(t)$. Vzhledem k tomu, že nebudeme uvažovat jiné případy než takové, při nichž za konečný časový interval nastane s pravděpodobností jedna konečný počet událostí, bude platit pro libovolné t :

$$\sum_{k=0}^{\infty} P_k(t) = 1$$

Stacionárnost vstupního toku vyjadřuje jeho nezávislost na absolutním umístění na časové ose. V praxi je k dodržení tohoto předpokladu třeba často volit omezené časové období.

2. Beznáslednost(neexistence následných účinků)

Pravděpodobnost $P_k(t)$, že nastane k událostí za časový interval $\langle a, a+t \rangle$ nezávisí na sledu událostí od okamžiku a . Podmínkou beznáslednosti je vstup požadavků, které jsou na sobe nezávislé.

3. Ordinárnost

Požadavky musí přicházet jednotlivě, aby tato podmínka byla splněna musí být časový interval t nekonečně malý. Pravděpodobnost že v jednom okamžiku nastanou dvě události se rovná nule jen pokud je t nekonečně malý:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{P_{k(t)}}{t} = 0, k \geq 2.$$

Pravděpodobnost $P_k(t)$ můžeme vyjádřit:

$$P_k(t) = 1 - P_0(t) - P_1(t) = \sum_{k=2}^{\infty} P_k(t)$$

3.3.1.2. Poissonovo rozdělení počtu vstupů za jednotku času

Zbývá stanovit tvar funkce $P_k(t)$ a to vyhledáním distribučního zákona pro počet událostí za interval délky t . Tvar této funkce můžeme kromě λ odvodit z výše uvedených vlastností elementárního toku požadavků. [2]

Věta: „O elementárním toku požadavků“

Pro stacionární, beznásledný a ordinární vstupní tok požadavků je pravděpodobnost nastání k událostí za časový interval t , neboli počet událostí, které nastanou v elementárním vstupním toku za časový interval t je Poissonova náhodná proměnná s parametrem λt .

$$P_k(t) = \frac{(\lambda)^k e^{-\lambda t}}{k!}, \lambda > 0$$

Další charakteristikou je střední počet vstupů za časový interval, což je střední počet událostí, které nastanou v toku náhodných událostí za jednotku času, nazýváme ji intenzita toku.

$$\sum_{k=0}^{\infty} k \cdot P_k(t) = \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{(\lambda)^k e^{-\lambda t}}{k!} = e^{-\lambda t} \cdot \lambda t \cdot \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{(\lambda t)^{k-1}}{k(k-1)!} = \lambda t$$

Střední počet událostí za jednotku času se rovná λ . [2]

3.3.1.3. Exponenciální rozdělení intervalů mezi vstupy

Definice podle [2]:

Načítací proces $N\{N(t), t \geq 0\}$ se nazývá Poissonův proces i intenzitou λ , pokud intervaly X_1, X_2, \dots Mezi událostmi mají exponenciální charakter pravděpodobnostní rozdělení s distribuční funkcí

$$P\{X_n \leq t\} = 1 - e^{-\lambda t}$$

Časové intervaly mezi vstupy Poissonova procesu s parametrem λ mají exponenciální hustotu pravděpodobnosti $\lambda e^{-\lambda t}$.

V okamžiku vstupu jednotky je časový interval do vstupu další jednotky menší než t tehdy a jen tehdy, pokud v tomto intervalu nastane jeden nebo více vstupů. Pravděpodobnost jednoho nebo více vstupů a tudíž pravděpodobnost, že interval mezi vstupy bude menší nebo roven t je:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k e^{-\lambda t}}{k!} = 1 - e^{-\lambda t}$$

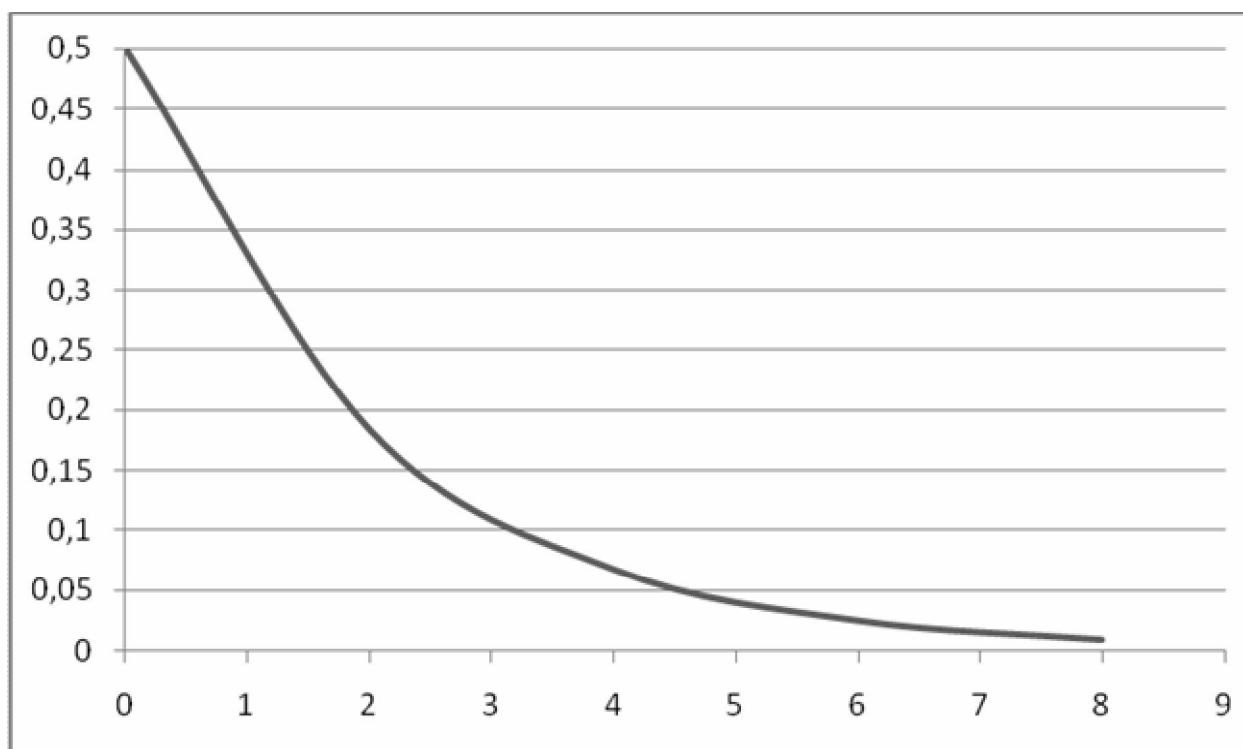
Výraz vpravo je kumulativní distribuce z nichž derivací podle t obdržíme hustotu pravděpodobnosti exponenciální náhodné proměnné:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}.$$

Střední hodnota exponenciální náhodné proměnné je rovna převrácené hodnotě parametru rozdělení.

Střední interval mezi dvěma událostmi je:

$$\bar{X}_N = \frac{1}{\lambda}.$$



čas

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \lambda = 0,5$$

Graf 1 – Graf hustoty pravděpodobnosti exponenciální náhodné proměnné[2]

Z grafu je vidět, že v elementárním toku událostí se nejčastěji vyskytují krátké intervaly, tj. požadavky mají tendenci vystupovat v krátkých intervalech. Tyto série jsou mezi sebou odděleny četnými, ale delšími přestávkami. [2]

3.3.2. *Obsluha*

Uvažujeme, že údaje o **trvání obsluhy** jsou nezávislé hodnoty náhodné proměnné, které mají stejné rozdělení pravděpodobnosti. **Kapacita obsluhy** je maximální počet požadavků, které mohou být obsluhovány současně. Pro m linek je kapacita rovna m . Další veličinou je **dostupnost obsluhy**, která podává údaje o dostupnosti. Pokud je obsluha volná, je systém plně dostupný. [2]

3.4. *Markovy systémy*

Pokud máme plně dostupný systém hromadné obsluhy s $m \geq 1$ do něhož vstupuje elementární tok požadavků s intenzitou λ . Další předpoklad je exponenciální rozdělení s parametrem μ . Lze dokázat, že se jedná o Markovův systém: v každém t je systém v určitém stavu, tj. ve frontě je určitý počet jednotek, obsazen určitý počet obslužných linek atp. [2]

3.4.1. *Intenzita provozu*

Tato hodnota udává současně pravděpodobnost, že požadavek, který do systému přijde, bude muset čekat na obsluhu ve frontě. [3]

4. Popis modelové situace

FOR ARCH - MEZINÁRODNÍ STAVEBNÍ VELETRH

Veletrh je tradičně s napětím očekávanou událostí v oboru stavebnictví. Za dobu své existence se vyprofiloval ve skutečně komplexní přehlídku všech stavebních oblastí i oborů přímo souvisejících a splňuje všechna kritéria prestižní veletržní akce. Pod pojmem FOR ARCH Praha si nejen odborná veřejnost vybaví široké spektrum nabídky výrobků, technologií a služeb ve stavebnictví.[5]

4.1. *Charakteristika veletrhu*

1. Největší stavební veletrh v Čechách s účastí zahraničních vystavovatelů
2. Stavební veletrh s nejdelší tradicí v ČR
3. Průřez všemi oblastmi stavebnictví (financování a realizace staveb, stavební řemesla a technologie, stavební materiály a výrobky, stavební stroje, stavební konstrukce, vybavení staveb a další)
4. Zastoupení investorů, developerů, výrobců, dodavatelů, řemeslníků a dalších z oborů souvisejících se stavebnictvím
5. Praktické ukázky stavebních řemesel
6. Odborný doprovodný program – konference, semináře, workshopy
7. Rozsáhlá mediální kampaň v České republice i v zahraničí
8. Odborné celostátní soutěže. [5]

4.1.1. Počet návštěvníků

Mezinárodní stavební veletrh FOR ARCH si stále drží status jedné z nejprestižnějších pražských veletržních akcí. Letos přivítal **87 347** návštěvníků, **24 609** dalších se zúčastnilo doprovodných programů. [5]

4.1.2. Počet vystavovatelů

Nejsledovanějším ukazatelem veletrhu je počet vystavujících firem.

Vystavovatelů a spoluvystavovatelů se letos představilo 1039.

V tomto počtu jsou zahrnuti též vystavovatelé nových, přidružených veletrhů:

FOR INVEST: 50, FOR ELEKTRO: 54, FOR WOOD: 27
vystavovatelů. [5]

4.1.3. Prodaná výstavní plocha

Neméně významným ukazatelem úspěšnosti veletrhu je prodaná výstavní plocha. Z celkem prodaných **25 033 m² čisté výstavní plochy**

, z toho FOR INVEST: 806, FOR ELEKTRO: 1 382, FOR WOOD: 664[5]

4.1.4. Počet zúčastněných států

FOR ARCH i letos potvrdil statut mezinárodního veletrhu. Na výstavišti zavlály vlajky 21 zemí.

(Belgie, Bělorusko, Bulharsko, Česká republika, Čína, Dánsko, Estonsko, Finsko, Hongkong, Chorvatsko, Maďarsko, Německo, Nizozemsko, Polsko, Rakousko, Rusko, Slovensko, Španělsko, Švédsko, Turecko, Ukrajina) .[5]

4.1.5. Druhy vstupenek

Na této výstavě se používalo 6 základních druhů vstupenek, a to:

- Plné: 150 Kč
- Zlevněné (registrace po internetu): 120 Kč
- Zlevněné (studenti, důchodci): 70 Kč
- Rodinná vstupenka (2 dospělí a min. jedno dítě do 15 let): 300 Kč
- Dětská vstupenka (do 15 let): 10 Kč
- Pro školy se seznamem studentů: 10 Kč
- Registrační vstupenka (výměna za čestné vstupenky): zdarma

- Parkovné osobní vozidlo 150 Kč
- Katalog veletrhu 100 Kč. [5]

4.2. Pražský veletržní areál Letňany

Pozemek areálu PVA zabírá plochu 105 tis. m². Současná krytá výstavní plocha pevných hal je 33.910 m². Dále je pak možno využít pro výstavní účely 6 tis. m² zpevněných ploch venkovních prostor.

V případě nutnosti a požadavků velkých veletrhů jsme schopni zvýšit krytou plochu areálu pomocí mobilních hal, umístěných uvnitř nebo i vně areálu o dalších 25 000 metrů výstavní plochy.

To je jedna z hlavních deviz výstaviště PVA Letňany, které je tímto způsobem velmi adaptabilní pro požadované velikosti veletrhů. [6]

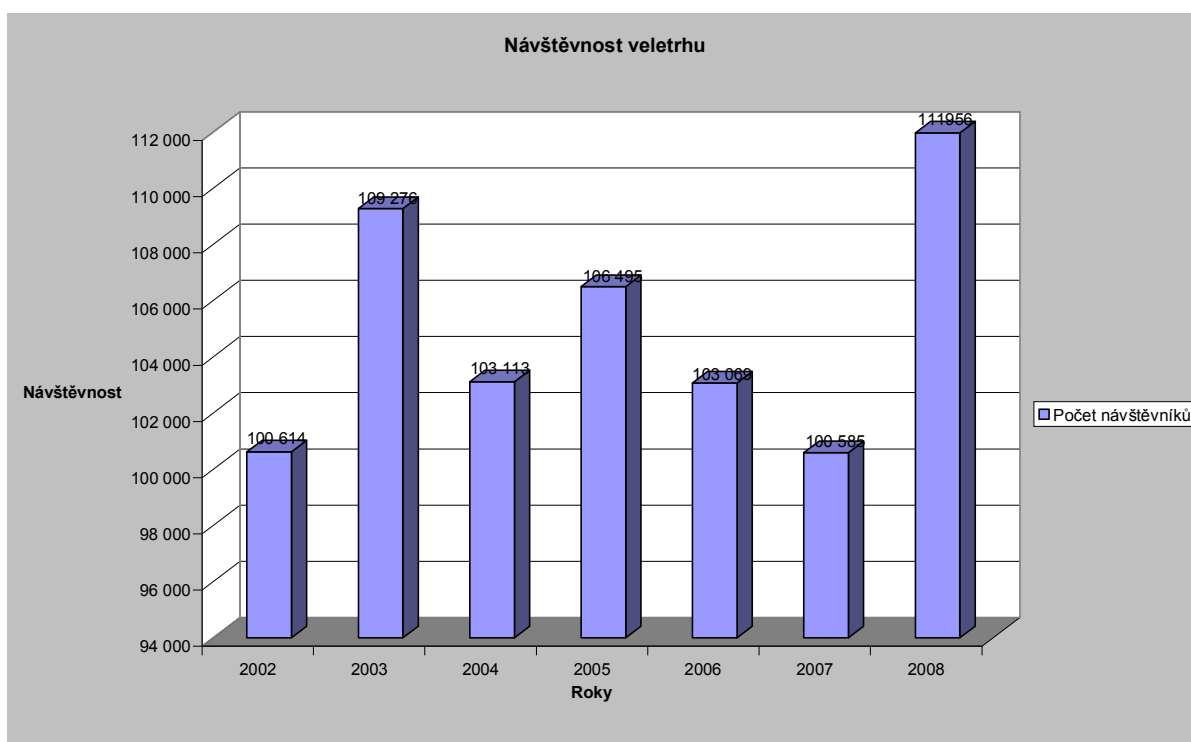


Obrázek 2 - Plán Pražského veletržního areálu

4.3. Sběr vstupních dat

Při mé práci pro tuto společnost jsem měl možnost být součástí příprav a následného spuštění této výstavy. Při sběru vstupních dat jsem vycházel jak z obecně přístupných dat, tak i z veřejně nepřístupných. Při mém pozorování několikrát vyšlo najevo, že pracovní vytížení bylo obrovské, ale i přesto se vytvářeli neúnosné fronty.

4.4. Celková návštěvnost



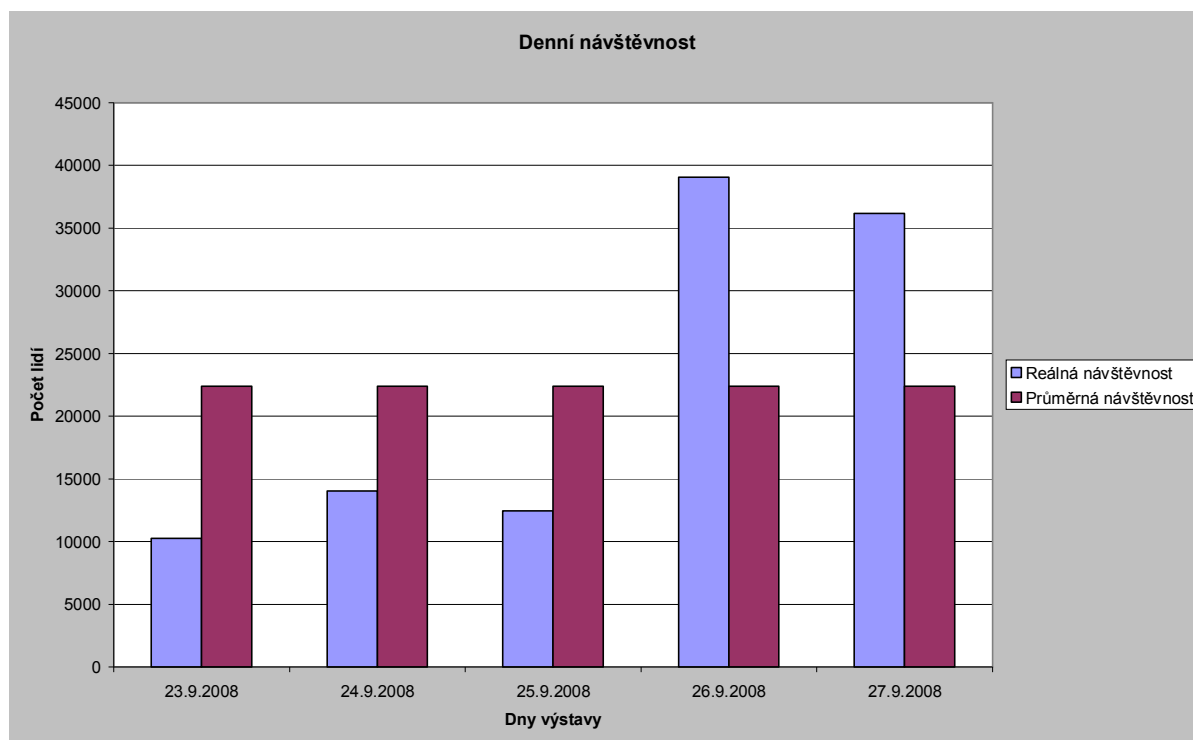
Graf 2 - Návštěvnost veletrhu

Z uvedené tabulky je patrné, že návštěvnost výstavy je v porovnání s ostatními výstavami této společnosti velmi vysoká, což zaručuje nejen vhodně volený obsah výstavy, ale také i velký zájem široké veřejnosti o akce s podobným obsahem.

5. Aplikace modelu hromadné obsluhy, výpočet, porovnání

5.1. Intenzita vstupu

Z následujícího grafu je patrné, že návštěvnost se mění z hlediska analýzy návštěvnosti během jednoho dne a během jednotlivých dnů.



Graf 3 - Denní návštěvnost

V následující tabulce č.3. je časový rozpis pracovní doby.

	Úterý	Středa	Čtvrtek	Pátek	Sobota	Σ
Datum	23.9.2008	24.9.2008	25.9.2008	26.9.2008	27.9.2008	/
Od - Do	10-18	10-18	10-18	10-18	10-16	/
Počet hodin	8	8	8	8	6	38

Tabulka 3 - Otevírací hodiny

Abychom dostali intenzitu vstupu návštěvníků výstavy λ . Pro výpočet použijeme hodnoty pro celkovou návštěvnost a celkový počet odpracovaných hodin.

Po dosazení $\frac{\text{lidé}}{\text{čas}} = \lambda$ se dostaneme k číslu 2946,211.

Intenzita vstupu je v systémech hromadné obsluhy chápána jako náhodný vstup požadavků s poissonovským rozdělením pravděpodobnosti. Tedy jednotky vstupují do systému v takovém časovém intervalu, který odpovídá exponenciálnímu rozdělení dob mezi příchody.

5.2. *Intenzita obsluhy*

Zpracování jednoho průměrného požadavku na vstupenku trvá prodejci 0,5 minuty. Obslužných linek (prodejců) je celkem 25. Nejprve se budu zabývat úlohou pro 20 obslužných linek až po 30 obslužných linek.

$\mu_1 \rightarrow$ Intenzita obsluhy pro jednu obslužnou linku. Výpočet provedeme pro počet obsloužených lidí za jednu hodinu, což je :

$$\frac{60}{0,5} = \underline{120} \rightarrow \text{z čehož vyplývá, že za 1 hodinu vyřídí jeden pokladní}$$

120 lidí; $\mu_1 = 120$.

Pro pět poklaní vychází intenzita obsluhy ($\mu = 5 * 120$) 600, což znamená, že 5 pokladních obslouží za 1 hodinu 600 lidí.

5.3. Výpočet základních charakteristik systému

Pro 20 prodejců

Zjistíme si stav pro případ, že chod systému bude zaručovat 20 prodejců vstupenek.

m → počet kanálu obsluhy je 20 (počet prodejců vstupenek)

λ → intenzita vstupu se rovná počtu nově příchozích požadavků na vstupenku za jednu hodinu. $\lambda = 2946,211$

ρ → intenzita provozu se rovná poměru mezi intenzitou vstupů a intenzitou

obsluhy, vyjadřuje vytíženost kanálů obsluhy. $\rho = \frac{2946,211}{2400} = 1,227588$

z čehož vyplívá, že $\rho > 1$ a fronta roste nad všechny meze.

Pro 25 prodejců

$\lambda \rightarrow$ intenzita vstupu se rovná počtu nově příchozích požadavků na vstupenku za jednu hodinu. $\lambda = 2946,211$

$\rho \rightarrow$ intenzita provozu se rovná poměru mezi intenzitou vstupů a intenzitou obsluhy, vyjadřuje vytíženost kanálů obsluhy. $\rho = \frac{2946,211}{3000} = 0,98207$

Pravděpodobnost, že v systému není žádná jednotka.

$$p_0 = \frac{1}{\frac{m^m \rho^m}{m!(1-\rho)} + \sum_{n=0}^{m-1} \frac{m^m \rho^n}{n!}} \quad p_0 = 0$$

Pravděpodobnost, že v systému není žádný zákazník je nulová.

Průměrný počet jednotek v systému (L).

$$L = p_0 \frac{m^m \rho^{m+1}}{m!(1-\rho)^2} \quad L = 66,6405$$

Průměrný počet jednotek ve frontě L_Q .

$$L_Q = p_0 \frac{m^m \rho^{m+1}}{m!(1-\rho)^2} \quad L_Q = 42,1060$$

Průměrná doba strávená požadavku v systému (T).

$$T = \frac{p_0}{\mu} \cdot \frac{m^m \rho^m}{m!(1-\rho)^2} + m \quad T = 1,3581 \text{ min}$$

Průměrná doba, kterou zákazník strávil v restauraci je přibližně 1,3 min.

Průměrná doba strávená požadavku ve frontě (T_Q).

$$T_Q = \frac{p_0}{\mu} \cdot \frac{m^m \rho^m}{m!(1-\rho)^2} \quad T_Q = 0,85812 \text{ min}$$

Průměrná doba, kterou zákazník strávil ve frontě je přibližně 0,9 min.

Pro 30 prodejců

Intenzita provozu	$\rho = 0,82$.
Pravděpodobnost, že v systému není žádná jednotka	$p_0 = 0$
Průměrný počet jednotek v systému	$L = 25,5109$.
Průměrný počet jednotek ve frontě	$L_Q = 0,9591$.
Průměrná doba strávená požadavku v systému	$T = 0,51954$ min
Průměrná doba strávená požadavku ve frontě	$T_Q = 0,01956$ min

Pro přehlednost máme v tabulce. č.4. vypočítané intenzity provozu pro různé počty kanálů obsluhy.

m	20	25	26	27	28	29	30	31
ρ	1,23	0,98	0,94	0,91	0,88	0,85	0,82	0,79

Tabulka 4 - Základní charakteristika systému

Z výše uvedené tabulky vyplývá, že až od zhruba 30-ti prodejců nebude systém generovat fronty, protože v reálném prostředí nelze dosáhnout intenzitu provozu přibližně 80% a to z důvodů různých faktorů jako například zákonné přestávky, přestávky na WC atp.

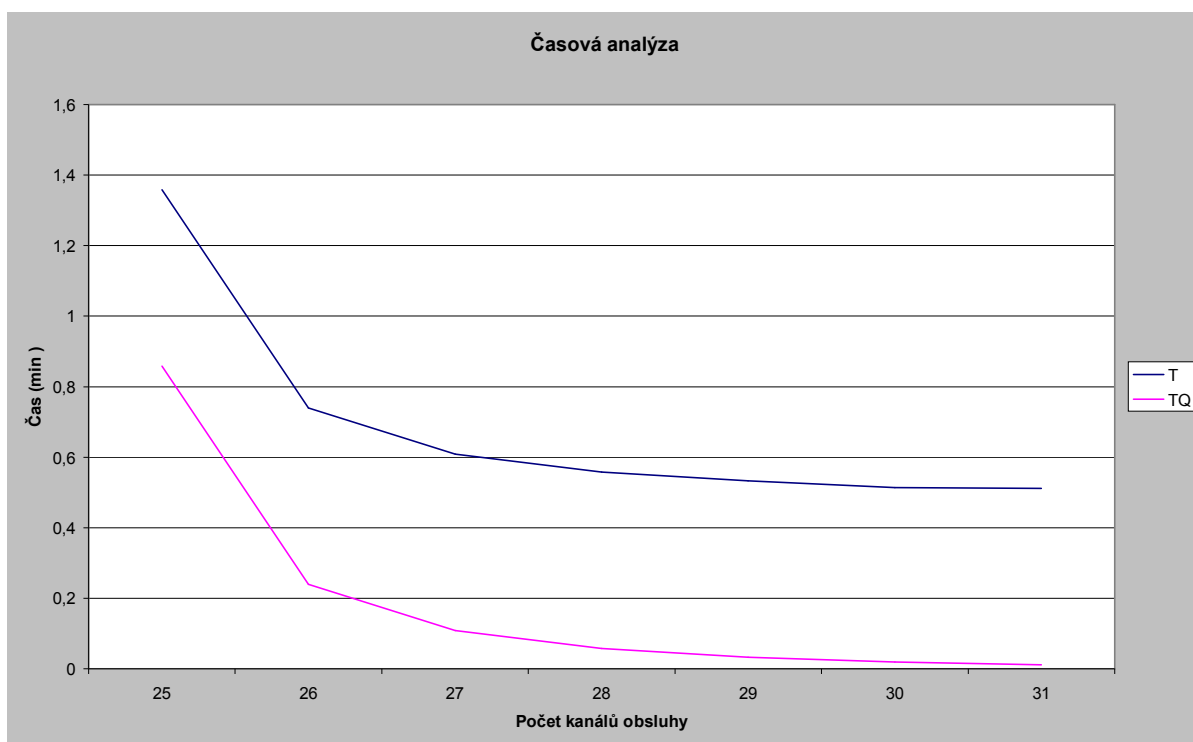
5.4. Časová analýza

Pro výpočet průměrné doby čekání v systému vypočteme průměrnou dobu strávenou v systému a průměrnou dobu strávenou ve frontě. Intenzita provozu dosahuje hodnoty $\rho > 1$ až při počtu 25 obslužných linek.

m	25	26	27	28	29	30	31
T	1,3581	0,73992	0,6084	0,55776	0,53304	0,51414	0,51174
T _Q	0,85812	0,23994	0,10836	0,05778	0,033	0,01956	0,0117

Tabulka 5 – Časová charakteristika

V následujícím grafu č. 4 je graficky znázorněna časová analýza systému ze kterého vyplývá, že při počtu 26-ti obslužných linek se výrazně zkracuje doba čekání ať už v systému nebo ve frontě.



Graf 1 - Časová analýza systému

5.5. Nákladová analýza

Aby bylo možné stanovit si náklady, tak si musíme ocenit náklady na jednotku ve frontě a také hodinou mzdu pracovníka pokladny.

Hodinovou mzdu pracovníka pokladny jsem si stanovil na 80 Kč/hod a náklady na jednu jednotku ve frontě na 120 Kč/hod. Žádné další náklady nevznikají protože máme možnost v podstatě nekonečné fronty a to díky rozlehlým prostorám.

m	25	26	27	28	29	30	31
L	66,641	36,33	29,874	27,3991	26,1736	25,5109	25,1277
LQ	42,106	11,78	5,3217	2,8363	1,6218	0,9591	0,5759
N	7052,7	3494	2798,6	2580,356	2514,616	2515,092	2549,108

Tabulka 6 - Analýza nákladů k délce fronty

Z této tabulky vyplývá, že vzhledem k nákladům bude nejlepší mít obsazeno 29 kanálů obsluhy, protože mají nejmenší náklady vzhledem k délce fronty.

6. Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo aplikování teoretických přístupů na reálný příklad výstavy For arch 2008.

Vypočtená data nám můžou sloužit pro rozhodnutí kolik nových obslužných linek (prodejců vstupenek) bychom měli zařadit do současného systému hromadné obsluhy. Nutnost zapracování je minimální a náklady na nového pracovníka nepřevyšují rozumnou mez profitu.

Pro srovnání uvádím souhrn vypočtených hodnot pro porovnání.

m	24	25	26	27	28	29	30
L	x	66,6405	36,3327	29,8735	27,3991	26,1736	25,5109
LQ	x	42,106	11,781	5,3217	2,8363	1,6218	0,9591
T	x	1,3581	0,74	0,6084	0,5578	0,533	0,5141
TQ	x	0,85812	0,24	0,1084	0,0578	0,033	0,0196
ρ	1,02	0,98	0,94	0,91	0,88	0,85	0,82
N	x	7052,7	3494	2798,6	2580,356	2514,616	2515,092

Tabulka 7 - Souhrné hodnoty

Z tabulky vyplývá, že systém s 24 linkami obsluhy bude generovat frontu, která jen poroste a nikdy se nevyčerpá. Možné řešení jsou:

- 1) přidat obslužnou linku
- 2) zvýšit obsluhu na 122,19 vstupenek/hod.

Vzhledem ke snadnosti zapracování nového pracovníka bych jako řešení tohoto problému zvolil možnost jedna, protože prodej 120 vstupenek/hod je horní hranice lidských možností a přetěžování by vedlo ke snížení efektivity. Pokud zohledníme nákladovou analýzu, tak by počet obslužných linek byl 29, protože zajišťují nejmenší náklady při reálné vytíženosti systému 85%.

7. Seznam literatury

- [1] ADAN, I, RESING, J. Queueing Theory [online]. [2002] [cit. 2009-01-17]. Dostupný z WWW: <<http://www.win.tue.nl/~iadan/queueing.pdf>>.
- [2] DÖMEOVÁ, L., BERÁNKOVÁ, M.: Systémy hromadné obsluhy I, ČZU PEF, Praha, 2004, ISBN 80-213-1193-2
- [3] JABLONSKÝ, J.: Operační výzkum, kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování, Profesional Publishing, Praha, ISBN 978-80-86946-44-3
- [4] MACEK, J, MAINZOVÁ , E. Základní metody operační analýzy. 1995. ISBN 55-077-95.
- [5] For Arch 2008 : 19. Mezinárodní stavební veletrh [online]. [2008] [cit. 2009-04-14]. Dostupný z WWW: <<http://www.forarch.cz/2008/cz/chavy.asp>>.
- [6] Pražský veletržní areál v Letňanech [online]. [2009] [cit. 2009-04-14]. Dostupný z WWW: <<http://www.pvaletnany.cz/o-nas/#Popis>>.