VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA PODNIKATELSKÁ
ÚSTAV INFORMATIKY

FACULTY OF BUSINESS AND MANAGEMENT
INSTITUTE OF INFORMATICS

ANALÝZA VYBRANÝCH DEMOGRAFICKÝCH A HOSPODÁRSKYCH UKAZOVATEĽOV MESTA HOLÍČ POMOCOU ČASOVÝCH RADOV

ANALYSIS OF SELECTED DEMOGRAPHIC AND ECONOMIC INDICATORS OF CITY HOLÍČ USING TIME SERIES

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE MARIÁN MATUŠKOVIČ
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE doc. RNDr. JIŘÍ KROPÁČ, CSc.
SUPERVISOR

BRNO 2012

Vysoké učení technické v Brně
Fakulta podnikatelská

Akademický rok: 2011/2012
Ústav informatiky

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Matuškovič Marián

Manažerská informatika (6209R021)

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách, Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně a Směrnicí děkana pro realizaci bakalářských a magisterských studijních programů zadává bakalářskou práci s názvem:

Analýza vybraných demografických a hospodárskych ukazovateľov mesta Holíč pomocou časových radov

v anglickém jazyce:

Analysis of Selected Demographic and Economic Indicators of City Holíč Using Time Series

Pokyny pro vypracování:

Úvod
Vymezení problému a cíle práce
Teoretická východiska práce
Analýza problému a současné situace
Vlastní návrhy řešení, přínos návrhů řešení
Závěr
Seznam použité literatury
Přílohy

Podle § 60 zákona č. 121/2000 Sb. (autorský zákon) v platném znění, je tato práce "Školním dílem". Využití této práce se řídí právním režimem autorského zákona. Citace povoluje Fakulta podnikatelská Vysokého učení technického v Brně.

Seznam odborné literatury:

CIPRA, T. Analýza časových řad s aplikacemi v ekonomii. Praha : SNTL, 1986. 248 s.
HINDLS, R, aj. Statistika pro ekonomy. 6. vyd. Praha : Professional Publishing, 2006. 415 s. ISBN 80-86419-99-1.
KOZÁK, J. aj. Úvod do analýzy ekonomických časových řad. 1. vyd. Praha : VŠE, 1994. 204 s. ISBN 80-7079-760-6.
KROPÁČ, J. Statistika B. 2. vyd. Brno : FP VUT, 2009. 151 s. ISBN 978-80-214-3295-6.

Vedoucí bakalářské práce: doc. RNDr. Jiří Kropáč, CSc.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2011/2012.

L.S.

Ing. Jiří Kříž, Ph.D. Ředitel ústavu	doc. RNDr. Anna Putnová, Ph.D., MBA Děkan fakulty

V Brně, dne 24.05.2012

Abstrakt

Táto bakalárska práca je zameraná na analýzu vybraných demografických a hospodárskych ukazovateľov mesta Holíč. Analyzuje demografický vývoj mesta, počet detí nastupujúcich do školských a predškolských zariadení v závislosti na počte narodených detí. Predpovedá, aký bude potrebný počet otvorených tried a vývoj vybraných nákladov mesta v rokoch 2013 a 2014. V bakalárskej práci sú použité metódy časových radov a regresnej analýzy.

Abstract

This thesis focuses on the analysis of selected demographic and economic indicators of city Holíč. It analyzes demographic evolution, the number of children signing schools and pre-schools facilities, depending on the number of births. It predicts how many the required number of open classes will be needed and evolution of selected costs of city in the year 2013 and 2014. Bachelor thesis contains theory of time series methods and regression analysis.

Kľúčové slová

Demografia, časové rady, predškolské a školské zariadenia, regresná analýza, hospodárske ukazovatele.

Key words

Demographic, time series methods, pre-schools and schools facilities, regression analysis, economic indicators.

Bibliografická citácia mojej práce

MATUŠKOVIČ, M. *Analýza vybraných demografických a hospodárskych ukazovateľov mesta Holíč pomocou časových radov.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta podnikatelská, 2012. 62 s. Vedúci bakalárskej práce doc. RNDr. Jiří Kropáč, CSc.

Čestné prehlásenie

Prehlasujem, že predložená bakalárska práca je pôvodná a spracoval som ju samostatne. Prehlasujem, že citácia použitých prameňov je úplná, že som v práci neporušil autorské práva (v zmysle zákona č. 121/2000 SB o právu autorskom a o právach súvisiacich s právom autorským).

V Brne dňa 28. mája 2012 …....

podpis

Poďakovanie

Týmto by som sa chcel poďakovať všetkým, ktorí mi poskytli informácie, cenné rady a praktické poučenia, najmä vedúcemu bakalárskej práce doc. RNDr. Jiřímu Kropáčovi, CSc., ďalej pracovníkom mestského úradu mesta Holíč za poskytnutie potrebných štatistických dát k spracovaniu tejto práce.

Úvod **9**

1 Ciele práce, metódy a postupy spracovania **10**

2 Teoretické východiská práce **11**

2.1 Demografia ako vedný obor 11

2.1.1 Objekt a predmet demografie 11
2.1.2 Demografické javy a procesy 12
2.1.3 Zdroje demografických údajov 13
2.1.4 Demografické dáta a ukazovatele 15
2.1.5 Demografické projekcie 16

2.2 Časové rady 17

2.2.1 Popisné charakteristiky časových radov 19
2.2.2 Dynamické charakteristiky časových radov 20
2.2.3 Dekompozícia časových radov 21
2.2.4 Popis trendu časových radov 22
2.2.5 Extrapolácia trendu v časovom rade 23

2.3 Regresná analýza 25

2.3.1 Voľba regresnej funkcie 26
2.3.2 Regresná priamka 27
2.3.3 Špeciálne nelinearizovateľné funkcie 28

3 Analýza problému a súčasného stavu **30**

3.1 Charakteristika Mesta Holíč 30

3.2 Analýza demografického vývoja obyvateľstva 31

3.2.1 Analýza poklesu počtu obyvateľov mesta Holíč 32
3.2.2 Prognóza vývoja počtu obyvateľov 37

3.3 Analýza počtu žiakov nastupujúcich do MS a ZŠ 40

3.3.1 Analýza závislosti počtu 3-ročných detí nastupujúcich do MŠ na počte narodených 40
3.3.2 Analýza závislosti počtu 6-ročných detí nastupujúcich do ZŠ na počte narodených 43

3.4 Analýza vybraných hospodárskych ukazovateľov mesta 47

3.4.1 Analýza nákladov spojených s odpadmi 47
3.4.2 Analýza nákladov verejnej správy za spotrebu el. energie 50

4 Vlastný návrh algoritmu pre analýzu a prognózu vývoja časových radov 53

Záver 57

Zoznam použitej literatúry 59

Zoznam obrázkov 61

Zoznam grafov 61

Zoznam tabuliek 61

Zoznam príloh 62

Úvod

Táto bakalárska práca sa zaoberá analýzou počtu obyvateľov, migračnej a prirodzenej obmeny so zameraním na analýzu počtu žiakov nastupujúcich do predškolských a školských zariadení v meste Holíč. Práca reaguje na súčasnú situáciu trendu celkového poklesu počtu obyvateľov. Zároveň s analýzou demografických ukazovateľov je súčasťou práce aj analýza vybraných hospodárskych ukazovateľov mesta Holíč a prognóza ďalšieho vývoja.

V teoretických východiskách práce sú vysvetlené základné pojmy z oblasti demografie, časových radov a regresnej analýzy, na ktoré naviaže následne praktická časť tejto práce. Z oblasti demografie sú vysvetlené najdôležitejšie poznatky nutné k pochopenie danej tematiky. Zároveň sú vysvetlené aj pojmy z oblasti regresnej analýzy a časových rád, potrebné k správnemu výberu regresnej funkcie a stanoveniu prognózy budúcich období. Metódy z týchto oblastí budú potrebné na vyvodenie záveru v praktickej časti práce.

Týmto úvodom do problematiky sa dostávame k analýze problému a následnému riešeniu samotných otázok ohľadne stanovenia prognózy vybraných ukazovateľov. Najprv, prevažne v číslach, je predstavené mesto Holíč a jeho základné charakteristiky potrebné k vysloveniu prognózy. Následne je práca zameraná na celkový demografický vývoj mesta, na demografický vývoj sledovanej skupiny, a na vývoj hospodárskych ukazovateľov, predovšetkým nákladov mesta Holíč.

Na základe získaných dát, ktoré budú usporiadané v časových radoch, bude vyslovená prognóza vývoja trendu vybraných demografických a hospodárskych ukazovateľov mesta Holíč.

Poslednou časťou tejto práce je návrh algoritmu slúžiaceho k analýze zadaného časového radu, výberu vhodnej regresnej funkcie a vytvoreniu prognózy vývoja budúcich období. Algoritmus bude slúžiť k zjednodušeniu práce s výpočtom regresných funkcií a vytváraním prognóz budúceho vývoja časových radov.

1 Ciele práce, metódy a postupy spracovania

Cieľom tejto práce je určenie prognózy počtu obyvateľov mesta, počtu detí, ktoré budú nastupovať do predškolských a školských zariadení v nasledujúcich rokoch, a zároveň určenie prognózy budúceho vývoja vybraných nákladov mesta Holíč. Tento cieľ bude dosiahnutý analýzou vybraných ukazovateľov z oblasti demografie a hospodárenia mesta. Analyzované budú nasledovné ukazovatele:

- Vývoj počtu obyvateľov mesta a prognóza jeho budúceho vývoja.
- Vývoj prirodzenej obmeny a migračného pohybu obyvateľstva, ako dôvod zmeny počtu obyvateľov.
- Vývoj pomeru narodených a 3-ročných detí a prognóza budúceho vývoja počtu 3-ročných detí nastupujúcich do predškolských zariadení.
- Vývoj pomeru narodených a 6-ročných detí a prognóza budúceho vývoja počtu 6-ročných detí nastupujúcich do školských zariadení.
- Vývoj nákladov mesta spojených s nakladaním s odpadmi a prognóza ich budúceho vývoja.
- Vývoj nákladov mesta za elektrickú energiu a prognóza ich budúceho vývoja.

Analýza bude spočívať v určení trendu časovej rady a následného preloženia tejto rady vhodnou regresnou funkciou. Pomocou tejto regresnej funkcie bude vypočítaná prognóza budúcich rokov. Analýza počtu 3 a 6-ročných detí bude spočívať v určení pomeru počtu narodených v určitom roku a počtu zapísaných detí do predškolských alebo školských zariadení o tri alebo šesť rokov neskôr. Z prognózy vývoja tohto pomeru sa určí pomocou počtu narodených predpokladaný počet 3 a 6-ročných detí nastupujúcich do predškolských a školských zariadení v budúcich rokoch.

Výsledné prognózy môžu byť nápomocné mestskému úradu mesta Holíč pri rozhodovaní o počtu potrebných otvorených tried a s tým spojených nákladov. Tým sa dosiahne efektívne naplnenie tried týchto predškolských a školských zariadení. Výsledné prognózy hospodárskych ukazovateľov môžu byť rovnako nápomocné mestskému úradu mesta Holíč pri rozhodovaní a schvaľovaní rozpočtu mesta pre budúce roky.

2 Teoretické východiská práce

2.1 Demografia ako vedný obor

Demografia je grécke slovo, znamenajúce doslova popis obyvateľstva (demos – ľud, obyvateľstvo, grafein – popisovať). V širšom význame sa však demografiou rozumie veda o obyvateľstve, populačná veda, alebo tiež populacionistika. (Srb, 1971, s. 7)

Termín demografia prvýkrát použil A. Guillard v roku 1855. Počiatky demografie však siahajú do polovice 17. storočia, kedy bola publikovaná práca J. Graunta, venovaná problémom úmrtnosti, založená na štatistickom spracovaní lístkov o úmrtí v meste Londýn. (Kalibová, Pavlík, Vodáková, 2009, s. 13)

2.1.1 Objekt a predmet demografie

Ako uvádza Srb (1971, s. 10) demografia je veda o obyvateľstve. Pretože je obyvateľstvo predovšetkým spoločenská, sociálna kategória, preto aj pri plnom rešpektovaní jeho biologickej stránky je demografia vedou spoločenskou. Obyvateľstvo, populácia, ako predmet skúmania, má rôzne javové stavy, dochádza uňho k pohybu, reprodukcii, k zmenám štruktúry, takže môžeme demografiu definovať ako spoločenskú vedu skúmajúcu počet, zloženie, vývoj a zákonitosti štruktúry a vývoja obyvateľstva.

Demografia je teda spoločenská veda, ktorej predmetom sú demografické javy a procesy, respektíve zákonitosti, ktorými sa tieto javy a procesy riadia. Demografické javy a procesy sú tie, ktoré súvisia s ľudskou reprodukciou, alebo presnejšie s reprodukciou ľudských populácií. (Roubíček, 1997, s. 15)

Ako bolo povedané, demografia skúma reprodukciu ľudských populácií. Tým sa líši od rady iných oborov, ktoré majú tiež za objekt svojho záujmu ľudské populácie. Predmetom jeho štúdia je obnova ľudských populácií rodením a vymieraním. Početný stav obyvateľstva priamo ovplyvňujú procesy pôrodnosti, úmrtnosti a migrácie. (Demografický informační portál, 2009)

„ Predmetom demografie je ľudská populácia v jej objeme, štruktúre a vývoji. Demografia je spoločenská veda, ktorá sa zaoberá skúmaním počtu obyvateľstva, jeho štruktúry, prirodzeného a mechanického pohybu obyvateľstva, jeho vývoja a vývojových zákonitostí na určitom území“. (Abrahám, 1991, s. 17)

Dva hlavné pojmy, ktoré je treba správne odlíšiť, sú obyvateľstvo a populácia. Obyvateľstvom sa rozumejú ľudia, ktorí žijú v určitom vymedzenom priestore, napríklad obyvatelia miest, štátov, a pod. Populáciou je označovaný súbor ľudí, ktorí prevádzajú demografickú reprodukciu. Tieto pojmy sa však môžu navzájom prelínať. Obyvateľstvo určitého štátu môže byť zložené z niekoľko populácií a naopak jedna populácia môže byť vďaka štátnym hraniciam rozdelená. (Roubíček, 1997, s. 26)

2.1.2 Demografické javy a procesy

Demografický jav, je životná udalosť bezprostredne súvisiaca s ľudskou reprodukciou. Ide o individuálnu udalosť v živote jedinca a znamená skutočný prechod z jedného stavu do druhého. Demografické udalosti sú podľa Štatistického úradu SR (2009) uzavretie manželstva, narodenie, potrat, úmrtie, rozvod a presťahovanie sa.

Každý demografický jav, ktorý je predmetom demografického sledovania alebo analýzy má svoj vecný, časový a priestorový rozmer. Preto ho treba jednoznačne určiť (Abrahám, 1991, s. 17-18):

- Vecným vymedzením – rozumieme jeho presnú a jednoznačnú definíciu. Napríklad pri vecnom vymedzení základného demografického pojmu populácia, je treba si uvedomiť, že ľudská spoločnosť je organizovaná do rôznych zoskupení. Okrem územných skupín (obec, okres, kraj, štát) existujú v konkrétnej populácii ďalšie skupiny ako rodina, domácnosť, atď. Zvláštnosťou demografie je, že vytvára ešte ďalšie umelé skupiny ako napríklad ženy v plodnom veku, produktívne obyvateľstvo, dojčatá a iné.
- Časovým vymedzením – možno rozdeliť na demografické javy, ktorých veľkosť záleží na dĺžke časového intervalu, za ktorý sledujeme, napr. počet narodení,

úmrtí, sobášov za rok, alebo inú časovú jednotku, a javy, ktoré je možné zisťovať k určitému, kritickému, okamihu, napr. počet obyvateľov.

- Priestorovým vymedzením – rozumieme určenie presných hraníc, v ktorých demografický jav sledujeme, napr. obec, kraj, štát.

Demografický proces znamená, že demografické udalosti sú evidované a sledované ako hromadné javy. prejavom demografického procesu je demografická udalosť. Demografické procesy sú podľa Štatistického úradu SR (2009) sobášnosť, pôrodnosť, potratovosť, úmrtnosť, rozvodovosť a migrácia.

2.1.3 Zdroje demografických údajov

Podľa pôvodu zdrojových údajov delíme zdroje demografických údajov na štatistické a neštatistické. Rozdiel je v tom, že za štatistické zdroje považujeme informácie, ktoré sú výsledkom zberu alebo spracovania štatistického orgánu. K najdôležitejším štatistickým zdrojom demografických údajov patrí podľa Abraháma (1991, s. 23-24):

- Sčítanie ľudu
- Vitálna štatistika (matrika)
- Migračná štatistika

Sčítanie ľudu

Sčítanie ľudu je plánovaná štatistická akcia zberu demografických dát, ktoré sú následne usporiadané a zhodnotené analýzami. Konajú sa v určitej dobe na celom území štátu a mali by zahrnúť všetky osoby daného štátu. Pri sčítaní sa zbierajú aj ekonomické a sociálne údaje. Prevádza sa buď metódou dotazovacou za pomoci sčítacích komisárov, alebo sčítaním vyplnením formulárov jednotlivými osobami. (Vystoupil, Tabarová, 2004, s. 32)

Vitálna štatistika (matrika)

Štátny evidenčný systém, obsahujúci evidenciu o osobnom stave fyzických osôb, ktoré sa narodili, uzavreli manželstvo alebo zomreli na území SR, a štátnych občanoch SR, ktorí sa narodili, uzavreli manželstvo alebo zomreli v cudzine. (Jurčová, 2005)

Migračná štatistika

Pramene migračnej štatistiky sú rôzne. Základným prameňom údajov o vnútornej migrácii sú prihlášky k trvalému pobytu občanov. Bežná evidencia sleduje počet sťahovaní v danom období, nie počet osôb, ktoré sa v danom období presťahovali. Rozdiel vyplýva z faktu, že osoby presťahované v určitom období sa nemuseli vždy sťahovať len jedenkrát, ale aj viackrát. Počet sťahovaní je preto obvykle väčší ako počet presťahovaných osôb. Sťahovaním sa pritom rozumie len zmena obce trvalého pobytu. (Roubíček, 1997, s. 51)

K týmto trom najdôležitejším štatistickým zdrojom demografických údajov je možné pridať ďalšie dve nemenej dôležité zdroje, a to populačný register a zvláštne zisťovanie.

Populačný register

Populačné registre sú najmladším prameňom informácií. Spočívajú v priebežnej registrácii obyvateľstva štátu. Registrácia prebieha buď formou registračných lístkov, alebo v dnešnej dobe častejšie pomocou výpočtovej techniky. Každý obyvateľ je do registra zaradený pod svojím rodným číslom už pri narodení a jeho údaju sú priebežne dopĺňané vybranými záznamami z evidencie prirodzeného pohybu a z evidencia sťahovania. Údaje sú taktiež kontrolované a aktualizované pri jednotlivých sčítaniach obyvateľstva. (Klufová, Poláková, 2010, s. 18)

Výberové zisťovanie

Zvláštne (výberové) zisťovania sa týkajú len vybraného súboru obyvateľstva. Zameriavajú sa hlavne na informácie, ktoré nie je potrebné zisťovať u všetkých obyvateľov. Umožňujú zber konkrétnych údajov, aj retrospektívnych, ale aj získanie informácií o názoroch alebo postojoch obyvateľstva na určité situácie. Z opakovane realizovaných zisťovaní majú veľký význam mikrocenzy. Tie slúžia na aktualizáciu niektorých údajov zo sčítania obyvateľstva, obzvlášť vo vzťahu k životnej úrovni obyvateľstva. Najčastejšie sa využívajú výberové zisťovania postojov obyvateľstva k vlastnej reprodukcii, napr. ideálny alebo chcený počet detí v rodine atď. (Klufová, Poláková, 2010, s. 18)

2.1.4 Demografické dáta a ukazovatele

Demografia sleduje, spracúva a zovšeobecňuje konkrétne demografické javy. Tieto javy sú zisťované individuálne, ale sú spracúvané v súboroch, ktoré tvorí populácia, alebo jej časť. Pri vytváraní týchto súborov nejde len o koncentráciu dát, ale je dôležité brať do úvahy aj veľkosť súboru a spôsob jeho vymedzenia. Predpokladom pre spracovanie a vyhodnotenie demografických javov a procesov je zaistenie kvalitnej dátovej základne. To si podľa Klufovej a Polákovej (2010, s. 32-33) vyžaduje:

- Presné definovanie javov – napr. živo narodené dieťa, ekonomicky aktívne obyvateľstvo.
- Registráciu v dobe bezprostredne po sledovanej udalosti – napr. narodenie, úmrtie.
- Zaistenie úplnosti dát o danom súbore – napr. vek všetkých obyvateľov.

Väčšina demografických ukazovateľov má povahu jednoduchých relatívnych ukazovateľov. Podľa povahy sú to buď ukazovatele štrukturálne (extenzitné) alebo intenzitné. Štrukturálne majú prevahu pri analýze statických javov, teda v analýze populačnej skladby. Intenzitné ukazovatele sa v širokej miere uplatňujú v analýze populačných procesov, teda v oblasti tzv. demografickej dynamiky. (Srb, Kučera, Růžička, 1971, s. 108-109)

Skorej uvedenými spôsobmi evidencie získavame základné dáta, ktoré sú výsledkom priameho pozorovanie alebo zisťovania. Avšak k hlbšiemu poznaniu podstaty demografických javov alebo procesov nie je možné dospieť len na základe základných dát. Preto je treba z nich vypočítať analytické dáta. (Abrahám, 1991, s. 31)

Podľa Klufovej a Polákovej (2010, s. 33) sa analytické dáta, základné demografické ukazovatele, delia do troch kategórií:

- Pomerové čísla extenzitné – vznikajú vydelením dvoch rovnorodých údajov. Tieto údaju musia byť v rovnakom časovom okamžiku a rovnakom územnom vymedzení. Výsledná hodnota býva často uvedená v percentách.

- Pomerové čísla intenzitné – vznikajú vydelením rôznorodých údajov, kde jednotky vyjadrené v menovateli sú nositeľom udalosti alebo javu vyjadreného v čitateli. Je to napr. počet narodených vydelený počtom obyvateľov.
- Indexy – vznikajú ako podiel dvoch absolútnych čísiel vymedzených rôzne časovo alebo priestorovo. Je to napr. index vývoja obyvateľov v roku 1961 a 1991.

2.1.5 Demografické projekcie

Zmyslom analýzy populačného vývoja nie je len poznanie minulých trendov plodnosti, úmrtnosti a iných javov, ale tiež aj ich určité zovšeobecnenie, ktoré umožňuje formulovať predpoklady vývoja do budúcnosti. Základom predpovedí je podrobná znalosť dlhodobého vývoja jednotlivých javov a súčasne aj podmienok, za ktorých prebiehal vývoj týchto javov. (Srb, Kučera, Růžička, 1971, s. 505)

Jednoduchšie typy populačných projekcií len analyzujú hlavné komponenty demografickej reprodukcie (úmrtnosti a pôrodnosti) a migrácie a predpokladajú zachovanie tejto úrovne, resp. trendu. Zložitejším prípadom populačných projekcií sú populačné prognózy, ktoré pozostávajú z dvoch krokov, a to formulácie hypotéz budúceho populačného vývoja na základe poznania súčasnej úrovne demografickej reprodukcie a obecných zákonitostí vývoja populačných systémov, a metodológie výpočtu. (Srb, Kučera, Růžička, 1971, s. 506)

Ako píšu Klufová a Poláková (2010, s. 250), demografické prognózy sa delia:

- Podľa stupňa regionálnej podrobnosti: na celosvetové, celoštátne, regionálne a mestské.
- Podľa obdobia, na ktoré sú počítané: na krátkodobé (menej ako 10 rokov), strednodobé (10-25 rokov) a dlhodobé (viac ako 25 rokov).

2.2 Časové rady

Časovým radom rozumieme postupnosť hodnôt určitého ukazovateľa usporiadaných z hľadiska času. Pritom vecná náplň ukazovateľa a jeho priestorové vymedzenie musí byť zhodné v celom sledovanom časovom úseku a hodnoty sledovaného ukazovateľa sa musia teda meniť len v dôsledku časových zmien. (Cyhelský, Kaňoková, Novák, 1986, s.265)

Obr. č. 1: Delenie časových radov (Zdroj Pacáková, 2003, s. 238)

Dlhodobé časové rady vznikajú zisťovaním hodnôt sledovaného ukazovateľa za ročné, alebo dlhšie, časové intervaly. Naopak krátkodobé časové rady sú zostavené z údajov, zistených za obdobia kratšie ako rok, teda za mesiace, štvrťroky, dni, hodiny a pod. (Pacáková, 2003, s.238)

Okamihové časové rady charakterizujú koľko javov, vecí, udalostí a pod. existuje v určitom časovom okamihu. Sú to napr. časové rady uvádzajúce počet obyvateľov. Ďalším typom časových radov sú intervalové časové rady, ktoré charakterizujú koľko javov, vecí, udalostí vzniklo či zaniklo v určitom časovom intervale. Sú to napr. časové rady popisujúce počet narodených, sobášov a pod. Zásadným rozdielom týchto dvoch typov časových radov je skutočnosť, že údaje intervalových časových radov je možné sčítať a tým vytvárať súčty za viaceré obdobia. Naproti tomu súčet okamihových časových radov nemá logický zmysel. (Kropáč, 2009, s.115)

Intervalové časové rady dávajú neskreslenú predstavu o vývoji sledovaných ukazovateľov len vtedy, keď sa všetky jej členy vzťahujú k rovnakým časovým intervalom. Intervalové ukazovatele sa sledujú za rôzne časové úseky. Skresľovanie v dôsledku nerovnako dlhých časových úsekov sa najciteľnejšie prejavuje na intervalových časových radách mesačných hodnôt, pretože najdlhší mesiac je o viacej ako 10% dlhší ako mesiac najkratší. U časových radov ročných hodnôt je toto skresľovanie zanedbateľné, pretože prestupné roky sú dlhšie o necelých 0,5%. (Cyhelský, Novák, 1967, s. 222)

Primárne časové rady sú také, v ktorých zisťujeme, resp. meriame ukazovatele priamo, napr. počet nezamestnaných ku koncu roku, stav zásob v kusoch ku koncu mesiaca a pod. Sekundárne časové rady obsahujú odvodené ukazovatele, ktoré získame najčastejšie (Pacáková, 2003, s. 242):

- rozdielom alebo podielom rôznych primárnych absolútnych (okamihových alebo intervalových) ukazovateľov,
- ako funkciu rôznych hodnôt toho istého primárneho ukazovateľa,
- ako funkciu dvoch alebo viacerých ukazovateľov.

Aj pri grafickom znázornení časových radov musíme rozlišovať ich druh. Ku grafickému zobrazovaniu okamihových časových radov sa najčastejšie používajú spojnicové grafy. Hodnoty ukazovateľov okamihových časových radov sa v tomto prípade nanášajú k zvolenému časovému okamihu. Intervalové časové rady sa najčastejšie graficky znázorňujú tromi spôsobmi (Cyhelský, Kaňoková, Novák, 1979, s. 279):

- Stĺpcové grafy, ktoré sú znázornené pomocou obdĺžnikov, ktorých veľkosť základne je rovná dĺžkam intervalov a výšky sú rovné hodnotám časového radu.
- Pruhové grafy, u ktorých sa hodnoty časového radu vynesú v strede intervalov ako úsečky.
- Spojnicové grafy, u ktorých sú hodnoty časového radu vynesené v stredoch príslušných intervalov ako body, ktoré sú následne spojené úsečkami.

2.2.1 Popisné charakteristiky časových radov

Pri časovom porovnaní ukazovateľov intervalových a okamihových časových radov je zaujímavá predovšetkým celková úroveň hodnôt ukazovateľov časového radu. Táto úroveň sa meria pomocou priemerov, ktoré umožňujú získať o časových radoch viacej informácií. (Cyhelský, Kaňoková, Novák, 1986, s.272)

Priemer hodnôt ukazovateľov intervalových časových radov sa počíta ako prostý aritmetický priemer hodnôt jednotlivých intervalov za predpokladu, že všetky intervaly sú rovnako dlhé. Keď označíme hodnoty intervalového ukazovateľa y_i, $i = 1, 2, \dots, n$, kde n je počet intervalov časového radu, tak priemernú hodnotu ukazovateľa intervalového časového radu vypočítame (Cyhelský, Kaňoková, Novák, 1979, s. 280):

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \tag{1.1}$$

Priemer ukazovateľov okamihových časových radov sa nazýva chronologický priemer. Keď označíme hodnoty okamihového ukazovateľa y_i, $i = 1, 2, \dots, n$, kde n je počet členov časového radu, tak priemernú hodnotu ukazovateľa okamihového časového radu vypočítame (Cyhelský, Kaňoková, Novák, 1986, s.274):

$$\bar{y} = \frac{1}{n-1}\left(\frac{y_1}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} y_i + \frac{y_n}{2}\right) \tag{1.2}$$

Je nutné si uvedomiť, že pomocou chronologického priemeru priemerné stavy okamihových ukazovateľov len odhadujeme za predpokladu lineárneho vývoja ukazovateľov medzi susednými okamihmi zisťovania. Odhady priemerného stavu okamihových ukazovateľov budú tým presnejšie, čím menšie budú intervaly medzi susednými intervalmi. (Cyhelský, Kaňoková, Novák, 1986, s.275)

2.2.2 Dynamické charakteristiky časových radov

Vývoj ukazovateľa časového radu najčastejšie posudzujeme medzi dvoma po sebe nasledujúcimi obdobiami, teda medziročne, medzimesačne a podobne pomocou jednoduchých mier dynamiky. (Pacáková, 2003, s.243)

Najjednoduchšia charakteristika popisu vývoja časového radu sú prvé diferencie. Vyjadrujú prírastky hodnôt časového radu, tzn. o koľko sa zmenila hodnota v určitom okamihu (obdobiu) oproti bezprostredne predchádzajúcemu okamihu (obdobiu). Označujú sa ${}_1d_i(y)$ a vypočítajú sa ako (Kropáč, 2009, s. 119):

$$ {}_1d_i(y) = y_i - y_{i-1}, \qquad i = 2, 3, \dots, n \tag{1.3} $$

Priemer prvých diferencií $\overline{{}_1d(y)}$ vyjadruje priemernú zmenu hodnoty časového radu. Vypočíta sa ako priemer celkovej zmeny prvých diferencií (Cyhelský, Kaňoková, Novák, 1986, s.276):

$$ \overline{{}_1d(y)} = \frac{y_n - y_1}{n - 1} \tag{1.4} $$

Rýchlosť rastu alebo poklesu hodnôt časového radu sa vyjadruje pomocou koeficientov rastu, ktoré vyjadrujú koľkokrát sa zvýšila alebo znížila hodnota časového radu v určitom okamihu (obdobiu) oproti bezprostredne predchádzajúcemu okamihu (obdobiu). Koeficienty rastu sa označujú $k_i(y)$ a vypočítajú sa ako (Kropáč, 2009, s. 119):

$$ k_i(y) = \frac{y_i}{y_{i-1}}, \qquad i = 2, 3, \dots, n \tag{1.5} $$

Priemer koeficientov rastu $\overline{k_\iota(y)}$ vyjadruje priemernú zmenu koeficientu rastu. Vypočíta sa ako geometrický priemer koeficientov rastu (Budíková, Králová, Maroš, 2010, s. 262):

$$ \overline{k(y)} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} \tag{1.6} $$

2.2.3 Dekompozícia časových radov

Vývoj časového radu je samozrejme ovplyvnený mnohými faktormi. Niektoré z nich môžu spôsobiť dočasné pohyby v časovom rade, iné majú zásadný vplyv na jeho trend. (Friedrich, Majovská, 2009, s.56)

Pri rozbore vývoja časových radov sú dôležité zákonitosti a pravidelnosti, ktoré sa vo vývoji hodnôt ukazovateľov časových radov prejavujú. Poznanie týchto pravidelností a zákonitostí je jedným z dôležitých predpokladov umožňujúcich plánovanie vývoja ukazovateľov časových radov. Skúmanie a popis vývoja týchto ukazovateľov je jedným z najdôležitejších úloh analýzy časových radov. (Cyhelský, Kaňoková, Novák, 1986, s.284)

Hodnoty časovej rady môžu byť rozložené na niekoľko zložiek. Pri aditívnej dekompozícii môžeme hodnoty časovej rady vyjadriť ako súčet zložiek (Kropáč, 2009, s. 122):

$$y_i = T_i + C_i + S_i + e_i, \qquad i = 1, 2, \dots, n \tag{1.7}$$

<u>*Trendová zložka T_i*</u> - trendom rozumieme hlavnú tendenciu (smer) dlhodobého vývoja hodnôt sledovaného ukazovateľa v čase. Trend môže byť rastúci alebo klesajúci. Keď sú hodnoty sledovaného časového radu v podstate na rovnakej úrovni v priebehu celého sledovaného obdobia a okolo tejto úrovne len kolíšu, potom hovoríme o časovom rade bez trendu nazývanom stacionárny časový rad. (Cyhelský, Kaňoková, Novák, 1986, s.284)

<u>*Cyklická zložka C_i*</u> – cyklickú zložku tvoria výkyvy okolo trendu, fluktuácie, ktoré nemusia byť nutne pravidelné a majú spravidla niekoľkoročnú periodicitu. (Giovannini, 2008, s. 56)

<u>*Sezónna zložka S_i*</u> – vyjadruje pravidelné periodické výkyvy hodnôt časového radu okolo trendu s dĺžkou periódy jeden rok. Sezónne výkyvy sa každoročne opakujú v určitom mesiaci alebo štvrťroku v dôsledku striedania ročných období alebo spoločenských zvyklostí. Sezónne výkyvy pozorujeme iba v krátkodobých časových radoch. (Pacáková, 2003, s.247)

Náhodná zložka e_i –vyjadruje nepravidelné výkyvy hodnôt časového radu okolo trendu, ktoré vznikajú v dôsledku pôsobenia náhodných ale nepredvídaných vplyvov. (Pacáková, 2003, s.247)

2.2.4 Popis trendu časových radov

Za účelom popisu trendu sa vykonáva vyrovnanie časových radov. Pozorovaný časový rad sa nahradzuje radom hypotetickým, ktorý charakterizuje vývoj skúmaného ukazovateľa za predpokladu, že nebol zaťažený náhodným kolísaním. Pozorované hodnoty sa nahradzujú hodnotami teoretickými, očistenými od náhodnej zložky. Pritom každá teoretická hodnota zodpovedá vždy určitej hodnote pozorovanej, takže vzniká rada dvojíc hodnôt, z ktorých jedna je hodnotou vyrovnávajúcou, druhá hodnotou vyrovnávanou. Je možné použiť 3 typy vyrovnania (Cyhelský, Novák, 1967, s. 234):

- Grafické vyrovnanie - spočíva v tom, že stredom bodov znázorňujúcich v pravouhlej súradnicovej sústave pozorované hodnoty časového radu sa preloží vyrovnávajúca čiara. Tento spôsob vyrovnania je síce veľmi rýchly, na druhej strane je však len približný a subjektívny.
- Mechanické vyrovnanie - spočíva v tom, že sa rad pozorovaných hodnôt nahradí radou priemerov. Každý z týchto priemerov sa vypočíta ako priemer vyrovnávanej hodnoty, čiže priemer určitého počtu hodnôt predchádzajúcich tejto hodnote a rovnakého počtu hodnôt nasledujúcich po tejto hodnote. Tieto priemery sa nazývajú kĺzavé priemery. Pri výpočte priemerov sa v rade pozorovaných hodnôt posunujeme (kĺžeme) stále o jedno miesto doprava. Prechodom od rady pozorovaných hodnôt k rade kĺzavých priemerov docielime toho, že dostávame rad hodnôt, v ktorom je viac alebo menej eliminované náhodné kolísanie a ktorý poskytuje lepšiu predstavu o trende než rad pôvodných hodnôt.
- Analytické vyrovnanie - spočíva vo vystihnutiu priebehu pozorovaného časového radu analytickou funkciou. U neperiodických časových radov, kde okrem trendu existuje iba náhodné kolísanie, sa analytickou funkciou popisuje trend pozorovaného radu. Analytické vyrovnanie je najpoužívanejším spôsobom

popisu trendu a neperiodických časových radov. Umožňuje veľmi jednoduché odhady budúceho vývoja, tzv. extrapoláciu časového radu, pri splnení príslušných podmienok.

Ako bolo už povedané, výber trendovej funkcie na základe grafického zobrazenia časového radu je do značnej miery ovplyvnený subjektívnym rozhodnutím analytika. Mieru subjektivity znížime, ak trendovú funkciu zvolíme na základe analýzy časového radu prvých diferencií ${}_1d_i(y)$ a koeficientov rastu $k_i(y)$ podľa nasledujúcich kritérií (Pacáková, 2003, s.269):

- Ak prvé diferencie, resp. absolútne prírastky kolíšu okolo nuly, volíme konštantný trend.
- Ak prvé diferencie, resp. absolútne prírastky kolíšu okolo nenulovej konštanty, volíme lineárny trend.
- Ak koeficienty rastu kolíšu okolo nenulovej konštanty, volíme exponenciálny trend.

2.2.5 Extrapolácia trendu v časovom rade

Výsledky štatistickej analýzy vývoja hodnôt ukazovateľov časového radu v minulosti využívame ako zdroj informácií (Pacáková, 2003, s.288):

- Popisného charakteru, pomocou ktorých získavame objektívnu (kvantitatívnu) predstavu o trende, sezónnosti, náhodnosti v časovom rade.
- Prognostického charakteru za predpokladu, že vývoj časového radu bude pokračovať podľa odhadnutého trendu aj v budúcnosti, a to bez kvalitatívnych zmien. Tento predpoklad dovoľuje určiť extrapolácie trendu od obdobia $t = T$, ktoré nazývame začiatok prognózovania, po obdobie $t = T + h$, pre $h = 1, 2, \dots, H$, pričom H je tzv. horizont prognózy. Je to počet období, pre ktoré prognózujeme hodnoty časového radu.

Analýza časových radov má teda za úlohu popísať pravidelnosti a zákonitosti, ktoré sa prejavujú vo vývoji hodnôt sledovaného ukazovateľa v období pozorovania. Takáto

analýza môže byť východiskom pre odhady budúceho vývoja hodnôt sledovaného ukazovateľa, tzn. pre prognózu. Odhady sú založené na štatistických metódach, ktoré pracujú s extrapoláciou hodnôt ukazovateľov časových radov. Predpokladom správnej predikcie v prípade extrapolácie trendu časovej rady je vhodná voľba trendovej funkcie, tzn. ako dobre zvolená funkcia vystihuje smer dlhodobého vývoja sledovaného ukazovateľa. Zároveň je treba aby časový rad bol dostatočne dlhý, aby závery o budúcom vývoji neboli založené na výkyvoch alebo odchýlkach od základnej vývojovej tendencie a aby neboli týmito odchýlkami príliš ovplyvnené. Počet členov radu v období pozorovania zároveň súvisí s tým, či chceme realizovať dlhodobé alebo krátkodobé prognózy. Ak máme k dispozícii malý počet členov rady z obdobia pozorovania, nie je možné oddeliť tendencie celkové od strednodobých, napr. časový rad, ktorý v dlhodobom vývoji vykazuje exponenciálny trend, môže v kratších obdobiach vykazovať trend lineárny. (Cyhelský, Kaňoková, Novák, 1986, s.322)

2.3 Regresná analýza

Regresná analýza predstavuje súhrn štatistických metód a postupov, slúžiacich na štúdium vzájomných vzťahov medzi dvoma (alebo viacerými) premennými, ktorých cieľom je predovšetkým odhad hodnôt závislej premennej. Premennú, ktorej závislosť od iných premenných zisťujeme, označujeme y a nazývame ju závislá premenná. Jej pozorovania vyjadrujeme symbolom y_i kde $i = 1, 2, \dots, n$ a n je počet pozorovaní vo výberovom súbore. Premenné, o ktorých predpokladáme, že vyvolávajú zmeny závislej premennej a pomocou ktorých odhadujeme hodnoty závislej premennej, nazývame vysvetľujúce (nezávislé) premenné a označujeme x . (Pacáková, 2003, s. 194)

Zmeny závislej premennej y, podmienené zmenami premennej x, sa môžu prezentovať graficky – bodovým diagramom. Bodový diagram prestavujú hodnoty so súradnicami $[x_i, y_i]$, kde x_i, y_i sú konkrétne hodnoty premenných x, y, zistené na i-tej štatistickej jednotke pre $i = 1, 2, \dots, n$. Grafické pole odráža základné črty tejto závislosti. Aby sme však mohli pristúpiť k odhadu hodnôt závislej premennej, musíme získať matematickú funkciu, ktorá bude čo najlepšie vystihovať polohu bodov $[x_i, y_i]$. Ak by všetky body ležali na priamke, respektíve krivke, ktorú možno vyjadriť istou matematickou funkciou, potom by bol medzi premennými vzťah exaktnej (úplnej) závislosti. (Pacáková, 2003, s. 195)

Avšak pôsobením rôznych náhodných vplyvov a neuvažovaných činiteľov, ktoré sú nazývané šum, nedostaneme pri opakovanom pozorovaní pri nastavenej hodnote premennej x rovnakú hodnotu závislej premennej y, ale obecne inú hodnotu. Keby sa pozorovanie opakovalo pri určitej hodnote premennej x, hodnoty závislej premennej y by boli rôzne. Závislosť medzi veličinami x a y je teda ovplyvnená šumom. Tento šum je náhodná veličina a vyjadruje vplyv náhodných a neuvažovaných činiteľov. Označuje sa e a predpokladá sa, že jej stredná hodnota je rovná nule, tj. $E(e) = 0$. Premenná y sa teda chová ako náhodná veličina Y. Pre vyjadrenie závislosti náhodnej veličiny Y a premennej x slúži podmienená stredná hodnota náhodnej veličiny Y pre hodnotu x, označená $E(Y|x)$ rovnajúca sa hodnote vhodne zvolenej funkcii označenej $\eta(x;\, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)$, kde sa funkcia $\eta(x)$ nazýva regresnou funkciou a parametre

$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ sa nazývajú regresné koeficienty. Ich vzájomný vzťah sa dá vyjadriť ako (Kropáč, 2009, s. 79):

$$E(Y|x) = \eta(x;\ \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p), \qquad p \geq 1 \tag{1.8}$$

2.3.1 Voľba regresnej funkcie

Jednou z úloh regresnej analýzy je aj posúdenie, či je zvolená regresná funkcia vhodná na vyrovnanie zadaných dát. Zisťuje sa ako tesne zvolená regresná funkcia prilieha k zadaným dátam, a zároveň ako dobre vystihuje predpokladanú závislosť medzi závislou a nezávislou premennou. (Kropáč, 2009, s. 102)

V prípadoch, kedy sa pre vyrovnanie zadaných dát používa viacej regresných funkcií, sa pre posúdenie toho, ktorá najlepšie prilieha k zadaným dátam používa reziduálny súčet štvorcov, ktorý charakterizuje stupeň rozptýlenia pozorovaných hodnôt závisle premennej okolo zvolenej regresnej funkcie. Tým pádom pomáha pri rozhodovaní, ktorý typ regresnej funkcie vystihuje priebeh závislosti lepšie, resp. horšie. Čím je jeho hodnota menšia, tým zvolená regresná funkcia lepšie prilieha k zadaným dátam časového radu. (Cyhelský, Kaňoková, Novák, 1986, s. 254)

Reziduálny súčet štvorcov sa označuje S_R a je rovný súčtu kvadrátov rezíduí $\hat{e}_i$, ktoré vyjadrujú odchýlky zadaných hodnôt od hodnôt regresnej funkcie. Vypočíta sa ako (Kropáč, 2009, s. 85):

$$S_R = \sum_{i=1}^{n} \left(y_i - \hat{\eta}_i(x_i)\right)^2 \tag{1.9}$$

Ďalšou charakteristikou k posúdeniu vhodnosti zvolenej regresnej funkcie je index determinácie, pomocou ktorého je možné posúdiť, ako dobre zvolená regresná funkcia vystihuje závislosť medzi závislou a nezávislou premennou. Index determinácie nadobúda hodnôt z intervalu $\langle 0, 1 \rangle$. Čím viacej sa hodnota determinácie blíži k hodnote 1, tým považujeme danú závislosť za silnejšiu a teda dobre vystihnutú zvolenou regresnou funkciou. Označuje sa I^2a vypočíta sa ako (Kropáč, 2009, s. 102):

$$I^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \hat{\eta}_i(x_i)\right)^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2} \tag{1.10}$$

2.3.2 Regresná priamka

Najjednoduchší prípad lineárnej regresnej funkcie je regresná priamka. Regresná funkcia $\eta(x)$ je vyjadrená priamkou v tvare (Kropáč, 2009, s.80):

$$\eta(x) = \beta_1 + \beta_2 x \tag{1.11}$$

Parameter β_1 regresnej priamky sa nazýva lokujúca konštanta a interpretuje sa ako teoretická priemerná hodnota závislej premennej y za predpokladu, že hodnota vysvetľujúcej (nezávislej) premennej x sa rovná nule. Parameter β_2 sa nazýva regresný koeficient. Je smernicou regresnej priamky a určuje, aký prírastok ($\beta_1 > 0$) alebo úbytok ($\beta_1 < 0$) strednej hodnoty závislej premennej y zodpovedá jednotkovému prírastku nezávisle premennej x. Regresný koeficient je nositeľom informácie o priebehu štatistickej závislosti. (Pacáková, 2003, s. 197)

Bodové odhady koeficientov β_1 a β_2 regresnej priamky pre zadané dvojice (x_i, y_i) sa označujú b_1 a b_2. Pre určenie týchto koeficientov sa používa metóda najmenších štvorcov. Táto metóda spočíva v hľadaní takých hodnôt, ktoré minimalizujú súčty kvadrátov odchýlok nameraných hodnôt y_i od hodnôt regresnej priamky η_i. Bodové odhady koeficientov β_1 a β_2 regresnej priamky sa vypočítajú ako (Kropáč, 2009, s.80):

$$b_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2}, \qquad b_1 = \bar{y} - b_2\bar{x}\ , \tag{1.12}$$

kde $\bar{x}$ a $\bar{y}$ sú výberové priemery:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i\,, \qquad \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \tag{1.13}$$

2.3.3 Špeciálne nelinearizovateľné funkcie

Okrem lineárnych regresných funkcií sa používajú aj nelineárne, ktoré sa vyznačujú už spomínaným kolísaním koeficientov rastu okolo nenulovej konštanty. Tri najčastejšie nelinearizovateľné funkcie sa nazývajú modifikovaný exponenciálny trend, logistický trend a Gompertzova krivka. Tieto funkcie sú často využívané v časových radoch popisujúcich demografické a ekonomické deje. Funkcie sú zadané nasledovne (Kropáč, 2009, s. 107):

$$\eta(x) = \beta_1 + \beta_2\beta_3^x, \qquad \eta(x) = \frac{1}{\beta_1 + \beta_2\beta_3^x}, \qquad \eta(x) = e^{\beta_1 + \beta_2\beta_3^x} \tag{1.14}$$

<u>*Modifikovaný exponenciálny trend*</u> – sa používa v prípadoch, kedy sa v priebehu dlhodobého vývoja ukazovateľa tempo rastu mení a s rastom členov radu sa blíži k určitej konštante, teda pre vyrovnanie časových radov, ktorých hodnoty spočiatku vykazujú rýchly rast, ktorý sa postupne spomaľuje sa dá očakávať, že hodnoty ukazovateľa neprekročia určitú hornú hranicu, tzv. hladinu nasýtenia. (Pacáková, 2003, s. 299)

<u>*Logistický trend*</u> – je zhora aj zdola ohraničený, obsahuje zároveň aj inflexiu, tzn. že sa v inflexnom bode mení priebeh krivky. Radí sa medzi tzv. S-krivky symetrické okolo inflexného bodu. (Kropáč, 2009, s. 107)

<u>*Gompertzova krivka*</u> – je rovnako ako logistický trend zhora aj zdola ohraničená a obsahuje inflexiu, narozdiel od neho sa ale radí medzi S-krivky nesymetrické okolo inflexného bodu, tzn. že väčšina hodnôt leží až za inflexným bodom. (Kropáč, 2009, s. 108)

Bodové odhady b_1, b_2, b_3 koeficientov β_1, β_2, β_3 uvedených špeciálnych nelinearizovateľných funkcií určíme pomocou vzorcov (1.15) až (1.17) (Kropáč, 2009, s. 108):

$$b_3 = \left[\frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1}\right]^{\frac{1}{mh}} \tag{1.15}$$

$$b_2 = (S_2 - S_1)\frac{b_3^h - 1}{b_3^{x_1}\left(b_3^{mh} - 1\right)^2} \tag{1.16}$$

$$b_1 = \frac{1}{m}\left[S_1 - b_2 b_3^{x_1}\frac{1 - b_3^{mh}}{1 - b_3^h}\right] \tag{1.17}$$

Výrazy S_1, S_2, S_3 sú súčty určené vzorcami:

$$S_1 = \sum_{i=1}^{m} y_i, \qquad S_2 = \sum_{i=m+1}^{2m} y_i, \qquad S_3 = \sum_{i=2m+1}^{3m} y_i \tag{1.18}$$

Predchádzajúce vzorce (1.15) až (1.18) platia len za určitých podmienok (Kropáč, 2009, s. 108):

- Zadaný počet n dvojíc hodnôt $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$ je násobkom troch, tzn. $3m = n$, kde m je prirodzené číslo. Hodnoty časového radu sú teda rozdelené do troch skupín o rovnakom počte m prvkov. Ak nie je počet prvkov n deliteľný tromi, vynechá sa príslušný počet počiatočných dát, pretože konečné dáta sú dôležitejšie pre budúci vývoj.
- Hodnoty x_i sú zadané v krokoch zachovávajúcich konštantnú vzdialenosť, ktoré majú dĺžku $h > 0$, tj. $x_i = x_1 + (i - 1)h$.
- Keď vyjde pri výpočtoch parametru b_3 záporné znamienko, v ďalších výpočtoch sa použije absolútna hodnota parametru b_3.
- Pri výpočte logistického trendu, resp. Gompertzovej krivky sa v súčtoch S_1, S_2, S_3 vo vzorci (1.18) namiesto hodnôt y_i použijú hodnoty $1/y_i$ pre logistický trend, resp. ich prirodzené logaritmy $\ln y_i$ pri použití Gompertzovej krivky.

3 Analýza problému a súčasného stavu

Pre zrozumiteľnosť a správne pochopenie analýz je potrebné sa oboznámiť so základnými demografickými charakteristikami mesta Holíč. Tieto informácie sú získané zo štatistických ročeniek a od zamestnancov mestského úradu mesta Holíč.

3.1 Charakteristika Mesta Holíč

Mesto Holíč leží na Západnom Slovensku v regióne Záhorie, 88 km severne od hlavného mesta Slovenskej republiky Bratislavy, v severnej časti Trnavského samosprávneho kraja. Administratívne je začlenené v okrese Skalica. Mesto leží na severnej hranici Slovenska s Českou republikou, je vstupnou bránou z Českej republiky na Slovensko prostredníctvom hraničného prechodu Holíč – Hodonín.

Mesto Holíč patrí rozlohou i počtom obyvateľov medzi malé mestá. Rozloha katastrálneho územia je 3482 ha. Mesto bolo v minulosti najvýznamnejším strediskom osídlenia v tejto lokalite, v 18. a 19. storočí malo postavenie ako intenzívne využívané cisárske sídlo. K 31.12.2011 bol počet obyvateľov mesta 10 992, čo nám dáva priemernú hustotu obyvateľstva 316 obyvateľov/km^2.

Počet obyvateľov mesta predproduktívneho veku klesá, podiel tejto skupiny obyvateľstva sa znížil z 24% na 15 % v období 1996 – 2006. Počet obyvateľov ekonomicky činnej skupiny obyvateľstva sa udržuje priemerne na úrovni 62 – 67%. Táto stagnácia je však ovplyvnená legislatívnymi zmenami, presnejšie predĺžením doby na dosiahnutie dôchodkového veku. Znižovanie počtu obyvateľov predproduktívnej skupiny a stagnácia ekonomicky činnej skupiny vyúsťuje v nárast podielu obyvateľstva poproduktívneho veku, z 14% na 17% v rovnakom období.

Indexom starnutia, ktorý predstavuje pomer osôb poproduktívneho veku k 100 osobám predproduktívneho veku, je zobrazené starnutie obyvateľstva mesta. V sledovanom období vzrástol index starnutia z hodnoty 82 v roku 2001, na hodnotu 139,03 v roku 2008. S indexom starnutia priamo súvisí aj priemerný vek obyvateľov mesta, ktorý sa

v sledovanom období rokov 2001 až 2008 zvýšil o 2,24 roku, z 36,09 na 38,33 rokov. Z oboch ukazovateľov jasne vyplýva, že obyvateľstvo mesta Holíč postupne starne.

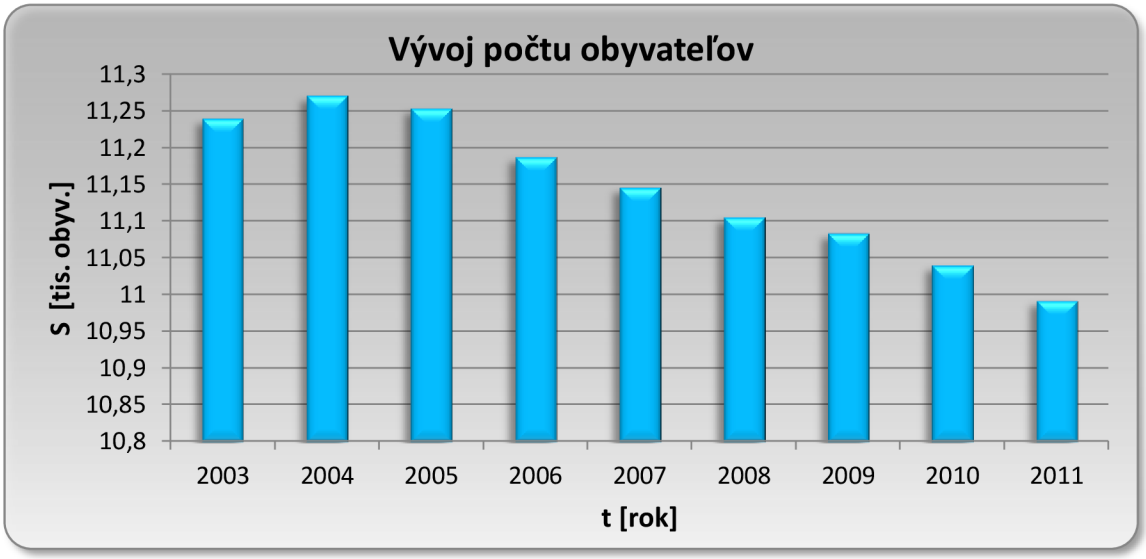
3.2 Analýza demografického vývoja obyvateľstva

Demografický vývoj mesta Holíč je zachytený v sledovanom období rokov 1990 až 2011. Toto sledované obdobie je príliš veľké na vyjadrenie trendu určitého ukazovateľa z dôvodov výkyvov, ktoré sú spôsobené rôznymi náhodnými vplyvmi, ktoré ovplyvnili vývoj v minulosti, ale nie je na nich závislý budúci vývoj. Preto sa bude v rôznych ukazovateľoch zakladať trend a predpoveď budúceho vývoja na období posledných 6 až 10 rokov.

V tab. č. 1 sú uvedené sledované údaje za obdobie posledných 9 po sebe idúcich rokov. Celá tabuľka, v ktorej je zachytený demografický vývoj v období rokov 1991-2011, sa nachádza v prílohe č. 1.

Tab. č. 1: Demografický vývoj mesta Holíč (Zdroj ročenka mesta Holíč, vlastné spracovanie)

Rok (t)	Stav obyvateľstva k 31.12 (S)	Počet narodených (N)	Počet zomretých (M)	Počet prisťahovaných (I)	Počet odsťahovaných (E)
2003	11240	112	92	235	185
2004	11271	93	105	236	197
2005	11254	96	106	203	210
2006	11188	80	96	140	193
2007	11146	91	105	179	212
2008	11106	110	115	147	173
2009	11084	116	103	97	116
2010	11040	111	105	131	190
2011	10992	90	110	144	172



Graf č. 1: Vývoj počtu obyvateľov v období 2003-2011 (Zdroj ročenka mesta Holíč, vlastné spracovanie)

Z dlhodobého hľadiska je zrejmé, že počet obyvateľov v sledovanom období klesá. V celom sledovanom období činí tento pokles 248 obyvateľov. Na začiatku kapitoly je na indexe starnutia viditeľný trend starnutia obyvateľstva mesta. Tento vývoj má vplyv nielen na počet obyvateľov, ale aj na počet narodených detí, a tým aj počet prihlásení detí do školských a predškolských zariadení. Keďže sa zmenšuje skupina ľudí v predproduktívnom veku, a skupina ľudí v produktívnom veku stagnuje len vplyvom legislatívnych zmien (predĺžením dôchodkového veku), dá sa predpovedať, že klesajúci vývoj počtu obyvateľov bude pokračovať aj v ďalších rokoch. Pokles obyvateľov je spôsobený dvomi faktormi, a to prirodzenou obmenou, a migračným pohybom. V ďalšej časti si teda uvedieme vývoj týchto faktorov v sledovanom období.

3.2.1 Analýza poklesu počtu obyvateľov mesta Holíč

V tejto kapitole si porovnáme vplyv prirodzenej obmeny a migračného pohybu na pokles počtu obyvateľov v sledovanom období.

Prirodzená obmena obyvateľstva

Prirodzený prírastok – je výsledkom konfrontácie pôrodnosti a úmrtnosti v kalendárnom roku. Prirodzený prírastok vzniká prebytkom narodených nad zomrelými, môže byť aj

úbytok a vtedy sa jedná o úbytok prirodzenou obmenou. Označuje sa PP a vypočíta sa ako (Kuna, 2010, s. 16):

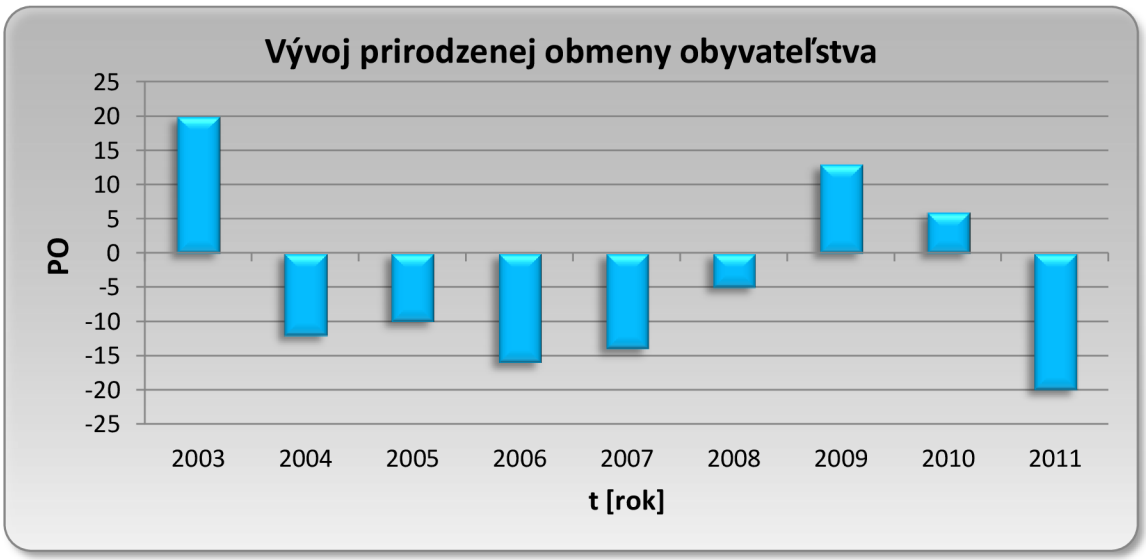
$$PP_t = N_t - M_t, \tag{1.19}$$

kde t je daný rok, N_t je počet narodených a M_t počet zomretých v kalendárnom roku t.

V tab. č. 2 sú uvedené sledované údaje za obdobie rokov 2003 - 2011. Celá tabuľka, v ktorej je zachytená prirodzená obmena obyvateľstva v období rokov 1991-2011, sa nachádza v prílohe č.1.

Tab. č. 2: Vývoj prirodzenej obmeny obyvateľstva mesta Holíč (Zdroj ročenka mesta Holíč, vlastné spracovanie)

Rok (t)	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Počet narodených (N)	112	93	96	80	91	110	116	111	90
Počet zomretých (M)	92	105	106	96	105	115	103	105	110
Prirodzený prírastok (PP)	20	-12	-10	-16	-14	-5	13	6	-20



Graf č. 2: Vývoj prirodzenej obmeny obyvateľstva v období 2003-2011 (Zdroj ročenka mesta Holíč, vlastné spracovanie)

Z výsledných hodnôt v tab. č. 2 a grafického znázornenia na grafe č. 2 je viditeľný vývoj prirodzenej obmeny obyvateľstva. Od roku 2004 nastal takmer vždy úbytok prirodzenou obmenou. Výnimkou sú len roky 2009 a 2010, kedy bol prirodzený prírastok kladný. Pokles úbytku v roku 2008 a následný prírastok v rokoch 2009 a 2010 sú ovplyvnené odovzdaním 80 ks nových nájomných bytov v roku 2007 v dvoch obytných domoch na Ulici Márie Terézie do užívania obyvateľom, kedy mali prednosť na pridelenie mladomanželia, ktorí tak mali dobré podmienky na založenie rodiny. Táto kapacita sa však skoro zaplnila, a v roku 2011 je už vidieť výrazný pokles počtu narodených, čo sa so zvyšujúcim počtom zomretých premietlo do výrazného úbytku obyvateľstva prirodzenou obmenou.

Migračný pohyb obyvateľstva

Migračný prírastok (Migračné saldo) – je výsledkom konfrontácie prisťahovaných (imigrantov) a odsťahovaných (emigrantov) v kalendárnom roku. Označuje sa MS a vypočíta sa ako (Klufová, Poláková, 2010, s. 217):

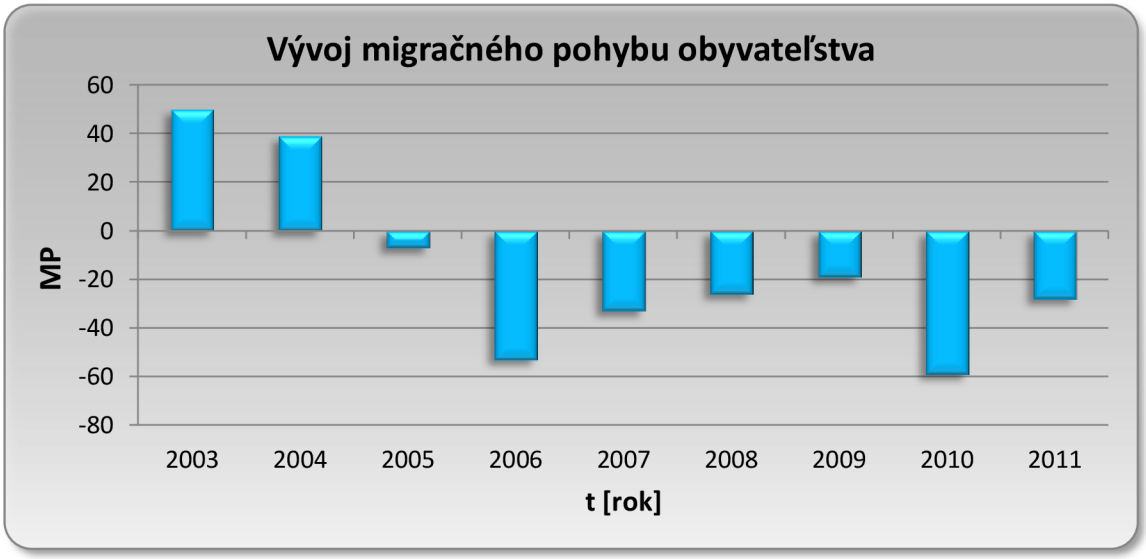
$$MS_t = I_t - E_t \,, \tag{1.20}$$

kde t je daný rok, I_t je počet prisťahovaných a E_t počet odsťahovaných v kalendárnom roku t.

V tab. č. 3 sú uvedené sledované údaje za obdobie rokov 2000 - 2011. Celá tabuľka, v ktorej je zachytený migračný pohyb obyvateľstva v období rokov 1991-2011, sa nachádza v prílohe č. 1.

Tab. č. 3: Migračný pohyb obyvateľstva mesta Holíč (Zdroj ročenka mesta Holíč, vlastné spracovanie)

Rok (t)	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Počet prisťahovaných (I)	235	236	203	140	179	147	97	131	144
Počet odsťahovaných (E)	185	197	210	193	212	173	116	190	172
Migračné saldo (MS)	50	39	-7	-53	-33	-26	-19	-59	-28



Graf č. 3: Vývoj migračného pohybu obyvateľstva v období 2003-2011 (Zdroj ročenka mesta Holíč, vlastné spracovanie)

Migračné saldo je v sledovanom období prevažne v záporných hodnotách, čo značí úbytok obyvateľov migráciou. Dôvodom týchto prevažne záporných hodnôt je podnikateľské prostredie a zamestnanosť v meste. V meste sú len dve spoločnosti, zamestnávajúce viacej ako 100 zamestnancov, Eissmann automotive a Horwich Sewing. Ostatné spoločnosti majú menej ako 50 zamestnancov. V meste teda chýba väčšia možnosť zamestnania a preto sa ľudia sťahujú z mesta za prácou. Tomuto trendu napomáha aj rozvoj priemyselného parku v susednom okresnom meste Skalica, kde sídlia priemyselné podniky poskytujúce mnohonásobne viacej pracovných pozícií. Kladné migračné saldo bolo len v rokoch 2003 a 2004. Toto kladné saldo bolo spôsobené práve vytvorením pobočky spoločnosti Eissmann automotive, ktorá poskytla približne 900 pracovných pozícií. Prísun obyvateľov sa však po roku 2004 spomalil, a migračné saldo sa zasa ocitlo v záporných hodnotách.

Celkový prírastok

Celkový prírastok – udáva celkovú zmenu stavu obyvateľstva v kalendárnom roku. Je výsledkom súčtu Prirodzeného prírastku a Migračného salda v danom kalendárnom roku. Označuje sa CP a vypočíta sa ako (Klufová, Poláková, 2010, s. 237):

$$CP_t = N_t - M_t + I_t - E_t \,, \qquad (1.21)$$

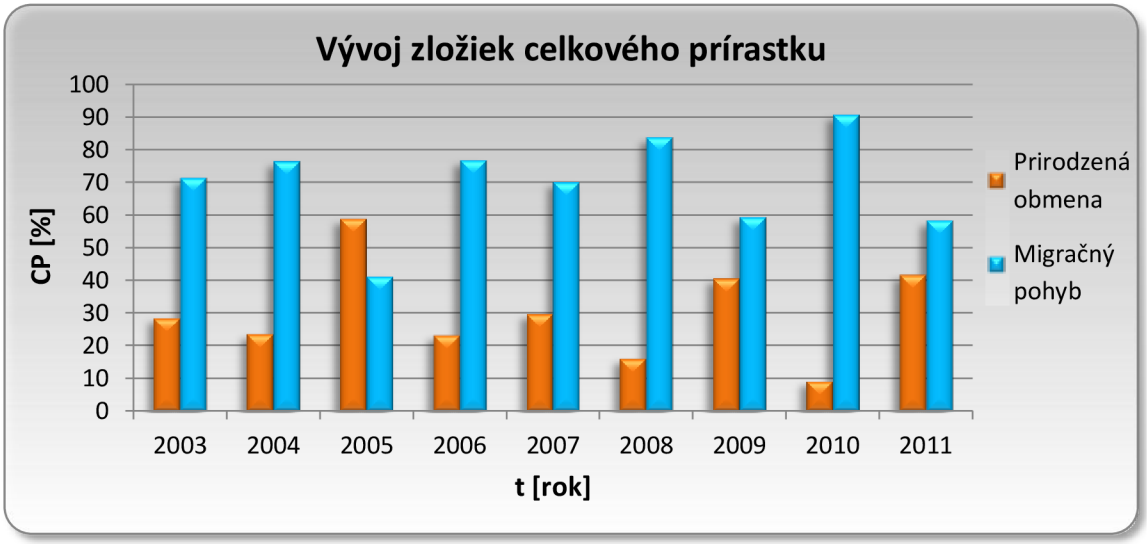
kde t je daný rok, N_t počet narodených, M_t počet zomretých, I_t počet prisťahovaných a E_t počet odsťahovaných v kalendárnom roku t.

V tab. č. 4 sú uvedené sledované údaje za obdobie rokov 2003 - 2011. Celá tabuľka, v ktorej je zachytené obdobie rokov 1991-2011, sa nachádza v prílohe č. 1.

Tab. č. 4: Celkový prírastok obyvateľstva mesta Holíč (Zdroj ročenka mesta Holíč, vlastné spracovanie)

Rok (t)	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Prirodzená obmena (PP)	20	-12	-10	-16	-14	-5	13	6	-20
Pomer prirodzenej obmeny na celkovom prírastku [%]	28,6	23,5	58,8	23,2	29,8	16,1	40,6	9,23	41,7
Migračný pohyb (MS)	50	39	-7	-53	-33	-26	-19	-59	-28
Pomer migračného pohybu na celkovom prírastku [%]	71,4	76,5	41,2	76,8	70,2	83,9	59,4	90,8	58,3
Celkový prírastok (CP)	70	27	-17	-69	-47	-31	-6	-53	-48

Ako bolo ukázané na analýze vývoja počtu obyvateľov, počet obyvateľov v sledovanom období klesá. Je teda jasné, že celkový prírastok bude odpovedať tomuto klesaniu. Preto bude prínosnejšie znázorniť, ako sa jednotlivé faktory tvoriace celkový prírastok, prirodzená obmena a migračný pohyb obyvateľstva, percentuálne podieľajú na veľkosti tohto celkového prírastku. Táto skutočnosť je číselne vyjadrená v tab. č. 4 a graficky v grafe č. 4.



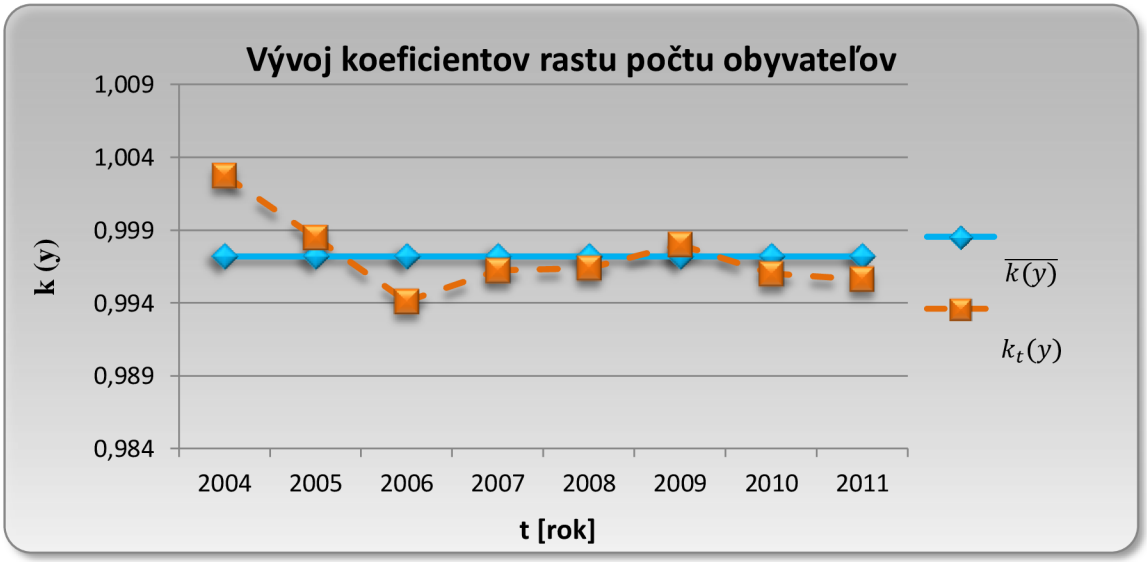
Graf č. 4: Percentuálne podiely zložiek celkového prírastku v období 2003-2011 (Zdroj ročenka mesta Holíč, vlastné spracovanie)

Z grafu je vidno, že hlavnou zložkou tvoriacou celkový prírastok mesta je migračný pohyb. V takmer všetkých sledovaných rokoch, okrem roku 2005, je migračný pohyb dominantnou zložkou a zmena počtu obyvateľov v celom sledovanom období je ovplyvnená z približne 70%-nej časti práve migráciou obyvateľov, pričom prirodzená obmena tvorí len 30%-nú časť. To znamená, že aj napriek starnutiu obyvateľstva a nárastu skupiny obyvateľov poproduktívneho veku, je znižovanie stavu obyvateľstva tvorené z hlavnej časti emigráciou obyvateľov z mesta Holíč.

3.2.2 Prognóza vývoja počtu obyvateľov

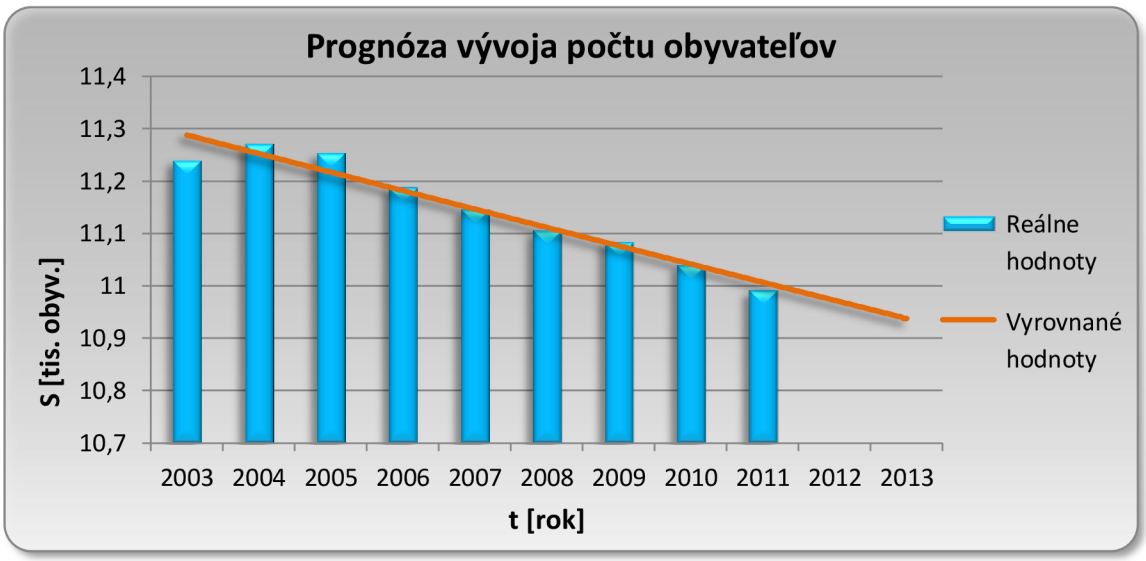
Z záverov je jasný klesajúci trend počtu obyvateľov mesta Holíč. Tento trend sa zdá bude pokračovať aj v budúcnosti, keďže obyvateľstvo mesta starne a zároveň sa nedá očakávať zvýšenie celkového prírastku. Dá sa teda predpokladať, že oba faktory celkového prírastku budú pokračovať v nastolenom trende aj v budúcnosti.

Prognóza vývoja trendu sledovaného časového radu bude určená na obdobie dvoch rokov, pretože prognóza pre dlhšie obdobie by nemusela byť dostatočne presná. Pre podloženie výberu regresnej funkcie vyrovnávajúcej sledovaný časový rad je vhodné uviesť vývoj základných charakteristík zvoleného časového radu.



Graf č. 5: Koeficienty rastu počtu obyvateľov (vlastné spracovanie)

Na grafe č. 5 je vidno, že koeficienty rastu časového radu kolíšu okolo konštanty. V kapitole 1.2.4 je uvedené, že takéto kolísanie okolo nenulovej konštanty značí použitie exponenciálnej funkcie pre vyrovnanie a stanovenie prognózy budúcich období. Pre vyrovnanie bude použitá jedna z funkcií, ktoré sú popísané v kapitole 1.3.3. V krátkom období sa v klesajúcom vývoji počtu obyvateľov nedá očakávať zmena trendu. Vybraná bude teda funkcia bez inflexie, tzn. modifikovaný exponenciálny trend.



Graf č. 6: Prognóza vývoja počtu obyvateľov (Zdroj ročenka mesta Holíč, vlastné spracovanie)

Prognózu počtu obyvateľov mesta Holíč v nasledujúcich dvoch rokoch vyjadruje rovnica modifikovaného exponenciálneho trendu, vypočítaná pomocou vzorcov (1.14)-(1.18):

$$\hat{\eta}(t) = -6457{,}33 + 17785{,}46 * 0{,}9980^{(t-2002)} \qquad (1.22)$$

Prognózy pre ďalšie roky získame dosadením do rovnice (1.22) kde dosadíme príslušnú hodnotu roku na miesto premennej t. Výsledky sú uvedené v tab. č. 5.

Tab. č. 5: Prognóza vývoja počtu obyvateľov (vlastné spracovanie)

Rok (t)	2012	2013
Prognóza počtu obyvateľov (S)	10967	10931

Pre overenie vhodnosti tejto regresnej funkcie vypočítame index determinácie podľa vzorca (1.11). $I^2 = 0{,}9985$, tzn. že vyrovnanie zadaného časového radu modifikovaným exponenciálnym trendom je vhodné.

Prognóza na ďalšie dva roky teda pokračuje v klesajúcom trende vývoja počtu obyvateľov, takže sa počet obyvateľov mesta bude ďalej znižovať. Za podmienok, že zostanú doterajšie podmienky zachované a zvolená funkcia dobre vystihuje trend, je podľa funkcie (1.23) prognóza počtu obyvateľov približne 10960 obyvateľov v roku 2012 a 10930 obyvateľov v roku 2013.

3.3 Analýza počtu žiakov nastupujúcich do MS a ZŠ

Nasledujúca kapitola má za ciel stanoviť prognózu počtu žiakov nastupujúcich do školských a predškolských zariadení. Prognóza týchto počtov žiakov bude založená na pomere počtu žiakov nastupujúcich do týchto zariadení k počtu narodených detí pred tromi alebo šiestimi rokmi, podľa typu školského zariadenia. Podľa vývoja tohto ukazovateľa bude stanovená prognóza samotného počtu nastupujúcich detí, na základe vývoja získaného pomeru a znalosti počtu narodených detí. Od týchto počtov žiakov sa priamo odvíja počet tried, ktoré bude potrebné otvoriť a náklady s tým spojené.

3.3.1 Analýza závislosti počtu 3-ročných detí nastupujúcich do MŠ na počte narodených

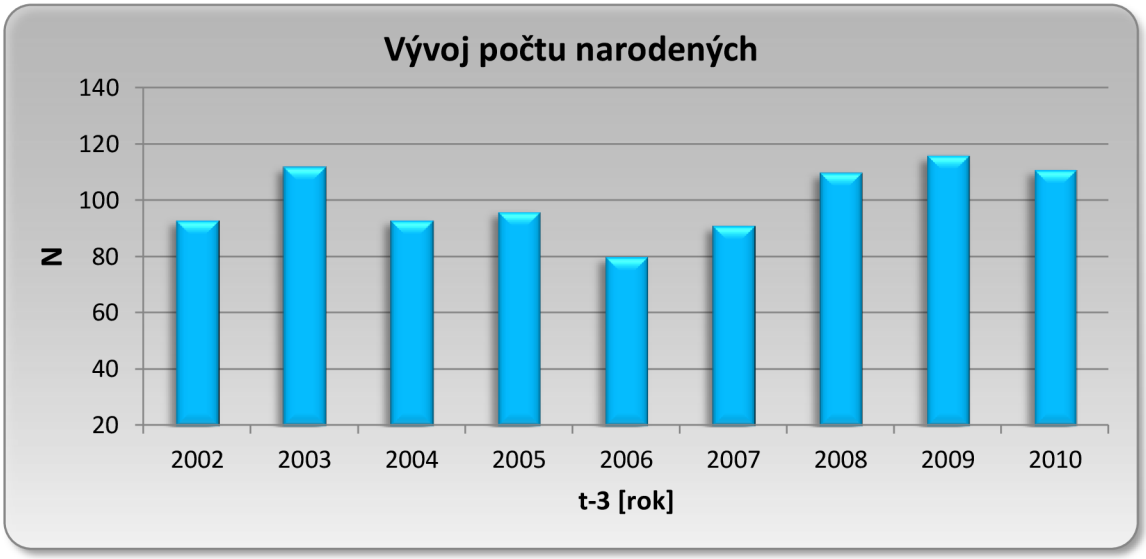
Prognózu počtu 3-ročných detí nastupujúcich do materskej školy založíme na pomere medzi počtom 3-ročných detí nastupujúcich do MŠ, a počtom detí, ktoré sa narodili pred tromi rokmi. Tento pomer označíme ako koeficient u a vypočíta sa ako:

$$u_t = \frac{m_t}{N_{t-3}}, \tag{1.23}$$

kde t je daný rok, N_{t-3} je počet narodených v kalendárnom roku $t-3$ a m_t je počet detí nastúpených do materských škôl v roku t.

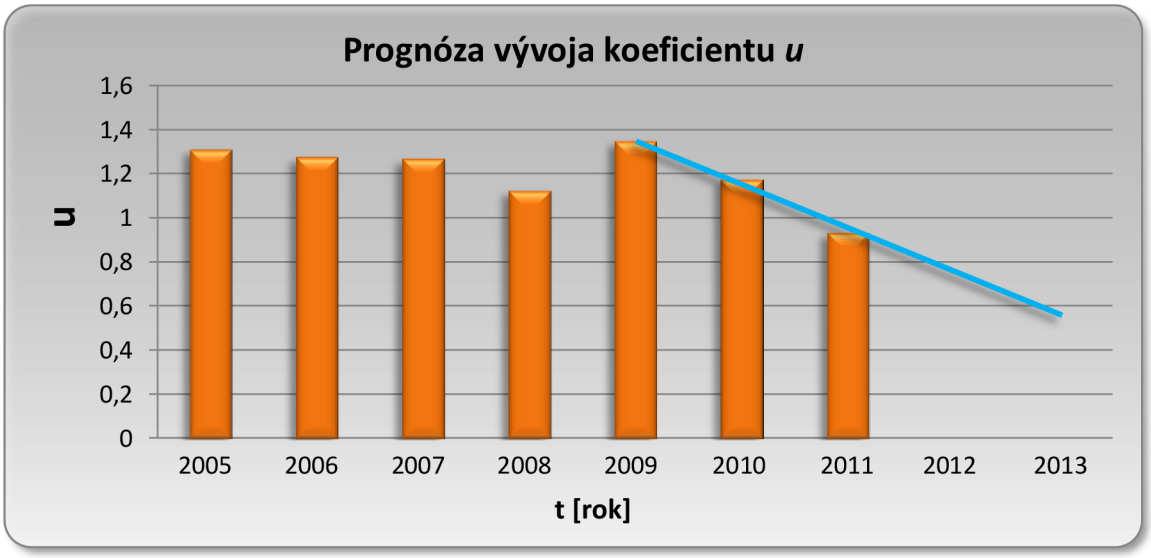
Tab. č. 6: Pomer počtu narodených k počtu žiakov 1. ročníka MŠ (Zdroj dokumenty odd. školstva MÚ Holíč, vlastné spracovanie)

Rok narodenia (t-3)	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rok nástupu do MŠ (t)	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Počet narodených (N)	93	112	93	96	80	91	110
Počet nastúpených do MŠ (m)	122	143	118	108	108	107	103
Koeficient (u)	1,312	1,277	1,269	1,125	1,35	1,176	0,936



Graf č. 7: Vývoj počtu narodených (Zdroj ročenka mesta Holíč, vlastné spracovanie)

Na grafe č. 7 je zobrazený vývoj počtu narodených, z ktorého sa bude vychádzať pri prognóze budúceho počtu 3-ročných detí nastupujúcich do materskej školy. K tejto celkovej prognóze je potrebné určenie prognózy budúceho vývoja koeficienta u, ktorý je zobrazený na grafe č. 8.



Graf č. 8: Vývoj koeficientu u (vlastné spracovanie)

V grafe č. 8 je vidno, že sa vyskytujú hodnoty väčšie ako 1, ktoré znamenajú, že do materskej školy nastúpilo viacej detí, ako sa v meste pred tromi rokmi narodilo. To znamená, že je počet žiakov nastúpených do MŠ ovplyvnený aj migračným pohybom. Graf č. 8 zároveň ukazuje, že vývoj koeficientu u má klesajúci trend, od roku 2009

hodnoty klesajú lineárne. Hodnoty budúceho vývoja koeficientu trojročných detí vyjadríme rovnicou regresnej priamky. Priamku volíme aj z dôvodu veľmi krátkeho obdobia, pre ktoré by exponenciálna funkcia nevystihla vývoj trendu v budúcnosti. Odhadované hodnoty koeficientu u v nasledujúcich rokoch vyjadruje rovnica regresnej priamky vypočítaná pomocou vzorcov (1.11)-(1.13):

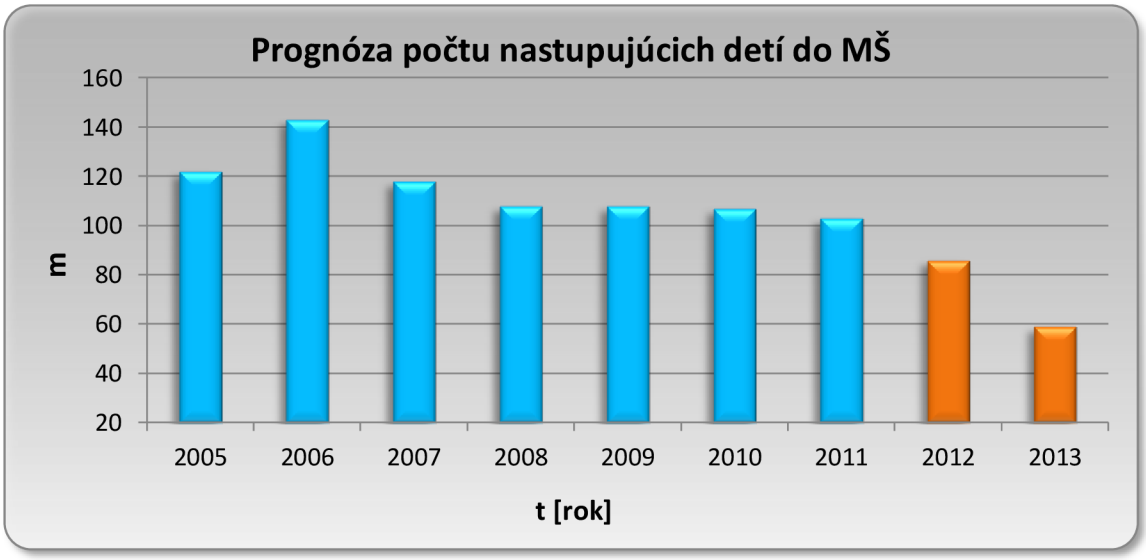
$$\hat{\eta}(t) = 1{,}6065 - 0{,}2235.(t - 2008) \qquad (1.24)$$

Prognózu pre ďalšie roky získame dosadením príslušnej hodnoty roku na miesto premennej t do vzorca (1.24). Tieto hodnoty prognózy koeficientu u následne vložíme do vzorca (1.25) pre získanie prognózy počtu 3-ročných detí, ktoré sa zapíšu do MŠ nasledujúce dva roky. Výsledky sú uvedené v tab. č. 7.

$$m_t = N_{t-3} \,.\, \mathrm{u}_t \qquad (1.25)$$

Tab. č. 7: Prognóza počtu žiakov nastupujúcich do MŠ v rokoch 2012-2013 (vlastné spracovanie)

Rok nástupu do MŠ (t)	2012	2013
Koeficient počtu trojročných detí (u)	0,7125	0,489
Prognóza počtu nastupujúcich detí do MŠ (m)	83	55



Graf č. 9: Prognóza počtu nastupujúcich detí do MŠ (vlastné spracovanie)

Z vypočítaných hodnôt v tab. č. 7 a z grafického zobrazenia na grafe č. 9 je vidno, že v školskom roku 2012/2013 by sa mal mierne znížiť počet žiakov nastupujúcich do materskej školy. Počas ďalšieho roku by mal tento počet ďalej mierne klesnúť. Tento trend zodpovedá počtu narodených detí z grafu č. 7 a vývoju závislosti počtu 3-ročných detí nastupujúcich do MŠ na počte narodených zobrazenom na grafe č. 8. Prognóza detí nastupujúcich do materskej školy bude mať následky z hľadiska kapacity materskej školy. V školskom roku 2011/2012 je otvorených 5 tried pre 103 žiakov. Za podmienok, že zostanú doterajšie podmienky zachované a zvolená funkcia dobre vystihuje trend, prognóza vývoja počtu detí nastupujúcich do MŠ predpokladá na školský rok 2012/2013 približne 83 žiakov. Na takýto počet stačí materskej škole otvoriť len 4 triedy. Na ďalší školský rok je prognóza počtu približne 55 žiakov, takže musí materská škola opäť zatvoriť jednu triedu, keďže na tento počet žiakov stačí otvoriť len 3 triedy. Prognóza teda predpokladá zatvorenie dvoch tried materskej školy v priebehu nasledujúcich 2 rokov.

3.3.2 Analýza závislosti počtu 6-ročných detí nastupujúcich do ZŠ na počte narodených

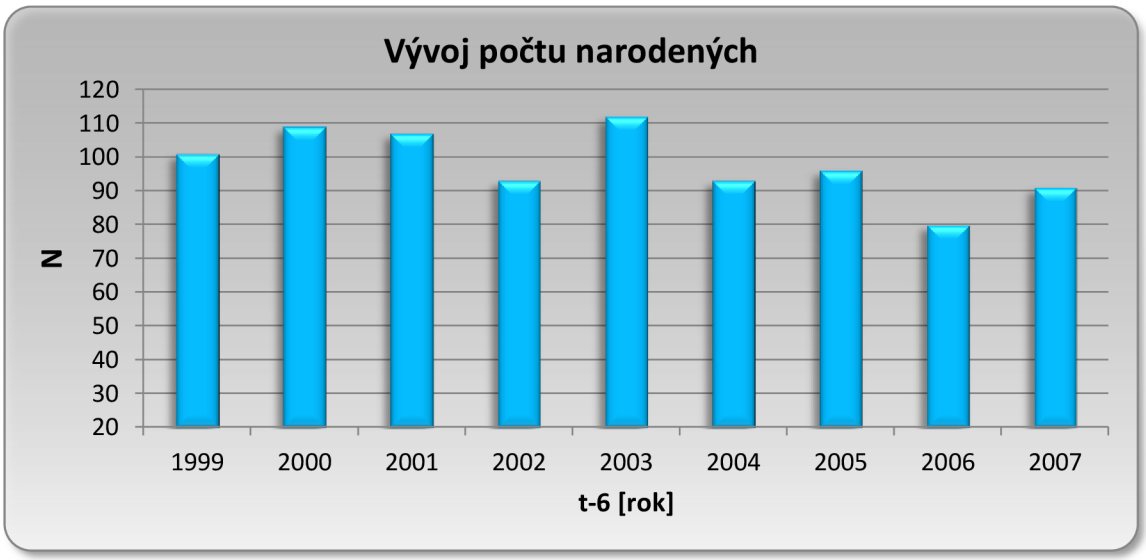
Prognózu počtu 6-ročných detí nastupujúcich do základných škôl založíme na pomere medzi počtom 6-ročných detí nastupujúcich do základných škôl, a počtom detí, ktoré sa narodili pred šiestimi rokmi. Tento pomer označíme ako koeficient v a vypočíta sa ako:

$$v_t = \frac{z_t}{N_{t-6}}, \tag{1.26}$$

kde t je daný rok, N_{t-6} je počet narodených v kalendárnom roku $t-6$ a z_t je počet detí nastúpených do základných škôl v roku t.

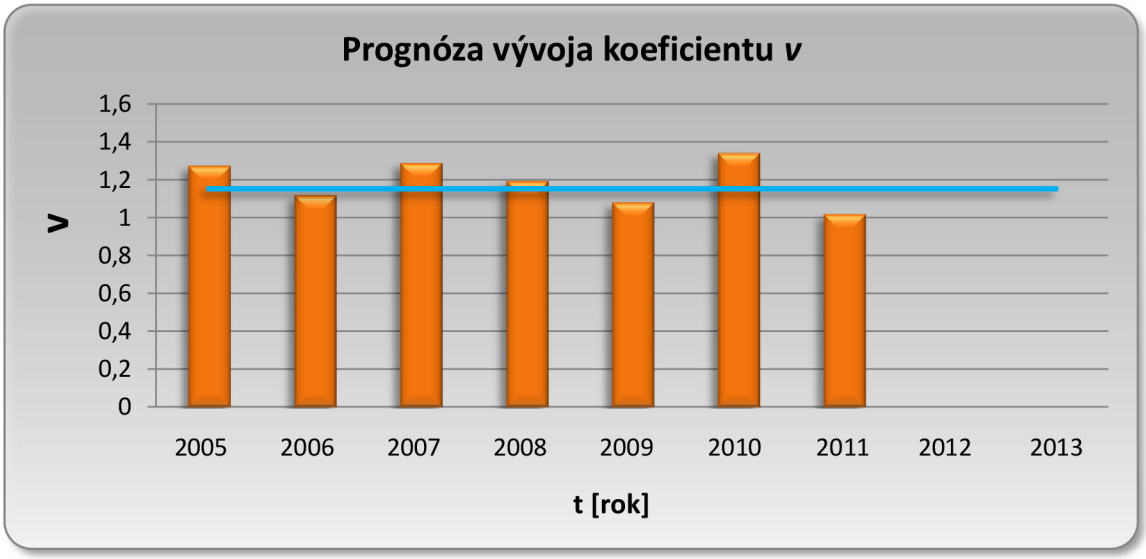
Tab. č. 8: Pomer počtu narodených k počtu žiakov 1. ročníka ZŠ (Zdroj dokumenty odd. školstva MÚ Holíč, vlastné spracovanie)

Rok narodenia (t-6)	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rok nástupu do ZŠ (t)	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Počet narodených (N)	101	109	107	93	112	93	96
Počet nastúpených do ZŠ (z)	129	122	138	111	121	125	98
Koeficient (v)	1,277	1,119	1,290	1,194	1,080	1,344	1,021



Graf č. 10: Vývoj počtu narodených (Zdroj ročenka mesta Holíč, vlastné spracovanie)

Na grafe č. 10 je zobrazený vývoj počtu narodených, z ktorého sa bude vychádzať pri prognóze budúceho počtu 6-ročných detí nastupujúcich do základných škôl. K tejto celkovej prognóze je potrebné určenie prognózy budúceho vývoja koeficienta v, ktorý je zobrazený na grafe č. 11.



Graf č. 11: Vývoj koeficientu *v* (vlastné spracovanie)

V grafe sa opäť vyskytujú hodnoty väčšie ako 1. Tento jav bol vysvetlený už v minulej kapitole a je ovplyvnený migračným pohybom. Trend tohto koeficientu nie je jasne klesajúci ani stúpajúci, preto sa uvažuje tento časový rad ako rad stacionárny bez trendu. Pre ďalšie výpočty bude použitá ako prognóza budúcich období aritmetický priemer hodnôt koeficientu v.

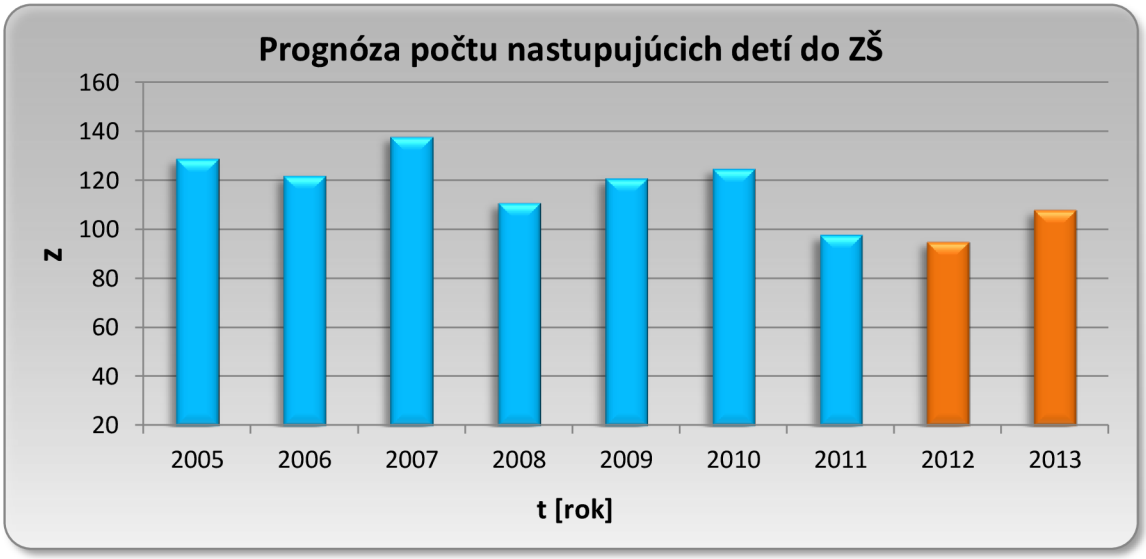
$$\bar{v} = \frac{\sum v_t}{7} = 1{,}1893 \qquad (1.27)$$

Prognózy počtu šesťročných detí nastupujúcich do základných škôl pre ďalšie roky získame dosadením priemernej hodnoty koeficientu v zo vzorca (1.27) a výpočtom podľa vzorca (1.28) pre získanie prognózy počtu 6-ročných detí, ktoré sa zapíšu do ZŠ nasledujúce dva roky:

$$z_t = N_{t-6} \,.\, \bar{v} \qquad (1.28)$$

Tab. č. 9: Prognóza počtu žiakov nastupujúcich do ZŠ v rokoch 2012-2013 (vlastné spracovanie)

Rok nástupu do ZŠ (t)	2012	2013
Koeficient (v)	1,1893	1,1893
Prognóza počtu nastupujúcich do ZŠ (Z)	95	108



Graf č. 12: Prognóza počtu nastupujúcich detí do ZŠ (vlastné spracovanie)

Z vypočítaných hodnôt v tab. č. 9 a z grafického zobrazenia na grafe č. 12 je vidno, že za podmienok, že zostanú doterajšie podmienky zachované a zvolená funkcia dobre vystihuje trend, by sa mal v školskom roku 2012/2013 mierne znížiť počet žiakov nastupujúcich do základných škôl na hodnotu približne 95 žiakov a počas ďalšieho roku by mal tento počet dosiahnuť hodnotu približne 110 žiakov. Opäť je tento trend odzrkadlením počtu narodených, ktorý je zobrazený na grafe č. 10. Predpokladaný objem žiakov v oboch školských rokoch neprekročí terajšiu kapacitu škôl. To znamená, že prognóza vývoja počtu detí nastupujúcich do ZŠ predpokladá, že nebude v horizonte dvoch rokov potreba otvárať nové triedy, tým pádom nebudú potrebné náklady navyše spojené s rozširovaním počtu tried a učiteľov.

3.4 Analýza vybraných hospodárskych ukazovateľov mesta

Analýza hospodárskych ukazovateľov mesta bude spočívať v analýze vybraných nákladov mesta Holíč. Vybrané boli dva hospodárske ukazovatele, ktoré sú ovplyvnené vývojom počtu obyvateľov a nevyhnutné pre chod verejnej správy mesta Holíč, a to náklady za nakladanie s odpadmi v meste, a náklady verejnej správy za spotrebu elektrickej energie. Na základe regresnej analýzy týchto ukazovateľov bude stanovená prognóza budúcich nákladov, ktoré bude musieť mesto Holíč hradiť.

3.4.1 Analýza nákladov spojených s odpadmi

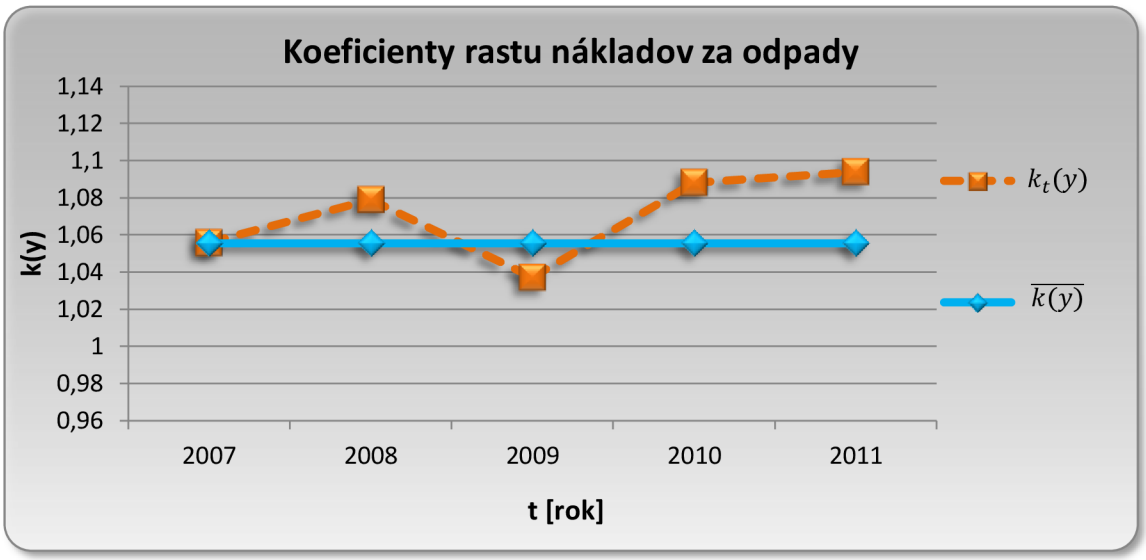
V tab. č. 10 sú uvedené celkové náklady mesta za nakladanie s odpadmi. Jednotlivé zložky, ktoré tvoria tieto celkové náklady sú uvedené v prílohe č. 2. Súčasťou celkových nákladov sú napríklad poplatky za uloženie a likvidáciu odpadu, poplatky za čistenie verejných priestranstiev, atď. Je teda jasné, že táto oblasť nákladov je závislá na počte obyvateľov mesta. Náklady slúžia na udržovanie čistoty v celom meste. Celkové náklady, s ktorými bude analýza pracovať, budú označené CN. Údaje v tab. č. 10 sú uvedené v tisícoch EUR.

Tab. č. 10: Vývoj celkových nákladov za odpady [tis. EUR] (Zdroj dokumenty ekonomického odd. MÚ Holíč, vlastné spracovanie)

Rok (t)	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Celkové náklady (CN)	202,4	202,9	209,9	221,6	239,2	248,1	269,9	295,3

Graf č. 13: Vývoj celkových nákladov za odpady (Zdroj dokumenty ekonomického odd. MÚ Holíč, vlastné spracovanie)

Trend vývoja veľkosti nákladov z grafu č. 13 je jasne rastúci. Na prognózu budúceho vývoja musíme hodnoty preložiť regresnou funkciou. Na pomoc rozhodnutiu, akým typom regresnej funkcie treba preložiť tieto dáta, využijeme vývoj koeficientov rastu, pretože skúmaný časový rad nevykazuje lineárny trend .



Graf č. 14: Koeficienty rastu nákladov s odpadmi (vlastné spracovanie)

Graf č.14 znázorňuje kolísanie koeficientov časového radu okolo konštanty. V kapitole 1.2.4 je uvedené, že takéto kolísanie koeficientov rastu okolo nenulovej konštanty značí použitie exponenciálnej funkcie pre vyrovnanie a stanovenie prognózy budúcich

období. Pre vyrovnanie bude použitá jedna z funkcií, ktoré sú popísané v kapitole 1.3.3. Hodnota ukazovateľa rastie a v krátkom období prognózy, tj. dvoch rokov, budú všetky tri funkcie vykazovať takmer totožné výsledky. Pre stanovenie prognózy bude použitý modifikovaný exponenciálny trend.

Graf č. 15: Prognóza vývoja celkových nákladov za odpady (vlastné spracovanie)

Odhadovanú hodnotu nákladov spojených s odpadmi mesta Holíč v nasledujúcich dvoch rokoch vyjadruje rovnica modifikovaného exponenciálneho trendu, vypočítaná pomocou vzorcov (1.14)-(1.18):

$$\hat{\eta}(t) = 145{,}31 + 39{,}15 * 1{,}1816^{(t-2005)} \qquad (1.29)$$

Prognózy pre ďalšie roky získame dosadením príslušnej hodnoty roku na miesto premennej t do rovnice (1.29). Výsledky sú uvedené v tab. č. 11.

Tab. č. 11: Prognóza nákladov za odpady (vlastné spracovanie)

Rok (t)	2012	2013
Prognóza nákladov na odpady (CN) [tis. EUR]	321,03	352,93

Pre overenie vhodnosti regresnej funkcie vypočítame index determinácie podľa vzorca (1.11). $I^2 = 0{,}9998$, tzn. že vyrovnanie zadaného časového radu modifikovaným exponenciálnym trendom je vhodné. Prognóza na ďalšie dva roky teda pokračuje v rastúcom trende vývoja sledovaných nákladov, takže sa bude v nasledujúcich rokoch

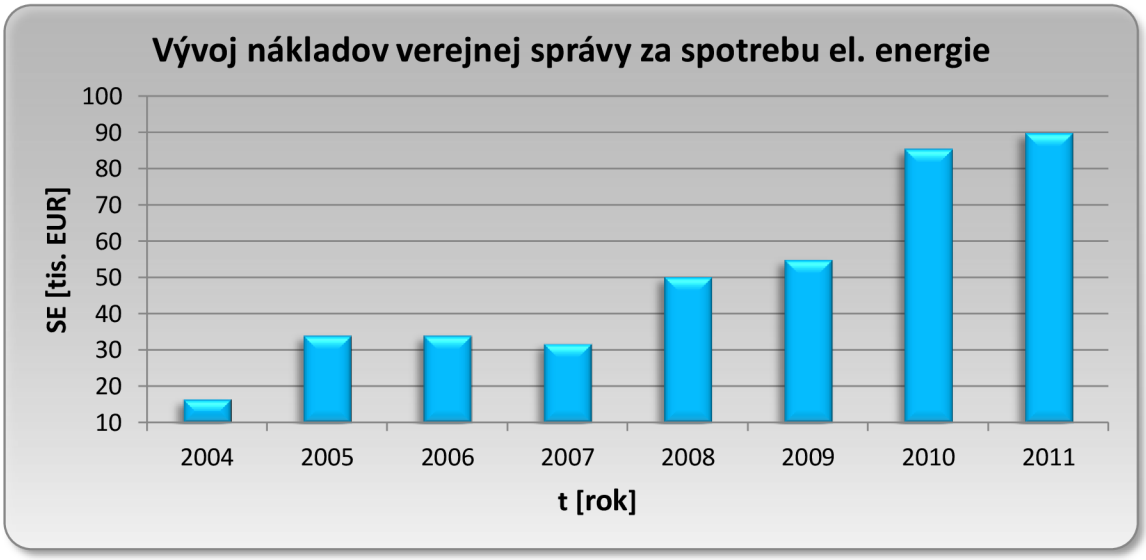
výška nákladov zvyšovať. Za podmienok, že zostanú doterajšie podmienky zachované a zvolená funkcia dobre vystihuje trend, je podľa funkcie (1.29) prognóza nákladov za odpady približne 321 tisíc EUR v roku 2012 a 353 tisíc EUR v roku 2013.

3.4.2 Analýza nákladov verejnej správy za spotrebu el. energie

V tab. č. 12 sú uvedené náklady za spotrebu elektrickej energie spojené s úradmi verejnej služby v meste Holíč. Sú to náklady za spotrebu elektrickej energie v administratívnych budovách verejnej správy mesta Holíč, ako sú budovy mestského úradu a pod. Tieto náklady sú dôležité z hľadiska fungovania mestského úradu a všetkých pracovísk, ktoré zastrešuje. Náklady za spotrebu el. energie, ktoré budú analyzované, budú označené SE. Údaje sú uvedené v tisícoch EUR.

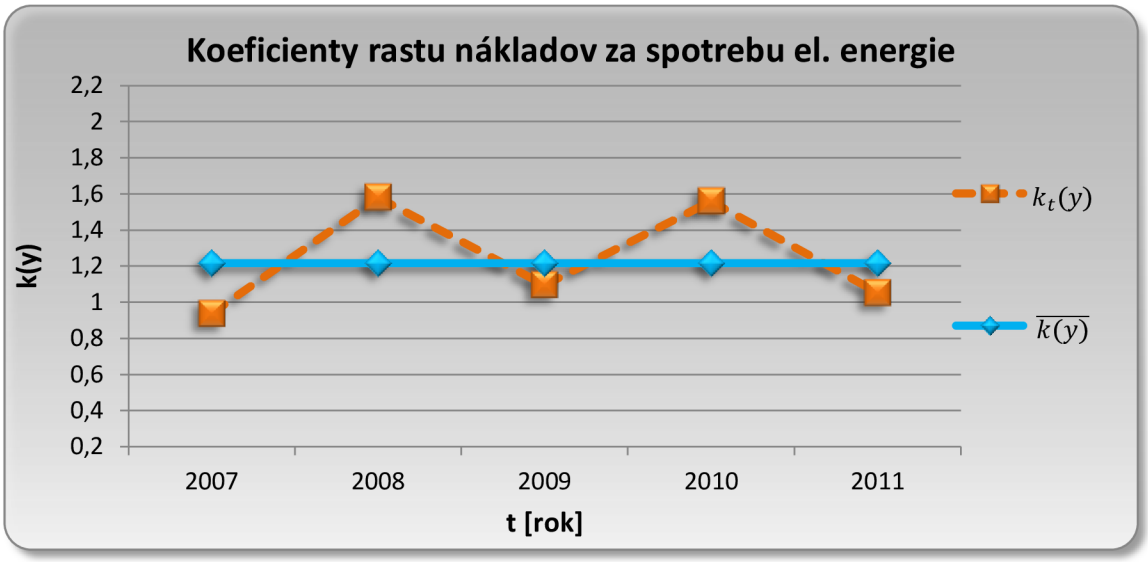
Tab. č. 12: Vývoj nákladov VS za spotrebu el. energie [tis. EUR] (Zdroj dokumenty ekonomického odd. MÚ Holíč, vlastné spracovanie)

Rok (t)	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Náklady VS za spotrebu el. energie (SE)	16,40	34,09	34,02	31,83	50,24	54,96	85,59	89,96



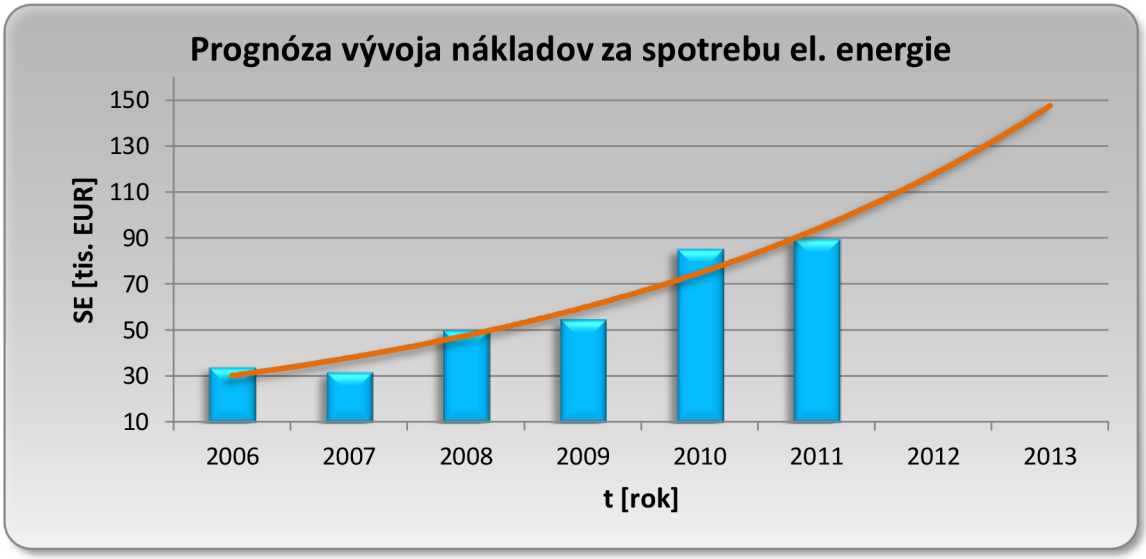
Graf č. 16: Vývoj nákladov za spotrebu el. energie (Zdroj dokumenty ekonomického odd. MÚ Holíč, vlastné spracovanie)

Trend vývoja veľkosti nákladov je jasne rastúci. Na prognózu budúceho vývoja musíme hodnoty preložiť regresnou funkciou. Trend sa nezdá byť lineárny, preto na pomoc rozhodnutiu, akým typom regresnej funkcie treba preložiť tieto dáta, využijeme vývoj koeficientov rastu.



Graf č. 17: Koeficienty rastu nákladov VS za spotrebu el. energie (vlastné spracovanie)

Na grafe č.17 je vidno, že koeficienty časovej rady kolíšu okolo konštanty. V kapitole 1.2.4 sme sa dozvedeli, že takéto kolísanie koeficientov rastu okolo nenulovej konštanty značí použitie exponenciálnej funkcie pre vyrovnanie a stanovenie prognózy budúcich období. Pre vyrovnanie bude použitá jedna z funkcií, ktoré sú popísané v kapitole 1.3.3. Hodnota ukazovateľa rastie a v horizonte dvoch rokov sa nedá očakávať zmena tohto trendu. Spotreba elektrickej energie neustále rastie, takže inflexia a zmena tohto trendu na klesajúci je nepravdepodobná. Preto môžeme exponenciálne funkcie s inflexiou vylúčiť z výberu. Pre stanovenie prognózy bude použitý modifikovaný exponenciálny trend.



Graf č. 18: Prognóza vývoja nákladov za spotrebu el. energie (vlastné spracovanie)

Odhadované náklady za spotrebu elektrickej energie mesta Holíč v nasledujúcich dvoch rokoch vyjadruje rovnica modifikovaného exponenciálneho trendu, vypočítaná pomocou vzorcov (1.14)-(1.18):

$$\hat{\eta}(t) = 7{,}95 + 8{,}94 * 1{,}3371^{(t-2005)} \qquad (1.30)$$

Prognózy pre ďalšie roky získame dosadením príslušnej hodnoty roku na miesto premennej t do rovnice (1.30). Výsledky sú uvedené v tab. č. 13.

Tab. č. 13: Prognóza nákladov za spotrebu el. energie (vlastné spracovanie)

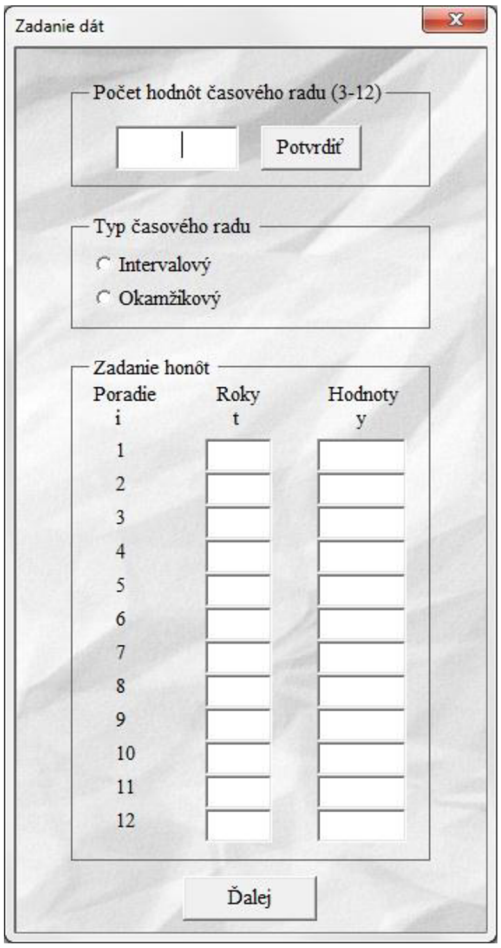
Rok (t)	2012	2013
Prognóza nákladov za el. energiu (SE) [tis. EUR]	130,08	171,24

Pre overenie vhodnosti regresnej funkcie vypočítame index determinácie modifikovaného exponenciálneho trendu podľa vzorca (1.11). $I^2 = 0{,}982$, tzn. že vyrovnanie zadaného časového radu modifikovaným exponenciálnym trendom je vhodné. Prognóza na ďalšie dva roky pokračuje v rastúcom trende vývoja sledovaných nákladov, takže sa bude v nasledujúcich dvoch rokoch výška nákladov zvyšovať. Za podmienok, že zostanú doterajšie podmienky zachované a zvolená funkcia dobre vystihuje trend, je podľa funkcie (1.30) prognóza nákladov verejnej správy za spotrebu elektrickej energie približne 130 tisíc EUR v roku 2012 a 170 tisíc EUR v roku 2013.

4 Vlastný návrh algoritmu pre analýzu a prognózu vývoja časových radov

Vlastný návrh spočíva v navrhnutiu algoritmu, ktorý analyzuje zadaný časový rad. Táto analýza bude následne nápomocná používateľovi k výberu regresnej funkcie na vyrovnanie zadaného časového radu a pomocou tejto funkcie sa určí prognóza vývoja budúcich období.

Vlastný algoritmus je navrhnutý v prostredí Microsoft Excel 2010 pomocou programovacieho nástroja Visual Basic for Applications 7.0. Táto kapitola sa bude zaoberať jednotlivými formulármi, ktoré obsahuje navrhnutý algoritmus, a bude popisovať a vysvetľovať jeho funkčnosť. Pre prehľadnosť a pochopenie budú jednotlivé formuláre zobrazené pomocou obrázkov.



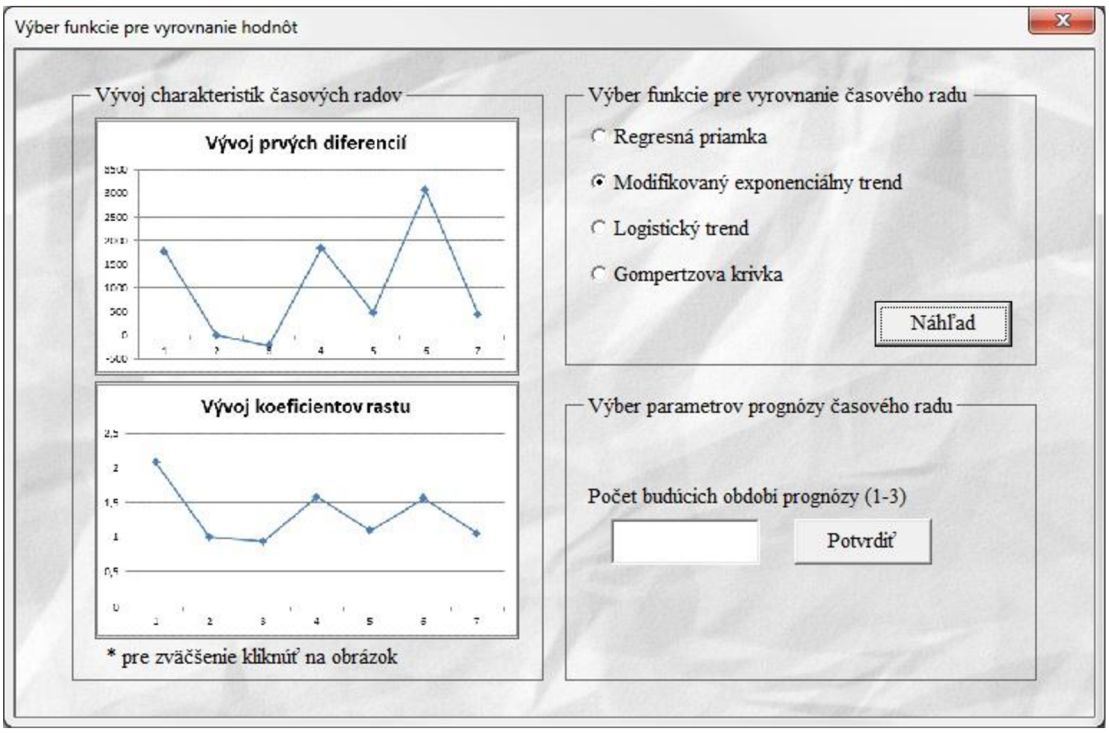
Obr. č. 2: Formulár pre zadanie hodnôt časového radu (vlastné spracovanie)

Obr. č. 2 predstavuje úvodný formulár spúšťaný automaticky po spustení programu. Pred samotným spustením sa minimalizuje okno prostredia Microsoft Excel, aby nerušilo používateľa a prispelo tým k pocitu plnohodnotnej aplikácie. Pomocou tohto formulára sa zároveň vkladá požadovaný časový rad. Úvodný formulár je tematicky rozdelený na tri časti:

- Zadanie počtu hodnôt, z ktorých je požadovaný časový rad tvorený. Rozsah zadaného počtu je obmedzený na časové rady o počte hodnôt najmenej 3 a najviacej 12. Pri zadaní inej hodnoty, či už hodnoty mimo obmedzeného rozsahu, alebo hodnoty, ktorá nie je číslo, zobrazí sa používateľovi chybové hlásenie informujúce o zle zadanej hodnote. Po zadaní správneho typu hodnoty a stlačení tlačidla „Potvrdiť“ sa v tretej časti formulára, ktorej popis uvedieme nižšie, zobrazia automaticky polia, do ktorých sa vkladajú hodnoty. Počet zobrazených polí sa automaticky reguluje podľa zadaného počtu hodnôt časového radu, tzn. že pre zadanie počtu hodnôt časového radu 8, sa zobrazí 8 polí na zadanie týchto hodnôt.
- Zadanie typu vkladaného časového radu. V tejto časti si používateľ zvolí typ časového radu, a to buď intervalového alebo okamihového. Rozdiel medzi oboma typmi je popísaný v teoretickej časti bakalárskej práce. Bez zadania typu nebude aplikácia pokračovať a používateľovi sa zobrazí chybové hlásenie upozorňujúce na nevyplnenie typu časového radu. Typ časového radu sa vyplňuje kvôli rôznemu výpočtu priemernej hodnoty časového radu, pričom je tento priemer potrebný k ďalším výpočtom.
- Vloženie vlastných hodnôt časového radu. V tejto časti má už používateľ zobrazený presný počet tlačidiel na zadanie časového radu, ktorého počet hodnôt zadal v prvej časti úvodného formulára. Samotné vypĺňanie hodnôt spočíva v zadaní roku (alebo iného číselného časového obdobia) a hodnoty časového radu v tom roku. Zadávanie končí stlačením tlačidla „Ďalej“, ktoré prevedie kontrolu zadaných dát, najmä či sú zadané hodnoty čísla, po ktorej sa zobrazí chybové hlásenie pri nesplnení podmienok alebo nevyplnení polí, alebo sa pokračuje zadaním názvu nového listu, do ktorého sa dáta automaticky uložia. Po zadaní sa kontroluje, či zadaný názov listu neexistuje, ak áno je na to

používateľ upozornený. Pri správnom zadaní sa prechádza na druhý formulár „Výber funkcie pre vyrovnanie hodnôt“.

Druhý formulár, zobrazený na obr. č. 3 slúži pre analýzu, výber funkcie na vyrovnanie, a prognózu zadaného časového radu.



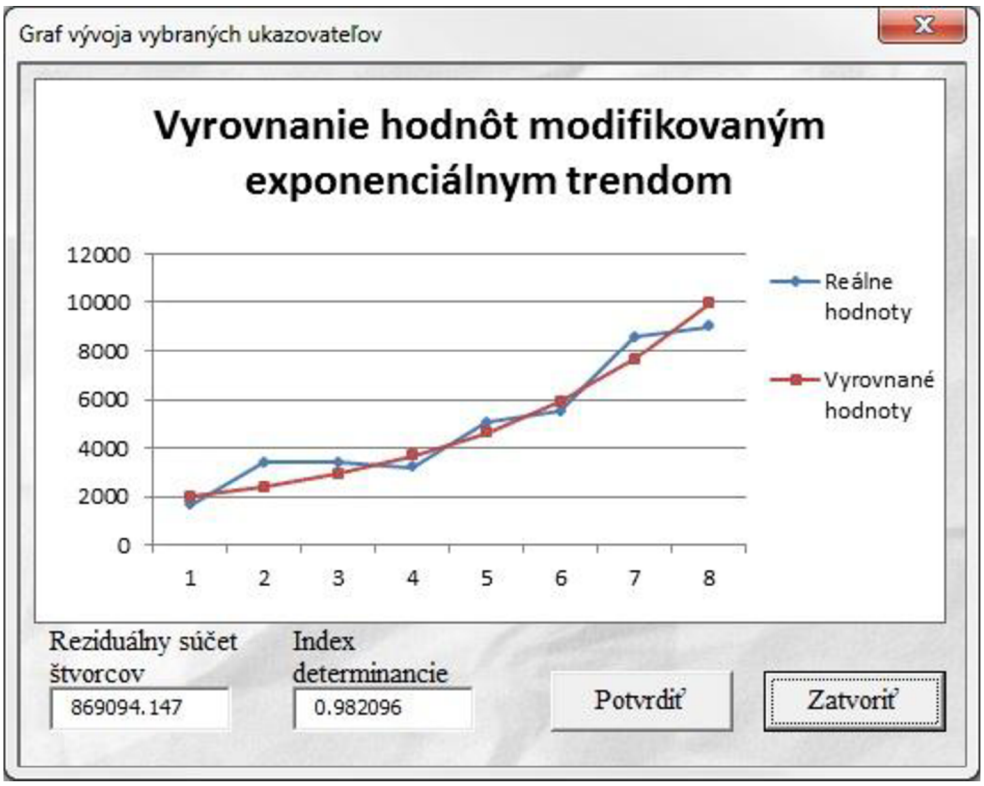
Obr. č. 3: Formulár pre výber regresnej funkcie a vyrovnanie hodnôt časového radu (vlastné spracovanie)

Opäť je formulár členený na tri časti:

- Prvá časť zobrazuje graf vývoja prvých diferencií a koeficientov rastu zadaného časového radu. Používateľ si môže graf zväčšiť kliknutím na zvolený graf, ktorý sa zobrazí vo formulári „Graf vývoja vybraných ukazovateľov“, ktorý je zobrazený na obr. č. 4. Táto časť slúži na podloženie výberu regresnej funkcie.
- Druhá časť poskytuje používateľovi možnosť vybrať typ regresnej funkcie, ktorou chce zadanú časovú radu vyrovnať. Typ môže vybrať analýzou vývoja prvých diferencií alebo koeficientov rastu. Postup tejto analýzy je popísaný v teoretickej časti. Po zadaní typu a stlačení tlačidla „Náhľad“ sa používateľovi opäť zobrazí formulár „Graf vývoja vybraných ukazovateľov“ zobrazený na obr.

č. 4, no tentoraz obsahuje zadaný časový rad vyrovnaný vybranou regresnou funkciou. V spodnej časti grafu sú zároveň vypočítané charakteristiky, ako reziduálny súčet štvorcov a index determinácie, ktoré sú pre používateľa ďalší ukazovateľ určujúci správnosť výberu regresnej funkcie pre vyrovnanie časového radu. Potvrdenie zvolenej funkcie prebieha stlačením tlačidla „Potvrdiť“, ktoré zobrazí tretiu časť formulára „Výber funkcie pre vyrovnanie hodnôt“.

- Tretia časť slúži na zadanie počtu budúcich období, pre ktoré bude vytvorená prognóza. Tento počet je obmedzení v rozpätí 1-3 obdobia. Zadaná hodnota je opäť kontrolovaná, a pri zadaní prázdnej hodnoty, hodnoty mimo rozsahu, alebo nečíselnej hodnoty sa používateľovi zobrazí chybové hlásenie upozorňujúce na chybu. Pri správnom zadaní sa zavrú všetky formuláre a zobrazí sa vytvorený list, ktorý obsahuje všetky grafy a prognózu vývoja časového radu pre zadaný počet budúcich období. Tieto výstupné dáta navrhnutého algoritmu sú zobrazené v prílohe č. 3.



Obr. č. 4: Formulár pre zobrazenie vývoja ukazovateľov časového radu (vlastné spracovanie)

Záver

Táto bakalárska práca bola zameraná na analýzu vybraných demografických a hospodárskych ukazovateľov mesta Holíč. Hlavným cieľom bolo určenie prognózy počtu obyvateľov mesta, počtu detí, ktoré budú nastupovať do predškolských a školských zariadení v nasledujúcich rokoch, a zároveň určenie prognózy budúceho vývoja vybraných nákladov mesta Holíč.

Celkový demografický vývoj mesta Holíč bol analyzovaný z pohľadu vývoja počtu obyvateľov. Ako bolo v praktickej časti tejto práce ukázané, počet obyvateľov mesta klesá a je pravdepodobné, že tento trend bude pokračovať aj v budúcnosti. Predpokladaný počet obyvateľov mesta je približne 10960 obyvateľov v roku 2012 a 10930 obyvateľov v roku 2013.

Analýzou prirodzenej a migračnej obmeny bolo zistené, že napriek starnutiu obyvateľstva mesta, je úbytok obyvateľov z väčšej časti tvorený práve migračným pohybom. Obyvatelia mesta odchádzajú za pracovnými príležitosťami, ktorých je v meste málo. Túto situáciu by mohol zmeniť vytvorenie nových pracovných miest a prílev mladých ľudí zakladajúcich rodiny. Tak by sa mohol aj prirodzený prírastok zdvihnúť zo záporných do kladných čísiel.

Vývoj počtu 3-ročných, resp. 6-ročných, detí nastupujúcich do materských, resp. základných, škôl bol stanovený na základe prognózy pomeru medzi 3-ročnými, resp. 6-ročnými deťmi a počtom narodených detí spred 3, resp. 6 rokov. Prognóza budúceho vývoja tohto pomeru, spolu so znalosťou počtu narodených ukázala, že v nasledujúcich dvoch rokoch bude klesať počet žiakov nastupujúcich do materskej školy, a to tak, že bude potreba v priebehu dvoch rokov zavrieť 2 triedy z terajších 5. V priebehu týchto dvoch rokoch by malo nastúpiť do MŠ približne 80 detí v roku 2012 a 55 detí v roku 2013. Z pohľadu základných škôl predpokladaný počet žiakov nastupujúcich v oboch nasledujúcich školských rokoch neprekročí terajšiu kapacitu škôl, pričom predpokladaný počet žiakov nastupujúcich do ZŠ je 95 v roku 2012 a približne 110 žiakov v roku 2013. To znamená, že nebude v horizonte dvoch rokov potreba zatvárať alebo otvárať nové triedy, tým pádom nebudú potrebné ďalšie náklady spojené so zmenou počtu tried a učiteľov. Tým ale vzniká problém uplatnenia nadbytočných

učiteľov materských škôl a využitia priestorov, ktoré vzniknú po zavretí dvoch tried materskej školy, ktoré bude musieť mesto riešiť.

Vývoj hospodárskych ukazovateľov mesta, či už nákladov spojených s odpadmi alebo nákladov verejnej správy za spotrebu elektrickej energie, má exponenciálny charakter. To znamená, že v meste sa stále zvyšujú tieto náklady a v budúcnosti nie je pravdepodobná zmena tohto trendu. Predpoveď budúcich nákladov spojených s odpadmi je približne 321 tisíc EUR v roku 2012 a 353 tisíc EUR v roku 2013. Prognóza nákladov verejnej správy za spotrebu elektrickej energie predpovedá náklady vo výške približne 130 tisíc EUR v roku 2012 a 170 tisíc EUR v roku 2013. Tieto prognózy nákladov by ohli pracovníci mestského úradu, majúci na starosti plánovanie rozpočtu, zohľadniť pri vytváraní budúcich plánov.

Všetky prognózy sú vytvárané za predpokladu, že zostanú doterajšie podmienky zachované a zvolené funkcie dobre vystihujú trendy sledovaných časových radov.

Zároveň s prognózami budúceho vývoja vybraných demografických a hospodárskych ukazovateľov je prínosom tejto práce aj vytvorený algoritmus, ktorý slúži pre zjednodušenie práce s analýzou časových radov, najmä zjednodušenie výberu a výpočtu regresnej funkcie vyrovnávajúcej daný časový rad, a výpočtu prognóz budúcich období.

Zoznam použitej literatúry

1. Knihy

ABRAHÁM, M. *Demografia*. 1. vyd. Bratislava: VŠE, 1991. 166 s. ISBN 80-225-0263-4.

BUDÍKOVÁ, M., KRÁLOVÁ, M., MAROŠ, B. *Průvodce základními statistickými metodami*. 1. vyd. Praha: Grada Publishing, a.s., 2010. 272 s. ISBN 978-80-247-3243-5.

CYHELSKÝ, L., KAŇOKOVÁ, J., NOVÁK, I. *Teorie statistiky*. 1. vyd. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1986. 340 s.

CYHELSKÝ, L., KAŇOKOVÁ, J., NOVÁK, I. *Základy teorie statistiky pro ekonomy*. 1. vyd. Praha: SNTL/ALFA, 1979. 368 s.

CYHELSKÝ, L., NOVÁK, I. *Statistika 1. Díl*. 1. vyd. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1967. 286 s.

FRIEDRICH, V., MAJOVSKÁ, R. *Ekonomická statistika srozumitelně*. 1. vyd. Praha: Wolters Kluwer Česká republika, 2009. 206 s. ISBN 978-80-7357-536-6.

KALIBOVÁ, K., PAVLÍK, Z., VODÁKOVÁ, A. *Demografie (nejen) pro demografy*. 3. vyd. Praha: Sociologické nakladatelství, 2009. 241 s. ISBN 978-80-7419-012-4.

KLUFOVÁ, R., POLÁKOVÁ, Z. *Demografické metody a abalýzy : demografie české a slovenské populace*. 1. vyd. Praha: Wolters Kluwer Česká republika, 2010. 306 s. ISBN 978-80-7357-546-5.

KUNA, Z. *Demografický a potravinový problém světa*. 1. vyd. Praha: Wolters Kluwer Česká republika, 2010. 337 s. ISBN 978-80-7357-588-5.

PACÁKOVÁ, V. *Štatistika pre ekonómov*. 2. vyd. Bratislava: IURA EDITION, 2003. 358 s. ISBN 80-89047-74-2.

PAVLÍK, Z. *Demografický přehled světa*. In *Ročenka Lidé a země 1980*. 1. vyd. Praha: Academia, 1979. s. 125-135.

PAVLÍK, Z., KALIBOVÁ, K.. *Mnohojazyčný demografický slovník : český svazek*. 2. vyd. Praha: česká demografická společnost, 2005. 182 s. ISBN 80-239-4864-4.

ROUBÍČEK, V. *Úvod do demografie*. 1. vyd. Praha: CODEX Bohemia, 1997. 352 s. ISBN 80-85963-43-4.

SRB, V., KUČERA, M., RŮŽIČKA, L. *Demografie*. 1. vyd. Praha: SVOBODA, 1971. 611 s.

VYSTOUPIL, J., TABAROVÁ, Z. *Základy demografie.* 1. vyd. Brno : Masarykova univerzita, 2004. 150 s. ISBN 80-210-3617-6.

2. Internetové zdroje

HŮLE, D. *Demografický informační portál* [online]. 2009 [cit. 2011-12-05]. O demografii. Dostupné z: <http://www.demografie.info/?cz_odemografii=> ISSN 1801-2914.

JURČOVÁ, D. *INFOSTAT – Inštitút informatiky a štatistiky* [online]. 2005 [cit. 2011-12-05]. Slovník demografických pojmov. Dostupné z: <http://www.infostat.sk/vdc/pdf/slovnik_2verdd.pdf >

Štatistický úrad SR [online]. 2009 [cit. 2011-12-05]. Demografia ako veda. Dostupné z: <http://portal.statistics.sk/showdoc.do?docid=6601>

Zoznam obrázkov

Obr. č. 1: Delenie časových radov 17
Obr. č. 2: Formulár pre zadanie hodnôt časového radu 53
Obr. č. 3: Formulár pre výber regresnej funkcie a vyrovnanie hodnôt časového radu ... 55
Obr. č. 4: Formulár pre zobrazenie vývoja ukazovateľov časového radu 56

Zoznam grafov

Graf č. 1: Vývoj počtu obyvateľov v období 2003-2011 32
Graf č. 2: Vývoj prirodzenej obmeny obyvateľstva v období 2003-2011 33
Graf č. 3: Vývoj migračného pohybu obyvateľstva v období 2003-2011 35
Graf č. 4: Percentuálne podiely zložiek celkového prírastku v období 2003-2011 37
Graf č. 5: Koeficienty rastu počtu obyvateľov 38
Graf č. 6: Prognóza vývoja počtu obyvateľov 38
Graf č. 7: Vývoj počtu narodených v období 2002-2010 41
Graf č. 8: Vývoj koeficientu *u* 41
Graf č. 9: Prognóza počtu nastupujúcich detí do MŠ 42
Graf č. 10: Vývoj počtu narodených v období 1999-2007 44
Graf č. 11: Vývoj koeficientu *v* 45
Graf č. 12: Prognóza počtu nastupujúcich detí do ZŠ 46
Graf č. 13: Vývoj celkových nákladov za odpady 48
Graf č. 14: Koeficienty rastu nákladov s odpadmi 48
Graf č. 15: Prognóza vývoja celkových nákladov za odpady 49
Graf č. 16: Vývoj nákladov za spotrebu el. energie 50
Graf č. 17: Koeficienty rastu nákladov za spotrebu el. energie 51
Graf č. 18: Prognóza vývoja nákladov za spotrebu el. energie 52

Zoznam tabuliek

Tab. č. 1: Demografický vývoj mesta Holíč 31
Tab. č. 2: Vývoj prirodzenej obmeny obyvateľstva mesta Holíč 33
Tab. č. 3: Migračný pohyb obyvateľstva mesta Holíč 34

Tab. č. 4: Celkový prírastok obyvateľstva mesta Holíč 36
Tab. č. 5: Prognóza vývoja počtu obyvateľov 39
Tab. č. 6: Pomer počtu narodených k počtu žiakov 1. ročníka MŠ. 40
Tab. č. 7: Prognóza počtu žiakov nastupujúcich do MŠ v rokoch 2012-2013 42
Tab. č. 8: Pomer počtu narodených k počtu žiakov 1. ročníka ZŠ. 44
Tab. č. 9: Prognóza počtu žiakov nastupujúcich do ZŠ v rokoch 2012-2013 45
Tab. č. 10: Vývoj celkových nákladov za odpady [tis. EUR]..... 47
Tab. č. 11: Prognóza nákladov za odpady 49
Tab. č. 12: Vývoj nákladov VS za spotrebu el. energie 50
Tab. č. 13: Prognóza nákladov za spotrebu el. energie..... 52

Zoznam príloh

Príloha č. 1: Demografický vývoj mesta Holíč 1991-2011
Príloha č. 2: Vývoj nákladov za odpady v rokoch 2004 – 2011 [tis. EUR]
Príloha č. 3: Prognóza vývoja nákladov verejnej správy za spotrebu el. energie
Príloha č. 4: CD obsahujúce algoritmus pre analýzu a prognózu vývoja časových radov

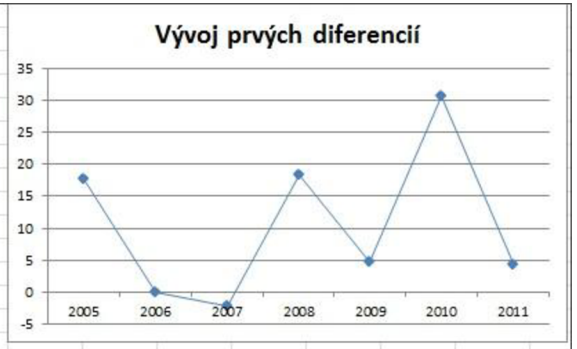
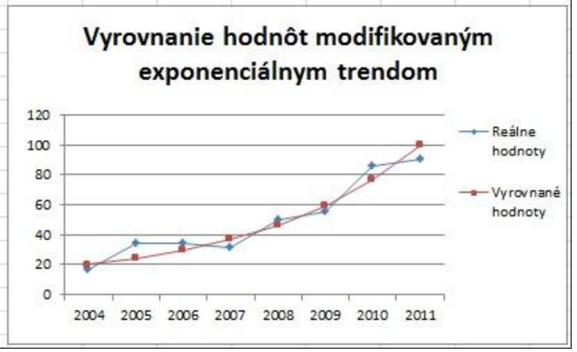
Príloha č. 1: Demografický vývoj mesta Holíč 1991-2011(Zdroj ročenka mesta Holíč, vlastné spracovanie)

Rok	Stav obyvateľstva k 31.12	Stredný stav obyvateľstva	Narodený	Zomretý	Prisťahovaný	Odsťahovaný	Celkový prírastok
1991	11453	11465	192	125	243	284	26
1992	11386	11420	146	133	267	341	-61
1993	11294	11340	170	105	227	451	-159
1994	11280	11287	128	119	232	255	-14
1995	11305	11293	128	103	186	186	25
1996	11417	11361	110	115	276	159	112
1997	11481	11449	118	100	239	178	79
1998	11428	11455	120	120	153	206	-53
1999	11466	11447	101	105	180	148	28
2000	11497	11482	109	81	175	172	31
2001	11442	11470	107	126	172	207	-54
2002	11236	11339	93	115	232	243	-33
2003	11240	11238	112	92	235	185	70
2004	11271	11256	93	105	236	197	27
2005	11254	11263	96	106	203	210	-17
2006	11188	11221	80	96	140	193	-69
2007	11146	11167	91	105	179	212	-47
2008	11106	11126	110	115	147	173	-31
2009	11084	11095	116	103	97	116	-6
2010	11040	11062	111	105	131	190	-53
2011	10992	11016	90	110	144	172	-48

Príloha č. 2: Vývoj nákladov za odpady v rokoch 2004 – 2011 [tis. EUR]

(Zdroj dokumenty ekonomického odd. MÚ Holíč, vlastné spracovanie)

Rok	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Školenie	0,00	0,22	0,05	0,08	0,00	0,00	0,00	5,10
Čistenie ver. Priestranstiev	5,90	3,00	1,94	2,05	3,65	0,00	1,00	0,00
Odvoz odpadu, separovaný zber	33,19	41,42	40,33	21,34	20,77	28,32	29,60	35,50
Údržba zelene	0,63	2,03	10,21	5,24	6,49	0,00	6,54	0,00
Údržba skládok TKO	0,22	0,23	0,23	1,92	8,01	0,00	4,20	0,00
Vianočná výzdoba, máje	5,57	5,17	7,13	5,47	3,33	0,00	0,00	0,00
Poplatky za uloženie odpadu	1,29	0,00	1,05	12,25	14,72	25,34	26,56	51,50
Poplatky za likvidáciu odpadu	155,56	150,80	148,96	173,27	182,18	194,39	202,02	203,17
Celkové náklady	202,36	202,86	209,91	221,63	239,15	248,05	269,93	295,27

Príloha č. 3: Prognóza vývoja nákladov verejnej správy za spotrebu el. energie (Zdroj výstup z navrhnutého algoritmu)

	Poradie (i)	Roky (t)	Hodnoty (y)	Prvé diferencie	Koeficienty rastu	Vyrovnané hodnoty
	1	2004	16,4	---	---	19,90500161
	2	2005	34,09	17,69	2,078658537	23,93472832
	3	2006	34,02	-0,07	0,997946612	29,32282371
	4	2007	31,83	-2,19	0,935626102	36,52717629
	5	2008	50,24	18,41	1,578385171	46,16002282
	6	2009	54,96	4,72	1,093949045	59,03997718
	7	2010	85,59	30,63	1,55731441	76,26159735
	8	2011	89,96	4,37	1,051057367	99,28840265
	9	2012	130,077246			130,0772458
	10	2013	171,244609			171,2446093
Priemer	4,5	2007,5	49,63625	10,50857143	1,275266055	
Rez.súč.štv.	87,0191					
Index det.	0,982075					
b1	7,9504435					
b2	8,9407478					
b3	1,337087