

Česká zemědělská univerzita v Praze

Fakulta lesnická a dřevařská

Katedra hospodářské úpravy lesů



Disertační práce

Prostorová optimalizace mýtních těžeb

Ing. Jan Kašpar

Školitel: doc. Ing. Róbert Marušák, PhD.

2015

„Prohlašuji, že jsem disertační práci na téma *Prostorová optimalizace mýtních těžeb* vypracoval samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací a doporučení školitele. Souhlasím se zveřejněním disertační práce dle zákona č. 111/1998 Sb. o vysokých školách v platném znění, a to bez ohledu na výsledek její obhajoby.“

V Praze dne 10. 7. 2015

Děkuji svému školiteli doc. Ing. Róbertu Marušákovi, PhD. za jeho odborné vedení po celou dobu studia a jeho přátelství. Děkuji své manželce za pochopení a trpělivost při změnách nálad a návalech nervozity. A děkuji i svým rodičům, bez kterých bych asi nikdy disertační práci ani nepsal.

Prostorová optimalizace mýtních těžeb

Abstrakt

Už více než 150 let jsou na území dnešní České republiky používány pro plánování těžeb tzv. těžební ukazatelé. Se sociálními změnami, které od vzniku různých těžebních ukazatelů proběhly, ale roste význam různých funkcí lesa. Především pak z pohledu trvalé udržitelnosti jsou nejvíce problematické změny ve vlastnické struktuře lesů po roce 1989. Současné těžební ukazatelé také bohužel nezohledňují aktuální věkovou strukturu, a tak i sebemenší abiotické nebo biotické disturbance mohou naprosto znemožnit objektivní plánování. Změny vlastnické struktury lesů a nevhodnost současných těžebních ukazatelů vylučují zajištění vyrovnaných těžeb v dlouhodobějším časovém měřítku. Metody operačního výzkumu, jako je například matematické programování nebo heuristické metody, poskytují alternativu k historickým metodám plánování, protože mohou zohlednit jak věkovou strukturu, tak i prostorové vztahy mezi obnovními prvky v rámci několikaletých horizontů.

Klíčová slova: celočíselné programování, heuristické metody, mimoprodukční funkce, vyrovnanost těžeb

The spatial final cut optimization

Abstract

For more than 150 years, timber indicators have been used for forest harvest scheduling in the region of current Czech Republic. With social changes and increased importance of forest yields and functions, there has been significant changes in forest management during this time. The changes in ownership structure after 1989 are most problematic from a sustainability standpoint. Also, the timber indicators cannot consider forest age structure, which is not ideal because even small changes related to abiotic and biotic disturbances may inhibit forest planning efforts. These changes to forest ownership and structure combined with current timber indicators make it difficult to ensure sustainable harvest levels over long time horizons. Methods of operations research, such as mathematical programming and heuristic methods, provide alternatives to historical harvest scheduling methods because they can account for forest age structure and spatial relationships over long scheduling horizons.

Key Words: integer programming, heuristic methods, non-timber forest functions, harvest sustainability

Obsah

1	Použité symboly a pojmy.....	8
2	Úvod	10
3	Cíle práce	12
4	Optimalizace těžeb.....	13
4.1	Základní model pro optimalizaci mýtních těžeb	13
4.2	Lineární programování.....	14
4.3	Celočíselné programování.....	15
4.4	Heuristické metody	26
5	Prostorové aspekty optimalizace	38
5.1	Vyjádření prostorových vztahů v optimalizačních modelech plánování těžeb	39
5.1.1	Exogenní prostorové podmínky.....	39
5.1.2	Endogenní prostorové podmínky.....	39
5.2	Typy prostorových podmínek	42
5.2.1	Modely prostorového plánování	42
5.2.2	Metody pro redukování počtu nerovnic sousednosti v případě URM	47
5.2.3	Podmínky pro zachování kvality a kvantity habitatu fauny a flóry	57
5.3	Podmínky těžební vyrovnanosti	59
6	Softwarová řešení prostorového plánování těžeb	61
7	Metodika práce	65
8	Výsledky	72
8.1	Typy modelů a podmínek prostorového plánování mýtních těžeb	72
8.2	Porovnání prostorového a neprostorového plánování mýtních těžeb	87
8.3	Vývoj modelů prostorového plánování těžeb zahrnující i plnění environmentálních funkcí lesních ekosystémů	98
8.4	Implementace vybraných modelů a metod do vlastního DSS	135
9	Diskuze	162
10	Závěr a přínosy	167
11	Literatura.....	169

Seznam obrázků a grafů

- 4.3.1** a) Optimální řešení úlohy lineárního programování a b) Optimální řešení úlohy lineárního programování doplněné o podmínky celočíselnosti
- 4.4.1** Obecný vývojový graf algoritmu Monte Carlo simulace (upraveno podle Bettinger a kol. (2009))
- 4.4.2** Obecný vývojový graf algoritmu Simulované žíhání (upraveno podle Bettinger a kol. (2009))
- 4.4.3** Obecný vývojový graf algoritmu Tabu search (upraveno podle Bettinger a kol. (2009))
- 5.1.1** Schematické a) Neumannovo a b) Moorevo okolí
- 5.1.2** a) Neumannovo, b) Moorevo okolí bodu, c) buffer o šířce 30m
- 5.2.1** Orientovaný a neorientovaný graf (upraveno podle Mehlhorn, Sanders (2008))
- 5.2.2** Grafické znázornění a) adjacency array a b) adjacency list (upraveno podle Mehlhorn, Sanders (2008))
- 6.1** Schematický diagram hlavních komponent DSS (upraveno podle Borges a kol. (2014))
- 6.2** Struktura matematického modelu pro DSS (upraveno podle Burstein, Holsapple (2008))
- 7.1** Referenční LHC 1
- 7.2** Věková struktura referenčního LHC 1
- 7.3** Referenční LHC 2
- 7.4** Věková struktura referenčního LHC 2
- 7.5** Referenční LHC 3
- 7.6** Věková struktura referenčního LHC 3
- 7.7** Příklad zápisu lineárního modelu optimalizace těžeb v soubotu *.lp formátu
- 8.1** a) prostorové rozložení těžeb pro Model 8.2_A , variantu $\alpha=10\%$, $\beta=10\%$ $P=3$ a b) prostorové rozložení těžeb pro Model 8.2_A , variantu $\alpha=10\%$, $\beta=10\%$ $P=10$
- 8.2** a) Trend vývoje decenálních těžeb Model 8.4_A , b) Trend vývoje decenálních těžeb Model 8.4_B, c) Trend vývoje decenálních těžeb Model 8.4_C a d) Trend vývoje decenálních těžeb Model 8.4_D

- 8.3** Schematická těžební mapa s prostorově vyznačenými těžebními zásahy v rámci potenciálního 1. decennia platnosti plánu
- 8.4** Schematická těžební mapa s prostorově vyznačenými těžebními zásahy v rámci potenciálního 2. decennia platnosti plánu
- 8.5** Schematická těžební mapa s prostorově vyznačenými těžebními zásahy v rámci potenciálního 3. decennia platnosti plánu

Seznam tabulek

6.1 Charakteristiky DSS

8.1 Výsledky pro Model 8.1_A

8.2 Výsledky pro Model 8.1_B

8.3 Výsledky pro Model 8.3_B

8.4 Výsledky pro Model 8.3_A

8.5 Výsledky pro Model 8.3

8.6 Výsledky pro Model 8.4_A, Model 8.4_B, Model 8.4_C a Model 8.4_D bez uvažování podmínek přiřazování sečí

8.7 Výsledky pro Model 8.4_A, Model 8.4_B, Model 8.4_C a Model 8.4_D s uvažováním podmínek přiřazování sečí

1 Použité symboly a pojmy

x, y, z	strukturní proměnné
I	množina všech obnovních prvků
P	množina všech plánovacích period
p	index plánovací periody; $p \in P$
i, j	indexy proměnných (obnovních prvků); $i \in I, j \in J$
Z	účelová funkce
c	cenový koeficient (např. definovaný výnos z těžby apod.)
b	hodnota pravé strany vlastního omezení
q	strukturní koeficient
v	zásoba obnovního prvku
a	plocha obnovního prvku
L	dolní hranice možné celkové těžby
U	horní hranice možné celkové těžby
N_i	množina všech obnovních prvků sousedních k obnovnímu prvku i
A	plošné omezení
α	kladná procentuální odchylka (%)
β	záporná procentuální odchylka (%)
n	počet strukturních proměnných modelu
m	počet vlastních omezení
A	soustava nerovnic vyjádřena ve formě matice
K, O, M	konstanty
S	množina možných řešení
f	obecná matematická funkce

Optimalizace	Matematická disciplína pro nalezení nejlepšího možného řešení při současném splnění řady pravidel, limitů a preferencí.
Model	Je složen z proměnných, omezujících podmínek a účelové funkce, která koresponduje s cíli managementu.
Instance modelu	Je obecný model, který je doplněn o konkrétní data.
Řešení modelu	Pokud v instanci modelu všechny proměnné nabydou nějakých hodnot, pak má model řešení.
Přípustné řešení	Je takové řešení modelu, které neporušuje žádnou z omezujících podmínek.
Optimální řešení	Je nejlepší možné přípustné řešení modelu.
Solver	Je software, který dokáže zpracovat instanci modelu a nalézt následně řešení modelu.

2 Úvod

Rozhodnutí znamená výběr z nejméně dvou alternativ, zatímco rozhodování zahrnuje celý proces od vytvoření struktury problému až po konečné rozhodnutí. Proces rozhodování je součástí každodenního života každého člověka, nicméně některé problémy jsou tak komplexní, že se již nedají vyřešit pomocí intuice (Kangas a kol. 2008).

Na proces rozhodování může být pohlíženo ze dvou směrů. Za první, čím je naše rozhodnutí podpořeno, aby bylo dosaženo co nejlepšího výsledku (preskriptivní přístup), a za druhé, jak se lidé rozhodují za pomoci počítačů, matematiky apod. (deskriptivní přístup) (Winterfeldt, Edwards 1986). Tento přístup se označuje jako normativní, tedy popisuje metody a postupy, které podpoří konečné rozhodnutí.

Samotné plánování pak zahrnuje tři dimenze: materiální svět, sociální svět a osobní svět (Mingers, Brocklesby 1997). Materiální svět diktuje, co je možné, jaké jsou možnosti zdrojů, jak je plánování omezeno zákonem apod. Osobní svět pak ovlivňuje rozhodování osobními preferencemi rozhodovatele nebo rozhodovatelů. A sociální svět říká, jaký výsledek by preferovala společnost. Všechny tři aspekty vstupují do každého procesu plánování v různé podobě a v různé míře.

Rozhodnutí může být provedeno s určitou nejistotou či předpokládanou jistotou vývoje, dále může být problém jednodimenzionální či vícedimenzionální, diskrétní (s konečným počtem alternativ) nebo spojitý (s nekonečným množstvím variant) a může zahrnovat jednoho nebo více rozhodovatelů (Kangas a kol. 2008).

Rozhodování, jehož výsledek je rozhodnutí, pak může být rozděleno do tří fází (Belton, Stewart 2002): vytvoření struktury problému, definování modelu a využití modelu pro vytvoření různých alternativ. Tento princip je použit i v moderních nástrojích pro podporu rozhodování, jejichž cílem není rozhodnout, tedy vybrat nejlepší variantu, ale poskytnout množství variant a podpořit samotné rozhodnutí, které je ale v konečném důsledku na člověku Reynolds (2013).

Plánování těžeb i rozhodování má v hospodářské úpravě lesů poměrně dlouhou tradici. Plánování má sledovat především princip těžební nepřetržitosti a vyrovnanosti, který je základem všech klasických postupů hospodářské úpravy lesa (Priesol, Polák 1991). Nepřetržitost těžeb se váže na trvalou reprodukci zásob, která je dána určitou strukturou dřevní zásoby v lesním celku. Touto strukturou jsou myšleny modely

holosečného, podrostního i výběrného lesa. Tyto modely jsou základem vzorcových metod, s jejichž pomocí se stanovuje následně etát. Protože klasická hospodářská úprava byla zaměřena především na holosečné hospodářství, je i pojem normálního lesa a stejně tak i vzorcové metody spjat především s tímto typem hospodářského způsobu (Priesol, Polák 1991).

Trvalost a plynulost mýtních těžeb v lesích je zakotvena i v současném právním předpisu (zák. 289/1995 Sb. v pozdějším znění). Podle vyhlášky 84/1996 Sb. se pro výpočet mýtní desetileté těžby používají dva těžební ukazatele: normální paseka a těžební procento, které vycházejí podobně jako jiné vzorcové metody také z modelu normálního lesa pro holosečný hospodářský způsob. Les s takovými taxačními charakteristikami je ovšem nejen nedosažitelný, ale z hlediska stability lesních porostů i nežádoucí (Priesol, Polák 1991; Doležal a kol. 1969; Korf 1955). Navíc tyto metody počítají výši těžeb pouze na základě současného stavu bez přihlídnutí na vývoj struktury věkové i prostorové v budoucnu. Při současném stavu plánování těžeb v lesích není možné zahrnout do výpočtu i mimoprodukční funkce lesa.

Jak docházelo ke zvyšování vědomostí a poznání matematiky, docházelo i ke zdokonalování metod plánování těžeb. V druhé polovině 20. století došlo ve světě k dalšímu posunu v plánování těžeb s rozvojem osobních počítačů a metod tzv. operačního výzkumu. V plánování mýtních těžeb se uplatnily především metody tzv. matematického programování a heuristické metody, které dokážou v reálném čase najít relativně dobré řešení i u velmi složitých a rozsáhlých optimalizačních problémů. V posledních dvaceti letech pak rozvoj geografických informačních systémů umožnil i prostorové plánování těžeb. Díky tomu je možné při plánování uvažovat kromě časového hlediska a vyrovnanosti mýtních těžeb i prostorové uspořádání jednotlivých sečí.

3 Cíle práce

Hlavním cílem práce je vytvořit lineární modely plánování mýtních těžeb a rozvinout komponentu tvorby a řešení modelu v současnosti vyvíjeného systému pro podporu rozhodování při plánování mýtních těžeb, do kterého budou navržené modely implementovány. Disertační práce by měla představit nejpoužívanější metody operačního výzkumu aplikovatelné v těžební úpravě a představit samotný přístup prostorového plánování mýtních těžeb v podmínkách České republiky. Na základě definic rozhodnutí, rozhodování a plánování je disertační práce zaměřena na preskriptivní přístupy plánování. Budou řešeny problémy diskrétní, s jistotou vývoje a ve většině případů pouze s jedním rozhodovatelem. Na rozdíl od současného stavu plánování, budou vytvořeny i modely vícedimenzionální.

V neposlední řadě budou na výsledcích prezentovány benefity, které nové metody plánování mýtních těžeb mohou vlastníkům a lesním správcům přinést oproti metodám v současnosti používaným.

K úspěšnému dosažení cíle disertační práce byly vytvořeny 4 dílčí cíle:

Dílčí cíl 1: Představení základních typů modelů a podmínek prostorového plánování mýtních těžeb

Dílčí cíl 2: Vzájemné porovnání prostorového a neprostorového plánování mýtních těžeb

Dílčí cíl 3: Vývoj modelů prostorového plánování těžeb zahrnující i plnění environmentálních funkcí lesních ekosystémů

Dílčí cíl 4: Implementace vybraných modelů a metod do vlastního DSS a otestování tohoto software na reálných vstupních datech

4 Optimalizace těžeb

4.1 Základní model pro optimalizaci mýtních těžeb

V současné době je prodej dříví nejvýznamnějším a v mnoha případech i jediným zdrojem příjmů pro lesní hospodářství. Za plánování těžeb dříví a s tím spojených investic do následného zalesňování je odpovědný lesní hospodář. Jeho základním požadavkem je tedy maximalizace vytěženého dříví (Ware, Clutter 1971). Současně se ale při dosahování tohoto cíle musí vyrovnat s řadou omezení, jakými jsou například zákonné limity, požadavky orgánů ochrany přírody či nároků na dlouhodobou vyrovnanost příjmů. V reálných podmínkách je splnění všech limitů a požadavků induktivním způsobem často nereálné. I v případě, že takové řešení je nalezeno, hospodář neví, zda je současně nejlepším možným a zda neexistuje řešení lepší. Existuje celá řada sofistikovaných metod a přístupů pro řešení podobných problémů, z nichž některé jsou předmětem předkládané disertační práce.

Podle Johnson, Scheurmann (1977) existují dva základní typy modelů, které se v různých obměnách používají ve všech modelech plánování těžeb. Tyto dva typy se označují jako **Model I** a **Model II** a liší se v základním přístupu ke vstupním těžebním možnostem. Typ **Model I** předpokládá, že se za plánovací období mohou teoreticky obnovit všechny obnovní prvky. Typ **Model II** uvažuje i s podmínkou, že určité množství zásoby nebo velikost plochy mýtních porostů musí na konci plánovacího horizontu zůstat bez těžby, aby byla zachována pro následující období. Bettinger a kol. (2009) uvádí, že ještě existuje typ **Model III**, který ale není tak běžně používaný. Tento typ sdružuje porosty a porostní skupiny do strat na základě věkových tříd. Z matematického hlediska takový model může působit poněkud těžkopádně, nicméně má své výhody v případech, kdy je nutné těžby diferencovat na základě například kvality stanoviště nebo typu lesa.

Beaudoin a kol. (2008) uvádí, že počátky využití matematických modelů v lesnictví a dřevozpracujícím průmyslu se datují do 60. let 20. století. S postupem času rostla i složitost jednotlivých modelů. Pro účely plánování je les chápán jako systém, jehož prvky jsou svázány předem danými vazbami. V modelu tohoto systému jsou jednotlivé proměnné prvky tohoto systému a vazby mezi prvky vyjádřeny podmínkami. Přesnost použitého modelu pak stoupá s počtem proměnných a omezujících podmínek, kterých může být v případě lesních ekosystémů velké množství (Buongirono, Gilles 2003).

Všechny optimalizační modely představené v této práci jsou vždy lineární. Optimalizací je v této práci myšlena matematická disciplína vhodná pro nalezení nejlepší možné hodnoty dané funkce při současném splnění řady pravidel, limitů a preferencí (Saigal 2012). Základní model optimalizace těžeb má vždy 4 části:

- 1) Účelová funkce. Jedná se o prostou maximalizaci jednoduché účelové funkce vyjadřující benefit získaný těžbou daného polygonu.
- 2) Prostorové podmínky zaručující splnění zákonných limitů vzájemného přiřazování sečí.
- 3) Podmínky plynulosti těžby, které zaručují uživatelem definovanou plynulost těžeb, která je nezbytná z hlediska trvalosti hospodaření.
- 4) Časové podmínky pro zajištění toho, že daný polygon (obnovní prvek) bude vytěžen za dobu plánování pouze jednou.

4.2 Lineární programování

Lineární programování je disciplína operačního výzkumu. Podstatou všech metod matematického programování je nalezení extrému funkce na množině přípustných řešení, která je dána omezujícími podmínkami. V případě lineárního programování je účelová funkce i omezující nerovnice a rovnice v lineárním tvaru. Širší uplatnění začaly metody matematického programování nacházet od poloviny 20. století a dnes již patří ke standardním nástrojům rozhodování v mnoha odvětvích včetně managementu přírodních zdrojů (Dykstra 1984, Hillier, Lieberman 2010).

Obecná podoba matematického modelu úlohy lineárního programování je tedy (upraveno podle Jablonský (2007)):

maximalizovat (minimalizovat)

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n, \quad (4.2.1)$$

za podmínek

$$q_{11}x_1 + q_{12}x_2 + \dots + q_{1n}x_n \leq b_1, \quad (4.2.2)$$

$$q_{21}x_1 + q_{22}x_2 + \dots + q_{2n}x_n \leq b_2,$$

⋮

$$q_{m1}x_1 + q_{m2}x_2 + \dots + q_{mn}x_n \leq b_m,$$

$$x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \quad (4.2.3)$$

V uvedeném zápisu jsou jen omezení typu \leq . V modelu se ovšem můžou vyskytovat i nerovnice typu \geq nebo rovnice.

Každému procesu je v modelu přiřazena jedna tzv. strukturní proměnná. V našem případě je to x_j . Funkci (4.2.1), jejíž extrém se hledá, nazýváme účelová nebo kriteriální funkce. Její koeficienty pak cenové koeficienty nebo zkráceně ceny. Nerovnice (nebo rovnice), které se v modelu vyskytují (4.2.2), označujeme jako vlastní omezení úlohy lineárního programování. Vedle strukturních proměnných se v nich vyskytují strukturní koeficienty (q_j) a hodnoty pravých stran (b). Poslední součástí modelu lineárního programování jsou pak podmínky nezápornosti (4.2.3). Nejznámější metodou pro řešení úlohy lineárního programování je tzv. Simplexová metoda (Hillier, Lieberman 2010).

Jeden z prvních modelů lineárního programování využitelný pro plánování těžeb popisuje Leuschner a kol. (1975). Autoři uvádějí, že obecný model pro plánování těžeb má 4 části: 1) účelová funkce, v které jde o jednoduchou sumu všech provedených těžeb, 2) víceúčelová produkční omezení (může jít například o nutný počet dnů vyhrazených pro návštěvníky lesa či počet hodin vymezených pro lovce), 3) nákladová omezení (jsou jednoduše stanoveny ceny za daný hospodářský úkon) a 4) těžební a technologická omezení, udávající možnosti lesního hospodáře.

Modely plánování a optimalizace těžeb pomocí lineárního programování mají mnoho obměn. Záleží na konkrétních přírodních a hospodářských podmínkách, ale i nárocích majitele, hospodáře či společnosti. Různé alternativní omezující podmínky a varianty účelových funkcí jsou uvedeny například v pracích Buongirono, Gilles (2003) nebo Bettinger a kol. (2009)

4.3 Celočíselné programování

Lineární programování může mít několik speciálních typů. Jedním takových typem je právě celočíselné programování, které je jednou z hlavních metod používaných pro

prostorové plánování těžeb. Jedná se o standardní úlohu lineárního programování, která je ale doplněna o podmínky celočíselnosti (Jablonský 2007), tzn. takové podmínky, které zaručují, že každá strukturní proměnná může nabývat pouze celých hodnot.

Speciálním typem celočíselných úloh jsou pak takové úlohy, v kterých proměnné mohou nabývat pouze hodnot 0 nebo 1. Takové úlohy se označují jako bivalentní. Podle Lágové, Jablonského (2009) se celočíselné úlohy dají dělit ještě na úlohy ryze celočíselné a úlohy smíšeně celočíselné.

Pro řešení úloh celočíselného i bivalentního programování už není možné použít simplexovou metodu (Dantzig 1966; Dykstra 1984; Hillier, Lieberman 2010), která poskytuje obecné neceločíselné řešení. Nejjednodušší možností, jak získat celočíselné řešení zadané úlohy, je zaokrouhlit výsledné hodnoty proměnných (Hillier, Lieberman 2010). Tento způsob je možné použít pouze jen u takových úloh, u kterých hodnoty proměnných jsou velmi velké a zaokrouhlení způsobí pouze relativně malé chyby. Tento způsob ale má dvě nevýhody. První z nich je, že takto získané řešení nemusí být přípustné, a druhou pak, že řešení nemusí být optimální. Musely být tedy vyvinuty nové algoritmy, které umožňují řešení těchto typů úloh. Ty se dělí do několika skupin (Lágová, Jablonský 2009; Jablonský 2007): Metody řezných nadrovin, Kombinatorické metody a Speciální metody.

Metody řezných nadrovin jsou vhodné pro řešení ryze i smíšeně celočíselných úloh. Pro úlohu je vypočteno obecné neceločíselné řešení pomocí simplexové metody. V každém dalším kroku algoritmu se pak vytvoří nové omezení, které odřízne z množiny přípustných řešení nějakou podmnožinu neobsahující žádný přípustný celočíselný bod. Typickým představitelem tohoto typu metod je tzv. Gomoryho algoritmus. Bohužel se nehodí pro řešení bivalentních úloh.

Kombinatorické metody jsou univerzálním nástrojem pro řešení všech typů celočíselných úloh. Celočíselných přípustných řešení je velké množství a kombinatorické metody jsou založeny na efektivním prohledávání této množiny přípustných řešení. Nejpoužívanější metodou z této kategorie je metoda *větvení a mezi* (*branch-and-bound* algoritmus), která bude dále více přiblížena.

Speciální metody zahrnují všechny metody, které byly navrženy pro řešení speciálních typů úloh, například jako speciální přibližné algoritmy pro řešení okružních problémů.

Za hlavní nevýhodu algoritmu *větvení a mezi* se vždy považovala její výpočtová náročnost a až do začátku 21. století umožňoval vývoj počítačů řešit pomocí této metody pouze relativně malé úlohy. Z tohoto důvodu se v 90. letech 20. století věnovala velká pozornost rozvoji alternativních heuristických metod. Díky rychlému vývoji počítačů ale tato nevýhoda metody ve většině případů odpadá. Profesionální softwary určené pro řešení celočíselných úloh využívají právě metody *větvení a mezi* nebo její modifikace. Tato metoda je natolik obecná, že se dá aplikovat na jakýkoliv typ úlohy celočíselného programování a není nutné pro každé zadání vyvíjet vlastní výpočetní aplikaci. Navíc další rozvoj ve výkonnosti byl a stále je zřejmý i v samotných výpočetních procedurách jednotlivých solverů (McDill, Braze 2001). Již na konci 90. let bylo možné vyřešit úlohy celočíselného programování o 21 627 proměnných pomocí *branch-and-bound* algoritmu za použití komerčního solveru CPLEX® na běžném stolním počítači do 4 hodin (Snyder, ReVelle 1997). Hillier, Liebermann (2010) uvádějí, že kromě zvýšení výkonnosti stolních počítačů pomohlo k tomuto rozvoji výrazné vylepšení algoritmů pro řešení úloh celočíselného programování, ale i algoritmů pro řešení úloh lineárního programování, které jsou nedílnou součástí řešení celočíselného problému, jak bude vysvětleno později.

Metoda *větvení a mezi*, která zaručuje nalezení skutečného optima, může uživateli poskytnout i suboptimální řešení díky možnosti navolit si velikost tzv. gap rozdílu (také gap tolerance) mezi současným nejlepším celočíselným řešením a optimálním řešením (McDill, Braze 2001).

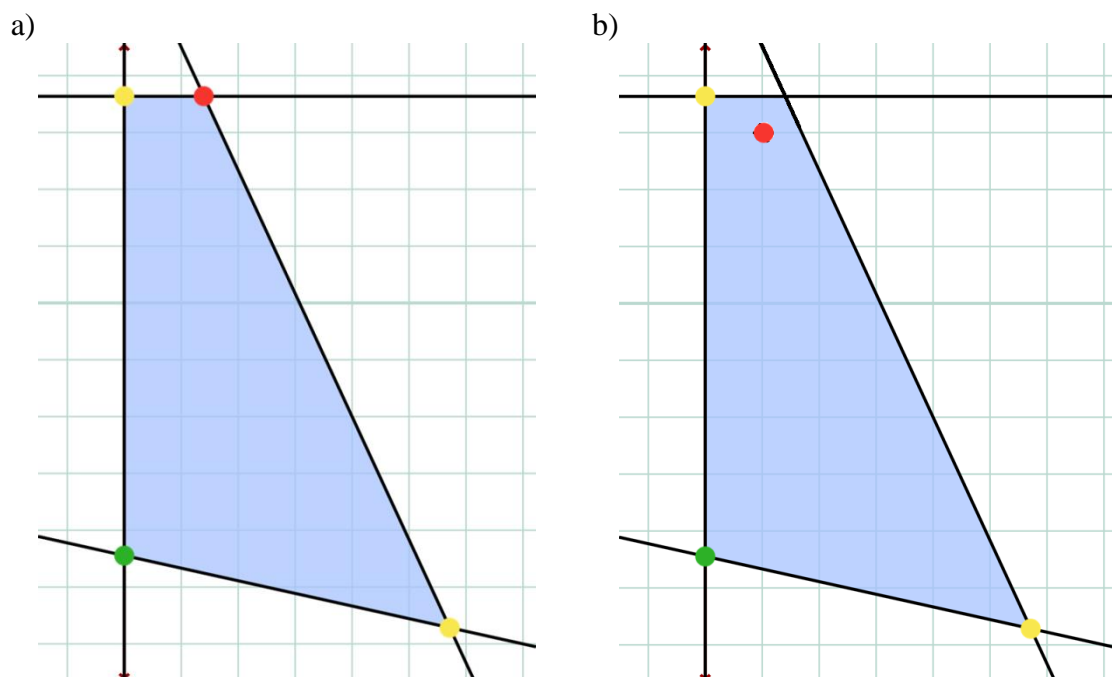
Algoritmus branch-and-bound

Na Obr. 4.3.1 je znázorněno grafické řešení lineárního programování (Obr. 4.3.1 a), tzn. bez podmínek celočíselnosti, a celočíselného řešení (Obr. 4.3.1 b), s podmínkami celočíselnosti stejného modelu. Zeleně označený průsečík znázorňuje minimum účelové funkce, červený bod maximum účelové funkce a žlutě označené body pak ostatní body, které leží na hranici množiny řešitelnosti.

Extrém dané účelové funkce při uvažování podmínek celočíselnosti (Obr. 4.3.1 b), leží uvnitř množiny přípustných řešení. To znamená, že optimum není základním řešením úlohy ve smyslu lineárního programování a simplexová metoda kvůli tomu ztrácí efektivitu (Dykstra 1984). Protože se musí při řešení úlohy s podmínkami

celočíslnosti projít všechny celočíselné hodnoty ležící uvnitř množiny přípustných řešení, stává se úloha celočíselného programování poměrně složitou kombinatorickou úlohou. Například pokud budeme uvažovat binární proměnné, bude mít úloha o 10 proměnných 2^{10} možných řešení (1024). Při 20 proměnných 2^{20} a při 30 proměnných už to bude přes jednu miliardu možných řešení. Nárůst počtu řešení je exponenciální a s každou další proměnnou se zdvojnásobí.

Výpočetní náročnost úlohy celočíselného programování ovlivňují tři faktory: 1) počet proměnných, 2) typ proměnné – jestli je binární nebo celočíselná obecná a 3) speciální struktury problému. Na rozdíl od lineárního programování, kde hlavním faktorem ovlivňující výpočet je počet omezujících podmínek, u celočíselného programování je počet a druh celočíselných proměnných významnějším faktorem (Hillier, Lieberman 2010).



Obr. 4.3.1 a) Optimální řešení úlohy lineárního programování a b) Optimální řešení úlohy lineárního programování doplněné o podmínky celočíselnosti

Algoritmus *branch-and-bound* je prvním a zároveň nejznámějším algoritmem pro řešení úloh celočíselného programování. Všechny další algoritmy pro řešení úloh celočíselného programování na této metodě staví a dále ji rozšiřují.

Poprvé byl algoritmus *branch-and-bound* publikován autorkami Land and Doig (1960) v modifikaci Dakina (Lágová, Jablonský (2009)) a později upraven a formalizován Little a kol. (1963).

Princip metody spočívá ve vyřešení úlohy bez uvažování podmínek celočíselnosti například simplexovou metodou. Množina všech přípustných řešení bývá označena jako X^0 , tj.

$$X^0 = \{x \in R^n | Ax \leq b, x \geq 0\} \quad (4.3.1)$$

Na této množině se najde optimální řešení bez uvažování podmínek celočíselnosti. Toto řešení se označuje jako *relaxed LP* řešení (McDill, Braze 2001), čili jako *uvolněné řešení* nebo *LP relaxovaná úloha*, a formálně se zapisuje:

$$\mathbf{x}^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)^T \quad (4.3.2)$$

Hodnotu účelové funkce pro toto řešení pak označme z^0 . Pokud toto řešení vyhovuje podmínkám celočíselnosti, výpočet končí. Tento případ ale nastane velmi zřídka. Častěji musí algoritmus pokračovat dalším krokem.

Tento krok spočívá v rozdělení původní množiny na dvě tzv. disjunktivní podmnožiny $X^{0,1}$ a $X^{0,2}$. Tento proces bývá označován právě jako *větvení*. Z vektoru \mathbf{x}^0 se pak vybere libovolně jedna proměnná, která porušuje podmínku celočíselnosti (například x_k^0). Jak uvádí (McDill, Braze 2001), výběr proměnné je právě jedním ze zásadních rozhodnutí ovlivňujících efektivitu algoritmu. Disjunktivní množina $X^{0,1}$ pak bude charakterizována podmínkou $x_k \leq [x_k^0]$. $[x_k^0]$ představuje celou část z hodnoty x_k^0 . Podobně druhá disjunktivní množina $X^{0,2}$ bude charakterizována podmínkou $x_k \leq [x_k^0] + 1$.

Další součástí algoritmu je výpočet tzv. horní meze v případě maximalizace. Na množině X^0 s vektorem $\mathbf{x}^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)^T$ a hodnotou účelové funkce z^0 je horní mezí právě hodnota z^0 . Je jasné, že celočíselné řešení na množině X^0 nebude vyšší než hodnota horní meze. Celý proces se opakuje pro každou nově vzniklou větev, dokud algoritmus neskončí jedním ze tří způsobů:

- a) Ve větvi je nalezeno řešení, které vyhovuje podmínkám celočíselnosti.
- b) Ve větvi neexistuje žádné přípustné řešení.

-
- c) Ve větvi je nalezeno neceločíselné řešení a horní mez hodnoty účelové funkce je nižší než hodnota celočíselného řešení nalezeného již dříve v jiné větvi.

Právě výběr větve, na které bude algoritmus pokračovat, je dalším ze zásadních momentů procesu celého algoritmu a existuje mnoho strategií, na základě kterých se další větve vybere (McDill, Braze 2001). Řešení nalezené v některé z větví, které splňuje podmínky celočíselnosti, se označuje jako spodní hranice celočíselného řešení. Jak bylo popsáno v bodu c), pokud je horní mez na některé větvi nižší než tato spodní hranice celočíselného řešení na jiné větvi, algoritmus na této větvi končí a tato větev musí být z dalších výpočtů vyloučena kvůli zvýšení efektivity algoritmu.

Nacházení nových celočíselných řešení na dalších větvích, posouvá spodní hranici celočíselného řešení nahoru a rozdíl mezi ní a horní mezí na dané větvi se zmenšuje. Celý algoritmus může skončit, když rozdíl klesne pod předem definovanou hodnotu. Tento rozdíl se označuje jako *gap tolerance* (McDill, Braze 2001).

Jak bylo zmíněno výše, mezi klíčová rozhodnutí v procesu algoritmu *branch-and-bound* patří 1) výběr proměnné, u které se začne algoritmus větvit, a 2) výběr větve, na které algoritmus pokračuje. Optimální řešení leží jen na jedné z větví. A rozhodnutí 1) a 2) ovlivní, za jakou dlouho tuto větev najdeme. Většina komerčních optimalizačních softwarů umožňuje kontrolu těchto rozhodnutí a vzájemně se mezi sebou liší strategiemi 1) i 2). Proto výběr softwaru může mít zásadní dopad na rychlost řešení.

Původní algoritmus *branch-and-bound* se mírně liší v závislosti, jestli se jedná o ryze celočíselnou úlohu, smíšeně celočíselnou úlohu nebo binární úlohu. Princip metody ale zůstává stejný.

Binární proměnné

Zvláštní postavení mají v úlohách celočíselného programování binární proměnné a řešení binárních úloh. Binární proměnné jsou takové, které mohou nabývat pouze dvou hodnot:

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{jestli rozhodnutí je ANO} \\ 0 & \text{jestli rozhodnutí je NE} \end{cases}$$

Díky zavedení binárních proměnných do modelu, můžeme do optimalizačního procesu začlenit i alternativy, které se navzájem vylučují (mutually exclusive alternatives). Díky binárním proměnným se do modelu mohou začlenit i podmíněná rozhodnutí (contingent decisions) pro takové případy, kdy hodnota jednoho rozhodnutí závisí na rozhodnutí předešlém. Kromě těchto základních výhod zavedení binárních proměnných do modelu, existují i další inovativní využití binárních proměnných.

Díky nim je možné mnoho obecných problémů formulovat jako ryzí nebo smíšený celočíselný problém. Takové proměnné jsou pak označovány jako pomocné binární proměnné (auxiliary binary variables). Prvním typem omezujících podmínek využívajícím pomocné binární proměnné jsou podmínky typu *bud' a nebo* (either-or constraints). Princip využití pomocných binárních proměnných pro tento typ omezující podmínky je vysvětlen na následujícím příkladu (podle Hillier, Lieberman (2010)):

$$\text{Bud' } 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \quad (4.3.3)$$

$$\text{nebo } x_1 + 4x_2 \leq 16 \quad (4.3.4)$$

V zadaném problému platí, že nejméně jedna z těchto podmínek musí být dodržena. Proměnné x_1 a x_2 jsou obecné. Nerovnice (4.3.3) a (4.3.4) se rozšíří o konstantu M :

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18 \quad (4.3.5)$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 16 + M$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18 + M \quad (4.3.6)$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 16$$

Tento krok (přidání konstanty M do modelu) předpokládá, že množina přípustných řešení je ohraničená a že M bude dostatečně velké natolik, aby neeliminovalo některé přípustné řešení (Dykstra 1984). Soustava nerovnic (4.3.5) a (4.3.6) je ekvivalentní soustavě:

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18 + My \tag{4.3.7}$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 16 + M(1 - y) \tag{4.3.8}$$

Uvedený zápis zaručuje, že ve výsledku bude platit buď nerovnice (4.3.7), nebo (4.3.8).

Další možností jsou podmínky typu K z O (K out of O constraints). V takovém případě se předpokládá, že je v modelu O omezujících podmínek a jen K z nich musí být splněno. Dále se předpokládá, že $K < O$. Výsledné řešení pak splňuje kombinaci K podmínek a $O-K$ podmínek je z modelu vyřazeno. Za předpokladu, že máme O omezujících podmínek

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq d_1 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq d_2 \\ &\vdots \\ f_N(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq d_N \end{aligned} \tag{4.3.9}$$

můžeme odvodit ekvivalentní sadu nerovnic

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq d_1 + My_1 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq d_2 + My_2 \\ &\vdots \\ f_N(x_1, x_2, \dots, x_n) &\leq d_N + My_N \end{aligned} \tag{4.3.10}$$

$$\sum_{i=1}^N y_i = O - K$$

Nová proměnná y_i je binární a M je extrémně velké kladné číslo.

Další možností je vyjádřit pomocí binárních proměnných hodnoty pravých stran omezujících podmínek, které mohou nabývat několika O hodnot (functions with O possible values). Uvažujme o omezující podmínce typu:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq d_1 \text{ nebo } d_1 \text{ nebo až } d_N \quad (4.3.11)$$

Speciálním případem může být funkce:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{j=1}^n a_j x_j \quad (4.3.12)$$

nebo funkce:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_j \quad (4.3.13)$$

Ekvivalentní formou zápisu, která daný problém vyřeší, je nová sada nerovnic:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^N d_i y_i \quad (4.3.14)$$

$$\sum_{i=1}^N y_i = 1$$

Předposlední možností využití binárních proměnných v modelech celočíselného lineárního programování je definování fixních nákladů (fixed-charge problem). Poměrně častým zadáním je úloha, v které celkové náklady aktivity j závisí na fixních nákladech dané aktivity a variabilních nákladech, které jsou úměrné úrovni aktivity j . Celkové náklady jsou pak definovány funkcí:

$$f_j(x_j) = \begin{cases} k_j + c_j x_j & \text{když } x_j > 0 \\ 0 & \text{když } x_j = 0 \end{cases} \quad (4.3.15)$$

Celý problém je pak definován jako:

Minimalizovat

$$Z = f_1(x_1) + f_2(x_2) + \dots + f_n(x_n) \quad (4.3.16)$$

Za splnění soustavy lineárních podmínek.

Po zavedení pomocných binárních proměnných y_j se může účelová funkce přepsat do podoby:

$$Z = \sum_{j=1}^n (c_j x_j + k_j y_j) \quad (4.3.17)$$

kde

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{jestli } x_j > 0 \\ 0 & \text{jestli } x_j = 0 \end{cases} \quad (4.3.18)$$

Do modelu je ještě nutné přidat podmínky 4.3.19.

$$x_j - M y_j \leq 0 \quad (4.3.19)$$

kde M je opět extrémně velké kladné číslo.

Posledním využitím binárních proměnných je nahrazení celočíselných proměnných. V některých případech může být většina proměnných v modelu binární. Ale jen pár proměnných je celočíselných. Právě celočíselné proměnné v modelu neumožňují pro řešení použít některý z velice efektivních binárních algoritmů.

V lineárním modelu, v kterém jsou celočíselné proměnné ohraničeny

$$0 \leq x \leq u \quad (4.3.20)$$

a pokud N bude celé číslo definované jako

$$2^N \leq u \leq 2^{N+1} \quad (4.3.21)$$

se mohou všechny proměnné x nahradit pomocnými binárními proměnnými y :

$$x = \sum_{i=0}^N 2^i y_i \quad (4.3.22)$$

Analogický postup s menší obměnou popisuje Dykstra (1984). V tomto případě se rovnice 4.2.23 přepíše na:

$$x = \sum_{i=1}^K 2^{i-1} y_i \quad (4.3.23)$$

a samotné K je pak:

$$K \text{ je celé číslo } \geq \log(u + 1) / \log 2 \quad (4.3.24)$$

Autor ale nezmiňuje, že K musí být první celé číslo, které odpovídá podmínce 4.3.24.

Demel (2011) uvádí navíc ještě základní logické podmínky vyjádřené formou lineárních nerovnic a rovnic (viz. následující přehled 4.3.25), které jsou založeny na matematické logice.

$$\begin{array}{ll}
 x_1 \Leftrightarrow \neg x_2 & x_1 + x_2 = 1 \\
 x_1 \Rightarrow x_2 & x_1 \leq x_2 \\
 x_1 \Rightarrow (x_2 \vee x_3) & x_1 \leq x_2 + x_3 \\
 (x_2 \vee x_3) \Rightarrow x_1 & x_2 + x_3 \leq 2x_1 \\
 x_1 \Leftrightarrow (x_2 \vee x_3) & 2x_1 \geq x_2 + x_3 \geq x_1
 \end{array} \tag{4.3.25}$$

Dykstra (1984) popisuje možnosti využití binárních proměnných pro vyjádření podmínky typu **if-then**. Předpokládají se dvě lineární nerovnice a vztah mezi nimi

$$\text{jestli } x_1 > 20, \text{ pak } x_2 \geq 5 \tag{4.3.26}$$

Přidáním dvou nových binárních proměnných můžeme původní nerovnice upravit do podoby:

$$\begin{array}{l}
 x_1 y_1 \leq 20 \\
 x_2 y_2 \geq 5
 \end{array} \tag{4.3.27}$$

Pak je nutné ještě přidat nové omezující podmínky:

$$\begin{array}{l}
 y_1 + y_2 = 1 \\
 x_1, x_2 \geq 0 \\
 y_1, y_2 = 0, 1
 \end{array} \tag{4.3.28}$$

Problémem této formulace jsou ale nerovnice 4.2.27, které jsou nelineární. Pokud bychom ale uvažovali, že proměnné x jsou celočíselné, bylo by možné je transformovat do ekvivalentních binárních proměnných (viz. výše) a tuto nelineární úlohu řešit pomocí binárních algoritmů (viz. níže).

Hillier, Lieberman (2010) ale upozorňují, že přidávání pomocných binárních proměnných do modelu podle návrhů prezentovaných výše, může způsobit extrémní nárůst počtu proměnných a v některých případech znemožnit vyřešení modelu.

Algoritmus branch-and-cut

O významu binárních proměnných pro plánování v managementu přírodních zdrojů, speciálně v lesním hospodářství svědčí i to, že první algoritmus, tzv. *additive algorithm* (Balas 1965), byl vytvořen právě pro řešení problému plánování lesních těžeb.

Explozivní vývoj v řešení binárních úloh pak přišel v polovině 80. let představením nového *branch-and-cut* algoritmu. Tato metoda totiž umožňuje řešit úlohy s velkým počtem binárních proměnných. *Branch-and-cut* algoritmus byl vyvinut původně pro ryzí binární úlohy, ale časem se modifikoval i pro ryzí celočíselné úlohy nebo smíšené celočíselné úlohy (Hillier, Lieberman 2010).

Algoritmus *branch-and-cut* sestává z kombinace tří různých technik: 1) automatický *preprocessing*, 2) vytvoření řezných plánů a 3) *branch-and-bound* metoda.

Automatický *preprocessing* zahrnuje počítačem řízenou reformulaci vloženého problému tak, aby se celé zadání zjednodušilo bez vyloučení jakýchkoliv přípustných řešení. Tato reformulace modelu může zahrnovat tři kategorie: a) zafixování hodnoty některých proměnných, které spočívá v tom, že se identifikují proměnné, u kterých připadá v úvahu pouze jedna hodnota (0 nebo 1), protože ta druhá hodnota nemůže být součástí přípustného a zároveň optimálního řešení; b) eliminace nadbytečných (redundantních) omezujících podmínek. V rámci kategorie se identifikují takové omezující podmínky, které jsou splněny už jen díky tomu, že jsou splněny i jiné podmínky. Takové nerovnice jsou pak v modelu nadbytečné. Další varianta c) spočívá ve výběru omezující podmínky, která se z modelu vyřadí, tak aby se zredukovala množina přípustných řešení LP relaxované úlohy, ale zároveň se neeliminoválo žádné z přípustných řešení binární úlohy.

4.4 Heuristické metody

Reálné problémy prostorového plánování těžeb jsou ze své podstaty složité kombinatorické úlohy (Baskent, Keles 2005). Pomocí metod celočíselného a smíšeného programování může být nalezeno skutečné optimum. Avšak s růstem počtu porostů (resp. velikostí lesního hospodářského celku) a počtu period, pro které se plán těžeb má vytvořit, roste i složitost problému a výpočetní čas potřebný k nalezení problému pak roste exponenciálně nebo je úloha neřešitelná úplně (Li a kol. 2010). U takových úloh je

mnohdy i z praktického hlediska nalezení skutečného optima nemožné. Dalším problémem je předpoklad, že všechny modely jsou lineární. Často se z tohoto důvodu musí přistoupit ke zjednodušení některých reálných vztahů do lineární podoby (Kangas a kol. 2008). Pro složité nebo nelineární úlohy se pak využívají tzv. heuristické metody (Hillier, Lieberman 2010). Za výsledek se považuje takové řešení, které se alespoň tomu skutečnému optimu přiblíží a současně se výpočetní čas výrazně sníží nebo se původní struktura modelu nemusí zjednodušovat. V mnoha optimalizačních problémech může mít účelová funkce několik lokálních extrémů, ale vždy má jen jeden globální extrém. Tradiční heuristické algoritmy, jako například horolezecký algoritmus, se zastaví hned, jakmile dosáhnou prvního nalezeného extrému. V komplikovanějších případech ale takový výsledek nemůže být přijatelný. Proto je nutné použít takové algoritmy, které jsou v průběhu svého řešení schopny nezastavit se na lokálním extrému a pokračovat dál. Někdy to samozřejmě znamená přijmout v průběhu procesu algoritmu částečně horší řešení, než je předcházející (Mehlhorn, Sanders 2008). Heuristické metody jsou založeny na často velmi jednoduchých iteračních algoritmech. V mnoha případech musí na základě individuálního problému vzniknout úplně nová metoda. V posledních letech se ale výzkum ubírá směrem vývoje velmi silných metaheuristických metod, které mohou poskytnout obecnou strategii pro řešení libovolného problému.

Využitím heuristických metod pro prostorové plánování těžeb se zabývala řada autorů. Mezi nejvíce v lesnickém plánování prozkoumané heuristické techniky patří například *Spatial feasibility test* (Carrol a kol. 1995), *Monte Carlo celočíselné programování* (O'Hara a kol. 1989; Nelson, Brodie 1990; Nelson a kol. 1991; Nelson, Finn 1991; Daust, Nelson 1993; Murray, Church 1995a; Boston, Bettinger 1999), *simulované žíhání* (Lockwood, Moore 1993; Murray, Church 1995a; Boston, Bettinger 1999; Crowe, Nelson 2005), *Tabu search* metoda (Murray, Church 1995a; Boston, Bettinger 1999), *column generation* (Weintraub a kol. 1994; Hoganson, Borges 1998; Borges a kol. 1999) nebo různé genetické algoritmy (Mullen 1996; Mullen, Butler 1997). Kromě těchto metod vznikají i v současnosti nové heuristické metody (Bettinger, Zhu 2006).

Pro účely disertační práce byly vybrány tři stochastické heuristické metody, které jsou v lesnickém plánování nejvíce používány. Stochastické heuristické metody jsou takové, které při každém novém průběhu algoritmu dojdou vždy k jinému výsledku (Kangas a kol. 2008). Jsou jimi Simulované žíhání, Tabu search a metoda Monte Carlo

celočíslné programování. Bettinger, Zhu (2006) ale řadí metodu Tabu search mezi deterministické metody, čili takové, které při stejných vstupních parametrech a stejném počátečním řešení dojdou vždy ke stejnému výsledku. Tento rozdíl v klasifikaci může být zapříčiněn způsobem výběru nové jednotky, resp. zda je i tento výběr náhodný nebo systematický. V kapitole **4.3 Celočíslné programování** bylo zmíněno, že metaheuristické metody na rozdíl od celočíslného programování je nutné často vyvíjet podle požadavků konkrétního modelu. Z tohoto důvodu budou principy jednotlivých algoritmů popisovány na konkrétním modelu plánování mytních těžeb, jehož obecná podoba byla představa v úvodu kapitoly.

Monte Carlo celočíslné programování

Monte Carlo celočíslné programování (MC) je nejjednodušší z uvedených heuristických metod. Jedná se pouze o náhodný výběr možných řešení při zadaném počtu iterací. Průběžná řešení jsou ukládána a nakonec je z nich vybráno nejlepší dosažené. S rostoucím počtem iterací roste pravděpodobnost nalezení optimálního řešení. Návrh možného průběhu algoritmu pro konkrétní příklad plánování těžeb je znázorněn na Obr. 4.4.1.

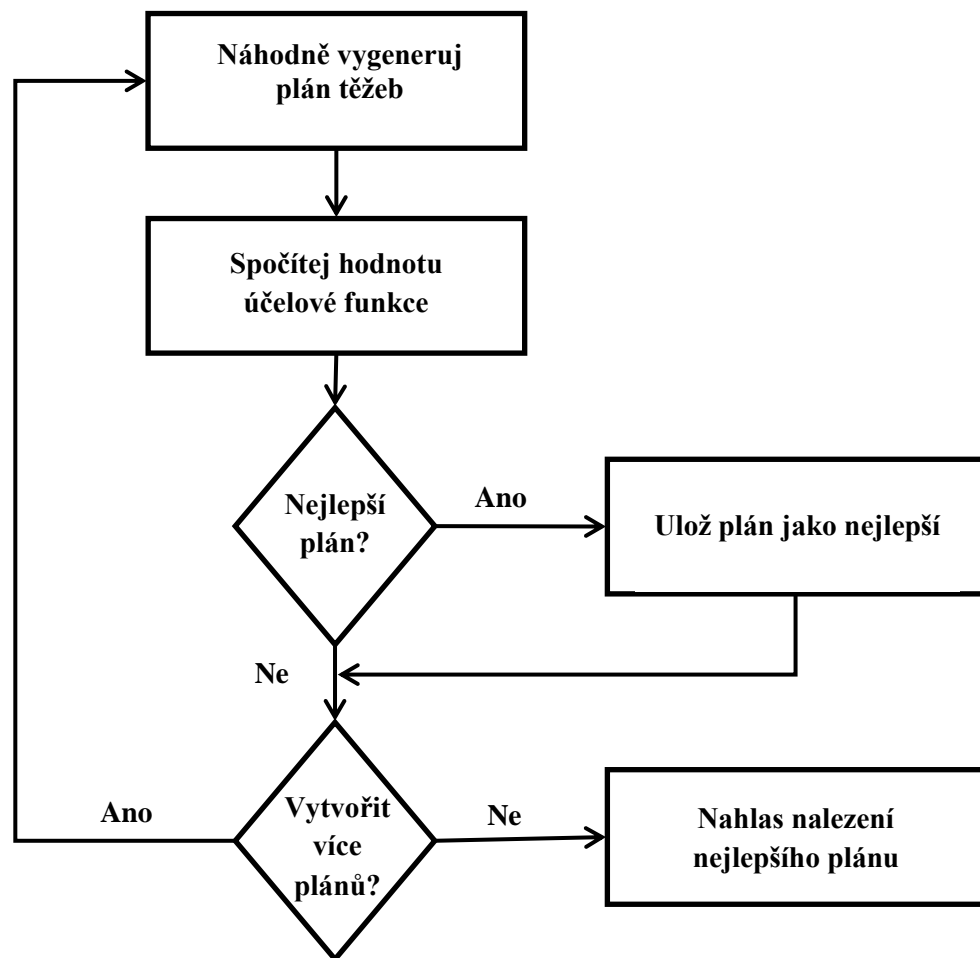
Základním parametrem metody MC je počet iterací, po které se algoritmus opakuje. Vzhledem k tomu, že Monte Carlo metoda je jednoduchá výběrová procedura, je zřejmé, že čím větší počet iterací bude, tím větší je pravděpodobnost, že bude nalezeno lepší řešení. Dalším neméně důležitým parametrem je pak počet nevyhovujících řešení, která se připustí v rámci jedné iterace.

Kvůli své jednoduchosti byla v počátcích metoda MC využívána pro prostorové plánování jako alternativa k tehdy výpočetně náročným úlohám ryze celočíslného nebo smíšeně celočíslného programování (Daust, Nelson 1993) a její úspěšnost dosahovala od 3 % do 10 % optimálního řešení dosaženého metodou lineárního programování (Nelson, Brodie 1990), ale také i jen 1 % (Bullard a kol. 1985). Metoda MC byla také často využívána pro řešení kombinatoricky složitějších typů modelů plánování (Barret a kol. 1998).

Boston, Bettinger (1999) testovali metodu MC pro 1000 iterací a pro tři hodnoty připuštěných nevyhovujících řešení – bylo to 200, 400 a 600. Vzhledem k charakteru

algoritmu bylo nejlepších hodnot účelové funkce dosaženo samozřejmě při počtu 600 přípustných nevyhovujících řešení.

Všechny předešlé práce testovaly metodu Monte Carlo pro dlouhodobé strategické plánování. Clements a kol. (1990) ji využili i pro kratší časový horizont a pro tento účel upravili model vytvořený Nelson a kol. (1988).



Obr. 4.4.1 Obecný vývojový graf algoritmu Monte Carlo simulace (upraveno podle Bettinger a kol. (2009))

Simulované žihání

Simulované žihání je jednou z tzv. meta-heuristických metod. Bertsimas, Tsitsiklis (1993) uvádějí, že simulované žihání je pravděpodobnostní metoda navržená

Kirkpatrick a kol. (1983) a Cerny (1985) pro nalezení globálního minima funkce, která má více lokálních minim. Algoritmus simulovaného žihání je inspirován oblastí metalurgie (z tohoto důvodu i název žihání). Při postupném ochlazování roztaveného kovu zaujímají jednotlivé částice takové pozice, aby celková energie systému byla minimální (Mehlhorn, Sanders 2008).

Pro řešení problému pomocí simulovaného žihání je důležité vytvořit tzv. plán chladnutí (Bertsimas, Tsitsiklis 1993). Parametry jsou počáteční teplota (T_0) a funkce chladnutí $T_{z+1} = f(T_z)$. Tato funkce může mít velmi složitý tvar nebo může být také nahrazena jednoduchými koeficienty (absolutními nebo relativními), o které se vždy sníží počáteční teplota (Li a kol. 2010). Posledním důležitým parametrem je pak konečná teplota, na které se celý proces algoritmu zastaví. Pro samotný algoritmus je důležité i nastavit počet iterací pro každou hodnotu teploty (Kangas a kol. 2008).

Princip algoritmu spočívá v náhodném výběru těžebního prvku a následně periody, ve které má být těžební prvek vytěžen. Následně se zkontroluje, zda výběr splňuje všechny podmínky. Pokud ano, vypočítá se hodnota účelové funkce. V případě, že nová hodnota účelové funkce je lepší než hodnota v předešlé iteraci, přijme se toto řešení a postup algoritmu pokračuje (Boston, Bettinger 1999).

Podle Bertsimas, Tsitsiklis (1993) má algoritmus simulovaného žihání základní předpoklady:

- 1) Existuje konečná množina S .
- 2) Funkce J definovaná v S ; S^* je množinou globálního minima funkce J a zároveň platí, že $S^* \subset S$.
- 3) Pro každé $i \in S$ existuje podmnožina $S(i) \subset S - \{i\}$, která se nazývá množinou sousedů i .
- 4) Pro každé i existuje soubor kladných koeficientů $q_{ij}, j \in S(i)$, tak že $\sum_{j \in S(i)} q_{ij} = 1$. Za předpokladu, že platí, že $j \in S(i)$ jen a pouze v případě, že $i \in S(j)$.
- 5) Existuje nerostoucí funkce $T(t): N \rightarrow (0, \infty)$, tzv. plán chladnutí. N je množinou kladných celých čísel a $T(t)$ je tzv. teplota v čase t .
- 6) Počáteční stav $x(0) \in S$.

Algoritmus simulovaného žihání je založen na v čase diskrétních a nehomogenních Markovových procesech. Markovovy procesy popisují stochastické systémy, které je

možné deterministicky popsat a v kterých s časem dochází s určitou pravděpodobností ke změnám. Systém se nachází v nějakém stavu n a postupem času se může dostat do stavu $(n+1)$. Zda systém změní svůj stav na stav $(n+1)$ záleží právě na stavu n . Přechod ze stavu n do stavu $(n+1)$ je popsán pomocí pravděpodobnosti (Jablonský 2007).

Pro algoritmus simulovaného žíhání předpokládejme, že máme současný stav systému $x(t)$, který je roven hodnotě i . K této hodnotě vybereme náhodně k ní hodnotu sousední j . Nový stav $x(t+1)$ je pak určen jako:

$$\text{pokud } J(j) \geq J(i), \text{ pak } x(t+1) = j \quad (4.4.1)$$

$$\begin{aligned} &\text{pokud } J(j) < J(i), \text{ pak } x(t+1) \\ &= j \text{ s pravděpodobností } \exp[J(j) - J(i)/T(t)] \end{aligned} \quad (4.4.2)$$

$$\text{jinak } x(t+1) = i$$

Formálně se pak uvedené zapisuje jako:

$$P_{[x(t+1)=j|x(t)=i]} = q_{ij} \exp \left[\frac{1}{T(t)} \max\{J(j) - J(i)\} \right] \quad (4.4.3)$$

za předpokladu, že $j \neq i, j \in S(i)$

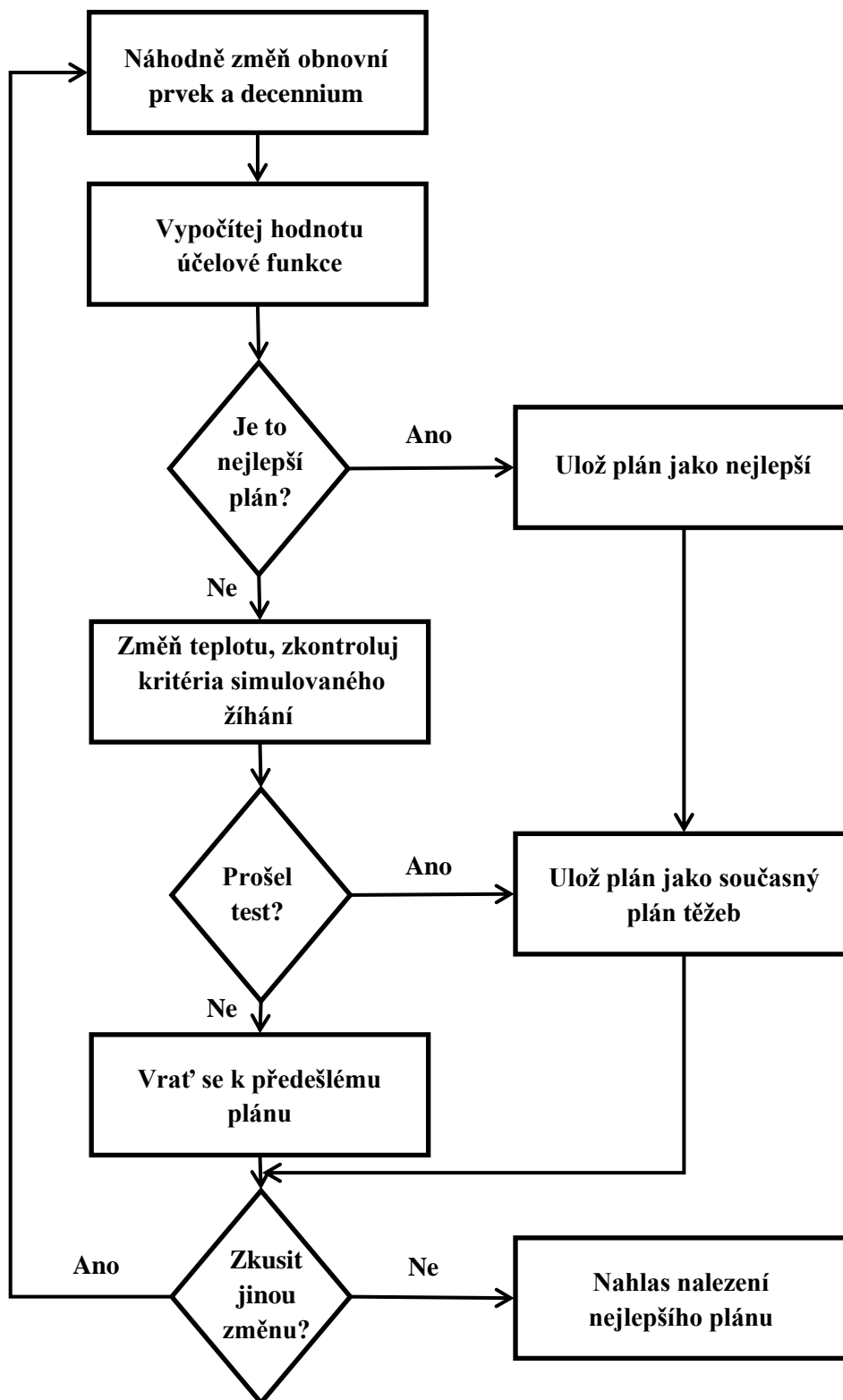
Pokud ale $j \neq i, j \notin S(i)$, pak

$$P_{[x(t+1)=j|x(t)=i]} = 0 \quad (4.4.4)$$

Když celý Markovův proces $x_T(t)$ bude nerozložitelný, neperiodický a vratný, pak jeho neměnné pravděpodobnostní rozložení bude:

$$\pi_T(i) = \frac{1}{Z_T} \exp \left[\frac{J(i)}{T} \right], i \in S \quad (4.4.5)$$

Z_T je normalizační konstanta. Pokud se hodnota T bude blížit k nule, pak se celé pravděpodobnostní rozdělení bude koncentrovat v množině S^* globálního minima funkce J (Bertsimas, Tsitsiklis 1993).



Obr. 4.4.2 Obecný vývojový graf algoritmu Simulované žihání (upraveno podle Bettinger a kol. (2009))

V kontextu optimalizace pak platí, že s vysokou pravděpodobností najdeme optimální prvky množiny S , pokud vytvoříme náhodné prvky pomocí pravděpodobnostního rozdělení π_T při velmi malých teplotách T . Konvenčně je toto rozdělení normální. Problém tohoto postupu je ten, že pokud je teplota T velmi nízká, může být čas potřebný k nalezení optima neúměrně dlouhý. Algoritmus simulovaného žíhání tento fakt řeší pomocí tzv. „plánu chladnutí“. Borges a kol. (2014a; 2014b) místo normálního rozdělení testovali pravděpodobnosti výběru nového řešení definované pomocí počtu alternativních managementových plánů a pomocí směrodatných odchylek čisté současné hodnoty jednotlivých obnovních prvků. Dokázali, že tyto postupy přináší větší hodnoty účelových funkcí, čili v porovnání s normálním rozdělením jsou úspěšnější. Na předešlém obrázku (Obr. 4.4.2) je graficky znázorněn průběh celého algoritmu tak, jak byl použit v práci Boston, Bettinger (1999).

Podle Boston, Bettinger (1999) je plán chladnutí reprezentován počáteční teplotou (temp), dále je to celkovým počtem iterací (Nrep) a nakonec samotnou funkcí chladnutí (snižování hodnoty temp), kterou může být například jednoduchá exponenciální funkce ($\text{Temp}=\text{temp}*0,999$).

Autoři ve své práci testovali různé „plány chladnutí“ lišící se počáteční teplotou (500 000; 900 000 a 1 500 000), počtem iterací (100; 200 a 300) a funkcí chladnutí, jejíž tvar byl stejný ve všech případech, jen se lišily koeficientem (0,999; 0,975 a 0,950). V práci bylo dokázáno, že všechny tři parametry mají významný vliv na výsledek. Nejlepších výsledků bylo dosaženo, když systém „chladl“ pomalu, čili koeficient ve funkci chladnutí byl 0,999. Stejně tak bylo nejlepších výsledků dosaženo v případě vysoké počáteční teploty (900 000 a 1 500 000). Rozdíl v počtu iterací 200 a 300 nebyl signifikantní, ale v případě počtu 100 iterací se již dosáhlo významně menší hodnoty účelové funkce. Podobných závěrů bylo dosaženo i v práci Kašpar a kol. (2013). Výsledky prezentované autory se lišily v závislosti na vstupní věkové struktuře jejich modelových celků. Ve všech případech ale byly dosažené hodnoty vyšší než 96 % hodnoty dosažené celočíselným programováním.

Lockwood, Moore (1993) testovali metodu Simulovaného žíhání na 27 548 obnovních prvcích a 12 periodách. Bohužel ale ve své práci neprezentovali numerické výstupy. Přínosem práce byl návrh samotného modelu. V něm byly všechny běžné omezující podmínky vyjádřeny formou penalizační účelové funkce. Byl tak vytvořen

neohraničený optimalizační problém, jehož výsledek je tak buď skutečně optimální, nebo velice blízký samotnému optimu.

V rámci lesnictví byla metoda simulovaného žíhání s úspěchem využita i pro řešení nelineárních problémů strategického plánování zahrnující běžné typy omezujících podmínek (Öhman, Eriksson 2002).

Tabu search

Algoritmus Tabu search byl poprvé představen ke konci 70. let 20. století pro řešení nelineárních problémů, ale vzápětí se začal používat na širokou škálu jiných úloh (Glover 1989, Glover 1990). Jakékoliv aplikace metody Tabu search zahrnují proceduru lokálního prohledávání. Proces začíná klasickou metodou *local improvement procedure* pro nalezení lokálního optima, kdy je v každé iteraci přijato jen řešení lepší než řešení předcházející. Klíčovou částí algoritmu ovšem je, že po nalezení lokálního optima dochází k prohledávání jeho okolí. Pokud během prohledávání je nalezeno ještě lepší řešení, původní *local improvement* procedura se opakuje. Nebezpečím uvedeného postupu může být, že po opuštění lokálního optima a pokračování v prohledávání se algoritmus dostane zpátky na již dříve nalezené lokální optimum. Tomu je zabráněno tím, že určitá řešení jsou procedurou „zakázána“ umístěním těchto řešení na tzv. tabu list (Hillier, Lieberman 2010). Ukládání těch řešení, ke kterým se proces nemůže vrátit, má kořeny v oboru umělé inteligence.

Tradičně je tabu list záležitostí „krátkodobé“ paměti, tzn., že počet řešení, které je možné na tabu list uložit, není extrémně velký a velikost tohoto listu je jedním z nastavitelných parametrů algoritmu (Boston, Bettinger 1999).

Metoda Tabu search zahrnuje i některé další rozšiřující koncepty. Jedním z nich je intenzifikace procesu, která spočívá v důkladnějším prohledávání vybrané oblasti přípustných řešení, protože byla tato oblast identifikována jako oblast s větší pravděpodobností výskytu globálního optima. Druhým konceptem je diverzifikace procesu spočívající v donucení algoritmu prohledat dosud neprohledané oblasti přípustných řešení. Oba procesy jsou spojeny s „dlouhodobou“ pamětí tabu listu (Hillier, Lieberman 2010).

Jakékoliv optimalizační procedury ať exaktní, nebo heuristické mohou být popsány sekvencí *pohybů* od jednoho zkušebního řešení k jinému ($x \in X$). Jeden *pohyb* je pak definován na podmnožině $X(s) \in X$:

$$s: X(s) \rightarrow X \quad (4.4.6)$$

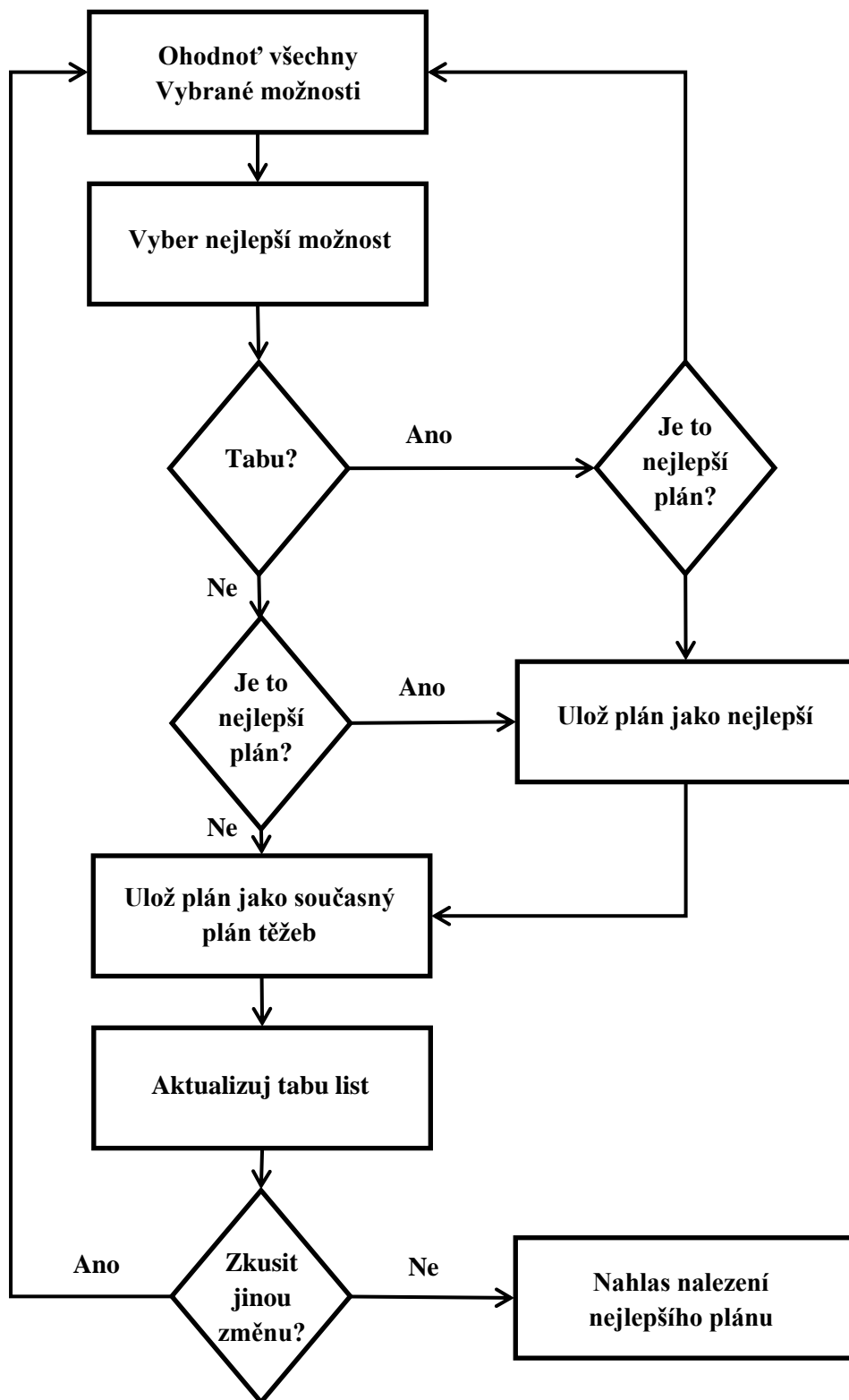
Podobně jako byla definována $x \in X$ může být definována množina $S(x)$, která zahrnuje všechny přípustné *pohyby* $s \in S$. Obě množiny pak mohou být analogicky definovány jako: $S(x) = \{s \in S: x \in X(s)\}$ a $X(s) = \{x \in X: s \in S(x)\}$. $S(x)$ bývá často označována jako „funkce sousednosti“ (Glover 1989).

Pokud bude tabu list definován jako množina T , která je podmnožinou S , (množina všech řešení), pak tato množina T může být definována jako:

$$T(x) = \{s \in S: s(x)\} \quad (4.4.7)$$

Základní průběh algoritmu může být popsán 4 kroky (podle Glover 1989):

1. Vyber počáteční řešení $x \in X$ a $x^* := x$, počet iterací nastav $k = 0$ a množina T je prázdná.
2. Jestliže $S - T$ je prázdná množina, jdi na bod 4. Jinak $k := k + 1$ a vyber řešení $s_k \in S - T$ tak, aby $s_k(x) = OPTIMUM(s(x): s \in S(x) - T)$.
3. Nechť $x := s_k(x)$. Jestli $c(x) < c(x^*)$, kde x^* je nejlepší doposud nalezené řešení.
4. Jestliže byl dosažen celkový maximální počet iterací nebo x^* už nemůže být vylepšeno nebo jestli $S(x) - T = \emptyset$ následně po kroku 2, pak algoritmus končí. V ostatních případech aktualizuj T a pokračuj na bod 2.



Obr. 4.4.3 Obecný vývojový graf algoritmu Tabu search (upraveno podle Bettinger a kol. (2009))

Oproti metodě Simulovaného žíhání není Tabu search metoda tak výrazně používaná. Především je to způsobeno větším výpočetním časem potřebným pro nalezení globálního optima, a dokonce i horších dosahovaných výsledků (Bettinger a kol. 2002). Tato menší úspěšnost metody Tabu Search se ovšem týká pouze varianty 1-Opt permutace. Je to nejběžnější varianta této metody a znamená, že v každé iteraci algoritmu se vybere jen jeden obnovní prvek v jedné periodě. Obecně se ale může v rámci jedné iterace vybrat λ obnovních prvků. S variantou 2-Opt permutací se již dosahuje velmi slušných výsledků i v porovnání s metodou simulovaného žíhání (Bettinger a kol. 1999; Bettinger a kol. 2002).

Základním uživatelem voleným parametrem procedury je velikost tabu listu. Boston, Bettinger (1999) testovali velikost tabu listu 5, 15, 25, 50, 75 a 100 kandidátních řešení. Autoři dokázali, že nejvyšší hodnoty účelové funkce bylo dosaženo v případě největšího tabu listu. Na Obr. 4.4.3 je znázorněn průběh algoritmu na konkrétní úloze plánování těžeb.

5 Prostorové aspekty optimalizace

Počet prací na téma prostorové plánování těžeb vzrostl v posledních dvou dekádách. V mnoha prestižních vědeckých časopisech lze nalézt studie zahrnující prostorové i neprostorové omezující podmínky. Práce se zabývají použitím různých metod matematického programování, heuristických a simulačních metod, hodnotí ekonomické a environmentální efekty prostorového plánování těžeb a představují řadu modelových přístupů k prostorovému plánování zahrnující různé produkční i mimoprodukční cíle (Baskent, Keles 2005).

Prostorová struktura lesa určuje vzájemné uspořádání jednotlivých částí, ať jsou to porosty, porostní skupiny nebo jednotlivé seče, nebo vzájemné vztahy mezi těmito částmi. Prostorová struktura popisuje na jedné straně samotné prostorové charakteristiky dílčích částí (např. velikost, tvar a relativní uspořádání), ale i neprostorové charakteristiky, kterými může být třeba kompozice reprezentována například průměrnou velikostí jedné části nebo jejich celkovým počtem (Rutledge 2003). Prostorová struktura se všemi svými charakteristikami má významný vliv na všechny ekologické procesy celého lesního ekosystému (Kurtilla 2001, Öhman 2001).

Lesnické plánování má několik specifík, které je nutné vzít v úvahu při tvorbě modelu, ale i následné analýze výsledků (Öhman 2001). Za prvé, do plánování vstupuje často mnoho konfliktních cílů. Existuje mnoho exaktních metod, pomocí kterých je možné různé cíle ohodnotit a nalézt kompromisní řešení (Pukkala 2002; Diaz-Balteiro, Romero 2008). Za druhé, lesní systémy jsou z pohledu plánování velmi komplikované díky své komplexitě. Z toho důvodu se v modelech vyskytuje velká míra nejistoty, kterou je ale nutné nějakým vhodným způsobem uvažovat. I tento problém je částečně řešen alternativními metodami plánování (Pasalodos-Tato a kol. 2013). A konečně, pro lesnické plánování jsou typické dlouhé časové horizonty.

Díky komplexitě lesních systémů je lesnické plánování obvykle hierarchicky rozdělováno do strategického, taktického a operativního plánování. Výsledkem strategického plánování jsou obecné strategické plány na 50–100 let. Hlavním cílem strategického plánování je zajištění trvalé udržitelnosti hospodaření v lesích a stanovení vhodné celkové výše těžeb s ohledem na maximalizaci vytěžené hmoty nebo čisté současné hodnoty. Základní metodou pro vytváření strategických plánů i řadu velkých společností a vládních agentur v Severní Americe je právě metoda lineárního

programování. Díky moderním matematickým metodám a vývoji výpočetní techniky je již dnes možné do strategického plánování zahrnout i environmentální a ekologické požadavky (Öhman, Eriksson 1998; 2002). Prostorová struktura je často nahrazována definovanými straty – podle věku, dřevinného složení, kvality stanoviště apod. Pro predikci růstu jsou používány generalizované růstové modely (Bettinger a kol. 2009).

V rámci taktického plánování pak dochází k transformaci stanovených cílů strategického plánování na menší územní celky a plánovací horizont se pohybuje 5–20 let (Öhman 2001). Implementovat lesnické plány bez přihlídnutí k prostorové struktuře či dalším požadavkům, může v praxi způsobit mnoho problémů vedoucích v konečném důsledku k nemožnosti takový plán vůbec realizovat (Bettinger a kol. 2009). Strategické plánování by tedy v každém případě mělo vycházet z přesné prostorové struktury lesního celku, pro který je plán připravován.

Operativní plánování řeší již vykonávání konkrétních úkonů lesnické činnosti v horizontu měsíců, týdnů i dní. Předkládaná disertační práce se věnuje oboru strategického a taktického plánování mýtních těžeb.

5.1 Vyjádření prostorových vztahů v optimalizačních modelech plánování těžeb

5.1.1 Exogenní prostorové podmínky

Standardní přístupy lineárního programování neumožňují zahrnout prostorové proměnné a omezující podmínky. Navíc modely lineárního programování znemožňují už svoji podstatou použít nelineární formulace, které jsou často nevyhnutelné v prostorovém plánování těžeb (Kurtilla 2001). Podmínky plynoucí z různých prostorových omezení je ovšem možné do optimalizačních modelů zakomponovat jiným způsobem. Jedna z možností je například vybrat pomocí geografických informačních systémů části lesních porostů, které se z plánování vyřadí *a priori*. Například pomocí buffer zón apod. Druhou možností je použít prostorová omezení při simulaci růstu pro dané potenciální těžební zásahy a teprve pak plánovat mýtní těžby pomocí navržených modelů lineárního programování.

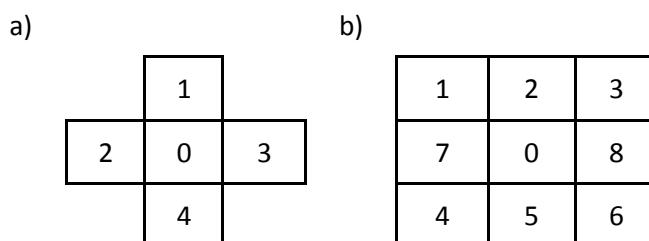
5.1.2 Endogenní prostorové podmínky

Prostorové aspekty vstupují do plánování těžeb stále více a více především z důvodu environmentálních požadavků a požadavků veřejnosti na plnění rekreačních a hygienických funkcí. Tyto přístupy nutí ale použít jiné metody matematického

programování, jako je například celočíselné nebo smíšené či binární programování. V moderním pojetí prostorové optimalizace těžeb vstupují do optimalizačních modelů informace o vzájemných prostorových vztazích mezi porosty, obnovními prvky apod.

Tyto vztahy lze popsat pomocí konečné množiny bodů a spojnic mezi některými z nich. Body v takovém schématu je zvykem označovat jako vrcholy a spojnice hrany. Matematickou abstrakcí podobných schémat je pojem graf a je to jeden ze základních pojmů diskrétní matematiky (Matoušek, Nešetřil 2010). V našem případě je grafem grafické rozdělení lesního celku na jednotlivé obnovní prvky, které jsou uzly v tomto grafu. V grafu reprezentujícím vztahy sousednosti můžeme obecně použít dvě metody popisující vztahy mezi uzly. Podle Konoshima a kol. (2011b) se jedná o tzv. Mooreovo okolí a Neumannovo okolí (viz Obr. 5.1.1). Tato označení se ale používají při popisu rastrových dat. Pro popis vztahů mezi jednotlivými polygony by se měly používat termíny *Rook's case* (případ věže) a *Queen's case* (případ královny) (Cho 2005). Princip u obou dvou skupin je ovšem stejný (Balzter et. al., 1998). V případě Mooreova okolí pomocí matice sousednosti se popíší k jednomu uzlu (v tomto případě uzlu 0) vztahy uzlů přiléhajících nejen hrano,u ale i rohem (uzly 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8). V případě Neumannova okolí se popisují vztahy jednotek pouze hranami přiléhajícími k jednotce prostřední (uzly 1, 2, 3, 4, 5, 6).

Konoshima a kol. (2011b) analyzovali použití obou dvou struktur pro definování vztahů mezi navrženými obnovními prvky pro podrovní způsob hospodaření. Z jejich analýzy vyplývá, že pro dosažení vyrovnanějších a zároveň vyšších těžeb je výhodné použít Neumannovu strukturu sousednosti.



Obr. 5.1.1 Schematické a) Neumannovo a b) Moorevo okolí

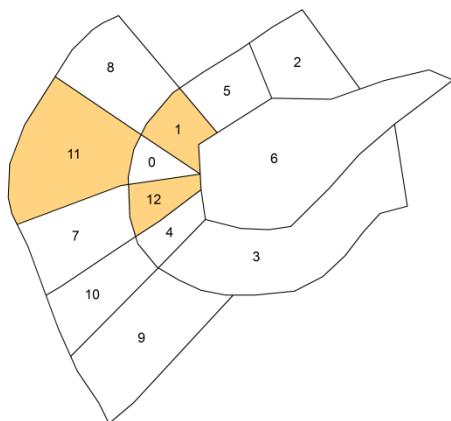
Bettinger a kol. (2009) přidávají k těmto dvěma vztahům ještě třetí, kdy se za sousední obnovní prvek považuje takový, který je od daného prvku vzdálen nějakou

předem danou vzdálenost. Jinými slovy, spadá do bufferu středového polygonu o definované šířce. Autoři zároveň uvádějí, že tento způsob je výpočetně nejnáročnější.

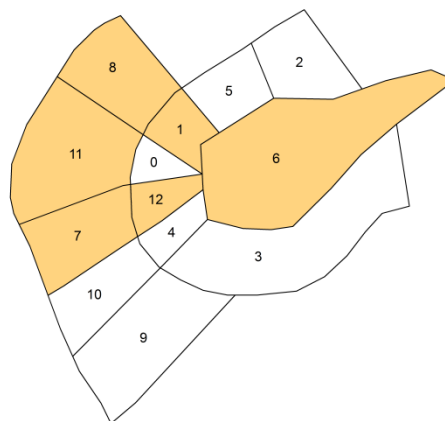
Teoreticky je možné aplikovat všechny tři způsoby. Z praktického hlediska je ale v ČR použitelný až na výjimky pouze třetí způsob (Vopěnka a kol. 2015). Dopad uvedených způsobů vyjádření sousednosti je ilustrován na Obr. 5.1.2.

Na obrázku je vidět, že v případě Neumannova okolí bodu (Obr. 5.1.2 a) se za sousední polygony k polygonu 0 považují celkem 3 okolní polygony. V případě Moorova okolí bodu (Obr. 5.1.2 b) je už okolních polygonů 6. V posledním případě (Obr. 5.1.2 c), pokud se vytvořil buffer o šířce 30 m, sousedních polygonů je již celkově 10. Je zřejmé, že čím větší počet sousedních polygonů, tím větší bude počet vztahů mezi nimi. S počtem vztahů poroste i počet výsledných omezujících podmínek v modelu a to může výrazně ovlivnit výpočetní náročnost a čas (Bettinger a kol. 2009)

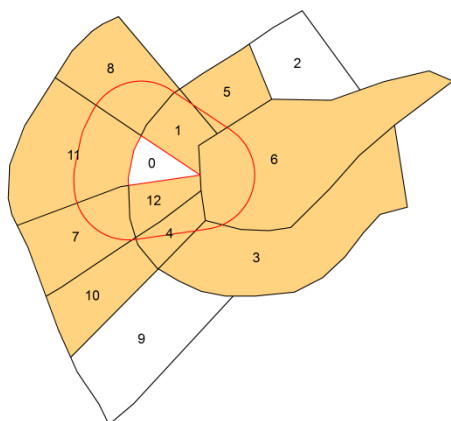
a)



b)



c)



Obr. 5.1.2 a) Neumannovo, b) Moorevo okolí bodu, c) buffer o šířce 30m

Přístupy optimalizace těžeb, které zahrnují prostorové požadavky do samotného procesu optimalizace, se nazývají endogenní (Heinonem 2007). Výhodou endogenních modelů na rozdíl od exogenních je možnost dynamicky měnit prostorovou strukturu (například plánované migrační koridory mezi dílčími habitaty) v čase (Öhman 2001).

Öhman (2001) zavádí dvě základní kategorie endogenních modelů. Jsou to tzv. problémy disperze a problémy konektivity. Problémy disperze jsou takové, které řeší vhodné rozmístění prostorových elementů po celé ploše určené pro plánování, například přiřazování holých sečí apod. Naopak problémy konektivity se snaží vyřešit požadavky na vytvoření souvislých celků prostorových elementů s požadovanými vlastnostmi, například vytvoření migračního koridoru nebo chráněné zóny tvořené mytými porosty o dané výměře a tvaru.

5.2 Typy prostorových podmínek

5.2.1 Modely prostorového plánování

Podmínky prostorového vzájemného přiřazování jednotlivých těžebních zásahů jsou základními podmínkami prostorového plánování těžeb. Jsou označovány jako „*green-up constraints*“ a jsou to pravidla pro těžbu na obnovním prvku, který sousedí s prvkem, na kterém již těžba byla provedena (Bettinger a kol. 2009). Vztahují se přímo k času a prostoru a jsou nejvíce používanými podmínkami v lesnickém plánování (Bettinger, Zhu 2006). Kontrola velikosti, tvaru a prostorového a časového umístění jednotlivých těžebních zásahů se kromě jiného považuje za základní prostředek k zachování vhodného habitatu zvěře, udržení hodnoty biodiverzity či posílení estetické funkce lesa. Přesto, že podmínky přiřazování sečí jsou nezbytné, nepřímě komplikují modely plánování těžeb, a to především v místech, kde se jednotlivé navržené obnovní prvky dotýkají rohy (Tarp, Helles 1997).

Podmínky přiřazování sečí vyplývají z mnoha důvodů. Mohou to být podobně jako v ČR zákonné podmínky jednotlivých států. Jinde to mohou být pravidla daná certifikací lesů či politikou jednotlivých podniků a organizací (Bettinger, Sessions 2003). Ve Švédsku je například maximální povolená výměra holé seče 20 ha (Dahlin, Sallnäs 1993) a některé lesní celky v USA spadající pod U. S. National Forests jsou omezeny maximální velikostí holé seče 16 ha (Bettinger a kol. 2009).

Existují dva základní koncepty modelů prostorového plánování mýtních těžeb aplikovatelných v plánování mýtních těžeb. Jedná se o tzv. URM (unit restriction model) a ARM (area restriction model) modely (Murray 1999). Detailněji budou oba dva typy modelů popsány dále. Pro všechny endogenní modely je typická alespoň jedna binární rozhodovací proměnná:

$$x_{ip} = \begin{cases} 1 & \text{když obn. prvek } i \text{ bude v periodě } p \text{ vytěžen} \\ 0 & \text{v ostatních případech} \end{cases}$$

URM modely

Omezující podmínky v URM modelu znemožňují vytěžit dva sousední obnovní prvky současně. Libovolné dva sousední prvky by v sumě překročily povolenou maximální výměru nebo rozměr (Murray, Snyder 2000).

Základní URM model může mít podobu (upraveno podle Murray (1999)):

Maximalizovat

$$Z = \sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P c_{ip} x_{ip} \quad (5.2.1)$$

Za podmínek

$$\sum_{p=1}^P x_{ip} = 1 \quad \forall i \in I \quad (5.2.2)$$

$$\sum_{i=1}^I v_{ip} x_{ip} \geq L_p \quad \forall p \in P \quad (5.2.3)$$

$$\sum_{i=1}^I v_{ip} x_{ip} \leq U_p \quad \forall p \in P \quad (5.2.4)$$

$$x_{ip} + x_{jp} \leq 1 \quad \forall i, p, j \in N_i \quad (5.2.5)$$

$$x_{ip} = (0,1) \quad \forall i,p \quad (5.2.6)$$

Stěžejní omezující podmínkou pro URM model je nerovnice (5.2.5). Tato podmínka vyjadřuje vztah, že dva sousední obnovní prvky i a j nemohou být těženy současně ve stejné periodě p . V případě binární proměnné x (proměnná může nabývat pouze hodnot 0 nebo 1) je zřejmé, že nerovnice bude splněna pouze v případě, že jeden z členů bude 1 (čili obnovní prvek bude vytěžen) a druhý člen bude 0 (obnovní prvek nebude vytěžen), případně oba dva obnovní prvky nebudou vytěženy.

Richards a Gunn (2000) dokázali, že předdefinování obnovních prvků v URM modelech může zapříčinit větší nevyrovnanost těžeb mezi jednotlivými periodami. Dalším důsledkem použití URM namísto ARM modelů může být nižší hodnota účelové funkce (Crowe a kol. 2003).

Základním způsobem jak vyjádřit vztahy sousednosti v URM modelech jsou tzv. párová omezení. Je to nejjednodušší, ale také bohužel výpočetně nejméně efektivní metoda (Bettinger a kol. 2009). Obecný zápis párového omezení má podobu:

$$x_{ip} + x_{jp} \leq 1 \quad \forall i,p \quad (5.2.7)$$

kde $j \in J$ a J je množina všech sousedních prvků k prvku i .

Výsledný počet nerovnic sousednosti je tedy stejný jako počet všech vztahů sousednosti.

ARM modely

Na rozdíl od URM modelů dva navržené sousední obnovní prvky v ARM modelech nemusí nutně dohromady překročit maximální povolenou výměru (Murray, Snyder 2000). Tato velikost je často označována jako „*Opening Size*“ (Crowe a kol. 2003). Základní rozdíl v omezujících podmínkách mezi URM a ARM modely je možné popsat na následujícím příkladu (upraveno podle Murray (1999)):

Maximalizovat

$$Z = \sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P c_{ip} x_{ip} \quad (5.2.8)$$

Za podmíněk

(5.2.2) - (5.2.4), (5.2.6)

$$f_{ip}(x) \leq A \quad \forall i, p \quad (5.2.9)$$

Jediný rozdíl základní podoby optimalizačního ARM modelu oproti modelu URM je nerovnice (5.2.9) vyjádřená pomocí funkce $f_{ip}(x)$. Tato funkce prezentuje souvislou plochu všech sousedních obnovních prvků, na nichž je provedena těžba ve stejné periodě. Celková výměra této souvislé plochy pak nesmí překročit maximální povolený rámec A . Bohužel je vyloučeno, aby tato funkce byla stanovena *a priori*.

Díky tomu, že je možné určit potenciální obnovní prvky, omezení (5.2.9) pak může být zapsáno jako:

$$x_{ip} + \sum_{j \in N_i \cup S_i} a_j x_{jp} \leq A \quad (5.2.10)$$

kde S_i je podmnožina všech obnovních prvků, které sousedí se sousedy obnovního prvku i a všechny prvky, které sousedí se sousedními prvky sousedních prvků atd. Nerovnice (5.2.10) je pak z tohoto důvodu označena jako rekurzivní.

Murray (1999) uvádí, že díky vztahu (5.2.9), resp. (5.2.10), je ARM model problém dynamického programování. Crowe a kol. (2003) ale představují dva typy formulací ARM modelů, které jsou problémy celočíselného programování a jsou tak řešitelné běžně dostupnými komerčními softwary.

První formulace je pomocí tzv. *Maximum opening constraints* (omezení maximální vytěžené plochy). Těmito omezeními je množina nerovnic, které zaručují, že žádná z možných kombinací dvou a více sousedních potenciálně vytěžených obnovních prvků nepřekročí povolenou maximální velikost.

Prvním krokem k získání těchto nerovnic je sestavení kombinací co nejmenšího počtu obnovních prvků, které by v případě současného vytěžení všech prvků v dané kombinaci překročily povolený limit pro velikost holé seče. Z těchto množin kombinací pak dojde k vytvoření nerovnic. Každá nerovnice obsahuje takový počet proměnných reprezentující obnovní prvky, u kterého stačí vyřadit jednu proměnnou (obnovní prvek) a maximální povolená velikost již nebude překročena. Z toho důvodu není nutné v nerovnicích uvádět jednotlivé výměry každého obnovního prvku a stačí uvažovat

pouze s jejich počtem. Pravá strana nerovnice je tvořena sumou všech proměnných na levé straně minus jedna. Uvedený princip může být vysvětlen na následujícím příkladu (upraveno podle Crowe a kol. (2003)): Mějme 4 sousedící obnovní prvky, každý s výměrou 0,30 ha. Maximální povolený limit pro velikost holé seče je 1,00 ha. Necht' je proměnná $x_i = 1$ pokud bude i -tý obnovní prvek vytěžen.

$$+x_2 + x_3 + x_4 \leq 3 \quad (5.2.11)$$

Pokud jsou jakékoliv libovolné 3 obnovní prvky vytěženy současně, celková výměra vzniklé holé seče pak nepřekročí maximální povolenou velikost.

Druhou možnou formulací je metoda tzv. Appended cliques. Původně byla tato metoda vyvinuta pro získání nerovnic vyjadřujících vztahy sousednosti (Murray, Church 1996; McDill, Braze 2000). Crowe a kol. (2003) demonstrují použití této metody v ARM modelech. Základem metody je vytvoření množin všech přiléhajících prvků pro každý i -tý obnovní prvek. Důležitý rozdíl oproti první formulaci je nutnost přidat do výsledných nerovnic údaje o výměrách dílčích obnovních prvků.

Zajímavé rozšíření základní podoby ARM modelu podle Murray (1999) se získá rozšířením účelové funkce:

Maximalizovat

$$Z = \sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P c_{ip} x_{ip} - \sum_{i=1}^I o_i \quad (5.2.12)$$

Poté se musí nerovnice (5.2.9) nahradit nerovnicí:

$$f_{ip}(x) - o_i \leq A \quad \forall i, p \quad (5.2.13)$$

kde o_i je velikost plochy, o kterou se překročí maximální povolená velikost jedné seče. Ostatní omezující podmínky zůstávají stejné. Jde o model, který umožňuje překročení maximální povolené velikosti holé seče, ale toto překročení je minimalizováno. Vzhledem k zákonným podmínkám v ČR je ale tato forma modelu spíše pouze teoretická. Její použití by bylo možné v některých typech maloplošných hospodářských způsobů, ale i v těchto případech by hrozilo, že za určitých okolností dojde k překročení zákonného limitu pro velikost holé seče.

McNaughton a kol. (2001) popisují URM modely jako zjednodušenou verzi ARM modelů, ve kterých chybí omezení maximální velikosti holé seče. Je dokázáno, že ARM

modely mají oproti URM modelům řadu výhod (Richards, Gunn 2000). Jednou z výhod může být například dosažitelná vyšší hodnota účelové funkce při stejných vstupních datech v případě ARM (Murray, 1999). Na druhé straně Barret, Gilles (2000) uvádějí, že tato nevýhoda URM modelů se týká pouze takových, u kterých je relativní velikost navrženého obnovního prvku výrazně menší než maximální povolená velikost holé seče.

Na druhé straně, lesnická legislativa v ČR týkající se těžebního plánování je výrazněji striktnější než uvedené příklady ze Švédska či USA. Podle zákona o lesích (č. 289/1995 Sb.) a jeho prováděcích vyhlášek je nutné v ČR dodržet nejen maximální povolenou výměru, ale i tvar daný maximální možnou šířkou holé seče. Z tohoto důvodu je zatím použití URM modelů v legislativních podmínkách ČR jedinou možností.

5.2.2 Metody pro redukování počtu nerovnic sousednosti v případě URM

Zařazení podmínek vzájemného přiřazování sečí do modelů prostorového plánování těžeb může v reálných úlohách vést k extrémnímu růstu omezujících podmínek modelu. Z důvodu environmentálních, sociálních ale i legislativních ovšem tyto podmínky především v případě holosečného hospodářství nelze vyloučit.

Thompson a kol. (1973) navrhli použití podmínek sousednosti (*adjacency constraints*) pro formulaci lineárního programování. Místo tohoto explicitního vyjádření Mealey a kol. (1982) prezentovali model lineárního programování se zahrnutím nových rozhodovacích proměnných, které obsahovaly informace o tom, které potenciální seče mohou být těženy současně. Hokans (1983) pak navrhuje použít procedury umělé inteligence.

Od konce 80. let jsou již ale známy různé heuristické metody a metody matematického programování pro řešení prostorového plánování těžeb (Gross, Dykstra 1988; Gross 1989; Nelson a kol. 1988; Sessions, Sessions 1988). Tyto metody vycházejí z teorie grafů (Mehlhorn, Sanders 2008; Matoušek, Nešetřil 2010).

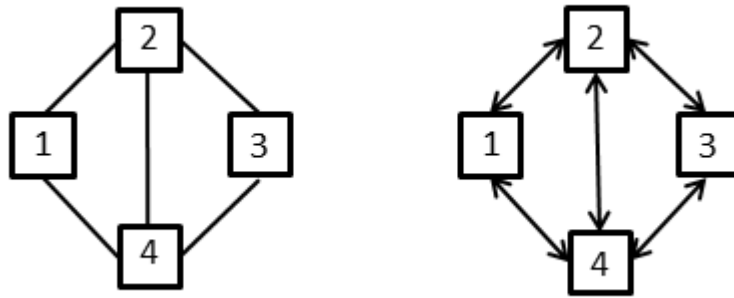
Podle Crowe a kol. (2003) existují dva směry výzkumu podmínek sousednosti URM modelů za použití *branch-and-bound* algoritmu. Prvním z nich je snižování počtu omezujících podmínek díky různým agregačním schémátům. Mezi ně patří M-K-J algoritmus (Meneghim a kol. 1988), T-B algoritmus (Torres-Rajo, Brodie 1990) nebo analytické algoritmy (Yoshimoto, Brodie 1994a). Algoritmy M-K-J a T-B jsou ovšem

založeny na heuristických metodách, a proto jejich použití může být problematické (Yoshimoto, Brodie 1994a). Podle Torres-Rojo, Brodie (1990) může ovšem snižování počtu podmínek vést ke ztrátě efektivity při řešení některých problémů.

Druhým směrem je pak reformulace původních podmínek sousednosti, která povede ke zvýšení efektivity *branch and bound* algoritmu. Reformulací podmínek se zabývali například Yoshimoto, Brodie (1994a); Murray, Church (1995b, 1996); Snyder, Revelle (1996, 1997) nebo McDill, Braze (2000).

Redukování počtu omezujících podmínek, založené na agregaci lineárních nerovnic a rovnic, významně snižovalo velikost potřebné operační paměti počítačů použitých pro řešení úloh a výpočetní čas úloh celočíselného programování (Kannan 1983). Dalším důvodem pro redukování celkového počtu omezujících podmínek byly omezené kapacity prvotních solverů, které byly schopné řešit pouze omezený počet omezujících podmínek a proměnných. Tento směr vývoje je ale dnes již irelevantní, protože většina komerčních solverů takováto omezení již nemají, a navíc operační paměti i osobních počítačů dnes již desetinásobně vzrostly (Crowe a kol. 2003). Navíc rozdíly ve výsledném počtu omezujících podmínek mezi jednotlivými algoritmy značně závisí i na prostorové struktuře a počtu sousedících jednotek (Torres-Rojo, Brodie 1990). Sami autoři uvádějí, že jimi navržený algoritmus (T-B algoritmus) poskytuje lepší výsledky ve smyslu konečného počtu omezujících podmínek pouze v případě, že prostorová struktura je blízká šachovnici. Jakmile je počet vztahů sousednosti vyšší než v případě šachovnice, lepší výsledky poskytuje algoritmus M-K-J. Dále uvádějí, že ale takových případů ve skutečném světě není mnoho.

Další významný rozdíl mezi jednotlivými algoritmy spočívá v možnosti uložení prostorových informací, z kterých algoritmy tvoří výsledné lineární nerovnice. Jak již bylo zmíněno, popis a matematické vyjádření prostorových vztahů vychází z teorie grafů. Předpokládejme, že $G = (V, E)$ je neorientovaný graf a $G' = (V, \cup_{\{u,v\} \in E} \{(u, v), (v, u)\})$ je odpovídající orientovaný graf (Obr. 5.2.1). $V = 1, \dots, n$ je počet všech uzlů grafu a $(u, v) \in E$ je množina všech popsanych hran mezi uzly a m je jejich celkový počet.

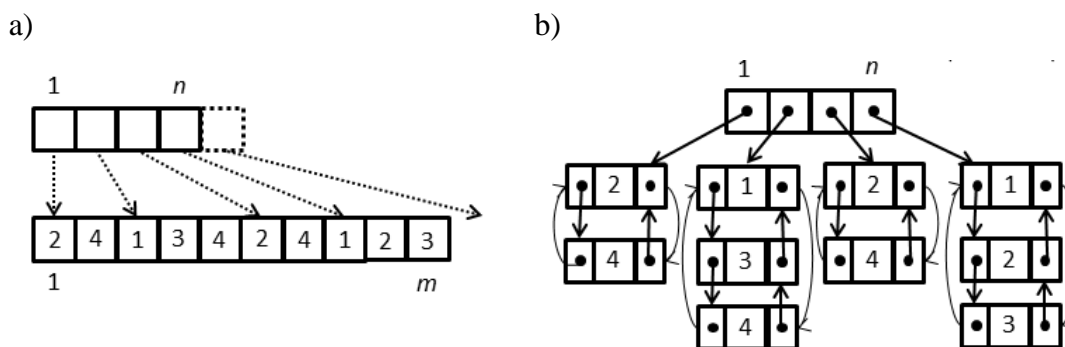


Obr. 5.2.1 Orientovaný a neorientovaný graf (upraveno podle Mehlhorn, Sanders (2008))

Vztahy mezi hrany a uzly je možné podle Mehlhorn, Sanders (2008) v programovém kódu vyjádřit čtyřmi základními způsoby.

Za prvé je to neseřazená sekvence hran. Každá hrana je reprezentována dvojicí indexů určující, z jakého do jakého bodu hrana vede, v ideálním případě je ještě informace rozšířena o váhu (hodnotu) této hrany. Je to nejjednodušší způsob zápisu a uložení dat. Každá další hrana je přidána v konstantním výpočetním čase. Avšak jiné operace již potřebují $\Theta(m)$ času. Tento zápis znamená, že čas potřebný na danou operaci je funkcí počtu prvku v dané sekvenci. Tato forma zápisu je často využívána pro zápis vstupů a výstupů.

Druhou možností je tzv. adjacency array (Obr. 5.2.2 a). Tento způsob zápisu je v podstatě seznam všech prostorových jednotek a ke každé z nich je doplněn seznam všech jednotek k ní sousedících. Tato forma zápisu neumožňuje matematicky upravovat vstupní data, ale umožňuje přímo ke každé jednotce přidávat další informace a je vhodná pro statické grafy, u kterých se nepředpokládá přidávání dalších uzlů či hran. Navíc jakákoliv změna ve vstupních datech neznamená zásadní změnu v původním array listu. Fakt, že přímé matematické operace jsou vyloučeny, redukuje použití tohoto způsobu uložení dat pouze pro konvenční párový algoritmus. Tento způsob uložení informací o prostorové struktuře vyžaduje $n + m + \Theta(1)$ word. Je to kompaktnější než $2m$ word potřebných pro uložení dat v případě předešlém.



Obr. 5.2.2 Grafické znázornění a) adjacency array a b) adjacency list (upraveno podle Mehlhorn, Sanders (2008))

Adjacency array je velmi kompaktní a efektivní reprezentace grafu. Nicméně jeho hlavní nevýhoda spočívá v tom, že přidání nebo odebrání hrany grafu je časově velmi náročné. Z toho důvodu je výhodnější použít takzvané array listy (Obr. 5.2.2 b).

Vztahy mezi jednotlivými uzly (vrcholy grafu) se dají vyjádřit i pomocí tzv. matice sousednosti (Yoshimoto, Brodie 1994a; Matoušek, Nešetřil 2010). Pokud bude mít graf n uzlů, pak vznikne $n \times n$ matice sousednosti \mathbf{A} , kde prvek matice a_{ij} je 1, když $(i, j) \in E$ a 0 v ostatních případech. Přidání nebo odebrání hrany v případě matic sousednosti spotřebuje vždy konstantní čas $\Theta(m)$. To může být efektivní pouze pro velmi husté grafy, v kterých platí, že $m = \Omega(n^2)$. Nároky na paměť jsou malé, n^2 bitů (Mehlhorn, Sanders 2008). Obrovskou nevýhodou tohoto způsobu uložení dat ale zůstává komplikované přidávání nových uzlů nebo hran, případně pokud je potřeba uložit nějaké přídatné informace o každém uzlu. Na druhé straně umožňuje tato forma přímé matematické úpravy, které jsou nezbytné pro některé typy navazujících algoritmů.

Nejjednodušším způsobem vyjádření všech prostorových vztahů sousednosti mezi obnovními prvky v daném porostním celku je tzv. konvenční neboli tradiční algoritmus (conventional algorithm) (Yoshimoto, Brodie 1994a). Vzniklé nerovnice se označují jako párové omezené (pairwise constraints) (Bettinger a kol. 2009). Při použití tohoto způsobu zahrnuje každá výsledná nerovnice pouze dvě proměnné, tj. každé dva sousední obnovní prvky. Celkový počet všech prostorových omezení je dán počtem kombinací každých dvou obnovních prvků. To byla dříve hlavní nevýhoda tohoto algoritmu, protože většina i komerčních solverů byla omezena celkovým maximálním

počtem omezujících podmínek. To již ale dnes není pravda. Navíc jednoduchost algoritmu nevyžaduje uložení informací v nějaké speciální struktuře, jako jsou například matice sousednosti.

Za předpokladu, že proměnné jsou binární, matematicky se párová omezení zapisují jako:

$$x_i + x_j \leq 1 \quad \forall i, \forall j, j \in N_i \wedge i > j \quad (5.2.14)$$

Při řešení této nerovnice mohou nastat tři případy řešení: 1) může se těžít i -tá jednotka a j -tá jednotka se těžít nemůže, 2) nemůže se těžít i -tá jednotka, ale může se těžít j -tá jednotka a 3) ani jedna z jednotek se nevytěží.

Další algoritmy, které se používají pro vyjádření všech podmínek prostorového omezení těžeb, celkový počet všech podmínek co nejvíce snižují. Informace o prostorové struktuře je nutné ovšem mít uložené v podobě matice sousednosti, nebo je do této struktury převést. Navíc samotný způsob vytvoření výsledných nerovnic není tak jednoduchý jako v případě párových omezení a proces tvorby nerovnic tak může být výrazně časově náročnější.

Mezi tyto další běžné postupy pro sepsání omezujících podmínek patří tzv. M-K-J algoritmus (Meneghin a kol. 1988), T-B algoritmus (Torres-Rojo, Brodie 1990) a analytické algoritmy (Yoshimoto, Brodie 1994a)

M-K-J algoritmus kvůli snížení celkového počtu omezení zavádí tři vzorové nerovnice (párové, trojitě a čtverné). To jsou nerovnice typu 1.

Párové nerovnice jsou:

$$x_i + x_j \leq 1 \quad (5.2.15)$$

Trojitě nerovnice jsou:

$$x_i + x_j + x_k \leq 1 \quad (5.2.16)$$

A čtverné nerovnice jsou:

$$x_i + x_j + x_k + x_l \leq 1 \quad (5.2.17)$$

Všechny tyto nerovnice typu 1 tvoří množinu T_1 . Agregace nerovnic typu 1 z množiny T_1 do nerovnic typu 2 podléhá předem daným pravidlům. Každá nerovnice typu 1 v množině T_1 může být zapsána buď jako:

$$\sum_{i \in E} x_i + x_j \leq 1, j \in P \quad (5.2.18)$$

nebo jako:

$$\sum_{i \in E} x_i + \sum_{j \in G} x_j \leq 1 \quad (5.2.19)$$

kde E, G a P jsou množiny definovány: 1) pokud všechny nerovnice v množině T_1 obsahují x_i , pak index i náleží do množiny E ; 2) pokud existuje pouze jeden prvek x_j v nerovnici typu 1 v množině T_1 kromě x_i ($i \in E$), index j patří do množiny P ; 3) pokud existuje více prvků x_j v nerovnici typu 1 v množině T_1 kromě x_i ($i \in E$), prvek j patří do množiny G . Pokud celkový počet nerovnic typu 1 označíme jako r , pak nerovnice typu 2 jsou formulovány jako:

$$(2r - 1) \sum_{i \in E} x_i + \sum_{j \in P} x_j + \sum_{k \in G} x_k \leq (2r - 1) \quad (5.2.20)$$

V druhém kroku algoritmu se z nerovnic typu 2 odstraní pomocí heuristické metody všechna omezení, která jsou redundantní, protože vztahy jimi vyjádřené jsou již obsaženy i v jiných nerovnicích. Nevýhodou algoritmu M-K-J je velké množství nerovnic typu 1, u kterých je časově náročná identifikace všech možností a následné vytvoření nerovnic typu 2.

Další z možností, tzv. T-B algoritmus, je založen na technice penalizace a tzv. „hypotéze čtyř barev“ (Yoshimoto, Brodie 1994a). Princip algoritmu spočívá ve dvou krocích. První krok zahrnuje identifikaci všech jednotek, pro které není nutné psát podmínky sousednosti, protože v podmínkách přilehlých jednotek jsou již tyto vztahy popsány. Druhý krok algoritmu vytváří omezení sousednosti pro každou jednotku, která nebyla označena v prvním kroku (Torres-Rojo, Brodie 1990). Pokud je vytvořena matice sousednosti \mathbf{A} , kde n je celkový počet prvků matice (obnovních prvků) a a_{ij} je prvek matice, pak i -tý řádek a i -tý sloupec vyjadřují stejné vztahy mezi obnovními prvky. Všechny prvky matice v i -řádku se mohou nahradit 0 bez ztráty nějaké informace o prostorové struktuře. Pokud tímto způsobem vyřadíme veškeré přebytečné řádky, můžeme přistoupit k druhému kroku algoritmu. Prvky matice, které po prvotní eliminaci v matici zůstanou, se označují jako referenční. Pro každý řádek, který nebyl v první kroku eliminován, se poté pomocí heuristické metody penalizace hypotézou čtyř

barev vytvoří omezující nerovnice. Autoři počet barev zvolili 5 bez teoretického odůvodnění, a to může vzbuzovat jistou pochybnost o obecné platnosti algoritmu pro jiné typy nerovnic než párové, trojité či čtverné (Yoshimoto, Brodie 1994a). Další nevýhodou obou dvou předcházejících postupů je nutnost použití heuristických metod, a tím zvýšení požadavků na matematické znalosti při sestavování výsledných omezení.

Posledním v současnosti využívaným způsobem odvození omezujících nerovnic pro popis prostorových vztahů jsou tzv. analytické algoritmy navržené Yoshimoto, Brodie (1994a). Jsou celkem tři a v různé míře redukuje celkový počet omezujících podmínek nebo i počet proměnných v každé z nich. Tvorba výsledných nerovnic u všech třech algoritmů spočívá nejprve v úpravě vstupní matice sousednosti \mathbf{A} ($n \times n$).

Protože matice \mathbf{A} je symetrická, platí, že $\mathbf{A}^T = \mathbf{A}$, tzn., že hodnoty nad diagonálou i pod diagonálou vyjadřují ty samé vztahy. T znamená transpozici matice. Obecně i -tý řádek matice \mathbf{A}^T je shodný s i -tým sloupcem matice \mathbf{A} . Lze tedy říct, že matice \mathbf{A}^T vznikne „překlopením“ matice \mathbf{A} (Jirásek, Benda 2006). Důležité je, že prvky na hlavní diagonále matice zůstávají zachovány. Jinými slovy, $a_{ij} = a_{ji}$ neboli $x_i x_j = x_j x_i = 0$. Pokud vynecháme prvky matice nad nebo pod diagonálou, resp. nahradíme všechny prvky matice 0, pak dostaneme tzv. trojúhelníkovou matici. Počet výsledných nerovnic se sníží jen o jednu, ale sníží se počet členů každé z nich. Uvedenou úpravou se neeliminuje žádný z existujících prostorových vztahů. Takto upravená matice se označuje jako TAM (triangular adjacency matrix).

Další analytický algoritmus spočívá ve stejném postupu, který byl použit pro eliminaci redundantních řádků matice jako v případě T-B algoritmu. i -tý řádek reprezentuje ty samé vztahy jako i -tý sloupec matice a nahrazením i -tého řádku nulami se tak nepřijde o žádné vztahy sousednosti. Vyberme i -tý řádek a nahradíme všechny jeho prvky nulami. Jestliže po změně i -tého řádku existuje k -tý řádek a k -tý sloupec takový, že $k \neq i$ a odpovídá vztahu:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} = \sum_{j=1}^n a_{ji} \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (5.2.21)$$

víme pak, že $a_{ik} = a_{ki} = 0$, resp. i -tá jednotka a k -tá jednotka navzájem nesousedí. Jestliže jsou sousedními, nahrazení i -tého řádku nulami zmenší sumu prvků v k -tém sloupci, ale nikoli v k -tém řádku. Pokud takový k -tý řádek a sloupec existuje, pak

nahrazením k -tého řádku nulami opět nedojde k vynechání nějakého vztahu sousednosti mezi jednotkami. Podobným způsobem můžeme pokračovat, než zredukujeme celou matici sousednosti \mathbf{A} . Takto redukovaná matice se označuje jako RAM (reduced adjacency matrix).

Redukcí přebytečných elementů z matice RAM, kde $a_{ij} = a_{ji} = 1$ nedegradujeme nějaký vztah mezi jednotkami. Takto vzniklou matici pak označíme jako TRAM (triangular reduced adjacency matrix).

Pro druhý krok, samotné tvorby omezujících nerovnic, je nutné definovat tzv. kontrolní vektor binárních proměnných $X (n \times 1) = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$. x_i je binární proměnná. Dále se definuje nový tzv. vektor sousednosti V .

$$V = \mathbf{A}X \quad (5.2.22)$$

Tento nový vektor má prvky v_i , který jsou sumou prvků řádku i . To vyplývá z definice součinu dvou matic.

$$v_i = \sum_{j \in S_i} x_j \quad (5.2.23)$$

kde S_i představuje indexovou množinu (množina sousednosti) všech jednotek sousedních k jednotce i .

Omezení sousednosti nastávají v případech, že dva obnovní prvky sousedí a nemůžou být k těžbě vybrány současně. Výsledek součinu kontrolních binárních proměnných je vždy nula $x_i x_j = 0$ za podmínky ovšem, že $j \in S_i$.

Výše uvedené se dá zapsat dvěma způsoby:

$$\sum_{j \in S_i} x_i x_j = 0 \quad (5.2.24)$$

nebo

$$x_i \sum_{j \in S_i} x_j = 0 \quad (5.2.25)$$

Z rovnic 5.2.24 a 5.2.25 vyplývá, že 1) pokud $x_i = 1$, pak pro všechna $j \in S_i$ je $x_j = 0$; 2) pokud nějaké $x_j = 1$ ($j \in S_i$), pak $x_i = 0$ a 3) x_i i všechna x_j ($j \in S_i$) jsou nula. Zkráceně pak:

$$X^T V = 0 \quad (5.2.26)$$

0 je $(n \times 1)$ nulový vektor a X^T a V jsou ortogonální. Pokud r_i bude počet členů množiny S_i , pak platí:

$$\sum_{j \in S_i} x_j \leq r_i [1 - x_i] \quad (5.2.27)$$

nebo

$$r_i x_i + \sum_{j \in S_i} x_j \leq r_i \quad (5.2.28)$$

r_i se současně může vypočítat jako $r_i = A_i 1$, kde A_i řádkový vektor z matice sousednosti \mathbf{A} a 1 je jednotkový vektor.

Nakonec se definuje čtvercová matice \mathbf{B} typu $(n \times n)$, v které i -tý prvek diagonály $b_{ii} = r_i = A_i 1$. Protože

$$A_i X = \sum_{j \in S_i} x_j \quad (5.2.29)$$

může být nerovnice 5.2.28 zapsána jako:

$$b_{ii} X_i + A_i X \leq A_i 1 \quad (5.2.30)$$

Obecně se všechna omezení sousednosti pak dají zapsat jako:

$$\mathbf{B}X + \mathbf{A}X \leq \mathbf{A}1 \quad (5.2.31)$$

nebo

$$\mathbf{M}X \leq \mathbf{A}1 \quad (5.2.32)$$

kde $\mathbf{M} = (\mathbf{A} + \mathbf{B})$ a \mathbf{M} je nová tzv., modifikovaná matice sousednosti.

Všechny tři algoritmy mohou být představeny na následujícím příkladu:

Hypotetická originální matice sousednosti

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Kontrolní vektor proměnných

$$X = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7)^T$$

Protože výsledný vektor $\mathbf{A1}$ je v tomto případě $(1,2,2,3,3,1,2)^T$, budou výsledná omezení pomocí algoritmu TAM:

$$\mathbf{MX} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \\ x6 \\ x7 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Výsledná omezení dosažená pomocí algoritmu RAM budou:

$$\mathbf{MX} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \\ x6 \\ x7 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Výsledná omezení dosažená pomocí algoritmu TRAM pak nakonec budou:

$$\mathbf{MX} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \\ x5 \\ x6 \\ x7 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Z uvedených maticových zápisů je pak možné rovnou zapisovat podmínky sousednosti ve formě nerovnic. V případě algoritmu TAM by to byly nerovnice:

$$x2 + x3 \leq 1$$

$$x3 + x4 \leq 1$$

$$x4 + x5 \leq 1$$

$$x5 + x6 \leq 1$$

$$x4 + x5 + 2 x7 \leq 2$$

V případě algoritmu RAM by to byly analogicky nerovnice:

$$x1 + 2 x2 + x3 \leq 2$$

$$x3 + 3 x4 + x5 + x7 \leq 3$$

$$x5 + x6 \leq 1$$

$$x_4 + x_5 + 2x_7 \leq 2$$

A nakonec v případě algoritmu TRAM:

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 2$$

$$x_3 + 2x_4 + x_5 \leq 3$$

$$x_5 + x_6 \leq 1$$

$$x_4 + x_5 + 2x_7 \leq 2$$

5.2.3 Podmínky pro zachování kvality a kvantity habitatu fauny a flóry

Mnoho živočišných i rostlinných druhů těží z prostorové homogenity lesních porostů. Některé z nich potřebují rozsáhlé souvislé celky mladých porostů pro hnízdění (Thogmartin a kol. 2007) nebo staré porosty pro rozmnožování a migraci (Hunter, Schmiegelow 2011). Existují studie, které se zabývají vytvořením habitatů vhodných pro konkrétní živočišné a rostlinné druhy při současném plánování mýtních těžeb. Někteří autoři využívají princip jádrových zón (Baskent, Jordan 1995; Öhman, Eriksson 1998; Baskent 1999, Öhman 2000;). Jiní autoři se zabývají vhodným designem rezervací (Clemens a kol. 1999; Williams, ReVelle 1996; 1998).

S homogenitou vybraných částí lesních ekosystémů souvisí i fragmentace. V krajinném měřítku představuje závažný problém, protože celosvětově roste rozloha více rozfragmentovaných lesů (Soga, Koike 2012) a to představuje velkou překážku pro udržení biodiverzity (Fahrig 2001). Tento vliv je významný nejen v celé krajině, ale i samotném lesním komplexu (Wilson a kol. 2014).

Na jedné straně by mohlo být navrženo chránit co největší plochy je možné, protože taková místa mají vysokou rychlost kolonizace, nízké vymírání a vysokou diverzitu prostředí (Yamaura a kol. 2008; Soga, Koike 2012). Na druhé straně v mnoha oblastech už je z důvodu vysoké hustoty lidské populace nemožné tvořit velkoplošné rezervace (Fahrig 2001), a proto je v mnoha případech vhodným východiskem návrh co možná nejlepšího tvaru těchto zón a rezervací, ale i samotných lesních porostů. Navíc striktní ochrana částí lesních komplexů může v konečném důsledku vést k uniformní homogenitě vybraných rezervací. Ale jen mozaika různě starých porostů může vést k vytvoření skutečně vhodného a univerzálního habitatu (Hunter, Schmiegelow 2011).

Tvar především ovlivňuje tzv. okrajový efekt, tedy místo, kde se stýkají dva ekosystémy (Hunter, Schmiegelow 2011). V případě hospodářských lesů může okrajový efekt vznikat v důsledku lidské činnosti. Na jedné straně jsou to okraje sečí, na straně druhé ale i okraje vytvořených rezervací a jádrových zón. Cílem plánování by tedy mělo být v obou dvou případech minimalizovat tento okrajový efekt. V ideálním případě by se tedy měl co nejvíce přiblížit tvaru kruhu, protože v tom případě jsou externí vlivy omezeny na minimum (Yamaura et al. 2008).

Jednou z možných cest, jak zahrnout prostorové požadavky na velikost, tvar a rozmístění jednotlivých rezervací či porostů (z angl. souhrnně označeny jako „*patches*“) v lesním celku a ovlivnit tak výslednou fragmentaci, je použití vhodných krajinných indexů. Přehled v současnosti používaných krajinných indexů s jejich popisem uvádí Rutledge (2003).

Prvním faktorem fragmentace je tvar výsledných „*patches*“. Nejpoužívanějším indexem je tzv. tvarový index, který porovnává, jak moc se poměr obvodu a plochy daných „*patches*“ přibližuje ideálnímu tvaru, tj. kruhu - SI_{kruh} (5.2.33), protože v tomto případě je nejmenší okrajová zóna a největší jádrová zóna (Schumaker 1996). V ideálním případě je tedy tento poměr roven 1.

$$SI_{kruh} = \frac{\text{Celkový obvod}}{2 * \sqrt{\text{celková plocha} * \pi}} \quad (5.2.33)$$

Protože je ale v reálných podmínkách dosažení tvaru kruhu nemožné, častěji se za „ideální“ tvar považuje čtverec ($SI_{čtverec}$), jehož poměr obvodu a plochy je druhý nejmenší (5.2.34).

$$SI_{čtverec} = \frac{\text{Total Perimeter}}{4 * \sqrt{\text{Total Area}}} \quad (5.2.34)$$

Dalším faktorem je kompozice „*patches*“, čili zastoupení jednotlivých definovaných tříd. Existují dva základní indexy. Prvním je počet „*patches*“, které patří do stejné třídy, a druhým průměrná velikost „*patches*“, které patří do stejné třídy. Bohužel ale tyto dva indexy neposkytují kompletní obrázek o celkové fragmentaci, protože jsou citlivé na přidání nebo odebrání malých „*patches*“.

Posledním faktorem, který ovlivňuje celkovou fragmentaci, je konfigurace „*patches*“. Tyto indexy popisují prostorové rozmístění jednotlivých částí v celém hodnoceném území. Tato část se často stává nejobtížnější, protože vyžaduje významné zapojení geografických informačních systémů pro popis prostorových vztahů mezi jednotlivými „*patches*“. He a kol. (2000) vyvinuli tzv. agregační index, který není závislý na kompozici, ale je založen na rastrových datech. Turner a kol. (1989) navrhuji tzv. index pravděpodobnosti sousednosti. Na rozdíl od předešlého není založen na rastrových datech, a je tedy více použitelný pro modely prostorového plánování těžeb.

K prostorovému plánování mýtních těžeb založenému na podpoře vzniku vhodných habitatů by se mělo přistupovat jako ke komplexnímu problému, kdy je nutné vytvořit mozaiku různě starých porostů. Návrh takového přístupu byl použit v práci Korosuo a kol. (2014).

5.3 Podmínky těžební vyrovnanosti

Podmínky těžební vyrovnanosti jsou druhým základním typem podmínek modelů optimalizace těžeb. Jsou důležité jak z pohledu managementu celého podniku, tak i z pohledu plnění mimoprodukčních funkcí lesa. Tyto podmínky zaručují trvalou udržitelnost z pohledu ekonomického, sociálního i environmentálního.

Nejvíce používaným způsobem vyjádření podmínek plynulosti je nastavení dolního a horního limitu celkových periodických těžeb formou omezujících nerovnic modelu. Jedním možným způsobem je sestavit takové podmínky (5.3.1), které omezují těžby v jedné periodě relativně k periodě předešlé (například McDill a kol. 2002; Gunn, Richards 2005).

$$(1 + \beta) \sum_{i=1}^I c_i^{p-1} x_i^{p-1} \leq \sum_{i=1}^I c_i^p x_i^p \leq (1 + \alpha) \sum_{i=1}^I c_i^{p-1} x_i^{p-1} \quad \forall p \in P \quad (5.3.1)$$

Dalším způsobem je vložení nové proměnné do modelu, která vyjadřuje výši decenální těžby (Yoshimoto, Brodie 1994b). Horní a dolní limit povolné těžby v každé periodě je pak vztažen k této hodnotě (5.3.2).

$$\sum_{i=1}^I c_i^p x_i^p \geq (1 + \beta)T \quad \forall p \in P$$

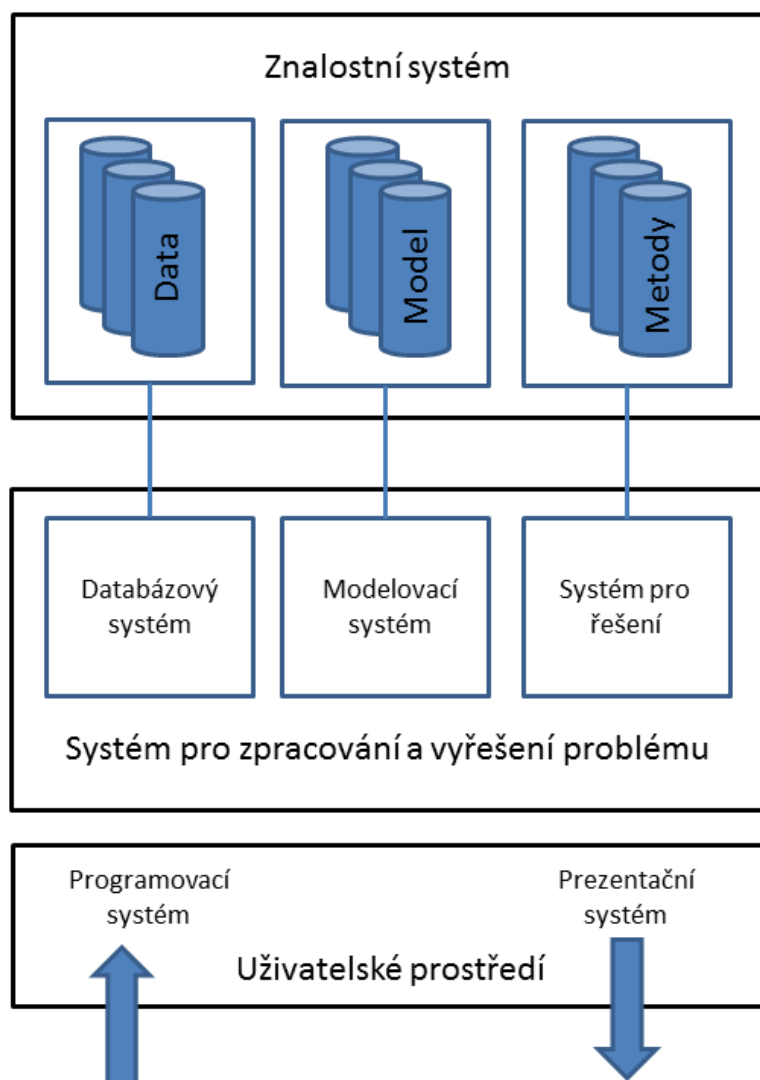
(5.3.2)

$$(1 + \alpha)T \geq \sum_{i=1}^I c_i^p x_i^p \quad \forall p \in P$$

Vielna a kol. (2007) navrhuji způsob vyjádření podmínek plynulosti pomocí penalizační účelové funkce. Cílem modelu je pak minimalizovat odchylky v jednotlivých periodách od daného limitu. Druhým způsobem je nastavit spodní hranici omezení, co nejvyš je to možné (Caro a kol. 2003). Další používanou formou je víceúčelové programování, u kterého jsou podmínky těžební vyrovnanosti vyjádřeny formou další účelové funkce (Brumelle a kol. 1998). Martins a kol. (2014) pak navrhuji zcela nový způsob vyjádření podmínek těžební vyrovnanosti pomocí tzv. *bucket* formulace.

6 Softwarová řešení prostorového plánování těžeb

Velmi významnými softwarovými nástroji v oblasti plánování těžeb obecně, jsou tzv. systémy pro podporu rozhodování (DSS – decision support systems). DSS je definován jako modelově založený software, který obsahuje čtyři základní oblasti: 1) programovací systém, který umožňuje uživateli komunikovat s DSS, 2) prezentační systém pro zobrazení výsledků, 3) znalostní systém pro uložení všech vstupních informací a 4) vlastní systém pro zpracování a vyřešení zadaného rozhodovacího problému (Burstein, Holsapple 2008). Výše popsané schéma je možné zobrazit i graficky (Obr. 6.1).



Obr. 6.1 Schematický diagram hlavních komponent DSS (upraveno podle Eriksson, Borges 2014)

Uvedené schéma je nutné při zařazování nějakého systému (softwaru) mezi DSS dodržovat. Často se stává, že i jinak velmi sofistikované systémy jako růstové simulátory nebo geografické informační systémy jsou mylně řazeny mezi DSS (například Tuček a kol. 2015). Tyto systémy mohou a měly by být ale jen součástmi DSS, protože jim vždy nějaké ostatní oblasti DSS chybí.

DSS nachází své uplatnění ve všech odvětvích lidské činnosti a jsou dnes již nedílnou součástí každodenních rozhodnutí ve velkých firmách i infrastruktuře států. Simulační a optimalizační techniky jsou zahrnovány v softwarech používaných v lesním hospodářství od 70. let 20. století a dnes na celém světě existuje nejméně 100 DSS (Eriksson, Borges 2014).

Podle Reynolds (2013) DSS určený pro lesní hospodářství by neměl vykonávat konečné rozhodnutí. Měl by sloužit pro analýzu, organizaci a prezentaci informací uživateli a podpořit jeho konečné rozhodnutí.

Lesní hospodářství je velmi komplexní a složitý problém s řadou často i protichůdných cílů, omezení a nařízení. Proto v tomto odvětví již byla vytvořena řada různých DSS, jejichž dobře zpracovaný přehled s krátkým popisem je uveřejněn na webových stránkách odborné skupiny ForestDSS Community od Practise (Forest DSS CoP, 2015).

Mezi DSS, které podporují prostorové plánování těžeb, patří například SNAP (Sessions, Sessions, 1988) nebo HEUREKA (Wikstrom a kol., 2011). Další řešení jako například J-Software (Lappi, Lempinen 2013) jsou více nástroji pro vývoj než samotnými DSS. Uvedené systémy optimalizují prostorové rozmístění sečí, ale postrádají možnost editace obnovních prvků. Zákonné požadavky především při holosečném hospodářském způsobu se mohou diametrálně lišit v každé zemi. Proto není možné vytvořit univerzální nástroj aplikovatelný bez omezení po celém světě.

Mezi další DSS, které se již široce využívají v jednotlivých zemích v lesnické praxi, ale nepodporují prostorovost a jsou určeny především pro strategické plánování, patří například portugalský systém SADfLOR (Barreiro a kol., 2013), který nabízí i svoji webovou verzi, nebo norský Gaya-GIS (Borges a kol., 2014).

Eriksson, Borges (2014) vylišují několik charakteristik, podle kterých je možné každý DSS pro lesnický management charakterizovat. Přehled s krátkým popisem každé charakteristiky je uveden v Tab. 6.1.

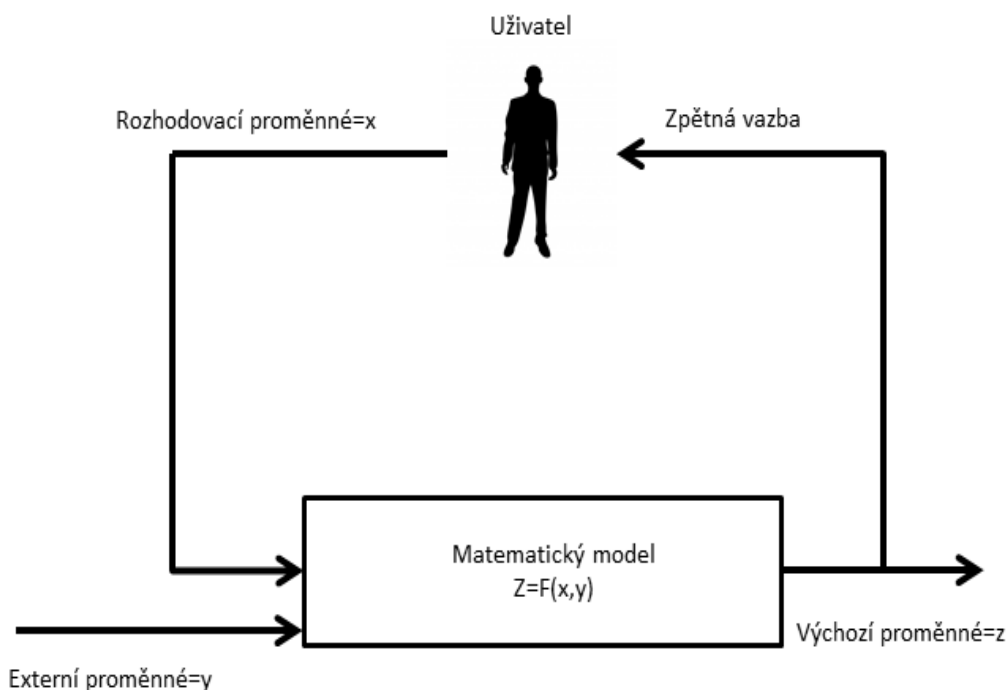
Tab. 6.1 Charakteristiky DSS

Časové měřítko	
• Dlouhodobé (strategické) plánování	Plánovací horizont překračuje 10 let.
• Střednědobé (taktické) plánování	Plánovací horizont je od 2 do 10 let.
• Krátkodobé (operativní) plánování	Plánovací horizont je většinou méně jak 1 rok, nejčastěji v rádech měsíců i dní.
Aspekty prostorovosti	
• Prostorové s uvažováním sousednosti	Interakce mezi dvěma sousedními jednotkami jsou důležité pro rozhodnutí.
• Prostorové bez uvažování sousednosti	Prostorový aspekt hraje roli, ale interakce mezi dvěma sousedními jednotkami nemají na výsledek vliv.
• Neprostorové	Prostorový aspekt nehraje v modelu žádnou roli.
Prostorové měřítko	
• Porostní úroveň	Plánování se uskutečňuje na úrovni porostu.
• Úroveň celého celku	Plánování se uskutečňuje na úrovni lesního hospodářského celku.
• Regionální/národní úroveň	Plánování se uskutečňuje na úrovni regionů až států.
Dimenze rozhodování	
• Jeden rozhodovatel	Konečné rozhodnutí a nastavení priorit závisí pouze na jedné osobě.
• Více rozhodovatelů	Konečné rozhodnutí a nastavení priorit závisí na více osobách.
Dimenze cílů	
• Jeden cíl	Jednoduchý managementový cíl.
• Více cílů	Cílů managementu je několik, často vzájemně protichůdných a hledá se kompromis mezi nimi.

Dimenze produktů a služeb

- **Tržní produkty** Management je zaměřen pouze na tržní produkty ze dřeva.
 - **Netržní produkty** Management je zaměřen i na jiné netržní produkty lesa.
 - **Tržní služby** Management je zaměřen pouze na tržní služby lesních ekosystémů.
 - **Netržní služby** Management je zaměřen i na jiné netržní služby lesních ekosystémů.
-

Předkládaná disertační práce se zabývá poslední komponentou DSS, což je modelovací systém pro zpracování a vyřešení problému. Tato komponenta se zabývá třemi základními oblastmi: modely, přidruženými datovými množinami a příslušnými solvery pro vyřešení definovaných úloh. Obecná struktura matematického modelu vhodného pro DSS je prezentována na Obr. 6.2.



Obr. 6.2 Struktura matematického modelu pro DSS (upraveno podle Burstein, Holsapple 2008)

7 Metodika práce

Základním bodem celé disertační práce je studium metod prostorového plánování mýtních těžeb. Vzhledem k tomu, že tomuto tématu se v ČR doposud věnovalo jen minimum autorů, bylo nutné vybudovat si potřebnou bázi znalostí studiem aplikací jednotlivých metod v ostatních zemích Evropské unie či světa.

Ne všechny modely je možné aplikovat v zákonných a přírodních podmínkách České republiky. Proto bylo nutné nejprve na základě studia vybrat a otestovat typy modelů a metod pro jejich řešení, které jsou aplikovatelné v tuzemských podmínkách.

Pro dosažení každého vytčeného cíle je nutné použít jiný model plánování těžeb, případně i doplňující data. Není tedy možné popsat jednotně společnou metodiku nutnou pro dosažení všech dílčích výsledků. Z důvodu přehlednosti prezentovaných výsledků byl zvolen nestandardní postup popisu metodiky práce, kdy se jednotlivé dílčí metodiky popisují vždy v konkrétní podkapitole týkající se daného dílčího výsledku.

Základní postup při tvorbě každého prezentovaného modelu spočívá v zadání modelu, definování proměnných, účelové funkci a všech omezujících podmínek. Vzhledem k charakteru práce musí být účelová funkce i omezující podmínky vyjádřeny v lineárním tvaru. Pokud ne, musí být na tento tvar vhodným způsobem převedeny.

Zásadním aspektem prostorového plánování těžeb je prostorová struktura lesních porostů, především pak těch mýtních. Tato vstupní struktura je již sama o sobě v podmínkách ČR značně komplikovaná. Vytvořením potenciálních obnovních prvků se pak tato struktura ještě více zkomplikuje. Protože má prostorová struktura značný vliv na celkový výsledek i rychlost výpočtu, bude nutné v dalším kroku práce vybrat různé lesní hospodářské celky (LHC). Tyto LHC budou sloužit jako modelové celky. Na podkladě těchto dat se budou v geografickém informačním systému editovat potenciální obnovní prvky pro různé typy hospodaření. Editace musí probíhat tak, aby byly dodrženy všechny zákonné parametry pro velikost jednotlivých typů sečí. Toto omezení se týká především holosečného hospodářského způsobu, při kterém nesmí šíře jednotlivých sečí překročit dvojnásobek výšky okolního porostu a celková velikost seče nesmí překročit až na výjimky velikost 1 ha. Následně bude provedena analýza prostorových vztahů mezi jednotlivými prvky a tyto informace budou uloženy v takové podobě, která bude vyhovovat vybranému matematické vyjádření těchto vztahů. Důležitým bodem definování vztahů sousednosti je určení podmínek, podle kterých

dochází k výběru souseda. V závislosti právě na různých typech hospodaření a jejich vlivu na mimoprodukční funkce je možné rozlišovat několik variant. Pomocí k tomu určených algoritmů budou na závěr vytvořeny nerovnice, které už budou přímo vstupovat do modelu optimalizace. V těchto nerovnicích budou obsaženy veškeré existující prostorové vztahy mezi jednotlivými obnovními prvky.

S cílem omezit riziko nedostupnosti reálných dat jiných lesních hospodářských celků se v některých případech bude uměle generovat celá vnitřní struktura porostů nad mapovými podklady modelových lesních hospodářských celků. Vytvoří se tak série modelových případů z hlediska hospodářských způsobů a plnění mimoprodukčních funkcí lesa.

Pro dosažení dílčích cílů byly vytvořeny 3 hypotetické lesní hospodářské celky, které budou dále označeny jako referenční LHC 1 (Obr. 7.1), referenční LHC 2 (Obr. 7.3) referenční LHC 3 (Obr. 7.5).

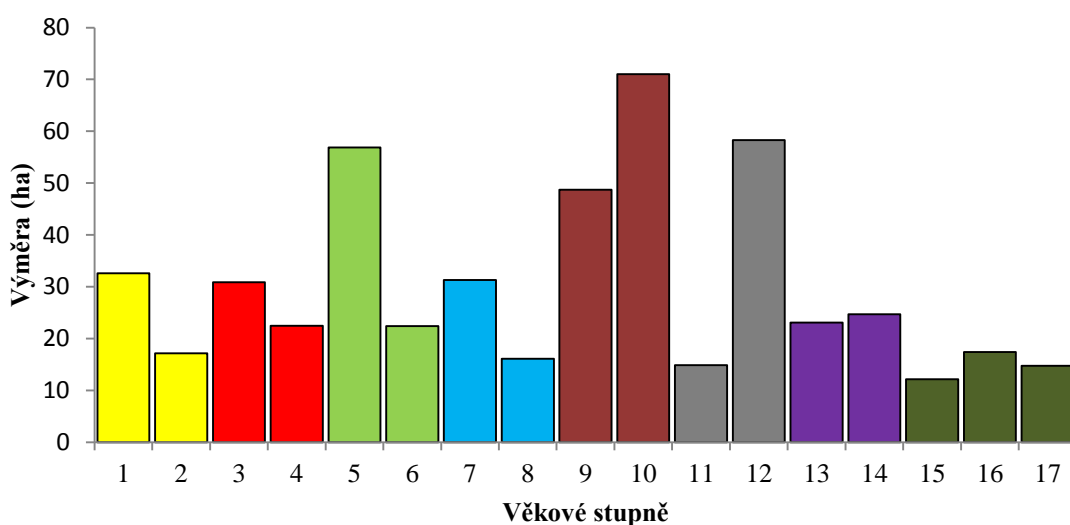


Obr. 7.1 Referenční LHC 1

Referenční LHC 1 bylo vybráno kvůli simulaci reálných prostorových vztahů. Z toho důvodu byla pro následující výpočty uvažována pro každý porost pouze jedna

dřevina, smrk ztepilý (*Picea abies* /L. Karst/), stejné hektarové porostní zásoby (450 m³/ha), stejné absolutní výškové bonity (28), stejného obmýetí (110 let) a stejné obnovní doby (30 let). Dalšími modelovými předpoklady je aplikování pouze holosečného hospodářského způsobu a zalesnění nově vzniklých holin okamžitě po provedené těžbě. Posledním důležitým předpokladem je, že všechny ztráty na porostní zásobě vzniklé v důsledku náhodných vlivů, jako je vítr, požár, hmyzí škůdci apod., jsou zahrnuty v odhadované porostní zásobě, nikoliv v modelu samotném. Věková struktura referenčního LHC je na Obr. 7.2. Věková struktura referenčního LHC byla úmyslně simulována nevyrovnaně z důvodu dosažení podmínek podobných reálným. Protože se jedná především o prezentaci metod prostorového plánování, a ne plánu těžeb, nebyly ani jednotlivé porosty (polygony) děleny obnovní prvky.

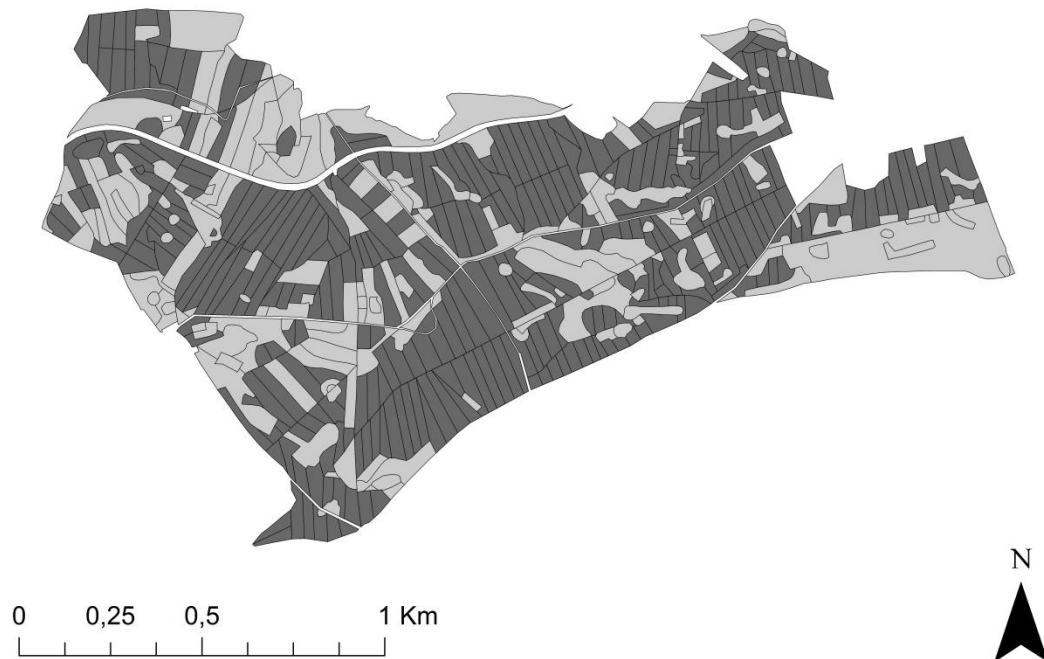
Celkem má referenční LHC 738 polygonů (porostů) o celkové výměře 513,90 ha. Průměrná velikost jednoho polygonu je 1,54 hektaru. Největší polygon má 17,72 hektaru a nejmenší 0,02 hektaru.



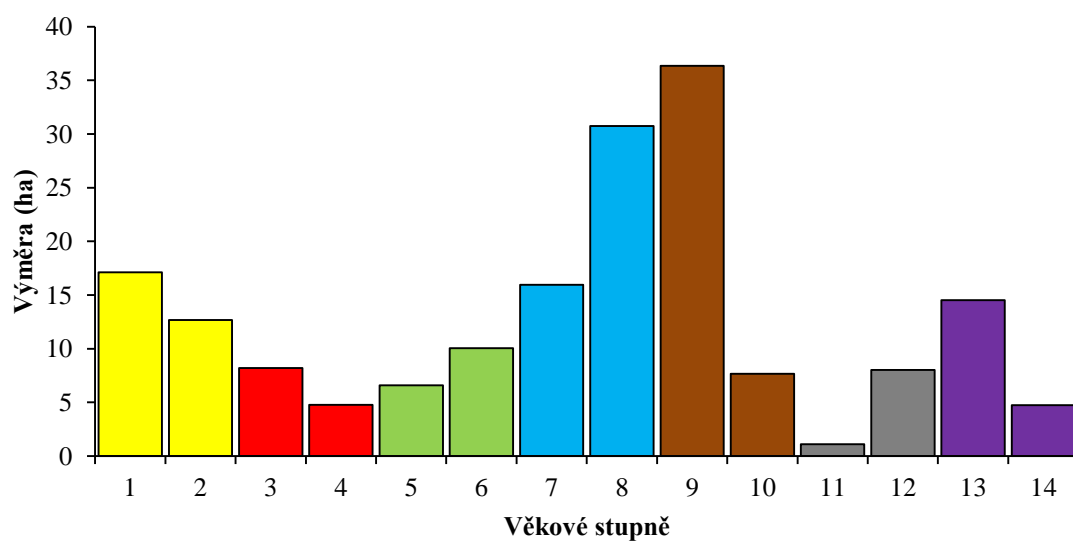
Obr. 7.2 Věková struktura referenčního LHC 1

Referenční LHC 2 má výměru 178,00 ha. Na příkladu tohoto LHC jsou na obrázku 8.3 prezentovány také navržené potenciální obnovní prvky. Celkem bylo navrženo 363 obnovních prvků o průměrné velikosti 0,30 ha. Největší má 0,88 a nejmenší má 0,03 ha. Věk porostů, absolutní výškové bonity, hektarové porostní zásoby, obmýetí a obnovní

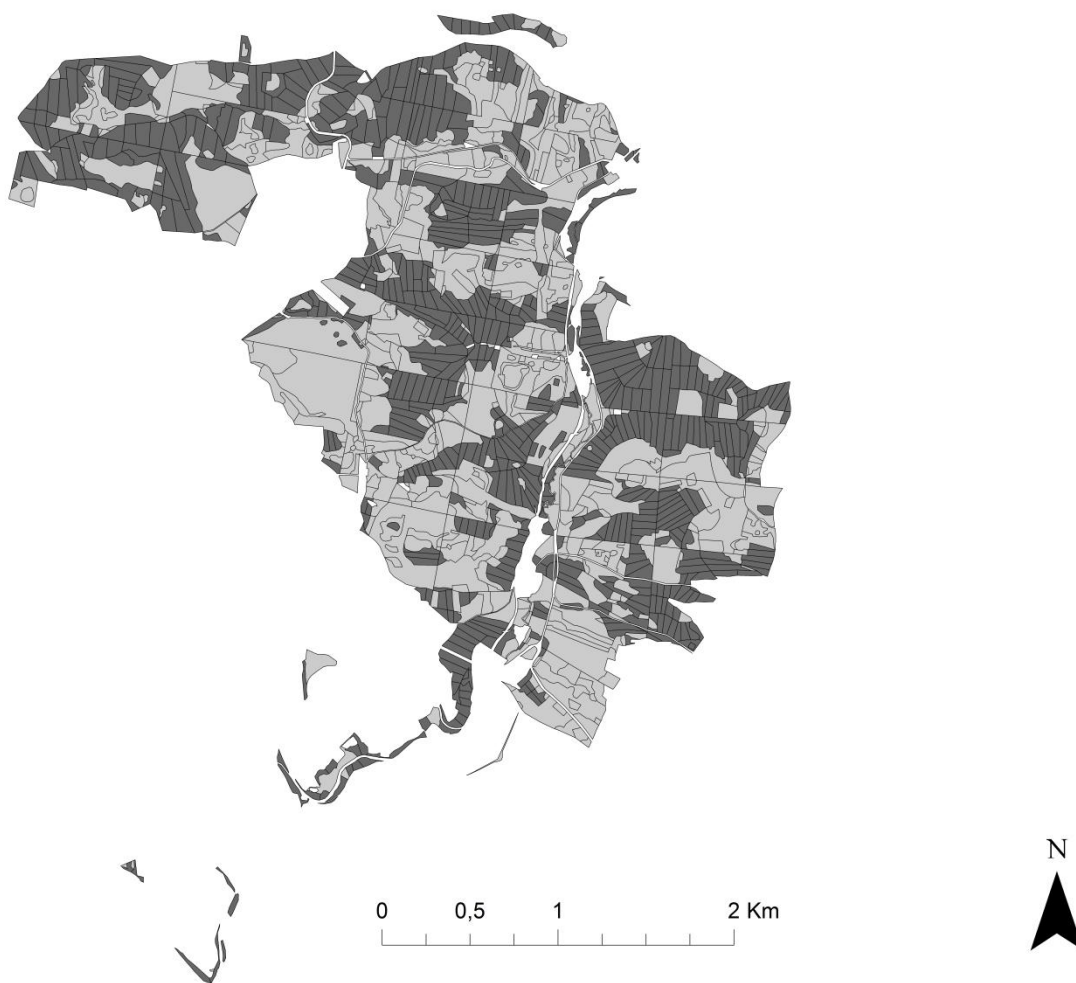
doba vycházely z reálných dat lesního hospodářského plánu (LHP). Věková struktura referenčního LHC 2 je opět nevyrovnaná a je prezentována na Obr. 7.4.



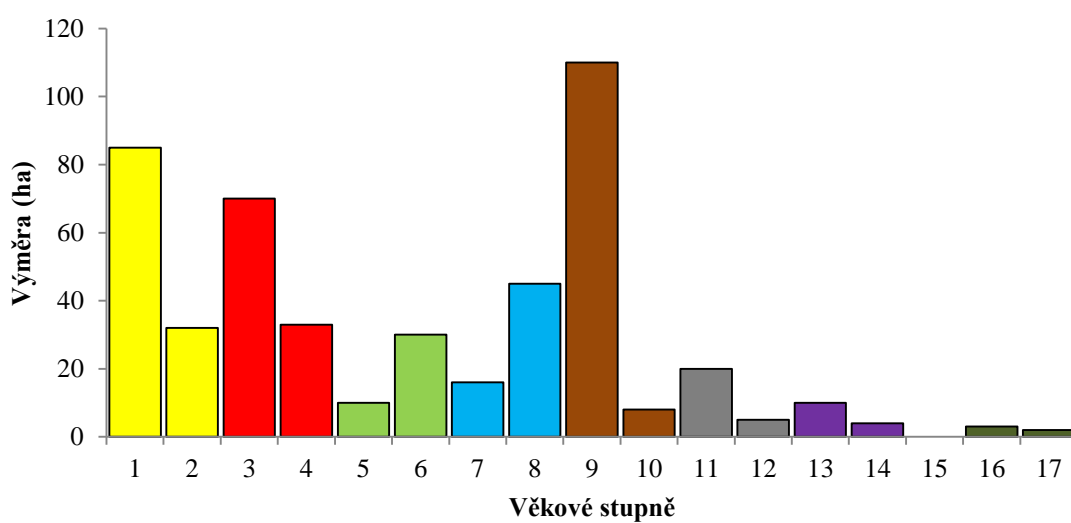
Obr. 7.3 Referenční LHC 2 (tmavě šedou barvou jsou zvýrazněny obnovní prvky)



Obr. 7.4 Věková struktura referenčního LHC 2



Obr. 7.5 Referenční LHC 3 (tmavě šedou barvou jsou zvýrazněny obnovní prvky)



Obr. 7.6 Věková struktura referenčního LHC 3

Na Obr. 7.6 je znázorněna věková struktura referenčního LHC 3, která je opět velmi vzdálena od věkové struktury normální lesa. Toto LHC má výměru 494,80 ha a jeho prostorová struktura je zřejmá z Obr. 7.5. Podobně jako u předešlého referenčního LHC byla použita pro účely disertační práce pouze jedna dřevina (*Picea abies* /L. Karst/), ale věk, bonity a hektarové porostní zásoby již byly pro každou porostní skupiny jiné, vycházející z reálných dat lesního hospodářského plánu. Stejně tak i obmýtí a obnovní doba vycházely z reálných hospodářských souborů vylišených na daném LHC.

Samotné modely pro optimalizaci budou navrženy tak, aby respektovaly všechny prostorové vztahy a aby zároveň optimalizace mýtních těžeb proběhla i s ohledem na jiné než produkční funkce lesa. Pokud se vhodně nastaví maximální povolené limity případných změn, je možné určit prostorové podmínky pro přiřazování jednotlivých typů těžebních zásahů. Podoba modelu bude taková, aby ho bylo možné řešit vybranými metodami operačního výzkumu. Pro účely disertační práce se nabízí metody matematického programování, resp. metody celočíselného a celočíselně smíšeného matematického programování.

Navržené modely implementované do vyvíjeného DSS byly otestovány na datech referenčních LHC pomocí tohoto systému. Modely, které byly v rámci disertační práce navrženy, ale nebyly dosud v DSS implementovány, byly zapsány a vypočítány pomocí souborů formátu *.lp, které jsou určeny pro zápis lineárních modelů a je možné je řešit ve většině komerčních i akademických solverech. Příklad zápisu modelu v souboru *.lp formátu je uveden na Obr. 7.7. Vytvořené modely byly řešeny pomocí komerčního optimalizačního softwaru Gurobi (Gurobi Optimization 2014).

```

//účelová funkce
Maximize
197.18 x0 + 105.11 x1 + 73.20 x2 + 83.41 x3 + 152.24 x4 + 145.56 x5
+ 184.16 x6 + 46.76 x7 + 41.80 x8 + 60.08 x9 + 67.34 x10 + 197.18 x11
+ 105.11 x12 + 73.20 x13 + 83.41 x14 + ...

Subject To
//podmínky těžitelnosti pouze jednou za plánovací období
c01: x0 + x11 + x22 + x33 + x44 <= 1
c02: x1 + x12 + x23 + x34 + x45 <= 1
c03: x2 + x13 + x24 + x35 + x46 <= 1
...
//podmínky sousednosti
c21: x1 + 2 x2 + x52 <= 2
c22: x1 + x2 + 2 x3 <= 2
c23: x1 + x3 + 4 x4 + x5 + x8 <= 4
c24: x1 + x3 + x4 + x5 + 4 x6 <= 4
c25: x1 + x2 + x3 + x6 + 5 x7 + x16 <= 5
...
//podmínky vyrovnanosti
C150: - 210 x0 - 115 x1 - 80 x2 - 92 x3 - 170 x4 - 160 x5 - 200 x6 -
55 x7 - 49 x8 - 71 x9 - 82 x10 - 210 x11 - 115 x12 - 80 x13 - 93 x14
- ... + 197.18 x0 + 105.11 x1 + 73.20 x2 + 83.41 x3 + 152.24 x4 +
145.56 x5 + 184.16 x6 + 46.76 x7 + 41.80 x8 + 60.08 x9 + 67.34 x10 +
197.18 x11 + 105.11 x12 + 73.20 x13 + 83.41 x14 + ... <= 0
...
//definování celočíselných podmínek
Binaries
x0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10 x11 x12 x13 x14 ...

```

Obr. 7.7 Příklad zápisu lineárního modelu optimalizace těžeb v soubotu *.lp formátu

8 Výsledky

Výsledky jsou prezentovány v rámci 4 dílčích cílů, které byly definovány v úvodu práce. Vytýčené výsledky jsou představeny částečně přímo v této práci, částečně jsou představeny v příložených odborných publikacích, které byly publikovány v průběhu autorova studia. Dílčími cíli bylo představení základních typů modelů a podmínek prostorového plánování, vzájemné porovnání prostorového a neprostorového plánování a vývoj modelů zahrnující i plnění environmentálních funkcí lesních ekosystémů. Posledním cílem pak byla implementace vybraných modelů do vlastního DSS a otestování tohoto software na reálných datech. V návaznosti na dílčí cíle byly vytvořeny 4 podkapitoly (podkapitoly 8.1 – 8.4).

8.1 Typy modelů a podmínek prostorového plánování mýtních těžeb

Pro splnění dílčího cíle 1 byla použita data referenčního LHC 1. Dílčí modely a výsledky jsou prezentovány dále.

Maximalizace vytěženého dříví a čisté současné hodnoty

Následující část prezentuje vliv rozdílného vyjádření definovaného výnosu z těžby c na celkový výsledek modelu. Dvěma nejčastěji používanými formami vyjádření c je a) celková zásoba v daném polygonu a b) čistá současná hodnota daného polygonu.

Budou tedy porovnávány dva modely: **Model 8.1_A**, v kterém c_i^p bude celková zásoba polygonu i v plánovací periodě p , tedy $c_i^p = v_i^p$, a **Model 8.1_B**, ve kterém c_i^p bude čistá současná hodnota polygonu i v periodě p vypočítaná podle vztahu (8.1.1):

$$c_i^p = v^p \frac{\text{výnosy}(K\check{c}/m^3) - \text{náklady}(K\check{c}/m^3)}{(1 + r)^{10(p-1)+5}} \quad (8.1.1)$$

Pro výpočet celkové zásoby daného polygonu v plánovací periodě p (v_i^p) byl použit růstový model vyvinutý pro DSS Optimal (Marušák a kol. 2015). Model je odvozen na základě Růstových tabulek pro ČR (Černý a kol. 1996), velikost zásoby závisí na dřevině, věku a bonitě stanoviště.

Náklady jsou vztaženy pouze k těžební činnosti, nejsou tedy ve výpočtu zahrnuty náklady na zalesnění, zajištění a ochranu nově vysazeného porostu. Z důvodu

schematizování výpočtu bylo uvažováno s fixní hodnotou výnosů 1000 Kč/m³ a s fixní hodnotou nákladů 700 Kč/m³. Počítalo se s hodnotou úrokové míry $r = 2\%$.

Pro oba dva modely byla vypočítána varianta, kde $P = 3$ a délka jedné plánovací periody je 10 let. Odchylky α a β byly nastaveny na 10 %, respektive -10 %.

Matematická formulace modelů **Model 8.1_A** a **Model 8.1_B**:

$$\max Z = \sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P c_i^p x_i^p \quad (8.1.2)$$

$$x_i^p \begin{cases} 1 & \text{pokud je } i\text{tý prvek vytěžen v periodě } p \\ 0 & \text{v ostatních případech} \end{cases}$$

za podmínek:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P x_i^p \leq P \quad (8.1.3)$$

$$(1 + \beta) \sum_{i=1}^I c_i^{p-1} x_i^{p-1} \leq \sum_{i=1}^I c_i^p x_i^p \leq (1 + \alpha) \sum_{i=1}^I c_i^{p-1} x_i^{p-1} \quad \forall p \in P \quad (8.1.4)$$

$$x_i^p \text{ je binární proměnná} \quad (8.1.5)$$

Nerovnice (8.1.3) zaručuje, že každý polygon bude navržen k těžbě maximálně jednou za P period. Součástí modelu nejsou podmínky sousednosti, které by zajišťovaly adekvátní přiřazování sečí. Nerovnice (8.1.4) byla zvolena pro zaručení plynulosti výnosu z těžby.

Tab. 8.1 Výsledky pro **Model 8.1_A**

Perioda (navržená těžba v tis. m ³)			
1	2	3	Celkem
49,0	53,8	59,2	162,0

Perioda (výnosy z těžby v mil. Kč)			
1	2	3	
10,9	12,1	12,8	35,8

Tab. 8.2 Výsledky pro **Model 8.1_B**

Perioda (výnosy z těžby v mil. Kč)			
1	2	3	Celkem
11,0	12,1	12,9	36,0

Perioda (navržená těžba v tis. m ³)			
1	2	3	
49,2	53,4	59,4	162,0

Tabulka 8.1 prezentuje výsledky **Modelu 8.1_A**, v kterém se maximalizovala celková výše mýtní těžby za 30 let, a tabulka 8.2 pak prezentuje výsledky **Modelu 8.1_B**.

V obou dvou případech (optimalizace vytěženého dříví nebo čisté současné hodnoty) je dodržena podmínka maximálního decenálního rozdílu $\pm 10\%$ od decenální těžby v předešlém decenniu, resp. decenální čisté současné hodnoty. Na tomto konkrétním referenčním LHC s uvedenou prostorovou a věkovou strukturou nejsou žádné, resp. jsou malé, rozdíly v celkových těžbách nebo čistých současných hodnotách mezi **Modely 8.1_A** a **8.1_B**.

Vliv velikosti odchylek α a β

Pro následující analýzu byl opět využit jednoduchý model prezentovaný již v předešlé kapitole. Jedná se konkrétně o **Model 8.1_A**, v kterém c_i^p bude celková zásoba polygonu i v plánovací periodě p , tedy $c_i^p = v_i^p$. Tento model bude dále v podkapitole označen jako **Model 8.1_C**.

Pro model **Model 8.1_C** byly vypočítány 3 varianty lišící se velikostí odchylek α a β ($\alpha=1\%$; 5% ; 10% ; 15% ; 20% ; 25% a 30% a $\beta=-1\%$; -5% ; -10% ; -15% ; -20% ; -25% a -30%). U všech variant bylo uvažování s délkou plánovacího období $P = 3$. Dále byl ještě z důvodu porovnání vytvořen model **Model 8.1_D**, který neobsahuje žádné podmínky vyrovnanosti nebo plynulosti těžeb.

Matematická formulace modelu **Model 8.1_D**:

$$\max Z = \sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P c_i^p x_i^p \quad (8.1.6)$$

$$x_i^p \begin{cases} 1 & \text{pokud je } i\text{tý prvek vytěžen v periodě } p \\ 0 & \text{v ostatních případech} \end{cases}$$

za podmínek:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P x_i^p \leq P \quad (8.1.7)$$

$$x_i^p \text{ je binární proměnná} \quad (8.1.8)$$

Tab. 8.3 Výsledky pro **Model 8.1_D**

Perioda (navržená těžba v tis. m ³)			Celkem
1	2	3	
0,0	0,0	165,5	165,5

Tab. 8.4 Výsledky pro **Model 8.1_C**

α (β)	Perioda (navržená těžba v tis. m ³)				Procentuální rozdíl od Modelu 8.2_B
	1	2	3	Celkem	
1 % (-1 %)	53,4	53,9	54,4	161,7	-2,3 %

5 % (-5 %)	51,3	53,9	56,6	161,8	-2,2 %
10 % (-10 %)	49,0	53,8	59,2	162,0	-2,2 %
15 % (-15 %)	46,9	53,6	61,6	162,1	-2,1 %
20 % (-20 %)	44,8	53,4	64,1	162,3	-2,0 %
25 % (-25 %)	42,9	53,1	66,4	162,4	-1,9 %
30 % (-30 %)	40,9	52,9	68,7	162,5	-1,8 %

V tabulce 8.3 jsou zapsány výsledky pro **Model 8.1_D**. Tento model neobsahuje žádné omezující podmínky, jen tu, která zajišťuje, že každý polygon bude pro těžbu navržen pouze jednou za celé plánovací období. Je zřejmé, že v takovém případě bude veškerá možná těžba navržena až do posledního decennia, protože v tomto decenniu bude zásoba všech mýtních porostů největší. Tato hodnota může být označena jako určitý těžební potenciál daného referenčního LHC pro plánovací období 30 let. Je to hodnota pouze modelová, nereálná, ale může sloužit jako srovnávací hladina pro porovnávání dalších výsledků.

Tabulka 8.4 pak prezentuje již výsledky se zahrnutím i různé míry požadované vyrovnanosti. Na základě procentuální rozdílu mezi celkovými těžbami jednotlivých variant a celkovou výslednou těžbou navrženou **Modelem 8.1_D** je vidět, že čím větší jsou požadavky na vyrovnanost těžeb, tím menších hodnot účelové funkce (celkové výše těžeb) se dosahuje a naopak. Je tedy jasné, že nároky lesního hospodáře na vyrovnané těžby mohou být často v rozporu se základním požadavkem na maximalizaci celkového vytěženého dříví. Ale opět velmi záleží na konkrétní vstupní prostorové a věkové struktuře, nehledě na růstové charakteristiky daného LHC. Jak je ukázáno na příkladu prezentovaného referenčního LHC, tyto poklesy v hodnotě účelové funkce mohou být skutečně minimální.

Vlivu délky plánovacího období na maximální výši těžby

I v tomto případě byl použit model **Model 8.1_A**, který je pro účely této kapitoly označen jako **Model 8.1_E**. Pro model **Model 8.1_E** bylo vypočítáno 8 variant lišících

se počtem plánovacích period ($P = 3, 4, \dots, 10$). Pro všechny varianty byly odchylky α , resp. β , nastaveny na 10 %, resp. -10 %.

Tab. 8.5 Výsledky pro **Model 8.1_E**

<i>P</i>	Perioda (v tis. m ³)										Celkem
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
3	49,0	53,8	59,2	-	-	-	-	-	-	-	162,0
4	38,5	42,3	46,5	51,1	-	-	-	-	-	-	178,4
5	36,4	40,0	44,0	48,3	53,2	-	-	-	-	-	221,9
6	31,9	35,1	38,6	42,4	46,7	51,3	-	-	-	-	246,0
7	31,7	34,9	38,4	42,2	46,4	51,1	56,2	-	-	-	300,9
8	31,8	34,9	38,4	42,2	46,4	51,0	56,1	61,7	-	-	362,5
9	31,7	34,9	38,4	42,2	46,4	51,1	56,2	61,8	67,9	-	430,6
10	28,3	31,1	34,2	37,6	41,4	45,5	50,0	55,0	60,5	66,5	450,1

Tabulka 8.5 prezentuje všech osm variant **Model 8.1_E** lišících se délkou plánovacího období. Vzhledem k různé době obmýti a obnovní době jednotlivých porostů referenčního LHC je jasné, že s délkou plánovacího období narůstá hodnota účelové funkce. Je to z toho důvodu, že čím delší je plánovací období, tím více porostů může vstoupit do optimalizace.

Zásadní je klesající trend vývoje decenálních těžeb v jednotlivých periodách. Těžba v prvním decenniu je v případě 3 plánovacích period zhruba 49,0 tis. m³, ale v případě 10 plánovacích period už jen 28,3 tis. m³. Tento trend až na drobné výjimky je stejný ve všech decenniích. Tyto výsledky vznikly v důsledku uvedeného modelu. Ten předpokládá, že všechny obnovní prvky nebo porosty mohou být beze zbytku za plánovací období vytěženy. V případě, že v modelu nejsou žádné další omezující podmínky, a protože účelová funkce je maximalizována, do těžby se navrhnou beze

zbytku naprosto všechny prvky. To znamená, že pokud bychom uvedený model aplikovali při reálném plánování a délce období například 3 decennia, pak ve 4. decenniu (to by bylo součástí až další optimalizace) by vstoupily pouze mýtní porosty, které by se mýtní až v tomto 4. decenniu staly. Těžba ve čtvrtém decenniu by tedy mohla být výrazně menší, stejná nebo i výrazně větší než navrhované těžby v předešlých 3 decenniích a z dlouhodobého hlediska by tedy k vyrovnanosti těžeb nedošlo. Z toho důvodu je tedy výhodnější plánovat na co nejdelší období.

Vzhledem k tomu, že prostorové plánování v rámci strategického plánování nemá vzhledem k nejistotě vývoje porostních charakteristik význam a že v reálných podmínkách je takováto situace nepravděpodobná, protože model prostorové optimalizace těžeb musí obsahovat minimálně další podmínky přiřazování sečí, nemusí tato nevýhoda Modelu I působit významné nevyrovnanosti v decenálních těžbách. Nicméně právě z tohoto důvodu by bylo vhodné otestovat Model II nebo jiné typy podmínek vyrovnanosti těžeb. Z praktického pohledu se právě také z toho důvodu doporučuje optimalizované plány mýtních těžeb aktualizovat na základě vývoje ne až na konci plánovacího období, ale průběžně, například v polovině a na konci každého decennia.

Obrázek 8.1 znázorňuje prostorové rozmístění těžeb pro dvě z výše uvedených variant pro **Model 8.1_E**. Konkrétně se jedná o varianty $\alpha=10\%$, $\beta=10\%$ $P=3$ a $\alpha=10\%$, $\beta=10\%$ $P=10$. Obrázky ilustrují skutečnost, že v případě *a*) kvůli rozdílnému věku nevstupují do plánování během 3 decenií všechny polygony na rozdíl od varianty *b*). Z dlouhodobějšího strategického hlediska tedy varianta *b*) poskytuje vyrovnanější decenální těžby.

a)



b)



Obr. 8.1 a) prostorové rozložení těžeb pro **Model 8.1_E**, variantu $\alpha=10\%$, $\beta=10\%$ $P=3$ a b) prostorové rozložení těžeb pro **Model 8.1_E**, variantu $\alpha=10\%$, $\beta=10\%$ $P=10$

Vliv typu podmínek vyrovnanosti těžby při zohlednění omezení přiřazování sečí

Poslední část 1. podkapitoly má za cíl představit 4 možné definice vyrovnanosti těžeb a jejich vliv na celkovou výši těžby bez zohlednění i se zohledněním podmínek přiřazování holých sečí. Byly vytvořeny 4 modely, které budou představeny dále a od každého modelu 2 varianty (bez / s podmínkami přiřazování sečí).

Účelovou funkcí ve všech 4 modelech je jednoduchá maximalizace vytěženého dříví na referenčním LHC za období 5 decenií ($P = 5$). Maximální povolené procentuální odchylky byly nastaveny na 1 %, resp. – 1 % a 10 %, resp. – 10 %.

Matematická formulace modelu **Model 8.1_F**:

$$\max Z = \sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P c_i^p x_i^p \quad (8.1.9)$$

$$x_i^p \begin{cases} 1 & \text{pokud je } i\text{tý prvek vytěžen v periodě } p \\ 0 & \text{v ostatních případech} \end{cases}$$

za podmínek:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P x_i^p \leq P \quad (8.1.10)$$

$$(1 + \beta) \sum_{i=1}^I c_i^{p-1} x_i^{p-1} \leq \sum_{i=1}^I c_i^p x_i^p \leq (1 + \alpha) \sum_{i=1}^I c_i^{p-1} x_i^{p-1} \quad \forall p \in P \quad (8.1.11)$$

$$x_i^p \text{ je binární proměnná} \quad (8.1.12)$$

Podmínky vyrovnanosti decenálních těžeb jsou vyjádřeny ve formě nerovnic 8.1.11 a byly upraveny podle návrhu Johnson, Scheurmann (1977). Tento způsob je jedním z nejpůvodnějších způsobů matematického zajištění vyrovnanosti těžeb. Podle tohoto způsobu nesmí decenální těžba překročit povolený rámec těžby z decennia předešlého.

Matematická formulace modelu **Model 8.1_G**:

$$\max Z = \sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P c_i^p x_i^p \quad (8.1.13)$$

$$x_i^p \begin{cases} 1 & \text{pokud je itý prvek vytěžen v periodě } p \\ 0 & \text{v ostatních případech} \end{cases}$$

za podmínek:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P x_i^p \leq P \quad (8.1.14)$$

$$(1 + \beta) \sum_{i=1}^I c_i^{p-1} x_i^{p-1} \leq \sum_{i=1}^I c_i^p x_i^p \leq (1 + \alpha) \sum_{i=1}^I c_i^{p-1} x_i^{p-1} \quad \forall p \in P \quad (8.1.15)$$

$$(1 + \beta) \sum_{i=1}^I c_i^{p=1} x_i^{p=1} \leq \sum_{i=1}^I c_i^{p=P} x_i^{p=P} \leq (1 + \alpha) \sum_{i=1}^I c_i^{p=1} x_i^{p=1} \quad (8.1.16)$$

$$x_i^p \text{ je binární proměnná} \quad (8.1.17)$$

Model 8.1_G je založen na stejném typu podmínek vyrovnanosti jako předešlý model s tím rozdílem, že k nerovnicím 8.1.15, které jsou shodné s nerovnicemi 8.1.11, jsou přidány nerovnice 8.1.16, které zaručují, že těžby v poslední plánovací periodě budou v možném rozmezí těžby nejen od periody předešlé, ale i od periody první. Tento typ nerovnic byl vytvořen pro účely disertační práce.

Dalším modelem je **Model 8.1_H**, kde jsou podmínky těžební vyrovnanosti vyjádřeny ve formě nerovnic 8.1.20. Povolený rámec těžeb v každém decenniu je v tomto případě stanoven pomocí průměrné hodnoty těžeb za celé plánovací období.

Matematická formulace modelu **Model 8.1_H**:

$$\max Z = \sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P c_i^p x_i^p \quad (8.1.18)$$

$$x_i^p \begin{cases} 1 & \text{pokud je itý prvek vytěžen v periodě } p \\ 0 & \text{v ostatních případech} \end{cases}$$

za podmínek:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P x_i^p \leq P \quad (8.1.19)$$

$$\sum_{i=1}^I c_i^p x_i^p \geq (1 + \beta) \frac{\sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P c_i^p x_i^p}{P} \quad \forall p \in P \quad (8.1.20)$$

$$(1 + \alpha) \frac{\sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P c_i^p x_i^p}{P} \geq \sum_{i=1}^I c_i^p x_i^p \quad \forall p \in P$$

$$x_i^p \text{ je binární proměnná} \quad (8.1.21)$$

Poslední prezentovanou možností podmínek vyrovnanosti jsou nerovnice 8.1.24 v **Modelu 8.1_I**, které byly podle známých skutečností poprvé použity v práci Yoshimoto, Brodie (1994b). Tento způsob zavádí do modelu novou proměnnou a právě k této nové proměnné jsou vztaženy hodnoty těžeb všech decenií.

Matematická formulace modelu **Model 8.1_I**:

$$\max Z = \sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P c_i^p x_i^p \quad (8.1.22)$$

$$x_i^p \begin{cases} 1 & \text{pokud je itý prvek vytěžen v periodě } p \\ 0 & \text{v ostatních případech} \end{cases}$$

za podmínek:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P x_i^p \leq P \quad (8.1.23)$$

$$\sum_{i=1}^I c_i^p x_i^p \geq (1 + \beta)T \quad \forall p \in P \quad (8.1.24)$$

$$(1 + \alpha)T \geq \sum_{i=1}^I c_i^p x_i^p \quad \forall p \in P$$

$$x_i^p \text{ je binární proměnná} \quad (8.1.25)$$

kde T je nová přídatná proměnná modelu.

Obměnou uvedených modelů mohou být modely, který v sobě zahrnují i podmínky možného přiřazování holých sečí (8.1.26) vyjádřené pomocí matice sousednosti (Yoshimoto, Brodie 1994a)

$$\begin{aligned} \mathbf{M}X &\leq \mathbf{A}1 \\ \mathbf{M} &= \mathbf{A} + \mathbf{B} \end{aligned} \quad (8.1.26)$$

kde

\mathbf{A} = matice sousednosti

\mathbf{B} = diagonální matice, v které prvek i diagonály b_{ii} je definován jako $b_{ii} = A_i 1$ (A_i =řádkový vektor i matice sousednosti \mathbf{A})

\mathbf{M} = modifikovaná matice sousednosti

X = kontrolní vektor proměnné x

1 = jednotkový vektor ($I \times 1$)

Tab. 8.6 Výsledky pro **Model 8.1_F**, **Model 8.1_G**, **Model 8.1_H** a **Model 8.1_I** bez uvažování podmínek přiřazování sečí

		Perioda (v tis. m ³)					Celkem
		1	2	3	4	5	
Model 8.1_F	1 %	43,4	43,8	44,2	44,5	44,9	220,8
	10%	36,4	40,0	44,0	48,3	53,2	221,9
Model 8.1_G	1 %	43,9	43,8	44,1	44,6	44,4	220,8
	10%	41,8	40,6	44,2	48,6	46,0	221,2
Model 8.1_H	1 %	43,7	43,8	44,1	44,6	44,6	220,8
	10%	39,9	40,4	43,8	48,7	48,7	221,5
Model 8.1_I	1 %	43,6	44,0	44,4	44,4	44,5	220,9
	10%	39,4	39,4	46,6	48,1	48,1	221,6

Tab. 8.7 Výsledky pro **Model 8.1_F**, **Model 8.1_G**, **Model 8.1_H** a **Model 8.1_I** s uvažováním podmínek přiřazování sečí

		Perioda (v tis. m ³)					Celkem
		1	2	3	4	5	
Model 8.1_F	1 %	40,9	41,3	41,7	42,1	42,5	208,5
	10%	34,3	37,8	41,5	45,6	50,1	209,3
Model 8.1_G	1 %	41,4	41,3	41,7	42,1	41,8	208,3
	10%	40,1	38,0	41,8	44,7	44,1	208,7
Model 8.1_H	1 %	41,3	41,3	41,8	42,0	42,1	208,5
	10%	37,6	37,7	41,8	46,0	46,0	209,1
Model 8.1_I	1 %	41,2	41,2	41,9	42,0	42,0	208,3
	10%	37,3	37,3	43,3	45,5	45,6	209,0

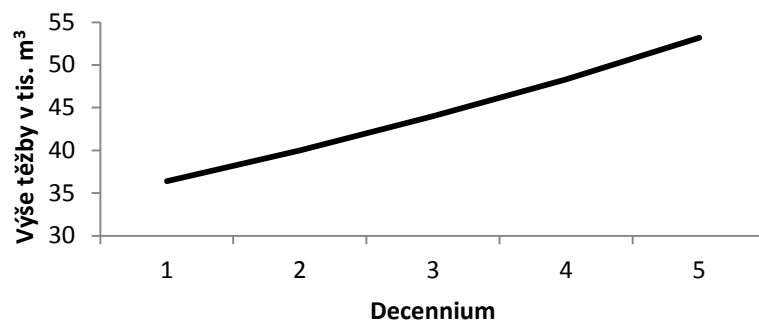
Z uvedených dvou tabulek (Tab. 8.6 a Tab. 8.7) je vidět, že použitý typ podmínek vyrovnanosti těžeb nemá vliv na celkovou těžbu za celé plánovací období. Je jasné, že ale podmínky přiřazování sečí mají vliv na celkovou výši těžby a tyto hodnoty jsou zhruba o 5 % nižší než v případě bez uvažování podmínek sousednosti. Znamená to tedy, že tyto podmínky mají omezující vliv, ale ten není v porovnání s celkovými hodnotami tak významný.

Rozdíly v jednotlivých variantách jsou ale ve výsledných trendech vývoje těžeb po jednotlivých decenních. Tyto trendy jsou více znatelné v případě 10% maximálního přípustného rozdílu než v případě 1% a nejsou závislé na tom, zda jsou nebo nejsou zohledněny podmínky přiřazování sečí.

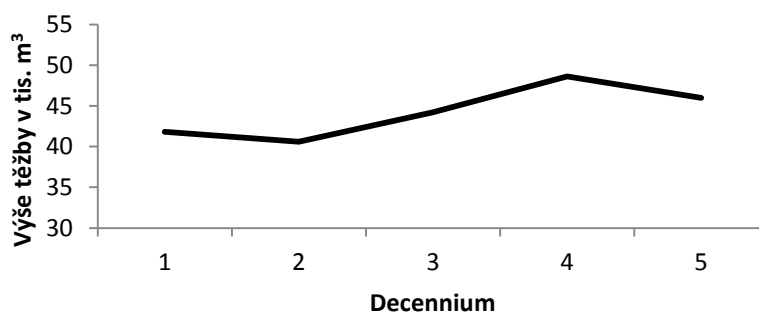
Na následujícím obrázku (Obr. 8.2) jsou znázorněny průběhy decenálních těžeb pro jednotlivé modely při 10% přípustném rozdílu bez uvažování podmínek přiřazování sečí.

Jak je z jednotlivých grafů vidět ve všech 4 testovaných variantách podmínek vyrovnanosti jednotlivé decenální těžby mírně stoupají. To je zapříčiněno maximalizační účelovou funkcí. Výjimkou jsou decenální těžby **Modelu 8.1_G** (Obr. 8.2 b), které „oscilují“ kolem určité imaginární hodnoty. Tyto trendy vývoje těžeb jsou samozřejmě zapříčiněny vstupní věkovou strukturou a nedají se tedy v tuto chvíli ještě zevšeobecnit, ale zdá se, že z hlediska dlouhodobé vyrovnanosti je nejlepší alternativou právě varianta **Modelu 8.1_G**.

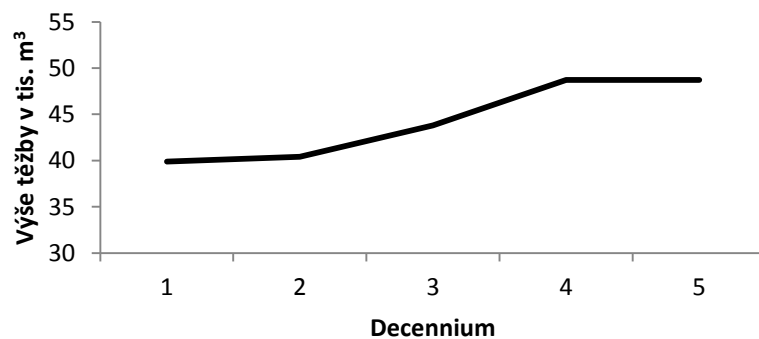
a)



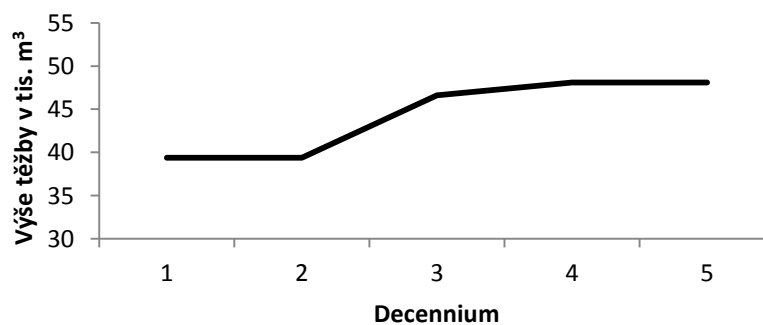
b)



c)



d)



Obr. 8.2 a) Trend vývoj decenálních těžeb **Model 8.1_F** , b) Trend vývoj decenálních těžeb **Model 8.1_G**, c) Trend vývoj decenálních těžeb **Model 8.1_H** a d) Trend vývoj decenálních těžeb **Model 8.1_I**

8.2 Porovnání prostorového a neprostorového plánování mýtních těžeb

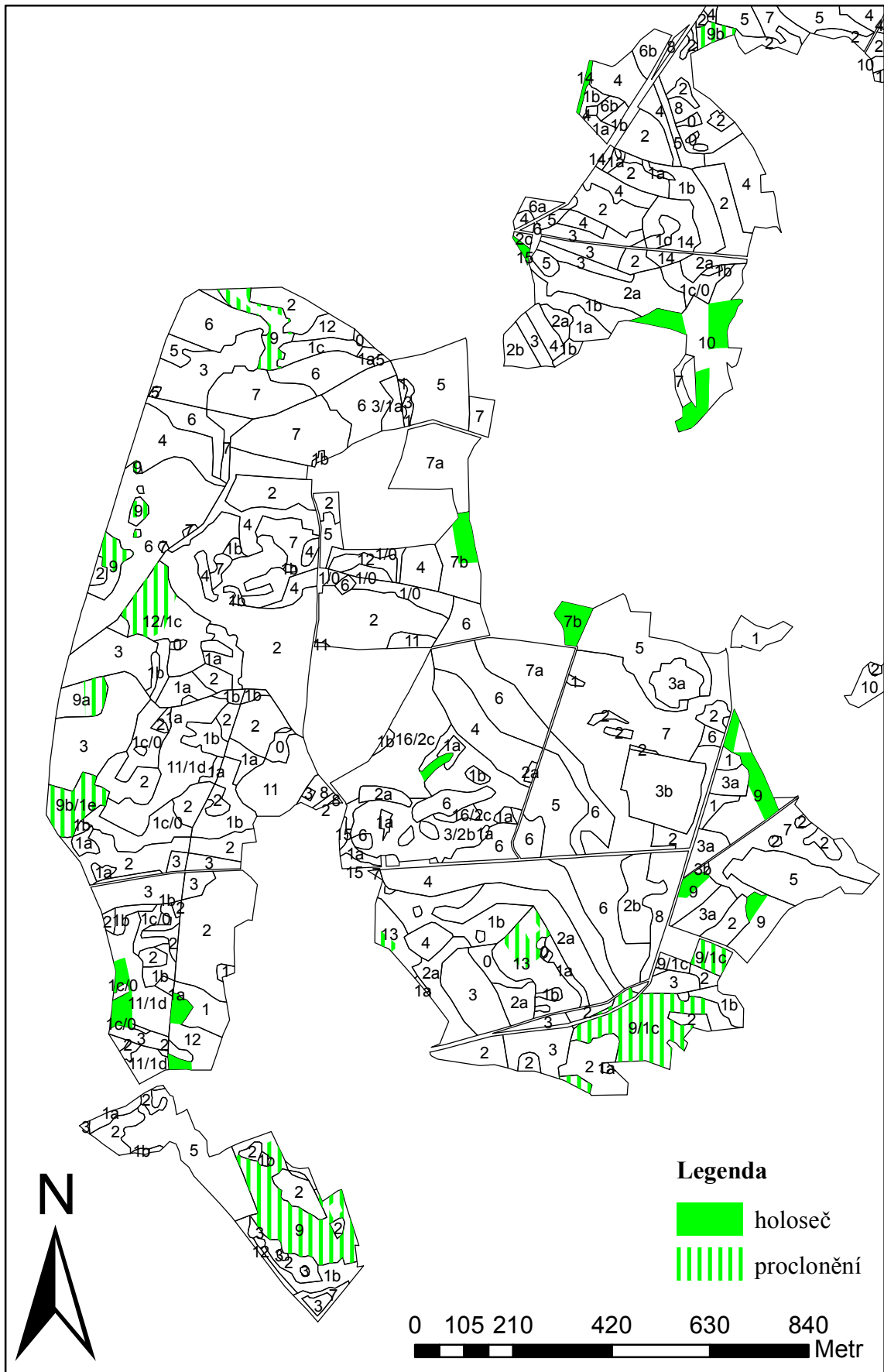
Prostorové plánování těžeb přináší řadu výhod při podpoře rozhodování o umístění a výši mýtní těžby. Především je to samotný aspekt prostorovosti, kdy celková výše těžby odráží skutečnou prostorovou strukturu LHC a její výše je reálná na rozdíl od současných těžebních ukazatelů. Pro splnění dílčího cíle 2 byla použita data referenčního LHC 2. Dílčí modely a výsledky jsou prezentovány dále.

Fakt, že současné metody plánování výše mýtní těžby nedokážou zohlednit při výpočtu i prostorové aspekty, vede k situaci, že lesní hospodář nemůže předepsanou těžbu v lesních porostech umístit, a často se tak dostává do konfliktu s vlastním cílem naplnění předepsaného etátu, který považuje za optimální. Druhou možností pak je, že se v prvním decenniu podaří umístit celý předepsaný etát mýtní těžby, ale v následujících letech nebo decenních je těžba z důvodu zákonných požadavků přiřazování sečí nerealizovatelná. Výsledkem pak je nevyrovnanost mýtních těžeb (Marušák, Kašpar 2014a).

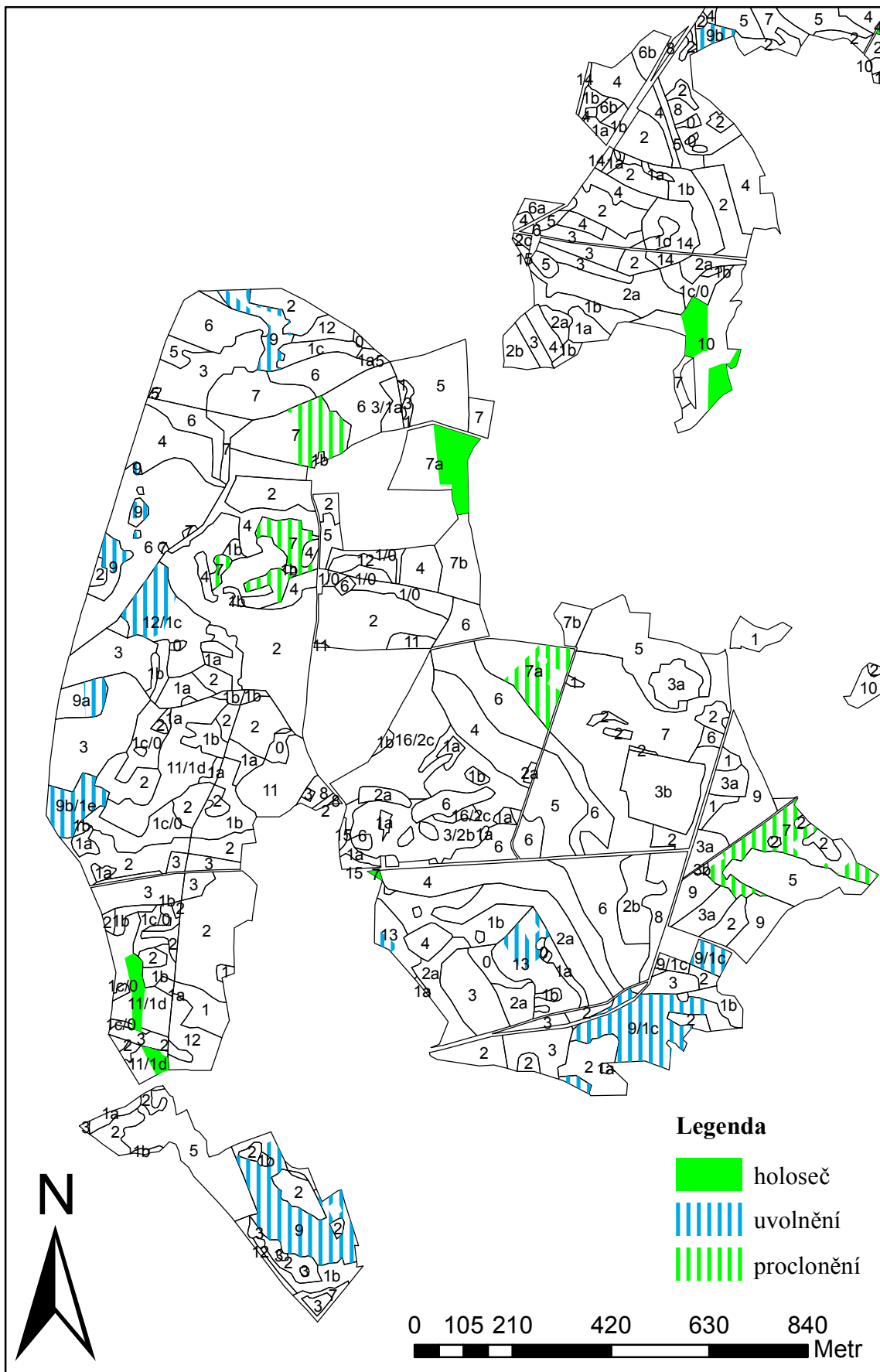
Díky tomu, že prezentované alternativní postupy stanovení výše mýtní těžby zahrnují do výpočtu i aktuální prostorovou strukturu, nabízí uživateli oproti současným těžebním procentům i možnost přímých grafických výstupů ve formě těžebních map. Příklady možného grafického znázornění výsledků jsou prezentovány na obrázcích 8.3 – 8.5.

Dílčím cílem 2 bylo tedy porovnat zmíněnou očekávanou disproporci mezi naplánovanými těžbami klasickými těžebními ukazateli a prezentovanými modely prostorového plánování těžeb. Naplnění dílčího cíle 2 bylo splněno příloženou publikací:

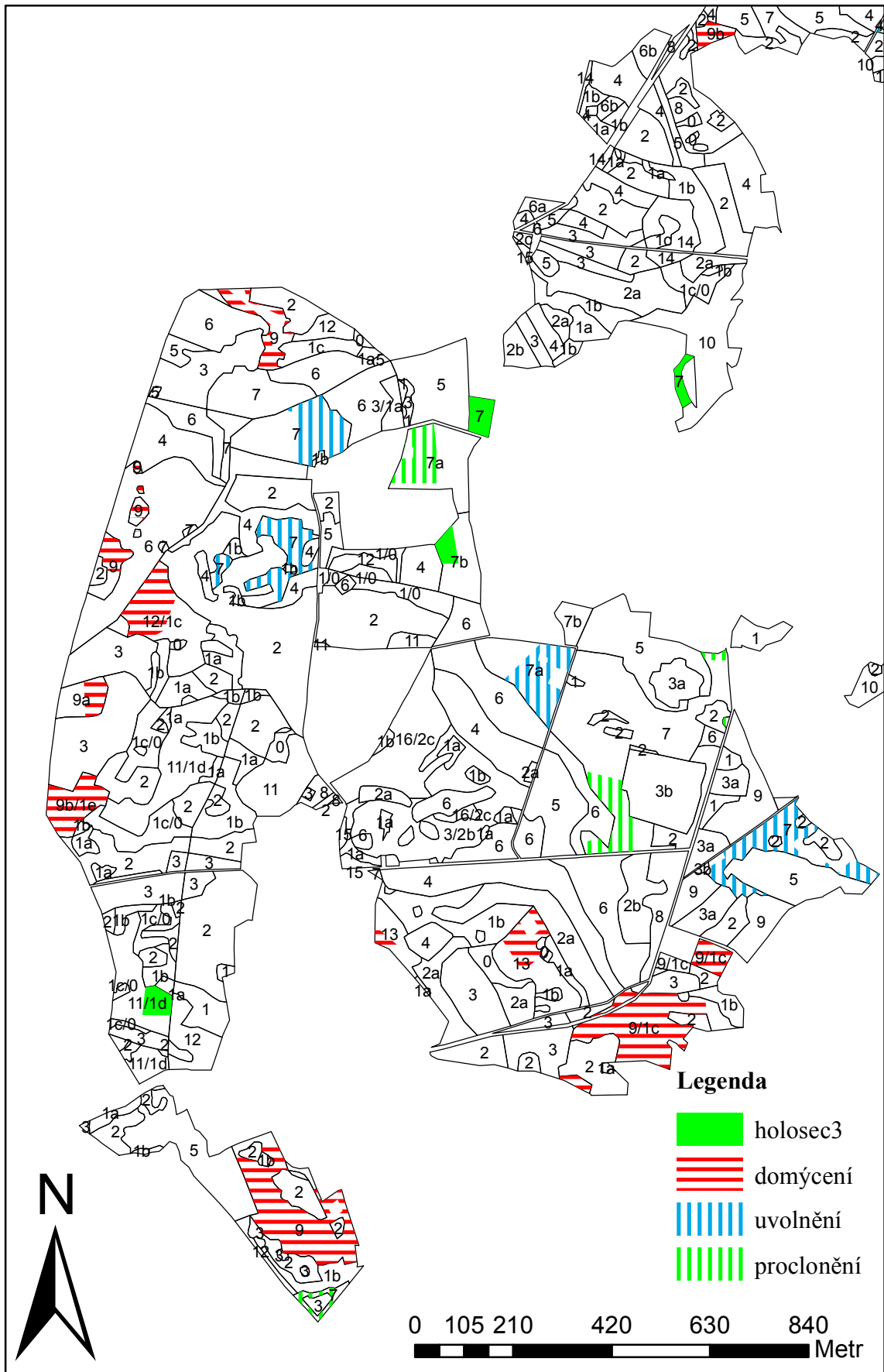
Kašpar, J., Marušák, R., Sedmák, R. 2014. Spatial and non-spatial harvest scheduling versus conventional timber indicator in over-mature forests. *Lesnícky Časopis – Forestry Journal*, 60, 81–87.



Obr. 8.3 Schematická ťezební mapa s prostorově vyznačenými ťezebními zásahy v rámci potenciálního 1. decennia platnosti plánu ťezeb



Obr. 8.4 Schematická ťezební mapa s prostorově vyznačenými ťezebními zásahy v rámci potenciálního 2. decennia platnosti plánu ťezeb



Obr. 8.5 Schematická těžební mapa s prostorově vyznačenými těžebními zásahy v rámci potenciálního 3. decennia platnosti plánu těžeb



Spatial and non-spatial harvest scheduling versus conventional timber indicator in over-mature forests

Prostorové a neprostorové plánování těžeb versus tradiční těžební ukazatelé v lesích s přestárlou věkovou strukturou

Jan Kašpar^{1*}, Róbert Marušák¹, Róbert Sedmák^{1,2}

¹Czech University of Life Sciences Prague, Faculty of Forestry and Wood Sciences, Kamýcká 176, CZ – 165 21 Praha 6 – Suchbátka, Czech Republic

²Technical university in Zvolen, Faculty of Forestry, T. G. Masaryka 24, SK – 960 53 Zvolen, Slovakia

Abstract

This paper presents two alternative approaches of final cut scheduling for a fifty year strategic planning horizon. One approach is represented by cutting percentage, which is a classical timber indicator commonly used in the Czech and Slovak Republics. The second approach is represented by two optimisation models of integer programming; the first model without spatial aspect and the second model including adjacency constraints. Both optimisation models are derived for the clear cut management system with the scheduling approaches applied on an example of a forest management area with over-mature stands.

The main aim of the paper is to compare two suggested optimisation models with the classical scheduling approach and to demonstrate their positive effect on the age class distribution of forests. The further aim is to include green-up constraints in the scheduling, which respect legislative conditions. The results show that even in the case of a single management system, without considering different ecosystem services, the optimisation model that does not consider the spatial aspect gives comparable results to the approach that includes the adjacency constraints. The primary hypothesis, that the regular age-class distribution and flow harvesting cannot be achieved when considering green-up constraints, was rejected.

Keywords: harvest scheduling; integer programming; age-class distribution; adjacency constraints

Abstrakt

Práce prezentuje dva alternativní přístupy k plánování mýtních těžeb v rámci 50 letého strategického plánovacího horizontu. Jeden přístup je reprezentován klasickým těžebním ukazatelem, těžební procento, který je běžně používaný v České a Slovenské republice. Druhý přístup je reprezentován dvěma optimalizačními celočíselnými modely; první model je bez prostorového aspektu, druhý pak zahrnuje vztahy omezení sousednosti. Oba dva optimalizační modely jsou odvozeny pro holosečný hospodářský způsob. Alternativní přístupy plánování těžeb jsou aplikovány na příkladu lesního hospodářského celku s převahou přestárlých porostů.

Hlavní cíl práce je porovnat navržené optimalizační modely s klasickým postupem plánování mýtní těžeb a demonstrovat pozitivní vliv navržených těžeb těmito modely na věkovou strukturu lesa. Dalším cílem je zahrnout do modelu zákonná omezení vzájemného přiřazování holých sečí. Výsledky ukazují, že i v případě jednoduchého hospodářského způsobu bez zahrnutí různých ekosystémových služeb, poskytuje optimalizační model bez prostorového hlediska srovnatelné výsledky s modelem, který tato hlediska zahrnuje. Primární hypotéza, že nemůže být dosaženo normální věkové struktury a těžební vyrovnanosti i v případě použití omezení týkající se přiřazování sečí, byla zamítnuta.

Klíčová slova: těžební plánování; celočíselné programování; věková struktura; omezení sousednosti

1. Introduction

Forest management and in particular, harvest scheduling has been influenced by two decades of socio-economic, political and natural changes in central Europe. Following political changes in 1989, forest privatisation caused changes in forest ownership with the state sector now owning only 59.8% of the forest area in the Czech Republic (Green Report 2012). This forest fragmentation has reduced the average size of the forest management area (FMA) since 1989.

The second driver of forest management is related to shifting public preferences (Šišák 2011) and especially the management of non-productive forest functions, such as recreational and hygienic functions. Forest managers have to take these non-productive forest functions into consider-

ation and react accordingly by changing their management approach.

A further challenge for forest management is to consider the potential consequences of climate change. The Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC WG II 2007) predicts that changing climate in Europe is likely to increase the frequency of large wind-throws, both from increased storm frequency and increased water stress, while at the same time decreasing the average defence capability of the remaining trees through spring temperature backlashes and summer water stress (Schlyter et al. 2006). For instance, abiotic disturbance agents such as wind, snow etc., caused 65% of salvage felling in the Slovak Republic between the years 2002–2006 (Konôpka & Konôpka 2008). Open areas in forests such as clear cuts, affect the wind speed.

*Corresponding author. Jan Kaspar, e-mail: kasparj@fd.czu.cz, phone: +420 22439 3796

The effect of forest fragmentation, which can be caused by clear cut management system, was studied by Zeng et al. (2009). The authors concluded that forest fragmentation may increase the susceptibility of forest stands to wind damage. New approaches to harvest scheduling management are needed especially in the areas with a high risk of wind damage (Konôpka & Konôpka 2009). Konoshima et al. (2011) present one kind of harvest scheduling approach based on integer programming. Finally, from the ecological point of view and also due to the above-stated reasons, there is legislation determining the localisation of two clear cuts performed at the same time, their maximum size and width. These requirements vary between countries and are highly dependent on the relevant laws.

At present there is one timber harvesting indicator for small forest management areas (less than 500 hectares) implemented in the Czech legislation. This expresses the maximum possible final cut and is known as the cutting percentage (hereafter referred to as CP). The indicator comes from the normal forest as described in Bettinger et al. (2009). However, a regulated forest with a balanced and regulated age-class distribution is not only difficult to achieve, but also undesirable for forest stability (Priesol & Polák 1991). In addition, the CP indicator is static, incorporating planning for one decade only, without the option to account for harvesting possibilities over a longer time period and does not consider the spatial possibilities of harvesting. This results in strongly uneven decadal harvests for the whole forest management area (FMA) from the view of strategic future harvest planning.

For the reasons mentioned, there is an increasing need to analyse the development of spatial structure because without the spatial aspect, it is impossible to maintain environmental, social and other aspects of forest management (Baskent & Keles 2005).

Methods of operational research in conjunction with modern information technology and geographic information systems (GIS) can be used to create a new type of forest management plans. What makes spatial forest-management plans different from conventional plans is the proposal of size, shape and position of forest harvest units in the forest management area.

Simple linear programming models for harvest scheduling without spatial aspects with varying constraints are presented in many papers and textbooks (e.g. Bettinger et al. 2009; Buongiorno & Gilles 2003). However, there are no obvious comparisons of timber indicators which are used in the conditions of central Europe, especially in the Czech Republic and Slovakia. Research works aimed on harvest scheduling optimisation are rare in this region. Marušák (2007) compared different classical timber indicators used in Slovakia with the spatial linear model of harvest scheduling. Unfortunately, the author does not compare his spatial models with relevant non-spatial models; therefore, the importance of the spatial aspect for harvest scheduling is not obvious in this case. Kouba & Zahradník (2004) present another example of using linear programming model to obtain the information on the target age class distribution.

The aim of this paper is to present the impact of adjacency constraints on harvest possibilities in a real management

forest area with undesirable age-class distribution. The suggested scheduling approach is presented in a clear cut management system. Only one type of adjacency constraints was used, so called green-up constraints (Buongiorno & Gilles 2003) because this is the basic spatial requirement defined by the forestry act. The primary hypothesis is that the regular age class distribution and harvesting balance cannot be achieved when considering green-up constraints.

2. Material and methods

The proposed approaches in strategic management planning were applied to a FMA of 178 ha (Fig. 1) located in Central Bohemia within Nature forest area No. 9 (according to forestry act), 60 kilometres west from Prague. Bedrock consists of sandstone, siltstone and claystone. The dominating soil is sandy-loam Cambisol. Spruce is a dominant tree species, its average site index is 28. As it is a private FMA, more detailed information cannot be provided to follow user rights. This FMA has a non-regulated age-class distribution with a high proportion of over-mature forest age classes (Fig. 2.). Age class span 10-year intervals (e.g. age class 1 consists of forest stands aged from 1 to 10 years, age class 2 consists of forest stands aged from 11 to 20 years etc.).

The planned strategic horizon of 50 years was divided into five 10-year-long intervals. Species composition of the forest stands has been simplified to one species (Norway spruce) only. To predict the growing stock, the growth model from the Czech yield tables was used (Černý et al. 1996).

The maps from the forest management plan were digitised and analysed in ArcGIS (ESRI 2014). All forests of the FMA that are in the cutting age or will reach the cutting age in the next 50 years were selected. For this purpose, the rotation age of 110 years and the regeneration age of 30 years were used for the entire FMA. There are 4 mature age classes for the combination of regeneration age (30 years) and rotation (110 years) in each planning period; 10th, 11th, 12th and 13th age classes are mature. Other older age classes are assigned as over-mature. The selected stands of the FMA were then divided into potential harvest units by the editing tools in ArcMap. When editing these units, wind direction, slope and existing logging roads were taken into account. Further, it was important to consider the legislative parameters for clear-cuts, primarily the maximum width equal to two mean heights of the surrounding stand with the maximum area of a clear-cut up to 1 hectare.

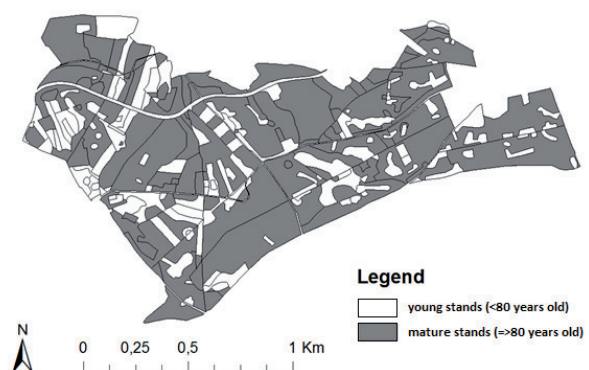


Fig. 1. The spatial structure of the forest management area.

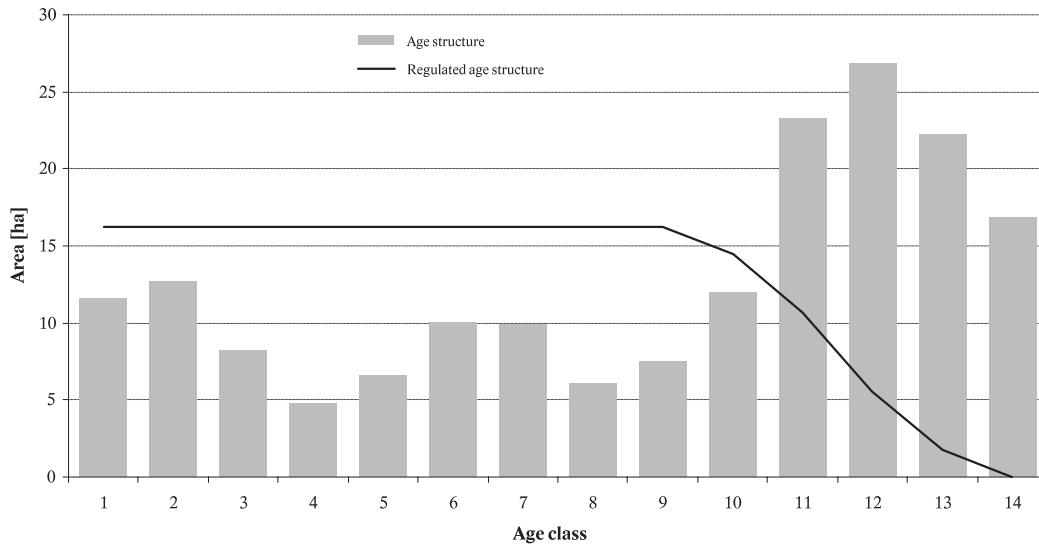


Fig. 2. The actual age structure of the forest management area.

Two optimisation models; one with and one without the spatial aspect, which represent alternative scheduling approaches, were developed. The first model is labelled as SPATIAL and includes the green-up constraints. The second tested model is labelled as NON-SPATIAL and does not include any green-up (adjacency) constraints. Both optimisation models are the extensions of the model proposed by Kašpar et al. (2013).

A forest management area consists of harvest units, each one with the homogenous structure indexed by of mature and over-mature age classes k . As this is a unit restricted model (Crowe et al. 2003), each binary variable in the model represents one proposed harvest unit designed for cutting or not over the P period.

Binary variables x are indexed by the harvest unit identifier; $i = 1, \dots, I$, period $p = 1, \dots, P$ and age class $k = 1, \dots, K$.

$$x_{ipk} = \begin{cases} 1 & \text{if the unit } i \text{ of age class } k \text{ will be cut in period } p \\ 0 & \text{in other cases} \end{cases} \quad [1]$$

One of these constraints is that each unit can be cut just once per planned period. It can be generalised as:

$$\sum_{p=1}^P x_{ipk} \leq 1 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad [2]$$

where n is the number of harvest units.

The harvest flow across the planning horizon is a necessary condition of harvest scheduling. This can be ensured by:

$$0.9 V_{p-1} \leq V_p \leq 1.05 A_N \quad [3]$$

where V_p is the total harvest in period p . The condition of the harvested area flow in the each planning period can be expressed as:

$$0.95 A_N \leq A_p \leq 1.05 A_N \quad [4]$$

where A_N is the area of theoretical clearing defined by the model of regulated forest and A_p is harvested area in period p .

The conditions that originate in the spatial relations between the harvest units can be set down using an analytic algorithm (Yoshimoto & Brodie 1994):

$$Mx \leq A_p \text{ where} \quad [5]$$

$$M = A + B \quad [6]$$

where A ... adjacency matrix
 B ... diagonal matrix in which the i th diagonal element b_{ii} is defined by $b_{ii} = A_i I$
 $(A_i$ is i -th row vector of adjacency matrix A)
 M ... modified adjacency matrix
 x ... control vector for control variables x_{ipk}
 1 ... is an $(n \times I)$ unit vector

The last set of conditions is used only in the case of the SPATIAL model. Finally, all harvest units cannot be harvested in each period. It depends on the regeneration age and rotation.

The objective function is the same for both SPATIAL and NON-SPATIAL optimisation models and is defined as:

$$\max V = \sum_{k=1}^K w_k \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^P V_{ipk} \cdot x_{ipk} \quad [7]$$

where V is the total amount of final cut over five decades and w_k is the weight of k -th age class. V_{ipk} is the standing volume in harvest unit i in period p of age class k , n is the total number of potential harvest units in the FMA.

The weight for each mature and over mature class was defined: w_1 (for the 10th age class) is 0.15; w_2 (for the 11th age class) is 0.3; w_3 (12th age class) is 0.55; and w_4 (13th age class) is 1. All other over-mature age classes are represented by weight w_5 set to the value of 2. All of these values are set by expert estimation reflecting harvest preference of older mature and over-mature age classes. The total number of variables was approximately 1,400 and the number of constraints 1430. The problem was formulated as a classical *.lp file and solved by Gurobi 5.5.0 (Gurobi Optimization 2014). The problem was solved using a branch and bound algorithm which is a standard algorithm for solving mixed integer problems.

Finally, one further scheduling approach was used. It is the cutting percentage as described by (Priesol & Polák

1991) and represents the classical harvest scheduling and planning in the Czech and Slovak Republics.

The index of compliance I_{ZHR} (8, 9) and the overmature age class area ratio I_{PS} (10) (Marušák 2005) were calculated for each period and each scheduling approach to enable the objective valuation of age class distribution changes.

$$I_{ZHR} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n |A_i|}{\Delta_{max}} \quad [8]$$

$$\Delta_{max} = |P - P_{N,j}| + \sum P_{N,k} \quad [9]$$

- where P ... real area of mature and over-mature age classes
- P_N ... regulated area of mature and over-mature age classes
- j ... mature or over-mature age class with the lowest real area
- k ... mature or over-mature age class with the larger area than age class j
- Δ_{max} ... maximum difference

$$I_{PS} = \frac{P_{PS}}{P} \quad [10]$$

- where P ... area of FMA
- P_{PS} ... area of over-mature age classes

The index of compliance obtains values from 0 to 1. Absolute age-class compliance within a model of regulated forest resulted to value 1.

3. Results and discussion

The resulting scheduled harvest of SPATIAL and NON-SPATIAL variants are comparable from the view of total harvested amount, harvested area, index of compliance and the over-mature age class area ratio (Table 1, 2). The harvested area of both models is the same for each period and is in the upper limit of the relevant constraint. There is a slight difference in the total harvested volume of 112 m³. The difference in harvest volume for each period of SPATIAL and NON-SPATIAL variants is negligible and corresponds with the conditions of harvest balance across the planning horizon.

The results are different in the case of the CP scheduling approach based on the normal forest assumption, which is reflected in the results. However, these results are valid only if the initial age class distribution is ideal or close to the ideal normal age class distribution; otherwise, the results are not ideal for non-normal forest and the other scheduling approaches are more relevant. The total harvested volume for the CP approach is over 20,000 m³ higher than for the SPATIAL and NON-SPATIAL models, but the harvested volume production is not stable in the CP approach and is reduced across the planning horizon (Table 1). The total cut achieved by the alternative scheduling approaches is not much different from the CP scheduling approach presented in the paper by Marušák (2007). However, the harvested volume production is also not stable in the CP scheduling approach.

The resulting values of index of compliance I_{ZHR} and the over-mature age class area ratio I_{PS} calculated at the beginning of planning periods for each scheduling approach are presented in Table 2 as the suggested harvested volume is also known for the fifth period. The resulting age class distribution after five periods of harvesting for the SPATIAL, NON-SPATIAL and CP approaches are shown in Figures 3, 4 and 5.

The value of I_{PS} after five periods of harvesting is very good in the case of the CP approach. The value of 0.00 indicates that there are no over-mature age classes. In the other two approaches, SPATIAL and NON-SPATIAL optimisation models, this value is 0.11 meaning that 11% of the total area consists of over-mature classes.

The index of compliance (I_{ZHR}) is 0.65 for both SPATIAL and NON-SPATIAL variants. The index of compliance for the initial state of age class distribution is 0.35, which means that the value of this index improved after five periods. The resulting age class distribution of the SPATIAL and NON-SPATIAL optimisation models is close to the ideal model of normal forest, much closer than the resulting age-class distribution of the CP approach. The final value of I_{ZHR} in the case of the CP approach is 0.18, i.e. worse than 0.35 of the initial age class distribution of the regulated forest model.

The original theory is that normal forests were developed to ensure sustainable and balanced harvesting. However,

Table 1. The resulting harvested volume and area for the three alternative models.

Scheduling approach	Period [years]	1–10	11–20	21–30	31–40	41–50	Total
SPATIAL	harvested volume [m ³]	16056	16421	16427	16378	16676	81958
	harvested area [ha]	17.8	17.8	17.8	17.8	17.8	89.0
NON-SPATIAL	harvested volume [m ³]	16282	16340	16297	16379	16770	82068
	harvested area [ha]	17.8	17.8	17.8	17.8	17.8	89.0
CP	harvested volume [m ³]	80069	8836	4122	4349	5266	102642
	harvested area [ha]	94.9	12.8	8.3	8.6	8.6	133.3

Table 2. The resulting index of compliance I_{ZHR} and the overmature age class area ratio I_{PS} .

Scheduling approach	SPATIAL		NON-SPATIAL		CP	
	I_{ZHR}	I_{PS}	I_{ZHR}	I_{PS}	I_{ZHR}	I_{PS}
Period (years)						
1–10	0.35	0.09	0.35	0.09	0.35	0.09
11–20	0.27	0.13	0.27	0.12	0.48	0.00
21–30	0.64	0.17	0.64	0.17	0.13	0.00
31–40	0.63	0.20	0.63	0.20	0.23	0.00
41–50	0.79	0.17	0.79	0.17	0.30	0.00
51–60	0.65	0.11	0.65	0.11	0.18	0.00

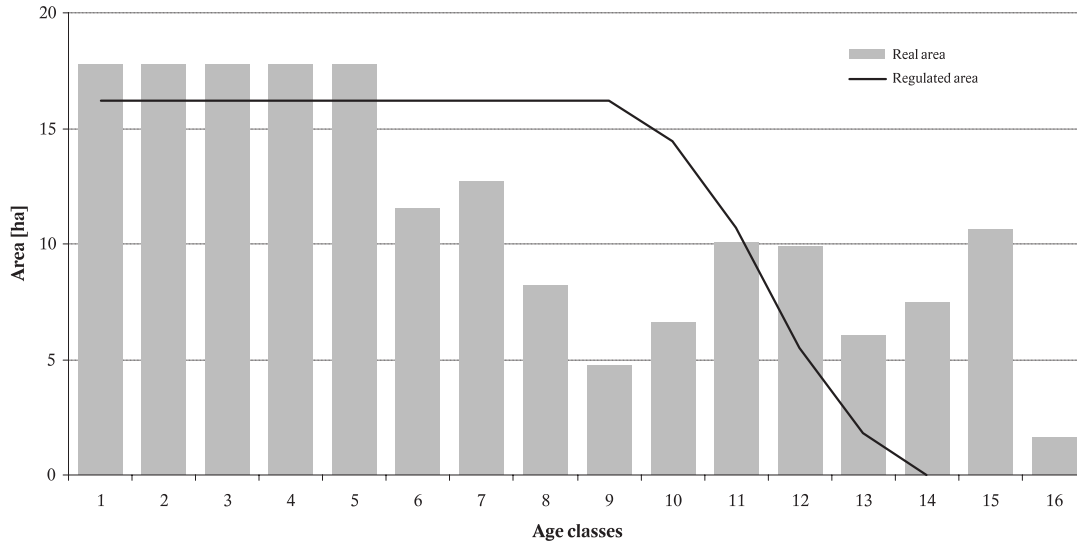


Fig. 3. The resulting age structure using SPATIAL model.

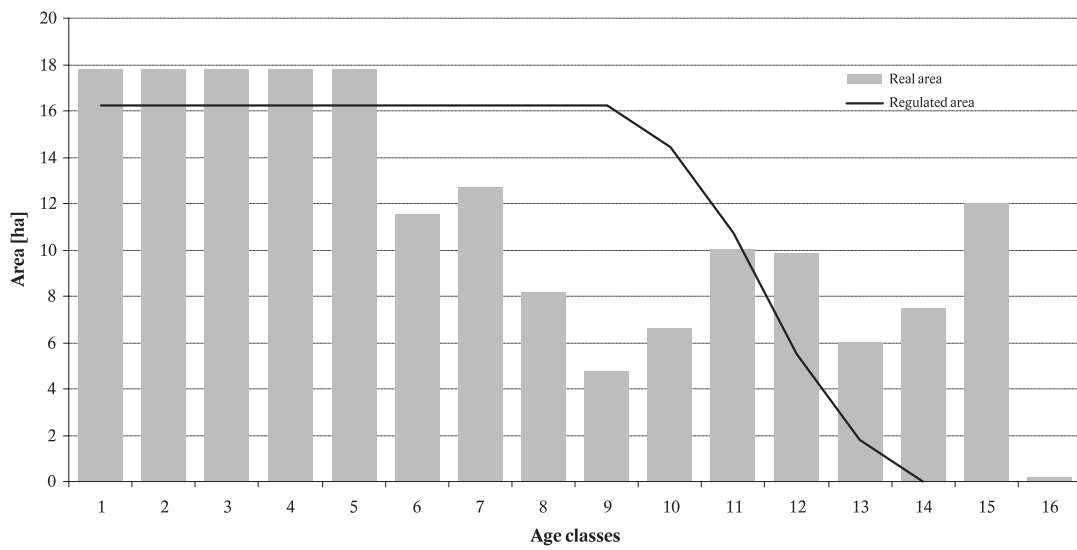


Fig. 4. The resulting age structure using NONSPATIAL model.

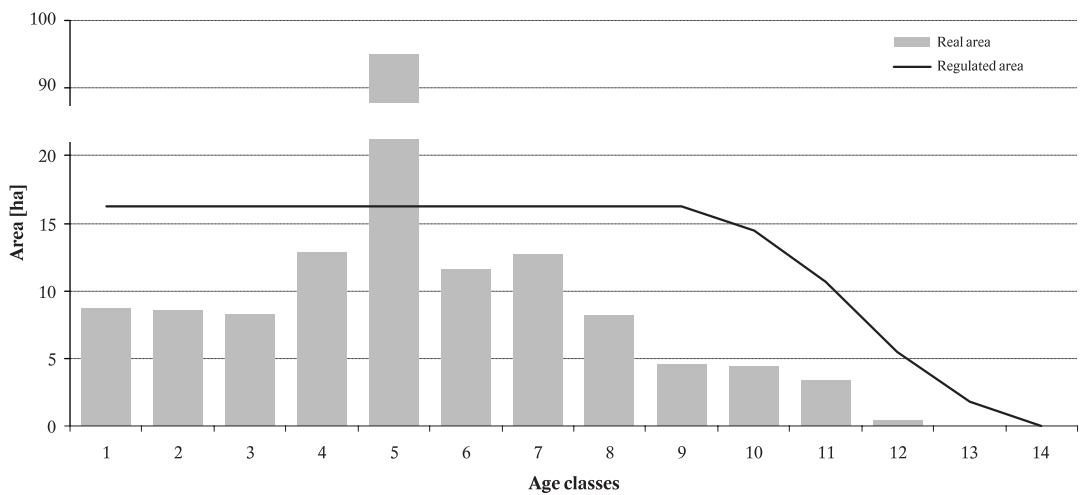


Fig. 5. The resulting age structure using CP approach.

timber indicators derived from this theory do not provide accurate results under changed political social and environmental conditions. This statement is based on the resulting age class distribution achieved by applying cutting percentage (Fig. 5). However, there are no over-mature age classes in the CP model due to the enormous harvested volume in the first planning period (80,068 m³ / 94.9 ha). This indicates that early harvest intervention has an important effect on future harvest potential. An extensive area of just one age class is inappropriate from the perspective of forest protection and nature protection as well as biodiversity conservation.

The results achieved by SPATIAL and NON-SPATIAL models are comparable in the resulting age-class distribution. There is only a slight difference in the distribution of the harvested area in the last three age classes: 15th, 16th and 17th (Fig 3. and Fig 4.).

Adjacency constraints in harvest scheduling approaches prevent adjacent management units from being scheduled for harvest within a given period and have practical importance of legal restrictions (McDill et al. 2002). However, harvest scheduling optimisation models with adjacency constraints are difficult to solve. It was expected by the research team that appropriate resulting age-class distribution cannot be achieved or alternatively the model run would be time-consuming in the case of the SPATIAL model because the parameters of adjacency are quite strict for model of the proposed harvest. The age-class distribution of the forest is one of the most important factors determining the solvability of scheduling problems with adjacency constraints. The impact of adjacency constraints on the different initial age-class distribution was studied by (McDill & Braze 2000). This problem can be worse in the case of over-mature or old-growth forests because a large number of harvests which would otherwise be scheduled would not be identified by the adjacency constraints. However, the presented results show that a good age-class distribution can be achieved, even in the case of the SPATIAL model when considering the mandatory adjacency constraints.

4. Conclusions

This paper presents modern scheduling approaches in comparison to a classical scheduling approach represented by cutting percentage. The volume of final cuts, when calculated by the current harvesting indicators, reflects only the current area or the volume of the cutting age classes. No information about age-class distribution or potential cuts on the evolution of the age-class distribution is taken into account. Current harvesting indicators apply to the normal forest only, which may be suitable for large areas of several thousands of hectares; however, in small forest areas, there is a growing probability that the age-class distribution is unbalanced due to which harvesting indicators lose their validity.

Furthermore, it seems that green-up constraints do not affect the harvest potential and that the age-class distribution is as expected. The primary hypothesis defined above could not be confirmed for the normal age-class distribution and harvest balance accounting for green-up constraints. The

results can be considered basic for the inclusion of other adjacency constraints, such as nature reserve or recreational function of the forest, further added to mandatory adjacency constraints into the scheduling approach. Adjacency constraints are also important in the case of forest protection. However, this type of constraints must include special requirements such as creating of cutting segments that are protected against wind damage. The creation of a scheduling approach considering constraints mentioned above, would be an interesting extension of this paper. This type of a harvest scheduling problem has to be solved at a larger FMA because of the decreasing edge effect.

According to the achieved results, the use of these methods for optimisation of harvest planning does not only appear to be acceptable, but it also seems that in the context of the forests of the Czech Republic, it fits even better than the use of the classical harvesting indicators.

Acknowledgements

This research was supported by the project of the National Agency for Agriculture Research (No. QJ13202302) and the Internal Grant Agency of Faculty of Forestry and Wood Sciences Czech University of Life Sciences in Prague (No. B0114).

References

- Baskent, E. Z., Keles, S., 2005: Developing alternative wood harvesting strategies with linear programming in preparing forest management plans. *Turkish Journal of Agriculture and Forestry*, 30:67–79.
- Bettinger, P., Boston, K., Siry, J. P., Grebner, D. L., 2009: *Forest Management and Planning*. Academic press, 326 p.
- Buongiorno, J., Gilles, J. K., 2003: *Decision methods for forest resource management*. Academic Press, 439 p.
- Crowe, K. A., Nelson, J. D., Boyland, M., 2003: Solving the area-restricted harvest scheduling model using the branch and bound algorithm. *Canadian Journal of Forest Resource* 33:1804–1814.
- Černý, M., Pařez, J., Malík, Z., 1996: *Růstové a taxační tabulky pro hlavní dřeviny České republiky (smrk, borovice, buk, dub)*. Ústav pro výzkum lesních ekosystémů. Jilové u Prahy. ESRI, 2014: *ArcGis Desktop Reference Manual*, www.esri.com
- Gurobi Optimization Inc., 2014: *Gurobi Optimizer Reference Manual*. Available at: <www.gurobi.com>.
- Green Report, 2012: *Report on the state of forests and forestry in the Czech Republic in 2012*. Ministry of Agriculture of Czech Republic. Prague.
- IPCC WG II., 2007: *Fourth assessment report for government and expert review*. Chapter 12: Europe. Bruxelles.
- Kašpar, J., Marušák, R., Vopěnka, P., 2013: Comparison of two alternative optimization techniques for spatial harvest planning. *Scientia Agriculturae Bohemica* 44:90–96.
- Konôpka, J., Konôpka B., 2008: *Koncept stratégie ochrany lesa proti hlavným druhom abiotických škodlivých činiteľov*. *Lesnícky časopis - Forestry Journal*, 54:193–212.
- Konôpka, J., Konôpka B., 2009: *Krátkodobá prognóza ohrozenia smreka obyčajného škodlivými činiteľmi v najrizikovejších oblastiach Slovenska*. *Zprávy lesníckeho výzkumu*, 54:52–68.
- Konoshima, M., Marušák, R., Yoshimoto, A., 2011. Harvest scheduling with spatial aggregation for two and three cut system under shelterwood management. *Journal of Forest Science* 57:271–277.

- Kouba, J., Zahradník, D., 2004: Forest production steering to sustained yield under risk condition by interactive linear programming task construction. *Scientia Agriculturae Bohemica* 35:140–146.
- Marušák, R., 2005: Hodnotenie stavu a vývoja rubných vekových stupňov. *Acta Facultatis Forestalis Zvolen* 47:279–290.
- Marušák, R., 2007: Alternative harvest scheduling for final cut with respect to silvicultural requirements. *Lesnícky časopis - Forestry Journal* 53:117–127.
- McDill, M., Braze, J., 2000. Comparing adjacency constraint formulations for randomly generated forest planning problems with four age-class distributions. *Forest Science* 46:423–436.
- McDill, M., Rebain, S., Braze, J., 2002. Harvest scheduling with area-based adjacency constraints. *Forest Science*, 48:631–642.
- Priesol, A., Polák, L., 1991: *Hospodárska úprava lesov*. Bratislava: Príroda, 447 p.
- Schlyter, P., Stjernquist, I., Barring, L., Anna Maria, J., Nilsson, C., 2006: Assessment of the impacts of climate change and weather extremes on boreal forests in northern Europe, focusing on Norway spruce. *Climate Research* 31:75–84.
- Šišák, L., 2011: Forest visitors' opinions on the importance of forest operations, forest functions and sources of their financing. *Journal of Forest Science* 57:266–270.
- Yoshimoto, A., Brodie, J.D., 1994: Comparative analysis of algorithms to generate adjacency constraints. *Canadian Journal of Forest Research* 24:1277–1288.
- Zeng, H., Peltola, H., Väisänen, H., Kellomäki, S., 2009: The effects of fragmentation on the susceptibility of boreal forest ecosystem to wind damage. *Forest Ecology and Management* 257:1165–1173.

8.3 Vývoj modelů prostorového plánování těžeb zahrnující i plnění environmentálních funkcí lesních ekosystémů

V celé Evropě se v posledních dvou desetiletích více než dříve dostávají do popředí i jiné mimo-produkční funkce lesa, především ty přírdo-ochranné. Preferují se přírodě blízké způsoby hospodaření, ponechávají se jednotlivé stromy, ale i části porostů a hospodářských celků jako bezzásahové zóny a lesy jsou čím dál tím více využívány i pro svoji významnou rekreační a hygienickou funkci.

Zároveň ale se do popředí staví tzv. vzducho-ochranná funkce neboli také segregáční funkce lesních ekosystémů. Lesní ekosystémy jsou totiž významnými „pohlčovači“ oxidu uhličitého z ovzduší, který je díky procesům fotosyntézy skladován v pletivech stromů. V případě ale, že se strom nebo část lesa ponechá samovolnému vývoji až do fáze rozpadu a odumření dřevní hmoty, pak se veškerý tento oxid uhličitý uvolní zpátky do atmosféry. Východiskem je tedy těžba dříví a zpracování vytěžené hmoty jako například stavebního nebo truhlářského řeziva.

Lesní hospodář je tedy v současnosti postaven před dva protichůdné cíle. Současné těžební ukazatelé jsou ovšem postaveny pouze na produkční funkci lesních ekosystémů. Řešení je pak v praxi hledáno na základě zkušeností lesního hospodáře. Jestli je toto řešení ale skutečně optimální z obou hledisek, nemůže nikdo nikdy vědět. Prostředkem pro nalezení exaktního kompromisního řešení pak mohou být právě zmíněné metody a navržení takových možných modelů prostorového plánování bylo dílčím cílem 3. Pro splnění dílčího cíle byla použita data referenčních LHC 1 a 2. Dílčí modely a výsledky jsou prezentovány dále. Naplnění dílčího cíle 3 bylo splněno přiloženými publikacemi:

Kašpar, J., Marušák, R., Hlavatý, R. 2015. A forest planning approach with respect to the creation of overmature reserved areas in managed forests. *Forests*, 6, 328–343.

Marušák, R., Kašpar, J. 2015. Spatially-constrained harvest scheduling with respect to environmental requirements and silvicultural system. *Lesnícky Časopis – Forestry Journal*, 61, 71–77.

Marušák, R., Kašpar, K., Hlavatý, R., Kotek, V., Kuželka, K., Vopěnka, P. 2015. Alternative modelling approach to spatial harvest scheduling with respect to fragmentation of forest ecosystem. *Environmental Management*, DOI 10.1007/s00267-015-0558-1.

Article

A Forest Planning Approach with Respect to the Creation of Overmature Reserved Areas in Managed Forests

Jan Kašpar *, Róbert Marušák and Robert Hlavatý

Faculty of Forestry and Wood Sciences, Czech University of Life Sciences Prague, Kamýcká 129, Praha 6 Suchbátka 165 21, Czech Republic; E-Mails: marusak@fld.czu.cz (R.M.); hlavaty@pef.czu.cz (R.H.)

* Author to whom correspondence should be addressed; E-Mail: kasparj@fld.czu.cz; Tel.: +420-22438-3796.

Academic Editor: Harald Vacik

Received: 29 October 2014 / Accepted: 23 January 2015 / Published: 2 February 2015

Abstract: Forest harvest planning to maximize economic benefits also has to consider additional criteria such as the biodiversity functioning of the managed forest. The biodiversity requirements are determined by the size, shape, and distribution of harvest units and forest stands. A multiple criteria approach is presented where the harvesting volume is maximized while the environmental aspects are also considered. Multiple criteria programming and integer programming techniques are used to find an optimal program of forest harvesting with respect to both economic and environmental requirements. The practicality of the model is shown in a case study for one particular forest management unit. Different optimal solutions are calculated depending on changes made to the criteria weights. This model includes strict spatial constraints, multiple objective functions with three objectives, and alternative solutions according to the real manager's priority. The results show that the spatial pattern and other spatial demands affect the harvest possibilities. It was confirmed that a compromise solution from both forest management and nature conservation could be achieved using the presented harvest scheduling approach.

Keywords: spatial harvest scheduling; multiple criteria; integer programming; optimization model; ecosystem services

1. Introduction

European foresters emphasized the notion of forest organization to produce an even flow of timber as early as the 18th century [1]. Since then, a number of different methods have been developed for this purpose. The best known method is the concept of an ideal normal, even-aged forest [2]. However, its application in practice forestry is problematic as real even-aged structure is difficult to achieve [2–4]. Nevertheless, the timber indicators used in many countries in central Europe are derived from the concept of the normal even-aged forest. Furthermore, there are many spatial restrictions for harvesting in the central Europe such as maximum area and the width of clear cut and green-up constraints. These cause the spatial structure to be complicated and scheduling becomes relatively difficult.

Forest ecosystems perform multiple functions and provide a number of variety ecosystem services. Traditionally, forests have a threefold value; economic, social, and environmental. In the case of forest management for production, it is not possible to comply with all the functions of forest ecosystems. Multiple-use forestry is based on the idea that forests can provide value through additional functions. Modern forestry has to find and field test new harvest scheduling methods, which reflect the new management and nature conditions. A number of different models for harvest scheduling have been developed, and many different techniques have been used [2,5–9]. Many papers have focused on limiting the maximum harvest opening size and adjacency constraints [10–14]. However, a consequence of this approach is that old forests are fragmented into isolated patches [15].

Many multiple-use forestry objectives such as biodiversity, one of the main ecosystem services, are affected by spatial structure, which can be included in harvest scheduling models via spatial constraints [16]. For this reason, these types of models are part of the endogenous approach [17]. The optimization algorithms of the endogenous approach include spatial information and a very large number of spatial constraints. Spatial harvest scheduling models and methods based on the endogenous approach, have been broadly developed and tested [15,16,18–20].

Many birds and mammal species may benefit from spatial homogeneity within stands. Numerous animal species need young forest stands for nesting [21] and old forest for migration [22]. There are studies which deal with the creation of suitable wildlife habitats for different animal species. Some of these studies have used the concept of core area [23,24]. Alternatively, other studies deal with the problem of reserve design [25–27].

In addition to homogeneity, the shape of wildlife habitats is also an important factor. The main important aspect of shape is the edge-effect. The edge is where two ecosystems come together [21]. The edge-effect can be created by human activities, such as clear cuts to create a buffer zone around a core area. The main idea is to minimize the edge-effect through creating the smallest outside perimeter of the reserve area in comparison with the total area.

The objectives of the defined harvest scheduling problem can be reached by means of mathematical programming. The nature of these objectives makes them mutually contradictory. A compromise solution to this multi-objective programming problem needs to be found. An aggregation of objective functions is accomplished as described, e.g., by [28,29]. Before the aggregation of objective functions is accomplished, it is necessary to determine the importance of each function from the point of view of the decision makers. The importance is expressed by setting up weights for each objective function. The weights can be determined using Saaty's method [30].

This paper has three scopes. First, the paper presents the harvest scheduling problem for multiple-use forestry under the conditions of central Europe's managed forests and a suitable optimization model is developed to take into account the necessary spatial constraints. The aim is to identify a harvesting schedule in which the amount of timber can be maximized while an identified overmature reserve area remains intact with a minimum amount of timber available. Furthermore, the shape of the overmature reserve areas are important because of the edge-effect. The length of perimeter of an overmature reserve has to be minimized for this reason. The problem is described with three objective functions: to maximize the harvested amount, to minimize the perimeter of the overmature reserve area, and to minimize the wood amount available in overmature reserve areas. Secondly, the paper presents a series of problems that must be identified and solved by managers prior to the model being applied under real conditions. The third scope of the paper is to compare the multiple-use scheduling problem described with other problems developed for harvesting maximization. The purpose of the second and third scope is to show the consequences of a suggested model when it is applied under real forest conditions for central Europe and show that it is possible to find a compromise solution between nature conservation and forest management. The presented model is designed generally without wildlife species specifications and the manager can choose the required overmature reserve area according to a particular situation.

2. Material and Methods

The general aim of optimization is to provide a harvesting schedule that would maximize the volume of harvested wood over the entire planning horizon. Several conditions have to be fulfilled to comply with the requirements derived from either the laws or established principles of harvest scheduling.

First, in every forest management area (FMA), a certain percentage of the entire FMA has to remain unharvested to create an overmature reserve area. This area serves as a habitat for local wildlife to sustain environmental stability in the forest. Here, and after for the model purpose, the overmature reserve is referred to as not harvested area. Second, it is important that the shape of this area is neither oblong nor too narrow. Such shapes would not allow proper habitation of the area by wildlife. The ideal shape is considered to be a circle or circle-like. The last condition is outlined to ensure a harvest flow in the entire FMA in terms of the age of trees. In the follow-up test, the harvested amount of timber is relative to the final harvest, thinning is not considered here.

2.1. Construction of the Model

2.1.1. Variables and Parameters

Let us have a forest management area consisting of I patches, each one with the homogenous structure index $i = 1, \dots, I$, to be harvested or not harvested over P periods indexed as $p = 1, \dots, P$. In addition, let J be the set of all contiguous units i, j .

Then:

x_{ip} is a binary variable with two states of the unit i :

$$\begin{cases} 1 & \text{if the unit } i \text{ is harvested in the period } p \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

y_{ip} is a binary variable with two states of the unit i :

$$\begin{cases} 1 & \text{if the unit } i \text{ is not harvested in the period } p \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

z_{ijp} is a binary variable with two states of the contiguous units i and j :

$$\begin{cases} 1 & \text{if the neighbouring units } i \text{ and } j \text{ are both not harvested in the period } p \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

Next, let us introduce the following parameters:

q_i is the perimeter of the unit i

r_i is the area of the unit i

s_{ij} is the border length between two contiguous units i and j

v_{ip} is the volume of the wood in the unit i in the period p

And the following constant parameters:

P is the number of 10-year cutting periods

R is the total area of the FMA

α is the fractional difference permitted in the harvest level between two consequential periods p

λ is the specified percentage of the total area R that has to remain standing at the end of all cutting periods.

2.1.2. Model Constraints

Using the variables and constant parameters defined above, the constraints of the mathematical programming problem are constructed. Over the P periods, every unit can be either harvested in one period p or left alone in all periods. Over the P periods, the unit can be harvested only once. This is ensured by the set of conditions:

$$\sum_{p=1}^P P x_{ip} + \sum_{p=1}^P y_{ip} \leq P, \forall i = 1, \dots, I \quad (4)$$

A harvest volume is allowed to increase or decrease by α from one period to the next as described in this study [16]. This can be expressed by the set of conditions regarding every pair of two consequential periods:

$$(1 + \alpha) \sum_{i=1}^I v_{ip} x_{ip} \leq \sum_{i=1}^I v_{i(p+1)} x_{i(p+1)}, \forall p = 1, \dots, P \quad (5)$$

$$(1 - \alpha) \sum_{i=1}^I v_{i(p-1)} x_{i(p-1)} \geq \sum_{i=1}^I v_{ip} x_{ip}, \forall p = 1, \dots, P \quad (6)$$

A certain not harvested area has to remain in the FMA. The required area is determined by the given coefficient λ and is secured by the following set of conditions:

$$\sum_{i=1}^I r_i y_{ip} \geq \lambda R, \forall p = 1, \dots, P \quad (7)$$

The coefficient λ was in the case study set the same for all planning periods.

There is an obvious relationship between two variable classes, y and z , as both of them express in two different ways a situation when a unit is not harvested, the relations between these two variable classes have to be defined. Apparently, if the variables $y_{ip} = 1$ and $y_{jp} = 1$ (meaning both neighbouring units i and j are not harvested in the period p), then $z_{ijp} = 1$ as well (because z_{ijp} describes the not-harvesting of the pair of two neighboring units i and j in the period p). Actually, 2^3 combinations of 0/1 states of the variables y_{ip} , y_{jp} and z_{ijp} can possibly occur. To ensure that the relations between the y and z variables make sense, it is necessary to define the following pair of conditions:

$$y_{ip} + y_{jp} - 2z_{ijp} \geq 0 \quad y_{ip} + y_{jp} - z_{ijp} \leq 1 \quad (8)$$

Having these two conditions in the model makes sure that no logical contradictions occur in the interpretation of the results.

The final condition to be added to the model concerns the adjacency of the harvested units. To fulfil the silvicultural limits, no adjacent units can be harvested in the same period p . For this purpose, the algorithm proposed by [31] is used. The algorithm uses an $(n \times n)$ adjacency matrix A and a control vector X consisting of binary variables X_i for the i -th unit of the total n units. In addition, there is an $(n \times 1)$ unit vector \vec{u} and a diagonal matrix B with diagonal elements; $b_{ii} = A_i \vec{u}$; A_i is the row vector of the adjacency matrix A . Considering these relations, the following set of constraints is defined:

$$BX + AX \leq A\vec{u} \quad (9)$$

Adding these constraints into the mathematical programming model will ensure there are no two adjacent units harvested in any one period. To determine the adjacent cutting units for cutting unit i , the definition of Moore's neighborhood adjacency was used [32].

2.1.3. Objective Functions

Let us define three objective functions that have to be fulfilled according to the silvicultural requirements for this particular case of harvesting. The main economic interest is to maximize the total volume cut from the units $i \in I$ over the periods; $p \in P$. The objective function is expressed as:

$$\text{maximize} \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^I v_{ip} x_{ip} \quad (10)$$

The silvicultural limits for the not harvested area are expressed with the help of one of the constraints. At least a given percentage of the total area must remain not harvested. However, the volume of the trees standing in this area is not a decisive factor. There is then a tendency not to harvest such units with the smallest possible volume of wood standing in there. This is assured by the following objective function:

$$\text{minimize} \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^I v_{ip} y_{ip} \quad (11)$$

The previous objective function ensures that the units with the smallest possible volume of wood in the not harvested area are chosen in the optimal solution. This would cause a selection of separate units across the entire FMA. The not harvested area, however, must make one continuous area. This area should

ideally have a circle-like shape. The formulation of the outside perimeter is based on the model by [16]. The last objective function, concerning the shape of the not harvested area, is defined as:

$$\text{minimize } \sum_{p=1}^P \left(\sum_{i=1}^I q_i y_{ip} - \sum_{i,j \in J} 2s_{ij} z_{ijp} \right) \quad (12)$$

where $j > i$ to ensure that only one neighbouring pair of units is counted. The idea of the last objective function is to find such a shape of a group of not harvested units with the minimal outside perimeter. The outside perimeter of two forest stands is the sum of the perimeters of both forest stands minus twice the length of the edge that is shared by them [16]. The total outside perimeter of any number of forest stands can be calculated by this approach. The length of the border of every two neighboring units must be excluded from the perimeter, as is done in the second part of the objective function.

2.1.4. Objective Function Aggregation

As there are three partial objective functions, their aggregation is needed to compute the model of mathematical programming. The standard additive function aggregation with weights is used, with different weights for each function because these objective functions are not equal from the decision maker's point of view. Let there be weights w_1, w_2 and w_3 for the first, second, and third objective functions, respectively (weight determination is discussed in the next paragraph); then, it is possible to define one single maximization objective function:

$$\text{max } \left\{ w_1 \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^I v_{ip} x_{ip} - w_2 \sum_{p=1}^P \sum_{i=1}^I v_{ip} y_{ip} - w_3 \sum_{p=1}^P \left(\sum_{i=1}^I q_i y_{ip} - \sum_{i,j \in J} 2s_{ij} z_{ijp} \right) \right\} \quad (13)$$

Units used in the separate objective functions have to be normalized to be computed via the one aggregated objective function:

$$v'_{ip} = \frac{v_{ip}}{\sum v_{ip}} q'_i = \frac{q_i}{\sum q_i + \sum 2s_{ij}} s'_{ij} = \frac{s_{ij}}{2(\sum q_i + \sum 2s_{ij})} \quad (14)$$

The real variables v_{ip}, q_i and s_{ij} have to be substituted into the aggregate objective function by the normalized values using these formulae (the final form of the aggregate function after substitution is not shown to preserve the formula clarity). The suggested model will be denoted as the **MultiCrit** model for future reference, as it takes into consideration multiple criteria.

Comparison to a similar model that only maximizes the harvested volume is also presented. This model works with only the harvest maximization criterion Equation (7). Additionally, there are the same adjacency constraints Equation (6) and the constraints regarding harvest flow over all periods (2, 3). The area not-harvesting constraints and objective functions are not included. The purpose of the comparison is to show how the forest protection aspects influence the optimal harvesting plan and the difference between the harvested amounts. This model will be denoted as the **MaxHar** model because the harvest maximization is the only criterion of optimality.

2.2. Case Study

The proposed optimization model, including a consideration of fragmentation in short-term planning, was applied to 178 ha FMA divided into 363 harvest units, *i.e.*, I was set to 363 (Figure 1). The final cut was planned for this particular FMA for the next 30 years, divided into three planning periods, *i.e.*, P was set to three. This corresponds with the traditional time scale when planning final cuts in current forest management plans.

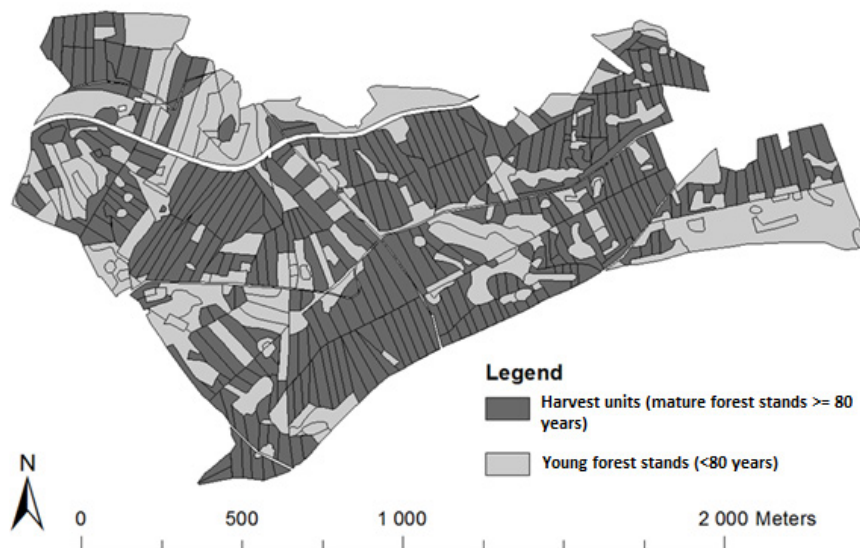


Figure 1. The forest management area and edited harvest units.

Real data on Norway spruce (standing volume) was used. To predict the growing stock, a growth model based on the Czech yield tables was used [33].

In the next step, maps from the forest management plan were digitized to shapefiles and then analyzed in the ArcMap geographical information system. All parts of the FMA that were currently of cutting age, or would be within the next 30 years, were chosen. These parts of the FMA were then divided into potential cutting units by the editing tools in ArcMap. When editing these units, wind direction, slope, and existing logging roads were taken into account. On the other hand, it was important to consider also the legislative parameters for clear-cuts. This means primarily the maximum width, which equals two mean heights of the surrounding stand, and the maximum area of a clear-cut, which is one hectare.

It is not possible to determine the weights of the objective functions randomly and a proper way of subjective evaluation of the weights is sought. It is necessary to derive the weights in the proper manner because the importance of the functions is not equivalent. An expert opinion is needed to derive these weights. A questionnaire survey was used for this purpose. Weight values were obtained by questioning 21 experts from the field of forestry. This group consisted of experts representing obvious opinion polarities in the researched situation. There are experts who favor the economic benefits of forest management and, thus, the harvested volume maximization. However, there are also experts who prioritize the environmental aspects of forest management, favoring forest protection and growth preservation. Three expert groups were created by polarity in the researched situation for our purpose.

The opinions of the experts were obtained using questionnaire building on AHP. The task was to express their preference on a given scale for every pair of criteria (combinations of harvesting, protection and trees left standing) using their subjective point of view.

The collected data for each expert were transformed into the pairwise comparison matrix as defined by [34], and, using this matrix, the criteria weights $w_{1\varepsilon}$, $w_{2\varepsilon}$, $w_{3\varepsilon}$ for all experts $\varepsilon = 1, \dots, e$ were calculated. At the same time, the consistency of Saaty's matrix was tested. The consistency expresses the opinion consistency of the experts. If the consistency index reached a value over 0.1, the data was not included in the final weight determination. The final weights used in this model are then aggregations of the weights of each expert. The experts' weights are aggregated considering the equal importance of each expert. The aggregation is performed via the following formulae:

$$w_1 = \sum_{\varepsilon=1}^e \frac{w_{1\varepsilon}}{e}; w_2 = \sum_{\varepsilon=1}^e \frac{w_{2\varepsilon}}{e}; w_3 = \sum_{\varepsilon=1}^e \frac{w_{3\varepsilon}}{e} \quad (15)$$

Further, the different variants of harvest flow ($\alpha = 0.1, 0.2$ and 0.3) have been calculated between periods and for a minimum size of the not harvested area of mature stands ($\lambda = 0.05, 0.1$ and 0.15 , indicating 5.5, 11.0 or 16.5 hectares, respectively) for each period for each group.

Finally, the degree of fragmentation is calculated for each weighting combination. For this purpose, the so-called Shape Index can be used [15,35,36].

$$SI = \frac{Perimeter}{2\sqrt{Area * \pi}} \quad (16)$$

The problem was solved using a branch and bound algorithm, which is a standard algorithm for solving mixed integer problems. The problem was formulated as a Gurobi LP format file and solved by Gurobi 5.5.0. A convergence of 0.01% was used.

3. Results

The stated problem was solved for five different weighting combinations. The sets of weights were divided into four groups: A—Production oriented, consisting of experts preferring criteria 1, *i.e.*, the maximization of the total cut; B—Not-harvested volume oriented, consisting of experts who prefer criteria 2, *i.e.*, minimization of the stand volume in the not-harvested stands; C—Perimeter oriented, consisting of experts who prefer criteria 3, *i.e.*, the minimization of the total perimeter of the not harvested area; and D—the neutral group, consisted of those experts with a neutral stance to the criteria. Additionally, the aggregate weights for all experts were used for calculations of a group called "All". Five combinations were studied in total. For the particular weights and groups see Table 1. The total harvested volume, the total perimeter of not harvested area, the total area of not harvested area and the total stand volume in not harvested area in the 1st period are presented (Table 2).

There are 45 graphical and numerical results altogether. For this reason, only the results for groups A, B and C are presented below as they represent extreme situations. The graphical results for different groups (A–C) for a not harvested area of 5% the total size and a harvest flow of 10% are presented (Figure 2a–c). The graphical results support the achievement of the final shape indices of all groups. Most harvest units are aggregated for protection in the case of group C. By contrast, worse results of aggregation are provided by groups A and B. The differences between each group are easier to see in the cases of 10% and 15% not harvested area sizes (Figures 3 and 4).

Table 1. The different groups for the **MultiCrit** model.

Group	Weight 1	Weight 2	Weight 3
A	0.71	0.10	0.19
B	0.06	0.77	0.17
C	0.16	0.22	0.62
All	0.57	0.17	0.26
Neutral	0.43	0.22	0.35

Table 2. The results of different variants of the **MultiCrit** model.

Group	The Minimum Size of Not Harvested Area (%)	The Harvest Flow Difference (%)	Total Harvested Volume (m ³)	Total Perimeter of Not Harvested Area (m)	Total Area of Not Harvested Area (ha)	Total Stand Volume in Not Harvested Area in 1st Period (m ³)	
A	5	10	82,356	2463	5.66	1381	
		20	93,850	2463	5.66	1381	
		30	95,958	2279	5.63	1318	
	10	10	82,336	3169	11.19	8145	
		20	93,105	4373	11.19	4560	
		30	94,760	4910	11.25	3685	
	15	10	82,343	5625	16.81	10,846	
		20	91,643	7035	16.81	6577	
		30	92,770	6934	16.82	6678	
	B	5	10	81,956	2833	5.63	931
			20	93,397	2833	5.63	931
			30	95,982	2833	5.63	931
10		10	81,433	6259	11.25	2369	
		20	92,770	6259	11.25	2369	
		30	94,931	3259	11.25	2369	
15		10	79,669	9773	16.87	4129	
		20	90,762	9773	16.87	4129	
		30	93,241	9905	16.88	4093	
C		5	10	81,358	2034	5.65	1769
			20	92,700	2034	5.65	1769
			30	95,390	2034	5.65	1769
	10	10	79,560	3929	11.19	4170	
		20	90,634	3929	11.19	4170	
		30	93,253	4092	11.30	4152	
	15	10	78,639	5814	16.81	7676	
		20	89,630	5814	16.81	7676	
		30	90,113	6262	16.88	7024	

Table 2. Cont.

Group	The Minimum Size of Not Harvested Area (%)	The Harvest Flow Difference (%)	Total Harvested Volume (m ³)	Total Perimeter of Not Harvested Area (m)	Total Area of Not Harvested Area (ha)	Total Stand Volume in Not Harvested Area in 1st Period (m ³)
All	5	10	81,980	2234	5.61	1367
		20	93,848	2463	5.66	1381
		30	95,951	2279	5.63	1318
	10	10	81,936	4004	11.19	5198
		20	92,679	4031	11.21	4878
		30	94,292	4813	11.23	3310
	15	10	81,266	5606	16.78	9547
		20	90,121	5964	16.80	7484
		30	91,551	6065	16.81	7317
Neutral	5	10	81,944	2234	5.61	1367
		20	93,425	2234	5.61	1367
		30	95,822	2234	5.61	1367
	10	10	81,225	3880	11.18	4978
		20	92,499	3880	11.18	4978
		30	93,374	4172	11.24	4016
	15	10	79,243	6036	16.83	7676
		20	89,930	5878	16.78	7596
		30	91,238	6687	16.85	6089

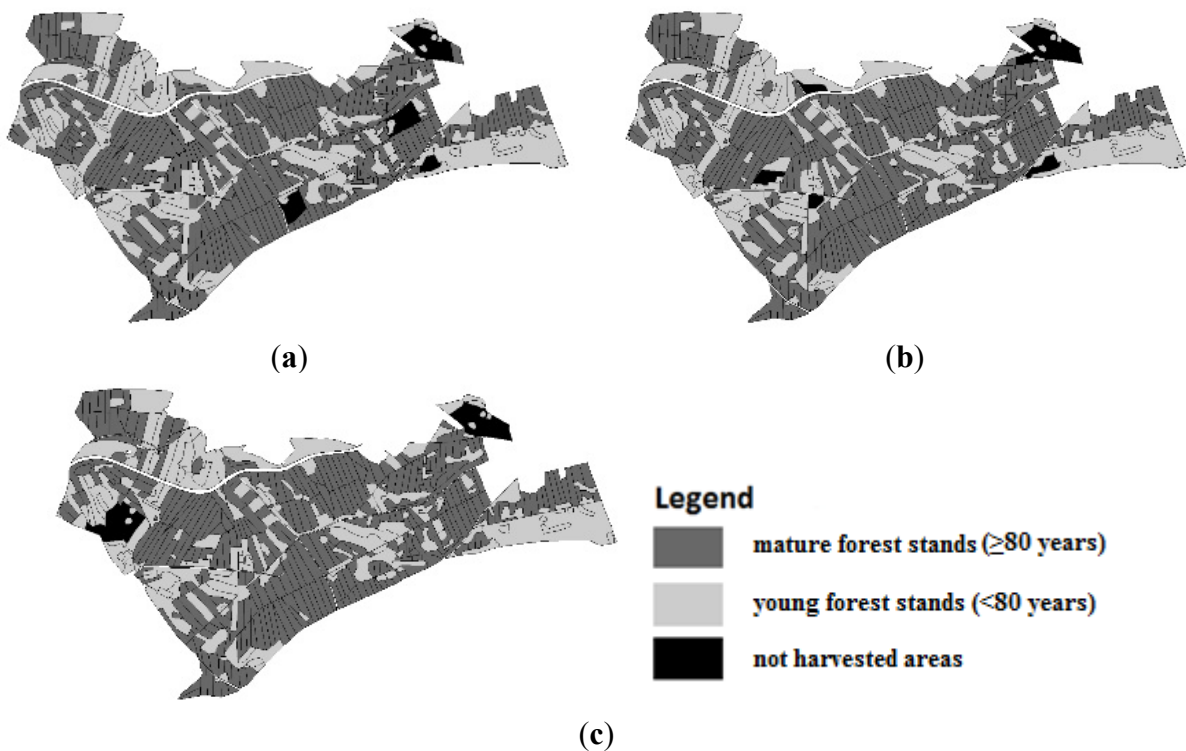


Figure 2. Graphical results for different variants with 5% not harvested area and 10% harvest flow; (a) group A; (b) group B; (c) group C.

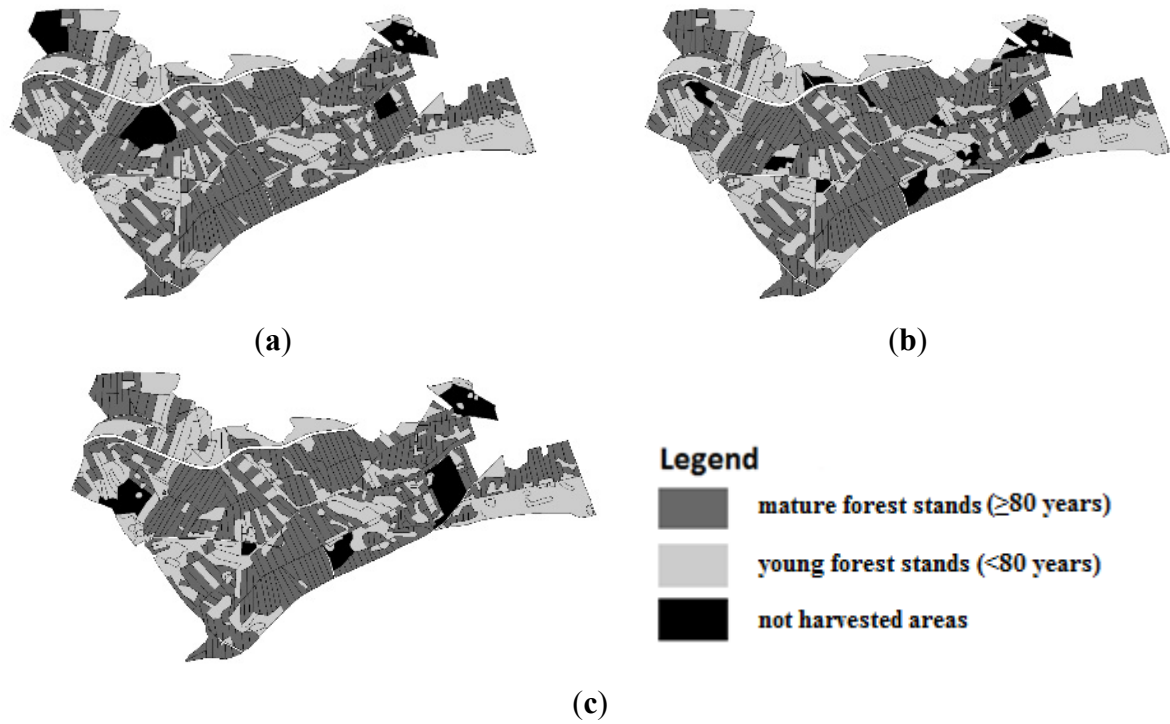


Figure 3. Graphical results for different variants with 10% not harvested area and 10% harvest flow; (a) group A; (b) group B; (c) group C.

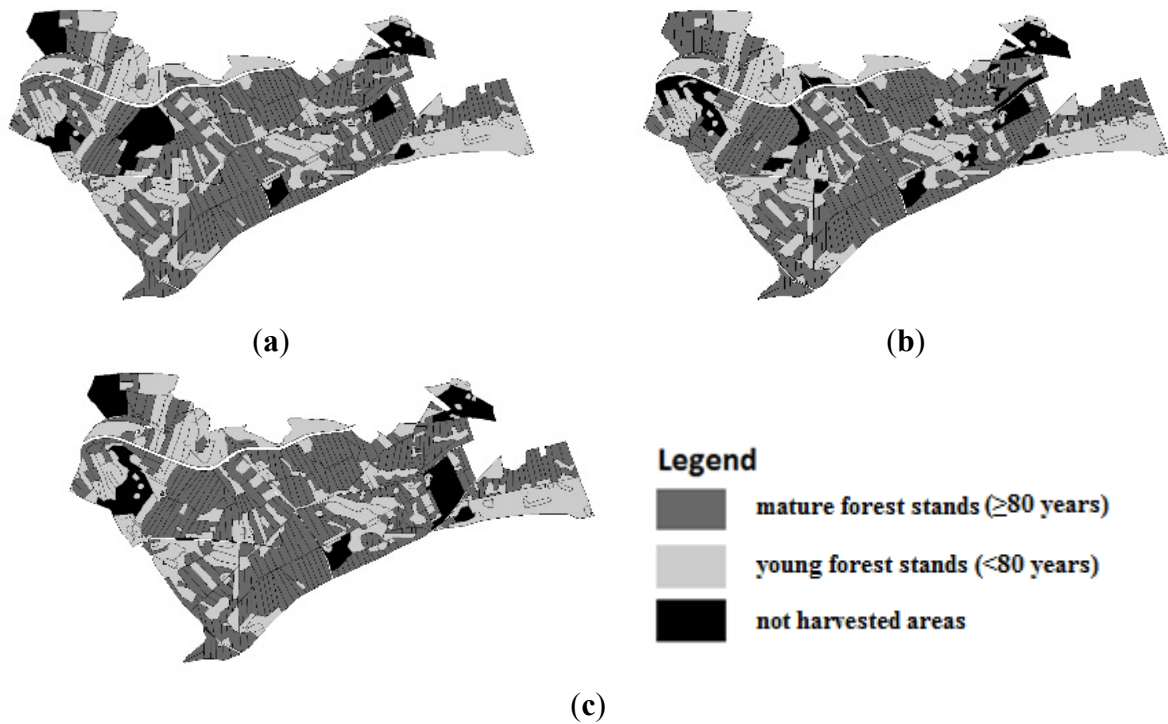


Figure 4. Graphical results for different variants with 15% not harvested area and 10% harvest flow; (a) group A; (b) group B; (c) group C.

The results of Shape Index for different groups are presented in Table 3. It is obvious that the best (*i.e.*, minimum) value of the Shape Index is in the case of group C which is the one with the highest weight put on the minimum outside perimeter objective function component. When comparing other groups,

group A has smaller (better) resulting Shape Indices than do the variants of group B. However, group “Neutral” has better values of Shape index in a few variants than does group A.

Table 3. The resulting Shape Index for groups A–C of the *MultiCrit* model according to the minimal size of the not harvested area and the harvest flow.

	The Minimum Size of Not Harvested Area (%)	The Harvest Flow Difference (%)	Group		
			A	B	C
5		10	2.92	3.37	2.42
		20	2.92	3.37	2.42
		30	2.71	3.37	2.42
		10	2.67	5.27	3.31
10		20	3.69	5.27	3.31
		30	4.13	5.27	3.43
15		10	3.87	6.71	4.00
		20	4.84	6.71	4.00
		30	4.77	6.80	4.30

All potential harvest units are not managed (suggested for harvesting or not-harvesting) over the planning horizon because of adjacency constraints. There are 8.10, 6.13 and 5.87 hectares of non-managed forests for three harvest flow differences in the case of the simple harvest scheduling problem presented below. The greater is the harvest flow difference, the smaller is the non-managed area. The same dependence is obvious in the case of all variants of groups of the multiple-use harvest scheduling problem (Table 2). However, the absolute values of this are much higher (from 11.77 hectares to 33.44 hectares) than in the case of the multiple-use forestry scheduling problem.

In the **MaxHar** model there is a higher total harvested volume over the planning horizon, of course, because there is not a not harvested area demand to compare with the **MultiCrit** model. Although the results of the MaxHar model are rather obvious, they are presented anyway to demonstrate the difference when compared with the other models. The differences range from 26.8% to 32.7% in the case of 10% harvest flow difference, from 11.3% to 16.6% in the case of 20% harvest flow difference and from 9.1% to 16.1% in the case of 30% harvest flow difference for all groups.

4. Discussion

A multiple-use harvest scheduling model was presented. The results show that the spatial pattern and other spatial demands affect the harvest possibilities. One can see in the example of the MaxHar model that, in the case of only the maximization goal, some harvest units are non-managed because of the adjacency constraints. The primal hypothesis could be that this part of the non-managed forest can be protected without an effect on the total harvested volume over the planning horizon. However, the presented results do not confirm this assumption as it was shown. The spatial demand for a continuous area of mature forest stands has a large effect on the adjacency because inclusion of the consideration of spatial relationships in long-term planning will increase the complexity of the task [15]. However, the purpose of forest planning and the harvest scheduling model is to suggest management alternatives and information about management consequences and to assist with decision making [37].

The total harvested volume over the planning horizon in the **MultiCrit** model was higher with group A than groups B and C. This result was predictable and is consistent with the results by [15,16]. The authors [16] created a harvest scheduling model for net present value (NPV) maximization and perimeter minimization. They tested five weighting combinations. The resulting net present value was in the case with NPV weight = $1 - e$ (e is very small number) about 5.4% higher than in the case with NPV weight = 0.1.

The other study [15] used a similar approach. However, the authors showed that the total harvested amount through 10 periods was almost the same for all weight combinations except for the last weight combination which had a perimeter weight = $1 - e$ (e is very small number). The authors created their scheduling models in which each forest stand is presented by one variable and use only two criteria as NPV maximization and perimeter minimization. By contrast the previous case presented the **MultiCrit** model calculated with *a priori* defined harvest units with a strict defined size which resulted in many units within one forest stand. This means that spatial structure is more complicated when a forest stand approach is used as demonstrated in the presented model.

The presented model shows that the total harvested volume and non-managed area over the planning horizon is dependent on the harvest flow difference (Table 2). If the difference is greater, the non-managed area is smaller and the total harvested volume is greater. However, the difference between the non-managed area and the total harvested volume is greater for the 10% and 20% harvest flow differences compared to the 20% and 30% harvest flow difference. It seems that the higher harvest flow difference can produce a higher scheduled harvest, but the increases can be ineffective beyond a certain point. This point can be considered a very important component of the decision process, especially in the case of non-regulated forests, and it is to be investigated in our future research.

The groups were derived using an anonymous questionnaire that was distributed among forest experts. For this reason, the groups reflect the real opinions of foresters more so than in the case of artificially set weighting combinations by scientists [15,16]. However, the presented approach shows the problems that can arise from using Saaty's methods for more than three criteria in real-life scheduling problems, such as the need for a questionnaire with very detailed descriptions, inconsistencies, *etc.*

Our results show that foresters can manage forests for production while other ecosystem requirements are met. The presented scheduling model, considering both economic and ecological goals, can help forest planners and managers understand the spatial pattern of harvest units needed to ensure that an adequate protected area is set aside, like with the spatial planning model by [20]. Furthermore, computing the trade-offs between timber revenues and aspects of biodiversity protection is useful for policy makers and forest owners or managers who have different types of forest certifications.

It is possible that forester cannot adhere to the optimal plan of harvesting for some unexpected reasons. Even then, the proposed harvesting scheme can be applied in different ways. The results of individual variants show that there are certain harvest units appearing with the same result for each variant. Either there are those units that are supposed to be harvested every time regardless of the variant, or, similarly, there are such units that are supposed to be not harvested no matter what variant was computed. These individual units are included in every variant due to their suitable ratio of attributes (standing volume, shape, and position in FMA, *etc.*). It is possible to mark these units as "recommendable" for harvesting (or not harvesting) regardless of which optimal plan was used. If forester cannot fully keep the optimal plan then at least the recommendable units should be harvested to approach the optimal solution.

The proposed solution is presented within the forest management in the Czech Republic, but it could be implemented in any forest management practice in central Europe. It shows how to maximize the amount of harvested wood while ensuring the conditions for forest species existence are also preserved. The model of mathematical programming is generally suitable for all forest management areas of a similar size. Once having data describing any forest management area, it is then not very complicated or time-consuming to provide the compromise solution and, thus, a better plan of forest harvesting as a service for whoever desires to improve the effectiveness of forest harvesting.

The initial idea was to develop a harvest scheduling model applied in the managed forests of central Europe. The presented scheduling model is of course inspired by other authors and lacks important factors such as dead wood, large trees dimensions *etc.* However, it was confirmed that a compromise solution from both forest management and nature conservation could be achieved using the presented harvest scheduling approach.

It is possible to assume that the protected area would not be static in the long-term planning and would change position over time as well as include other aspects of biodiversity. A solution to this problem will be the next stage of our forest harvesting research.

Acknowledgments

This research was supported by the project of the National Agency for Agriculture Research (No. QJ13202302) and the Internal Grant Agency of the Faculty of Forestry and Wood Sciences Czech University of Life Sciences in Prague (No. B0114). The authors would like to thank Ljusk Ola Eriksson and Karin Öhman for their valuable comments on manuscript. The authors would like to thank to Alan Westcott from Australia and Jennifer Clear from Great Britain for valuable proof reading.

Author Contributions

Jan Kašpar has set up the idea, has been directed the development of mathematical formulation of harvest scheduling model. Róbert Marušák has assisted with mathematical formulation of harvest scheduling model and has been supervisor of the work. Robert Hlavatý has assisted with mathematical formulation.

Conflicts of Interest

The authors declare no conflict of interest.

References

1. Davis, L.S.; Johnson, K.N.; Bettinger, P.S.; Howard, T.E. *Forest Management: To Sustain Ecological, Economic, and Social Values*, 4th ed.; McGraw-Hill Higher Education: New York, NY, USA, 2001; p. 394.
2. Bettinger, P.; Boston, K.; Siry, J.P.; Grebner, D.L. *Forest Management and Planning*; Elsevier Inc.: Amsterdam, The Netherlands, 2009; p. 329.
3. Woolsey, T.S., Jr. *American Forest Regulation*, 1st ed.; Chapman and Hall Ltd.: London, UK, 1922; p. 217.

4. Meyer, H.A.; Recknagel, A.B.; Stevenson, D.D. *Forest Management*, 1st ed.; The Ronald Press Company: New York, NY, USA, 1952; p. 290.
5. Buongiorno, J.; Gilles, J.K. *Decision Methods for Forest Resource Management*; Academic Press: New York, NY, USA, 2003; p. 439.
6. Kangas, A.; Kangas, J.; Kurttila, M. *Decision Support for Forest Management*; Springer-Verlag: Berlin, Germany, 2008; p. 222.
7. Hoganson, H.; McDill, M. More on forest regulation—LP an perspective. *For. Sci.* **1993**, *39*, 321–347.
8. Johnson, K.; Scheurman, H. Techniques for prescribing optimal timber harvest and investment under different objectives—Discussion and synthesis. *For. Sci.* **1977**, *23*, 1–31.
9. Leuschner, W.A. *Forest Regulation, Harvest Scheduling and Planning Techniques*; John Wiley & Sons, Inc.: New York, NY, USA, 1990; p. 281.
10. Boston, K.; Bettinger, P. The economic impact of green-up constraints in the southeastern United States. *For. Ecol. Manag.* **2001**, *145*, 191–202.
11. Murray, A.; Church, R. Constructing and selecting adjacency constraints. *Infor* **1996**, *34*, 232–248.
12. McDill, M.; Braze, J. Comparing adjacency constraint formulations for randomly generated forest planning problems with four age-class distributions. *For. Sci.* **2000**, *46*, 423–436.
13. Nelson, J.; Finn, S. The influence of cut-block size and adjacency rules on harvest levels and road networks. *Can. J. For. Res.* **1991**, *21*, 595–600.
14. Crowe, K.; Nelson, J.; Boyland, M. Solving the area-restricted harvest-scheduling model using the branch and bound algorithm. *Can. J. For. Res.* **2003**, *33*, 1804–1814.
15. Ohman, K.; Lamas, T. Reducing forest fragmentation in long-term forest planning by using the shape index. *For. Ecol. Manag.* **2005**, *212*, 346–357.
16. Ohman, K.; Wikstrom, P. Incorporating aspects of habitat fragmentation into long-term forest planning using mixed integer programming. *For. Ecol. Manag.* **2008**, *255*, 440–446.
17. Kurttila, M. The spatial structure of forests in the optimization calculations of forest planning—A landscape ecological perspective. *For. Ecol. Manag.* **2001**, *142*, 129–142.
18. Ohman, K.; Lamas, T. Clustering of harvest activities in multi-objective long-term forest planning. *For. Ecol. Manag.* **2003**, *176*, 161–171.
19. Ohman, K.; Eriksson, L. Allowing for spatial consideration in long-term forest planning by linking linear programming with simulated annealing. *For. Ecol. Manag.* **2002**, *161*, 221–230.
20. Bettinger, P.; Johnson, D.; Johnson, K. Spatial forest plan development with ecological and economic goals. *Ecol. Mod.* **2003**, *169*, 215–236.
21. Hunter, M.; Schmiegelow, F. *Wildlife, Forests, and Forestry Principles of Managing Forests for Biological Diversity*, 2nd ed.; Prentice Hall: Upper Saddle River, NJ, USA, 2010; p. 570.
22. Thogmartin, W.; Sauer, J.; Knutson, M. Modeling and mapping abundance of american woodcock across the midwestern and northeastern united states. *J. Wildl. Manag.* **2007**, *71*, 376–382.
23. Ohman, K. Creating continuous areas of old forest in long-term forest planning. *Can. J. For. Res.* **2000**, *30*, 1817–1823.
24. Ohman, K.; Eriksson, L. The core area concept in forming contiguous areas for long-term forest planning. *Can. J. For. Res.* **1998**, *28*, 1032–1039.
25. Williams, J.; ReVelle, C. A 0–1 programming approach to delineating protected reserves. *Environ. Plann. B* **1996**, *23*, 607–624.

26. Williams, J.; ReVelle, C. Reserve assemblage of critical areas: A zero-one programming approach. *Eur. J. Oper. Res.* **1998**, *104*, 497–509.
27. Clemens, M.; ReVelle, C.; Williams, J. Reserve design for species preservation. *Eur. J. Oper. Res.* **1999**, *112*, 273–283.
28. Chobot, M.; Turnovcová, A. *Modely Rozhodovania v Konfliktných Šituáciách a za Neurčitosti*, 1st ed.; Alfa: Bratislava, Slovakia, 1980.
29. Hwang, C.-L.; Yoon, K. *Multiple Attribute Decision Making*. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 186; Springer-Verlag: Berlin, Germany; New York, NY, USA, 1981; p. 259.
30. Saaty, T.L.; Vargas, L.G. *Models, Methods, Concepts & Applications of the Analytic Hierarchy Process*, 2nd ed.; Springer US: Boston, MA, USA, 2012; p. 346.
31. Yoshimoto, A.; Brodie, J. Comparative-analysis of algorithms to generate adjacency constraints. *Can. J. For. Res.* **1994**, *24*, 1277–1288.
32. Konoshima, M.; Marušák, R.; Yoshimoto, A. Spatially constraints harvest scheduling for strip allocation under moore and neumann neighbourhood adjacency. *J. For. Sci.* **2011**, *57*, 70–77.
33. Černý, M.; Pařez, J.; Malík, Z. *Yields and Enumeration Tables for the Main Tree Species (Spruce, Pine, Beech, Oak)*; The Institute for Forest Ecosystem Research: Jílové u Prahy, Czech Republic, 1996; p. 245.
34. Saaty, T.L. *The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*; McGraw-Hill: New York, NY, USA, 1980; p. 287.
35. Baskent, E.; Jordan, G. Characterizing spatial structure of forest landscapes. *Can. J. For. Res.* **1995**, *25*, 1830–1849.
36. Li, H.; Franklin, J.; Swanson, F.; Spies, T. Developing alternative forest cutting patterns—A simulation approach. *Landsc. Ecol.* **1993**, *8*, 63–75.
37. Pukkala, T. *Multi-Objective Forest Planning*; Managing Forest Ecosystems, Vol. 6; Kluwer Academic Publishers: Dordrecht, The Netherlands, 2002; p. 207.

© 2015 by the authors; licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).



Spatially-constrained harvest scheduling with respect to environmental requirements and silvicultural system

Prostorové plánování mýtních těžeb zahrnující environmentální požadavky a rozdílné hospodářské způsoby

Róbert Marušák*, Jan Kašpar

Czech University of Life Sciences Prague, Faculty of Forestry and Wood Sciences, Kamýcká 1176, CZ – 165 21 Praha 6 - Suchdol, Czech Republic

Abstract

There is an increasing demand for environmental considerations (e.g. unharvested patches) in forest harvest scheduling in the last decades. In Slovakia and the Czech Republic, allowable cut indicators are not based on the spatial structure; thus, they are unable to incorporate these additional conditions. Many harvest scheduling models based on integer and mixed integer programming have been developed throughout the world, but their use in forest management in Slovakia and the Czech Republic is rare. These approaches have mostly been developed for clear-cut management systems and do not exist for shelterwood systems. Harvest scheduling approaches for a two-phase, small-scale shelterwood system and a clear-cut system are presented. The models also include environmental requirements that restrict area of forest stands that are not to be harvested over the planning horizon. A mathematical formulation of that requirement was integrated into the forestry decision support system Optimal to solve all analysed harvest scheduling alternatives for small-scale shelterwood and clear-cut systems.

Our results indicated that the total harvest volume amounts could be higher when a two-phase, small-scale shelterwood system is applied. While there are legal adjacency constraints regulating clear-cut harvests, the influence of additional environmental requirements on the total harvested amount is more restrictive for the shelterwood system because of greater area available for harvest. Both scenarios of maximization of harvested volume and net present value provide comparable results.

Key words: environmental limits; shelterwood silvicultural system; mathematical programming; adjacency constraints

Abstrakt

V současné době stále narůstají požadavky společnosti na plnění environmentálních aspektů při procesu plánování těžeb. Těžební ukazatelé, které jsou stále ještě používány na Slovensku a v České republice, nemohou takovýto typ omezení zahrnovat, protože nejsou založeny na prostorové struktuře. Mnoho alternativních modelů plánování těžeb, které jsou založeny na celočíselném a smíšeném celočíselném programování, již bylo vyvinuto. Tyto modely jsou ale bohužel ve většině případů určeny pouze pro holosečný hospodářský způsob a modely pro podrostní hospodářský způsob stále chybí. V této práci je prezentován model plánování určený pro dvoufázovou maloplošnou clonnou seč jako jedné z alternativ podrostního hospodářského způsobu. Model zahrnuje také environmentální aspekty, které jsou reprezentovány ponecháním dané plochy mýtních porostů bez zásahu. Uvedený matematický model byl implementován do systému podpory rozhodování Optimal, pomocí kterého byly také analyzovány všechny uvedené alternativy.

Naše výsledky ukazují, že celková těžba může být vyšší v případě podrostního hospodářského způsobu. Protože jsou zahrnuty prostorové zákonné podmínky přiřazování sečí, je vliv environmentálních podmínek větší v případě holosečného hospodářského způsobu než u podrostního hospodářského způsobu. Maximalizace těžby i čisté současné hodnoty vykazují srovnatelné výsledky.

Klíčová slova: environmentální limity; podrostní hospodářský způsob; matematické programování; prostorová omezení

Introduction

In the former Czechoslovakia after 1989, harvest scheduling methods were influenced by socioeconomic and political changes. The main changes that influenced forest management were the restitution of ownership rights to the original forest owners, a decrease of forest management units (FMU), and a preference of near-natural silvicultural systems. In most Central European countries, particularly in the Czech Republic and Slovakia, harvest scheduling was conducted for large FMU with an area of 5,000 hectares and greater. Presently these large units are divided into many small FMUs with an area of a few tens or hundreds of hec-

tares under the process of forest denationalization. The last known information about the average area of FMU in Slovakia was estimated at 881 ha in 2005 (Green Report 2006); in the Czech Republic average FMU size is not published, but it is estimated to be less than in Slovakia. The age structure of newly-formed FMUs is mostly unbalanced with a striking lack or surplus of mature forest stands.

For these FMUs, near-nature systems, such as shelterwood silvicultural systems, are recommended to increase natural regeneration. Shelterwood regeneration is a common contemporary method for the natural regeneration of forest stands. The ratio of natural regeneration in the Czech Repub-

*Corresponding author. Róbert Marušák, e-mail: marusak@fld.czu.cz, phone. +420 22438 3712

lic and Slovakia is almost 25% and 37%, respectively (Green Report 2013 – CR; Green Report 2013 – Slovakia). Unfortunately, analyses on harvest scheduling are largely focused on the clear-cutting system and allowable cut indicators (ACI) in both countries. Greguš (1976, 1983), Žihlavník (2000), Majoroš (2001), and Marušák (2001) discussed advantages and disadvantages of the individual ACI and their use in forest management. The utilisation of ACI for shelterwood systems has not been analysed, and there are only a few published analyses aimed at ACI in a small-scale forests managed in Slovakia (Šuška & Majoroš 1997; Majoroš 1999). Marušák (2001, 2003) and Žihlavník (2000, 2005) evaluated empirical cutting percentages and theoretical areas as ACIs for shelterwood systems.

Mathematical programming is a group of traditional methods for harvest scheduling problems. Linear programming has been used to solve harvest scheduling problems since the 1970s (Johnson & Scheurman 1977; Field et al. 1980). The concept of spatial planning was developed alongside the advancement of geographic information system (GIS), which allowed for analysis of harvesting spatial configurations (see for example Baskent & Jordan 1991 or Jamnick & Walters 1993). These advancements in harvest scheduling allowed for more complex analyses, such as maximum clear-cut size (Kurttila 2001; Boston & Bettinger 2001; Murray & Weintraub 2002), spatial restrictions on clear-cut opening size (Nelson & Brodie 1990; Roise 1990; Dahlin & Sallnas 1993; Richards & Gunn 2003), and the effects of different clear-cut restrictions on economic outputs (Barrett et al. 1998). Spatial requirements were also considered in ecological and environmental research (Pukkala et al. 1995; Hof & Bevers 2000; Kurttila 2001), optimization of wildlife habitat and timber in the managed forest ecosystems (Hof & Joyce 1993; Kašpar et al. 2015), land classification strategies (Borges & Hoganson 2000), harvest clustering and reducing fragmentation (Öhman & Lamas 2003, Öhman & Wikström 2008), and wind damage risk assessment (Lohmander & Helles 1997; Konôpka & Konôpka 2008).

In central Europe, there is a need for analyses of harvest scheduling approaches for alternative types of management, i.e. non clear-cut systems. Marušák (2007) first suggested a scheduling model for shelterwood management systems and its comparison with ACI in the Slovak Republic, later followed by an alternative approach presented by Konoshima et al. (2011b). Kašpar et al. (2013, 2014) compared the use of alternative spatially-restricted scheduling approaches only for clear-cut management systems with ACI used in the Czech Republic.

The objective of this paper is to investigate spatially-constrained harvest scheduling for two-phase small-scale shelterwood and clear-cut systems, including unharvested patches as environmental requirement for a private FMU. Small-scale shelterwood system is defined as a shelterwood harvest in adjacent strips; when a strip is regenerated after a final cut, a seeding cut on an adjacent strip can be performed, but no simultaneous cut in adjacent strips is allowed (Bavlsík et al. 2008).

We considered the following constraints: (i) silviculture was limited to shelterwood and clear-cut systems represented by maximal area and width of harvest units; (ii) owner's

requirements for harvest flow; and (iii) environmental requirements to leave a certain portion of forest stands without harvest. We analysed alternative scenarios using integer programming. Because maximization of harvest volume is the main target of harvest scheduling in the Czech Republic and Slovakia, the objective of the proposed problem is to maximize the total cut volume or net present value (NPV) over the planning horizon. We compared both the small-scale shelterwood and clear-cut systems for each scenario.

2. Material and methods

2.1. General formulation

The two-phase, small scale shelterwood and clear-cut management systems were designated as a 0–1 integer programming problem. The objective was to maximize the total harvest volume or NPV from all harvest units over P planning periods or phases (within whole planning horizon); one period is equal to 10 years in the case of clear-cut system, and a phase is equal to 5 years in the case of shelterwood system.

$$\max Z = \sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P v_{ip} \cdot x_{ip} \quad [1]$$

where I is the total number of harvest units, P is the total number of planning periods or phases, v_{ip} is the harvest volume or NPV of the i th unit in the period or phase, p , and x_{ip} is a control variable (0 or 1) to specify the harvest of the i th unit which belongs to period or phase, p , as defined by:

$$x_{ip} = \begin{cases} 1 & \text{if the unit } i \text{ in period or phase } p \text{ is harvested} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad [2]$$

Each unit can be harvested only once over the planning horizon or it may remain without harvest, i.e.

$$\sum_{p=1}^P x_{ip} + x_{ip0} \leq 1 \quad \forall i \in I \quad [3]$$

where x_{ip0} is a control variable (0 or 1) to specify no harvest defined by:

$$x_{ip0} = \begin{cases} 1 & \text{if the unit } i \text{ in period or phase } p \text{ is not harvested} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad [4]$$

2.2. Spatial and area requirements

The main legal requirement of the clear-cut system is spatial constraints for harvest units (strict area and width). Adjacency constraints in our problem were defined using the formulation of Yoshimoto & Brodie (1994). The greenup time is one planning period for clear-cut or one phase for shelterwood system.

The environmental requirement allowed for defined areas of mature forest stands be left without harvest throughout the planning horizon. The area of harvest units that left without harvesting had to be equal to or greater than the required area (RA). This was secured by:

$$\sum_{i=1}^I a_i x_{ip0} \geq RA \quad \forall p \in P \quad [5]$$

where a_i is the area of the i th harvest units. We used 5% of total mature forest stands area as the RA standard for this study. The neighbouring harvest units are not restricted by this required area.

2.3. Flow constraints

The requirement for the maximum percentage difference (α) between two sequential periods was used to regulate flow. In this formula, means periodic harvested volume or periodic NPV of harvest in period p .

$$(1 - \alpha)V_{p-1} \leq V_p \leq (1 + \alpha)V_{p-1} \quad [6]$$

To ensure balanced harvesting throughout the planning period (P), the maximum percentage difference (α) between the first ($p=1$) and the last period ($p=P$) was included in the model.

$$(1 - \alpha)V_p \leq V_p \leq (1 + \alpha)V_p \quad [7]$$

To calculate NPV, we used an average wood price of 47.83 € m⁻³ and average felling costs of 22.83 € m⁻³. (Green Report 2010), with an interest rate of 2.00%. We conducted our analyses using the updated version of the forestry decision support system (DSS) *Optimal* (Marušák et al. 2015; Vopěnka et al. 2015). The DSS *Optimal* was extended by environmental constraints [Eq. 3 and Eq. 5] for this study. The user can select to include environmental constraints and set the area without harvest (Fig. 1).

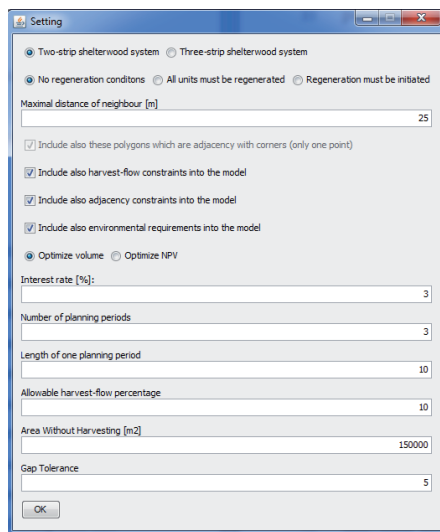


Fig. 1. DSS *Optimal* User's interface for constraints setting.

2.4. Case study

For this study, we examined a 513.9 ha FMU (Fig. 2a) with an unblanaced age structure (Fig. 2b). Forest stands were assigned to one of 17 10-year age classes, and there was a surplus of mature forest stands (age class 10 and higher). We

assumed a rotation period of 110 years and a regeneration period of 30 years. Growth data for this FMU was obtained in 2013 based on a forest inventory. To simplify the scenarios, species composition of the forest stands was limited to a single species, Norway spruce (*Picea abies* L. Karst), and we assumed a site index of 28 as it is current mean site index of studied FMU.

There were 163 stands available to harvest in the initial three periods with a total area of 300 ha. Each forest stand was divided into harvest units (strips) following the rules of the clear-cut system, i.e. the limited area and width of strips. The total number of harvest units was 1161 with an average area of 0.26 ha. The total area of harvest units without cut had to be at least 5% (15.0 ha) of the total area of mature forest stands.

A planning horizon of 30 years (three periods of 10 years) was used for optimization, which also corresponds to the regeneration period. Both management systems were evaluated separately with a total of eight scenarios to investigate the influence of requirements and limits (Table 1): four alternatives (A, B, C and D) for each of the shelterwood management (Sw) and the clear-cut management systems (Cc). For both management systems, two variants of the model were calculated: (i) harvested volume was maximized (assigned as HV), and (ii) NPV was maximized (assigned as NPV). A maximum 10% fluctuation between two sequential periods was used as a harvest flow constraint in alternatives A and B; this requirement was applied only for periods two and three because no harvest data prior to the planning horizon was available. Alternatives A and C maintained a total area ≥ 15.0 ha in units without harvest as an environmental limit. Alternative D, which evaluated potential harvest and NPV when only adjacency constraints are considered, was used as a comparative scenario.

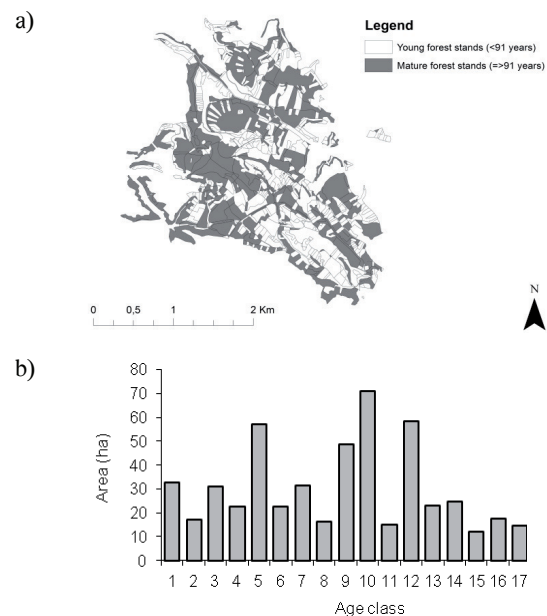


Fig. 2. a) Forest map of forest management units (FMU) and b) age structure of FMU.

Table 1. Alternative management scenarios using different combinations of requirements and limits.

Alternative (management system)	Environmental limit	Harvest flow
A (-Cc/-Sw)	Yes	Yes
B (-Cc/-Sw)	No	Yes
C (-Cc/-Sw)	Yes	No
D (-Cc/-Sw)	No	No

Remark: When environmental requirements are modelled, a minimum of 5% (15.0 ha) area must remain unharvested, and when harvest flow limits are included, a maximum 10% fluctuation between two sequential periods is maintained. Cc indicates a clear-cut scenario and Sw indicates a small-scale shelterwood scenario.

3. Results

The influence of environmental limits on harvest volume and NPV is presented by comparing alternatives A and C to alternative D. Similarly, the influence of harvest flow and NPV flow on harvest volume and NPV is presented by comparing alternatives A and B to alternative D.

3.1. Maximising harvest volume

Maximum possible harvest (alternatives D) occurred when no environmental and harvest flow constraints were taken into account (Table 2, Fig. 3a); the total harvest volume was 98,312 m³ and 117,122 m³ for clear-cut (D–Cc) and shelterwood systems (D–Sw), respectively, for three planning periods. However, harvest levels were unbalanced in both scenarios; for the clear-cut system (D–Cc), the third period harvest volume was almost twice as much as in period one (41,463 m³ and 22,132 m³), and the difference was much higher (60,670 m³ and 12,010 m³) under a shelterwood system.

Table 2. Harvest volume (m³) and net present value (×10³ €) of alternatives A–D for clear-cut and shelterwood management system when harvested volume was maximized.

Alternative	Objectives	Period			Total
		1	2	3	
A–Cc	Cut	30,806	33,245	33,886	97,939
	NPV	572	553	495	1,622
B–Cc	Cut	30,713	33,437	33,781	97,931
	NPV	570	556	496	1,622
C–Cc	Cut	22,132	34,717	41,463	98,312
	NPV	411	578	608	1,597
D–Cc	Cut	22,132	34,717	41,463	98,312
	NPV	411	578	608	1,597
A–Sw	Cut	35,401	38,903	38,941	113,245
	NPV	658	647	571	1,876
B–Sw	Cut	36,346	39,791	39,979	116,116
	NPV	675	662	587	1,924
C–Sw	Cut	11,459	43,366	59,413	114,238
	NPV	213	721	872	1,806
D–Sw	Cut	12,010	44,442	60,670	117,122
	NPV	223	739	890	1,852

When environmental constraint of clear-cut system (C–Cc) was introduced to the model, the total harvest volume was the same as that in alternative D–Cc, including unbalanced harvest within planning periods. Spatial requirements of clear-cut systems are so strict that additional environmental requirements did not affect the total harvest level because they dictated that some harvest units were unharvested in the both scenarios. Introducing the harvest flow constraint in alternative B–Cc reduced the total harvest volume to 97,931 m³, a mere 381 m³ (0.4%) less than maximum harvest in alternative D–Cc. Similarly, when both environmental and harvest flow constraints were included (A–Cc), the total harvest level was only 373 m³ (0.4%) less than the maximum cut alternative (D–Cc). Thus, to fulfil environmental and harvest flow requirements using the clear-cut system resulted in no substantial decrease of harvest levels because spatial and adjacency constraints applied with a clear-cut system primarily limit harvest levels.

Similar relationships were observed for the alternatives A–Sw, B–Sw, and C–Sw using a shelterwood system. Harvest flow restrictions (B–Sw) reduced total harvest levels by only 1,006 m³ (0.9%) relative to D–Sw, and the environmental constraint (C–Sw) reduced total harvest levels by 2,884 m³ (2.5%). When both environmental and harvest flow requirements were included in the model, the reduction of total harvest volume was higher than that in the clear-cut system; alternative A–Sw harvest levels were reduced by 3,877 m³ (3.3%) compared to D–Sw. The influence of silvicultural system on the maximum possible cut in the mentioned alternatives A–C was evident; total harvest levels in the shelterwood system were higher compared to the clear-cut system. Environmental and harvest flow constraints reduced total harvest levels in a shelterwood system, however, they had little influence on the harvest levels of the clear-cut system.

3.2. Maximising NPV

Alternatives D–Cc and D–Sw (Table 3, Fig. 3b) yielded maximum possible NPV without environmental and NPV flow constraints. For the clear-cut system, NPV was 1.646 mil €, approximately 3.1% higher than the same alternative (D–Cc) when harvest volume was maximised (Table 2). It was expected that adding environmental constraints into the model (C–Cc, C–Sw) would decrease the total NPV, however, only in the case of the shelterwood system did NPV decrease, while there was no NPV decrease relative to the D–Cc alternative. It means that adjacency constraints in our case affected total NPV more than environmental constraints (unharvested patches) in the case of clear-cut system. In contrast, NPV flow constraints on the clear-cut system (alternative B–Cc) reduced NPV by 1.52% relative to the maximum NPV (D–Cc), while in the case of the shelterwood system (B–Sw) total NPV was lower while total harvest volume was higher.

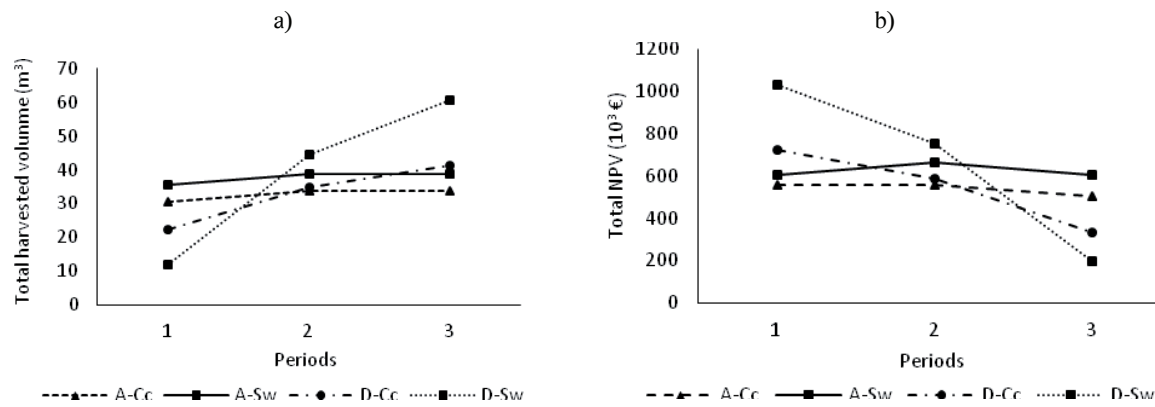


Fig. 3. Total harvested volume when harvest is maximised (a) and total NPV when NPV is maximised (b) by planning period for alternatives A and D for clear-cut and shelterwood systems.

Table 3. Net present value ($\times 10^3 \text{ €}$) and cut volume (m^3) of alternatives A–D for clear-cut and shelterwood management system when NPV is maximized.

Alternative	Objectives	Period			Total
		1	2	3	
A–Cc	NPV	559	559	503	1,621
	Cut	30,087	33,603	34,291	97,981
B–Cc	NPV	562	553	506	1,621
	Cut	30,242	33,273	34,466	97,981
C–Cc	NPV	728	582	336	1,646
	Cut	39,168	35,016	22,876	97,060
D–Cc	NPV	724	586	336	1,646
	Cut	38,998	35,251	22,834	97,083
A–Sw	NPV	603	663	603	1,869
	Cut	32,464	39,859	41,108	113,431
B–Sw	NPV	618	680	618	1,916
	Cut	33,288	40,859	42,151	116,298
C–Sw	NPV	1,019	735	182	1,936
	Cut	54,827	44,182	12,413	111,422
D–Sw	NPV	1,030	754	199	1,983
	Cut	55,427	45,345	13,549	114,321

When both environmental and flow constraints were included in the model of the clear-cut system (A–Cc), total NPV was the same as that for only flow constraints (B–Cc). This confirms that adjacency constraints were stricter than environmental constraints, and it is possible to fulfill environmental requirements without any significant loss of harvest volume in clear-cut systems under current forest management conditions. For the shelterwood system, total NPV was the lowest with both environmental and flow constraints in the model; NPV decreased by 5.75% (A–Sw) relative to the maximum (D–Sw), while it was 2.37% less with only environmental limits (C–Sw). Thus, NPV flow constraints limited total NPV more significantly for the shelterwood system than for the clear-cut system.

3.3. Harvest vs. NPV maximising

It was expected that maximising harvest volumes would result in higher total harvest and lower total NPV, and a higher total NPV and lower total harvest when the NPV objective was maximised. However, within all alternatives under each maxi-

misation scenario, the differences between total harvest level and total NPV were not significant.

Maximal total harvest in the case of clear-cut system was 98,312 m^3 when harvest was maximised and 97,083 m^3 when NPV was maximised. It was a small difference of only 1.25% in total harvest volume, but a mere difference of 0.06% in terms of NPV. When both additional constraints were introduced (alternatives A), the total harvest levels and NPV changed very little when either objective was maximised. In contrast, maximising total harvest or NPV using a shelterwood system yielded much greater differences in total harvest volumes and NPV. Maximising total harvest (D–Sw) produced a total harvest volume of 117,122 m^3 , but, when NPV was maximised, total harvest volume was 2.39% lower (114,321 m^3). Maximising total NPV (D–Sw) produced a total NPV of 1.983 mil €, but, when total harvest volume was maximised, total NPV was 6.61% lower (1.852 mil €). When both environmental and flow constraints were added (alternatives A), total harvest was higher when NPV was maximised.

An interesting result was the relationship between total harvest and total NPV in the alternatives which included environmental and flow constraints when harvest volume or NPV are maximised. The total harvested volume was higher when NPV was maximised and NPV was higher when harvest was maximised (alternative A) for both clear-cut and shelterwood system scenarios; this was caused by the limiting effect of used constraints.

4. Discussion

The spatial structure of mature forest stands or individual harvest units can strongly influence harvesting alternatives in many cases (Konoshima et al. 2011a; Kašpar et al. 2014). It is not possible to precisely schedule harvesting without spatial information. There is no information on where each harvest should take place because the volume under ACI is derived only by the utilization of the summarized volume data of mature age classes. The utilisation of ACI would fail to secure the area and meet the strip width limits of the shelterwood system. The shelterwood system addresses the silvicultural requirements for forest stands, regarding age and natural conditions. The shelterwood system meets the

near-nature forest management targets, while more intensive harvest systems would reduce canopy cover too drastically.

Three alternatives (A–C) were considered to investigate the influence of management requirements and limits relative to alternative D that considered only adjacency constraints. For the shelterwood system, the smallest difference in total harvest volume was obtained by alternative B, when only the harvest flow requirement was considered. On the other hand, the smallest difference in total NPV was obtained by alternative A when the constraints of environmental area and harvest flow were included, and it also provided more balanced harvest levels over the planning horizon. Alternative A provided less total harvested volume than alternatives B and C, but the total NPV was equal to or higher in both cases.

Environmental requirements similar to alternative A were analysed in paper by Kašpar et al. (2015). The authors confirmed their assumption that the total harvested volume would be higher when no environmental requirements were considered, even when the model was applied to a clear-cut management system; however, they do not calculate NPV. Öhman & Wikström (2008) tested a harvest scheduling model for a clear-cut management system with similar environmental requirements and they maximized NPV. They determined that the total NPV was also higher when no environmental requirements were considered. However, a previous study by the same authors (Öhman & Lamas 2005) demonstrated that the total harvested volume was almost the same for all variants, i.e. with or without environmental requirements. However, the models presented in the above three studies included the goal of reducing forest fragmentation. The differences between results presented in this paper and the above studies could be caused by different scheduling approaches on the one hand, by differing initial spatial configurations and age structures, or by different management systems as previously mentioned.

Our results demonstrate that is important to test and develop harvest scheduling models for shelterwood management systems. They are needed to apply similar models to different initial conditions of FMUs to obtain comparable results because the role of initial age or spatial structure is likely critical to the results of harvest scheduling under shelterwood management systems.

5. Conclusions

This paper discussed spatially constrained harvest scheduling for small-scale shelterwood and clear-cut systems used in the Czech Republic and the Slovak Republic. Our results indicate that harvest scheduling for shelterwood systems should not be conducted using ACI as still applied in forest management in both Republics. Spatial requirements are the most important constraints, which are not typically accounted for in harvest scheduling. Optimization using silvicultural requirements and additional constraints, such as environmental area and/or flow constraints, provided solutions suitable for the application of small-scale shelterwood systems. The proposed spatially constrained harvest scheduling for the shelterwood system can be used as an alternative

solution to ACI approaches used in forest management practice. In addition, this paper presented an approach to solve harvest scheduling problems using the forestry decision support system Optimal, which can be a distinct advantage for usage in forest management. One of the most important result which can be generalised for Czech and Slovak conditions is an understanding of the influence of environmental and harvest flow constraints on harvest; these constraints had a greater negative impact on total harvest volume of shelterwood systems than in clear-cut systems.

Acknowledgement

This research was supported by the project of the National Agency for Agriculture Research (No. QJ1320230) and the Internal Grant Agency of Faculty of Forestry and Wood Sciences Czech University of Life Sciences in Prague (No. B07/15).

References

- Barrett, T. M., Gilles, J. K., Davis, L. S., 1998: Economic and fragmentation effects of clearcut restrictions. *Forest Science*, 44:569–577.
- Baskent, E. Z., Jordan, G. A., 1991: Spatial wood supply simulation modelling. *Forestry Chronicle*, 67:610–621.
- Bavlík, J., Antal, P., Kočík, L., Kominka, V., Kučera, J., Machanský, M. et al., 2008: Pracovné postupy hospodárskej úpravy lesov. Zvolen, NLC, 147 p.
- Borges, J. G., Hoganson, H. M., 2000: Structuring a landscape by forestland classification and harvest scheduling spatial constraints. *Forest Ecology and Management*, 130:269–275.
- Boston, K., Bettinger, P., 2001: The economic impact of greenup constraints in the southeastern United States. *Forest Ecology and Management*, 145:191–202.
- Dahlin, B., Sallnas, O., 1993: Harvest scheduling under adjacency constraints: a case study from the Swedish sub-alpine region. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 8:281–290.
- Field, R. C., Dress, P. E., Fortson, J. C., 1980: Complementary linear and goal programming procedures for timber harvest scheduling. *Forest Science*, 26:121–133.
- Green Report, 2006: Správa o lesnom hospodárstve v Slovenskej republike 2006. Bratislava, Ministry of Agriculture of the Slovak Republic, 148 p.
- Green Report, 2010: Zpráva o stavu lesa a lesního hospodářství České republiky 2010. Praha, Ministry of Agriculture of the Czech Republic, 136 p.
- Green Report, 2013: Správa o lesnom hospodárstve v Slovenskej republike 2013. Bratislava, Ministry of Agriculture and Rural Development of the Slovak Republic, 83 p.
- Green Report, 2013: Zpráva o stavu lesa a lesního hospodářství České republiky 2013. Praha, Ministry of Agriculture of the Czech Republic, 210 p.
- Greguš, C., 1976: Forest Management of Small Area Silviculture System. Bratislava, Príroda, 304 p.
- Greguš, C., 1983: Allowable cut calculation by empiric exploitation percentage. *Lesnícky časopis*, 29:251–267.
- Hof, J., Joyce, L. A., 1993: A mixed integer linear programming approach for spatially optimizing wildlife and timber in managed forest ecosystem. *Forest Science*, 39:816–834.
- Hof, J., Bevers, M., 2000: Optimal timber harvest scheduling with spatially defined sediment objectives. *Canadian Journal of Forest Research*, 30:1494–1500.

- Jamnick, M. S., Walters, K. R., 1993: Spatial and temporal allocation of stratum-based harvest schedules. *Canadian Journal of Forest Research*, 23:402–413.
- Johnson, K. N., Scheurman, H. L., 1977: Techniques for prescribing optimal timber harvest and investment under different objectives-discussion and synthesis. *Forest Science Monography*, 18:31 p.
- Kašpar, J., Marušík, R., Vopěnka, P., 2013: Comparison of two alternative optimization techniques for spatial harvest planning. *Scientia Agriculturae Bohemica*, 44:90–96.
- Kašpar, J., Marušík, R., Sedmák, R., 2014: Spatial and non-spatial harvest scheduling versus conventional timber indicator in over-mature forests. *Lesnický časopis - Forestry Journal*, 60:81–87.
- Kašpar, J., Marušík, R., Hlavatý, R., 2015: A Forest Planning Approach with respect to the Creation of Overmature Reserved Areas in Managed Forests. *Forests*, 6:328–343.
- Konôpka, J., Konôpka, B., 2008: Prognóza náhodných ťažieb v smrečninách v dôsledku mechanicky pôsobiacich abiotických škodlivých činiteľov v oblasti Kysuce a Orava, Tatry, Spiš, Slovenské rudohorie. *Lesnický časopis - Forestry Journal*, 54:325–346.
- Konoshima, M., Marušík, R., Yoshimoto, A., 2011a: Spatially constrained harvest scheduling for strip allocation under Moore and Neumann neighbourhood adjacency. *Journal of Forest Science*, 57:70–77.
- Konoshima, M., Marušík, R., Yoshimoto, A., 2011b: Harvest scheduling with spatial aggregation for two and three strip cut system under shelterwood management. *Journal of Forest Science*, 57:271–277.
- Kurttila, M., 2001: The spatial structure of forests in the optimization calculations of forest planning: a landscape ecological perspective. *Forest Ecology and Management*, 142:129–142.
- Lohmander, P., Helles, F., 1987: Windthrow probability as a function of stand characteristics and shelter. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 2:227–238.
- Majoroš, Š., 1999: Overenie možnosti adaptívnej regulácie obnovných ťažieb súboru podrastovo obhospodarovaných porastov. *Acta Facultatis Forestalis Zvolen*, XLI:211–224.
- Majoroš, Š., 2001: Alternatívne možnosti ťažbovej úpravy adaptívnymi ukazovateľmi. *Acta Facultatis Forestalis Zvolen*, XLIII:209–218.
- Marušík, R., 2001: Possibilities of using of allowable cut indicators in shelterwood system. In: Gadov, K. V., Nagel, J., Saborovski, J. (ed.): *Continuous Cover Forestry – Assessment, Analysis, Scenarios*. International IUFRO Conference, 19. – 21. 9. 2001, Göttingen, Germany, p. 195–202.
- Marušík, R., 2003: Harvest scheduling and close to nature forestry. In: Novotný, J. (ed.): *Close to nature forestry*. Zvolen, Forest Research Institute Zvolen, p. 28–37.
- Marušík, R., 2007: Alternative harvest scheduling for final cut with respect to silvicultural requirements. *Lesnický časopis - Forestry Journal*, 53:117–127.
- Marušík, R., Kašpar, J., Vopěnka, P., 2015: Decision Support System (DSS) Optimal – A case study from the Czech Republic. *Forests*, 6:163–182.
- Murray, A. T., Weintraub, A., 2002: Scale and unit specification influences in harvest scheduling with maximum area restrictions. *Forest Science*, 48:779–789.
- Nelson, J., Brodie, J. D., 1990: Comparison of a random search algorithm and mixed integer programming for solving area-based forest plans. *Canadian Journal of Forest Research*, 20:934–942.
- Öhman, K., Lamas, T., 2003: Clustering of harvest activities in multiobjective long-term forest planning. *Forest Ecology and Management*, 176:161–171.
- Öhman, K., Lamas, T., 2005: Reducing forest fragmentation in long-term forest planning using mixed integer programming. *Forest Ecology and Management*, 212:346–357.
- Öhman, K., Wikström, P., 2008: Incorporating aspects of habitat fragmentation into long-term forest planning using mixed integer programming. *Forest Ecology and Management*, 255:440–446.
- Pukkala, T., Nuutinen, T., Kangas, J., 1995: Integrating scenic and recreational amenities into numerical forest planning. *Landscape Urban and Planning*, 32:185–195.
- Richards, E. W., Gunn, E. A., 2003: Tabu search design for difficult forest management optimization problems. *Canadian Journal of Forest Research*, 33:1126–1133.
- Roise, J. P., 1990: Multicriteria nonlinear programming for optimal spatial allocation of stands. *Forest Science*, 36:487–501.
- Suška, M., Majoroš, Š., 1997: Teoretické princípy a využitie adaptívnej regulácie a kontroly rubných ťažieb. *Vedecké štúdie 10/1997/A*, TU Zvolen, 57 p.
- Vopěnka, P., Kašpar, J., Marušík, R., 2015: GIS tool for optimization of harvest-scheduling. *Computers and Electronics in Agriculture*, 113:254–259.
- Yoshimoto, A., Brodie, J. D., 1994: Comparative analysis of algorithm to generate adjacency constraints. *Canadian Journal of Forest Research*, 24:1277–1288.
- Žihlavník, A., 2000: Ťažbová regulácia v lesných užívateľských celkoch s podrastovým hospodárskym spôsobom. *Acta Facultatis Forestalis Zvolen*, XLII:213–225.
- Žihlavník, A., 2005: Vplyv vlastnických vzťahov k lesu na metódy ťažbovej úpravy lesa. *Vedecké štúdie 10/2004/A*, TU Zvolen, 62 p.

Alternative Modelling Approach to Spatial Harvest Scheduling with Respect to Fragmentation of Forest Ecosystem

Róbert Marušák¹ · Jan Kašpar¹ · Robert Hlavatý¹ · Václav Kotek¹ · Karel Kuželka¹ · Petr Vopěnka¹

Received: 27 August 2014 / Accepted: 8 June 2015
© Springer Science+Business Media New York 2015

Abstract Fragmentation of the forests affects forest ecosystems by changing the composition, shape, and configuration of the resulting patches. Subsequently, the prevailing conditions vary between patches. The exposure to the sun decreases from the patch boundary to the patch interior and this forms core and edge areas within each patch. Forest harvesting and, in particular, the clear-cut management system which is still preferred in many European countries has a significant impact on forest fragmentation. There are many indices of measuring fragmentation: non-spatial and spatial. The non-spatial indices measure the composition of patches, while the spatial indices measure both the shape and configuration of the resulting patches. The effect of forest harvesting on fragmentation, biodiversity, and the environment is extensively studied; however, the integration of fragmentation indices in the harvest scheduling model is a new, novel approach. This paper presents a multi-objective integer model of harvest scheduling for clear-cut management system and presents a case study demonstrating its use. Harvest balance and sustainability are ensured by the addition of constraints from the basic principle of the regulated forest model. The results indicate that harvest balance and sustainability can be also achieved in minimizing fragmentation of forest ecosystems. From the analyses presented in this study, it can be concluded that integration of fragmentation into harvest scheduling can provide better spatial structure. It depends on the initial spatial and age structure.

It was confirmed that it is possible to find compromise solution while minimizing fragmentation and maximizing harvested area.

Keywords Forest management · Optimization · Spatial indices · Ecological intensification · Multi-objective integer programming

Introduction

The fragmentation means disintegration of a large unit into smaller parts. Forest fragmentation simultaneously reduces the total area of forest and causes patch isolation (Soga and Koike 2012). The fragmentation caused by human activities is one of the most disturbing global biodiversity issues (Fahrig 2001). It has been suggested that protected area and nature reserve should be as large as possible because large habitat patches have high colonization rates, low extinction rates, and high heterogeneity of the environment (Yamaura et al. 2008; Soga and Koike 2012). However, large nature reserves cannot possibly exist in many areas of the world because of the human population influence (Franklin 1993). Management of the nature reserve shape is an alternative management option. For example, the exposure to the sun decreases from the patch boundary to the patch interior and this forms core and edge areas within each patch. The influence of the edge effect on the habitat is enormous not only in the landscape, but also in forests (Wilson et al. 2014). For this reason, nature reserves and protected areas of forest should be as circular in shape as possible, because the circular shape reduces external influences to minimum (Yamaura et al. 2008).

One way to achieve the biodiversity in the managed forests is to create protected areas of mature forest stands

✉ Róbert Marušák
marusak@fd.czu.cz

¹ Department of Forest Management, Faculty of Forestry and Wood Sciences, Czech University of Life Sciences Prague, Kamycka 129, 165 21 Suchbátka-Prague 6, Czech Republic

without harvesting while the forest is harvested in the other parts (Ohman and Wikstrom 2008; Martins et al. 2014). Many authors designed the harvest scheduling model based on the protection of reserves of old forests using the concept of core area (Baskent and Jordan 1996; Ohman and Eriksson 1998; Baskent 1999; Ohman 2000). Some papers presented the way of reducing fragmentation of old forest stands by shape index relative to the shape of circle (Ohman and Lamas 2003, 2005; Ohman and Wikstrom 2008). Other studies deal with the reserve design (Williams and ReVelle 1996, 1998; Clemens et al. 1999). First however, each forest stand with its particular biodiversity value has a significant impact on the total biodiversity of forest and total suitable habitat and only the mosaic of young and old forest stand can create the suitable wildlife habitat (Hunter and Schmiegelow 2011). It is an important factor because the size of a suitable habitat and its configuration and composition in a forest determines the quality and quantity wildlife population (Fahrig 1992). It does not matter whether this concerns a young or old forest stand.

Second, the large reserve cannot possibly exist in many forest areas because of the human population, economics, and other ecosystem services as was presented (Franklin 1993) and further, if the reserve protection is too strict it could lead to uniform homogeneity of forest in many cases and this approach is not desirable (Hunter and Schmiegelow 2011).

Das and Nautiyal (2004) presented forest variability index that considers individual forest stand diversity and compactness of the forest. This index can be used for the evaluation of current stage of the forest; however, its use for dynamic creation of suitable habitat by harvest scheduling can be difficult. Further, Das and Nautiyal (2004) declare that presented index can be used for harvest scheduling; however, they did not present such harvest scheduling and its impact on total harvest in the managed forests. On the other hand, presented forest variability index includes individual stand diversity value. Unfortunately, approach presented in this paper does not take this aspect into consideration.

Fragmentation of the forests affects forest ecosystems by changing the composition, shape, and configuration of the resulting patches. There is a number of different indices for measuring these three factors used in many studies. An overview of selected indices and their use was presented by Rutledge (2003), while Hernandez-Stefanoni (2006) dealt with the relationship between plant species richness and landscape indices.

There is a significant correlation between biodiversity and percentage of coverage, edge density, and shape index. Echeverria et al. (2007) do not prove a statistically significant impact of the patch size and the number of tree species. However, a significant relationship between the

patch size and shade tree species, mean diameter, and basal area has been proved. The same authors state the patch size is very important for the measurement of landscape changes caused by human activities. This is in agreement with Yamaura et al. (2008) comments.

The first factor of fragmentation is the composition of resulting patches in a selected area. The two basic indices for composition measuring is the number of patches and mean size of patches (Rutledge 2003). However, they provide an incomplete picture because the fragmentation also encompasses the relative size of patches which is sensitive to the addition or deletion of small patches.

The next factor of fragmentation is the shape of the resulting patches. To reduce the fragmentation of a forest, shape index is often used as described above. The majority of shape index compare the ratio of the perimeter and area of patches, i.e. this ratio to the selected ideal shape. Generally, the ideal desired shape is the circle because it has less edge and more core area (Schumaker 1996; Rutledge 2003). However, this shape is almost unattainable in natural conditions, especially in managed forests. Therefore, a more applicable shape in practice is the square. The goal of the selected shape of patches is to minimize the edge effect.

The last factor of fragmentation is the configuration of resulting patches. Indices of patches configuration describe the spatial pattern of patches and provide information about connectivity or isolation of patches. This section often becomes the most difficult part of any model because it is based on the spatial relationship between patches and requires necessary involvement of the geographic information system. He et al. (2000) developed an aggregation index that is class specific and independent on the landscape composition. They compare the aggregation index with the other indices to quantify spatial patterns: contagion index, shape index, and the probability of adjacency of the same class. The use of the aggregation index is based on the raster data. Turner et al. (1989) present the method that works with probabilities of adjacency. This index is not based on the raster data and its usage is more applicable for harvest scheduling model. Other selected landscape indices measuring fragmentation configuration are presented by Rutledge (2003).

To evaluate the level of fragmentation, it is important to define a membership of each patch to a class. The class definition can be presented by vegetation cover, habitat, or vegetation classifications etc. In case of fragmentation evaluation of continuous forest ecosystems, it is necessary to define these classes for smaller spatial scale. The managed even-aged forest patches can be classified by age from the practical point of view because age classification can be assigned to each individual stand. Stand age is a useful measurement for describing a condition of forest and for predicting future growth and yield of trees (Bettinger et al.

2009). Age class distribution lumps all similar stands together into classes, which are typically grouped into 10- or 20-year classes.

The age classification is practical also for other reasons. Regularity in forest production has been widely discussed. The way to ensure the sustainability of forest production was described in early 1800s by Hundeshagen (Woolsey 1922; Davis et al. 2001). This classification is well known as a “normal forest”. The basic idea is that there are equal areas of forest land in each of the defined age classes (Bettinger et al. 2009). Additionally ecological goal should have equal or greater importance than economic or social goals. The model of a “normal forest” does not take into account the reserve area and other aspects of biodiversity conservation and nature protection. Although this model has a number of drawbacks for modern forestry management, the basic principle of regularity in production is still desirable.

Forestry is facing an increasing number of challenges, including a need to ensure various ecosystem services and to solve conflicts between them. One of the forest ecosystem services is biodiversity which is enormously important also for the landscape. The new management way to achieve and solve the conflict between different ecosystem services—such as biodiversity of forests and productive functions of forests or even flow of timber—is a set of principles grouped together under term “ecological intensification” (Dore et al. 2011). The Food and Agriculture Organisation (FAO 2009) defined “ecological intensification” (or “sustainable intensification”) within the framework of agriculture as “Maximization of primary production per unit area without compromising the ability of the system to sustain its productive capacity”. The same definition can be applied to forestry as well.

The goal of this paper is to create a harvest scheduling model with respect to minimizing the fragmentation of managed forests caused by human activities (e.g. harvesting). The model is based on the multi-objective bivalent programming. The effect of each selected index on the spatial structure will be tested together as well as separately. Finally, the spatial structures achieved first by the proposed harvest scheduling model and then by a simple model with only green-up constraints will be compared.

Materials and Methods

Data

The proposed model for including a consideration of fragmentation in short-term planning was applied to semi-real geographic data of forest management area (FMA) of 178.86 hectares (ha). Semi-real data means that a real shape of forest stands and suggested harvest units (HU) are

simplified into rectangle. This modelling approach allows easier calculation of the perimeter and area of patches and interrelationships between them and provides a different area, perimeter, and shape of each patch, interrelationships as well. The initial and resulting spatial structure of FMA is more real than in the case of square or hexagon shape of patches. All forest stands of the FMA that are, or will be in next 50 years, of cutting age were divided into potential cutting units by the editing tools in ArcMap (ESRI 2014). It was important to consider also the legislative parameters for clear-cuts during the editing. This means primarily the maximum width, which equals two mean heights of the surrounding stand, and the maximum area of a clear-cut, which is 1 ha. A 25-m tree height was set for the modelling approach.

The standing volume is not one of the main aspects in the presented model but it will be presented in final summary in the results section. For this reason, to predict the growing stock, the simple growth coefficients derived from regional yield tables (Cerny et al. 1996) were used. One tree species was chosen [Norway spruce *Picea abies* (L. Karst.)] for the modelling purpose. The real site quality and stand density were used for predict the growing.

570 patches (0.25 to 1 ha large according to spatial conditions) were created. All patches were divided into 8 classes according to its age. The age class for this purpose spans 20-year intervals (e.g. age class 1 consists of forest stands aged from 1 to 20 years, age class 2 consists of forest stands aged from 21 to 40 years, etc.). Each age class is divided to the two sub-classes spanning 10 year intervals.

Three initial variants of semi-real FMA were created in age distribution of potential patches (variants A, B and C). The initial age structures of variants are presented in Fig. 1. The variants are inspired by real spatial distribution (shape, size, and spatial location of each patch is the same for all variants); however, each patch belongs to the other age class in all initial variants. The age class distribution was randomly generated.

All data were used with the agreement of the FMA owner but to comply with the rules of personal data protection it is not identified more specifically. The final cut was planned for this model FMA for the next 40 years, for four harvesting periods. One rotation age (100 years) and regeneration period (30 years) were used. These parameters were used to qualify the mature forest stands.

Mathematical Model

There are three groups of indices as mentioned above: composition, shape, and configuration. One index from each group that would fit the model was selected.

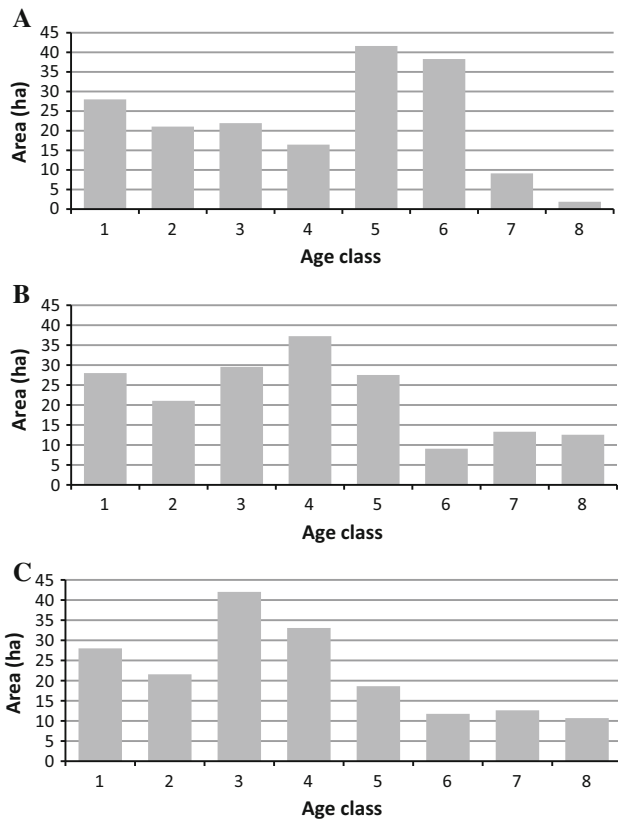


Fig. 1 Initial age structures of variants A, B, and C

At first, the area of each age class was used to ensure an appropriate composition of forest stands. One cannot say which age class is the most important or which has to have the largest area. For this reason, the area of each age class in each period should be identical. It means that the model has to ensure the minimization of the sum of absolute deviations between the area of each age class and a chosen set value. This value is equal to one eighth of the whole area because the patches had been divided into eight age classes. However, the absolute value is non-linear and it has to be transformed into a linear expression. It can be accomplished, for example, using methodology according to McCarl and Spreen (2011). This transformation will be described below. This situation will be further described as *C-Scenario*.

Additionally, each age class has to form continuous areas with minimum perimeter and maximum area. While the requirement for the area of age class is given by *C-Scenario*, the minimization of the total perimeter will force each age class to be contiguous in space (Ohman and Wikstrom 2008) close to the ideal shape. This situation will be further described as *S-Scenario*. After all, it is necessary to evaluate the model results that will be obtained within different scenarios. Let us introduce the metrics we will use for results assessment. Two kind of indices will be used for

evaluation of the forest age structure. These indices are known as shape index and the index of probability of adjacency. The original formula of shape index (Ripple et al. 1991; Baskent and Jordan 1995) is presented below (1). Shape index used for the raster data (with the square as the basic shape) (He et al. 2000) is also presented (2).

$$SI_{\text{circle}} = \frac{\text{Total perimeter}}{2 \times \sqrt{\text{Total area} \times \pi}} \quad (1)$$

$$SI_{\text{square}} = \frac{\text{Total perimeter}}{4 \times \sqrt{\text{Total area}}}, \quad (2)$$

where SI_{circle} or SI_{square} , respectively, is shape index; total perimeter is a perimeter of selected patches minus twice the length of the common border. Total area is a total area of selected patches. Two types of shape index are presented because there are different situations they are suitable for.

The patches of all age classes have to be distributed over the whole area of FMA. This situation will be further described as *Co-Scenario*. The proposed approach of including the *Co-Scenario* into the model is based on the probabilities of adjacency that a grid cell of type i is adjacent to type j (Turner et al. 1989). The original formula of probabilities of adjacency is presented below (3).

$$Q_i = N_{i,i}/2N_i, \quad (3)$$

where Q_i is the probability of adjacency, N_i is the number of patches of class i , and $N_{i,i}$ is the number of patches where class i is adjacent to itself.

The index Q_i takes values from 0 to 1. If every patch of class i was isolated then $Q_i = 0$. However, the maximum value of Q_i is not a constant, but varies depending on the number of patches of class i . For example, for a class of 2×2 square patches, the maximum value of Q_i is 0.5, 3×3 square patches, maximum value of Q_i is 0.67, etc. This makes Q_i measured in different classes difficult to compare (He et al. 2000). However, the presented *Co-Scenario* will be used to avoid creation of a large contiguous area of one class. This means that the values close to 0 have to be reached. The same principle as in the case of shape index mentioned above will be used to reduce the non-linear expression in Q_i form to linear expression, to minimize patches with the common border, and to maximize all patches of the one class.

The two mentioned indices (SI index and Q_i index) have a similar use: to measure fragmentation or aggregation of patches. It means the SI index could be used for *S-scenario* or *Co-scenario* purpose in the model and similarly, the Q_i index could be used for *Co-scenario* or *S-scenario* purpose in the model as well. However, the Q_i index cannot ensure the ideal shape of created groups of patches because it

assumes that the square is the most aggregated shape. It could be the right assumption only in case of presented semi-real FMA data or for the raster data for which it was originally developed. However, in the real geographic situation of forest patches, the shapes of grouped patches closer to circle than square should be created.

Another problem that could emerge is the number of patches dependence of Q_i index. In the case of raster data, each cell (patch) has the same shape and number of neighbours. However, in a real situation, each patch has a different shape, size, and number of neighbours. This could cause disproportionality between the preferences of individual patches which could not ensure a perfect shape. Thus, when the index is used for an explained purpose one can avoid this problem.

The original formulae will be used for the summary assessment of the spatial structure of presented FMA. As a part of our optimization model, we will utilize the techniques of the goal programming. The goal programming is a common optimization tool and its application can be found in the field of forestry science. According to de Oliveira et al. (2003), many of the decisions taken in forest problems involve multiples objectives (economic, social, environmental, amongst other), as well as multiples use, timber and nontimber, where the goal programming can be well used. Bertomeu and Romero (2001) show how the goal programming can be used to manage the forest biodiversity. Diaz-Balteiro and Romero (2003, 2004) introduce the goal programming related to forest sustainability issues. Eventually, Aouni and Kettani (2001) mention the importance and promising future for goal programming techniques also in the field of forest management.

The general aim of the optimization model is to provide such harvesting schedule that the harvested area in each class and scheduling period will be balanced and close to normal area.

We will consider a forest management area with the total area R consisting of I harvest units, eight age classes d and 16 sub-classes c . The ideal area of each age class R_c is set for 22.36 ha as well as the ideal are of each age subclass R_{sc} which is set for 11.18 ha. Note that there is a relationship between R , R_c , and R_{sc} expressed as $R_c = R/(C/2)$ and $R_{sc} = R/C$ where C is the total number of age sub-classes.

Let us have four objectives described with the four objective functions. These individual objectives will be further combined together in the different scenarios. The first objective expresses timber harvest maximization. The objective function (Z1) is given as follows:

$$Z1 : \max \left\{ \sum_{p=1}^P \sum_{c=1}^C \sum_{i=1}^I r_i x_{icp} \right\}. \tag{4}$$

Here r_i is the real parameter expressing the area of a unit i and x_{icp} is the bivalent variable with two states of the unit i :

$$\begin{cases} 1 & \text{if the unit } i \text{ of subclass } c \text{ is harvested in the period } p \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

The second objective function minimizes the patches of each class d which are adjacent to the patches of the same class. This can be achieved by minimizing the number of common borders of two patches belonging in the same age class and period:

$$Z2 : \text{minimize } \sum_{p=1}^P \sum_{d=1}^D \sum_{i,j \in J} z_{ijdp}, \tag{5}$$

where z_{ijdp} is the bivalent variable with two states of contiguous pair of units i and j :

$$\begin{cases} 1 & \text{if the contiguous units } i \text{ and } j \text{ belong to class } d \text{ in the period } p \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

The third objective function expresses minimization of total perimeter of grouped patch belong to the same age class and period:

$$Z3 : \text{minimize } \sum_{p=1}^P \sum_{d=1}^D \left(\sum_{i=1}^I q_i y_{icp} - \sum_{i,j \in J} 2s_{ij} z_{ijdp} \right), \tag{6}$$

where q_i is the real parameter describing the perimeter of the unit i , y_{icp} represents the bivalent variable y_{icp} with two states of the unit i

$$\begin{cases} 1 & \text{if the unit } i \text{ belongs to subclass } c \text{ in the period } p \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

s_{ij} real parameter describing the border length between contiguous pair of units i and j . Variable z_{ijdp} is described in the previous objective function.

The final objective function is the minimization of the absolute total deviation between the real area and the ideal area of each age class in every period:

$$Z4 : \text{minimize } \sum_{p=1}^P \sum_{d=1}^D \varepsilon_{dp}^+ + \varepsilon_{dp}^-, \tag{7}$$

where $\varepsilon_{dp}^+, \varepsilon_{dp}^-$ are non-negative variables substituting the resulting absolute deviation from desired area of each age class d in every period p .

Furthermore, there will be following constraints of our mathematical model. Over the P periods, every unit can be either harvested in one of the period p or left alone in any period. Over the P periods, the unit can be harvested only once. This is ensured by the following set of conditions:

$$\sum_{p=1}^P x_{icp} \leq 1, \forall i = 1, \dots, I; \forall c = 1, \dots, C. \tag{8}$$

A smooth process of harvesting over the P periods has to be ensured. The area of the harvested forest in every period p should be even. This can be expressed by the set of conditions regarding every pair of two consequential periods:

$$\sum_{i=1}^I r_i x_{icp} \leq (1 + 0.\alpha)Rsc, \forall p = 1, \dots, P; \forall c = 1, \dots, C \tag{9}$$

$$\sum_{i=1}^I r_i x_{icp} \geq (1 - 0.\alpha)Rsc, \forall p = 1, \dots, P; \forall c = 1, \dots, C, \tag{10}$$

where α is the specified percentage of the area R that has to be harvested in each period. $\alpha = 10\%$ was used in our case which resulted in required harvested area in the range from 10.10 to 12.25 ha per period (from 40.40 to 49.00 ha per P periods).

If the patch i of sub-class c is harvested in period p it does not belong to the sub-class c anymore. This is ensured by the set of conditions:

$$x_{icp} - y_{i1(p+1)} = 0; \forall i = 1, \dots, I; \forall p = 1, \dots, P; \forall c = 1, \dots, C \tag{11}$$

$$y_{icp} = 1, p = 1; \forall i = 1, \dots, I; \forall c = 1, \dots, C \tag{12}$$

One patch can belong to only one age sub-class in the same period. This is ensured by set of conditions:

$$\sum_{c=1}^C y_{icp} = 1, \forall i = 1, \dots, I; \forall p = 1, \dots, P. \tag{13}$$

It is obvious that one patch has to move from one age class to another during the planning horizon because of ageing. The patches which belong to age class 3 and younger cannot be harvested through the planning horizon. For this case ($d \leq 3 \Leftrightarrow c \leq 6$), ageing of each patch is ensured by

$$\sum_{c=1}^6 \sum_{p=1}^P y_{icp} = 5, \forall i = 1, \dots, I \tag{14}$$

The patches belonging to the age class 4 and older ($d \geq 4 \Leftrightarrow c \geq 7$) can be possibly harvested through the planning horizon. This means that there are different existing sequences of ageing for each patch depending on whether the patch is harvested or not and in which period. Each ageing scenario consisting of five periods starts from the period 1. There are two possibilities of ageing for sequence which start from patch belonging to age sub-class 7 (age class 4), three possibilities of ageing for sequence which start from patch belonging to age sub-class 8 (age class 4), four possibilities of ageing for sequence which start from patch belonging to age sub-class 9 (age class 5), and five

possibilities of ageing for sequence which start from patch belonging to age s-class 10 (age class 5); age sub-class 11 and 12 (age class 6), age sub-class 13 and 14 (age class 7), and 15 and 16⁺ (age class 8). This ageing sequence is given by the following set of conditions, where W_{ick} acts as an artificial variable, k indirectly expresses the number of period in which the patch is harvested (if so) and l is additional parameter used to express indices in the following formulae.

$$5W_{ick} \leq \sum_{l=0}^{k-1} y_{i(c+l)(p+l)}, \forall c \geq 7; p = 1, k = 5$$

$$5W_{ick} \leq \sum_{l=0}^{k-1} y_{i(c+l)(p+l)} + \sum_{l=1}^{5-k} y_{i(c-l)(p+k-1+l)},$$

$$\forall(c, p, k) \in \left\{ \begin{array}{l} (7, 1, 4), (8, 1, 3), (8, 1, 4), (9, 1, 2), (9, 1, 3), \\ (9, 1, 4), (\xi, 1, 1), (\xi, 1, 2), (\xi, 1, 3), (\xi, 1, 4); \xi \geq 10 \end{array} \right\}. \tag{15}$$

For each patch only one sequence can be selected. This is ensured thanks to the additional W_{ick} variable. For each sequence, the variable differs in index k , thus the following condition in addition to the previous one preserves a choice of only one sequence.

$$\sum_{k=1}^P W_{ik} = 1, \forall i = 1, \dots, I \tag{16}$$

There is an obvious relationship between two decision variables y and z . As both of them express the class affiliation in two different ways, the relations between these two variable classes have to be defined. Apparently, if the variables $y_{idp} = 1$ and $y_{jdp} = 1$ (meaning both contiguous units i and j belong to the same age class d in the period P) then the $z_{ijdp} = 1$ as well (since the z_{ijdp} describes the selection of the pair of two contiguous units i and j in the period P). To ensure that the relations between y and z variables make sense, it is necessary to define the following pair of conditions:

$$y_{icp} + y_{jcp} - 2z_{ijdp} \geq 0, \forall c \in \{2d - 1, 2d\}$$

$$y_{icp} + y_{jcp} - z_{ijdp} \leq 1, \forall c \in \{2d - 1, 2d\} \tag{17}$$

The additional condition $\forall c \in \{2d - 1, 2d\}$ in the formula 13 ensures that any sub-class will be connected only to its corresponding class, e.g. considering that $c = 7$ then necessarily $d = 4$ must hold. Having these two conditions in the model makes sure that no logical contradictions occur in the interpretation of the results.

Having these two conditions in the model makes sure that no logical contradictions occur in the interpretation of the results.

To ensure one part of defined goal, minimization of the sum of absolute deviation between real area and ideal area of each age class, it is necessary to define next conditions:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{dp}^+ - \varepsilon_{dp}^- + \sum_{i=1}^I r_i y_{icp} &= Rc, \forall p = 1, \dots, P; \forall d \\ &= 1, \dots, D, \varepsilon_{dp}^+, \varepsilon_{dp}^- \geq 0, \forall c \\ &\in \{2d - 1, 2d\}, \end{aligned} \quad (18)$$

where $\varepsilon_{dp}^+, \varepsilon_{dp}^-$ are non-negative variables substituting the resulting absolute deviation from desired area of each age class d in every period p .

The final condition has to be added to the model regarding the adjacency of the patches. To fulfil the legislative and silvicultural limits, no adjacent units can be harvested in the same period P . The algorithm proposed by Yoshimoto and Brodie (1994) is used. The algorithm uses $(n \times n)$ adjacency matrix A , control vector X consisting of bivalent variables X_i for i -th unit of total n units. In addition, there is a $(n \times 1)$ unit vector \vec{u} and a diagonal matrix B with its diagonal elements $b_{ii} = A_i \vec{u}$; A_i is the row vector of incidence matrix A . Considering these relations, the following set of constraints is defined:

$$BX + AX \leq A\vec{u}. \quad (19)$$

Adding these constraints into the mathematical programming model will make sure there are no two adjacent units harvested in a single period. To determine the adjacent cutting units for cutting unit i , the definition of Moore's neighbourhood adjacency was used (Konoshima et al. 2011).

Harvest Scenarios

Seven harvest scenarios were created for each initial age structure. The following three harvest scenarios were presented above [*S-Scenario* (20), *C-Scenario* (21), and *Co-Scenarios* (22)].

The fourth harvest scenario is presented only by the harvested area maximization (objective function Z1). It will be indicated as *MaxHar-Scenario* (23). And the last three harvest scenarios are presented by the combination of *MaxHar-Scenario* and *S-Scenario*; *C-Scenario* and *Co-Scenario*, respectively. They will be indicated as *MaxHar+S-Scenario* (24), *MaxHar+C-Scenario* (25), and *MaxHar+Co-Scenario* (26).

In order to compute the model of mathematical programming, it is necessary to modify it properly so it would be possible to use computational software. The software requires a model in the form with one objective function for each modelling variant. That is why it is necessary to aggregate more functions into one in each modelling variant. The additive function aggregation without weights is used, i.e. each objective function has an equal importance. All objective function's coefficients are normalized first before they are aggregated. The normalization is done to enable aggregation of more objective functions of

different dimensions into one. The coefficients of an objective function are normalized as a proportion of a total sum of all coefficients. The normalized coefficients of the objective function then take values from 0 to 1. Generally, for an objective function $c^T x$, there is a normalized cost vector c_n^T of the function gained as $c_n^T = \frac{c}{\sum c}$. It is then possible to define aggregate objective function for each variant:

“S” Scenario:

$$\min(Z3). \quad (20)$$

“C” Scenario:

$$\min(Z4). \quad (21)$$

“Co” Scenario:

$$\min(Z2). \quad (22)$$

“MaxHar” Scenario:

$$\min(Z1). \quad (23)$$

“MaxHar+S” Scenario:

$$\min(Z1 - Z3). \quad (24)$$

“MaxHar+C” Scenario:

$$\min(Z1 - Z4). \quad (25)$$

“MaxHar+Co” Scenario:

$$\min(Z1 - Z2). \quad (26)$$

Theoretically, it is possible to choose one optimal model for all evaluated indices and for mean absolute deviation minimization, so the particular characteristic is minimized. SI index is minimized with the *S-Scenarios*; Q_i index is minimized with the *Co-Scenarios*; and mean absolute deviation of age class area is minimized with the *C-Scenarios*. These scenarios were selected as reference scenarios as each one of them expresses one particular objective unlike other scenarios expressing multiple objectives at once. In order to compare the performance of the models in terms of evaluation of index differences from the reference model, Kruskal–Wallis test was performed amongst all scenarios. Due to the variances of the index differences not being equal in all cases and theoretically unknown distribution of the differences, the Krusk–Wallis test was used to test the equality of means of the criteria amongst different scenarios. Statistical evaluation was carried out using MATLAB Statistics Toolbox (The MathWorks Inc. 2012).

The problem was solved using a branch and bound algorithm, which is a standard algorithm for solving integer programming problems. The problem was formulated as a classical *.lp file and solved by Gurobi 5.5.0 (Gurobi Optimization 2014). The software was run on PC with a

3.40 GHz Intel Core i7-2600 CPU and 16 GB of RAM. A optimality tolerance of 0.01 % was used.

Results

Table 1 presents values of SI index, Q_i index, and area of each age class for initial age structures A, B, and C. The SI index for square was used because in the case of presented data is more relevant. The goal is to gain the resulted value as close as possible to the smallest value of SI index and Q_i index. The optimal value is 1 in the case of SI index and 0 in case of Q_i index, respectively. The minimal deviation between real area and ideal area (22.36 ha) of all age classes is required as well.

Calculation of SI index, Q_i index, and area of each age class was made for five planning periods for seven harvest scenarios and for three initial age structures. The mean values of SI index and Q_i index for all harvest scenarios were calculated (Table 2). The mean absolute deviation of each age class area was calculated as well (Table 2). The results of Kruskal–Wallis test are presented in Figs. 2, 3, 4. Each group rank mean is represented by a circle, and the interval is represented by a line extending out from the circle. Two group rank means are significantly different if their intervals are disjoint; they are not significantly different if their intervals overlap.

The *S-Scenario* and *MaxHar+S-Scenario* results have the smallest value of mean SI index (Table 2) for the all three initial age structures. These results were expected because the minimization of common border was an objective of the presented models. Other harvest scenarios have similar mean values of SI index. Following the Kruskal–Wallis test, the *P* value of multiple comparison test for SI index is $3.758e-07$ for initial variant A, $1.3256e-04$ for initial

variant B and $4.9620e-07$ for initial variant C. It indicates an existence of significant differences amongst the harvest scenarios. It is shown that these differences exist between *S-Scenario* and *MaxHar+S-Scenario* and other harvest scenarios. This result is confirmed using Fig. 2 as well.

Table 2 presents the mean value of Q_i index of each age class for different planning scenarios through planning horizon for all initial age structure variants. The *Co-Scenario* and *MaxHar+Co-Scenario* results have the smallest value of mean Q_i index (Table 2) for all three variants A, B, and C. This result was expected because the minimization of number of neighbours belonging to the same age class was actually an objective of the presented models. The *P* value of multiple comparison test for Q_i index is $3160e-06$ for variant A, $3.5223e-06$ for variant B and 0.0010 for variant C. All values are less than 05 and it means that there are significant differences amongst the harvest scenarios for variants A and B. It is shown that these differences are between *Co-Scenario* and *MaxHar+Co-Scenario* and other harvest scenarios (Fig. 3). The harvest scenarios *C-Scenario*, *MaxHar-Scenario*, and *MaxHar+C-Scenario* have similar mean value of Q_i index and SI index. The *S-Scenario* and *MaxHar+S-Scenario* has the highest (the worst) value of Q_i index and the *Co-Scenario* and *MaxHar+Co-Scenario* has the highest (the worst) value of SI index. These results were expected because used indices in the optimization models have different effect to each other.

The *C-Scenario* and *MaxHar+C-Scenario* provides the smallest value of mean absolute deviation from ideal area of each age classes. However, the *P* value of multiple comparison test for mean absolute deviation is 0.9490 for variant A, 0.9226 for variant B and 0.3009 for variant C. It means that significant differences amongst the harvest scenarios do not exist (Fig. 4) because all values are greater than 0.05.

Table 1 SI index, Q_i index, and area of each age class for initial age structures A, B and C

	Age class							
	1	2	3	4	5	6	7	8
A								
SI _{square}	9.7	6.0	7.7	8.8	6.4	5.9	4.6	2.9
Q_i	0.14	0.08	0.38	0.14	0.54	0.62	0.38	0.21
Area (ha)	28.00	21.31	21.94	16.44	41.63	38.53	9.13	1.88
B								
SI _{square}	10.4	6.3	9.8	10.1	9.5	6.2	7.2	6.5
Q_i	0.14	0.05	0.42	0.37	0.31	0.17	0.31	0.10
Area (ha)	28.00	21.06	29.56	37.25	27.53	9.06	13.31	12.56
C								
SI _{square}	10.4	6.4	10.8	10.0	8.0	6.1	6.4	6.7
Q_i	0.14	0.10	0.42	0.39	0.32	0.35	0.39	0.04
Area (ha)	28.00	21.56	42.03	33.06	18.62	11.75	12.63	10.69

Table 2 The mean value of SI index, Q_i index, and mean absolute deviation of area of each scenarios and each initial variant A, B, and C

A	Co	S	C	MaxHar	MaxHar+Co	MaxHar+S	MaxHar+C
SI index	7.94	6.81	7.59	7.51	7.94	6.83	7.55
Q_i index	0.16	0.30	0.21	0.23	0.16		0.23
Mean absolute deviation	5.47	6.25	4.84	5.54	5.52	6.15	4.86
B							
SI index	8.65	8.04	8.44	8.49	8.61	8.04	8.45
Q_i index	0.15	0.29	0.21	0.20	0.16	0.29	0.21
Mean absolute deviation	6.64	7.56	6.21	7.30	6.90	7.54	6.21
C							
SI index	8.47	7.90	8.12	8.30	8.42	7.91	8.12
Q_i index	0.18	0.33	0.25	0.22	0.19	0.33	0.24
Mean absolute deviation	8.29	8.62	8.09	8.76	8.74	8.74	8.09

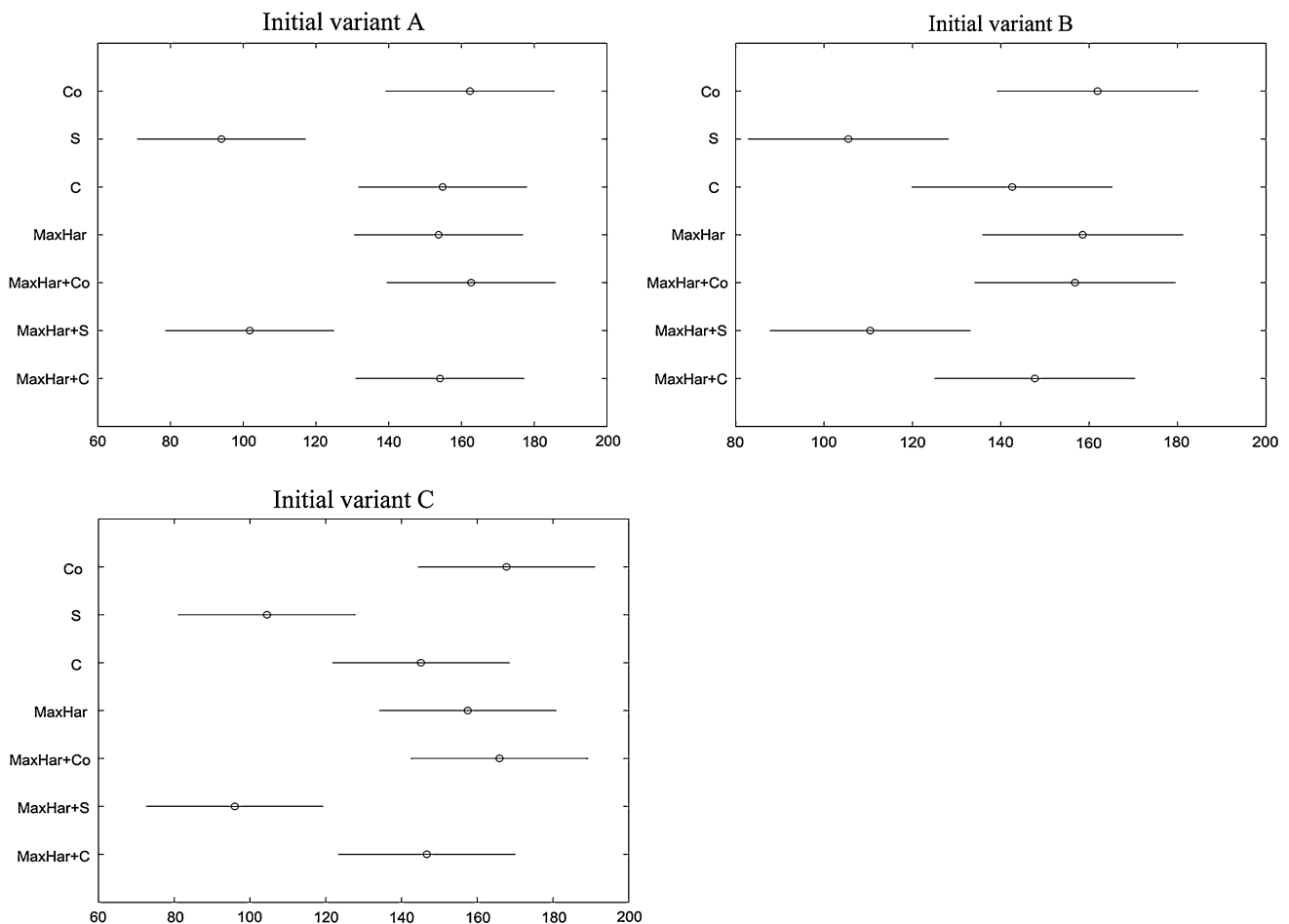


Fig. 2 Graph of multiple comparison test for SI index

Table 3 presents the suggested harvested areas for each planning period and total harvested area for each harvest scenarios. *MaxHar-Scenario*, *MaxHar+Co-Scenario*, and *MaxHar+S-Scenario* provide the highest total harvested area which is found at the upper bound of restriction (49.00 ha). No harvest scenarios suggest the

total harvested area at the lower bound of restriction (40.40 ha). Although the *S-scenario in variant A* almost reached the lower bound with the result of 40.58 ha, the harvested areas in all periods are balanced and match with the restrictions of the mathematical model presented above.

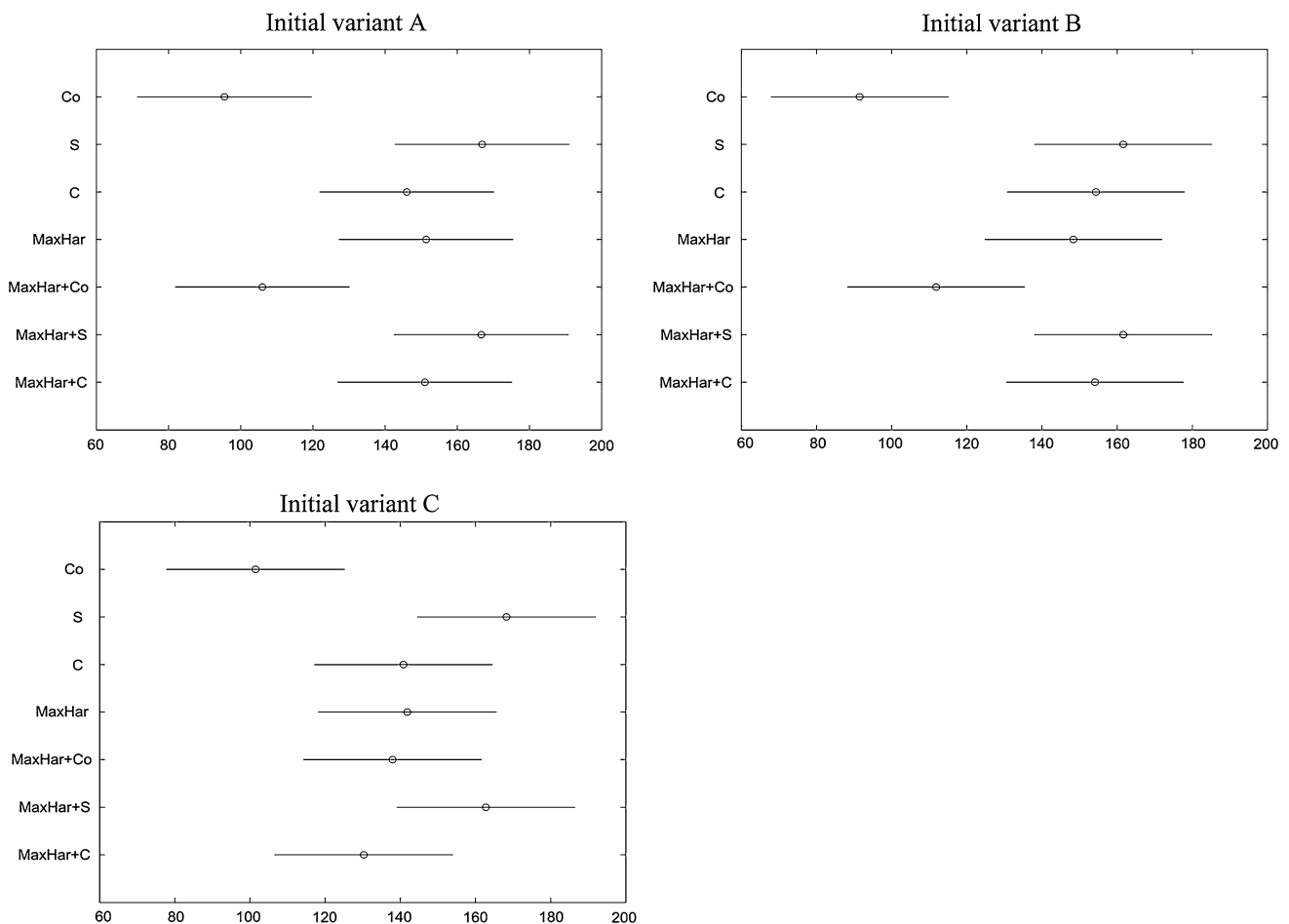


Fig. 3 Graph of multiple comparison test for Q_i index

Discussion

The harvest scheduling approach for managed forests was presented. Its goal was to achieve better spatial structure of forest management areas from in terms of biodiversity in the light of ecological intensification.

It is shown that the best value of selected spatial structure characteristics can be achieved only in those harvest scenarios which have only one relevant objective. The *S-Scenarios* provide the smallest value of SI index, and the *Co-Scenarios* provide the smallest value of Q_i index in all three initial age structure variants. On the other hand, *S-Scenario* of variant *A* results in smallest total harvested area. Ohman and Lamas (2005) presented similar results with multi-objective harvest scheduling model. It showed that with increasing weight of SI index minimization, the net present value (NPV) of harvested volume is decreasing. In another study, Ohman and Lamas (2003) presented the impact of forest stands aggregation on thinning proportion. They show that aggregation of harvest is possible with only a small sacrifice of NPV. The decrease in NPV could be

motivated by the fact that costs associated with a road building will probably decrease when the harvests are aggregated in time and space.

The important thing is that the *MaxHar+Co-Scenarios* and *MaxHar+S-Scenarios* provide statistically comparable results in the selected characteristics (Q_i index and SI index) with *Co-Scenarios* and *S-Scenarios*, respectively, in all three initial variants. However, the *MaxHar+Co-Scenarios* and *MaxHar+S-Scenarios* provide the higher total harvested area to compare with *Co-Scenarios* and *S-Scenarios*. It was presented that *MaxHar+C-Scenario* has no effect on the total harvested area according to *C-Scenario* and the resulted total harvested area of both of them is comparable in the cases of all initial variants. The results of presented scheduling approach depend on the initial spatial and age structures. However, it was presented that relevant model can have a positive effect on the selected spatial characteristics in all three initial age structures.

The better results of selected spatial characteristics could be achieved omitting the consideration of balanced harvested area. However, this restriction is one of the

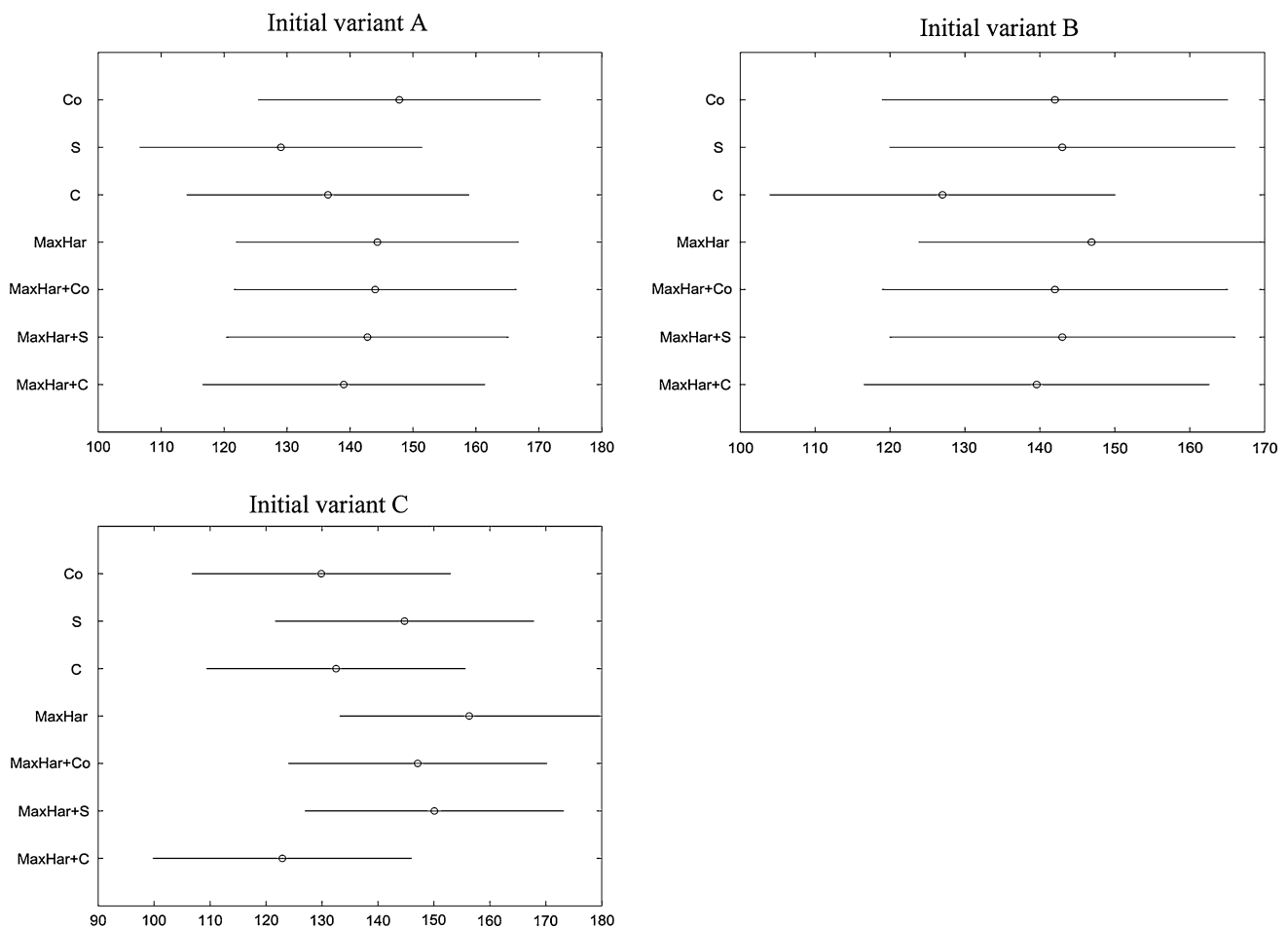


Fig. 4 Graph of multiple comparison test for mean absolute deviation of age class area

requirements of sustainable forestry. Considering balanced harvested area is an important requirement of managed forests as well and it is obvious that without harvesting, the balanced area of age classes could not be achieved due to ageing of forests stands.

To ensure preservation of a suitable habitat should be one of the interests of scientific society because the habitat loss is the largest factor contributing to the current global species extinction (Fahrig 1992). The possibilities of creating the suitable habitats and fragments by the proposed models are limited by the type of proposed model which is characterized as URM (unit restricted model) (Murray 1999, Crowe et al. 2003), because resulting shape of fragments is affected by the shape of the patches and harvest units which are edited before harvest scheduling modelling process. Achieving of the better results could be expected in the case of ARMs (area restricted models), because the size and shape of harvested unit is designed during the scheduling process by the ARMs. However, the solution of these models by computer can be more time-consuming and other methods for solving, such as

heuristics, have to be used, and their use in the conditions of central Europe is problematic, because not only area, but also the shape of harvested units is a limiting factor.

To formulate the minimization of Q_i and SI index by the model constraints could be alternative modelling approach. This kind of model could have one objective function, such as harvested area maximization. Unfortunately, to formulate the demand of age class area deviation by the model constraint could be more difficult because it could be a very strict and infeasible in the number of different initial age structures. On the other hand, such kind of constraints is needed in the model because the harvested balanced area constraints can guarantee only ideal area of younger age classes after harvesting. Only SI index could be used in such kind of alternative modelling approach because it can guarantee not only continuity of patches belonging to the one age class, but also the better shape of continuous patches.

The spatial structure of the forest is very dynamic in case of age classification because a transfer from one class to another is not only caused by harvesting but also

Table 3 The harvested area (ha) in four planning periods for different planning scenarios for different initial age structures A, B, and C

A	Period				Total
	1	2	3	4	
Co	12.25	10.75	12.13	12.25	47.38
S	10.13	10.13	10.13	10.19	40.58
C	10.12	12.25	10.12	12.25	44.74
MaxHar	12.25	12.25	12.25	12.25	49.00
MaxHar+Co	12.25	12.25	12.25	12.25	49.00
MaxHar+S	12.06	12.06	12.25	12.25	48.62
MaxHar+C	10.13	12.25	10.12	12.25	44.75
B					
Co	12.13	10.72	12.19	11.56	46.59
S	12.25	12.25	12.22	12.19	48.91
C	10.06	12.25	10.13	12.19	44.63
MaxHar	12.25	12.25	12.25	12.25	49.00
MaxHar+Co	12.25	12.25	12.25	12.25	49.00
MaxHar+S	12.25	12.25	12.25	12.25	49.00
MaxHar+C	10.06	12.25	10.12	12.25	44.69
C					
Co	11.69	10.25	11.50	11.63	45.06
S	12.25	11.63	12.19	11.81	47.87
C	10.06	12.25	10.12	12.25	44.69
MaxHar	12.25	12.25	12.25	12.25	49.00
MaxHar+Co	12.25	12.25	12.25	12.25	49.00
MaxHar+S	12.25	12.25	12.25	12.25	49.00
MaxHar+C	10.06	12.25	10.12	12.25	44.69

spontaneously by ageing of the forest stands. Further, the presented approach lacks important factors such as dead wood, large trees dimension *etc.* A different situation could possibly occur in case of tree species classification because tree species composition can be maintained for decades by forest managers. For this reason, an additional index including the tree species composition and other biodiversity characteristics of each patch could be included into the harvest scheduling model as a next step of development alternative harvest approaches.

Apart from the human interventions, the natural disturbances modify the forest ecosystems in terms of both spatial and temporal aspects. The frequency of disturbances and their damages can grow by climate change on the one hand (Hlasny et al. 2014), but also by kind of management system on the other hand (Zeng et al. 2004, 2009). Disturbance events can contribute to the maintenance of biodiversity and heterogeneity, as well as be the primary drivers of declines in biodiversity and species endangerment (Coops et al. 2010). There are already some papers about considering the fire risk (see for example Gonzalez et al. 2005) and

wind risk damage into the planning models (see for example Zeng et al. 2007). The scheduling approaches respected biodiversity aspects which can react immediately on the changes in the forest spatial structure caused by natural disturbances should be developed and more tested. Scheduling approaches including other management systems, which can positively affect the spatial aspects of biodiversity, should be developed in the next steps as well.

Complexity of forest ecosystems is loosed by division into forest stands and patches and by categorization. Further, appropriate spatial scale of landscape planning and forest planning is dependent on the species (Bunnell and Huggard 1999). For these reasons, it is impossible to create universal model applicable to all forest ecosystems types over the world. The scheduling models appropriate to managed forests in the conditions and law restrictions of the central Europe were presented in this paper.

Conclusion

Our research studied the question of whether considering ecological aspects in forest management would have any significant influence on the total harvested volume of timber, the most important goal of every forest manager.

Different scenarios of forest harvesting are presented. Our study shows how the individual scenarios of harvesting differ in observed characteristics. These scenarios can actually have two boundary situations; The first situation where the harvested volume is maximized at the expense of the ecological aspects and the second—an opposite situation—where the ecological aspects are put before the interest of harvesting. A situation where there is no harvesting at all was not considered since we deal only with the managed forest in this paper. There is always at least the lower limit of harvested volume in the managed forest. The authors consider this situation to be the “most ecological” of all scenarios. The ecology here is understood from the biodiversity point of view. The biodiversity is represented by three harvesting scenarios S-, Co-, and C-. Interestingly, the results of these scenarios do not have to necessarily lead to low harvesting rates, as shown in *Co-Scenarios* and some *S-Scenarios*. When combined with the aspect of the maximum harvested volume, these three scenarios lead to very satisfactory rates of harvesting, even reaching the maximum feasible amount of harvested volume. This proves the fact that when the maximization of harvested volume is desired, it is not necessary to ignore biodiversity aspects. From the presented analysis, it can be concluded that taking biodiversity aspects into consideration can help the forest grow in an ecologically intense way while it does not affect the final harvested volume.

However initial spatial and age structure affect significantly the final harvested volume as was presented.

Acknowledgments This research was supported by the project of the National Agency for Agriculture Research (No. QJ1320230) and the Internal Grant Agency of Faculty of Forestry and Wood Sciences Czech University of Life Sciences in Prague (No. B0114).

References

- Aouni B, Kettani O (2001) Goal programming model: a glorious history and a promising future. *Eur J Oper Res* 133:225–231. doi:[10.1016/S0377-2217\(00\)00294-0](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(00)00294-0)
- Baskent EZ (1999) Controlling spatial structure of forested landscapes: a case study towards landscape management. *Landsc Ecol* 14:83–97. doi:[10.1023/A:1008071307848](https://doi.org/10.1023/A:1008071307848)
- Baskent EZ, Jordan GA (1995) Characterizing spatial structure of forest landscapes. *Can J For Res* 25:1830–1849. doi:[10.1139/x95-198](https://doi.org/10.1139/x95-198)
- Baskent EZ, Jordan GA (1996) Designing forest management to control spatial structure of landscapes. *Landsc Urban Plan* 34:55–74. doi:[10.1016/0169-2046\(95\)00200-6](https://doi.org/10.1016/0169-2046(95)00200-6)
- Bertomeu M, Romero C (2001) Managing forest biodiversity: a zero-one goal programming approach. *Agr Syst* 68:197–213. doi:[10.1016/S0308-521X\(01\)00007-5](https://doi.org/10.1016/S0308-521X(01)00007-5)
- Bettinger P, Boston K, Siry JP, Grebner DL (2009) *Forest management and planning*. Elsevier Inc, Atlanta
- Bunnell FL, Huggard DJ (1999) Biodiversity across spatial and temporal scales: problems and opportunities. *For Ecol Manag* 115:113–126. doi:[10.1016/s0378-1127\(98\)00392-2](https://doi.org/10.1016/s0378-1127(98)00392-2)
- Cerny M, Parez J, Malik Z (1996) Yields and enumeration tables for the main tree species (spruce, pine, beech, oak). The Institute for Forest Ecosystem Research, Jilové u Prahy
- Clemens MA, ReVelle CS, Williams JC (1999) Reserve design for species preservation. *Eur J Oper Res* 112:273–283. doi:[10.1016/s0377-2217\(98\)00157-X](https://doi.org/10.1016/s0377-2217(98)00157-X)
- Coops NC, Gillanders SN, Wulder MA, Gergel SE, Nelson T, Goodwin NR (2010) Assessing changes in forest fragmentation following infestation using time series Landsat imagery. *For Ecol Manag* 259:2355–2365. doi:[10.1016/j.foreco.2010.03.008](https://doi.org/10.1016/j.foreco.2010.03.008)
- Crowe K, Nelson J, Boyland M (2003) Solving the area-restricted harvest-scheduling model using the branch and bound algorithm. *Can J For Res* 33:1804–1814. doi:[10.1139/X03-101](https://doi.org/10.1139/X03-101)
- Das JK, Nautiyal JC (2004) Forest variability index: a vector quantifying forest stand diversity and forest compactness. *For Policy Econ* 6:271–288. doi:[10.1016/j.forpol.2004.03.003](https://doi.org/10.1016/j.forpol.2004.03.003)
- Davis LS, Johnson KN, Bettinger P, Howard TE (2001) *Forest management: to sustain ecological, economic, and social values*. McGraw-Hill Higher Education, New York
- de Oliveira F, Volpi NMP, Sanquetta CR (2003) Goal programming in a planning problem. *Appl Math Comput* 140:165–178
- Diaz-Balteiro L, Romero C (2003) Forest management optimisation models when carbon captured is considered: a goal programming approach. *For Ecol Manag* 174:447–457. doi:[10.1016/S0378-1127\(02\)00075-0](https://doi.org/10.1016/S0378-1127(02)00075-0)
- Diaz-Balteiro L, Romero C (2004) Sustainability of forest management plans: a discrete goal programming approach. *J Environ Manag* 71:351–359. doi:[10.1016/j.jenvman.2004.04.001](https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2004.04.001)
- Dore T, Makowski D, Malezieux E, Munier-Jolain N, Tchamitchian M, Titttonell P (2011) Facing up to the paradigm of ecological intensification in agronomy: revisiting methods, concepts and knowledge. *Eur J Agron* 34:197–210. doi:[10.1016/j.eja.2011.02.006](https://doi.org/10.1016/j.eja.2011.02.006)
- Echeverria C, Newton AC, Lara A, Benayas JMR, Coomes DA (2007) Impacts of forest fragmentation on species composition and forest structure in the temperate landscape of southern Chile. *Glob Ecol Biogeogr* 16:426–439. doi:[10.1111/j.1466-8238.2007.00311.x](https://doi.org/10.1111/j.1466-8238.2007.00311.x)
- ESRI (2014) *ArcGis Desktop Reference Manual*. In
- Fahrig L (1992) Relative importance of spatial and temporal scales in a patchy environment. *Theor Popul Biol* 41:300–314. doi:[10.1016/0040-5809\(92\)90031-N](https://doi.org/10.1016/0040-5809(92)90031-N)
- Fahrig L (2001) How much habitat is enough? *Biol Conserv* 100:65–74
- FAO (2009) *Glossary on organic agriculture*. FAO, Rome
- Franklin J (1993) Preserving biodiversity—species, ecosystems, or landscapes? *Ecol Appl* 3:202–205. doi:[10.2307/1941820](https://doi.org/10.2307/1941820)
- Gonzalez J, Palahi M, Pukkala T (2005) Integrating fire risk considerations in forest management planning in Spain—a landscape level perspective. *Landsc Ecol* 20:957–970. doi:[10.1007/s10980-005-5388-8](https://doi.org/10.1007/s10980-005-5388-8)
- Gurobi Optimization (2014) *Gurobi Optimizer Reference Manual*. In
- He HS, DeZonia BE, Mladenoff DJ (2000) An aggregation index (AI) to quantify spatial patterns of landscapes. *Landsc Ecol* 15:591–601. doi:[10.1023/A:1008102521322](https://doi.org/10.1023/A:1008102521322)
- Hernandez-Stefanoni JL (2006) The role of landscape patterns of habitat types on plant species diversity of a tropical forest in Mexico. *Biodivers Conserv* 15:1441–1457. doi:[10.1007/s10531-005-0598-6](https://doi.org/10.1007/s10531-005-0598-6)
- Hlasny T, Matyas C, Seidl R, Kulla L, Merganicová K, Trombik J, Dobor L, Barcza Z (2014) Climate change increases the drought risk in Central European forests: what are the options for adaptation. *For J* 60:81–87. doi:[10.2478/forj-2014-0001](https://doi.org/10.2478/forj-2014-0001)
- Hunter M, Schmiegelow F (2011) *Wildlife, forests, and forestry principles of managing forests for biological diversity*, 2nd edn. Prentice Hall, Upper saddle River
- Konoshima M, Marušák R, Yoshimoto A (2011) Spatially constraints harvest scheduling for strip allocation under Moore and Neumann neighbourhood adjacency. *J For Sci* 57:70–77
- Martins I, Ye MJ, Constantino M, Fonseca MD, Cadima J (2014) Modeling target volume flows in forest harvest scheduling subject to maximum area restrictions. *Top* 22:343–346. doi:[10.1007/s11750-012-0260-x](https://doi.org/10.1007/s11750-012-0260-x)
- McCarl BA, Spreen TH (2011) *Applied mathematical programming using algebraic systems*. Texas A&M University, Texas
- Murray AT (1999) Spatial restrictions in harvest scheduling. *For Sci* 45:45–52
- Ohman K (2000) Creating continuous areas of old forest in long-term forest planning. *Can J For Res* 30:1817–1823. doi:[10.1139/cjfr-30-11-1817](https://doi.org/10.1139/cjfr-30-11-1817)
- Ohman K, Eriksson LO (1998) The core area concept in forming contiguous areas for long-term forest planning. *Can J For Res* 28:1032–1039. doi:[10.1139/cjfr-28-7-1032](https://doi.org/10.1139/cjfr-28-7-1032)
- Ohman K, Lamas T (2003) Clustering of harvest activities in multi-objective long-term forest planning. *For Ecol Manag* 176:161–171. doi:[10.1016/S0378-1127\(02\)00293-1](https://doi.org/10.1016/S0378-1127(02)00293-1)
- Ohman K, Lamas T (2005) Reducing forest fragmentation in long-term forest planning by using the shape index. *For Ecol Manag* 212:346–357. doi:[10.1016/j.foreco.2005.03.059](https://doi.org/10.1016/j.foreco.2005.03.059)
- Ohman K, Wikstrom P (2008) Incorporating aspects of habitat fragmentation into long-term forest planning using mixed integer programming. *For Ecol Manag* 255:440–446. doi:[10.1016/j.foreco.2007.09.033](https://doi.org/10.1016/j.foreco.2007.09.033)
- Ripple WJ, Bradshaw GA, Spies TA (1991) Measuring forest landscape patterns in the Cascade Range of Oregon, USA. *Biol Conserv* 57:73–88. doi:[10.1016/0006-3207\(91\)90108-1](https://doi.org/10.1016/0006-3207(91)90108-1)
- Rutledge D (2003) *Landscape indices as measures of the effects of fragmentation: can pattern reflect process?*. DOC Sciences Internal Series, Wellington

- Schumaker NH (1996) Using landscape indices to predict habitat connectivity. *Ecology* 77:1210–1225. doi:[10.2307/2265590](https://doi.org/10.2307/2265590)
- Soga M, Koike S (2012) Relative importance of quantity, quality and isolation of patches for butterfly diversity in fragmented urban forests. *Ecol Res* 27:265–271. doi:[10.1007/s11284-011-0896-2](https://doi.org/10.1007/s11284-011-0896-2)
- The MathWorks Inc (2012) MATLAB and Statistics Toolbox Release 2012b. The MathWorks Inc, Natick
- Turner MG, Costanza R, Sklar FH, Oh HS, Kim DH, Openshaw S, Florax RHGM, Graaff TD (1989) Methods to evaluate the performance of spatial simulation-models. *Ecol Model* 48:1–18. doi:[10.1016/0304-3800\(89\)90057-4](https://doi.org/10.1016/0304-3800(89)90057-4)
- Williams JC, ReVelle CS (1996) A 0-1 programming approach to delineating protected reserves. *Environ Plan B* 23:607–624. doi:[10.1068/b230607](https://doi.org/10.1068/b230607)
- Williams JC, ReVelle CS (1998) Reserve assemblage of critical areas: a zero-one programming approach. *Eur J Oper Res* 104:497–509. doi:[10.1016/S0377-2217\(97\)00017-9](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(97)00017-9)
- Wilson JD, Anderson R, Bailey S, Chetcuti J, Cowie NR, Hancock MH, Quine CP, Russell N, Stephen L, Thompson DBA (2014) Modelling edge effects of mature forest plantations on peatland waders informs landscape-scale conservation. *J Appl Ecol* 51:204–213. doi:[10.1111/1365-2664.12173](https://doi.org/10.1111/1365-2664.12173)
- Woolsey TS Jr (1922) American forest regulation. Chapman and Hall Ltd., London
- Yamaura Y, Kawahara T, Iida S, Ozaki K (2008) relative importance of the area and shape of patches to the diversity of multiple taxa. *Conserv Biol* 22:1513–1522. doi:[10.1111/j.1523-1739.2008.01024.x](https://doi.org/10.1111/j.1523-1739.2008.01024.x)
- Yoshimoto A, Brodie JD (1994) Comparative-analysis of algorithms to generate adjacency constraints. *Can J For Res* 24:1277–1288. doi:[10.1139/x94-167](https://doi.org/10.1139/x94-167)
- Zeng HC, Peltola H, Talkkari A, Venalainen A, Strandman H, Kellomaki S, Wang KY (2004) Influence of clear-cutting on the risk of wind damage at forest edges. *For Ecol Manag* 203:77–88. doi:[10.1016/j.foreco.2004.07.057](https://doi.org/10.1016/j.foreco.2004.07.057)
- Zeng HC, Pukkala T, Peltola H (2007) The use of heuristic optimization in risk management of wind damage in forest planning. *For Ecol Manag* 241:189–199. doi:[10.1016/j.foreco.2007.01.016](https://doi.org/10.1016/j.foreco.2007.01.016)
- Zeng HC, Peltola H, Vaisanen H, Kellomaki S (2009) The effects of fragmentation on the susceptibility of a boreal forest ecosystem to wind damage. *For Ecol Manag* 257:1165–1173. doi:[10.1016/j.foreco.2008.12.003](https://doi.org/10.1016/j.foreco.2008.12.003)

8.4 Implementace vybraných modelů a metod do vlastního DSS

Využití uvedených metod a postupů prostorového plánování těžeb by bylo prakticky nemožné bez počítačové podpory. V České republice je DSS pro prostorové plánování mýtních těžeb vyvíjen v současnosti na Katedře hospodářské úpravy lesů Fakulty lesnické a dřevařské ČZU v Praze. Předkládaná disertační práce měla také za cíl (dílčí cíl 4) implementovat vybrané modely do tohoto vyvíjeného systému. V současnosti jsou v ČR také dostupné tři certifikované metodiky zabývající se přípravou dat a přípravou modelů pro prostorovou optimalizaci (Marušák, Kašpar 2014a; Marušák, Kašpar 2014b; Marušák, Kašpar 2014c). Pro splnění dílčího cíle 4 byla použita data referenčního LHC 3. Dílčí modely a výsledky jsou prezentovány dále. Naplnění dílčího cíle 4 bylo splněno příloženými publikacemi:

Marušák, R., Kašpar, J., Vopěnka, P. 2015. Decision support system (DSS) Optimal – A case study from the Czech Republic. *Forests*, 6, 163–182. doi:10.3390/f6 010163.

Vopěnka, P., Kašpar, J., Marušák, R. 2015. GIS tool for optimization of forest harvest-scheduling. *Computers and Electronics in Agriculture*, 113, 254–259.

Article

Decision Support Systems (DSS) Optimal—A Case Study from the Czech Republic

Robert Marušák *, Jan Kašpar and Petr Vopěnka

Faculty of Forestry and Wood Sciences, Czech University of Life Sciences Prague, Kamýcká 129, Praha 6 Suchbátka 165 21, Czech Republic; E-Mails: kasparj@fld.czu.cz (J.K.); vopenka@fld.czu.cz (P.V.)

* Author to whom correspondence should be addressed; E-Mail: marusak@fld.czu.cz; Tel.: +420-22438-3712.

Academic Editor: Harald Vacik

Received: 7 November 2014 / Accepted: 24 December 2014 / Published: 8 January 2015

Abstract: Forest managers have traditionally planned harvests using their expert knowledge. This applies mainly to the spatial distribution of harvest units. The amount of timber to be harvested is regulated by market demand. In addition to forest managers' expert knowledge, there is a set of rules, which can be automatized. Computerized harvest planning will lead not only to saving time of forest managers, but it will also enable them to explore various scenarios in a matter of minutes. We introduce *Optimal*—GIS tool for spatial and temporal decisions of harvest scheduling. *Optimal* allows creating new harvest units, which reflects the forestry act and/or forest managers' requirements. *Optimal* includes necessary tools for automatic controlling of harvest unit parameters. It allows alternative harvest scheduling, while taking into account different constraints. *Optimal* is a decision Support System designed and applied for clear-cut and shelterwood silvicultural systems with respect to the environmental and economic constraints.

Keywords: harvest scheduling; model; decision support systems (DSS)

1. Introduction

Since the 18th century, a number of different methods have been developed for organizing forest production with the even flow requirements in Europe [1]. The concept of the ideal normal even-aged

forest [2] is used in most cases. However, its application in practical forestry is problematic because of nature disturbances, which will potentially increase due to the climate change [3]. Even so, the timber indicators used in many central European countries are derived from the concept of the normal even-aged forest. However, a regulated forest with a balanced and regulated age-class distribution is not only difficult to achieve, but also undesirable for long-term forest stability. The disadvantages associated with the use of these indicators in Central Europe have been outlined in previous publications [4–6].

For the reasons mentioned, there is an increasing need to analyze the development of spatial structure because without the spatial aspect, it is impossible to maintain environmental, social and other aspects of forest management [7]. Methods of operational research in conjunction with modern information technology and geographic information systems (GIS) can be used to create endogenous scheduling model [8] and a new type of forest management plans that consider spatial structure. What makes spatial forest-management plans different from conventional plans is the proposal of size, shape and position of the forest harvest units in the forest management area. Decision support systems (DSS) can be helpful tools for forest managers to take into account all spatial restrictions of management in forests.

There are two timber-harvesting indicators for harvest scheduling in Czech Republic that are implemented in Czech forestry legislation. These express the maximum possible final cut. One of them is known as the cutting percentage (hereafter referred to as CP) and it determines the percentage of harvest for each mature age class depending on rotation and regeneration period. According to this, CP ranges from 4% to 100%. The final cut by CP is calculated by multiplying the CP value (4%–100%) by the volume of age class [6,9]. These percentages used for CP were derived from the normal forest, as described in [2]. In addition, the CP indicator is static, incorporating planning for one decade only, without the option to account for harvesting possibilities over a longer time period and does not consider the spatial possibilities of harvesting. This results in strongly uneven, decadal harvests for the whole forest management area (FMA). Important social and political changes after 1989 in Czech Republic lead to new harvest scheduling possibilities. Unfortunately, there are few previous studies detailing new approaches of spatial harvest scheduling applied in Czech and Slovak Republic [4,10] as there are laws restricting clear-cut management systems. It is necessary to analyze the number of existing harvest approaches and models to find new techniques that comply with all social and political requirements.

Initially, it is important to analyze which type of harvest scheduling endogenous model is suitable for the conditions of Czech Republic. The predefined harvest units, expressed in unit-restricted models (URM), can cause large differences in harvested volume between planning periods [11] and low values of objective function [12]. Although the area restricted models (ARM) [12–15] appears more suitable for these reasons, their application for clear cut management system for the conditions of Czech Republic is problematic, as not only is the area of clear cut limited, but also the shape (width and length) of clear cut is limited.

It is also necessary to define scheduling goals. The main goal is to maximize wood production in commercial forests. This goal is often expressed by the maximum net present value of harvested volume (see for example [12,16,17]). An alternative way to express wood production maximization is simply by maximizing harvested volume. This is the simplest way to formulate the objective however harvest scheduling models with this type of objective formulation do not include the uncertainty of fluctuations in the timber markets which is the one of the most prominent sources of risk and uncertainty in forest

management [18]. However, approaches exist that can incorporate windows of uncertainty into the optimization model [19,20].

There are a number of other management goals or criteria that can be included in the models and as a consequence forest planning is very complex. In addition to the economic issue, there are two more particular issues; environmental and social [21]. The environmental issue (including biodiversity and nature conservation, carbon sequestrations, *etc.*) has already been included in many previous models (see for example [2,7,17,22,23] and references therein). However, there are fewer studies about social issues such as recreational function [24]. Further, many different law restrictions exist which are extremely variable from country to country.

Forest management is a complex problem as there are a number of management goals, requirements and restrictions to comply to. As a consequence there is the need to develop new decision support systems (DSS) which can be much more helpful in aiding forest manager in making the best decisions. A good overview and description of most of the available decision support systems in the world is presented on the website ForestDSS CoP [25].

The goal of this paper is to present the basic version of DSS *Optimal* (hereafter referred to as *Optimal*) for spatial harvest scheduling and its advantages compared to CP timber indicator, which is still used in the Czech Republic. Some of possibilities of DSS *Optimal* will be presented and discussed for the case of real forest management area in the Czech Republic.

2. Material and Methods

2.1. DSS *Optimal*

Optimal is intended to compare with conventional timber indicators that exist in Czech Republic for example, CP. From this reason, only one objective function (harvested volume maximization) is included in the model as the harvest cost and other objectives cannot be included in the CP calculation.

There are different characteristics which can be used for DSS description [26]: Temporal scale; Spatial context; Spatial scale; Decision-making dimension; Objective dimension; and goods and services dimension. *Optimal* is useful for tactical forest planning [2]. There are quite strict restrictions for so called green-up constraints in the Czech Republic (and other central European countries) and it is not possible to schedule harvesting without considering neighborhood relations. *Optimal* is developed for stand level harvesting and its purpose is for a single decision-maker as *Optimal* has a single objective dimension. Finally, *Optimal* is oriented for market wood production.

Optimal is an ArcGIS extension, which is being developed to support clear-cut and shelterwood forest management in central Europe. According to Borges *et al.* [26], *Optimal* has all the main components of DSS including: the database management system—it is possible to use all databases supported by ArcGIS software; the model base management system—the growth model based on [27] was used for growth prediction; and methods base management system—integer optimization model is used for spatial harvest schedule. This model works with the harvested volume maximization such as the objective of the model. Additionally, there are adjacency constraints, which are derived according to [28] and the constraints regarding harvest flow over the planning horizon. The harvest flow constraints are

defined by different harvest volumes between consecutive periods, such as [22]. The logical structure of *Optimal* is presented in Figure 1. For the detailed mathematical formulation of the model, see Appendix.

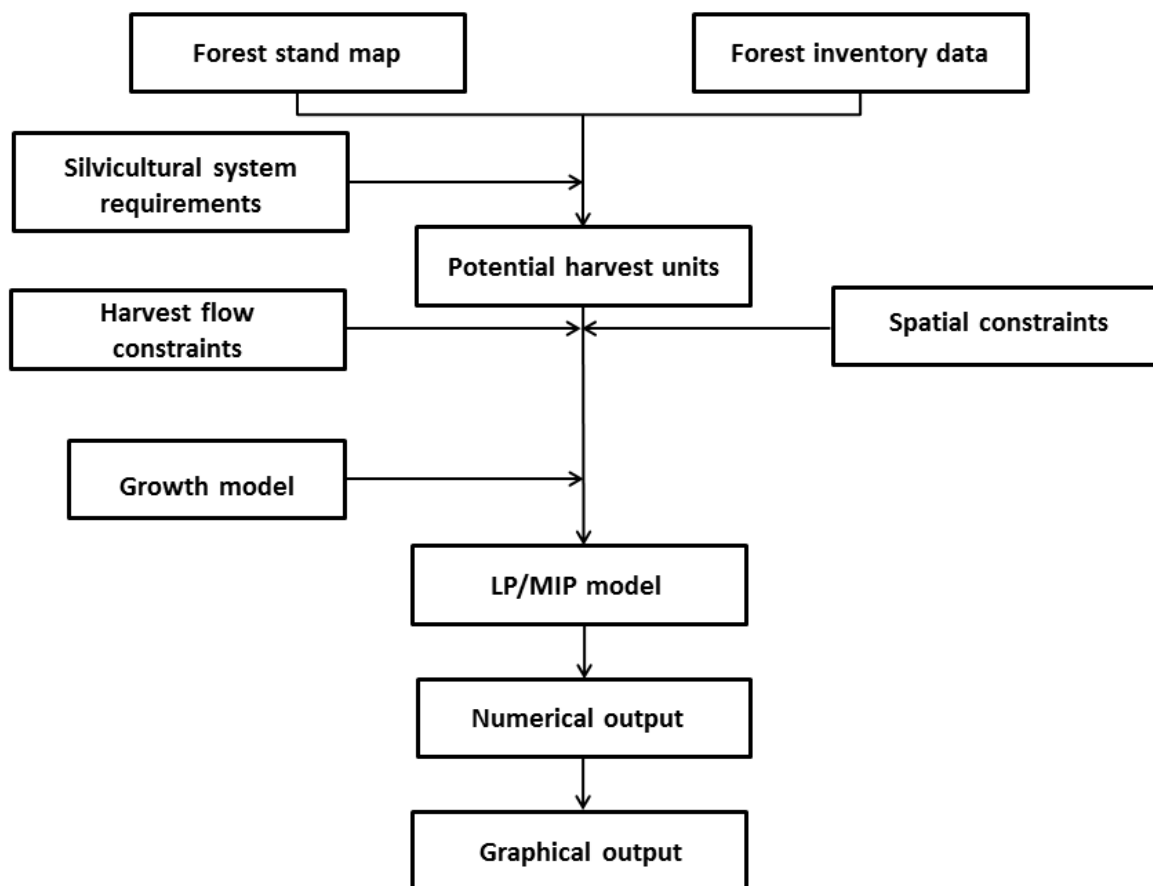


Figure 1. The logical structure of *Optimal*.

The description of *Optimal* can be divided into two parts: GIS and Solver. The GIS part is fully processed in ArcGIS framework, some original ArcGIS functions are used and functions have been added. The GIS part of *Optimal* provides the loading and displays the forest management data, sets the parameters of optimization, edit the new harvest units and creates the adjacency matrix. After simple installation, the toolbar (Figure 2) can be displayed in the ArcGIS framework. This toolbar includes all necessary components for harvest scheduling by *Optimal*.

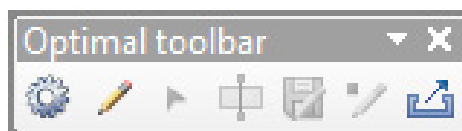


Figure 2. The *Optimal* toolbar.

The first button is for the parameter setting, such as minimum and maximum harvest units’ width and area. The next five buttons are for the cutting and editing process. The set parameters of harvest units are automatically checked by the system. The automatic checking of new harvest units is shown in the Figure 3 for the example of too narrow harvest unit.

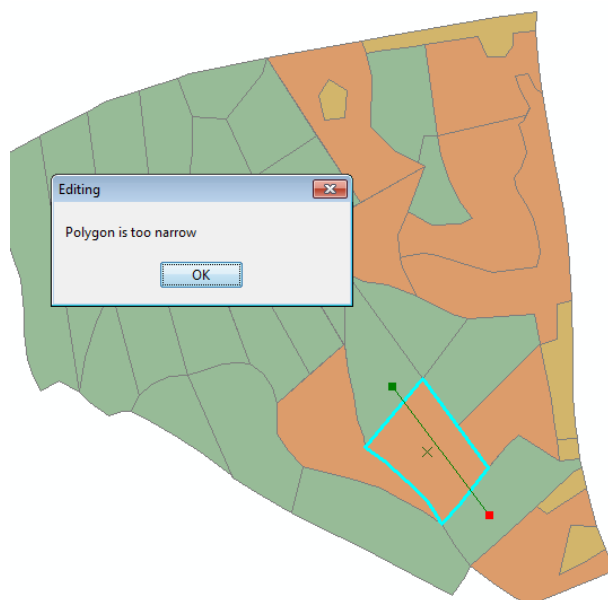


Figure 3. An example of the automatic checking process.

The last button is to start the Solver. The optimization package Gurobi [29] is used as a solver for the defined optimization model. It is directly linked to *Optimal* through Java API. The Java code for transferring the data from the GIS part of *Optimal* to solver and back to the results display is presented in Appendix.

The results of the harvest optimization model are displayed for users in three ways. First, after finishing the optimization, the summary results are displayed (Figure 4).

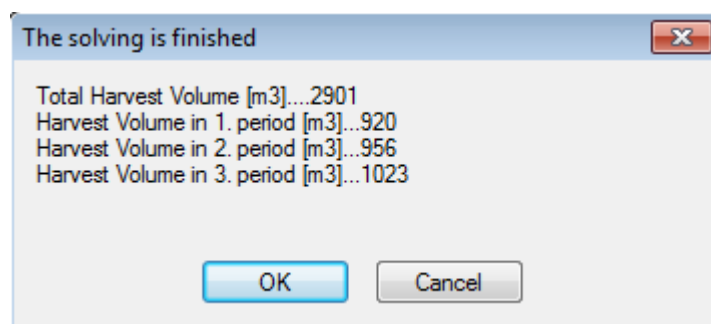


Figure 4. The summary results.

Secondly, the results are displayed in the graphical format as shown in Results and Discussion part (Figure 9) and finally, the new attribute column is added to the attribute table of input shapefiles during the solution. Each harvest units is identified by a number (from 0 to n), indicating the period in which the unit is designed for harvesting. 0 means not harvest and 1 means to harvest in the 1st period, *etc.*

The main difference between *Optimal* and other available DSS, is the possibility to create new harvest units and edit them according to *a priori* set of parameters. It is an important part of *Optimal* because it is necessary to divide each forest stand into the harvest units, which are exactly defined by the Czech Forestry Act. The maximal area of a harvest unit is one hectare in most cases, two hectares in special cases, and the maximal width of one harvest unit has to be equal or less than double of the mean height

of surrounding forest stands. The *Optimal* includes necessary tools for automatic controlling of mentioned parameters. Further, the potential harvest unit can be located in the minimal distance of one mean height of surrounding forest stand from any unit harvested in the same planning period. *Optimal* allows alternative scheduling while taking into account different constraints.

2.2. Case Study

Optimal is presented for the case of real FMA (Figure 5). The presented FMA has 494.8 hectares with Norway spruce (*Picea abies* L. Karst.) the predominant tree species in 342 of 425 forest stands (456 hectares; 92% from total area of FMA). The presented FMA is an average FMA of the Czech Republic in terms of its area, altitude (around 400 m), geology, and soil properties. For this FMA, alternative harvest schedule for 3 planning periods (each 10 years long) was created. This length of one planning period corresponds with traditional planning horizons used in the Czech Republic.

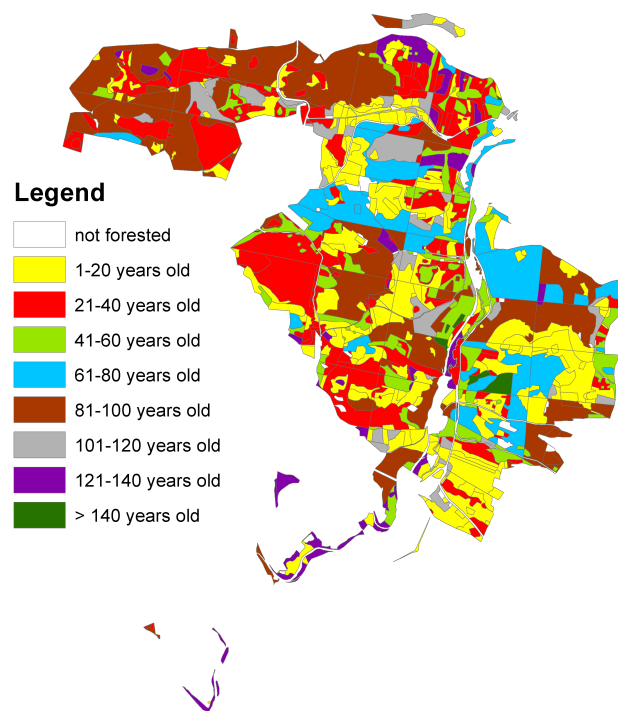


Figure 5. The forest stands map with colored age classes (20 years age class intervals).

A database of FMA includes information about each forest stand such as area, tree species composition, site index, age, regeneration period and rotation age. The average rotation age is 110 years and regeneration period is 30 years. All forest stands with an age older than their rotation age minus $\frac{1}{2}$ the length of the regeneration periods were selected from the database. These forest stands could be potentially harvested in the 1st planning period. The forest stands for harvesting in 2nd and 3rd periods were selected similarly (age + 10 years; resp. + 20 years is higher than the rotation age minus $\frac{1}{2}$ of length of the regeneration period).

It is obvious from Figure 6 that the real areas of 10-years age classes are quite different from the regulated areas of age classes, which is derived according to the mean rotation and regeneration period

for the whole FMA [9]. It could be expected that allowable cut indicators based on the model of normal forest cannot provide a good harvest schedule.

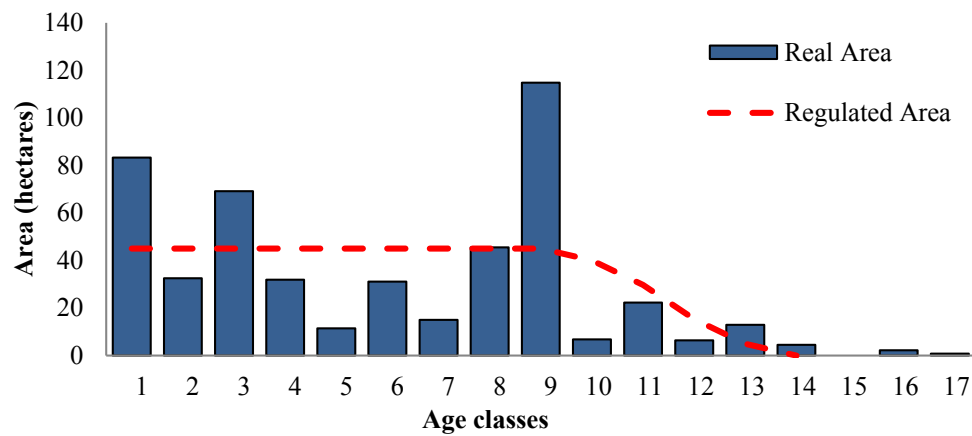


Figure 6. The real and regulated areas of 10-years age classes for FMA (forest management area).

All the selected forest stands were divided into the potential harvest units by using the Editing Tool of *Optimal* (Figure 7). The maximal width of clear-cut (50 m), the minimal width of clear cut (25 m) and the maximal area of clear cut (1 hectare) were defined.

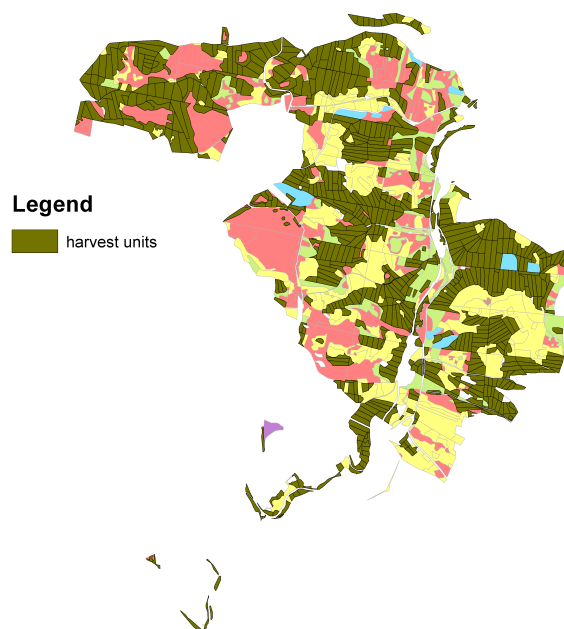


Figure 7. The potential harvest units for 3 planning periods.

The spatial harvest-scheduling tool *Optimal* includes adjacency constraints and harvest-flow constraints. Further, it is possible to choose between Moore and Neumann neighborhoods [10] and set the allowable gap tolerance accordingly.

Different variants of scheduling problem for presented FMA were calculated to compare with the conventional approach, CP. The variant AdC includes only adjacency constraints. The variant HfC

includes only harvest-flow constraints and the variant ComP includes both the adjacency and harvest-flow constraints. The sub-variants of variant HfC were calculated according to the harvest flow (from 1% to 60%) between the consecutive periods. The variants ComP and AdC were divided into two groups according to the Neumann (assigned as ComP-N and AdC-N) and Moore neighborhoods (ComP-M and AdC-M). As computational time is a limiting factor when using the optimization model, gap tolerance was also analyzed. Different gap tolerances (1.00×10^{-4} , 1.00×10^{-3} , 1.00×10^{-2} , and 1.00×10^{-1}) were used to calculate sub-variants of ComP-N; AdC-N; ComP-M and AdC-M. For variants ComP-N and ComP-M, different harvest flow (10%, 20% and 30%) was also calculated.

3. Results and Discussion

The 777 harvest units for clear-cut management system were edited for the purpose of the presented case study. The mean area of one harvest unit is 0.30 hectares, the maximum is 1.52 hectares and the minimum is 0.1 hectares. The average number of neighbors is 2 in the case of Neumann neighborhood and 5 in the case of Moore neighborhood. The planning horizon was defined for three periods at ten-year intervals.

The results of all evaluated variants and conventional scheduling problems are presented in Tables 1–4. For the resulting age structure dominated by the 8th and 9th age classes, the final cuts are rising in each period. The percentage differences between consecutive periods are small despite that CP does not include any type of harvest-flow constraints (increase of 2.4% in the second period compared to the first period; and 13.3% in the third period compared to the second period). However, the spatial aspect is missing, which means it could not be implemented in practice as adjacency constraints will not allow cutting more than presented in Tables 2 and 3.

Table 1. The scheduled total amount of harvest and individual harvests for three planning periods for CP (cutting percentage).

Total Harvested Amount (m ³)	Harvest in 1st Period (m ³)	Harvest in 2nd Period (m ³)	Harvest in 3rd Period (m ³)
102,032	31,824	32,598	37,610

It is obvious that when incorporating any type of adjacency constraints into the model, it is almost impossible to achieve the amount of harvest wood suggested by CP. Only sub-variants of ComP-N (Table 3) with 20% and 30% harvest flow are higher than the harvested amount suggested by CP. For the case of ComP-N variants, the total harvested area can be greater than the suggested CP as the total harvested units can be distributed over the FMA. Similar results were achieved by [30]. Although it is not possible to use the Neumann neighborhood constraints in any clear-cut harvest-scheduling model in the Czech Republic because of the Czech Forestry Act, they could be applied in the case of shelterwood management system.

It is shown that the elapsed time of solver depends on the gap tolerance. These results were expected because when gap tolerance is high then the solution is reached sooner. It seems that the elapsed time of solver also depends on the percentage of harvest flow for the same reason, as there are more possibilities how the harvested units can be distributed over the FMA. There are studies comparing the time and computational efficiency of different type of adjacency constraints [31,32], but unfortunately there

were no studies, which could confirm this fact. Only a small number of authors (e.g., [22]) indicate that it is more time-consuming to solve the problem with the harvest flow constraints than with the adjacency constraints.

Table 2. The harvest schedule for three planning periods for different sub-variants of ComP-M according to harvest flow and gap tolerance.

Gap tolerance	Resulted gap	Total harvested amount (m ³)	Harvest in 1st period (m ³)	Harvest in 2nd period (m ³)	Harvest in 3rd period (m ³)	Elapsed time of solver (s)	Elapsed time of <i>Optimal</i> (s)
The harvest flow difference 10%							
1.00×10^{-4}	0.0022%	80,157	24,217	26,638	29,302	0.45	242
1.00×10^{-3}	0.0517%	80,157	24,217	26,638	29,302	0.40	230
1.00×10^{-2}	0.7606%	79,701	24,101	26,450	29,150	0.34	230
1.00×10^{-1}	7.8183%	76,182	23,016	25,317	27,849	0.25	233
The harvest flow difference 20%							
1.00×10^{-4}	0.0036%	88,051	24,183	29,031	34,837	1.57	236
1.00×10^{-3}	0.0562%	88,029	24,193	29,018	34,818	0.55	235
1.00×10^{-2}	0.5092%	87,910	24,154	28,980	34,776	0.41	245
1.00×10^{-1}	9.1537%	82,753	22,737	27,280	32,736	0.27	232
The harvest flow difference 30%							
1.00×10^{-4}	0.0007%	91,216	22,867	29,722	38,627	2.24	244
1.00×10^{-3}	0.0530%	91,216	22,870	29,724	38,622	1.97	239
1.00×10^{-2}	0.6636%	91,108	22,877	29,674	38,557	0.50	240
1.00×10^{-1}	9.6607%	87,141	21,882	28,375	36,884	0.21	234

Table 3. The harvest schedule for three planning periods for different sub-variants of ComP-N according to gap tolerance.

Gap tolerance	Resulted gap	Total harvested amount (m ³)	Harvest in 1st period (m ³)	Harvest in 2nd period (m ³)	Harvest in 3rd period (m ³)	Elapsed time of solver (s)	Elapsed time of <i>Optimal</i> (s)
The harvest flow difference 10%							
1.00×10^{-4}	0.0089%	94,782	28,635	31,499	34,648	0.42	2557
1.00×10^{-3}	0.0298%	94,778	28,635	31,497	34,646	0.36	2470
1.00×10^{-2}	0.8973%	94,309	28,494	31,341	34,474	0.27	2677
1.00×10^{-1}	8.9499%	92,202	27,856	30,641	33,705	0.18	2531
The harvest flow difference 20%							
1.00×10^{-4}	0.0097%	104,231	28,635	34,362	41,234	0.58	2581
1.00×10^{-3}	0.0097%	104,231	28,635	34,362	41,234	0.59	2624
1.00×10^{-2}	0.8624%	103,384	28,404	34,082	40,898	0.49	2560
1.00×10^{-1}	5.4827%	99,665	27,382	32,856	39,427	0.28	2591
The harvest flow difference 30%							
1.00×10^{-4}	0.0015%	108,675	27,239	35,408	46,028	7.68	2613
1.00×10^{-3}	0.0948%	108,675	27,239	35,408	46,028	3.76	2634
1.00×10^{-2}	0.5647%	108,436	27,188	35,330	45,918	0.53	2547
1.00×10^{-1}	7.9413%	103,564	26,112	33,676	43,776	0.18	2841

Table 4. The harvest schedule for HfC (harvest-flow constraints) variant for 10%, 20% and 30% harvest flow and 1.00×10^{-4} gap tolerance.

Harvest Flow Difference	Total Harvested Volume (m ³)	Harvest in 1st Period (m ³)	Harvest in 2nd Period (m ³)	Harvest in 3rd Period (m ³)
10%	136,326	41,190	45,303	49,833
20%	136,827	37,612	45,098	54,117
30%	137,260	34,440	44,705	58,115

The time differences between sub-variants are not important from practical point of view. But, there are more important time differences between the sub-variants of ComP-M and sub-variants of ComP-N (Tables 2 and 3). The elapsed time needed for the whole process of creating the adjacency matrix under Neumann constraints, forming and solving the model, is approximately 10 times longer. This is connected with the actual algorithms to search for neighbors and it can be marked as a critical point of *Optimal*. The results confirm that increased computing speeds and improved commercial solvers and accepting unlimited number of constraints by solvers of course enable the ability to solve increasingly larger real problems [12]. However, there are so many factors, such as spatial structure, planning horizon length, type of harvest scheduling model and also the age structure of forest [31], which affect the solution time and efficiency.

The Table 4 presents harvest schedule for HfC variant for 10%, 20% and 30% harvest flow and 1.00×10^{-4} gap tolerance. These results are unrealistic because necessary adjacency constraints are missing; however the results show that adjacency constraints (spatial structure respectively) have significant effect on the total harvested volume. The total harvested volume suggested by different HfC sub-variants is from 50% to 70% higher than comparable total harvested volume suggested by different ComP-M sub-variants, which are the most realistic given the conditions of the Czech Republic. Furthermore, it seems that adjacency constraints have greater effect on the total harvested volume than harvest flow constraints. As is shown in Table 5, the total harvest volume over three planning periods does not increase as much with increasing harvest flow difference such as in the case of ComP-M and ComP-N variants. The significance of adjacency constraints is confirmed once more by the total harvest volume suggested by AdC-M variant and AdC-N variant (Table 5). The adjacency restrictions are less strict in the case of AdC-N variant and the total harvested volume is consequently higher than in the case of AdC-M variant.

Table 5. The harvest schedule for AdC-M and AdC-N variants for 1.00×10^{-4} gap tolerance.

	Total Harvested Amount (m ³)	Harvest in 1st Period (m ³)	Harvest in 2nd Period (m ³)	Harvest in 3rd Period (m ³)
AdC-M	92,806	12,083	29,799	50,204
AdC-N	110,200	8,111	34,568	67,521

The presented options of harvest flow constraints could result in lower remaining total FMA volume at the end of the planning horizon because a limit, not to harvest all the harvest units such as valuation of ending inventory stand volume, is missing [32]. This means that for the harvest flow constraints presented, harvest sustainability is not guaranteed for a longer planning horizon. Harvest flow constraints need to be revised in the optimization models, or more planning periods should be scheduled. In addition,

when adjacency constraints are included, there are many harvest units without harvesting and it is possible to identify them for harvesting in subsequent, potential planning periods. Further, the next potential harvest units should be created for the next potential planning periods because of their different age, rotation age and regeneration period.

Another possibility on how DSS *Optimal* can be beneficial and helpful for decision-making in forest management is presented in Figure 8. It shows that with increasing harvest flow, the total harvested volume also increases. However, this progress is quite small, from 25% of harvest flow, and the change in total harvested volume is insignificant from a practical point of view. Forest managers should choose between perfect harvest flow and harvested volume maximization in the real planning situation. However, with the presented information, forest managers can expect that the next increasing harvest flow has no effect on harvested volume maximization.

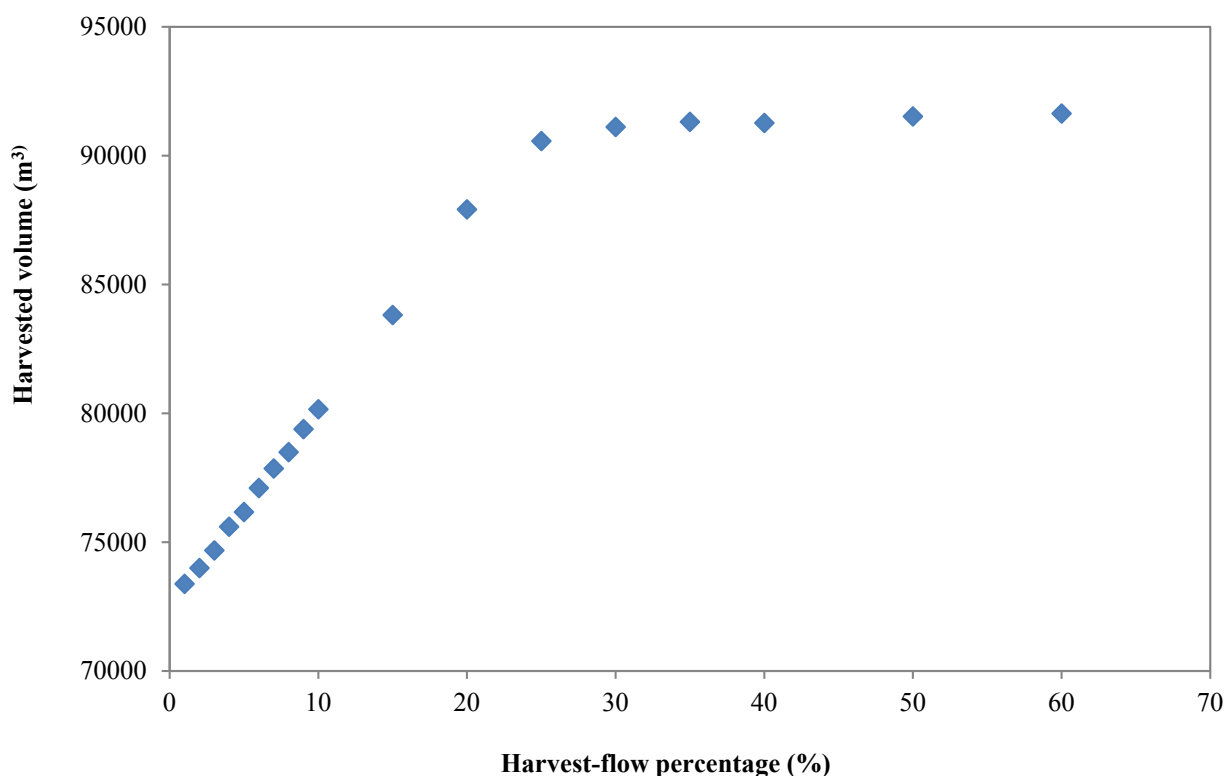


Figure 8. The relations between harvest flow percentage and total harvested volume for ComP-M variant and 1.00×10^{-4} gap tolerance.

The graphical outputs of DSS *Optimal* are also important for forest managers. Figure 9 presents spatial information about which harvest unit will be harvested and in which period. It is a big difference from the conventional way of harvest scheduling in the Czech Republic as the CP cannot provide spatial distribution of units to be harvested over the planning horizon. The choice of spatial location of harvest units is therefore subjectively determined by forest managers causing failure to achieve optimized harvests.

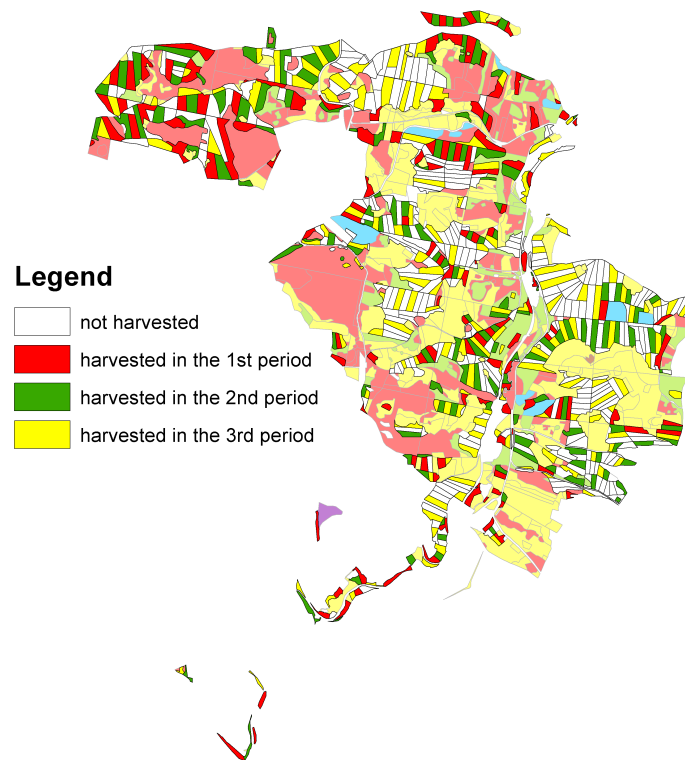


Figure 9. Graphical output of DSS (decision support systems) *Optimal* for ComP-M variant for 10% harvest flow difference and 1.00×10^{-4} gap tolerance.

4. Conclusions

The decision support system *Optimal* is a powerful system for harvest scheduling for the conditions of the Czech Republic. Unlike systems used in other part of the world, the decision support system *Optimal* includes tools for editing harvest units, which are restricted by Czech forestry law. It is presented that there are obvious advantages compared to allowable cut indicators currently used in the Czech Republic. This system is an alternative to conventional forest management plans used at the present time in the Czech Republic. Using *Optimal*, the forest managers will be able to change parameters and create various scenarios in a matter of minutes to find the best solution for them. As *Optimal* allows creating and checking strict spatial limits of harvest units, it is possible to apply *Optimal* not only in the Czech Republic but also in some other central European countries (e.g., Slovak Republic, Poland, *etc.*) where the forestry law requirements of limited harvest units are similar. *Optimal* uses Java SDK for ArcGIS desktop extensions. The future plan is to move from desktop solutions to server solutions to make it accessible to forest managers, to reduce initial costs and the need of software installation.

In the next step, the decision support system *Optimal* will be developed for other management systems and different non-productive functions such as biodiversity, water and soil protection, recreation, *etc.*

Acknowledgments

This research was supported by the project of the National Agency for Agriculture Research (No. QJ13202302) and the Internal Grant Agency of Faculty of Forestry and Wood Sciences Czech

University of Life Sciences in Prague (No. B0114). The authors would like to also thank Jennifer Clear for valuable proof reading.

Author Contributions

Róbert Marušák has set up the idea, has been directed the development of the DSS *Optimal* and created mathematical formulation of harvest scheduling model. Jan Kašpar has assisted with mathematical formulation of harvest scheduling model and has been responsible for programming in Java and transferring to Gurobi. Petr Vopěnka was responsible for creating ArcGIS extension.

Appendix

This appendix describes in detail the mathematical formulation of harvest scheduling model used in DSS *Optimal* and the way the model is transferred to the Gurobi software (Gurobi Optimization, Inc., Houston, TX, USA).

Mathematical Formulation

A FMA consisting of I harvest units, each one with the homogenous structure indexed by i . As this is a unit-restricted model [13] each binary variable in the model represents specifically one proposed harvest unit designed for harvesting or not over the P planning period.

Binary variables x is indexed by the harvest unit identifier; $i = 1, \dots, I$ and period $p = 1, \dots, P$.

$$x_{ip} = \begin{cases} 1 & \text{if the unit } i \text{ will be harvest in period } p \\ 0 & \text{in other cases} \end{cases} \quad (1)$$

One of these is that each unit can be cut just once per planned period. It can be generalized as:

$$\sum_{p=1}^P x_{ip} \leq 1 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

where n is the number of harvest units.

A harvest volume is allowed to increase or decrease by α from period to period. This can be expressed by the set of conditions regarding every pair of two consequential periods:

$$(1 + \alpha) \sum_{i=1}^I v_{ip} x_{ip} \leq \sum_{i=1}^I v_{i(p+1)} x_{i(p+1)}, \forall p = 1, \dots, P \quad (3)$$

$$(1 - \alpha) \sum_{i=1}^I v_{i(p-1)} x_{i(p-1)} \geq \sum_{i=1}^I v_{ip} x_{ip}, \forall p = 1, \dots, P \quad (4)$$

where α is the fractional difference permitted in the harvest level between two consequential periods p and v_{ip} is the volume of the wood in the unit i in the period p .

Conditions that originate in the spatial relations between the harvest units can be set down using analytic algorithm [28]:

$$M \cdot x \leq A \quad (5)$$

$$M = A + B \quad (6)$$

where A : adjacency matrix; B : diagonal matrix in which the i th diagonal element b_{ii} is defined by $b_{ii} = A_i \cdot I$ (A_i is i -th row vector of adjacency matrix A); M : modified adjacency matrix; x : control vector for control variables x_{ip} ; 1 is an $(n \times I)$ unit vector.

The objective function of optimization model is defined as:

$$\max Z = \sum_{i=1}^I \sum_{p=1}^P v_{ip} \cdot x_{ip} \quad (7)$$

Java programming code for the model transferring to Gurobi

```
package com.proforesters.solver;
/**
 * @author kaspar
 *
 */
import gurobi.GRB;
import gurobi.GRBEnv;
import gurobi.GRBException;
import gurobi.GRBLinExpr;
import gurobi.GRBModel;
import gurobi.GRBVar;

import com.esri.arcgis.geodatabase.IFeatureClass;
import com.proforesters.optimal.OptimalExtension;

public class ClearCutSystemSolver {
    public static double[] getSolution (int [][] matrix, int periodCount, int deviation, double [] []
    objectiveMatrix, int [] patches, IFeatureClass featureClass, int [][] timeHarvest, int gapTolerance)
    {

        double [] results = new double [periodCount * matrix.length];

        try {
            GRBEnv env = new GRBEnv("mip1.log");
            GRBModel model = new GRBModel(env);
            double gT = gapTolerance * 1000
            double doubleGapTolerance = gT/ 10000000;
            model.getEnv().set(GRB.DoubleParam.MIPGap,doubleGapTolerance);
            double decimalDeviation =((double)deviation)/100;
            int finalCountOfRow = matrix.length * periodCount + matrix.length
            +(2*periodCount - 2) + 1;
```

```

int [] finalConstraints = new int [finalCountOfRow];
int [] sumRow = new int [matrix.length];
int [] diagElem = new int [matrix.length];
for (int i = 0; i < matrix.length; i++) {
    for (int j = 0; j < matrix.length; j++) {
        sumRow [i] += (matrix [i][j]);}
for (int i = 0; i < matrix.length; i++) {
    diagElem [i] = (sumRow [i])/2;}
for (int i = 0; i < periodCount; i++) {
    for (int j = 0; j < matrix.length; j++) {
        finalConstraints [i*matrix.length+j] = diagElem [j];}
for (int i = matrix.length * periodCount; i < matrix.length * periodCount + 2 *
periodCount - 2; i++) {
    finalConstraints [i] = 0;}
for (int i = matrix.length * periodCount + 2 * periodCount - 2; i < finalCountOfRow
- 1; i++) {
    finalConstraints [i] = 1;}
int sumOfPatchesVector=0;
for (int i = 0; i < patches.length; i++) {
    sumOfPatchesVector += patches [i];}
for (int i = finalCountOfRow - 1; i < finalCountOfRow; i++) {
    finalConstraints [i] = sumOfPatchesVector;}
int n = matrix.length * periodCount;
GRBVar [] x = new GRBVar[n];
for (int i = 0; i < matrix.length * periodCount; i++) {
    String st = "x" + String.valueOf(i);
    x[i] = model.addVar(0.0, 1.0, 0.0, GRB.BINARY, st);}

model.update();

double [] objectiveVector = new double [periodCount * matrix.length];
for (int i = 0; i < periodCount; i++) {
    for (int j = 0; j < matrix.length; j++){
        objectiveVector [j+i*matrix.length] = objectiveMatrix [i][j];}

GRBLinExpr expr = new GRBLinExpr();

for (int i = 0; i < matrix.length * periodCount; i++) {
    expr.addTerm(objectiveVector[i], x[i]);}

model.setObjective(expr, GRB.MAXIMIZE);

int count = matrix.length*periodCount;

```

```

for(int i = 0; i < periodCount;i++){
    for (int j = 0; j < matrix.length; j++) {
        expr = new GRBLinExpr();
        for (int k = 0; k < matrix.length; k++) {
            expr.addTerm(matrix[j][k], x[(matrix.length * i) + k]);}
        String st = "c" + String.valueOf((matrix.length * i) + j);
        model.addConstr(expr, GRB.LESS_EQUAL, finalConstraints[j], st);} }

double [][] evenFlowMatrixUP = new double [periodCount-1][matrix.length *
periodCount];
for (int i = 0; i < periodCount - 1; i++) {
    for (int j = 0; j < matrix.length * periodCount; j++){
        evenFlowMatrixUP [i][j] = 0;}}
for (int i = 0; i < periodCount - 1; i++) {
    for (int j = 0; j < matrix.length; j++) {
        evenFlowMatrixUP [i][i*matrix.length+j] = -(1 + decimalDeviation) *
        objectiveMatrix [i][j];}}
for (int i = 1; i < periodCount; i++) {
    for (int j = 0; j < matrix.length; j++) {
        evenFlowMatrixUP [i - 1][i*matrix.length + j] = objectiveMatrix
        [i][j];}}
for (int i = matrix.length * periodCount; i < matrix.length * periodCount
+(periodCount - 1); i++) {
    expr = new GRBLinExpr();
    for (int j = 0; j < matrix.length * periodCount; j++) {
        expr.addTerm(evenFlowMatrixUP[i - (matrix.length *
periodCount)][j], x[j]);}
    String st = "c" + String.valueOf(i);
    model.addConstr(expr, GRB.LESS_EQUAL, finalConstraints[i], st);}

double [][] evenFlowMatrixLO = new double [periodCount-1][matrix.length *
periodCount];
for (int i = 0; i < periodCount - 1; i++) {
    for (int j = 0; j < matrix.length * periodCount; j++){
        evenFlowMatrixLO [i][j] = 0;}}
for (int i = 0; i < periodCount - 1; i++) {
    for (int j = 0; j < matrix.length; j++) {
        evenFlowMatrixLO [i][i*matrix.length + j] = -(1 - decimalDeviation)
        * objectiveMatrix [i][j];}}
for (int i = 1; i < periodCount; i++) {
    for (int j = 0; j < matrix.length; j++) {

```



```

        evenFlowMatrixLO [i - 1][i*matrix.length + j] = objectiveMatrix
        [i][j];}}
for (int i = matrix.length * periodCount +(periodCount - 1); i < matrix.length *
periodCount + 2*(periodCount - 1); i++) {
    expr = new GRBLinExpr();
    for (int j = 0; j < matrix.length * periodCount; j++) {
        expr.addTerm(evenFlowMatrixLO[i - (matrix.length * periodCount +
        (periodCount - 1))][j], x[j]);}
    String st = "c" + String.valueOf(i);
    model.addConstr(expr, GRB.GREATER_EQUAL, finalConstraints[i], st);}
for (int k=0; k < matrix.length; k++){
    int [] oneForPeriodMatrix= new int [matrix.length * periodCount];
    for (int j = 0; j < matrix.length*periodCount ; j++){
        oneForPeriodMatrix [j] = 0;}
    for (int j = 0; j < periodCount ; j++){
        oneForPeriodMatrix [j * matrix.length + k] = 1;}
    expr = new GRBLinExpr();
    for(int j = 0; j < matrix.length * periodCount; j++){
        expr.addTerm (oneForPeriodMatrix[j], x[j]);}
    String st = "c" + String.valueOf(200000+k);
    model.addConstr(expr, GRB.LESS_EQUAL, 1, st);}

patchesVector [] = new int [matrix.length * periodCount];
for (int i = 0; i < patches.length; i++) {
    patchesVector [i] = patches [i];}
for (int i = finalCountOfRow - 1; i < finalCountOfRow; i++) {
    expr = new GRBLinExpr();
    for (int j = 0; j < matrix.length * periodCount; j++) {
        expr.addTerm(patchesVector [j], x[j]);}
    String st = "c" + String.valueOf(i);

model.addConstr(expr, GRB.LESS_EQUAL, finalConstraints[i], st);

for(int i = 1; i < periodCount;i++){
    for (int j = 0; j < matrix.length; j++) {
        if(timeHarvest[i][j]==1){
            for(int k = 0; k < i;k++){
                expr = new GRBLinExpr();
                expr.addTerm(timeHarvest[i][j], x[j + matrix.length * (k)]);
                String st = "a" + String.valueOf((matrix.length * i) + j);
                model.addConstr(expr, GRB.EQUAL, 0, st);}}}}

```

```

model.optimize();

for (int i = 0; i < matrix.length * periodCount; i++) {
    results [i] = x[i].get(GRB.DoubleAttr.X);}
    for (int i = 0; i < periodCount; i++){double suma = 0;for (int j = 0; j <
matrix.length; j++){
        suma += results[i*matrix.length+j] * objectiveMatrix[i][j] ;}}

OptimalExtension.setResults (featureClass, results, periodCount);
model.update();
model.write("test.lp");
model.dispose();
env.dispose();
return results;
} catch (GRBException e) {
    System.out.println("Error code: " + e.getErrorCode() + ". " +e.getMessage());
    for (int i = 0; i < matrix.length * periodCount; i++) {
        results [i] = 0;}
    return results;}}

```

Conflicts of Interest

The authors declare no conflict of interest.

References

1. Davis, L.S.; Johnson, K.N.; Bettinger, P.S.; Howard, T.E. *Forest Management: To Sustain Ecological, Economic, and Social Values*, 4th ed.; McGraw-Hill Higher Education: New York, NY, USA, 2001; p. 394.
2. Bettinger, P.; Boston, K.; Siry, J.P.; Grebner, D.L. *Forest Management and Planning*; Academic Press: New York, NY, USA, 2009; p. 329.
3. Hlásný, T.; Mátyás, C.; Seidl, R.; Kulla, L.; Merganičová, K.; Trombik, J.; Dobor, L.; Barcza, Z.; Konôpka, B. Climate change increases the drought risk in Central European forests: What are the options for adaptation. *For. J.* **2014**, *60*, 5–18.
4. Kašpar, J.; Marušák, R.; Sedmák, R. Spatial and non-spatial harvest scheduling *versus* conventional timber indicator in over-mature forests. *For. J.* **2014**, *60*, 81–87.
5. Marušák, R. Alternative harvest scheduling for final cut with respect to silvicultural requirements. *For. J.* **2007**, *53*, 117–127.
6. Marušák, R.; Yoshimoto, A. Comparative analysis on cutting possibilities derived from different allowable cut indicators in Slovakia. In *Formath Kobe*; Japan Society of Forest Planning Press: Tokyo, Japan, 2007; pp. 223–238.
7. Baskent, E.Z.; Keles, S. Spatial forest planning: A review. *Ecol. Mod.* **2005**, *188*, 145–173.

8. Kurtilla, M. The spatial structure of forests in the optimization calculations forest planning—A landscape ecological perspective. *For. Ecol. Manag.* **2001**, *142*, 129–142.
9. Priesol, A.; Polák, L. *Forest Management*; Priroda: Bratislava, Slovakia, 1991; p. 447. (In Slovak)
10. Konoshima, M.; Marušák, R.; Yoshimoto, A. Spatially constraints harvest scheduling for strip allocation under Moore and Neumann neighbourhood adjacency. *J. For. Sci.* **2011**, *57*, 70–77.
11. Richards, E.W.; Gunn, E.A. A model and tabu search method to optimize stand harvest and road construction schedules. *For. Sci.* **2000**, *46*, 188–203.
12. Crowe, K.; Nelson, J.; Boyland, M. Solving the area-restricted harvest-scheduling model using the branch and bound algorithm. *Can. J. For. Res.* **2003**, *33*, 1804–1814.
13. Crowe, K.; Nelson, J. An evaluation of the simulated annealing algorithm for solving the area-restricted harvest scheduling model against optimal benchmarks. *Can. J. For. Res.* **2005**, *35*, 2500–2509.
14. Murray, A.T. Spatial Restrictions in Harvest Scheduling. *For. Sci.* **1999**, *45*, 45–52.
15. Constantino, M.; Martins, I.; Borges, J.G. A new mixed-integer programming model for harvest scheduling subject to maximum area restrictions. *Oper. Res.* **2008**, *56*, 542–551.
16. Crowe, K.; Nelson, J. An indirect search algorithm for harvest-scheduling under adjacency constraints. *For. Sci.* **2003**, *49*, 1–11.
17. Öhman, K.; Lämås, T. Reducing forest fragmentation in long-term forest planning by using the shape index. *For. Ecol. Manag.* **2005**, *212*, 346–357.
18. Pasalodos-Tato, M.; Mäkinen, A.; Garcia-Gonzalo, J.; Borges, J.G.; Lämås, T.; Eriksson, L.O. Review. Assessing uncertainty and risk in forest planning and decision support systems: Review of classical methods and introduction of innovative approaches. *For. Syst.* **2013**, *22*, 282–303.
19. Palma, C.D.; Nelson, J.D. A robust optimization approach protected harvest scheduling against uncertainty. *Can. J. For. Res.* **2009**, *39*, 342–355.
20. Wei, R.; Murray, A.T. Spatial uncertainty in harvest scheduling. *Ann. Oper. Res.* **2012**, doi:10.1007/s10479-012-1178-2.
21. Diaz-Baltero, L.; Romero, C. Making forestry decisions with multiple criteria: A review and an assessment. *For. Ecol. Manag.* **2008**, *255*, 3222–3241.
22. Öhman, K.; Wikström, P. Incorporating aspects of habitat fragmentation into long-term forest planning using mixed integer programming. *For. Ecol. Manag.* **2008**, *255*, 440–446.
23. Yoshimoto, A.; Marušák, R. Evaluation of carbon sequestration and thinning regimes within the optimization framework for forest stand management. *Eur. J. For. Res.* **2007**, *126*, 315–329.
24. Yoshimoto, A.; Surovy, P.; Konoshima, M.; Surova, D. Optimal tourism management considering forest visual impression. In Proceedings of the International Symposium on: A New Era of Forest Management for Ecosystem Services, Seoul National University, Seoul, Korea, 28 June 2012.
25. Forest DSS Community of Practise. Available online: <http://www.forestdss.org> (accessed on 27 November 2014).
26. Borges, J.G.; Nordström, E.M.; Garcia-Gonzalo, J.; Hujala, T.; Trasobares, A. *Computer-Based Tools for Supporting Forest Management. The Experience and the Expertise World-Wide*; Department of Forest Resource Management-SLU: Umeå, Sweden, 2014; p. 507.

27. Černý, M.; Pařez, J.; Malík, Z. *Yields and Enumeration Tables for the Main Tree Species (Spruce, Pine, Beech, Oak)*; The Institute for Forest Ecosystem Research: Jílové u Prahy, Czech Republic, 1996; p. 245. (In Czech)
28. Yoshimoto, A.; Brodie, J. Comparative-analysis of algorithms to generate adjacency constraints. *Can. J. For. Res.* **1994**, *24*, 1277–1288.
29. Gurobi Optimizer Reference Manual, 5.6. Available online: <http://www.gurobi.com/documentation/5.6/reference-manual/refman.pdf> (accessed on 30 December 2014).
30. Konoshima, M.; Marušák, R.; Yoshimoto, A. Harvest scheduling with spatial aggregation for two and three strip cut system under shelterwood management. *J. For. Sci.* **2011**, *57*, 271–277.
31. McDill, M.; Braze, J. Comparing adjacency constraint formulations for randomly generated forest planning problems with four age-class distributions. *For. Sci.* **2000**, *46*, 423–436.
32. Hoganson, H.; Borges, J. Impacts of the time horizon for adjacency constraints in harvest scheduling. *For. Sci.* **2000**, *46*, 176–187.

© 2015 by the authors; licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution license (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).



Contents lists available at ScienceDirect

Computers and Electronics in Agriculture

journal homepage: www.elsevier.com/locate/compag

Application note

GIS tool for optimization of forest harvest-scheduling



Petr Vopěnka*, Jan Kašpar, Robert Marušák

Dpt. of Forest Management, Faculty of Forestry and Wood Sciences, Czech University of Life Sciences in Prague, Prague, Czech Republic

ARTICLE INFO

Article history:

Received 15 September 2014

Received in revised form 22 February 2015

Accepted 4 March 2015

Available online 19 March 2015

Keywords:

Harvest scheduling

GIS

Optimization

Forest management

ABSTRACT

This article describes GIS tool (Optimal) for spatial and temporal optimization of forest harvests. Using Optimal, forest manager can create harvest units by editing polygons of forest stands in digital map. After the harvest units are created manually by the user, the adjacency matrix is automatically produced and passed to a solver module. The solver performs optimization using integer programming and returns spatial distribution of harvest units for each harvest period. User can set number of parameters, such as number and length of harvest periods, acceptable distances and areas of harvest units. The Optimal enables the forest managers to create and explore various scenarios and increase efficiency in forest harvest-scheduling.

© 2015 Elsevier B.V. All rights reserved.

1. Introduction

There are basically two main aspects of forest harvest-scheduling: Space and time. The forest spatial structure refers to the spatial arrangement of forest stands, harvest units or patches and interconnections among them (Baskent and Keles, 2005). The spatial structure plays important role in providing ecosystem services (Kurttila, 2001) and cannot be omitted in forest harvest scheduling. Temporal aspect is important for supplying good quality timber to the market according to market demand and at the same time preserving enough of it in the forest for the future.

The clear cut forest management system is commonly used in the Central Europe because of its cost efficiency. For preserving biodiversity and other non-timber forest products, the size and spatial relationship of the clear cuts is usually limited by law. The limitations can be expressed through four constraints: (1) The maximum area of the clear cut unit. The default is 1 ha, which is legal limit for clear cuts in the Czech Republic. (2) The minimum distance between the two clear cut units harvested in the same period, which is usually set equal to height of the forest stand. This would prevent the remaining forest stands from being vulnerable by wind. (3) The maximum width of the clear cut unit, which is usually set equal to legal limit of two heights of the forest stand. (4) Adjacency relationship, which is usually set to not to allow Queen's case (see below) as this is an official limit included in forestry legislation of the Czech Republic. Queen's case neighboring may be allowed in special cases where reconstruction of forest stands has to be done faster than usual. A neighboring clear

cut unit can only be harvested when the area is regenerated to the point where it is stable forest stand again, so called green-up constraint (Bettinger et al., 2009). All these restrictions make harvest scheduling model computationally difficult to solve even for quite small forest management area. There are basically two possible modeling approaches to solve our problem, Area Restricted Models (ARMs) and Unit Restricted Models (URMs). It has been proved that ARMs have number of advantages over URMs (Richards and Gunn, 2000). For example higher values of total harvests or lower harvest flow percentages (Murray, 1999). However, because of the harvest unit shape restrictions we used URM modeling approach.

Today, most of the forest management plans can be designed only with the use of geographic information systems (Baskent and Keles, 2005). Over the last decade, there is increasing number of approaches, which deal with spatial aspects of harvest scheduling (Ohman and Eriksson, 2002; Ohman and Lamas, 2003, 2005; Baskent and Kelles, 2006). A decision support systems for spatial harvest optimization were developed, e.g. SNAP (Sessions and Sessions, 1988) or HEUREKA (Wikström et al., 2011). Other solutions used for this purpose like J-Software (Lappi and Lempinen, 2013) are rather development tools, not ready to use systems. These systems can optimize the spatial distribution of the harvest units, but lack the inbuilt editing and checking capabilities needed for construction of harvest units. Law restrictions for clear cut management system in number of countries are quite different, making it difficult to adopt single solution. The main objective of this paper is to develop a GIS tool to help forest managers with spatial harvest planning, including algorithms for creating harvesting units and estimating periodically harvesting flows.

* Corresponding author. Tel.: +420 22438 3796.

E-mail address: vopenka@fd.czu.cz (P. Vopěnka).

2. Components of the framework

Optimal is an extension of proprietary geographic information system ArcGIS. It is combination of geographic information system (GIS) tool and mixed integer linear programming (MIP) solver. Optimal extension is designed for forest managers who have no understanding of MIP or any mathematics used in the model. However, basic knowledge of operating GIS is assumed. The basic structure of the software is schematically described in Fig. 1.

The extension uses Add-In concept introduced with ArcGIS version 10. The entire extension is packed into single file. When the file is double clicked it copies itself to appropriate location within ArcGIS installation directory. That way the extension is installed and ready to use. User starts the work by adding geographic data layer to ArcMap map composition. This can be either shapefile or ArcGIS geodatabase feature class. The geographic data layer should contain polygons of forest management units that are intended to be harvested. The data table of this layer must contain information about species and timber volume estimates per hectare for each forest stand. The volumes are automatically increased between

periods using growth models designed for Czech main tree species (Černý et al., 1996). There is no specific requirement as far as the names of the columns are concerned. User is required to select the columns, which contain the data. After the user selects the columns, the software performs validity check for numeric fields. The user sets up constraints for construction of harvest units in a special dialog box. The values depend on either legal restrictions or on desired shape of the harvest units. These constraints for the harvest units are: (1) minimal width, (2) maximal width, (3) minimal area and (4) maximal area.

When constraints for editing are set, user can start editing. System will automatically fill polygons with colours representing adherence to the constraints, e.g. whether the harvest unit is too large, or the harvest unit is too wide. That way the user has an overview, which polygons still needs to be edited, and which are already in line with the constraints that he chooses. The flow diagram is shown in Fig. 2.

In principle the editing is performed by cutting polygons of forest stands into smaller harvest units. Every time, just before the polygon is cut and resulting two new polygons saved to the



Fig. 1. Basic schema of the software components and workflow.

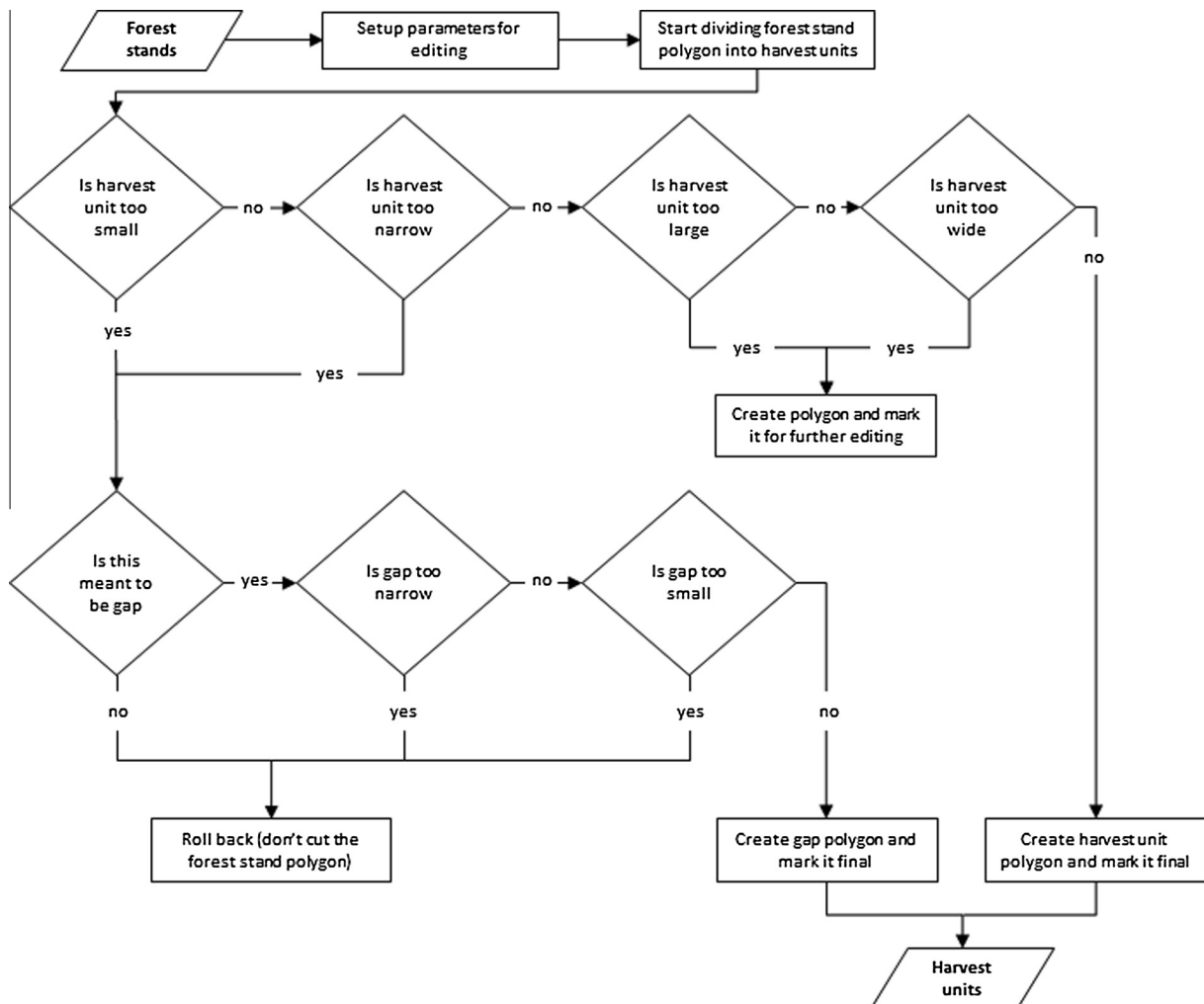


Fig. 2. Algorithm for manual editing forest stand polygons to produce harvest units.

database, the area and width of newly created polygons is calculated and checked against the constraints. If one of the new polygons is smaller or narrower than desired, user gets warning, the action is rolled back and new polygons are not created. If the new polygon is larger or wider than desired, then it is created anyway, but the polygon in the map is filled with appropriate colour, so that the user is notified that it still needs to be edited. We are checking the small and narrow polygons, because it is not efficient to harvest small forest patches.

The algorithm for checking width of the polygon uses inner buffers. Before the new polygon is saved, an attempt to create temporary inner buffer is made within it. The size of the inner buffer is equal to half of the minimal width set by the user. If it was impossible to create such a buffer, then it is clear that the width of the polygon is smaller than the desired minimal width. In such a case the new polygon is not created. The same principle is used for checking maximal width of the harvest unit polygon. However, in this case we first derive convex hull of harvest unit polygon and the inner buffer is constructed within the convex hull. If the system is able to create inner buffer using half of the set maximal width as a parameter for the buffer, then the convex hull of the polygon is considered too wide. The principle is illustrated in Fig. 3. If we set 25 m as a maximal width parameter for example, then the polygon would be considered too wide with (Fig. 3B) or even without (Fig. 3A) using the convex hull. However, setting the parameter to 50 m, the polygon is adhering to maximal width restriction with normal buffering (Fig. 3C), but not if we use the convex hull principle (Fig. 3D). Then the polygon would be still marked as if it needs further editing and would have to be cut to smaller polygons.

The harvest unit may be divided by narrow linear feature such as road, water stream, open area, or can be in a shape of crescent (see Fig. 3). Using convex hull eliminates these irregularly shaped harvest units to become large open areas. At this moment the convex hull principle is used as a default and cannot be changed by the user. In addition to harvest units, user can choose to include small gaps of significantly smaller size than harvest units. These artificial gaps are placed into large forest stands to create room for patches of either natural or artificial regeneration. User can setup two constraints for gaps: (1) minimal width and (2) maximal width. These gaps are treated differently not only when editing (cutting) the forest stands, but also when automatic optimization is performed. These gaps should be harvested in the first period so that there is a time for them to regenerate before the surrounding forest is harvested.

As soon as all the forest stands aimed to be harvested have been edited into harvest units or gaps, user sets up parameters for optimization. These are: (1) Maximal distance of neighbors. The harvest units that do not fall within the set distance from the

source harvest unit are not considered to be neighboring harvest units. This makes it possible to include not only harvest units sharing border, but also harvest units that are within certain distance of source unit. (2) Choice whether the user wants to include only those polygons that are adjacent to each other so that they share a common boundary, so called Rook's case, or those that share either a common boundary or just a common vertex, so called Queen's case (Cho and Newman, 2005). Principles are similar to Moore and Neumann neighborhoods used in cellular automata (Balzter et al., 1998). This choice is only available if maximal distance of neighbors is set to zero. If the distance is set to value larger than zero then all direct neighbors are included. (3) Number of periods for which the optimization should be performed. (4) Length of a period in years. (5) Harvest flow (the differences in harvest volumes between periods). The optimization tries to maximize total harvest volumes over the periods. If the harvest flows would be larger than the one set, some of the harvest units are not assigned to any of the periods. The flow diagram is shown in Fig. 4.

After parameters for optimization are all set, by push of a button the adjacency matrix is created and passed automatically to solver, which performs optimization. The optimization package Gurobi® (Gurobi Optimization, Inc., 2014) is used as a solver for defined optimization model. It is directly linked to Optimal through Java API. The mathematical programming methods are commonly used for solving harvest scheduling optimization because of the computational efficiency (Pukkala, 2002). Special kind of mathematical programming – mixed binary programming has been used in Optimal. Each variable in the model represents single harvest unit. Using binary variables the results for each harvest unit indicate whether it should be harvested in a given period or not. The model has been described in detail in Kašpar et al. (2013).

3. Case study

The case study is presented on 46.5 ha of mature Spruce forest stands. It is based on real data, which is used with the agreement of the forest management area owner, but to comply with the rules for protection of personal data, it is not identified more specifically. The stocking volume ranges from 264 to 758 m³/ha with the average 540 m³/ha and standard deviation 61 m³/ha. The area has been divided into 92 harvest units. Several scenarios of harvest flow percentages (i.e. the differences in harvest volumes between consecutive periods) were created starting with 2% and going up to 100% harvest flow. The other parameters were set to fixed values for all scenarios: Maximal area of harvest unit 1 ha, Minimal area of harvest unit 0 ha, Minimal width of harvest unit 25 m, Maximal width of harvest unit 50 m, Harvest units were considered as neighbors up to 25 m distance, Planning was optimized for 3 periods each 10 years long. We did not include any artificial gaps in this exercise.

The results of spatial and temporal optimization for one of the scenarios are presented in Fig. 5, to show an example of graphical output. All the scenarios, in terms of harvested volume per period, are shown in Fig. 6. The differences in total harvested volume per each scenario are shown in Fig. 7.

The results of the case study present various scenarios, which can be used by forest manager to make well informed decision. On one extreme the 2% harvest flow scenario results in approximately equal harvest volume compared between periods, but it is for the cost of lower total harvest volumes (over the all periods). On the other side, the 100% harvest flow scenario brings higher total harvest volumes, but the harvest volumes are not equally distributed over the three periods. That would have negative consequences on the forest enterprise economy. The operating costs would not be balanced over the periods causing problems with

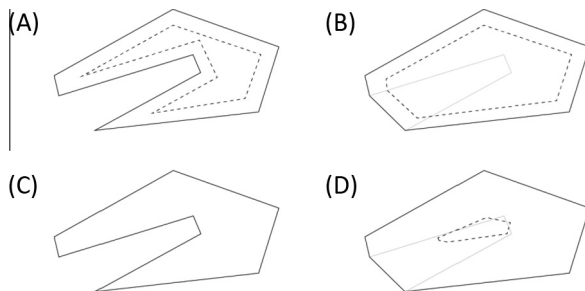


Fig. 3. An example of checking the maximal width of a polygon by constructing inner buffer. (A) A polygon with 25 m inner buffer, (B) convex hull of the same polygon with 25 m inner buffer, (C) polygon with 50 m inner buffer (in this case it was not possible to create such buffer), and (D) convex hull of a polygon with 50 m inner buffer.

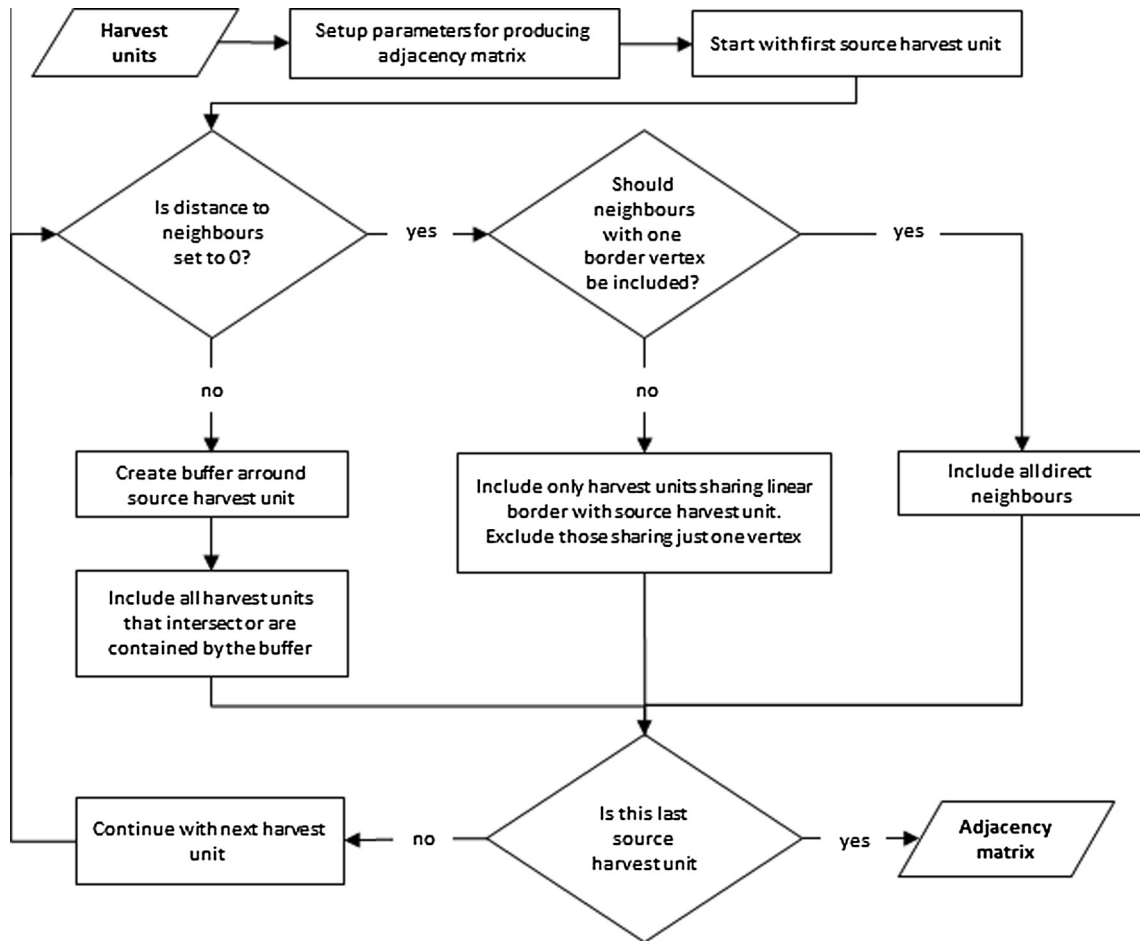


Fig. 4. Algorithm for automatic production of adjacency matrix from set of harvest units. A list of neighbors is created for each harvest unit and adjacency matrix is created from these lists. User can set parameters to tell the distance to which the polygons of harvest units are considered to be neighbors.

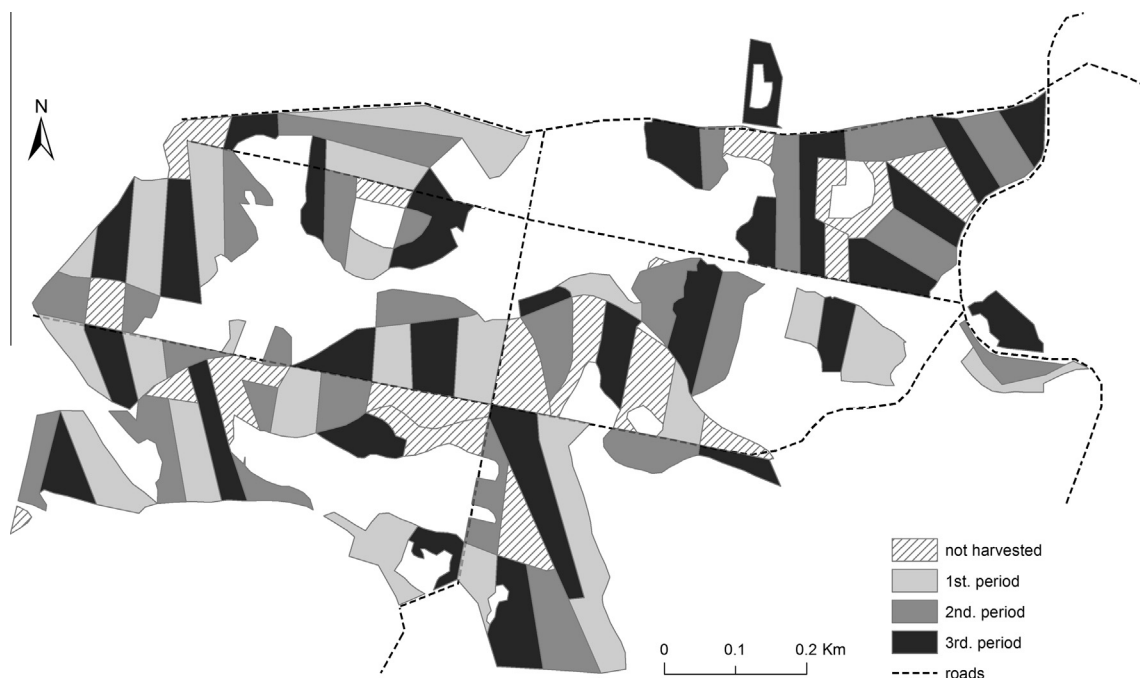


Fig. 5. The spatial and temporal distribution of harvests for 5% harvest flow.

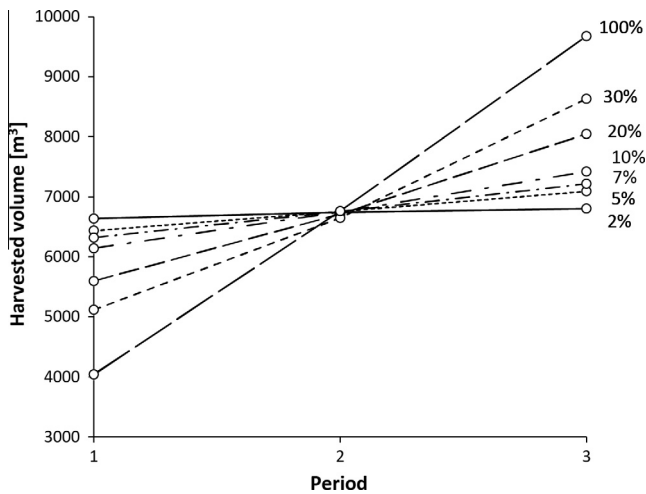


Fig. 6. Harvested volumes in planning periods according to harvest flow scenarios.

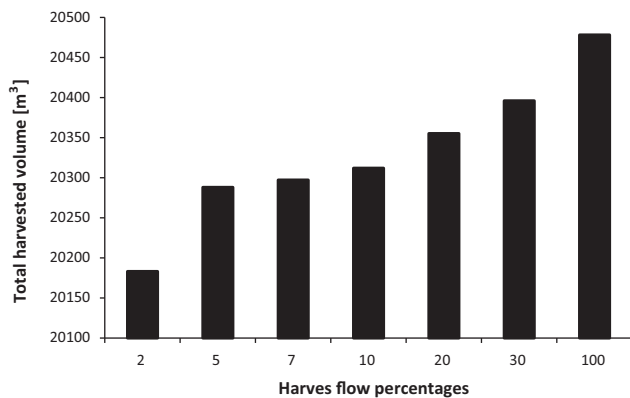


Fig. 7. Total harvest volumes for different harvest flows.

inefficient use of human resources and machinery. There would be also higher risk of forest damage due to over-aging of the forest stands, wind, pests, etc.

The aim of any forest manager should be to find the balance between high total harvest volumes and equality of the periodical harvests. In our case study we can see possible equilibrium around 5% harvest flow (see Fig. 7). The harvest flow is still low, ensuring equality of the volumes and the total harvest is already high enough to be comparable to higher harvest flow percentages.

4. Results and conclusions

Results of optimization are presented in the form of easy to understand map showing spatial distribution of harvest units in individual harvesting periods (see Fig. 5). User can repeat the simulation with different parameters and compare results. Our case study scenarios are built on various values of harvest flow. However, scenarios can be also built around different spatial and temporal constraints such as neighbor distances, number of periods and length of the periods.

We see the key value of Optimal software in bridging the gap between scientific understanding of harvest planning and real operational forest harvest planning. We involved forest managers in the design process and tried to create user interface as simple as possible to be understandable to anybody without prior knowledge of the embedded algorithms. The main benefits of using Optimal software are the speed in which the manager can create

various scenarios, less guesswork and biased estimations involved in the decision process and compatibility with industry standard formats (shapefiles).

There are some limitations with current version, which we plan to overcome in next development. Optimal uses Java SDK for ArcGIS desktop extensions. By using the ArcGIS desktop functions for editing polygons we saved the development time, but at the same time we bound the application to proprietary software. In case the application should be used by forest managers who do not have ArcGIS license, it would present additional cost that might limit the use of the application. Therefore our future plan is to move from desktop solution to server/client solution where the users will not be required to buy or even install anything on their computers. The users will then interact with the application through web browser. This will ensure easier and faster deployment of new versions, better monitoring of application use, but most importantly larger base of application users.

The optimization software Gurobi® is used as a MIP solver. We used academic version for the development and case study. In further development we plan to include not only Gurobi®, but optionally also other solvers.

In terms of internal algorithms the future development should go towards implementation of other forest management systems, such as e.g. shelter wood system.

To conclude, we built the Optimal to help forest manager to make well informed and efficient decisions faster than using traditional estimations.

Software availability

Name of software: Optimal. Extension is available on request to: vopenka@fld.czu.cz, kasparj@fld.czu.cz. Developers: Petr Vopěnka, Jan Kašpar. Contact address: Czech University of Life Sciences Prague, Kamycka 129, Praha 6 – Suchbát, Czech Republic. E-mail: vopenka@fld.czu.cz, kasparj@fld.czu.cz.

Acknowledgments

This research was supported by the project of the National Agency for Agriculture Research (No. QJ13202302) and the Internal Grant Agency of Faculty of Forestry and Wood Sciences Czech University of Life Sciences in Prague (No. B0114).

References

- Balster, H., Braun, P.W., Köhler, W., 1998. Cellular automata models for vegetation dynamics. *Ecol. Model.* 107, 113–125.
- Baskent, E.Z., Keles, S., 2005. Spatial forest planning: a review. *Ecol. Model.* 188, 145–173.
- Baskent, E.Z., Kelles, S., 2006. Developing alternative wood harvesting strategies with linear programming in preparing forest management plans. *Turk. J. Agric. For.* 30, 67–79.
- Bettinger, P., Boston, K., Siry, J.P., Grebner, D.L., 2009. *Forest Management and Planning*. Elsevier Inc.
- Černý, M., Pařez, J., Malík, Z., 1996. Yields and Enumeration Tables for the Main Tree Species (Spuce, Pine, Beech, Oak). The Institute for Forest Ecosystem Research, Jílové u Prahy (in Czech).
- Cho, S., Newman, D.H., 2005. Spatial analysis of rural land development. *For. Policy Econom.* 7, 732–744.
- Gurobi Optimization, Inc., 2014. Gurobi Optimizer Reference Manual, Version 6.0. Available at: <<http://www.gurobi.com/documentation/>>.
- Kašpar, J., Marušák, R., Vopěnka, P., 2013. Comparison of two alternative optimization techniques for spatial harvest planning. *Sci. Agric. Bohemica* 44, 90–96.
- Kurttila, M., 2001. The spatial structure of forests in the optimization calculations of forest planning – a landscape ecological perspective. *For. Ecol. Manage.* 142, 129–142.
- Lappi, J., Lempinen, R., 2013. *J-Users' Guide*. (In).
- Murray, A.T., 1999. Spatial restrictions in harvest scheduling. *For. Sci.* 45, 45–52.
- Ohman, K., Eriksson, L., 2002. Allowing for spatial consideration in long-term forest planning by linking linear programming with simulated annealing. *For. Ecol. Manage.* 161, 221–230.

- Ohman, K., Lamas, T., 2003. Clustering of harvest activities in multi-objective long-term forest planning. *For. Ecol. Manage.* 176, 161–171.
- Ohman, K., Lamas, T., 2005. Reducing forest fragmentation in long-term forest planning by using the shape index. *For. Ecol. Manage.* 212, 346–357.
- Pukkala, T., 2002. *Multi-Objective Forest Planning*. Kluwer, Dordrecht.
- Richards, E.W., Gunn, E.A., 2000. A model and tabu search method to optimize stand harvest and road construction schedules. *For. Sci.* 46, 188–203.
- Sessions, J., Sessions, J., 1988. SNAP-A scheduling and network analysis program for tactical harvest planning. In: *Proceeding of 1988 International Mountain Logging and Pacific Northwest Skyline Symposium*, December. pp. 12–16.
- Wikström, P., Edenius, L., Elfving, B., Eriksson, L.O., Lämås, T., Sonesson, J., Öhman, K., Wallerman, J., Waller, C., Klintebäck, F., 2011. The heureka forestry decision support system: an overview. *Math. Comput. For. Nat. – Res. Sci.* 3, 87–95.

9 Diskuze

V současnosti jsou v ČR pro stanovení výše mýtní těžby používány hlavně dva těžební ukazatelé – těžební procento a normální paseka, jejichž použití je i zakotveno v příslušných právních předpisech (zákon o lesích č. 289/1995 Sb. a jeho prováděcí vyhlášky). Oba dva jsou odvozeny z modelu normálního lesa, jehož základním předpokladem je vyrovnaná věková struktura. Tyto ukazatele ale v podmínkách reálných věkových struktur lesních porostů zajistit vyrovnanou výši v jednotlivých decenních. Zároveň také nemohou explicitně zahrnovat jiné podmínky hospodaření důležité pro plnění i mimoprodukčních funkcí lesa. Je jasné, že na rozdíl od stávajících metod plánování mýtních těžeb metody operačního výzkumu jsou lepšími nástroji v současných podmínkách lesního hospodářství (Marušák 2007).

Základní nedostatek současných těžebních ukazatelů je to, že se při výpočtu etátu neberou v úvahu prostorové možnosti. Podmínky přiřazování holých sečí jsou v mnoha zemích světa považovány za základní podmínky plánování, které jsou ve většině případů i striktně zakotveny v legislativě (McDill a kol. 2002). Zároveň ale tyto podmínky vyžadují použití složitějších algoritmů nutných pro řešení zadaného problému. Vyřešení problémů plánování zahrnující i podmínky přiřazování sečí bývá časově mnohem náročnější. Řešitelnost podobných optimalizačních úloh aplikovaných v reálných podmínkách ovlivňuje nejen prostorová struktura (Konoshima a kol. 2011a), ale i struktura věková. McDill, Braze (2000) vycházeli ve své studii z předpokladu, že čím méně bude mýtních věkových stupňů, tím bude menší pravděpodobnost, že úloha bude mít řešení, případně že toho řešení se dosáhne za delší výpočetní čas nebo toto řešení bude mít horší výsledek účelové funkce než stejná úloha bez podmínek prostorovosti. Z výsledků prezentovaných v předkládané disertační práci ale vyplývá, že rozdíl v modelech s i bez podmínek prostorovosti byl i v případě lesního celku s převahou mýtních věkových stupňů minimální. Model zahrnující podmínky sousednosti ale poskytuje díky těmto podmínkám mnohem komplexnější a přesnější výsledek. Rozdíl ve výsledné věkové struktuře po 50 letech simulovaných těžebních zásahů byl ale nesrovnatelný s výsledky při použití současného těžebního ukazatele těžební procento. Výsledná věková struktura při použití těžebního procenta byla i po těchto 50 letech znova nevyrovnaná.

Prostorová struktura porostů nebo porostních skupin, případně obnovních prvků hraje díky zákonným požadavkům významnou roli v celkové výši mytních těžeb. Pokud se do modelu přidají ještě nároky plnění jiných funkcí lesa než jen plnění funkce produkční, pak i sebemenší změna v podmínkách nebo vstupních datech může představovat velký rozdíl ve výsledku. Jednou z možností jak zahrnout do plánování environmentální funkci nebo přírodo-ochrannou funkci je vytvoření bezzásahových zón. Zahrnutím podmínky vytvoření souvislých bezzásahových prvků do dlouhodobějších plánovacích problémů výrazně stoupne komplexita, ale i složitost celého řešeného modelu (Öhman, Lamas 2005). Ale jen komplexnější model může poskytnout komplexnější výsledky, může skutečně a správně podpořit konečné rozhodnutí (Pukkala 2002).

Předpoklad, že při holosečném hospodářském způsobu nemusí být celková výše těžeb výrazně menší při ponechání určité výměry bezzásahových částí, protože už jen díky zákonným limitům přiřazování holých sečí se některé obnovní prvky v rámci plánovacího horizontu vůbec „nevytěží“, se nepotvrdil. V případě, že by se nekladla podmínka vytvoření souvislé bezzásahové části, pak by byl předpoklad správný. Ale v případě, že se požaduje, aby jednotlivé bezzásahové prvky byly co možná nejméně rozfragmentovány, jsou výsledky prezentované v této práci v naprosté shodě se studii např. Öhman, Lamas (2005) nebo Öhman, Wikström (2008). Dokonce i v případě, že jednou z účelových funkcí nebyla maximalizace vytěženého dříví ale maximalizace čisté současné hodnoty vytěženého dříví (Öhman, Wikström 2008). Výsledky byly ve všech studiích vzájemně srovnatelné a autoři dokázali, že výraznější změna v účelové funkci nastala pouze tehdy, pokud váha účelové funkce minimalizující celkový obvod bezzásahové části byla velmi malé číslo (v řádech tisícin). Na druhé straně Öhman, Lamas (2003) dokázali, že seskupování porostních skupin do souvislejších oblastí může mít minimální vliv na celkový podíl probírek. Na rozdíl od těchto zmíněných autorů, kteří použili určitou škálu vah pro všechny použité účelové funkce a porovnávali různé kombinace, v přístupu, který byl použit v rámci této disertační práce, byly použity jednoduché dotazníky, které byly roz distribuovány mezi praktické lesníky, ale i členy akademické obce, a na základě výsledků byly pomocí metody AHP vytvořeny konečné váhy pro jednotlivé účelové funkce. Tento postup více odráží skutečné priority odborné společnosti při naplňování všech funkcí lesních ekosystémů.

Výsledky týkající se vytvoření bezzásahových zón, které by měly vytvořit vhodné habitaty pro řadu savců, byly významně ovlivněny faktem, že všechny použité modely byly typu URM (Murray 1999; Crowe a kol. 2003), protože výsledný tvar bezzásahových prvků je velmi závislý na tvarech jednotlivých obnovních prvků. Použití ARM v reálných zákonných podmínkách ČR je ale v současnosti nemožné.

Vytváření homogenních bezzásahových zón skládajících se z mýtních nebo přestárlych porostů nemůže zcela popsat celkovou prostorovou strukturu z pohledu ochrany a podpory biodiverzity, protože jenom pestrá mozaika různě starých porostů je plnohodnotnou součástí krajiny (Hunter, Schmiegelow 2011). Tato mozaika může být ovlivněna pozitivně ale i negativně nejen přírodními procesy jako jsou například disturbance (Hlasný a kol. 2014), tak ale i přímo managementovými zásahy (Zeng a kol. 2004; 2009), jako jsou například právě těžební zásahy. Na dílčích výsledcích disertační práce bylo ukázáno, že je možné vytvořit model plánování mýtních těžeb, který zohledňuje i prostorovou strukturu porostů všech věkových tříd. Pokud chceme zahrnout do modelu kompozici, konfiguraci i tvar porostů a porostních skupin, pak jsou celkové těžby nižší než bez uvažování těchto prostorových aspektů. Pokud ale sledujeme pouze jeden z těchto aspektů při současné maximalizaci vytěženého dříví, rozdíly jsou minimální.

V obou dvou prezentovaných modelových přístupech pro optimalizaci těžeb se zahrnutím environmentální funkce bylo dokázáno, že je možné najít určité kompromisní řešení, při kterém není výrazně snížena celková těžba a zároveň je co možná nejvíce plněna i environmentální funkce lesních ekosystémů reprezentovaná vhodnou prostorovou strukturou.

Všechny modelové přístupy zahrnující plnění i environmentální funkce lesních ekosystémů jsou v této práci založeny čistě jen na prostorových parametrech (tvar, výměra, obvod) jednotlivých obnovních prvků a bohužel v této chvíli postrádají informace např. o vnitřní struktuře porostů (dřevinné složení, půdní typ, apod.), které hrají také velmi důležitou roli v celkové hodnotě biodiverzity. Tyto aspekty by bylo možné zahrnout pomocí rozličných indexů popisující vnitřní strukturu. Model by tak určitě lépe reprezentoval skutečný stav a byl by v tomto směru komplexnější.

Na dílčích výsledcích bylo dále prezentováno, že v případě podrostního hospodářského způsobu, při kterém neplatí žádné zákonné podmínky přiřazování sečí, má bezzásahové území větší vliv na celkovou výši těžby než při holosečném

hospodářském způsobu a tento vztah platí i v případě čisté současné hodnoty. Na druhé straně, v případě podroštního hospodářského způsobu bylo při modelových vstupních datech dokázáno, že právě i díky absenci prostorových restrikcí může být celková výše těžeb mnohem větší než v případě holosečného hospodářského způsobu. Vzhledem k stále většímu uplatňování přírodě blízkých hospodářských způsobů je čím dál tím více akutní odvodit adekvátní modely plánování těžeb i pro tyto pěstební postupy. Marušák (2007) navrhl poprvé model optimalizace těžeb pro podroštní hospodářský způsob, který byl dále rozvinut v práci Konoshima a kol. (2011b), a prezentoval výhody tohoto modelu oproti současným postupům, které jsou dovozeny od modelu normálního lesa. V jeho práci ale bohužel chybí prostorový aspekt.

Kromě jiného byly v práci také otestovány různé typy omezujících podmínek a jejich vliv na celkovou výši těžeb. Podmínky plynulosti těžeb mají větší vliv na celkovou výši než samotné podmínky ponechání části určité výměry lesních porostů bez zásahu.

Dalším důležitým přínosem komplexnějších modelů prostorového plánování těžeb je fakt, že takovéto modely nám mohou pomoci lépe pochopit prostorové vztahy mezi jednotlivými obnovními prvky a zkoumat vlivy navržených těžebních zásahů na plnění funkcí lesa (Bettinger a kol. 2003).

Bez moderních nástrojů výpočetní techniky by nebylo možné v reálných podmínkách lesního hospodářství vytvořené modely aplikovat. Z tohoto důvodu byla nezbytná implementace vybraných modelů prostorového plánování těžeb do vznikajícího systému pro podporu rozhodování, který je v současnosti vyvíjen na Katedře hospodářské úpravy lesa Fakulty lesnické a dřevařské ČZU v Praze.

Z výsledků je zřejmé, že vyvinutý systém pro podporu rozhodování představuje spojnici mezi vědeckými poznatky z oblasti optimalizace a praktickým využitím v provozních podmínkách. Systém urychluje přípravu vstupních dat, především pak editaci potenciálních obnovních prvků. Rychlost samotného výpočtu nadefinovaného modelu obecně závisí na typu podmínek, vstupní prostorové struktuře, vstupní věkové struktuře, délce plánovacího horizontu, ale samozřejmě i na počtu obnovních prvků (McDill, Braze 2000). Díky moderním optimalizačním nástrojům je dnes ale možné teoreticky řešit neomezeně velký počet proměnných i omezujících podmínek (Crowe a kol. 2003). Navíc bylo dokázáno, že celkový čas nutný pro řešení problému je silně závislý na velikosti nastavené gap tolerance. Tento časový rozdíl se projeví o to více

v případě velkých a složitých optimalizačních úloh. Díky možnosti editace libovolných obnovních prvků a podobnosti hospodářských podmínek může být vyvinutý systém použit v celé střední Evropě, nejen v České republice.

10 Závěr a přínosy

Předkládaná disertační práce se věnuje problematice prostorové optimalizace mýtních těžeb. V rámci literární rešerše byla představena základní metoda operačního výzkumu pro řešení úloh prostorového plánování těžeb, a to je celočíselné programování. Byly představeny základy této metody i dnes nejpoužívanější algoritmy pro řešení. Vedle této exaktní metody byly ve stručnosti představeny i tři nejběžnější heuristické metody – Monte Carlo metoda, Simulované žíhání a Tabu search.

V další části pak byly rozebrány základní prostorové aspekty optimalizace, typy modelů prostorového plánování, typy prostorových podmínek a podmínek těžební vyrovnanosti. Protože poznatky získané v průběhu studia problematiky prostorové optimalizace těžeb vyústily do tvorby modelů implementovaných v současnosti dokončeném systému pro podporu rozhodování (DSS Optimal), byla v práci v krátkosti prezentována i architektura a vlastnosti těchto softwarových nástrojů.

Výsledky disertační práce byly částečně prezentovány přímo v práci, částečně pak v rámci 6 odborných publikací, které jsou součástí práce. Na výsledcích byly prezentovány výhody studovaných metod operačního výzkumu oproti v současnosti používaným metodám stanovení výše mýtních těžeb – těžební procento a normální paseka.

Zajistit vyrovnanost a plynulost těžeb je velký problém na téměř většině lesních hospodářských celků, protože v současnosti používané těžební ukazatelé jsou založeny na modelu normálního lesa. Skutečné věkové struktury lesních celků jsou ovšem velmi vzdálené od tohoto modelu. Modely lineárního programování, metody a softwary pro jejich řešení jsou schopné vyrovnanost a plynulost těžeb zajistit, což ovlivní významně hlavně ekonomiku daného lesního podniku, protože na těžby je navázána většina výnosů ale i nákladů podniku. Dalo by se tedy i tvrdit, že zajištění vyrovnanosti a plynulosti těžeb představenými modely významně plní i sociální aspekty v daných regionech, protože díky tomu je možné nabídnout práci s větší stabilitou a na delší časové horizonty.

Modely a metody operačního výzkumu jsou použitelné pro plánování mýtních těžeb bez ohledu na velikost hospodářského celku, jeho prostorovou či věkovou strukturu nebo přírodní podmínky a je možné do nich začlenit řadu individuálních

požadavků vlastníka či hospodáře, případně dalších subjektů, které se podílejí na vytváření lesního hospodářského plánu.

Modely a metody operačního výzkumu implementované v nějakém softwaru se mohou stát i součástími kontrolních mechanismů orgánů státní správy případně mohou sloužit jako důležitý podklad pro znalecké posudky při prodeji lesního majetku, případně v současnosti velmi aktuálních restitucích.

Studovaná problematika je velmi široká a řada poznatků je doposud pouze teoretická, vyžadující si další testování a analýzy na reálných vstupních datech. Možností jak navázat na tuto disertační práci dalším výzkumem je tedy mnoho. I přesto dílčí výsledky dokazují, že tento směr ve vývoji metod plánování mýtních těžeb v ČR má své opodstatnění. Velkou překážkou pro širší uplatnění v provozní praxi v ČR je bohužel současná lesnická legislativa, která nepřipouští jiné metody stanovení výše mýtní těžby než již zmíněné těžební ukazatele těžební procento a normální paseku. Nicméně i současná legislativa připouští při vypracovávání LHP určité možné odchýlení se od stanovených hodnot, především pak nedotěžení maximální výše těžeb. Uvedené modely a metody, případně softwary tedy mohou posloužit jako další prostředek stanovení výše mýtní těžby, na základě kterého se daný tvůrce LHP snaží předepsat mýtní těžbu v zákonem povolených limitech.

11 Literatura

- Balas, E. 1965. An Additive Algorithm of Solving Linear Programs with Zero-One variables. *Operation Research* 13, 517–545
- Balzter, H., Braun, P. W., Köhler, W. 1998. Cellular automata models for vegetation dynamics. *Ecological Modelling* 107, 113–125
- Barreiro, S., Garcia-Gonzalo, J., Borges, J.G., Tomé, M., Marques, S. 2013. SADfLOR Tutorial. A Web-based Forest and Natural Resources Decision Support System (Work in progress), FORCHANGE, ISA, Lisbon, 39 stran
- Barret, T. M., Gilles, J. K., Davis, L. S. 1998. Economic and fragmentation effects of clearcut restrictions. *Forest Science* 44, 569–577
- Barret, T. M., Gilles, J. K. 2000. Even-aged restrictions with sub-graph adjacency. *Annals of Operations Research* 95, 159–175
- Baskent, E. Z., Jordan, G. A. 1995. Designing forest management to control spatial structure of landscapes. *Landscape and Urban Planning* 34, 55–74
- Baskent, E. Z. 1999. Controlling spatial structure of forested landscapes: a case study towards landscape management. *Landscape Ecology* 14, 83–97
- Baskent, E.Z., Keles, S. 2005. Spatial forest planning: A review. *Ecological Modelling* 188, 145–173
- Beaudoin, D., Frayret, J.-M., Lebel, L. 2008. Hierarchical forest management with anticipation: an application to tactical-operational planning integration. *Canadian Journal of Forest Resource* 38, 2198–2211
- Belton, V., Stewart, T.J. 2002. Multiple criteria decision analysis: an integrated approach. Kluwer Academic Publishers, Massachusetts. 380 stran
- Bertsimas, D., Tsitsiklis, J. 1993. Simulated Annealing. *Statistical Science* 8, 10–16
- Bettinger, P., Boston, K., Sessions, J. 1999. Intensifying a heuristic forest harvest scheduling search procedure with 2-opt decision choices. *Canadian Journal of Forest Research* 29, 1784–1792

-
- Bettinger, P., Boston, K., Siry, J.P., Grebner, D.L., 2009. Forest Management and Planning. Elsevier Inc. 331 stran
- Bettinger, P., Graetz, D., Boston, K., Sessions, J., Chung, W. 2002. Eight Heuristic Planning Techniques Applied to Three Increasingly Difficult Wildlife Planning Problems. *Silva Fennica* 36, 561–584
- Bettinger, P., Johnson, D., Johnson, K. 2003. Spatial forest plan development with ecological and economic goals. *Ecological Modelling*, 169, 215–236
- Bettinger, P., Sessions, J. 2003. Spatial forest planning: To adopt, or not to adopt? *Journal of Forestry* 101, 24–29
- Bettinger, P., Zhu, J. 2006. A new heuristic method for solving spatially constrained forest planning problems based on mitigation of infeasibilities radiating outward from a forced choice. *Silva Fennica* 40, 315–333
- Borges, J.G., Hoganson H.M., Rose D.W. 1999. Combining a decomposition strategy with dynamic programming to solve spatially constrained forest management scheduling problems. *Forest science* 45(2), 201–212
- Borges, P., Eid, T., Bergseng, E. 2014a. Applying simulated annealing using different methods for the neighborhood search in forest planning problems. *European Journal of Operational research* 233, 700–710
- Borges, P., Bergseng, E., Eid, T. 2014b. Adjacency constraints in forestry – a simulated annealing approach comparing different candidate solution generators. *Mathematical and Computational Forestry and Natural-Resource Sciences* 6, 11–25
- Boston, K., Bettinger, P. 1999. An analysis of Monte Carlo integer programming, simulated annealing, and tabu search heuristics for solving spatial harvest scheduling problems. *Forest Science* 45(2), 292–301
- Brumelle, S., Granot, D., Halme, M., Vertinsky, I. 1998. A Tabu Search algorithm for finding good forest harvest schedules satisfying green-up constraints. *European Journal of Operation Research* 106, 408–424

-
- Bullard, H.S., Sherali, H.D., Klemperer, W.D. 1985. Estimating optimal thinning and rotation for mixed-species timber stands using a random search algorithm. *Forest Science* 31, 303–315
- Buongirono, J., Gilles, J.K. 2003. Decision methods for forest resource management. Academic Press. 439 stran
- Burstein, F., Holsapple, C. W. (ed.) 2008. Handbook on decision support systems 1. Berlin, London Springer. 854 stran
- Caro, F., Constantino, M., Martins, I., Weintraub, A. 2003. A 2-opt tabu search procedure for the multiperiod forest harvesting problem with adjacency, old growth, and even flow constraints. *Forest Science* 49, 738–751
- Carrol, B., Landrum, V., Pious, L. 1995. Timber harvest scheduling with adjacency constraints: using ArcInfo to make FORPLAN realistic. In Proceedings of the 1995 ESRI International User Conference. Dostupné na <http://proceedings.esri.com/library/userconf/proc95/to300/p299.html>
- Cerny, V. 1985. A thermodynamic approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation. *Journal of Optimization Theory and Applications* 45, 41–51
- Černý, M., Pařez, J., Malík, Z. 1996. Růstové a taxační tabulky hlavních dřevin České republiky (smrk, borovice, buk, dub). Ústav pro výzkum lesních ekosystémů, Jílové u Prahy, 245 stran
- Cho, S., Newman, D.H. 2005. Spatial analysis of rural land development. *Forest Policy and Economics* 7, 732–744
- Clemens, M., ReVelle, C., Williams, J. 1999. Reserve design for species preservation. *European Journal of Operation Research* 112, 273–283
- Clements, S.E., Dallain, P.L., Jamnick, M.S. 1990. An operational, spatially constrained harvest scheduling model. *Canadian Journal of Forest Research* 20, 1438–1447

Crowe, K., Nelson, J., Boyland, M. 2003. Solving the area-restricted harvest-scheduling model using the branch and bound algorithm. *Canadian Journal of Forest Research* 33, 1804–1814

Crowe, K., Nelson, J. 2005. An evaluation of the simulated annealing algorithm for solving the area-restricted harvest scheduling model against optimal benchmarks. *Canadian Journal of Forest Research*, 35, 2500–2509

Dahlin, B., Sallnäs, O. 1993. Harvest scheduling under adjacency constraints-A case study from the Swedish subalpine region. *Scandinavian Journal of Forest Research* 8, 281–290

Dantzig, G. B. 1966. Lineárne programovanie a jeho rozvoj. Slovenské vydavateľstvo technickej literatúry Bratislava. 704 stran

Daust, D.K., Nelson, J.D. 1993. Spatial reduction factors for strata-based harvest schedules. *Forest Science* 39(1), 152–165

Demel, J. 2011. Operační výzkum – elektronická skripta ČVUT. Dostupné na https://moodle.dce.fel.cvut.cz/pluginfile.php/5375/mod_resource/content/4/OperacniVyzkum.pdf

Diaz-Balteiro, L., Romero, C. 2008. Making forestry decisions with multiple criteria: A review and an assessment. *Forest Ecology and Management* 255, 3222–3241

Doležal, B., Korf, V., Priesol, A. 1969. Hospodářská úprava lesů. SZN. Praha. 395 stran

Dykstra, D. P. 1984. Mathematical programming for natural resource management. McGraw-Hill Book Company. New York. 310 stran

Eriksson, L.O., Borges, J. G. 2014. Computerized decision support tools to address forest management planning problems: history and approach for assessing the state of art world-wide *In* Computer-based tools for supporting forest management. The experience and the expertise world-wide. Editoři Borges, J.G., Nordström, E.M., Garcia-Gonzalo, J., Hujala, T., Trasobares, A. 2014. Sveriges lantbrukuniversitet, Institutionen för skoglig resurshållning. Umeå, Sweden. 507 stran

Fahrig, L. 2001. How much habitat is enough? *Biology Conservation* 100, 65–74

Forest DSS CoP 2015. Dostupné na stránkách: <http://www.forestdss.org> (poslední přístup 22. 5. 2015)

Glover, F., 1989. Tabu search - Part I, *ORSA Journal on Computing* 1, 190–206

Glover, F., 1990. Tabu search - Part II, *ORSA Journal on Computing* 2, 4–32

Gunn, E.A., Richards, E.W. 2005. Solving the adjacency problem with stand-centered constraints. *Canadian Journal of Forest Research* 65, 832–842

Gross, T.E. 1989. Use of graph theory to analyse constraints on the juxtaposition of timber stands. M.S. Thesis, Northern Arizona University, Flagstaff

Gross, T.E., Dykstra, D.P. 1988. Harvest scheduling with nonadjacency constraints. *In Proceedings, Society of American Foresters National Convention, 16-19 Oct. 1988, New York. Society of American Foresters, Washington, D.C., 310–315*

Gurobi Optimization, I. *Gurobi optimizer reference manual*, 5.6.3; 2014.

He, H. S., DeZonia, B. E., Mladenoff, D.J. 2000. An aggregation index (AI) to quantify spatial patterns of landscapes. *Landscape Ecology* 15, 591–601

Heinonen, T., 2007. Developing spatial optimization in forest planning. *Dissertationes Forestales* 34. University of Joensuu, 48 stran

Hillier, F. S., Lieberman, G. J. 2010. *Introduction to Operations Research*, 9th edition. McGraw-Hill, New York. 1214 stran

Hlasný, T., Matyas, C., Seidel, R., Kulla, L., Merganičová, K., Trombík, J., Dobor, L., Barcza, Z. 2014. Climate changes increases the drought risk in Central European forests: what are the options for adaptation. *Lesnický časopis – Forestry Journal* 60, 81–87

Hoganson, H.M., Borges, J.G. 1998. Using dynamic programming and overlapping subproblems to address adjacency in large harvest scheduling problems. *Forest Science* 44(4), 526–538

Hokans, R.H. 1983. Evaluating spatial feasibility of harvest schedules with simulated stand-selection decisions. *Journal of Forestry* 81, 601–603

-
- Hunter, M., Schmiegelow, F. 2011. Wildlife, forests, and forestry principles of managing forests for biological diversity 2(nd) edition. Prentice Hall. 570 stran
- Jablonský, J. 2007. Operační výzkum-kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování, 3. vydání. Professional publishing, Praha. 324 stran
- Jirásek, F., Benda, J. 2006. Matematika pro bakalářské studium, 1. Vydání. Ekopress, s.r.o., Praha. 506 stran
- Johnson, K.N., Scheurmann, H.L. 1977, Techniques for prescribing optimal timber and investment under different objectives—discussion and synthesis. *Forest Science*, Monography, 18
- Kangas, A., Kangas, J., Kurttila, M. 2008. Decision Support for Forest Management. Springer-Verlag, Berlin. 222 stran
- Kannan, R. 1983. Polynomial time aggregation of integer programming problems. *Journal of the Association for Computing Machinery* 30, 133–145
- Kašpar, J., Marušák, R., Vopěnka, P. 2013. Comparison of two alternative optimization techniques for spatial harvest planning. *Scientia Agriculturae Bohemica* 44, 90–96
- Kirkpatrick, S., Gelett, C. D., Vecchi, M. P. 1983. Optimization by simulated annealing. *Science* 220, 621–630
- Konoshima, M., Marušák, R., Yoshimoto, A., 2011a. Spatially constrained harvest scheduling for strip allocation under Moore and Neumann neighbourhood adjacency. *Journal of Forest Science*, 57, 70–77
- Konoshima, M., Marušák, R., Yoshimoto, A., 2011b. Harvest scheduling with spatial aggregation for two and three strip cut system under shelterwood management. *Journal of Forest Science* 57, 271–277
- Korf, V. 1955. Hospodářská úprava lesů, Státní zemědělské nakladatelství Praha. 363 stran

Korosuo, A., Heinonem, T., Öhman, K., Holmström, H., Eriksson, L. 2014. Spatial Optimization in Forest Planning Using Different Fragmentation Measures. *Forest Science* 60, 764-775

Kurtilla, M. 2001. The spatial structure of forests in the optimization calculations forest planning – a landscape ecological perspective. *Forest Ecology and Management* 142, 129-142

Lágová, M., Jablonský, J. 2009. Lineární modely. Vysoká škola ekonomická v Praze, nakladatelství Oeconomica Praha. 300 stran

Land, A. H., Doig, A. G. 1960. An Automatic Method of Solving Discrete Programming Problems. *Econometria* 28, 497–420

Lappi, J., Lempinen, R., 2013. J- User's Guide Version 2.0. 118 stran

Leuschner, W. A., Porter, J. R., Reynolds, M. R., Burkhart, H. E. 1975. A Linear Programming Model for Multiple-use Planning. *Canadian Journal of Forest Resource* 5, 485–491

Li, R., Bettinger, P., Boston K. 2010. Informed Development of Meta Heuristic for Spatial Forest Planning Problems. *The Open Operational Research Journal* 2010, 1–11

Little, J. D. C., Murty, K. G., Sweeney, D. W., Karel, C. 1963. An Algorithm for the Travelling Salesman Problem. *Operation Research* 11, 972–989

Loockwood, C., Moore, T. 1993. Harvest scheduling with spatial constraints: A simulated annealing approach. *Canadian Journal of Forest Resource* 23,468–478

Martins, I., Mujig, Y., Constantino, M., Fonseca, M.C., Cadima J. 2014. Modelling target volume flows in forest harvest scheduling subject to maximum area restrictions. *Top* 22, 343–362

Marušák, R. 2007. Alternative harvest scheduling for final cut with respect to silvicultural requirements. *Lesnický časopis – Forestry Journal*, 53, 117–127

Marušák, R., Kašpar, J. 2014a. Metodický postup optimalizace mýtní těžby pro holosečný hospodářský způsob, Methodology of final harvest optimization for forest

stands managed by clear cut system. Uplatněná certifikovaná metodika, KHÚL/04, Číslo certifikátu 87944/2014-MZE-1622/M98. 23 stran

Marušák, R., Kašpar, J. 2014b. Metodický postup optimalizace mýtní těžby pro podrostní hospodářský způsob, Methodology of final harvest optimization for forest stands managed by clear cut system. Uplatněná certifikovaná metodika, KHÚL/04, Číslo certifikátu 87944/2014-MZE-1622/M98. 23 stran

Marušák, R., Kašpar, J. 2014c. Metodický postup optimalizace mýtní těžby pro násečný hospodářský způsob, Methodology of final harvest optimization for forest stands managed by clear cut system. Uplatněná certifikovaná metodika, KHÚL/04, Číslo certifikátu 87944/2014-MZE-1622/M98. 23 stran

Marušák, R., Kašpar, J., Vopěnka, P. 2015. Decision Support Systems (DSS) Optimal – A Case Study from the Czech Republic. *Forests* 6, 163–182

Matoušek, J., Nešetřil, J. 2002: Kapitoly z diskrétní matematiky. Univerzita Karlova v Praze, Nakladatelství Karolinum Praha. 381 stran

McDill, M.E., Braze, J. 2000. Comparing Adjacency Constraints Formulations for Randomly generated Forest Planning Problems with Four Age-Class Distributions. *Forest Science* 46, 423–436

McDill, M.E., Braze, J. 2001. Using the Branch and Bound Algorithm to Solve Forest Planning Problems with Adjacency Constraints. *Forest Science* 47, 403–418

McDill, M.E., Rebain, S.A., Braze, J. 2002. Harvest scheduling with area-based adjacency constraints. *Forest Science* 48, 631–642

McNaughton, A., Page, G., Ryan, D. 2001. Adjacency constraints in forest harvesting. In Proceedings of the ORSNZ Conference Twenty Naught One 30th November to 1st December, 2001, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand. Dostupné na <http://www.orsnz.org.nz/conf36/papers/abstracts.htm>

Mealey, S.P., Lipscomb, J.F., Johnson, K.N. 1982. Solving the habitat dispersion problem in forest planning. *Transaction of 47th North American Wildlife and Nature Resources Conference*, 142–153

-
- Mehlhorn, K., Sanders P. 2008. Algorithms and Data Structure—The Basic Toolbox. Springer-Verlag, Berlin. 300 stran
- Meneghim, B.J., Kirby, M.W., Jones, J.G. 1988. An algorithm for writing adjacency constraints efficiently in linear programming models. *In* Proceedings of the 1988 Symposium on Systems Analysis in Forest Resources, 29 Mar.-1Apr. 1988. *Editor* B. Kent a L. Davis. USDA Forest Services Gen. Tech. Rep. RM-161, 46–53
- Mingers, J, Brocklesby, J. 1997. Multimethodology: towardsa framework for mixing methodologies. *Omega, International Journal of Management Science* 5, 49–509
- Mullen, D.S. 1996. A comparison of genetic algorithms with Monte Carlo integer programming for optimization of adjacency constrained timber harvest scheduling problems. Diplomová práce, University of North Florida, Department of Comput. and Inf. Sci.
- Mullen, D.S., Butler, R.M. 1997. The design of a genetic algorithm based spatially constrained timber harvest scheduling model. *In* Proceedings of the 1997 Symposium on Systems analysis in forest resources, *Editor* Vaseivich, J.M., Fried, J., Leefers, J. Dostupné na <http://www.nrs.fs.fed.us/pubs/gtr/other/gtr-nc205/pdf/p14.pdf>
- Murray, A.T. 1999. Spatial Restrictions in Harvest Scheduling. *Forest Science* 45, 45–52
- Murray, A.T., Church, R.L. 1995a. Heuristic solution approaches to operational forest planning problems. *Operation Research Spectrum* 17, 193–203
- Murray, A.T., Church, R.L. 1995b. Measuring the efficacy of adjacency constraints structure in forest planning models. *Canadian Journal of Forest Research* 25, 1416–1424
- Murray, A.T., Church, R.L. 1996. Analyzing Cliques for Imposing Adjacency Restrictions in Forest Models. *Forest Science* 46, 166–175
- Murray, A.T. 1999. Spatial Restrictitons in Harvest Scheduling. *Forest Science*, 45, 45–52

-
- Murray, A.T., Snyder, S. 2000. Spatial Modelling in Forest Management and Natural Resource Planning. *Forest Science* 46, 153–156
- Nelson, J., Brodie, J.D. 1990. Comparison of random search algorithm and mixed integer programming for solving area-based forest plans. *Canadian Journal of Forest Research* 20, 934–942
- Nelson, J., Brodie, J.D., Sessions, J. 1988. Integrating short term spatially feasible harvest plans with long term harvest schedules using Monte-Carlo integer programming and linear programming. *In Proceedings of the 1988 Symposium on Systems Analysis in Forest Resources*, 29 Mar.-1Apr. 1988. *Editor B. Kent a L. Davis*. USDA Forest Services Gen. Tech. Rep. RM-161, 224–229
- Nelson, J., Finn, S.T. 1991. The influence of cut-block size and adjacency rules on harvest levels and road networks. *Canadian Journal of Forest Research* 21, 595–600
- Nelson, J., Brodie, J.D., Sessions, J. 1991. Integrating short-term, area-based logging plans with long-term harvest schedules. *Forest Science* 37, 101–122
- O'Hara, A.J., Faaland, B.H., Bare B.B. 1989. Spatially constrained timber harvest scheduling. *Canadian Journal of Forest Research* 19, 715–724
- Öhman, K. 2000. Creating continuous areas of old forest in long-term forest planning. *Canadian Journal of Forest Research* 30, 1817–1823
- Öhman, K., 2001. Forest Planning with Consideration to Spatial Relationships. Acta Universitatis agriculturae Sueciae, Silvestria 198. SLU, 32 stran
- Öhman, K., Eriksson, L., 1998. The core area concept in forming contiguous areas for long-term forest planning. *Canadian Journal of Forest Research* 28, 1032–1039
- Öhman, K., Eriksson, L., 2002. Allowing for spatial consideration in long-term forest planning by linking linear programming with simulated annealing. *Forest Ecology and Management* 161, 221–230
- Öhman, K.; Lamas, T. 2005. Reducing forest fragmentation in long-term forest planning by using the shape index. *Forest Ecology and Management*, 212, 346–357

-
- Öhman, K.; Wikström, P. 2008. Incorporating aspects of habitat fragmentation into long-term forest planning using mixed integer programming. *Forest Ecology and Management*, 255, 440–446
- Pasalodos-Tato, M., Mäkinen, A., Garzia-Gonzalo, J., Borges, J. G., Lämås, T., Eriksson, L. O. 2013. Review. Assessing uncertainty and risk in forest planning and decision support systems: review of classical methods and introduction of innovative approaches. *Forest Systems* 22(2), 282–303
- Priesol, A., Polák, L. 1991. Hospodárská úprava lesov. Príroda, Bratislava. 447 stran
- Pukkala, T. (ed.), 2002. Multi-objective forest planning. Kluwer Academic Publishers. Netherlands. 207 stran
- Reynolds, K.M. 2013. Implementing DSS in forestry practise: latest developments, challenges and oppurtunities. *In* Current issues of forestry DSS tools development and application. Editoři Tuček, J., Smreček, R., Majlingová, A., Garcia-Gonzalo, J. Technická univerzita ve Zvoleně, Zvolen, Slovensko. 167 stran
- Richards, E.W., Gunn, E.A. 2000. A Model and Tabu Search Method to Optimize Stand Harvest and Road Construction Schedules. *Forest Science* 46, 188–203
- Rutledge, D. 2003. Landscape indices as measures of the effects of fragmentation: can pattern reflect process? DOC Sciences Internal Series, Wellington, New Zealand
- Saigal, S. 2012. Optimization For Dummies. Gurobi Special Edition, John Wiley & Sons, Inc. New Jersey, USA, 20 stran
- Sessions, J., Sessions, J.B. 1988. SNAP-a scheduling and network analysis program for tactical harvest planning. *In* Proceedings of International Mountain Logging and Pacific Northwest Skyline Symposium, 12-16 Dec. 1988, Oregon. Oregon State University Press, Corvallis, 71–75
- Snyder, S., ReVelle, C. 1996. Temporal and spatial harvesting of irregular systems of parcels. *Canadian Journal of Forest Research* 26, 1079–1088
- Snyder, S., ReVelle, C. 1997. Dynamic selection of harvests with adjacency restrictions. *Forest Science* 43, 213–222

-
- Soga, M., Koike, S., 2012. Relative importance of quantity, quality and isolation of patches for butterfly diversity in fragmented urban forests. *Ecology Research* 27, 265–271
- Schumaker, N.H 1996. Using landscape indices to predict habitat connectivity. *Ecology* 77, 1210–1225
- Tarp, P., Helles, F. 1997. Spatial optimization by simulated annealing and linear programming. *Scandinavian Journal of Forest Research* 12, 390–402
- Thogmartin, W., Sauer, J., Knutson, M. 2007. Modelling and mapping abundance of american woodcock across the midwestern and northeastern united states. *Journal Wildlife Management* 71, 376–382
- Thompson, E.F., Halterman, B.G., Lyon, T.J., Miller, R.L. 1973. Integrating timber and wildlife management planning. *Forestry Chronicle* 49, 247–250
- Torres-Rojo, J.M., Brodie, J.D. 1990. Adjacency constraints in harvest scheduling: an aggregation heuristic. *Canadian Journal of Forest Research* 20, 978–986
- Tuček, J., Sedmák, R., Majlingová, A., Sedliak, M., Marques, S. 2015. Decision support systems in Slovak forestry planning: a review. *Forestry Journal* 61, 19–30
- Turner, M., Costanza, R., Sklar, F. 1989. Methods to evaluate the performance of spatial simulation-models. *Ecology Modeling* 48, 1–18
- Vielma, J.P., Murray, A.T., Ryan D.M., Weintraub, A. 2007. Improving computationla capabilities for addressing volume constraints in forest harvest scheduling problems. *European Journal of Operations Research* 176, 1246–1264
- Vopěnka, P., Kašpar, J., Marušák, R. 2015. GIS tool for optimization of forest harvest-scheduling. *Computers and Electronics in Agriculture* 113, 254–259
- Vyhláška č. 84/1996 Sb. Vyhláška Ministerstva zemědělství o lesním hospodářském plánování
- Ware, G. O., Clutter, J. J. 1971. A Mathematical Programming system for the Management of Industrial Forests. *Forest Science* 17, 428–445

-
- Weintraub, A., Barahna, F., Epstein, R. 1994. A column generation algorithm for solving general forest planning problems with adjacency constraints. *Forest Science* 40, 142–161
- Wikstrom, P., Edenius, L., Elfving, B., Eriksson, L.O., Lamas, T., Sonesson, J., Ohman K., Wallerman, J., Waller, C., Klinteback, F., 2011. The heureka forestry decision support system: an overview. *Mathematical Computing for Forest and Nature – Resources Science* 3, 87–95.
- Williams, J., ReVelle, C. 1996. A 0-1 programming approach to delineating protected reserves. *Environmental Planning B – Planning Design* 23, 607–624
- Williams, J., ReVelle, C. 1998. Reserve assemblage of critical areas: A zero-one programming approach. *European Journal of Operation Research* 104, 497–509
- Wilson, J., Anderson, R., Bailey, S., Chetcuti, J., Cowie, N., Hancock, M., Quine, C., Russell, N., Stephen, L., Thompson, D., 2014. Modelling edge effects of mature forest plantations on peatland waders informs landscape-scale conservation. *Journal of Applied Ecology* 51, 204–213
- Winterfeld, D., Edwards, W. 1986. Decision analysis and behavioral research. Cambridge University Press, Cambridge. 604 stran
- Yamaura, Y., Kawahara, T., Iida, S., Ozaki, K., 2008. Relative Importance of the Area and Shape of Patches to the Diversity of Multiple Taxa. *Conservation Biology* 22, 1513–1522
- Yoshimoto, A., Brodie, J. D. 1994a. Comparative analysis of algorithms to generate adjacency constraints. *Canadian Journal of Forest Research* 24, 1277–1288
- Yoshimoto, A., Brodie, J. D. 1994b. Short- and long-term impacts of spatial restrictions on harvest scheduling with reference to riparian zone planning. *Canadian Journal of Forest research* 24, 1617–1628
- Zákon č. 289/1995 Sb., ze dne 3. listopadu 1995 o lesích a o změně a doplnění některých zákonů (lesní zákon)

Zeng, H.C., Peltola, H., Talkkari, A., Venalainen, A., Strandman, H., Kellomaki, S., Wang, K.Y. 2004. Influence of clear-cutting on the risk of wind damage at forests edges. *Forest and Ecology Management*, 203, 77-88

Zeng, H.C., Peltola, H., Vaisanen, H., Kellomaki, S. 2009. The effects of fragmentation on the susceptibility of a boreal forest ecosystem to wind damage. *Forest and Ecology Management*, 257, 1165–1173