



Zdravotně
sociální fakulta
Faculty of Health
and Social Studies

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Zdravotně sociální fakulta
Katedra radiologie, toxikologie a ochrany obyvatelstva

Bakalářská práce

Fyzikální základy magnetické rezonance pro radiologické asistenty

Vypracoval: Lukáš Fil
Vedoucí práce: doc. RNDr. Přemysl Záškodný, CSc.

České Budějovice 2014

Abstrakt

V současné době není volně k dispozici jednoduchý edukační text na téma „Fyzikální základy magnetické rezonance“, který by byl přiměřený znalostem studentům studijního oboru Radiologický asistent a dalších příbuzných oborů a který by vycházel z operátorového počtu. Na základě tohoto poznatku bylo vytyčeno několik dílčích cílů, jež by měla tato bakalářská práce splňovat:

- 1) Výběr teorie přenosu poznatků na úroveň uvedených studijních oborů.
- 2) Vytvoření edukačního textu cestou, která respektuje vybranou teorii.
- 3) Experimentální ověření edukačního textu z hlediska možností adresátů.
- 4) Aplikace vybraných statistických metod.

Na základě analýzy současného stavu a vytyčení dílčích cílů byly formulovány dvě hypotézy:

- 1) Edukační text pro radiologické asistenty lze vytvořit aplikací kurikulárního procesu.
- 2) Znalosti studentů získané prostřednictvím vypracovaného edukačního textu budou mít rozdělení blízké normálnímu rozdělení.

Vhodnou teorií pro přenos poznatků z vědy do edukační sféry se ukázala být teorie kurikulárního procesu (její aplikabilita byla přijata i zahraniční vědeckou komunitou – viz např. impaktovaná publikace (1)).

V první řadě bylo nutné analyzovat současný vědecký systém kvantové nestatistické fyziky. V práci jsou obsažena odvození stacionární (i nestacionární) Schrödingerovy rovnice, její aplikace na atom vodíku (esenciální pro zobrazování magnetickou rezonancí) a po transformaci z kartézské do sférické soustavy souřadnic a separaci jednotlivých souřadnic byl stanoven úplný soubor kvantových čísel charakterizující elektron v obalu atomu vodíku a protonu v jádru atomu vodíku. Vyzdvihnout lze hlavně úlohu magnetického a spinového kvantového čísla.

Druhým krokem bylo přizpůsobení těchto složitých fyzikálních poznatků na úroveň studentů oboru Radiologický asistent a dalších příbuzných oborů. Autor vycházel ze studijních plánů předmětů Vybrané kapitoly z aplikované matematiky a Radiologická fyzika na Zdravotně sociální fakultě Jihočeské univerzity. V této oblasti se ukázala

nedostatečnost staré kvantové teorie (vlnově-korpuskulárního dualismu) a potřebnost nové kvantové teorie charakterizované operátorovým počtem.

Na základě analyzovaného vědeckého systému kvantové nestatistické fyziky byl vytvořen edukační text, jenž shrnoval všechny nejdůležitější poznatky týkající se fyzikálních základů magnetické rezonance. I přes sylaby předmětů Vybrané kapitoly z aplikované matematiky a Radiologická fyzika nebylo nutné k pochopení předkládané látky zvláštních matematických ani fyzikálních znalostí. Odpovídá tomu i zvolená forma „multiple-choice“ testu. Vytvořením edukačního textu byla potvrzena hypotéza: „*Edukační text pro radiologické asistenty lze vytvořit aplikací kurikulárního procesu.*“.

Funkčnost edukačního textu byla následně ověřena experimentální výukou studentů oboru Radiologický asistent na Zdravotně sociální fakultě Jihočeské univerzity, ale i rozesláním výukových materiálů mezi studenty ostatních českých univerzit poskytujících vzdělání v tomto oboru.

Nabyté znalosti byly ověřeny vytvořením edukačního testu, který respektoval hloubku a šíři probírané látky v edukačním textu. Kromě studentů Jihočeské univerzity byli požádáni o účast i studenti ostatních vysokých škol v Čechách. Test se skládal z osmnácti otázek, kde byly na výběr čtyři možnosti. Pouze jedna možnost byla správná.

Ke kvantifikaci znalostí studentů bylo užito metod deskriptivní a matematické statistiky, konkrétně: formulace statistického šetření, škálování, měření v deskriptivní statistice, elementárního statistického zpracování a neparametrického testování.

Bylo zpracováno celkem 37 testů z pěti různých univerzit. Na základě provedeného neparametrického testování empirickému rozdělení četností získaných bodových ohodnocení v testech bylo tomuto rozdělení přiřazeno Poissonovo teoretické rozdělení, druhá ze stanovených hypotéz nebyla potvrzena.

Z výsledků statistického šetření lze usoudit, že edukační text nebyl zcela přiměřený schopnostem studentů oboru Radiologický asistent. Znalosti oslovených studentů byly nízké. Přibližně 50 % studentů dosáhla bodového hodnocení menšího nebo rovnu sedmi bodů, což odpovídá 39% úspěšnosti.

V rámci konceptuálního kurikula (sdělitelnost vědeckého systému v oblasti fyzikálního základu magnetické rezonance) a zamýšleného kurikula (edukační systém v rámci fyzikálního základu magnetické rezonance) byly dosaženy výsledky, které výrazně podporují nezbytnost nové kvantové teorie (operátorového počtu, kvantových čísel) pro pochopení fyzikálních základů magnetické rezonance studenty oboru Radiologický asistent. Při zkoumání současného stavu v oblasti projektového kurikula a implementovaného kurikula-1, které odrážejí možnosti dané akreditačními materiály pro studium radiologických asistentů, se objevila významná disproporce při tvorbě edukačního textu (projektové kurikulum) a při realizaci implementovaného kurikula-1 (příprava edukace). V podstatě chyběl prostor pro promítnutí nové kvantové teorie do struktury těchto edukačních médií, zvláště pak do struktury edukačního textu.

Jedním z přínosů této práce je potvrzení, že lze dobře aplikovat kurikulární proces na vzdělávání radiologických asistentů v oblasti základů magnetické rezonance. Úspěšnost této aplikace byla ověřena pomocí vybraných statistických metod.

Z praktických přínosů lze vyzdvihnout fakt, že nová kvantová teorie v podobě operátorového počtu a souboru kvantových čísel je potřebným fyzikálním podkladem pro osvojení magnetické rezonance. Pro odstranění disproporce mezi potřebou nové kvantové teorie a současným stavem akreditačních materiálů by mohlo spočívat v zavedení předmětu Vybrané kapitoly z obecné a teoretické fyziky.

Abstract

Currently, there is not available any simple educational text with the subject “Physics Principles of Magnetic Resonance” which would be adequate to knowledge of students of the branch of radiology assistant and of other related branches of study and which would be based on operational calculus. On the grounds of this finding several partial objectives were defined which this Bachelor thesis should comply with:

- 1) Selection of a theory of knowledge transfer to the level of the branches of study mentioned above.
- 2) Creation of an educational text by a way which respects chosen theory.
- 3) Experimental verification of suitability of the educational text from the point of view of addressees.
- 4) Application of chosen statistical methods.

On the basis of the analysis of the current state and setting partial aims two hypotheses were stated:

- 1) Educational text for students of the branch of radiology assistant can be made by means of application of curricular process.
- 2) Knowledge of students acquired by means of the elaborated educational text will have a distribution close to normal distribution.

As a convenient theory for knowledge transfer from science to educational sphere turned out to be theory of curricular process (its applicability was accepted also by foreign scientific community, see for example impact publication (1)).

First, it was necessary to analyze current scientific system of non-statistical quantum physics. The thesis contains derivations of time-independent (as well as time-dependent) Schrödinger equation, its application to a hydrogen atom (important for magnetic resonance imaging) after conversion from the Cartesian to the spherical coordinate system and after separation of particular coordinates was stated a full set of quantum numbers characterising electron in hydrogen’s orbital as well as set of quantum numbers of proton in hydrogen’s atomic nucleus. It is possible to point out the role of magnetic and spin quantum number.

The second step was to adjust these sophisticated scientific findings of non-statistical quantum physics to the level of students of the branch of radiology assistant and other related branches. The author of the thesis came out of study plans of subjects Selected Chapters from Applied Mathematics and Radiological Physics at the Faculty of Health and Social Studies at the University of South Bohemia in České Budějovice. In the field of magnetic resonance it was shown an insufficiency of old quantum theory (wave-particle duality) and a necessity of a new quantum theory characterized by operational calculus.

On the basis of the analysed scientific system of non-statistical quantum physics was made an educational text summarizing all important facts about physical bases of magnetic resonance. Despite of the educational plans of the subjects mentioned above, there was no need of any special mathematical or physical knowledge for understanding of presented subject matter. Chosen form of “multiple-choice” test corresponds to it. By means of creation of the educational text the first hypothesis was confirmed: *“Educational text for students of the branch of radiology assistant can be made by means of application of curricular process.”*

Functionality of the educational text was consequently validated by experimental teaching of students of the branch of radiology at the Faculty of Health and Social Studies at the University of South Bohemia. What is more, the educational text in electronic form was sent to other Czech universities offering education in this field.

Acquired knowledge was verified by creation of an educational test which respected the depth and width of subject matter involved in the educational text. Besides students of the University of South Bohemia, all other Czech universities offering the education in the field of radiography were asked to participate in the statistical inquiry. The educational test consisted of eighteen questions, everyone with four answers to choose. Only one answer was correct.

Methods of descriptive and a mathematical statistics were used to quantify student’s knowledge. A logical list of the statistical methods is: formulation of statistical inquiry, creation of scales, measurement at descriptive statistics, elementary statistical processing and assignment of theoretical distribution to empirical distribution.

A total of 37 tests from five different universities were evaluated. On the basis of realised non-parametric testing of empirical distribution of frequency of attained point evaluations in tests, Poisson distribution was assigned to results of the statistic inquiry which means that the second hypothesis was not confirmed.

From the results of statistical inquiry it can be concluded that the educational text was not completely appropriate to the skills of students of the branch of radiology assistant. Knowledge of addressed students was low. Approximately 50% of the students attained less than or equal to seven points, which corresponds to success rate of 39%.

Within the conceptual curriculum (communicability of scientific system in the area of physical principles of magnetic resonance) and intended curriculum (educational system in the area of the physical principles of magnetic resonance) were achieved results considerably supporting necessity of a new quantum theory (operational calculus, quantum numbers) for comprehension of physical principles of magnetic resonance by students of the branch of radiology assistant. During analysis of the current state in the area of projected curriculum and implemented curriculum-1, which shows capabilities of accreditation materials for study of the branch of radiology assistants, was revealed a significant disproportion while creation of the educational text (projected curriculum) and while realization of implemented curriculum-1 (preparation of education). In fact, there was no opportunity to integrate new quantum theory into structure of these educational medias (mainly to structure of educational text).

Confirmation that it is possible to successfully apply the curricular process in education of students of the branch of radiology assistants in the area of the bases of magnetic resonance is one of the benefits of the thesis. Success rate of this application was confirmed by means of chosen statistical methods.

Between practical benefits of the thesis it is possible to emphasize a fact that the new quantum theory (operational calculus, full set of quantum number) is a needed physical base for understanding magnetic resonance. Imbalance between the need of new quantum theory and current content of accreditation materials could be removed by implementation of new subject "Selected Chapter of General and Theoretical Physics".

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejich internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích dne 2. 5. 2014

.....

Lukáš Fil

Poděkování

Rád bych zde poděkoval vedoucímu bakalářské práce doc. RNDr. Přemyslu Záškodnému, CSc. za jeho cenné rady a obětavou pomoc při řešení dané problematiky.

Obsah

1	Teoretická část	13
1.1	Teorie kurikulárního procesu.....	13
1.2	Současný stav poznatků nové kvantové teorie	15
1.2.1	Stará kvantová teorie	15
1.2.2	Nová kvantová teorie – Schrödingerova rovnice	17
1.2.3	Nová kvantová teorie – operátory	20
1.3	Metoda magnetické rezonance.....	22
1.3.1	Historie magnetické rezonance.....	22
1.3.2	Popis magnetické rezonance.....	24
1.3.3	Význam kvantové mechaniky pro magnetickou rezonanci.....	30
1.4	Aplikace kvantové mechaniky v MR.....	36
1.5	Použité statistické metody	40
2	Hypotézy a metodika výzkumu.....	41
2.1	Hypotézy a cíle	41
2.2	Metodika výzkumu	41
3	Výsledky	54
4	Diskuze.....	60
4.1	Diskuze ověřování hypotéz.....	60
4.2	Diskuze dosažených výsledků edukace	60
4.3	Diskuze výsledků dosažených v rámci aplikace kurikulárního procesu...	62
5	Závěr	64
6	Seznam informačních zdrojů.....	66
7	Přílohy	72
7.1	Příloha 1 – Transformace Laplaceova operátoru	72
7.2	Příloha 2 – Edukační text (projektové kurikulum)	78
7.3	Příloha 3 - Edukační test (implementované kurikulum-2).....	87

Úvod

V Úvodu bakalářské práce „Fyzikální základy magnetické rezonance pro radiologické asistenty“ budou shrnuty hypotézy a cíle, stručně popsána vybraná teorie přenosu, nastíněn postup práce a algoritmy statistiky pro ověření hypotéz práce.

Autor práce po analýze současného stavu nabytí přesvědčení, že v současné době není volně k dispozici jednoduchý edukační text na téma „Fyzikální základy magnetické rezonance“, který by byl přeměřený znalostem studentům studijního oboru Radiologický asistent a dalších příbuzných oborů a který by vycházel z operátorového počtu.

Autor bakalářské práce se při zpracování snažil naplnit následující cíle:

- 1) Výběr teorie přenosu na úroveň uvedených studijních oborů.
- 2) Vytvoření edukačního textu cestou, která respektuje vybranou teorii.
- 3) Experimentální ověření edukačního textu z hlediska možností adresátů.
- 4) Aplikace vybraných statistických metod.

Na základě vytyčených cílů byly vyřčeny následující hypotézy:

- 1) Edukační text pro radiologické asistenty lze vytvořit aplikací kurikulárního procesu.
- 2) Znalosti studentů získané prostřednictvím vypracovaného edukačního textu budou mít rozdělení blízké normálnímu rozdělení.

K ověření hypotéz práce bude užito vhodných metod deskriptivní a matematické statistiky. Jejich výčet a zároveň logickou návaznost lze charakterizovat jako: formulace statistického šetření → škálování → měření v deskriptivní statistice → elementární statistické zpracování → neparametrické testování.

Jako vhodná teorie přenosu znalostí na úroveň uvedených studijních oborů byla zvolena teorie kurikulárního procesu. Tato teorie byl ve světě formulovaná např. M. Paschem, T. G. Gardnerem, M. Certonem, M. Gaylovou, v České a Slovenské republice např. J. Průchou, J. Brockmeyerovou, P. Tarábkem, P. Záškodným. (2) Teorii kurikulárního procesu se blíže věnuje podkapitola 1.1.

Na základě teorie kurikulárního procesu byl autorem vytyčen následující postup zpracování bakalářské práce:

- 1) Analýza současného vědeckého systému (konceptuální kurikulum).
- 2) Transformace zkoumaného vědeckého systému na sdělitelný vědecký systém (zamýšlené kurikulum).
- 3) Vytvoření vlastního edukačního textu na základě analýzy vědeckého systému a potřebných edukačních parametrů (projektové kurikulum).
- 4) Ověření edukační funkce vytvořeného edukačního textu experimentální výukou studentů studijního oboru Radiologický asistent a dalších příbuzných oborů (implementované kurikulum-1).
- 5) Vytvoření testu pro ověření získaných znalostí studentů a následné statistické vyhodnocení těchto testů (implementované kurikulum-2).

Lze předpokládat, že práce může dále sloužit jako výukový materiál studentům studijního oboru Radiologický asistent a dalších příbuzných oborů. Dále je možnost publikovat sdělitelný vědecký systém v oblasti aplikace operátorového počtu na fyzikální základy magnetické rezonance.

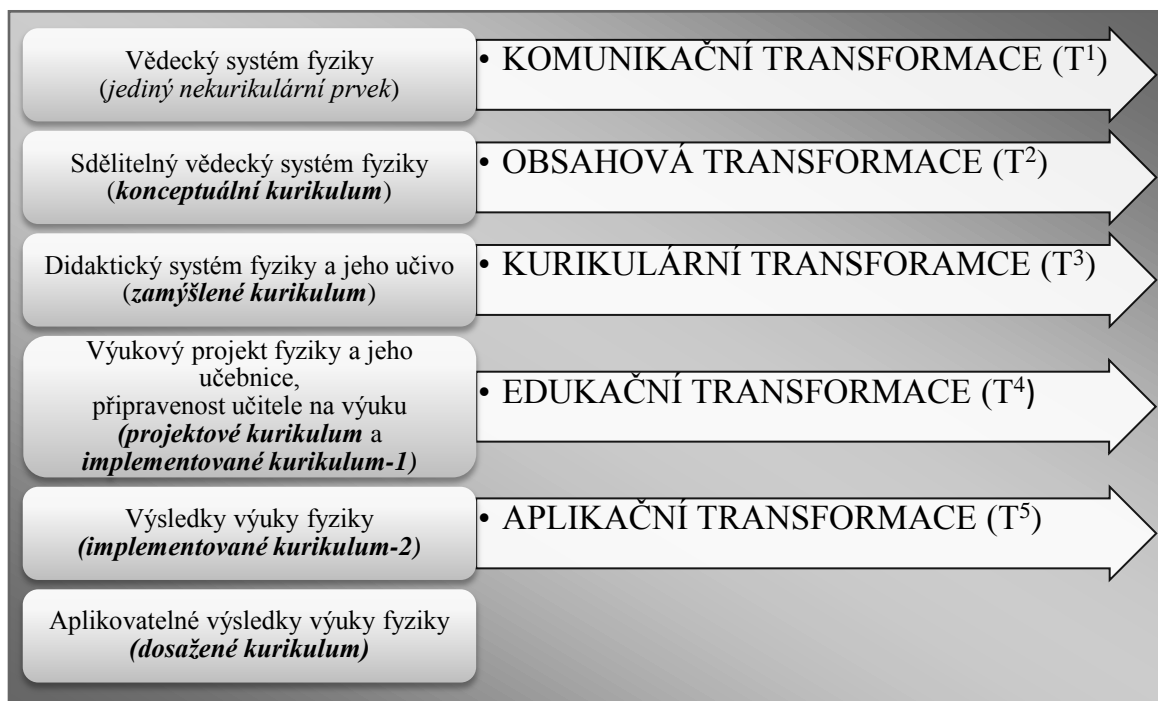
1 Teoretická část

1.1 Teorie kurikulárního procesu

Jedním z vytyčených cílů této práce je volba vhodné teorie přenosu informací. Vhodnou teorií pro přenos poznatků z vědy do edukační sféry se ukázala být teorie kurikulárního procesu (její aplikabilita byla přijata i zahraniční vědeckou komunitou – viz např. impaktovaná publikace (1)).

Kurikulární proces lze definovat jako posloupnost transformačně na sebe navazujících variantních forem kurikula. Kurikulum můžeme jednoduše charakterizovat jako obsah vzdělávání. (3) Jednotlivé variantní formy kurikula jsou: konceptuální kurikulum, zamýšlené kurikulum, projektové kurikulum, implementované kurikulum-1, implementované kurikulum-2 a dosažené kurikulum.

Jednotlivé didaktické transformace kurikula jsou náplní didaktické komunikace fyziky. Didaktická komunikace fyziky je souvislý proces přenosu výsledků a metod fyzikálního poznání do mysli jedinců, kteří se na vzniku fyzikálního poznatku nepodíleli.



Obrázek 1: Grafické znázornění didaktických transformací jednotlivých variantních forem kurikula
zdroj: ZÁŠKODNÝ, Přemysl. *Kurikulární proces fyziky: (s přehledem základů teoretické fyziky)*. Ostrava: Algoritmus, c2009, 385 s. ISBN 9788090249103.

Obsah edukace musí podstoupit komunikační, obsahovou, kurikulární, edukační a nakonec aplikační transformaci. Jednotlivé didaktické transformace označujeme jako T^1 - T^5 . (4)

Sjednocení kurikulárního procesu fyziky s transformacemi v didaktické komunikaci fyziky je možné popsat následujícím schématem:

- **Transformace T^1** (vstup → výstup) – **Komunikační transformace**
Vstup T^1 : Vědecký systém fyziky → Výstup T^1 : Sdělitelný vědecký systém fyziky jako *konceptuální kurikulum*
- **Transformace T^2** (vstup → výstup) – **Obsahová transformace**
Vstup T^2 : Sdělitelný vědecký systém fyziky jako konceptuální kurikulum →
Výstup T^2 : Didaktický systém fyziky a jeho učivo jako *zamýšlené kurikulum*
- **Transformace T^3** (vstup → výstup) – **Kurikulární transformace**
Vstup T^3 : Didaktický systém fyziky a jeho učivo jako zamýšlené kurikulum →
Výstup T^3 : Výukový projekt fyziky a jeho učebnice a připravenost učitele na výuku jako *projektové kurikulum a implementované kurikulum-1*
- **Transformace T^4** (vstup → výstup) – **Edukační transformace**
Vstup T^4 : Výukový projekt fyziky a jeho učebnice a připravenost učitele na výuku jako projektové kurikulum a implementované kurikulum-1 → Výstup T^4 : Výsledky výuky fyziky jako *implementované kurikulum-2*
- **Transformace T^5** (vstup → výstup) – **Aplikační transformace**
Vstup T^5 : Výsledky výuky fyziky jako implementované kurikulum-2 → Výstup T^5 : Aplikovatelné výsledky výuky fyziky jako *dosažené kurikulum* (1) (4)

1.2 Současný stav poznatků nové kvantové teorie

1.2.1 Stará kvantová teorie

Od začátku 20. století prochází moderní fyzika rapidním rozvojem. Do středu zájmu fyziků se dostává atom a způsoby, jak jej přímo pozorovat. Jako prvního představitele je vhodné zmínit, fyzika německé národnosti, Maxe Plancka a jeho kvantovou hypotézu, která říká: „*Atomy jsou schopny vyzařovat a pohlcovat energii pouze v kvantech, nikoliv spojitě; kvantum energie je úměrné kmitočtu v vyzařovaného nebo pohlcovaného záření, tedy $E=hf$, přičemž h je univerzální konstanta, tzv. účinné kvantum.*“ (5)

Albert Einstein aplikoval Planckovu kvantovou hypotézu a objasnil princip fotoelektrického jevu. Výsledky experimentů maďarského fyzika Phillipa Lenarda interpretoval tak, že energie v podobě fotonů musí být absorbována v kvantech. Rovnice fotoelektrického jevu určující kinetickou energii fotoelektronu T_{e^-} zní:

$$T_{e^-} = hf + W, \quad [1]$$

kde h je Planckova konstanta, f je frekvence fotonu a W je výstupní práce elektronu. (6)

Fotoelektrická rovnice je v radiologii velice důležitá, neboť umožňuje vypočítat maximální energii brzdného záření X emitovaného rentgenkou. Zákon vzniklý z Einsteinovy fotoelektrické rovnice dosazením za $T_{e^-} = eU$ a $f = c/\lambda_{\min}$ se nazývá Duane-Huntův:

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}, \quad [2]$$

λ_{\min} je minimální vlnová délka fotonu brzdného záření X, c je rychlost světla, e je elementární náboj a U je napětí mezi elektrodami. (7)

V roce 1924 vyslovil Louis de Broglie odvážnou myšlenku, že hmota má jak částicové, tak vlnové vlastnosti. Položil tím základ vlnově-korpuskulárního dualismu. Vlnová délka de Broglieho částice je vyjádřena vztahem:

$$\lambda_{DBV} = \frac{h}{mv}, \quad [3]$$

který vyplývá z $p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$, kde $\nu = \frac{c}{\lambda}$ a $p = mv$ (m je hmotnost pohybující se částice a v její rychlost). Zajímavostí de Broglieho vlny je, že se šíří prostředím rychlostí větší než je rychlost světla ($v_{DBV} > c$), protože

$$v_{DBV} = v\lambda_{DBV} = \frac{mc^2}{h} \frac{h}{mv} = \frac{c^2}{v} > 1 \quad [4]$$

Vlnově-korpuskulární dualismus umožnil úplné vysvětlení všech jevů pozorovaných u částic a elektromagnetických vln. (8) (9)

Tabulka 1: Shrnutí fenoménů a možností vysvětlení

Fenomén	lze vysvětlit pomocí vlnové povahy	lze vysvětlit pomocí částicové povahy
odraz	 ✓	●→ ✓
lom	 ✓	●→ ✓
interference	 ✓	●→ ⊗
rozptyl	 ✓	●→ ⊗
polarizace	 ✓	●→ ⊗
fotoelektrický jev	 ⊗	●→ ✓

zdroj: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/mod1.html>

Kvantová hypotéza také inspirovala dánského fyzika Nielsa Bohra k sestavení jeho modelu atomu (5), který byl v pořadí již třetím po Thompsonově a Rutherfordově. (10) (11) Bohrovův model atomu je postaven na předpokladech, že:

- atomy se mohou nacházet pouze v diskrétních stacionárních stavech charakterizovaných energiemi $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$;
- povolené stavy atomu jsou charakterizovány Bohrovým postulátem o kvantování momentu hybnosti, který v matematickém vyjádření zní:

$$L = n\hbar,$$

kde n je celé číslo a \hbar je redukovaná Planckova konstanta ($\hbar = \frac{h}{2\pi}$);

- přebytek energie při přechodu elektronu z vyššího do nižšího stavu je vyzářen v podobě fotonu o energii E charakterizované vztahem: (12)

$$h\nu = E_n - E_m.$$

1.2.2 Nová kvantová teorie – Schrödingerova rovnice

Veličina popisující de Broglieho vlny se nazývá **vlnová funkce** a značíme ji řeckým písmenem Ψ . *Hodnota vlnové funkce, příslušející pohybujícímu se tělesu v daném bodě x, y, z prostoru v čase t , souvisí s pravděpodobností výskytu tělesa v tomto bodě a čase.* Samotná vlnová funkce Ψ není přímo pozorovatelnou veličinou a nemá proto žádný přímý fyzikální význam. Smysluplné fyzikální interpretace nabývá kvadrát absolutní hodnoty vlnové funkce $|\Psi^2|$, jenž je nazýván **hustotou pravděpodobnosti**. *Pravděpodobnost experimentálního nalezení tělesa popsaného vlnovou funkcí Ψ v bodě x, y, z a v čase t je úměrná hodnotě $|\Psi^2|$ v tomto místě a čase.* (8)

Podle geometrické definice pravděpodobnosti $P(A)$ náhodného jevu A (v tomto případě výskytu částice v prostoru), kde $\mu(E)$ je míra prostoru E a kde $\mu(A)$ je míra náhodného jevu A (jev A je podmnožinou E , $\mu(A)$ je pravděpodobnost výskytu částice v prostoru E) je

$$P(A) = \frac{\mu(A)}{\mu(E)}.$$

Pravděpodobnost $P(A)$ nabývá hodnot z intervalu $\langle 0;1 \rangle$. (13)

Dále předpokládejme, že vlnová funkce Ψ je funkcí komplexní. Absolutní hodnotu komplexního čísla spočteme součinem komplexního čísla z a čísla komplexně sdruženého \bar{z} . Komplexně sdružené číslo získáme záměnou „ i “ za „ $-i$ “ v obecné definici komplexního čísla. Matematicky lze výše zmíněné zapsat jako: (14)

$$z = a + ib \qquad \bar{z} = a - ib \qquad |z| = \sqrt{z\bar{z}}.$$

V kvantové mechanice lze popsat stav částice pomocí vlnové funkce Ψ . Základním typem vlnové funkce je tzv. **Schrödingerova rovnice** pomocí níž lze získat kompletní soubor informací o měřitelných fyzikálních veličinách v daném stavu částice.

Mějme vlnovou funkci Ψ v následujícím tvaru

$$\Psi = Ae^{-i\omega(t-x/v)}, \quad [5]$$

dosazením $\omega = 2\pi\nu$ a jednoduchými úpravami ($\lambda^{-1} = \nu/v$) ji převedeme na tvar

$$\Psi = Ae^{-2\pi i(vt-x/\lambda)}. \quad [6]$$

Máme-li rovnici v tomto tvaru, může již snadno dosadit za vlnovou délku λ a frekvenci ν a dostat tak vztah pro vlnovou funkci Ψ v závislosti na energii E a hybnosti p ,

$$\nu = \frac{E}{h} = \frac{E}{2\pi\hbar} \qquad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p},$$

dosazením a vytknutím \hbar^{-1} před závorku nám vyjde

$$\begin{aligned} \Psi &= Ae^{-i2\pi\left(\frac{E}{2\pi\hbar}t - \frac{p}{2\pi\hbar}x\right)} \\ \Psi &= Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}. \end{aligned} \quad [7]$$

Rovnice [5] je matematickým popisem výchylky harmonické vlny šířící se volně podél napjaté struny, rovnice [7] je naopak matematickým popisem vlnového ekvivalentu volné částice s celkovou energií E a hybností p . (8) (9)

V reálném světě se částice ne vždy nachází ve „volném“ stavu. Z toho důvodu musíme nalézt diferenciální tvar rovnice, který bude možné aplikovat i na jiné případy.

Při odvozování vyjdeme z obecného tvaru vlnové rovnice $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \Psi$. (15)

Odvození nestacionární a stacionární Schrödingerovy rovnice: (8) (9) (16)

Nejprve derivujeme rovnici [7] dvakrát podle x :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial x} &= Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)} \cdot i \frac{p}{\hbar} \\ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} &= Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)} \cdot \left(i^2 \frac{p^2}{\hbar^2}\right) = \Psi \left(-\frac{p^2}{\hbar^2}\right). \end{aligned} \quad [8]$$

Z rovnice [8] jednoduchými matematickými úpravami vyjádříme $p^2 \Psi$

$$p^2 \Psi = -\hbar^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}. \quad [9]$$

Posléze vypočteme první derivaci rovnice [7] podle času:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)} \cdot \left(-\frac{iE}{\hbar}\right) = \Psi \left(-\frac{iE}{\hbar}\right). \quad [10]$$

Opět pomocí ekvivalentních matematických úprav vyjádříme $E\Psi$

$$E\Psi = -\frac{\hbar}{i} \frac{\partial\Psi}{\partial t} = i\hbar \frac{\partial\Psi}{\partial t}. \quad [11]$$

Při malých rychlostech částic ve srovnání s rychlostí světla ($v \ll c$) můžeme celkovou energii částice zapsat jako

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + V = \frac{p^2}{2m} + V. \quad [12]$$

Vzorec pro kinetickou energii v rovnici číslo [12] jsme pouze rozšířili “jedničkou”, jinými slovy m/m , a za $(mv)^2$ poté dosadili hybnost p^2 .

Rovnici [12] vynásobíme vlnovou funkcí Ψ a dostaneme

$$E\Psi = \frac{p^2\Psi}{2m} + V\Psi. \quad [13]$$

Po dosazení rovnic [9] a [11] do rovnice [13] získáme **časově závislý tvar Schrödingerovy rovnice:**

$$i\hbar \frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + V\Psi. \quad [14]$$

Trojrozměrný tvar časové Schrödingerovy rovnice získáme nahrazením $\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}$

kvadrátem Laplaceova operátoru $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

V některých případech nezávisí energie částice výslovně na čase, potenciální energie částice V se mění pouze s polohou částice. Schrödingerovu rovnici lze proto zjednodušit odstraněním závislosti na čase.

Jednorozměrná vlnová funkce Ψ může mít tvar

$$\Psi = Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}.$$

Aplikací známého matematického vzorce $a^{r+s} = a^r \cdot a^s$ získáme (17):

$$\Psi = Ae^{-\frac{iEt}{\hbar}} e^{\frac{ipx}{\hbar}},$$

substitucí $e^{\frac{ipx}{\hbar}}$ za ψ dostaneme vlnovou funkci ve tvaru

$$\Psi = e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \psi, \quad [15]$$

ψ se v tomto případě nazývá **funkce polohy**.

Dosazením vztahu [15] do [13] získáme **jednorozměrnou stacionární (nečasovou) Schrödingerovu rovnici**

$$-Ee^{-\frac{iEt}{\hbar}}\psi = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 e^{-\frac{iEt}{\hbar}}\psi}{\partial x^2} - Ve^{-\frac{iEt}{\hbar}}\psi .$$

Zbývá tuto rovnici převést do elegantnějšího tvaru. Toho docílíme vykrácením $e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$ a postupným převedením všech členů na jednu stranu rovnice pomocí ekvivalentních úprav.

$$-E\psi = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - V\psi$$

$$0 = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + E\psi - V\psi$$

$$0 = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + (E - V)\psi$$

$$-\frac{2m}{\hbar^2}(E - V)\psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

Stacionární Schrödingerova rovnice pak nabývá tvaru

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V)\psi = 0 . \quad [16]$$

Trojrozměrnou variantu stacionární Schrödingerovy rovnice opět získáme nahrazením druhé parciální derivace funkce polohy ψ podle x $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$ kvadrátem Laplaceova operátoru

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} .$$

1.2.3 Nová kvantová teorie - operátory

V kvantové mechanice vyjadřujeme dynamické veličiny, jako jsou hybnost p nebo celková energie E , pomocí tzv. **operátorů**. Operátor lze jednoduše charakterizovat jako instrukci, kterou musíme vykonat, abychom od jedné veličiny přešli ke druhé. (4)

Důvodem je fakt, že díky Heisenbergovým relacím neurčitosti

$$\Delta p \Delta x \geq \hbar \quad \wedge \quad \Delta E \Delta t \geq \hbar$$

nemůžeme určit střední hodnoty \bar{p} a \bar{E} pomocí obecného vztahu pro určení střední hodnoty libovolné veličiny

$$\bar{G}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* G(x) \Psi dx$$

který by pro \bar{p} a \bar{E} nabýval tvaru (8)

$$\bar{p} = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* p \Psi dx$$

$$\bar{E} = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* E \Psi dx.$$

Zavedení operátorového počtu, odvození nestacionární Schrödingerovy rovnice:

(8)

Při odvození operátorů pro hybnost p a energii E vyjdeme z rovnice vlnové funkce [7]. Výsledné tvary operátorů obdržíme parciální derivací vlnové funkce podle dráhy x (pro p) a podle času t (pro E).

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)} \cdot i \frac{p}{\hbar} \Rightarrow \hat{p} = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} \quad [17]$$

$$\frac{d\Psi}{dt} = A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)} \cdot \left(-\frac{iE}{\hbar} \right) \Rightarrow \hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad [18]$$

Za pomoci operátorového počtu lze snadno odvodit vztah pro nestacionární Schrödingerovu rovnici. Postup je následovný:

- 1) Vyjdeme ze vztahu pro celkovou mechanickou energii E

$$E = T + V;$$

- 2) Do vztahu pro kinetickou energii $T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$ dosadíme za kvadrát

hybnosti p^2 operátor hybnosti [17]

$$T = \frac{\hat{p}^2}{2m} \Rightarrow T = \frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2},$$

čímž získáme vztah pro operátor kinetické energie:

$$\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}; \quad [19]$$

3) Do rovnice v kroku č. 1 dosadíme za E a T vztahy pro operátory \hat{E} a \hat{T}

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V;$$

4) Vynásobením vztahu ve třetím kroku vlnovou funkcí dostaneme nestacionární Schrödingerovu rovnici

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V\Psi.$$

1.3 Metoda magnetické rezonance

1.3.1 Historie magnetické rezonance

Cesta za odhalením fenoménu nukleární magnetické rezonance započala již v antice objevem magnetismu. Samotné slovo magnetismus, potažmo magnet, s největší pravděpodobností pochází z řeckého *magnés*, které bylo odvozeno od názvu velkého naleziště magnetitu – Magnésie, v severovýchodní části Evropského Řecka. První starověká kultura, patrně ne jediná, která se dokázala magnetů využívat, byla Čína a její užití prvních kompasů k určování zeměpisné polohy.

Ve středověku byly magnety stále opředeny řadou pověr a mýtů. Náznaky vědeckých zkoumání nalezneme u Williama Gilberta, nazývaného též „otcem magnetismu“. Svého času se nebál kritizovat ostatní badatele zabývající se magnetismem. Krom magnetických sil se zabíral i elektřinou. Je první, kdo použil název „elektrický“.

Významnější posun ve fyzice jako vědě učinil v 18. století anglický fyzik Isaac Newton, který kromě stanovení základních zákonů klasické mechaniky sestávající se z gravitační teorie a tří pohybových zákonů, uskutečňoval pokusy s magnety.

Historickým milníkem byl pokus kodaňského profesora fyziky Oersteda, jenž nastartoval intenzivní zkoumání elektromagnetismu. Jeho pokus s vodičem, jímž

protékal elektrický proud, a magnetkou dokázal souvislost mezi elektrickou a magnetickou silou.

Dalšími významnými průkopníky na poli elektromagnetismu byli André Maria Ampère a Michael Faraday. Výše zmínění pánové se společně s dalšími zasloužili o to, že elektřina a magnetismus nebyly dále brány jako dva nezávislé jevy. Byly zavedeny pojmy jako *elektrické* a *magnetické pole* a, že s výjimkou statického náboje a stacionárního magnetického pole, se obě dvě síly vyskytují současně.

Triumfem lidské geniality bylo (na základě několika axiomů) odvození základních rovnic elektrodynamiky, jejichž autorem je skotský fyzik James Clerk Maxwell. Inkriminované rovnice teorie elektromagnetického pole nesou název po svém objeviteli - Maxwellovy rovnice. Napevno ustanovily vztah mezi elektrickým a magnetickým polem, jejich původem a jsou v neposlední řadě důležité pro chápání magnetických jevů v pevných látkách. (5)

Pro vznik metody magnetické rezonance byl společně teorií magnetického pole důležitý rozvoj kvantové mechaniky. Všechny podstatné objevy od Planckovy kvantové hypotézy po současný stav kvantové teorie jsou popsány v předešlé kapitole.

Samotný vývoj magnetické rezonance jako radiologické zobrazovací metody můžeme datovat od objevu nukleární magnetické rezonance, nezávisle na sobě, dvěma britskými fyziky, Felixem Blochem ze Stanfordské univerzity a Edwardem Purcellem z Harvardské univerzity. Oba dva zjistili, že jádra atomů mohou v silném magnetickém poli absorbovat energii určitých vlnových délek a následně ji uvolňovat zpět do prostoru. Tyto signály zaznamenali a dostali první spektroskopický diagram. Bloch a Purcell za tento objev obdrželi v roce 1953 Nobelovu cenu.

Závislost mezi frekvencí fotonů a silou vnějšího magnetického pole prvně spočítal Sir Joseph Larmor, podle které je se tato frekvence nazývá Larmorova frekvence. Tento převratný objev dal vzniknout nukleární magnetické spektroskopii, která našla své uplatnění v analytické chemii i dalších disciplínách přírodních věd. (18)

S myšlenkou využití metody magnetické rezonance jako lékařské zobrazovací metody prvně přišel americký lékař Raymond Damadian, jenž si při pokusech s laboratorními krysami všiml, že normální zdravé a nádorové buňky mají rozdílné

relaxační časy. Poukázal také na vhodné fyzikální vlastnosti vody, která je esenciální pro zobrazení magnetickou rezonancí.

3. června 1977 provedl první celotělový transverzální proton-denzitní sken pomocí svého skeneru *Indomitable* (nezlomný, nezdolný). Snímání trvalo 4 hodiny 45 minut. (19)

Kromě Raymonda Damadiana se na rozvoji metody magnetické rezonance významně podíleli např.:

- Erwin L. Hahn, PhD. – objev spin echo sekvence,
- Paul C. Lauterbur – užití gradientních polí k určení souřadnic vysílaného signálu;
- Sir Peter Mansfield – objev gradientního echa,
- Prof. Richard Ernst – aplikace Furierovy transformace v technice zobrazování magnetickou rezonancí (19) (20)
- et al.

1.3.2 Popis magnetické rezonance

Moderní přístroje magnetické rezonance se od prvních prototypů, se kterými experimentovali Damadian a spol., významně liší. Poté, co došlo k celosvětovému rozšíření metody magnetické rezonance, se jednotliví výrobci předhánějí s vývojem nových sekvencí a hardwarových vylepšení, které by měly zkvalitnit zobrazení orgánových struktur. I přes tento bouřlivý pokrok si dnešní skenery zachovávají základní blokové schéma stále stejné. (19)

Neměnnými prvky jsou magnety vytvářející silné homogenní pole B_0 , gradientní cívky s rozmanitými funkcemi, soustava radiofrekvenčních cívek sloužících k vysílání a přijímání radiofrekvenčního signálu, PC konzole pro zpracování dat a následný postprocessing. Nesmíme zapomenout ani polohovací stůl, na kterém je uložen pacient.

Přístroj magnetické rezonance svým vzhledem připomíná přístroj CT, za který bývá laickou veřejností často zaměňován.

1.3.2.1 Magnety

Základní funkcí magnetu je *vytvářet silné, stabilní, prostorově homogenní a polarizované magnetické pole B_0* v požadovaném objemu. Užívané magnety můžeme rozdělit dle typu na (a) permanentní, (b) elektromagnety a (c) supravodivé magnety. Každý z výše zmíněných má své výhody i nevýhody.

(a) Permanentní magnety jsou vyrobeny ze železa nebo jiné feromagnetické slitiny. Tvar magnetu odpovídá předpokládanému klinickému použití. Ten může mít buď klasický oválný tvar (je uzavřený), nebo ve formě dvou bloků umístěných naproti sobě. Druhé uspořádání umožňuje volný přístup k pacientovi, což je obzvláště výhodné u klaustrofobických pacientů, popřípadě malých dětí. Permanentní magnety tvoří pole o maximální síle 0,3 T.

Výhodou jsou nízké provozní náklady, nulová tepelná produkce a homogenní magnetické pole, které je na druhou stranu náchylné na změny teploty. Další nevýhodou je vysoká hmotnost těchto magnetů.

Elektromagnety jsou dnes vůbec nejrozšířenější zdroje silného magnetického pole pro magnetickou rezonanci. V MR přístrojích nalezneme buď rezistivní elektromagnety anebo supravodivé elektromagnety.

(b) Rezistivní elektromagnety nabízejí teoreticky neomezenou sílu pole. Prakticky se však kvůli vysokým nákladům a velké disipaci tepla, která měla vliv i na homogenitu pole, užívaly elektromagnety o maximální síle 0,2 T. Vznik tepla vzrůstá se čtvercem elektrického proudu probíhajícího cívkou elektromagnetu.

Díky energetické náročnosti se klasické (rezistivní) elektromagnety příliš nerozšířily. Uplatnění ale našly **(c) supravodivé elektromagnety**, tj. elektromagnety chlazené héliem. Dnes jsou nejčastěji vyráběny ze slitiny titan niobu (NbTi) nebo cín niobu (NbSn) a jsou chlazeny na teplotu $-263\text{ }^{\circ}\text{C}$ (10 K) tekutým héliem. Jejich velikou výhodou je nulová energetická náročnost na udržení již vybuzeného magnetického pole. Jedinou podmínkou je, že teplota magnetu nesmí klesnout pod kritickou teplotu T_C . Z toho důvodu je největší položkou na seznamu provozních nákladů kapalné hélium, které se musí kupovat cca jednou až dvakrát za rok a do chladicího systému doplňovat.

(21)

1.3.2.2 Korekční magnetický systém

Pro zobrazení metodou magnetické rezonance je nezbytné, aby základní pole B_0 bylo co možná nejvíce homogenní. Nehomogenity pole B_0 mohou vést k vážným geometrickým zkreslením, ale i k nesprávnému zpracování intenzity signálu vlivem změny relaxačních časů. (22) (23) K odstranění lokálních inhomogenit slouží tzv. **korekční magnetický systém** (*shim coils*). Samotná korekce magnetického pole se nazývá *shimming*.

Shimovací cívky vytváří slabé magnetické pole s opačnou orientací než má základní pole B_0 . Vzhledem k tomu, že nehomogenity mohou být různého tvaru, musí být korekční magnetický systém schopný vytvořit magnetická pole různých tvarů.

Homogenitu základního pole ovlivňuje tvar magnetu, materiál cívek, tloušťkové rozdíly vyšetřované oblasti a její permeabilita a kovy v okolí magnetu. (24)

1.3.2.3 Gradientní cívky

Cívky, které označujeme jako gradientní, vytváří oproti základnímu homogennímu magnetickému poli B_0 slabé nehomogenní pole. K magnetickému poli B_0 jsou kolmé a jejich intenzita roste lineárně ve směru souřadnicových os. (23) Plní při zobrazování magnetickou rezonancí tři důležité úlohy. Za pomoci nich můžeme určit polohu řezu, jeho tloušťku a přesnou polohu volumu tkáně v rámci jednoho řezu.

Polohu zobrazované vrstvy určuje **rovinu řezu určující gradient** (*slice selecting gradient*) jdoucí podél osy x (v dlouhé ose těla). Kromě polohy řezu na ose x nám tyto cívky umožňují určit **tloušťku řezu**. Děje se tak dvěma způsoby, jednak rozdílem gradientového magnetického pole u hlavy a nohou, tzn. jeho strmostí, tak vysíláním radiofrekvenčních impulzů v tzv. pulzním pásmu. Znamená to, že vysíláme dva pulzy o podobné frekvenci (např. 22,564 MHz a 22,568 MHz).

Platí, že *čím je aplikovaný magnetický gradient strmější a pulzní pásmo užší, tím je tloušťka zvolené vrstvy menší a naopak.*

Gradientové cívky v ose x se zapínají pouze po dobu vysílání 90° nebo 180° radiofrekvenčního pulzu.

Druhé gradientové pole, tentokrát ve směru osy y , slouží **k lokalizaci signálu v rámci jedné vrstvy**. Nazývá se frekvenci určující gradient (*frequency encoding gradient*), případně „odečítací“ gradient (*readout gradient*). Jak již název naznačuje, jsou tyto gradientní cívky spuštěny právě ve chvíli, kdy dochází k emisi kvanta energie částicemi vyšetřované tkáně.

Poslední pár cívek tvoří pole ve směru osy z . Tento gradient je aplikován na krátkou dobu mezi dvěma výše inkriminovanými. Doba trvání pole musí být natolik krátká, aby neovlivnila frekvenci, kterou protony precedují, ale způsobila pouze fázový posun. (25)

Celkem se v přístroji magnetické rezonance nachází tři páry cívek tvořících 3 různá gradientní pole.

1.3.2.4 Radiofrekvenční cívky

K vyslání excitačního impulzu B_1 o Larmorově frekvenci ν_0 a následné detekci slabého echa slouží cívky, jež se nazývají radiofrekvenční. (23) Lze si je připodobnit k rádiové anténě. (21) Ve skeneru magnetické rezonance můžeme nalézt tři druhy radiofrekvenčních cívek. Jsou to **(a) přijímací a vysílací cívky**, **(b) pouze přijímací** a **(c) pouze vysílací**. Cívky **(b)** a **(c)** slouží pouze k vysílání nebo přijímání radiofrekvenčního signálu, kdyžto typ **(a)** umožňuje střídavě přepínat mezi módem vysílání a přijímání. (26)

S vývojem metody magnetické rezonance vzniklo mnoho druhů radiofrekvenčních cívek. (21)

Prvním druhem je cívka ve tvaru **solenoidu**, užívaná u shimovacích cívek a elektromagnetů. Tyto cívky se užívají nejčastěji pro snímkování in vitro. Výhodou je vysoká homogenita, jednoduchá konstrukce, možnost využití jako přijímací i vysílací antény a vysoká citlivost, hlavně u vzorků, které jsou v porovnání s cívkou malé. (21)

Druhým typem jsou tzv. **povrchové cívky** (*surface coils*). Mají tvar smyčky a vysílají nebo detekují signály kolmé k ploše, jež cívka ohraničuje. Radiofrekvenční pulzy generované povrchovými cívkami jsou velmi nehomogenní. Intenzita impulzu strmě klesá se vzdáleností od roviny ohraničené smyčkou. Povrchové cívky dokáží

dobře zobrazovat části těla mající podobný průměr a zaobírající stejný povrch jako rovina cívky. Využívají se v případech, kdy není zapotřebí gradientních polí. Klinické využití je z tohoto důvodu následovné: povrchové cívky se k zobrazení povrchově uložených orgánů jakou jsou játra, mozek, srdce, periferní svaly aj.

Stejně jako solenoidy, jsou povrchové cívky jednoduché na výrobu a nabízejí vysokou účinnost. (21) Názvy povrchových cívek jsou většinou odvozeny od zobrazované oblasti (např.: hlavová cívka (*head coil*), ramenní cívka (*shoulder coil*), zápěstní cívka (*wrist coil*), kolenní cívka (*knee coil*) atd.). (25)

Kombinací několika povrchových cívek získáme tzv. **phased array coil** (21) (též **multicoil** (19)) Spojením povrchových cívek rozšíříme objem, který je možný zobrazovat. Každá cívka ve „phased array coil“ musí mít svůj vlastní přijímač, nebo musí posléze dojít k synchronizaci signálů z jednotlivých komponent. Další nespornou výhodou je vyšší senzitivita při stejném objemu než bychom získali jednou povrchovou cívkou.

V radiodiagnostice se například užívá pro zobrazování míchy, kde je třeba širší zorné pole, ale oblast zájmu je uložena povrchově.

Čtvrtým a posledním typem cívky jsou **radiofrekvenční objemové rezonátory** (*radiofrequency volume resonators*). Jsou válcového tvaru s více smyčkami, vytvářejí B_1 impulzy kolmé k rovině rezonátoru. Radiofrekvenční rezonátory nacházejí uplatnění tam, kde je nutné excitovat a přijímat signály z hluboko uložených tkání, případně tam, kde je potřeba homogenní excitace a cívky ve tvaru solenoidu neposkytují uspokojivé výsledky. (21)

1.3.2.5 Radiofrekvenční vysílače a přijímače

Radiofrekvenční vysílače, nazývané též jako *transmitery*, jsou elektronické přístroje, jež vysílají elektrický impulz do vysílací radiofrekvenční cívky, aby došlo k excitaci atomů vodíku vyšetřované oblasti lidského těla. Transmitery musí být schopny tvořit impulzy o různé škále frekvencí. Důvodem je selektivní excitace řezu tkání, který se, mimo jiné, určuje pomocí vrstvy určujícího gradientu v ose x .

Transmitery ve skeneru magnetické rezonance se sestávají z komponent s nízkým výkonem, které generují radiofrekvenční impulzy v pulzním pásmu, a výkonných součástí, jejichž pulz zesilují a převádí na vysílací anténu. Slabší komponenty jsou digitální, zatímco ty výkonné jsou analogové. Mezi nimi se nachází analogově-digitální převodník (*analog-to-digital converter*).

Radiofrekvenční přijímače, *radio-frequency receivers*, jsou, oproti výše zmíněným, elektronické součástky, jejichž cílem je amplifikace echa přicházejícího z tkání pacienta, jeho filtrace a digitalizace. Stručně lze říci, že připravují signál k dalšímu zpracování.

U přístrojů, kde se nachází univerzální radiofrekvenční cívky, je přítomný přepínač, které mění „vysílací“ a „přijímací“ mód. (21)

1.3.2.6 Stínění elektromagnetického pole

Hlavní magnet magnetické rezonance indukuje silné magnetické pole, které mnohdy zasahuje i mimo rámec vyšetřovny. To může ovlivnit správný chod řady elektronických přístrojů. Z toho důvodu je důležité pečlivě promyslet, které místnosti se v okolí magnetické rezonance budou vyskytovat. Abychom minimalizovali negativní efekty, je součástí všech skenerů stínění, které můžeme rozdělit na **pasivní** a **aktivní**.

Pasivní stínění se skládá ze silných plátů z měkké oceli symetricky umístěných kolem supravodivých cívek magnetické rezonance. Výhodou je nižší pořizovací cena, na druhou stranu, se tím velmi zvýší hmotnost celého přístroje.

Druhým typem je **aktivní stínění**, jež se skládá ze speciálních supravodivých cívek nacházejících se vně od hlavního vinutí základního magnetu. (25)

Jak již název sám napovídá, radiofrekvenční cívky pracují v pásmu rádiových vln ($\lambda = 10^0 - 10^4$ (27)). Rozhlas a další přístroje pracující v tomto pásmu by mohly narušit chod vyšetření a tím znehodnotit výsledný obraz. Radiofrekvenční vlny jsou odstíněny pomocí tzv. Faradayovy klece.

Faradayova klec je vodivé nabitě těleso, jež má elektrický náboj pouze na svém povrchu. (28)

1.3.2.7 Role MR jako zobrazovací modality

Role magnetické rezonance ve spektru radiologických zobrazovacích metod vyplývá z jejích předností:

- podrobnější zobrazení měkkých tkání,
- vyšetření ve třech základních rovinách,
- zobrazení mozkových cév bez kontrastní látky,
- neionizující typ vyšetření
- speciální vyšetřovací postupy (DWI mozku, fMR, MR spektroskopie). (29)

1.3.3 Význam kvantové mechaniky pro magnetickou rezonanci

Bez nadsázky lze říct, že bez rozvoje kvantové teorie a kvantové mechaniky by nikdy zobrazovací metoda magnetické rezonance nemohla vzniknout. Rozvoj kvantové mechaniky umožnil získání nástrojů, pomocí nichž můžeme popsat stav kvantových objektů. Tím otevřel bránu k hlubšímu pochopení fyzikální podstaty světa.

Trojrozměrný popis elektronu v orbitalu atomu vodíku je shodný s rovnicí [16]

$$\nabla^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V)\psi = 0,$$

kde elektrostatická potenciální energie $V=e^2/4\pi\epsilon_0r$. Vzhledem k symetrii atomu vodíku je výhodné si vyjádřit Schrödingerovu rovnici pro atom vodíku ve sférických souřadnicích.

Sférický souřadnicový systém je určen třemi souřadnicemi:

- **polohovým vektorem r** , jehož délka se spočítá pomocí $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$,
- **zenitovým úhlem ϑ** mezi polohovým vektorem kladnou částí osy z , velikost zenitového úhlu výpočtem $\vartheta = \arccos\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)$,
- **azimutálním úhlem φ** mezi projekcí polohového vektoru r do roviny xy a kladnou částí osy x , $\arctg\left(\frac{x}{y}\right)$.

Podrobné odvození transformace Laplaceova operátoru z kartézských do sférických souřadnic je součástí Přílohy 1.

Laplaceův operátor ve sférických souřadnicích se tradičně zapisuje ve tvaru

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) \right] + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}.$$

Schrödingerova rovnice pro elektron atomu vodíku zní

$$\frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \right] + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi = 0,$$

dosazení za potenciální energii V a vynásobením celé rovnice $r^2 \sin^2 \vartheta$ dostaneme

$$\sin^2 \vartheta \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{2mr^2 \sin^2 \vartheta}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0 \quad [20]$$

Schrödingerova rovnice popsaná pomocí sférických souřadnic umožňuje transformovat rovnici [20] na součin tří různých rovnic závislých pouze na jedné proměnné, jinými slovy, Schrödingerova rovnice atomu vodíku nabývá tvaru: (8)

$$\psi(r, \vartheta, \varphi) = R(r)\Theta(\vartheta)\Phi(\varphi).$$

Separace proměnných: (8)

Separaci započneme dosazením $\psi = R\Phi\Theta$ do rovnice [20] a následným vydělením $R\Phi\Theta$. Po úpravách dostaneme

$$\frac{\sin^2 \vartheta}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{\sin \vartheta}{\Theta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \Theta}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + \frac{2mr^2 \sin^2 \vartheta}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) = 0.$$

Od předchozí rovnice odečteme $\frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2}$ a rovnice nabude tvaru

$$\frac{\sin^2 \vartheta}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{\sin \vartheta}{\Theta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \Theta}{\partial \vartheta} \right) + \frac{2mr^2 \sin^2 \vartheta}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) = -\frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2}. \quad [21]$$

Aby rovnice [21] byl platná, musí být obě dvě strany rovny téže konstantě. Konstantu určující platnost výše zmíněné diferenciální rovnice označíme m_l a platí

$$m_l^2 = -\frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2}. \quad [22]$$

Vydělením rovnice [21] $\sin^2 \vartheta$ máme

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{1}{\Theta \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \Theta}{\partial \vartheta} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) = \frac{m_l^2}{\sin^2 \vartheta},$$

odečtením druhého členu na levé straně rovnice nám vyjde

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) = \frac{m_l^2}{\sin^2 \vartheta} - \frac{1}{\Theta \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \Theta}{\partial \vartheta} \right), \quad [23]$$

kde každá strana rovnice závisí na jiné proměnné. Rovnice je nabývá platnosti, pokud se obě dvě strany rovnají $l(l+1)$.

Diferenciální rovnice [22] a [23] se obvykle píší ve tvarech

$$\frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + m_l^2 \Phi = 0 \quad [24]$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \left[\frac{2m}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] R = 0 \quad [25]$$

$$\frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \Theta}{\partial \vartheta} \right) + \left[l(l+1) - \frac{m_l^2}{\sin^2 \vartheta} \right] \Theta = 0 \quad [26]$$

Pomocí výše inkriminovaných rovnic zavedeme **úplný soubor kvantových čísel elektronu** atomu vodíku. Úplný soubor kvantových čísel popisuje stav elektronu v orbitalu atomu. Podobný soubor kvantových čísel lze odvodit i pro nukleony v jádře atomu. (30) (31)

Fermiony¹ podléhají **Pauliho principu vylučnosti**, jenž říká, že *ve stavu vymezeném konkrétními hodnotami kvantových čísel z úplného souboru kvantových čísel se může vyskytovat nejvýše jeden fermion.* (27)

Řešením diferenciální rovnice číslo [24] získáme vztah

$$\Phi(\varphi) = A e^{im_l \varphi}, \quad [27]$$

kde A je integrační konstanta. Rovnice [27] musí pro daný bod v prostoru dávat vždy jednu jedinou hodnotu, musí tedy platit:

¹ Mezi fermiony patří leptony (např. elektron), hadrony (např. proton, neutron - nukleony), baryony (všechny hadrony, jež jsou zároveň fermiony). (49)

$$\Phi(\varphi) = Ae^{im_l\varphi} \Rightarrow \Phi(\varphi) = Ae^{im_l(\varphi+2\pi)}.$$

Podmínka bude splněna tehdy, pokud $m_l \in \mathbb{Z}$. Konstanta m_l se nazývá **magnetické kvantové číslo**, které určuje směr momentu hybnosti elektronu. Magnetické číslo m_l může nabývat hodnot z intervalu $(-l \dots 0 \dots +l)$. (8)

Elektron obíhající kolem jádra tvoří malou proudovou smyčku s magnetickým momentem μ . Moment síly působící na elektron je dán vztahem

$$\tau = \mu \times B = \mu B \sin \vartheta,$$

kde ϑ je úhel mezi magnetickým momentem μ a magnetickou indukcí B . Zvolíme-li vztaznou soustavu, kde je magnetická potenciální energie V_m rovna nule pro $\vartheta = \pi/2$, je pro každou změnu orientace magnetického momentu μ ve vnějším magnetickém poli B nutno vykonat práci W , která je rovna změně potenciální energie dle

$$V_m = -W = -\int_{\pi/2}^{\vartheta} \tau d\vartheta = -\mu B \int_{\pi/2}^{\vartheta} \sin \vartheta d\vartheta = -\mu B \cos \vartheta. \quad [28]$$

Magnetický moment elektronu je určen vztahem

$$\mu = iA = \frac{q}{t} \pi r^2,$$

dosadíme-li za $t = \frac{2\pi r}{v}$ a rozšíříme-li zlomek jedničkou, jinými slovy $\frac{m}{m}$, dostaneme

$$\mu = \frac{q}{2m} mvr = \frac{q}{2m} L, \quad [29]$$

kde L je moment hybnosti elektronu. Zlomek $\frac{q}{2m}$ se označuje jako **gyromagnetický poměr** a značí se písmenem g . (8) (32)

Dosazením rovnice [28] do rovnice [29] získáme vztah pro potenciální energii

$$V_m = -\mu B \cos \vartheta = -\frac{q}{2m} LB \cos \vartheta. \quad [30]$$

Stejně tak jako je kvantován orbitální moment hybnosti L , tak je kvantován směr vektoru L vzhledem k vnějšimu poli (tzv. prostorové kvantování). Kvantována je pouze z -ová složka momentu hybnosti L_z a to podle vztahu

$$L_z = m_l \hbar.$$

Počet orientací vektoru momentu hybnosti L_z vyplývá z možných hodnot magnetického kvantového čísla m_l . Složky L_x a L_y nejsou kvantovány. Vektor momentu hybnosti elektronu koná precesní pohyb (opisuje povrch kužele). Tento pohyb se také občas nazývá jako Larmorova precese.

Řešení diferenciální rovnice [25] pro radiální část $R(r)$ je opět velice sofistikované a je vyjádřeno Laguerrovými polynomy, které je možné řešit pro $E \geq 0$ (ionizovaný atom vodíku). Pro $E_n < 0$ (vázaný elektron) nabývá řešení stejného tvaru jako je vzorec pro energetické hladiny Bohrova modelu atomu:

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2}\left(\frac{1}{n^2}\right),$$

kde $n \in \mathbb{Z}$. Další podmínka nutná k vyřešení rovnice číslo [25] je, že **hlavní kvantové číslo** n udávající kvantování energie elektronu musí splňovat rovnost $n \geq (l+1)$. (8)

Řešení poslední diferenciální rovnice [26] pro $\Theta(\vartheta)$ se vyjadřuje pomocí Legendrových polynomů a je značně složité. Je však důležité si uvědomit, že tyto polynomy existují jen pro $l \in \mathbb{Z} \wedge l \geq |m_l|$. Konstanta l se nazývá **vedlejší (orbitální) kvantové číslo**. Vedlejší kvantové číslo popisuje kvantování momentu hybnosti elektronu podle vztahu

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar.$$

Posledním kvantovým číslem popisujícím kvantování vnitřního momentu hybnosti je tzv. **magnetické spinové číslo** m_s . Matematické odvození spinové čísla (např. z Klein-Gordonovy rovnice) přesahuje rozsah této bakalářské práce. Považujme proto za důkaz platnosti níže uvedených skutečností např. Sternův-Gerlachův experiment nebo Einsteinův-de Hassův pokus. (31)

Z-ová složka vnitřního momentu hybnosti elektronu je kvantována, podobně jako z-ová složka orbitálního momentu hybnosti elektronu L_z , vztahem

$$S_z = m_s\hbar = \pm\frac{1}{2}\hbar.$$

Magnetické spinové kvantové číslo m_s nabývá pouze hodnot $m_s = \pm 1/2$, což vyplývá z Diracovy teorie a ke stejným závěrům lze dospět zkoumáním spektrálních čar.

Velikost vnitřního momentu hybnosti elektronu S matematicky podobným vztahem jako pro orbitální moment hybnosti:

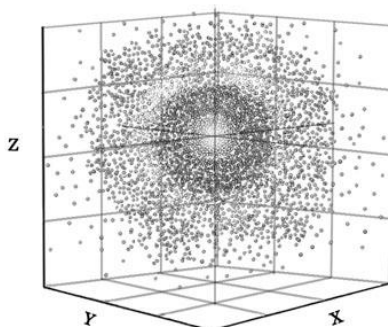
$$S = \sqrt{[s(s+1)]}\hbar.$$

Gyromagnetický poměr pro spin elektronu je téměř dvojnásobný a proto z rovnice [30] vyplývá

$$\mu_s = -\frac{q}{m}S \Rightarrow V_m = -\frac{q}{m}SB \cos \vartheta$$

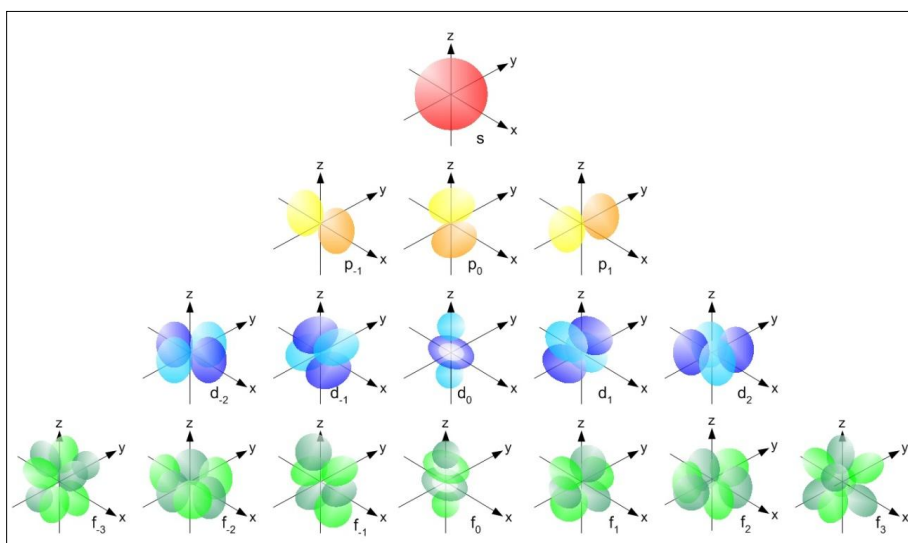
což je vztah pro potenciální energii elektronu V_m . (8) (9)

Výše v textu (viz str. 31) bylo zmíněno, že soubor kvantových čísel charakterizuje stav elektronu v atomovém orbitalu. Zbývá tedy odpovědět na otázku: co je to atomový orbital? **Atomový orbital** není nic jiného než vlnová funkce elektronu ψ^2 . (33) „Jestliže druhou mocninu vlnové funkce ψ^2 vyneseme do trojrozměrného prostoru, vymezuje atomový orbital určitou velikost prostoru kolem jádra, ve kterém se elektron s určitou pravděpodobností nalézá. Můžeme si představit, že orbital vypadá jako fotografie elektronu při uzávěrce nastavené na dlouhý expoziční čas. Taková fotografie by ukázala orbital jako rozmazaný obláček, který vymezuje oblast prostoru kolem jádra, kde se elektron vyskytoval. Tento elektronový oblak nemá ostré hranice, ale z praktických důvodů ho ohraničujeme tak, že za orbital považujeme prostor, kde se elektron většinu času (90-95 %) vyskytuje.“ (34)



Obrázek 2: Elektronový oblak atomu vodíku

zdroj: http://www.pozitivne.cz/sites/default/files/field/image/pr0016_1_allatra_elektronovy-oblak-atomu-vodiku.jpg



Obrázek 3: Přehled elektronových orbitalů

zdroj: http://chemwiki.ucdavis.edu/@api/deki/files/8855/Single_electron_orbitals.jpg

1.4 Aplikace kvantové mechaniky v MR

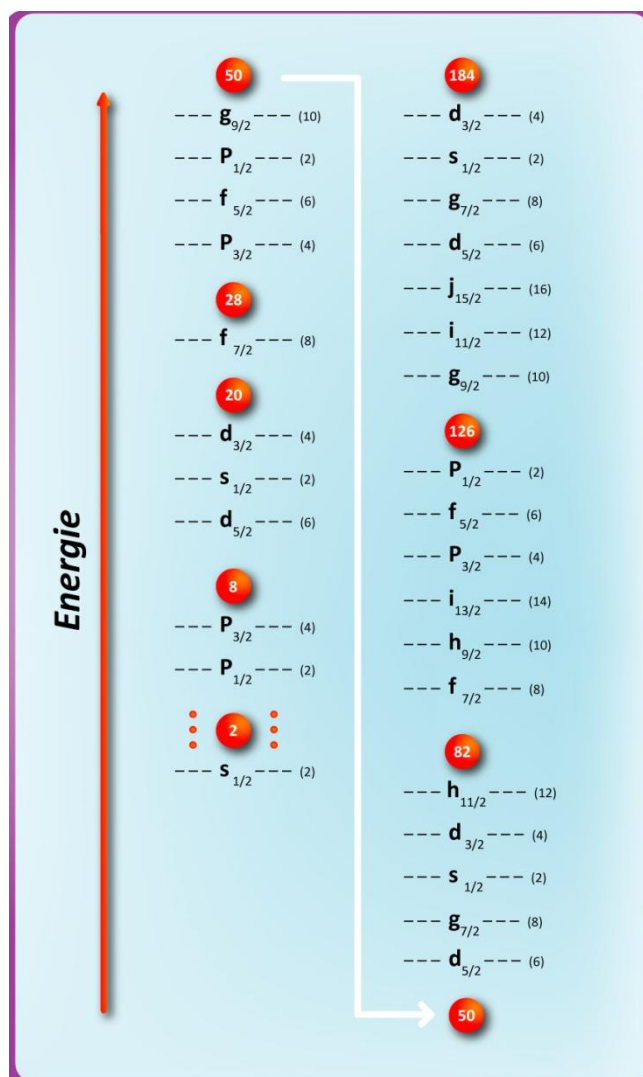
Řešení stacionární Schrödingerovy rovnice a nalezení vlastních hodnot úplného souboru kvantových čísel n , l , m_l , m_s umožnilo vysvětlit příčinu Larmorova precesního pohybu pro elektrony v atomovém obalu, ale i pro protony a neutrony v jádře.

Nukleony v atomovém jádře obsazují, podobně jako elektrony v obale, jaderné orbitály. Hodnoty a pořadí energetických hladin protonů a neutronů jsou ale jiné než v případě elektronů. Tento model nazýváme **slupkovým modelem atomového jádra**.

Nejedná se o čistě empirický model. Přibližné energetické spektrum nukleonů lze získat z kvantově mechanických výpočtů. Základem těchto výpočtů je Schrödingerova rovnice pro nukleony, ve které je jaderná interakce přibližně popsána efektivním potenciálem. (30)

Dosažením za μ z rovnice [29] do vztahu pro moment síly τ dostaneme (vektorový součin si vyjádříme pomocí ϑ)

$$\tau = \vec{\mu} \times \vec{B} = \frac{q}{2m} LB \sin \vartheta,$$



Obrázek 4: Slupkový model atomového jádra (spektrum jedné z variant slupkového modelu)

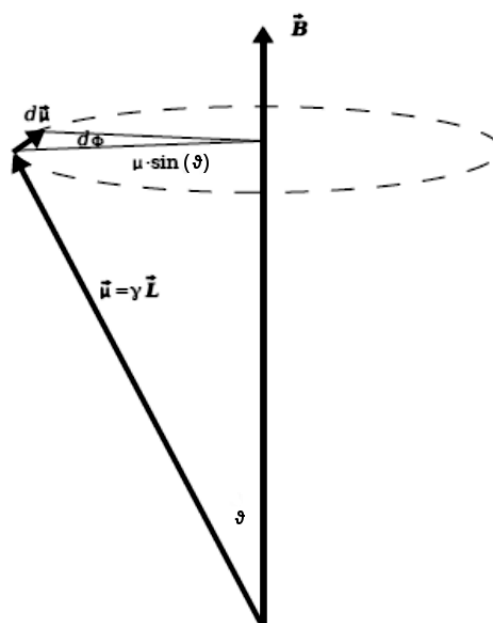
zdroj: <http://artemis.osu.cz/mmfy/zjm/img/big/39.jpg>

následně pomocí obecného vztahu $s = r\vartheta$, kde je za s možné dosadit $d\mu$ a za $r = \mu \sin \vartheta$, odvodíme vztah pro úhlovou Larmorovu frekvenci Ω

$$d\bar{\mu} = \mu \sin \vartheta d\vartheta = \gamma \mu B_0 \sin \vartheta dt \Rightarrow \Omega = \frac{d\vartheta}{dt} = \gamma B_0. \quad [31]$$

Ze vztahu [31] je zřejmé, že úhlová Larmorova frekvence je závislá pouze na gyromagnetickém poměru protonu γ a magnetické indukci B_0 . (32)

V zobrazování magnetickou rezonancí se nejčastěji užívá rezonance jader vodíku, jakožto nejvíce zastoupeného prvku lidského těla. Lidské tělo je tvořeno ze $\frac{2}{3}$ vodou (H_2O). Jak již z chemického vzorce vyplývá, voda obsahuje dva atomy vodíku.



Obrázek 5: Grafické znázornění precesního pohybu (upraveno)

zdroj: Brown, Keith. The Magnetic Moment and the Bloch Equations. [Online] [Citace: 3. březen 2014.] <http://chem4823.usask.ca/nmr/Bloch.pdf>

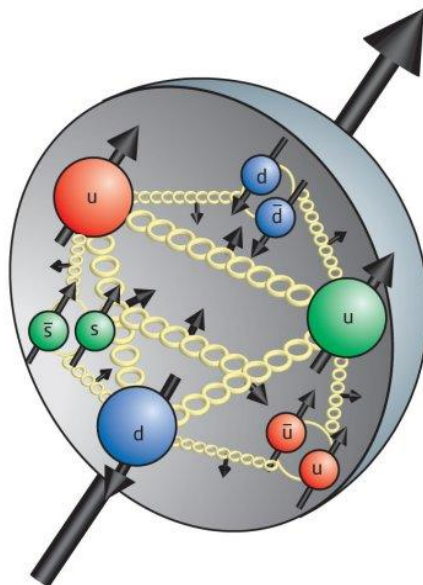
Tato vlastnost lidského těla dává MR její vysokou citlivost k zobrazování (především) měkkých tkání. Vodík má pro zobrazování magnetickou rezonancí výhodné vlastnosti. Vektor magnetického momentu $\vec{\mu}$ je patrný pouze u jader, které mají nepárové nukleony (^1H , ^2H , ^{31}P , ^{13}C ...), protože při naplnění jaderného orbitalu, podobně jako u elektronů v obalu atomu, dochází ke vzájemné kompenzaci vektoru magnetického momentu $\vec{\mu}$ (^4He , ^{12}C ...). (35)

Chceme-li určit Larmorovu frekvenci ν_0 , je třeba vztah [31] vydělit 2π (podstata tohoto kroku vyplývá z $\nu_0 = \Omega/2\pi$). Výraz pro Larmorovu frekvenci nabývá tvaru

$$\nu_0 = \frac{\gamma B_0}{2\pi}. \quad (32)$$

Energii vyslaného radiofrekvenčního fotonu, jímž se jádra vodíku excitují, odvodíme z Planckova vztahu pro energii fotonu

$$E = h\nu_0 = \frac{h\gamma B_0}{2\pi} = \hbar\gamma B_0. \quad (33)$$



Obrázek 6: Znázornění spinu protonu a jeho jednotlivých částí.

zdroj: <http://sciencespot.co.uk/images/SPT78-proton.jpg>

Popsání samotného principu zobrazování magnetickou rezonancí je součástí Přílohy 2 (edukační text, projektové kurikulum).

1.5 Použité statistické metody

„Statistika se těší pochybnému vyznamenání tím, že je nejvíce nepochopeným vědním oborem. Neznamená to však, že je nejméně známá. Nepochopení nějaké věci totiž předpokládá, že se o ní něco ví, nebo přinejmenším se myslí, že se ví. O statistice však panuje všeobecnému mínění, že z každého, kdo se naučil ve škole trochu počítat, lze bez obtíží udělat statistika prostě tím, že se mu tak říká.“ (H. Levinson) (36)

Při zpracování bakalářské práce bylo užito několik základních metod deskriptivní a matematické statistiky, které jsou předmětem teorie pravděpodobnosti a statistiky, při zkoumání hromadných náhodných jevů. (37)

Prvním dílčím krokem statistického šetření a metodou deskriptivní statistiky je **formulace statistického šetření**. Výstupem je vytyčení základních statistických pojmů, mezi něž patří hromadný náhodný jev, statistická jednotka, statistický znak, hodnota statistického znaku, základní statistický soubor a jeho rozsah, náhodný výběr a výběrový statistický soubor.

Dalším krokem je tzv. **škálování**, což lze pokládat za přiměřené vyjádření hodnot statistického znaku prostřednictvím prvků škály. Souhrn prvků škály se nazývá škála.

Poté co hodnoty statistického znaku rozdělíme vhodně do škál, je nutné přistoupit k třetímu kroku deskriptivní statistiky – **měření v deskriptivní statistice**. Měření je proces, kterým je každé statistické jednotce výběrového statistického souboru přiřazován jeden z k prvků škály.

Čtvrtou a poslední metodou deskriptivní statistiky je **elementární statistické zpracování**, které pokrývá potřebu výsledky měření nějak uspořádat, graficky vyjádřit a parametrizovat vhodnými empirickými parametry. Výsledkem elementárního statistického zpracování je empirický obraz zkoumaného výběrového statistického souboru.

Po splnění všech dílčích kroků deskriptivní statistiky přichází na řadu matematická statistika. Součástí matematické statistiky je tzv. **neparametrické testování**, nazývané také jako **testování neparametrických hypotéz**. Neparametrické testování nám odpoví na otázku, zdali je možné nahradit přiřadit empirickému rozdělení teoretické. Z aparátu parametrického testování byl zvolen Pearsonův χ^2 -test dobré shody. (13)

2 Hypotézy a metodika výzkumu

2.1 Hypotézy a cíle

Bakalářská práce vznikala s předpokladem následujících hypotéz:

1. Edukační text pro radiologické asistenty lze vytvořit aplikací kurikulárního procesu.
2. Znalosti studentů získané prostřednictvím vypracovaného edukačního textu budou mít rozdělení blízké normálnímu rozdělení.

Autor bakalářské práce se při zpracování snažil naplnit následující cíle:

1. Výběr teorie přenosu na úroveň uvedených studijních oborů.
2. Vytvoření edukačního textu cestou, která respektuje vybranou teorii.
3. Experimentální ověření edukačního textu z hlediska možností adresátů.
4. Aplikace vybraných statistických metod.

2.2 Metodika výzkumu

Metodiku zpracování bakalářské práce je možné rozdělit do pěti základních dílčích kroků:

1. Analýza současného vědeckého systému.
2. Transformace zkoumaného vědeckého systému na sdělitelný vědecký systém.
3. Vytvoření vlastního edukačního textu na základě analýzy vědeckého systému a potřebných edukačních parametrů.
4. Ověření edukační funkce vytvořeného edukačního textu experimentální výukou studentů studijního oboru radiologický asistent a dalších příbuzných oborů.
5. Vytvoření testu pro ověření získaných znalostí studentů a následné statistické vyhodnocení těchto testů.

Po bližším zkoumání dílčích kroků je možné si povšimnout, že tyto kroky odrážejí algoritmus kurikulárního procesu podrobněji popsaného v kapitole 1.1.

Ad 1. – *konceptuální kurikulum*

Kvantová nestatistická fyzika je oblast fyziky zabývající se jevy na úrovni mikrosvěta, které není možné zkoumat za pomoci smyslového vnímání, ale je třeba užít přístrojů. Klasický postup (jev → představa → pojem → matematický vztah → experiment → aplikace) použít nelze, musíme jej nahradit přístupem odlišným:

- a) **Jev** spojený s mikroobjektem (nelze přímo pozorovat)
- b) **Experiment** (informace o mikroobjektu získáme s pomocí přístroje)
- c) **Matematický model** (výsledky experimentu dáme do matematických souvislostí)
- d) **Pojem** (vytvořený bez přímého kontaktu s jevem)
- e) **Představa** (na základě klasických zkušeností z makrosvěta)
- f) **Aplikace.**

V mikrosvětě se stírají korpuskulární a vlnové vlastnosti částic a přichází v úvahu vlnově-korpuskulární dualismus – všechny objekty mikrosvěta vykazují vlastnosti částic i vlnění. Co se týče látkových částic, jejich vlnové vlastnosti jsou spojeny s de Broglieho pravděpodobnostními vlnami. Fyzikální veličiny látkových částic jsou dány matematickými operátory, instrukcemi říkajícími jaké matematické operace máme provést s veličinou nacházející se napravo od operátoru. Fyzikální stavy jsou popsány komplexními pravděpodobnostními funkcemi. Hodnoty operátorů jsou vyjádřeny tzv. souborem vlastních hodnot operátorů nabývajících diskrétními hodnotami.

Nejznámější vlastní rovnicí se stala stacionární Schrödingerova rovnice jako vlastní rovnice Hamiltonova operátoru, který reprezentuje energii. Nestacionární Schrödingerova rovnice hraje roli obecné kvantové a nerelativistické pohybové rovnice, která popisuje měnící se tvary „pravděpodobnostních oblaků“. (27)

Ad 2. – *zamýšlené kurikulum*

Zamýšlené kurikulum vyžaduje přizpůsobit poznatky a metody kvantové mechaniky znalostem studentů radiologie, které získali z matematiky a fyziky. Toto přizpůsobení lze vystihnout studijním plánem pro radiologické asistenty na Zdravotně sociální fakultě Jihočeské univerzity a strukturou předmětů týkajících se matematiky a fyziky.

Studijní plán předmětu **Vybrané kapitoly z aplikované matematiky:**

- Systém elementárních funkcí (vlastnosti, grafy), Vyšetřování průběhu funkce, limita funkce,
- Elementární algebra (mocniny, odmocniny, základní algebraické úpravy, řešení rovnic a nerovnic),
- Diferenciální počet, Integrální počet (neurčitý a určitý integrál),
- Základy vektorového počtu. (38)

Studijní plán předmětu **Radiologická fyzika:**

- Kmitání a vlnění, Elektromagnetické pole,
- Kvantová optika, Kvantová mechanika elektronu,
- Jaderná fyzika, Zdroje ionizujícího a neionizujícího záření, Interakce záření s prostředím fyzikálním, chemickým a biologickým Detekce a dozimetrie záření a jejich význam pro radiologickou fyziku,
- Fyzikální základy zobrazovacích metod, Fyzikální základy radiodiagnostiky a radioterapie – souhrn. (39)

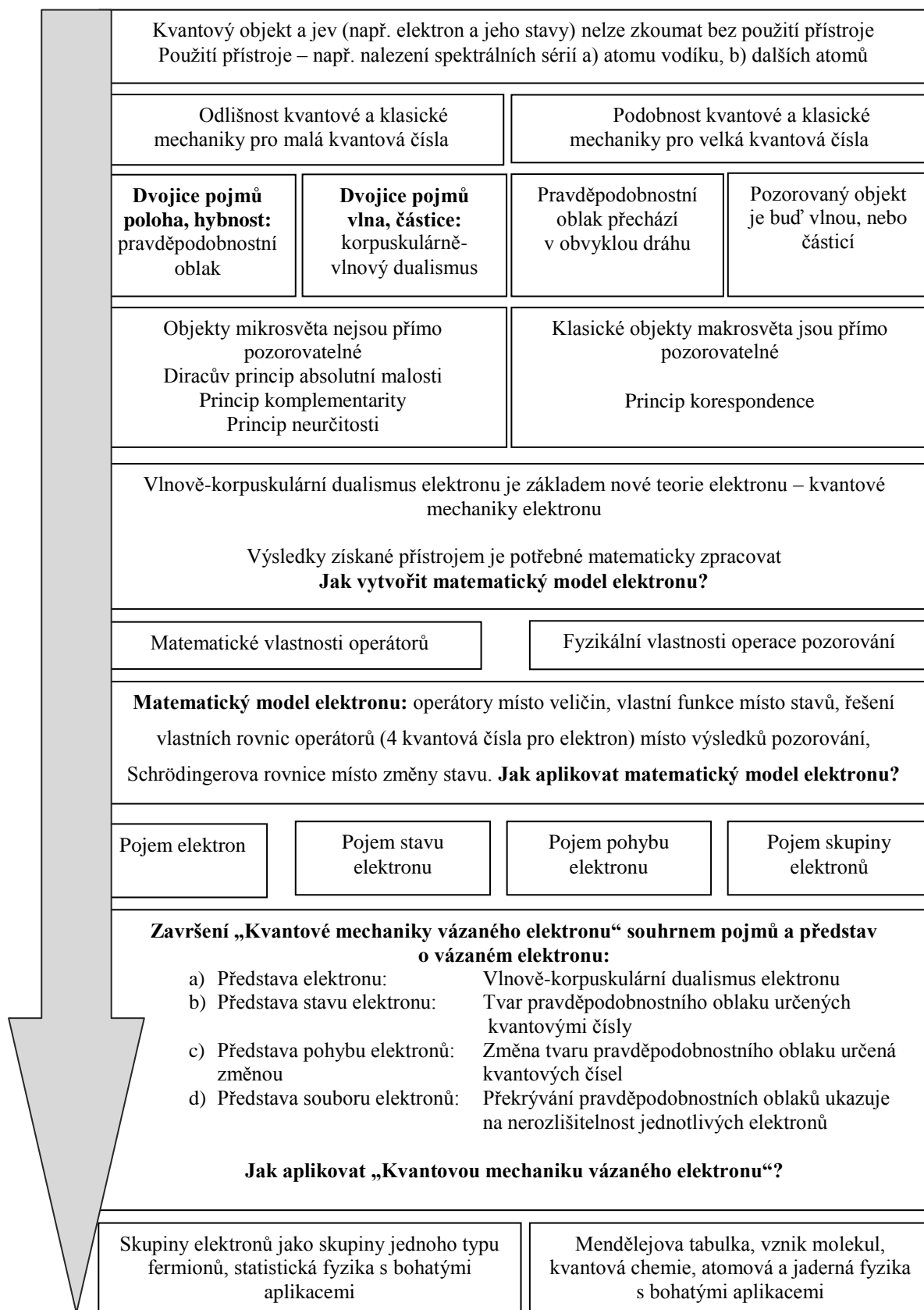
Poznatky získané v rámci uvedeného studijního plánu lze již promítnout do popisu projektového kurikula.

Ad 3. – projektové kurikulum

Významnou složkou projektového kurikula je edukační text. Na základě provedené analýzy vědeckého systému a jeho převedení do sdílitelného vědeckého systému byl vytvořen edukační text „Fyzikální základy magnetické rezonance“, který by měl odpovídat úrovni znalostí fyziky studentů radiologického asistenta a jiných příbuzných oborů.

Při tvorbě edukačního textu autor hledal odpověď na otázku: „**Jak vytvořit matematický model elektronu?**“ Postup lze popsat několika základními kroky:

- a) *„Fyzikální vymezení problému a stanovení kvantových počátečních podmínek,*
- b) *vymezení úplného souboru veličin a odpovídajících operátorů,*
- c) *napsání a řešení soustavy vlastních rovnic operátorů,*



Obrázek 7: Model kvantové nestatistické fyziky (zamýšlené kurikulum)

zdroj: ZÁŠKODNÝ, Přemysl. *Přehled základů teoretické fyziky (s aplikací na radiologii)*. 1. vyd. Bratislava: Didaktis, 2005, 264 s. ISBN 8089160255.

- d) nalezení systému vlastních funkcí a systému vlastních hodnot operátorů charakterizovaných kvantovými čísly,
- e) nalezení tvarů „pravděpodobnostních oblaků“,
- f) interpretace výsledků, která vychází z přípustných hodnot kvantových čísel.“
- (27)

Následně došlo ke zjednodušení získaných vědeckých poznatků na úroveň předpokládaných adresátů.

Ad 4. – *implementované kurikulum-1*

Implementované kurikulum-1 je spojeno s přípravou na výuku. Ověření edukační funkce vytvořeného edukačního textu experimentální výukou studentů studijního oboru radiologický asistent proběhlo dvojí formou:

1. Experimentální přednáškou autora bakalářské práce na zadané téma.
2. Poskytnutím autorova edukačního textu studentům.

S žádostí o účast byli osloveni studenti studijního programu Specializace ve zdravotnictví oboru Radiologický asistent v následujících univerzitách:

- Lékařská fakulta Ostravské univerzity v Ostravě,
- Fakulta zdravotnických věd univerzity Palackého v Olomouci,
- Lékařská fakulta Masarykovy univerzity v Brně,
- Zdravotně sociální fakulta Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích,
- Fakulta biomedicínského inženýrství Českého vysokého učení technického v Kladně,
- Fakulta zdravotnických studií Západočeské univerzity v Plzni,
- Fakulta zdravotnických studií univerzity v Pardubicích,
- Vysoká škola zdravotnická, o.p.s. v Praze.

Obě formy experimentální výuky (přednáška a poskytnutí edukačního textu) proběhly pouze u studentů Zdravotně sociální fakulty Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích. Ostatním studentům byl prostřednictvím studijního oddělení, popřípadě osoby zajišťující výuku radiologických asistentů, poslán edukační text v elektronické podobě.

Přednáška o délce cca 30 minut byla současně doplněna Power Pointovou prezentací. Zahrnovala všechny důležité fyzikální poznatky související s metodou magnetické rezonance. Studentům byl navíc ve stručnosti nastíněn i technický „background“, který měl poskytnout základní představu o aplikaci fyzikálních jevů v medicínské praxi a hlouběji upevnit nově nabyté poznatky.

Ad 5. – *implementované kurikulum-2*

Implementované kurikulum-2 zkoumá dosažené výsledky edukačním procesem, obvykle na základě položeného edukačního testu a na základě jeho statistického vyhodnocení. Test byl koncipován jako „multiple-choice test“ se čtyřmi možnostmi, ke každé otázce existovala vždy jen jedna správná odpověď. Svým rozsahem se test striktně držel edukačního textu. Studentům byl povolen časový limit maximálně 20 minut. Za každou správně zodpovězenou otázku byl přičten jeden bod, za nesprávně zodpovězenou nebo nezodpovězenou otázku se bod nepřičítal, ani neodečítal. Testy byly plně anonymní. Respondenti byli pouze požádáni o sdělení ročníku a formy studia za účelem statistického šetření.

Statistické vyhodnocení multiple-choice testu proběhne implementací vhodných statistických metod popsanych ve zdrojích (13), (36) a (37).

Vybrané statistické metody a zároveň jejich logickou návaznost při statistickém zpracování výsledků lze charakterizovat následujícím výčtem:

- I. Formulace statistického šetření,
- II. Škálování,
- III. Měření v deskriptivní statistice,
- IV. Elementární statistické zpracování,
- V. Neparametrické testování,
- VI. Teorie odhadů,
- VII. Parametrické testování.

Postupy užité v této práci (I.-V.) jsou stručně popsány v následujících několika oddílech.

Ad. I.

Úkolem metody „Formulace statistického šetření“ je vymezení výběrového statistického souboru, s nímž později pracuje deskriptivní a matematická statistika. Předtím, než lze stanovit výběrový statistický soubor, je nutné definovat následující pojmy:

Hromadný náhodný jev je realizace činností nebo procesů, jejichž výsledek nelze s jistotou předpovědět, a které se odehrávají v rozsáhlé množině prvků.

Statistická jednotka je vymezena stejnými vlastnostmi prvků zkoumané množiny.

Statistický znak je některou z odlišných vlastností prvků zkoumané množiny.

Hodnota statistického znaku je způsob popisu zkoumaného statistického znaku.

Základní statistický soubor je dán všemi statistickými jednotkami. Jeho rozsah je roven počtu všech statistických jednotek.

Vzhledem k tomu, že ne vždy je možné statisticky vyhodnotit všechny statistické jednotky, je vhodné základní statistický soubor omezit na tzv. **výběrový statistický soubor**. Ten je spojen s výběrovými charakteristikami a je dán těmi statistickými jednotkami, které byly ze základního statistického souboru vybrány.

Výběr realizujeme buď metodami náhodného výběru, nebo metodami záměrného výběru. **Náhodný výběr** je omezení počtu zkoumaných statistických jednotek takovým způsobem, aby bylo možné přenášet získané výsledky na celý základní statistický soubor. Existují rozmanité postupy provedení: prostý náhodný výběr, mechanický (systematický) výběr, oblastní (stratifikovaný) výběr, skupinový výběr, vícestupňový výběr.

Pokud vybíráme jen určitou skupinu, která není reprezentativního charakteru populace, dopouštíme se **selektivního výběru**.

Výběr, který se opírá o expertní stanoviska a různé odhady jak získat reprezentativní výběrový statistický soubor se nazývá **záměrný výběr**. Tento výběr je často ovlivněn subjektivními hledisky příslušného experta.

Ad. II.

Při statistickém šetření obvykle pracujeme s velkým objemem statistických jednotek a rozmanitými hodnotami statistického znaku. Pro zefektivnění zpracování

statistického šetření je vhodné vyjádřit hodnoty statistického znaku pomocí skupin - prvků škály. Rozřazování hodnot statistického znaku se nazývá škálování, souhrn prvků škály škála.

Vhodný počet prvků škály můžeme vypočítat pomocí Sturgesova pravidla: $k = 1 + 3,3 \log_{10} n$, kde k je počet prvků škály a n je rozsah výběrového statistického souboru.

Škály dělíme na:

- **Nominální škálu** – umožňující rozřadit statistické jednotky do kategorií.
- **Ordinální škálu** – umožňující rozřazení statistických jednotek do kategorií, jež mají své definované pořadí.
- **Kvantitativní metrickou škálu** – dává navíc možnost určit vzdálenost mezi dvěma sousedními statistickými jednotkami. Je nezbytné definovat jednotku škály a počátek škály.
- **Absolutní metrickou škálu** – poskytuje věcnou interpretaci počátku škály – nula škály odpovídá nulové hodnotě zkoumaného statistického znaku.

Ad. III.

„Měření“ je metoda deskriptivní statistiky umožňující určit absolutní četnost. Přiřazením každé statistické jednotce z n statistických jednotek jeden z k prvků škály $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$, zjistíme, že prvek škály x_i byl naměřen n_i krát. Hodnota n_i se nazývá absolutní četnost, součet absolutních četností musí být roven rozsahu výběrové statistického souboru n .

Statistická pravděpodobnost $p(x_i)$ výsledku x_i se nazývá relativní četnost a je definována podílem $\frac{n_i}{n}$. Pravděpodobnost, že bude naměřen výsledek měření menší nebo rovný výsledku x_i se nazývá kumulativní četnost a je definována jako $\sum \frac{n_i}{n}$.

Ad. IV.

Elementární statistické zpracování zahrnuje organizaci údajů do tabulky, její grafické vyjádření a následnou parametrizaci. Všechny tyto jednotlivé kroky poskytují empirický obraz výběrového statistického souboru.

„Tabulka obsahuje osm sloupců. První čtyři sloupce jsou potřebné jednak pro zřehlednění výsledků měření (splnění úkolu „uspořádání“), jednak pro znázornění empirických rozdělení (splnění úkolu „grafického vyjádření“). Zbývající čtyři sloupce mají pomocný význam a slouží k snadnému výpočtu empirických parametrů (splnění úkolu „parametrizace“).“

Popis sloupců tabulky:

1. sloupec označený x_i (prvky škály),
2. sloupec označený n_i (absolutní četnosti škály),
3. sloupec označený $\frac{n_i}{n}$ (relativní četnosti prvků škály),
4. sloupec označený $\sum \frac{n_i}{n}$ (kumulativní četnosti),
5. sloupec obsahuje součiny $x_i n_i$,
6. sloupec obsahuje součiny $x_i^2 n_i$,
7. sloupec obsahuje součiny $x_i^3 n_i$,
8. sloupec obsahuje součiny $x_i^4 n_i$.

Grafickým znázorněním četností lze jednoduše vyjádřit rozdělení příslušných četností. Nejvhodnější formou je vynesení bodů do dvourozměrného pravouhlého souřadnicového systému, kde se na ose x nacházejí prvky škály a na ose y hodnoty příslušných četností. Křivka, jež nám vznikne spojením vnesených bodů do souřadnicového systému, se nazývá „polygon“. Název konkrétního polygonu je upřesněn přívlastkem podle typu četnosti, který představuje (polygon absolutních četností, polygon relativních četností, polygon kumulativních četností).

Empirické parametry (někdy též nazývané „výběrové parametry“, neboť se vztahují především k výběrovému statistickému souboru) podávají informaci o charakteru výběrového statistického souboru.

Empirické parametry dělíme dle zkoumané vlastnosti na parametr polohy, parametr variability, parametr šikmosti a parametr špičatosti.

➤ **Parametr polohy** (vážený aritmetický průměr)

Vyjádřuje rozdělení četností na vodorovné ose x souřadnicového systému. Je vyjádřen obecným momentem prvního řádu O_1 .

$$O_1(x) = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum n_i x_i$$

➤ **Parametr proměnlivosti** (empirický rozptyl)

Informuje o výpovědní hodnotě aritmetického průměru. Empirický rozptyl je dán centrální momentem druhého řádu C_2 .

$$C_2(x) = \frac{1}{n} \sum n_i (x_i - O_1)^2$$

➤ **Směrodatná odchylka**

$$S_x = \sqrt{C_2}$$

➤ **Variační koeficient**

Vyjadřuje, jakou část tvoří směrodatná odchylka z aritmetického průměru.

$$V_{koef.} = S_x / O_1$$

➤ **Parametr šikmosti** (koeficient šikmosti)

Vyjadřuje míru četnosti „nalevo“ či „napravo“ od obecného momentu prvního řádu. Je určen normovaným momentem třetího řádu, lze jej vypočítat pomocí následující formule:

$$N_3 = \frac{C_3}{C_2 \sqrt{C_2}},$$

kde se rovná centrální moment třetího řádu $C_3(x) = \frac{1}{n} \sum n_i (x_i - O_1)^3$.

➤ **Parametr špičatosti** (koeficient špičatosti)

Informuje o míře špičatosti rozdělení prvků škály. Je určen normovaným momentem čtvrtého řádu N_4 :

$$N_4 = \frac{C_4}{C_2^2},$$

kde je centrální moment čtvrtého řádu.

Ad. V.

Cílem metody matematické statistiky s názvem „neparametrické testování“ je přiřazení teoretického rozdělení empirickému rozdělení. Výstupem je přijetí nebo zamítnutí nulové hypotézy H_0 a přijetí nebo zamítnutí hypotézy alternativní H_a .

Nulová hypotéza H_0 předpokládá, že empirické rozdělení lze nahradit teoretickým rozdělením, alternativní hypotéza H_a předpokládá, že empirické rozdělení nelze nahradit teoretickým.

Mezi nejužívanější testová kritéria sloužící k verifikaci neparametrických hypotéz patří u-test (normované normální rozdělení), t-test (Studentovo rozdělení) a Pearsonův χ^2 -test dobré shody a F-test (Fischerovo-Snedecorovo rozdělení).

Podstatou Pearsonova testu je porovnání relativních četností n_i/n s příslušným počtem jednotlivých ploch pod Poissonovou křivkou. Je-li podmínkou pro využití χ^2 -testu vytvoření intervalového rozdělení četností, musí mít každý jednotlivý interval absolutní četnost $n \geq 5$. Stejná podmínka platí pro bodové rozdělení četností.

Jsou-li splněny všechny podmínky testu, další kroky jsou následující:

1. Určení experimentální hodnoty χ_{exp}^2 .
2. Určení teoretické hodnoty χ_{teor}^2 .
3. Pomocí kritické teoretické hodnoty tohoto testového kritéria určit kritický obor W pro příslušnou hladinu statistické významnosti α .
4. Přijmout nebo zamítnout nulovou H_0 nebo alternativní hypotézu H_a .

Nejčastěji užívanými hladinami významnosti jsou $\alpha=0,05$ a $\alpha=0,01$.

Experimentální hodnota χ^2 -testu je dána vztahem

$$\chi_{\text{exp}}^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i},$$

kde je n_i absolutní četnost prvků, n rozsah výběrového statistického souboru a p_i pravděpodobnost hledané plochy pod Poissonovou křivkou (teoretická relativní četnost). Součin np_i se nazývá teoretická absolutní četnost.

Teoretickou relativní četnost p_i zjistíme pomocí

$$p_i = e^{-\lambda} \frac{\lambda^i}{i!}, i = 0, 1, \dots, \infty,$$

kde je λ teoretický parametr. Platí, že

$$O_1 = \bar{x} = \lambda \quad \wedge \quad C_2 = \sigma^2 = \lambda \quad \wedge \quad C_3 = \lambda \quad \wedge \quad C_4 = 3\lambda^2 + \lambda.$$

Distribuční funkce F_i je dána

$$F_i = \sum_{j=0}^i p_j, i \leq \infty.$$

Pomocí dříve inkriminovaných vztahu určíme χ_{exp}^2 a tím završíme první krok „Určení experimentální hodnoty χ_{exp}^2 “

Dalším krokem v pořadí je určení teoretické kritické hodnoty χ_{teor}^2 . Dříve, než stanovíme hodnotu χ_{teor}^2 pro příslušnou hladinu spolehlivosti α pomocí statistických tabulek, je třeba vypočítat počet stupňů volnosti:

$$\chi_{\text{teor}}^2 = \chi_v^2 = \chi_{k-r-1},$$

kde k je počet intervalů a r počet stupňů volnosti, který je pro Poissonovo rozdělení $r=1$.

Třetím krokem je sestavení intervalu kritického oboru W , který je určen

$$W \in \langle \chi_{k-r-1}(\alpha); +\infty \rangle.$$

Posledním, čtvrtým, krokem je přijetí nebo zamítnutí nulové nebo alternativní hypotézy.

Posledním krokem je přijetí/zamítnutí nulové hypotézy H_0 a přijetí/zamítnutí alternativní hypotézy H_a , na základě porovnání experimentální hodnoty χ_{exp}^2 a kritického oboru W .

$$\chi_{\text{exp}}^2 \notin W \Rightarrow \text{přijmeme } H_0, \text{ zamítneme } H_a$$

$$\chi_{\text{exp}}^2 \in W \Rightarrow \text{zamítneme } H_0, \text{ přijmeme } H_a$$

Charakteristika zkoumaného statistického souboru

V rámci statistického šetření byli osloveni studenti oboru Radiologický asistent všech osmi českých univerzit poskytujících vzdělání této specializace ve zdravotnictví. Všechny školy, kromě Vysoké školy zdravotnické, o.p.s. v Praze, jsou veřejné a státem financované vysoké školy. Vysoká škola zdravotnická, o.p.s. v Praze je školou soukromou pro samoplátce.

Příslušná studijní oddělení byla požádána o přeposlání edukačního textu společně s testem studentům první až třetího ročníku prezenčního i kombinovaného studia. Na výzvu odpověděli pouze studenti Lékařské fakulty Ostravské univerzity v Ostravě, Zdravotně sociální fakulty Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích, Fakulty biomedicínského inženýrství Českého vysokého učení technického v Kladně, Fakulty zdravotnických studií Západočeské univerzity v Plzni, Fakulty zdravotnických studií univerzity v Pardubicích. Jeden respondent vysokou školu nevedl.

Ve statistickém souboru se nachází 16 studentů prvního ročníku, 7 studentů druhého ročníku a 14 studentů třetího ročníku. Drtivá většina respondentů v počtu 36 jsou studenty prezenční formy studia, 1 student je z kombinovaného studia.

3 Výsledky

Předložené výsledky budou strukturovány pomocí posloupnosti variantních forem kurikula.

i) Konceptuální kurikulum

Viz předložená odvození stacionární Schrödingerovy rovnice, především úlohy magnetického kvantového čísla a spinového magnetického čísla jako výraz sdělitelného vědeckého systému v oblasti fyzikálních základů magnetické rezonance. Dále viz úvahy o nestacionární Schrödingerově rovnici. Za výsledky lze tato odvození považovat především z hlediska jejich napojení na vysvětlování fyzikálních základů magnetické rezonance pro radiologické asistenty.

ii) Zamýšlené kurikulum

Zamýšlené kurikulum je přizpůsobením konceptuálního kurikula v oblasti fyzikálních základů magnetické rezonance možnostem radiologických asistentů. V této oblasti se ukázala nedostatečnost staré kvantové teorie (vlnově-korpuskulárního dualismu) a potřeba nové kvantové teorie charakterizované operátorovým počtem (viz model uvedený v Metodice bakalářské práce). Za výsledek lze tento model považovat především z hlediska jeho napojení na vysvětlování fyzikálních základů magnetické rezonance pro radiologické asistenty.

iii) Projektové kurikulum

Významnou složkou projektového kurikula je edukační text jako výsledek projekce zamýšleného kurikula. Tento text je uveden v Příloze 2.

iv) Implementované kurikulum-1

Příprava autora bakalářské práce na experimentální výuku byla spojena především s konstrukcí edukačního testu, který měl odrážet předpokládané znalosti radiologických asistentů po absolvování edukačního procesu. Edukační test jako výraz implementovaného kurikula-1 je uveden v Příloze 3.

v) Implementované kurikulum-2

Implementované kurikulum-2 odráží výsledky získané radiologickými asistenty po absolvování edukačního procesu. Tyto výsledky lze kvantifikovat především statistickým šetřením výsledků položeného edukačního testu (viz Metodika výzkumu).

v1) Formulace statistického šetření

- **Hromadný náhodný jev:** měření znalostí studentů oboru Radiologický asistent.
- **Statistická jednotka:** student.
- **Statistický znak:** rozsah znalostí.
- **Hodnota statistického znaku:** míra znalostí studenta vyjádřená počtem získaných bodů v testu.
- **Základní statistický soubor:** 37 studentů.
- **Výběrový statistický soubor:** viz základní statistický soubor.

v2) Škálování

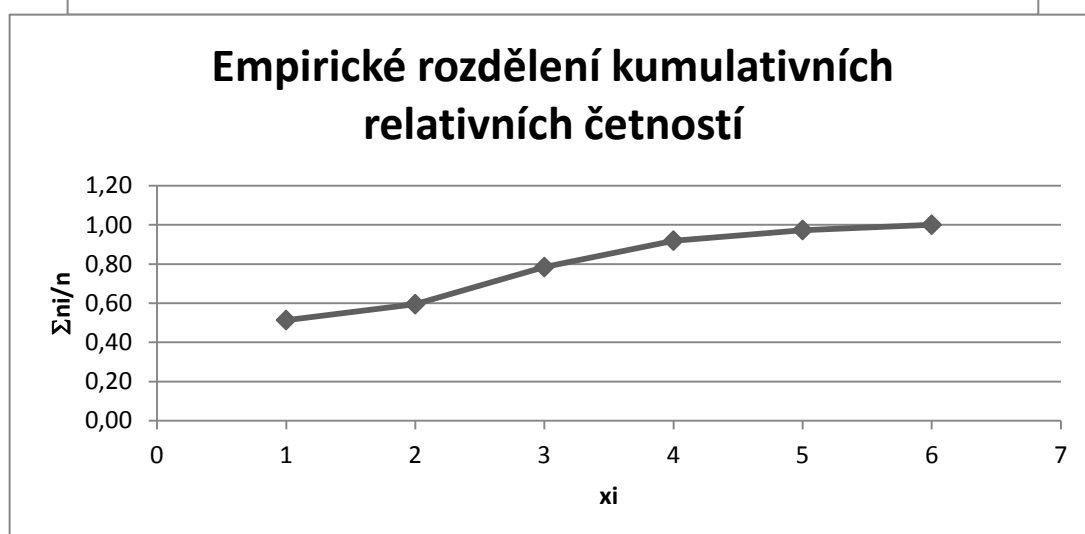
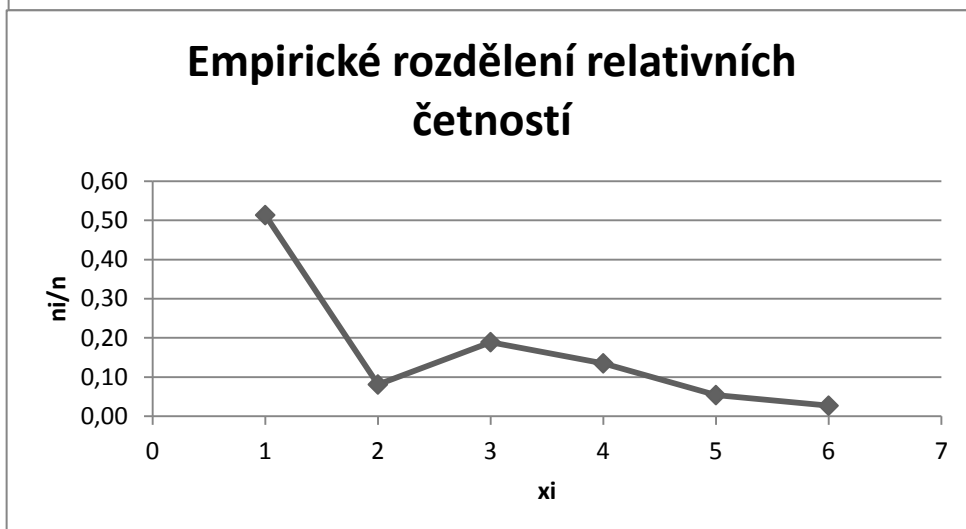
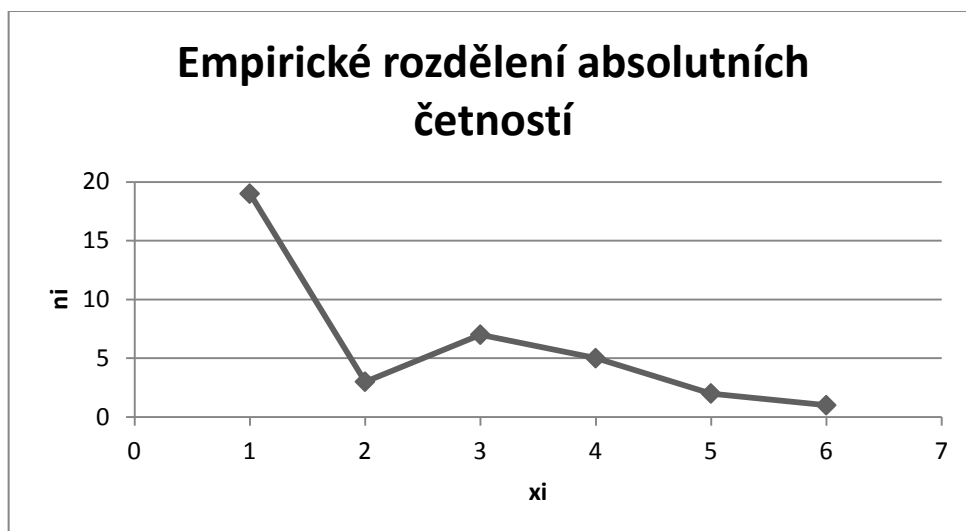
Bylo provedeno 37 měření. Dosažené počty bodů náleží intervalu $\langle 3;17 \rangle$. Pro účely tohoto statistického šetření byla zvolena kvantitativní metrická škála. Jednotlivé škály jsou: $\langle -\infty; 7 \rangle$, $\langle 8;9 \rangle$, $\langle 10;11 \rangle$, $\langle 12;13 \rangle$, $\langle 14;15 \rangle$, $\langle 16; +\infty \rangle$.

v3) Elementární statistické zpracování

Tabulka 2: Tabulka elementárního statistického zpracování

x_i	<i>stř.</i> <i>int.</i>	n_i	Σn_i	n_i/n	$\Sigma n_i/n$	$x_i n_i$	$x_i n_i^2$	$x_i n_i^3$	$x_i n_i^4$
$\langle -\infty;7 \rangle$	5	19	19	0,51	0,51	95	475	2375	11875
$\langle 8;9 \rangle$	8,5	3	22	0,08	0,59	25,5	216,75	1842,375	15660,19
$\langle 10;11 \rangle$	10,5	7	29	0,19	0,78	73,5	771,75	8103,375	85085,44
$\langle 12;13 \rangle$	12,5	5	34	0,14	0,92	62,5	781,25	9765,625	122070,3
$\langle 14;15 \rangle$	14,5	2	36	0,05	0,97	29	420,5	6097,25	88410,13
$\langle 16;+\infty \rangle$	17	1	37	0,03	1,00	17	289	4913	83521
Σ		37				302,5	2954,25	33096,63	406622,1

Empirické rozdělení četností



Empirické parametry

1) parametr polohy

$$O_1 = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum n_i x_i = \frac{302,5}{37} = 8,175676$$

2) parametry variability

$$O_2 = \frac{1}{n} \sum n_i x_i^2 = \frac{2954,25}{37} = 79,84459$$

$$C_2(x) = \frac{1}{n} \sum n_i (x_i - O_1)^2 = O_2 - O_1^2 = 79,84459 - 66,84167 = 13,00292$$

$$S_x = \sqrt{C_2} = 3,605956$$

3) parametry šikmosti

$$O_3 = \frac{1}{n} \sum n_i x_i^3 = \frac{33096,63}{37} = 894,5034$$

$$C_3(x) = \frac{1}{n} \sum n_i (x_i - O_1)^3 = O_3 - 3O_2O_1 + 2O_1^3 = 894,5034 - 3 \cdot 79,84459 \cdot 8,175676 + 2 \cdot 8,175676^3 = 29,10452$$

$$N_3 = \frac{C_3}{C_2 \sqrt{C_2}} = \frac{29,1045249}{13,00292184 \cdot 3,605956} = 0,620725$$

4) parametry špičatosti

$$O_4 = \frac{1}{n} \sum n_i x_i^4 = \frac{406622,1}{37} = 10989,79$$

$$C_4(x) = \frac{1}{n} \sum n_i (x_i - O_1)^4 = O_4 - 4O_3O_1 + 6O_2O_1^2 - 3O_1^4 = 10989,79 - 4 \cdot 894,5034 \cdot 8,175676 + 6 \cdot 79,84459 \cdot 66,84167 - 3 \cdot 8,175676^4 = 355,357352$$

$$N_4 = \frac{C_4}{C_2^2} = \frac{355,357352}{169,07598} = 2,101761$$

v4) Neparametrické testování – Pearsonův χ^2 -test dobré shody

Vzorec pro experimentální hodnotu χ^2 -testu

$$\chi_{\text{exp}}^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$$

Vzorec pro pravděpodobnostní funkci Poissonovy distribuce je

$$p_i = e^{-\lambda} \frac{\lambda^i}{i!}, i = 0, 1, \dots, \infty,$$

teoretický parametr λ odhadneme pomocí obecného momentu 1. řádu O_1 . Teoretický parametr Poissonovy funkce je $\lambda = O_1 = 8,175676$.

5) stanovení nulové a alternativní hypotézy H_0 a H_a

H_0 : Empirické rozdělení četností lze nahradit Poissonovým rozdělením.

H_a : Empirické rozdělení četností nelze nahradit Poissonovým rozdělením.

6) výpočet pravděpodobnostní funkce p_i

$$p_1 = e^{-\lambda} \frac{\lambda^i}{i!} = e^{-8,175676} \frac{8,175676^5}{5!} = 0,085662$$

$$p_2 = e^{-\lambda} \frac{\lambda^i}{i!} = e^{-8,175676} \frac{8,175676^{8,5}}{8,5!} = 0,398364$$

$$p_3 = e^{-\lambda} \frac{\lambda^i}{i!} = e^{-8,175676} \frac{8,175676^{10,5}}{10,5!} = 0,295859$$

$$p_4 = e^{-\lambda} \frac{\lambda^i}{i!} = e^{-8,175676} \frac{8,175676^{12,5}}{12,5!} = 0,149816$$

$$p_5 = e^{-\lambda} \frac{\lambda^i}{i!} = e^{-8,175676} \frac{8,175676^{14,5}}{14,5!} = 0,055022$$

$$p_6 = e^{-\lambda} \frac{\lambda^i}{i!} = e^{-8,175676} \frac{8,175676^{17}}{17!} = 0,002577$$

7) výpočet teoretického absolutního rozdělení četností np_i

$$np_1 = 37 \cdot 0,085662 = 3,169479$$

$$np_2 = 37 \cdot 0,398364 = 14,73946$$

$$np_3 = 37 \cdot 0,295859 = 10,94678$$

$$np_4 = 37 \cdot 0,149816 = 5,543188$$

$$np_5 = 37 \cdot 0,055022 = 2,035802$$

$$np_6 = 37 \cdot 0,002577 = 0,095364$$

8) sloučení intervalů s absolutními četnostmi $n_i < 5$

$$np_{1+2} = np_1 + np_2 = 3,169479 + 14,73946 = 17,90893$$

$$np_{4+5+6} = np_4 + np_5 + np_6 = 5,543188 + 2,035802 + 0,095364 = 7,674354$$

9) výpočet experimentální hodnoty Pearsnova χ^2 -testu χ_{exp}^2

$$\chi_{exp}^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} = \frac{16,73682}{17,90893} + \frac{15,57704}{10,94678} + \frac{0,106045}{7,674354} = 2,371349$$

Tabulka 3: Přehled výpočtů Pearsonova χ^2 -testu dobré shody

x_i	střed int.	n_i	p_i	np_i	$(n_i - p_i)^2$	$(n_i - p_i)^2 / np_i$
$(-\infty; 7>$	5	19	0,085662	3,169479	16,73682	0,934551
$<8;9>$	8,5	3	0,398364	14,73946	15,57704	1,42298
$<10;11>$	10,5	7	0,295859	10,94678	0,106045	0,013818
$<12;13>$	12,5	5	0,149816	5,543188		
$<14;15>$	14,5	2	0,055022	2,035802		
$<16;+\infty)$	17	1	0,002577	0,095364		
Σ		37				

10) zjištění teoretické hodnoty Pearsnova χ^2 -testu χ_{teor}^2

$$\chi_{teor}^2 = \chi_v^2 = \chi_{k-r-1}^2 = \chi_{3-1-1}^2 = \chi_1^2 \Rightarrow \chi_1^2 = 3,84 \text{ pro } \alpha = 0,05$$

11) sestavení intervalu spolehlivosti na hladině významnosti $\alpha = 0,05$

$$W \in \langle \chi_{k-r-1}(\alpha); +\infty \rangle \Rightarrow W \in \langle 3,84; +\infty \rangle$$

12) přijetí nulové hypotézy H_0 , zamítnutí alternativní hypotézy H_a

$$\chi_{exp}^2 = 2,371349 \notin W \in \langle 3,84; +\infty \rangle \Rightarrow H_0 \text{ platí, } H_a \text{ je zamítnuta}$$

Empirické rozdělení četností lze nahradit Poissonovým teoretickým rozdělením.

4 Diskuze

4.1 Diskuse ověřování hypotéz

Bakalářská práce byla postavena na základě následujících hypotéz:

- 1) Edukační text pro radiologické asistenty lze vytvořit aplikací kurikulárního procesu.
- 2) Znalosti studentů získané prostřednictvím vypracovaného edukačního textu budou mít rozdělení blízké normálnímu rozdělení.

První z hypotéz byla potvrzena a na základě teorie kurikulárního procesu byl sestaven edukační text shrnující všechny esenciální fyzikální poznatky týkající se metody magnetické rezonance.

Z výsledků statistického šetření lze usoudit, že edukační text nebyl zcela přiměřený schopnostem studentů oboru Radiologický asistent. Jednou z hypotéz na začátku této práce bylo, že „Znalosti studentů získané prostřednictvím vypracovaného edukačního textu budou mít rozdělení blízké normálnímu rozdělení.“, to se však neslučuje s výsledky statistického šetření. Znalosti studentů vykazují rozdělení blízké Poissonovu teoretickému rozdělení.

Možnost nahrazení empirického rozdělení četností teoretickým Poissonovým rozdělením byla potvrzena pomocí Pearsonova χ^2 -testu dobré shody na hladině významnosti $\alpha = 0,05$., kdy byla přijata nulová hypotéza H_0 a zamítnuta alternativní hypotéza H_a .

4.2 Diskuze dosažených výsledků edukace

Z výsledků vyplývá, že znalosti oslovených studentů byly nízké. Přibližně 50% studentů dosáhla bodového hodnocení menšího nebo rovnu sedmi bodů. Na základě těchto výsledků můžeme vyvodit další hypotézy ohledně příčiny získání nízkého počtu bodů u mnoha studentů. Níže jsou uvedeny a rozebrány skutečnosti, které mohly zapříčinit takovýto výsledek.

- 1) Chybějící prostor pro teoretickou přípravu studentů v oblasti nové kvantové teorie.

2) Adekvátnost edukačního textu, obtíže při konstrukci edukačního testu.

Nabízí se několik řešení, jež by mohly zvýšit úspěšnost.

Ad 1

Edukační text byl sestaven na základě sylabu předmětů oboru Radiologický asistent. Přitom jsou brány v úvahu sylaby předmětů Fyzika a Matematika, které jsou povinné pro všechny studenty oboru již v prvním ročníku. Do edukačního textu nebyla zahrnuta látka, pro jejíž pochopení by nestačily základní znalosti o funkcích, operace s nimi (derivování a integrace), nebo algebraické úpravy výrazů, apod.

Následný test, který měl prověřit znalosti studentů (jež byly stručně shrnuty v edukačním textu) po studentech nepožadoval žádné složité matematické či fyzikální operace, neboť to vyplývá z charakteru zaškrťovacího systému testu. Jistě by stálo za úvahu, zdali by neměla být prohloubena výuka matematiky a fyziky radiologických asistentů v oblasti nově kvantové teorie. Bez operátorového počtu lze obtížně vybudovat fyzikální základy magnetické rezonance.

Výsledky testu potvrzují, že znalost staré a hlavně nové kvantové teorie je pro hlubší pochopení fyzikálních základů magnetické rezonance nezbytná. Bez zavedení úplného souboru kvantových čísel nelze popsat stav elektronu v orbitalu vodíku. (27)

$$\{\psi_i\} = \{\psi_{n,l,m_l,m_s}\}$$

Zvláště pak zavedení magnetického kvantového m_l čísla

$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + m_l^2\Phi = 0, \quad m_l \in \mathbb{Z} \wedge m_l \in (-l \dots 0 \dots +l)$$

a magnetického spinového kvantového čísla m_s experimentálně postulovaného například ze Sternova-Gerlachova experimentu nebo Einsteinova-de Hassova pokusu. (31).

Ne méně podstatnou roli pro pochopení teorie magnetické rezonance hraje tzv. Heisenbergova relace neurčitosti ($\Delta x \Delta p \approx \hbar$) jejímž důsledkem je precesní pohyb vektoru momentu hybnosti elektronu L_z . (8) (27)

Celkově lze konstatovat, že hlubší znalosti teoretické fyziky by položily lepší základ pro nepřímo navazující magisterská studia jako je radiologická fyzika,

dozimetrie ionizujícího záření, biomedicínská technika a další. Nicméně pro zodpovězení otázek v závěrečném testu byl dostačující rozsah a hloubka vykládané látky na dosavadní úrovni.

Hlubší teoretický podklad by mohl studentům pomoci poskytnout možnost uplatnění v oblasti přírodních věd, zvláště pak v odvětvích souvisejících s medicínou či fyzikou, ale pouze v případě zájmu ze strany studentů.

Hlubší teoretická znalost a potenciální možnost účastí na rozličných výzkumech, kromě vyššího stupně seberealizace radiologických asistentů, může zvýšit všeobecnou společenskou prestiž této profese. Zvýšená společenská prestiž může zapříčinit vyšší zájem o obor ze strany studentů.

Ad 2

Zpracovaný edukační text a z něj vygenerovaný edukační test odrážel rozpor mezi konceptuálním a zamýšleným kurikulem na jedné straně (které poukazují na použití operátorového počtu alespoň ve zjednodušené míře, která by umožňovala interpretaci kvantových čísel) a projektovým a implementovaným kurikulem-1 (které charakterizují připravenost na edukaci na základě vytvořeného edukačního textu a na základě současné podoby bakalářského studia radiologických asistentů, které nemá vazbu na magisterský stupeň a tím i na možnou vyšší společenskou prestiž). Bylo by možné snižovat studijní nároky, to by však mohlo být provedeno na úkor snížení odbornosti a kvality teoretické přípravy studentů Radiologického asistenta, zvláště pak studentů se zvýšeným zájmem o fyzikální podstatu radiologických jevů.

4.3 Diskuze výsledků dosažených v rámci aplikace kurikulárního procesu

V rámci konceptuálního kurikula (sdílitelnost vědeckého systému v oblasti fyzikálního základu magnetické rezonance) a zamýšleného kurikula (edukační systém v rámci fyzikálního základu magnetické rezonance) byly dosaženy výsledky, které výrazně podporují nezbytnost nové kvantové teorie (operátorového počtu, kvantových čísel) pro pochopení fyzikálních základů magnetické rezonance radiologickými asistenty. Při zkoumání současného stavu v oblasti projektového kurikula

a implementovaného kurikula-1, které odrážejí možnosti dané akreditačními materiály pro studium radiologických asistentů, se objevila významná disproporce při tvorbě edukačního textu (projektové kurikulum) a při realizaci implementovaného kurikula-1 (příprava edukace). V podstatě chyběl prostor pro promítnutí nové kvantové teorie do struktury těchto edukačních médií, zvláště pak do struktury edukačního textu. To se pak projevilo v rámci vyhodnocení výsledků statistického šetření položeného edukačního textu. Místo Gaussova rozdělení bylo identifikováno Poissonovo rozdělení, které detekovalo jednoznačně popsanou disproporci mezi první částí kurikulárního procesu (konceptuální a zamýšlené kurikulum) a částí druhou (projektové kurikulum, implementované kurikulum-1, implementované kurikulum-2). Není vyloučeno, že odstranění této disproporce by mohlo být spojeno se zavedením předmětu Vybrané kapitoly z obecné a teoretické fyziky, který byl součástí dřívějších akreditačních materiálů studijního oboru Radiologický asistent. V opačném případě neúplné zvládnutí fyzikálních základů magnetické rezonance by opětovně vedlo jen k popisnému charakteru této významné složky profilu radiologického asistenta.

5 Závěr

Bakalářská práce se věnovala problematice aplikace teorie kurikulárního procesu (jejíž aplikabilita byla přijata i zahraniční vědeckou komunitou – viz např. impaktovaná publikace (1)) na oblast radiologické fyziky týkající se metody magnetické rezonance.

Vědecký systém kvantové nestatistické fyziky byl podroben *komunikační transformaci* T^1 , jejímž výstupem je sdělitelný vědecký systém kvantové nestatistické fyziky jako **konceptuální kurikulum** (nastínění principu pozorování v oblasti kvantové fyziky, odvození stacionární Schrödingerovy rovnice, vyzdvižení role magnetického kvantového čísla m_l a spinového kvantového čísla m_s pro magnetickou rezonanci).

Sdělitelný vědecký systém kvantové nestatistické fyziky byl posléze *obsahově transformován* (T^2) na didaktický systém kvantové nestatistické fyziky a jeho učivo (**zamýšlené kurikulum**) v oblasti aplikace na metodu magnetické rezonance. Výsledkem obsahové transformace bylo přizpůsobení metod a poznatků kvantové nestatistické fyziky na úroveň studentů Radiologického asistenta, jednak analýzou studijních plánů předmětů Vybrané kapitoly z aplikované matematiky a Radiologická fyzika na Zdravotně sociální fakulta Jihočeské univerzity (viz str. 43) a jednak analýzou vědeckého systému kvantové nestatistické fyziky (viz str. 44).

Didaktický systém kvantové nestatistické fyziky poté vyústil ve vytvoření edukačního textu (*kurikulární transformace* T^3) pro studenty oboru Radiologický asistent, kde byly shrnuty všechny nejdůležitější poznatky týkající se fyzikálních základů magnetické rezonance (**projektové kurikulum**, viz Příloha 2). U studentů na Zdravotně sociální fakultě Jihočeské univerzity navíc proběhla experimentální výuka prvního ročníku prezenční formy studia Radiologického asistenta. Součástí přípravy na výuku byla tvorba edukačního testu (viz Příloha 3) jako **implementovaného kurikula-1**, jenž by mělo odrážet znalosti studentů získaných po prostudování výukových materiálů.

Poskytnutím edukačního textu studentům (společně s experimentální výukou) došlo k *edukační transformaci* T^4 variantní formy projektového a implementovaného kurikula-1 na **implementované kurikulum-2** charakterizované jako „výsledky výuky fyzikálních základů magnetické rezonance“. Obsah znalostí studentů Radiologického

asistenta byl objektivně kvantifikován aplikací vybraných statistických metod (viz str. 46).

První z hypotéz „*Edukační text pro radiologické asistenty lze vytvořit aplikací kurikulární procesu.*“ byla potvrzena. Edukační text je výstupem kurikulární transformace zamýšleného kurikula (viz výše).

Z výsledků statistického šetření lze usoudit, že edukační text nebyl zcela přiměřený schopnostem studentů oboru Radiologický asistent. Hypotéza „*Znalosti studentů získané prostřednictvím vypracovaného edukačního textu budou mít rozdělení blízké normálnímu rozdělení.*“ se neslučuje s výsledky statistického šetření. Znalosti studentů vykazují rozdělení blízké Poissonovu teoretickému rozdělení s maximem čestností odpovídajících nízké úspěšnosti v testu.

V průběhu psaní práce byly formulovány další dvě hypotézy týkající se možné příčiny Poissonova teoretického rozdělení znalostí studentů:

- 1) Chybějící prostor pro teoretickou přípravu studentů v oblasti nové kvantové teorie.
- 2) Adekvátnost edukačního textu, obtíže při konstrukci edukačního testu.

Obě hypotézy jsou blíže rozebrány v kapitole 4.2.

Cílem bakalářské práce bylo vybrat vhodnou teorii přenosu znalostí na úroveň uvedeného studijního oboru, vytvoření edukačního textu, jeho experimentální ověření a aplikace vybraných statistických metod. Všechny cíle práce byly naplněny.

Jedním z přínosů této práce je potvrzení, že lze dobře aplikovat kurikulární proces na vzdělávání radiologických asistentů v oblasti základů magnetické rezonance. Úspěšnost této aplikace lze ověřit pomocí vybraných statistických metod.

Z praktických přínosů lze vyzdvihnout fakt, že nová kvantová teorie v podobě operátorového počtu a kvantových čísel je potřebným fyzikálním podkladem pro osvojení magnetické rezonance. Pro odstranění disproporce mezi potřebou nové kvantové teorie a současným stavem akreditačních materiálů by mohlo spočívat v zavedení předmětu Vybrané kapitoly z obecné a teoretické fyziky.

6 Seznam informačních zdrojů

1. ZÁŠKODNÝ, P. Data Mining Tools in Science Education [PDF]. 2012, VI (10), 82-88 [cit. 2014-03-22]. ISSN 1690-4524 (GIF 0,562). Dostupné z: [http://www.iiisci.org/journal/CV\\$/sci/pdfs/HMB711BO.pdf](http://www.iiisci.org/journal/CV$/sci/pdfs/HMB711BO.pdf)
2. VESELÁ, B. *Základy fyziky klasických kruhových urychlovačů pro radiologické asistenty*. České Budějovice: 2013. Bakalářská práce. Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Zdravotně sociální fakulta, Katedra radiologie, toxikologie a ochrany obyvatelstva.
3. PETR, P. *Moderní pedagogika*. Praha: Portál, 2013. ISBN 9788026204565.
4. ZÁŠKODNÝ, P. *Kurikulární proces fyziky (s přehledem základů teoretické fyziky)*. Ostrava: Algoritmus, 2009.
5. KRUPIČKA, S. Učená společnost České republiky. In: *Magnetismus: Historie a současnost* [online]. Praha: 2007 [cit. 2013-12-15]. Dostupné z: http://www.learned.cz/userfiles/pdf/prednasky-cleny-odborne/svatopluk.krupicka_0207.pdf
6. Modern Physics. *The Photoelectric Effect* [online]. [cit. 2014-01-29]. Dostupné z: http://galileo.phys.virginia.edu/classes/252/photoelectric_effect.html
7. NAVRÁTIL, L. a J. ROSINA. *Medicínská biofyzika*. Praha: Grada, 2005. ISBN 80-247-1152-4.
8. BEISER, A. *Úvod do moderní fyziky*. Praha: Academia, 1978, 628 s..
9. ÚLEHLA, I. M. SUK a Z. TRKA. *Atomy, jádra, částice*. Praha: Academia, 1990. ISBN 80-200-0135-2.
10. REICHEL, J. a M. VŠETIČKA. Multimediální encyklopedie fyziky. *Bohrův model atomu* [online]. 2013 [cit. 2013-12-27]. Dostupné z: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/753-bohruv-model-atomu>
11. REICHEL, J. a M. VŠETIČKA. Multimediální encyklopedie fyziky. *Objev atomového jádra* [online]. 2013 [cit. 2013-12-23]. Dostupné z: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/753-bohruv-model-atomu>

fyzika.jreichl.com/main.article/view/710-objev-atomoveho-jadra

12. ZETTILI, N. *Quantum Mechanics Concepts and Applications* [PDF]. 2. vyd. Jacksonville: 2009 [cit. 2014-02-15]. ISBN 978-0-470-02679-3.
13. ZÁŠKODNÝ, P. et al. *Základy statistiky (s aplikací na zdravotnictví)*. Praha/Bratislava: CURRICULUM/Didaktis s.r.o. 2011. ISBN 978-80-904948-2-4.
14. HYÁNKOVÁ, M. a V. SEDLÁČKOVÁ. *Matematicko-fyzikální seminář: matematika*. Praha: ČVUT, 2004. ISBN 80-010-2927-1.
15. SKÁLA, L. *Úvod do kvantové mechaniky*. Praha: Academia, 2005. ISBN 8020013164.
16. BEISER, A. *Concepts of modern physics*. 6. vyd. Boston: McGraw-Hill, 2003. ISBN 00-724-4848-2.
17. MIKULČÁK, J. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy*. Praha: Prometheus, 2006. ISBN 9788071963455.
18. RUSNÁK, M. *História zobrazovania magnetickou rezonanciou (MRI)*. 2010 [cit. 2013-12-15]. Dostupné z: <http://www.mri-portal.com/historiamr.php>
19. WOODWARD, P. a R. FREIMARCK. *MRI for Technologists*. New York: McGraw-Hill Higher Education, 1995, 335 s.. ISBN 0070221499.
20. GEVA, T. *Magnetic Resonance Imaging: Historical Perspective* [PDF]. 2006. ISSN 1532-429X online.
21. FISHBEIN, K. W. J. C. MCGOWAN a R. G. SPENCER. In: *Hardware for Magnetic Resonance Imaging* [online]. 2005 [cit. 2013-12-26]. Dostupné z: <http://www.grc.nia.nih.gov/branches/lci/nmr/mri-hardware-2005.pdf>
22. HORNAK, J. P. The Basics of MRI. *Image Artifacts* [online]. 2010 [cit. 2013-12-25]. Dostupné z: <http://www.cis.rit.edu/htbooks/mri/chap-11/chap-11.htm>
23. WEIS, J. a P. BOŘUTA. *Úvod do magnetickej rezonancie*. Bratislava: DATEX, 1998. ISBN 80-967953-8-4.
24. HORNAK, J. P. Basics of NMR. *NMR hardware* [online]. 2011 [cit. 2013-12-

- 25]. Dostupné z: <http://www.cis.rit.edu/htbooks/nmr/chap-7/chap-7.htm>
25. VÁLEK, V. a J. ŽIŽKA. *Moderní diagnostické metody: 3. díl Magnetická rezonance*. Brno: IDVPZ, 1996.
26. HORNAK, J. P. The Basics of MRI. *Imaging Hardware* [online]. 2010 [cit. 2013-12-22]. Dostupné z: <http://www.cis.rit.edu/htbooks/mri/chap-9/chap-9.htm>
27. ZÁŠKODNÝ, P. *Přehled základů teoretické fyziky (s aplikací na radiologii)*. Bratislava: Didaktis, 2005. ISBN 80-89160-25-5.
28. REICHEL, J. a M. VŠETIČKA. Multimedialní encyklopedie fyziky. *Elektrostatické pole nabitého vodivého tělesa ve vakuu* [online]. [cit. 2014-02-11]. Dostupné z: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/225-elektrostaticke-pole-nabiteho-vodiveho-telesa-ve-vakuu>
29. NEKULA, J. a J. CHMELOVÁ. *Základy zobrazování magnetickou rezonancí*. Ostrava: FZS OSU, 2009. ISBN 978-7368-335-1.
30. JANEČEK, I. R. KLAUS a D. HŘIVŇÁK. Multimedialní encyklopedie atomové a kvantové fyziky. *Modely jader* [online]. 2006 [cit. 2014-03-26]. Dostupné z: http://artemis.osu.cz/mmfyz/jm/jm_2_3_5.htm
31. JANEČEK, I. R. KLAUS a D. HŘIVŇÁK. Multimedialní encyklopedie atomové a kvantové fyziky. *Kvantová čísla* [online]. 2006 [cit. 2014-03-12]. Dostupné z: http://artemis.osu.cz/mmfyz/am/am_2_2.htm
32. BROWN, K. In: *The Magnetic Moment and the Bloch Equations* [online]. Saskatoon: [cit. 2014-03-03]. Dostupné z: <http://chem4823.usask.ca/nmr/Bloch.pdf>
33. MIČKA, Z. a I. LUKEŠ. *Teoretické základy anorganické chemie*. Praha: Karolinum, 2009. ISBN 978-80-246-1446-5.
34. MCMURRY, J. *Organic chemistry*. 6. vydání. Belmont, CA: Thomson-Brooks/Cole, 2004. ISBN 05-343-9001-3.
35. HORNAK, J. P. The Basics of MRI. *Spin physics* [online]. 2010 [cit. 2013-04-

- 29]. Dostupné z: <http://www.cis.rit.edu/htbooks/mri/chap-3/chap-3.htm>
36. ZVÁROVÁ, J. *Základy statistiky pro biomedicínské obory* [PDF]. Praha: Karolinum, 2002 [cit. 2013-12-28]. ISBN 8071847860. Dostupné z: https://predmety.fbmi.cvut.cz/sites/default/files/predmet/1616/ostatni/17MSBST_20130826_124754_eda548ab3e25a360a5b763575de20d33.pdf
37. ZÁŠKODNÝ, P. *Základy pravděpodobnosti a statistiky (data miningový přístup)* [PDF]. Praha: 2013. ISBN 978-80-904 948-5-5.
38. IS/STAG portál. *Předmět - Vybrané kapitoly z aplikované matematiky* [online]. [cit. 2014-01-29]. Dostupné z: [https://wstag.jcu.cz/portal/moje-studium/index.jsp?navigationalstate=JBPNS_&pagenavigationalstate=H4sIAAAAAA AAAGNgYGBkUNAvyC8qSczRz83PStUtLilNySzN1c_MS0mt0MsqLtA3EmYAAQDjQDqjLAAAAA**&type=portlet&phase=action&>windowid=%2Fportal%2Fmoje-studium%2Findex.jsp%](https://wstag.jcu.cz/portal/moje-studium/index.jsp?navigationalstate=JBPNS_&pagenavigationalstate=H4sIAAAAAA AAAGNgYGBkUNAvyC8qSczRz83PStUtLilNySzN1c_MS0mt0MsqLtA3EmYAAQDjQDqjLAAAAA**&type=portlet&phase=action&>windowid=%2Fportal%2Fmoje-studium%2Findex.jsp%2F)
39. IS/STAG portál. *Předmět - Radiologická fyzika 1* [online]. [cit. 2014-01-29]. Dostupné z: [https://wstag.jcu.cz/portal/moje-studium/index.jsp?navigationalstate=JBPNS_&pagenavigationalstate=H4sIAAAAAA AAAGNgYGBkUNAvyC8qSczRz83PStUtLilNySzN1c_MS0mt0MsqLtA3EmYAAQDjQDqjLAAAAA**&type=portlet&phase=action&>windowid=%2Fportal%2Fmoje-studium%2Findex.jsp%](https://wstag.jcu.cz/portal/moje-studium/index.jsp?navigationalstate=JBPNS_&pagenavigationalstate=H4sIAAAAAA AAAGNgYGBkUNAvyC8qSczRz83PStUtLilNySzN1c_MS0mt0MsqLtA3EmYAAQDjQDqjLAAAAA**&type=portlet&phase=action&>windowid=%2Fportal%2Fmoje-studium%2Findex.jsp%2F)
40. skisickness. *The Laplacian Operator from Cartesian to Cylindrical to Spherical Coordinates* [online]. [cit. 2014-03-05]. Dostupné z: <http://skisickness.com/2009/11/20/>
41. TURRELL, G. *The Laplacian Operator in Spherical Coordinates* [PDF]. [cit. 2014-03-12]. <http://guruz.hu/~dezo/Boda-sajat/Rush/Matek/Math-ChemPhys/A5.pdf>. Dostupné z: <http://guruz.hu/~dezo/Boda-sajat/Rush/Matek/Math-ChemPhys/A5.pdf>
42. *The Laplacian in Terms of Polar Coordinates* [PDF]. [cit. 2014-březen-20]. <http://www1.maths.leeds.ac.uk/~vadim/H5.pdf>. Dostupné z: <http://www1.maths.leeds.ac.uk/~vadim/H5.pdf>

43. CONTEMPORARY PHYSICS EDUCATION PROJECT. CPEP. In: *Fundamentals particles and interactions* [online]. 2006 [cit. 2013-04-29]. Dostupné z: http://www.cpepphysics.org/images/chart_2006_4.jpg
44. VOBECKÝ, J. a V. ZÁHLAVA. *Elektronika: součástky a obvody, principy a příklady*. 2. rozš. vyd. Praha: Grada, 2001, 192 s.. ISBN 80-7169-884-9.
45. JAMES, T. L. *Fundamentals of NMR* [PDF]. San Francisco: 1998 [cit. 2013-04-29].
46. TARÁBEK, P. P. ČERVINKOVÁ a A. KOL. *Odmaturuj! z fyziky*. 2. vyd. Brno: Didaktis, 2006, 224 s.. ISBN 80-7358-058-6.
47. BRUS, J. *Základy Solid-State NMR. II. Chemický posun* [online]. [cit. 2013-04-30]. Dostupné z: http://www.imc.cas.cz/nmr/data/lectures/lecture1_02.html
48. HORNAK, J. P. The Basics of MRI. *NMR Spectroscopy* [online]. 2010 [cit. 2013-04-30]. Dostupné z: <http://www.cis.rit.edu/htbooks/mri/chap-4/chap-4.htm>
49. JANEČEK, I. R. KLAUS a D. HŘIVŇÁK. Multimediální encyklopedie atomové a kvantové fyziky. *Třídění elementárních částic* [online]. 2006 [cit. 2014-04-10]. Dostupné z: http://artemis.osu.cz/mmfiz/jm/jm_2_4_1.htm
50. Fourier Transforms. *Finite Deformation Continuum Mechanics* [online]. [cit. 2013-05-09]. Dostupné z: <http://www.continuummechanics.org/cm/fourierxforms.html>

Seznam obrázků

Obrázek 1: Grafické znázornění didaktických transformací jednotlivých variantních forem kurikula	13
Obrázek 2: Elektronový oblak atomu vodíku	35
Obrázek 3: Přehled elektronových orbitalů	36
Obrázek 4: Slupkový model atomového jádra (spektrum jedné z variant slupkového modelu)	37
Obrázek 5: Grafické znázornění precesního pohybu (upraveno)	38
Obrázek 6: Znázornění spinu protonu a jeho jednotlivých částí.	39
Obrázek 7: Model kvantové nestatistické fyziky (zamýšlené kurikulum)	44
Obrázek 8: Znázornění spinu protonu a jeho jednotlivých částí – kvarků a gluonů.	79
Obrázek 9 (vlevo) a obrázek 3 (vpravo): Vliv vnějšího magnetického pole na částici a benzenové jádro.	84

Seznam tabulek

Tabulka 1: Shrnutí fenoménů a možností vysvětlení	16
Tabulka 2: Tabulka elementárního statistického zpracování.....	55
Tabulka 3: Přehled výpočtů Pearsonova χ^2 -testu dobré shody	59
Tabulka 4: Shrnutí důležitých převodních vztahů mezi kartézským a sférickým souřadnicovým systémem.....	72

Seznam grafů

Graf 1: Závislost z-ové složky magnetizace na čase – $M_z(t)$	82
Graf 2: Závislost transverzální magnetizace na čase - $M_{xy}(t)$	82

7 Přílohy

7.1 Příloha 1 – Transformace Laplaceova operátoru

Pro zhotovení odvození byly užity zdroje (40) (41) (42)

Převod Schrödingerovy rovnice uskutečníme pomocí tzv. řetízkového pravidla, které nabývá tvaru pro souřadnici x :

$$\frac{\partial}{\partial x} = \left(\frac{\partial r}{\partial x}\right) \frac{\partial}{\partial r} + \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right) \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right) \frac{\partial}{\partial \varphi},$$

podobně pro y a z .

1) Derivace polohového vektoru r dle x, y, z

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}} 2x = \frac{x}{r} = \sin \vartheta \cos \varphi$$

$$\frac{\partial r}{\partial y} = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}} 2y = \frac{y}{r} = \sin \vartheta \sin \varphi$$

$$\frac{\partial r}{\partial z} = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}} 2z = \frac{z}{r} = \cos \vartheta$$

Tabulka 4: Shrnutí důležitých převodních vztahů mezi kartézským a sférickým souřadnicovým systémem.

sférické → kartézské	kartézské → sférické	
$x = r \sin \vartheta \cos \varphi$	$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$	
$y = r \sin \vartheta \sin \varphi$	$\cos \vartheta = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$	$\cos \varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$
$z = r \cos \vartheta$	$\sin \vartheta = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$	$\sin \varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

zdroj: <http://skisickness.com/2009/11/20/>

2) Derivace zenitového úhlu ϑ dle x, y, z

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \arccos\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) &= -\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)^2}} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)^2}} \cdot z \left(\frac{1}{2} \frac{1}{\left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)^3}\right) \frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2 + z^2) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)^2}} \cdot \frac{2xz}{2\left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)^3} = \frac{xz}{\sqrt{1 - \left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)^2} \left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)^3} \end{aligned}$$

Úprava 1. výrazu pod odmocninou

$$\sqrt{1 - \left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{z^2}{x^2 + y^2 + z^2}} = \sqrt{\frac{x^2 + y^2 + z^2 - z^2}{x^2 + y^2 + z^2}} = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}}$$

Matematická úprava výsledku derivace zenitového úhlu

$$\frac{xz}{\left(\frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{xz}{\sqrt{x^2 + y^2} \left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)^2} = \frac{\cos \vartheta \cos \varphi}{r}$$

3) Derivace zenitového úhlu ϑ dle y (stejný postup jako u x)

$$\frac{\partial}{\partial y} \arccos\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) = \frac{yz}{\sqrt{x^2 + y^2} \left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)^2} = \frac{\cos \vartheta \sin \varphi}{r}$$

4) Derivace zenitového úhlu ϑ dle z

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial z} \arccos\left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) &= -\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)^2}} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right) = \\
 &= -\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)^2}} \cdot \left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} - \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}} z \frac{\partial}{\partial z}(x^2 + y^2 + z^2)}{\left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)^2} \right) = \\
 &= \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)^2}} \cdot \frac{2z^2}{2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\
 &= \frac{z^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\
 &= \frac{z^2}{\left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)^2} \sqrt{1 - \left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)^2} \Rightarrow \frac{z^2}{\left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)^2} \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \frac{-\sqrt{x^2 + y^2}}{\left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)^2}
 \end{aligned}$$

5) Derivace azimutálního úhlu φ dle x, y, z

$$\frac{\partial}{\partial x} \arccos\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) \Rightarrow \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\sin \varphi}{r \sin \vartheta}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \arccos\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) \Rightarrow \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\cos \varphi}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\sin \varphi}{r \sin \vartheta}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \arccos\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}\right) \Rightarrow \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0$$

6) Aplikace řetězového pravidla

$$\frac{\partial}{\partial x} = \left(\frac{\partial r}{\partial x}\right) \frac{\partial}{\partial r} + \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right) \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right) \frac{\partial}{\partial \varphi} = \sin \vartheta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos \vartheta \cos \varphi}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} - \frac{\sin \varphi}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \left(\frac{\partial r}{\partial y}\right) \frac{\partial}{\partial r} + \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial y}\right) \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right) \frac{\partial}{\partial \varphi} = \sin \vartheta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos \vartheta \sin \varphi}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \frac{\cos \varphi}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \left(\frac{\partial r}{\partial z}\right) \frac{\partial}{\partial r} + \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial z}\right) \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right) \frac{\partial}{\partial \varphi} = \cos \vartheta \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin \vartheta}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta}$$

7) Výpočet druhých derivací $\frac{\partial^2}{\partial x^2}, \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} &= \left(\sin \vartheta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos \vartheta \cos \varphi}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} - \frac{\sin \varphi}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \\ &\left(\sin \vartheta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos \vartheta \cos \varphi}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} - \frac{\sin \varphi}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) = \sin \vartheta \cos \varphi \\ &\left(\sin \vartheta \cos \varphi \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\cos \vartheta \cos \varphi}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \vartheta} - \frac{\cos \vartheta \cos \varphi}{r^2} \frac{\partial}{\partial \vartheta} - \frac{\sin \varphi}{r \sin \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \varphi} + \frac{\sin \varphi}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) + \\ &\frac{\cos \vartheta \cos \varphi}{r} \left(\sin \vartheta \cos \varphi \frac{\partial^2}{\partial r \partial \vartheta} + \cos \vartheta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos \vartheta \cos \varphi}{r} \frac{\partial^2}{\partial \vartheta^2} - \frac{\sin \vartheta \cos \varphi}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} - \right. \\ &\left. - \frac{\sin \varphi}{r \sin \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi \partial \vartheta} + \frac{\cos \vartheta \sin \varphi}{r \sin^2 \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) - \frac{\sin \varphi}{r \sin \vartheta} \left(\sin \vartheta \cos \varphi \frac{\partial^2}{\partial r \partial \varphi} - \sin \vartheta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial r} + \right. \\ &\left. + \frac{\cos \vartheta \cos \varphi}{r} \frac{\partial^2}{\partial \varphi \partial \vartheta} - \frac{\cos \vartheta \sin \varphi}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} - \frac{\sin \varphi}{r \sin \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - \frac{\cos \varphi}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2}{\partial y^2} &= \left(\sin \vartheta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos \vartheta \sin \varphi}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \frac{\cos \varphi}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) \\
&\left(\sin \vartheta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos \vartheta \sin \varphi}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \frac{\cos \varphi}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) = \\
&\sin \vartheta \sin \varphi \left(\sin \vartheta \sin \varphi \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\cos \vartheta \sin \varphi}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \vartheta} + \frac{\cos \vartheta \sin \varphi}{r^2} \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \frac{\cos \varphi}{r \sin \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \varphi} + \frac{\cos \varphi}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) + \\
&+ \frac{\cos \vartheta \sin \varphi}{r} \left(\sin \vartheta \sin \varphi \frac{\partial^2}{\partial \vartheta \partial r} + \cos \vartheta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos \vartheta \sin \varphi}{r} \frac{\partial^2}{\partial \vartheta^2} - \frac{\sin \vartheta \sin \varphi}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \right. \\
&+ \left. \frac{\cos \varphi}{r \sin \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \vartheta \partial \varphi} + \frac{\cos \varphi \cos \vartheta}{r \sin^2 \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) + \frac{\cos \varphi}{r \sin \vartheta} \left(\sin \vartheta \sin \varphi \frac{\partial^2}{\partial \varphi \partial r} + \sin \vartheta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial r} + \right. \\
&+ \left. \frac{\cos \vartheta \sin \varphi}{r} \frac{\partial^2}{\partial \varphi \partial \vartheta} + \frac{\cos \vartheta \cos \varphi}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \frac{\cos \varphi}{r \sin \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - \frac{\sin \varphi}{r \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2}{\partial z^2} &= \left(\cos \vartheta \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin \vartheta}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right) \left(\cos \vartheta \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\sin \vartheta}{r} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right) = \cos^2 \vartheta \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \\
&- \cos \vartheta \sin \vartheta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \vartheta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right) - \frac{\sin \vartheta}{r} \left(\cos \vartheta \frac{\partial^2}{\partial \vartheta \partial r} - \sin \vartheta \frac{\partial}{\partial r} \right) + \\
&+ \frac{\sin \vartheta}{r^2} \left(\sin \vartheta \frac{\partial^2}{\partial \vartheta^2} + \cos \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right)
\end{aligned}$$

Druhou mocninu Laplaceova operátoru ∇^2 dostaneme, dle $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

Sečtení výsledků druhých partiálních derivací nám umožní zjednodušit rozsáhlé výrazy za pomoci základních matematických úprav (např. vytýkání) a vzorců (např. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$). Příslušné výrazy roznásobíme a seskupíme podle typu partiálních derivací, které obsahují.

$$\begin{aligned}
\nabla^2 &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} = \left(\sin^2 \vartheta (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi) + \cos^2 \vartheta \right) \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \\
&+ \left(\frac{\cos^2 \vartheta \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \cos^2 \vartheta + \sin^2 \vartheta}{r^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial \vartheta^2} + \\
&+ \left(\frac{\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi}{r^2 \sin^2 \vartheta} \right) \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{(\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi) + (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi) \cos^2 \vartheta + \sin^2 \vartheta}{r} \right) \frac{\partial}{\partial r} + \\
&+ \left(\frac{(\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi) \cos \vartheta}{r^2 \sin \vartheta} + \frac{2 \sin \vartheta \sin^2 \varphi \cos \vartheta - 2 \sin \vartheta \sin^2 \varphi \cos \vartheta}{r^2} \right) \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \\
&+ \left(\frac{2 \sin \varphi \cos \varphi (\sin^2 \vartheta + \cos^2 \vartheta) - 2 \sin \varphi \cos \varphi}{r^2 \sin^2 \vartheta} \right) \frac{\partial}{\partial \varphi} + \\
&+ \left(\frac{(\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi) 2 \sin \vartheta \cos \vartheta - 2 \cos \vartheta \sin \vartheta}{r} \right) \frac{\partial^2}{\partial r \partial \vartheta} + \\
&+ \left(\frac{2 \sin \vartheta \sin \varphi \cos \varphi - 2 \sin \vartheta \sin \varphi \cos \varphi}{r \sin \vartheta} \right) \frac{\partial^2}{\partial r \partial \varphi} + \\
&+ \left(\frac{2 \sin \varphi \cos \vartheta \cos \varphi - 2 \sin \varphi \cos \vartheta \cos \varphi}{r^2 \sin \vartheta} \right) \frac{\partial^2}{\partial \varphi \partial \vartheta}
\end{aligned}$$

Po zjednodušení výrazů a reorganizaci členů nám vyjde:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \vartheta^2} + \frac{\cos \vartheta}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}.$$

Laplaceův se tradičně zapisuje ve formě

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) \right] + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}.$$

7.2 Příloha 2 – Edukační text (projektové kurikulum)

Rádiové vlny

Rádiové vlny jsou druh elektromagnetického záření s vlnovou délkou $\lambda = (10^0 - 10^4)m$. Rádiové vlny vznikají přirozeně pohybem téměř volných elektronů. Uměle je můžeme vytvořit pomocí vysokofrekvenčních vysílačů (tzv. transponderů). Přijímat je, popřípadě měřit, můžeme pomocí vysokofrekvenčních přijímačů (tzv. receiverů). (27)

V každodenním praktickém životě se setkáme s rádiovými vlnami hlavně při poslechu rádia. V radiologii se rádiových vln využívá při magnetické rezonanční tomografii, která nám umožní zobrazit dobře měkké tkáně lidského těla. Bezespornou výhodou je nulové riziko zdravotních obtíží z poškození ionizujícím zářením.

Spin

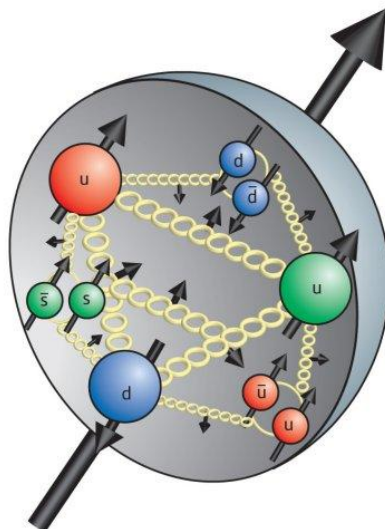
Spin je základní vlastností hmoty. Podle hodnoty kterých může spinové číslo nabývat, rozlišujeme 2 skupiny částic: **fermiony** a **bosony**.

Bosony jsou částice s celočíselným spinem (0, 1, 2...). Zprostředkují interakci základních sil v přírodě (silná jaderná interakce, elektroslabá interakce...). Pro další výklad nejsou nezbytné, proto se jimi nebudeme blíže zabývat. (43)

Fermiony jsou částice s poločíselným ($1/2, 3/2, 5/2...$). Dělíme je na leptony (elektron...) a kvarky (up, down...). Hadrony jsou částice složené z kvarků, patří mezi například proton a neutron. Při výkladu nukleární magnetické rezonance nás zajímá především proton a jeho vnější magnetické projevy. (43) Všechny fermiony podléhají Pauliho vylučovacímu principu, který říká, že *ve stavu vymezeném konkrétními hodnotami kvantových čísel z úplného souboru kvantových čísel se může vyskytovat nejvýše jeden fermion*. (27)

Celkový spin jádra se navenek manifestuje jako vektor magnetického momentu $\vec{\mu}$, především jeho z-ová složka $\vec{\mu}_z$. (27) Vektor magnetického momentu je patrný pouze u jader, které mají nepárové nukleony ($^1\text{H}, ^2\text{H}, ^{31}\text{P}, ^{13}\text{C}...$), protože při naplnění jaderného orbitalu, podobně jako u elektronů v obalu atomu, dochází ke vzájemné kompenzaci vektoru magnetického momentu ($^4\text{He}, ^{12}\text{C}...$). (35)

Lidské tělo je tvořeno ze $\frac{2}{3}$ vodou (H_2O). Jak již vyplývá z chemického vzorce, voda obsahuje dva atomy vodíku. Tato vlastnost lidského těla dává MR její vysokou citlivost k zobrazování (především) měkkých tkání.



Obrázek 8: Znárodnění spinu protonu a jeho jednotlivých částí – kvarků a gluonů.
zdroj: <http://sciencespot.co.uk/images/SPT78-proton.jpg>

Makroskopická magnetizace

Nyní si popíšeme vznik makroskopické magnetizace \vec{M}_z pomocí klasické mechaniky. Je výhodné si určitý volum částic rozdělit na menší celky – tzv. *spin packets* („spinové balíčky“). *Spin packet* je skupina spinů, která je vystavena magnetickému poli o stejné intenzitě. (35) Součtem jednotlivých magnetických momentů \vec{b} získáme celkovou magnetizaci packetu \vec{M}_z .

Orientace částic v magnetickém poli

Vektor z -ové složky magnetického momentu $\vec{\mu}_z$ můžu mít v magnetickém poli B_0 dvě základní orientace – **paralelní** a **antiparalelní**. Paralelní orientace se směrem siločar magnetického pole je stavem pravděpodobnějším, neboť je méně energeticky náročnější. Naopak, antiparalelní stav je stavem méně pravděpodobným, protože je více energeticky náročný. (35)

Statistické rozdělení částic v paralelním a antiparalelním stavu lze popsat Fermi-Diracovou rozdělovací funkcí (statistikou), které podléhají všechny fermiony.

$$f_{FD} = \frac{1}{1 + e^{\Delta E/kT}}, \quad (1.1)$$

kde e je základ přirozeného logaritmu, ΔE je rozdíl energií mezi paralelním a antiparalelním stavem, k je Boltzmannova konstanta ($1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$) a T je termodynamická teplota.

Pro vysoké energie ΔE , kde $\Delta E \gg kT$ můžeme užít klasickou Maxwell-Boltzmannovu rozdělovací funkci

$$f_{FD} \approx f_{MB} = \frac{N_-}{N_+} = e^{-\Delta E/kT}. \quad (1.2)$$

Pro protony nacházející se v magnetickém poli B_0 o síle 18T při stále pokojové teplotě vyjde tento poměr 0,999 872, tzn., že na každých 10^6 protonů ve vysokoenergetickém stavu existuje 1,000 128. 10^6 protonů ve stavu s nižší energií. (45)

Larmorova precese

Larmorova precese je rotační pohyb magnetického momentu $\vec{\mu}$ ve vnějším magnetickém poli \vec{B}_0 . (19) Precesi jako pohyb je možné přirovnat k pohybu káči, jejíž těžiště není přesně v ose momentu síly.

Nukleární magnetická rezonance

Nukleární magnetická rezonance je jev, kterému podléhají v silném magnetickém poli částice, jímž bylo dodáno příslušné kvantum energie. Je to fenomén, při dojde k excitaci jádra a přesunu vektoru celkové magnetizace z paralelní Energie, kterou musíme dodat, se musí rovnat rozdílům energií výchozího a konečného stavu. Pro rozdíl energií ΔE platí vztah

$$\Delta E = \frac{\gamma h B_0}{2\pi}, \quad (1.3)$$

kde ΔE je rozdíl dvou energetických stavů, γ je gyromagnetický poměr, h Planckova konstanta a B_0 magnetická indukce. Po dosazení $\Delta E = h\nu$ do vztahu (1.3) a potřebných úpravách dostáváme vztah pro *Larmorovu frekvenci*:

$$\nu_0 = \frac{\gamma B_0}{2\pi}. \quad (1.4)$$

Vynásobením vztahu (1.4) 2π dostáváme podle $\omega = 2\pi\nu$ vztah pro *úhlovou Larmorovu frekvenci*:

$$\omega_0 = \gamma B_0 . \quad (1.5)$$

Velikost úhlu θ , o který se vektor celkové magnetizace \vec{M}_z posune, je závislý na gyromagnetickém poměru γ , době působení RF pulzu τ a jeho amplitudě B_1 :

$$\theta = 2\pi\tau B_1 \quad (1.6)$$

Relaxační časy T_1 a T_2

Relaxace by se dala jednoduše charakterizovat zánikem transverzální magnetizace M_{xy} . Hodnota příslušných relaxačních časů, které jsou pro různé tkáně charakteristické, dávají vzniknout příslušnému zčernání na snímku z MR².

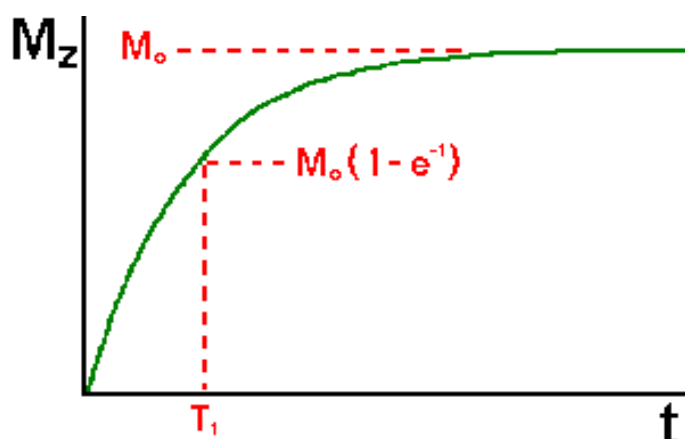
Relaxační čas T_1 (spin-mřížkový)

Relaxační čas T_1 můžeme definovat jako *čas, za který se 63% jader vrátí do výchozího nízkoenergetického stavu*. Tento proces můžeme matematicky definovat takto:

$$M_z = M_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right) , \quad (1.7)$$

kde M_0 je výchozí magnetizace, e je základ přirozeného logaritmu, t je doba měření a T_1 je spin-mřížkový relaxační čas. Můžeme také říct, že T_1 je čas, za který dojde ke snížení rozdílu mezi longitudinální magnetizací M_z a výchozím stavem faktorem e .

² MR = magnetické rezonance



Graf 1: Závislost z-ové složky magnetizace na čase – $M_z(t)$
 zdroj: <http://www.cis.rit.edu/htbooks/nmr/chap-3/images/mz-t.gif>

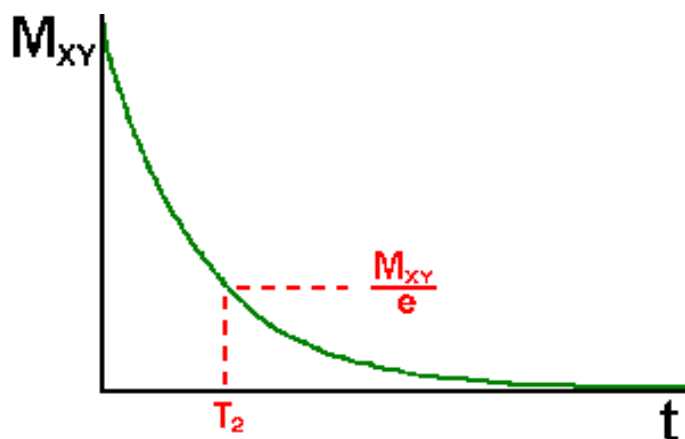
Relaxační čas T_1 je nepřímo úměrný počtu částic pohybujících se s Larmorovou frekvencí. (35)

Relaxační čas T_2 (spin-spinový)

Relaxační čas T_2 je čas, za který 63% jader ztratí transverzální složku magnetizace M_{xy} .

$$M_{xy} = M_{xy0} + e^{-t/T_2} \quad (1.8)$$

Mezi T_1 a T_2 musí vždy platit vztah, že $T_1 \geq T_2$. Čas T_2 je nepřímo úměrný pohybům částic s frekvencí menší nebo stejné Larmorově frekvenci.



Graf 2: Závislost transverzální magnetizace na čase - $M_{xy}(t)$
 zdroj: <http://www.cis.rit.edu/htbooks/nmr/chap-3/images/mxy-t.gif>

K rozfázování a rozkladu transverzální magnetizace M_{xy} přispívají v zásadě 2 faktory, jsou to jednak **molekulové interakce**, která se projeví jako *čistý (pure) čas*

T_2 , a nehomogenity v magnetickém poli B_0 , tzv. **nehomogenní T_2 efekt**. Oba dva zmíněné efekty jsou k sobě svázány následujícím vztahem:

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_{2\text{ nehom.}}} , \quad (1.9)$$

který dává vzniku T_2^* , což je kombinovaná časová konstanta. (35)

Chemický posun

Samotné částice mohou způsobovat nežádoucí inhomogenity pole. Vložíme-li částici do magnetického pole B_0 , bude se, podle Lenzova zákona, indukovat elektrický proud, který má takový směr, že magnetické pole tímto proudem vzbuzené působí proti změně magnetického indukčního toku, která proud indukovala. (46) (45)

Magnetická indukce pole se v okolí částice změní podle následujícího vztahu:

$$B = B_0(1 - \sigma) , \quad (1.10)$$

kde B_0 je výchozí magnetická indukce a σ je stínící konstanta.

Stínící konstanta σ se skládá z 3 složek:

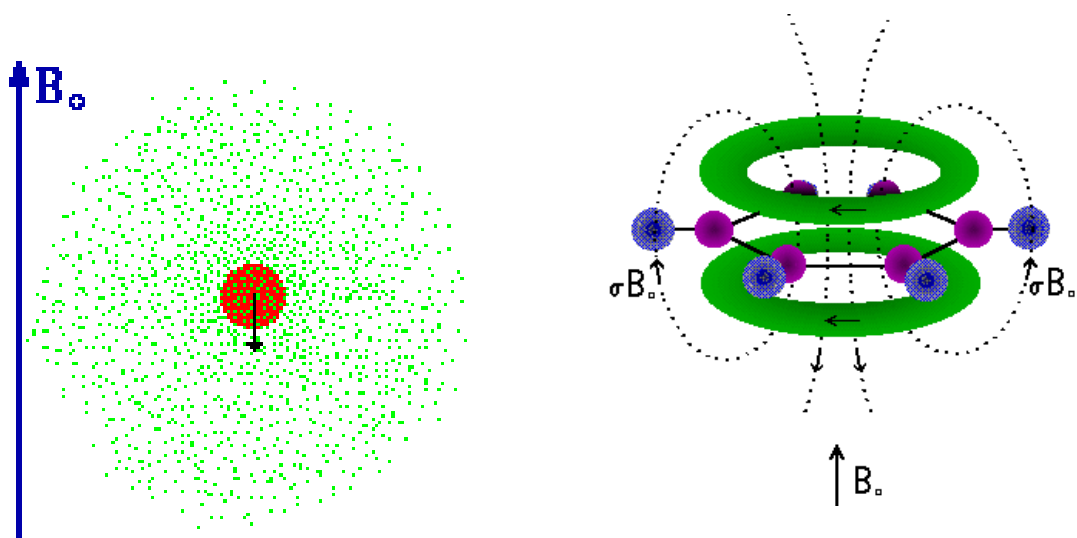
- diamagnetická složka σ^{dia} – elektrony s orbitalů – opačná orientace vzhledem k B_0
- paramagnetická složka σ^{para} – elektrony p orbitalů – souhlasná orientace s B_0
- vliv sousedních skupin σ^i (indukční efekt, mezomerní efekt...) – kladný i záporný směr (47)

$$\sigma = \sigma^{dia} + \sigma^{para} + \sigma^i \quad (1.11)$$

Zeslabení/zesílení magnetického pole je milionkrát slabší než samotné magnetické pole B_0 . Dosazením vztahu (1.10) do vztahu (1.4) získáme vzorec pro Larmorovu frekvenci

$$\nu = \frac{\gamma B_0}{2\pi} (1 - \sigma) , \quad (1.12)$$

která bere v úvahu vliv chemického posunu.



Obrázek 9 (vlevo) a obrázek 3 (vpravo): Vliv vnějšího magnetického pole na částici a benzenové jádro.
zdroje: <http://www.cis.rit.edu/htbooks/mri/chap-4/images/atom.gif> a <http://www.cis.rit.edu/htbooks/nmr/chap-4/images/benz.gif>

Základní sekvence užívané při MRI

90-FID sekvence

Longitudinální magnetizace M_z je 90° RF pulzem otočena kolem *osy x*. Nárůstem transverzální magnetizace M_{xy} můžeme detekovat signál. Vlivem relaxačních procesů dochází k oslabení až postupnému vymizení signálu. (48)

V případě, že je nutné 90-FID sekvenci opakovat, závisí hodnota amplitudy signálu po Fourierovské transformaci³ na relaxačním čase T_1 , čase mezi jednotlivými aplikacemi RF pulzu TR (*time of repetition*, repetiční čas), konstantě úměrnosti k a hustotě spinů ve vzorku hmoty.

$$S = k\rho(1 - e^{-TR/T_1}) \quad (1.13)$$

Spin echo sekvence

Podobně jako v případě 90-FID sekvence aplikujeme 90° RF pulz a tím docílíme k otočení vektoru magnetizace o 90° do transverzální roviny xy . Dochází k postupnému rozfázování vektorů magnetizace. Po určité době aplikujeme další impulz, tentokrát

³ Fourierova transformace je vyjádření časově závislého signálu pomocí harmonických signálů (sin, cos). Slouží pro převod signálů z časové oblasti do oblasti frekvenční. (50)

180° RF pulz, kterým otočíme všechny vektory o 180°. Aplikace 180° RF pulzu má za následek (alespoň) částečné sfázování magnetických vektorů a ke vzniku silnějšího signálu tzv. echa.

Při opakovaném spin echo sekvenci závisí velikost amplitudy echa tímto vztahem:

$$S = k\rho\left(1 - e^{-\frac{TR}{T_1}}\right)e^{-TE/T_2}, \quad (1.14)$$

kde TE (*time of echo*) je doba od aplikace 90° RF pulzu k dosažení maximální amplitudy echo signálu. (48)

Gradient echo sekvence

U gradientové echo sekvence je použit iniciální 90°RF pulz k vytvoření transverzální magnetizace M_{xy} . Vlivem interakcí molekul dochází k rozfázování transverzální magnetizace a klesá její signál. K opětovnému sfázování magnetických momentů se využije změna polarity gradientového pole B_z . Změna polarity zapříčiní, že „pomalejší“ magnetické momenty se stanou „rychlejšími“ a naopak. To má za následek zvýšení signálu a vznik echa. (19)

Shrnutí

V MRI⁴ se využívá jevu NMR⁵, což můžeme jednoduše charakterizovat jako schopnost jader částice přijmout RF pulz a změnit orientaci vektoru magnetického momentu $\vec{\mu}$.

Lidské tělo se skládá z $\frac{2}{3}$ z vody. Voda (H₂O) obsahuje dva atomy vodíku, které jsou ideální pro zobrazování MR. Jádro atomu vodíku se skládá pouze z jednoho protonu, tím pádem má nekompensovaný spin $\frac{1}{2}$. Navenek se spin projevuje jako vektor magnetického momentu \vec{b} (protony si můžeme představit jako malé magnety), který se otáčí kolem osy s frekvencí rovnou Larmorově frekvenci. Tento pohyb se nazývá precesí (viz analogie s káčou).

Za normálních okolností jsou všechny magnetické momenty protonů orientovány chaoticky a navzájem se kompenzují. Děje se tak v souladu se zákony kvantové

⁴ MRI = **M**agnetic **R**esonance **I**maging – zobrazování pomocí magnetické rezonance

⁵ NMR = **N**uclear **M**agnetic **R**esonance – nukleární magnetická rezonance (fyzikální jev)

mechaniky a Pauliho vylučovacího principu. Vložíme-li protony do silného magnetického pole B_0 , dojde k orientaci magnetických momentů ve směru magnetického pole B_0 . Rozložení protonů s paralelním a antiparalelní orientací popisuje klasická Maxwell-Boltzmannova statistika, z které vyplývá, že rozdíl počtu protonů ve vysokoenergetickém stavu (N-) a nízkoenergetickém stavu (N+) není příliš velký (v řádu desítek ppm⁶). Silné stacionární magnetické pole B_0 je tvořeno pomocí supravodivých magnetů chlazených tekutým heliem (He).

RF pulz o Larmorově frekvenci je vysílán pomocí vysokofrekvenčních vysílačů a vysílacích antén. Díky absorpci RF pulzu protonem dojde k potočení vektoru magnetického momentu $\vec{\mu}$ do stavu s vyšší energií. Po vypnutí RF elektromagnetického pulzu dochází k postupnému návratu protonů do výchozího energetického stavu – dochází k tzv. relaxaci (viz. relaxační časy T_1 a T_2). Rozdíl energií je promítnut do vyslání fotonů, které nesou informaci o diagnostikované struktuře.

Fotony jsou detekovány přijímacími anténami a dále zpracovány výpočetní technikou. Výstupem je hodnotitelný obraz anatomického rozložení tkání a orgánů v lidském těle.

⁶ ppm = parts per milion

7.3 Příloha 3 - Edukační test (implementované kurikulum-2)

1. **Jak zní charakteristika rádiových vln?**
 - a) neionizující elektromagnetické záření o vlnové délce $\lambda = (100-10^4)$ m
 - b) ionizující elektromagnetické záření o vlnové délce $\lambda = (100-10^4)$ m
 - c) neionizující elektromagnetické záření o vlnové délce $\lambda = (100-10^4)$ m
 - d) žádná z výše uvedených možností
2. **Protony a elektrony patří mezi:**
 - a) bosony
 - b) kvarky
 - c) fermionové hadrony
 - d) žádná z výše uvedených možností
3. **Co popisuje soubor kvantových čísel elektronu?**
 - a) stav elektronu jako částic elektromagnetického pole
 - b) stav elektronu v orbitalu
 - c) stav elektronu ve vysílací anténě
 - d) žádná z výše uvedených možností
4. **Pauliho vylučovací princip zní:**
 - a) ve stavu vymezeném konkrétními hodnotami kvantových čísel z úplného souboru kvantových čísel se může vyskytovat nejvýše jeden fermion
 - b) ve stavu vymezeném konkrétní hodnotou hlavního kvantového čísla se může vyskytovat nejvýše jeden fermion
 - c) ve stavu vymezeném konkrétními hodnotami kvantových čísel z úplného souboru kvantových čísel se může vyskytovat nejvýše jeden boson
 - d) žádná z výše uvedených možností
5. **Co popisuje magnetické kvantové číslo m_l ?**
 - a) kvantování momentu hybnosti
 - b) kvantování orbitálního momentu hybnosti
 - c) kvantování vnitřního momentu hybnosti elektronu
 - d) ani jedna z možností není správná
6. **Co popisuje magnetické spinové kvantové číslo m_s ?**
 - a) kvantování momentu hybnosti
 - b) kvantování orbitálního momentu hybnosti
 - c) kvantování vnitřního momentu hybnosti elektronu
 - d) ani jedna z možností není správná
7. **V jakém energetickém stavu se nachází proton, jehož spin (a tím také spinový magnetický moment) sleduje průběh magnetických indukčních čar vnějšího pole B_0 ?**
 - a) nízkoenergetický stav
 - b) vysokoenergetický stav
 - c) excitovaný stav
 - d) žádná z výše uvedených možností

- 8. Jakým rozdělením může být vyjádřena distribuce energie protonů?**
- Maxwellovo-Boltzmannovo rozdělení
 - Boseho-Einsteinovo rozdělení
 - Gaussovo rozdělení
 - žádná z výše uvedených možností
- 9. Larmorova precese je...:**
- pohyb spinového momentu hybnosti opisující povrch jehlanu
 - pohyb spinového momentu hybnosti opisující povrch kužele
 - pohyb orbitálního momentu hybnosti opisující povrch kužele
 - žádná z výše uvedených možností
- 10. Energii fotonu radiofrekvenčního pulzu při magnetické rezonanci vyjadřuje:**
- $E = h\nu$
 - $E = h\omega$
 - $E = \hbar\nu$
 - žádná z výše uvedených možností
- 11. V iničiálním stavu metody magnetické rezonance lze detekovat pouze magnetizaci...:**
- příčnou
 - podélnou
 - transverzální
 - žádná z výše uvedených možností
- 12. Která veličina neovlivňuje úhel otočení Θ magnetického momentu μ ?**
- čas působení radiofrekvenčního pulzu
 - magnetická indukce radiofrekvenčního pulzu
 - gyromagnetický poměr
 - žádná z výše uvedených možností
- 13. Frekvenci Larmorova precesního pohybu vypočteme pomocí:**
- $\nu_0 = \gamma B_0 / 2h$
 - $\nu_0 = 2\gamma B_0 \pi$
 - $\nu_0 = \gamma B_0 / 2\pi$
 - žádná z výše uvedených možností
- 14. Relaxační čas T1 vypovídá o:**
- návratu 63% jader do výchozího vysokoenergetického stavu
 - návratu 63% jader do výchozího nízkoenergetického stavu
 - návratu 63% jader do výchozího excitovaného stavu
 - žádná z výše uvedených možností
- 15. Jaký vztah musí mezi relaxačními časy T₁ a T₂ platit?**
- $T_1 \gg T_2$
 - $T_1 \ll T_2$
 - $T_1 = T_2$
 - žádná z výše uvedených možností

16. Co reprezentuje relaxační čas T_2 ?

- a) návratu 63% jader do výchozího vysokoenergetického stavu
- b) návratu 63% jader do výchozího nízkoenergetického stavu
- c) návratu 63% jader do výchozího excitovaného stavu
- d) žádný z výše uvedených možností

17. Který postup charakterizuje spin echo sekvenci?

- a) výchozí stav → aplikace 90° RF pulzu → relaxace → aplikace 180° RF pulzu → echo
- b) výchozí stav → aplikace 90° RF pulzu → relaxace → aplikace 90° RF pulzu → echo
- c) výchozí stav → aplikace 180° RF pulzu → relaxace → aplikace 180° RF pulzu → echo
- d) žádná z výše uvedených možností

18. Gradientové pole se používá u které sekvence?

- a) gradient echo sekvence
- b) spin echo sekvence
- c) free induction decay (FID)
- d) žádná z výše uvedených možností