Pedagogická fakulta
Faculty of Education

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Diplomová práce

Teselace a intarzie ve výuce geometrie na prvním stupni základní školy

Vypracovala: Alena Hesová

Vedoucí práce: doc. RNDr. Helena Binterová, Ph. D.

České Budějovice 2017

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci jsem vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích dne: 15. 6. 2017 ……………………………….

Alena Hesová

Poděkování

Děkuji paní doc. RNDr. Heleně Binterové, Ph. D. za odborné vedení diplomové práce a také za cenné rady a podnětné připomínky, díky kterým jsem mohla napsat tuto práci.

Děkuji také panu Mgr. Romanu Haškovi, Ph. D. za úvodní seznámení s programem GeoGebra.

Anotace

Diplomová práce se zaměřuje na geometrické modelování, při němž se využívají geometrické skládačky. Dále nás seznamuje s technikou teselace – pokrývání roviny pomocí jednoduchých geometrických tvarů, včetně diferenciace parketáží a mozaiek. Součástí práce jsou také návody pro výrobu jednoduché intarzie a fotografická dokumentace. Smyslem práce je praktická ukázka úkolů pro geometrické vyučování na prvním stupni základní školy.

Annotation

This thesis concentrates on creating of geometrical models, with using geometrical puzzle. It also introduces the method of tesselations – covering plains with the aid of easy geometrical shapes including the technique of differentiation of parquet and mozaic. Another topic this thesis covers are instructions for production of simple intarzia and photographical documentations. The purpose of this paper is a practical.

Obsah

Úvod

Pro tuto diplomovou práci jsme vybrali téma *Teselace a intarzie ve výuce geometrie na prvním stupni základní školy*. Téma jsme vybrali z toho důvodu, že jej vnímáme jako velmi aktuální vzhledem k postavení geometrie, které se na většině základních škol věnuje jen zlomek času v porovnání s ostatními předměty. Nastiňujeme, že v pouhé jedné hodině týdně nelze postihnout geometrii v celé šíři, včetně inovace přístupů, kde se učitelé snaží oprostit od tradičního vzdělávacího procesu a tím pádem se většina pedagogů upíná ke školním osnovám a očekávaným výstupům.

V práci se zaměřujeme na geometrické modelování s využitím skládaček, tj. práci s destičkami jednoduchého geometrického tvaru, které z hlediska didaktiky matematiky využíváme v matematickém vyučování při konstrukci a klasifikaci mnohoúhelníků a pokrývání roviny (teselaci). Cílem této práce je tvorba pracovních listů pro výuku geometrie na prvním stupni základní školy. Vyhotovené materiály využíváme primárně pro tvorbu teselací, parketáží a mozaiek, sekundárně pak k výrobě jednoduchých intarzií. Vznikne tak nový a zejména inspirativní materiál vhodný pro začínající učitele nebo jako doplňující materiál pro učitele již z praxe. Předkládaná práce chce mimo jiné ukázat také jeden ze způsobů práce s počítačem. Počítač je v tomto případě dobrým pomocníkem. Pro většinu škol je již řadu let nepostradatelnou součástí výuky matematiky a geometrie. Obohacuje výuku a tím pádem rozšiřuje možnosti využití. Kromě toho nabízí velké množství sdílených interaktivních materiálů, čímž usnadňuje práci učitelům.

Tato práce je logicky uspořádána do tří na sebe navazujících celků. V teoretické části se zaměřujeme na studium současných učebnic pro první stupeň základní školy a hledáme, jakým způsobem se jednotlivá nakladatelství zajímají o předkládanou problematiku. Podrobněji se zabýváme řadou *Prodos*, která nás zaujala. V práci dále připomínáme význam modelování v hodinách geometrie, vysvětlujeme shodná zobrazení, shrnujeme pravidla pro konstrukci a klasifikaci mnohoúhelníků až po geometrické skládačky a pokrývání roviny. V práci jsou zastoupeny vlastní konstrukce vytvořené v programu Geogebra. Jedná se o volně stažitelný program, čím dál více využívaný na základních školách. Umožňuje vytvářet konstrukce pomocí jednoduchých nástrojů. Jeho předností je rychlost a přehlednost prostředí.

Druhý celek této práce je věnován pracovním listům, které vznikaly na základě zkušeností s prostudovanou literaturou. Listy vznikaly postupně, mají různou úroveň obtížnosti a jsou určeny pro děti od počátku školní docházky. Ty složitější pak pro žáky pátých, eventuálně šestých ročníků. Variabilita zadání umožňuje přizpůsobit pracovní úkoly do hodin matematiky tak, jak je potřeba. Nemusí se vždy respektovat zadání, pokud je třeba, lze je obměnit. V poslední (praktické) části jsou popsány postřehy z vlastního vyučování. Popisujeme v nich, jak probíhalo ověřování na vybrané základní škole a především zachycujeme vlastní hodnocení práce v hodinách. V této části nechybí postřehy přímo od dětí a zpětná vazba.

1 Teoreticko - metodologická část

Důležité pro vytvoření žákovských představ o geometrickém světě a základních geometrických pojmech jsou z hlediska pokrývání roviny práce s parketážemi a mozaikami. Základními prvky parketáží jsou konvexní mnohoúhelníky. Ty chápeme jako mnohoúhelníky se shodnými stranami i úhly / mnohoúhelníky se shodnými stranami, ale různými vnitřními úhly / mnohoúhelníky se shodnými vnitřními úhly, ale různými stranami a mnohoúhelníky s různými vnitřními úhly i stranami.

Při práci s parketážemi nebo mozaikami je důležité pokrýt rovinu tak, aby žádná část roviny nezůstala nepokryta a aby se žádné dva z rovinných útvarů nepřekrývaly. Problematika pokrývání roviny provází člověka od nepaměti. Již v době Platóna[1] se objevují ornamentální a mozaikové výzdoby chrámů, chodeb, modliteben a podobně.

1.1 Učební materiály

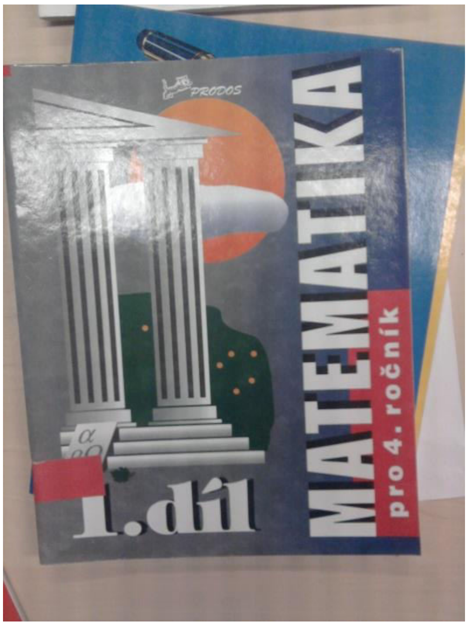
Po roce 1989 došlo i ve vyučování matematiky a geometrie k podstatným změnám. S uvolněním režimu se uvolnily i školní osnovy a základní školy se staly otevřenějšími pro zavádění nových a moderních přístupů v matematickém vyučování. Učebnice byly plny nových nápadů, přinesly nové a rozmanité pohledy na koncepci matematiky a různé podněty pro učitele, aby hledali své přístupy k vyučování matematice (Spilková a kol., 2005). Často se ale stalo, že nové a narychlo vzniklé učebnice a pracovní sešity pro primární stupeň základní školy nebyly dostatečně odzkoušeny a nebylo zjištěno, jak na ně reagují učitelé a jak je vnímají žáci.

U inovativních učebnic pro první a druhou třídu se většinou setkáváme s velmi barevným a výtvarným zpracováním. Právě barevnost zde hraje významnou roli. Plní komunikační funkci mezi učivem a žákem (Čáp, 2001).

[1] Platón: žil v období 427 – 347 let před naším letopočtem.

1.2 Učebnice matematiky a geometrie pro 1. stupeň ZŠ

Učebnic, které se zabývají výkladem geometrie na prvním stupni základní školy, je mnoho. Záleží na učiteli, kterou vybere a podle které se rozhodne učit. Pokusili jsme se projít některé ze současně nabízených učebnic pro matematiku a geometrii, abychom porovnali kvalitu zpracování a jako budoucí pedagogové mohli vybrat tu, která bude po obsahové i formální stránce nejvíce vyhovovat.



Obrázek 1 Prodos, Matematika pro 4. ročník

Osobně nás zaujala řada učebnic matematiky a geometrie z řady *Prodos.* Autory učebnic jsou H. Mikulenková a J. Molnár. Autory pracovních sešitů pak J. Kittler a F. Kuřina. Ve svých učebnicích mimo jiné pracují s jednoduchými geometrickými tvary, které pokládají různým způsobem na plochu a tím připomínají techniku teselace. Pracují se čtverci, trojúhelníky a různými modifikacemi těchto tvarů. Jejich úkoly jsou zakomponovány již v učebnici pro 1. ročník. Způsoby práce jsou v učebnicích pestré a rozmanité. Vždy motivované a autentické.

Obrázek 2 Svět čísel a tvarů pro 1. ročník

Též nás zaujala řada *Svět čísel a tvarů*. Autory jsou A. Hošpesová, J. Divíšek a F. Kuřina.

I zde jsme našli úkoly již v učebnici pro 1. ročník. Pracují také převážně s trojúhelníky a čtverci. Jedním z typických příkladů je postupné intuitivní skládání z 2, 3, 4 a 5 trojúhelníků nebo čtverců poskládat geometrické tvary.

1.3 Výuka geometrie

Předpokládá se, že když dítě přechází z mateřské školy do první třídy, má již jistou představu o určitých věcech a zákonitostech. Dítě by se mělo vyznat v základních tvarech a umět je správně pojmenovat. Většina znalostí není ještě kompletně ukotvena v paměti, protože paměť začínajícího školáka je převážně mechanická.

Přesto se v posledních několika letech mezi matematiky hovoří o poklesu úrovně znalostí geometrie, zejména prostorové a rovinné představivosti. Existuje domněnka, že tato skutečnost souvisí s vývojem společnosti, s rozvojem matematických disciplín a také s rozvojem výpočetní techniky (Perný, 2004). Hejný a Kuřina přichází s domněnkou, že za tím vším stojí problémy současného školství (nebezpečí formalismu), u žáků klesá obliba v matematice, protože mají pocit, že je dostatečně nekultivuje a důrazně se začíná projevovat nedostatečná motivace.

Počátek problémů vidí Perný již v předškolním období. „*Zásadním způsobem se změnila struktura dětských her. Ubyly klasické stavebnice z kostek a nahradila je řada počítačových her. V důsledku těchto změn přetrvává nižší úroveň geometrických schopností a žáci na prvním stupni základní školy mají sklony se geometrickému učivu vyhýbat…* “(Perný, 2004).

Přitom zásadním aspektem ve vzdělávacím procesu je právě motivace. Žák, který se nebude chtít učit a nebude k učení motivován, nebude ani o učení projevovat zájem, neboť k učení je nutno se aktivně zapojit. „*Motivace je předpokladem zahájení procesu učení, protože představuje jeho úspěšný start…*“ (Hejný a Kuřina, 2001, str. 105).

Perný připomíná, že tvůrcem motivace má být sám učitel. Ten je tím, kdo děti podněcuje k tomu, aby se nebály vyslovit vlastní stanoviska, formulovat vlastní definice a závěry. Aby se neostýchaly říci vlastní názor či vznést námitku. Tímto vším se u žáka buduje konstruktivní poznávací proces. Žáci si vytvářejí vlastní představy a budují poznatkovou strukturu.

1.4 Geometrické modelování

Při geometrickém modelování se snažíme vycházet z reality. Modelujeme zejména věci, které děti znají a umějí si je dobře představit. Modelováním si dětí zpřesňují své znalosti, které mají stále ještě abstraktní charakter. Výuka geometrie nám dnes nabízí mnoho forem modelování. Modelování je pokládáno za nejvhodnější způsob poznávání geometrických tvarů. Žáci při něm získávají spoustu vizuálních a hmatových podnětů, což vede k vytváření vlastních představ o probíraném učivu. Také při práci s vlastními modely je zřejmé, zda dítě probíranému učivu rozumí či ne.

„*Ještě než začneme s dětmi modelovat, je nutné naučit je správně formulovat. To znamená, aby se naučily nazývat věci pravými jmény a přesnými geometrickými termíny. Při formulaci je nutné užívat jednotné a přesné formulace, které také od dětí očekáváme a vyžadujeme. Od samého začátku je nutné vést děti ke správnému vyjadřování toho, co chtějí říct. U základních geometrických pojmů se výhradně používá abstraktního uvažování, které přímo souvisí s představivostí a modelováním. Během kognitivního procesu dochází v geometrii k odtržení od reality. Při vytváření nového pojmu nám jde zejména o správné používání termínů. Při zavádění nových pojmů požadujeme, aby se žáci s pojmy nejprve seznámili pomocí praktických činností (smyslové vnímání, modelování, práce s papírem), pozorováním a experimentováním*“ (Divíšek, 1989).

Řada představ o matematických pojmech se rodí v kontaktu dítěte s realitou, dítě poznává svět v procesu řešení problémů, sbírá zkušenosti, vytváří vlastní postoje, poznává všemi smysly (Hejný a Kuřina, 2001, str. 84).

Proces abstrakce je pro matematické vyučování velmi důležitý. Řada představ o matematických pojmech se rodí již v předškolním období. Dítě poznává svět tím, že překonává problémy, které se mu staví do cesty. Sbírá zkušenosti a na základě empirie si vytváří vlastní postoje. Důležitým okamžikem ve světě dítěte je přeměna zkušeností v novou kvalitu, to znamená v nový pojem. Tímto okamžikem je ukončena etapa prvotních zkušeností. Pro dítě je důležité získání zkušenosti z toho důvodu, že dítě se učí na základě dosažených výsledků. Významnou stránkou kognitivního procesu je motivace. Ta vede k intenzivnímu zaměření ke sledovanému problému (Hejný a Kuřina, 2001, str. 84).

Metody a formy práce u modelování obvykle volíme tak, aby se žáci neučili jen názvům a definicím. Snažíme se, aby si dokázali propojit nové zkušenosti s praktickými dovednostmi. Pro dítě nemá smysl modelovat věci nereálné. Mnohem větší smysl má vycházení z reality - modelovat modely autentické, z prostředí, ve kterém dítě žije, předměty, na které se každý den dívá a které jej obklopují.

Pro modelování jsou do škol dodávány speciální soupravy pro geometrické modelování, mnoho učitelů ale raději sáhne pro obyčejné špejle a plastelínu právě proto, že samotné modelování je velmi náročné a ne každá úloha je k modelování vhodná. Často je totiž účelnější si úlohu jen načrtnout tužkou, což se jeví časově úspornější.

Modelování se dá dobře aplikovat nejen na rovinných úlohách, ale ještě lépe u těch prostorových. V každém případě by měl učitel modelování chápat komplexně. Efektivita je důležitým aspektem toho, proč modelujeme. Tak jako každá činnost, i modelování přináší jisté nevýhody - zdlouhavá práce může dítěti připomínat hru a tím pádem odvádět jeho pozornost. Proto je někdy lepší pracovat se špejlemi, papírem, provázkem, gumičkami a podobně.

1.4.1 Matematická gramotnost při modelování

„Žáci se potřebují ve škole zabývat smysluplnou, užitečnou a zároveň zajímavou činností i přesto, že vždy není možné žákům vysvětlit skutečný význam toho, co se učí. Podaří-li se dovést žáky k poznání, jak matematika funguje, jsou na cestě k tomu, aby sami objevili její smysl a užitek. Motivační role modelování spočívá v zapojení kreativity do výuky a vede k účelné aktivizaci žáků" (Hošpesová, 2011).

Osvojování geometrického učiva se u žáků nižších ročníků základní školy opírá hlavně o senzorické vnímání, které se stará o rozvoj kognitivity. U malých dětí je důležité rozvíjet senzorické i racionální poznávání. Pomáhají k tomu náčrty a rýsování, které vznikají přímo před očima žáků, nebo které žáci sami vytváří. Významným způsobem totiž usnadňují pochopení pojmů. Modely, které mohou žáci sami vytvářet, jsou důležitým zdrojem ucelených a pevných poznatků. Významná je též vlastní zkušenost (Sýkora, Roubíček, Přibyl, 2006).

1.5 Geometrická představivost

Nelze tvrdit, že existuje pouze geometrická představivost jako izolovaný pojem. Perný se ve své publikaci dokonce zmiňuje i o představivosti matematické a prostorové. My se nyní ale budeme zabývat pouze představivostí jako takovou. Ta je pro naše účely zcela dostačující.

Představivost lze definovat jako speciální schopnost chápat matematické a jiné úlohy, naučit si je představit, reprodukovat, kombinovat a následně aplikovat v praxi (Košč, 1972). Proto se představivost pokládá za důležitou složku lidského myšlení a souvisí se všemi oblastmi života. Se schopností představivosti se člověk nenarodí, ale lze se jí učením naučit a vypěstovat. Právě k tomuto účelu slouží soubory konstrukčních her a stavebnic, o které by děti neměly být v žádném případě ochuzeny (Perný, 2004).

Podobným způsobem se k problematice vyjadřují též Hejný a Kuřina. Ti manipulují navíc s pojmem matematická představa, která má pro porozumění matematice zásadní význam, a která se ve vědomí žáka propojuje s jinými poznatky, zařazuje je k podobným informacím, které již v žákově vědomí existují, a tam je ukládá. Přitom vytváří síť pro pochopení matematických struktur. „*K představám dochází vždy, když žák přijímá nové informace.*“ (Hejný a Kuřina, 2001).

1.6 Shodná zobrazení

Rozhodujeme-li o shodnosti dvou nebo více útvarů, stačí jeden z nich obkreslit, vystřihnout a vhodným způsobem přemístit tak, aby se útvary navzájem kryly. Pokud se kryjí, pak můžeme o nich tvrdit, že jsou shodné. Tato metoda je velmi názorná, ale přesto dost pracná a ne vždy dobře uplatnitelná. Existují také jiné a rychlejší způsoby, jak zjistit, zda jsou dva útvary shodné, nebo ne. Začínáme obvykle pozorováním. Je možné si vzít na pomoc pravítko nebo kousek papíru, a velikosti či vzdálenosti porovnat. Přesto přemisťováním v rovině vždy nelze dosáhnout toho, aby se dva útvary dokonale kryly, a je nutné jeden z útvarů překlopit. V takovém případě hovoříme o **shodnosti nepřímé**. V ideálním případě, který je popsán výše, se útvary kryjí, a proto se jedná o **shodnost přímou**.

1.6.1 Osová souměrnost

Touto souměrností rozumíme zobrazení v rovině, které překlápí své vzory na obrazy a to v kolmém směru přes osu souměrnosti. Tento typ souměrnosti lze též vysvětlit jako otisk po přeložení listu papíru. Osovou souměrností vznikne shodný obraz, který je převrácený v kolmém směru na osu souměrnosti. Původní obrazec nazýváme vzorem. Ten, který vznikne, nazýváme obrazem. Obraz většinou označujeme jako vzor s čárkou. Přímku, přes kterou se vzor překlápí, nazýváme osou souměrnosti. Všechny body umístěné na této ose zůstávají v zobrazení na svém místě a navzájem se se svými obrazy kryjí. Takové body nazýváme **samodružnými body.**

Osově souměrný útvar se dá přímkou rozdělit na dvě shodné části, pro které platí: když překlopíme jednu část podle osy souměrnosti, přesně se kryje s částí druhou. U geometrických tvarů rozhodujeme o jejich souměrnosti jednoduše. S osově souměrnými tvary se totiž setkáváme každý den. Příkladem jsou zvířata, lidé, věci nebo dopravní značky.

1.6.2 Středová souměrnost

Tento typ souměrnosti řadíme - stejně jako osovou souměrnost - mezi shodná rovinná zobrazení. Rozdíl oproti osové souměrnosti spočívá v tom, že překlopení vzoru probíhá přes jediný bod, který nazýváme středem souměrnosti. Dalším rozdílem je, že středová souměrnost zachovává rovnoběžnost. To znamená, že každá úsečka vzoru je rovnoběžná se svým obrazem. Princip aplikace středové souměrnosti vyplývá z metody otočení o úhel 180°. Většina středově souměrných útvarů má jediný střed souměrnosti. Má-li útvar dva středy souměrnosti, pak jich má nekonečně mnoho.

Příkladem středově souměrného tvaru, který má nekonečně mnoho středů souměrnosti, je přímka. Každý její bod je totiž jejím středem souměrnosti.

Učiníme-li pokusné pozorování pomocí zrcátka, zjistíme, že středově souměrné tvary se skládají také ze dvou polovin, které jsou otočeny kolem středu souměrnosti o již zmiňovaných 180º.

1.7 Konstrukce a klasifikace mnohoúhelníků

V konstrukčních úlohách je potřeba začít rozborem úlohy. Předpokládáme přitom, že existuje alespoň jeden hledaný útvar. Hledaný útvar načrtneme a v náčrtu vyznačíme všechny dané prvky. Další částí konstrukční úlohy je vlastní formulace konstrukce. Jedná se o specifický algoritmus, který vede k sestrojení neznámých bodů. Posledním krokem tohoto předpisu musí být sestrojení hledaného útvaru. Po provedení konstrukce je nutno provést zkoušku správnosti – ověřit, zda má sestrojený útvar všechny vlastnosti požadované v zadání úlohy. U úloh řešených na prvním stupni základní školy vyšetřujeme obvykle jen jedno řešení - podobně, jak je vidět na obrázku č. 3.

1.7.1 Trojúhelníky

Mezi základní vlastnosti trojúhelníku patří, že každý trojúhelník je dán třemi body. Má tedy tři vrcholy a tři různé vnitřní úhly. Součet vnitřních úhlů se vždy rovná 180º. V trojúhelníku *ABC* jsou body *A, B, C* vrcholy trojúhelníku, úsečky *AB*, *BC, AC* strany trojúhelníku. V konstrukčních úlohách rozlišujeme čtyři typy trojúhelníků. Záleží na tom, zda jsou zadány:

- Délky všech tří stran (*věta sss*)
- Délky dvou stran a velikost úhlu, který svírají *(věta sus*)
- Délka strany a velikosti úhlů, které k ní přiléhají (*věta usu*)
- Délky dvou stran a velikost úhlu proti větší z nich (*věta Ssu*)

Trojúhelníky můžeme klasifikovat podle několika hledisek. Jedním z nich jsou trojúhelníky, které jsou zadány třemi stranami. Podle *věty sss* je lze sestrojit jedině tehdy, platí-li následující nerovnosti:

$$a < b + c \qquad b < a + c \qquad c < a + b$$

Podle dalšího hlediska můžeme trojúhelníky rozlišit podle délek stran na:

- Různostranné – všechny strany jsou různě dlouhé.
- Rovnoramenné – dvě strany (ramena) stejně dlouhé, třetí strana (základna) se liší.
- Rovnostranné – všechny tři strany stejně dlouhé (Pomykalová, 1993).

1.7.2 Konstrukce trojúhelníku

Př. Sestrojte alespoň jeden trojúhelník *ABC*, je-li dáno:

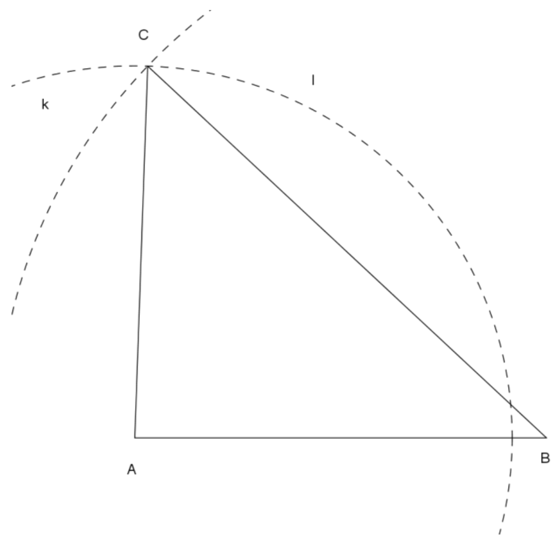
$|AB| = 6$ cm, $|BC| = 8$ cm, $|AC| = 5{,}5$ cm.

U každé konstrukce začínáme náčrtem, do kterého zaneseme všechny známé údaje. Načrtneme si tedy obecný trojúhelník, označíme vrcholy a délky všech tří stran.

Postup:

1. Úsečka *AB* (základna trojúhelníku), $|AB| = 6$ cm.
2. Kružnice *k, k (A*, 5,5 cm).
3. Kružnice *L, l (B*, 8 cm).
4. Bod *C, C* leží na průsečíku kružnice *k* a *l.*
5. Trojúhelník *ABC.*

Konstrukce:



Obrázek 3 Konstrukce trojúhelníku ABC

1.7.3 Čtyřúhelníky

Mezi obecné vlastnosti čtyřúhelníku platí, že čtyřúhelníky patří mezi rovinné útvary dané čtyřmi vrcholy, čtyřmi stranami a čtyřmi vnitřními úhly. Strany čtyřúhelníku *ABCD* označujeme malými písmeny.

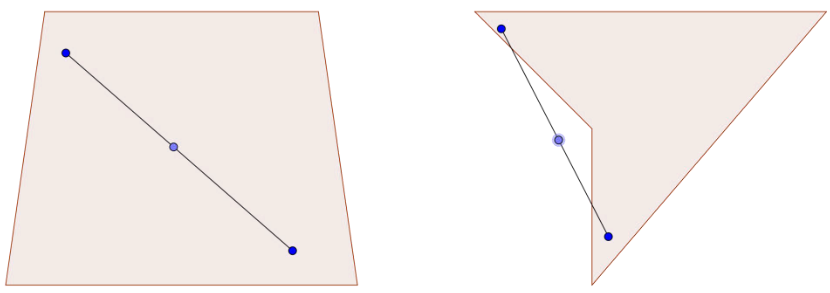
$a = AB \qquad b = BC \qquad c = CD \qquad d = DA$

Podle toho, zda dvě strany čtyřúhelníku mají společný vrchol nebo ne, rozlišujeme sousední a protější strany i vrcholy. Vnitřní úhly čtyřúhelníku značíme řeckými písmeny:

$\alpha = DAB \qquad \beta = ABC \qquad \gamma = BCD \qquad \delta = CDA$

Úsečky, které spojují protější vrcholy čtyřúhelníku, nazýváme úhlopříčkami. Každý čtyřúhelník má dvě úhlopříčky. Součet vnitřních úhlů ve čtyřúhelníku je roven 360°. Čtyřúhelník lze určit mnoha způsoby. Někdy je zadána délka stran nebo úhlopříček, někdy velikosti vybraných úhlů. Jednodušší konstrukce jsou většinou založeny na principu rozdělení čtyřúhelníku úhlopříčkou na dva trojúhelníky. Trojúhelník je pokládán za konstrukčně nejjednodušší útvar.

Čtyřúhelníky rozlišujeme konvexní a nekonvexní. Přestože většina čtyřúhelníků, se kterými se pracuje je konvexních - je nutno připomenout rozdíly mezi těmito útvary. V konvexních útvarech můžeme proložit libovolnou úsečku se třemi body. Tato úsečka bude vždy součástí čtyřúhelníku. V nekonvexních útvarech toto nelze, protože jeden z bodů bude mimo útvar.



Obrázek 4 Konvexní a nekonvexní čtyřúhelník

Obecně lze čtyřúhelníky dělit do tří skupin:

- Různoběžník – čtyřúhelník, jehož žádné dvě strany nejsou rovnoběžné.
- Lichoběžník – čtyřúhelník, jehož dvě strany jsou rovnoběžné (základny) a zbývající dvě strany nejsou rovnoběžné (ramena).
- Rovnoběžník – čtyřúhelník, jehož obě dvojice protějších stran jsou rovnoběžné.
    - Rovnoběžník pravoúhlý (obdélník, čtverec).
    - Rovnoběžník kosoúhlý (kosodélník, kosočtverec).

      (Pomykalová, 1993).

1.7.4 Konstrukce čtyřúhelníku

Př. Sestrojte alespoň jeden čtyřúhelník *ABCD*, znáte-li:

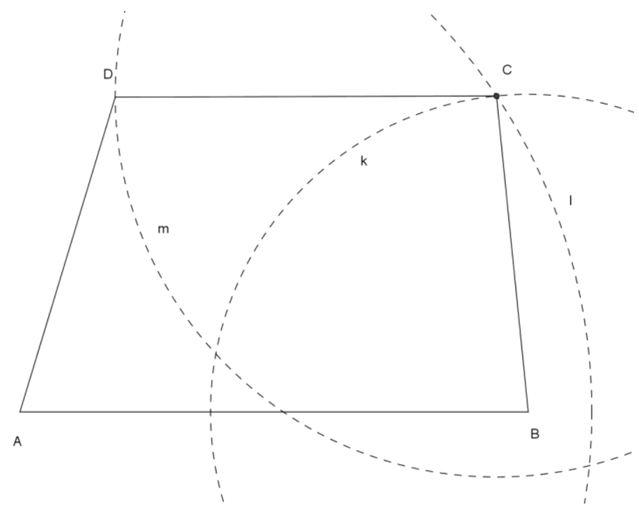
|*AB*| = 8 cm, |*BC*| = 5 cm, |*CD*| = 6 cm, |*AC*| = 9 cm.

U této konstrukce opět začneme náčrtem a zanesením údajů, které známe.

Postup:

1. Úsečka *AB* (základna čtyřúhelníku), *AB* = 8 cm.
2. Kružnice *k, k (A*, 9 cm).
3. Kružnice *l, l (B*, 5 cm).
4. Bod *C, C* leží na průsečíku kružnic *k* a *l.*
5. Kružnice *m, m (C*, 6 cm).
6. *Bod D, CD* || *AB*.
7. Čtyřúhelník *ABCD*.

Konstrukce:

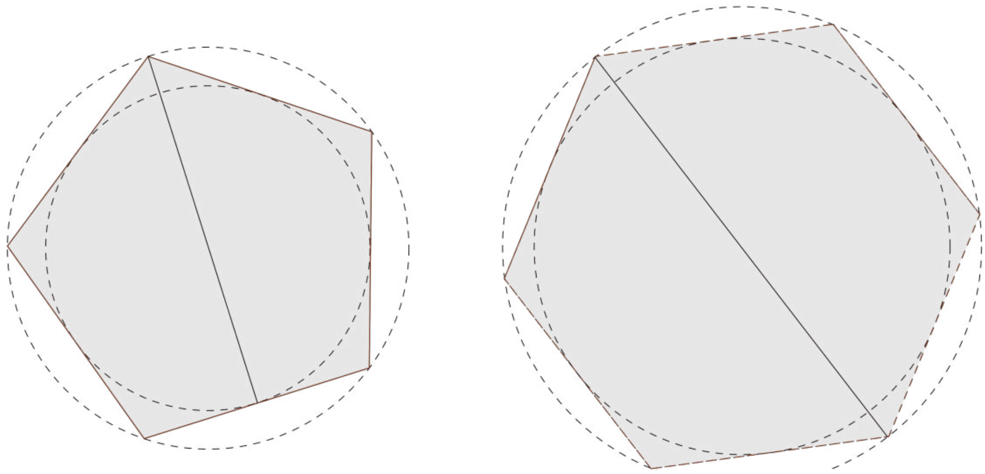


Obrázek 5 Konstrukce čtyřúhelníku ABCD

1.7.5 Mnohoúhelníky

Rovinným útvarům, které vzniknou uzavřením lomené čáry, říkáme mnohoúhelníky. Mnohoúhelníky mají své vrcholy a své strany. Počet stran mnohoúhelníku je roven počtu vrcholů. Mnohoúhelníku o *n* vrcholech říkáme *n*-úhelník (pro *n* = 3 trojúhelník, pro *n* = 4 čtyřúhelník atd.).

Pravidelný *n* - úhelník je mnohoúhelník, jehož všechny strany i vnitřní úhly jsou shodné. Pravidelným *n* - úhelníkům lze opsat i vepsat kružnici. Je- li *n* sudé, existuje ke každému vrcholu protější vrchol, ke každé straně protější strana. Je-li *n* liché, existuje ke každému vrcholu protější strana (Pomykalová, 1993).



Obrázek 6 Konstrukce mnohoúhelníku

1.8 Geometrické skládačky a hry

Pod pojmem geometrické skládačky je myšlena práce se soubory destiček jednoduchého geometrického tvaru, kterých se využívá nejen při klasifikaci a konstrukci mnohoúhelníku, ale též při pokrývání roviny.

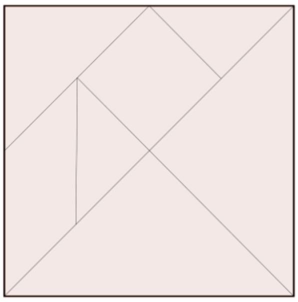
V matematice se často využívá herního prostředí. Hra je totiž přirozeným projevem každého dítěte, je jeho přirozenou potřebou, výrazným způsobem dítě aktivizuje, zaměstnává duševní i tělesné schopnosti, které prohlubuje a všestranně rozvíjí (Čáp, 2001).

Hra provází dítě po celé dětství, podněcuje jeho aktivitu a dítě díky ní poznává svět okolo sebe. U některých dětí se rozvíjí tvořivost a vlastní iniciativa. Dítě se prostřednictvím hry dostává do světa dospělých a snaží se vše napodobovat, vytváří si prvotní poznatky o světě, vytváří si též vlastní postoje k životu. Hra by měla být pravidelně zařazována do každé hodiny matematiky právě proto, aby hodina nebyla jednotvárná a dítě se nezačalo nudit.

Hra je vždy primárně určena požadavky učitele, který ji zařazuje do vyučování s vytyčeným cílem, zná její účel i význam. Taková hra výchovně plní vzdělávací cíl, ke kterému přispívá. Hra je pokládaná též jako forma učení. Herní motiv musí být opravdový a reálný, aby děti zaujal. Zvyšuje se pak aktivita myšlení, koncentrace pozornosti, vyvolává se celkové zaujetí, radost a uspokojení. *„Zapojením hry ve vyučování se evidentně zlepšuje klima ve třídě a zvyšuje se motivace pro matematické činnosti. Zlepšují se také komunikace a koordinace. Hra s geometrickými objekty dává příležitost pro tvořivé zkoumání a objevování. Hru je třeba volit tak, aby každé dítě se mohlo aktivně a se zájmem zapojit. Každé dítě potřebuje být alespoň někdy ve hře úspěšné nebo vyhrát.“* (Vávrová a kol., 2006).

Skládačky se hodí pro pochopení vnitřních vztahů v geometrii, pro první seznámení s geometrickými tvary a pochopení jejich vlastností. Pro samotný rozvoj představivosti je důležitý kontakt dítěte s kostkami, mozaikami a se stavebnicemi (*Lego, Merkur*) a to již od raného dětství. Z toho důvodu se do výuky matematiky a geometrie zařazují různé formy skládaček a her a to na obou stupních základní školy. Tyto formy skládaček dotváří matematický svět dětí. Velkou výhodou je i to, že si některé skládačky mohou děti snadno vyrobit a vystříhat z tvrdého papíru.

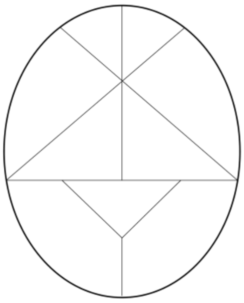
Tangram



Obrázek 7 Tangram

Čtverec, který je rozdělen podle pravidel na sedm geometrických částí, ze kterých se skládají obrázky. Cílem hry je sestavit obrázek. Při skládání je nutné vždy použít všechny dílky, žádný nesmí zůstat stranou. Jednotlivé dílky pokládáme vedle sebe, nikdy ne na sebe. Dílky se mohou dotýkat hranou nebo alespoň rohem. Části lze libovolně převracet.

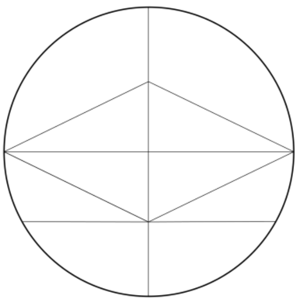
Kolumbovo vejce



Obrázek 8 Kolumbovo vejce

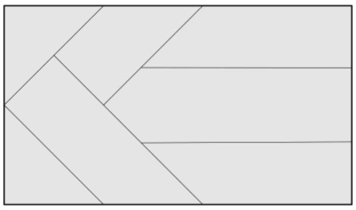
Obdobná skládačka jako Tangram. Dílky se vystřihnou a tvoří se různé obrázky. Staví se pole předlohy nebo bez ní. Své obrázky si děti sami pojmenovávají. Didakticky využíváme pro rozvoj plošné představivosti a pro trénink vizuální paměti.

Kouzelný kruh



Obrázek 9 Kouzelný kruh

Opět velmi důmyslná skládačka. Pravidla hry jsou opět velmi podobná. Specifické využití zejména v hodinách geometrie. Dobře poslouží k procvičování obrazců, skládání předem daných obrysů nebo vlastních obrázků.



Obrázek 10 Evereto

Evereto

Opět skládanka ze sedmi dílků, která umožňuje vznik zajímavých plošných obrazců. V geometrickém učivu se velmi dobře uplatňuje při pokrývání roviny.

Se všemi těmito skládačkami se dá libovolně pracovat. Buď se vyplňuje předem daný obrys (dílky se nesmí nikde překrývat, mohou se ale převracet a musí být použity všechny). U některých skládaček si děti staví dle vlastní fantazie a výtvor si individuálně pojmenují podle toho, co jim obrázek nejvíce připomíná. V hodinách geometrie se nabízí použít skládačky i jinak. U Tangramu můžeme určovat obvody a obsahy jednotlivých dílků nebo celých částí, určovat v procentech, jak velkou část celku zaujímají, které části jsou shodné, podobné, souměrné.

1.9 Teselace – parketáže a mozaiky

Pojem teselace pochází z řečtiny. Jedná se o pokrývání roviny pomocí vyplňujících útvarů, kterým říkáme cely nebo buňky. Teselace může být tvořena tvarově i barevně stejnými celami - pak hovoříme o parketáži anebo se barvy a tvary kombinují, případně mohou být i zcela odlišné – a pak nazýváme teselaci mozaikou. Historicky je vyplňování prostoru těmito způsoby velmi starý, nicméně své příznivce si nachází dodnes. Některé prameny zmiňují počátek této techniky již v Platónském období (427-347 př.n.l.). Dodnes se nejvíce teselace uplatňují ve stavebnictví a v umění[2]. Důkazem nám jsou bohatě zdobené vnitřní i vnější fasády veřejných budov, ale také podlahy, zdi a stropy nebo veřejná místa jako chodníky a náměstí.

Velmi složité mozaiky můžeme ještě dnes vidět ve středozemní oblasti, kde často zobrazují portréty lidí nebo výjevy z přírody. V islámské kultuře se z mozaiky[3] vyvinulo ojedinělé umění. A protože islámská kultura zakazuje zobrazování živých tvorů, výzdoba je ze složitých geometrických tvarů. K nejznámějším památkám v Evropě patří palácový komplex Alhambra ve Španělsku, která se pyšní bohatými vzory. Podobné vzory můžeme vidět i v Praze, kde zdobí interiéry ve Španělské synagoze. Autoři se inspirovali právě Alhambrou.

Teselace určené pro tuto práci jsou tvořeny jednoduchými geometrickými tvary, nejčastěji různými typy trojúhelníků a čtyřúhelníků. Ale najdeme zde i různé složené tvary. Zejména v pracovních listech nově zavádíme pojmy jako „ukousnutý čtverec“ nebo „půlčtverec“, viz dále.

[2] Pro zajímavost, mezi teselace patří také skvrny na kůži u žirafy, ornamenty na želvím krunýři nebo buněčné struktury či modely prostředí, ve kterém žijí zvířata (včelí plástve, teritoriální rozdělení oblasti).

[3] Mozaika- plošná výzdoba z drobného materiálu, který se zatlačuje do vlhké omítky či tmelu.

2 Pracovní listy

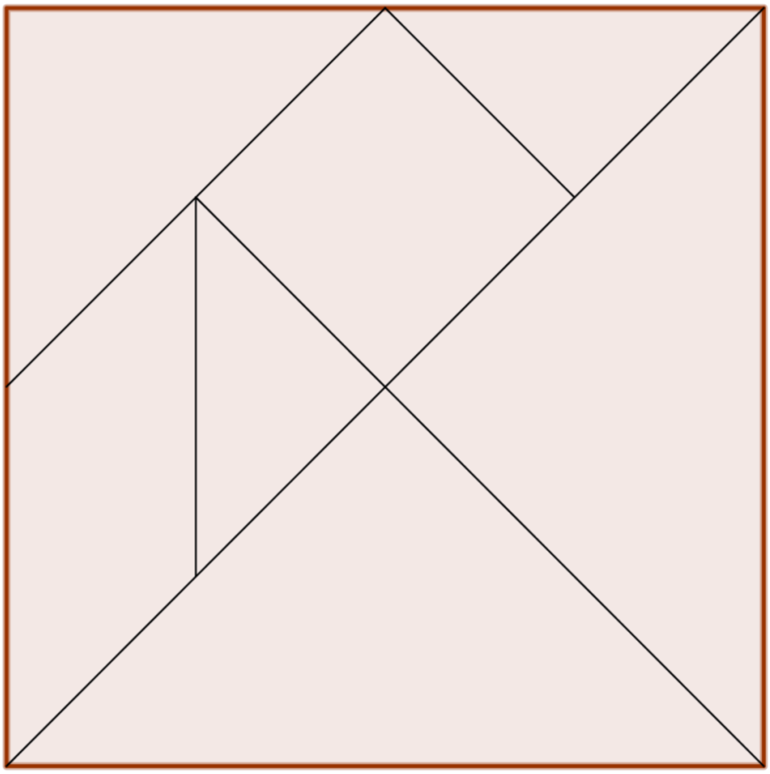
Právě proto, že problematika pokrývání roviny se uplatňuje v běžném životě čím dál více, dovolujeme si tvrdit, že geometrie má velký význam pro praxi - pro tuto práci zejména pak v souvislosti s dekorativním vykládáním dřeva. Teselace navržené v pracovních listech se dají vhodně využít pro tvorbu intarzie za předpokladu, že místo papíru použijeme dřevěnou dýhu.

Tato práce předkládá celkem dvacet pracovních listů, z toho pokrýváním roviny se zabývá více než polovina z nich. Jedná se o pracovní listy s názvy *Teselace 1-4, Skládačky 1-4, Parketáže 1-3 a Mozaiky 1-2.* Tyto pracovní listy se zabývají problematikou přímo, zbytek pracovních listů představuje doprovodný materiál k tématu. Je zaměřen na osovou a středovou souměrnost a práci se skládačkou *Tangram.* Ke každému pracovnímu listu je současně vytvořena metodická příručka, určená jako návod pro práci s materiálem nebo jako inspirativní zdroj pro učitele, včetně ukázek řešení.

Při tvorbě pracovních listů jsme vycházeli z vlastních zkušeností. Inspirativním zdrojem se nám stala učebnice *Svět čísel a tvarů* od kolektivu autorů Hošpesová, Divíšek a Kuřina (1996) a studijní materiál *Geometrické modelování jako příležitost k aktivnímu učení* od autorů Sýkora, Roubíček a Přibyl (2006). Naším cílem bylo vytvořit materiál, který by dokázal zaujmout začínající učitele a zároveň byl plný očekávání a zážitků.

Tangram 1

1) Zde je skládačka *Tangram*. Obrázek rozstřihejte a pokuste se poskládat z něho trojúhelník. Použijte všech sedm dílků.



Tangram 1 – MP (metodická příručka)

Cíle: rozšíření plošné představivosti, zapojení kombinačního myšlení

Kompetence učitele: zkušenosti se skládankou

Pomůcky: nůžky

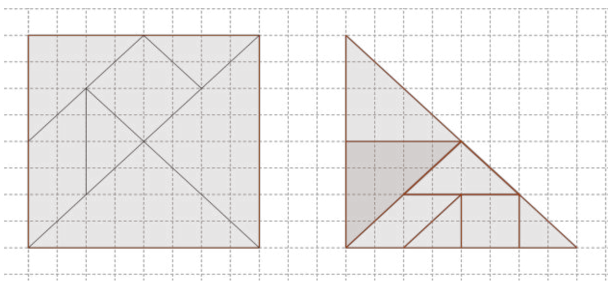
Čas na realizaci:10 minut

Předpokládané znalosti: -0-

Očekávané výstupy: žáci tvoří obrázek dle zadání

Tangram je skládačka vhodná pro všechny věkové kategorie. Ve škole se doporučuje zavést do hodin geometrie zhruba od 8 let. Toto doporučení vychází z předchozích znalostí, bez kterých se hráč neobejde. Skládání *tangramových obrázků* není pro začátečníka většinou jednoduché a vyžaduje dřívější seznámení a cvik. Většinou to funguje tak, že čím více obrázků dítě složí, tím snadněji mu půjdou skládat i další obrázky.

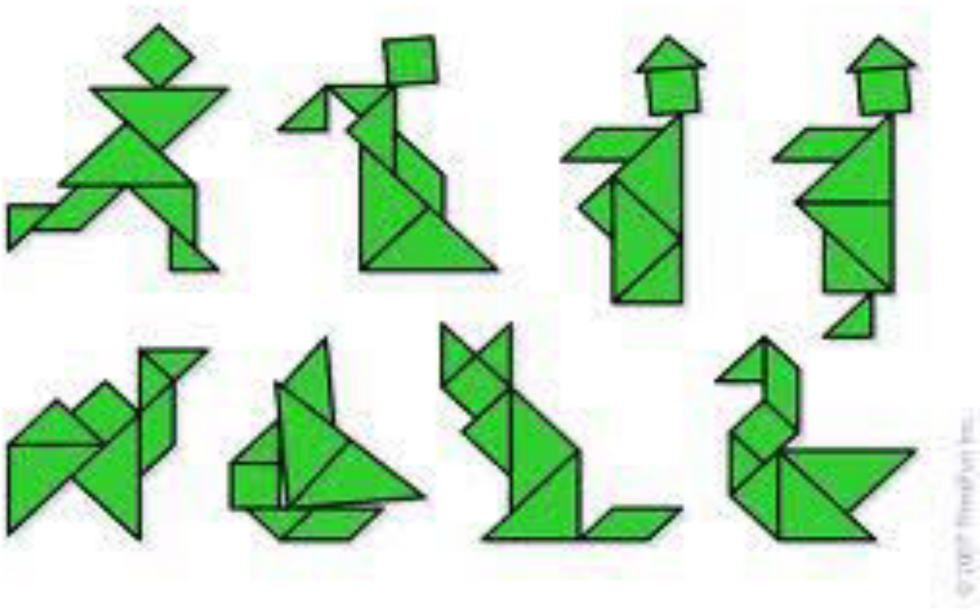
Tangram je čtverec, rozdělený na sedm dílků a to podle přesných pravidel. Tento čtverec lze snadno vyrobit z tvrdého papíru. Doporučená velikost strany je 10 cm. Ze všech sedmi částí se skládají geometrické obrazce, zvířata, lidské postavy, předměty a podobně. Každý obrazec se musí skládat ze všech sedmi dílků a žádné části se nesmí překrývat. Je dovoleno také části převracet. V tomto cvičení je úkolem seznámit se se skládankou Tangram. Protože žáci obvykle skládanku neznají, neví jak skládat, je nutno zařadit na začátek jednoduché cvičení a se skládankou se seznámit.

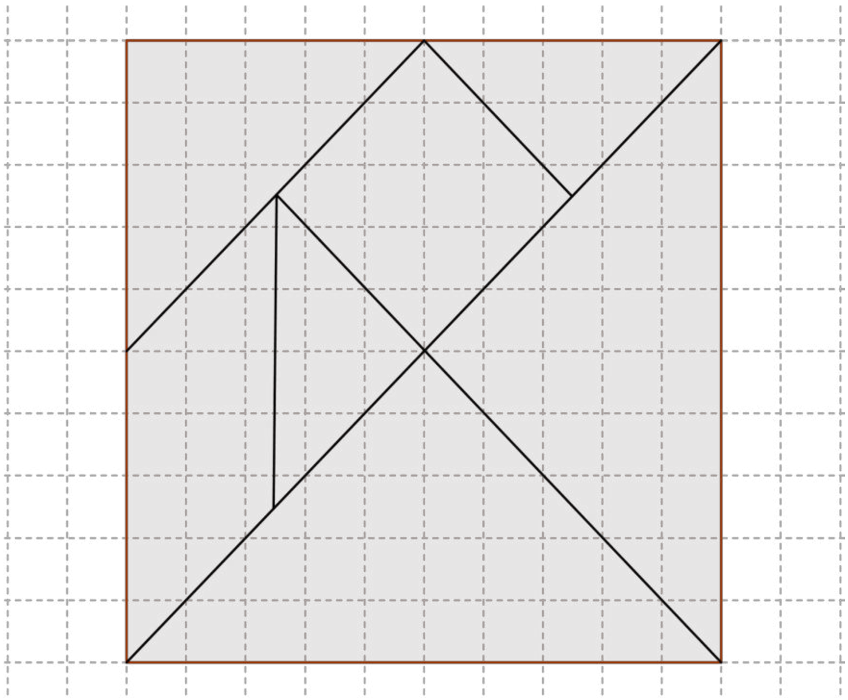


Obrázek 11 Skládanka Tangram

Tangram 2

1) Dole je skládanka *Tangram*. Ten roztříhej a pokus se sestavit následující obrázky.





Tangram 2 - MP

Cíle: plošná představivost

Kompetence učitele: zkušenosti se skládankou

Pomůcky: nůžky, tvrdý karton

Čas na realizaci: 20-30 minut

Předpokládané znalosti: -0-

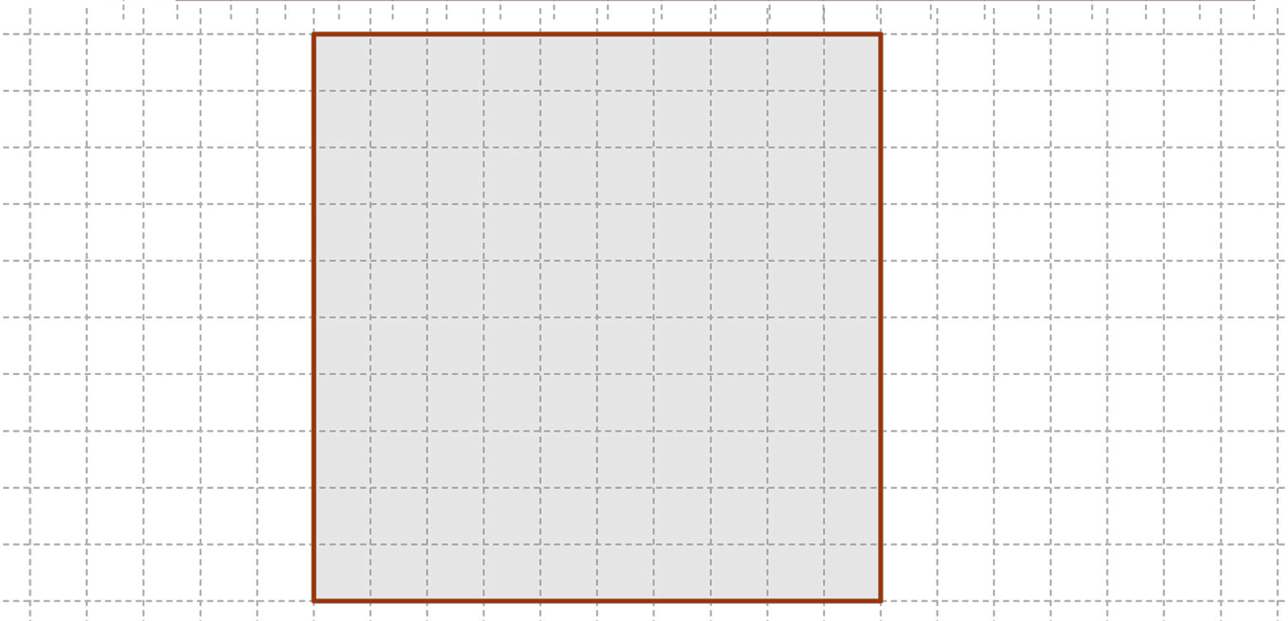
Očekávané výstupy: sestaví obrázkový Tangram dle předlohy

Skládanka Tangram se dá využít k různým účelům. Také věková hranice pro toto skládání není nijak omezena. Může zabavit děti ve volných chvílích, nebo se pomocí ní lze mnohé naučit. V hodinách geometrie se dá využít například jako pomoc při konstrukčních úlohách nebo se z něho dají odvodit některé vlastnosti mnohoúhelníků. Velkou výhodou je, že skládání děti baví. Může se stát, že jim to ze začátku bude dělat problémy. Nemusí se však ničeho obávat. Čím více obrázků naskládají, tím lépe jim to půjde. Základním principem Tangramu je skládání. Skládá se buď obrázek dle předlohy, nebo obrázek podle obrysu a nakonec je možno zapojit vlastní fantazii a poskládat vlastní obrázek. Je až neuvěřitelné, že z této sedmidílné skládanky lze složit až několik set obrázků. Tradičně se skládají obrázky zvířat, lidské postavy, předměty nebo geometrické obrazce. Veškeré úlohy zaměřené na skládání jsou náročné na logické a kombinační myšlení. Cvičí se jimi představivost, smysl a cit pro geometrické obrazce a jejich zákonitosti.

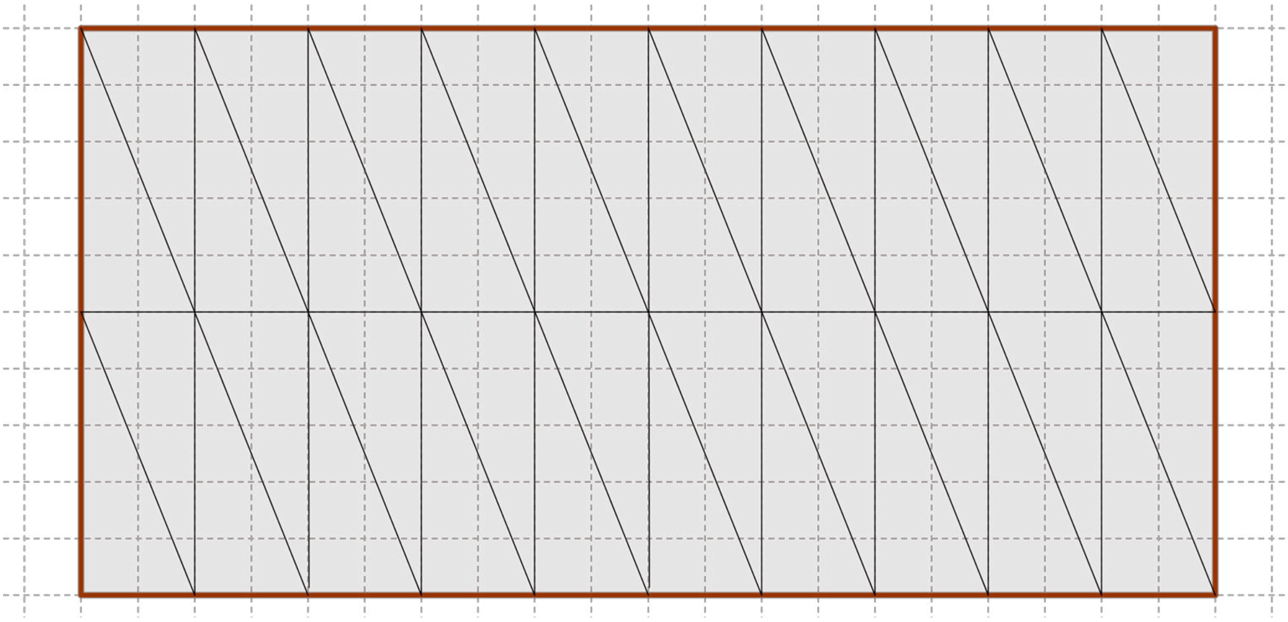
Žáci mají v úloze č. 1 za úkol nejprve vystřihnout Tangram a blíže se s ním seznámit. Nejlepší je ho podlepit tvrdším papírem. Pak se s ním mnohem lépe pracuje a má delší trvanlivost. Děti si ho pak mohou uschovat a použít znovu pro vlastní skládání doma i ve škole. Z Tangramu se následně pokouší složit obrazce dle předlohy, což není tolik náročné, jako skládání dle obrysu. Ale i tak je potřeba myslet na to, že někomu to například ze začátku nemusí jít. Velkou výhodou je, když děti měly již se skládáním předešlou zkušenost. Avšak i začátečník po nějaké době přijde na svůj způsob skládání.

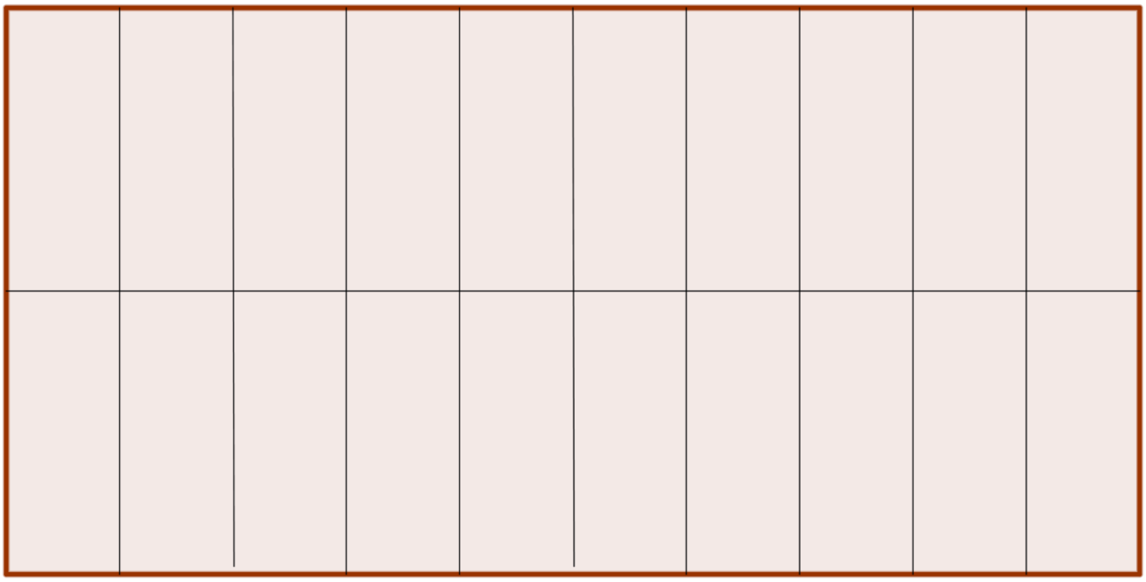
Teselace 1

1) Zde je plocha, která je potřeba pokrýt geometrickými útvary tak, aby vytvořila rovinnou teselaci. Pokryjte ohraničenou plochu papíru pomocí obdélníků a trojúhelníků tak, aby byla pokryta celá. Tvary lze použít kombinovaně nebo každé zvlášť. Geometrické útvary k vystřižení jsou na další stránce. Pokus se vytvářet rozmanité ornamenty.



Tvary k vystřižení:





Teselace 1 - MP

Cíle: vyzkoušet novou metodu práce

Kompetence učitele: klasifikace a konstrukce mnohoúhelníků

Pomůcky: podkladový papír (karton), nůžky, lepidlo

Čas na realizaci: 15 minut

Předpokládané znalosti: shodná zobrazení (osová a středová souměrnost)

Očekávané výstupy: modeluje rozmanité parketáže s prvky souměrnosti, odděluje prostor pomocí barevných tvarů

Pokrývání roviny (teselace) představuje nový pohled na geometrii zajímavou a hravou formou. Jedná se o činnost, kterou se žáci snaží postihnout geometrické útvary a vztahy. Modelování řadíme proto mezi významné složky geometrického vyučování. Během této činnosti děti pracují s vyznačenou plochou papíru, do níž kladou určené geometrické tvary tak, aby zaplnily celou plochu. Důraz je kladen nejenom na čistotu práce a preciznost provedení, ale i na jistou plošnou představivost. Během práce je důležitý promyšlený plán práce. Tato činnost rozvíjí nejenom schopnost vnímat geometrii, ale také estetiku a citové vnímání. Prohlubuje se mezioborový vztah s pracovním vyučováním.

Na pracovním listu jsou dvě plochy- obdélník a čtverec, do nichž budou děti vlepovat geometrické útvary. Při práci si můžou děti vybrat ze dvou možností:

a) jednu teselaci vytvořit pouze z obdélníků a druhou pouze z trojúhelníků
b) obě teselace libovolně kombinovat, vytvářet rozmanité reliéfy

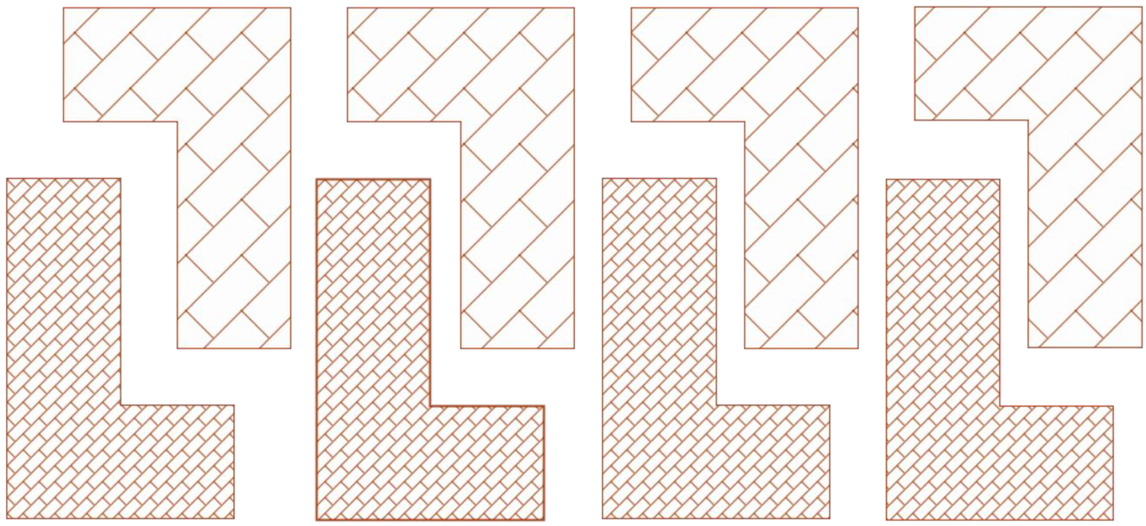
Každá z variant má své výhody. Pokud se žák rozhodne pro první variantu, má na výběr několik možností, jak plochu pokrýt. Každá bude jistě velmi pestrá. Velmi zajímavé parketáže vznikají například střídáním kladu tvarů střídavě podélně a příčně.

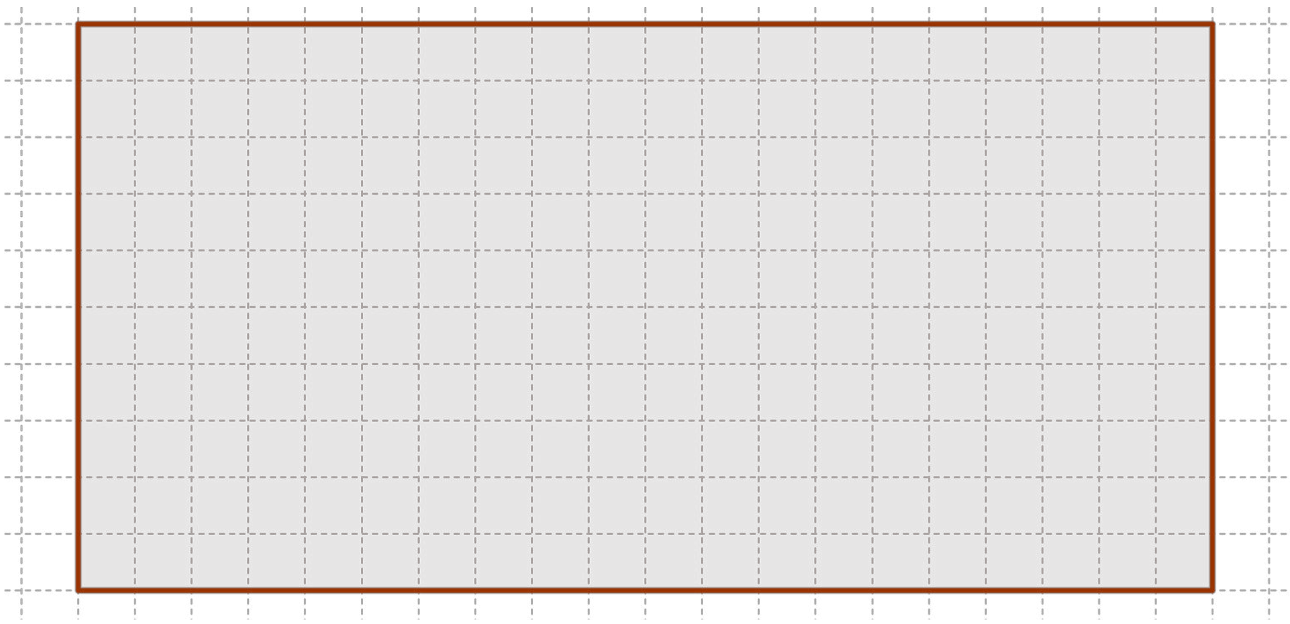
Pokud si žák vybere druhou variantu, to znamená, že geometrické tvary může libovolně kombinovat, tak získá opravdu mnoho zajímavých výsledků. Krásné parketáže vznikají právě kombinací tvarů.

Geometrické tvary v tomto listu jsou voleny tak, aby k sobě rozměrově podélně i příčně přimykaly. To umožňuje širokou variabilitu kladu. Fantazii se meze nekladou. Takto navržené teselace se mohou stát doslova mistrovským dílem.

Teselace 2

1) „Elka“: rozstříhej a nalep. Z těchto tvarů poskládej parketáž do ohraničené plochy, kterou najdeš dole. Je několik možností jak geometrické tvary ve tvaru písmene L (elka) klást.





Teselace 2 - MP

Cíle: orientace na čtvercovém papíru

Kompetence učitele: čtvercové útvary, parketáže

Pomůcky: podkladový karton, nůžky, lepidlo

Čas na realizaci: 15 minut

Předpokládané znalosti: složené útvary, čtvercová síť

Očekávané výstupy: skládá útvary k sobě a tvoří parketáž

Tento pracovní list je zaměřen na klasickou teselaci (parketáž), tedy kladení složených geometrických útvarů vedle sebe tak, aby pokryly požadovanou plochu. Tvar „elka“ vznikl poskládáním ze čtvercového tvaru. Takto vzniklý tvar je široce kompatibilní a umožňuje tak různá provedené kladu.

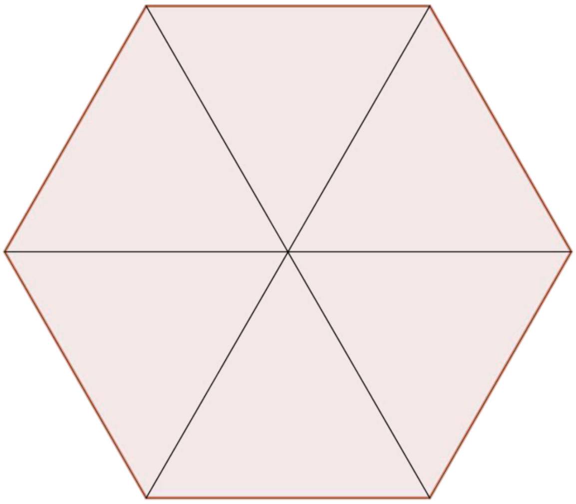
Úkolem tohoto cvičení je „elka“ rozstříhat a nalepit. Útvary se nalepují do připravené ohraničené plochy se čtvercovou sítí. Ohraničenou plochu pro nalepování lze podlepit tvrdým kartonem - je to z důvodu lepší manipulace. Během práce je třeba, aby si žák rozmyslel, jak bude tvary orientovat a to ještě před tím, než je bude k sobě nalepovat. Tvary by měly pokrýt ohraničenou plochu bez jediného volného místa. Případné korektury se totiž špatně opravují.

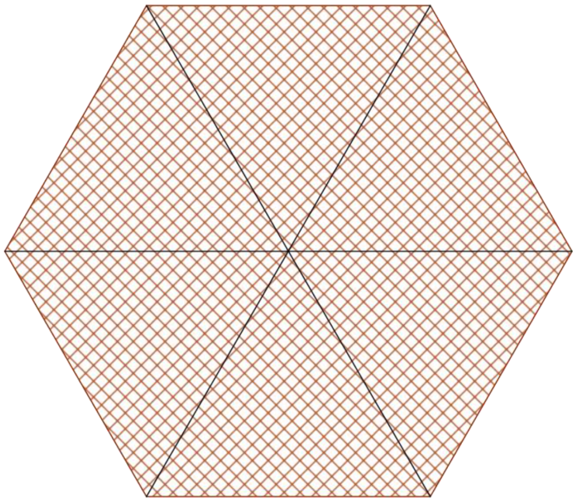
Pomůckou při nalepování bude dětem čtvercové pozadí. Je to z toho důvodu, aby bylo možno tvary k sobě lepit s optimální přesností.

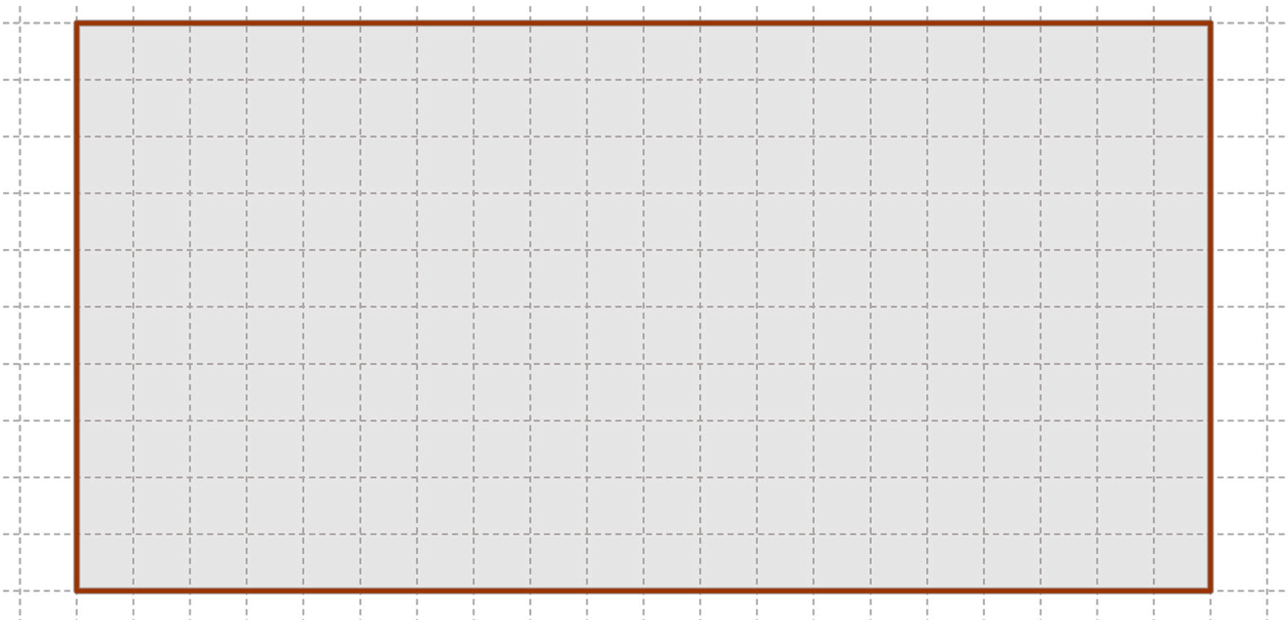
Důraz je kladen také na přesnost stříhání a následného nalepování. Cílem je totiž dokonalé pokrytí vyznačené plochy. Hotovou parketáž lze ještě barevně rozlišit, zalaminovat a použít například jako záložku do knihy. Mezipředmětově se proto dá tato technika využít i v pracovním vyučování. Během práce se rozvíjí geometrická představivost a jemná motorika.

Teselace 3

1) Šestiúhelníky byly rozděleny na 6 shodných rovnostranných trojúhelníků. Rozstříhej je a z sestav z nich teselaci. Hraj si s barvami a navrhni zajímavé vzory.







Teselace 3 - MP

Cíle: zdokonalení parketážové techniky

Kompetence učitele: manuální zručnost, nácvik na výrobu dýhované intarzie

Pomůcky: podkladový tvrdý papír, nůžky, lepidlo, barevné pastelky, fixy

Čas na realizaci: 20 minut

Předpokládané znalosti: shodnost trojúhelníků

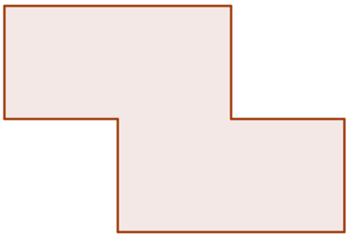
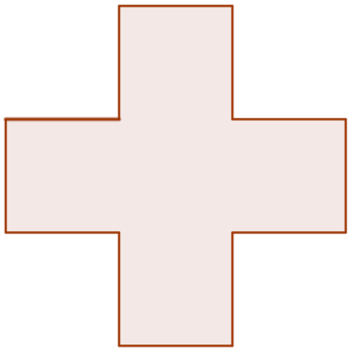
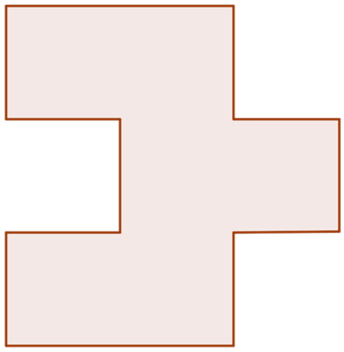
Očekávané výstupy: modeluje rozmanité parketáže, slučuje a tvoří nové tvary

V tomto listu mají žáci za úkol samostatně vystřihnout plochu a nalepit ji na tvrdý karton. Následně vystříhají shodné rovnostranné trojúhelníky a nalepují je do ohraničené plochy. Trojúhelníky je nutno nalepovat vedle sebe i pod sebe s velkou přesností a co možná bez nejmenších nepřesností.

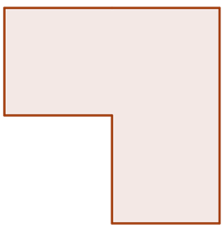
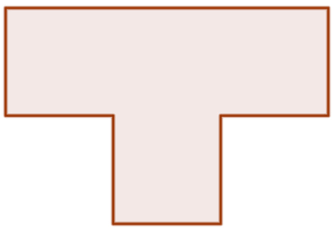
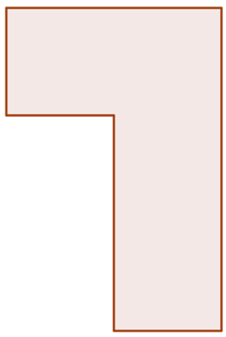
I zde je nutná soustředěnost a přesnost při stříhání i nalepování trojúhelníků do předlohy. Zajímavých kontrastů lze docílit barevným rozlišením jednotlivých trojúhelníkových polí pomocí dvou navzájem kontrastních barev. Postavením dvou polí stejné barvy vedle sebe (a pod sebe) lze trojúhelníky jednoduše sloučit a sestavit úplně nový tvar. Tím vzniknou rozmanité parketáže.

Teselace 4

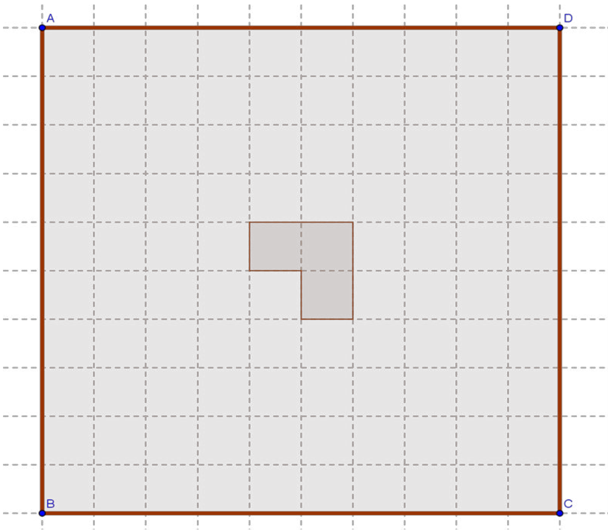
1) Zde jsou tři tvary. Z každého z nich načrtni rovinnou teselaci na plochu (v příloze). Nakonec každou teselaci rozliš dvěma barvami.

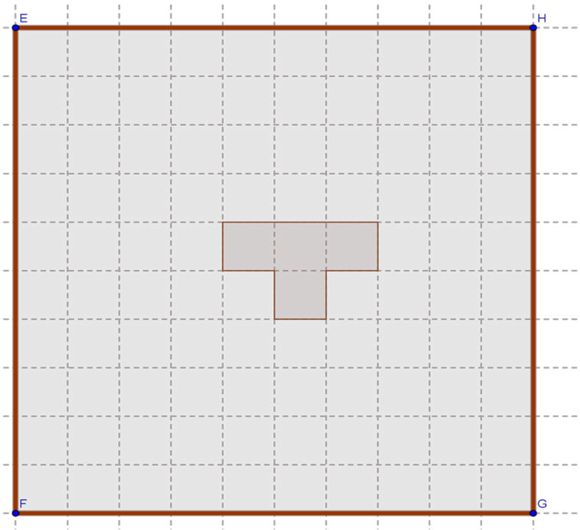




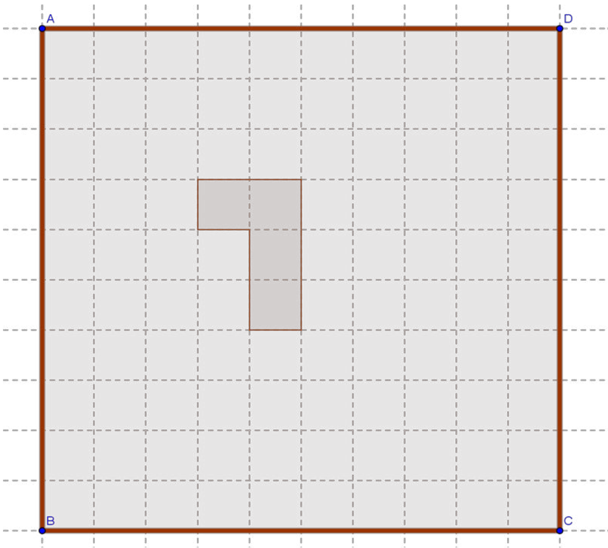
2) Zkus další tři tvary. Lze z nich složit rovinnou teselaci? Načrtni si opět obrázek (v příloze).

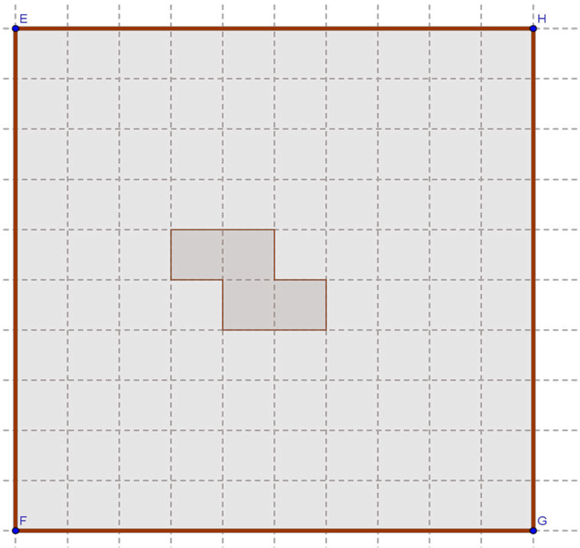




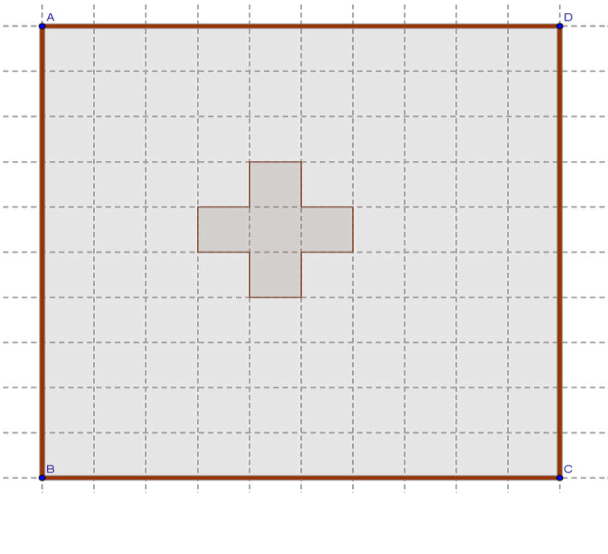
Teselace 4- příloha

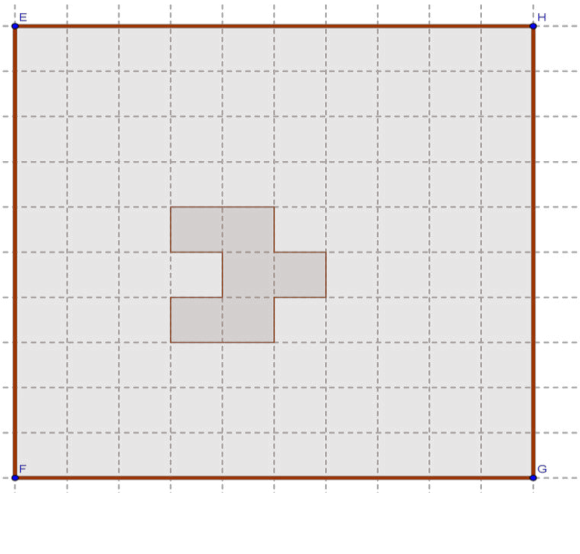












Teselace 4 - MP

Cíle: orientace na čtvercovém papíru

Kompetence učitele: práce s parketáží

Pomůcky: pastelky, fixy

Čas na realizaci: 5 minut (na jeden obrázek), celkem 30 minut

Předpokládané znalosti: složené útvary, čtvercová síť

Očekávané výstupy: zakresluje rovinnou teselaci, tvary otáčí a umisťuje na ploše

Pracovní list přináší obdobu oblíbené digitální hry. Úkolem je z daných tvarů poskládat teselaci takovým způsobem, aby se při její tvorbě opakoval jen jeden z nabízených tvarů, který je předtištěn ve středu každého čtverce. Tvary je možno libovolně otáčet. Podmínkou je, aby teselace pokryla pokud možno co největší plochu čtverce s co nejmenšími zbytky volného místa. Žák by se měl naučit postupně a efektivně zaplňovat tuto plochu. Jednotlivé dílčí kroky je nutno dopředu promýšlet. Aktivita sleduje logický sled kroků, rozvoj geometrické představivosti a efektivitu práce.

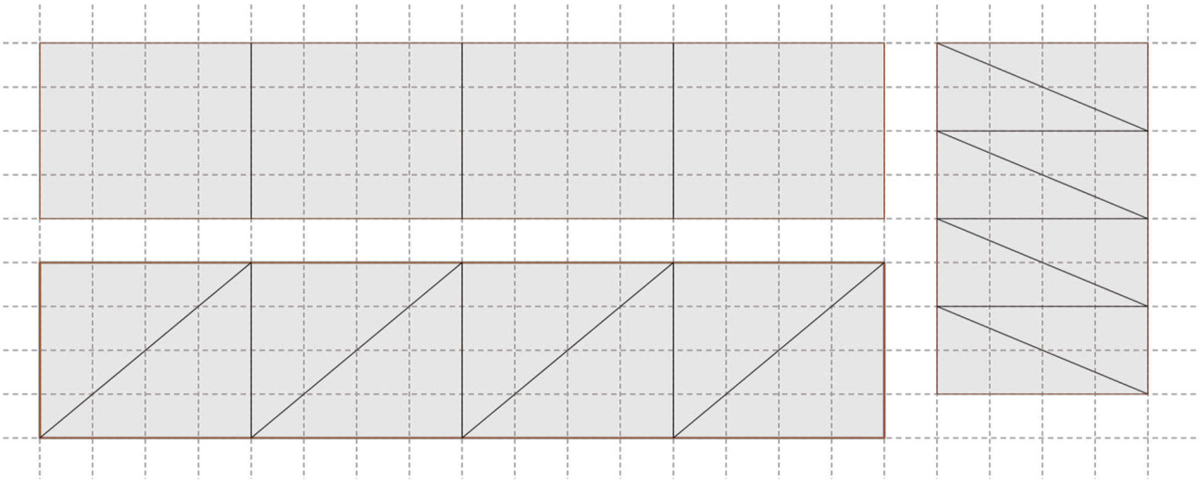
V prvním úkolu jsou tvary složené ze tří, čtyř a pěti čtverců. Všechny tvary by neměly být pro žáky neznámé. Jistě se s nimi již setkali. Žáci zkouší kreslit tvary do daných čtverců s úkolem je co nejlépe pokrýt, bez zbytečných mezer.

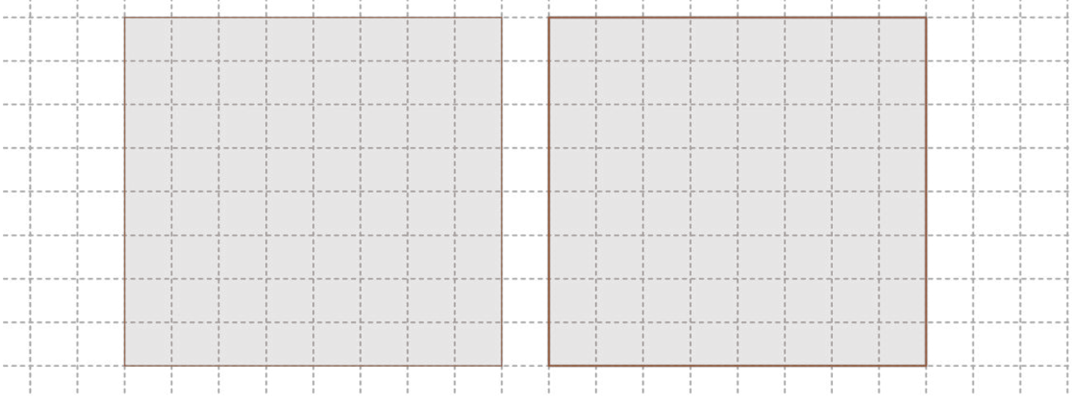
Nejprve si žáci připraví barevné fixy pro barevné rozlišení, které usnadní orientaci na ploše čtverce. Aktivitu je možné nabídnout jako hru. Vítězí ten, kdo pokryje nejefektivněji plochu čtverce s co nejmenším zbytkem nezaplněných čtverečků. Každý čtverec, který zbyde, se započítává. Jeden čtverec = jeden bod. Vítězí ten, kdo nasbírá nejmenší počet nezaplněných čtverečků.

Také v druhém úkolu se sleduje podobný cíl. Zde jsou k dispozici opět náhodné složeniny ze čtyř, pěti a šesti čtverců. Jedná se také o známé tvary, které jsou vybrány zcela náhodně.

Skládačky 1

1) Skládačka: Tvary vystřihni a skládej z nich osově souměrné útvary.





Skládačky 1 - MP

Cíle: geometrická představivost, obrazotvornost

Kompetence učitele: osová souměrnost, skládačky

Pomůcky: špejle, nůžky

Čas na realizaci: 15 minut

Předpokládané znalosti: shodná zobrazení, osová souměrnost

Očekávané výstupy: skládá souměrné obrázky z jednoduchých geometrických tvarů

Pracovní list je zaměřený na geometrické skládání, při kterém se pracuje s vystřiženými geometrickými tvary. Z nich se skládají různé obrazce dle instrukcí učitele. Toto skládání je velmi zábavné a může být variabilní.

K našemu skládání jsou k dispozici dílky jednoduchého geometrického tvaru. Je to proto, abychom zbytečně neodváděli žákovu pozornost. V matematickém vyučování lze tuto techniku využít například při klasifikaci mnohoúhelníků a zejména při pokrývání roviny a didaktice shodných zobrazení.

Ve cvičení jedna se zaměříme na skládání obrázků s požadavkem, aby obrázky byly souměrné podle osy. Pro své skládání si žák může vybrat čtverce, trojúhelníky a několik druhů obdélníků. Skládají se libovolné obrázky, vždy ale s podmínkou souměrnosti. Osu souměrnosti lze naznačit špejlí.
Cílem tohoto cvičení je pomocí hry ukázat, že osová souměrnost je všude kolem nás. Cvičí se geometrická představivost a také obrazotvornost.

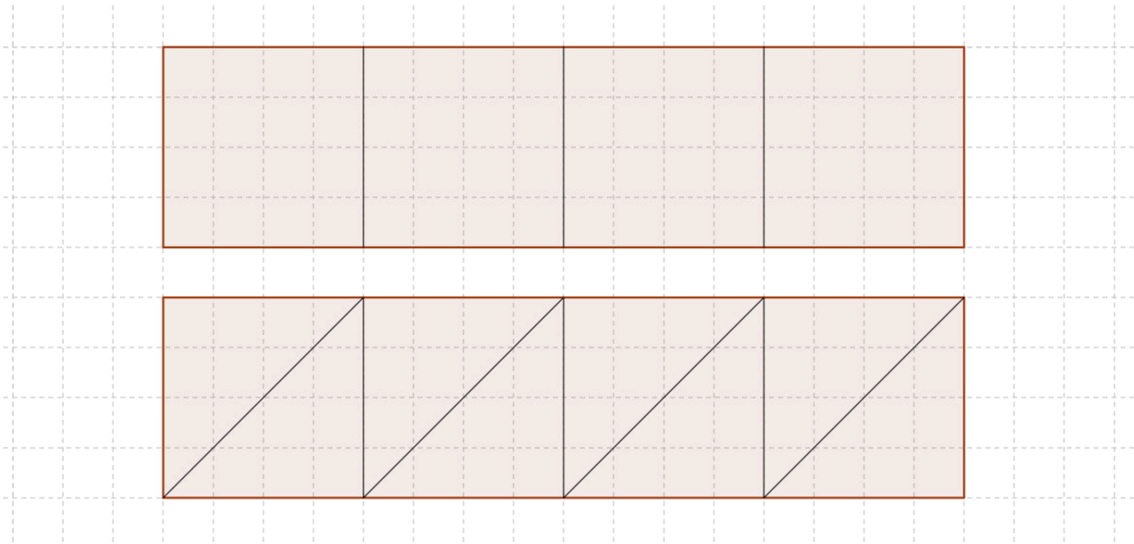
Tip pro učitele:
Nechte děti zahrát si hru na osovou souměrnost. Hraje se ve dvojici. Doprostřed na lavici se položí špejle, která představuje osu souměrnosti. Jeden z dvojice přiloží libovolný geometrický útvar z této skládanky a druhý musí položit stejný útvar z druhé strany špejle, jako by ho zobrazil v osové souměrnosti. Vytváří se tak zajímavý obrázek. Žáci se musí při hře střídat. Prohrává ten, kdo udělá nejdříve chybu.

Skládačky 2

1) Pokus se vytvořit co největší počet konvexních mnohoúhelníků. Použij vždy jeden čtverec a dva trojúhelníky. Své návrhy zakresli do velkých čtverců. Pomůže ti mřížka.

Čtverce pro tvé návrhy:

K rozstříhání:



Skládačky 2 - MP

Cíle: poznávání mnohoúhelníků

Kompetence učitele: konvexní útvary, parketáže

Pomůcky: nůžky, fixy, pastelky

Čas na realizaci: 10 minut

Předpokládané znalosti: složené útvary, mnohoúhelníky

Očekávané výstupy: hledá konvexní mnohoúhelníky

Pracovní list je zaměřen na manuální činnost s geometrickými tvary. Žáci mají za úkol si tvary vystřihnout a s jejich pomocí skládat mnohoúhelníky. Tyto hledané mnohoúhelníky mají splňovat podmínku konvexnosti. Nalezená řešení si žáci zakreslí do připravených okének. Při nákresu může pomoci mřížka.

Materiál byl připraven jako propedeutika učiva o konvexních útvarech. Cílem tohoto listu je, aby žáci prostřednictvím vlastního bádání hledali možná řešení a tato svá řešení dokázali zakreslit. Dalším cílem je, aby si žáci uvědomili, že konvexní útvary vznikly složením z několika menších mnohoúhelníků.

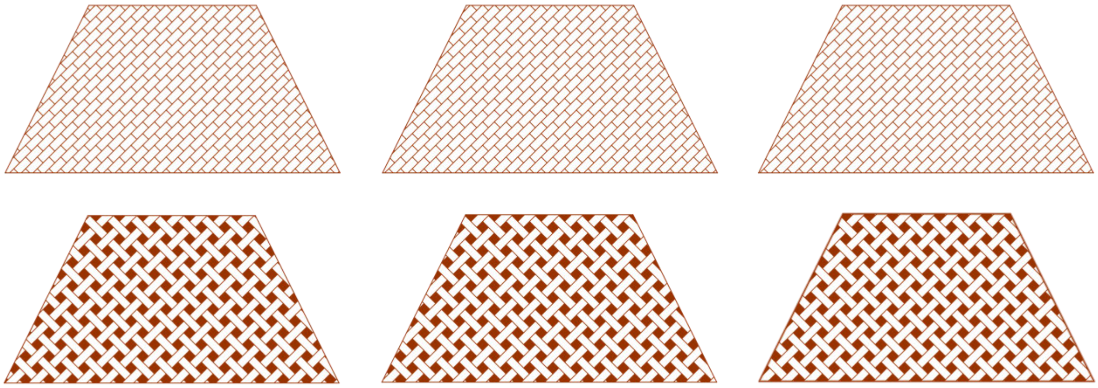
Materiál rozvíjí analyticko – syntetické myšlení. Pokud tedy rozložíme konvexní mnohoúhelník na několik jiných mnohoúhelníků, může nám to pomoci si uvědomit některé zásadní vztahy, které platí pro definované útvary.

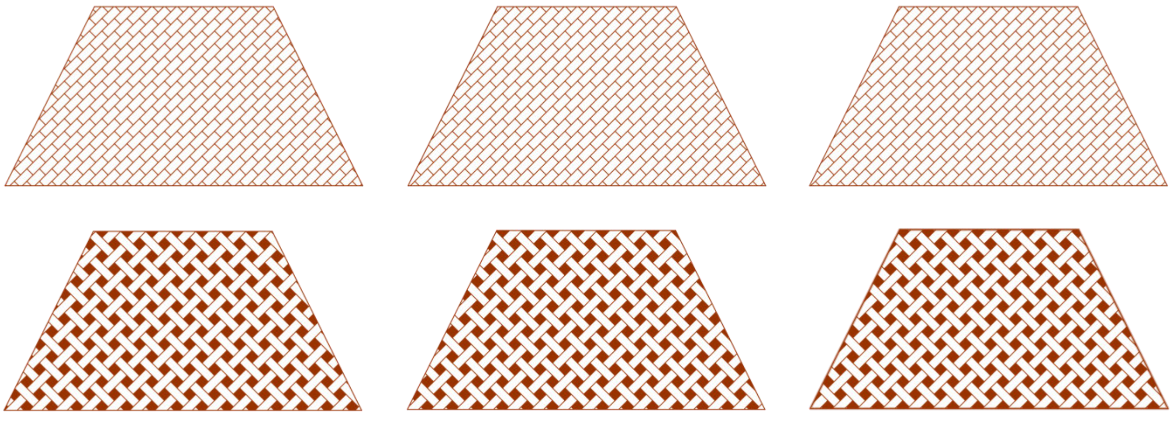
Při hledání konvexních mnohoúhelníků mají žáci k dispozici:

- čtverce o délce strany 4cm x 4cm
- pravoúhlé trojúhelníky o délce stran 4cm x 4cm x 4√2cm
- pravoúhlé trojúhelníky o délce stran 4cm x2cm x 2√5cm

Skládačky 3

1) Urči, zda lze z následujících rovnoběžníků vytvořit teselaci. Zkoušej různé možnosti.
2) Vyzkoušej ze tří rovnoběžníků poskládat jeden trojúhelník.





Skládačky 3 – MP

Cíle: skládání rovnoběžníků

Kompetence učitele: rozvoj představivosti a konstruktivního myšlení

Pomůcky: nůžky, lepidlo, podložka

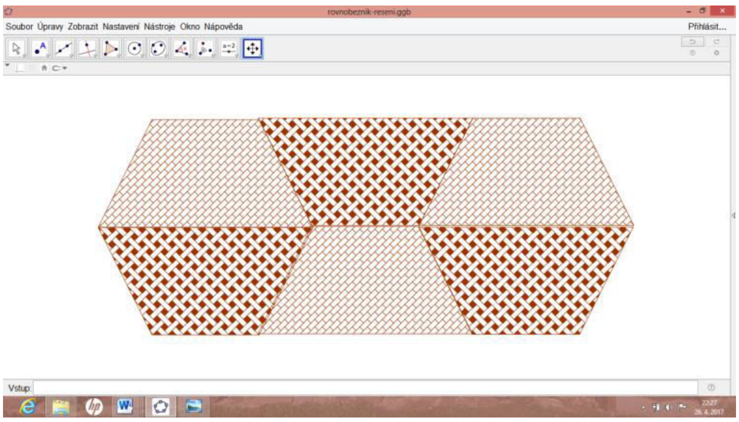
Čas na realizaci: 10 minut

Předpokládané znalosti: konstrukce mnohoúhelníků, analýza a syntéza mnohoúhelníků

Očekávané výstupy: syntetizuje mnohoúhelníky k teselaci

Tento pracovní list připomíná hru a zároveň v sobě ukrývá jistou záludnost. Jeho obsahem jsou dva úkoly. V prvním úkolu je k dispozici celkem 12 rovnoběžníků. Žák v něm má určit, zda lze z vyobrazených rovnoběžníků poskládat teselaci. Úkol spočívá v tom, že na řešení lze přijít jedině správnou manipulací s rovnoběžníky. Správná úvaha je tedy v tomto případě nepostradatelná.

Jakmile žák začne s rovnoběžníky otáčet, zjistí, že je lze klást podobným způsobem, jak je vidět na obrázku dole.

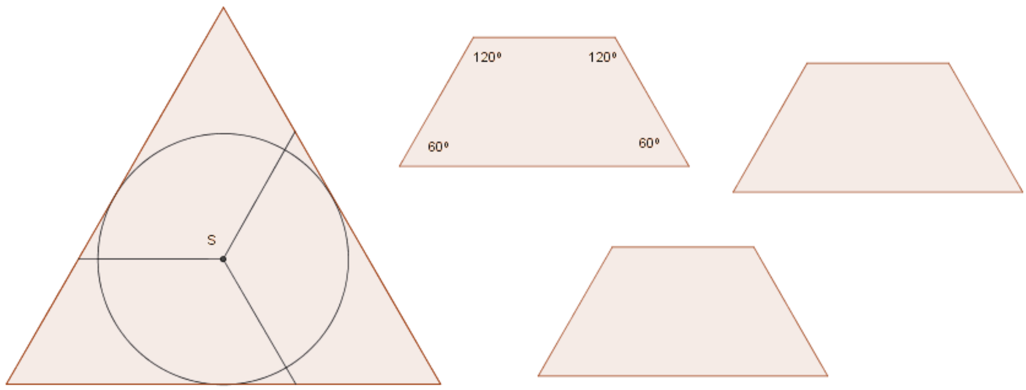


Správnou manipulací přemístíme rovnoběžníky tak, že je otočíme o 180°. Otočením jednoho z objektů o zmiňovaný úhel se rovnoběžník doplní na pravidelný šestiúhelník, o kterém víme, že rovinnou teselaci tvoří. Správná odpověď tedy vyplývá z tohoto řešení.

Tip pro učitele: Kreativní učitel si může zadání prvního úkolu upravit podle svého. Jedna z dalších možností je dávat dětem postupně skládat všechny mnohoúhelníky ze dvou, čtyř a šesti rovnoběžníků. Doporučujeme všechna řešení si modelovat na společnou tabuli, aby je děti měly na očích.

Ve druhém úkolu máme přijít na to, jak ze tří rovnoběžníků poskládáme trojúhelník. Tento úkol je závislý na propedeutice o analýze a syntéze mnohoúhelníků a na tom, jak velkou zkušenost s tímto typem úloh žáci mají. Úkol to není jednoduchý a vyžaduje logické uvažování a chvilku trpělivosti. Někomu může pomoci náhoda, jiný se pokusí o různé možnosti. Tento úkol jistě zabere žákům více času než úkol předešlý.

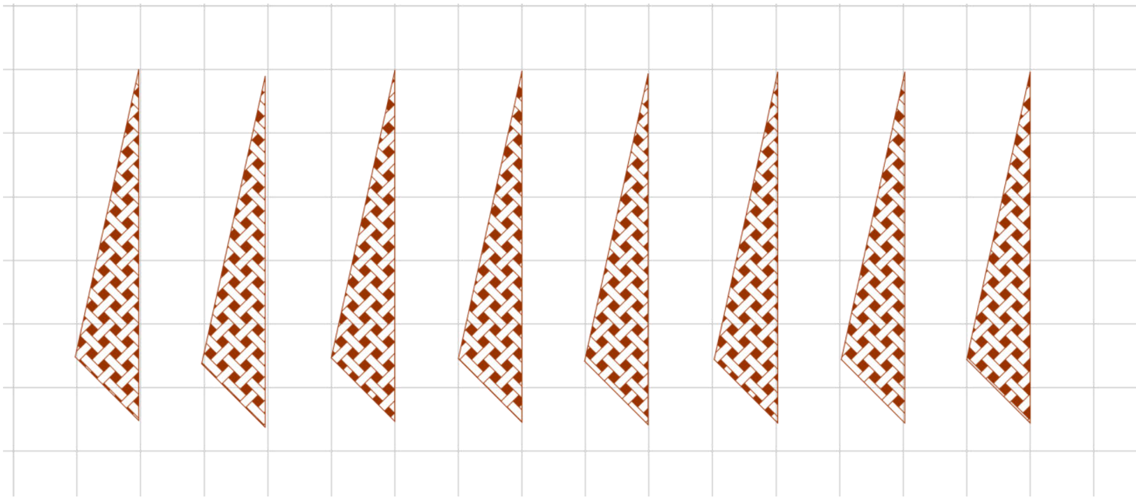
Řešení:

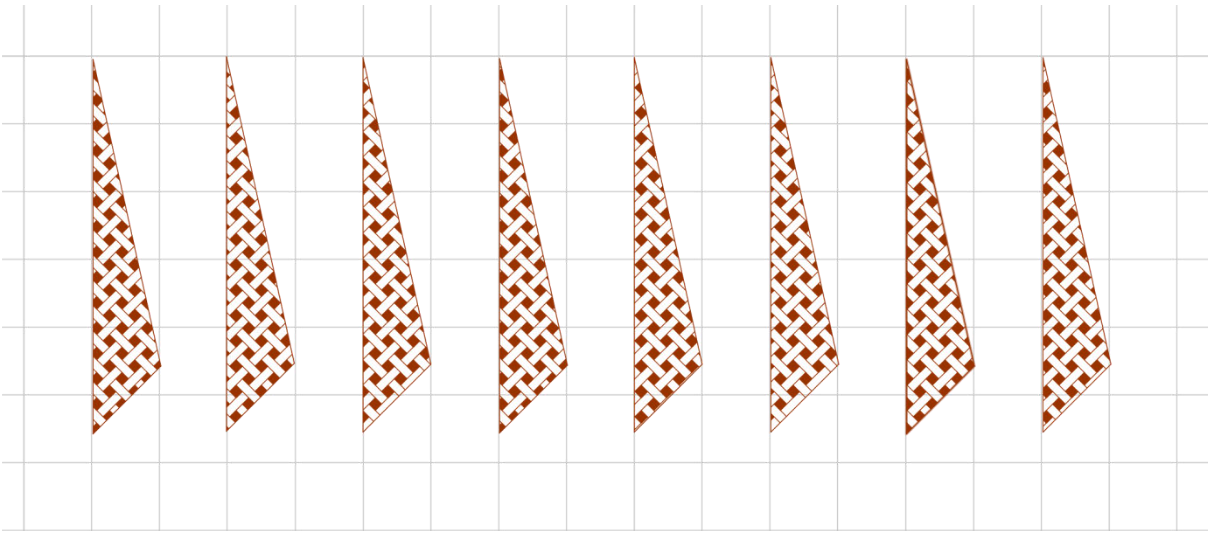


Rovnoběžníky byly sestrojeny tak, aby jejich vnitřní úhly měly velikosti 60° a 120°. Dají se tedy komplementovat k sobě navzájem přiložením kratší i delší strany. Tento úkol si bere za cíl transfer a následně jeho využití v praktické aplikaci. Žák prokáže, že dokáže propojit veškeré informace, které během práce se skládačkami nabyl a dokáže je aplikovat na konkrétním zadání.

Skládačky 4

1) Skládej obrázky z trojúhelníků. Dílky kombinuj, můžeš otáčet a převracet.





Skládačky 4 – MP

Cíle: návrh obrázku pro intarzii

Kompetence učitele: shodná zobrazení, osová souměrnost

Pomůcky: nůžky

Čas na realizaci: 10 minut

Předpokládané znalosti: osová souměrnost, práce s trojúhelníky

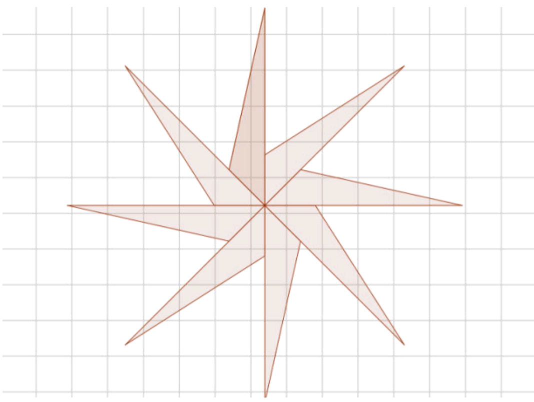
Očekávané výstupy: skládají a náležitě komentují své obrázky

Tento list se zaměřuje na práci s trojúhelníky. Jde o libovolné trojúhelníky. Úkolem je rozvíjet představivost a kreativitu při práci s předmětnými útvary. Trojúhelníky jsou rozděleny do dvou sad (vždy po osmi). Mají stejné šrafování, ale nejsou *přímo shodné* (srovnej přímou a nepřímou shodnost). Nepřímá shodnost těchto trojúhelníků je dána zobrazením v osové souměrnosti.

Trojúhelníky byly takto navrženy, aby k sobě naléhaly při tvorbě rozmanitých obrázků. Práce s geometrickými útvary je zábavná a děti v ní nalézají zábavu. I zde se dá práce s trojúhelníky motivovat různě.

Tip pro učitele: Skládání obrázků děti baví a rozvíjí je. Zahrajte si ve dvojicích hru na osovou souměrnost. Jako osu souměrnosti použijte dřevěnou špejli. Prohrává ten, kdo udělá nejdříve chybu.

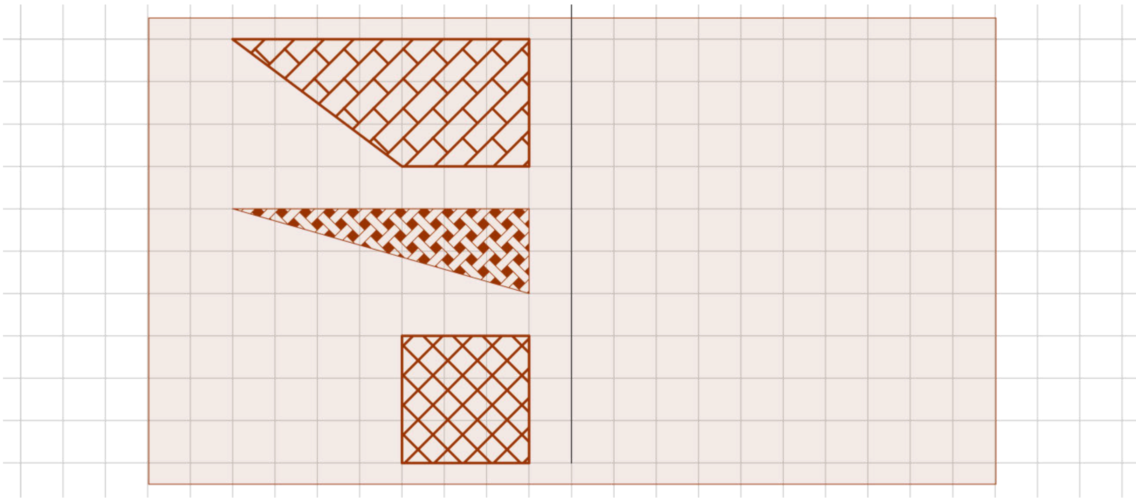
Příklad řešení:



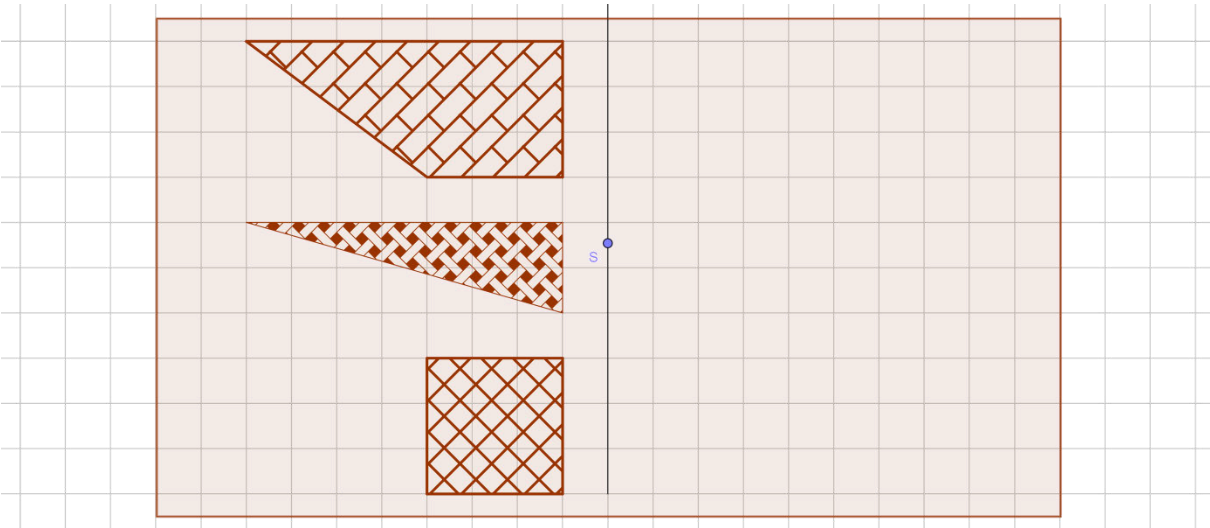
Příklad komentáře: Obrázek vznikl otáčením za použití 8 shodných trojúhelníků.

Skládačky 5

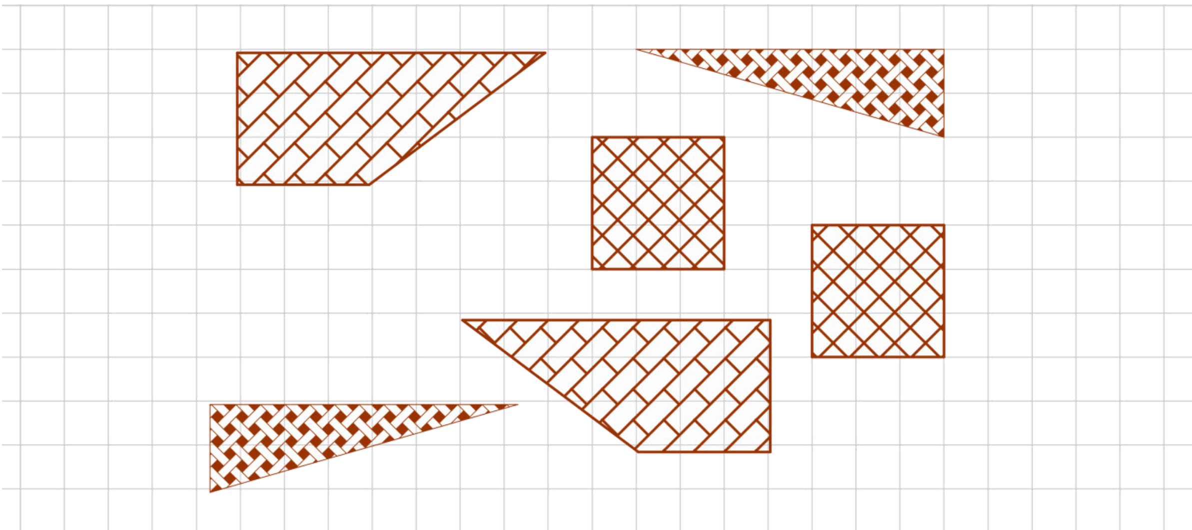
1) Úkolem je vymodelovat z přiložených tvarů (dole) obraz v osové a středové souměrnosti. V závěru popiš rozdíly v obou typech souměrností.
    - Osová souměrnost



    - Středová souměrnost



Tvary k rozstříhání:



Skládačky 5 – MP

Cíle: rozdíly mezi souměrnostmi

Kompetence učitele: osová a středová souměrnost

Pomůcky: nůžky, lepidlo

Čas na realizaci: 5-10 minut

Předpokládané znalosti: souměrnosti

Očekávané výstupy: ukáže praktickou znalost pro osovou a středovou souměrnost.
Formuluje základní rozdíly mezi souměrnostmi.

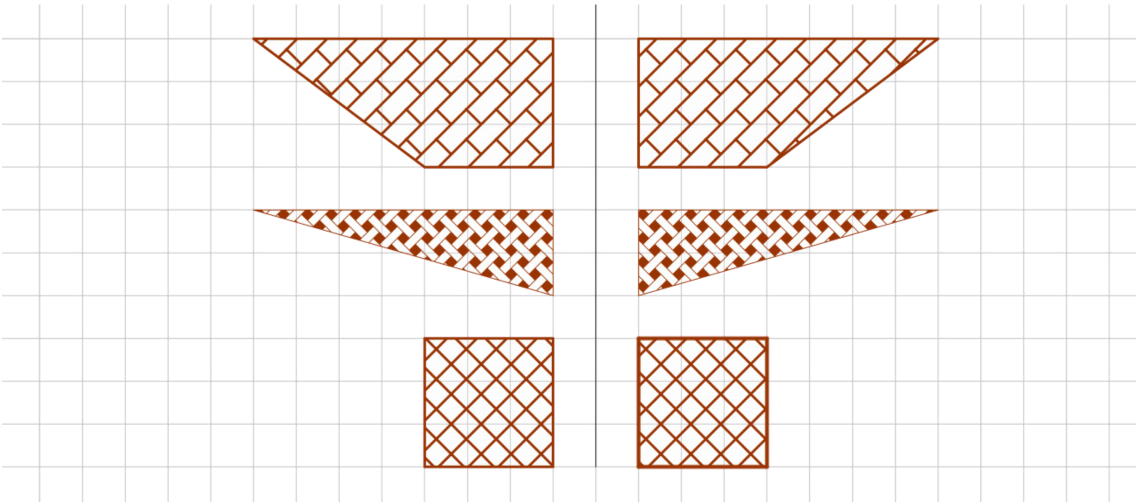
Tento materiál procvičuje jak osovou a středovou souměrnost, tak i částečně práci se skládačkami. Žáci mají za úkol nejprve nůžkami vystříhat jednotlivé tvary dole. Následně tvary správně nalepit k jednotlivým obrázkům podle příslušných požadavků.

První obrázek: Zde se požaduje nalepit tvary do plochy tak, aby splňovaly podmínku pro osovou souměrnost. Osou souměrností nechť je středová čára uprostřed obrázku. Žáci si při tomto úkolu opakují své znalosti o osové souměrnosti.

Druhý obrázek: Úkol je zde podobný, v tomto úkolu se požaduje totéž, ale obrázek má být souměrný středově. Středem souměrnosti je ve druhém obrázku zvýrazněný bod *S*. V závěru žáci hledají rozdíly v obrázcích a náležitě je komentují. Formulují závěr o zásadních rozdílech mezi oběma typy souměrností.

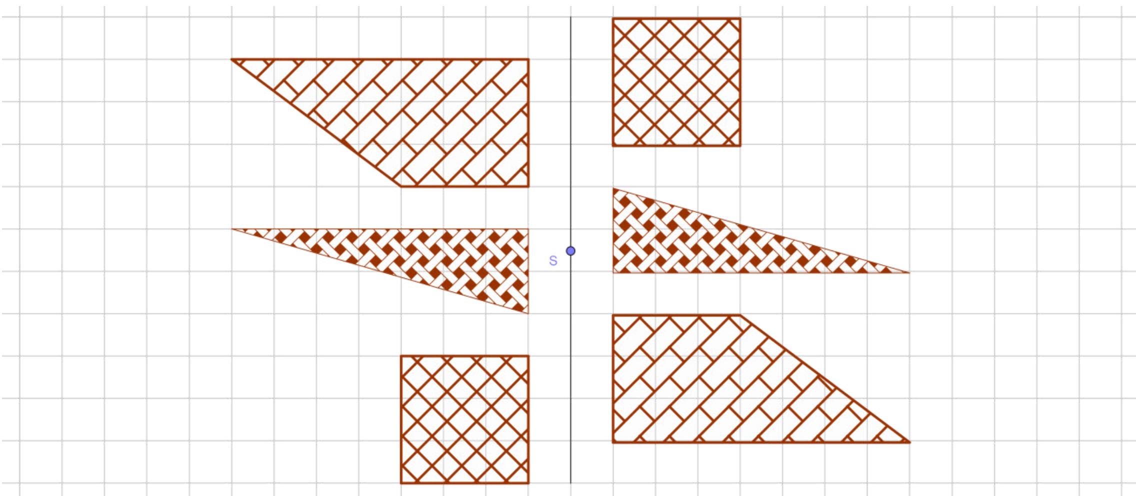
Tip pro učitele: Tato hravá forma, pomocí vystříhaných obrazců se dá využít i při výrobě *Intarzie*. Tvary se jednoduše překreslí na dřevěnou dýhu a poté nalepí na tvrdou podložku. Žáci si tak mohou vyrobit vlastní dekorace.

Řešení pro osovou souměrnost:



Obrázek 12 Obraz v osové souměrnosti

Řešení pro středovou souměrnost:

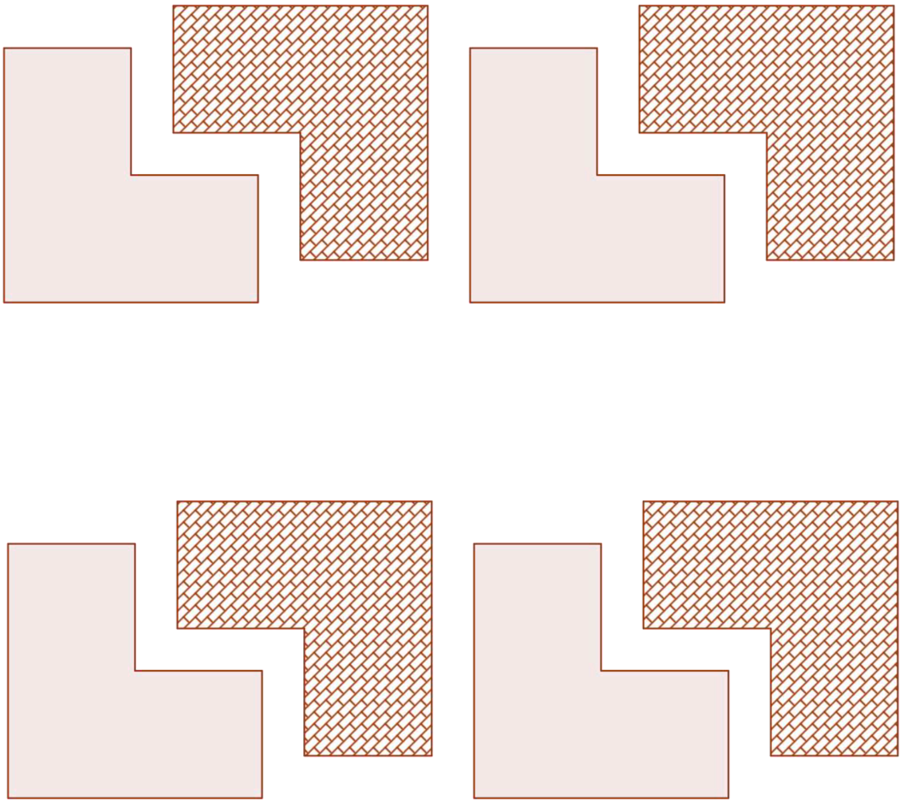


Obrázek 13 Obraz ve středové souměrnosti

Parketáž 1

1) Tvary vystřihněte a vytvořte z nich parketáže:

- Osově souměrné
- Středově souměrné



Parketáž 1 - MP

Cíle: parketáže s prvky souměrnosti

Kompetence učitele: práce s parketáží

Pomůcky: nůžky, lepidlo

Čas na realizaci: 5-10 minut

Předpokládané znalosti: osová a středová souměrnost

Očekávané výstupy: tvoří parketáže dle instrukcí

Tento metodický list chce využít znalostí o osové a středové souměrnosti. Žáci mají za úkol předtištěné tvary vystříhat a podobně jako skládanku složit v parketáž. Nejprve se budou zabývat parketážemi osově souměrnými. U nich je za úkol sledovat různá provedení. Svá řešení si žáci zakreslí na volný papír.

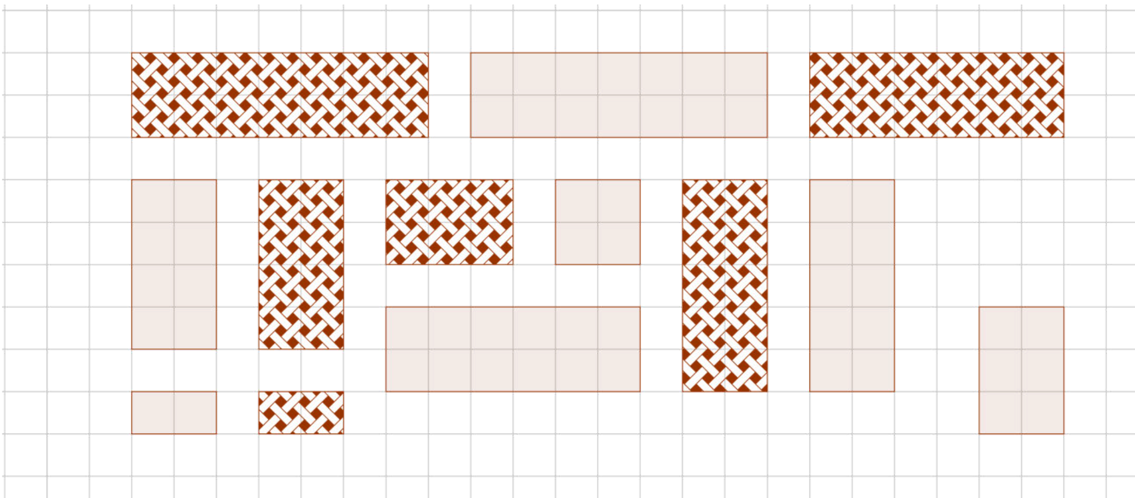
Podobný úkol čeká žáky ještě jednou. S rozdílem, že tentokrát se bude skládat parketáž souměrná středově podle vyznačeného bodu souměrnosti. Nakonec si žáci svá řešení představí a vybere se nejvydařenější provedení.

K dispozici by měli mít žáci celkem 16 „ukousnutých" čtverců. Pro lepší přehlednost jsou čtverce barevně rozlišeny. Pro každý typ parketáže použijeme 8 „ukousnutých" čtverců. Hotové parketáže se mohou podlepit tvrdším papírem.

Ještě před samotným začátkem práce by se měly společně zopakovat pravidla pro osovou a středovou souměrnost. Právě středová souměrnost může dětem na prvním stupni ZŠ činit obtíže. Proto je potřeba dát pravidla pro tyto typy souměrnosti ještě před začátkem práce společně dohromady. U středové souměrnosti připomeneme, že středová souměrnost zachovává rovnoběžnost.

Parketáž 2

1) Dole jsou různé obdélníky. Tvým úkolem je najít správný postup, jak pokrýt rovinu tak, aby byla pokrytá celá, bez mezer.



Parketáž 2 – MP

Cíle: efektivně pokrýt plochu, formulovat algoritmus k pokrytí roviny

Kompetence učitele: práce s parketáží

Pomůcky: nůžky, lepidlo

Čas na realizaci: 5 minut

Předpokládané znalosti: učivo o obsahu

Očekávané výstupy: pokrývá plochu bez mezer

Připravený materiál navazuje na učivo o obsahu. Žáci zde mají k dispozici obdélník o rozměrech 16 cm x 7 cm. Dole na listu jsou barevně rozlišené obdélníkové a čtvercové pásky, které mají žáci za úkol poskládat do vyznačeného obdélníku tak, aby pokryly celou jeho plochu, beze zbytku.

Úkol je do jisté míry rafinovaný a předpokládá bystrost a logické uvažování. Kromě toho má za úkol rozvíjet představivost. Úkol by měl směřovat žáky k tomu, aby se pokoušeli o různé možnosti, jak obdélníkové a čtvercové pásky do vyznačené plochy poskládat co nejefektivněji.

V závěru by se žáci měli pokusit zformulovat algoritmus, podle kterého lze připravenou plochu pokrýt:

Algoritmus: Připravenou plochu lze nejefektivněji (beze zbytku) pokrýt právě tehdy, pokud klademe pásky podle následujícího pravidla:

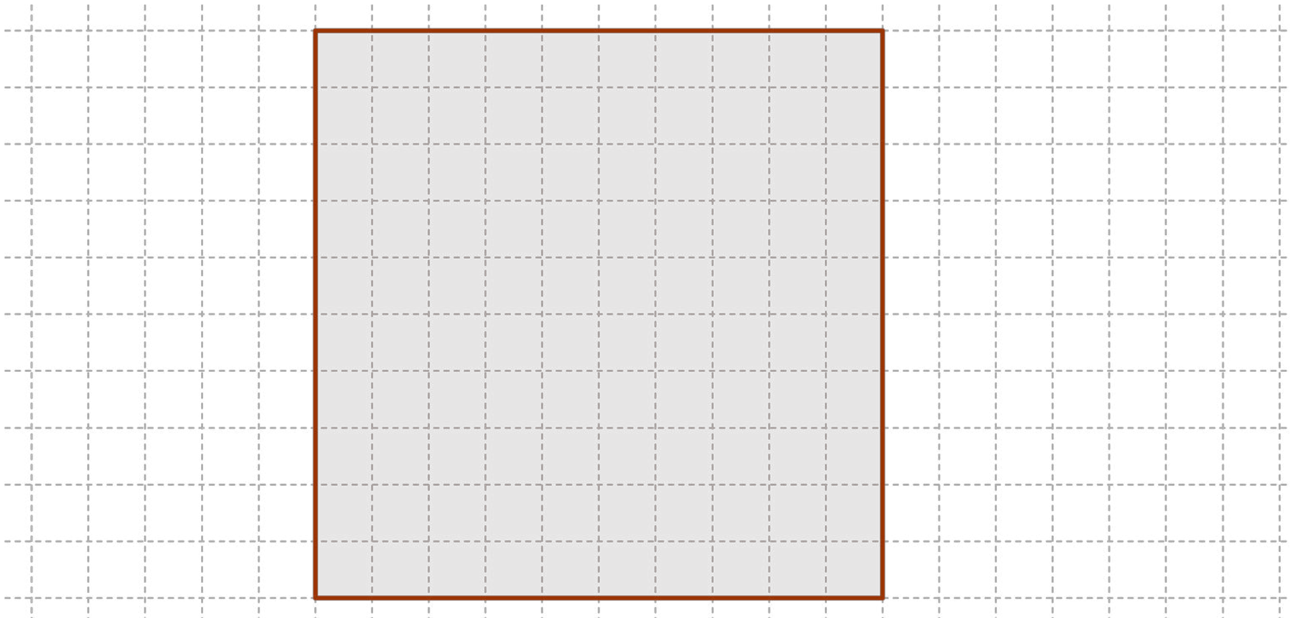
- Plocha má celkový obsah 16 cm x 7 cm = 112 čtverečných cm. Plocha všech obdélníkových a čtvercových pásků má rovněž stejnou plochu. Všimneme si, že všechny pásky mají stejnou šířku – 2 cm a libovolnou délku, tudíž pokrýt plochu beze zbytku jde právě tehdy, když volíme správnou kombinaci pásků. Proto vybíráme střídavě vždy jeden pásek bílý a jeden pásek šrafovaný.

Pokud šířka všech pásků je stejná, ohlížíme se při výběru pásků na jejich délku. Součet délek při výběru pásku musí dávat dohromady 7 cm. Takže volíme tyto kombinace:

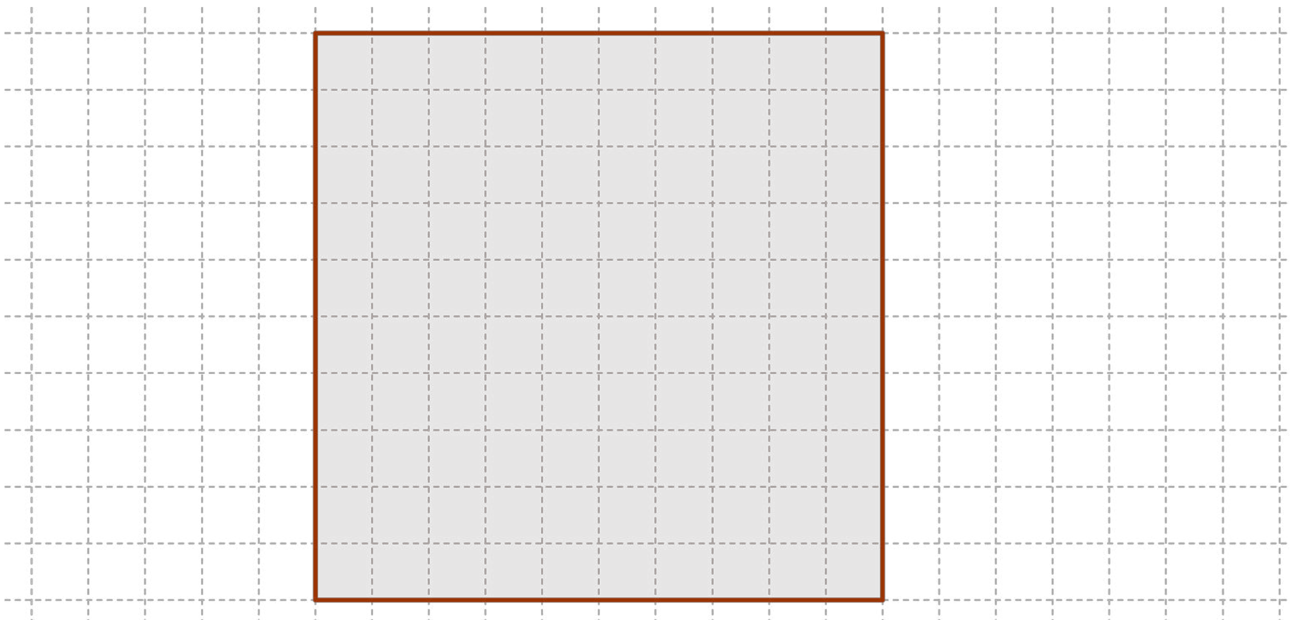
1. 7 cm + 0 cm
2. 6 cm + 1cm
3. 5 cm + 2 cm
4. 4 cm + 3 cm
5. 3 cm + 4 cm
6. 2 cm + 5 cm
7. 1 cm + 6 cm
8. 0 cm + 7 cm

Mozaika 1

1) Do vyznačeného čtverce vymodeluj pomocí černých papírových čtverců o straně 1 cm x 1 cm svá začáteční písmena.



2) Stejným způsobem vymodeluj libovolné dvojciferné číslo.



Mozaika 1 - MP

Cíle: orientace na ploše, čtvercová síť

Kompetence učitele: rozvoj představivosti, abstraktního myšlení

Pomůcky: černý a bílý papír, nůžky, lepidlo

Čas na realizaci: 5-10 minut

Předpokládané znalosti: -0-

Očekávané výstupy: modeluje číslice a písmena

Připravený materiál má charakter hry. Žáci mají za úkol pomocí černé barvy modelovat svá začínající písmena a oblíbená dvojciferná čísla. Modelování tímto způsobem lze motivovat různě.

Žáci si nejprve udělají představu o tom, jak a co budou modelovat. Bude následovat transfer na plochu. Učitel sleduje správné zasazení písmen či číslic do prostoru. Důležitá je zde představivost, přesnost a její aplikace na připravenou plochu.

Žáci mohou postupovat tak, že budou některé čtverce vybarvovat černou fixou. Tato varianta cvičí představivost.

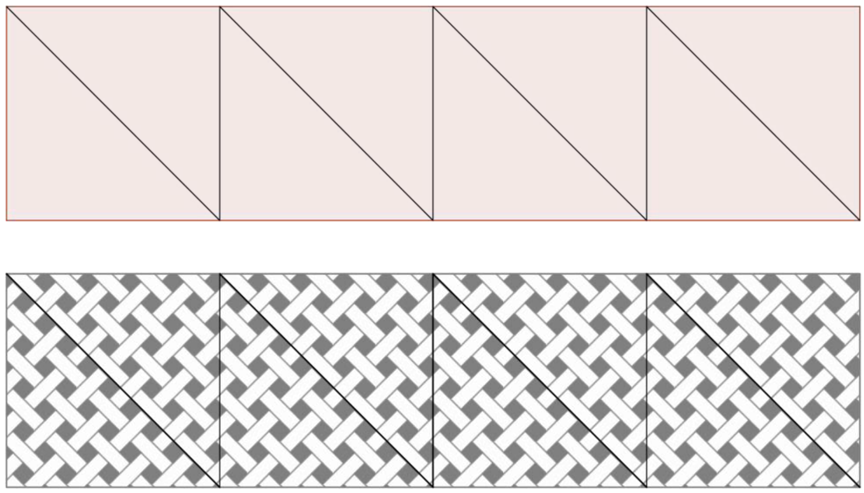
Druhá možnost je, že si připraví čtverečky z libovolného kolorovaného papíru o straně 1x1 cm a ty budou vlepovat do předtištěných čtverců. Postupně se jim bude před očima objevovat jejich iniciála (číslice).
Úloha rozvíjí představivost a cvičí paměť, dále rozvíjí i estetický cit a správnou orientaci na ploše papíru.

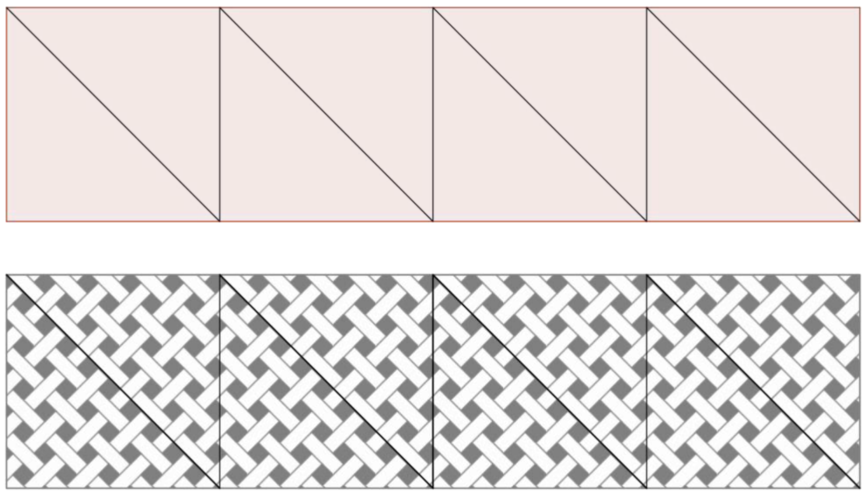
Tip pro učitele: I tento úkol nabízí celou řadu možností, jak jej motivovat. Zkuste modelovat oblíbené „smajlíky“.

Parketáž 3

1) Zde je 16 čtverců bílých a 16 čtverců šrafovaných. Čtverce diagonálně rozstříhej dle nákresu (vznikne ti 32 pravoúhlých trojúhelníků). Pak vytvoř dvě parketáže 16 x 16 cm, které budou:

   - osově souměrné
   - středově souměrné





Parketáž 3 - MP

Cíle: tvorba parketáže dle pokynů (osová a středová souměrnost)

Kompetence učitele: osová, středová souměrnost, technika parketáže

Pomůcky: nůžky, lepidlo, tvrdý karton

Čas na realizaci: 15 minut

Předpokládané znalosti: osová a středová souměrnost

Očekávané výstupy: tvoří jednoduchou parketáž

Předkládaný materiál slouží jako předloha pro tvorbu jednoduché parketáže. Využijeme při ní celkem 32 „půlčtverců“, to jsou čtverce diagonálně rozdělené na dvě totožné poloviny. Parketáž bude mít rozměry 16 x 16 cm.

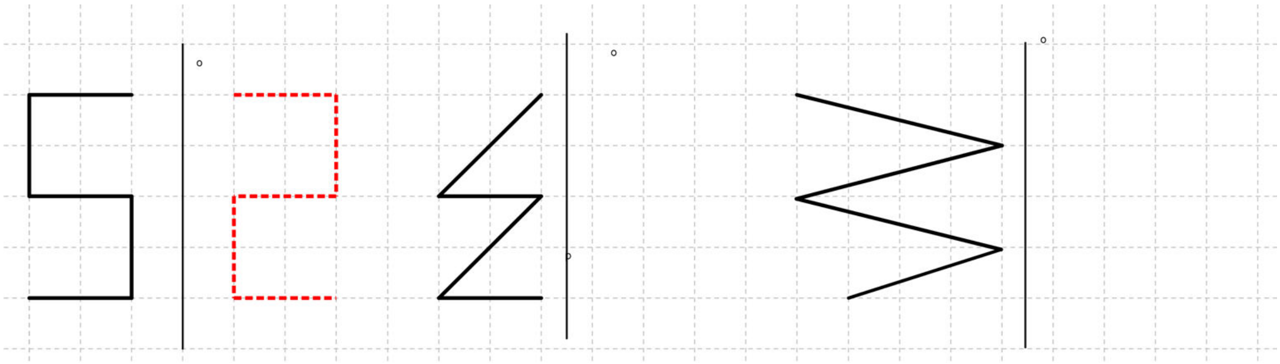
První úkol je jednoduchý. Parketáž bude osově souměrná. Žák si sám zvolí osu souměrnosti. Nabízí se hned několik variant. Osa může protínat parketáž horizontálně, vertikálně či diagonálně. Barevné rozlišení dílků má napomoci lepší přehlednosti.

Druhý úkol je podmíněn splněním prvního úkolu. Druhý úkol doporučíme pouze těm žákům, kteří bezchybně splnili předešlý úkol. Tento úkol nemusí být povinný pro všechny žáky, řekněme jen pro dobrovolníky. Tento úkol je složitější a vyžaduje mnohem větší soustředěnost a představivost. Důležité je předem připomenout tyto zásady:

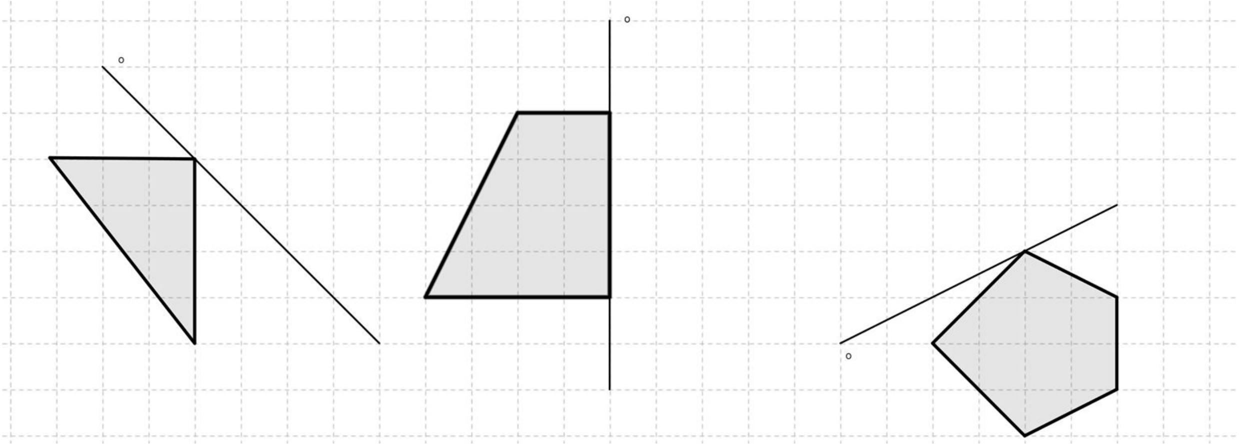
- osová souměrnost – obraz vzniká překlopením vzoru přes osu souměrnosti
- středová souměrnost – obraz vzniká otočením vzoru o 180° kolem středu souměrnosti. Středová souměrnost zachovává rovnoběžnost!

Souměrnosti 1

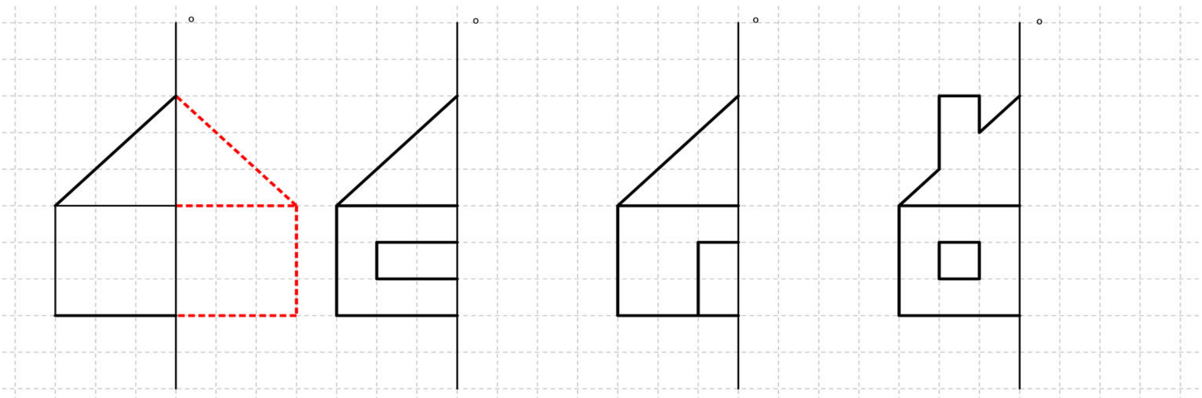
1) Dokreslete útvary v osové souměrnosti podle vyznačené osy *o*.



2) Dokreslete mnohoúhelníky v osové souměrnosti podle osy o.



3) Dle obrázku dokreslete ostatní domečky.



Souměrnosti 1- MP

Cíle: rozvoj geometrické představivosti, orientace na ploše papíru

Kompetence učitele:

Pomůcky: běžné rýsovací potřeby

Čas na realizaci: 5-8 minut

Předpokládané znalosti: úvod do osové souměrnosti

Očekávané výstupy: žáci prokáží zvládnutí problematiky. Pokusí se o jednoduchou definici na základě zkušeností ze cvičení.

Výuka osové souměrnosti je koncipovaná jako učivo pro 4. - 5. ročník ZŠ. Vyžaduje totiž předešlé zkušenosti, představivost a orientaci na ploše papíru. Velmi dobrou a názornou pomůckou může být dětem zezačátku klasické zrcátko nebo obyčejný kus papíru. Práce se zrcátkem je velmi zábavná, ale vyžaduje cvik. Zrcátko se přikládá k papíru v místě, kudy prochází osa souměrnosti. Žák se dívá do zrcátka, kde vidí zrcadlový obraz objektu, který sleduje.

Při použití papíru se využívá překládání. Při ohýbání papíru zůstává na papíře stopa po přehnutí, která znázorňuje osu souměrnosti. Pokud do přehnutého papíru vypícháme dírky, objeví se po otevření dírky i na druhé straně od osy *o*.

Osová souměrnost se dobře demonstruje na útvarech složených ze dvou naprosto totožných polovin. Z matematického hlediska se jedná o složeninu dvou nepřímo shodných částí, kdy jedna z částí je obrazem části druhé. Důkazem toho je „zrcadlová“ metoda. Osově souměrné útvary v rovině jsou určeny osou souměrnosti značenou jako osa *o*.

Příklady jsou v principu velmi jednoduché, nicméně kladou důraz na soustředění a představivost. Jsou seřazené dle obtížnosti tak, aby všichni žáci začali těmi nejjednoduššími. Výhodou materiálu je, že k práci žáci nepotřebují krom rýsovacích potřeb žádné další pomůcky. Učitel tak může materiál libovolně začlenit během výuky matematiky, nebo ve volných chvílích ve školních družinách.

V prvním cvičení si žáci procvičí představivost na jednoduché klikaté čáře. Můžou si pomoci nejprve pohledem do zrcátka a až poté rýsovat. První vzor má záměrně řešení vyznačeno červeně. Je to z toho důvodů, aby žáci na počátku práce lépe pochopili, co je jejich úkolem.

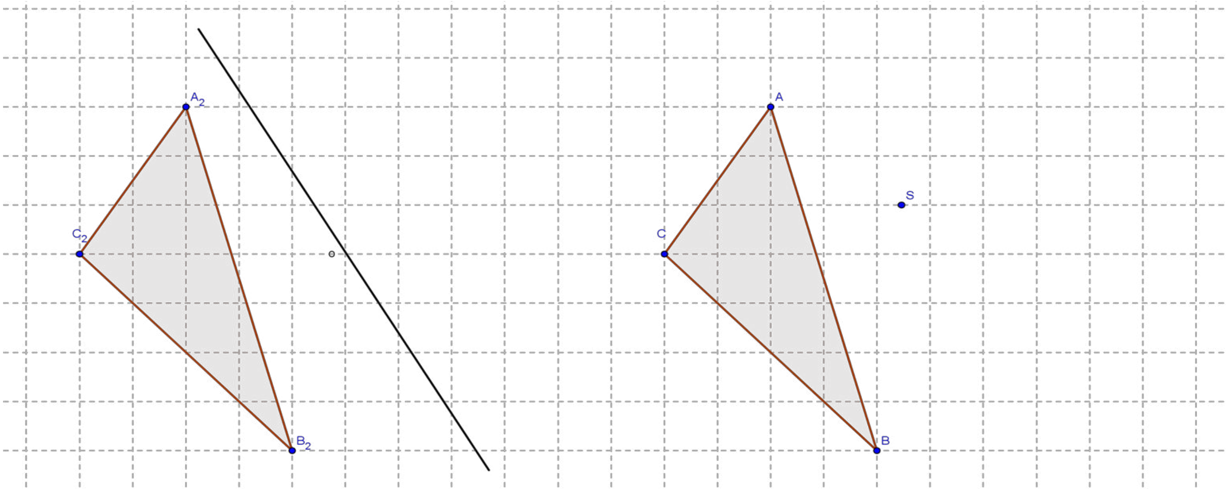
Druhý úkol má podobný cíl jako úkol předchozí. Na obrázku jsou některé plošné útvary, jejichž obraz v osové souměrnosti mají žáci dorýsovat. Plošné útvary se sice zobrazují obdobně, nicméně kladou již větší důraz na přemýšlení a přesnost rýsování. Pomoci má čtverečkovaná síť na pozadí obrázku.

Třetí a poslední úkol je podobný, ale přesto opět o něco složitější než dva úkoly předchozí.

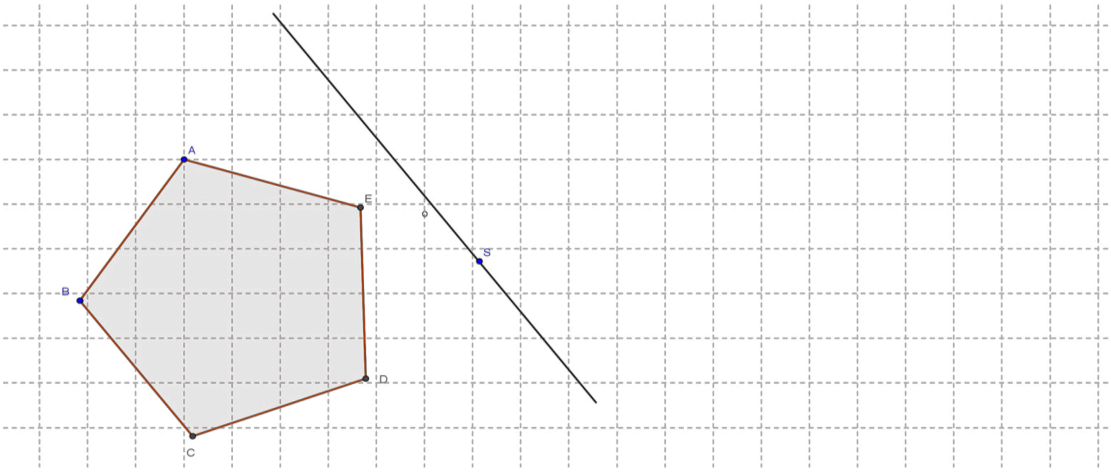
Možná se na první pohled zdá jednoduché domalovat domečky, ale při podrobnějším zkoumání se zjistí, že každý se od druhého trochu liší a o to tady jde - udržet žákovu pozornost až do konce práce.

Souměrnosti 2

1) Osová a středová souměrnost: Na obrázku jsou dva shodné trojúhelníky. První z nich zobraz v osové souměrnosti podle osy *o* a druhý zobraz v souměrnosti středové dle středu souměrnosti *S*. Použij program dynamické geometrie – GeoGebra. Pozoruj, co se s trojúhelníky po daném zobrazení děje.



2) Na obrázku je pravidelný pětiúhelník *ABCDE* a znázorněná osa souměrnosti *o*. Na ose *o* leží ještě další bod *S*. Pomocí GeoGebry zobraz pětiúhelník nejprve v osové souměrnosti podle osy o, poté ve středové souměrnosti podle středu souměrnosti *S*. Nakonec použij nástroj ukazovátko, s objekty pohybuj a sleduj, jak se mění.



Souměrnosti 2 - MP

Cíle: program GeoGebra- zvládnutí zobrazení osové a středové souměrnosti

Kompetence učitele: práce s PC, prostředí dynamické geometrie- GeoGebra, internet

Pomůcky: vlastní počítač

Čas na realizaci: 10 minut

Předpokládané znalosti: osová souměrnost, práce s PC (práce s programem GeoGebra)

Očekávané výstupy: žáci na základě práce s počítačem zvládnou definovat rozdíl mezi osovou a středovou souměrností

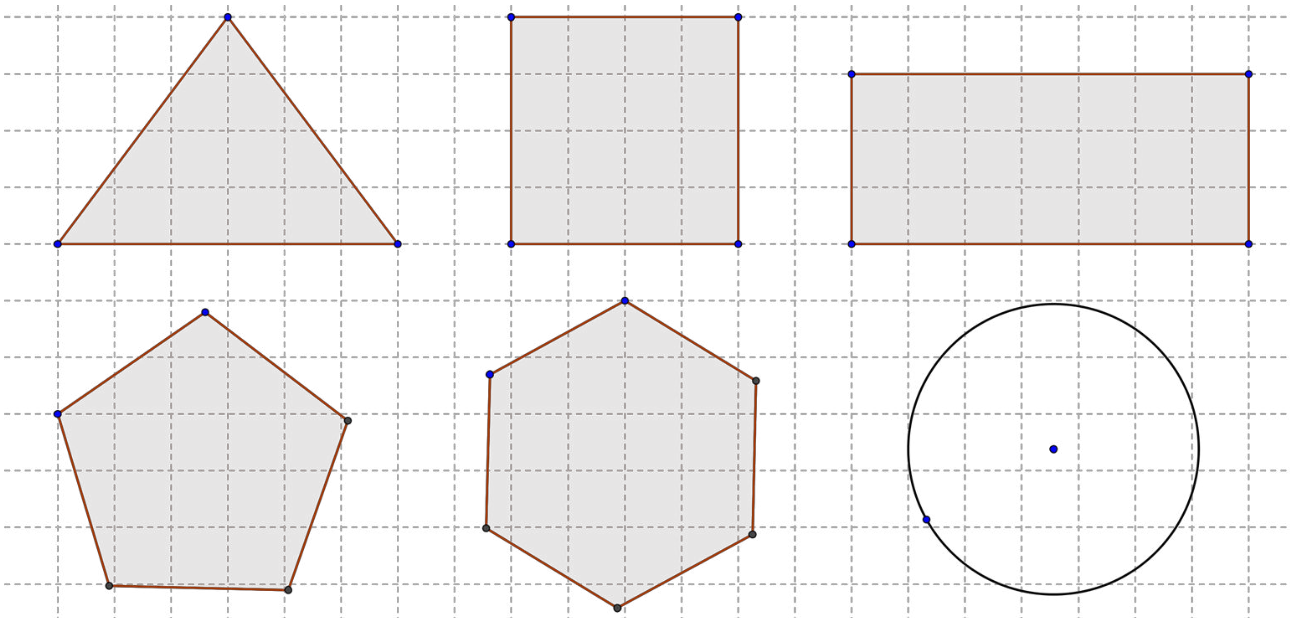
Soubor s názvem Souměrnosti 2 je volným pokračováním předchozího listu *Souměrnosti 1*. Za cíl si také mimo jiné klade pokrok a vlastní badatelský přístup ke cvičením. Náročností je opět o něco složitější a vyžaduje již zkušený přístup. Na rozdíl od předchozího listu, tento list je primárně určen do počítačových učeben. Je zde také kladen nárok, aby každý žák měl pokud možno k dispozici vlastní počítač. Pokud tato podmínka nemůže být z kapacitního hlediska splněna, je možno pracovat u počítače ve dvojicích. Příklady již patří mezi obtížné v tom smyslu, že vyžadují zkušenosti s programem dynamické geometrie - GeoGebra.

V prvním cvičení jsou dva shodné trojúhelníky. U prvního trojúhelníku je osa souměrnosti *o*. Žák si na liště vybere nástroj *Osová souměrnost*. Označí trojúhelník a klikne na osu souměrnosti *o*. Automaticky se zobrazí trojúhelník v osové souměrnosti dle označené osy *o*.

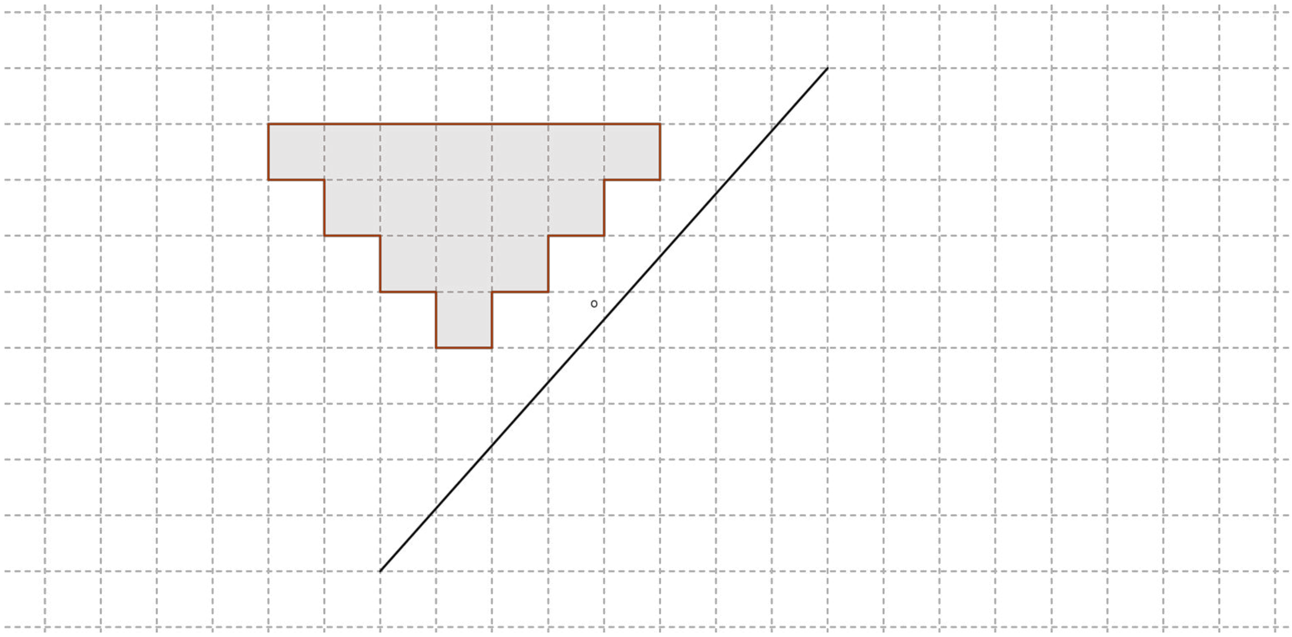
Nástroj *Osová souměrnost* funguje tak, že vyžaduje výběr správného nástroje na liště. Tímto nástrojem se označí objekt a osa souměrnosti, se kterými se pracuje a podle níž má být objekt následně zobrazován.

Souměrnosti 3

1) Na obrázku je 6 geometrických útvarů. U každého obrázku určete počet všech os souměrnosti a proložte je jimi.



2) Tajemný útvar: zobraz útvar v osové souměrnosti. Poté použij nástroj Ukazovátko a pohybuj s ním. Sleduj, jak se mění jeho obraz.



Souměrnosti 3 - MP

Cíle: zdokonalení plošné představivosti, práce na PC

Kompetence učitele: práce s PC, Internet

Pomůcky: běžné rýsovací pomůcky, barevný fix

Čas na realizaci: 10 minut

Předpokládané znalosti: Osová souměrnost, práce s GeoGebrou

Očekávané výstupy: žáci bezchybně ovládají zobrazení v osové souměrnosti bez použití „zrcátek“.

Pracovní list s názvem Osová souměrnost 3 navazuje obsahem také na list Osová souměrnost 1. Je to dáno tím, že možnosti cvičení pro osovou souměrnost jsou velmi rozmanité. Každé cvičení zdokonaluje jinou oblast žákova myšlení a procvičuje jiné znalosti a dovednosti.

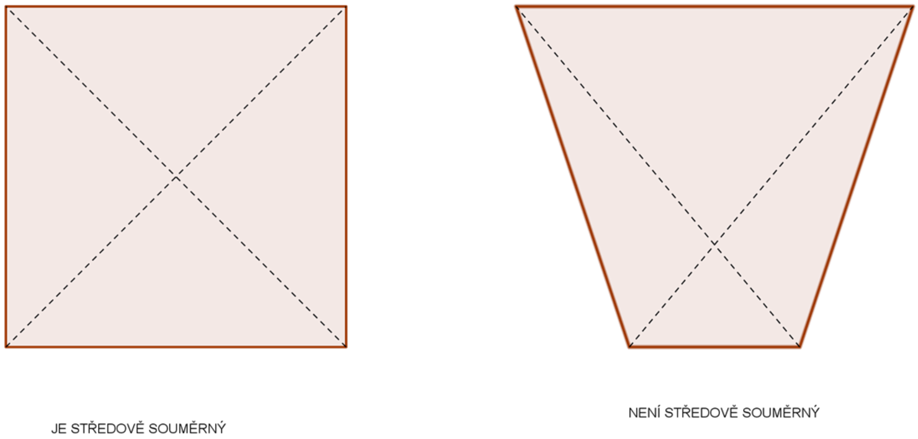
Hned v prvním cvičení je na obrázku 6 geometrických útvarů. Žáci si je mohou pojmenovat a v dalším kroku se pustit do úkolu. Úkolem je zde určit počet všech os souměrnosti a následně tyto osy proložit útvary. Útvary jsou skutečně rozmanité a žák se musí při cvičení soustředit. Variabilita cvičení umožňuje pracovat buď na vytištěném listu papíru, nebo ti zdatnější se mohou pustit do řešení v počítačové učebně. Záleží na učiteli, jak cvičení pojme. Předpokládá se, že v tuto chvíli již žáci nepoužívají jako pomůcku „zrcátko“ a že jsou schopni řešení sami a rychle nalézt. Všechna cvičení směřují nenásilnou formou ke zdokonalení geometrické plošné představivosti.

Ve druhém cvičení se nachází „tajemný útvar“. Hned vedle útvaru leží osa souměrnosti. Tento úkol je připraven pro prostředí dynamické geometrie GeoGebra. Úkolem je zobrazit útvar v osové souměrnosti podle vyznačené osy *o*. Poté na liště vybrat nástroj *Ukazovátko* a útvarem (nebo jeho obrazem) pohybovat do všech stran. Přitom sledovat, co všechno se děje. Tento děj se může žák pokusit zformulovat, čímž opět dosáhne k definici osové souměrnosti. Žák si přitom procvičuje manuální schopnost ovládat geometrický náčrtník.

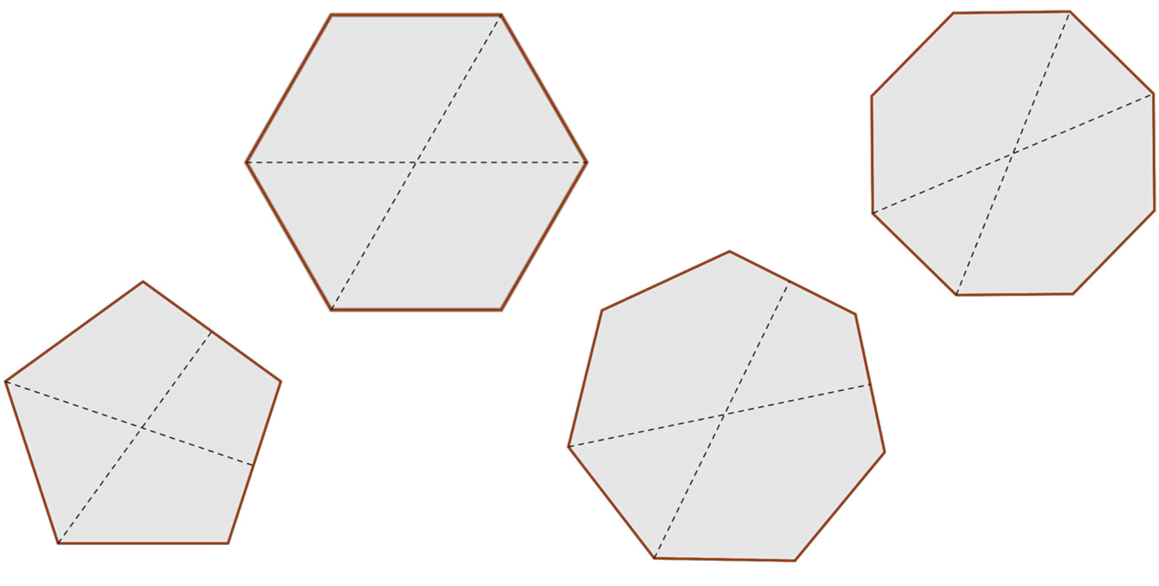
Středová souměrnost 1

Určení středové souměrnosti:

Po přeložení na dvě totožné poloviny se protější vrcholy kryjí.



1) U následujících mnohoúhelníků rozhodni, zda jsou / nejsou středově souměrné.



Středová souměrnost 1 - MP

Cíle: rozeznat středovou souměrnost

Kompetence učitele: středová souměrnost

Pomůcky: není potřeba žádných pomůcek

Čas na realizaci: 5 minut

Předpokládané znalosti: středově souměrná zobrazení

Očekávané výstupy: určí, zda se jedná nebo nejedná o středově souměrný útvar

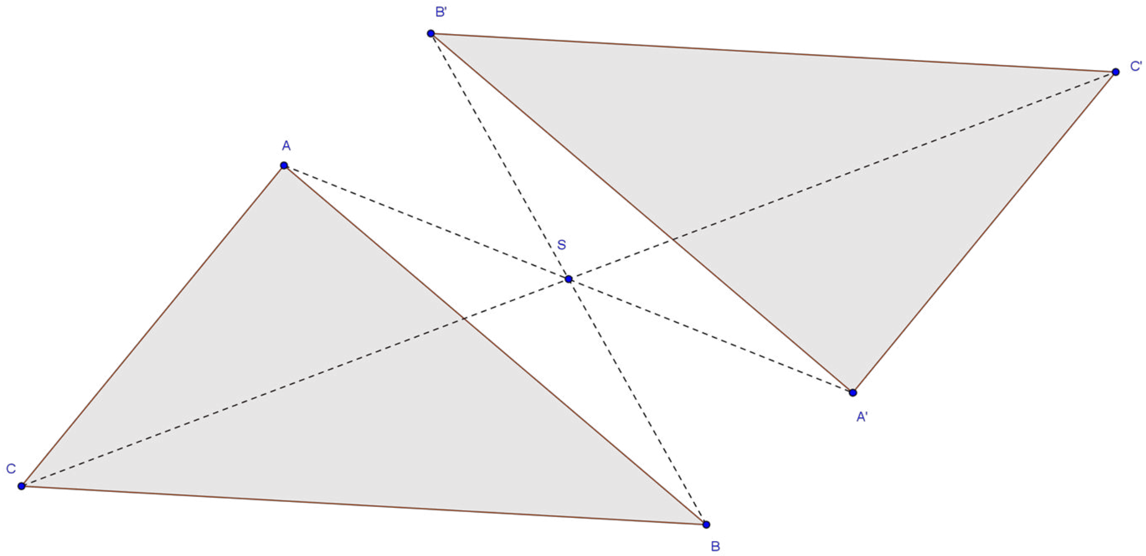
Středová souměrnost je velmi častá a stejně jako osová souměrnost se vyskytuje okolo nás. Pracovní list je určen žákům ještě na prvním stupni základní školy. Proto bylo nutné cvičení upravit a zjednodušit tak, aby odpovídala vědomostem žáků ve 4. a 5. ročníku. List byl vytvořen na základě propojenosti učiva tak, aby navazoval na osovou souměrnost v předešlých pracovních listech. Veškerá cvičení byla zjednodušena, aby s nimi mohli žáci efektivně pracovat a využít vlastnosti tohoto zobrazení například při výrobě jednoduché intarzie.

Pracovní list obsahuje nejprve krátkou úvodní rekapitulaci učiva. Žáci si díky názornému obrázku a vysvětlení snáze vybaví definici pro středově souměrné zobrazení. Této definice mohou využít v následujícím cvičení. Zde mají za úkol vybrat mezi čtyřmi náhodně volenými mnohoúhelníky ty, které splňují / nesplňují kritéria pro středovou souměrnost.

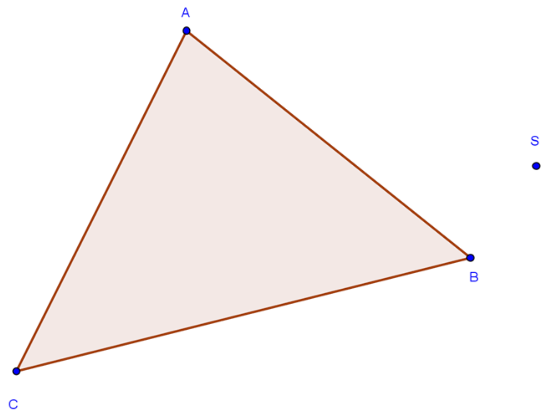
Mnohoúhelníky jsou v následujícím pořadí:

- pětiúhelník- není středově souměrný
- šestiúhelník- je středově souměrný
- sedmiúhelník- není středově souměrný
- osmiúhelník- je středově souměrný

Středová souměrnost 2



1) Trojúhelník *ABC* zobrazte ve středové souměrnosti dle středu *S*.



Středová souměrnost 2- MP

Cíle: rýsování ve středově souměrném zobrazení

Kompetence učitele: středová souměrnost

Pomůcky: rýsovací potřeby

Čas na realizaci: 5 minut

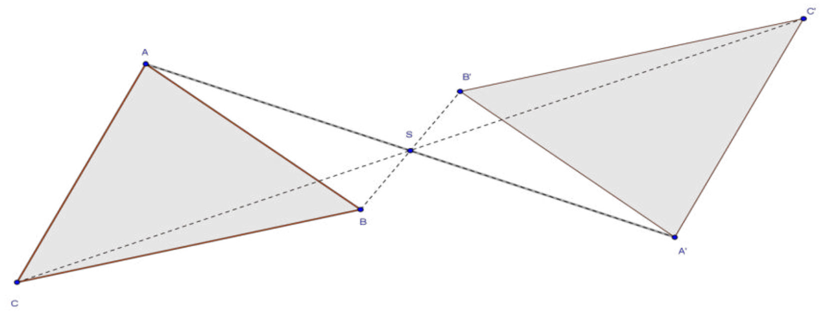
Předpokládané znalosti: středově souměrná zobrazení

Očekávané výstupy: rýsuje útvary ve středově souměrném zobrazení

Tento pracovní list je volným pokračováním předešlého listu. Žáci již umí rozeznat středově souměrné útvary a nyní je jim předkládán pracovní list, který prověří, zda jsou žáci schopni využít své vědomosti a dovednosti k rýsování středově souměrného útvaru.

Úkol sice patří k těm složitějším, ale přesto by ho měli žáci zvládnout i na prvním stupni základní školy. I v tomto cvičení bylo použito určitého zjednodušení.

V první části listu je návodný obrázek a zároveň zopakování látky o středově souměrných útvarech. Na obrázku je trojúhelník *ABC* a opodál se nachází střed souměrnosti *S*. Přerušovanými čarami jsou naznačeny spojnice jednotlivých bodů se středem souměrnosti *S*. Z obrázku jasně vyplývá definice pro tento typ zobrazení i návod ke cvičení 1, kde mají žáci za úkol narýsovat daný trojúhelník ve středové souměrnosti. Zjednodušení tohoto cvičení spočívá v tom, že hledaný trojúhelník je analogický s úvodním trojúhelníkem.



3 Praktická část

Tato práce se prakticky zaměřuje na teselace, tedy pokrývání roviny pomocí geometrických tvarů. Pokrývá se určená plocha pokud možno tak, aby nevznikaly mezery. Tyto techniky se uplatňují v umění i v praktickém životě. Teselace je tedy také o přemýšlení a o volbě správného kladu, představivosti a orientaci.

Z geometrických tvarů jsme pro tuto práci vybrali různé typy trojúhelníků, čtverce a též „půlčtverce", se kterými pracuje ve své publikaci A. Hošpesová (1996). Tento geniální pojem nás zaujal, protože se dokáže výstižně definovat a tím pádem je i pro nejmenší děti srozumitelný. Vlastně se nejedná o nic jiného, než o typ rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníku. Pokud si zvolíme jednotkový čtverec, diagonálně jej rozdělíme, pak vznikne „půlčtverec" o stranách 1 x 1 x √2.

Tyto nejzákladnější geometrické tvary, které v této práci používáme, jsou i dětem na počátku školní docházky velmi blízké, znají je již z mateřských škol. Práce se čtverci a trojúhelníky je jednoduchá a děti si je mohou snadno nastříhat z různých materiálů.

Abychom ve školním prostředí k teselaci dospěli, bylo nutné připomenout i jiné dílčí celky jako propedeutika osové a středové souměrnosti, základy klasifikace mnohoúhelníků, konvexní a nekonvexní útvary, práce se skládačkami.

3.1 Výběr základní školy

Praktické ověření pracovních listů jsme se rozhodli uskutečnit na ZŠ Pohůrecká s laskavým svolením vedení školy. Praktickou část jsme uskutečnili ve třídě 5. C, pod dohledem třídní učitelky. Do zmiňované třídy dochází celkem 24 dětí, z toho je 14 děvčat a 10 chlapců. Jedná se o běžnou třídu. Předmětem našich ověřovacích hodin byly teselace (pokrývání roviny), výroba jednoduché intarzie a zakomponování praktických dovedností do výuky o geometrickém učivu.

3.2 Přípravná fáze

Přípravě na praktické ověřování v základní škole jsme věnovali čas. Sháněli jsme materiál, promýšleli jednotlivé úkoly, jednotlivé detaily a situace, k nimž by během hodiny mohlo dojít. Hned na začátku bylo jasné, že věnovaný čas bude omezený, a proto jsme se práci snažili dětem co nejvíce připravit, abychom se nezdržovali zbytečným stříháním.

Pro skládání *Tangramu* nebylo potřeba zvláštní přípravy. *Tangram* děti dostaly předtištěný na listu papíru. Skládanku si vystřihly a pak jen skládaly.

Více přípravy bylo nutno věnovat druhému úkolu, který se zabýval teselací a výrobou dýhované intarzie. Měli jsme k dispozici celkem dva velkoformátové archy dýhy (4 m x 1,5 m). Každý z archů byl z jiného druhu dřeva. To bylo účelné, protože každé dřevo má specifický odstín barvy a s barvou se u intarzií pracuje. Tyto archy bylo nutno připravit pro praktickou hodinu ve škole. Po důkladném promyšlení práce jsme na archy pomocí dvou pravoúhlých pravítek předrýsovali čtverce 5 cm x 5 cm a připravili tak pro každého žáka celkem dva menší archy, každý o rozměrech *A5*. Na každém z těchto dvou malých archů jsme měli pro každého žáka předrýsováno 12 čtverců. Jinými slovy jsme pro každého měli 12 světlých a 12 tmavých čtverců o daných rozměrech.

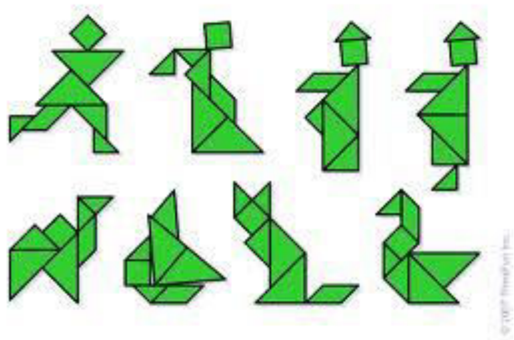
3.3 Ověřovací hodiny na ZŠ Pohůrecká

Náplní pracovních listů byly práce se skládačkami, osová a středová souměrnost, teselace – mozaiky a parketáže. Některé listy jsme se pokusili prověřit, abychom dostali zpětnou vazbu. Na ZŠ Pohůrecká nám byly vyčleněny dvě „dvouhodinovky“, během nichž jsme ověřovali tyto pracovní listy do praxe. V první části našeho setkání jsme děti seznámili se skládankou *Tangram*. Druhé setkání jsme věnovali teselacím a výrobě intarzie. Tyto pracovní listy jsme vybrali proto, že nejvíce vystihují předmět této diplomové práce. Práce s *Tangramem* je v prvé řadě poutavá, protože dětem připomíná hru. Mimo jiné práce s trojúhelníky zapojuje logické uvažování a schopnost abstraktního myšlení. Dalším pozitivním aspektem je, že s ním mohou pracovat děti od 8 let. Manipulací s touto skládankou jsme se s dětmi připravili na další práci, tentokrát na plošné pokrývání. Takže obě práce na sebe plynule navazovaly.

3.3.1 První ověřovací hodina

Pro začátek jsme tvořili ze skládanky *Tangram*, která byla pro děti připravená k rozstříhání na papírovém listu. Skládanka měla rozměry 10 x 10 cm. Skládání jsme věnovali celkem dvě vyučovací hodiny.

Na tuto hodinu jsme připravili k ověření pracovní list s názvem *Tangram 2*. Tento pracovní list jsme vybrali zejména proto, že se nám zalíbila předloha pro barevné skládání. Děti si vystřihly *tangramovou skládanku* a my jsme vysvětlili zásady pro její skládání. Pak děti dostaly první úkol. Úkolem bylo poskládat všechny postavičky.



Obrázek 14 Předloha pro skládání Tangramu

Skládanku jsme nejprve zkoušeli skládat nejjednodušším možným způsobem. To znamená, že jsme skládali obrázky podle předlohy s vyznačenými obrysy používaných dílků, přesně tak, jak je vidět na obr. 14.

Jak jsme předpokládali, první skládání šlo obtížně - děti neměly potřebné zkušenosti se skládáním. Ale tento problém jsme záhy překonali a společně hledali správné dílky a učili se je pokládat a otáčet. Děti následně již vystihly správný způsob a práce šla mnohem lépe. Jakmile prvních pár jednotlivců přišlo na to, jak skládanku skládat, okamžitě na to postupně přicházeli i další. U *tangramové skládanky* platí jednoduché pravidlo, které říká, že čím více skládáš, tím lépe ti to jde.

Jak byly postupně děti se skládáním hotové, zkoušeli jsme skládat obrázky dle vlastní fantazie. Děti měly k dispozici skládanku se sedmi dílky a pravidla pro následující skládání byla stejná – skládat cokoliv, ale použít musí všechny dílky.

V posledním kroku této hodiny jsme se dostali k problematice skládání geometrických obrazců, analýze a syntéze mnohoúhelníků. Chtěli jsme touto prací ukázat jiný způsob výkladu, který by mohl obohatit a zpestřit práce v hodinách matematiky, především však geometrie. Příznivci konstruktivistické metody, M. Hejný a F. Kuřina (2001), doporučují práci obohacovat o činnosti, kde se zapojuje „vícero smyslů“. Dítě tak vnikne do problematiky mnohem hlouběji a s větším zapálením, protože mu takové činnosti i nadále právem připomínají hru. Ve svých publikacích zdůrazňují důležitost vnitřní motivace pro aktivní zapojení ve výuce.

Společně s dětmi jsme si uvědomili, že mnohé mnohoúhelníky vznikly složením z jiných mnohoúhelníků. Vzniklé mnohoúhelníky lze libovolně skládat a rozkládat nebo obměňovat. Dají se z nich skládat obrázky podle předpisu nebo bez něj. Zkráceně řečeno, jedná se o specifickou činnost, při které se zapojují smysly, dochází k rozvoji představivosti a tvořivosti.

3.3.2 Závěr z hodiny č. 1

Děti přijaly novou metodu práce s geometrickými tvary již v počátku práce velmi dobře. Všimli jsme si, že zájem o činnosti, které připomínají hru, u žáků 5. třídy ZŠ stále přetrvává. Byl vidět zájem o práci a konstruktivismus. Práce, která se dětem v počátku mohla zdát velmi jednoduchá, nakonec vyžadovala spoustu soustředění a trpělivosti při skládání. Například celkem dlouho trvalo, než děti přišly na to, jak z *tangramového* čtverce poskládat trojúhelník. Při rozhovoru s dětmi jsme se dozvěděli, že je práce nejenom nadchla, což bylo patrné při práci, ale také vedla děti k tomu, aby si uvědomily některé vztahy, které plynuly z práce se skládačkami. Například, že mnohé mnohoúhelníky (obdélník, lichoběžník, kosodélník) lze syntetizovat z dílčích geometrických tvarů a naopak.

Práce s geometrickými tvary děti upoutala, hned po úvodní hodině nám bylo sděleno, že s prací se skládačkami, ani s pokrýváním roviny se zatím nesetkaly a spontánně vymýšlely, jak by se tato technika dala využívat jinak.

„Nikdy jsem něco takového nedělal, skládat obrázky podle fantazie.“

„Byla to zábava, i když mi to na začátku moc nešlo.“

„Bylo to něco, co jsme nedělali, ale to mi nevadilo."

3.3.3 Druhá ověřovací hodina

Při druhém setkání jsme se zabývali teselací, tedy pokrýváním roviny a tvorbou intarzie. Touto hodinou jsme chtěli ukázat, jaký význam a zejména přínos má geometrie pro praxi. Připravený jsme měli pracovní list s názvem *Mozaika 2*. Pro děti jsme zajistili materiál - dřevěnou dýhu, zbytek věcí měli děti ze školních zásob. Předmětem práce byly na dřevěné dýze předrýsované čtverce o délce strany 5 cm. Tyto čtverce měly děti za úkol rozdělit pravítkem na „půlčtverce[4]". V dalším kroku jsme lepili tyto „půlčtverce" o dvou odstínech na papírový karton formátu A4 takovým způsobem, aby vždy dva sousední „půlčtverce" k sobě přiléhaly tak, aby doplňovaly čtverec. Děti měly několik možností, jak čtverce k sobě nalepit. Během lepení vznikaly díky barevnému rozlišení zajímavé obrázky. Děti sami přišly na to, že když k sobě kladly dva „půlčtverce" rozdílné barvy nebo stejné barvy, vznikaly zajímavé geometrické složeniny.

3.3.4 Závěr z hodiny č. 2

Někteří žáci vsadili při tvoření na jednoduchost. Kladli naprosto pravidelně „půlčtverce" k sobě a střídali při tom vždy jednu barvu světlou a jednu barvu tmavou. Jiní přišli na to, že mohou pomocí malých „půlčtverců" modelovat svá začínající písmena.

„Zjistil jsem, že z trojúhelníků jdou udělat i písmena."

Další zkoušeli pracovat s osovou souměrností. Přišli na to, že mnoho objektů reálného světa se skládá z osově souměrných útvarů. Při samotném skládání bylo u žáků evidentní zapálení a jsme přesvědčeni o tom, že jim skládání přineslo nové zkušenosti, a že si s sebou děti odnesly spoustu pozitivního. Tento způsob učení se osvědčil -

[4] Půlčtverce: vznikají diagonálním rozdělením čtverce na dvě poloviny.

aktivizoval a nepřímo děti nutil k objevování a s ním spojenou hrou. Evidentní byla motivace a chuť si vyzkoušet něco nového.

„Bylo super, že jsme si vyzkoušeli něco nového."

„Chtěl bych si vyrobit šachovnici, abych mohl hrát šachy."

Dokonce se nám podařilo překlenout i počáteční problémy s materiálem, který se při stříhání v jednom směru lámal. Při lepení disperzním lepidlem se při nanesení větší vrstvy lepidla materiál kroutil a vyžadoval zatížit.

„Trochu se to lámalo, ale pak jsem přišla na lepší způsob a šlo to skvěle."

„U stříhání se to trochu lámalo, ale jinak dobrý."

„Nešlo mi lepit, kroutilo se mi to."

Ukázali jsme si při těchto hodinách, že geometrie je zajímavá, zábavná, a že může být plná vlastních objevů. Jsme přesvědčeni o tom, že se dětem líbila originalita tématu a práce s neobvyklým materiálem, jako byla v našem případě dřevěná dýha.

Dovolujeme si hodnotit toto setkání o něco lépe než předchozí, protože si děti uvědomily užitou hodnotu této práce. Jejich práce byly velmi zdařilé, variabilní a originální. Při závěrečném rozhovoru s paní učitelkou vyšel najevo zájem o další pracovní listy, které se nám již během ověřovacích hodin nepodařilo odzkoušet.

4 Závěr

Předkládaná práce měla za úkol vytvořit sadu pracovních listů pro výuku geometrie na 1.stupni základní školy. Zaměřili jsme se na geometrické modelování s využitím geometrických skládaček, na práci s parketážemi, mozaikami a na to, jak využít připravený materiál k tvorbě intarzie. Nejprve bylo nutné připravit teoretické podklady k práci a v nich podrobně rozebrat danou problematiku. Zastavili jsme se nejprve nad koncepčním pohledem na matematiku a nad rozdíly, které plynou z pohledu dnešních inovativních přístupů. Další kapitoly se věnovaly geometrické představivosti a důležitosti modelování pro vzdělávací proces a pro rozvoj kognitivních schopností žáků. Nechybí názory uznávaných odborníků v oblasti didaktiky matematiky – prof. RNDr. Milana Hejného a prof. RNDr. Františka Kuřiny, kteří se věnují konstruktivnímu vyučování. V dnešní době je pedagogický formalismus naštěstí překonán a inovativním metodám, rozvíjejícím žákovo chápání a poznávání či objevování, je cesta otevřená. Učitel by měl mít snahu na tom, aby žáka vnitřně rozvíjel, vhodně zvolenými příklady motivoval k aktivitě a k vlastnímu bádání a v neposlední řadě vytvářel edukační prostředí, které je hravé a podněcuje k vlastní tvořivosti.

Další kapitoly navazovaly shrnutím teorie o shodných zobrazeních, kde se zaměřily zejména na osovou a středovou souměrnost. S těmito typy zobrazení pracujeme u většiny pracovních listů, a proto bylo důležité se nad nimi chvíli zastavit. Dále jsme připomenuli podstatné rysy učiva o mnohoúhelníkách - jak je klasifikujeme a jak volíme správný postup při jejich konstrukcích. Tyto kapitoly doplňují vlastní konstrukce vytvořené v programu GeoGebra. V dalších kapitolách bylo třeba definovat práci se skládačkami, co jsou to skládačky a k čemu je v matematickém vyučování lze využít. Pro inspiraci jsme ilustrovali čtyři nejznámější skládačky, se kterými je možno na základní škole manipulovat. U některých jsme přiložili návody včetně obrázkových předloh pro jejich skládání. V návaznosti s tímto jsme přešli k vysvětlení pojmu teselace a upřesnili základní rozdíly mezi parketáží a mozaikou.

Zároveň bylo třeba komentovat naše zkušenosti s konstruktivní pedagogikou, které se zezačátku opíraly jen o teoretické podklady. Při ověřování na vybrané základní škole byl zřetelný zájem žáků o tvořivou činnost. Ve výsledku tato práce přinesla spoustu nových zkušeností a i přesto, že čas byl omezený, podařilo se ověřit několik pracovních listů. Zaujalo nás, že se práce těšila mezi žáky velké oblibě právě pro svou podobu. Tímto jsme zaznamenali přínos zejména pro nás samotné. Dále jsme zpozorovali, že se do práce zapojili bez výjimky všichni žáci. I ti méně nadaní přicházeli se zajímavým řešením a s chutí se zapojili do práce. Se zaujetím jsme sledovali, jak obratně si žáci počínají s dřevěným materiálem. I přes menší potíže v závěru práce jsme teselace a intarzie zvládli. Od žáků nás překvapily převážně pozitivní reakce. V tomto ohledu jsme byli tedy velmi spokojeni.

I přesto, že tato diplomová práce představuje obsáhlou problematiku, bylo by jistě zajímavé zabývat se otázkou, zda by se skládačky, teselace a intarzie daly využít i na druhém stupni základní školy a jakým způsobem by se zapojily do vyučování v souvislosti s pěstováním pracovních klíčových kompetencí a vzdělávacích oblastí. Předpokládáme, že na druhém stupni základní školy mají žáci již více zkušeností a práce by jistě mohla být, co se do používaných geometrických tvarů týče, mnohem pestřejší a zajímavější. Praktické skládání by mělo přínos zejména pro žáky, v tomto ohledu by stálo jistě za to, předložit techniky této práce žákům druhého stupně a propojit jejich dovednosti s mezioborovým přesahem do pracovního vyučování v dílnách. Se staršími dětmi by se dala vytvořit dýhovaná intarzie v pravém slova smyslu - lepená na tvrdou podložku, závěrečně zbroušená a nalakovaná.

V tomto ohledu a na závěr této práce bychom si přáli, aby si zde každý našel něco, co ho inspiruje a zaujme. Nezáleží na tom, zda se jedná o učitele elementaristu nebo učitele s mnohaletými zkušenostmi. Inspirovat chceme i učitele a studenty, kteří se nebojí vyzkoušet nové metody práce a nebrání se tvořivým přístupům.

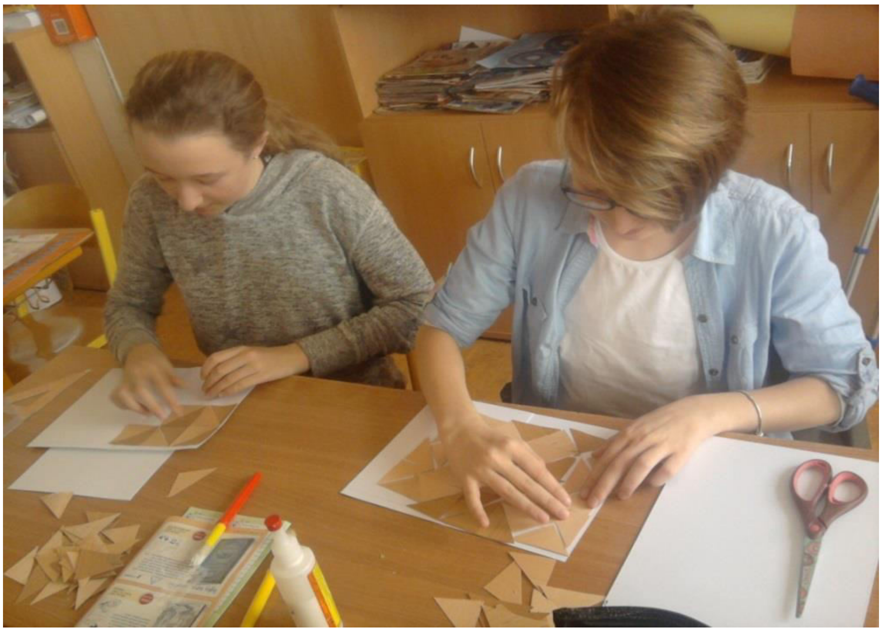
Bibliografie

1. ČÁP, Jan. *Psychologie pro učitele*. Praha: Portál, 2001. ISBN 80-717-8463-x.
2. DIVÍŠEK, Jiří. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ: celostátní vysokoškolská učebnice pro studenty pedagogických fakult studijního oboru 76-11-8 : učitelství pro 1. stupeň základní školy*. Praha: SPN, 1989. Učebnice pro vysoké školy (Státní pedagogické nakladatelství). ISBN 80-042-0433-3.
3. HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha: Portál, 2001. Pedagogická praxe. ISBN 80-7178-581-4.
4. HOŠPESOVÁ, Alena. *Matematická gramotnost a vyučování matematice*. V Českých Budějovicích: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta, 2011. ISBN 978-807-3942-595.
5. KÁROVÁ, Věra. *Didaktické hry ve vyučování matematice v 1.-5. ročníku základní a obecné školy: část geometrická*. 3. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2004. ISBN 80-7043-303-5.
6. Košč, L.: Psychológia matematických schopností. Bratislava, SPN 1972.
7. PERNÝ, Jaroslav. *Tvořivostí k rozvoji prostorové představivosti*. Liberec: Technická univerzita v Liberci, 2004. ISBN 80-7083-802-7.
8. POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia*. 5. vyd. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 9788071963585
9. SPILKOVÁ, Vladimíra. *Proměny primárního vzdělávání v ČR*. Praha: Portál, 2005. Pedagogická praxe. ISBN 80-717-8942-9.
10. SÝKORA, V., Roubíček, F., Přibyl, J. Geometrické modelování jako příležitost k aktivnímu učení. In *Podíl učitele matematiky ZŠ na tvorbě ŠVP - Studijní materiály k projektu CZ.04.3.07/3. 1.01.1/0137*. Praha: JČMF, 2006.
11. VÁVROVÁ, A., Novotná, J., Volfová, M, Jančařík, A. Hry ve vyučování matematice jako významná strategie vedoucí k rozvoji klíčových kompetencí žáků. In *Podíl učitele matematiky ZŠ na tvorbě ŠVP - Studijní materiály k projektu CZ.04.3.07/3. 1.01.1/0137*. Praha: JČMF, 2006

Bibliografie - učebnice ZŠ

1. [HERMAN Jiří ET. AL., ILUSTROVALA LUCIE VÁCLAVÍKOVÁ a PÉROVÉ OBRÁZKY NARÝSOVAL JIŘÍ MIKULČÁK]. *Matematika: trojúhelníky a čtyřúhelníky*. Praha: Prometheus, 1995. ISBN 8085849860.
2. HOŠPESOVÁ, Alena, Jiří DIVÍŠEK a František KUŘINA. *Svět čísel a tvarů: matematika pro 1. ročník :[učebnice je vhodná i pro výuku matematiky podle vzdělávacího programu obecná škola]*. Ilustroval Kateřina SUŠKOVÁ. Praha: Prometheus, 1996. Učebnice pro základní školy. ISBN 80-7196-015-2.
3. KITTLER, Josef. *Matematika pro 2. ročník základní školy (vhodná pro obecnou školu)*. Praha: Matematický ústav Akademie věd České republiky, 1994. ISBN 80-85823-15.
4. MIKULENKOVÁ, Hana a Josef MOLNÁR. *Matematika pro 4. ročník*. Ilustroval Jindřich KANIA. Olomouc: Prodos, 1996. ISBN 80-85806-54-1.
5. MOLNÁR, Josef a Hana MIKULENKOVÁ. *Matematika 1. ročník*. Ilustroval Milada VARGULIČOVÁ. Olomouc: Prodos, c1997. ISBN 80-85806-79-7.
6. MOLNÁR, Josef a Hana MIKULENKOVÁ. *Matematika 2. ročník*. Ilustroval Jitka TLÁSKALOVÁ. Olomouc: Prodos, c1997. ISBN 80-85806-88-6.
7. MOLNÁR, Josef a Hana MIKULENKOVÁ. *Matematika 3. ročník*. Ilustroval Jindřich KANIA. Olomouc: Prodos, c1997. ISBN 80-85806-91-6.
8. POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia*. 5. vyd. Praha: Prometheus, 2008. ISBN 9788071963585.

Příloha I – Fotoreportáž



Obrázek 15 Tvorba teselace 1

Obrázek 16 Tvorba teselace 2