Univerzita Hradec Králové

Přírodovědecká fakulta

Katedra výtvarné kultury a textilní tvorby, Pedagogická fakulta, UHK

Aplikace geometrie do hodin výtvarné výchovy

Diplomová práce

Autor: Tereza Sodomková

Studijní program: N1101 - Matematika

Studijní obor: NMATSSK-NSSKVV Učitelství matematiky pro střední školy – Učitelství pro střední školy – výtvarná výchova

Vedoucí práce: Mgr. et Mgr. Klára Zářecká, Ph.D.

Hradec Králové červen 2016

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a že jsem v seznamu použité literatury uvedla všechny prameny, z kterých jsem vycházela.

V Hradci Králové dne Tereza Sodomková

Poděkování

Ráda bych poděkovala své vedoucí diplomové práce Mgr. et. Mgr. Kláře Zářecké, Ph.D. za její trpělivost a cenné připomínky při psaní této práce a osloveným učitelkám za jejich ochotu poskytnout mi prostor pro realizaci výzkumné praktické části.

Anotace

SODOMKOVÁ, T. *Aplikace geometrie do hodin výtvarné výchovy*. Hradec Králové, 2016. Diplomová práce na Přírodovědecké fakultě Univerzity Hradec Králové. Vedoucí diplomové práce Klára Zářecká. 105 s.

Diplomová práce se zabývá tématem dětského kresebného projevu, jeho vývojem a interpretací. Zkoumá propojení výtvarné výchovy s výukou geometrie. Práce slouží jako námět pro mezioborovou výuku matematiky a výtvarné výchovy. V teoretické části se zabývá vývojem dětské kresby, dětské představivosti a vnímáním prostoru v návaznosti na znalosti základních geometrických poznatků. Tyto poznatky jsou shrnuty v kapitole o perspektivě, jako o mezioborovém tématu, které lze následně uplatnit v obou předmětech. Geometrie v rovině a prostoru má žáky naučit uvědomovat si vzájemnou polohu objektů a těles, učit se odhadovat a zdokonalovat svůj projev. Cílem diplomové práce je výtvarně didaktický projekt, který bude pomocí pracovních listů porovnávat, jak se kresba projevuje v závislosti na věku, znalostech a výtvarných dovednostech žáků. Autorské didaktické pracovní listy budou předkládány dětem v předškolním věku, žákům základní a střední školy a metodou vědeckého výzkumu porovnávány s teorií. Práce tak nabídne učiteli matematiky či výtvarné výchovy příklady, jak teorii geometrie účelně propojit s výtvarnou tvorbou, a jak tuto problematiku žákům přiblížit.

Klíčová slova

geometrie, perspektiva, zlatý řez, dětský výtvarný projev, pracovní listy

Annotation

SODOMKOVÁ, T. *The Application of Geometry in Art Education Classes*. Hradec Králové, 2016. Diploma Thesis at Faculty of Science University of Hradec Králové. Thesis Supervisor Klára Zářecká. 105 p.

The thesis deals with children's drawing performance, its development and interpretation. The relationship of Art Education and Geometry teaching is analysed. The study brings a theme for interdisciplinary teaching of Mathematics and Art Education. The theoretical part studies development of children's drawing, imagination and perception of space based on elementary knowledge of geometry. The findings are summarized in the chapter describing perspective as an interdisciplinary field that can be applied to both analysed subjects. Teaching plane geometry and geometry in space suppose to enable children to realize mutual position of geometrical objects, make estimations and improve their overall drawing performance. The aim of the thesis is to introduce the Art Education didactic project using worksheets for comparison and evaluation the children's performance depending on their age, knowledge and artistic skills. The analysis is undertaken through the comparison of the theory with the practical findings carried out by the didactic worksheets done by the groups of preschool-aged children, school-aged children and secondary school students. Therefore, the study provides Mathematics and Art Education teachers with examples of useful interconnection between the theory of geometry and art production, and additionally, it aims to bring the analysed issue closer to children.

Keywords

geometry, perspective, golden ratio, children´s drawing performance, worksheets

OBSAH

Úvod

Tato diplomová práce se zabývá na první pohled dvěma od sebe naprosto odlišnými světy – světem uměleckým a světem vědeckým. Jen málokdo by se současně zabýval matematikou, její metodikou, výpočty, pravidly a vzorci a současně se rozplýval nad výtvory velkých umělců či nad prostou genialitou dětské kresby. Avšak, jak jsem sama v průběhu studia těchto obou oborů zjistila, existuje jen tenká hranice, která tyto dva světy od sebe rozděluje a naopak spojením jednotlivých souvislostí vzniká velice pestrý a logický prostor, který lze do výuky matematiky a výtvarné výchovy plnohodnotně aplikovat.

Práce se zabývá především geometrií a její přímou syntézou s výtvarným uměním. O tomto spojení pojednávají kapitoly, kde všude se prolnutí geometrických a matematických principů může objevit. Dotknu se vzniku základních geometrických pojmů, jejich rozvojem a využitím, vývojem výtvarného zobrazování a objevy umělců, kteří ve svých dílech hledali konstruktivní vzorce, například pro objevení božského poměru, či jiné kvantitativní vztahy vyjadřující ideály krásy. V další významné kapitole, která je pro spojení geometrie a výtvarné tvorby zásadní, shrnu techniky deskriptivní geometrie a to hlavně objev perspektivy, jejíž konstrukce se výrazným způsobem promítla do podoby obrazů i staveb.

Všechny tyto oblasti matematiky lze účelně aplikovat do hodin výtvarné výchovy, v kterémkoli ročníku a v závislosti na znalostech a schopnostech žáka. Stávají se tak užitečnou studijní látkou v mezioborových vztazích. Vzdělávání má podle Rámcového vzdělávacího programu v žácích utvářet a postupně rozvíjet klíčové kompetence a hlavně poskytnout spolehlivý základ, který by uplatnili v praktickém životě. Průřezovým tématem, jako je geometrie v umění, tak může každý pedagog obohatit jak oblast Matematiky a její aplikace, tak oblast Umění a kultury.

V praktické části diplomové práce se věnuji především dětskému výtvarnému projevu a zobrazovacím metodám. Pomocí pracovních listů budu porovnávat kresby dětí v předškolním věku, na základní i na střední škole. Cílem zkoumání je zjistit, jaký vliv má rozvíjení matematických představ a geometrie na výtvarný projev dítěte a pracovní listy samotné pak mohou sloužit jako didaktické pomůcky či inspirativní náměty pro učitele výtvarné výchovy a matematiky.

1. Tematické okruhy pro mezioborovou výuku

V následujících kapitolách se pokusím přiblížit vztahy, které propojují matematiku a umění dohromady. Jedná se o témata, která spojují geometrickou teorii, výtvarné umění a lehce filosofické myšlení. Jako budoucí učitel se domnívám, že právě tudy vede nejlepší cesta k přiblížení formální a abstraktní matematiky životní praxi a naopak, jak pomoci porozumět umění z hlediska vědeckého.

Geometrické studium
výtvarného umění je jen
přeléváním moře mušlí.

Karel Čapek (1918)

1.1 Počátky geometrických pojmů a umění

Filosofové tvrdí, že skutečnost se může uchopit rozumem nebo citem. Obyčejně mluvíme o vědě a umění. Věda je budována přísně logicky, předem stanovenými postupy podle definovaných pravidel. Umění je zase odraz našich prožitků, intuice, fantazie a celkového pocitu. Není jen náhoda, že v češtině existuje taková podoba mezi slovy vidění a vědění. To, co vidíme a jak to vidíme, tak to také poznáváme a zároveň o tom také něco začínáme vědět. Pomocí zraku poznáváme svět. Vidění je nezbytnou součástí vnímání, o níž se opírá jak věda (poznávání světa), tak umění (vyjadřování světa).

Od pradávných dob můžeme sledovat, jak se člověk snažil, aby zpodobnil tvory i věci, jež ho obklopovaly. Pravěký člověk své tužby vyjádřit svět a vlastní život uskutečňoval v bezpečí, hluboko v jeskyních. Právě zde vznikalo první umění, a tak o něm můžeme hovořit jako o prvním výtvarníkovi. Jeho primitivní umělecké počiny vedly ke geometrické stylizaci tvaru osob, zvířat i předmětů. Zajímavé na tom je, že se tato snaha o vyjádření děje či představ objevila na různých místech Země, zcela nezávisle na sobě.

Tak jako zůstává mnoho nejasností kolem vzniku prvních výtvarných projevů i záhadného zániku pravěkého umění, tak i vznik čísel sebou přináší mnoho otázek, ale již u našich předků paleolitického období, tedy přibližně před 30 000 lety, nalezneme důkaz obeznámenosti s čísly a dokonce i jejich seskupování. Tato představa čísel a formulování základních operací jako sčítání, odčítání, násobení a dělení znamenaly zrod matematiky. Bok po boku umění.

Pochopení číselných hodnot a prostorových vztahů pokročilo jen pozvolna až do doby, v níž se opouští od dosavadního lovu a sběru a základním zdrojem obživy se stává zemědělství (zhruba 8000 až 5000 let před naším letopočtem). Tomuto období říkáme tzv. *neolitická revoluce*, která začala na Blízkém východě a ukončuje tak období mladého mezolitu (Pijoan, 1987). Doslova revolučně se změnil pasivní postoj člověka k přírodě. Rybáři a lovci se z velké části měnili v primitivní zemědělce. Rolníci si stavěli svá obydlí na trvalém místě, dokud půda zůstávala plodnou. Vznikaly vesnice jako ochrana před počasím a před loupeživými nepřáteli.

Tento hospodářský obrat dal základ novému druhu umění. Symbolem nového zemědělského hospodářství se stalo hrnčířství. Výzdoba, kterou si vyžádalo, nebyla už inspirována světem zvířat, ale uplatňovaly se v ní abstraktní linie a plochy a tyto motivy měly často symbolickou hodnotu. V několika zbývajících tisíciletích pravěku, až do poloviny 1. tisíciletí př. n. l., docházelo ve vývoji výtvarné tvorby k tomuto úpadku zvěrného realismu a naopak k rozvoji abstraktních motivů.

Charakteristickým příkladem z Porto Badisco na jihu Itálie je znázornění čtyř postav u čtvercového stolu, z nichž se vyvinul geometrický obraz kříže (dnes tzv. *maltézský kříž*). Tento piktogram je vyobrazen se skupinou dalších v jeskyni zvané Grotta dei Cervi, která je rozdělena do tří velkých sálů. Piktogramy představují lovce, zvířata (psi, koně, jeleny), objekty, různé magické symboly a hlavně abstraktní geometrii. Jedním z nejznámějších piktogramů je Bůh tance, zobrazující tančícího čaroděje.

Obr. 1: Geometrická stylizace nástěnných maleb, Grotta dei Cervi, Itálie
Obr. 2: Bůh tance, Grotta dei Cervi, Itálie, 4000 př. n. l. (obr. 1, zdroj: www.italy-schools.com, obr. 2, zdroj: www.artepreistorica.com)

Zemědělský způsob života s sebou přinášel potřebu uchovávat a skladovat potraviny. I zde umění „zesvětštělo“ a vyšlo mezi lidi. Obilniny a luštěniny skladovali v keramických nádobách, které se bohatě zdobily, a podle kterých rozlišujeme celé kultury. Keramické nádoby a střepy patří mezi nejdůležitější archeologické nálezy a vzniklo podle nich specifické pojmenování. Například vůbec první zemědělce na našem území Čech a Moravy nazýváme kulturou s lineární keramikou, pro niž byla charakteristická výzdoba nádob s rovnými či zavinutými čarami. Tato kultura vzniklá kolem roku 3000 př. n. l. obohatila umění o vzácné stylizované plastiky, spirálové i meandrové ornamenty, ryté i malované na užitkové nádoby. V Čechách tato tendence pozvolna přechází v kulturu s vypichovanou keramikou, zatímco Morava se dostává do sféry kultury lengyelské, pro kterou je typická keramika malovaná, bohatá na spirálové a meandrové vzory. Dochovaly se nám nejrůznější poháry a džbány, které jsou zdobené otisky šňůry nebo rytím. Právě díky trvanlivosti keramiky máme možnost sledovat i v dnešní době krásu pradávné tvorby.

Příslušníci lidu se zvoncovitými poháry, kteří byli kočovníky a později i usedlými zemědělci, zdobili své nádoby v pásech geometrickými vzory. Krásným příkladem zvoncového poháru je např. pohár z Ciempozuelos ze Španělska. Tento exemplář, nazvaný dle svého elegantního tvaru, je zdoben zářezy do měkké hlíny v téměř dokonalých rovnoběžných pásech plných geometrických ornamentů. Je to výtvor usedlého umělce, patrně zemědělce. Nádoby z 3. tisíciletí byly hlavním prostředkem šíření abstraktních zdobných motivů a mnohé z nich byly skutečnými uměleckými díly (Pijoan, 1987).

Obr. 3: Zvoncový pohár z Ciempozuelos, Španělsko, 3000 př. n. l.

(obr. 3, zdroj: www.wikimedia.org)

Abstraktní tvorba obecně zůstává složitým problémem. Nabízí se vysvětlení, že vychází z manuálního nebo myšlenkového zjednodušování se zaměřením ke geometrickým tvarům. Od expresního kozorožce z Lascaux (Francie) lze sledovat vývoj přes četné přechodné formy k jednobarevným kozorožcům malých rozměrů z Minatedy (Španělsko) až k přísným, stěží rozeznatelným schématům z posledního slohového období v La Piletě (Španělsko), kde lze už hovořit o skutečném „dekoru“. Tento vývoj lze přibližně datovat mezi roky 15 000 – 5 000 př. n. l.

Obr. 4: Abstraktní malba v Cueva de La Pileta, Španělsko, 5000 př. n. l.

(obr. 4, zdroj: www. turinea.com)

Tato odvozená abstrakce se vyvíjela z realistického zobrazování. Mnoho abstraktních prvků vznikalo postupnou deformací motivů vytěžených z přírody. Z kreseb hadů vznikaly spirály, kruh zobrazoval slunce, půlkruh zase měsíc nebo duhu, z toku řeky vznikla vlnovka a blesky či hřebeny hor reprezentovala hřebenovka.

Jak uvádí Jelínek (1990): *„Komplexnost paleolitického umění je jedním z jeho charakteristických projevů. V nejstarších uměleckých aktivitách je spojeno umění s reálným poznáváním okolního světa i s počínajícími náboženskými představami“.* Proto mezi nástěnné malby, obrazy a ornamenty na hliněných podkladech, musíme zařadit všechny rytiny, plastiky nebo vyřezávané sošky a zdobnost šperků či pracovních nástrojů. Vše spadá pod vyjadřovací prostředky pravěkého člověka. Umění bylo poselství, způsob mezilidského dorozumívání, o jehož původu se jen domníváme. S uměním úzce souvisí řemeslo. Tam, kde se s technickou dokonalostí spojí zaujetí a radost z práce, počíná výtvarná tvorba. Pravěký člověk vytvořil nástroje krásných a působivých tvarů. Nikdy se mu nepodařilo vynalézt nic šťastnějšího a univerzálního jako byl pěstní klín. Tento nástroj mandlovitého tvaru, je ukázkovým příkladem dynamické formy, neobyčejné účinnosti, vrcholné harmonie tvaru a vyváženosti hmoty. A tak jako se zdobily všelijaké nástroje rytinami, tak se krásné kresebné linie objevovaly na různých holích, oštěpech, na kostech skotu atd. Objevují se četné vrypy, pečlivě vyrovnané do řad, které se postupně seřazují a tvoří šrafování ve dvou směrech, čímž vznikaly plochy pokryté křížky, čtverečky a další abstraktní motivy (Jelínek, 1990).

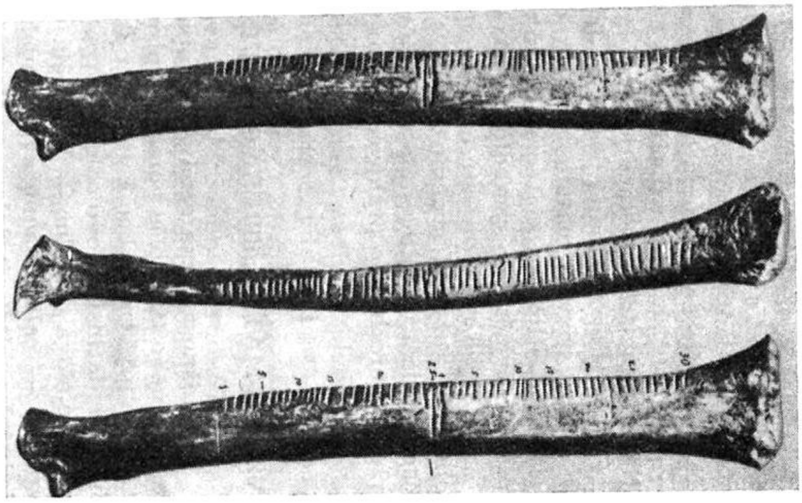
Lovci mamutů nám zanechali mnoho abstraktních ornamentů, vyrytých do kostí nebo mutoviny. Zdobili tímto způsobem náramky vyrobené z mamutích klů. Nejjednodušší z nich mají šikmé rovnoběžné zářezy. Ženy nosily i dva nebo více náramků najednou a při jejich vzájemném dotyku tvořily ze dvou řad zářezů v opačném směru tvary písmene *V*. Dalšími kombinacemi vznikaly tvary písmene *X* nebo kosočtverce. Na drobných úlomcích nebo celých zachovaných náramcích můžeme přesně sledovat vývoj tohoto tvarosloví. Když pravěký umělec uspořádal tvary *V* příčně k ose a ne rovnoběžně, z několika *V* za sebou vznikl dobře známý motiv, který se opakoval, tzv. *klikatka*, a když se vyryté tvary *V* proti sobě posunuly, vznikl překrásný geometrický ornament, *meandr*, již docela řeckého typu (Pijoan. 1987).

Tyto nálezy a jiné důkazy svědčí o fascinaci pravěkého člověka krásou čistých geometrických vzorů, bohatých motivů klikatek, přerušovaných čar a bodů, soustředných čtverců a kružnic. Dynamické spirály, meandry a jiné motivy, které svou pravidelností, opakováním, jednoduchostí a podobností daly vzniknout elementárním geometrickým útvarům a pojmům a pravděpodobně i jistému chápání velikosti obsahů, podobnosti, shodnosti atd. Avšak jako o vzniku umění se můžeme jen domnívat, tak i o vzniku prvních představ o matematice a jejím základu – čísle.

Matematika provázela člověka již v těch dobách, kdy obýval jeskyně a odíval se zvířecími kůžemi. Nemohl se bez počítání a měření obejít. Když byl hlavním zdrojem obživy pravěkého člověka lov – lov velkého zvířete – musel se ho účastnit celý kmen. Jednotlivec byl proti němu bezmocný. Tlupě lovců velel obvykle nejstarší a nejzkušenější lovec, a aby oběť neutekla, bylo třeba ji obklíčit. A taková koordinace pohybu již vyžadovala jistou představu o čísle - pět lidí půjde zprava, sedm zezadu atd. Vůdce kmene pralidí tuto úlohu zvládl, byť ještě nikdo neznal výrazy jako je pět, či sedm a počty mohli vyjadřovat pouze pomocí prstů (Depman, 1973).

Ještě dnes jsou na světě kmeny, které se při počítání neobejdou bez pomoci prstů. Místo číslovky pět, říkají „*ruka*“, deset vyjadřují jako „*dvě ruce*“ a dvacet je „*celý člověk*“. Někde zase pro vyjádření jedné užívali prostě jen označení „*muž*“. Číselné symboly také ještě neexistovaly, zprvu užívali k vyjadřování čísel hromádku kamínků nebo mušliček, později tyto záznamy o čísle vyrývali do kusu dřeva. Již z doby před 30 000 lety nalezneme důkaz o obeznámenosti s takovými čísly: Na vlčí holenní kosti odkryté v roce 1937 na vykopávkách ve stanici lovců mamutů u Dolních Věstonic Karlem Absolonem, je vyřezáno 55 zářezů. Od dvou delších řezů uvnitř řady jich je 25 na jednu a 30 na druhou stranu. Je otázkou, zda tento paleolitický předmět sloužil k záznamu počtu, k vyjádření rytmu, jako kalendář nebo jen jako abstraktní symbol či ornament, na jaké jsme zvyklý při výzdobě šperků nebo keramických dóz.

Jiné rytiny na kostech ukazují zářezy seskupené do skupin po pěti (jak je zvykem i dnes) – čtyři vertikální čáry přeškrtnuté pátou – horizontální. Tehdejší lidé počítali na základě pěti neboli v pětkové soustavě. Setkali bychom se i s pokusy s jinými soustavami, avšak některé z nich se zdají být přirozenější, a tudíž více přetrvávající než jiné (Atalay, 2007).



Obr. 5: Věstonická vrubovka neboli Vlčí radius, Dolní Věstonice, Česká republika, 28 000 př. n. l. (obr. 5, zdroj: www.wikimedia.org)

K úplnému vzniku pojmu číslo přispěl též rozvoj řemesel a obchodu. Čísla byla uspořádána a spojovala se ve vyšší jednotky, obvykle za pomoci prstů na rukou. To také vedlo k vyjadřování čísel, nejprve pomocí základu pět, později deset a za použití sčítání a někdy i odčítání. Například číslo dvanáct se chápalo jako 10+2 a číslo čtrnáct jako 15-1. Číselné zprávy se uchovávaly různými způsoby, nejen zářezy na holi, ale i uzly na provaze nebo seskupováním mušliček na provázku. Dalo by se říci, že i tato činnost jako je počítání měla velmi blízko k řemeslu, k výrobě náhrdelníků apod.

Když neolitický zemědělec potřeboval měřit délky, plochy polí a objemy různých předmětů, potřeboval další matematické operace než jen sčítání a odčítání. Násobení jako takové vzniklo tehdy, když se např. číslo dvacet začalo vyjadřovat nejen jako 10+10, ale též jako 2×10. Zdvojení byla nejprimitivnější operace, stejně tak jako později půlení. Měrné jednotky odvozovali z částí lidského těla (palce, stopy a hrsti). Trvalá obydlí již měla sama o sobě také co dočinění s prostou geometrií – s vytyčováním přímek a pravých úhlů. Naopak megalitické stavby zas vykazují dokonalou astronomickou přesnost, což je také spojeno s počítáním času, jehož míru nalézali v přírodě. Zaznamenat a spočítat délku jednoho roku, a všeho co k němu patří, bylo alfou a omegou celého jejich žití. Díky tomu se nám dochovaly trvalé kamenné architektonické kalendáře, v nichž je tuto matematickou krásu dodnes možno obdivovat.

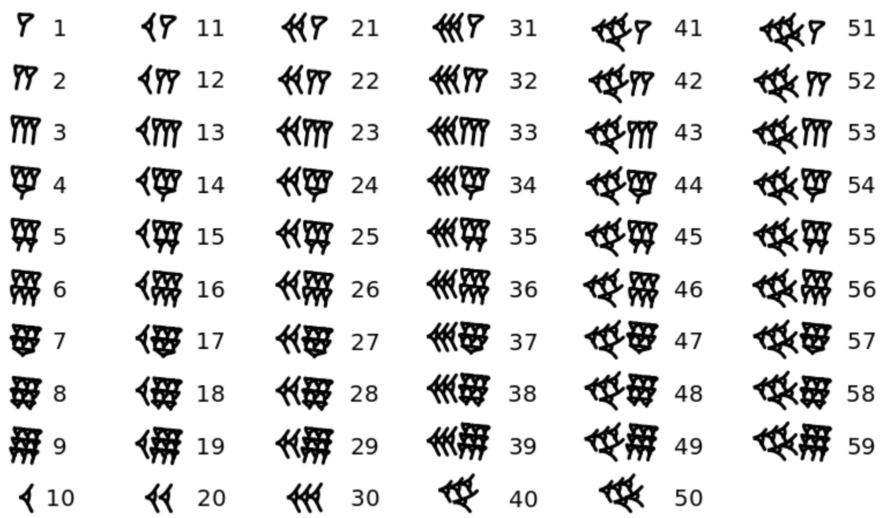
Můžeme říci, že rozvoj matematiky a geometrie je spjat s praktickou činností člověka, podobně jako umění. Šlo o komplexní jev a jedno s druhým se vzájemně doplňovalo, věda i umění. Pravěký člověk dal základ oběma těmto disciplínám. Rozvíjel kresbu, malbu, plastiku, hrnčířství, textilní tvorbu, první geometrické i aritmetické pojmy. Zabýval se vztahy v rovině i v prostoru. Definoval základní principy zcela abstraktně a intuitivně.

1.2 Matematika starověkých kultur

Starověk bylo období bohaté ve všech oblastech života člověka. Rozvíjelo se zemědělství, obchod, zpracování kovů, architektura i společnost sama. Rozvoj kultury byl spjat s rozšířením znalosti písma, které nahradilo do té doby užívané piktogramy nebo ideogramy z dob nástěnných maleb v paleolitu. Vznik písma byl silně ovlivněn klínovým písmem v Mezopotámii a hieroglyfy v Egyptě. Díky těmto grafickým značkám si jednotlivé kultury mohly zavést jakýkoli správní či náboženský aparát, což je pokládáno za okamžik počátku civilizace.

I aritmetika se posunula dál. Již bylo třeba umět vyjádřit mnohonásobně větší čísla než v pravěku. Je to období, v němž se utvářely kvantitativní a geometrické vztahy a operace s nimi. Až do 6. století př. n. l. šlo především o hromadění aritmetických pojmů, geometrických faktů a základních operací.

Už víme, že jednou z prvých forem zápisu čísel byly vruby na rabuši. Ale jak zapsat číslo, které už bylo obtížně spočítatelné jen pomocí zářezů? Bylo třeba vymyslet jistou symboliku, jak jej zaznamenávat. A tak se před pěti tisíci lety téměř současně v různých zemích – v Mezopotámii, v Egyptě i v Číně – rodil nový způsob číselného záznamu pomocí užití řádů (jednotek, desítek, stovek atd.) (Polák, 2014). Z Mezopotámie například pocházejí první písemné památky v dějinách lidstva a dochovalo se nám také velké množství matematických tabulek, které ukazují pokročilý stupeň rozvoje mezopotámské algebry i geometrie a také to, že matematika má opravdu dlouhou historii. Byly objeveny důležité algoritmy pro řešení rozmanitých úloh a matematika byla schopna odpovědět na všechny požadavky tehdejší civilizace. Můžeme říci, že památky z povodí Eufratu a Tigridu zaznamenané klínovým písmem, jako je například Chammurapiho zákoník (přibližně 1700 př. n. l.), či Epos o Gilgamešovi (přibližně 2500 př. n. l.) v akkadštině, jsou stejně tak důležité jako matematické tabulky, znak pro nulu nebo poziční šedesátková soustava, která nám zůstala v některých systémech dodnes – např. pro měření času a úhlů.



Obr. 6: Babylónské klínopisné číslice (obr. 6, zdroj: www.wikimedia.org)

Geometrie je jedním z nejstarších matematických oborů a vědních oborů vůbec. Samotný název geometrie vznikl právě ve starověku. Geo z řeckého slova gé = „*země*“ a metria = „*měření*“. Záhy se geometrie začala rozdělovat na planimetrii (geometrii v rovině, rovinnou geometrii) a stereometrii (geometrii v prostoru, prostorovou geometrii). Název stereometrie (řecké stereos = „*prostor*“) zavedl starořecký filozof Aristoteles již ve 4. století př. n. l., zatímco výraz pro planimetrii vznikl až ve středověku (Kolman, 1968).

Rozvoj geometrických představ a znalostí byl spjat s civilizacemi 8. – 5. tisíciletí př. n. l. usazených kolem velkých řek. Geometrické znalosti Číny, Indie i Egypta již umožňovaly realizaci náročných stavebních prací (zavlažovacích soustav, vodních nádrží, chrámů, pyramid, hradeb a opevnění), konstrukci vozidel a lodí, staveb ze dřeva i kamene, tvorbu uměleckých soch, vyměřování pozemků a také jednoduchá astronomická měření. Zeměměřictví dovedli k dokonalosti v Egyptě, kde samozřejmě uměli vypočítat obsah čtvercového, či obdélníkového pozemku (např. pole dlouhé 80 loktů a široké 100 loktů, kde jeden loket je roven 7 dlaním, má celkovou výměru 8000 čtverečních loktů), ale uměli i nepravidelný pozemek, který byl vymezen lomenými čarami, vhodně rozdělit na trojúhelníky a pravoúhelníky, jejichž obsahy již také zdárně spočítali.

Vznikaly tak návody na výpočty obsahů trojúhelníků, čtyřúhelníků i přibližného výpočtu obsahu kruhu a objemů jednoduchých těles – vše ve formě psaných pravidel. Matematika tak ještě nebyla vědou, ale spíše souborem dílčích poznatků. Nejstarší učebnice jen ukazovaly, jak řešit geometrické či jiné úlohy v konkrétních situacích, avšak vždy bez logického zdůvodnění. Prvotní podoba geometrie tak odpovídala tomu, co se později nazývalo praktická geometrie pro řemeslníky a úředníky. Jako příklad takového pravidla se může uvést výpočet obsahu obecného trojúhelníka (tedy takového, který není pravoúhlý): *Kolmice spuštěná z vrcholu trojúhelníku na jeho protější stranu dělí trojúhelník na dva pravoúhlé trojúhelníky, jejichž obsahy již dovedeme vypočítat. Obsah každého trojúhelníku se tedy rovná polovičnímu součinu strany a k ní příslušné výšky* (Depman, 1973).

Egyptským matematikům se podařilo vyřešit i další, daleko obtížnější úlohu. Našli totiž způsob, jak alespoň přibližně vypočítat obsah kruhu daného průměru. Bylo jim jasné, že obsah kruhu je menší než obsah čtverce o straně rovné průměru kruhu. Pokusem však bylo zřejmé, že toto tvrzení není dostatečně přesné, a tedy prakticky nevyužitelné. Podařilo se jim posléze stanovit pravidlo přesnější: *Obsah* *kruhu je roven obsahu čtverce, jehož hrana je 8/9 průměru kruhu* (Depman, 1973). Tímto odhadem již dospěli k velmi dobrému výsledku – aniž by znali číslo pí a jeho vlastnosti – jejich odhad se rovnal přibližně číslu 3,16049.

Egyptské pyramidy jsou jasným důkazem, že matematické znalosti Egypťanů byly už v období Staré říše (přibližně 2700 – 2181 př. n. l.) na poměrně vysoké úrovni. Stavba pyramid se neobešla bez schopnosti počítat s velkými čísly a bez znalosti těchto geometrických poznatků. Důkazem toho také je, že všechny pyramidy jsou stavěné se sklonem stěn 51°51´ a výška pyramid se vždy rovná poloměru kruhu, jehož obvod byl roven obvodu základny, což je onen vztah mezi čtvercem a kruhem. Až do začátku 20. století byly považovány za nejstarší památky v Egyptě pyramidy vybudované za IV. dynastie (3000 př. n. l.). V této době Egypt dokázal vytvořit dokonalý monumentální geometrický útvar, jenž měl svou vlastní myšlenku, určitý architektonický styl a svébytné umění. Znalce nejvíce udivuje, že se pyramidy stavěly bez přípravných studií, že vytvoření těchto jednoduchých, ale přesných tvarů nepředcházely žádné pokusy ani hledání (Pijoan, 1987). Z pedagogického hlediska je třeba dobré si uvědomit, že konstrukci pravidelného čtyřbokého jehlanu se učí žáci až v 8. ročníku základní školy.

Je zřejmé, že stavitelé pyramid toho museli znát a umět velmi mnoho. Samotné vytyčení půdorysu základu pyramidy vyžadovalo zcela přesné vyměření pravidelného čtyřúhelníku (a to v případě Velké - Chufuovy pyramidy v Gíze až o straně délky 230,38 m). Navíc jednotlivé stěny pyramid směřovaly přesně do směrů světových stran. Aby se jim podařilo toto vše správně vytyčit, museli též znát konstrukci pravého úhlu. Odtud máme známý egyptský provazec- provaz s uzly rozdělený na 12 stejných částí – Egypťané věděli, že takto sestrojený trojúhelník se stranami dlouhými 3, 4 a 5 dílů tvoří pravý úhel, což je budoucí aplikace Pythagorovy věty.

Vedle těchto podivuhodných staveb pyramid, chrámů i paláců se nám dochovaly i mnohé, a dokonce obsáhlé rukopisy psané starými Egypťany. Některé jsou vytesané do kamene, ale valná většina z nich je psaná různými inkousty na papyrus. Texty mají většinou náboženský charakter, sepsány byly činy některých faraónů, ale byly také nalezeny texty obsahující povídky a bajky, matematické a lékařské texty a poezii. Ty, které jsou věnovány výhradně matematice, jsou jakési učebnice, nebo přesněji sbírky úloh, zaměřené na čistě praktické příklady ze života (Depman, 1973). Nejstarší nám známý egyptský matematický rukopis byl napsán asi před 3800 lety. Je uložen v moskevském Puškinově muzeu výtvarných umění a podle místa jeho uložení je historiky matematiky známý pod jménem Moskevský papyrus. Druhý matematický papyrus, o několik desítek let mladší, je uložen v Londýně. Píše se v něm o jeho poslání. Má představovat: *Návod jak dosáhnout znalosti všech záhadných předmětů, všech tajemství, která v sobě věci skrývají* (Kolman, 1968), což podle starých pramenů sepsal písař A´hmoš, podle něhož se papyrus nazývá Ahmesův nebo podle jména Angličana, který tuto památku identifikoval a koupil – Rhindův papyrus. Spis byl nalezen v Thébách v polovině 19. století a obsahuje 87 úloh s návody a řešeními, rozdělených do tematických skupin: úlohy na výpočet objemů sýpek, úlohy na výpočet polí, úlohy týkající se pyramid, úlohy na objemy tekutin a dělení chlebů a úlohy týkající se krmiva pro zvířata.

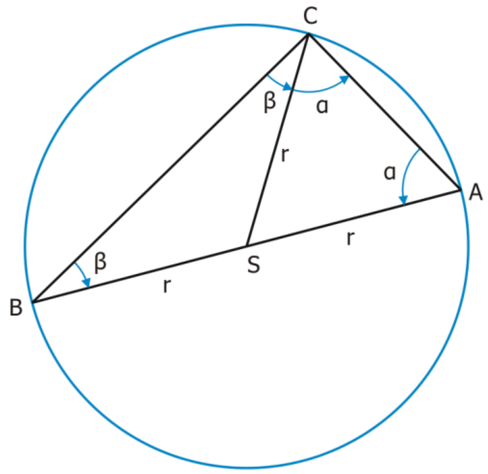
Obr. 7: Rhindův papyrus z Luxoru, Britské muzeum, Londýn, 1650 př. n. l.

(obr. 7, zdroj: www.cafenobel.ujep.cz)

Jak již bylo řečeno, Egypťané své výpočty uváděli ve formě pokynů a v řešení úloh se často setkáváme s radou: *„Dělej to tak, jak se dělává.“* Skutečná věda se z matematiky stala až u starých Řeků. Teprve oni se začali zabývat otázkou *„proč“* a zamýšleli se nad důkazy svých tvrzení. Řečtí stavitelé stavěli překrásné paláce a chrámy, které se pak na tisíce let staly vzorem architektům nejrůznějších zemí. Řečtí sochaři vytvářeli z mramoru kouzelné sochy a u řeckých učenců začíná skutečná matematika.

Řecko bylo kolébkou evropské kultury a vzdělanosti. V nových společenských podmínkách se začalo rozvíjet logické uvažování, což umožnilo vznik axiomaticko-deduktivní výstavby matematických teorií s logickým způsobem dokazování platnosti jednotlivých vět. Speciálně v geometrii Řekové zhruba od 6. století př. n. l. přecházejí od pouhých empiricky získaných, izolovaných, vzájemně nepropojených a nezdůvodněných poznatků k deduktivně budovaným teoriím. Od praktické geometrie pro řemeslníky, stavitele a zeměměřiče se odděluje teoretická geometrie jako věda o útvarech, jejich vlastnostech a vzájemných vztazích mezi nimi.

První významné kroky v tomto směru učinil řecký matematik, geometr, astronom a filosof Thalés z Milétu, jenž žil v 7. – 6. století př. n. l., a který získal poznatky o praktické geometrii v Egyptě a Mezopotámii, uspořádal je a formuloval některé jednoduché poučky o kružnicích a trojúhelnících. Přisuzuje se mu, že byl první, kdo tyto jednoduché věty dokázal a tím zavedl do geometrie důležitý pojem logického důkazu (Polák, 2014). Aristotelés (384–322 př. n. l.) a mnozí další pokládali Thaléta za zakladatele řecké filosofie, která zahrnovala matematiku a další vědy. Thalés se snažil zkoumat svět a přírodu rozumově a vysvětlovat je, aniž by se odvolával na mýty. S tímto okamžikem je též spjat počátek antického estetického uvažování. Propojuje se filosofie, náboženství a umění. Duchovní orientace se pozvolna obrací od mýtu k logu – veškeré dění se přestává objasňovat pomocí božstev a hledají se racionální principy. Podle Thaléta je prostor to největší co existuje, protože obsahuje všechny věci. Své místo v něm mají i body, přímky, roviny a tělesa. Pracoval s trojúhelníky a s jejich podobností. Též se mu přisuzuje i způsob změření výšky pyramid. Určil ji dle délky stínu pyramidy. Její výška je tolikrát větší než délka stínu, kolikrát je stín hole kratší než samotná hůl.



Obr. 8: Thaletova věta: Trojúhelník vepsaný do oblouku nad průměrem kružnice je pravoúhlý. Důkaz: α + β + α + β = 2α + 2β = 180° → α + β = 90°.

(obr. 8, zdroj: www.wikimedia.org)

Další významný krok k vytvoření teoretické matematiky vykonal mladší Thalétův současník Pythagoras ze Samu (570–510 př. n. l.) spolu se svou tzv. *pythagorejskou školou* v jižní Itálii. I tato skupina filosofů studovala skutečnost a sama sebe, což přineslo vznik převratných filosofických teorií. Tato myšlenková a osobní svoboda stála za vznikem svobodného umění i realismu.

Pythagorovi nebo jeho stoupencům nelze s jistotou připisovat nějaké konkrétní matematické objevy, nepochybné je, že jejich provázání matematiky, životní filosofie a náboženství nemělo v dějinách obdoby. O práci této školy víme až od Cicera a jiných učenců, kteří o jejich díle a životě psali až několik set let po jejich smrti. Je možná zajímavé připomenout, že historickou shodou okolností byl Pythagoras současníkem Buddhovým (564–484 př. n. l.) a Konfuciovým (551–479 př. n. l.). Pythagorovi se dokonce připisuje vytvoření slov *„filosofie“* (láska k moudrosti) i *„matematika“* (milující poznání) (Livio, 2006).

Pythagorejci věřili, že čísla mají mystické a magické vlastnosti, nad nimiž je možné meditovat a zažívat extatická zjevení. Podle nich bylo *„základem všeho na světě číslo“*, jímž rozuměli číslo přirozené. Na základě této teze, která vycházela z všudypřítomné kvantity v okolním světě, se pythagorejci snažili vysvětlit všechny jevy a vztahy světa (přírody i společnosti) pomocí přirozených čísel a jejich poměrů. Byli jimi přímo fascinováni, a proto je začali systematicky zkoumat. Vycházeli z čísla jedna, které považovali za podstatu celé matematiky. Vybudovali první základy teorie přirozených čísel a jejich dělitelnosti. Podle jejich původních představ také všechny geometrické vlastnosti a vztahy je možné vyjádřit aritmeticky.

Mimo aritmetiku a geometrii patřila do řecké matematiky také tzv. *muzika*. Jednalo se o *„nauku o harmonii*“, která pod názvem muzika zůstala i ve středověku součástí univerzitních učebnic matematiky. Bylo to vlastně studium proporcí mezi hudebními intervaly. Muzika tvořila společně s aritmetikou, geometrií a astronomií později ve středověku vyšší část sedmi svobodných umění, tzv. *kvadrivium*. Složení kvadrivia je ale naznačeno už u Pythagorejců i u Platóna.

Dle legendy Pythagoras objevil harmonické řady v tónech hudební stupnice, když procházel kolem kovárny a všiml si harmonického zvuku úderů do kovadlin. Zjistil, že tónové intervaly a výšky tónů odpovídají poměrným délkám vibrujících strun. Uvědomil si, že dělení struny po sobě jdoucími celými čísly vytvoří harmonické a příjemné intervaly. Interval primy vznikne, jestliže mají struny stejnou délku, tedy jsou v poměru 1 : 1, oktáva se získá při délkách strun v poměru 1 : 2, kvintu představuje poměr 2 : 3 a kvartu 3 : 4. Při bližším zkoumání kovadlin se ukázalo, že jejich váhy jsou v poměru čísel 12, 9, 8 a 6, což jsou čísla, která představují krychli (12 hran, 9 os souměrnosti, 8 vrcholů a 6 stěn) (Askew, 2012). Všechny tyto souvislosti vystihuje známý Pythagorův citát: *„Ve zvuku strun je geometrie, v rozmístění sfér je hudba.“* (Hemenway, 2009).

Pythagoras a jeho stoupenci tvořili exkluzivní bratrstvo s tajnými náboženskými praktikami. Toto bratrstvo bylo cosi jako vzdělávací instituce, kam měli kromě mužů přístup i ženy a kde všichni sdíleli svůj majetek. Členové byli k řádu vázáni sliby a celkový chod dne připomínal klášterní život ve středověku. Existoval vnitřní kruh těch, co se učí, a vnější kruh těch, co naslouchají. Členové jedli společně a každý den se účastnili cvičení i hudebních aktivit. Raffaelův obraz Athénská škola ukazuje, jak si v 16. století představovali, jak toto bratrstvo vypadalo při práci.

Na fresce nalezneme diskutujícího Aristotela, Platóna, Hérakleita, Zénóna, Boëthia, Hypatiu z Alexandrie, Sokrata, a další. Raffael Santi (1483–1520) do kompozice obrazu zakomponoval i sám sebe a to v podobě nejslavnějšího malíře starověku Apella (Pijoan, 1989). Umělci tu tak společně s filosofy, estetiky a matematiky tvoří jedinečnou společnost uprostřed úchvatné architektury v pozadí, již navrhl sám Donato Bramante (1483–1520).

Obr. 9: Athénská škola, Raffael Santi, Stanza della Segnatura, Vatikán, 1510–1511 (obr. 9, zdroj: www.wikimedia.org)

Řecké umění všeobecně bylo uměním harmonie a fyzické i duševní krásy. Celá řecká kultura hledala soulad mezi ideálem a skutečností, milovala nádherné věci, s jednoduchostí a kultivovaností mysli, jemné harmonie a nevšední mytologie. V 5. a na začátku 6. století vznikla starověká estetika, filosofie zabývající se krásnem, která se promítla do architektury, malířství a sochařství. Za položení základů estetiky můžeme poděkovat právě pythagorejcům, Platónovi a Aristotelovi.

Podle Platóna (427–347) je krásno sepětím dobra, pravdy a krásy (Askew, 2012). Krásu chápal jako ideu. O umění tvrdil, že přišlo na svět jako dovednost, kterou člověk uspokojoval své hlavní potřeby v momentě, kdy mu pouhá příroda nepostačovala. I Platón vyžadoval po umění, aby bylo vystavěno přísnými matematickými postupy a měřením. Aby vznikala díla čistě vědecky řízenou činností umělce. Jen tehdy pak dosáhlo umění svého cíle a bylo krásné a dobré. Umělci, dle jeho názoru, jen reprodukují skutečnost a toto napodobování ostře kritizoval. Estetikou se Platón zabýval celý život a jeho názory najdeme v několika úryvcích v jeho spisech. O kráse a umění psal v *Ústavě* a v *Zákonech*, v *Hippiovi větším* definoval krásu a nejrůznějším estetickým zážitkům se věnoval ve *Filebovi* (Utitz, 1968).

V Athénách, kde založil vysokou školu pojmenovanou „*Akademie*“, vytvořil svá pozdní díla, v nichž diskutuje o tanci, hudbě, poezii, architektuře i matematice. Jedním z těchto děl byl *Timaeus*, v němž psal o tělesech, která dodnes nazýváme „*platónskými*“ (Askew, 2012). V geometrii dnes tyto tělesa definujeme jako konvexní mnohostěny v prostoru, pro něž platí: z každého vrcholu vychází stejný počet hran a všechny stěny tvoří shodné pravidelné mnohoúhelníky. Mezi platónská tělesa patří čtyřstěn, krychle, osmistěn, dvanáctistěn a dvacetistěn. Pythagorejci si tyto mnohostěny spojovali se čtyřmi klasickými elementy: tetraedr = oheň, hexaedr = země, oktaedr = vzduch, ikosaedr = voda. Dvanáctistěn neboli dodekaedr byl představitelem jsoucna, pátým elementem – všeho, co existuje.

Těchto pět těles považovali starověcí učenci za tělesa dokonalá. Fascinovala je jejich podoba (symetrie), vlastnosti (dualita), spiritualita a energie. Ne nadarmo představuje krychle právě onu hudební harmonii. Každému platónskému tělesu lze také opsat kouli. A jak sepsal Platón v dialogu *Timaios* byl dvanáctistěn „*tou formou, kterou bůh použil, aby souhvězdím protkal celou oblohu*“ (Livio, 2002). To byl např. také důvod, proč se malíř Salvador Dalí (1904–1989) rozhodl zapojit obří dodekaedr, vznášející se nad stolem, do kompozice svého obrazu Poslední večeře.

Obr. 10: Poslední večeře, Salvador Dalí, National Gallery of Art, Washington, 1955
(obr. 10, zdroj: www.slavneobrazy.cz)

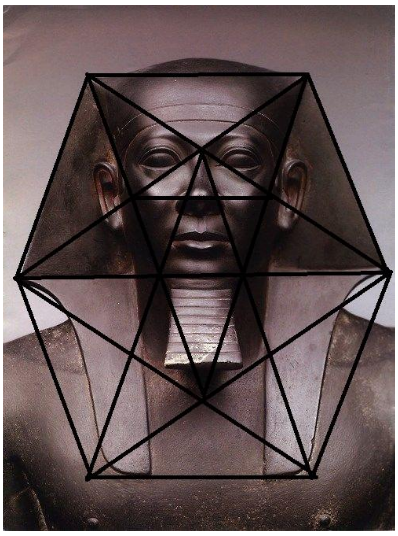
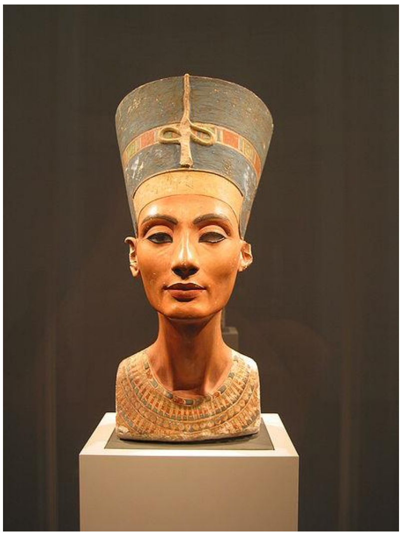
Platón a jeho následníci nezůstali vůči kráse těchto těles slepí. Za charakteristické rysy těchto útvarů mohli do určité míry pokládat dokonce i počáteční obtíže při jejich sestrojování (dokud nebyly objeveny metody používající zlatý řez). Koneckonců, poslední věta v dialogu *Hippias větší* zní: „*Krásné věci jsou nesnadné.*“ Řecký historik Plutarchos (46–127), žijící až 300 let po objevu platónských těles, napsal: „*Prvotní útvary, které pojmenoval Platón, jsou všechny krásné díky symetriím a rovnostem svých poměrů a na přírodu nezbylo nic, co by mohla vytvořit a sestavit lepšího či dokonce jen trochu podobného.*“(Hemenway, 2009).

1.3 Kánon, zlatý řez, symetrie a ideál krásy

S proměnou společnosti se měnily i názory na konkrétní projevy krásy. Každé umělecké dílo si v sobě nese filosofické názory, rozumové poznání a subjektivní názor umělce své doby. Každé dílo je odrazem vkusu, smýšlení o kráse a různých teorií, které nejen že určovaly estetickou stránku věci, nýbrž ji rovnou striktně definovaly. To vše se odráželo v pojetí díla, v kompozici i v proměnách norem určující poměry částí a vztahu částí k celku díla, v souměrnosti, velikosti a pořádku. Hovoříme tak o proměnách kánonů krásy a snahou o číselné (či geometrické) vyjádření ideální krásy.

Umělci v průběhu věků hledali esteticky působivou postavu, aby vyjádřili tzv. *ideální typ*. I když se v některých případech až příliš odkláněli od reality. Takovým prvním ideálním typem byla např. Věstonická Venuše (přibližně 27 000 př. n. l.), ale i ta je charakteristická jedinečným kánonem. Kánon je vlastně systém poměrů vztahujících se k určitému objektu. Kánon lidské krásy prošel několika etapami: hledání jednoho kánonu (žena, muž), určování typových kánonů pro skupiny lidských postav a studium postav v pohybu (pozice těžiště těla, polohy).

Už starověcí Egypťané uplatňovali u svých velkolepých pyramid, chrámů a uměleckých děl důmyslné soustavy čísel, měřítek a harmonických proporcí. Zobrazování lidské postavy bylo též podřízeno zákonu o proporcích. Věčné opakování egyptského ideálu zaručoval, v jakékoli velikosti i měřítku, přísný geometrický systém mřížek. Vodítkem tvůrci byl rastr, s jehož pomocí se určovaly přesné proporce lidského těla, rozděleného do osmnácti stejných částí. Malíř si vždy na podklad nejprve vyznačil mřížku, a teprve pak do ní dosadil lidskou postavu. Důkazem toho je např. dřevěná tabulka z doby 18. dynastie, jenž ukazuje v zajetí takovéto mřížky faraona Thutmóse III. Mezi jednoduchými poměry a souřadnicovými sítěmi, které tak hojně využívali, byla úhlopříčka čtverce, tj. $\sqrt{2}$, rozpůlení rovnostranného trojúhelníku čili $\sqrt{3}$ i zlatý řez založený na $\sqrt{5}$, jenž se objevuje v pětiúhelníkové podobě, tak jak je zobrazeno na následujícím obrázku:

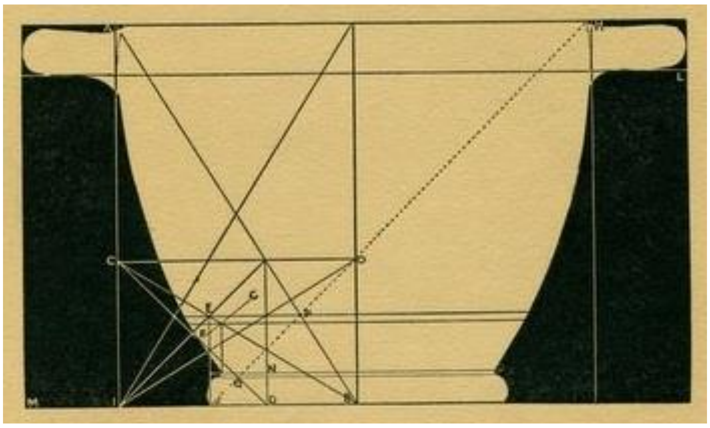
Obr. 11: Pětiúhelníková geometrie Menkaureovy podobizny z Gízy, Museum of Fine Arts, Boston, 2500 př. n. l. *Obr. 12: Busta Nefertiti, Ägyptisches Museum Berlin, Berlín, 1400 př. n. l.*

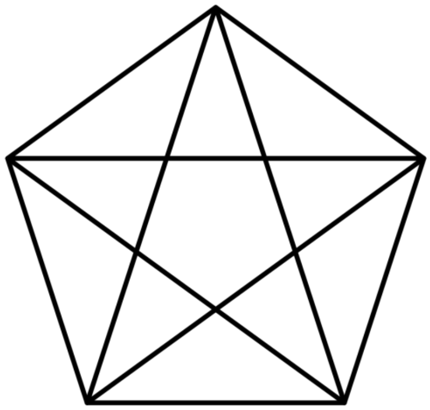
(obr. 11, zdroj: www.pinimg.com, obr. 12, zdroj: www.wikimedia.org)

Pětiúhelníky se dají analýzou rozpoznat i na slavné Tutanchamonově masce i na malované bustě královny Nefertiti (14. st. př. n. l.), jejíž jméno se stalo synonymem krásy (Olsen, 2013). Nefertiti je dodnes proslulá hlavně kvůli krásnému obličeji a nezvykle jemným rysům. Její tvář se nám zdá tak dokonalá, jelikož je stoprocentně symetrická. To, co je symetrické, odjakživa vnímáme jako krásné. Kde jsou v umění symetrie, jakéhokoli druhu, budou specifickou součástí stylu, protože symetrie, ať v umění nebo jinde, je organizující princip. Lidé jsou podle všeho bytosti, jež mají v sobě smysl pro symetrii hluboce zakořeněný. Naší přirozeností je hledání vzorů, takže symetrické principy obecně v umění nikdy zcela nechybějí.

Jay Hambidge, americký umělec z přelomu 19. a 20. století, po důkladném studiu egyptského a řeckého umění a studiu „architektury" rostlin, ulit a pěti pravidelných (platónských) těles, vyvinul teorii dynamické symetrie. V ní se stále stejný princip sobě podobného růstu ploch projevoval ve veškerých živoucích formových rytmech přírody. Jádrem jeho koncepce byly opět poměry √2, √3 a √5

(Olsen, 2013). Jeho geometrické analýzy různých výtvorů starořecké keramiky, jsou jasným důkazem, že tyto poměry lze nalézt téměř ve všem.





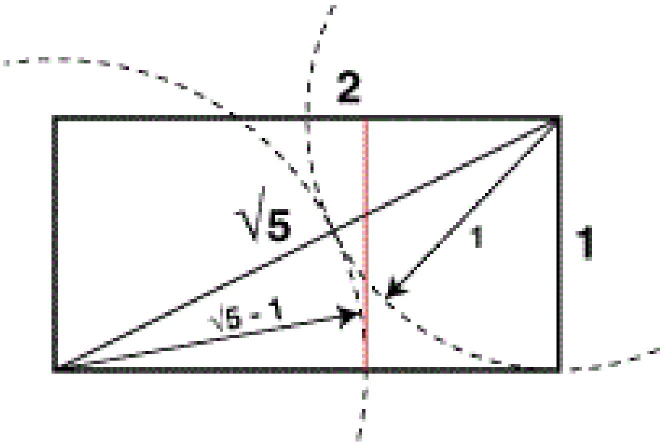
Obr. 13: Hambidgeovy analýzy *Obr. 14: Symbol pentagramu*

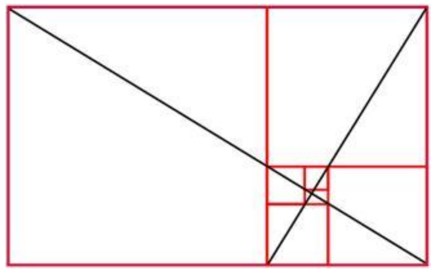
(obr. 13, zdroj: www.ceranchbooks.com, obr. 14, zdroj: www.wikimedia.org)

Tyto geometrické diagonály ($\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ a $\sqrt{5}$) se v římské a řecké architektuře používaly nejčastěji spolu se zlatým řezem. V posvátné pěticípé hvězdě, jenž symbolizovala číslo pět, pět ran Kristových či dokonce ďábla, se též tento řez dá nalézt. Zlatý řez poprvé definoval řecký matematik Eukleidés (325–265 př. n. l.) ve své 2. a 6. knize *Základů* (Livio, 2002). Tzv. *„krajní a střední poměr*“, u něhož řešil, jak nakreslenou úsečku rozdělit tím nejharmoničtějším způsobem. Říká se, že *„úsečka na přímce je rozdělena zlatým řezem, jestliže je rozdělena tak, že celá úsečka je ve stejném poměru k větší jako větší část k menší*“ (Hemenway, 2009).

Jestliže poměr formulovaný Euklidem znázorníme a vypočteme matematicky, dostaneme výraz $\frac{(1+\sqrt{5})}{2}$.

Tento poměr můžeme přibližně vystihnout jako číslo $\alpha = 1{,}61803\ldots$, což je také jeden z kořenů kvadratické rovnice $x^2 - x - 1 = 0$. Druhý kořen rovnice je samozřejmě $\frac{(1-\sqrt{5})}{2}$, což se zase rovná přibližně hodnotě 0,61803… Zajímavé je, že druhá mocnina čísla α je 2,61803… neboli $\alpha + 1$.





Obr. 15: Konstrukce zlatého řezu *Obr. 16: Zlatý obdélník*

(obr. 15, zdroj: www.pixy.cz, obr. 16, zdroj: www.fyzika.jreichl.com)

Hodnota zlatého řezu je tedy iracionální číslo – číslo, které nelze vyjádřit jako zlomek, tedy podíl dvou celých čísel. Až na počátku 20. století se pro značení tohoto čísla začalo využívat řecké písmenko *„fí“* ve formě φ nebo ϕ. Fí je první písmeno jména Feidias a souhrnně označuje všechny dosud užívané názvy pro zlatý řez, zlatý poměr, zlatý střed nebo božský poměr. Stalo se tak na počest řeckého sochaře Feidia (490–430 př. n. l.), který zlatého řezu hojně využíval ve svých dílech. I když se nedochovala žádná z jeho soch, existuje mnoho římských kopií jeho díla, jež odpovídají různou měrou předpokládaným originálům (Hemenway, 2009). Jeho slávu nepochybně zajistily popisy antických spisovatelů a jejich úcta před obrovským vlivem, jaký Feidias měl na sochařství své doby.

Feidiovo nádherné dílo Athéna Parthenos, ochránkyně a bohyně města Athén, měřilo téměř deset metrů. Socha držela v pravé ruce sošku Níké (bohyně vítězství) a v levé ruce kopí. Měla zdobený štít a po svém boku hada (Pijoan, 1989). Socha byla umístěna v Parthenónu (447–438 př. n. l.), v nejvýznamnější stavbě na Akropoli. Tento chrámový komplex stojící uprostřed Athén na skalním útesu dominuje starému městu. Chrám má osm sloupů na každé úzké straně a sedmnáct sloupů na každé dlouhé straně. Socha Athény stála ve střední části chrámu. Bylo učiněno mnoho pokusů určit systém proporcí použitých v designu Parthenónu, protože se předpokládalo, že toto poznání odhalí tajemství jeho krásy a řecké architektury vůbec.

Vitruvius (80–15 př. n. l.), autor *Deseti knih o architektuře*, se v seznamu spisovatelů zabývajících se architekturou zmiňuje o Iktínovi, architektovi Parthenónu, jenž vysvětloval proporce tohoto chrámu písemnou formou. I když tato konkrétní práce pro nás dnes zůstává ztracená, soudě podle jejího významu předpokládáme, že tyto proporce představují systém značného intelektuálního významu a přitažlivosti. Stavba je tak harmonická, že její krásu vnímáme dodnes. Na základě moderních výpočtů se můžeme domnívat, že Parthenón byl postaven na obdélníku s poměrem stran 1 : $\sqrt{5}$, tedy obdélníku se stranou vyjádřenou iracionálním číslem. Nárys tvoří zlatý obdélník. To je takový obdélník, u kterého je poměr jeho délky k šířce roven zlatému řezu.

Pomoci zlatého obdélníku lze také zkonstruovat tzv. *zlatou spirálu*. Jak je vidět na obr. č. 17, lze ji vytvořit pomocí obdélníku velice snadno. Začíná se v malém čtverci o délce jedné jednotky, k němuž náleží čtverec o délce dvou jednotek, o třech atd. Vytvoří se tak řada čtverců o délkách stran: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,… s níž spirála roste a zvětšuje se. Ne náhodou jsme tak dospěli ke známé Fibonacciho posloupnosti.

Fibonacci (1170–1240), vlastním jménem Leonardo Pisánský, se jako syn obchodníka z Pisy setkal s různorodými kulturami. Cestoval po středozemním světě a dokonce studoval u tehdejších předních arabských matematiků. Několik let pobýval v Konstantinopoli, navštívil Egypt, Sýrii, Sicílii a Provence (Hemenway, 2009). Do Pisy se vrátil kolem roku 1200 a ručně sepsal knihu *Liber abaci* s nejdůležitějším cílem – seznámit Evropu s indickým systémem řádové hodnoty místa a používání číslovek. Do té doby totiž převládal v západní Evropě systém psaní čísel založeného na římských číslovkách. V knize se dále věnuje matematice řad a poměrů, řešení úloh, odmocňování, geometrii a algebře. Jeho dílo nadšeně přijala celá Evropa a ovlivnilo evropské myšlení. Fibonacciho posloupnost naprosto překvapila budoucí matematiky poté, co objasnili vztah ke zlatému řezu, onomu božskému poměru (Atalay, 2006). Za mnoho let se tato posloupnost objevila v rozvíjejících se listů a semen rostlin, v rodokmenu včel, v regenerativních spirálách v lidském těle, ve zvětšujících se tvarech mušlí či galaxií.

Poměry Fibonacciho čísel, jako byly 5 : 3, popřípadě 8 : 5 se často objevovaly též v různých názorech o dokonalých proporčních vztazích lidského těla. Tyto poměry (spodní a vrchní část těla dělená pasem) byly více pravděpodobné, než Polykleitův kánon, že *„výška postavy se musí rovnat sedminásobku vertikálního rozměru hlavy“* (Parramón, 1998), jenž se měl blížit zlatému řezu. O relaci božského poměru a lidského těla se úplně poprvé hovořilo v pentagramu charakterizovaném pěticí v pythagorejské vědě o číslech. Tento vztah dále definoval již zmíněný Marcus Vitruvius Pollio, který velice podrobně matematicky popsal kánon ideální postavy a tváře. Napsal též, že *„díky těmto pravidlům o proporcích a symetriích získali antičtí malíři a sochaři punc věčnosti“* (Hemenway, 2009).

Božský poměr se patrně projevoval úplně všude. Je zabudován do evropských gotických katedrál i Le Corbusierových (1887–1965) modulových designů v současné architektuře. Zvláštní harmonie božského poměru se objevuje u Michelangelových (1475–1564) soch a v barokních malbách Diega Velázqueze (1599–1660). I mnoho dalších renesančních umělců se při tvorbě svých obrazů a soch řídilo božským poměrem, aby dosáhli rovnováhy a krásy. Pořád jde o stejný poměr, který se symbolicky nachází v mnoha uměleckých dílech používajících mystické spirály, trojúhelníky, pentagramy a zlaté obdélníky.

Obr. 17: Zlaté „logaritmické“ spirály v architektonickém členění kaple Pazzi, Bruneleschi, Florencie, 1441–1460 *Obr. 18: Zlatý řez v Klanění tří králů, Velázquez, Museo del Prado, Španělsko, 1619*

(obr. 17, zdroj: www.pinterest.com, obr. 18, zdroj: www.diegovelazquez.net)

Jen málo slavných malířů v dějinách bylo i nadanými matematiky. Řekne-li se však „*renesanční člověk*“, vyvstane nám na mysli osoba, ztělesňující renesanční ideál ovládnutí širokých oblastí kultury i vědomostí. Není tak překvapením, že svými matematickými poznatky do vědeckého zkoumání bohatě přispěli i tak významní malíři jako byli Italové Piero della Francesca (1412–1517) a Leonardo da Vinci (1452–1519) (Livio, 2008). I jejich bádání souvisela úzce se zlatým řezem.

Podle několika popisů jej Leonardo používal k určení všech základních proporcí *Poslední večeře* a *Mony Lisy*. Stejně tak, jako je půdorysem Parthenónu obdélník √5, tj. čtverec a dva zlaté obdélníky, je i obraz da Vinciho *Zvěstování* orámován obdélníkem √5 (Olsen, 2013). Malba je pomocí techniky oddělování čtverců z obdélníků rozdělena na jeden velký čtverec a dva zlaté obdélníky, oba zase rozčleněné na malý čtverec a malý zlatý obdélník. Tato metoda vymezuje klíčové partie malby. Jednoduchým měřením se dá též ověřit poměr výšek obrazu, jenž rozděluje horizont, který se rovná zlatému řezu.

Obr. 19: Zvěstování, Leonardo da Vinci, Galleria degli Uffizi, Florencie, 1472
(obr. 19, zdroj: www.rodon.cz)

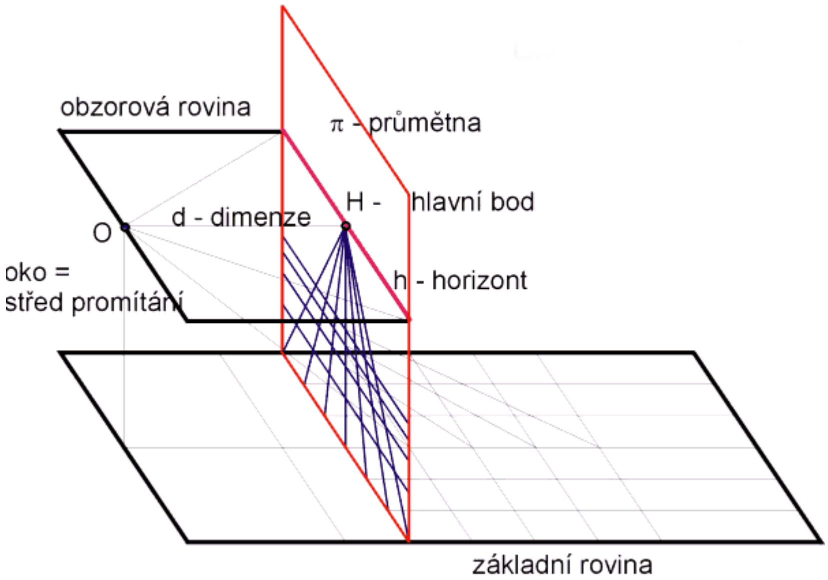
Není nijak neobvyklé, že umělci rámují své malby obdélníky s poměry 3 : 2 nebo 5 : 3, tedy pomocí jednoduchých fibonacciovských aproximací. Výsledkem tohoto propojení asymetrie a symetrické úměry zlatého řezu vzniká vysoká estetická kvalita.

Díváme-li se na božský poměr a snažíme-li se vybrat kód univerzální důležitosti, skutečně se nemusíme dívat příliš daleko. Nalezneme ho v zákonech biologie, botaniky, fyziky a matematiky, fascinuje nás při ohledu na stavby a umělecká díla, jež tvoří malíři, hudebníci a architekti. Kořenem rovnice, kterou píše sama příroda, a kterou Eukleidés vyjádřil formálními pojmy, je poznání zázraku, jehož jsme součástí. Johannes Kepler (1571–1630) následujícími prostými slovy zároveň zahalil i odhalil povahu tohoto velkého tajemství: „*Geometrie má dva velké poklady. Jedním je věta Pythagorova, druhým rozdělení úsečky v krajním a středním poměru. První lze přirovnat k žíle zlata, druhý lze označit za drahokam.*“ (Olsen, 2013).

1.4 Lineární perspektiva v umění

Víme, že pevným a bezpečným základem, na němž se mohlo vyvinout velkorysé stavitelství, sochařství a malířství, byla znalost jednoduchých geometrických pouček, zejména znalost pravého úhlu, svislice a vodorovné roviny a její využití. Mezi ty nejdůležitější objevy však bezpečně patří objev lineární perspektivy. Má mnoho společných rysů s každodenní perspektivou – se způsobem, jak lidé ve skutečnosti vnímají prostor a předměty v něm.

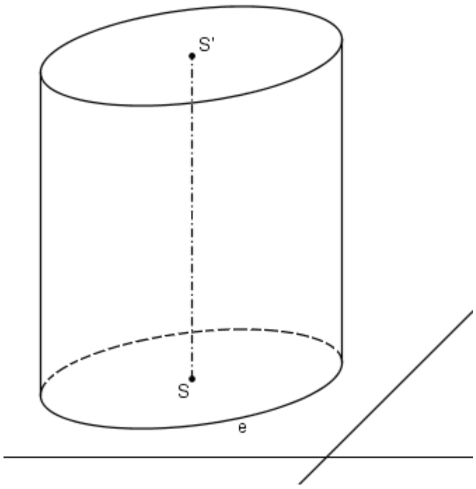
Z geometrického hlediska je lineární perspektiva zvláštní případ středového promítání. Je to zobrazovací metoda, která nejvíce odpovídá vidění lidského oka. Jejím cílem je zobrazení názorného obrazu předmětu daného sdruženými pravoúhlými průměty tak, aby byl podobný obrazu předmětu vnímaného okem. Pro toto středové promítání se zavádí v matematice jistá pravidla, která se musí dodržet: zobrazují se pouze objekty, které se nacházejí v zorném kuželi, úhel při vrcholu je 40°–50° a minimální vzdálenost od oka je 20–25 cm. Perspektiva je dána distancí d ($d=|OH|$), horizontem h, výškou oka v a hlavním bodem H, který splňuje podmínku $H \in h$. Promítáme ze středu O na průčelnou rovinu – nárysnu v, a na ni kolmou rovinu, kterou nazýváme základní průmětnu π – půdorysnu. Průsečnici půdorysny s nárysnou nazýváme základnici z. Hlavní vertikála, která leží na nárysně, se s horizontem protíná v hlavním bodě. V bodě H se také protínají obrazy přímek kolmých na nárysnu, tzv. *hloubkové přímky*. Bod H je tedy *úběžníkem* těchto přímek. Lineární perspektiva je určena, pokud je znán horizont, základnice, hlavní bod a distance. Těmto prvkům náleží označení – základní prvky perspektivy.



Obr. 20: Princip lineární perspektivy (obr. 20, zdroj: www.sisyfos.zcu.cz)

Svět, který nás obklopuje, je trojrozměrný a tím, že chceme něco znázornit na papír, zeď nebo plátno, jež představují pouze rovinu - dvojrozměrný prostor, se setkáme s řadou problémů. Když zanedbáme nejranější projevy a záznamy zobrazování prostoru na plochu u nejstarších kultur, nacházíme v tomto směru první souvislejší podklady až v Egyptě. V egyptském malířství a reliéfním sochařství, kde se nejčastěji setkáváme s reprodukcí skutečných tvarů, byla hlavním výtvarným prvkem obrysová kresba. Prostor byl vyjádřený tzv. *hieratickou perspektivou*, byl kladen v pásech nad sebe bez jakýchkoli perspektivních zkratek. Prostorové plány byly vrstvené vertikálně tak, že každý pás znamenal ústup do hloubky prostoru oproti nižšímu pásu. Trojrozměrnost se vůbec nezdůrazňovala, ale naznačovala a symbolizovala. Tento osobitý způsob nazírání egyptského malířství na prostorové útvary se nejnápadněji projevil v obrazech krajin, kde nárys a půdorys věcí se jevil jako průmět do plochy a střídavě podle záměru tvůrců se zakomponoval do obrazu (Crhák, 1986). Malé figury Egypťané nevnímali jako ty vzdálené, ale jako podřadné bytosti. Největší postava byla vždy ta nejvýznamnější a naopak. V architektuře je možno zpozorovat určité korekce zákonitosti perspektivní zkratky. Například rozličnou velikost kamenných monolitů v jediném pohledu vyrovnali tím, že nižší obelisky umístili blíže k pozorovacímu místu, aby se zdály stejně vysoké. K efektu prostoru též používali pouhé překrývání jednotlivých objektů, později se ale objevuje náznak šikmého rovnoběžného promítání. Teprve až Etruskové se pokusili prostor zobrazit pomocí perspektivy. Odpozorovali, že s rostoucí vzdáleností od průmětny se objekty zmenšují a že se vodorovné přímky sbíhají v dálce v jednom bodě. Docílili tak intuitivně celkem dobrého optického klamu, avšak ještě stále některé předměty zobrazovali ve volném rovnoběžném promítání, což se jeví velmi disproporčně.

Ve volném rovnoběžném promítání se útvary rovnoběžné s průmětnou (rovina, do které se promítá) zobrazují ve skutečné velikosti a ve skutečných úhlech. Útvary kolmé na průmětnu se promítají pod úhlem 45°a poloviční délkou (Kreamer, 1991).



Obr. 21: Pompejská freska Obětování Ifigenie, Museo Archeologico Nazionale, Neapol, 1. st. n. l. *Obr. 22: Válec zobrazen ve volném rovnoběžném promítání*

(obr. 21, zdroj: www.wikipedia.org, obr. 22, zdroj: www.karlin.mff.cuni.cz)

Mezi antickými památkami se zachovaly vzácné příklady vědomého úsilí vyrovnat se s problémem perspektivní zkratky, ale i s optickými korekcemi (Crhák, 1986). U významných architektonických objektů se počítalo s vlivem distance na proporčnost části staveb. Dokonalým příkladem je opět náš známý Parthenón, při jehož stavbě bylo dbáno na co nejvyšší estetický účinek. Stylobat chrámu se od středu svažuje o několik desítek milimetrů, kládí jsou zaoblena směrem ke středu a sloupy v rozích se odklánějí od středu a mají větší průměr než ostatní.

Z řeckého malířství lze vyvodit počátky úsilí vyjádřit trojrozměrnost obrazového prostoru perspektivními zkratkami tvarů. Pomocí perspektivně malovaných architektonických prvků je vyvolávána iluze většího prostoru, z čehož vyplynulo i pojmenování tzv. *iluzivní perspektivy*. Umístění plastik v římské architektuře a komponování prostoru také svědčí o záměrném využití perspektivy. Pohled do historie naznačuje, že fyziologie vidění se nevyhnutelně odrazila ve všech oblastech výtvarné tvorby. Výjimkou nebyla žádná slohová etapa. I ve středověké gotice, zejména v italském gotickém malířství, můžeme pozorovat snahu o perspektivní vyjádření prostoru. Křesťanské umění však bohužel nenavázalo na úsilí antických mistrů o realistické zobrazení skutečnosti a tak i v obrazech Giotta di Bondone (1267–1337) nebo Simona Martiniho (1284–1344) nalezneme očividné perspektivní chyby. Giottův současník – Ambrogio Lorenzetti (1285–1348) jako první užil vědomě jediného hlavního úběžníku na svém obraze *Zvěstování* z roku 1344 (Kadeřávek, 1922).

Obr. 23: Ze života sv. Františka, Giotto, Bazilika sv. Františka v Assisi, Itálie, 1300

Obr. 24: Zvěstování, Lorenzetti, Pinacoteca nazionale, Siena, Itálie, 1344

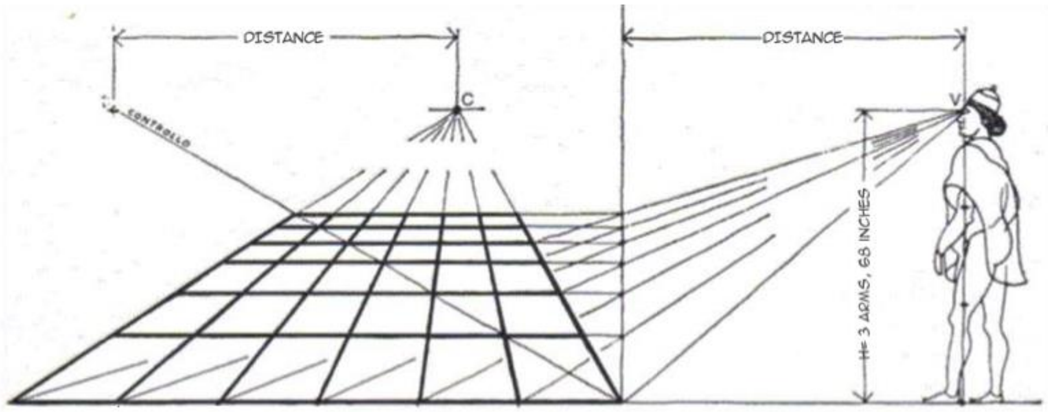
(obr. 23, zdroj: www.*giottodibondone.org, obr. 24, zdroj: www.artmuseum.cz)*

Pojem perspektiva a s ní související vizuální zkratka se však záměrně studovala až v renesanci (Crhák, 1986). Teprve až renesance obnovila antické tendence spojování výtvarného umění s matematicky vyjadřovanou kompozicí.

Marsilio Ficino (1433–1499), italský filosof a lékař, výslovně zdůrazňoval, že „*matematika je pro umění nepostradatelná*“ (Bečvář a Fuchs, 1996). Malíř a teoretik rané renesance Pierro della Francesca (1416–1492) se zabýval ve své knize *De prospectiva pingendi* teoretickými otázkami malířské perspektivy a Fillippo Brunelleschi (1377-1446) zase prováděl optické experimenty, které se staly základem pro lineárně perspektivní zobrazování architektury. Jemu a Leonu Battistovi Albertimu (1404–1472) jsou přičítány zásluhy za znovuobjevení tohoto „vynálezu“ (Cole, 1995). Alberti se ve svých spisech snažil umělcům poskytnout geometrické a vědecké základy pro jejich tvorbu. Ve spisu „*O malířství*“ se věnuje lidskému zraku a povrchu zobrazovaných těles, popisuje techniku zvětšování pomocí mřížky a základy perspektivy (Kadeřávek, 1922).

Obr. 25: Pohled na ideální město, Pierro della Francesca, Urbino, Itálie, 1470
(obr. 25, zdroj: www.wikimedia.org)

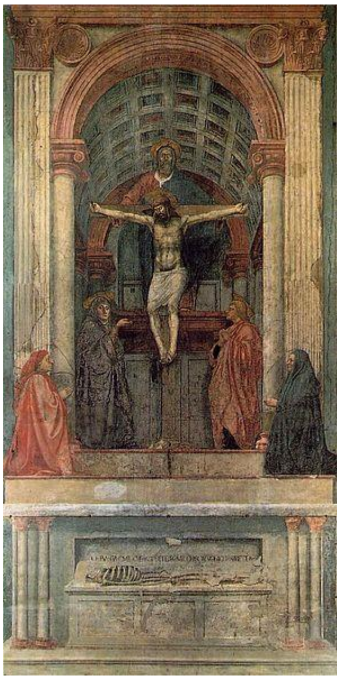
Umělci si moc dobře uvědomovali, že prostor a hloubku do obrazu zakomponují správným zakreslením dlážděné podlahy, či čtvercového kazetového stropu. Vymysleli několik návodů na jejich konstrukci, avšak nikde ne zcela správných. Až právě Alberti přišel se svou přímou metodou – svůj systém založil na výšce lidské postavy, tu stanovil na tři „*braccia*“ (braccio = paže, renesanční jednotka míry). Když zakreslil pravoúhlou obrazovou plochu, kterou si představoval jako otevřené okno, rozdělil základnici na jednotky braccia zmenšené v určitém měřítku. Vyznačil střední úběžník, vertikálu vysokou tři braccia, který ležel proti malířovu stanovišti. Pak zakreslil linie spojující dělící body na základnici s úběžníkem, tzv. *ortogonály*. V dalším kroku si zakreslil bokorys, aby viděl svislou hranu průmětny. Rozdělil rovinu do braccií a vyznačil stanoviště, z něhož bude pozorovat. Potom zakreslil optické paprsky vedoucí od stanoviště na základní rovinu. Průsečíky těchto spojnic se svislou hranou průmětny určily vzdálenost mezi jednotlivými dlaždicemi (Cole, 1995). Pro kontrolu přesnosti konstrukce doporučoval Alberti zakreslit diagonálu vedoucí mezi nejvzdálenějšími rohy dlažby.



Obr. 26: Albertiho konstrukce pavimenta (obr. 26, zdroj: www.silviaminguzzi.com)

Perspektiva byla skutečně velkým objevem té doby jak pro architekturu, tak i pro všechny druhy výtvarného umění, konečně byly nalezeny zákony, poskytující přirozený pohled na reálný prostor v rovinném obraze nebo v reliéfu. Dalším umělcem, který se zaobíral zachycením prostoru na plochu, byl malíř Masaccio (1401–1428). Ve svých konstrukcích prostoru dosáhl silné optické iluze trojrozměrného působení prostoru a veškerých předmětů. Na základě poznatků získaných od Brunelleschiho konstruuje ve svém mistrovském díle – freska *Svaté trojice* - architekturu s jasnými prvky antického stavebnictví, například sloupy, které nesou korintské hlavice. Hluboký podhled a perspektivní zkracování jsou tajemstvím této ohromující prostorové iluze (Huth a Hoffmann, 2006).

Mezi další významné teoretiky patřil i norimberský malíř Albrecht Dürer (1471–1528). Ačkoli se Dürer proslavil především svými dřevořezy a rytinami, byl pro svou dobu důležitým, dalo by se říci, vynálezcem. Ve velice významné práci nazvané *Pojednání o měření* uveřejnil svá zjištění a ilustrace pomůcek pro perspektivní zobrazování (například tzv. Dürerova síť, rýsovací pero nebo metodu jehly zabodnuté do zdi). Nauku o tomto systému zobrazení prostoru prohlubovali lineárně, barvou a světlem i další renesanční malíři: Paulo Uccello (1397–1475), Andrea Mantegna (1431–1506), Raffael Santi (1483–1520). Velkolepá umělecká díla a teoretické studie geometrických principů vrcholí v pracích Leonarda da Vinci (1452–1519), Tiziana (1488–1576) a Michelangela (1475–1564).




Obr. 27: Svatá trojice, Masaccio, Santa Maria Novella, Florencie, Itálie, 1428

Obr. 28: Mrtvý Kristus, Mantegna, Pinacoteca di Brera, Milán, Itálie, 1478

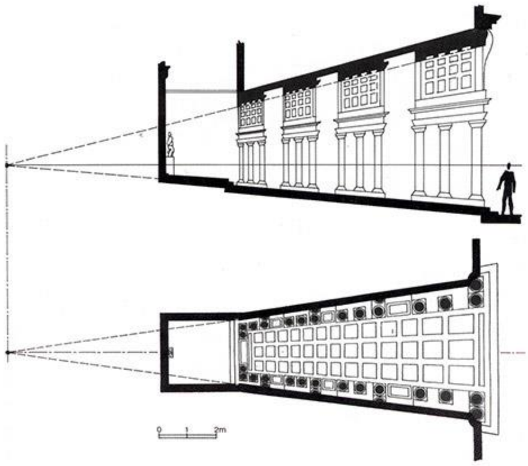
(obr. 27, zdroj: www.wikimedia.org, obr. 28, zdroj: www.wikimedia.org)

Jak uvádí František Kadeřávek (1922), Michelangelo ovládal všechna pravidla perspektivy, ale rovněž si moc dobře uvědomoval, že člověk neobsáhne velkou plochu jedním pohledem a že perspektivní obraz na rovině je u krajů zkreslený. Koule ve středu obrazu zobrazená do kružnice má čím dál od hlavního bodu tím větší eliptické zkreslení, odpovídající zákonům perspektivy. Protože však divák nepozoruje obraz nehnutě a jen z hlavního bodu, dělí Michelangelo velkou plochu, např. strop Sixtinské kaple, na několik perspektivně oddělených obrazů kompozičně vhodně vzájemně propojených tak, aby přihlížející neměl nikde dojem násilné deformace obrazu. Zde zřejmě tak nejvíce zapůsobila Michelangelova umělecká invence než striktně geometrická teoretická úvaha, nicméně i k této otázce geometrické teorie dospěl.

Nelze sledovat všechny peripetie vývoje výtvarného malířského projevu a geometrie, je ale jisté, že manýrismem, přechodovou fází mezi renesancí a barokem, začínají pouta perspektivy a výtvarného projevu slábnout. Strnulost a nepřirozenost obrazů vytvořených důsledně podle pravidel lineární perspektivy vedla k oddělování obsahu i formy obrazu od prostorových kontextů. Architektonický prostor z obrazů zmizel a malířství věnovalo pozornost spíše výrazovému vyjadřování objektu. Problémy, které pociťovali a svými prostředky řešili v této oblasti výtvarníci na konci 16. století, se dostaly do teoretických úvah některých geometrů až ve druhé polovině 19. století. Je podivné, jak dlouho trvalo geometrům, než se pokusili najít objasnění odchylek malířství od lineární perspektivy, která přesto tvořila základ nezbytné malířovy přípravy, a pomáhala mu zvládnout prvé kroky ve vytváření pravdivého názorného obrazu reálného světa. Lineární perspektiva a všechny kladné i záporné reakce na její užití v malířství se rozvíjely v době, která je v matematice charakteristická zkoumáním neměnných prostorových tvarů a transformací geometrických tvarů (Bečvář a Fuchs, 1996).

V období baroka se využívaly perspektivní principy téměř v každém výtvarném projevu. Všeobecnou tendencí barokního výtvarného umění byl dynamický princip kompozice, kterému perspektivní transformace prostoru vycházely vstříc nejen v malířství, ale i v architektuře a v návrzích užitkových předmětů. Použití perspektivy nacházíme téměř v každé nástěnné malbě, na každém stropě barokní architektury. Mistrem iluzivní malby a perspektivy, kterou uplatňoval zejména při freskové výzdobě architektury, byl člen jezuitského řádu Andrea Pozzo (1642–1709). Pozzo sepsal teoretický spis o perspektivě: *Perspectiva Pictorum et Architectorum* a za jeho mistrovské dílo je považována falešná kupole chrámu v jezuitském kostele ve Vídni nebo stropní freska Oslava sv. Ignáce v římském kostele sv. Ignáce z Loyoly. Na klenbách tohoto kostela jsou výjevy zobrazující nanebevzetí svatého Ignáce. Fresky vytváří dojem dalších pater, v nichž se obrazy odehrávají. Kostel jakoby nemá stropní ohraničení a scéna započatá sloupy plynule pokračuje vzhůru k nebi. Podobně jako renesanční mistři i Pozzo užíval ke svým velkolepým dílům na klenbách síní čtvercovou síť. Pro malbu na klenbě se přichystala rovinná skica, rozdělila se sítí na čtverečky a pak se pod klenbou z provazců sestrojila velká čtvercová síť. Ze zvoleného bodu, z něhož měla být výsledná malba pozorována, se za pomoci hořící pochodně vyšetřily stíny použité provazcové sítě na klenbě, obtáhly se uhlem a do této nepravidelné sítě se nakonec vnášela podle skici část po části kresba za stálého opravování a pozorování ze zvoleného očního bodu (Kadeřávek, 1994). Na základě poznatků o perspektivě dosahovali barokní umělci příznivější dojem v malé místnosti tím, že interiér iluzivně upravili, např. formou schodišť, rozšiřováním nebo zúžením půdorysu, skloněním stropu anebo podlahy. Největšího využití se dosáhlo v prostorách divadelních scén (např. iluzivní scéna v Teatro Olimpico ve Vincenze) (Crhák, 1986).

Iluzionismus byl odnepaměti velkým tématem architektury. Manipulováním proporcemi a dalšími vlastnostmi stavby mohli stavitelé dosáhnout toho, že vnímaná podoba a vůbec celkový dojem ze stavby nemusí plně korespondovat se skutečným architektonickým řešením. Umělci nevyužívali manipulaci s prostorem k tomu, aby nějak oklamávali pozorovatele, ale aby umocnili dojem a poukázali na další význam díla jako takového. Počítali s tím, že pozorovatel se přirozeně přiklání k té nejjednodušší a nejpravděpodobnější variantě ze všech geometricky možných variant, a právě to jim umožnilo otevřít prostor k různým architektonickým manipulacím. Tak jako se užívalo lineární perspektivy k dosažení hloubky a objemu v obrazech, i v architektuře se manipulovalo s percepcí prostoru. Architektura není jen tím, co prostor vyplňuje, ale mnohem spíše tím, co prostor samo utváří. Dobrým příkladem takové prostorové perspektivy je palác Spada v Římě, jenž byl postaven v polovině 16. století architektem Bartolomeem Baronimem (1511–1554) a v 17. století jej zmodernizoval architekt Francesco Borromini (1599–1667). Tento italský architekt byl zakladatelem dynamického typu baroka a průkopníkem iluzionistické architektury. Palác Spada je původně renesanční objekt přestavěný ve stylu italského baroka. Celkový charakter stavby ovšem neztratil svůj renesanční ráz. Je mnohem střídmější v půdorysu, konstrukce stavby je zřejmá a jednoduchá a návštěvník paláce může snáze uplatnit pravidla lineární perspektivy, aby se zorientoval, než tomu bývá u čistě barokních staveb. Palác Spada svým členěním fasády i interiéru vybízí k zapojení předpokladů o rovnoběžnosti a pravoúhlosti hran, je zde mnoho svislých a vodorovných linií a pravidelný rytmus jejich opakování. V tomto pravidelném a dobře předvídatelném kontextu se architektům otevírá prostor pro manipulace s perspektivou. Z nádvoří paláce vede nenápadný průchod lemovaný sloupovím. Borrominiho projekt této klenuté kolonády z roku 1653 je iluzivní hříčkou, která dovedně pracuje s pravidly lineární perspektivy. Prostor kolonády se směrem dovnitř zužuje, klenutý strop klesá, sloupy se zmenšují a podlaha mírně stoupá ke středovému úběžníku (Miovský, Čermák, Chrz, 2010).



Obr. 29: Borrominiho iluzivní architektura, palác Spada, Řím, Itálie, 1653
(obr. 29, zdroj: www.didatticarte.it)

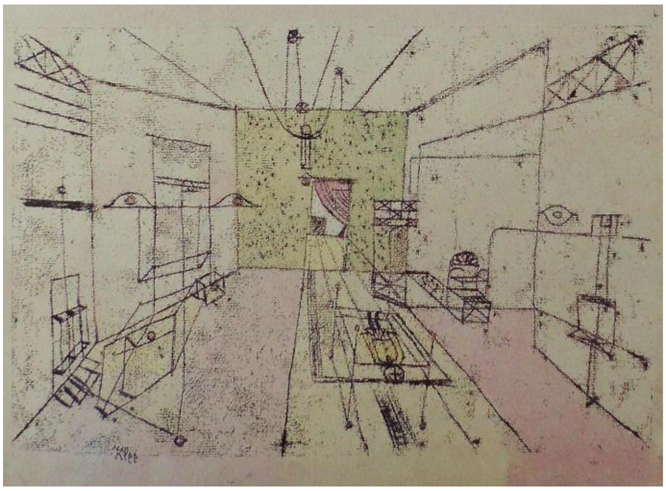
Manipulace s perspektivou, vedoucí k efektu zkracování nebo naopak prodlužování vnímaných délek, byla využita například i na náměstí před bazilikou svatého Petra ve Vatikánu, kde se mohutné sloupořadí obklopující prostor náměstí rozšiřuje směrem k bazilice, takže ta při příchodu na náměstí působí, že je mnohem blíže, než ve skutečnosti. Autorem této kolonády je Gian Lorenzo Bernini (1598–1680), jenž byl společně s Borrominim považován za největší římské architekty své doby (Miovský, Čermák, Chrz, 2010). Jejich stavby byly inspirací pro českého architekta Jana Blažeje Santini-Aichela (1677–1723), který se proslavil svým jedinečným stylem nazývaným barokní gotika. Ve svých projektech uplatňuje hluboké znalosti matematiky, geometrie a numerologie (např. samonosné eliptické schodiště v klášteře Plasy). Konstrukce jeho nejvýznamnější stavby, kostela sv. Jana Nepomuckého na Zelené hoře, vychází z geometrie kruhu, přičemž mnohonásobně opakuje číslo pět jako odkaz na pět hvězd Jana Nepomuckého. Santini obvykle konstruoval své stavby prakticky pouze za použití kružítka, díky jemuž budoval celou stavbu pomocí úseků kružnic, jejichž poloměrem jsou zpravidla násobky základního modulu stavby. I chrám Panny Marie ve Křtinách, který byl podle jeho návrhu postaven, je zdoben bohatou iluzivní freskovou výzdobou umělce Jana Jiřího Etgense (1697–1757). Tyto malby „šálící oko“, opticky rozšiřující prostor interiéru, stavby a urbanistické prvky, které navzdory perspektivním deformacím působí na pozorovatele přirozeně a přesvědčivě a jejich skutečná podoba tak zůstává skryta, můžeme nalézt především u barokních staveb a na různých místech světa.

Důležitým mezníkem pro zobrazovací metody je dílo francouzského přírodovědce a matematika Gesparda Mongea (1746–1818). Právě on je považován za zakladatele deskriptivní geometrie a je po něm pojmenováno Mongeovo promítání. Tato metoda se využívá především v technickém kreslení, využívá rovnoběžného pravoúhlého promítání objektu do dvou na sebe kolmých rovin – půdorysny a nárysny. Zajišťuje přesnější zachycení trojrozměrného objektu do dvojrozměrného výkresu (Polák, 2014). Na malířství měl ale samozřejmě mnohem větší vliv vynález fotografie v roce 1826, o něž se zasloužil Francouz Joseph Nicéphore Niépce (1765–1833). Stejně tak jako její předchůdce – camera obscura – díky níž malíři s velkou přesností zachycovali perspektivní krajinu, interiéry a předměty. Například Jan Vermeer (1632–1675), který si velkou cameru obscuru nechal postavit přímo do svého ateliéru a portrétované zákazníky a zátiší si promítal přímo na plátno. Geometrickými principy perspektivy se proto nemusel vůbec zabývat.

V období romantismu se klidný, matematicky řízený prostor renesance proměnil v důsledku zdůraznění umělcovy představivosti. Básník a malíř William Blake (1757–1827) byl mezi prvními, kteří se vzbouřili proti omezující roli matematiky a vědy. Nezajímal se o složité prostorové rámce, stejně tak jako mistr v zachycování prostoru pomocí světla William Turner (1775–1851). Podobného principu vystavět prostor prostřednictvím účinku světla a barev užívali také impresionisté. Jejich postupy lze považovat za zvláštní transformace zobrazování prostoru. Ačkoli se toto nové pojetí dalo označit za novátorské, nelze říci, že by v tomto stadiu dějin umění došlo k úplné destrukci tradičního výtvarného prostoru a jeho zobrazování. Příkladem mohou být Monetova (1840–1926) plátna *Stohy*, *Katedrály* a *Londýnské mosty*, v nichž je základní schéma kompozice přísně tradiční. Postup, při kterém jsou hlavní linie na obraze v souladu s tradičními renesančními vzorci, je charakteristický pro značnou část impresionistických obrazů (Francastel, 2003).

Následná revoluční vize prostoru, kterou přinesli do výtvarného umění kubisté, měla za cíl vyjádřit pocit plnosti a hloubky tak, jak jej skutečně lidé vnímají. Lineární perspektiva, zavržena kubistickým básníkem Guillaumem Apollinairem (1880–1918) jako ubohý prostředek, byla odmítnuta ve prospěch proměnlivé perspektivy, která roztříštila prostor na různé geometrické roviny a umožnila, aby předměty byly zobrazeny z několika pohledů současně. Kubismus vznikl také jako reakce na stále se zdokonalující techniku fotografie, která se stávala nepřekonatelnou ve své schopnosti zachytit realitu. Přestože kubisté odmítli lineární perspektivu, neodmítli geometrii. V dalších fázích naopak abstrahují zobrazované předměty na jednoduché geometrické tvary, které takto znázorňují. Kubismus chtěl obsáhnout realitu viditelnou nebo neviditelnou. Hlavním zájmem byl rozměr prostoru a zavedení prostoru čtvrté dimenze – rozměru pohybu. Dojmu hloubky je dosaženo překrýváním forem a rovin a kontrastem jejich barev. Kubismus je poslední „sítí“ (Francastel, 2003).

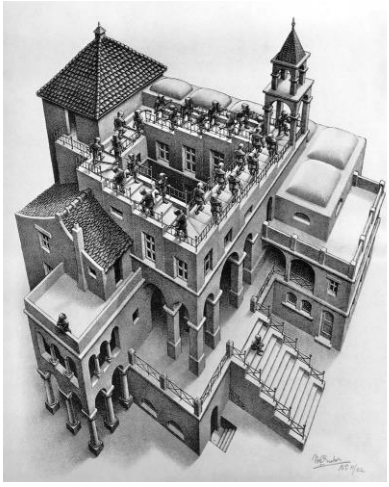
Lineární perspektivu bychom hledali marně také v italském futurismu. Zde byla statická perspektiva nahrazena univerzálním dynamismem, v němž pohyb a pocit jsou znázorněny předměty a postavami, které splývají s prostorem. Na přelomu 19. a 20 století se také objevila snaha o čistý matematický kalkul kompozice obrazu – v díle Vasilije Kandinského (1866–1944), Paula Klee (1870–1940), Pieta Mondriana (1872–1944), Juana Miró (1893–1983) a dalších umělců (Bečvář a Fuchs, 1996). Kleeho současník, italský malíř Giorgio de Chirico (1888–1978), záměrně narušoval některé vlastnosti perspektivy, zejména její logiku, stabilitu a řád. Oba dva při své tvorbě používali nástroje pro technické kreslení k dokonalému vykreslení perspektivních linií. Klee za svého působení jako pedagog na výmarské Škole architektury vysvětloval klamné vlastnosti perspektivního prostoru a to, že co se zdá být logické, nemusí být logicky interpretováno. Tvrdil, že iluze prostoru je vždy imaginární a plocha dále rozdělená liniemi může znamenat mnoho věcí. Ve dvacátých letech vytvořil Klee několik přízračných interiérů s průhledným nábytkem a paprskovitě se rozbíhajícími liniemi perspektivy. Má se však jednat jen jako imaginární prostor nebo psychologickou hru (Cole, 1995).



Obr. 30: Mystérie a melancholie ulice, Chirico soukromá sbírka, 1914
Obr. 31: Fantóm perspektivy, Klee, 1920
(obr. 30, zdroj: www.4-construction.com, obr. 31, zdroj: www.notesonlooking.com)

Paradoxy perspektivního kreslení se zabýval nizozemský umělec Maurits Cornelis Escher (1898–1972), známý svými kresbami a grafikami. Věnoval se topologickým útvarům a rozvržení roviny na pravidelné obrazce. Mnohé z Escherových děl využívá opakované překrytí, tzv. mozaikování. Zobrazoval ve svém umění matematické vztahy mezi tvary, prvky a prostorem. Jeho díla působí na první pohled skutečně, ale při podrobnějším zkoumání se prostor a věci v něm ukáží jako nemožné.

Toto využití nejednoznačnosti perspektivy není v umění 20. století nijak vzácné. Perspektivní zobrazení, iluze a manipulace s prostorem je tak důkladně využívána masovými médii – filmem, fotografií, comicsy, počítačovými hrami i reklamou – že se stala součástí obecně rozšířeného souboru uměleckých prostředků. Malíř chce prostřednictvím obrazu vyjádřit své myšlenky a pocity, jeho tvorba je ovlivněna schopností vnímat společenskou situaci a proudy, je ovlivněna objednateli díla i zákazníky. Umělec řeší, jak sladit své představy a zkušenosti s technickým provedením a realitou. S tím vším se proměňovala nejen výtvarná činnost v průběhu staletí, ale i význam užití perspektivy. Každá historická etapa měla své estetické normy a vlastní způsoby výtvarného vyjadřování. Geometrické ovládnutí prostoru a způsob znázornění reálného světa na dvojrozměrnou plochu rozhodně nemělo vliv na uměleckou hodnotu díla.



Obr. 32: Stoupající a klesající, M. C. Escher, 1960 Obr. 33: Užití perspektivy ve street artu, autor neznámý

(obr. 32, zdroj: www.totallyhistory.com, obr. 33, zdroj: www.s-media-cache-ak0.pinimg.com)

2. Geometrie a dětský výtvarný projev

Od nejútlejšího věku děti kreslí nebo malují obrázky. Již jednoroční batole sleduje svůj prst ve vzduchu a jeho pohybem opisuje jakousi křivku v prostoru, později otiskne zamazanou dlaň na bílou plochu nebo sleduje stopu ukazováčku na zamlženém skle (Uždil, 2002). Děti svými obrázky vyjadřují vlastní zážitky z přírody, ze života nebo i zážitky zprostředkované četbou, vyprávěním apod. Pomocí dětské kresby poznáváme osobnost dítěte, jeho vztah k okolnímu světu a lidem v něm. Dětská kresba se rozvíjí v závislosti na vývoji jedince bez ohledu na umělecké schopnosti. Každému věku také odpovídá specifický typ kresby (Hazuková a Šamšula, 1982). Dětský výtvarný projev je chápán jako primitivní krok směřující k estetickému cíli a také jako důležitý způsob komunikace. Výtvarnou činnost si dítě osvojuje stejně, jako se učí mluvit. Pozorováním a nápodobou svého okolí vzniká dětská kresba a grafické vyjadřování pojmů. Dítě velmi brzy chápe kresbu jako sdělovací prostředek, tedy jako jazyk.

Otázkou, kterou se tato diplomová práce zabývá, je především to, co má společného dětská kresba a geometrie. Inspirací mi byla práce profesora Františka Kuřiny a jeho zkoumání jazyka matematiky. Ve své knize Elementární matematika a kultura se zabývá významem dětské kresby a tvrdí, že *„dětská kresba vyjadřuje výrazné geometrické rysy – přesto, že dítě není školeno v žádném způsobu zobrazování a vůbec ne v geometrii“* (2012). Dítě přirozeně kreslí obrázky z vlastní zkušenosti pozorováním trojrozměrného světa kolem sebe. Kresbou se snaží tento svět přenést na papír a k tomu užívá vlastní jazyk geometrie a jedinečných zobrazovacích metod.

Vezmeme-li v úvahu krom kresby i jiné dětské hry, je i zde plno podnětů ze světa geometrie. Dítě si již v brzkém věku osvojuje geometrii v rovině vybarvováním omalovánek, sestavováním puzzle, vyhledáváním shodných a podobných obrázků (útvarů) a jejich rozdílů. Hrou se stavebnicemi, kostkami a jinými skládačkami si dítě rozvíjí prostorovou představivost a geometrii v prostoru vůbec.

Geometrie má v životě dítěte a dospělého mezi vzdělávacími předměty nezastupitelné místo. Učí nás poznávat prostor a jeho základní vlastnosti. K vyjadřování vztahů a vzájemných souvislostí užíváme svou prostorovou představivost v každodenním životě - děti při stavbě z kostek, při stavění sněhuláka, dospělí při zařizování interiéru, jízdě autem a čtení z map, při čtení grafických schémat a grafů atd. Prostorovou představivost rozvíjíme od útlého dětství a především v hodinách výtvarné výchovy, tělesné výchovy a matematiky.

Prostorovou představivost můžeme také chápat jako schopnost představovat si tvar, velikost a umístění geometrických trojrozměrných útvarů v prostoru, nebo i jako schopnost vytvářet si představu o prostoru a předmětů v něm ve vztahu s naším tělem. Ne jen tak se prostorová představivost vyskytuje jako cíl zkoumání v inteligenčních testech. Psycholog Howard Gardner zařazuje vizuálně-prostorovou inteligenci mezi osm nejdůležitějších druhů inteligence. Jeho teorie mnohočetné inteligence definuje tuto schopnost vnímání a rozlišování barev, tvarů, velikostí a vzdáleností mezi předměty jako klíčovou a samostatnou jednotku, jíž disponují osoby nadané v tomto směru. Ti jsou schopni rozeznávat a zapamatovávat si různé obrazce, nacházet vztahy a závislosti v obrazech, symbolech, mapách a diagramech, mají výbornou orientaci v prostoru a trojrozměrnou představivost. Jedinci s vysokou inteligencí tohoto typu jsou nejčastěji uplatnitelní v oblasti stavebnictví, architektury, geografie či jako výtvarní umělci (Gardner, 1999).

Podle teoretika a pedagoga výtvarné výchovy Jana Slavíka je zkoumání dětské kresby jedinečným pohybem na hranici mezi uměním a vědou. Za podstatnou z hlediska kresby považuje schopnost vnímat, abstrahovat a zobecňovat. Dětská kresba ukazuje, jak dítě pojímá zobrazený předmět, jakých jeho vlastností si povšimlo a do jaké kategorie předmětů si jej zařadilo. Charakterizuje první prostorový názor dítěte jako topologický – jako matematickou strukturu zobecňující pojem tvar. Teprve poté se stává projektivním nebo se utváří podle euklidovské geometrie (Miovský, Čermák, Chrz, 2010).

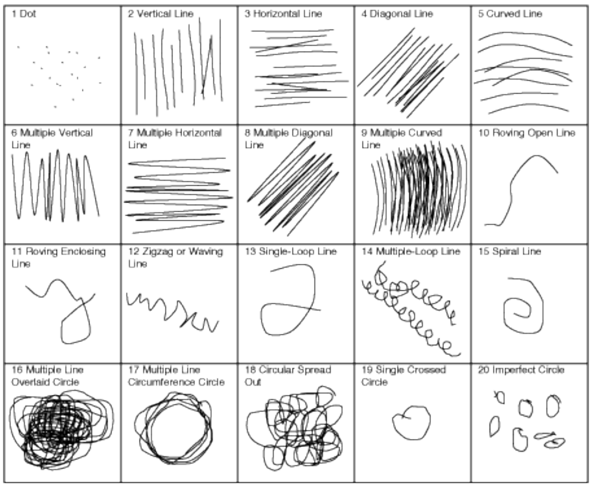
Výtvarný projev je zvláštní a historicky trvalá součást kultury. V širokém smyslu pro něj platí obecně totéž, co pro matematiku – je to metoda. Je-li výtvarný projev metodou, pak, analogicky jako matematika nebo přirozený jazyk, může mít rozmanité předměty studia a dobře se uplatňuje jak v umění, tak i ve vědě nebo technice. V následujících podkapitolách se chci věnovat zkoumání dětské kresby, prostorové představivosti u žáků různého věku, tomu, jak chápou prostor (schopnost vnímat předměty kolem sebe a na papíře) a zobrazovacím metodám, které užívají v závislosti na matematických znalostech.

2.1 Předškolní věk

Předškolní věk je období od 3. do 6. roku dítěte. Abychom mohli hledat alespoň nějaké geometrické aspekty zobrazovacích metod v dětských kresbách, musíme přeskočit úplné počátky dětského výtvarného projevu. I když je tzv. *období skvrn* a *období čáranic* velmi důležitou etapou, kterou si projde každé dítě, jejich sdělení je pro náš výzkum nepředmětné, stejně tak jako jsou čáranice všemi směry bezobsažné. Teprve v přechodném období grafického projevu – v období přechodu mezi čáranicemi a prvotním obrazem, můžeme nalézt snahy o nějaké pokrytí roviny čarami, body, kříži, změny v tloušťce a v náklonu linky. S těmito symboly spojuje vývoj dětského výtvarného projevu také současná česká pedagožka Hana Babyrádová (1999). Ta zkoumala a klasifikovala nejčastější prvky v dětských pracích jednotlivými symboly: body, přímky, kruhy, kříže, čtverce, spirály a labyrinty. Podobný výzkum provedla pedagožka a psycholožka Rhoda Kellog, která před padesáti lety na základě rozsáhlého vzorku čmáranic vytipovala soubor opakujících se prvků.

Přelom nastává tak mezi 3. a 4. rokem dítěte. Rozvoj kreslířského zobrazování je spjat s rozvoje identity a uvědomování si sebe sama. Dítě se snaží sdělit důležitý obsah a vytváří si znaky. Věra Roeselová (2004) tyto znaky nazývá ikonografická schémata nebo schématické znaky. Dítě nejvíce kreslí to, k čemu má vztah: rodina, domov, příroda, kamarádi, zvířata… Na této dětské schematizaci je vidět nejvýraznější vliv intuitivní geometrické představivosti. Strom se zobrazí jako soubor přímek a úseček a listy jako body, které těmto přímkám náleží.

Domeček se skládá z čtverce a trojúhelníku. Lidskou postavu dítě nakreslí jako spojení elipsovitého trupu, kruhové hlavy a končetiny jako úsečky. Celá tato znaková kresba je tvarově redukovaná.



Obr. 34: Klasifikace symbolů DVP podle R. Kellog   Obr. 35: Geometrická schematizace lidské postavy

(obr. 34, zdroj: www.delmarlearning.com, obr. 35, zdroj: ofoceno z Čáry, klikyháky, paňáci a auta, J. Uždil, 2002, str. 28)

Náhlý pokrok nastává ve vnímání, jež je umožněno ovládáním řeči a rozvinutějším kontaktem nejen s dospělými, ale i s dětmi stejného věku. Po třetím roce věku se prostorové vidění dítěte přibližuje vnímání dospělých. Dítě vnímá více detailů a uvědomuje si trojrozměrnost předmětů. Do šesti let však ještě nechápe perspektivní deformace objektu, ani modelaci světlem a stínem. Předškolní dětská kresba nezná perspektivu ani metrické vztahy, ale přihlíží k topologickým vazbám, jako je uzavření, sousedství nebo odloučení. Jak uvádí Jaromír Uždil (2002), je předškolní tvorba založena především na utváření a užívání představ. V běžném životě mají představy velkou cenu a v dětství jsou naprosto nepostradatelné.

Příznivým obdobím pro rozvoj prostorových představ je období mezi pátým a šestým rokem dítěte. V tomto věku je důležité podněcovat dítě a jeho schopnosti dostatkem her s kostkami, stavebnicemi, modelováním pokojíčků pro panenky apod. Když se toto období nevyužije, může dojít k tomu, že jedinec ztratí možnost rozvinout své schopnosti na takovou úroveň, kterou mu dávají vrozené dispozice. Předškolák má tendence prostor přeceňovat, začíná si uvědomovat, že vzdálenější předměty jsou menší, než ty bližší, avšak převést tyto perspektivní zkratky na papír je pro něho ještě složité. Z prostorových vztahů dítě chápe a užívá pojmy dole × nahoře, vpředu × vzadu (tady × tam) a okolo pěti let by měl správně užívat pojmy vpravo × vlevo. Představy o prostoru zahrnují i odhad a zapamatování si vzdálenosti, porovnávání velikosti objektů, vnímání části a celku, poměry jednotlivých částí a jejich uspořádání (Fuchs, 2015).

Rozvíjení geometrických představ je v předškolním věku důležité i z hlediska školní zralosti. Před nástupem do školy máme možnost rozvíjet představy o tvarech, prostoru, míře a velikosti a vytvářet prostor pro geometrické modelování. Předmatematické představy patří do základních rozumových předpokladů, jimiž by mělo dítě hlásící se do první třídy bez problému disponovat. Patří sem právě posuzování množství, velikostí, případně pořadí, ovládá početní operace alespoň do šesti (nejlépe do deseti), nebo si hraje s dominem (chápe puntíky 1- 6 na dominu), skáče políčka na hrací desce pomocí házení kostky (1 – 6), chápe protiklady (malý × velký), nerovnosti (vyšší × nižší), shodnost (stejný jako…). Zrakem by mělo dítě být schopno rozlišit nestejné obrázky podle tvaru (kulatý, čtvercový, hvězdicovitý,…) nebo velikosti, přetočení apod. Z hlediska osvojení si kresby se hlídá především práce s pastelkami, držení tužky. Dítě by mělo ovládat čáru a její směr, zápěstí by mělo být dostatečně uvolněné a pohyb plynulý. Rozvoj jemné motoriky se zkouší i na práci s modelínou, stříhání nebo lepení, hrou s kostkami – všechny tyto dovednosti rozvíjí jak předgeometrická průprava, tak dětská kresba sama o sobě.

2.2 Mladší a starší školní věk

Mladší školní věk označuje období od 6 do 12 let a starší školní věk období trvající obvykle od 12 do 15 let. Přechod mezi předškolním věkem a začátkem školního věku je v dětské kresbě velmi významný. Je to období vrcholící fantazie a zároveň se dětská představivost začíná postupně přiklánět k reálnému zobrazování světa. Dítě spíše to, než co zná, začíná kreslit to, co vidí. Roste jeho racionální pohled a kresba je čím dál více propracovanější do detailů. Ještě stále se mohou vyskytovat charakteristické znaky (přetrvávající i do 2. nebo 3. třídy) dětského výtvarného projevu jako jsou: transparence objektů, sklápění, vícepohledovost, R – princip, jednoduchost a čitelnost tvarů atd.

S nástupem do školy se dítě poprvé uceleně seznamuje s prvními elementárními geometrickými pojmy. Žáci na počátku školní docházky pracují s geometrickými tvary, se kterými již mají nějaké zkušenosti. Cílem výuky geometrie není vysvětlování pojmů a definic, ale hlavně rozvíjení prostorové představivosti a osvojení si správných návyků pro rýsování. Až nakonec by se měly tyto představy během poznávacího procesu proměnit ve strukturu pojmů, o niž se budou moci žáci opřít v dalším poznávání. Dle RVP pro základní vzdělávání jsou očekávané výstupy z výuky geometrie prvního stupně následující:

- Žák narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník, kružnice)
- Sčítá a odčítá graficky úsečky, určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran
- Sestrojí rovnoběžky a kolmice
- Určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu
- Rozpozná osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru

Dále žák ovládá na konci páté třídy pojmy: lomená čára, přímka, polopřímka, úsečka, čtverec, kružnice, obdélník, trojúhelník, kruh, čtyřúhelník, mnohoúhelník, kvádr, krychle, jehlan, koule, kužel, válec, jednotky délky a jejich převody, obvod a obsah obrazce, osová souměrnost, vzájemná poloha dvou přímek v rovině.

Všechny tyto vědomosti a dovednosti se jistě nemalou měrou promítají do dětského výtvarného projevu. Ve věku devíti až desíti let, v tzv. *období vizuálního realismu*, již dítě dokáže kreslit dle předlohy a objevuje se jistá snaha o znázornění perspektivy a modelaci prostoru pomocí stínování. Z psychologického hlediska nastává období konkrétních logických operací a je to velmi významný zlom počínající právě třetí či čtvrtou třídou základní školy. Dítě usiluje o napodobení optické reality a zobrazované objekty se snaží zachytit z místa pohledu tak, co skutečně z toho pohledu je možné vidět. Podle ruského pedagoga A. V. Bakušinského je dětská kresba mezi devátým až dvanáctým rokem věku charakteristická jistou analytickou tvůrčí metodou. Obrazový prostor dítě buduje nyní za pomoci přechodu od systému plánu či mapy k perspektivnímu zobrazení, od rovnoběžně zakreslovaných ploch k projekci ploch se sbíhajících. To se ale hned nedaří, řešení jsou polovičatá, nedodržuje jednotné měřítko ani jediný horizont (Chobola, 1975). Na škodu je, že tento relativní pokrok oslabuje kompoziční schopnost dětí a jejich cit pro barvu a rytmus. Také emoční složka a umělecká vůle ochabují, neboť počínají převažovat tendence poznávací. Celkově vzrůstá dětská kritičnost, ztráta sebejistoty a radost z kresby, jelikož dítě zažívá vnitřní rozpor – neumí výtvarně zachytit to, co by chtělo.

Starší školní věk je přirozeně spjat s končícím vývojem dětské kresby. Žáci definitivně ztrácí svůj přirozený spontánní projev a naopak rozvíjí abstraktní myšlení. Mluvíme o období formálních operací. Výtvarný projev inklinuje k předlohám, které nevyžadují téměř žádný vstup fantazijních představ nebo osobní invence. S kritičností roste touha po dokonalosti a přesnosti. Zde by se dalo říci, že by žáky mohl zaujmout právě konstruktivní a logický přístup k výtvarnému vyjádření. Spojení geometrických pouček (např. zobrazování prostoru pomocí lineární perspektivy, rýsování tvarů a objektů, technické kreslení) a volné kresby by mohlo pomoci žákům překlenout jejich období výtvarné krize.

2.3 Dorostové období

Dorostové období neboli adolescence, trvající zpravidla od 15 do 21 let věku, je období mladého člověka, na jehož konci by měl být plně vyvinut po stránce fyzické, psychické i sociální. V tomto období dochází k rozvoji sebevědomí, samostatnosti a v neposlední řadě k integraci osobnosti. Každý jedinec dosahuje vrcholu svých rozumových schopností. Úroveň inteligence tohoto období se v dalším životě překračuje jen výjimečně. Pojmeme-li toto období jako období strukturalizace osobnosti na střední škole, jistě se tento vývoj osobnosti promítne do obou zkoumaných předmětů – matematiky i výtvarné výchovy.

Postupná krystalizace postojů a názorů a zvyšující sebevědomí se musí zákonitě projevit v hledání individuality výtvarného vyjádření. Někteří teprve objevují svůj talent a především tito přirozeně nadaní jedinci se po umělecké stránce dále vyvíjejí především. Naplno se projevuje estetické cítění i subjektivní výtvarný názor. Student střední školy je schopen jisté výtvarné syntézy a analýzy, je schopen abstrahování a stylizace. Dospívající člověk je plný emocí, má chuť ale zároveň i strach své emoce vyjadřovat. Výtvarná tvorba je k tomuto účelu ideální. Práce jsou sice méně spontánní než v mladším věku, ovšem proto, že studenti nad svými pracemi také více přemýšlejí. Často tak stále panuje strach z neúspěchu a nepřijetí své vlastní práce.

Student je ovlivněn poznatky z dějin umění, návštěv galerií a „skutečného“ umění a sám mnohdy prahne po téže dokonalosti. Estetika a umění jsou důležitým prostředkem při utváření osobnosti mladého člověka. Jeho přirozený instinkt vnímat krásu by se měl v tomto období co nejlépe výchovně využít a pomoci mu osvojit si dovednosti, poznatky a kultivovat tak celou osobnost.

3. Analýza dětské kresby a pracovních listů

Praktickou částí této diplomové práce je především zanalyzovat vývoj dětské kresby v závislosti na znalostech geometrie. Též cílem mého zkoumání bylo uceleně popsat vývoj zobrazovacích metod z hlediska geometrické konstrukce a v neposlední řadě pomocí jednotlivých úkolů a pracovních listů rozebrat prostorovou představivost, konstrukční dovednosti a numerické schopnosti. Autorské pracovní listy jsem tvořila sama za pomoci grafických editorů, jako jsou: *Adobe Photoshop*, *Adobe Illustrator* a program *Malování* systému Windows.

Pracovní listy a úkoly byly předkládány dětem v mateřské škole, žákům na základní a střední škole. Jelikož mi šlo především o zachycení „vývojové změny“, zapojila jsem do výzkumu pouze třídy 1., 3., 5. a 9. na základní škole, 2. a 4. ročník na škole střední (MŠ Čtyřlístek, ZŠ Masarykova, Gymnázium Polička, Polička). Některé úkoly jsem zadávala napříč většímu věkovému rozmezí (např. kresba jednoduchých objektů) a některé úkoly jsou speciálně upravené na požadovanou náročnost vzhledem k věku dítěte. V potaz jsem musela zahrnout úroveň dětské a žákovské kresby, geometrické znalosti a čas, který na vyplnění úkolů žáci měli. V mateřské škole Čtyřlístek jsem pracovala se skupinou dětí ve věku od 3 do 6 let (celkem 15 dětí), na Masarykově základní škole s třídou 1. (21 žáků), 3. (23 žáků), 5. (21 žáků) na prvním stupni a se třídou 9. (27 žáků) na stupni druhém. Tato škola poskytuje základní všeobecné vzdělání a od 6. ročníku poskytuje rozšířenou výuku matematických a přírodovědných předmětů. Výuka probíhá podle školního vzdělávacího programu „*Čemukoliv se učíš, učíš se pro sebe*“, který stále prochází postupnými inovacemi a úpravami. Pracovní listy určené pro žáky 2. (28 žáků) a 4. ročníku (26 žáků) jsem vyzkoušela na střední všeobecně vzdělávací škole – Gymnázium Polička. Předmět Matematika se zde vyučuje na základě vzdělávacího obsahu oblasti Matematika a její aplikace vymezeného v RVP pro gymnázia. Estetická výchova je zde povinný vyučovací předmět pouze pro první a druhý ročník, ve kterém si žáci mohou volit mezi hudebním a výtvarným oborem. Rozvíjí průřezová témata Osobnostní a sociální výchova, Výchova k myšlení v evropských a globálních souvislostech, Multikulturní výchova, Enviromentální výchova a

Mediální výchova z RVP G. K doplnění a rozšíření předmětu mají žáci možnost volby nepovinného semináře z výtvarné výchovy, který prohlubuje kulturní rozhled a zájem o umění.

Jako metodu zpracování pracovních listů a kreseb jsem zvolila aplikovaný deskriptivní výzkum. Tuto diagnostickou analýzu dat vyhodnocuje Peter Gavora (1996) jako výzkumnou metodu pozorování a škálování, při níž se užívají různé didaktické testy. V našem případě pracovní listy a úkoly. Dále jsem při analýze kreseb postupovala podobně jako již zmíněný profesor František Kuřina, zabývající se především didaktikou matematiky, podle něhož je studium dětské kresby velice významná tématika.

Jak již bylo zmíněno, dětská kresba je jakýmsi neverbálním jazykem dítěte, je prvním a spontánním zobrazováním prostoru. Dětskou kresbu lze studovat různými pohledy – po výtvarné stránce (estetika), psychologické (osobnost) i technické (geometrie). V této diplomové práci zkoumám právě onu vlastnost kreseb z hlediska geometrie, avšak nechci tím nijak odsouvat ostatní kvality dětské tvorby, protože ji nelze pouze na tuto vlastnost redukovat a hodnotit z jednoho pohledu, pohledu matematika. Dítě pomocí své kresby sděluje mnoho. I ten nejjednodušší obrázek nám svým obsahem i provedením prozradí velmi mnoho o tom, co dítě ví, co prožívá, jaký je jeho obraz o světě i jak se rozvíjí jeho prostorová představivost. Stejně tak jako se rozvíjí kresba, se rozvíjí i dětská geometrie. I ta je naplněna vnitřní motivací a s růstem zkušeností roste i kvantita poznatků.

Ve spontánním dětském projevu lze objevit různorodé cesty k vyjadřování prostoru a objektů v něm. Tato zobrazení můžeme z geometrického hlediska popsat následovně:

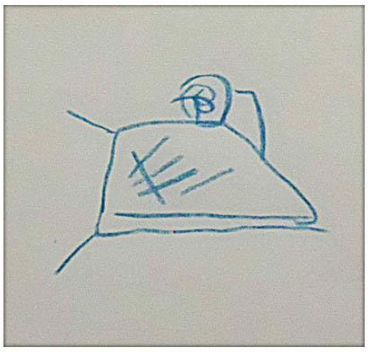
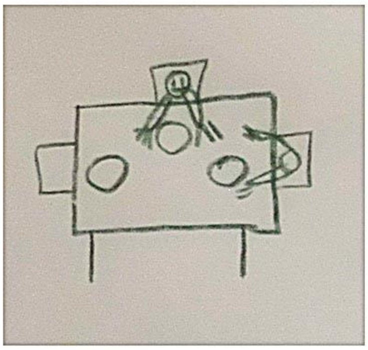
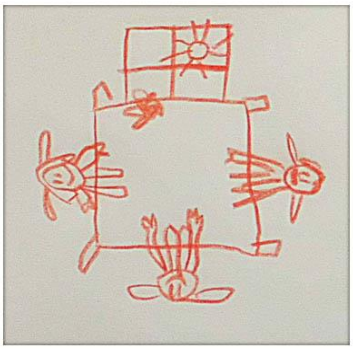
- pravoúhlý průmět do svislé roviny – nárys
- pravoúhlý průmět do vodorovné roviny – půdorys
- středový průmět – perspektivu (Kupčáková, 2009)

Abych byla tyto zobrazovací přístupy schopna popsat, zadala jsem dětem v mateřské a na základní škole za úkol („rychlé skici“) nakreslit několik jednoduchých objektů (např. stůl, židli, autíčko, domeček, hrníček atd.). Z celého vzorku obrázků vznikla neskutečná plejáda těchto zobrazovacích metod.

Obrázek 1. STŮL

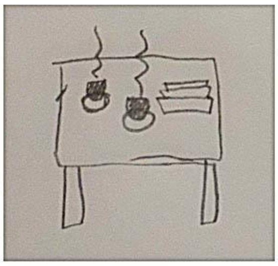
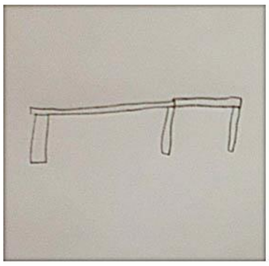
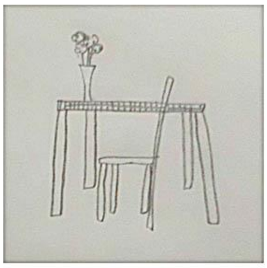
Kresbu stolu jsem vybrala jako první zcela záměrně. Nejen proto, že je to naprosto typický prvek mezi objekty, například když dítě kreslí svou rodinu u večeře, ale i proto, že ke kresbě většinou stůl potřebuje – má ho neustále na očích. Děti vědí, že stůl se skládá z rovinné plochy, že má nějaké nohy, chápou i smysl a funkčnost stolu (na kresbách často na stole něco stojí, leží…), je to pro ně též místo setkávání (s rodinou, s ostatními dětmi ve školce, s kamarádem ve školní lavici).

Při analýze vzniklých kreseb stolečků jsem zkoumala především typické znaky dětského výtvarného projevu a geometrický podtext. Vzniklo několik dosti odlišných způsobů, jak se děti na stůl dívají, co o něm vědí apod. Například na úžasné kresbě nejmladšího představitele v mateřské školce (Matěj, 3 roky) je pro oko dospělého až neuvěřitelná iluze zobrazení stolu v prostoru – i mnohem starší žáci k tomuto zobrazení vůbec nedošli. Matěj nakreslil stůl v téměř dokonalém lichoběžníkovém tvaru, jehož ramena se sbíhají do perspektivního úběžníku na pomyslném horizontu. Tuto představu prostoru však jasně narušují dvě nožičky od stolu, které se naopak sbíhají do středu stolu z jiného bočního pohledu. Na zbytek kresby jsem se musela doptat samotného Matěje. Až ten mi osvětlil, že *„na stole má přeci pastelky a svítí mu lampička“*. Matějovi, o něco starší, kamarádi nakreslili stůl z pohledu, z kterého se nikdy na stůl nemohli podívat. Nakreslili ho tak z představy a čistě jen na základě intuice. Anetka (5 let) a stejně tak Láďa (4 roky) ve své kresbě předvídají obrazy útvarů z pohledu shora. Zajímavé je, že zatímco Láďa nakreslil desku stolu půdorysně, nohy stolu už promítl pravoúhle do svislé roviny, tedy nárysně. Podařilo se mu však zachytit onu vlastnost, že nohy jsou k desce kolmé (což se Matějovi, ani Anetce nepodařilo). Anetčiny nohy od stolu se rozbíhají všemi směry, i když podstata jejího záměru je též zřejmá. Na její kresbě je také vidět, že stůl mají doma přiražen ke zdi pod oknem, z kterého mají krásný výhled, a sedí u něho celá rodina. Dětská transparentnost kresby je tu patrná na zobrazení noh pod stolem.

Obr. 36: Kresby stolu (autoři: Matěj, Láďa, Anetka)

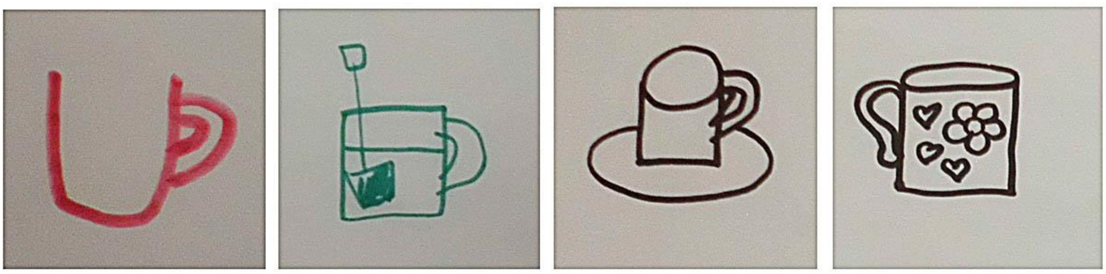
Další různorodé pohledy na stůl předvedli i Jirka (5 let) s Káťou (6 let). Jirka mi nakreslil stůl z jeho přirozené pozice pozorovatele. Stůl je nepřirozeně vysoký, jeho čelní hrana je vyznačena tlustou linkou a kresba vypadá, jako by zobrazena z žabí perspektivy, tedy pohledu zdola, kdy střed promítání leží pod horizontem. Je dost pravděpodobné, že právě takto si Jirka zapamatoval podobu stolu ze svého dětského zkoumání a pozorování okolí. Je to mnohem přirozenější a reálnější kresba, než např. kresba Ládi, který na stůl nahlíží ze stropu. Není ovšem divu, že stůl děti často kreslí podobně jako Káťa (takových podobných obrázků se mi sešlo mnoho). Je totiž výhodné zachytit desku stolu půdorysně, protože pak můžete nakreslit všechno, co se na stůl vejde. Zajímavé je, že i zde děti hodně kombinovaly nárys s půdorysem – je pro ně mnohem přirozenější zachytit předměty na stole z čelního pohledu. O další zajímavý pohled se postaral stejně starý Luboš (6 let), jehož vyobrazení se v tomto věku objevilo jako jediné. Lucka (8 let) už svůj obrázek stolu dovedla téměř k dokonalosti. Horizont pohledu umístila přesně do úrovně desky stolu, zadní nohy jsou v perspektivní zkratce, jsou kratší než ty přední a sbíhající se do hlavního úběžníku.

Obr. 37: Kresby stolu (autoři: Jirka, Káťa, Luboš, Lucka)

Obrázek 2. HRNÍČEK

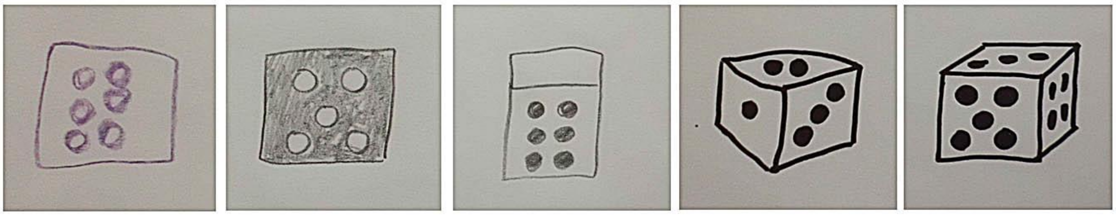
Další prostorový objekt, který děti rády kreslí, je hrníček. Zadala jsem jim, aby mi nakreslili svůj nejoblíbenější hrníček, z kterého rádi pijí doma nebo ve školce. Hrníček je opět předmět, s kterým mají děti bohaté zkušenosti a nedělá jim tak problémy ho nakreslit. To, že zcela pochopily prostorovou i funkční strukturu hrnku, je zřejmé ze všech kreseb. Na ukázku jsem vybrala jednoduchou kresbu Filípka (4 roky), který třemi tahy popsal úplnou ideu a podstatu hrníčku: hrnek je dole uzavřen, aby z něho nic nevyteklo, nahoře otevřen, aby se z něho dalo pít, a potřebuje ouško, aby se měl za co chytit. Oproti tomu Natálka (5 let) uzavřela hrníček i nahoře, nakreslila ho z čelního pohledu a ještě tak, aby bylo vidět, který nápoj má nejraději. Levitující papírový konec od porcovaného čaje zachycuje přesně moment, kdy si Natálka do hrníčku dává pytlík s čajem. Zajímavé mi přijde porovnání chlapecké a dívčí kresby - Péti a Julči ze třetí třídy (8let), kteří načrtli hrníček každý po svém. Péťa nakreslil hrnek z geometrického hlediska úplně špatně, i přesto je ale jeho kresba celkem propracovaná a informaci, kterou o hrníčku podává zcela dostačující: je kulatý, rovný a s podšálkem. Kulatý obrys hrníčku zobrazil půdorysně, na něj navazuje nárysový pohled na tělo hrnku a podšálek už se jeví jako elipsa, i když i Péťa jasně ví, že má podšálek stejný tvar jako půdorys hrníčku. Julča pojala svou kresbičku nejvíce dekorativně a opravdu bych řekla, že mi nakreslila svůj nejoblíbenější hrníček. Dokonale také zvládla kresbu složitého tvaru ouška. Jako jediná nakreslila ouško na levé straně – tak jak jej většinou drží, protože je levák. Perfektně vystihla zobrazení hrníčku z čelního nadhledu a kruhový okraj nakreslila jako elipsu, u spodního okraje to už ale bohužel nezvládla.



Obr. 38: Kresby hrníčku (autoři: Filip, Natálka, Péťa, Julča)

Obrázek 3. HRACÍ KOSTKA

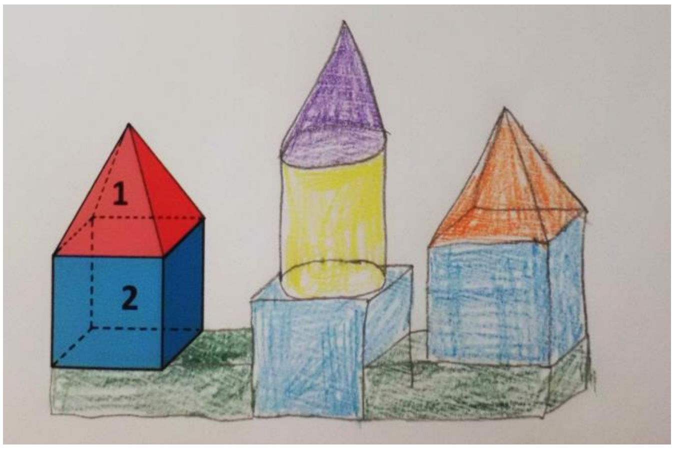
Hrací kostku jsem sebou přinesla na ukázku, i když děti ve školce ji důvěrně znají. Nechala jsem ji chvíli kolovat, aby si ji důkladně prohlédly. Děti nevědí, že krychle má šest stěn, ale vědí, že kostka má přeci 6 možností, jak může padnout, když si s ní hrají. Progres v zobrazení krychličky je patrný na následujícím obrázku:



Obr. 39: Kresby hrací kostky (autoři: Filip, Terezka, David, Michal, Klára)

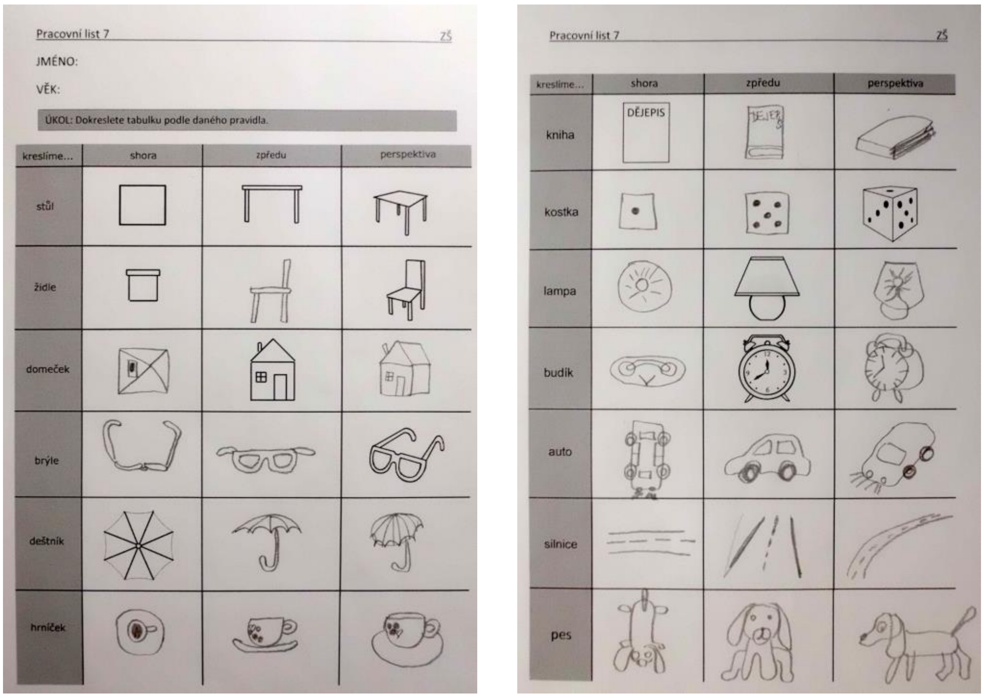
Jak je vidět na prvním obrázku, Filip (4 roky) nakreslil kostku z nejjednoduššího čelního pohledu. Zcela ignoroval fakt, že v ruce drží prostorový objekt, ovšem je zajímavé, že na kostce zvýraznil právě šest puntíků, i když mi předvedl, že počítat umí teprve do čtyř (odpočítával prsty na ruce kolik má roků a dál nevěděl). Terezka (6 let) si vybrala tentýž pohled na kostku, svou kresbu okomentovala, že „*takto je ta kostka hranatá*“. Hranatý je podle ní i čtverec, který zná už ze školy, ale rozdíl mezi čtvercem a kostkou už nedokázala nakreslit. O něco takového se pokusil její spolužák David (6 let). Z perspektivního hlediska nakreslil krychli ležící na hlavní vertikále pod horizontem, tedy v přímém nadhledu. Horní podstava se však nikam nesbíhá a iluze prostorového objektu není správná. Větší skok v kresbě krychle jsem zaznamenala až u žáka na konci páté třídy (Michal, 11 let). Ten už zvládl zachytit hrací kostku v prostoru – více si poradil se sousedními bočními stěnami, než s vrchní podstavou, jejíž zadní vrchol splynul do ztracena. Puntíky na stěnách vykreslil také zcela plošně ve tvaru kruhů. Pro představu jsem tento jednoduchý úkol zadala i pár žákům v deváté třídě. Klára (15 let) mi nakreslila naprosto typickou kresbu krychle ve volném rovnoběžném promítání. Krychli promítla pod úhlem 45°a s poloviční délkou boční hrany přesně tak, jak je to zvykem v téměř všech učebnicích matematiky na základní škole. Je zajímavé, jak si na toto vyobrazení téměř všichni žáci navyknou a už jej nekreslí jinak. Neobjevil se nikdo, kdo by promítl krychli z levého nadhledu, protože všude v učebnicích je nadhled pravý.

Podobné cvičení, které zkoumá preference zobrazovacích metod, jsem zařadila i do pracovních listů v třetí, páté a deváté třídě. Žáci měli porozumět pojmům: nárys, půdorys, bokorys a perspektiva. Například pracovní list 8 jsem předložila jak ve třetí, tak v páté třídě. Ukázalo se, že osmiletí žáci mají s takovýmto cvičením ještě problémy, ovšem v páté třídě už ovládají kresbu geometrických těles – také je to mezi očekávanými výstupy RVP z výuky geometrie na prvním stupni.



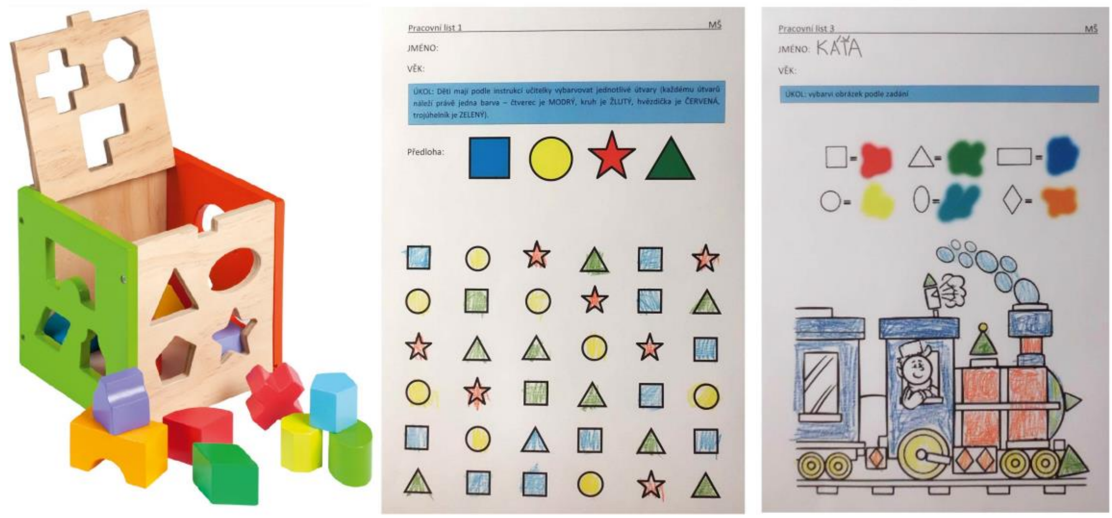
Obr. 40: Ukázka kresby hradu ze stavebnice

Pracovní list 7 jsem nechala vyplnit žáky první a třetí třídy. K jeho zadání byl potřeba krátký výklad, aby bylo všem jasné, co se po nich chce, a nevyskytovaly se chyby jen z pouhého neporozumění. Chyby, které jsem naopak pak v pracovních listech hledala, se týkaly schopnosti představit si, jak onen objekt vypadá z půdorysného pohledu, zpředu a v perspektivě. Perspektivu jako takovou jsem se žákům v první třídě, ani ve třetí, nepokoušela vysvětlit. Šlo především o to, aby si uvědomili, že lze objekty, které tak často kreslí, nakreslit i jinak. Nebylo překvapením, že největší problémy žákům dělalo zobrazení objektu v perspektivě. Někteří žáci se pokusili toto zobrazení zachytit tak, že spojili nárys s bokorysem a vytvořili jakýsi kompromis. Pro některé bylo velmi těžké představit si objekt ze třech různých úhlů pohledu. Objevil se i takový názor, že např. autíčko a pejsek se kreslí jen z boku (bokorys).



Obr. 41: Ukázka vyplněného pracovního listu 7 (obě strany)

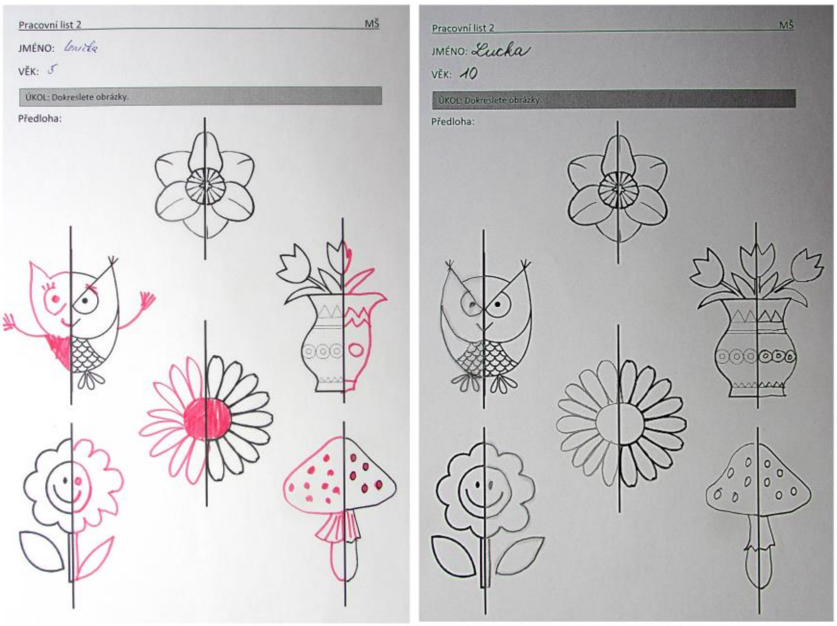
Úplně základní geometrické poznatky jsem zkoumala v mateřské škole pomocí pracovního listu 1 a 3. Jak bylo zmíněno výše, uchazeči při zápisu do první třídy bývají v drtivé většině škol zkoušeni i ze znalostí elementárních geometrických útvarů. Již velmi malé děti trénují rozpoznávání *„trojúhelníčků, koleček a čtverečků“* na klasické hračce pro nejmenší – vkládačce. Pracovní listy jsem nechala vyplnit děti ve školce – ty, které už mají zápis do školy za sebou, i ty, které to čeká příští rok. Oba listy jsou založeny na principu omalovánek. Dítě ovšem musí pochopit – spojit si barvu s tvarem – a následně ve „změti“ geometrických tvarů rozpoznat onen daný útvar a přiřadit k němu barvu. Z 15 vypracovaných listů č. 1 bylo zcela správně pouhé 4. Děti buď v průběhu vybarvování opustily od předepsaného schématu a začaly vybarvovat po svém, nebo někteří přidaly vlastní výběr barvy pastelky. Špatně jsem musela vyhodnotit i ty práce, kde nebyly vybarvené úplně všechny útvary. Častá chyba se vyskytla v rozeznávání trojúhelníku a čtverce. Děti zde hodně míchaly zelenou a modrou barvu – od hvězdy i od kruhu si jej nepletly. 10 pracovních listů ode mě dostaly za úkol vyplnit ty děti, které už úspěšně zvládly zápis do školy. Úkol byl o něco těžší, než ten předchozí, protože už musely rozpoznávat v omalovánce strojvedoucího hned šest geometrických útvarů. Až na drobné chyby jsem tyto listy vyhodnotila jako úspěšné.



Obr 42:. Vkládačka (staženo z: hračkárna.cz) a ukázka vyplněného listu 1 a 3

Podobný úkol dostali i žáci první třídy, pro které byl pracovní list 4 alespoň drobným zpestřením hodiny matematiky. Za úkol měli spočítat na obrázcích geometrické útvary a přitom si je mohli vybarvovat, jak bylo naznačeno v zadání. Pracovní list pojali šestiletí žáci jako omalovánky a s radostí jej vyplnili. Drobné chyby se vyskytovaly pouze u obrázku náklaďáku, kde si nebyli jisti, zda soustředné kružnice počítat jednou či dvakrát.

Pracovní list 2 zkoumající cit pro symetrii jsem z výzkumného důvodu předložila v mateřské škole a žákům 3. a 5. třídy. Dětská zkušenost se souměrností lidského těla, přírody a předmětů v okolním světě vedla čím dál více k přesnějšímu dodržování pravidel osové souměrnosti. S rostoucím věkem rozmanitost kreseb klesala a jen zcela výjimečně kreslily výsledky asymetrické. Ve školce předcházelo vyplnění listu procvičení a ujasnění významu symetrie. Pomocí hry jsme na koberci rozdělovali hračky a předměty, které symetrické jsou (alespoň podle jedné osy) a které nejsou. Toto cvičení děti velice bavilo a domnívám se, že vedlo k porozumění.

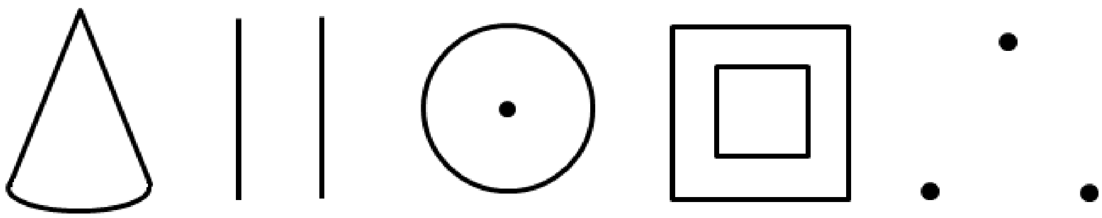


Obr. 43: Porovnání vyplněných listů (pracovní list 2) žákem mateřské školy a páté třídy

Smysl pro symetričnost projevili i žáci páté třídy, kteří plnili úkol z pracovního listu č. 5. Většina vyhotovených obrazců byla symetrická, ačkoli to nebylo podmínkou.

Obr. 44: Ukázky prací z pracovního listu 5

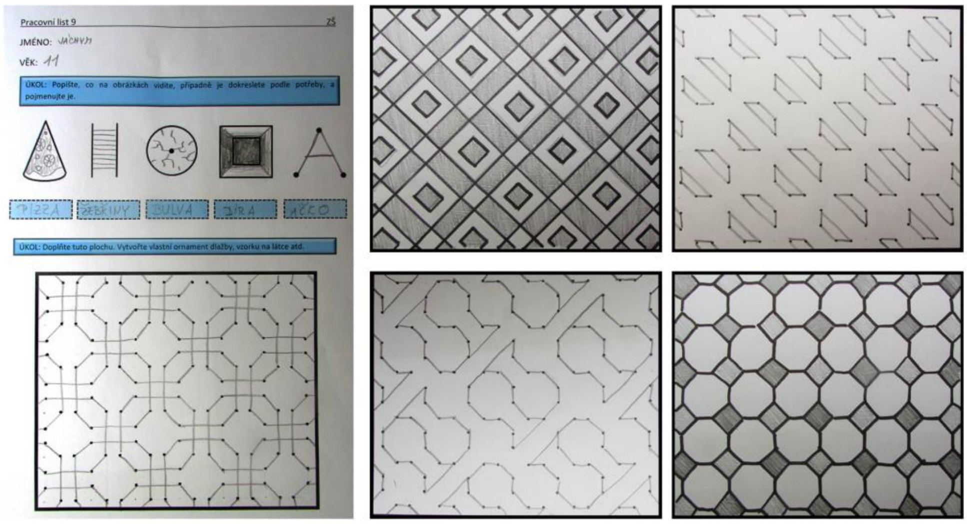
Pozoruhodná rozličnost nápadů se projevila i ve zkoumané třídě devátého ročníku základní školy. Tam žáci vyplňovali pracovní list 9, v němž měli za úkol dokreslit a popsat, co na těchto obrázkách vidí:



Obr. 45: Zadání z pracovního listu 9 (autor: T. Sodomková)

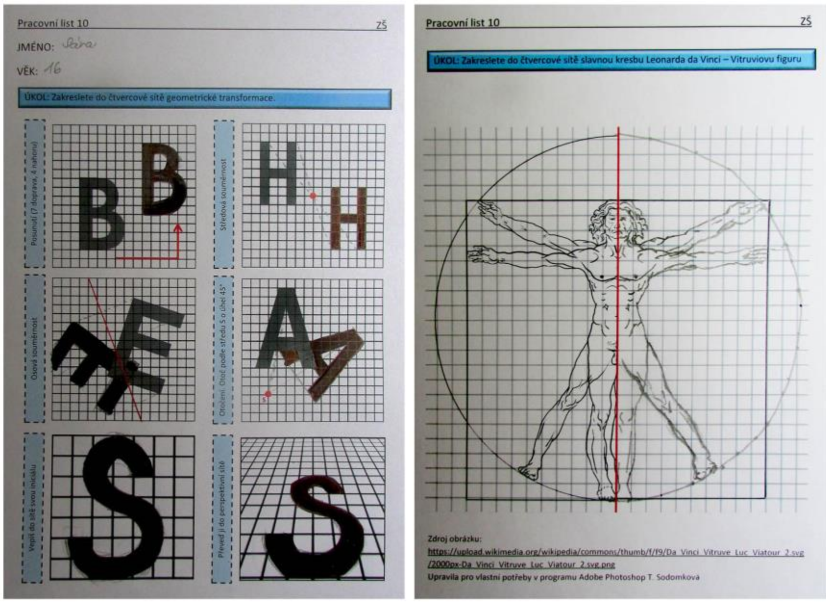
Zde se naplno ukázalo, kdo přemýšlí výtvarně a kdo naopak více matematicky. Někteří viděli kousek pizzy, dort, silnici, hrot tužky, krabici apod. Někteří pečlivě dokreslovali tvar kužele, kvádru, komolého čtyřbokého jehlanu nebo trojúhelník. Jelikož jsem všem dala ve vypracování úkolu volnou ruku, tak z celkových 27 listů bylo 19 výtvarně zaměřených. Tedy zhruba jen třetina třídy hledala v obrazcích skryté geometrické tvary a tělesa. Většina se přikláněla srovnávání obrazců s reálným světem. Projevila se tak jejich nápaditá představivost a tvůrčí fantazie.

I druhý úkol pracovního listu 9 mě svými výsledky velice mile překvapil. Žáci úlohu okamžitě pochopili a obrázek doplnili mnoha různými způsoby. Někdo zvolil jednoduchý motiv, někdo naopak motiv zdobnější a složitější. Z geometrického hlediska můžu tyto výsledky označit za pokrývání roviny shodnými mnohoúhelníky. V 9. třídě již žáci znají širokou škálu konvexních i nekonvexních n-úhelníků a to je mohlo při doplňování obrázku inspirovat.



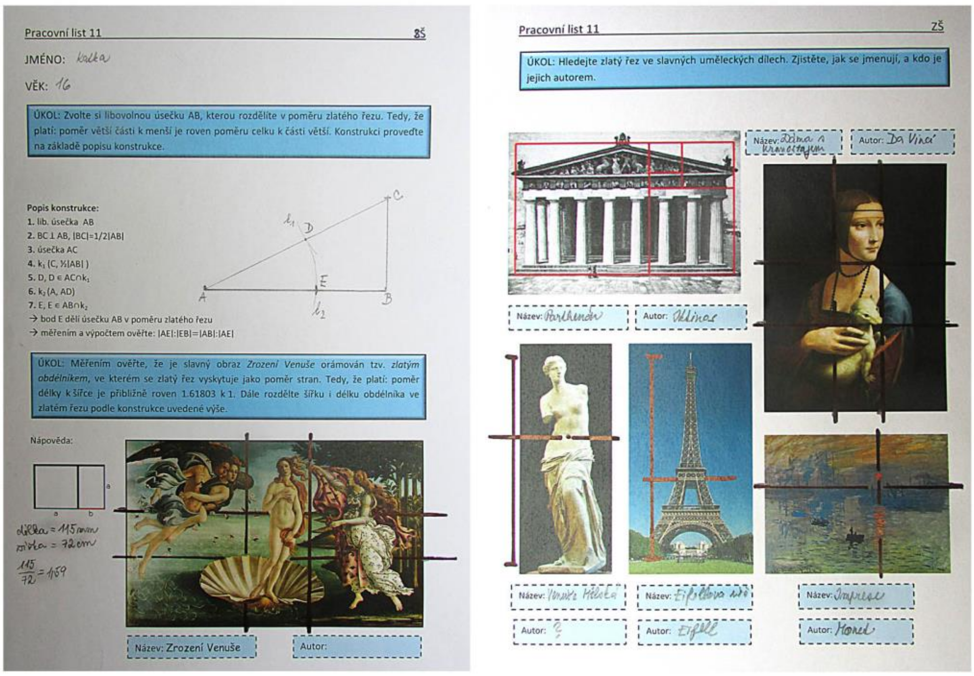
Obr. 46: Ukázka vypracovaného listu 9 a různých typů dláždění

Ve druhém ročníku střední školy probírají žáci zpravidla dle RVP pro gymnaziální vzdělávání planimetrii, geometrii v rovině, která navazuje na trigonometrii, goniometrii, a po které přijde na řadu výuka stereometrie. Mezi očekávanými výstupy z geometrie je učivo shodných zobrazení. Sem patří osová a středová souměrnost, posunutí a otočení. Tematicky jsem proto zařadila pracovní list 10 do zkoumané třídy druhého ročníku střední školy (pokusili se mi ho vyplnit i žáci deváté třídy, ovšem neporadili si s otočením, daného středem a úhlem, a někteří ani se středovou souměrností). První úkol pracovního listu 10 procvičuje základní geometrické transformace. Pro zjednodušení práce jsem zvolila zakreslování jednoduchých tvarů (hůlkové písmo) do čtvercové sítě. Pro zajímavost jsem sem zařadila i čtvercovou síť ve speciálním středovém promítání – v lineární perspektivě. Ve druhém úkolu si už žáci mohli více výtvarně vyzkoušet kresbu v osové souměrnosti – *Vitruviovy figury* od Da Vinciho. Pro zjednodušení opět do čtvercové sítě. V těchto kresbách byl patrný zkušenější přístup žáků druhého ročníku, než žáků devátých tříd. Linie byla čistší a symetrie dokonalejší.



Obr. 47: Ukázka vyplněného listu 10 (obě strany)

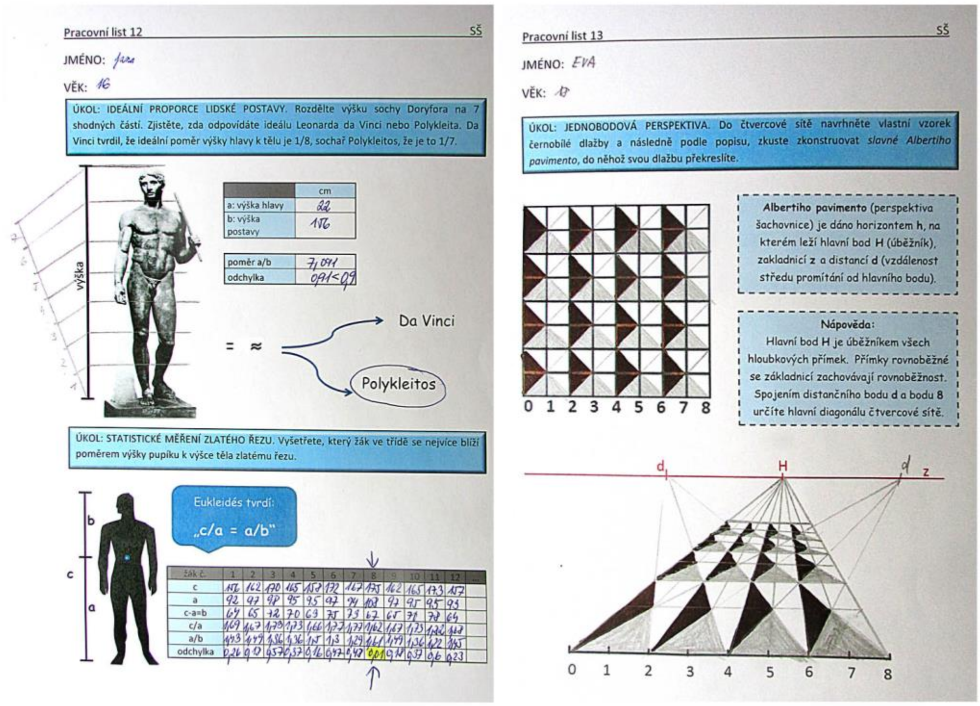
Mezi další očekávané výstupy žáka střední školy je též kompletní osvojení si dovednosti umět řešit konstrukční úlohy. Žák má porozumět zadání, provést pomocí náčrtku rozbor řešení, umí užívat matematických symbolů v zápisu postupu konstrukce, umí zkonstruovat výkres a shrnout své závěry v diskusi. Právě tyto dovednosti jsem zařadila do pracovního listu 11, v němž pomocí předdefinovaného postupu konstrukce měli žáci sami narýsovat konstrukci zlatého řezu. Každá konstrukce byla jiná, jelikož si každý mohl zvolit libovolnou délku úsečky. Aby si ověřili, že je postup správný, a že platí obecná definice o rovnosti poměru délek, provedli zkoušku výpočtem. Všech 28 žáků druhého ročníku se měřením přiblížilo k poměru délek 1,6 : 1. Další úkoly se týkaly přímé aplikace konstrukce zlatého řezu. Žáci měli navíc možnost seznámit se s autory a díly, v malířství, sochařství a v architektuře, ve kterých se zlatý řez vyskytuje. Tento úkol měl především názorně předvést využití znalosti iracionálního čísla φ v reálném světě. Žáci si tak mezi známé Ludolfovo číslo a Eulerovo číslo zařadili i číslo fí. Žáci zjistili, že obraz *Zrození Venuše*, jenž namaloval Sandro Botticelli (1444–1510), je orámován tzv. *zlatým obdélníkem* a to, že postava Venuše je také kompozičně umístěna do obrazu pomocí zlatého řezu. Užití čísla fí hledali žáci v architektonickém členění chrámu *Parthenón* (autor Iktínos), v obraze *Dáma s hranostajem* (autor Leonardo da Vinci), na soše *Venuše Mélské* (autor Praxiteles nebo Alexandr z Antiochie), na *Eiffelově věži* (autor Gustav Eiffel) a v obraze *Imprese* (autor Claude Monet).



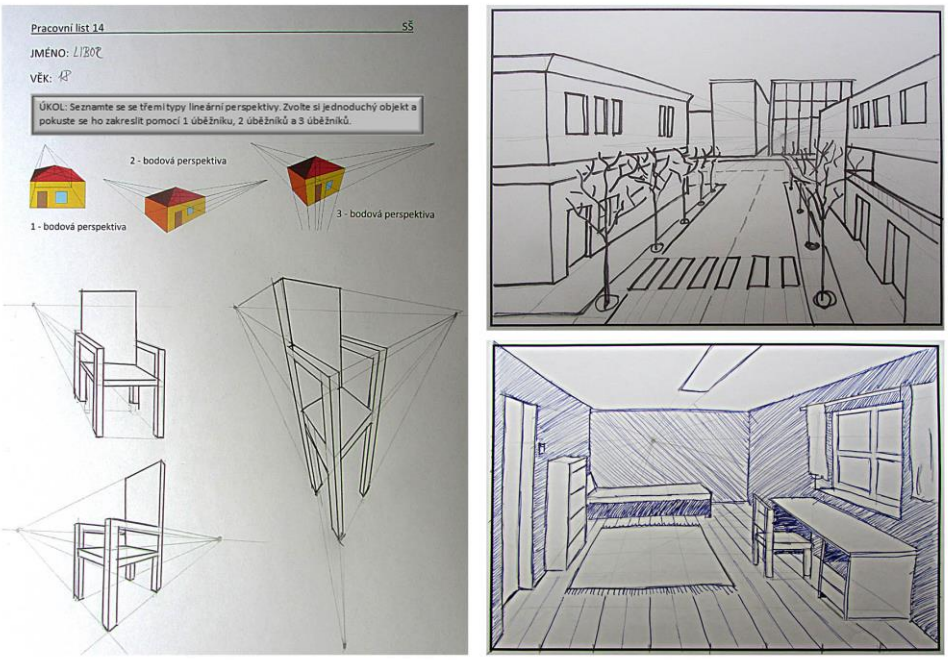
Obr. 48: Ukázka vyplněného pracovního listu 11 (obě strany)

Mezipředmětovým vztahům jsem se věnovala i v pracovním listu 12. Žáky jsem seznámila s antickým sochařstvím, významnými sochaři a s pojmem kánon. Na příkladu sochy Doryfora, mladíka nesoucího kopí a ztělesňujícího proporční harmonii, si žáci mohli ověřit Polykleitovo pravidlo, že ideální poměr výšky hlavy k celému tělu je 1 : 7. K tomuto splnění úkolu museli využít své znalosti z planimetrie, jak lze rozdělit libovolnou úsečku na sedm shodných částí. Kvůli měření, zda odpovídají typu „*Da Vinci*“ nebo „*Polykleita*“, museli pracovat ve dvojici. Experiment ukázal, že většina žáků ze třídy se skutečně přibližuje proporčnímu kánonu - poměru jedna ku sedmi. Statistickým měřením se zabýval i druhý úkol, jenž zkoumal, který žák ze třídy splňuje ideál krásy založený na principu zlatého řezu.

Pracovní listy 13, 14, 15 a 16 byly předkládány pouze ve čtvrtém ročníku střední školy a jsou zaměřené na studium lineární perspektivy. Žáci se nejprve seznámili se základními pojmy perspektivy (horizont, hlavní bod, úběžníky, základnice, distance). V pracovním listě 13 si vyzkoušeli zkonstruovat Albertiho pavimento. Do čtvercové sítě navrhli vlastní vzorek dlažby a následně se jej naučili překreslit ve středovém promítání. Pracovní list 14 slouží k představení tří typů perspektivního promítání. Naučili se zobrazovat objekty v jednobodové, dvoubodové a tříbodové perspektivě. A následně tyto znalosti, někteří společně s kresbou pavimenta, využili v realizaci vlastní libovolné kresby prostoru. Ke kresbě si žáci mohli zvolit libovolné médium, ovšem doporučovala jsem obyčejnou tužku nebo fix. Šlo nám především o to, abychom zachytili podstatu lineární perspektivy ve výtvarném zpracování. Tato aktivita byla zaměřena především na rozvoj matematických představ a zaznamenání prostoru v ploše. Aby si tyto informace ujasnili, na ukázku jim sloužily slavné obrazy od různých mistrů, kteří znalosti perspektivy zdárně uplatňovali ve svých dílech. Pracovní list 15 slouží také k zopakování významných autorů a děl, jiř by měli žáci na konci střední školy jistě znát. Jednalo se o: rytina *sv. Jeroným* (autor Albrecht Dürer), obraz *Zvěstování* (autor Carlo Crivelli), obraz *Poslední večeře* (autor Leonardo da Vinci), obraz *Hodina hudby* (autor Jan Vermeer), obraz *Ložnice v Arles* (autor Vincent van Gogh), obraz *Železniční most* (autor Claude Monet) a freska *Athénská škola* (autor Raffael Santi).



Obr. 49: Ukázka vyplněného pracovního listu 12 a 13



Obr. 50: Ukázka vyplněného pracovního listu 14 a kreseb prostoru

Obr. 51: Ukázka vyplněného pracovního listu 15 (obě strany)

Závěrem jsem na odlehčení zvolila úkol pracovního listu 16. Žáci se seznámili s anglickým malířem a grafikem Williamem Hogarthem (1697–1764) a jeho rytinou, která zdobila titulní stranu příručky o lineární perspektivě matematika Brooka Taylora (1685–1731). Žáci měli najít alespoň 10 perspektivních chyb, což se všem podařilo. Mezi nejčastější chyby patřily: délka rybářova prutu, viditelná přední a zadní strana kostela, viditelná horní i vrchní podstava sudu, křivá vodní hladina, zvětšující se stromy (a stádo ovcí) směrem do dálky, velikost vrány na stromě, ukotvení vyvěšené vlajky atd.

Analýzou vypracovaných listů a kreseb jsem zjistila, že děti se nesnaží, aby jejich obrazce byly hezké, ale především aby byly správné. Ukázka této grafiky symbolizuje to, že i když není vše tak, jak by mělo, neztrácí nic ze svého půvabu a umělecké hodnoty. Geometrie a její pravidla by neměla žáka v jeho výtvarném projevu nijak omezovat, ale může posloužit jako prostředek na cestě k cíli. Matematika je abstraktní věda a umění jí umí být také.

Závěr

Cílem a smyslem této diplomové práce bylo popsat jedinečný vztah mezi uměním a vědou, výtvarnou výchovou a matematikou, dětskou kresbou a geometrií. Pokusila jsem se shrnout aspekty obou oborů v jakési symbióze a poukázat na mezipředmětové vztahy, které se nabízejí ke studiu.

Geometrický pohled na výtvarnou tvorbu je stejně tak důležitý, jako je kresba pro rozvoj matematických představ. V této oblasti máme příležitost plně rozvíjet představy o tvarech, prostoru, míře a velikosti a také vytvářet prostor pro geometrické modelování. Pokud se budou žáci v hodinách geometrie učit znázorňovat útvary, modelovat reálné situace, uvědomovat si vzájemné polohy objektů v rovině a v prostoru, zdokonalovat svůj grafický projev a jemnou motoriku, potom se budou rozvíjet zákonitě i ve svém uměleckém vyjadřování. Bude též docházet k rozvíjení prostorové orientace, tolik potřebné do života, ke zdokonalování volné kresby a kresby z představy. Geometrie slouží jako základ mnoha vědám a také umění. Pokud se nebude vyučovat jen jako pouhý soubor bodů, úseček, úhlů, pravítek a kružítek, ale jako základ pro budování představivosti, tvořivosti a hry, mohou si k ní žáci vytvořit velmi kladný vztah.

O něco takového jsem se pokusila vytvořením celkem 16 pracovních listů. Jednotlivé úkoly byly zaměřené na osvojení geometrických poznatků a zlidštění geometrie jako takové. Pracovní listy by měly sloužit jak v hodinách matematiky, tak v hodinách výtvarné výchovy. V obou případech mohou pomoci motivovat žáky a zpestřit výuku.

Seznam použité literatury

ASKEW, Mike a Sheila EBBUTT. *Geometrie bez (m)učení: od Pythagora k dobývání vesmíru: abeceda geometrie v každodenním životě: fascinující tvary a konstrukce*. Praha: Grada, 2012. ISBN 978-80-247-4125-3.

ATALAY, Bülent. *Matematika a Mona Lisa: umění a věda Leonarda da Vinci*. Přeložil Viktor Horák. V Praze: Slovart, 2007. ISBN 978-80-7209-919-1.

BABYRÁDOVÁ, Hana. *Symbol v dětském výtvarném projevu*. Brno: Masarykova univerzita, 1999. Spisy Pedagogické fakulty Masarykovy univerzity v Brně. ISBN 80-210-2079-2.

BABYRÁDOVÁ, Hana. *Výtvarný projev dítěte předškolního věku v jednadvacátém století*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2014. Monografie. ISBN 978-80-244-3818-4.

BEČVÁŘ, Jindřich a Eduard FUCHS. *Člověk - umění - matematika: sborník přednášek z letních škol Historie matematiky*. Praha: Prometheus, 1996. Dějiny matematiky. ISBN 80-7196-031-4.

CAPRA, Fritjof. *Věda mistra Leonarda: pohled do mysli velkého renesančního génia*. Přeložil Lubomír Synek. Praha: Academia, 2009. Galileo. ISBN 978-80-200-1714-7.

COLE, Alison. *Perspektiva: vizuální průvodce teorií a technikami od renesance k pop artu*. Bratislava: Perfekt, 1995. Umění zblízka. ISBN 80-85261-77-4.

CRHÁK, František. *Priestor a perspektíva*. 2. vyd. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1986.

DAVID, Jiří. *Výtvarná výchova jako smyslový a duchovní fenomén: kapitoly z moderní historie a filosofie předmětu*. Polička: Fantisk, 1993. ISBN 80-901438-5-7.

DEPMAN, Ivan Jakovlevič. *Svět čísel: vyprávění o matematice*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1973. Knižnice všeobecného vzdělání.

DIVÍŠEK, Jiří. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989. ISBN 80-04-20433-3.

FUCHS, Eduard, Hana LIŠKOVÁ a Eva ZELENDOVÁ. *Rozvoj předmatematických představ dětí předškolního věku: metodický průvodce* [CD-ROM]. Praha: Jednota českých matematiků a fyziků, 2015. ISBN 978-80-7015-566-0.

FRANCASTEL, Pierre. *Malířství a společnost: výtvarný prostor od renesance ke kubismu*. Brno: Barrister & Principal, 2003. Dějiny a teorie umění. ISBN 80-86598-49-7.

GARDNER, Howard. *Dimenze myšlení: teorie rozmanitých inteligencí*. Praha: Portál, 1999. ISBN 80-7178-279-3.

GAVORA, P. *Výzkumné metody v pedagogice.* Brno: Paido, 1996. 130 s. ISBN 8085931-15-X.

HAZUKOVÁ, Helena a Pavel ŠAMŠULA. *Didaktika výtvarné výchovy I*. 2. přeprac. vyd. Praha: Karolinum, 1990. ISBN 80-7066-368-5.

HEMENWAY, Priya. *Tajný kód: záhadný vzorec v umění, přírodě a vědě*. V Praze: Slovart, 2009. ISBN 978-80-7391-253-6.

HUTH, Astrid C. a Thomas R. HOFFMANN. *Jak je poznáme?: umění renesance*. Praha: Knižní klub, 2006. ISBN 80-242-1723-6.

CHOBOLA, Ladislav. *Dětský kresebný projev a klasikové jeho teorie*. Brno: Universita J.E. Purkyně, 1975. Spisy pedagogické fakulty University J.E. Purkyně v Brně.

JELÍNEK, Jan. *Umění v zrcadle věků: počátky umělecké tvorby*. Brno: Moravské muzeum, 1990. ISBN 80-7028-009-3.

KADEŘÁVEK, František. *Geometrie a umění v dobách minulých*. Praha: Půdorys, 1994. ISBN 80-900791-5-6.

KADEŘÁVEK, František. *Perspektiva: příručka pro architekty, malíře a přátele umění*. Praha: J. Štenc, 1922.

KOLMAN, Arnošt. *Dějiny matematiky ve starověku*. Praha: Academia, 1968.

KRAEMER, Emil. *Zobrazovací metody: (promítání rovnoběžné) : celostátní vysokoškolské učebnice pro studenty pedagogiky, přírodovědeckých a matematicko-*

fyzikálních fakult. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1991. Učebnice pro vysoké školy. ISBN 80-04-21778-8.

KUPČÁKOVÁ, Marie. *Geometrie ve světě dětí i dospělých*. 3. vyd. Hradec Králové: Gaudeamus, 2009. ISBN 978-80-7041-683-9.

KUPČÁKOVÁ, Marie. *Rozvíjení matematických představ 1: učitelství pro mateřské školy*. Hradec Králové: Gaudeamus, 2014. ISBN 978-80-7435-509-7.

KUŘINA, František. *Deset geometrických transformací*. Praha: Prometheus, 2002. ISBN 80-7196-231-7.

KUŘINA, František. *Deset pohledů na geometrii*. Praha: Matematický ústav Akademie věd České republiky, 1996. ISBN 80-85823-21-7.

KUŘINA, František. *Elementární matematika a kultura*. Hradec Králové: Gaudeamus, 2012. ISBN 978-80-7435-218-8.

KUŘINA, František a Jana CACHOVÁ. *Matematika a porozumění světu: setkání s matematikou po základní škole*. Praha: Academia, 2009. ISBN 978-80-200-1743-7.

LIVIO, Mario. *Neřešitelná rovnice: matematika a jazyk symetrií*. Praha: Argo, 2008. Zip. ISBN 978-80-7363-150-5.

LIVIO, Mario. *Zlatý řez: příběh fí, nejpodivuhodnějšího čísla na světě*. Praha: Dokořán, 2006. Zip. ISBN 80-7203-808-7.

MIOVSKÝ, Michal, Ivo ČERMÁK a Vladimír CHRZ. *Umění ve vědě a věda v umění: metodologické imaginace*. Praha: Grada, 2010. ISBN 978-80-247-1707-4.

OLSEN, Scott Anthony. *Záhadný zlatý řez: největší tajemství přírody*. 2. vyd. v českém jazyce. Přeložil Petr Holčák. Praha: Dokořán, 2013. Pergamen. ISBN 978-80-7363-566-4.

PARRAMÓN, José María. *Perspektiva pro výtvarníky: správné užití perspektivy v kresbě a malbě*. České vyd. 2. Praha: J. Vašut, 1998. Jak na to. ISBN 80-7236-041-8.

PARRAMÓN, José María a G. FRESQUET. *Jak nakreslit lidské tělo*. Vyd. 2. Praha: Vašut, 1998. Jak na to. ISBN 80-7236-044-2.

POLÁK, Josef, *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. Plzeň: Nakladatelství Fraus, 2014. ISBN 978-80-7238-449-5.

PIJOAN, José. *Dějiny umění*. 3. vyd. Praha: Odeon, 1987. Světové umění.

ROESELOVÁ, Věra, *Linie, barva a tvar ve výtvarné výchově*. Praha: Sarah, 2004. ISBN 80-902267-5-2.

UTITZ, Emil. *Dějiny estetiky*. Praha: NČSVU, 1968. Orientace.

UŽDIL, Jaromír. *Čáry, klikyháky, paňáci a auta: výtvarný projev a psychický život dítěte*. Praha: Portál, 2002. ISBN 80-7178-599-7.

UŽDIL, Jaromír. *Výtvarný projev a výchova*. 2. dopl. vyd. Praha: SPN, 1978.

WADE, David. *Symetrie: základní princip uspořádání*. Praha: Dokořán, 2012. Pergamen. ISBN 978-80-7363-410-0.

Elektronické zdroje

Konkretizované očekávané výstupy RVP PV. [online]. 2012 [cit. 2016-06-01]. Dostupné z http://www.nuv.cz/file/443

Upravený RVP ZV. [online]. 2013 [cit. 2016-06-01]. Dostupné z http://www.nuv.cz/file/319

Rámcový vzdělávací program pro gymnázia. [online]. 2007 [cit. 2016-06-01]. Dostupné z http://www.nuv.cz/file/159

Použité zdroje obrázků

Obr. 1: Dostupné z:
http://www.italy-schools.com/ILSONLINE/immagini/badisco.jpg

Obr. 2: Dostupné z:
http://www.artepreistorica.com/wp-content/uploads/2010/01/bad-216x300.jpg

Obr. 3: Dostupné z:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/0b/Vaso_Campaniforme_Ciempozuelos.jpg

Obr. 4: Dostupné z:
http://www.turinea.com/uploads/fotos/foto_853_c.jpg

Obr. 5: Dostupné z:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/9d/Vl%C4%8D%C3%AD_radius.jpg/220px-Vl%C4%8D%C3%AD_radius.jpg

Obr. 6: Dostupné z:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/d/d6/Babylonian_numerals.svg/310px-Babylonian_numerals.svg.png

Obr. 7: Dostupné z:
http://cafenobel.ujep.cz/foto/24_754.jpg

Obr. 8: Dostupné z:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/d/d3/Thaletova_veta.svg/220px-Thaletova_veta.svg.png

Obr. 9: Dostupné z:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/94/Sanzio_01.jpg/773px-Sanzio_01.jpg

Obr. 10: Dostupné z:
http://www.slavneobrazy.cz/obr/pict/910.jpg

Obr. 11: Dostupné z:
https://s-media-cache-ak0.pinimg.com/736x/32/b3/97/32b397652107d4366776fbf5160f3e58.jpg

Obr. 12: Dostupné z:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f9/Nefertiti_bust_(front).jpg/220px-Nefertiti_bust_(front).jpg

Obr. 13: Dostupné z:
http://www.ceranchbooks.com/shop_image/product/013566.JPG

Obr. 14: Dostupné z:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/7/72/Pentagram_pentagon.svg/1024px-Pentagram_pentagon.svg.png

Obr. 15: Dostupné z:
http://www.pixy.cz/pixylophone/obrazky/zlatyrez1.gif

Obr. 16: Dostupné z:
http://fyzika.jreichl.com/data/dejiny/usvit_dejin/zlaty_rez/image090.jpg

Obr. 17: Dostupné z:
https://s-media-cache-ak0.pinimg.com/736x/6e/9f/fc/6e9ffca5f1505a54367832e55dfb718f.jpg

Obr. 18: Dostupné z:
http://diegovelazquez.net/Adoration%20of%20the%20Magi%20Diego%20Velazquez.jpg

Obr. 19: Dostupné z:
http://www.rodon.cz/admin/upload/ModuleObraz/434.jpg

Obr. 20: Dostupné z:
http://sisyfos.zcu.cz/matika/predm1/geomobr/linpe.gif

Obr. 21: Dostupné z:
https://cs.wikipedia.org/wiki/Kalch%C3%A1s#/media/File:Fresco_Iphigeneia_MAN_Naples.jpg

Obr. 22: Dostupné z:
http://www.karlin.mff.cuni.cz/~plichtova/Diplomka/AfinitaAKolineace/images/RezValce1.png

Obr. 23: Dostupné z:
http://www.giottodibondone.org/The-Vision-Of-The-Thrones-1295-1300.jpg

Obr. 24: Dostupné z:
http://www.artmuseum.cz/resources/works/lorenzetti_a_03a.jpg

Obr. 25: Dostupné z:
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Formerly_Piero_della_Francesca_-_Ideal_City_-_Galleria_Nazionale_delle_Marche_Urbino.jpg

Obr. 26: Dostupné z:
http://www.silviaminguzzi.com/anotherperspective/img/alberti.png

Obr. 27: Dostupné z:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/d/d2/Masaccio_trinity.jpg/200px-Masaccio_trinity.jpg

Obr. 28: Dostupné z:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/3/3e/Mantegna_Andrea_Dead_Christ.jpg/262px-Mantegna_Andrea_Dead_Christ.jpg

Obr. 29: Dostupné z:
http://www.didatticarte.it/public/prospettiva-palazzo-spada.jpg

Obr. 30: Dostupné z:
http://www.4-construction.com/up/images/featured/art/03-mystery-and-melancholy-of-a-street-1914.jpg

Obr. 31: Dostupné z:
http://notesonlooking.com/wp-content/uploads/2013/04/DT7792.jpg

Obr. 32: Dostupné z:
http://totallyhistory.com/wp-content/uploads/2013/01/m-c-escher-ascending-and-descending.jpg

Obr. 33: Dostupné z:
https://s-media-cache-ak0.pinimg.com/736x/84/47/02/844702eee2a0e539e803a5f46dce883a.jpg

Obr. 34: Dostupné z:
http://www.delmarlearning.com/companions/content/1418030724/Resources/art/UNF4-1.gif

Obr. 35: *ofoceno z Čáry, klikyháky, paňáci a auta, J. Uždil, 2002, str. 28*

Obr. 36: Zdroj fotografie: autorka T. Sodomková

Obr. 37: Zdroj fotografie: autorka T. Sodomková

Obr. 38: Zdroj fotografie: autorka T. Sodomková

Obr. 39: Zdroj fotografie: autorka T. Sodomková

Obr. 40: Zdroj fotografie: autorka T. Sodomková

Obr. 41: Zdroj fotografie: autorka T. Sodomková

Obr. 42: Dostupné z: http://www.hrackarna.cz/fotky/drevena-vkladacka-H023460-186175.jpg, zdroj fotografie: autorka T. Sodomková

Obr. 43: Zdroj fotografie: autorka T. Sodomková

Obr. 44: Zdroj fotografie: autorka T. Sodomková

Obr. 45: Zdroj fotografie: autorka T. Sodomková

Obr. 46: Zdroj fotografie: autorka T. Sodomková

Obr. 47: Zdroj fotografie: autorka T. Sodomková

Obr. 48: Zdroj fotografie: autorka T. Sodomková

Obr. 49: Zdroj fotografie: autorka T. Sodomková

Obr. 50: Zdroj fotografie: autorka T. Sodomková

Obr. 51: Zdroj fotografie: autorka T. Sodomková

Přílohy

Pracovní listy

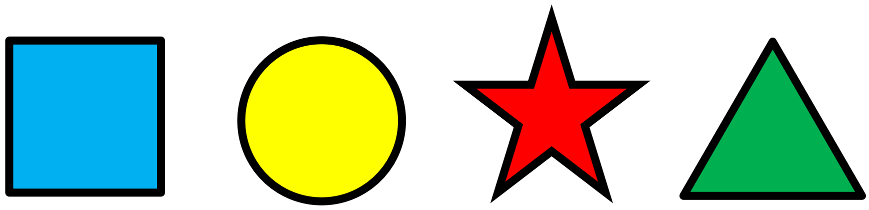
Příloha č. 1

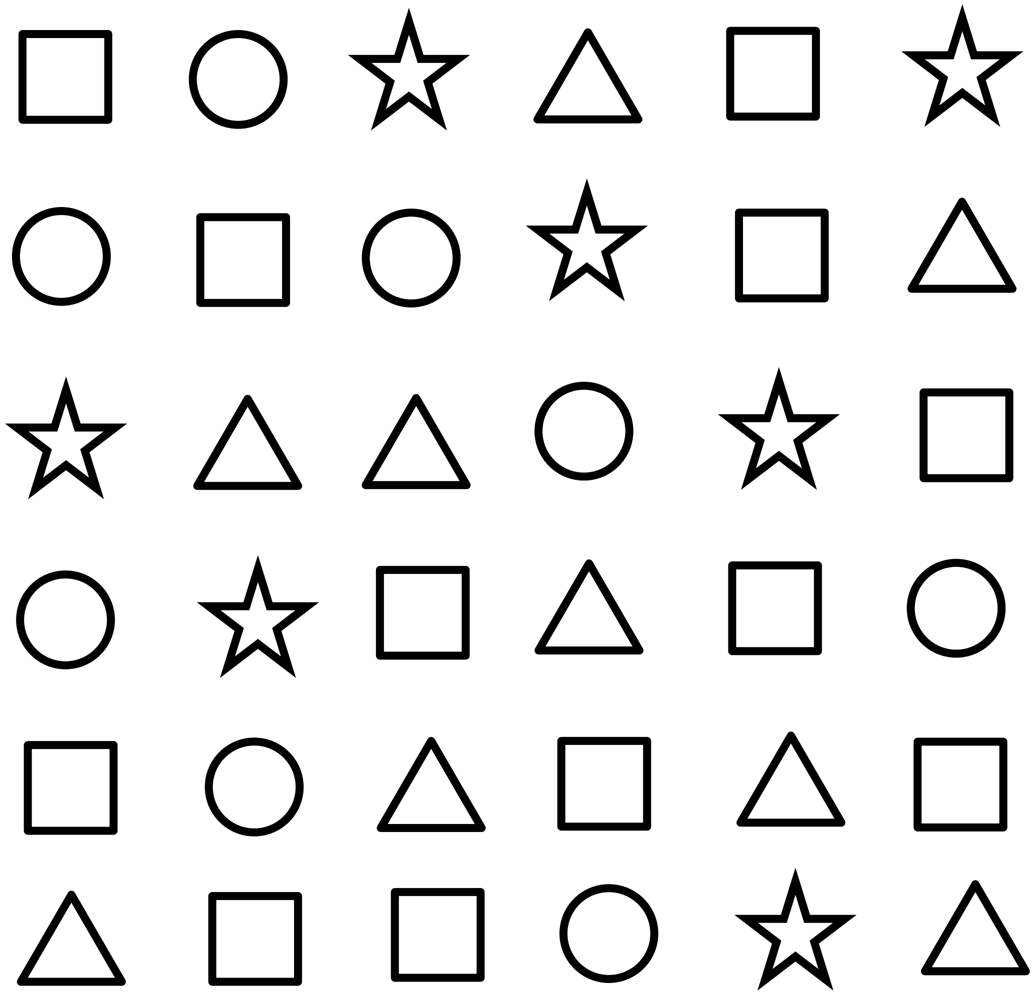
Pracovní list 1 MŠ

JMÉNO:

VĚK:

ÚKOL: Děti mají podle instrukcí učitelky vybarvovat jednotlivé útvary (každému z útvarů náleží právě jedna barva – čtverec je MODRÝ, kruh je ŽLUTÝ, hvězdička je ČERVENÁ, trojúhelník je ZELENÝ).

Předloha: 



Příloha č. 2

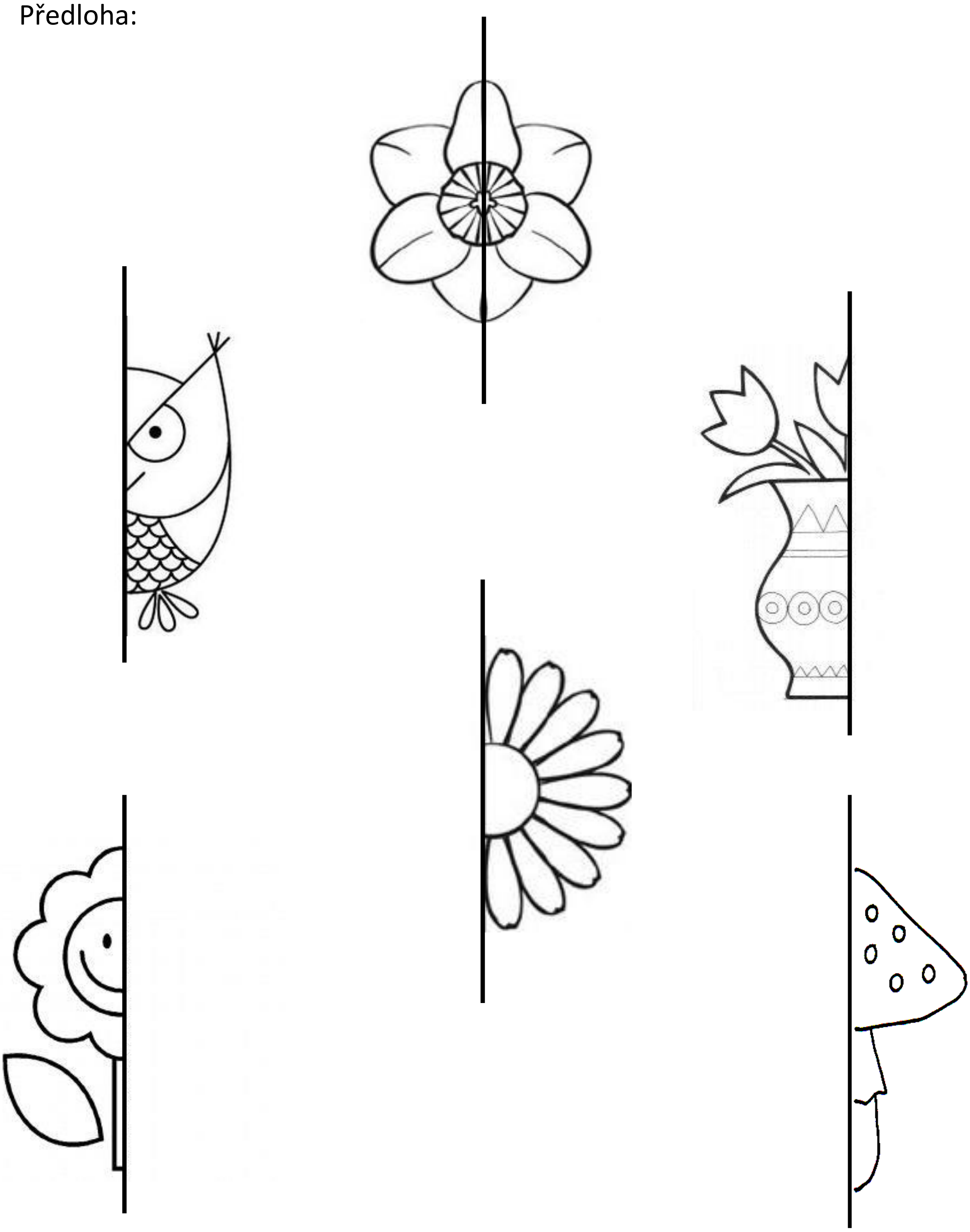
Pracovní list 2 MŠ

JMÉNO:

VĚK:

ÚKOL: Dokresli obrázky.

Předloha:



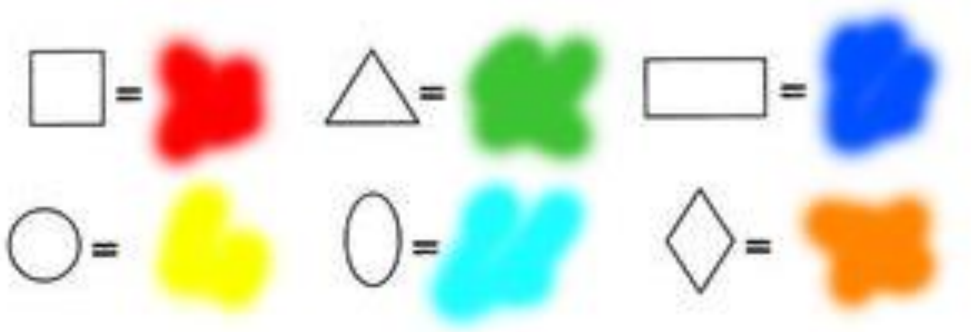
Příloha č. 3

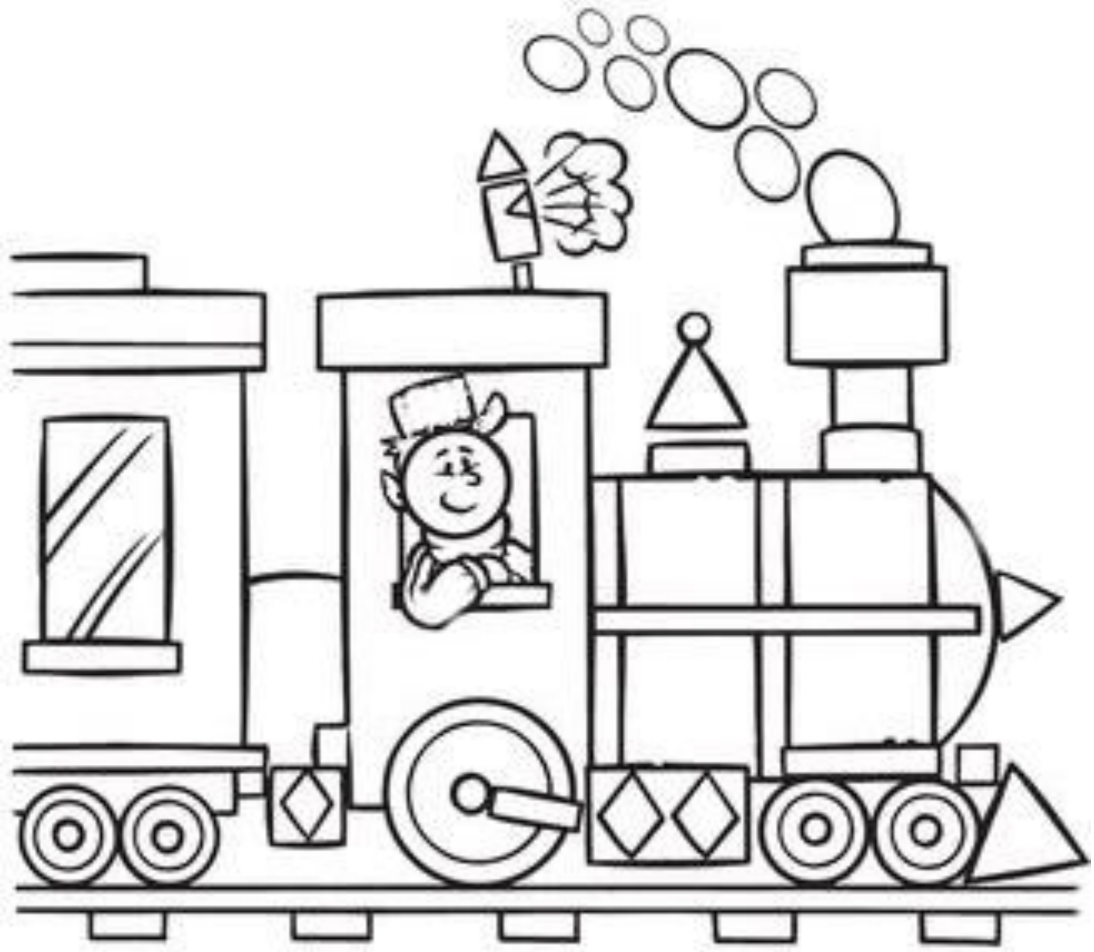
Pracovní list 3 MŠ

JMÉNO:

VĚK:

ÚKOL: Vybarvi obrázek podle zadání.





Zdroj obrázku: https://cz.pinterest.com/pin/373517362819031322

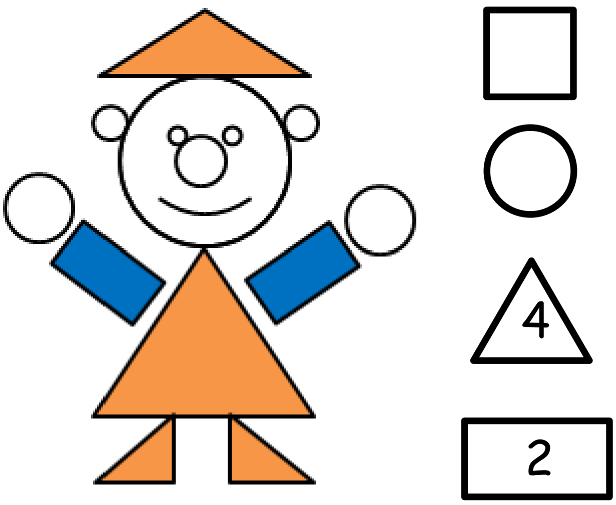
Příloha č. 4

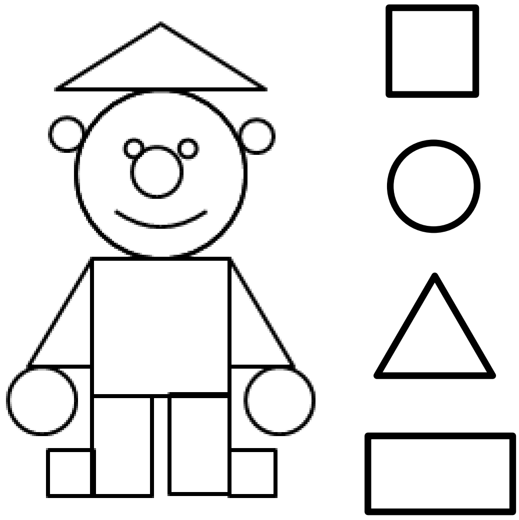
Pracovní list 4 ZŠ

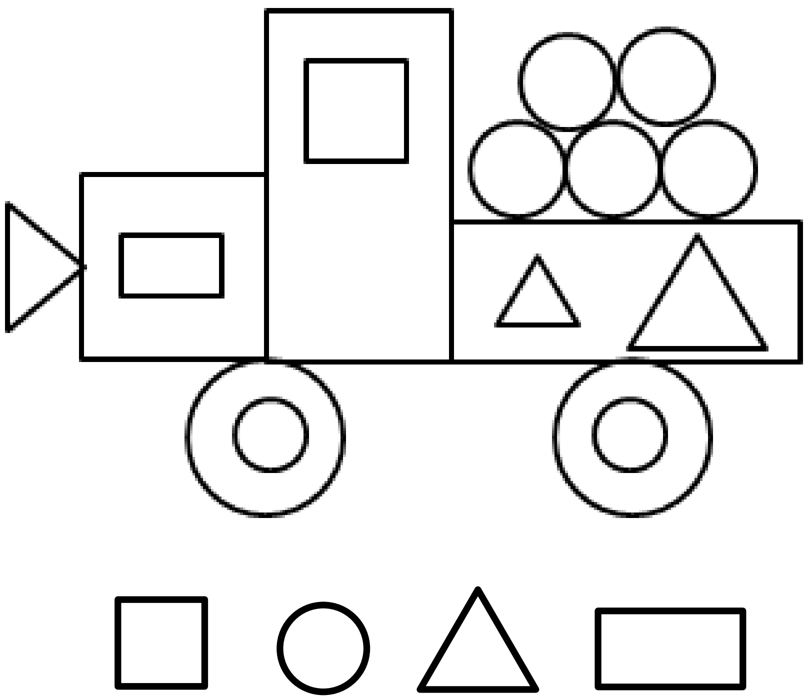
JMÉNO:

VĚK:

ÚKOL: Vypočítej, kolik geometrických útvarů na jednotlivých obrázkách najdeš.





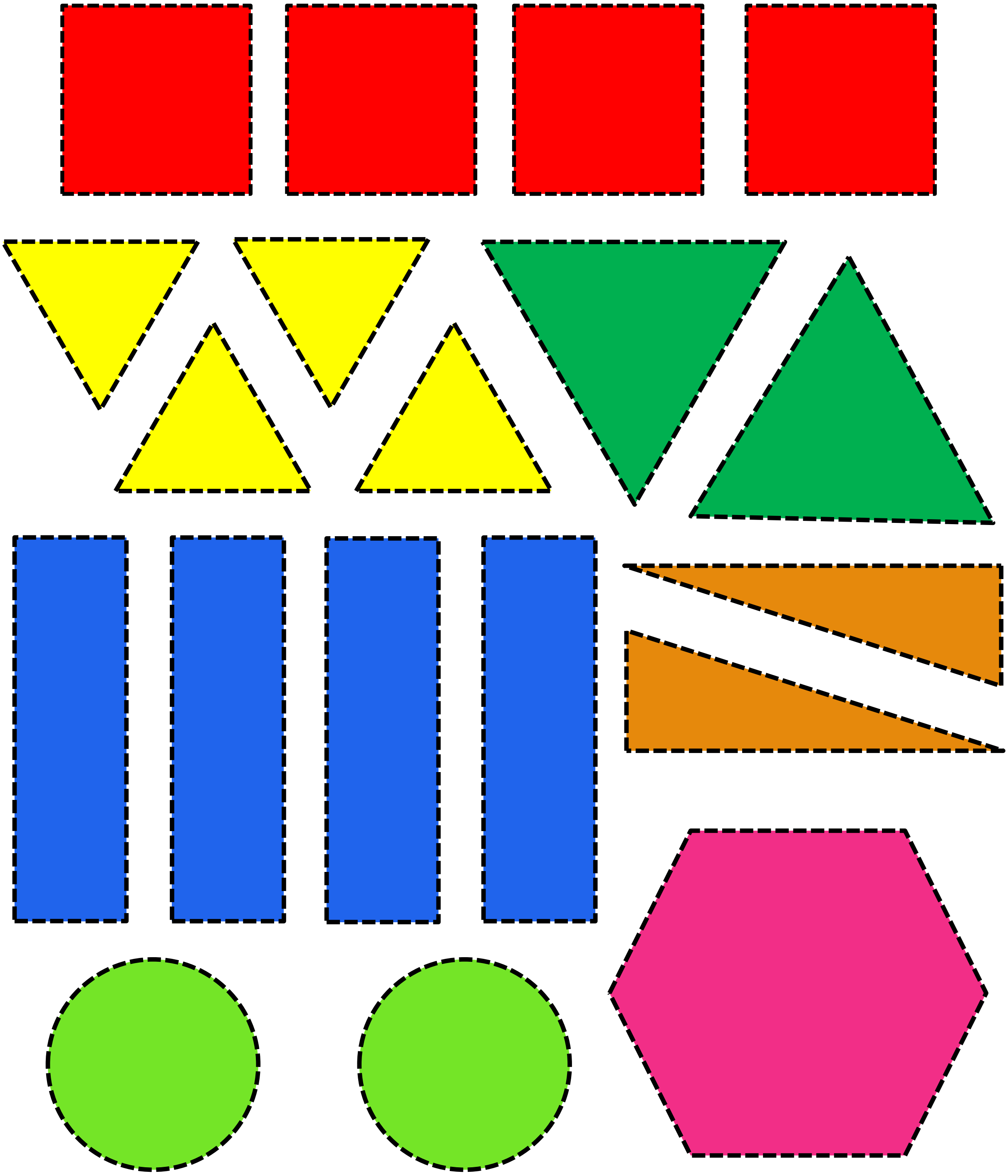


Pracovní list 5 ZŠ

JMÉNO:

VĚK:

ÚKOL: Vystřihni jednotlivé útvary a na čistý papír slož z těchto útvarů libovolný obrazec.

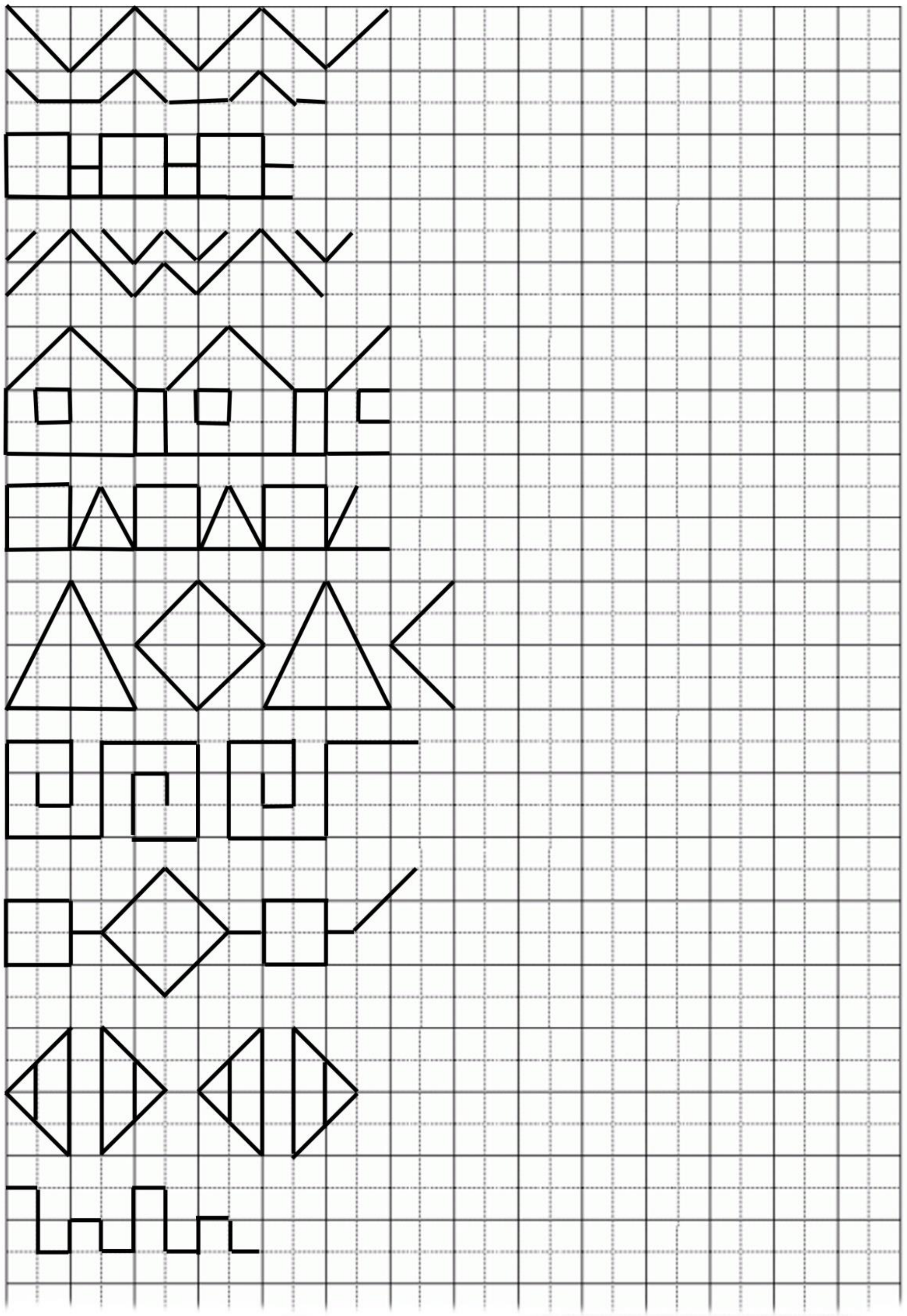


Pracovní list 6 ZŠ

JMÉNO:

VĚK:

ÚKOL: Dokresli danou řadu podle určitého pravidla.



Pracovní list 7 ZŠ

JMÉNO:

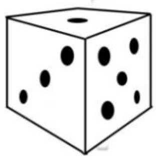
VĚK:

ÚKOL: Dokresli tabulku podle daného pravidla.

kreslíme...	shora	zpředu	perspektiva
stůl			
židle			
domeček			
brýle			
deštník			
hrníček			

Příloha č. 8

Pracovní list 7 ZŠ

kreslíme…	shora	zpředu	perspektiva
kniha			
kostka			
lampa			
budík			
auto			
silnice			
pes			

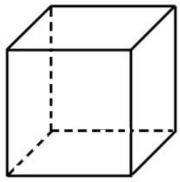
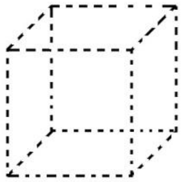
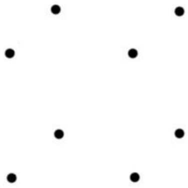
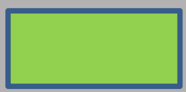
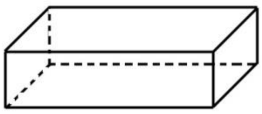
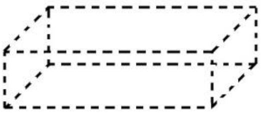
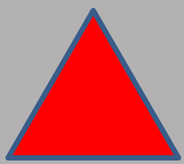
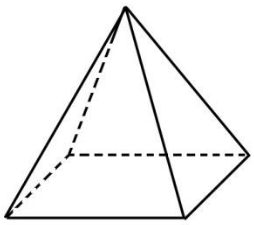
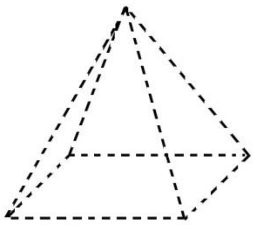
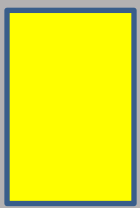
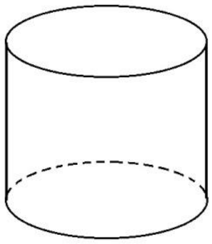
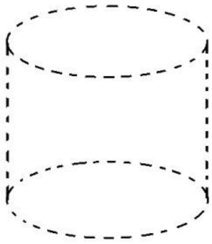
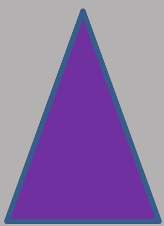
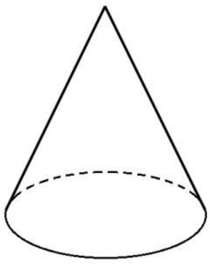
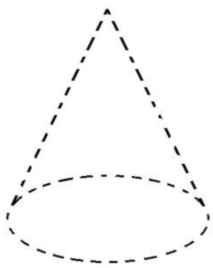
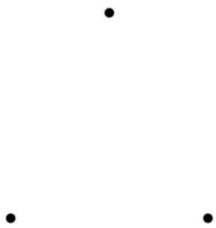
Příloha č. 9

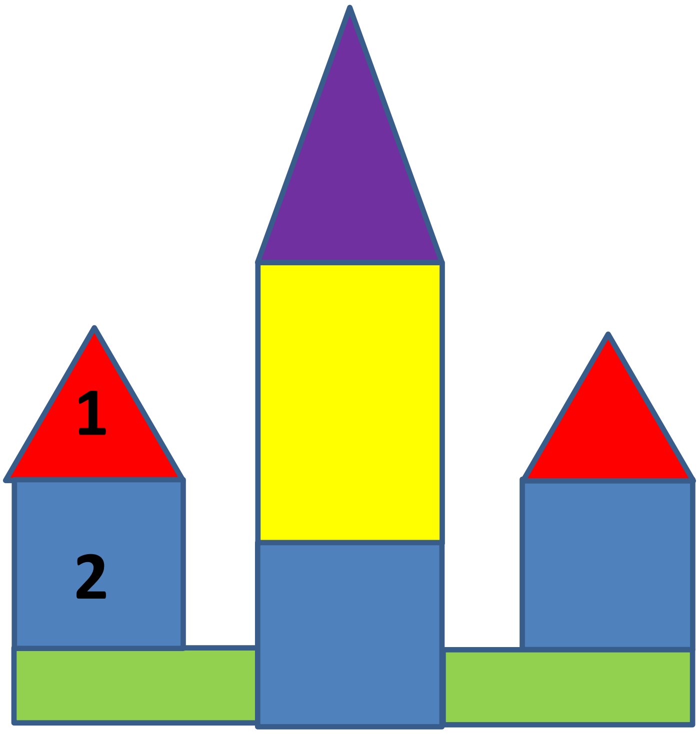
Pracovní list 8 ZŠ

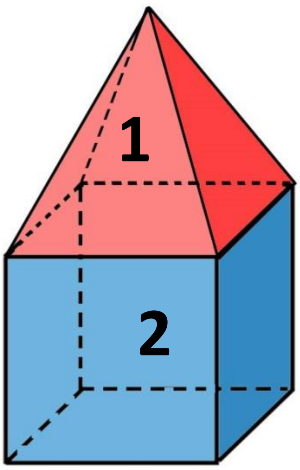
JMÉNO:

VĚK:

ÚKOL: Nacvič si kresbu hracích kostek a pak postav hrad podle předlohy.

	pozoruj	obkresli	doplň
KRYCHLE 			
KVÁDR 			
4- BOKÝ JEHLAN 			
VÁLEC 			
KUŽEL 			


1
2


1
2

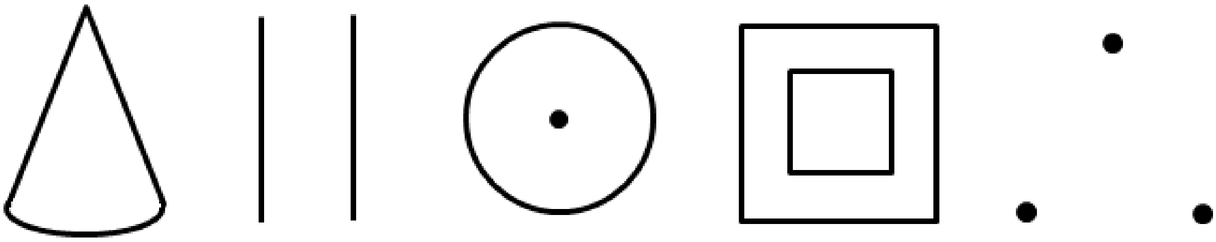
Příloha č. 11

Pracovní list 9 ZŠ

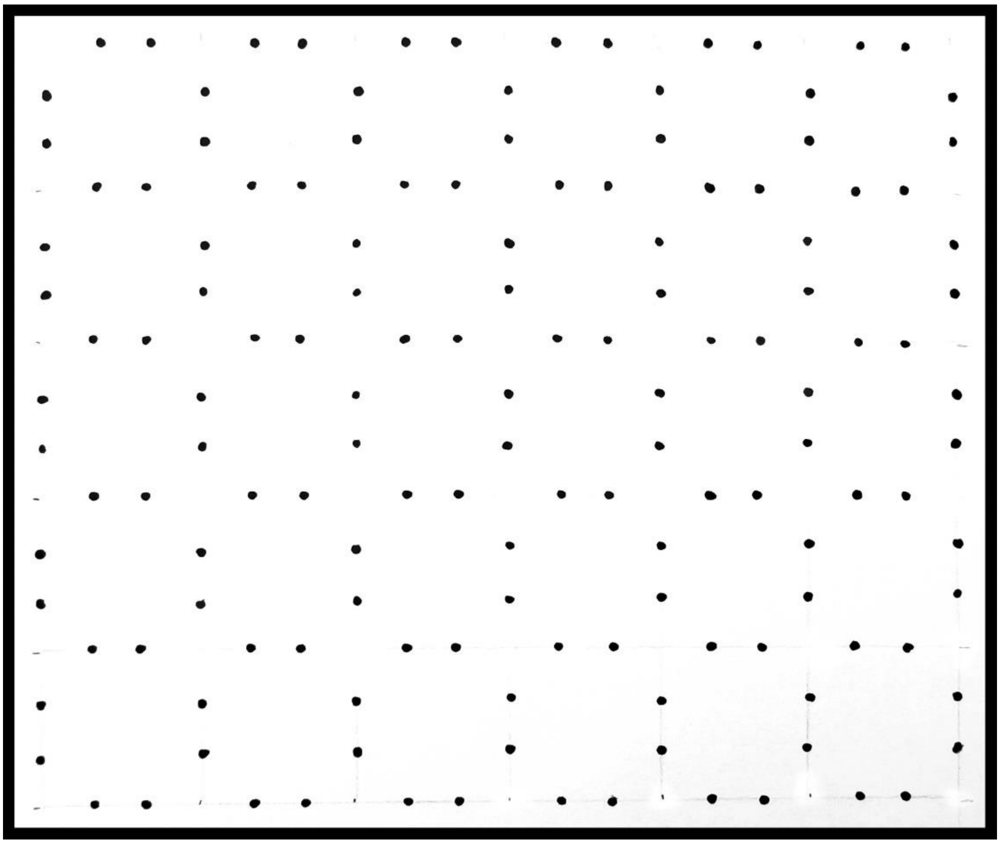
JMÉNO:

VĚK:

ÚKOL: Popište, co na obrázkách vidíte, případně je dokreslete podle potřeby, a pojmenujte je.



ÚKOL: Doplňte tuto plochu. Vytvořte vlastní ornament dlažby, vzorku na látce atd.



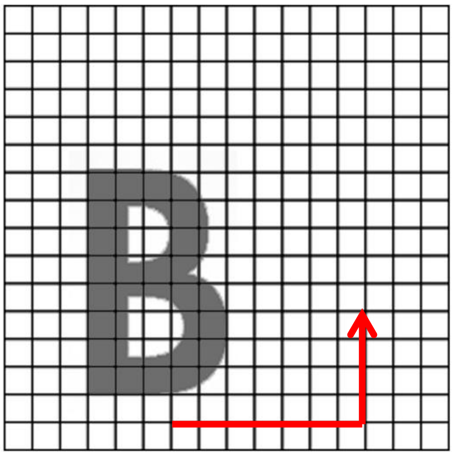
Pracovní list 10 SŠ

JMÉNO:

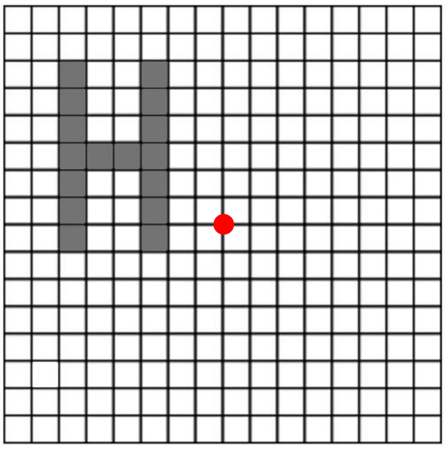
VĚK:

ÚKOL: Zakreslete do čtvercové sítě geometrické transformace.

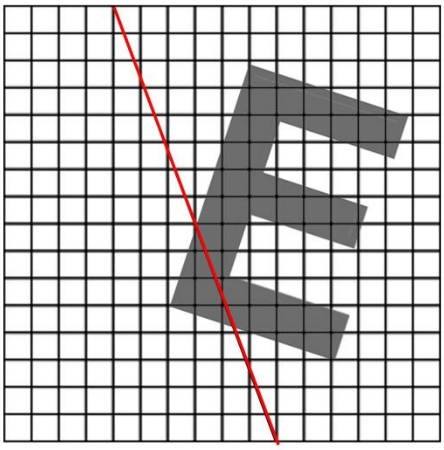
Posunutí (7 doprava, 4 nahoru)



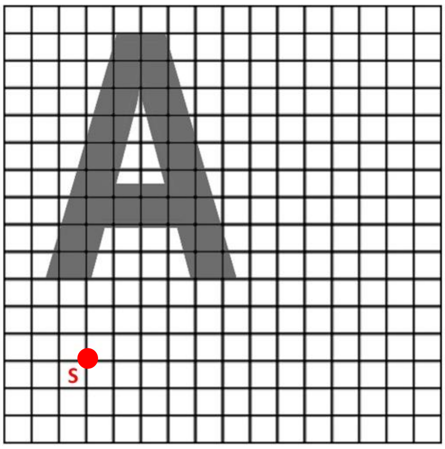
Středová souměrnost



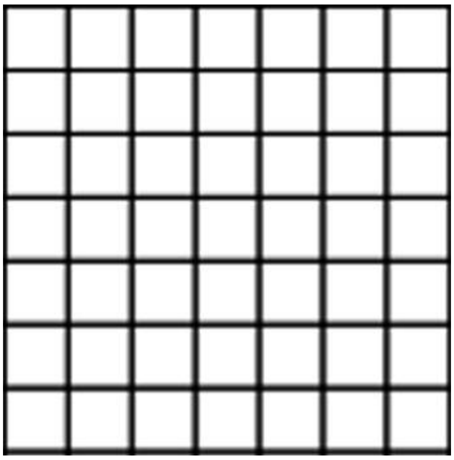
Osová souměrnost



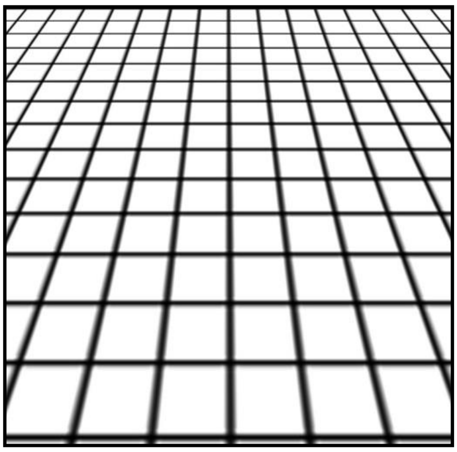
Otočení. Otoč podle středu S o úhel 45°



Vepiš do sítě svou iniciálu



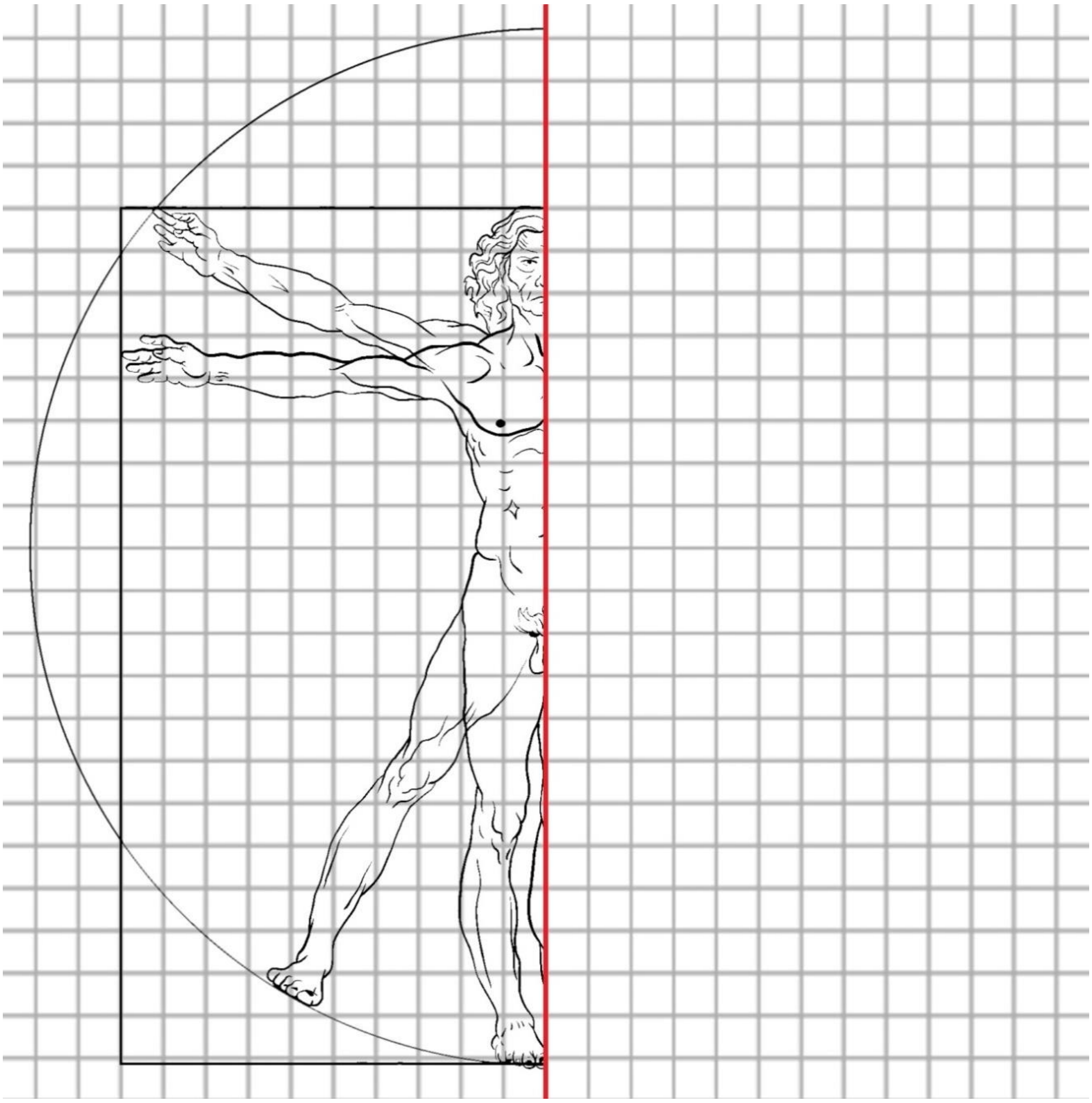
Převeď ji do perspektivní sítě



Příloha č. 13

Pracovní list 10 SŠ

ÚKOL: Zakreslete do čtvercové sítě slavnou kresbu Leonarda da Vinci – Vitruviovu figuru



Zdroj obrázku:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/f/f9/Da_Vinci_Vitruve_Luc_Viatour_2.svg/2000px-Da_Vinci_Vitruve_Luc_Viatour_2.svg.png
Upravila pro vlastní potřeby v programu Adobe Photoshop T. Sodomková

Pracovní list 11 ZŠ

JMÉNO:

VĚK:

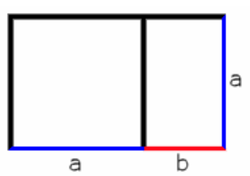
ÚKOL: Zvolte si libovolnou úsečku AB, kterou rozdělíte v poměru zlatého řezu. Tedy, že platí: poměr větší části k menší je roven poměru celku k části větší. Konstrukci proveďte na základě popisu.

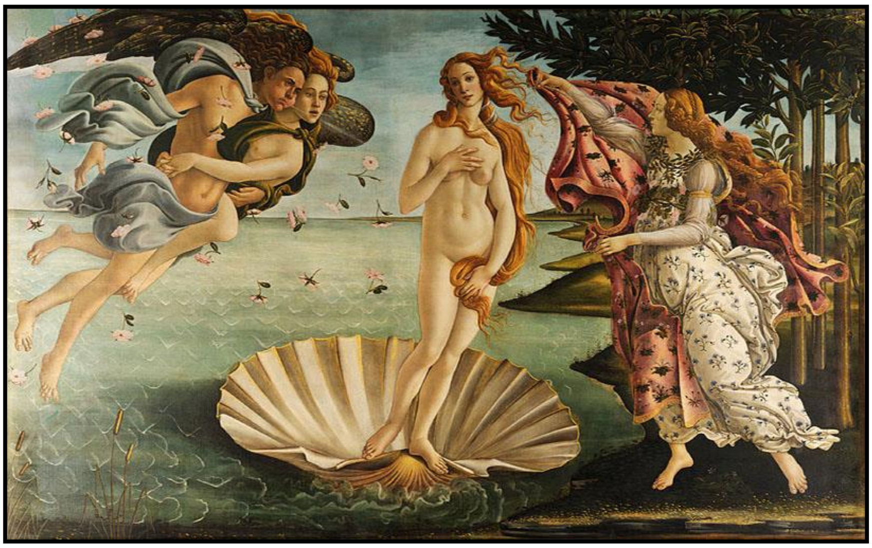
Postup konstrukce:

1. lib. úsečka AB
2. BC ⊥ AB, |BC|=1/2|AB|
3. úsečka AC
4. k_1 (C, ½|AB|)
5. D, D ∊ AC∩k_1
6. k_2 (A, AD)
7. E, E ∊ AB∩k_2
→ bod E dělí úsečku AB v poměru zlatého řezu
→ měřením a výpočtem ověřte: |AE|:|EB|=|AB|:|AE|

ÚKOL: Měřením ověřte, že je slavný obraz *Zrození Venuše* orámován tzv. *zlatým obdélníkem*, ve kterém se zlatý řez vyskytuje jako poměr stran. Tedy, že platí: poměr délky k šířce je přibližně roven 1.61803 k 1. Dále rozdělte šířku i délku obdélníka ve zlatém řezu podle konstrukce uvedené výše.

Nápověda:



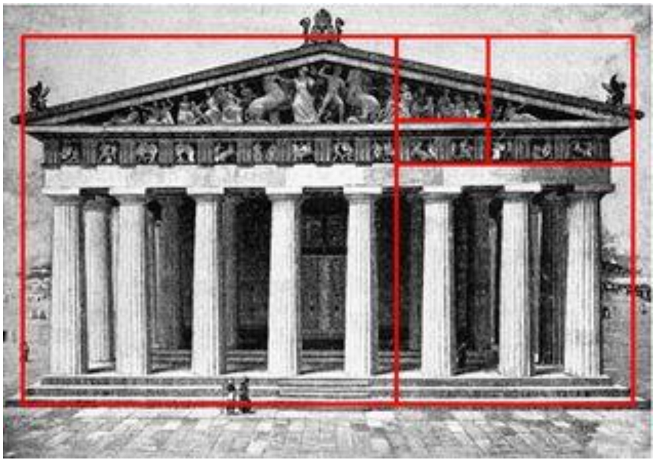


Název: Zrození Venuše

Autor:

Pracovní list 11 SŠ

ÚKOL: Hledejte zlatý řez ve slavných uměleckých dílech. Zjistěte, jak se jmenují, a kdo je jejich autorem.



Název:

Autor:

Název:

Autor:

Název:

Autor:

Název:

Autor:

Název:

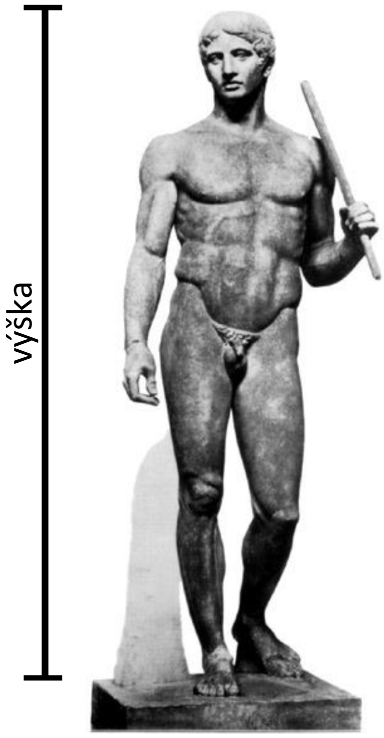
Autor:

Pracovní list 12 SŠ

JMÉNO:

VĚK:

ÚKOL: IDEÁLNÍ PROPORCE LIDSKÉ POSTAVY. Rozdělte výšku sochy Doryfora na 7 shodných částí. Zjistěte, zda odpovídáte ideálu Leonarda da Vinciho nebo Polykleita. Da Vinci tvrdil, že ideální poměr výšky hlavy k tělu je 1/8, sochař Polykleitos, že je to 1/7.

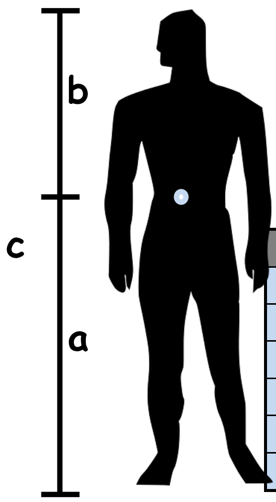


	cm
a: výška hlavy	
b: výška postavy	

poměr a/b	
odchylka	

Já=…… ≈ → Da Vinci
→ Polykleitos

ÚKOL: STATISTICKÉ MĚŘENÍ ZLATÉHO ŘEZU. Vyšetřete, který žák ve třídě se nejvíce blíží poměrem výšky pupíku k výšce těla zlatému řezu.



Eukleidés tvrdí:

„c/a = a/b"

žák č.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	…
c													
a													
c-a=b													
c/a													
a/b													
odchylka													

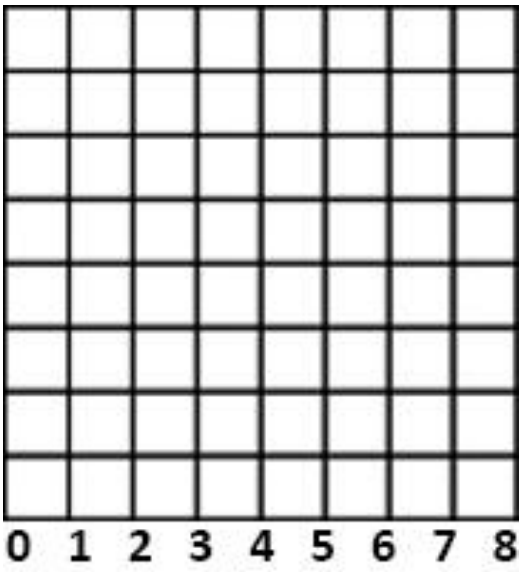
Příloha č. 17

Pracovní list 13 SŠ

JMÉNO:

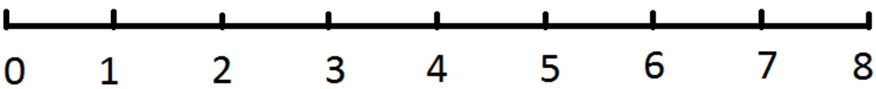
VĚK:

ÚKOL: JEDNOBODOVÁ PERSPEKTIVA. Do čtvercové sítě navrhněte vlastní vzorek černobílé dlažby a následně podle popisu, zkuste zkonstruovat *slavné Albertiho pavimento*, do něhož svou dlažbu překreslíte.



Albertiho pavimento (perspektiva šachovnice) je dáno horizontem **h**, na kterém leží hlavní bod **H** (úběžník), zakladnicí **z** a distancí **d** (vzdálenost středu promítání od hlavního bodu).

Nápověda:
Hlavní bod **H** je úběžníkem všech hloubkových přímek. Přímky rovnoběžné se základnicí zachovávají rovnoběžnost. Spojením distančního bodu **d** a bodu **8** určíte hlavní diagonálu čtvercové sítě.



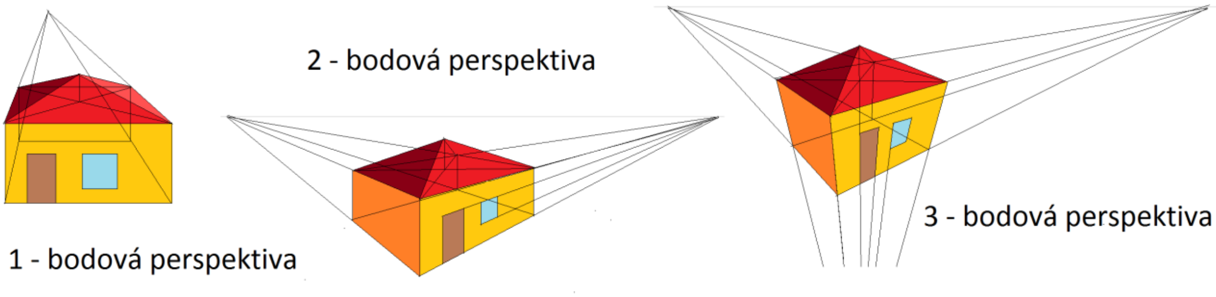
Příloha č. 18

Pracovní list 14 SŠ

JMÉNO:

VĚK:

ÚKOL: Seznamte se se třemi typy lineární perspektivy. Zvolte si jednoduchý objekt a pokuste se ho zakreslit pomocí 1 úběžníku, 2 úběžníků a 3 úběžníků.



Pracovní list 14 SŠ

ÚKOL: Vyberte si typ perspektivního zobrazení a pokuste se nakreslit od ruky (bez pravítka) jednoduchý prostor s objekty (exteriér nebo interiér), např. pokojíček, ulici,…

Volte orientaci papíru na šířku.

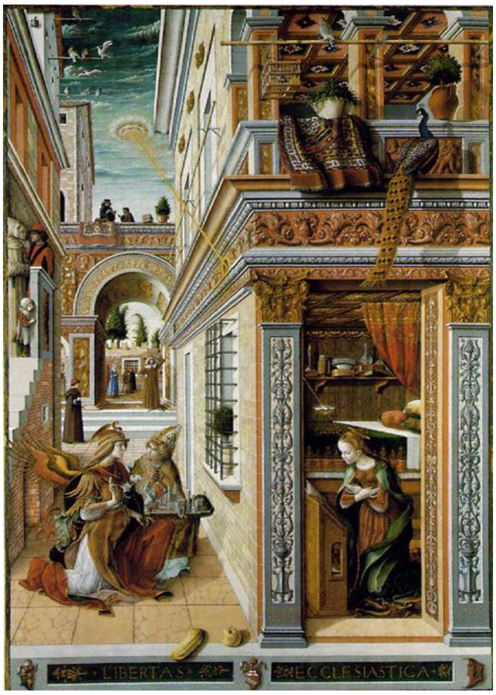
Příloha č. 20

Pracovní list 15 SŠ

JMÉNO:

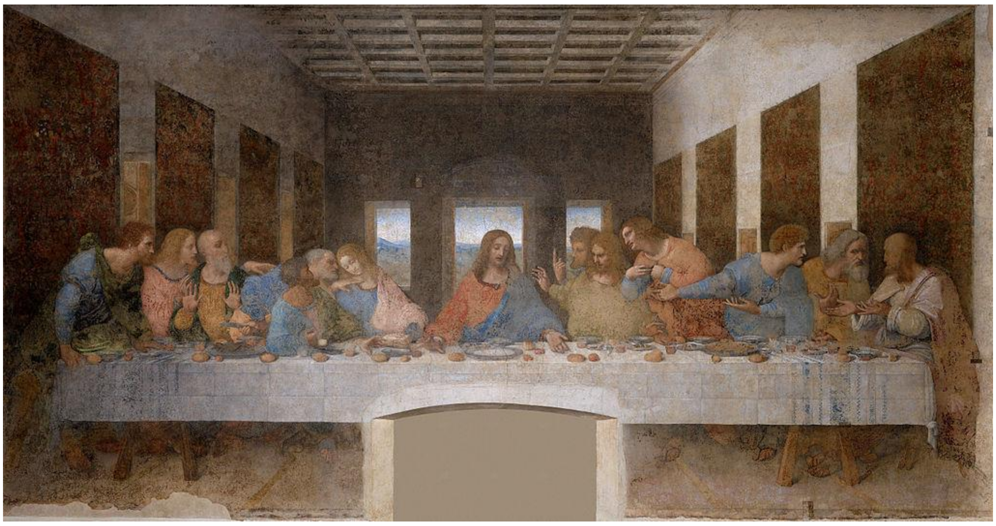
VĚK:

ÚKOL: Vyznačte na těchto slavných obrazech HORIZONT (modře), ÚBĚŽNÍKY (zeleně) a HLOUBKOVÉ PŘÍMKY (červeně). Zjistěte název a jméno autora obrazu.



Název: Autor:

Název: Autor:

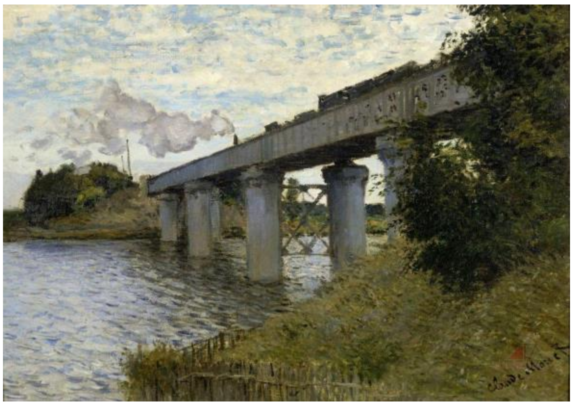


Název: Autor:

Pracovní list 15 SŠ

Název: Autor:

Název: Autor:



Název:

Autor:

Název:

Autor:

Příloha č. 22

Pracovní list 16 SŠ

JMÉNO:

VĚK:

ÚKOL: Na této rytině William Hogarth záměrně využil prohřešky proti lineární perspektivě. Najděte alespoň 10 takových nelogičností.