Univerzita Palackého v Olomouci
Přírodovědecká fakulta
Katedra algebry a geometrie

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Motivační prostředky ve vyučování matematice

Vypracoval:	**Petr Haloda**
Studijní program:	N1701 Fyzika
Studijní obor:	Učitelství fyziky - matematiky pro střední školy (F-M)
Forma studia:	Prezenční
Vedoucí bakalářské práce:	prof. RNDr. Josef Molnár, CSc.
Termín odevzdání práce:	květen 2015

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předloženou diplomovou práci vypracoval samostatně pod vedením prof. RNDr. Josefa Molnára, CSc. a že jsem použil zdrojů, které cituji a uvádím v seznamu použitých zdrojů.

V Olomouci dne 28. května 2015

. . . .

Petr Haloda

Bibliografická identifikace

Jméno a příjmení autora	Petr Haloda
Název práce	Motivační prostředky ve vyučování matematice
Typ práce	Diplomová
Pracoviště	Katedra algebry a geometrie
Vedoucí práce	prof. RNDr. Josef Molnár, CSc.
Rok obhajoby práce	2015
Abstrakt	Diplomová práce se zabývá motivací žáků při výuce matematiky. Popisuje a navrhuje motivační prostředky k výuce matematiky. Ověřuje využití motivačních prostředků při výuce matematiky.
Klíčová slova	motivace, motivační pomůcky, matematické soutěže, interaktivní aplikace, Geogebra, matematické hry
Počet stran	52
Počet příloh	0
Jazyk	český

Bibliographical identification

Autor's first name and surname	Petr Haloda
Title	Motivational tools for teaching maths
Type of thesis	Master
Department	Department of Algebra and Geometry
Supervisor	prof. RNDr. Josef Molnár, CSc.
The year of presentation	2015
Abstract	The master thesis deals with motivation of students during mathematic lessons. It describes and designs motivational tools for teaching maths. It checks the ussage of motivational tools for teaching maths.
Keywords	motivation, motivation tools, mathematic competitions, interactive tools, Geogebra, mathematic games
Number of pages	52
Number of appendices	0
Language	czech

Poděkování

Děkuji mému vedoucímu, panu prof. RNDr. Josefu Molnárovi, Csc., za cenné rady a odbornou pomoc při vypracování této práce, za rozhovory o pedagogických začátcích a za vstřícnost a ochotu při konzultacích.

Děkuji svým žákům, kteří mi ukazují, co dělám špatně a pomáhají mi zlepšit se.

Děkuji své rodině za podporu, kterou mi poskytují.

Obsah

Úvod

Téma mé diplomové práce jsem si vybíral již s ohledem na mé budoucí pedagogické působení. Jako učitele jsem si sám sebe dokázal představit již při vlastním studiu na gymnáziu. Se spolužákem z lavice jsme téměř každou přestávku pomáhali méně nadaným spolužákům s úkoly do matematiky a fyziky. Na můj výběr povolání měla výrazný vliv i vyučující matematiky, která mě vedla celých 8 roků studia na osmiletém gymnáziu a díky ní z naší třídy z matematiky maturovaly téměř dvě třetiny žáků.
Již v prvním ročníku mého navazujícího studia se mi začaly objevovat možnosti nástupu na pozici učitele matematiky na střední škole. V polovině školního roku jsem již věděl, že příští rok budu studovat druhý ročník magisterského studia a zároveň učit na gymnáziu. Protože jsem chtěl učit co nejlépe, žáky k matematice motivovat a vnitřně přesvědčený, že každého žáka je možné matematiku naučit, zvolil jsem téma práce Motivační prostředky ve výuce matematiky.
Ve školním roce 2013/2014 jsem tedy začal učit na gymnáziu matematiku a fyziku. Říká se, že začátky jsou těžké a nezbývá než souhlasit. Za nejhorší považuji nedostatek zkušeností a s tím související nemožnost porovnat cokoliv s minulými roky. Vyvstávají mi potom různé otázky, např. „Učím to správně? Vysvětlil jsem to dostatečně? Opravdu tomu nerozumí, nebo to na mě pouze zkoušejí? Není ta písemka moc těžká? Snaží se tomu žáci porozumět, nebo se učí několik mechanických pravidel bez hlubšího pochopení? Je opravdu možné (nebo nutné), aby to všichni žáci pochopili?“ a mnoho dalších. Nemožnost si na ně odpovědět mě uvádí do velmi nepříjemné situace, protože nevím, zda mám na výuce něco měnit, nebo učím v rámci možností dobře a musím se smířit, že ne všechny žáky to naučím. Spadnout do výukového stereotypu je ale špatné a vyhledávání nových výukových metod, názorných ukázek a aktuálních úloh by mělo být celoživotní prací každého pedagoga.
V práci se tedy v první kapitole zabývám samotným pojmem motivace, motivace při výuce a důvody, proč se žáci chtějí nebo nechtějí učit. K některým částem přidávám

své vlastní pedagogické zkušenosti, které jsem během necelých dvou let praxe stihl nasbírat.

V druhé kapitole práce popisuji různé motivační pomůcky, kterými jdou oživit hodiny matematiky nebo fyziky. Jedná se o různé počítačové programy, projekty, soutěže, hry a netradiční úlohy. Některé podkapitoly odkazují na archivy různých soutěží, kde je velké množství zajímavých úloh. Je zbytečné tyto archivy duplikovat, proto odkazuji na jejich webové stránky. Je na přípravě každého pedagoga, aby si našel úlohy, které se mu budou v dané hodině hodit. V podkapitole Geogebra uvádím mnou vytvořené materiály, které používám při výuce.

Při hodnocení jednotlivých motivačních prostředků používám nejčastěji metodu pozorovací. Každou vyučovací hodinu, kdy využívám tyto motivační prostředky se snažím žáky pozorovat, hodnotit jejich reakce a zhodnotit je v kontextu celé vyučovací hodiny. V některých případech využívám metody experimentu. Při probírání učiva v jedné třídě využiji zkoumaný motivační prostředek ve druhé to vyučuji bez tohoto prostředku. Poté porovnávám úspěšnost obou tříd při písemné práci.

Třetí výzkumnou metodou je metoda atomární analýzy. Formou neformálních rozhovorů s jednotlivými žáky se od nich snažím zjistit, proč v hodinách nedávají pozor, co nepochopili a tyto poznatky se snažím použít ke zkvalitnění výuky.

Cílem práce je tedy pozkoumat motivaci žáků v hodinách matematiky, popsat prostředky určené ke zvýšení této motivace a zjistit, zda jsou tyto prostředky účinné. Samotné ověření probíhá v běžných vyučovacích hodinách s učitelem, který žáky učí každý týden. Můžeme tedy vyloučit zlepšení pozornosti v hodině a motivace žáků přítomností nové osoby.

V práci jsou doslovné citace z literatury a přímá řec z rozhovorů uvedeny *kurzívou.*

Kapitola 1

Motivace

Motivace je pojem používaný hlavně v psychologii a pedagogice. Dá se chápat velmi jednoduše zdravým rozumem, ale jeho vědecká definice je velmi obtížná, protože každý vědní obor na ni nahlíží z jiného hlediska. Nejčastěji je motivace chápána jako vnitřní proces zvýšení aktivity potřebný k tomu, aby jedinec jednal a měl zájem vykonávat nějakou činnost.

1.1 Co je motivace

V pedagogickém slovníku [1] najdeme tuto definici motivace:
Motivace je souhrn vnitřních i vnějších faktorů, které:

- *vzbuzují, aktivují, dodávají energii lidskému jednání a prožívání,*
- *zaměřují toto jednání a prožívání určitým směrem,*
- *řídí jeho průběh, způsob dosahování výsledků,*
- *ovlivňují též způsob reagování jedince na své jednání a prožívání, jeho vztahy k ostatním lidem a ke světu.*

O výkonu jedince dále říká:
Výkon jedince je motivován jednak vnitřními faktory (zejména potřebami), jednak faktory vnějšími (tzv. incetivami). Chování jedince, jehož cílem je dosáhnout určitého výkonu, probíhá v několika fázích:

1. *vzbuzení některých potřeb,*

2. *posouzení vlastních možností výkonu dosáhnout,*

3. *očekávání, že potřeba bude uspokojena,*

4. *rozhodnutí vykonat příslušnou činnost.*

Mezi výkonové potřeby žáka mimojiné patří: potřeba samostatnosti, potřeba kompetence, potřeba úspěšného výkonu, potřeba vyhnutí se neúspěchu a někdy (paradoxně) i potřeba vyhnutí se úspěchu.

Vidíme tedy, že motivace je jakýmsi motorem, kvůli kterému lidé vůbec chtějí provádět různé činnosti. Lidé bez motivace nevidí důvod vykonávat činnost. Zaměstnanec v práci má motivaci minimálně vnější - dostane za svou práci plat, který potřebuje k uspokojení svých dalších potřeb. Nicméně pokud má i vnitřní motivaci, tedy práce ho naplňuje, dělá věci, které ho opravdu baví, tak může dosáhnout mnohem lepších výsledků. Motivovaný žák nepotřebuje pobízení a pustí se do učení, které mu přijde zajímavé nebo ho baví (vnitřní motivace). Případně chce dostat z předmětu dobrou známku (vnější motivace). Naproti tomu nemotivovaný žák hledá jakýkoliv únik z hodiny a přimět ho k práci je velmi složité.

1.2 Motivace žáků při výuce

Slovník [1] definuje také motivaci žáků při výuce:

Motivace žáků při výuce je výsledek procesu motivování, na němž se podílí jednak žák sám, jednak učitel, rodiče, spolužáci. Učitel může ovlivňovat motivaci svých žáků mnoha způsoby. Patří k nim:

1. *vytváření adekvátního obrazu o žácích,*

2. *učitelovo očekávání vůči žákům → Pygmalion-efekt → Golem efekt,*

3. *probouzení poznávacích potřeb žáků (problémové úlohy),*

4. *probouzení sociálních potřeb žáků (sociální klima ve třídě),*

5. *probouzení výkonové motivace (sociální norma, individuální norma),*

6. *využití odměn a trestů,*

7. *eliminování pocitu nudy*

8. *předcházení strachu ze školy, z určitého předmětu, ze zkoušení.*

Učitel má tedy hodně možností, jak působit na své žáky. Je potom už na samotném učiteli, aby tyto možnosti využil, žáky dostatečně motivoval a své znalosti efektivně předal. V knize [7] najdeme:
Zkušení i začínající učitelé pokládají motivaci za předpoklad úspěšného učení a pro mnoho z nich je největším úkolem přimět své žáky k tomu, aby se učit chtěli. Jestliže se žáci učit nechtějí, může jejich učení být natolik neefektivní, že se případně nenaučí vůbec nic.

1.2.1 Pozorování

Nemotivovaný žák velmi často nedává v hodinách pozor. Do sešitu si pouze opisuje vyřešený příklad na tabuli bez pochopení jednotlivých kroků a úprav (které jsou velmi individuální), nebo si nezapisuje vůbec. V obou případech nerozumí jednotlivým úpravam a nemá v hlavě zafixované postupy. Při počítání v hodinách zkouší výsledky hádat. Toto hádání mu někdy vyjde a proto v něm pokračuje čím dál častěji. Je to jednodušší než přemýšlet. Bohužel takovýmto způsobem se matematice nenaučí.
Z toho důvodu je zvláště v matematice pochopení velmi důležité.

1.3 Proč se žáci (ne)chtějí učit

Podle Geoffrey Pettyho [7] existuje 7 hlavních důvodů, které mohou přimět žáky, aby se chtěli učit. Jsou to:

1. Věci, které se učím, se mi hodí.
2. Kvalifikace, kterou studiem získám, se mi hodí.
3. Při učení mívám obvykle dobré výsledky a tento úspěch mi zvyšuje sebevědomí.
4. Když se budu dobře učit, vyvolá to příznivý ohlas mého učitele nebo mých spolužáků.
5. Když se nebudu učit, bude to mít nepříjemné (a dosti bezprostřední) důsledky.
6. Věci, které se učím, jsou zajímavé a vzbuzují moji zvídavost.

7. Zjišťuji, že vyučování je zábavné.

Na druhou stranu mají žáci nespočet důvodů se neučit nebo nedávat pozor. Například:

- Těší se, až škola skončí a doma si sednou za počítač k oblíbené hře.
- Dopisují si s kamarádem přes posílané papírky.
- Kontrolují sociální sítě na mobilu nebo píší zprávy přes mobil.
- Vyučovaný předmět je nebaví a doufají, že z něho dostanou aspoň čtyřku.
- Musí v hodině myslet a systematicky pracovat.

1.3.1 Pozorování

Zvláště poslední bod se jeví jako nejvíce problematický. Pokud se žákům zadá obtížnější příklad, jehož řešení nelze nalézt okamžitě, většina z nich bohužel přestane pracovat se slovy „Já nevím, co s tím mám dělat“. Tito žáci bohužel ani nezkusí provést několik úprav, které by je mohly přivést na správnou cestu řešení a dále s příkladem nepracují. Podobný postoj zaujímají, pokud se po nich chce, aby si vybavili poznatky, které se probíraly dříve. Velmi často se snaží dobu, kdy jsou tázáni učitelem pouze „přežít“ a po skončení se opět vrátit ke svým původním myšlenkám. Žáci jsou schopni vymyslet mnoho těchto obranných mechanismů a úspěšně je používat na pedagogy, kteří si například postupným napovídáním sami odpoví, nebo z důvodu úspory času správnou odpověď prozradí. Tyto obranné mechanismy žáků popisuje John Holt v knize Proč děti neprospívají [3].

Tato neochota myslet (nebo snaha neříct špatnou odpověď a tím pádem rizikovat posměch od spolužáků) mne přivedla do několika absurdních situací, se kterými jsem si nevěděl rady. Následuje přepis konverzace mezi učitelem (U) a žákyní (Ž) druhého ročníku gymnázia:

U: Vzpomeneš si na vzorec, který spojuje uraženou dráhu, rychlost a čas?

Ž: (Po chvíli ticha) Nevzpomenu.

U: Nevadí, zkusíme si ho odvodit. Když pojedeš autem rychlostí 80 kilometrů za hodinu a pojedeš celkově 2 hodiny, kolik kilometrů ujedeš?

Ž: Hm, nevím.

U: Tak já to zkusím zopakovat. Jedeš autem, které jede rychlostí 80 kilometrů za hodinu *a tím autem jedeš po dobu 2 hodin. Kolik kilometrů v tom autě ujedeš?*

Ž: Já fakt nevím.

U: Tak ještě jednou. Kdybys jela v autě rychlostí 80 kilometrů za hodinu, kolik ujedeš kilometrů za hodinu?

Ž: (pokrčí rameny) Prostě nevím.

Takovéto odpovědi mě naprosto zaskočily. Náhle jsem nevěděl, jak reagovat, jak jinak navést studentku, aby si zkusila odvodit hledaný vztah. Vypovídají o naprosté neochotě přemýšlet, případně o obranném postoji a obavám ze špatné odpovědi. Takový žák se „schová do ulity“ a raději přečká zkoušení opakováním kouzelného slůvka „Nevím“, než aby aspoň pokusem přistoupil k řešení problému.

1.4 Proč děti neprospívají

Podle Johna Holta většina dětí ve škole neprospívá *proto, že se bojí, nudí se a že jsou zmatené.* [3] Přestože John Holt mluví převážně o dětech na základních školách, většina jeho charakteristik se dá přiřadit i studentům středních škol.

1.4.1 Bojí se

Bojí se ze všeho nejvíce toho, že neuspějí, že zklamou nebo nepotěší tu spoustu starostlivých dospělých kolem sebe, jejichž nekonečné naděje a očekávání visí nad jejich hlavami jako mrak. [3]

Pozorování

Žákyně 2. ročníku střední školy Petra se mi při výuce jevila jako vcelku aktivní, seděla v první lavici před katedrou. V hodinách nevyrušovala, dávala pozor a spolupracovala. Nebyla to premiantka třídy, z matematiky a fyziky jí vycházela trochu horší známka 2, se kterou byla spokojená. Po pololetí se začalo probírat obtížnější učivo, žákyně na toto učivo chyběla a těžko se jí látka doháněla. Absence se projevila na horších známkách. V hodinách začala být výrazně nervóznější, hodiny matematiky a fyziky pro ni byly čím dál více stresové.

Myslel jsem si, že je to způsobeno její vlastní touhou mít co nejlepší známky, ale chyběla mi od ní odezva, kterou projevují žáci, kteří opravdu mají zájem být v matematice dobří. Všechno dělala tak nějak z povinnosti. Nevěděl jsem, co se s ní děje.

Odpověď jsem dostal při informačním odpoledni, kdy pedagogové dávají rodičům informace o prospěchu jejich dětí. Rodiče Petry došly oba. Její matka se dožadovala vysvětlení, jaktože její dcera má tak špatnou známku (toho času 3). Přitom argumentovala špatně sestavenými písemkami, pozdní opravou písemek, špatným probíráním látky a tvrzením, že na jiné škole by její dcera měla s přehledem jedničku. Otec Petry se snažil její matku hlavně uklidňovat a dobrat se rozumnému vysvětlení a dohodě, jak se může dcera zlepšit. Bohužel z mého pohledu nutno říct, že s matkou nebylo možné se rozumně domluvit.

Dalšími rozhovory s kolegy jsem zjistil, že Petra má na stejné škole staršího bratra, kterého jsem neučil. Tento bratr byl premiant třídy, nadaný ve všech směrech. Matka tedy chtěla po své dceři, aby byla stejně dobrá jako on, přestože dcera tyto vlohy neměla. Přehnanými očekáváními a nadějemi tedy sužovala dceru, pro niž se staly předměty matematika a fyzika opravdu postrachem.

1.4.2 Nudí se

Nudí se proto, že to, co jim ukládáme a o čem říkáme, že mají ve škole dělat, je pro ně nepodstatné, nezajímavé, a protože to klade velmi omezené a úzké požadavky na široké spektrum jejich inteligence, schopností a talentů. [3]

Pozorování

Zaujmout žáky je velmi obtížné. V dnešní době tuto situaci navíc komplikují všudepřítomné mobilní telefony. Žákům stačí minuta, kdy učitel zapisuje do třídní knihy, aby nenápadně zkontrolovali nové zprávy na mobilu, případně stav na sociálních sítích. Většinou si tento mobil nechají na lavici a neustále ho kontrolují. Nemůžou se tedy plně soustředit na výklad.

Školní řád zakazuje používání mobilních telefonů, ale při počtu 32 žáků ve třídě je prakticky nemožné neustále kontrolovat lavice všech žáků. Nejčastěji se tedy uchyluji k zabavování přístrojů. Mobilní telefon si od žáka vyžádám a nechám ho položený na katedře. Většina žáků, kterým takto zabavím mobil, projevuje ve zbytku hodiny zvýšenou pozornost a aktivitu. Může to být absencí rušícího prvku - mobilu - nebo to může být také zahanbením před zbytkem třídy, protože jim byl zabaven mobil.

Zajímavé je, že přibližně tři čtvrtiny žáků si na konci hodiny nevzpomenou, že jim byl zabaven mobil, a odejdou ze třídy bez něj. To poukazuje na fakt, že mobil pro ně není

tak moc potřebný obejdou se i bez něj.
Když jsem se žáků ptal, na co vlastně ten mobil mají, co na něm při hodině dělají, většinou neochotně přikyvovali, že vlastně na nic.

1.4.3 Jsou zmatené

Jsou zmatené proto, že většina z vodopádu slov, který na ně ve škole dopadá, má jen malý nebo vůbec žádný smysl. Často je ve zřejmém rozporu s jinými věcmi, které jim byly řečeny, a jen velmi zřídka má nějaký vztah k tomu, co skutečně znají, k hrubému modelu skutečnosti, který si nosí ve svých hlavách. [3]

Pozorování

V prvním ročníku střední školy se probírá výroková logika a výrokové spojky. Problém nastává při pochopení výrokových spojek disjunkce („nebo“) a implikace (Jestliže, potom.
V mluvené řeči se spojka „nebo“ využívá spíše ve vylučovacím významu než ve významu slučovacím. Český jazyk tyto významy rozlišuje psaním, respektive nepsaním čárky před touto spojkou. Tento rozdíl v mluvené řeči nelze rozeznat.
Sdělení „Koupím si hranolky, nebo zmrzlinu.“ selským rozumem chápeme, že si koupíme buď hranolky, nebo zmrzlinu, ale rozhodně ne obojí. Pokud bychom si koupili obojí můžeme očekávat komentář: „Proč sis koupil obojí? Řekls, že si koupíš pouze jedno.“ Tento komentář může znít jako výtka, že jsme nedodrželi své původní tvrzení.
Z matematického hlediska je ovšem tvrzení a následný nákup obou pochutin v pořádku. Aby matematická spojka disjunkce byla pravdivá, vyžaduje platnost alespoň jednoho ze spojených výroků. V uvedeném příkladu byly platné oba dva.
Podobně působí problémy chápání výroku: „Číslo 10 je větší než číslo 5 nebo sudé.“ Protože oba dva výroky, které disjunkce spojuje, jsou pravdivé, jsou žáci zmatení, zda je celý výrok pravdivý. Spojku „nebo“ jsou totiž zvyklý chápat ve vylučovacím významu.
Výroková spojka implikace bývá v mluvené řeči často zaměňována s ekvivalencí.
Výrok „Jestliže dostanu jedničku z matematiky, upeče mi mamka dort.“ chápe většina žáků tak, že dort dostanou pouze pokud dostanou jedničku z matematiky. Na dotaz, zda je výrok pravdivý, pokud jedničku z matematiky nedostanu a zároveň mi mamka upeče dort, odpovídají, že pravdivý není. To odpovídá právě výrokové spojce ekvivalence.

Z matematického hlediska se ovšem mamka zavázala k nějaké činnosti (upečení dortu) pouze v případě, že žák dostane jedničku z matematiky. V případě, že žák jedničku nedostane, si mamka může dělat cokoliv a své slovo neporušila.
Probírání těchto výrokových spojek vždy v hodině doprovází nesouhlasné kroucení hlavou, diskuse nad smyslem složených výroků a žákům je potřeba předložit mnoho doplňujících příkladů, které jim pomohou pochopit matematický význam těchto výrokových spojek. Tyto diskuse vyplývají z rozdílu mezi mluvenou řečí a přesnou matematickou formulací.

1.5 Chyba ve výuce

S chybou se v životě setká každý z nás. Podobně je chyba běžnou součástí výuky ve školách. Nicméně je důležité, jak se k chybě, kterou při výuce vytvoří žák, postaví učitel, ale také je podstatné, jaký postoj zaujmou žáci k chybě, kterou vytvoří učitel.
Dle Milana Hejného [2] „Chyba hraje v životě žáka důležitou, někdy dokonce osudovou roli. V naší škole je chyba často vnímána jako jev nežádoucí, jako něco, čeho je nutno se vystříhat, jako něco, čeho se bojí nejen žáci, ale i učitelé.“
Na základě chyby se při výuce učitel snaží rozpoznat špatné pochopení látky, aby následně mohl tuto chybu odstranit. Hledat chyby je přímým úkolem učitele při opravování písemných prací. Nestačí tedy zkontrolovat výsledek, ke kterému žák dospěl, ale prozkoumat i žákův postup při řešení příkladu. V případě chybné odpovědi je potřeba odhalit, kde a jaké chyby se dopustil, aby se na ni žák mohl zaměřit a poučit se z ní. Nicméně i v případě správného výsledku je vhodné krátce zkontrolovat postup, aby se vyloučila možnost, že jedna chyba se pokrátila s druhou.

Pozorování

Typický příklad může být následující postup při řešení nerovnice:

$$
\begin{aligned}
\frac{x+1}{2} - \frac{x-1}{3} &< \frac{1-2x}{6} && / \cdot 6 \\
3(x+1) - 2(x-1) &< 1 - 2x \\
3x + 3 - 2x + 2 &< 1 - 2x \\
x + 5 &< 1 - 2x && / - x - 1 \\
4 &< -3x \\
-3x &< 4 && / : (-3) \\
x &< -\frac{4}{3}
\end{aligned}
$$

První 4 úpravy jsou naprosto v pořádku. Žák sice nevolí ideální postup, když převádí neznámou na pravou stranu, ale to ještě není chyba. Protože je zvyklý mít neznámou na levé straně nerovnice, rozhodne se otočit obě strany nerovnice. Bohužel přitom zapomene otočit znaménko nerovnosti. Následně dělí nerovnici záporným číslem a opět zapomene otočit znaménko nerovnosti. Celkový výsledek má tedy správně, nicméně při samotném řešení se dopustil dvou významných chyb při úpravách nerovnice, které se nedávno probíraly.

Takové řešení rozhodně nemůže být ohodnoceno plným počtem bodů, ba naopak srážky budou vysoké, protože žák při něm udělal dvě závažné chyby.

Špatné hodnocení je pro žáka velkým šokem, protože při rozhovorech se spolužáky se ujistil, že má výsledek dobře a těšil se na dobrou známku. Bohužel v tomto případě jedna chyba vyrušila druhou. Zklámání bude jistě větší, než u žáka, který udělal pouze jednu chybu (například po vydělení záporným číslem neotočil znaménko nerovnosti), a proto mu výsledek vyšel špatně a měl čas se špatným výsledkem smířit.

Takového žáka je potřeba povzbudit, rozebrat s ním chyby a hlavně se ujistit, že chybám rozumí a pokusí se jich zbavit. V takovémto případě je nutné zaujmout konstruktivistický přístup (např. [5]), pomoci mu s porozuměním chybě a klidně nabídnout možnost opravy.

Pozorování

Při počítání tečen kuželoseček v analytické geometrii jsem řešil první příklad jako ukázkový na tabuli. Poslední úprava rovnice byla tato:

$$24x - 8y + 56 = 0 / : 8$$

$$3x - y + 8 = 0$$

Rychle jsem se pro kontrolu podíval na výsledek, který jsem měl připravený a zjistil jsem, že mi to nevychází. Správný výsledek měl být

$$3x - y + 7 = 0$$

Naštěstí jsem si rychle uvědomil, že chyba je až v poslední úpravě. Třídě jsem řekl:
Podle výsledku mi to nevyšlo, někde se stala chyba.
Třída projevila známky otrávenosti, které souvisely s tím, že budou muset škrtat v sešitě a přepisovat výpočet. Abych je uklidnil, že začátek příkladu je v pořádku, sdělil jsem jim, že chyba je někde v posledních 4 úpravách a vyzval je, ať ji naleznou. Naprostá většina žáků začala zírat na tabuli, procházet jednotlivé kroky a hledat dotyčnou chybu. Je nutno podotknout, že v předchozích úpravách jsme se zbavovali zlomků a závorek a tyto úpravy byly náročnější.
Když jsem viděl, že se snaží všichni vyznat v mém postupu a nepočítají to sami, vyzval jsem je:
Nehledejte chybu na tabuli. Vyznat se v cizím postupu může být obtížné. Zkuste si to dopočítat sami a chybu rychle odhalíte.
Bohužel téměř nikdo neobrátil pozornost na papír, aby si příklad sám dopočítal, ale žáci se stále snažili najít zmíněnou chybu v mém postupu.
Tuto „pohodlnost“ pozoruji u mnoha žáků. Raději opisují příklad, který počítá někdo jiný na tabuli, než aby ho zkusili spočítat sami. Abych toto omezil, nevyvolávám k tabuli na procvičovací příklady nikoho a vyzývám žáky, aby to zkusili spočítat sami. Přitom je vyzývám ke spolupráci se sousedem a nabádám, aby se ptali, jestli něčemu nerozumí. Zároveň obcházím lavice a snažím se jim radit.
Bohužel i při tomto způsobu práce se najde nezanedbatelné množství žáků, kteří po 5 minutách této samostatné práce nemají ani opsané zadání. Připomínám jim heslo „Matematika se nedá naučit díváním, musí se propočítat.“ a zároveň je upozorňuji, že se to určitě potom podepíše na špatné známce z písemky, což se bohužel často děje.

Kapitola 2

Motivační pomůcky

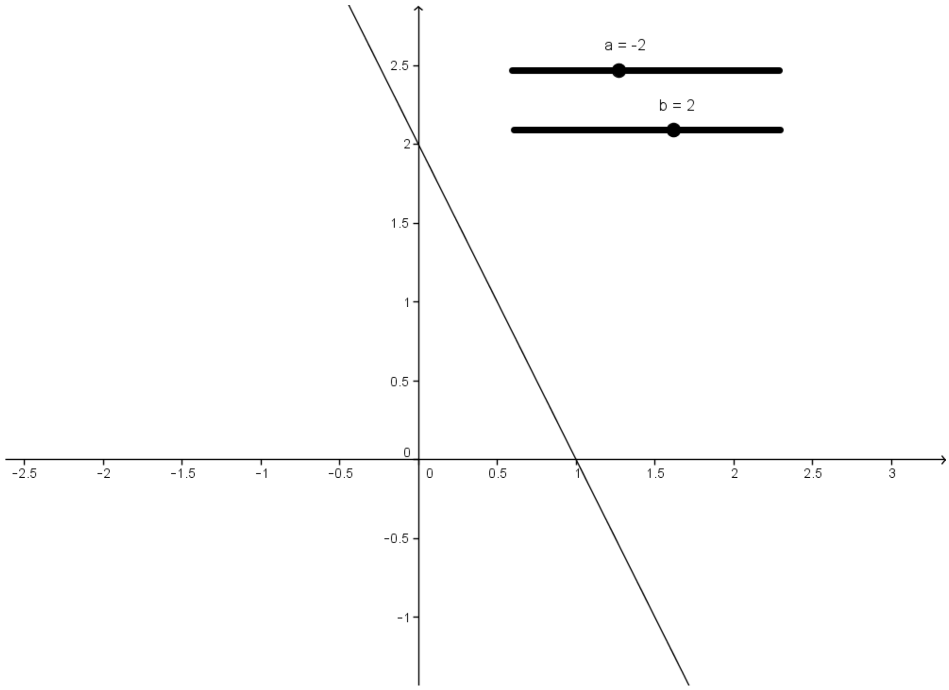
2.1 Geogebra

Geogebra je volně dostupný matematický software, který umožňuje interaktivní práci s geometrickými a algebraickými objekty, funkcemi, infinitizimálním počtem, statistikou a může sloužit jako tabulkový procesor. Dostal četná ocenění pro vzdělávací software v Evropě a USA. Nejnovější ocenění je MERLOT Classics Award 2013: Multimedia Educational Resource for Learning and Online Teaching (Las Vegas, Nevada, USA).
Jeho možné využití jako motivačního a výukového prostředku při výuce roste díky lepšímu vybavením učeben počítačem a dataprojektorem, připadně dokonce interaktivní tabulí.

2.1.1 Výukové materiály

V Geogebře je možné celkem snadno vytvářet výukové materiály. Umožňuje totiž nastavit u všech objektů (bodů, přímek, parametrů), aby byly buď nepohyblivé, konstantní, nebo naopak, aby s nimi mohl uživatel pohybovat a tím měnit jejich polohu, velikost, apod. Nakonec stačí ponechat jeden nebo více parametrů volných a jejich změnou demonstrovat změnu studovaného objektu.
Jako příklad může sloužit studium lineární funkce $y = ax + b$.

Na obrázku 2.1 máme 2 posuvníky. Vrchní z nich odpovídá za parametr a, spodní za parametr b ve vyjádření lineární funkce. Samotná přímka se při změně posuvníku okamžitě posune nebo nakloní a žák tedy okamžitě vidí, co způsobí změna některého



Obrázek 2.1: Dynamická lineární funkce

z parametrů. Tato ukázka je velmi názorná a umožňuje rychleji pochopit, co učitel myslí větou: „Při zvětšení parametru a se zvětší sklon přímky.“

Tvorba těchto materiálů přitom není příliš složitá, je velmi intuitivní. Nejvíce tedy záleží na správném nápadu, aby byla ukázka co možná nejnázornější a lehce pochopitelná. Navíc na internetu existuje GeoGebraTube - stránka, na kterou může kdokoliv vložit své pracovní sešity Geogebry. Ty jsou dále volně ke stažení a dalšímu použití. Momentálně je jich k dispozici 87874 [10].

Pochopitelně všechny nemusí mít požadovanou kvalitu, případně se nezabývají potřebným tématem, a proto musí každý pedagog tyto listy předem prozkoumat a zjistit, který je pro jeho výuku vhodný. K lepšímu vyhledávání slouží klíčová slova, kterými se dá popsat každý materiál a podle těchto klíčových slov se dají vyhledávat tematicky zaměřené materiály. K lepšímu výběru slouží také hodnocení uživatelů, kteří mohou dát každému materiálu palec nahoru nebo dolů. Správně vybraný materiál může úspěšně sloužit mnoho let.

2.1.2 Vlastní materiály

GeoGebru jsem při výuce zatím využil v matematice i ve fyzice v těchto tématech:

Funkce: Pomocí Geogebry jsem ukazoval, jak se chová mocninná funkce $y = x^n$, kde

n je přirozené sudé (případně liché) číslo. Podobně pro celá čísla záporná.

Také jsem ji využil při porovnání rychlosti růstu exponenciální a mocninné funkce.

Planimetrie: V Geogebře jsem také zkoušel rýsovat konstrukční úlohy z planimetrie. Brzy jsem od toho ovšem opustil, protože pro žáky, kteří potřebovali vidět, jak přiložit pravítko nebo zabodnout kružítko, to nebylo dostatečně názorné. Navíc v Geogebře není možné nabrat kružítkem nějakou vzdálenost a následně narýsovat část kružnice. Kružnice se vždy sestrojila celá, což bylo matoucí. Rýsování rovnoběžek je v Geogebře velmi jednoduché, ale opět to postrádá názornost pro žáka, který konstruuje na papíře a potřebuje vidět, jak má pravítka posunout.

Využití Geogebry při rýsování je tedy možné pouze při použití dopředu nachystaných pracovních sešitů, ve kterých je celá konstrukce již sestrojena, ale nastavena neviditelná. Učitel poté postup komentuje, ale sám nekonstruje, pouze postupně zobrazuje přibývající prvky.

Goniometrie: Při zavádění goniometrických funkcí sinus a kosinus na jednotkové kružnici se využití animace přímo vybízí. Žáci dokáží rozumět zavedení těchto funkcí pro jeden konkrétní úhel, ale dělá jim problémy si představit, jak se tyto hodnoty budou měnit s narůstajícím úhlem.

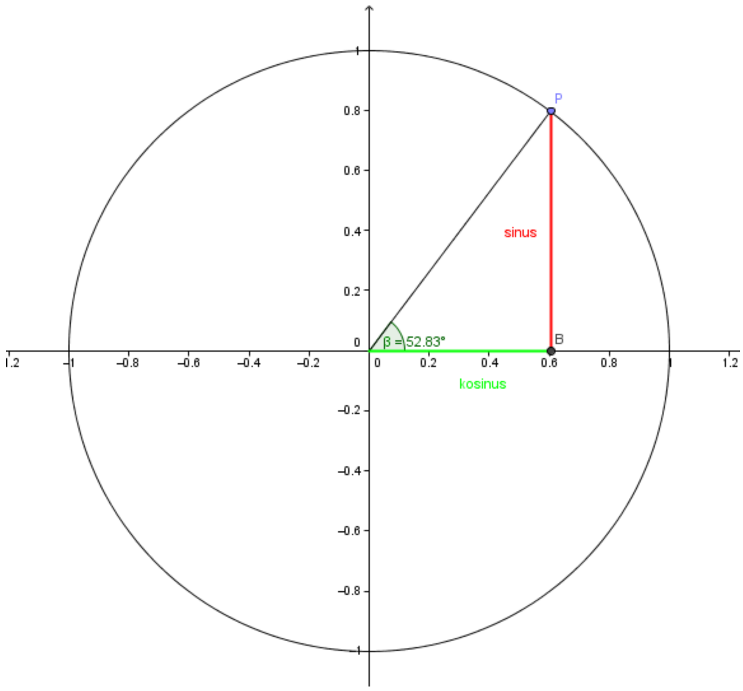
Animace na obrázku 2.2, která je doprovázena zároveň výkladem, jim toto porozumění usnadňuje.

Analytická geometrie: V analytické geometrii jsem žákům nabídl možnost samostatného propočítavání náhodně generovaných příkladů. Pomocí Geogebry lze vytvořit jednoduché pracovní sešity, které generují náhodná zadání pro domácí počítání. Dají se takto procvičit např. úlohy typu: Zakreslit bod o daných souřadnicích, vypočítat souřadnice středu úsečky (viz obr. 2.3), vypočítat souřadnice vektoru, vypočítat skalární součin dvou vektorů, atd.

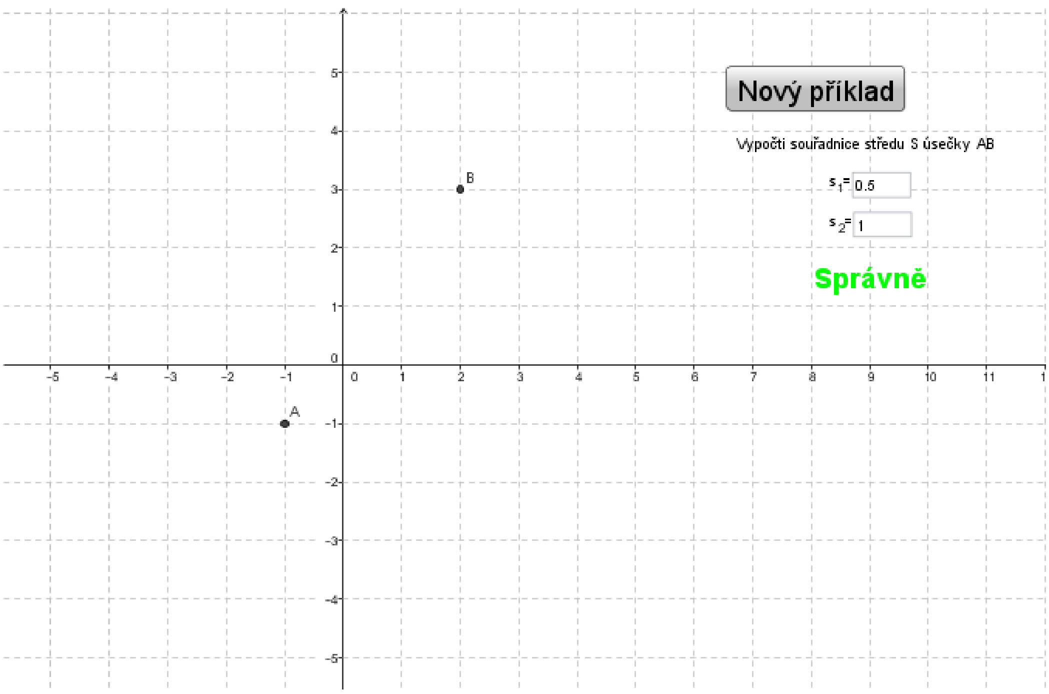
Geogebra navíc umí i vygenerovat html kód, který lze umístit na školní nebo osobní www stránky, se všemi potřebnými funkcemi pro běh pracovního sešitu.

Mechanické vlnění: Ve fyzice jsem v Geogebře vytvořil animaci postupného vlnění - jak příčného, tak podélného.

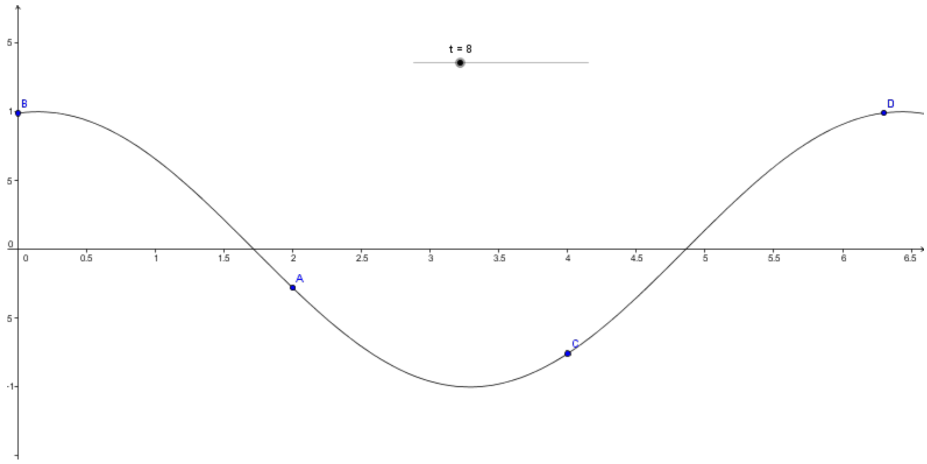
Na obrázku 2.4 je znázornění mechanického vlnění o rovnici $y = \sin(t - x)$. Parametr t lze měnit na posuvníku - buď ručně nebo jako postupnou animaci. Na samotné vlně vidíme 4 body. Tyto body kmitají pouze nahoru dolů kolem své rovnovážné polohy, samotnou vlnou nejsou posouvány pryč. Jedná se tedy o vlnění příčné.



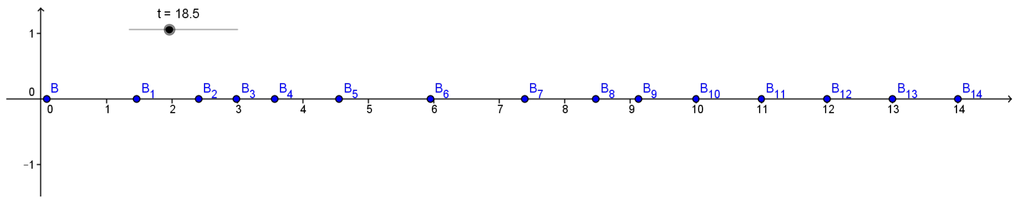
Obrázek 2.2: Goniometrické funkce na jednotkové kružnici



Obrázek 2.3: Výpočet středu úsečky



Obrázek 2.4: Příčné vlnění

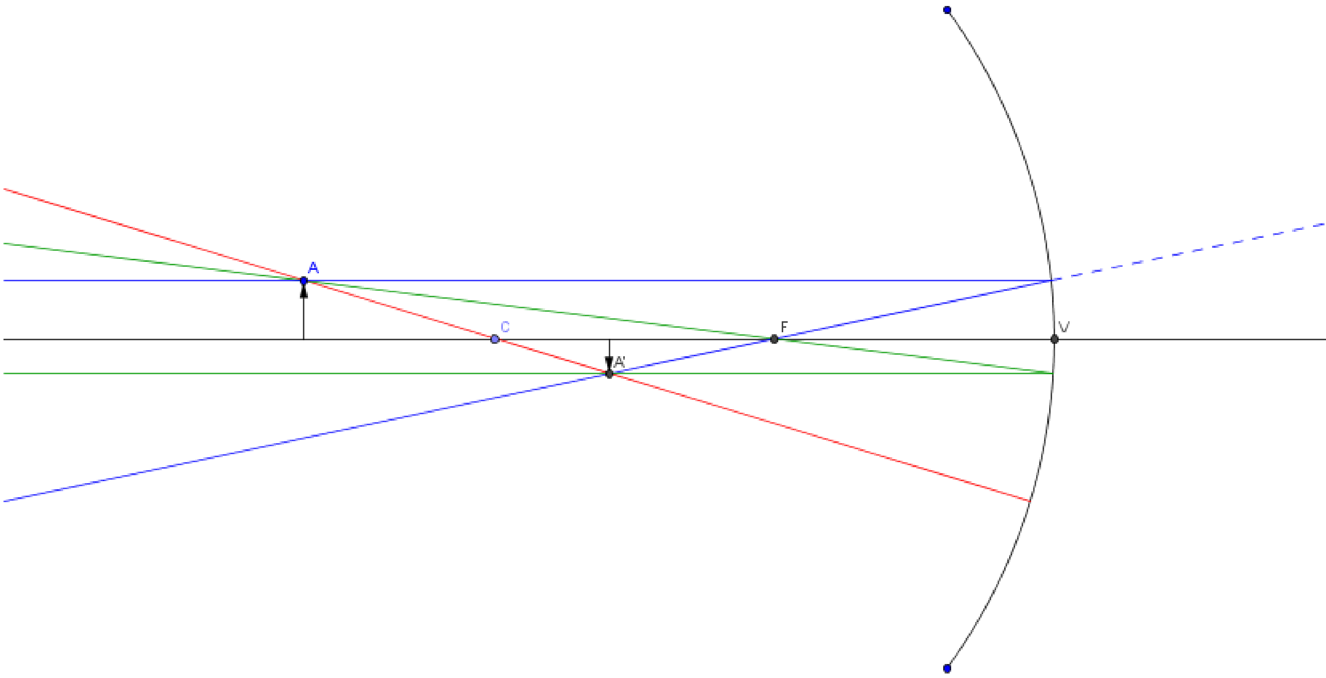


Obrázek 2.5: Podélné vlnění

Na obrázku 2.5 je zachycení animace podélného vlnění, které se postupně šíří zleva doprava. Každý znázorněný bod kmitá kolem své vlastní rovnovážné polohy. Ve vyobrazeném čase ještě vlnění nedospělo k bodům B_10 až B_14, které jsou v klidu v rovnovážné poloze. Vidíme 2 shluky bodů B_2,B_3,B_4 a B_8,B_9, které se v animaci postupně posouvají zleva doprava.

Optika: Tvorba obrazu dutým a vypuklým zrcadlem, respektive spojnou a rozptylnou čočkou. Geogebra umožnuje nastavit ohniskovou vzdálenost zrcadla, velikost zobrazovaného předmětu a vzdálenost předmětu od zrcadla. Zobrazí 3 význačné paprsky, pomocí nichž můžeme sestrojit výsledný obraz předmětu. Příklad je na obrázku 2.6. Zda tato vizualizace pomůže žákům zapamatovat si princip odrazu paprsků jsem zkoušel experimentem pomocí testu - pětiminutovky. Učivo o dutém zrcadlu jsem probral ve třídách 3.A i 3.B. V 3.A jsem popsal význačné paprsky a výsledek načrtnul na tabuli. Ve 3.B jsem také popsal význačné paprsky a zároveň jsem přes dataprojektor promítal, jak parsky vypadají a jak se mění, pokud změníme polohu či výšku předmětu.

Další hodinu (za 2 dny) jsem oběma třídám zadal pětiminutovku, ve které měl žáci za úkol sestrojit obraz předmětu před dutým zrcadlem pomocí význačných paprsků.



Obrázek 2.6: Konstrukce význačných paprsků

Zadání úkolu znělo: „Pomocí význačných paprsků zobraz obraz předmětu naznačeného šipkou.“ Úlohu jsem bodoval žádným, jedním nebo dvěma body podle počtu správně zakreslených význačných paprsků. Výsledky ukazuje tabulka 2.1.

Z tabulky lze vyčíst, že větší úspěšnost byla ve třídě 3.A, tudíž nemůžeme zobrazení

Počet získaných bodů	3.A	3.B
0	5	7
1	7	4
2	9	5
Celkem	21	16
Průměr	1,12	0,88

Tabulka 2.1: Získané body za význačné paprsky

paprsků pomocí dataprojektoru příčitat žádnou význačnou roli při spontánním zapamatování si. Nicméně ve 3.B byli celkově 3 žáci, kteří zakreslili všechny 3 probírané význačné parsky, zatímco ve 3.A žádný takový žák nebyl. Můžeme tedy tvrdit, že promítnutí pomáhá celkovému zapamatování alespoň u žáků, kteří opravdu dávali pozor?

Vizualizaci jsem také použil při probírání mikroskopu. Ve 3.A jsem schéma mikroskopu nakreslil a okomentoval na tabuli, ve 3.B ho měli žáci možnost vidět promítnuté přes dataprojektor. Poté jsem otázku „Nakresli schéma mikroskopu.“ zařadil do písemné práce z optiky. Zjišťoval jsem, zda bude nějaký výrazný rozdíl v úspěšnosti odpovědí na tuto konkrétní otázku.
Za otázku byly maximálně 2 body, přičemž se přidělují i poloviny bodů. Získané body na tuto konkrétní otázku ukazuje tabulka 2.2.

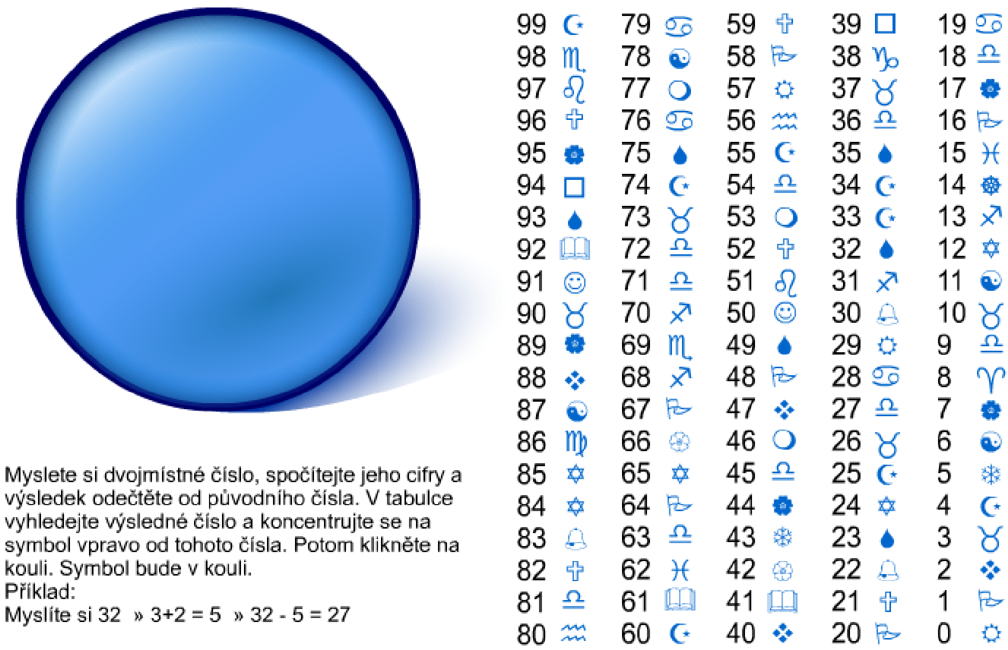
Počet získaných bodů	3.A	3.B
0	5	3
0,5	7	2
1	3	5
1,5	6	4
2	2	6
Celkem	23	20
Průměr	0,85	1,2

Tabulka 2.2: Získané body za schéma mikroskopu

Z tabulky jde vidět, že průměr 3.A byl horší, než průměr 3.B. Rozdíl není markantní, ale pokud svědčí o kladném vlivu Geogebry na výsledky žáků, rozhodně je vhodné tento program využívat.

2.2 Magická koule

K této pomůcce mne přivedli přímo studenti, kteří ji objevili. Jedná se o „magickou kouli“, která uhádne, na který symbol myslíte. Na internetu je na několika stránkách, například [11]. Snímek stránky je na obrázku 2.7. Návod zní:
Myslete si dvojmístné číslo, spočítejte jeho cifry a výsledek odečtěte od původního čísla. V tabulce vyhledejte výsledné číslo a koncentrujte se na symbol vpravo od tohoto čísla. Potom klikněte na kouli. Symbol bude v kouli. Příklad: Myslíte si 32; 3+2=5; 32-5=27
Pokud provedete správně výpočet a kliknete na kouli, skutečně se v ni objeví symbol, který byl přiřazený k vypočítanému číslu. Samotná aplikace poté nabízí možnost



Obrázek 2.7: Magická koule

nového hádání. K velkému překvapení se v kouli zjeví jiný symbol, ale opět ten, který jste získali po výpočtu. V čem tedy tkví tajemství magické koule?

Tvrzení: Výsledkem výpočtu na magické kouli je vždy devítinásobek první číslice myšleného čísla.

Důkaz: Myšlené číslo je dvojmístné. Označme první číslici a a druhou číslici b. Hodnota tohoto čísla v desítkové soustavě je tedy $10a + b$. Odečteme číselný součet $a + b$ a dostáváme $10a+b-(a+b) = 9a$. Tedy výsledkem bude vždy první číslice vynásobená devíti.

Podívejme se nyní do tabulky na všechna čísla dělitelná devíti. Vidíme, že všechna kromě čísla 90 a 99 mají stejný symbol, který se po kliknutí objeví v kouli. O symboly u čísel 90 a 99 se nemusíme bát, protože takový výsledek nemůže při výpočtu nastat (a je maximálně 9). Autor zřejmě záměrně nechal u posledních čísel náhodné symboly, aby se pokusil zmást některé luštitele tajemství magické koule.

Výsledný symbol není pouze u čísel dělitelných devíti, ale objevuje se náhodně i u jiných čísel. Toto není na škodu, naopak pomáhá to zmást případného luštitele.

Pozorování

Ve výuce jsem magickou kouli využil při jedné předvánoční hodině. U prvních ročníků to bylo chvíli po probrání dělitelnosti čísel, takže to tematicky velice dobře zapadalo. Žáci druhých ročníků sice dělitelnost neprobírali, ale z jejich třídy se ke mně tato stránka dostala a vysvětlení je opravdu zajímalo. Škoda, že na něho nepřišli sami.
V obou dvou případech byli ale téměř všichni žáci po dobu vlastního zkoušení magické koule a následného vysvětlování pozorní a zbývá jen doufat, že jim něco z vysvětlení utkvělo v hlavě.
Při průchodu učiva dělitelnosti s novými prváky jsme opět na magickou kouli narazili. Každý žák si zkusil funkci magické koule nejprve sám. Po druhém pokusu již bystřejší žáci měli podezření, že zde bude souvislost s násobky devíti. Po napsání výsledků výpočtu od různých žáků na tabuli si již většina žáků všimla, že výsledek je vždy násobek čísla 9. Ovšem již nedokázali vysvětlit, proč mají čísla 90 a 99 jiný symbol, než ostatní násobky čísla 9. K přesnému důkazu opět potřebovali nápovědu a postrčení.

2.3 Fermiho úlohy

Jsou to úlohy pojmenované po italském fyzikovi Enrico Fermim. Úlohy nebývají zadány s přesnými parametry, které umožní získat jednoznačný výsledek. Naopak výsledek je potřeba odhadnout (alespoň řádově) s pomocí volně dostupných informací, životních zkušeností a zdravého rozumu.
Podstatou řešení je správně odhalit jádro problému a ke správné (rozumné) hodnotě se dostat postupným kladením otázek, které nám pomáhají náš odhad zpřesnit. Struktura těchto otázek a návodných úloh není nijak předem dána.

2.3.1 Soutěž Fermiho úlohy

Univerzita Palackého v Olomouci pořádá ve školním roce 2014/2015 již 9. ročník soutěže Fermiho úlohy. Soutěžící mají za úkol řešit Fermiho úlohy z různých tématických oblastí a své komentované řešení poslat k opravě. Během roku se konají 2 kola soutěže, která jsou korespondenční a finále, které je již prezenční a koná se na Přídovědecké fakultě. Pro malý počet soutěžících se finále nekonalo každý ročník.
Webové stránky soutěže `http://isouteze.upol.cz/fermi/` obsahují archiv jednot-

livých ročníků a slouží jako výborný zdroj úloh nebo případné inspirace při tvorbě vlastních úloh. U některých úloh jsou zveřejněna i řešení zaslaná od soutěžících.
Příklad Fermiho úlohy:
Zadání úlohy: Kolik ladičů pian žije v New Yorku?
Řešení: Kladení doplňujících otázek
Jaký je počet obyvatel New Yorku? 10 000 000
Má každý z nich klavír? NE
Může mít rodina klavír? ANO
Kolik rodin připadá na 10 000 000 obyvatel? Asi 2 miliony
Má každá z těchto rodin klavír ? Ne
Kolik rodin vlastní klavír? Odhadem asi každá pátá tj. 400 000
Jak často se ladí klavír? Někdo ladí každý měsíc, někdo vůbec ne. Odhadneme, že asi 1x do roka.
Kolik klavírů je schopen naladit 1 člověk? Pokud pracuje tak, že naladí 4 klavíry denně a pracuje 200 dnů v roce, potom naladí asi 800 klavírů za 1 rok
Kolik ladičů je potřeba? 400 000 / 800 = 500
Odhadem je potřeba pro město New York 500 ladičů klavírů.[12]

2.4 Interaktivní aplikace

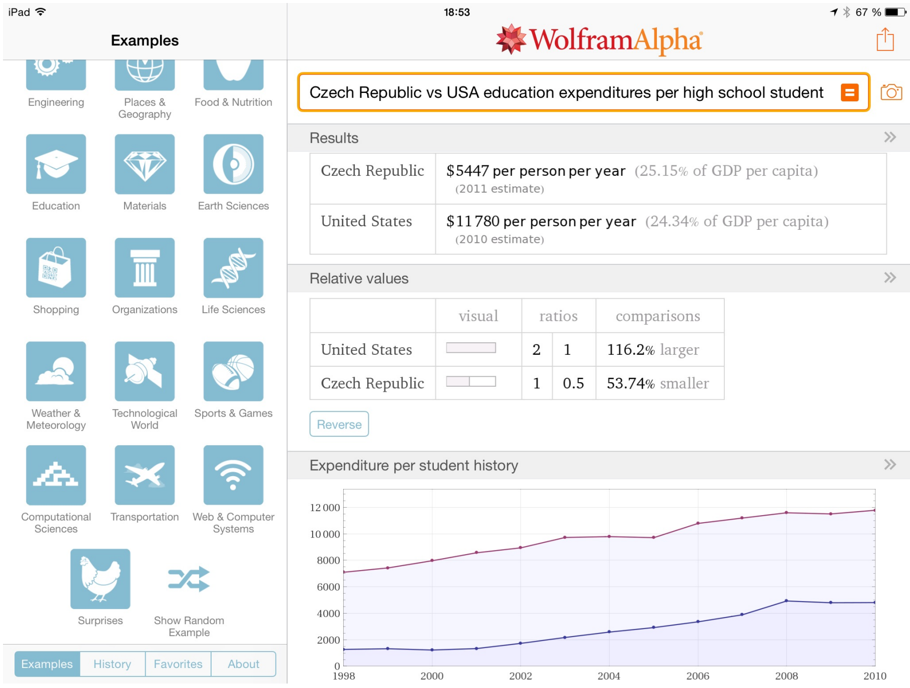
V současné době je pro každého žáka střední školy vlastnictví mobilního telefonu samozřejmostí. Čím dál častěji se zároveň nejedná o přístroje, které umí pouze telefonovat a posílat SMS zprávy, ale o takzvané „chytré telefony“. Na těchto přístrojích lze spustit mnoho rozmanitých aplikací - různé hry, plánovače, navigace a také vzdělávací aplikace.
Tyto aplikace se dají spustit nejenom na telefonech, ale také na tabletech a notebocích různých druhů.

2.4.1 Aplikace pro iOS

Na operační systém iOS existuje mnoho rozmanitých aplikací, které podporují výuku matematiky a snaží se ji prezentovat poutavou grafickou formou. Aplikace nabízejí videa vysvětlující probíranou látku a poté obsahují příklady na procvičení této látky.

Khan Academy

Khan Academy je nezisková organizace zaměřená na vzdělávání. Na svém webu [13] nabízí mnoho naučných videí, která se týkají hlavně matematiky, ale i ostatních přírodních věd. Videa jsou komentována a určena k samostudiu pro každého posluchače. Následují příklady, které se snaží prověřit nabyté znalosti. Každý žák so může po registraci vést vlastní statistiku úspěchů v jednotlivých cvičeních a tématech a podle toho zjistit, kde má mezery ve znalostech a co potřebuje ještě vylepšit a lépe prostudovat.
Samotná aplikace s názvem KhanAcademy je navržena pro iPhony i iPady. Umožňuje přehrát naučná komentovaná videa ke každému tématu a také obsahuje stejná cvičení, jako webová stránka organizace.
Její využití přímo ve výuce je limitováno nutností mít zařízení iPad nebo iPhone. Přestože tato zařízení mnozí žáci mají, nedokáži si představit zařazení těchto přistrojů mezi povinné pomůcky.
Další limitace vyvstává z nutnosti být připojen k internetu. Při současném prohlížení naučných videí jednou třídou o 30 žácích to představuje celkem enormní zátěž na internetové připojení, které ještě není na školách vždy ideální. Dá se ale předpokládat, že v budoucnosti bude připojení stále lepší a tato limitace tedy zmizí.
Aplikace je v anglickém jazyce. Pro žáky to může představovat problém, zvlášť pokud se angličtinu neučí. Pro ostatní to znamená naučit se základní slovíčka používaná v matematice. Naučná komentovaná videa jsou také mluvena anglicky, ale existuje webová stránka `www.khanovaskola.cz`, která pracuje na dabingu těchto videí do češtiny. Dabing některých videí podpořila společnost SCIO. Díky tomu jsou tato videa dostupná i žákům bez znalosti angličtiny.
V jednotlivých cvičeních se vyskytují otázky uzavřené i otevřené. U uzavřených otázek uživatel vybere správné odpovědi (u jedné otázky jich může být více). U otázek otevřených zapiseuje uživatel výsledek rukou na obrazovku iPadu/iPhonu. Aplikace potom převede tento zápis do algebraického výrazu. Výsledkem může být číslo celé i zlomek. Při špatném rozpoznání výsledku je možné zápis opravit.
Přes všechna jazyková omezení je aplikace pro samostudium jednotlivých žáků velmi vhodná.



Obrázek 2.8: Ukázka odpovědi programu WolframAlpha

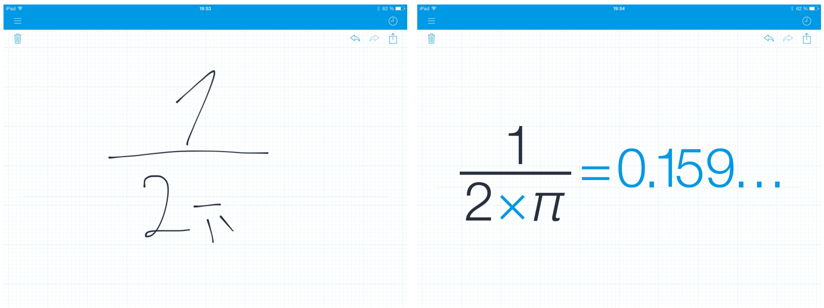
WolframAlpha

WolframAlpha je program, který se snaží podat odpověď na položenou otázku (narozdíl od vyhledávačů, které pouze poskytnou seznam www stránek, kde se odpověď pravděpodobně nalézá). Je vyvíjen společností Wolfram Research. Tento program se dá nalézt na stránkách `www.wolframalpha.com`.

Program je založený na původním softwaru Mathematica od stejné firmy, který umožňuje různé matematické výpočty, řešení rovnic, tvorbu tabulek a grafů, statistické zpracování dat atd. Tento software byl postupně vylepšen, aby dokázal podat odpověď i na otázky, které se konkrétně neptaly na řešení nějaké rovnice, ale měly obecné znění. Odpověď nebývá jednoslovná, program se snaží při odpovědi využít tabulky, grafy, uvést související informace.

Přiklad je na obrázku 2.8. Je to odpověď na otázku „Czech Republic vs USA education expenditures per high school student“, tedy dotaz na porovnání výdajů na vzdělání na jednoho studenta v USA a Česku.

Stejnojmenná aplikace bohužel není zadarmo, její cena v květnu 2015 byla 99 eurocentů. Zadarmo se dá stáhnout odlehčená verze, která ukazuje pouze výsledky na předřipavené dotazy. Slouží tedy k nalákání potenciálních zákazníků. Nicméně necelé jedno euro není nijak velká cena.



Obrázek 2.9: Ukázka zápisu a odpovědi v MyScript Calculator

Aplikace se dá použít v mnoha předmětech, protože dokáže přehledně zpracovat data z různých oborů. Na řešení matematických rovnic dokáže často podat i popis jednotlivých úprav vedoucích k řešení rovnice.
Aplikace se opět nejlépe hodí k samostudiu žáků. Hodí se ke zkontrolování výsledku matematické úlohy, na vyhledání informací do zeměpisu i dějepisu atd.

MyScript Calculator

MyScript Calculator je aplikace, která umožňuje zapisovat složité algebraické výrazy rukou a vypočítat jejich hodnotu. Zapsání výrazu je tak snazší, protože aplikace si sama doplní nutné závorky, které by musel uživatel zadat při běžném zápisu na řádek.
Aplikace může posloužit jako jednodušší kalkulačka. Pomůže studentům, kteří mají problémy vypočítat hodnoty výrazů na běžné kalkulačce. Z vlastní zkušenosti vím, že výraz $\frac{1}{2\pi}$ je často do kalkulačky zadáván jako $1/2*\pi$, což by bylo zapsáno $\frac{1}{2}\pi$. Hodnota obou výrazů je pochopitelně naprosto odlišná.
S touto aplikací by se tato chyba nestala. Bohužel by to zároveň nemohlo odstranit špatné zápisy těchto chybujících žáků.
Ukázku zápisu rukou a výstupu, který aplikace vytvoří je na obrázku 2.9.
Aplikace je zdarma ke stažení.

2.5 Matematické soutěže

Během školního roku se mohou žáci zapojit do mnoha matematických soutěží a porovnat své znalosti a dovednosti s žáky z jiných škol a krajů. Různé soutěže se liší typem úloh, způsobem řešení, povolenými pomůckami, dobou na řešení a také oblibou. V České republice se pořádají zejména tyto soutěže.

2.5.1 Matematická olympiáda

Matematická olympiáda má dlouhou tradici. Ve školním roce 2014/2015 se konal již její 64. ročník. Soutěž je určena pro žáky základních i středních škol. Jejím vyhlašovatelem je Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy. Za uskutečnění soutěže je zodpovědná Jednota českých matematiků a fyziků.

Matematická olympiáda je rozdělena na mnoho kategorií, pro každý ročník studia jedna kategorie. Výjimkou jsou 3. a 4. ročníky středních škol a 7. a 8. ročníky osmiletých gymnazií, které mají společnou kategorii A. Navíc je vytvořena kategorie P, která je zaměřená na informatiku a je určena pro všechny studenty středních škol.

Soutěž probíhá v těchto soutěžních kolech: domácí, školní, okresní, krajské a ústřední. Jednotlivé kategorie probíhají v různých soutěžnich kolech. Ústřední kolo se koná pouze pro kategorii A a kategorii P.

Úkolem soutěžících je samostatně vyřešit úlohy daného soutěžního kola. Řešení úloh musí soutěžící zapsat tak, aby bylo možné sledovat jejich myšlenkový postup. Soutěžní kolo trvá řádově hodiny. Zadání úloh (kromě domácího kola) je před začátkem soutěžního kola tajné.[14]

Při řešení Matematické olympiády jsou povoleny pouze matemticko-fyzikální tabulky. Řešitelé nesmějí využívat jinou literaturu ani internet.

Nejlepší řešitelé kategorií A a P jsou potom vybráni k účasti v mezinárodních matematických soutěžích IMO, IOI, MEMO, CEOI, kde reprezentuji Českou republiku. Těchto soutěží se řešitelé účastní jako osmičlenné nebo šestičlenné družstvo, které doprovází hlavní vedoucí a pedagogický vedoucí. Na jednotlivých soutěžích se konají soutěže jednotlivců i soutěže društev.

Pro nejúspěšnější řesitele kategorií A, B a C pořádá ústřední komise Matematické olympiády různá soustředění, odborné přípravy.

2.5.2 Matematický klokan

Informace o soutěži z webu [15]:

Mezinárodní soutěž Matematický klokan vznikla přibližně v roce 1980 v Austrálii a od roku 1991 se rozšířila do zemí Evropy. Dnes se již této soutěže účastní na dva a tři čtvrtě milionu soutěžících ze 30 zemí našeho kontinentu sdružených v asociaci Klokan bez hranic, jejíž koordinační centrum je v Paříži. Pořadatelem Klokana v ČR je Jednota českých matematiků a fyziků ve spolupráci s Katedrou matematiky PdF UP a Katedrou algebry a geometrie PřF UP v Olomouci. Ministerstvem školství a mládeže ČR byl Matematický klokan zařazen mezi soutěže kategorie A – plně hrazené z prostředků MŠMT.

Soutěžící jsou podle věku rozděleni do 5 kategorií: Klokánek (4. - 5. třída ZŠ), Benjamín (6. - 7. třída ZŠ), Kadet (8. - 9. třída ZŠ), Junior (1. - 2. ročník SŠ) a Student (3. - 4. ročník SŠ). Soutěží se ve všech krajích naší republiky v jednom termínu, takže žáci a studenti absolvují školní, oblastní, republikové a vlastně i mezinárodní kolo ve své lavici. Ve všech kategoriích soutěžící řeší 24 testových úloh, přičemž vybírá jednu z pěti nabízených možností řešení. Úlohy jsou seřazeny ve třech skupinách podle obtížnosti, za správnou odpověď získává soutěžící 3, 4 nebo 5 bodů, za špatnou odpověď se mu jeden bod strhává. Aby soutěžící nedosahovali záporných výsledků, dostávají do vínku 24 bodů, takže lze tedy získat maximálně 120 bodů. V kategoriích Klokánek, Benjamin a Kadet je na řešení vymezeno 60 minut čistého času, v kategoriích Junior a Student je doba řešení 75 minut.

V olomouckém centru se vyhodnocují statistické výsledky za celou Českou republiku, nejlepší řešitelé v každé kategorii jsou odměněni věcnou cenou. Statistické výsledky spolu se zadáním soutěžních úloh a správnými odpověďmi jsou uveřejněny ve sborníku každého ročníku, který vydává JČMF a bývá rozesílán jednotlivým oblastním důvěrníkům této soutěže.

Při řešení Matematického klokana nejsou povoleny žádné pomůcky.

V roce 2014 se Matematického klokana zúčastnilo 23379 žáků středních škol (kategorie Junior a Student). Celkově ve všech kategoriích to bylo 346 264 soutěžících.

2.5.3 Internetová matematická olympiáda

Internetovou matematickou olympiádu pořadá Ústav matematiky FSI VUT v Brně od roku 2008. Jak již její název napovídá, soutěž probíhá prostřednictvím internetu. Z internetových stránek [16] se soutěžící dozví zadání 10 soutěžních úloh a prostřednictvím internetu také odesílají svá řešení. Protože se nejedná o testové úlohy, je třeba řešení úloh před odesláním naskenovat.

Soutěž probíhá v jednom soutěžním kole a trvá 2 hodiny. Žáci nesoutěží jako jednotlivci, ale v týmech. Každý tým má maximálně 7 členů. Členy týmu mohou být pouze žáci téže střední školy. Soutěž není rozdělena na kategorie, takže žáci mohou tým poskládat i mezi jednotlivými ročníky. Z každé školy může soutěžit více týmů.

Protože zadání i odevzdání úloh probíhá přes internet nejsou nijak omezeny povolené pomůcky. Soutěžící tedy mohou využívat libovolných informačních zdrojů včetně internetu.

V roce 2014 se této soutěže zúčastnilo 192 týmů.

2.5.4 Finanční gramotnost

Soutěž Finanční gramotnost se pořádá od roku 2009. Vyhlašuje ji Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy a organizuje ji obecně prospěšná společnost FINANČNÍ GRAMOTNOST, o. p. s. Soutěž se zabývá tematickými okruhy, které se snaží podpořit finanční gramotnost soutěžících.

Soutěž probíhá ve 2 kategoriích. Pro žáky II. stupně základních škol a pro žáky středních škol.

Soutěž má několik soutěžních kol: domácí, okresní, krajské a celostátní. Na řešení domacího kola jsou přibližně 2 měsíce. Každý soutěžící musí přes počítač vyplnit zadaný test. Časový limit na test je 25 minut.

Každý soutěžící dostává náhodně vybrané testové otázky z připraveného souboru úloh. Do okresního kola postupuje tým složený ze 3 nejúspěšnějších žáků školy. Od okresního kola výše soutěží žáci jako tým.

Soutěže se ve školním roce 2014/2015 zúčastnilo 28451 žáků středních škol (25230 žáků základních škol).

2.5.5 Náboj

Náboj je mezinárodní matematická soutěž pro pětičlenné týmy středoškoláků, které reprezentují jednotlivé školy. Celá soutěž trvá 120 minut, během nichž se týmy snaží na jednom ze soutěžních míst vyřešit co nejvíce příkladů.
Na začátku soutěže obdrží každý tým zadání šesti příkladů. Jakmile tým dospěje u některého z nich ke správnému, většinou číselnému výsledku, dostane zadání dalšího. Kdo vyřeší v časovém limitu nejvíce příkladů, vyhrává. [17]
Soutěž probíhá současně v Praze, Opavě, ratislavě, Košicích, Pasově, Linci, Krakově a Budapešti. V jednotlivých městech probíhá také vyhodnocení výsledků. Dohromady se sestavuje celkove závěrečné pořadí.
Týmy soutěží ve 2 kategoriích - Junioři a Senioři. Kategorie Junioři je pouze pro studenty nejvýše druhého ročníku středních škol, v kategorii Senior mohou být studenti všech ročníků střední školy.
V roce 2015 se soutěže zúčastnilo 225 týmu ve všech městech dohromady.

2.5.6 Logická olympiáda

Logická olympiáda je soutěž pořádaná Mensou České republiky založená na logických úlohách, jejichž řešení vyžaduje samostatný a kreativní přístup. Nerozhodují zde naučené znalosti, ale schopnost samostatného uvažování a pohotového rozhodování. Logická olympiáda je svým pojetím unikátní soutěží, protože se nejedná o znalostní soutěž, ale o soutěž rozvíjející především schopnost samostatného logického uvažování. [18]
Soutěž má 3 kategorie A, B, C. Žáci středních škol spadají do kategorie C. Má celkem 3 kola: nominační, krajské a finále. Nominační kolo probíhá formou on-line testu, který trvá 35 minut pro kategorii C. Krajská kola a finále probíhají již prezenčně.
V roce 2014 se soutěže zúčastnilo 49035 žáků ve všech kategoriích.

2.5.7 Matematický korespondenční seminář

Matematický korespondenční seminář PraSe (PRAžský SEminář) je celoroční soutěž pořádaná studenty Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze. Je určena středoškolským a základoškolským studentům se zájmem o matematiku. Zájemci od nás v průběhu roku dostávají zadání úloh, jejichž řešení nám můžou posílat. My došlá řešení opravujeme a zasíláme zpět spolu se vzorovými řešeními a komentáři, průběžnou

výsledkovou listinou a novými zadáními. K semináři se vážou i různé další akce, díky kterým se můžeš třeba seznámit s organizátory a dalšími účastníky semináře. [19]
Ve školním roce 2014/2015 se konal 34. ročník a zúčastnilo se ho celkem 240 žáků.
Organizátoři pořádají pro nejlepší řešitele soustředění.

2.5.8 Studentský matematicko-fyzikální seminář a časopis

Časopis M&M vydávají studenti různých oborů Matematicko-fyzikální fakulty Univerzity Karlovy v Praze. Je určený pro studenty středních škol se zajmem o matematiku, fyziky nebo programování. Časopis vychází zpravidla sedmkrát během školního roku. Součásti časopisu je i soutěž. Čtenáři se mohou vyjádřit k zadaným úlohám nebo vydaným článkům a za tyto příspěvky jsou hodnoceni.
Nejlepší řesitelé jsou pozváni na soustředění, které se koná na jaro a na podzim.
Ve školním roce 2014/2015 proběhl 21. ročník semináře a zúčastnilo se ho 67 soutěžících.

2.5.9 Souhrn

Uvedený soupis soutěží a seminářů rozhodně není úplný. Vidíme, že tyto soutěže se liší dobou trvání, způsobem provedení, povolenými pomůckami a v neposlední řadě také počtem řešitelů.
Uvedené údaje nám ukazují:

- Soutěží, které vyžadují sepsání vlastního postupu a odůvodnění jednotlivých kroků, se účastní řádově stovky soutěžících.
- Soutěží, které vyžadují pouze napsání správné odpovědi nebo výběr správné odpovědi, se úćástní řádově desetitisíce soutěžících.

Tento rozdíl je částečně způsoben organizačními problémy. Oprava úloh, u kterých je potřeba ohodnotit celý postup, je neporovnatelně náročnější oproti opravování úloh s jasně zadaným výsledkem (který může zkontrolovat i počítač). Dále za tento rozdíl může náročnost úloh. Úlohy Matematické olympiády a korespondečních seminářů jsou tradičně zacíleny na nadané žáky a žáky se zájmem o samostudium matematiky a vyžadují přesný popis řešení. Těchto žáků na školách je pochopitelně menšina. Slabší žáci jsou většinou velmi rychle odrazeni náročností úloh.
Soutěže jako Matematický klokan nebo Logická olympiáda naopak mají naopak jedno

správné řešení. Tyto soutěže jsou zaměřeny na širší spektrum žáků a můžou se zde uplatnit bystří žáci se zdravým selským rozumem, kterým dělá problém odůvodnění vlastních myšlenkových pochodů. Protože se jedná i o úlohy testového charakteru, účastní se těchto soutěží i žáci, kteří tuto soutěž chtějí aspoň zkusit.
Z vlastních zkušeností mohu potvrdit, že zájem mých žáků o soutěže vyžadující rozepsání řešení je minimální, zatímco o soutěže s jedním přesným výsledkem mnohem větší. Výjimku tvoří Internetová matematická olympiáda, které se zúčastnili celkem 3 týmy, zatímco Matematické olympiády se nezúčastnil jediný žák.
Při rozhovorech jsem zjistil, že větší obliba Internetové matematické olympiády je způsobena spolupráci v týmu a krátkodobostí soutěže. Navíc se tyto soutěže velmi často konají v době vyučování, ze kterého jsou soutěžící žáci omluveni. Podle reakcí žáků soudím, že pro některé je rozhodujícím faktorem pro účast v soutěži, zda se soutěž koná v době vyučování nebo mimo. Matematická olympiáda na druhou stranu vyžaduje domácí přípravu jednotlivce, jejíž náročnost je časově nezanedbatelná a pochopitelně není možné ji vykonávat v době vyučovacích hodin.
Internetové stránky těchto soutěží slouží jako velmi bohatý zdroj různých matematických úloh všech stupňů obtížnosti. Na stránkách lze nalézt i archiv minulých ročníků a čerpat z něj zajímavé úlohy pro různě nadané žáky.

2.6 Projekty

V České republice běží několik projektů, které se snaží přiblížit matematiku jiným způsobem, aby zaujala i nemotivované žáky. Tyto projekty jsou financovány z Operačního programu Vzdělávání pro konkurenceschopnost (OP VK), který je v gesci Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy ČR (MŠMT), v jehož rámci je možné čerpat finanční prostředky z Evropského sociálního fondu (ESF), jednoho ze strukturálních fondů Evropské unie (EU). [21]
Přiblížíme si několik projektů, z jejichž výsledků může čerpat každý pedagog.

2.6.1 Matematika pro všechny (JČMF)

Žadatelem projektu s názvem Matematika pro všechny je Jednota českých matematiků a fyziků (JČMF), která spolupracuje se Společností učitelů matematiky (SUMA). Projekt je *zaměřen na potřeby žáků základních a středních škol (převážně těch, kteří v*

matematice dosahují slabších výsledků, případně nemají matematiku příliš v oblibě). [22]
Webová stránka projektu `http://home.pf.jcu.cz/~math4all/` je rozdělena na 3 hlavní části: učitel, žák, rodič.
V částech učitel a žák jsou jednotlivé aktivity rozděleny podle stupně vzdělání a typu školy: 1. stupeň ZŠ, 2. stupeň ZŠ, gymnázium, SOŠ, SOU.
Každá kategorie je dále rozdělena podle tématických celků, které se na dané škole probírají. Ke každému tematickému celku je několik aktivit, které se liší časovou náročností, doporučeným prostředím pro aktivitu, obtížností aktivity a formou práce.
V kategorii učitel jsou pracovní listy pro učitele. V pracovním listu je nejenom zadání a řešení úloh, ale také různé doporučení a nápady, jak žákům řešení přiblížit (např. pomocí Geogebry).
V kategorii žák najdou žáci zadání i řešení úloh, které se při aktivitách řeší.
V kategorii rodič jsou 2 sekce: Historie a Speciální vzdělávací potřeby. V sekci Historie jsou k dispozici pdf soubory, ve kterých je popsán postupný vývoj matematiky.

2.6.2 Matematika pro všechny (UPOL)

Žadatelem projektu s názvem Matematika pro všechny je Univerzita Palackého v Olomouci (UPOL). Na jejich stránkách `http://www.mat4all.upol.cz/` najdeme metodické materiály pro výuku matematiky pro gymnázia i pro základní vzdělávání. *Metodické materiály jsou připraveny ve dvou variantách, a to buď jako gradované řetězce matematických úloh, anebo jako různé metody řešení konkrétní úlohy.* [23]
Jednotlivé metodické listy jsou seřazeny v 5 tematických celcích:

- Argumentace a ověřování
- Číslo a proměnná
- Práce s daty, kombinatorika, pravděpodobnost
- Závislost a funkční vztahy
- Geometrie

Každý metodický list obsahuje zadání úloh i podrobné řešení těchto úloh.

2.6.3 Matematika s radostí

Žadatelem projektu Matematika s radostí je Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava. Projekt se snaží vytvořit interaktivní vzdělávací obsah pro zvýšení zájmu o matematiku, radost z učení a zlepšení matematických dovedností. *Mezi interaktivní vzdělávácí obsah patří: interaktivní testy, párovací hry, soutěže Neriskuj, AZ kvíz, Odkryj obrázek, krokované příklady. Všech 860 materiálů má formu interaktivních PDF s okamžitým vyhodnocováním, s příjemnou grafikou, s jednotným systémem ovládání i vyhodnocování.*[24]
PDF soubory jsou na webové stránce projektu `http://msr.vsb.cz/` rozděleny podle tématických celků, které se probírají na střední škole. Na interaktivní spuštění těchto souborů je třeba volně dostupný prohlížeč Adobe Reader.
Každý test při opakovaném spuštění prohází otázky a správné odpovědi. Je tedy vhodný i pro opakované procházení.

2.7 Matika Mailem

Projekt na webových stránkách `http://matikamailem.cz/` se snaží připravovat žáky posledních ročníků střední školy k maturitě z matematiky. Každý zaregistrovaný zájemce o maturitu se může přihlásit o odběr těchto úloh. Úlohy jsou posílány emailem.
V říjnu chodí 2 přípravné úlohy týdně, v listopadu 3 a od prosince každý všední den jedna úloha. Úlohy jsou tématicky zaměřeny na opakování celého středoškolského učiva, které žáci musí umět ke státní maturitě z matematiky.
Většina úloh je otevřených, aby se zamezilo tipování výsledků. Řešení každé úlohy je rozesláno zároveň se zadáním nové úlohy emailem. Ke každé úloze není připraven pouze výsledek této úlohy, ale i postup řešení pomocí nahraného videa.

Pozorování

Přestože maturanty jsem ještě neučil, doporučil jsem tuto stránku kolegyni, která ji doporučila studentům. Někteří studenti ji poté opravdu využívali k opakování na maturitu.
Sám jsem poslané úlohy někdy zadával svým žákům prvního až třetího ročníku, pokud

se zadání úlohy týkalo právě probírané látky.
Zvláště žáci prvních ročníků byli po vyřešení některých úloh nejvíce potěšeni, že by již získali při maturitě z matematiky body za správnou odpověď.

2.8 Matematické hry

V hodinách matematiky je možné zahrát si i hry, které mohou sloužit k aktivizaci žáků, opakování pojmů a vzájemné spolupráci mezi jedntolivými žáky.
Autorkou uvedených her je Mgr. Šárka Černíčková, která je prezentovala na setkání učitelů matematiky Zlínského kraje.

2.8.1 Plácačková hra

Na tabuli je napsáno mnoho čísel. Nejsou nijak seřazená, jsou napsaná v náhodném pořadí a v náhodném umístění. Žáci jsou rozděleni do 3 skupin.
V každém soutěžním kole vyšle každá skupina jednoho zástupce. Soutěžící si stoupnou k tabuli a vezmou si do ruky „plácačku“ na mouchy (odtud Plácačková hra). Učitel poté přečte otázku. Odpovědí na otázku je jedno z čísel napsaných na tabuli. Žáci mají za úkol v hlavě toto číslo zjistit a poté plácačkou číslo na tabuli „zaplácnout“. V případě rychlých úloh je tím zajištěno jednoznačné určení nejrychlejšího řešitele. Vítězný žák dostává bod (případně vítězný žák 2 body a druhý nejrychlejší žak 1 bod), všichni soutěžící se vrací do lavice a skupina vysílá do nového kola nové soutěžící.
Příklad: Na tabuli jsou tato čísla: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 12, 15, 18, 19, 24, 25, 26, 27, 28, 30.
Otázky mohou znít:
Jaký ciferný součet má rozdíl čísel 25 a 13? (odpověď 3)
K šesticifernému číslu přičtu milion a tisíc. Kolik cifer má vzniklý součet? (odpověď 7)
Aleš našel 7 hub a Tonda třikrát víc. Kolik hub našli celkem? (odpověď 28)

2.8.2 Hádání pomocí indicií

Žáci vytvoří skupinky po 3 až 5 žácích. V každé skupině si připraví tabulky podle vzoru 2.3. Žáci mají za úkol uhodnout matematický pojem z různých částí matematiky. K tomu jim učitel postupně čte indicie. Každá další indicie zpřesňuje hledaný pojem.

Po každé přečtené indicii se skupina musí rozhodnout, zda se pokusí pojem uhodnout

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	

Tabulka 2.3: Vzor připravené tabulky

nebo ještě ne. Pokud se rozhodnou nehádat daný pojem, proškrtnou kolonku, aby šlo poznat, že po přečtení této indicie ještě nevěděli. Pokud hádají, napíší svůj tipovaný pojem do tabulky.

Za správné uhodnutí se přidělují body, za špatnou odpověd se body odečítají. Množství bodů záleží na pořadí indicie, po které skupina tipovala správnou odpověď.

Po první indicii +20/-1.

Po druhé indicii +10/-1.

Po třetí indicii +8/-1.

Po čtvrté indicii +6/-2.

Po páté indicii +4/-2.

Po šesté indicii +2/-2.

Vítězí tým s nejvíce body.

Příklad: Žáci mají za úkol uhodnout jednoslovný pojem z planimetrie. Indicie postupně zní:

1. Je to rovinný útvar.
2. Má 4 vrcholy.
3. Je osově souměrný.
4. Není středově souměrný.
5. Úhlopříčky jsou různé a na sebe kolmé.
6. Dvě a dvě vedlejší strany jsou shodné.

Správná odpověď zní: Deltoid.

Pozorování

Obě hry jsem hrál s žáky prvních ročníků. Při obou hrách se aktivně zapojili a hodina jimi byla zpestřena.

Hádaní pomocí indicií jsem využil na opakování pojmů z planimetrie. Pojem deltoid sice neuhodnula žádná ze skupinek, ale v průběhu čtení indicií se snažili takový útvar namalovat a společně jsme si ho poté popsali.

Tyto hry jsou velmi vhodné do dnů, kdy se nahromadí suplované hodiny. V případně různých zájezdů a exkurzí mám někdy 3 hodiny matematiky za den s jednou třídou. Ve 3. hodině matematiky (která často bývá 9. vyučovací hodinou toho dne) už většinou žáci pořádně neudrží pozornost a je potřeba aktivizovat.

2.9 Aktuální úlohy

2.9.1 Počítání procent neplatných podpisů při prezidentské volbě

V roce 2013 proběhla první přímá volba prezidenta České republiky. Protože se jednalo o přímou volbu, mohl kandidovat každý občan starší 40 let, kterému se podařilo nasbírat alespoň 50000 podpisů v příslušné petici.

Zadání:

S využitím dostupných informací zjisti:

a) počet kandidátů na prezidenta, kteří sbírali podpisy v peticích

b) způsob kontroly petic

c) počet vyřazených kandidátů

d) proč byli kandidáti vyřazeni

Zkus zodpovědět následující otázky:

1) Všechny podpisy v peticích se nekontrolovaly. Jak přesně tedy kontrola probíhala?

2) Byl porušen volební zákon?

3) K jakému pochybení došlo při kontrole petic z matematického hlediska?

4) Vymysli příklad, který by daný postup dovedl do absurdního závěru (dostali bychom naprostý nesmysl).

Řešení:

Vyhledat požadované informace není s pomocí internetu obtížné. Příklad se snaží žáky navést, aby nalezli způsob, jakým se podpisy v peticích kontrolovaly. Již myšlenka, že kontrolovat více jak 50000 podpisů není jednoduché, se u žáků neobjeví automaticky. A následně díky zjištěním, že způsob kontroly byl poměrně hodně kritizován, objevit očividný matematický nesmysl. Nakonec tento nesmysl využít k vytvoření kontroly, která by skončila absurdním závěrem.

Samotná kontrola probíhala takto: Kontrolovalo se 8500 podpisů (které zřejmě nebyly vybrány čistě náhodně - i z praktických důvodů), údaje u těchto podpisů se kontrolovaly s databází Ministerstva práce a sociálních věcí. V případě zjištění chybovosti 3% a více (aspoň 255 podpisů) byl vybrán druhý vzorek 8500 podpisů na druhou kontrolu. Pokud i tento vzorek měl chybovost větší než 3%, „odečte se od celkového počtu občanů podepsaných na petici počet občanů, který procentuálně odpovídá chybovosti v obou kontrolních vzorcích.“[8]

V praxi ministerstvo vnitra jednotlivé procentuální chybovosti sečetlo a výsledné procentuální množství neplatných podpisů odečetlo od celkového počtu odevzdaných podpisů. Z matematického hlediska tato operace nedává smysl.

Představme si, že by kandidát na prezidenta odevzdal 80000 podpisů. Vybral by se první vzorek 8500 podpisů, který by vykázal chybovost 50%. Vybral by se druhý vzorek 8500 podpisů s chybovostí opět 50%. Podle postupu ministersva by v tomto případě kandidátovi odečetlo 50%+50%=100% všech podpisů. Tedy kandidát by neměl žádný platný podpis, přestože při kontrole se jich našlo dvakrát 4250, tj. 8500 podpisů.

Pozorování

Úlohu jsem zadal žákům 3. ročníku, kteří pracovali ve skupinách po 4 žácích. Na vyřešení úlohy dostaly čas 35 minut a mohli využívat všech informačních zdrojů. Jako výstup byl požadován soupis odpovědí na jednotlivé otázky.

Všechny skupiny žáků úspěšně zjistili odpovědi na části a), b), c), d). Tyto odpovědi jsou lehce dohledatelné.

Velmi málo žáků se pokusilo zodpovědět otázky 1) až 4). Pokud odpovědi formulovali, tak následujícím rozhovorem bylo zjištěno, že mechanismu kontroly nerozumí a nedokázali ho vlastními slovy popsat.

Pouze jednu skupinu žáků jsem poté dokázal navést aspoň k naznačení absurdního závěru, který mohl vzniknout.

Můžeme tedy konstavovat, že žáci byli schopní zjistit přesně konkrétní data a zpracovat je (úkoly a až d), ale měli již velké problémy se získáním odpovědí na otázky 1) až 4)? Nejspíše to souvisí se zněním otázek. Na otázky 1) až 4) neexistuje přesná (nejlépe jednoslovná) odpověď a otázky vyžadují vlastní kritické myšlení. Odpověď „Ne.“ na otázku číslo 2) nepovažujeme za dostačující a chceme slyšet i zdůvodnění této odpovědi.

2.9.2 Nebezpečné školy - úrazy ve školách

V roce 2006 odvysílala Česká televize v rámci hlavních televizních zpráv o bezpečnosti ve školách z hlediska množství úrazů, které se staly. Reportáž celkově vyznívá velmi negativně. Jsou opravdu české školy tak moc nebezpečné, nebo se jedná pouze o úrazy, které se dějí běžně a v podstatě není možné zabránit, aby se staly?
Tato úloha by se dala zařadit do projektového dne nebo použít jako rozšiřující úloha.

Zadání:

Zjisti kolik se v uplynulém roce stalo úrazů na středních školách v Česku. Porovnej tuto hodnotu s celkovým počtem úrazů, které se staly středoškolákům. Přepočítej jednotlivé počty úrazů na množství úrazů za hodinu.
Znáš nějaký školní úraz z vlastní zkušenosti? Došlo k němu kvůli náhodě, nešikovnosti nebo kvůli zanedbání bezpečnostních pokynů a opatření?
Napiš svůj názor, zda jsou školy bezpečné, nebo je potřeba jejich bezpečnost zvyšovat?

Řešení:

Podle České školní inspekce [26] se ve školním roce 2005/2006 stalo na středních školách 1,69 úrazů na 100 žáků.
Ve školním roce 2006/2007 bylo těcho úrazů celkově 8650. V přepočtu 1,50 úrazů na 100 žáků.
Ve školním roce 2011/2012 se stalo na středních školách 10228 úrazů. To je v přepočtu 2,03 úrazů na 100 žáků.
Ve školním roce 2012/2013 to bylo celkově 8047 úrazů, což je 1,70 úrazů na 100 žáků.
Vidíme tedy, že úrazovost na středních školách v letech 2006 a 2012 je přibližně stejná, němtreré roky stoupne, poté opět klesne, ale výrazně se během let nemění.
Podle Zdravotnické ročenky České republiky [27] se v roce 2012 stalo dorostu ve věku 15 až 19 let celkově 236698 úrazů. V přepočtu je to 45,03 úrazů na 100 obyvatel.
Ve škole ovšem žáci tráví pouze část dne a do školy nechodí o víkendech a o prázdninách.
Přibližný počet dní, kdy se ve škole učí během jednoho školního roku, je 190 dní (365

dní celkově - 104 dní víkendů - cca 63 dní prázdnin (všech bez víkendů) - cca 10 dnů státních svátků a exkurzí). Tato přibližná hodnota nám pro řádové porovnání stačí. Počítejme, že žák je ve škole průměrně 7 hodin denně (od 8 hodin do 15 hodin). To je celkově 1330 hodin strávených ve škole za rok.
Mimo školu žáci také spí, kdy nepředpokládáme žádné úrazy. Žák střední školy průměrně prospí 9 hodin denně (lehce nadhodnocený údaj). Celkově tedy prospí 3285 hodin za rok.
Po zbytek času během roku je tedy náchylný k úrazům. Počet hodin, při kterých se jim tedy může stát úraz je 8760 (celkový počet hodin v roce) - 1330 (hodiny ve škole) - 3285 (prospané hodiny) = 4145 hodin za rok.
Vypočítejme nyní, kolik se stalo průměrně úrazů za jednu hodinu ve škole a mimo školu:
Ve škole budeme pro rok 2012 uvažovat průměrný počet ze školních roků 2011/2012 a 2012/2013. To je 9137,5 úrazů za rok. Na jednu hodinu strávenou ve škole tedy připadá 9137,5 : 1330 $\doteq$ 6,87 úrazů.
Mimo školu se stalo 236698 : 4145 $\doteq$ 57,1 úrazů každou hodinu.
Vidíme tedy, že školní prostředí je výrazně bezpečnější a stává se v něm mnohem méně úrazů. Je opravdu nutné zvyšovat bezpečnost škol dalšími nařízeními?

2.10 Úlohy z praktického života

2.10.1 Káva z rychlovarné konvice

Zadání:

a) Vypočítejte, za jak dlouho uvaříte kávu pro 2 osoby (každá o objemu 250 ml) ve varné konvici s příkonem 2000W (uvažujte účinnost 80%).
b) Kolik bude tato káva stát, pokud je cena vody 78 korun za m^3, cena jednoho balíčku kávy (vystačí na 120 káv) je 93 korun a cena elektřiny je 4,50 korun za kWh.

Řešení:

a) Uvažujme, že voda z kohoutku má teplotu 20 °C a ve varné konvici ji přivedeme k varu, tedy na 100 °C. V tabulkách vyhledáme měrnou tepelnou kapacitu vody $c = 4200\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$.
Předpokládejme, že budeme ohřívat 0,5 litru vody, což je přibližně 0,5 kg.
Skutečný výkon konvice $P = P_0\eta = 2000 \cdot 0{,}8\mathrm{W} = 1600\mathrm{W}$.

Teplo, které musíme dodat vodě $Q = cm\Delta T = 4200 \cdot 0{,}5 \cdot 80\text{J} = 168000\text{J}$.

Doba, po kterou musíme ohřívat $t = \frac{W}{P} = \frac{168000}{1600}\text{s} = 105\text{s}$.

Vodu na kávu uvaříme v rychlovarné konvici za 105 sekund, tj. necelé 2 minuty.

b) Celkovou cenu vypočítáme jako součet ceny kávy, ceny vody a ceny spotřebované elektřiny.

Cena kávy: $P_k = 2 \cdot \frac{93}{120} \doteq 1{,}55$ korun.

Cena vody: $P_v = 78 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-3} \doteq 0{,}039$ korun.

Pro stanoveni ceny elektřiny potřebujeme sjednotit jednotky:

$1\text{kWh} = 1000\text{Wh} = 1000 \cdot 3600\text{Ws} = 3{,}6\text{MJ}$

Na ohřátí vody potřebujeme $Q = 168000\text{J} = \frac{168000}{3600000}\text{kWh} = \frac{7}{150}\text{kWh} \doteq 0{,}4667\text{kWh}$.

Cena elektřiny je tedy $P_e = Q \cdot 4{,}5 = 0{,}21$ korun.

Celková cena je $P = P_k + P_v + P_e \doteq 1{,}799$ korun $\doteq 1{,}8$ koruna.

Závěr:

Celková cena pro uvaření 2 káv je přibližně 1,8 korun. Nejdražší složkou je samotná káva.

2.10.2 Provoz domácích spotřebičů

Zadání:

a) Vypočítejte, kolik zaplatíte denně za provoz vašeho stolního počitače.

b) Vypočitejte, kolik zaplatíte denně za provoz ledničky.

Řešení:

a) Uvažujme, že náš počítač má spotřebu 100 W v klidovém režimu a 200 W při zátěži. Budeme uvažovat, že počítač je zapnutý 16 hodin za den, z toho 10 hodin je v klidovém režimu. To by odpovídalo zapnutí počítače ráno a vypnutí počítače až večer před spaním. 6 hodin při zátěži by odpovídalo strávení 6 hodin práce s počítačem, což je také hodně.

Celková spotřeba je tedy $P = 100 \cdot 10 + 200 \cdot 6 = 2200\text{Wh} = 2{,}2\text{kWh}$.

Při uvažované ceně elektřiny 4,5 korun za kWh stojí tedy provoz počítače přibližně 10 korun denně.

b) U ledničky pochopitelně závisí na jejích rozměrech a energické třídě, ve které je zařazená. Udávané hodnoty spotřeby se dají najít na mnoha internetových odkazech, např. [28].

Počítejme tedy kombinovanou ledničku s mrazničkou o výšce 185 cm v energické třídě

A++. Taková lednička má udávanou denní spotřebu 0,46 až 0,65 kWh. Při važované cenně elektřiny 4,5 korun za kWh nám tedy vychází denní náklady na provoz ledničky od 2,07 korun do 2,925 korun.

Pokud je ve škole k dispozici wattmetr se zařízením k zaznamenání spotřebované energie, je vhodné zadat žákům tuto úlohu jako domácí projekt.

Závěr

Udržení motivace a pozornosti žáků v hodinách je v dnešní době, kdy jsou přenosná elektronické zařízení dostupná pro téměř každého, velmi obtížné. Záplava informací ze zpravodajských portálů a sociálních sítí rozptyluje žáky, kteří se poté v hodinách nesoustředí na probírané učivo.

V práci jsem popsal motivační prostředky, které mohou žákům pomoci se studiem matematiky. Pozorováním a experimentem jsem zjišťoval jejich úspěšnost.

Motivačních prostředků a zajímavých úloh lze najít velké množství. Uvedený seznam prostředků nemůže být kompletní. Nejtěžším úkolem je vybrat správné prostředky, protože každý žák a pedagog má jiné myšlení a jiné způsob chápání matematiky. Celoživotní prací pedagogů by mělo být hledat tyto způsoby myšlení žáků a vhodnou volbou výukových prostředků je podporovat.

Literatura

[1] PRŮCHA, J.; WALTEROVÁ, E.; MAREŠ, J.: *Pedagogický slovník*, Portál, Praha, 1995 (str. 122).

[2] *25 kapitol z didaktiky matematiky*, Editoři: HEJNÝ, M.; Novotná, J.; Stehlíková N., Praha: Univerzita Karlova v Praze - Pedagogická fakulta, 2004.

[3] HOLT, J.: *Proč děti neprospívají*, Agentura STROM, Praha, 1994 .

[4] HOLT, J.: *Jak se děti učí*, Agentura STROM, Praha, 1995.

[5] MOLNÁR, J. a kol.: *Konstruktivismus ve vyučování matematice*, Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc, 2008

[6] HARTL, P.: *Psychologický slovník*, Budka, Praha, 1994.

[7] PETTY, G.: *Moderní vyučování*, Portál, Praha, 1996.

[8] *Vláda upřesnila pravidla prezidentské volby — Vláda ČR* [online]. Citováno 3. 4. 2015. Dostupné z `http://www.vlada.cz/cz/media-centrum/aktualne/vlada-upresnila-pravidla-prezidentske-volby-93236/`.

[9] *GeoGebra* [online]. Citováno 26. 3. 2014. Dostupné z `http://www.geogebra.org/cms/cs/`

[10] *GeoGebraTube* [online]. Citováno 26. 3. 2014. Dostupné z `http://www.geogebratube.org/`

[11] *Flashová blbůstka - magická koule* [online]. Citováno 30. 3. 2014. Dostupné z `http://www.karaman.cz/files/magicka-koule.html`

[12] *Soutěž Fermiho úlohy: hlavní stránka* [online]. Citováno 27. 5. 2015. Dostupné z `http://isouteze.upol.cz/fermi/`

[13] *Khan Academy* [online]. Citováno 3. 5. 2015. Dostupné z https://www.khanacademy.org/

[14] *Úvod - Matematická olympiáda* [online]. Citováno 24. 5. 2015. Dostupné z http://mo.webcentrum.muni.cz/

[15] *MATEMATICKÝ KLOKAN* [online]. Citováno 24. 5. 2015. Dostupné z http://matematickyklokan.net/

[16] *MathOlymp* [online]. Citováno 24. 5. 2015. Dostupné z http://matholymp.fme.vutbr.cz/

[17] *Náboj* [online]. Citováno 24. 5. 2015. Dostupné z http://math.naboj.org/

[18] *AKTUALITY—Logická olympiáda* [online] Citováno 24. 5. 2015. Dostupné z http://www.logickaolympiada.cz/

[19] *PraSe - matematický korespondenční seminář MFF UK* [online] Citováno 24. 5. 2015. Dostupné z http://mks.mff.cuni.cz/

[20] *Korespondenční seminář M& M* [online] Citováno 24. 5. 2015. Dostupné z http://mam.mff.cuni.cz/

[21] *Co je OP VK? Operační program Vzdělávání pro konkurenceschopnost* [online] Citováno 27. 5. 2015. Dostupné z http://www.op-vk.cz/cs/siroka-verejnost/co-je-op-vk.html

[22] *Matematika pro všechny - O projektu* [online] Citováno 27. 5. 2015. Dostupné z http://home.pf.jcu.cz/~math4all/o_projektu.php

[23] *Matematika pro všechny* [online] Citováno 27. 5. 2015. Dostupné z http://www.mat4all.upol.cz/

[24] *O projektu — Matematika s radostí* [online] Citováno 27. 5. 2015. Dostupné z http://msr.vsb.cz/o-projektu

[25] *Matika Mailem* [online] Citováno 27. 5. 2015. Dostupné z http://matikamailem.cz/

[26] *Česká školní inspekce ČR - Výroční zprávy* [online] Citováno 27. 5. 2015. Dostupné z http://www.csicr.cz/cz/DOKUMENTY/Vyrocni-zpravy

[27] *Zdravotnická ročenka České republiky* [online] Citováno 27. 5. 2015. Dostupné z `http://www.uzis.cz/katalog/rocenky/zdravotnicka-rocenka-ceske-republiky`

[28] *Energetický poradce PRE, Orientačni hodnoty spotřeby* [online]. Citováno 3. 4. 2015. Dostupné z `http://www.energetickyporadce.cz/Files/poradenske-centrum/nase-sluzby-zdarma/pujcovani-mericich-zarizeni/orientacni-hodnoty-spotreby-domacich-spotrebicu/`