Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra statistiky

Bakalářská práce

Porovnání vybraných loterijních her z hlediska ziskovosti s využitím teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky

Tomáš Halbich

Česká zemědělská univerzita v Praze

Provozně ekonomická fakulta

Katedra statistiky

Akademický rok 2009/2010

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Tomáš Halbich

obor Systémové inženýrství

Vedoucí katedry Vám ve smyslu Studijního a zkušebního řádu ČZU v Praze čl. 16 určuje tuto bakalářskou práci.

Název práce: **Porovnání vybraných loterijních her z hlediska ziskovosti s využitím teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky**

Osnova bakalářské práce:

1. Úvod
2. Cíl práce a metodika
3. Literární rešerše
4. Charakteristika vybraných her
5. Vlastní analýza
6. Závěr
7. Seznam použitých zdrojů
8. Přílohy

Rozsah hlavní textové části: 30 - 40 stran

Doporučené zdroje:

Anděl, J.: Matematika náhody. Praha: Matfyzpress, 2007, ISBN 80-7378-004-6

Anděl, J.: Statistické metody. Praha: Matfyzpress, 2007, ISBN 80-7378-003-8

Cyhelský, L., Kahounová, J., Hindls, R.: Elementární statistická analýza. Praha: Management Press, 1996, ISBN 80-85943-18-2

Hendl, J.: Přehled statistických metod zpracování dat. Praha: Portál, 2004, ISBN 978-80-7367-482-3

Plocki, A., Tlustý, P.: Pravděpodobnost a statistika. Praha: Prometheus, 2007, ISBN 80-7196-330-5

Další literatura bude doporučena během zpracování BP

Vedoucí bakalářské práce: **Mgr. Jiří Petera**

Termín odevzdání bakalářské práce: březen 2011

Kába
....
Vedoucí katedry

....
Děkan

V Praze dne: 24. 3. 2010

Evidováno děkanátem PEF pod č.j.: KS-227-10B

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci "Porovnání vybraných loterijních her z hlediska ziskovosti s využitím teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky" jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce. Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne 30.března 2011 ______________________________

Tomáš Halbich

Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval Mgr. Jiřímu Peterovi za vstřícný přístup při vedení mé bakalářské práce a za cenné rady, které mi poskytoval při konzultacích. Dále bych rád poděkoval své rodině za vytvoření příznivých podmínek při psaní práce.

Porovnání vybraných loterijních her z hlediska ziskovosti s využitím teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky

----

Comparison of selected lottery games in terms of profitability with utilisation of probability theory and mathematical statistics

Souhrn

Práce se zabývá analýzou vybraných loterijních a sázkových her a porovnává je z hlediska ziskovosti. Ziskovost je v této práci definována jako číslo nesoucí informaci o relativním vyjádření podílu, který průměrně připadne provozovateli z každé sázky.

V literární rešerši jsou popsány principy teorie pravděpodobnosti, tedy vztahy mezi náhodnými jevy, a různé pohledy na interpretaci pravděpodobnosti. Dále jsou uvedeny metody získávání náhodných dat a také principy testování statistických hypotéz. Jedna kapitola se pak věnuje sázkovým hrám z pohledu zákona.

V dalších kapitolách jsou charakterizovány jednotlivé sázkové hry, vypočteny pravděpodobnosti výhry a ukazatele ziskovosti. Pomocí metod matematické statistiky byly porovnány vypočtené ukazatele her Francouzská ruleta a Keno s hodnotami zjištěnými v praxi.

Závěr obsahuje shrnutí cílů práce, interpretaci vypočtených a získaných dat a zamyšlení nad tím, jaké faktory krom ziskovosti dále ovlivňují absolutní zisk sázkových her.

Summary

This bachelor thesis deals with analysis of lottery and casino games and compares the terms of their profitability. Profitability is in this work defined as a number expressing how high percentage of each bet in game is average retained by a casino or an organizer.

In Literature searches are described principles of the probability theory including relations between random events and various ways of definition of probability. The chapter also includes methods of gaining random data and statistical hypothesis testing. One subhead deals with betting in terms of act.

In the following chapters are described single lottery and casino games and for each of them are counted probabilities of winning and expected values of profitability. Using the methods of mathematical statistics was found out the possible statistical significance between expected value of profitability, which was counted, and value observed in a casino. For this analysis were chosen French roulette and Keno.

The conclusion contains summary of the goal of work, interpretation of counted and observed data and also a speculation about other circumstances affecting the profit of casino and lottery games.

Klíčová slova: Náhodný jev, porovnávání, pravděpodobnost, sázka, střední hodnota výhry, výherní kurs, ziskovost

Keywords: Random event, comparison, probability, bet, expected value, payout, profitability

Obsah

1. Úvod

Tato bakalářská práce se věnuje problematice loterijních a sázkových her. Základní charakteristikou takovýchto her je realizace náhodných pokusů a sázení zpravidla finančních prostředků na jejich výsledky. Protože ty nastávají s určitou pravděpodobností, lze vhodnou úpravou pravidel využít této skutečnosti k ziskové činnosti. Kasina, herny, sázkové kanceláře a loterijní společnosti nabízí různé sázkové hry a protože krachují velice zřídka, lze předpokládat, že vykazují zisk. Tato práce se pokusí objasnit, co je příčinou ziskovosti těchto společností.

Zvláště téma hazardních her je v současné době velice aktuální, protože jejich popularita stále roste a v České republice vznikají stále nová kasina a herny. Tyto hry však s sebou přináší i mnoho sociálních problémů. Často se skloňuje ve všech pádech termín gambling,[*] jehož důsledkem bývá majetková i jiná trestná činnost. Spousta lidí však hraje loterie a hazard pro pobavení, a to s vědomím, že takovou činnosti není možné vydělat peníze.

Mnoho loterijních a sázkových her vzniklo až v posledních staletích, nicméně se předpokládá, že jiné vznikaly mnohem dříve. V severním Iráku byly objeveny primitivní hrací kostky zhotovené ze zvířecích kostí, které poukazují na to, že lidé hráli náhodné hry již ve starověké Mezopotámii na konci 4. tisíciletí před naším letopočtem. Hra Keno vznikla patrně před dvěma tisíci lety v Číně a další nálezy pocházející z doby okolo roku 1400 před naším letopočtem byly objeveny v Egyptě. Významný rozmach zaznamenaly sázkové hry v období Renesance, když sepsal italský lékař a matematik Girolamo Cardano (1501 – 1576) první dochovanou práci týkající se teorie pravděpodobnosti, která se jmenovala *Kniha o náhodných hrách.* Koncem 17. století byly využity pro tyto hry znalosti z oblasti teorie pravděpodobnosti týkající se matematických permutací a kombinací. Právě hazardní hry vedly ke vzniku klasické teorie pravděpodobnosti, která je popsána v kapitole 3.2. Této problematice se věnovaly i takové osobnosti jako Blaise Pascal, Pierre de Fermat či Gottfried Wilhelm Leibnitz. V roce 1718 napsal francouzský matematik Abraham de Moivre (1667 – 1754) dílo *Doktrína šance neboli metoda výpočtu pravděpodobností možných výsledků při hře.* Tato kniha se, obdobně jako Cardanova, věnovala problematice výhod hráčů při sázení u loterijních her.[4] [5]

[*] chorobná závislost na hazardních hrách

2. Cíl práce a metodika

2.1 Cíl práce

Cílem této práce je porovnat vybrané loterijní a sázkové hry z pohledu jejich provozovatele. Bude zjištěno, jak vysoký je u jednotlivých her potenciál generovat zisk. Číselný ukazatel, který nám umožní tyto hry porovnat, je definován jako očekávaný, relativně vyjádřený zisk a v této práci se nazývá ziskovost. K jeho získání by měl posloužit aparát teorie pravděpodobnosti. Aby bylo toto kritérium objektivní, bylo třeba vyselektovat takové hry, které závisí pouze na náhodě, tedy u kterých hráč nemůže svou herní strategií ziskovost přímo ovlivnit. Z takto vyselektovaných her byly subjektivně vybrány kostková hra Craps, karetní hra Baccarat a Francouzská ruleta, které se řadí mezi hazardní hry a jsou často provozovány v kasinech a hernách, dále loterie Keno a tzv. kursové sázení, které je provozováno sázkovými kancelářemi, a zpravidla nabízí tipování výsledků sportovních událostí.

Dalším cílem této práce je porovnání vypočtených charakteristik vybraných her s naměřenými. Pro tuto analýzu byly vybrány hry Francouzská ruleta a Keno, neboť u těchto her se liší způsob a zejména frekvence sázení. V práci bude zjištěno, zda ukazatel ziskovosti u vybraného provozovatele odpovídá vypočteným hodnotám.

2.2 Metodika

V kapitole 2.1 byl zaveden pojem ziskovost, který je třeba definovat. Nejprve je však vhodné zavést pojem střední hodnota výhry.

Každý z n jevů, který může v dané hře nastat, je ohodnocen určitou mírou pravděpodobnosti a také výší výplaty, kterou hráč v případě jeho nastání obdrží. Střední hodnotu výhry lze podle (2.1) definovat jako sumu součinů pravděpodobností P_i a výplat V_i. Hodnota V_i může nabývat i nulové hodnoty, nikdy však není záporná.[5]

(2.1) $E(V) = \sum_{i=1}^{n} P_i \times V_i$

Výše výplaty V_i je určena násobkem vsazené částky S a provozovatelem určeného výherního kursu K_v, jak ukazuje (2.2). Pro jednoduchost budeme předpokládat, že výše vsazených částek S budou vždy rovny jedné. Pak můžeme podle (2.3) střední hodnotu výhry definovat jako sumu násobků příslušných pravděpodobností a výherních kursů a získáme relativní vyjádření průměrné návratnosti vkladu hráče.

(2.2) $V_i = S_i \times K_{vi}$ (2.3) $E(V) = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{P_i} \times K_{vi}$

Hodnotu ziskovosti Π vyjádřenou v procentech získáme jako doplněk střední hodnoty výhry násobený stem, jak je vidět ve vzorci (2.4). Z tohoto vztahu a z definice střední hodnoty výhry lze odvodit, že ziskovost je relativní vyjádření částky, kterou provozovatel průměrně získá z každé hráčovy sázky.

(2.4) $\Pi = (1 - E(V)) \times 100 \quad [\%]$

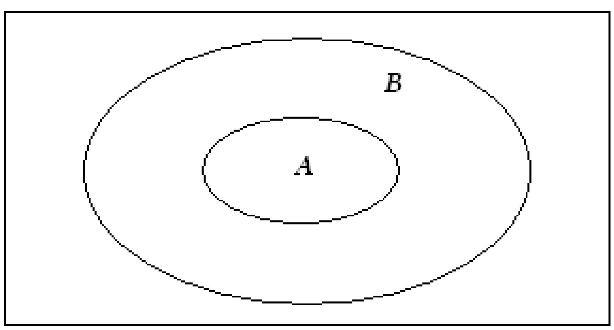
K porovnání vypočtených a naměřených hodnot bude využit statistický software SAS. Vhodná metoda porovnání bude vybrána v závislosti na pravděpodobnostním rozdělení výběrového souboru.

3. Literární rešerše

3.1 Náhodné jevy

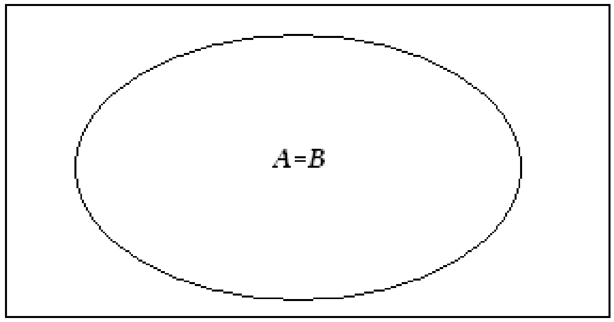
V přírodních i společenských vědách se často realizují procesy, které vedou k předem známým a jednoznačným výsledkům. Takovéto procesy se nazývají deterministické. Pokud výsledek takového procesu není předem znám, pak hovoříme o procesech stochastických. Zásadní charakteristikou takovýchto procesů je nemožnost pozorovatele určit, jaký výsledek při jejich realizaci nastane, neboť zde zpravidla existuje příliš mnoho podmínek, které není možné ani při vysokém stupni lidského poznání vzít v úvahu. Proto se těmto procesům také říká náhodné pokusy. Náhodu Cyhelský a kolektiv definuje jako *komplex množství drobných, ne úplně zjistitelných či vůbec nezjistitelných činitelů, které jsou příčinou toho, že opakovaná realizace souboru podmínek vede k různým výsledkům* [3, s.85]. Jednotlivé výsledky náhodných pokusů se nazývají náhodné jevy. Pokud jsou uvažované jevy výsledkem téhož náhodného pokusu, pak mezi nimi existují vztahy, které lze popsat logickými výroky. Tyto vztahy jsou následně popsány pomocí matematických operátorů a znázorněny Vennovými diagramy.

Jestliže má nastoupení jevu *A* za následek nastoupení jevu *B*, potom je jev *A* součástí jevu *B*, tedy $A \subset B$, jak znázorňuje obr. 3.1.



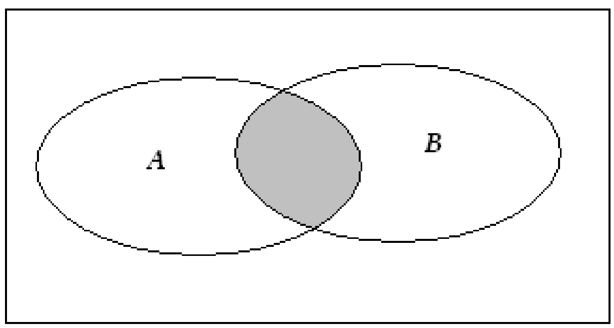
Obr. 3.1 – relace $A \subset B$

Pokud ovšem $A \subset B$ a současně $B \subset A$, jsou si jevy A a B rovny, tedy $A = B$ (obr. 3.2).



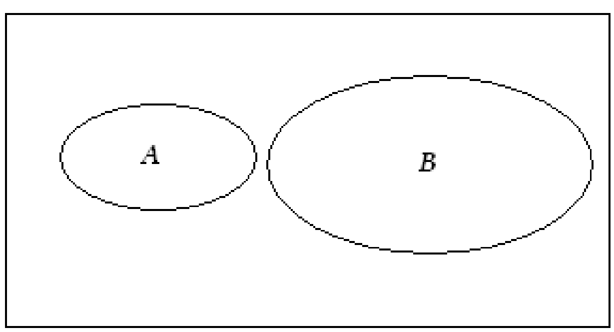
Obr. 3.2 – relace $A = B$

Dále může existovat jev *C*, který nastane pouze za předpokladu, že nastane jev *A* a zároveň jev *B*. To se nazývá průnik jevů *A* a *B* a matematicky jej lze zapsat $C = A \cap B$ (obr. 3.3).



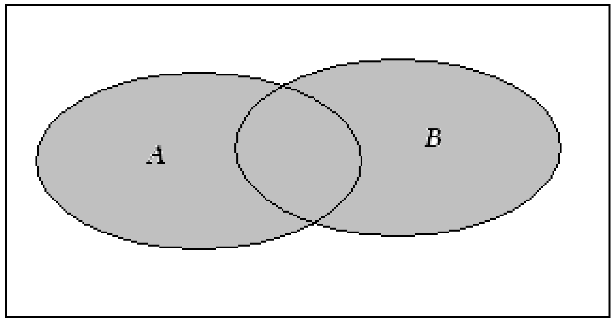
Obr. 3.3 – relace $A \cap B$

Pokud je průnikem jevů *A* a *B* jev nemožný, pak hovoříme o disjunktních jevech (obr. 3.4).



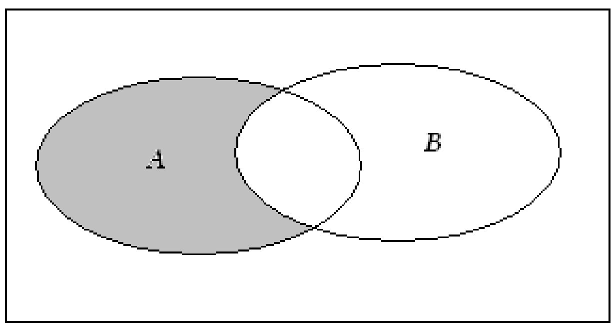
Obr. 3.4 – disjunktní jevy

Jev C, který nastává pokud nastane alespoň jeden z jevů A nebo B, se nazývá sjednocení jevů A a B a zapisuje se jako $C = A \cup B$ (obr. 3.5).



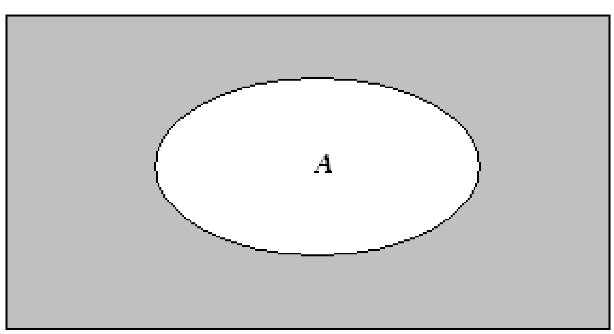
Obr. 3.5 – relace $A \cup B$

Nastane-li jev C právě tehdy, když jev A nastane a současně jev B nenastane, pak hovoříme o rozdílu jevů A a B, tedy $C = A - B$ (obr. 3.6).



Obr. 3.6 – relace $A - B$

Uvažujeme-li jistý jev E a dále jev A, potom jev $\overline{A} = E - A$ nazýváme jevem opačným k jevu A (obr. 3.7).[3]



Obr. 3.7 – relace $E - A$

3.2 Interpretace pravděpodobnosti

Pravděpodobnost náhodného jevu *A* je číslo *P(A)*, které interpretuje míru jeho nastoupení. Existuje několik definic pro interpretaci pravděpodobnosti. Jednou z nich je tzv. Laplaceova klasická definice, která pravděpodobnost určuje jako podíl příznivých případů *m* nastoupení jevu *A* a počtu všech případů možných *n*, jak je uvedeno ve vzorci (3.1).

(3.1) $P(A) = \frac{m}{n}$

Moderní axiomatická teorie pravděpodobnosti je určena jako funkce, která každému náhodnému jevu přiřazuje reálné číslo, přičemž musí být splněna podmínka nezápornosti (3.2), aditivity (3.3) a normovanosti (3.4), tedy že pravděpodobnost jistého jevu *E* je rovna jedné.[1]

(3.2) $P(A) \geq 0$ (3.3) $P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$ (3.4) $P(E) = 1$

Mezi další používané definice patří zejména statistická teorie pravděpodobnosti, kterou vytvořil Richard von Mises. Ta určuje pravděpodobnost jako podíl četnosti *M* výskytu náhodného jevu A při *N* náhodných pokusech, kdy *N* bývá zpravidla velké, jak ukazuje vzorec (3.5).

(3.5) $P(A) = \lim_{N \to \infty} \frac{M}{N}$

Tato definice vychází ze skutečně provedených náhodných pokusů, zatímco výše uvedené vycházejí z objektivních vlastností zkoumaného jevu. Žádné dvě definice pravděpodobnosti však nejsou v rozporu.[6]

3.3 Metody získávání náhodných dat

Předpokladem matematicko-statistických metod je pořízení dat náhodným způsobem. Takto vybraná data tvoří výběrový soubor, který však v některých případech může zahrnovat celý základní soubor nebo-li celou populaci.

Pokud uvažujeme o výběru pouhého zlomku dat ze základního souboru, pak hovoříme o nevyčerpávajícím či neúplném statistickém zjišťování. To je možné provést různými způsoby, přičemž mezi ty nejpoužívanější patří náhodný výběr, kde předpokládáme, že každá jednotka má stejnou pravděpodobnost, že bude vybrána. Jestliže je taková jednotka vrácena zpět do souboru, pak hovoříme o výběru s opakováním. Tento postup je však mnohdy nepřípustný a v takovém případě se volí výběr bez opakování, což vede k tomu, že se zvyšuje pravděpodobnost vybrání dalších jednotek. V případě rozsáhlého souboru lze však tuto skutečnost zanedbat. Abychom zajistili náhodnost výběru dat, je možné realizovat náhodný výběr losováním, použitím tabulek náhodných čísel či systematickým výběrem. Ten spočívá ve výběru každé *k*-té jednotky počínaje první, náhodně zvolenou. Vzhledem k této metodice je zřejmé, že se jedná o výběr bez opakování. Mezi další způsoby výběru náhodných dat neúplného statistického zjišťování patří anketa, metoda základního masivu, úsudkový či stratifikovaný výběr. Pokud je základní soubor příliš rozsáhlý, považujeme za náhodný výběr jakoukoli množinu daného základního souboru. Mezi nevýhody neúplného statistického zjišťování řadíme především tu skutečnost, že dochází ke zkreslení vlastností základního souboru. V takovém případě hovoříme o tzv. výběrové chybě. Mezi výhody patří především relativně nízká ekonomická i časová náročnost, a to jak při získávání dat, tak při jejich zpracování.[3]

Jestliže však uvažujeme analyzovat všechny statistické jednotky základního souboru, pak hovoříme o úplném či vyčerpávajícím statistickém zjišťování. Pochopitelně se občas stane, že se nepodaří zjistit hodnoty u všech statistických jednotek, ačkoli to bylo původně zamýšleno, ale z určitých důvodů to buď není možné, nebo dojde k určitému selhání. Je-li počet jednotek, u kterých se nepodařilo zjistit hodnoty velmi nepatrný, lze neúplnost vyčerpávajícího statistického zjišťování tolerovat. Jeho výhodou je však to, že zcela přesně charakterizuje základní soubor a poskytuje data jednotlivě o každé statistické jednotce. Mezi jeho zápory řadíme především tu skutečnost, že jej mnohdy není možné realizovat, a to nejčastěji z důvodu časové a ekonomické náročnosti. Dlouhá pak bývá i doba zpracování dat. Jako příklad nevhodnosti vyčerpávajícího zjišťování lze dále uvést zkoumání pevnosti určitých součástek, které by musely být všechny zničeny.[3]

3.4 Teorie testování statistických hypotéz

Testování statistických hypotéz je nástroj matematické statistiky, který umožňuje posoudit, zda náhodně získaná data vyhovují předpokladu, který jsme před samotným testováním učinili. Je-li realizováno testování určité hodnoty parametru pravděpodobnostního rozdělení, pak se hovoří o parametrických testech, pokud se testuje rozdělení základního souboru bez použití určitého parametru, jedná se o neparametrické testy. Před uskutečněním samotného testování se předpokládá platnost určité hypotézy, která se označuje jako H_0. Ta je daným testem buď zamítnuta či nikoliv. V případě zamítnutí je přijata alternativní hypotéza H_1. Není však možné výše uvedené hypotézy dokázat nebo vyvrátit, ale považovat za přijatelné nebo nepravděpodobné, neboť testování má pouze pravděpodobnostní charakter. U parametrických testů se zpravidla testují hypotézy o rozptylech, středních hodnotách a jiných parametrech jednoho či více nezávislých výběrových souborů. V těchto případech je zpravidla známo rozdělení výběrového souboru nebo ho jej lze vhodným testem (testy dobré shody) ověřit. V případě neparametrických testů uvažujeme takové výběrové soubory, které nemají normální rozdělení nebo o jejich rozdělení nemáme dostatek informací. Jejich předností je širší uplatnění, ale na druhou stranu mají menší sílu, tedy nejsou tak vypovídající.[3] [6]

Zamítnutí či nezamítnutí hypotézy je založeno na následujícím principu. *Má-li nějaký jev v určitém pokusu jen velice malou pravděpodobnost, chováme se tak, jako by tento jev v pokusu vůbec nemohl nastat. Velikost této pravděpodobnosti označované symbolem α závisí na důsledcích, které by eventuelní výskyt jevu měl.* [2, s.71] Pravděpodobnost α tedy určuje míru nastoupení toho, že hypotéza H_0 platí, ale test ji zamítá. To se též nazývá chyba 1. druhu nebo hladina významnosti. Jestliže však H_0 neplatí a test ji nezamítá, pak nastala chyba 2. druhu.[2]

3.5 Loterijní činnost v ČR z pohledu zákonů

Zákon o loterijních a jiných podobných hrách definuje loterii jako hru, jíž se dobrovolně účastní fyzická osoba, která zaplatí sázku a jejíž návratnost není provozovatelem zaručena. Nutnou podmínkou je skutečnost, že o výsledku hry rozhoduje náhoda nebo určitá předem neznámá okolnost, kterou provozovatel není a ani nesmí být schopen žádným způsobem ovlivnit. Provozovatelem loterie smí být pouze právnická osoba se sídlem na území České republiky a s povolením oprávněného orgánu. Účastnit se loterijní či jiné sázkové hry smí pouze osoba starší osmnácti let, přičemž všem hráčům musí být zaručeny stejné herní podmínky. Tento zákon dále uvádí výčet her a činností, které spadají do kategorie loterijních a jiných podobných her. Mimo jiné sem patří peněžité nebo věcné loterie, při nichž je provozovatelem vydán určitý počet herních losů, dále sázkové hry, které jsou založeny na tipování sportovních výsledků, sázkové hry provozované elektronickými nebo elektromechanickými výherními hracími přístroji a hry provozované ve zvláště k tomu určených hernách, zpravidla kasinech. Provozovat loterijní činnost smí stát nebo akciová společnost, jejíž akcie jsou na jméno, a byla založena výhradně k provozování loterijní činnosti. Výše základního kapitálu se liší v závislosti na typu provozované činnosti a jeho minimální hodnota je třicet, respektive sto milionů korun českých.[8]

V současné době se však české legislativě nedaří reagovat na rychlý rozvoj hazardního průmyslu. Příkladem budiž nově vznikající technické hry, které v sobě zahrnují různé typy hazardních her, kam řadíme zejména elektromechanické rulety, elektromechanické kostky, on-line video-loterijní terminály, sázkové hry po telefonu nebo televizní on-line sázení. V případě video-loterijních terminálů (dále jen VLT) byl vytvořen odborný posudek, který říká, že VLT není výherní hrací přístroj, a proto nemůže být jeho provoz v tomto směru ovlivněn zákonem o loterijních a jiných podobných hrách. To je velice nebezpečné, neboť provozovatel nemá limit pro maximální vsazenou částku, jak tomu je u výherních hracích přístrojů, a také mu to umožňuje situovat VLT do míst, kde jsou jiné výherní přístroje zakázány, tedy do okolí škol, cukráren a jiných podobných míst.[12]

Problematika sázkových her je řešena i v trestním zákoníku, který uvádí, že tomu, kdo neoprávněně provozuje loterijní a sázkové činnosti, hrozí odnětí svobody až na tři léta nebo zákaz činnosti, pokud však byl členem organizované skupiny nebo získal-li touto činností pro sebe značný prospěch, trestní sazba se zvyšuje na jeden až šest let odnětí svobody. V případě, že došlo k získání prospěchu velkého rozsahu, je možné využít trestní sazbu tří až deseti let.[7]

4. Charakteristika vybraných her

V této kapitole budou stručně popsány základní charakteristiky jednotlivých sázkových her a pomocí aparátu teorie pravděpodobnosti bude vypočtena jejich ziskovost. Vzhledem k tomu, že některé hry mají příliš rozsáhlá pravidla nebo systém sázení, byla věnována pozornost jen těm nejzásadnějším druhům sázek nebo byly některé údaje převzaty z jiných zdrojů.

4.1 Francouzská ruleta

4.1.1 Charakteristika hry

Francouzská ruleta je tvořena otáčivým kolem ve tvaru talíře, jehož dno je rozděleno do 37 stejně velkých sektorů, které jsou označeny čísly od 0 do 36 (obr. 4.1). Každé z čísel 1 až 36 čísel má dále červenou nebo černou barvu, číslo 0 je zelené. Hra probíhá uvedením otáčivého talíře do pohybu a proti směru otáčení je vhozena kulička. Číslo sektoru, do kterého kulička zapadne je označeno jako výherní číslo.[5]

Ruleta nabízí deset základních druhů sázek, které jsou v principu velmi podobné. Každý druh sázky obsahuje množinu jednoho až dvaceti čtyř čísel, které jsou pro danou sázku výherní. Přehled sázek v ruletě je zobrazen v tabulce 4.1.[13]

Obr. 4.1 – herní mechanismus rulety

Sázka	Výherní kurs (K_{v})	Počet čísel (n) pokrytých sázkou
Přesná sázka	36	1
Rozdělená sázka	18	2
Sázka na uličku	12	3
Rohová sázka	9	4
Sázka na řadu	6	6
Sázka na sloupec	3	12
Sázka na tucet	3	12
Sázka na barvu	2	18
Sázka na lichá/sudá čísla	2	18
Sázka na nízká/vysoká čísla	2	18
Sázka na dva sloupce	1,5	24
Sázka na dva tucty	1,5	24

Tabulka 4.1 – přehled sázek ve hře ruleta s příslušným výherním kursem

4.1.2 Výpočet ukazatelů

Protože princip výpočtu je u všech sázek rulety podobný, bude demonstrován a okomentován na situaci, kdy hráč zvolí přesnou sázku. V dalších případech budou výpočty provedeny analogicky.

V případě přesné sázky si definujme jev A – herní kulička padne právě do sektoru čísla, na které je vsazeno, a disjunktní jev B – padne jakékoli jiné číslo. Existuje pouze jeden příznivý případ pro jev A a třicet šest příznivých případů jevu B. Platí tedy, že

$$P(A) = \frac{1}{37} \text{ a } P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{37} = \frac{36}{37}.$$

Střední hodnota výhry pro tuto sázku bude potom:

$$E(V) = P(A) \times Kv(A) + P(B) \times Kv(B) = \frac{1}{37} \times 36 + \frac{36}{37} \times 0 = 0{,}973.$$

Pokud si vždy označíme padnutí kuličky do n výherních sektorů hráče jako jev A a do $37-n$ nevýherních sektorů jako jev B, lze obecně odvodit vzorec pro výpočet střední hodnoty výhry pro Francouzskou ruletu (4.1).

(4.1) $E(V)=\frac{n}{37}\times K_v+\frac{37-n}{37}\times 0=\frac{n}{37}\times K_v$.

Pro další sázky jsou uvedeny pouze pravděpodobnosti výhry a její střední hodnoty počítané dle (4.1). Hodnoty n jsou uvedeny v tabulce 4.1.

Rozdělená sázka

$P(A)=\frac{2}{37}$ $\qquad E(V)=P(A)\times K_v=\frac{2}{37}\times 18=0{,}973$

Sázka na uličku

$P(A)=\frac{3}{37}$ $\qquad E(V)=P(A)\times K_v=\frac{3}{37}\times 12=0{,}973$

Rohová sázka

$P(A)=\frac{4}{37}$ $\qquad E(V)=P(A)\times K_v=\frac{4}{37}\times 9=0{,}973$

.

Sázka na řadu

$P(A)=\frac{6}{37}$ $\qquad E(V)=P(A)\times K_v=\frac{6}{37}\times 6=0{,}973$

Sázka na sloupec, sázka na tucet

$P(A)=\frac{12}{37}$ $\qquad E(V)=P(A)\times K_v=\frac{12}{37}\times 3=0{,}973$

Sázka na barvu, sázka na sudá/lichá čísla, sázka na nízká/vysoká čísla

$P(A)=\frac{18}{37}$ $\qquad E(V)=P(A)\times K_v=\frac{18}{37}\times 2=0{,}973$

Sázka na dva sloupce, sázka na dva tucty

$P(A)=\frac{24}{37}$ $\qquad E(V)=P(A)\times K_v=\frac{24}{37}\times 1{,}5=0{,}973$

Střední hodnota výhry je u každé sázky rovna hodnotě 0,973, tedy hráč dostane průměrně 97,3% z každé své sázky zpět. Nyní zbývá dopočítat ziskovost pro provozovatele. Ta je podle vzorce (2.4) rovna $\Pi=1-0{,}973=0{,}027=2{,}7\%$. Lze tedy očekávat, že provozovatel získává průměrně 2,7% z každé sázky.

4.2 Craps

4.2.1 Charakteristika hry

Craps se hraje na speciálním, k tomu určeném stole (obr. 4.2) se dvěma šestibokými kostkami, které jsou ohodnoceny čísly od jedné do šesti. Hráč vrhne tyto kostky proti mantinelu, který má zajistit, aby výsledek hodu byl zcela náhodný. Součet hodnot horních stěn kostek je výsledkem tohoto náhodného pokusu.[1]

Podle výše uvedených informací lze usoudit, že nejnižší součet ok na horních stěnách bude roven dvěma a nejvyšší dvanácti. Počet kombinací, které mohou hodem dvěma šestibokými kostkami nastat, je roven $6^2 = 36$. V tabulce 4.2 jsou uvedeny četnosti n jednotlivých součtů vyjadřující, kolika způsoby je možné je získat, a pravděpodobnosti jejich nastání vypočítané podle vztahu vyplývajícího z Laplaceovy definice pravděpodobnosti, tedy $P=\frac{n}{36}$.

Obr. 4.2 – herní stůl pro Craps

Součet čísel na kostkách	Četnost součtů (n)		Pravděpodobnost nastání
2	(1,1)	1	$\frac{1}{36} = 0{,}0277$
3	(1,2), (2,1)	2	$\frac{2}{36} = 0{,}0556$
4	(1,3), (2,2), (3,1)	3	$\frac{3}{36} = 0{,}0833$
5	(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)	4	$\frac{4}{36} = 0{,}1111$
6	(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)	5	$\frac{5}{36} = 0{,}1389$
7	(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)	6	$\frac{6}{36} = 0{,}1667$
8	(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)	5	$\frac{5}{36} = 0{,}1389$
9	(3,6), (4,5), (5,4), (6,3)	4	$\frac{4}{36} = 0{,}1111$
!0	(4,6), (5,5), (6,4)	3	$\frac{3}{36} = 0{,}0833$
11	(5,6), (6,5)	2	$\frac{2}{36} = 0{,}0556$
12	(6,6)	1	$\frac{1}{36} = 0{,}0277$

Tabulka 4.2 – pravděpodobnosti součtů ok na 2 hracích kostkách ve hře Craps

Protože pravidla Craps obsahují velice širokou nabídku sázek, budeme se věnovat jen těm základním, které se nazývají *Pass Line* a *Don't Pass Line*. Obě sázky mají výherní kurs k_v roven dvěma. Při sázce *Pass Line* je vyplacena výhra, pokud je prvním hodem hozen součet ok *7* nebo *11*, popřípadě pokud padne tzv. *Point,* což je jeden z množiny součtů *4, 5, 6, 8, 9* nebo *10,* a tento součet je v následujících hodech hozen znovu, avšak za podmínky, že dříve nepadne součet *7*. V takovém případě hráč prohrává. Stejně tak se děje při padnutí součtů ok *2, 3* nebo *12* prvním hodem. Sázka *Don't Pass*

Line je v zásadě opačná k sázce výše uvedené. Hráč vyhrává, pokud padne prvním hodem součet *2* nebo *3*. Jestliže padne *Point*, výhra je vyplacena za podmínky, že je v následujících hodech hozen součet *7* dříve, než znovu padne daná hodnota *Pointu*. Pokud je hozen součet *12*, o sázce rozhoduje příští hod.[9]

4.2.2 Výpočet ukazatelů u sázky Pass Line

Označme padnutí součtu *7* nebo *11* jako jev *A* a situaci, kdy padne *Point* a v dalších hodech padne stejný součet znovu aniž by padl součet *7*, jako jev *B*. Protože jsou tyto dva jevy disjunktní, tedy $P(A) \cap P(B) = 0$, bude výsledná pravděpodobnost hráčovy výhry rovna $P = P(A) + P(B)$.

Nejprve vypočtěme pravděpodobnost jevu A. Z jeho definice vyplývá, že

$$P(A) = P(X = 7) + (X = 11) = \frac{6}{36} + \frac{2}{36} = \frac{8}{36} = 0{,}2222.$$

Pro výpočet pravděpodobnosti jevu *B* je třeba násobit pravděpodobnost nastání *Pointu* (jev *C*) a pravděpodobnost, že *Point* padne před součtem 7 (jev *D*), neboť se jedná o průnik těchto jevů. *P(C)* určíme jako

$$P(C) = P(X = 4) + P(X = 5) = P(X = 6) + P(X = 8) + P(X = 9) + P(X = 10) =$$
$$= \frac{3}{36} + \frac{4}{36} + \frac{5}{36} + \frac{5}{36} + \frac{4}{36} + \frac{3}{36} = \frac{24}{36} = 0{,}6667.$$

Pravděpodobnost jevu *D* se určí jako skalární součin pravděpodobnostních vektorů V_1 a V_2, kde V_1 obsahuje pravděpodobnosti padnutí jednotlivých součtů *Pointu* (tj. *4*, *5*, *6*, *8*, *9* a *10*) za podmínky nastání jevu *C*, a V_2 obsahuje pravděpodobnosti, že budou hozeny jednotlivé součty *Pointu* dříve než součet *7*. Nejprve tedy vypočtěme složky vektoru V_1.

$$P\big((X = 4)/C\big) = \frac{P\big((X = 4) \cap C\big)}{P(C)} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{24}{36}} = \frac{3}{24} = 0{,}125$$

$$P((X=5)/C)=\frac{P((X=5)\cap C)}{P(C)}=\frac{\frac{4}{36}}{\frac{24}{36}}=\frac{4}{24}=0{,}1667$$

$$P((X=6)/C)=\frac{P((X=6)\cap C)}{P(C)}=\frac{\frac{5}{36}}{\frac{24}{36}}=\frac{3}{24}=0{,}2083$$

$$P((X=8)/C)=\frac{P((X=8)\cap C)}{P(C)}=\frac{\frac{5}{36}}{\frac{24}{36}}=\frac{5}{24}=0{,}2083$$

$$P((X=9)/C)=\frac{P((X=9)\cap C)}{P(C)}=\frac{\frac{4}{36}}{\frac{24}{36}}=\frac{4}{24}=0{,}1667$$

$$P((X=10)/C)=\frac{P((X=10)\cap C)}{P(C)}=\frac{\frac{3}{36}}{\frac{24}{36}}=\frac{3}{24}=0{,}125$$

Výpočet složek vektoru V_2 bude demonstrován pro součet *4*. Zjišťujeme tedy pravděpodobnost, že při házení dvěma kostkami padne *4* dříve než *7*. Jako příznivý případ uvažujeme situaci, kdy padne součet jiný než *4* nebo *7* s libovolnou četností, a poté součet *4* . Matematicky vyjádříme takto:

$$P(4\ \textit{před}\ 7)=\sum_{n=0}^{\infty}\left(1-P(X=4)-P(X=7)\right)^{n}\times P(X=4)=\sum_{n=0}^{\infty}0{,}75^{n}\times 0{,}0833$$

$$P(4\ \textit{před}\ 7)=4\times 0{,}0833=0{,}3333$$

Další složky vektoru jsou počítány analogicky.

$P(5\ \textit{před}\ 7) = 0{,}4$

$P(6\ \textit{před}\ 7) = 0{,}4545$

$P(8\ \textit{před}\ 7) = 0{,}4545$

$P(9\ \textit{před}\ 7) = 0{,}4$

$P(10\ \textit{před}\ 7) = 0{,}3333$

Jak již bylo zmíněno, pravděpodobnost jevu *D* se spočítá skalárním součinem vektorů V_1 a V_2.

$$P(D) = 0{,}125 \times 0{,}3333 + 0{,}1667 \times 0{,}4 + 0{,}2083 \times 0{,}4545 + 0{,}2083 \times 0{,}4545 + 0{,}1667 \times 0{,}4 + \\ + 0{,}125 \times 0{,}3333 = 0{,}4061$$

Nyní je možné vypočítat pravděpodobnost jevu *B*.

$$P(B) = P(C) \times P(D) = 0{,}6667 \times 0{,}4061 = 0{,}2707$$

Výsledná pravděpodobnost výhry při sázce *Pass Line* je tedy rovna

$$P = P(A) + P(B) = 0{,}2222 + 0{,}2707 = 0{,}4929\,.$$

Střední hodnotu výhry, která je rovna 0,9858, jsme získali podle (2.3) součinem pravděpodobnosti výhry a příslušného výherního kursu k_v.
Ziskovost opět určíme podle vzorce (2.4). Ta bude rovna 1,42 %. Provozovatel by tedy měl získat průměrně 1,42 % z každé sázky.

4.2.3 Výpočet ukazatelů u sázky Don’t Pass Line

Pro výpočet pravděpodobnosti výhry u této sázky budou využity již definované a zavedené jevy z kapitoly 4.2.2. Dále je však třeba zavést jev *F* – padnutí součtu *2* nebo *3*. Z jeho definice vyplývá, že

$$P(F) = P(X = 2) + P(X = 3) = \frac{1}{36} + \frac{2}{26} = \frac{3}{36} = 0{,}0833\,.$$

Z předchozích výpočtů je známo, že pravděpodobnost nastání *Pointu* je $P(C) = 0{,}6667$.
Pokud *Point* nastal, je pravděpodobnost, že padne součet *7* dříve než padne součet Pointu, rovna doplňku jevu *D*. Jedná se tedy o opačný jev, proto

$$1 - P(D) = 1 - 0{,}406 = 0{,}5939\,.$$

Do výpočtu je třeba dále zahrnout situaci, kdy na kostkách padne součet *12*. Tento jev může nastat s libovolnou četností, aniž by rozhodl o výsledku sázek. Matematicky tedy vyjádříme výslednou pravděpodobnost výhry *P* při sázce *Don't Pass Line* následujícím způsobem:

$$P = \sum_{n=0}^{\infty} \left(P(X = 12)\right)^n \times \left(P(F) + P(C) \times \left(1 - P(D)\right)\right) = \frac{36}{35}\left(0{,}0833 + 0{,}6667 \times 0{,}5939\right) = 0{,}493$$

$\sum_{n=0}^{\infty} \left(P(X = 12)\right)^n$ určíme jako $\left(\frac{1}{36}\right)^0 + \left(\frac{1}{36}\right)^1 + \left(\frac{1}{36}\right)^2 + \left(\frac{1}{36}\right)^3 + \ldots = \frac{36}{35}$.

Střední hodnota výhry bude podle (2.3) rovna 0,986 a ziskovost provozovatele vzhledem k (2.4) odpovídá 1,4 %.

4.3 Baccarat

4.3.1 Charakteristika hry

Baccarat je karetní hra, ve které proti sobě stojí dva hráči označení jako *hráč* a *bankéř*. Toto označení slouží pouze k formálnímu odlišení, neboť bank* spravuje kasino. Další účastníci hry sází na vítězství jednoho z výše uvedených nebo na remízu. *Hráči* a *bankéři* se rozdá po dvou kartách, které mohou nabývat číselných hodnot *0 – 9*, přičemž hodnoty *1-9* odpovídají číslu vytištěném na kartě a hodnotu *0* mají tzv. obrázkové karty označené písmeny *J, Q, K* a *A* a číslo *10*. Poté se stanoví součet obou rozdaných karet. Uvažuje se však pouze hodnota v řádu jednotek, tedy například součet karet s hodnotou *9* a *6* je v této hře roven pěti, nikoliv patnácti. Jestliže *hráč* dosáhl součtu nula až pět a *bankéř* dosáhl součtu nižšího než osm, *hráč* táhne ještě třetí kartu a v závislosti na hodnotě této karty postupuje *bankéř* podle tabulky 4.3.

Pokud *hráč* dosáhl prvními dvěma kartami součet šest až devět, třetí kartu netáhne. V případě, že *hráč* dosáhl součtu šest nebo sedm, táhne třetí kartu *bankéř* pokud je jeho (*bankéřův*) součet menší než šest.

Výherní kurs na výhru jednoho z výše uvedených je roven dvěma, ale vyplacená sázka na výhru *bankéře* je zatížena 5 % poplatkem z vyhrané částky. Výherní kurs na remízu je roven osmi. Při remíze se sázky na výhru bankéře nebo hráče přesouvají do

* Finanční prostředky sloužící k přijímání sázek a vyplácení výher

dalšího kola. Hraje se zpravidla z osmi balíky karet, tedy četnost každé karty, která je označena číslem *1 – 9* či písmenem *J*, *Q*, *K* nebo *A*, je rovna třiceti dvěma.[15]

***Bankéř* táhne/stojí v závislosti na hodnotě třetí tažené karty *hráče*.**										
Součet *bankéře*	Třetí karta *hráče*									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	stojí	stojí	stojí	stojí	stojí	stojí	stojí	stojí	stojí	stojí
6	stojí	stojí	stojí	stojí	stojí	stojí	táhne	táhne	stojí	stojí
5	stojí	stojí	stojí	stojí	táhne	táhne	táhne	táhne	stojí	stojí
4	stojí	stojí	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	stojí	stojí
3	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	stojí	táhne
2	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne
1	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne
0	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne	táhne

Tabulka 4.3 – postup *bankéře* v závislosti na třetí tažené kartě *hráčem* ve hře Baccarat

4.3.2 Výpočet ukazatelů

Protože by výpočet pravděpodobností pro tuto hru byl příliš složitý a nad rámec této práce, byly pravděpodobnosti jednotlivých jevů převzaty a jsou zobrazeny v tabulce 4.4.[15]

Jev	Počet příznivých případů	Výherní kurs k_v	Pravděpodobnost
Vyhraje *hráč*	2 292 252 566 437 888	2	0,4586
Vyhraje *bankéř*	2 230 518 282 592 256	1,95	0,4462
Nastane remíza	475 627 426 473 216	8	0,0952

Tabulka 4.4 – pravděpodobnosti výhry u jednotlivých sázek hry Baccarat

U sázky na remízu je evidentní, že střední hodnota výhry bude podle vztahu (2.3) rovna 0,7616. V případě sázky na *hráče* či na *bankéře* je však třeba vzít v potaz skutečnost, že pokud nastane remíza, jsou sázky vyhodnoceny až v příštím kole. Remíza může nastat s libovolnou četností, proto bude střední hodnota výhry $E(V)$ při sázce na bankéře

$$E(V)=\sum_{n=0}^{\infty}(0{,}0952)^{n}\times 0{,}4586\times 1{,}95=0{,}9864$$

a při sázce na hráče

$$E(V)=\sum_{n=0}^{\infty}(0{,}0952)^{n}\times 0{,}4462\times 2=0{,}9883\,.$$

Ziskovost by se měla tedy pohybovat podle vzorce (2.4) okolo 1,2 %. Lze totiž předpokládat, že sázka na remízu nebude vzhledem k nízkému výhernímu kursu a ziskovosti často realizována.

4.4 Keno

4.4.1 Charakteristika hry

Keno je loterijní hra, jejíž principem je uhádnout co nejvíce čísel tažených z osudí. Tipovaná čísla hráč zaznamenává ještě před slosováním na speciální, k tomu určenou herní kartu. Během každého kola se losuje dvacet čísel z osmdesáti a výhra je vyplácena v závislosti na počtu uhádnutých čísel. Hráčům je nabízeno tipnout až 15 čísel.[5] Tabulky 4.5 a 4.6 obsahují výherní kursy, které nabízejí kasina, pro sázky na 1-15 tipovaných čísel.[10]

	Počet tipovaných čísel *(n)*							
	8	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**
8	25000							
7	1500	8000						
6	90	350	1500					
5	9	25	95	800				
4	0	1	4	10	130			
3	0	0	1	1	3	43		
2	0	0	0	0	1	1	12	
1	0	0	0	0	0	0	0	3
↑ Počet uhádnutých čísel *(k)*								

Tabulka 4.5 – výherní kursy pro 1-8 tipovaných čísel

	Počet tipovaných čísel *(n)*						
	15	**14**	**13**	**12**	**11**	**10**	**9**
15	100000						
14	100000	100000					
13	50000	50000	100000				
12	25000	25000	50000	100000			
11	2800	8000	10000	25000	100000		
10	300	1100	3500	5000	25000	100000	
9	100	310	600	1000	2500	5000	50000
8	25	42	80	200	400	1000	4000
7	10	9	20	32	80	150	280
6	0	1	1	5	8	22	50
5	0	0	0	0	0	1	4
↑ Počet uhádnutých čísel *(k)*							

Tabulka 4.6 – výherní kursy pro 9-15 tipovaných čísel

4.4.2 Výpočet ukazatelů

Pro výpočet středních hodnot výhry je třeba určit pravděpodobnosti nastání jednotlivých jevů. Je-li počet tipovaných čísel obecně roven *n*, požadovaný počet uhádnutých čísel *k*, celkový počet čísel v osudí 80 a počet tažených čísel 20, potom bude pravděpodobnostní funkce uhádnutí *k* čísel z *n* určena hypergeometrickým rozdělením

$$(4.2)\quad P(k \text{ z } n) = \frac{\binom{n}{k} \times \binom{80-n}{20-k}}{\binom{80}{20}}.$$

Protože by znázornění všech výpočtů bylo příliš rozsáhlé, je střední hodnota výhry *E(V)* vypočtena pouze pro *n* = 15.

$$E(V)=\frac{\binom{15}{15}\times\binom{65}{5}}{\binom{80}{20}}\times 100000+\frac{\binom{15}{14}\times\binom{65}{6}}{\binom{80}{20}}\times 100000+\frac{\binom{15}{13}\times\binom{65}{7}}{\binom{80}{20}}\times 50000+$$

$$+\frac{\binom{15}{12}\times\binom{65}{8}}{\binom{80}{20}}\times 25000+\frac{\binom{15}{11}\times\binom{65}{9}}{\binom{80}{20}}\times 2800+\frac{\binom{15}{10}\times\binom{65}{10}}{\binom{80}{20}}\times 300+\frac{\binom{15}{9}\times\binom{65}{11}}{\binom{80}{20}}\times 100+$$

$$+\frac{\binom{15}{8}\times\binom{65}{12}}{\binom{80}{20}}\times 25+\frac{\binom{15}{7}\times\binom{65}{13}}{\binom{80}{20}}\times 10=0{,}7064$$

Střední hodnoty výhry pro nižší počet vsazených čísel byly počítány analogicky pomocí vztahu (4.2) a jsou zobrazeny v tabulce 4.7.

Vsazených čísel (*n*)	*E(V)*	Vsazených čísel (*n*)	*E(V)*
14	0,7087	7	0,7196
13	0,7053	6	0,7315
12	0,7168	5	0,7208
11	0,7138	4	0,7406
10	0,7229	3	0,7354
9	0,7486	2	0,7215
8	0,727	1	0,75

Tabulka 4.7 – střední hodnoty výhry pro 1-14 vsazených čísel ve hře Keno

Střední hodnoty výhry se ve hře Keno pohybují v intervalu od 0,7053 do 0,75. Pokud ze všech získaných hodnot vypočteme aritmetický průměr, dostaneme střední hodnotu výhry rovnu 0,7246. Provozovatel může podle vzorce (2.4) očekávat průměrnou ziskovost kolem 27,54%.

4.5 Kursové sázení

4.5.1 Charakteristika hry

V případě těchto sázek nesází hráč na padnutí určité výherní kombinace čísel nebo karet, ale na výsledek určité události, zpravidla sportovního utkání. Výsledek takové události nelze předem deterministicky určit, lze ji proto považovat za náhodný pokus. Pokud uvažujeme sportovní utkání, výsledkem takového náhodného pokusu je vždy výhra jednoho z účastníků, nebo remíza, pokud je přípustná. Každý jev, který může nastat při daném náhodném pokusu (sportovním utkání) je ohodnocen určitým výherním kursem k_v. Tyto kursy reflektují předpokládaný výsledek události. Ten, který je považován za pravděpodobnější, je ohodnocen nižším výherním kursem a naopak. Odhad pravděpodobnosti je však subjektivně odhadován bookmakery* empiricky na základě předchozích výsledků, například postavením sportovce v příslušném hodnocení či žebříčku, jeho aktuální fyzickou kondicí a dalšími parametry.

.

4.5.2 Výpočet ukazatelů

Pro analýzu byly vybrány zápasy mužské dvouhry v tenise. V tabulce 4.8 jsou znázorněny výherní kursy, které nabízí sázková kancelář Tipsport.[14]

Hráč 1	Hráč 2	Výhra hráče 1	Výhra hráče 2
D. Young	V. Estrella	1,27	3,09
B. Kavcic	R. Ram	1,50	2,25
I. Kunitsyn	M. Ebden	1,53	2,19
J. Hájek	S. Groth	1,46	2,35
B. Reynolds	M. Matosevic	1,70	1,91
R. Sweeting	J. Sock	1,53	2,19
L. Lacko	F. Dancevic	1,61	2,04

Tabulka 4.8 – výběr z nabídky kursových sázek společnosti Tipsport

* Odborník, zaměstnaný v sázkové kanceláři, který tvoří sázkové kursy na základě svého expertního odhadu

Pokud předpokládáme, že výherní kurs dostatečně přesně aproximuje pravděpodobnosti nastání všech jevů, které mohou nastat, potom je možné pomocí inverzních hodnot těchto ukazatelů vyjádřit očekávanou hodnotu pravděpodobností nastání těchto jevů. Aby však bylo možné hovořit o pravděpodobnosti, je nutné převrácené hodnoty výherních kursů k_v normalizovat, neboť podle vztahu (3.4) musí být součet všech marginálních pravděpodobností roven jedné. Pokud označíme výhru *hráče 1* jako jev *A* a výhru *hráče 2* jako jev *B* a je-li výherní kurs jevu *A* K_{v1} a jevu *B* K_{v2}, potom

$$P(A) = \frac{\frac{1}{K_{v1}}}{\frac{1}{K_{v1}} + \frac{1}{K_{v2}}} \text{ a } P(B) = \frac{\frac{1}{K_{v2}}}{\frac{1}{K_{v1}} + \frac{1}{K_{v2}}}.$$

Pravděpodobnosti nastání obou jevů jsou znázorněny v tabulce 4.9.

Hráč 1	Hráč 2	Pravděpodobnost výhry hráče 1 *P(A)*	Pravděpodobnost výhry hráče 2 *P(B)*
D. Young	V. Estrella	0,7087	0,2913
B. Kavcic	R. Ram	0,6	0,4
I. Kunitsyn	M. Ebden	0,5887	0,4113
J. Hájek	S. Groth	0,6168	0,3832
B. Reynolds	M. Matosevic	0,529	0,471
R. Sweeting	J. Sock	0,5887	0,4113
L. Lacko	F. Dancevic	0,5589	0,4411

Tabulka 4.9 – předpokládané pravděpodobnosti nastání jednotlivých jevů

Střední hodnoty výhry *E(V)* vypočteme podle (2.3) vynásobením příslušných pravděpodobností a výherních kursů. Získané hodnoty jsou uvedeny v tabulce 4.10.

Hráč 1	Hráč 2	*E(V)* jevu *A*	*E(V)* jevu *B*
D. Young	V. Estrella	0,9	0,9001
B. Kavcic	R. Ram	0,9	0,9
I. Kunitsyn	M. Ebden	0,9007	0,9007
J. Hájek	S. Groth	0,9005	0,9005
B. Reynolds	M. Matosevic	0,8993	0,8996
R. Sweeting	J. Sock	0,9007	0,9007
L. Lacko	F. Dancevic	0,8998	0,8998

Tabulka 4.10 – střední hodnoty výhry pro dané sázky

Vzhledem k tomu, že hodnoty *E(V)* se pohybují okolo 0,9, měla by se ziskovost sázkových kanceláří podle vzorce (2.4) pohybovat kolem 10%.

5. Vlastní analýza

V této kapitole bude ověřeno, zda se vypočtená hodnota ziskovosti u her Francouzská ruleta a Keno shoduje s hodnotami zjištěnými v praxi. Protože však provozovatelé sázkových her tyto informace nezveřejňují, ba dokonce se je mnohdy snaží utajit, byla tato data získána z komise pro kontrolu kasin (*Casino Control Comission*) se sídlem v New Jersey. Tato komise každý měsíc zveřejňuje zprávy o ziscích kasin v tomto americkém státě a udává u jednotlivých her množství peněz použité jako sázky a také množství peněz získané provozovatelem jako výhry. Poměr částky udávající výhry kasina a množství peněz použitých na sázky udává ziskovost dané hry v daném období. V tabulce 5.1 jsou uvedeny procentuelně vyjádřené ziskovosti vybraných her za roky 2005 až 2008 kasina *Caesars Atlantic City*.[11]

	2005		2006		2007		2008	
	Ruleta	Keno	Ruleta	Keno	Ruleta	Keno	Ruleta	Keno
Leden	24	29,9	18,1	30,8	21,9	31,8	17,0	25,8
Únor	31,1	33,7	23,3	23,3	28,4	29,1	23,8	22,7
Březen	25,8	28,4	16,8	32,5	25,8	27,2	21,3	34,2
Duben	21,7	35,9	21,7	35,9	24,4	31,3	30,1	30,3
Květen	23,2	28,0	28,3	34,1	16,4	37,0	21,6	31,6
Červen	25,9	28,1	28,5	24.8	21,3	31,5	20,1	26,2
Červenec	26,1	31,0	26,2	26,0	18,1	27,3	13,2	31,6
Srpen	17,3	26,1	25,8	39,5	28,9	25,0	28,0	31,8
Září	26,0	22,2	9,1	26,8	20,5	34,0	25,3	26,3
Říjen	24,8	33,3	23,3	30,9	23,9	12,0	18,3	25,3
Listopad	29,5	15,4	21,1	23,5	25,9	26,5	19,6	30,8
Prosinec	24,6	34,7	25,4	27,0	26,7	35,1	23,4	20,0

Tabulka 5.1 – ziskovosti her Keno a ruleta v letech 2005 – 2008 u vybraného provozovatele

5.1 Analýza ziskovosti hry Keno

Nyní bude zjištěno, zda zjištěné hodnoty ziskovosti hry Keno odpovídají hodnotě očekávané, která byla spočtena aritmetickým průměrem marginálních ziskovostí jednotlivých sázek v kapitole 4.3.2. Stanovme tedy hypotézu H_0, že naměřená průměrná hodnota ziskovosti μ hry Keno se statisticky významně neliší od očekávané μ_0, a alternativní hypotézu H_1 předpokládající opak, tedy

$H_0 : \mu = \mu_0$ proti $H_1 : \mu \neq \mu_0$.

Hladina významnosti $\alpha = 0{,}05$.

Nejprve byly zjištěny základní charakteristiky polohy a variability (obr. 5.1), ze kterých je patrné, že naměřená průměrná ziskovost je rovna 28,88 %, Hodnoty špičatosti 1,3892 a šikmosti -0,7912 by mohly odpovídat normálnímu rozdělení.

Moments			
N	48.0000	Sum Wgts	48.0000
Mean	28.8792	Sum	1386.2000
Std Dev	5.3471	Variance	28.5919
Skewness	-0.7912	Kurtosis	1.3829
USS	41376.1200	CSS	1343.8192
CV	18.5156	Std Mean	0.7718

Obr. 5.1 – základní charakteristiky polohy a variability ziskovosti hry Keno

Po provedení testu testu normality (obr. 5.2) vykazuje Shapiro-Wilkův test p-hodnotu větší než 0,05. Lze tedy konstatovat, že výběrový soubor se řídí normálním rozdělením pravděpodobnosti.

Tests for Normality

Test Statistic	Value	p-value
Shapiro-Wilk	0.959327	0.0948
Kolmogorov-Smirnov	0.098620	>.1500
Cramer-von Mises	0.064425	>.2500
Anderson-Darling	0.477452	0.2331

Obr. 5.2 – test normality ziskovosti hry Keno

Realizací jednovýběrového t-testu vidíme, že p-hodnota Studentova t rozdělení je rovna 0,0893 (obr. 5.3), což je číslo větší než kritická hodnota 0,05. Rozdíl mezi očekávanou hodnotou ziskovosti hry Keno, která je rovna 27,54 %, a naměřenou průměrnou hodnotou 28,88 % není signifikantní na hladině významnosti α = 0,05. S pravděpodobností 95 % nezamítáme hypotézu H_o.

Tests for Location: Mu0=27.54		
Num Obs != Mu0:48		
Num Obs > Mu0:28		
Test	Statistic	p-value
Student's t	1.74	0.0893
Sign	4.00	0.3123
Signed Rank	204.00	0.0349

Obr. 5.3 – porovnání průměrů hry Keno

5.2 Analýza ziskovosti hry Francouzská ruleta

V tomto případě je prostou pohledovou analýzou evidentní, že průměrná naměřená ziskovost μ této hry bude statisticky významně vyšší než ziskovost očekávaná μ_0, která činí 2,7 %, neboť hodnoty v tabulce 5.1 se od μ_0 liší řádově. Pro korektní výsledky je však možné toto tvrzení opět ověřit t-testem za předpokladu normality rozdělení. Hypotézu H_0 formulujme ve tvaru $\mu = \mu_0$, alternativní hypotézu H_1 lze zapsat jako $H_1 : \mu \neq \mu_0$. Hladina významnosti α = 0,05.

Na obr. 5.4 jsou znázorněny základní charakteristiky polohy a variability výběrového souboru, ze kterého lze vypozorovat, že střední hodnota je rovna 23,16. Hodnoty špičatosti 0,8441 a šikmosti -0,7469 opět naznačují normalitu rozdělení. Ta byla potvrzena testem normality (obr. 5.5), p-hodnota Shapiro-Wilkova testu je větší než 0,05.

Moments			
N	48.0000	Sum Wgts	48.0000
Mean	23.1563	Sum	1111.5000
Std Dev	4.5217	Variance	20.4455
Skewness	-0.7649	Kurtosis	0.8441
USS	26699.1100	CSS	960.9381
CV	19.5268	Std Mean	0.6526

Obr. 5.4 – základní charakteristiky polohy a variability ziskovosti hry Ruleta

Tests for Normality		
Test Statistic	Value	p-value
Shapiro-Wilk	0.961105	0.1119
Kolmogorov-Smirnov	0.108027	>.1500
Cramer-von Mises	0.085983	0.1742
Anderson-Darling	0.515947	0.1901

Obr. 5.5 – test normality ziskovosti hry Ruleta

Test hypotézy o průměru normálního rozdělení (obr. 5.6) ukazuje p-hodnotu Studentova t rozdělení menší než 0,0001, což nás opravňuje k zamítnutí hypotézy H_0 na pětiprocentní hladině významnosti. Z 95 % tedy není rozdíl mezi očekávanou a průměrnou ziskovostí náhodný a je signifikantní.

Tests for Location: Mu0=2.7		
Num Obs != Mu0:48		
Num Obs > Mu0:48		
Test	Statistic	p-value
Student's t	31.34	<.0001
Sign	24.00	<.0001
Signed Rank	588.00	<.0001

Obr. 5.6 – porovnání průměrů hry Ruleta

5.2.1 Srovnání s dalšími hazardními hrami

Vzhledem k tomu, že rozdíl těchto hodnot je velice výrazný, je na místě si položit otázku, zda bude podobně veliký rozdíl očekávané a naměřené ziskovosti také u her Baccarat a Craps. Tyto hry totiž společně s Francouzskou ruletou vykazují několik společných znaků. Jednak je to relativně vysoká frekvence sázení a také vypočtené ukazatele ziskovosti u některých sázek v řádu jednotek procent. Zde však není možné objektivně určit celkovou očekávanou hodnotu ziskovosti, neboť u některých dílčích sázek se střední hodnoty výhry liší řádově a mohlo by dojít k výraznému zkreslení, pokud bychom je zanedbali. Přesto se podívejme na průměrné měsíční ziskovosti v procentech her Baccarat a Craps u stejného provozovatele za druhou polovinu roku 2010. Údaje jsou v tabulce 5.2.[11]

	Baccarat	Craps
Červenec	18	19,2
Srpen	13,3	21
Září	23,7	19
Říjen	10,1	27,4
Listopad	17,1	11,4
Prosinec	19,2	15,1

Tabulka 5.2 – ziskovosti her Baccarat a Craps 7/2010 – 12/2010 u vybraného provozovatele

Z této tabulky lze vypozorovat, že i Baccarat a Craps budou patrně vykazovat výrazně vyšší ziskovost než by se očekávalo. Jako nejpravděpodobnější příčina tohoto jevu by mohla být skutečnost, že tyto hry umožňují hráči prohrát všechny peníze za velmi krátkou dobu, což je patrně způsobeno relativně vysokou frekvencí sázení.

6. Závěr

Zisk provozovatele z loterijních a hazardních her plyne z vhodně nastaveného poměru mezi hodnotou pravděpodobnosti výhry hráče a výherním kursem. Aby byla hra spravedlivá pro obě zúčastněné strany, tedy pro provozovatele i pro hráče, musela by být střední hodnota výhry u dané hry rovna jedné. Pokud bychom však uvažovali takový případ, provozovatel by nevykazoval na hře zisk, což je ovšem jeho cílem. Protože loterijní hry probíhají pouze na základě náhody, je samozřejmě možné, že v určitém kratším časovém intervalu může být zisk provozovatele nulový nebo záporný, ale s rostoucím počtem náhodných pokusů, tedy odehraných her, lze předpokládat, že nabude kladných hodnot. Toto tvrzení lze podložit statistickou definicí pravděpodobnosti, která je popsána v kapitole 3.1.2 a faktem, že u všech her, které byly v této práci porovnávány, je střední hodnota výhry menší než 1. Na základě těchto informací lze usoudit, že je velice nepravděpodobné, aby výše výher hráčů v delším časovém horizontu převyšovala výši jejich sázek.

Jedním z cílů práce bylo porovnat vybrané sázkové hry pomocí ukazatele ziskovosti. Mezi vybranými hrami provozovanými v kasinech a hernách je z tohoto pohledu nejvýhodnější hra Keno, kde byla vypočtena průměrná ziskovost 27,54 %. Méně výhodné se pak zdají být Francouzská ruleta, karetní hra Baccarat a kostková hra Craps, kde se vypočtené hodnoty ziskovosti pohybují v intervalu od 1,2 % do 2,7 % v závislosti na druhu sázky. Nutno dodat, že u her Craps a Baccarat byly zanedbány některé dílčí (z pohledu hráče) méně výhodné sázky. U kursových sázek lze předpokládat 10 % ziskovost.

Dalším cílem práce bylo porovnání výše uvedených hodnot s hodnotami získanými realizací náhodných pokusů. Bylo zjištěno, že hazardní hry, u kterých se předpokládal relativně nízký koeficient ziskovosti (Ruleta, Craps, Baccarat), vykazují statisticky významně vyšší průměrné hodnoty ziskovosti za sledované období. Naměřené hodnoty jsou mnohdy až desetkrát vyšší než očekávané, proto je třeba si položit otázku, co je příčinou tohoto signifikantního rozdílu. Je třeba vzít v potaz skutečnost, že u hazardních her se herní kola realizují s velmi vysokou frekvencí, například v ruletě i dvakrát za minutu. To vede hráče k tomu, že chtějí rychle vyhrát prohrané peníze zpět a dojde k jejich zruinování. S tím koresponduje fakt, že u loterijní hry Keno, kde je frekvence odehraných kol mnohem nižší, nebyl zjištěn významný rozdíl mezi naměřenou a očekávanou ziskovostí. To hráčům neumožňuje prohrát všechny peníze během krátké doby, ledaže je sami vloží do jedné sázky. Tuto hypotézu by bylo možné aplikovat i na kursové sázení, ale v tomto případě nemáme k dispozici data o skutečných příjmech z této činnosti.

Koeficient ziskovosti je tedy jen jedním z mnoha faktorů, které ovlivňují příjmy provozovatele sázkových her. Je třeba vzít v potaz také množství realizovaných sázek, které se u výše uvedených her značně liší. Dalším diskutabilním faktorem, který ovlivňuje příjmy kasina, je závislost na hazardních hrách. V případě kursových sázek bývá pro hráče atraktivní možnost využít svých znalostí v dané oblasti sportu, neboť zde se sází na výsledky sportovních událostí.

7. Seznam použitých zdrojů

[1] ANDĚL, Jiří. *Matematika náhody*. Praha: Matfyzpress, 2007. 290 s. ISBN 80-7378-004-6.

[2] ANDĚL, Jiří. *Statistické metody*. Praha: Matfyzpress, 1998. 274 s. ISBN 80-85863-27-8.

[3] CYHELSKÝ, Lubomír; KAHOUNOVÁ, Jana; HINDLS, Richard. *Elementární statistická analýza*. Praha: Managment Press, 1996. 319 s. ISBN 80-7261-003-1.

[4] MAGNELLO, Eileen; VAN LOON, Borin. *Statistika*. Praha: Portál, 2010. 190 s. ISBN 80-7367-753-4.

[5] PŁOCKI, Adam; TLUSTÝ, Pavel. *Pravděpodobnost a statistika*. Praha: Prometheus, 2007. 307 s. ISBN 80-7196-330-1.

[6] SVATOŠOVÁ, LIBUŠE; KÁBA, Bohumil. *Statistické metody I*. Praha: PEF ČZU, 2009. 132 s. ISBN 80-213-1672-0.

Zákony:

[7] Česko. *Zákon* č. *40/2009 ze dne 8. ledna 2009, trestní zákoník (trestní zákoník)* [on-line]. 125 s. (DOC). Dostupný z WWW: <http://portal.justice.cz/Justice2/Soud/soud.aspx?o=203&j=213&k=4504&d=310309>. [cit. 2011-03-10].

[8] Česko. *Zákon* č. *202/1990 ze dne 17. května 1990 o loterijních a jiných podobných hrách (loterijní zákon)* [on-line]. 39 s. (PDF). Dostupný z WWW: < http://www.mfcr.cz/cps/rde/xbcr/mfcr/Loterie_UZ_pdf.pdf >. [cit. 2011-03-10].

Internetové zdroje:

[9] *Craps Age* [online]. c2010 [cit. 2011-03-14]. Craps Payouts. Dostupné z WWW: <http://www.crapsage.com/craps_payouts.php>.

[10] *Keno-5.com* [online]. c [cit. 2011-02-16]. Payouts for Keno. Dostupné z WWW: <http://www.keno-5.com/rtg/>.

[11] *New Jersey Casino Control Comission* [online]. c2011 [cit. 2011-03-18]. Monthly Gross Revenue Tax Returns. Dostupné z WWW: <http://www.njccc.gov/casinos/financia/mthrev/#2>.

[12] NOVOTNÝ, Josef. *Ministerstvo Financí ČR* [online]. 2008 [cit. 2011-03-29]. Studie hazardních her. Dostupné z WWW: <http://www.mfcr.cz/cps/rde/xbcr/mfcr/Josef-Novotny-Studie-hazardnich-her.pdf>.

[13] *Sázej.com* [online]. c2010 [cit. 2011-03-18]. Ruleta - pravidla. Dostupné z WWW: <http://www.sazej.com/casino/hry/ruleta-hlavni-stranka/pravidla/>.

[14] *Tipsport.cz* [online]. 2011 [cit. 2011-02-20]. Tenis muži - dvouhra. Dostupné z WWW: <https://www.tipsport.cz/webtip-sandbox/WelcomeAction.do>.

[15] *Wizard of Odds* [online]. c2010 [cit. 2011-02-25]. Baccarat. Dostupné z WWW: <http://wizardofodds.com/baccarat>.

8. Seznam obrázků a tabulek

8.1 Seznam obrázků

8.2 Seznam tabulek