



Webové stránky pro tvorbu písemných prací z planimetrie pro 2. stupeň ZŠ

Diplomová práce

Studijní program: N1101 – Matematika
Studijní obory: 7503T039 – Učitelství matematiky pro 2.stupeň základní školy
7503T136 – Učitelství informatiky pro 2. stupeň základní školy

Autor práce: **Radka Szillerová**
Vedoucí práce: Mgr. Daniela Bímová, Ph.D.



ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Radka Szillerová**
Osobní číslo: **P13000901**
Studijní program: **N1101 Matematika**
Studijní obory: **Učitelství informatiky pro 2. stupeň základní školy**
Učitelství matematiky pro 2.stupeň základních škol
Název tématu: **Webové stránky pro tvorbu písemných prací z planimetrie pro 2. stupeň ZŠ**
Zadávající katedra: **Katedra matematiky a didaktiky matematiky**

Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Cílem diplomové práce je vytvořit webové stránky, které učitelům umožní vytvářet písemné práce z vybraných kapitol učiva planimetrie. Webové stránky budou převážně určeny pro učitele 2. stupně základní školy. Stránky budou obsahovat databázi příkladů, které budou děleny podle témat. U každého příkladu bude k dispozici několik verzí s různými hodnotami zadání. Učitelé si podle svých individuálních požadavků vytvoří písemné práce, které se jim vygenerují ve formátu pdf na základě jejich výběru ze seznamu daných úloh. Tvorba písemných prací nebude závislá na tématech. Výsledkem generování budou dva soubory. První soubor bude pouze se zadáním. Pod každým zadáním bude odpovídající volné místo na vypracování úlohy. Druhý soubor bude vypracovaná písemná práce, která bude sloužit pro kontrolu učiteli. Obrázky konstrukčních řešení příkladů budou vytvářeny v geometrickém softwaru. Stránky budou obsahovat i úlohy na procvičení pro žáky. Každá tato úloha bude typově odpovídat úloze z písemné práce, ale bude mít jiné zadané hodnoty. Stránky bude možné do budoucna doplňovat o další planimetrické úlohy - ať už klasické či netradiční. K sepsání této práce/vytvoření webových stránek se předpokládá prostudování dostupných učebnic, sbírek úloh či webových stránek týkajících se planimetrie.

Rozsah grafických prací:

Rozsah pracovní zprávy:

Forma zpracování diplomové práce: **tištěná/elektronická**

Seznam odborné literatury:

- [1] PETÁKOVÁ, J.: Matematika příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy. Prometheus, Praha 1998
- [2] DELVENTHAL, K. M. a kolektiv: Kompendium matematiky. Universum, Praha 2004
- [3] BILLSTEIN, R., LIBESKIND, S., LOTT, J.W.: A Problem Solving Approach to Mathematics for Elementary School Teachers. The Benjamin/Cummings Publishing Company, California 1990
- [4] BOSTOCK, L., CHANDLER, S.: Core Maths for A-level. Stanley Thornes (Publishers) Ltd, Avon 1990
- [5] PŘÍVRATSKÁ, J.: Planimetrie (opakování). TUL, Liberec 2002
- [6] MOLNÁR, J. a kolektiv: Matematika 6, 7, 8, 9 učebnice s komentářem pro učitele. Prodos, Olomouc od 1998

Vedoucí diplomové práce:

Mgr. Daniela Bímová, Ph.D.

Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Datum zadání diplomové práce: **18. dubna 2014**

Termín odevzdání diplomové práce: **24. dubna 2015**



doc. RNDr. Miroslav Brzezina, CSc.
děkan

L.S.



doc. RNDr. Jaroslav Mlýnek, CSc.
vedoucí katedry

dne

Prohlášení

Byla jsem seznámena s tím, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci (TUL) nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu TUL.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědoma povinnosti informovat o této skutečnosti TUL; v tomto případě má TUL právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Diplomovou práci jsem vypracovala samostatně s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Současně čestně prohlašuji, že tištěná verze práce se shoduje s elektronickou verzí, vloženou do IS STAG.

Datum:

Podpis:

Poděkování

Chtěla bych poděkovat všem, kteří jakkoliv přispěli při zpracování mé diplomové práce. V první řadě mé největší poděkování patří Mgr. Daniele Bímové, Ph.D., vedoucí diplomové práce, která mi byla po celou dobu nápomocna, za její obrovskou ochotu a trpělivost, cenné rady a připomínky při psaní této práce.

Dále bych chtěla poděkovat všem učitelům matematiky, kteří projevili zájem a ochotu se mnou spolupracovat a poskytli mi důležité podněty k obsahu vytvářených webových stránek.

V neposlední řadě bych chtěla poděkovat mé rodině a všem mým blízkým za podporu, bez které by práce nemohla vzniknout.

Anotace:

Součástí této diplomové práce jsou vytvořené webové stránky dostupné na adrese: <<http://pisemky-z-matiky.moxo.cz>>. Na stránkách jsou zpracována vybraná témata z planimetrie. Stránky mohou být využity jako výukový a procvičovací materiál pro učitele i žáky. Nejdůležitější funkcí stránek pro učitele je možnost vytvářet si vlastní písemné práce či pracovní listy. Podkladem pro tvorbu písemných prací je databáze příkladů. Všechny příklady jsou vytvářeny v programu GeoGebra. Aby mohli učitelé tvořit písemné práce ve více variantách, jsou úlohy tvořeny v několika verzích (liší se hodnotami parametrů v zadání). Pro žáky i učitele jsou k dispozici příklady v podobě dynamických appletů.

Text práce zahrnuje krátké seznámení s historií geometrie, s učivem a výstupy z planimetrie dle RVP. Ve druhé kapitole je rozebírán vstupní dotazník, který se stal podkladem pro tvorbu webových stránek a reflektuje požadavky učitelů matematiky všech stupňů škol. Následující dvě kapitoly se týkají zásad tvorby písemných prací a řešení konstrukčních úloh. Další kapitola je věnována webovým stránkám – orientaci na nich, možnostem využití, ovládání. Důležitou součástí textu diplomové práce je teoretická část, přístupná i na webových stránkách, věnovaná vybraným planimetrickým tématům – trojúhelníky, osová a středová souměrnost, kružnice. V závěru práce je uveden výsledek výstupního dotazníku, který vyplnili učitelé matematiky, jež stáli o další spolupráci a kteří vytvořené webové stránky odzkoušeli.

Klíčová slova:

Planimetrie, tvorba písemných prací/pracovních listů, řešení konstrukčních úloh, webové stránky pro tvorbu písemných prací z planimetrie pro 2. stupeň ZŠ, applety, GeoGebra, planimetrie dle RVP, trojúhelník, osová souměrnost, středová souměrnost, kružnice

Annotation:

The part of this master's thesis is a created website available from <http://pisemky-z-matiky.moxo.cz>. This website deals with selected topics of planimetry. It can be used for teaching and practising either for teachers, or for pupils. The most important function of this website is the possibility for teachers to create their own written works or worksheets. The basis for making tests is the database of problems. All of them are created in GeoGebra program. Problems are prepared in several versions (with different values of parameters), so teachers can generate tests in more variants. Examples in the form of dynamic applets are available for pupils and teachers.

The master's thesis includes a brief introduction into the history of geometry, the curriculum and outcomes of planimetry according to Framework Education Programme for Elementary Education. The second chapter deals with the entrance questionnaire that became a model for creating website according to requests of Maths teachers at all grades of schools. Two following chapters describe rules for making tests and solving geometric construction tasks. Next chapter occupies with the website – how to be well versed there, what are the possibilities of using and how to control the website. The important section of this master's thesis is a theoretical part, also accessible on the website, that occupies with selected topics of planimetry - triangles, inversion in a line and in a point, and circles. In the last part of this master's thesis the output questionnaire is analysed. This questionnaire was filled by Maths teachers who wanted to cooperate and who tested the above mentioned website.

Key words:

Planimetry, creating written works/worksheets, solving construction tasks, websites for creating written works of planimetry for upper elementary school, applets, GeoGebra, planimetry according to Framework Education Programme for Elementary Education, triangle, reflect object in line, reflect object in point, circle

Obsah

Úvod	15
1 Střípky z historie geometrie	16
1.1 Pravěk	16
1.2 Starověk	16
1.3 Středověk	17
1.4 Novověk	18
2 Vstupní dotazník	20
2.1 Struktura výběrového vzorku	20
2.2 Obsah vstupního dotazníku	21
2.3 Výsledky vstupního dotazníku a diskuse	21
3 Zásady pro tvorbu písemných prací	31
3.1 1. fáze – příprava	32
3.2 2. fáze – realizace	33
3.3 3. fáze – oprava	34
3.4 Ukázkové zpracování písemné práce	35
4 Řešení konstrukčních úloh	38
4.1 Rozbor	38
4.2 Zápis konstrukce	38
4.3 Konstrukce	38
4.4 Důkaz nebo ověření	38
4.5 Diskuse	39
4.6 Ukázkový příklad z webových stránek	39
5 Webové stránky	40
5.1 Možnosti webových stránek	40
5.2 Příklady na webových stránkách	40
5.2.1 Příklady pro vkládání do prací	41
5.2.2 Applety	42
6 Planimetrie dle RVP	44
6.1 Očekávané výstupy z planimetrie dle RVP	44
6.2 Učivo planimetrie dle RVP	45
7 Zpracovaná témata z planimetrie	46
7.1 Trojúhelník	46
7.1.1 Značení trojúhelníků	46
7.1.2 Rozdělení trojúhelníků	47

7.1.3	Konstrukce trojúhelníku.....	49
7.1.4	Výšky trojúhelníku.....	50
7.1.5	Těžnice trojúhelníku.....	52
7.1.6	Kružnice opsaná trojúhelníku.....	53
7.1.7	Kružnice vepsaná trojúhelníku.....	54
7.2	Shodná zobrazení.....	55
7.2.1	Osová souměrnost.....	55
7.2.1.1	Konstrukce základních objektů.....	55
7.2.1.2	Osově souměrné útvary.....	57
7.2.1.3	Nalezení osy souměrnosti.....	58
7.2.2	Středová souměrnost.....	59
7.2.2.1	Konstrukce základních objektů.....	60
7.2.2.2	Středově souměrné objekty.....	62
7.2.2.3	Nalezení středu souměrnosti.....	62
7.3	Kružnice.....	63
7.3.1	Vzájemná poloha kružnice a přímky.....	63
7.3.2	Vzájemná poloha dvou kružnic.....	64
8	Výstupní dotazník.....	69
8.1	Výsledky výstupního dotazníku a diskuse.....	69
8.2	Zhodnocení výpovědí z dotazníku.....	75
	Závěr.....	76
	Literatura.....	77
	Seznam příloh.....	79

Seznam ilustrací

Obrázek 1: Zdobení pravěké keramiky	16
Obrázek 2: Egyptský zavlažovací systém	16
Obrázek 3: Fragment ze 2. knihy Základů	17
Obrázek 4: Ibn Sína – astronomický pohyb	17
Obrázek 5: Neeuklidovská geometrie	18
Obrázek 6: Ukázková čtvrtletní práce	36
Obrázek 7: Ukázka písemné práce na osovou souměrnost	37
Obrázek 8: Ukázkový příklad z webových stránek	39
Obrázek 9: Ukázka příkladu pro vkládání do prací z webových stránek	42
Obrázek 10: Ukázka appletu z webových stránek	43
Obrázek 11: Značení trojúhelníků	47
Obrázek 12: Obecný trojúhelník	47
Obrázek 13: Rovnoramenný trojúhelník	48
Obrázek 14: Rovnostranný trojúhelník	48
Obrázek 15: Ostroúhlý trojúhelník	48
Obrázek 16: Pravoúhlý trojúhelník	49
Obrázek 17: Tupoúhlý trojúhelník	49
Obrázek 18: Příklad zadání trojúhelníku dle SSS	49
Obrázek 19: Příklad zadání trojúhelníku dle SUS	49
Obrázek 20: Příklad zadání trojúhelníku dle USU	50
Obrázek 21: Výšky trojúhelníku	50
Obrázek 22: Výšky tupoúhlého trojúhelníku	51
Obrázek 23: Výšky pravoúhlého trojúhelníku	51
Obrázek 24: Výšky rovnoramenného trojúhelníku	51
Obrázek 25: Těžnice trojúhelníku	52
Obrázek 26: Těžnice a výšky rovnostranného trojúhelníku	52
Obrázek 27: Kružnice opsaná trojúhelníku	53
Obrázek 28: Kružnice opsaná pravoúhlému trojúhelníku – Thaletova kružnice	53
Obrázek 29: Kružnice opsaná tupoúhlému trojúhelníku	54
Obrázek 30: Kružnice vepsaná trojúhelníku	54
Obrázek 31: Popis objektů v osově souměrnosti	55
Obrázek 32: Zobrazení bodů v osově souměrnosti	56
Obrázek 33: Zobrazení úsečky a přímky v osově souměrnosti	57

Obrázek 34: Zobrazení kružnice v osově souměrnosti	57
Obrázek 35: Osově nesouměrný útvar a osově souměrné útvary	58
Obrázek 36: Osa úsečky.....	58
Obrázek 37: Osa úhlu.....	59
Obrázek 38: Popis objektů ve středové souměrnosti	59
Obrázek 39: Zobrazení bodů ve středové souměrnosti.....	60
Obrázek 40: Zobrazení úsečky a přímky ve středové souměrnosti	61
Obrázek 41: Zobrazení kružnice ve středové souměrnosti	61
Obrázek 42: Zobrazení útvaru ve dvou osových souměrnostech	62
Obrázek 43: Středově souměrné útvary	62
Obrázek 44: Střed úsečky	63
Obrázek 45: Značení kružnice	63
Obrázek 46: Sečna, tečna, nesečna	64
Obrázek 47: Tětiva, průměr	64
Obrázek 48: Značení vzájemné polohy dvou kružnic.....	65
Obrázek 49: Soustředné kružnice	65
Obrázek 50: Totožné kružnice	65
Obrázek 51: Nesoustředné kružnice – vně sebe	66
Obrázek 52: Nesoustředné kružnice – jedna uvnitř druhé	66
Obrázek 53: Nesoustředné kružnice – vnější dotyk.....	67
Obrázek 54: Nesoustředné kružnice – vnitřní/vnější dotyk.....	67
Obrázek 55: Nesoustředné kružnice – jedna protíná druhou	68

Seznam tabulek

Tabulka 1: Počty učitelů na participujících školách a počet shodných odpovědí na otázku dotazníku.....	22
Tabulka 2: Věková struktura učitelů regionálního školství bez řídicích pracovníků - ženy a muži v roce 2013	24
Tabulka 3: Informační tabulka funkcí/vlastností užitých v appletech	43
Tabulka 4: Počty konstrukčních úloh vkládaných do písemných prací.....	70

Seznam grafů

Graf 1: Rozložení učitelů dle typů škol	22
Graf 2: Počty respondentů v jednotlivých krajích	23
Graf 3: Délky praxí učitelů matematiky	23
Graf 4: Délky praxí podle typu školy	24
Graf 5: Intenzita použití interaktivní tabule či dataprojektoru.....	25
Graf 6: Využití dataprojektoru při výuce matematiky	25
Graf 7: Využití interaktivní tabule při výuce matematiky	26
Graf 8: Zdroje příkladů do písemných prací.....	27
Graf 9: Forma zadání písemných prací	27
Graf 10: Náležitosti písemné práce.....	28
Graf 11: Rozdíly ve variantách písemných prací.....	28
Graf 12: Rozmístění zadání a prostoru pro vypracování v písemné práci.....	29
Graf 13: Témata z planimetrie pro 2. stupeň ZŠ.....	30
Graf 14: Příklad normálního rozdělení výsledků písemné práce.....	35
Graf 15: Četnost psaní písemných prací	70
Graf 16: Hodnocení písemných prací	70
Graf 17: Naplněnost očekávání z vytvořených webových stránek.....	71
Graf 18: Spokojenost s přehledností webových stránek.....	71
Graf 19: Využitelnost stránek ke tvorbě písemných prací/pracovních listů.....	72
Graf 20: Použitelnost stránek při výuce.....	72
Graf 21: Doporučení stránek kolegům.....	73
Graf 22: Doporučení stránek žákům	74

Seznam zkratek

ZŠ – základní škola

SŠ – střední škola

VŠ – vysoká škola

RVP – Rámcový vzdělávací program

ŠVP – Školní vzdělávací program

PC – osobní počítač

tj. – to je

tzn. – to znamená

pozn. – poznámka

př. n. l. – před naším letopočtem

Seznam užitých symbolů

\equiv	je totožné
\neq	není totožné
\in	leží na (náleží)
\notin	neleží na (nenáleží)
$=$	rovnost
$<, >$	nerovnost
\cap	průnik
\wedge	konjunkce („a zároveň“)
\parallel	rovnoběžnost
\nparallel	různoběžnost
\perp	kolmost
A	bod A
AB	úsečka AB
a	přímka a
$\leftrightarrow AB$	přímka daná body A, B
$\mapsto AB$	polopřímka daná body A, B
$\alpha, \beta, \gamma, \dots$	označení úhlu
$\sphericalangle ABC$	úhel daný trojicí nekolineárních bodů A, B, C ; vrchol úhlu je v bodě B
$ AB $	velikost úsečky AB
$v(a, b)$	vzdálenost přímek a a b
$ \sphericalangle ABC $	velikost úhlu
$k(S, r)$	kružnice k daná středem S a poloměrem r
$S(S): A \rightarrow A'$	středová souměrnost se středem S , v níž se bod A zobrazí do bodu A'
$O(p): A \rightarrow A'$	osová souměrnost s osou v přímce p , bod A se v ní zobrazí do bodu A'
o_{AB}	osa úsečky AB
o_{ABC}	osa úhlu ABC
o_{α}	osa úhlu α

Úvod

Tvorba písemných prací, nejen z geometrie, je sama o sobě složitá činnost. Učitelé hledají všemožně příklady, které by mohli do písemných prací použít. Důležité totiž je příklady v písemných pracích obměňovat. Ne vždy se nám totiž povede s žáky probrat to, též co v předchozích letech, nebo máme žáky nadanější či méně chápavé a těm musíme písemné práce přizpůsobit.

V dnešní době plno učitelů spoléhá na příklady, které jsou k dispozici na internetu. Důvodem je to, že příkladů na jednom místě nalezneme plno i v různých verzích. Další výhodou je snadná dostupnost, pokud máme připojení k síti. Když nemáme k dispozici sbírky, je jednodušší hledat příklady na internetu než shánět knihy, učebnice, pracovní sešity či jiné knižní materiály. Ovšem nalezení několika tematických příkladů včetně řešení na internetu je též časově náročné. Nalezené příklady je pak potřebné buď přenést na papír a mít tak písemnou práci psanou ručně, nebo je převést do nějakého dokumentu a písemnou práci vytvořit na počítači. Obojí má své pro a proti. K vytvoření webových stránek pro tvorbu písemných prací z planimetrie mě přivedlo to, že geometricky zaměřených a kvalitních webových stránek není mnoho. Pokud chci z internetu zkopírovat nějaký již vytvořený příklad, nastává problém s formátováním. Proto jsem se rozhodla vytvořit stránky, na kterých bude sjednocen styl příkladů včetně jejich různých variant.

Nyní jsou populární konstrukce vytvářené v geometrických softwarech a jejich následné zveřejnění na internetu - tzv. applety. Tuto formu též využívám, jelikož umožňuje z jednoho zadání změnou parametrů či přesunem objektů udělat příklad s jiným řešením. Je to výhodné pro příklady, které za různých podmínek dávají rozdílná řešení. Applety jsou určeny především žákům, kteří si mohou různé varianty řešení (změny parametrů) vyzkoušet, aniž by si museli zadání překreslovat na papír a zkoušet zdlouhavě rýsovat odlišné verze téhož zadání příkladu. Pro učitele mohou mít applety funkci výukového materiálu.

1 Stríčky z historie geometrie

První geometrické zkušenosti si lidé osvojovali při praktických činnostech (stavba obydlí, výroba nástrojů, zbraní, oděvu, při orientaci v terénu,...). V následujících kapitolách se okrajově seznámíme s historií geometrie (včetně planimetrie) a s významnými osobnostmi z jejího vývoje. Slovo planimetrie vzniklo složením latinského *planum* – rovina a řeckého *metria* – měření.

1.1 Pravěk



Obrázek 1: Zdobení pravěké keramiky

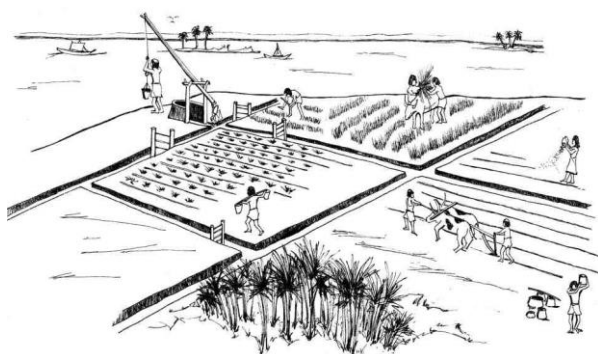
Příroda poskytovala pravěkým lidem předměty, suroviny a rostliny, které nabývaly nejrůznějších tvarů. Jejich napodobování a porovnávání se stalo pohnutkou pro utváření základních geometrických znalostí a dovedností.

Pro ozdobu na hliněných nádobách (viz ilustrační obrázek z doby eneolitu)

byly používány pásy, lomené čáry, trojúhelníky, rovnoběžníky, šrafování, přibližné dělení kružnice na stejné díly, symetrie.

Pozorováním pohybu Slunce lidé došli k představě o světových stranách, což patrně vedlo i k prvním úvahám týkajícím se pravého úhlu.

1.2 Starověk



Obrázek 2: Egypťský zavlažovací systém

Geometrické znalosti nejstarších civilizací (Mezopotámie, Egypt, Čína, Indie), které vznikaly v 5., 4. a 3. tisíciletí př. n. l. kolem velkých řek, dovolovaly realizovat náročné stavební práce (zavlažovací systémy a vodní nádrže, chrámy, hradby a opevnění, pyramidy), stavět lodě a vozy, vyměřovat pole, tesat z kamene nejen kvádry, ale i složitější tělesa a umělecké sochy.

Egyptská, mezopotámská, indická i čínská matematika přinesly řadu pozoruhodných výsledků, ale přesto v tomto období ještě nehovoříme o matematice jako o vědě. Existovaly návody (vzorce) – ať už přesné či přibližné – pro výpočet obsahu trojúhelníku, čtyřúhelníku a kruhu. Například dávno před Pythagorem znali již větu dnes nazývanou Pythagorova.

Základní otázkou všech problémů bylo JAK? a ne PROČ? Změna nastala až v antice (cca v 6.–4. stol. př. n. l.), teprve Řekové udělali první krok od izolovaných, vzájemně nepropojených a nezdůvodňovaných poznatků k deduktivně budovaným teoriím, v nichž je jedním z nejdůležitějších požadavků důkaz předkládaných tvrzení. Geometrie již není praktickou pomůckou pro řemeslníky a zeměměřiče, ale stává se vědou o tvarech, v níž se



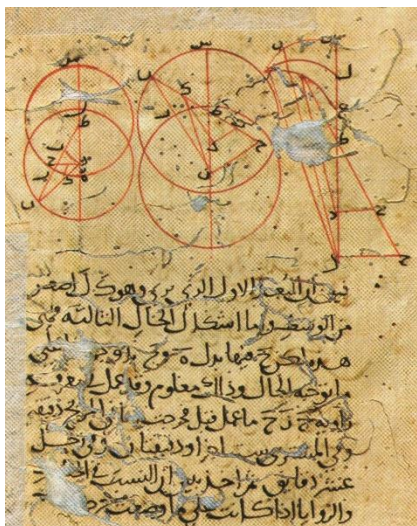
Obrázek 3: Fragment ze 2. knihy Základů

uplatňují slovní definice, poučky a různé metody důkazu. Eukleides, který ve své knize Základy shrnul tehdejší matematické poznatky do logicky provázané struktury, tak ovlivnil vývoj matematiky na další dvě tisíciletí. V Základech zachytil abstraktní strukturu geometrických útvarů pomocí definic, axiomů a postulátů.

(Tháles z Milétu (cca 624–543 př. n. l.),

Pythagoras ze Samu (cca 560–480 př. n. l.), Pythagorejci, Aristoteles ze Stageiry (cca 384–322 př. n. l.), Euklides z Alexandrie (cca 340–280 př. n. l.), Archimédes ze Syrakus (cca 287–212 př. n. l.), Apollónius z Pergy (2. pol. 3. stol.–počátek 2. stol. př. n. l.)

1.3 Středověk



Obrázek 4: Ibn Síná – astronomický pohyb

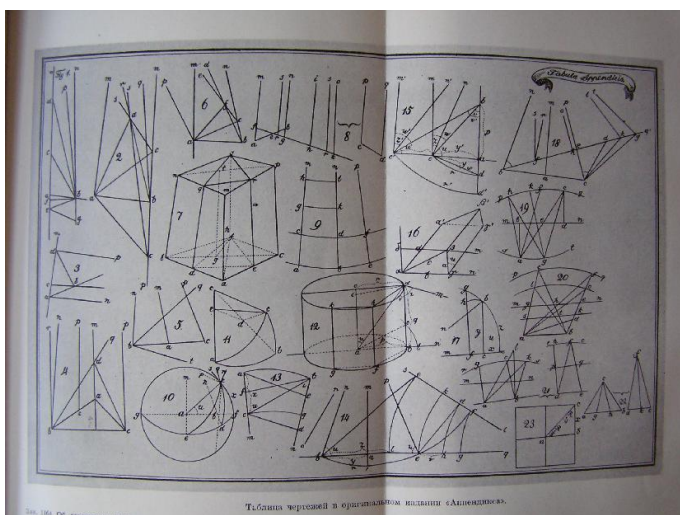
Nový rozkvět matematiky přichází až s nástupem mohutné islámské říše, která v 7.–10. století sahala od Španělska až po střední Asii. Mnohá řecká díla, která se nedochovala, známe jen díky arabským překladům. Islámská geometrie zahrnovala např. studium problému rovnoběžek, konstrukce kružítkem a pravítkem apod. (Al-Fárábí (cca 870–950), Ibn Síná – Avicenna (980–1037), Omar Chajjám (1048–1131))

Evropská středověká matematika včetně geometrie klesla opět na úroveň praktické matematiky nutné k hospodářskému životu. Na nově zakládaných univerzitách pak byla používána literatura, která vznikla překladem matematických spisů především z arabštiny do latiny.

1.4 Novověk

Zásadní zlom ve vývoji matematiky přišel v 17. století. Francouzi Descartes a Fermat aplikací algebry při řešení geometrických úloh položili základy analytické geometrie. Od analytické geometrie a s ní souvisejícího studia křivek, byl již jen krok k nejvýznamnějšímu objevu 17. století – objevu diferenciálního a integrálního počtu. (*René Descartes (1596–1650), Pierre Fermat (1601–1665)*)

V 17. století, ale hlavně pak v 18. století se objevuje ještě jedna geometrická disciplína – projektivní geometrie. (*Gérard Desargues (1593–1661, Blais Pascal (1623–1662), Gaspard Monge (1746–1818)*)



Obrázek 5: Neeuklidovská geometrie

V 19. století můžeme najít kořeny všech moderních matematických disciplín. Marné úsilí o důkaz 5. Eukleidova postulátu vedlo k objevu neeukleidovské geometrie. (*Carl Friedrich Gauss (1777–1855), János Bolyai (1802–1860), Nikolaj Ivanovič Lobačevskij (1792–1856), Bernhard Riemann (1826–1866)*)

Významné podněty čerpala geometrie v druhé polovině 19. století a počátkem 20. století především z algebry. Moderní metody řešení soustav lineárních rovnic pomocí determinantu a matic pomohly mimo jiné sjednotit postupy pro analytické řešení úloh v rovině a v prostoru a ukázaly cestu i k více-rozměrným prostorům. (*Felix Klein (1849–1925)*)

Teprve na přelomu 19. a 20. století, tj. po několika tisíciletích vývoje, je geometrie postavena na pevné základy. (*David Hilbert (1862–1943)*)

Matematika 20. století je ve znamení vysokého stupně abstrakce. Už to není jen eukleidovská rovina, kterou se zabýváme, ale vektorové a topologické prostory; již nás nezajímá jedna konkrétní grupa, ale celé třídy grup. [1 s. 7–10]

2 Vstupní dotazník

Abych se mohla vůbec pustit do realizace tvorby webových stránek, bylo pro mě důležité pomocí dotazníku zjistit nějaké poznatky a zkušenosti od učitelů matematiky z praxe. Jejich odpovědi mi pomohly doplnit představu o tom, co by se na stránkách mělo objevit.

Rozesílání dotazníku i jeho následné vyplňování respondenty probíhalo elektronickou formou. K vytvoření dotazníku jsem použila aplikaci Formuláře Google z GoogleDocs. Možné odpovědi na otázky jsem užíla jak otevřené, tak uzavřené. Většinou si učitelé matematiky volili z předem nabízených odpovědí s možností dopsat i nenabízenou (svou vlastní) odpověď. Rozesílaný dotazník je k nahlédnutí v příloze 1.

Z výsledků dotazníku se nedají dělat obecně platné závěry, protože vzorek učitelů matematiky není reprezentativní (vzorek učitelů matematiky nebyl vybírán ani náhodným, ani kvótním výběrem). V následujících podkapitolách se seznámíme s výzkumnými nálezy od respondentů, s otázkami a s výsledky dotazníku.

2.1 Struktura výběrového vzorku

Dotazník byl adresován učitelům matematiky všech stupňů škol, přestože jsou webové stránky primárně určeny pro učitele a žáky 2. stupně základní školy. Jedním z důvodů oslovení učitelů z vyšších stupňů vzdělávání je ta skutečnost, že tito učitelé navazují na znalosti žáků ze ZŠ. Proto je jejich názor pro tvorbu písemných prací též důležitý.

Výběrový vzorek byl hledán a vybírán na portálu <http://www.atlasskolstvi.cz> (základní vzorek). Bylo osloveno vždy 20 základních škol a 10 středních škol z regionu. Regiony na tomto portálu odpovídají 14-ti krajům + Brnu a Ostravě. Snažila jsem se pokrýt různé druhy škol podle zřizovatele (státní, soukromé, církevní) či dle zaměření (umělecké, sportovní, matematické,...). Z důvodu nedohledatelnosti přímých kontaktů na učitele matematiky na konkrétních školách jsem se rozhodla vždy oslovit zástupce ředitele nebo napsat na kontaktní e-mail školy žádost, aby byl e-mail přeposlán matematikům na jejich škole. Celkem bylo osloveno 320 základních a 160 středních škol naší republiky. Učitelé vysokých škol byli oslovováni již na osobní e-mailové adresy. Kontakty na ně mi poskytla vedoucí diplomové práce na základě jejich osobních znalostí vysokoškolských vyučujících z odborných, geometricky zaměřených seminářů a konferencí. Celkem jsem obeslala 89 vyučujících matematiky, ale i geometrie z vysokých škol.

2.2 Obsah vstupního dotazníku

Dotazník je rozdělen do 8 stran, z nichž každá má samostatné téma zkoumání. Na 1. straně je úvod, v němž jsou respondenti seznámeni s cílem dotazníku a s cíli diplomové práce. Druhá strana je věnována zjištění informací o respondentovi - stupeň školy, kde vyučuje; kolik učitelů matematiky je na jeho škole; v jakém kraji vyučuje a kolik let má praxe. Na 3. straně zjišťujeme, jak často a za jakým účelem učitelé používají dataprojektor či interaktivní tabuli. Na čtvrté straně učitelé uvádí, jakým způsobem tvoří písemné práce a odkud čerpají příklady. 5. strana je ta z důležitějších pro zjištění údajů pro webové stránky a nalezneme na ní otázky, jaké náležitosti by písemná práce dle respondentů měla mít. Na další straně zjišťujeme, jak učitelé tvoří varianty písemných prací a jestli preferují zadání úloh pohromadě či s prostorem pro vypracování úlohy hned pod jejím zadáním. Důležitá pro tvorbu webových stránek je též 7. strana, kde učitelé zaškrtaávají témata, která by preferovali zařadit na připravované webové stránky. Na osmé straně je poděkování a možnost napsání svého kontaktu pro budoucí možnou spolupráci.

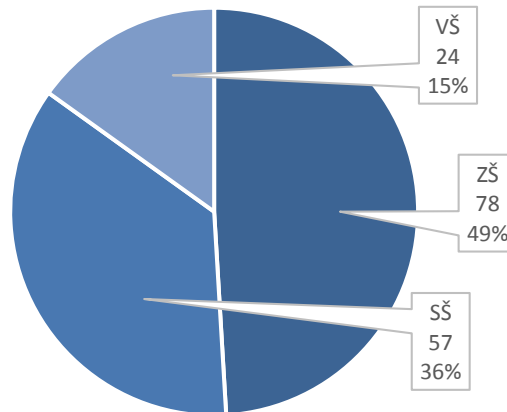
2.3 Výsledky vstupního dotazníku a diskuse

Celkem bylo přijato 159 vrátivších se vyplněných dotazníků ze všech stupňů škol. I přes tuto nižší návratnost jsou výpovědi velkým přínosem pro zaměření a obsah webových stránek.

Pro lepší vizualizaci uvádím výsledky v názorné podobě formě pomocí grafů. Koláčové grafy značí odpovědi, které byly předem nadefinované, a učitelé si mohli vybrat pouze jednu odpověď z nabízených. V popisících koláčového grafu jsou uvedeny možné odpovědi, v každé z nich je uveden počet respondentů, kteří danou odpověď zvolili, a také počet odpovědí vyjádřený v procentech. 100% značí 159 vyplněných dotazníků. Pruhové grafy značí výpovědi, kdy učitel mohl na otázku odpovědět vícero možnostmi. V případech, kdy učitelé mohli sami dopsat odpověď, uvádím jen ty odpovědi, které byly jiné než nabízené (učitelé totiž odpovídali do okénka jiných odpovědí i nabízené položky), v případě podobnosti odpovědí zapisuji jen v jedné podobě.

Nyní se seznámíme s výpověďmi na jednotlivé položky. Příslušné výpovědi jsou doplněny o komentáře, které nejsou dostatečně podloženy (nízká návratnost dotazníku), a tudíž nemohou být výsledky zobecňovány, přesto nám dostupný výběr může poskytnout cenné podněty k diskusi.

1) Na jaké škole vyučujete?



Graf 1: Rozložení učitelů dle typů škol

2) Kolik učitelů vyučuje na vaší škole matematiku?

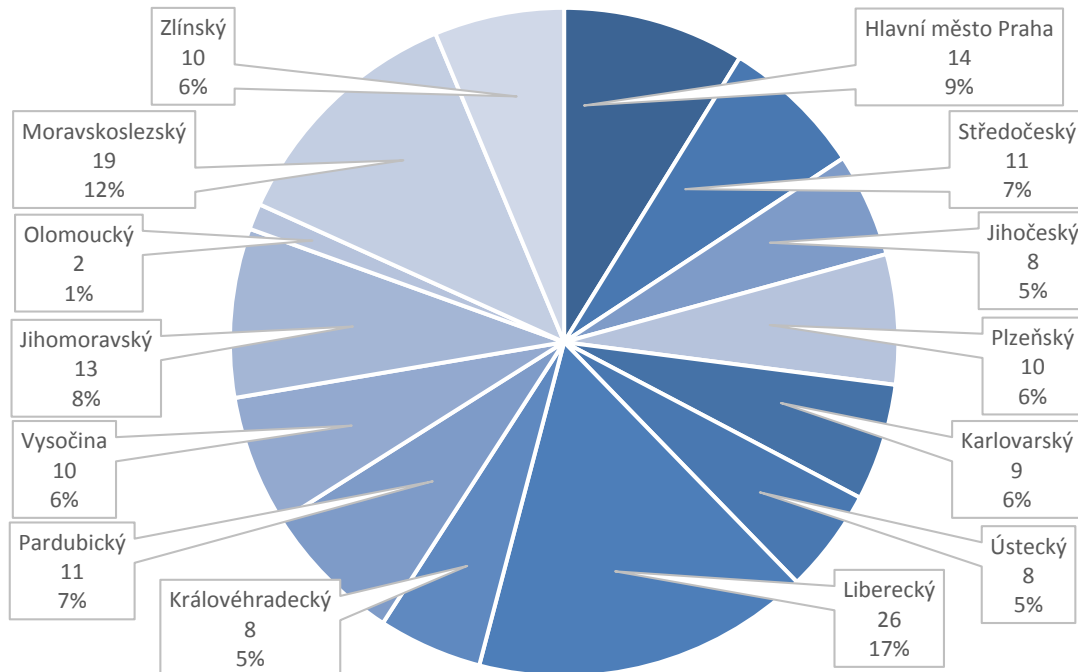
Následující tabulka ukazuje přehled počtu učitelů matematiky na školách, z nichž alespoň jeden učitel zodpověděl uvedený dotazník, a přehled počtu stejných odpovědí na otázku z dotazníku. Některé hodnoty jsou natolik zvláštní, že pravděpodobně učitelé počítali celkový počet učitelů na škole a ne matematiků. Tato informace měla sloužit k výpočtu přibližné hodnoty, ke kolika učitelům by se v nejideálnějším případě mohl dotazník dostat. Bylo obesláno dohromady 480 základních a středních škol. Budeme-li počítat medián, vyjdou nám 3 učitelé na školu (vysoké školy jsem z výpočtu vynechala z toho důvodu, že tam jsou počty učitelů výrazně odlišné). Což by znamenalo, že se dotazník mohl dostat k 1140 učitelům. To že přišlo vyplněných 159 výpovědí, je možná zapříčiněno tím, že ne každý učitel matematiky má zájem o elektronickou podobu materiálů na výuku či ho neoslovilo online dotazování.

Tabulka 1: Počty učitelů na participujících školách a počet shodných odpovědí na otázku dotazníku

ZŠ		SŠ	VŠ	
počty učitelů	počet odpovědí	počet odpovědí	počty učitelů	počet odpovědí
1	4	6	3	1
2	19	9	8	1
3	20	12	12, 15, 18	1
4	15	9	20	2
5	7	4	27	2
6	2	4	30, 40	3
7	3	4	60	4
8	2	3	70	3
9	1	4	100	1
11	1	1	150	1
12	1			

3) V jakém kraji působíte?

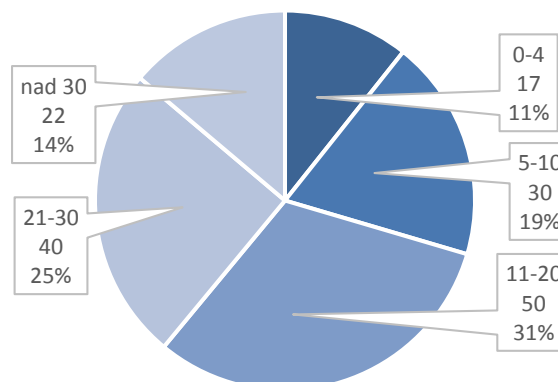
Největší návratnost je z Libereckého kraje, což přisuzuji i tomu, že jsem některé učitele o vyplnění dotazníku prosila osobně. Dále se výrazněji odlišuje Moravskoslezský kraj, kde je výsledné číslo odpovědí navýšeno počtem odpovědí vysokoškolských učitelů.



Graf 2: Počty respondentů v jednotlivých krajích

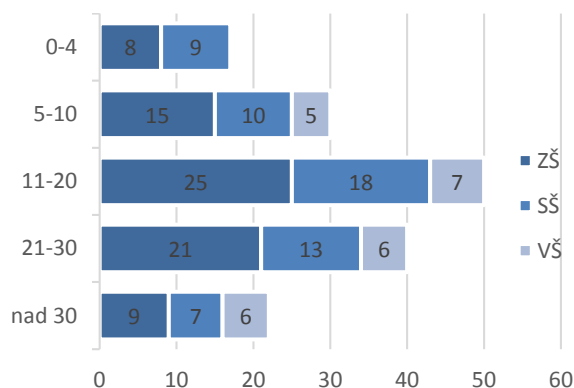
4) Kolik let vyučujete matematiku?

Pro porovnání s mými výsledky jsem našla v ročence statistického úřadu tabulku o věkové struktuře učitelů (viz tabulka 2). Mnou získaný výsledek koresponduje s normálním rozdělením, což by se dalo považovat za ideální stav (nelze brát za směrodatné z důvodů uvedených v úvodu kapitoly). Nicméně i dle hodnot ze statistické ročenky má věková struktura učitelů normální rozdělení. Proto by se dala uvažovat spojitost mezi věkem učitele a délkou jeho praxe. V tabulce ale chybí informace o vysokoškolských učitelích, které by mohli výsledky ovlivnit.



Graf 3: Délky praxí učitelů matematiky

Za povšimnutí stojí, že do kategorie 0-4 nespadá žádný vysokoškolský respondent zaměřený na matematiku.



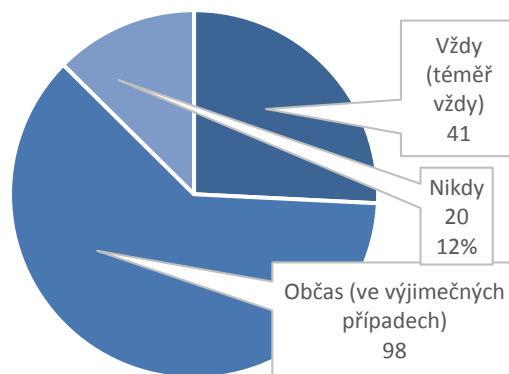
Graf 4: Délky praxí podle typu školy

Tabulka 2: Věková struktura učitelů regionálního školství bez řídicích pracovníků - ženy a muži v roce 2013

Ukazatel	Věková skupina					
	do 25 let	26–35 let	36–45 let	46–55 let	56–65 let	66 a více let
Mateřské školy učitelé celkem	8,1%	14,6%	22,1%	39,8%	14,7%	0,7%
Základní školy učitelé celkem	1,5%	18,5%	30,3%	33,4%	15,4%	0,9%
ženy	1,5%	16,7%	30,6%	35,2%	15,3%	0,8%
muži	1,5%	29,0%	28,7%	23,0%	16,3%	1,6%
Střední školy, konzervatoře a vyšší odborné školy učitelé celkem	0,6%	15,5%	25,2%	36,0%	21,0%	1,7%
ženy	0,6%	14,1%	26,9%	39,2%	18,1%	1,0%
muži	0,6%	18,2%	21,9%	30,0%	26,4%	2,8%
Školy pro žáky se speciálními vzdělávacími potřebami učitelé celkem	1,6%	15,0%	28,7%	39,1%	14,8%	0,8%
ženy	1,7%	14,4%	29,3%	40,5%	13,6%	0,7%
muži	1,3%	18,4%	25,3%	31,7%	22,0%	1,3%

5) Jak často využíváte při výuce matematiky interaktivní tabuli či dataprojektor?

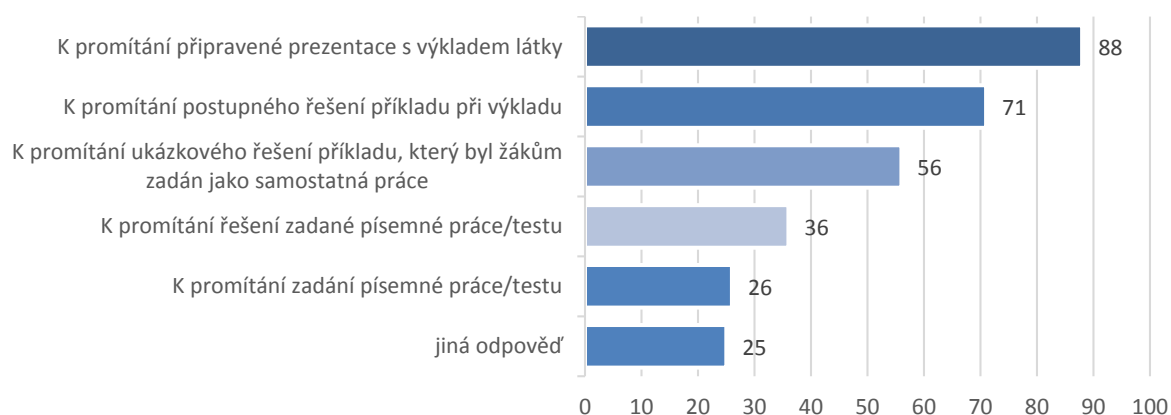
Zda učitelé využívají/nevyžívají dataprojektor či interaktivní tabuli dosti záleží na tom, jak je vybavená škola či učebny, ve kterých vyučují. Výpovědi naznačily, že délka praxe nemá na používání těchto technologií vliv (díky malému počtu výpovědí nelze zobecňovat).



Graf 5: Intenzita použití interaktivní tabule či dataprojektoru

6) Za jakým účelem využíváte dataprojektor?

Uvedený výzkumný nález ukazuje, že se dataprojektor využívá převážně pro prezentování výukových materiálů. Z jiných výpovědí se dozvíme, že jsou žákům ukazovány i zajímavosti. Používání dataprojektoru by nemělo stavět žáka do pozice pasivního posluchače. Promítání by mělo sloužit k tomu, aby učitel ušetřil čas, aby jej využil pro praktické části hodiny - tj. pro samostatné činnosti žáků. Dále je tento prostředek někdy lepší pro vizualizaci probíraného tématu. Samozřejmě je ale účinnější, když si žáci mohou něco přímo osahat, než když to jen vidí - při výuce je potřeba zapojit co nejvíce smyslových center.



Graf 6: Využití dataprojektoru při výuce matematiky

Jiné odpovědi: vyhledávání dostupných informací; rýsování pod vizualizérem; modelování; geometrické animace (nejčastěji ve spojení s iPadem); promítání zadání slovních úloh, jejichž diktování by zabralo mnoho času; promítnutí fotografie a pak v ní hledáme tělesa, obrazce, a určíme výšku, osu atd.; k promítání zadání písemné práce; materiály v programu Geogebra, Cabri - ke kontrole studentů, zda daný úkol zvládli; cvičení hrou - AZ kvíz, osmisměrky atd.; applety, video; k promítání toho, co nelze jednoduše nakreslit na tabuli.

7) Za jakým účelem využíváte interaktivní tabuli?

Co se týče interaktivních tabulí, tak na mnoha školách je pro výuku matematiky nemá. Já to považuji spíše jako plus. Odpověď, která mě na tuto otázku nepotěšila, byla od středoškolského učitele a zní: „Interaktivní tabuli používám stále - pro vše, nemám jinou tabuli“. Myslím, že ve výuce matematiky je klasická tabule nejdůležitější. Ovšem pro oživení výuky je interaktivní tabule zajímavý nástroj, když je správně uchopen. Pokud by se ale její užívání stalo všedností, tak to nejspíše žádné dlouhodobé kladné účinky pro žáky ani učitele mít nebude.

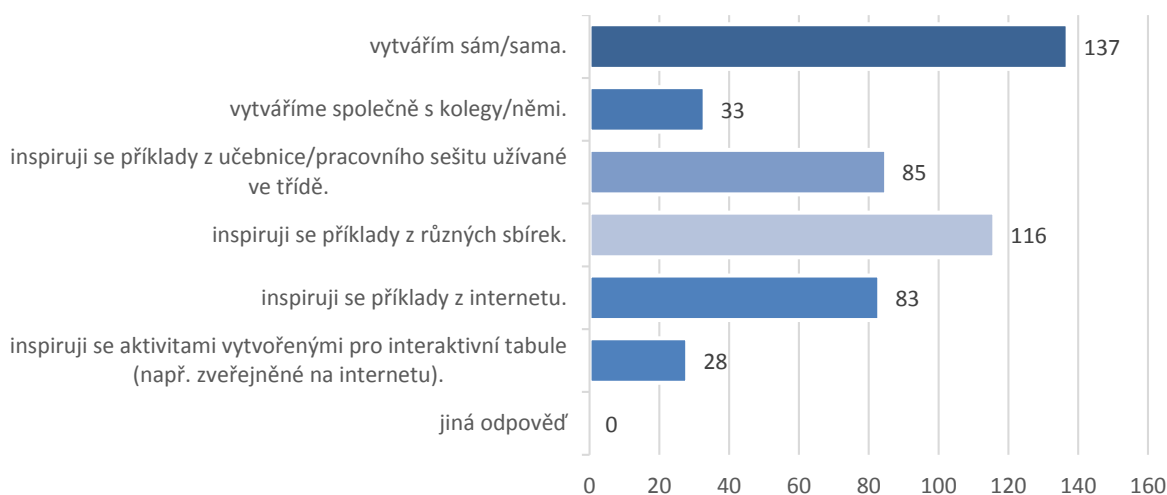


Graf 7: Využití interaktivní tabule při výuce matematiky

Jiné odpovědi: aktuální informace z webu; modelování úloh; motivace.

8) Písemné práce, které zadáváte svým žákům

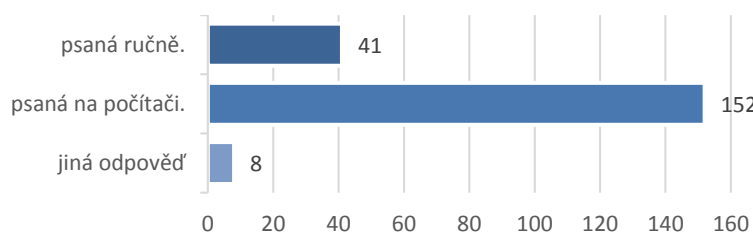
Ve výpovědích na uvedený dotaz mě překvapila nepříliš velká spolupráce mezi kolegy. Mohlo by z nich vyplývat, že na jedné škole v paralelních třídách mají učitelé na žáky různé požadavky. A i když se jedná o stejnou školu, tak žáci odlišných tříd téhož ročníku mohou odcházet s různými znalostmi.



Graf 8: Zdroje příkladů do písemných prací

9) Zadání písemných prací jsou

V dnešní době jsou počítače hojně využívaný nástroj pro přípravu na výuku i pro samotnou výuku. Proto není překvapením, že i zadání písemných prací je vytvářeno převážně na počítači (PC). Tento trend je asi i trochu zapříčiněn tím, že se učitelé bojí nečitelnosti svých zadání. Přesto psaní vzorců a příkladů je rychlejší ručně. Ovšem dělání oprav a úprav je lépe realizovatelné v dokumentu vytvořeném na počítači. Několik učitelů odpovídalo, že spojují obě metody (psaní ručně i na PC). Například čtvrtletní práce jsou psány na PC a malé testy ručně. Ručně psané písemné práce mají spíše učitelé s delší dobou praxe. Písemné práce mají pravděpodobně i z dob, kdy nebyla výpočetní technika v takové dostupnosti a zůstávají u svých zaběhnutých metod psaní písemných prací ručně i nadále.



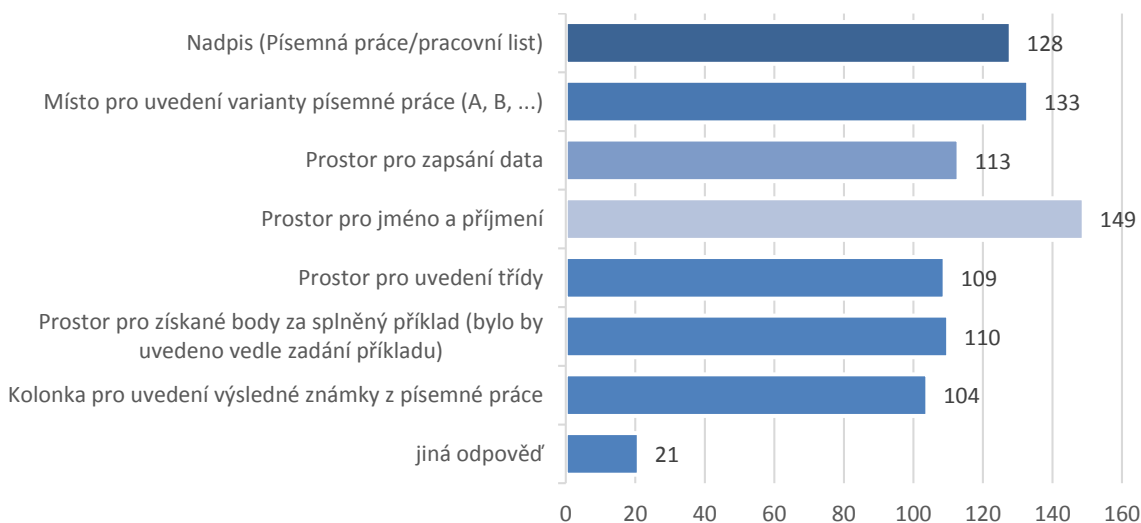
Graf 9: Forma zadání písemných prací

Jiné odpovědi: stažená z internetu, na počítači jako kvíz - žáci odpovídají hlasovacím zařízením.

10) Jaké formální náležitosti by měla podle Vás písemná práce obsahovat? (záhlaví písemné práce)

Tyto výpovědi jsou důležité pro zahrnutí co největší nabídky náležitostí, které si učitelé budou moci vybrat do své hlavičky při vytváření vlastní písemné práce na webových stránkách. Jestli učitelé budou ve svých písemných pracích nějaké hlavičky vůbec mít,

záleží pouze na nich. Je ale důležité pokrýt vše (mít v nabídce na webových stránkách vše), co by učitelé mohli chtít do hlavičky uvést.

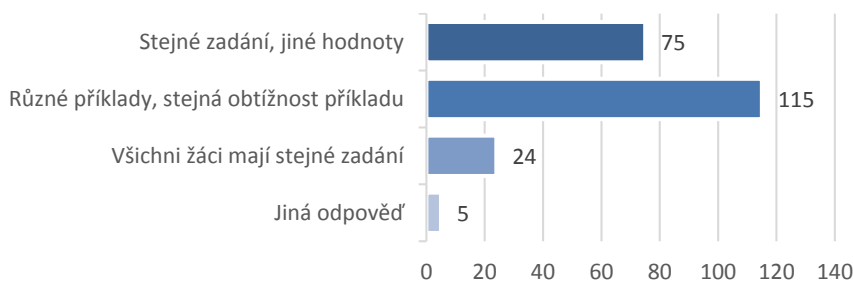


Graf 10: Náležitosti písemné práce

Jiné odpovědi: čas, který má žák na práci; míra naplnění očekávaných výstupů žáka a jejich specifikace; kolonka pro celkový počet bodů a dosažených procent; tabulka s body a příslušnou známkou; datum opravy do školního sešitu; oblast učiva - název látky možnost sebehodnocení; uvedení varianty A, B nedoporučuji, usnadňuje se tak žákům možnost opisování.

11) Jak se liší příklady v jednotlivých variantách Vašich písemných prací?

Ukazuje se, že učitelé dávají přednost spíše různým příkladům stejné obtížnosti. Tato odpověď by mohla naznačovat, že je to pro učitele nejlepší obrana proti opisování. Pokud jsou v písemných pracích stejná zadání s jinými hodnotami, tak sice žáci nemohou opisovat výsledky, ale mají možnost „okoukat“ postup. Ve třídách, kde mají všichni stejné zadání, je nejspíše málo žáků a dají se lépe ohlídat. Zajímavá byla odpověď, že zadání dostávají žáci podle svých schopností. Tato odpověď pochází nejspíše od učitele z některé z alternativních škol. V klasické třídě o 25 žácích by toto nebylo realizovatelné. Ovšem je to zajímavý pohled na zadávání písemných prací.

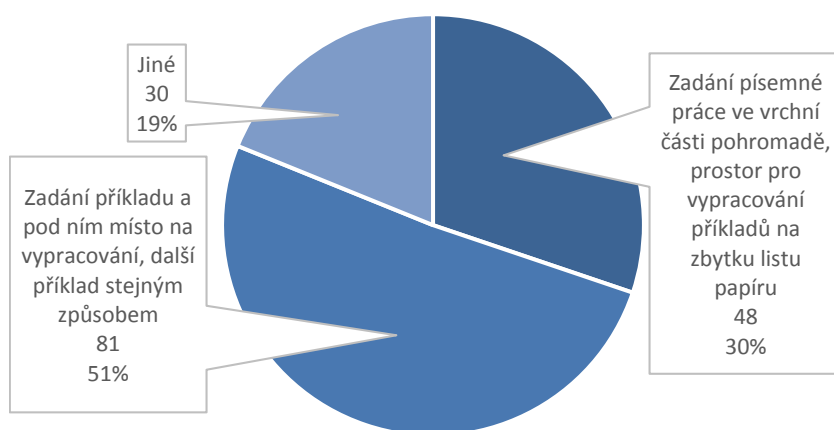


Graf 11: Rozdíly ve variantách písemných prací

Jiné odpovědi: nabídka doplňkových dobrovolných příkladů; obtížnost podle schopnosti jednotlivých žáků; v případě testu stejné zadání, avšak jiné pořadí úloh a pokud jsou v testu uzavřené úlohy, tak změna hodnot či pořadí distraktorů.

12) Jaké formě zadání a prostoru na vypracování příkladu dáváte přednost?

U této otázky mnohokrát zazněla odpověď, že žáci dostanou zadání na zvláštním papíře a písemnou práci píšou buď do speciálního sešitu, anebo na volné listy papíru. Nejspíše i odpovědi, kdy je zadání pohromadě, mohlo být většinou takto pochopeno. Toto řešení je čistě praktické z toho důvodu, že stejné zadání mohou učitelé opakovaně použít, protože si ho žáci nenechávají.

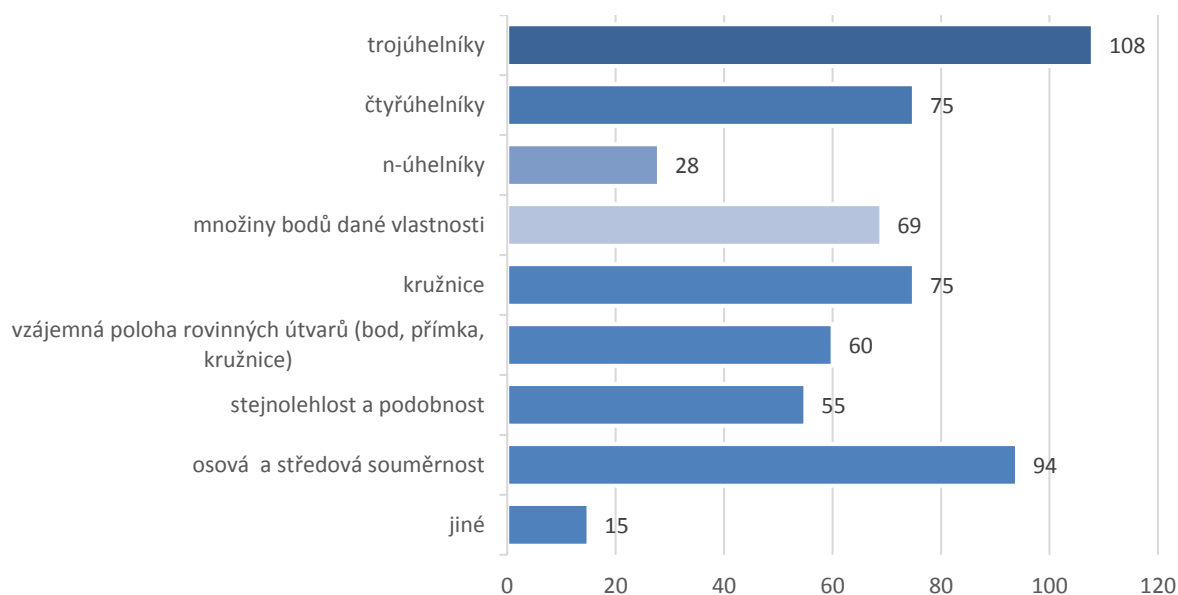


Graf 12: Rozmístění zadání a prostoru pro vypracování v písemné práci

Jiné odpovědi: zadání na zvláštním papíře; elektronická podoba.

13) Úlohy, ze kterých probíraných témat při výuce planimetrie na 2. stupni ZŠ, byste preferovali k zařazení na vytvářené webové stránky?

Předpřipravené odpovědi byly brány jako témata z RVP. Plno učitelů mělo problém vybrat maximálně 4 témata. Pro výuku na ZŠ jsou povinné všechny a dát některým prioritu není jednoduché. Někteří učitelé vznesli prosbu, aby na stránkách bylo pokryto co nejvíce témat. Pro zpracování této diplomové práce jsem si vybrala 4 nejpreferovanější témata: trojúhelníky, osovou a středovou souměrnost a kružnici (ta má stejnou četnost jako čtyřúhelníky, ale pro větší rozmanitost témat jsem vybrala kružnici).



Graf 13: Témata z planimetrie pro 2. stupeň ZŠ

Jiné odpovědi: kuželosečky; posunutí, rotace, dvojice úhlů, obvodové a středové úhly; úhly.

Nabídka další spolupráce

Tuto nabídku přijalo 67 respondentů, což je 42% všech odpovídajících. Rozložení počtů učitelů ZŠ : SŠ : VŠ je 35 : 23 : 9. Tito respondenti většinou více doplňovali otevřené odpovědi a dávali podnětější připomínky. Tato pozitivní zpětná vazba mě potěšila a zároveň překvapila. Rozložení délky praxe je rovnoměrné a žádná skupina znatelně nevyčnívá. Je vidět, že se o elektronické materiály nezajímají jen mladí učitelé, a že v jsou v tomto ohledu aktivní i učitelé starších ročníků. Vidíme, že se učitelé chtějí dále rozvíjet.

3 Zásady pro tvorbu písemných prací

Vytváření písemných prací není jednoduchý proces a je potřeba si vše dobře promyslet. Obsah každé písemné práce by měl odpovídat znalostem a zkušenostem žáků, kterým je písemná práce určena. Je tudíž nutné ji sestavovat podle dané třídy. Málokdy se nám podaří písemné práce bez modifikací „recyklovat“ každý rok.

Na začátku školního roku se učitel vždy s žáky dohodne na průběhu výuky, potřebných pomůckách a například i na způsobu jejich hodnocení, tj. na možnostech získávání známek (dále uvažujeme pouze hodnocení známkou, ne slovní). Znamky mohou žáci v matematice většinou získávat z ústního zkoušení, písemných prací, desetiminutovek, úkolů, samostatných prací či referátů. Je potřeba si s žáky ihned na začátku ujasnit, jakou má která známka váhu k jejich celkovému hodnocení.

Jak jsou písemné práce zadávány a kam je žáci píšou, se řídí učitelem matematiky. Ten si systém přizpůsobí tak, aby jemu nejlépe vyhovoval a pokud možno mu co nejvíce ulehčil práci.

Z výše uvedeného dotazníku vyplynuly následující varianty zadávání a vypracování písemných prací: Žáci píšou do sešitu, jenž je určen pouze pro psaní písemných prací, nebo na volné listy papíru. Učitelé dávají žákům zadání na samostatném papíře a po napsání písemné práce ho sbírají zpět nebo mají žáci zadání již předepsané/předtištěné na papíře, na který vypracovávají písemnou práci. Umístění zadání se liší v tom, zda mají zadání úloh pohromadě v hlavičce papíru či mají zadání úlohy a pod ním místo na vypracování. Každá metoda má své pro a proti. Pokud máme předtištěné zadání pohromadě, tak vzniká problém, kdy žáci musejí otáčet list zpět na zadání, když jim nestačí prostor jedné strany listu papíru. Když máme prostor pro vypracování úlohy ihned pod zadáním, může se stát, že některým žákům daný prostor nestačí a rýsují do zadání další úlohy. V této variantě se vyplatí, pokud to jde, přímo nakreslit zadání nebo říci jak mají žáci konstrukci umístit, aby se jim tam celá úloha bez problémů vešla.

Písemné práce jsou specifické v tom, že je povinné je žákům hlásit dostatečně dopředu, aby se na ně mohli připravit. Toto se netýká tzv. desetiminutovek, které slouží spíše k ověření, zda žáci chápou určitou část probíraného tématu. Písemné práce bývají psány po probrání jednoho učebního celku – tématu. Čtvrtletní práce bývají psány zpravidla 4x do školního roku, tj. ± po 2,5 měsících. Tyto práce shrnují témata probraná za dané čtvrtletí. Psaní písemné práce předchází přípravné hodiny, v nichž si žáci zopakují probíranou

látku a propočítají přípravné úlohy. Během školního roku je povinné psát 4 písemné práce, což odpovídá psát jednu písemnou práci za čtvrtletí.

Tvorba písemných prací by měla procházet třemi fázemi. Jsou to fáze přípravy, realizace a opravy. Dále zmiňované fáze budou zaměřeny již přímo na tvorbu písemných prací z rovinné konstrukční geometrie. Pokud se níže objeví pojem úloha, je tím myšlena konstrukční planimetrická úloha. Následující text vychází z přednášky doc. Jaroslava Perného [3] a je doplněn o mé zkušenosti z praxe.

3.1 1. fáze – příprava

V této fázi je důležité vybrat úkony pro písemnou práci. To znamená písemnou práci vhodně uspořádat. Doporučuje se písemnou práci strukturovat od nejlehčí úlohy po nejtěžší. Může být strukturována například následovně: první 2 úlohy lehké, pak obtížnější, po té o maličko lehčí a nakonec nejobtížnější. Pokud máme ve třídě velké rozdíly v matematických znalostech a dovednostech žáků, je možno dávat poslední úlohu volitelnou. Pak je ovšem důležité si s žáky ujasnit, jak takováto úloha ovlivní hodnocení. Jestliže máme v písemné práci 4 úlohy, pak by určitě 2 měly být záchytným bodem pro méně nadané žáky.

Důležité je si předem rozmyslet bodování či známkování jednotlivých úloh a také určit stupnici hodnocení za dosažené skóre, tj. za celkově získaný počet bodů, ale i celkovou známku vyplývající z dílčích známek získaných za jednotlivé příklady. Každou úlohu je přitom potřeba si rozfázovat na určité části a tím si udat míru splnění zadané úlohy. Pro bodové hodnocení a jeho následné oznámkování se ve většině případů používají klasifikační tabulky s rozložením: do 90% – 1, do 75% – 2, do 45% – 3, do 25% – 4 (viz příloha 2) nebo do 91% – 1, do 71% – 2, do 41% – 3, do 21% – 4. Pokud učitelé známkují jednotlivé úlohy, pak je výsledná známka průměrem známek za jednotlivé úlohy. Někdy se dává každé úloze ještě určitá váha, a proto je počítání průměru o něco složitější. Váha úlohy se stanovuje v případě, kdy jsou v písemné práci úlohy různě obtížné. V dnešní době se prosazuje individuální přístup, který klasifikační tabulky tohoto typu zavrhuje.

Pokud tvoříme písemné práce ve více variantách (nechceme, aby žáci od sebe opisovali), tak máme několik možností, jak to učinit. První možností, jak udělat různé písemné práce jen na oko, je zaměnit pořadí úloh. Pak ovšem již nemůžeme dodržet uspořádání od nejlehčího, jak je uvedeno výše. Za druhé můžeme ponechat zadání úlohy a změnit pouze zadané hodnoty. Zde si musíme ale pohlídat, aby se nám změnou hodnot v jedné skupině

znatelně neztížila/nezjednodušila úloha oproti druhé variantě. V tomto případě by měla být obtížnost příslušných úloh srovnatelná v obou variantách písemné práce. Další možností je zcela změnit zadání úloh, ale na druhou stranu dodržet stejnou obtížnost úloh jako v druhé variantě. Tato možnost je ale nejobtížnější, protože dosti záleží na subjektivním pocitu, co je vlastně jak moc náročné. Mezi žáky pak vznikají dohady, která vlastně ta varianta byla zase těžší.

Ze vstupního dotazníku vznikl také zajímavý postřeh, že není vhodné uvádět variantu písemné práce v její hlavičce. Žákům tak dáváme větší možnost opisovat, protože vědí, od koho mohou. Když pak písemné práce opravujeme, již ze zadání z nebo postupu poznáme, která varianta je jaká, a proto není důležité ji explicitně do záhlaví psát.

V přípravné fázi je též důležité si rozmyslet, na jakou část hodiny je písemná práce určena, tomu je také potřeba přizpůsobit obtížnost úloh. Písemná práce by měla být sestavena tak, aby měl možnost alespoň nějakého úspěchu i ten nejmíň nadaný žák. Je potřeba si ujasnit, co vše budou moci žáci používat (pravítka rovnoběžná, pravítka s ryskou, kružítko, v případě početních úloh například to může být kalkulačka,...). Také je zapotřebí si rozmyslet, jak budu řešit, když někdo danou pomůcku nemá. Půjčím mu ji nebo bude muset pracovat bez ní? Z toho dále plyne, do jaké míry mu jeho „lajdáctví“ uškodí při řešení úloh?

3.2 2. fáze – realizace

Tato fáze zahrnuje vlastní psaní písemné práce žáky a učitelovu činnost během toho. Před začátkem psaní, je potřeba žákům znovu říci podmínky, tj. co mají mít za pomůcky, popřípadě co mohou mít vše na lavici, vypnuté mobily, jaký je postih za přistižení při opisování či použití taháku, jaký čas mají na vypracování písemné práce. Během tohoto opakování pravidel může již učitel rozdávat zadání lícem dolů (aby se žáci nesoustředili na zadání místo na vyslechnutí si podmínek). Poté, co všichni žáci mají před sebou zadání, si jej všichni najednou otočí, učitel s nimi zadání proče, řekne, jakou má která úloha váhu (může to být uvedené i u zadání jednotlivých úloh) a nabídne žákům možnost dotazu. Následně žáci začínají psát písemnou práci.

Učitelům se doporučuje nechodit během písemných prací po třídě, aby neměli nutkání napovídat a tím některým žákům tzv. nadržovat. Ovšem projití třídy se nezakazuje, je třeba důležité pro zkontrolování, jestli žáci opravdu mají všechny pomůcky, v případě že nikoliv, tak musí vzniklou situaci operativně vyřešit; dále pak je důležité pro zjištění, zda žáci

nemají někde umístěné taháky, atd. Učitel by měl být žákům k dispozici k případným dotazům během jejich psaní. Ovšem důležité dotazy by měly být sděleny před začátkem písemné práce. Při psaní nejsou všichni žáci schopni naplno vnímat a důležité sdělení se může minout s účinkem. Většinou situace končí opakovanými dotazy na jednu a tu samou věc.

Pokud chceme sbírat písemné práce před nebo se zvoněním a před psaním písemné práce mají být provedeny výše uvedené náležitosti, pak je doporučovaná délka psaní písemné práce ± maximálně 35 minut.

3.3 3. fáze – oprava

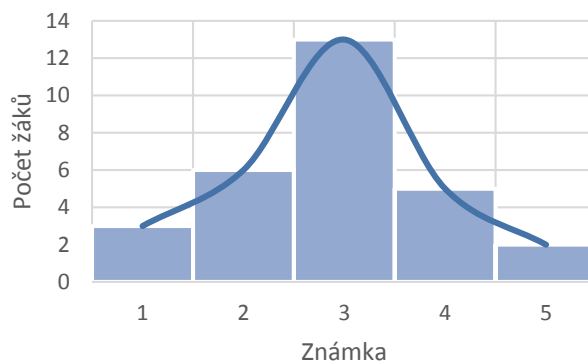
Tato fáze se týká prvně opravy písemných prací učitelem a za druhé také opravy písemných prací žáky.

Při opravě učitel úlohy hodnotí podle svých předem připravených podmínek splnění úrovně úlohy. Je dobré žákům vyznačit, do jaké části mají úlohu správně a tedy, kde v jejich řešení úlohy nastala chyba, či naznačit další správný krok. Je čistě jen na učiteli, zda do písemných prací vpisuje/nevpisuje (poznámky, zaškrťává správné či nesprávné části úloh), či jestli do nich naznačuje další kroky řešení úloh. Učitel též během své praxe zjistí, zda mu více vyhovuje si odškrťávat správné splnění kroku (případně napsat body) nebo pouze dělat křížky (značky) u těch nesprávných kroků. Vše záleží na tom, co je pro učitele více přehledné a za jakých podmínek bude mít při celkovém hodnocení nejmenší chybovost.

V hodnocení geometrických úloh by měla hrát roli i kvalita a čistota rýsování ne jen správnost postupu.

Po opravení všech písemných prací by si měl učitel udělat statistiku výsledků, a to jak celé písemné práce, tak i jednotlivých úloh. Provedená statistika je důležitá jako zpětná vazba učiteli. Měla by mu naznačit, zda byly zadané úlohy příliš obtížné, nebo zda nebyla látka dostatečně probrána či procvičena. Pokud nám vyšla menší než 40% úspěšnost splnění u jednotlivých úloh, nejspíše to značí, že příčinou může být jedna z předchozích variant. Dalším faktorem, proč písemné práce nedopadly s očekávanými výsledky, může být nedostatek času určený k vypracování písemné práce. Pokud nastane nějaký z těchto uvedených „problémů“, je třeba se rozhodnout, jak nastalou situaci řešit. Zda známky počítat plnohodnotně, nebo zmírnit hodnocení či napsat novou písemnou práci. Toto rozhodnutí je opět

na přesvědčení a postojích učitele matematiky. Rozložení počtu studentů a jejich známek by mělo přibližně odpovídat normálnímu rozdělení – tj. Gaussově křivce (viz graf 14).



Graf 14: Příklad normálního rozdělení výsledků písemné práce

V hodině, kdy žákům předkládáme opravené písemné práce, je důležité vést celkové slovní zhodnocení písemné práce pokud možno v pozitivním duchu. Těž je důležité pochválit jedničkáře a především ty žáky, kteří překvapili. Doporučuje se opravit písemnou práci do dvou vyučovacích hodin od jejího napsání. Těžší úlohy opravují žáci pod vedením učitele na tabuli. Opravy se povětšinou píší do školního sešitu, aby se žáci mohli na úlohy kdykoli podívat a doučit se je. Pokud nastal problém, že žáci některou úlohu vůbec nezvládli, je potřeba je látku doučit či znovu procvičit.

Doporučuje se nepsat pouze známku jako zhodnocení písemné práce, ale také přidat nějaké slovní hodnocení, které toho žákovi řekne mnohem více. V těchto případech je opět lepší používat pozitivně laděné hodnocení, tj. chválit i slabší žáky za sebemenší pokrok.

3.4 Ukázkové zpracování písemné práce

Při vytváření této práce jsem spolupracovala s paními učitelkami matematiky ze dvou libereckých základních škol, které si nepřejí být jmenovány. Paní učitelky mi poskytly plno materiálů k příkladům a ukázky písemných prací, které se svými žáky píší. K hodnocení využívají hodnotící tabulku. První uvedená práce je čtvrtletní a je hodnocena dle tabulky do 91% – 1, do 71% – 2, do 41% – 3, do 21% – 4. Druhá uvedená práce je písemná práce na osovou souměrnost, hodnocena dle tabulky do 90% – 1, do 75% – 2, do 45% – 3, do 25% – 4. Obě práce jsou vytvořeny pro žáky 6. třídy.

Pro kontrolu konstrukčních úloh mi byla doporučena tato metoda: zadání a výsledek konstrukce si překreslit na průsvitku, kterou pak jen přiložím na práci žáka a hned vidím, zda konstruoval správně nebo nikoli.

Pozn. Výsledky jsem musela přepsat, protože ze zkopírovaných originálů to nebylo zcela čitelné. Výsledky příkladů/úloh jsou psány modře, bodové ohodnocení červeně.

4. ČTVRTLETNÍ PÍSEMNÁ PRÁCE – 6. ROČNÍK

B

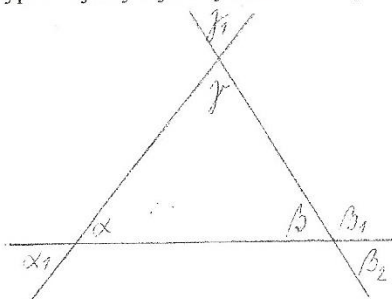
1. Z čísel 5, 8, 14, 21, 36, 45, 96, 111, 252, 324, 525, 1023 vypiš čísla dělitelná
- dvěma 2, 14, 36, 96, 252, 324
 - třemi 21, 36, 45, 96, 111, 252, 324, 525, 1023
 - pěti 5, 45, 525

3b

2. Sestroj obraz $K'L'M'$ libovolného tupohlého trojúhelníku KLM v osové souměrnosti podle osy o , která leží mimo trojúhelník KLM. V trojúhelníku KLM sestroj jeho těžnice.

4b

3. Vypočítej zbývající vyznačené úhly trojúhelníku, jestliže $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 72^\circ$.



$$\begin{aligned} \alpha &= 48^\circ \\ \alpha_1 &= 48^\circ \\ \beta_1 &= 120^\circ \\ \beta_2 &= 60^\circ \\ \gamma_1 &= 72^\circ \end{aligned}$$

5b

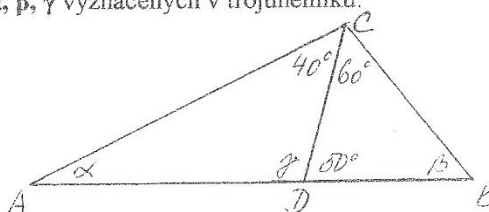
4. Vyber pravdivé výroky:

- Jestliže má trojúhelník shodné právě dva vnitřní úhly, pak je rovnoramenný.
- Rovnoramenný trojúhelník má všechny strany shodné.
- Má-li trojúhelník dva vnitřní úhly rovné 60° , pak je rovnostranný.
- Jestliže má trojúhelník všechny úhly shodné, pak jsou úhly rovné 45° .

2b

5. Vypočítej velikosti úhlů α , β , γ vyznačených v trojúhelníku.

- $\alpha = 40^\circ$
- $\beta = 70^\circ$
- $\gamma = 130^\circ$



3b

6. Sestroj rovnostranný trojúhelník DEF o délce strany $d = 4$ cm a vyznač všechny jeho osy souměrnosti.

2b

7. Sestroj trojúhelník ABC o stranách $a = 6,5$ cm, $b = 5$ cm, $c = 4$ cm. Proveď náčrt, popis konstrukce, konstrukci a závěr. Označ jeho vnitřní a vnější úhly obloučkem a pojmenuj řeckými písmeny. Pojmenuj trojúhelník z hlediska velikosti jeho vnitřních úhlů.

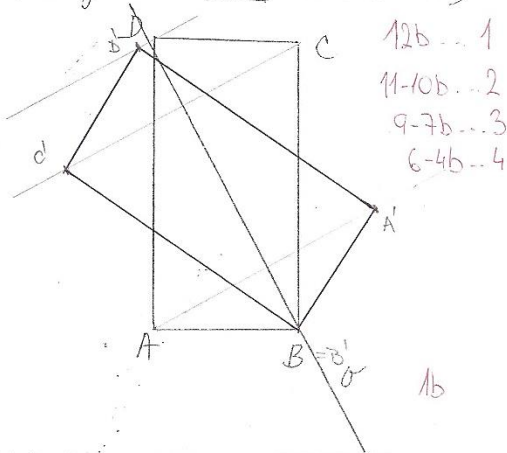
7b

$$\begin{aligned} 26 - 23,5 &= \dots 1 \\ 23 - 18,5 &= \dots 2 \\ 18 - 10,5 &= \dots 3 \\ 10 - 5,5 &= \dots 4 \end{aligned}$$

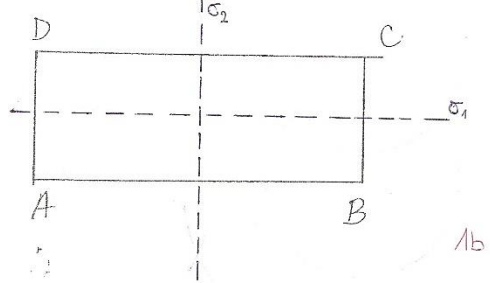
Obrázek 6: Ukázková čtvrtletní práce

Ustava' soumernost - G. lida (B)

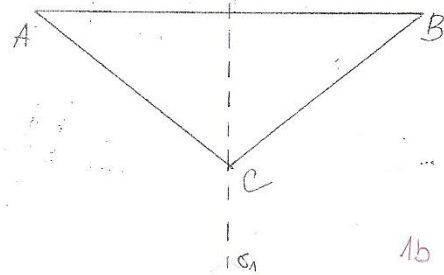
1) Gestny obrak $\square ABCD$ v $\sigma(a)$



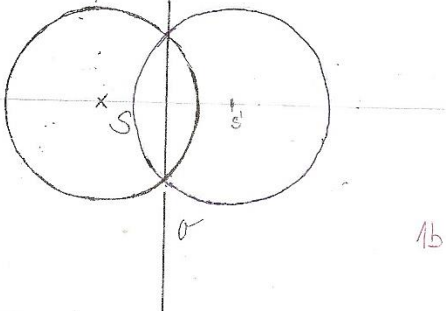
6) Navysuj carkovane
vsechny osy soumerupst
a) obdelnik ABCD



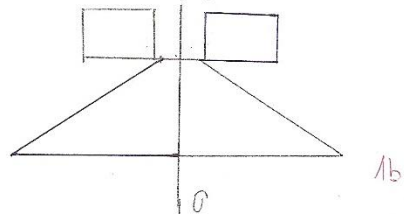
b) trojuhelnik ABC



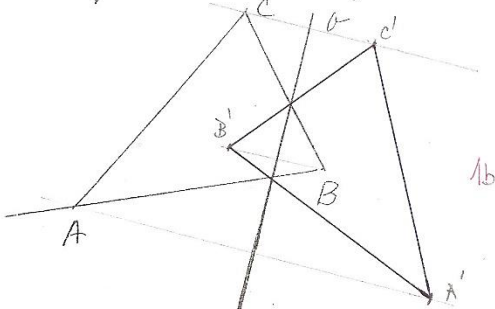
2) Gestny obrak kruhnic v $\sigma(a)$



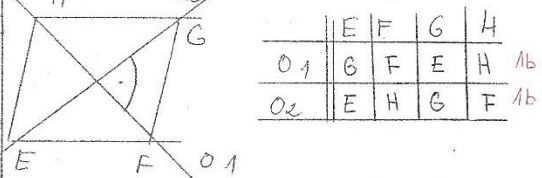
7) Dokresli, aby vznikl
osne soumerupny' obrak



3) Gestny obrak \triangle v $\sigma(a)$



8) Dopln obrak bodu EFGH
do tabulky a) podle osy σ_1
b) podle osy σ_2

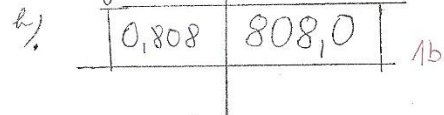
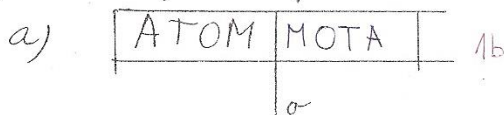


	E	F	G	H	
σ_1	G	F	E	H	lb
σ_2	E	H	G	F	lb

9) Ktera' z ploech A, L, H, S maji'

- 1 osu soumerupst: A 3 lb
- 2 osy soumerupst: H 3 lb
- zadnou osu soumerupst: S, L lb

5) Dopln, aby vznikl osne soumerupny' napis



Obrázek 7: Ukázka písemné práce na osovou souměrnost

4 Řešení konstrukčních úloh

Při řešení planimetrických konstrukčních úloh nejprve nakreslíme náčrtek, po té provedeme rozbor, sestavíme (vytvoříme) zápis konstrukce, sestrojíme vlastní konstrukci, pomocí důkazu ověříme správnost sestrojeného řešení a na závěr rozhodneme o počtech možných řešení, tj. provedeme diskusi. Řešit znamená ze zadaných prvků vytvořit pomocí známých vlastností a vztahů hledaný objekt. Pro řešení využíváme grafických prostředků (pomůcek) - pravítko, kružítko. Nyní je povoleno používat i pravítko s ryskou či úhломěr (objekty jsou sestrojovány na základě euklidovských konstrukcí pouze kružítkem a pravítkem).

4.1 Rozbor

Při rozboru (analýze) hledáme vzájemné souvislosti mezi danými prvky a hledaným řešením úlohy. Přitom předpokládáme, že jsme hledaný útvar již sestrojili. Načrtne tedy hledaný útvar včetně daných prvků a hledáme mezi nimi vzájemné souvislosti, které musí splňovat, pokud má mít úloha řešení. Sled souvislostí mezi hledaným a daným útvarem se snažíme obrátit, tj. přejít od daného útvaru k hledanému. Náčrtek by měl být dostatečně velký, barevný a hlavně přehledný.

4.2 Zápis konstrukce

Zápis konstrukce je slovně nebo symbolicky uvedený postup – „kuchařka“. Je důležité do zápisu uvést vše, co konstruujeme, a ve správném pořadí. Podle tohoto zápisu by měl pak každý, kdo jej obdrží, umět zadanou úlohu vyřešit.

4.3 Konstrukce

Konstrukci rozčleníme na jednotlivé konstrukční kroky, pomocí nichž dospějeme k hledanému útvaru. Doporučuje se buď dělat současně zápis a konstrukci, nebo nejprve zápis a pak konstrukci, nikoli opačně!!!

4.4 Důkaz nebo ověření

Po provedení konstrukce ověřujeme její správnost. Užitím matematických pouček dokazujeme, že sled konstrukčních kroků je správný a že hledaný útvar skutečně vyhovuje všem požadavkům úlohy.

4.5 Diskuse

Nakonec provádíme diskusi řešitelnosti úlohy. Zjišťujeme, za kterých podmínek platných o daných prvcích nebo o prvcích z nich odvozených má úloha řešení a za kterých podmínek je neřešitelná. Přitom zjišťujeme i počet řešení, tj. vymezuje, kdy existuje jedno, dvě nebo i více řešení a kdy neexistuje žádné řešení. [2 s. 7]

4.6 Ukázkový příklad z webových stránek

Na webových stránkách jsou vloženy applety, které dodržují zmíněný postup řešení konstrukční úlohy. V appletech je možné zobrazit náčrtek, symbolický zápis konstrukce a výslednou konstrukci. Diskuse je uvedena pod appletem a zahrnuje možná řešení pro obecně zadanou úlohu.

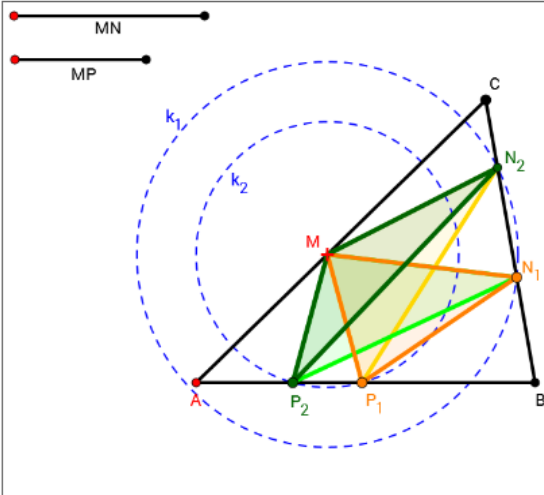
Obdobným způsobem jsou k zobrazení příklady pro vkládání do písemných prací či pracovních listů. V diskusi se pak již nachází počet řešení pro konkrétně zadané parametry úlohy.

Jediné, co se v řešení příkladů na webových stránkách nenachází, je důkaz a ověření.

2

Zadání: Danému trojúhelníku ABC vepište trojúhelník MNP o daných dvou stranách $|MN| = p$, $|MP| = n$ a o vrcholu M v daném bodě strany AC tak, aby bod P ležel na AB a bod N na BC .

Řešení:



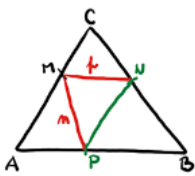
Zobrazit:

- náčrtek
- zápis konstrukce
- konstrukci
- výsledek

$p = 4.5$ $a = 6.7$

$b = 9.5$

$n = 3.1$ $c = 8$



- 1) $k_1; k_1 (M, r=p=|MN|)$
- 2) $k_2; k_2 (M, r=n=|MP|)$
- 3) $N; N \in k_1 \cap BC$
- 4) $P; P \in k_2 \cap AB$
- 5) $\triangle MNP$

Diskuse: Úloha má nejvýše 4 různá řešení. Řešení existuje, jestliže kružnice k_1 protne BC a kružnice k_2 protne AB ve vnitřních bodech.

Zdroj: inspirovaný [3]

Obrázek 8: Ukázkový příklad z webových stránek

5 Webové stránky

Vytvořené webové stránky jsou stěžejní částí této práce. Přístup na ně je možný na adrese: `<http://pisemky-z-matiky.moxo.cz>`.

Pro tvorbu webových stránek jsem využila znalosti programovacího jazyka PHP a značkovacího jazyka HTML. Pro úpravu vzhledu a zobrazení elementů napsaných jazykem HTML jsem využila kaskádové styly (CSS).

Vytvořené stránky mají několik využití. Mohou být použity jako výukový a procvičovací materiál pro žáky. Pro učitele je nejdůležitější funkcí stránek možnost vytvářet si vlastní písemné práce či pracovní listy. Učitelé mohou též využít stránky jako výukový či procvičovací materiál přímo ve výuce, podmínkou je pouze připojení k internetu a nainstalovaný modul Java pro správné zobrazení appletů.

Teoretická část k vybraným tématům z planimetrie zahrnuje učivo, které se objevuje v průběhu výuky matematiky na druhém stupni ZŠ.

5.1 Možnosti webových stránek

Webové stránky nabízejí různé využití podle toho, jak je uživatel registrován. Neregistrovaný uživatel má viditelné pouze teoretické části o planimetrii. Uživatelé registrovaní jako žáci nebo ostatní mají viditelné příklady ve formě appletů. Učitelé mají umožněno vytvářet písemné práce/pracovní listy a vidí veškeré příklady z databáze.

Návody na orientaci a práci na stránkách vidí uživatelé podle toho, jak jsou přihlášení. Nejsou tudíž rušeny návody, které by ani nevyužili.

5.2 Příklady na webových stránkách

Aby mohli učitelé vytvářet písemné práce/pracovní listy mají k dispozici předpřipravenou databázi příkladů. Příklady jsou rozděleny podle 4 vybraných témat z planimetrie a zahrnují rozličné úlohy, jež se dají v rámci daného tématu řešit.

Příklady má možnost vkládat do databáze pouze administrátor (tedy já). Je tomu to tak z důvodu sjednocení stylu všech příkladů. Všechny příklady jsou vytvářeny v programu GeoGebra.

Příklady na stránkách jsou dvojího typu. Žáci mají k dispozici dynamické applety a učitelé applety a předpřipravené příklady pro vkládání do prací (písemných prací nebo pracovních listů).

5.2.1 Příklady pro vkládání do prací

Každý příklad se skládá z těchto částí: zadání, řešení, diskuse a zdroje (původu příkladu). Řešení příkladu je ve formě obrázek, který obsahuje náčrtek zadání, konstrukci a symbolický zápis konstrukce.

Aby mohli učitelé tvořit písemné práce ve více variantách, jsou úlohy tvořeny v několika verzích (liši se hodnotami parametrů v zadání). Variant je vytvořeno několik, aby pokryly všechna možná řešení úlohy. Úlohy, které mají grafické zadání, mají pod textem zadání poznámku o této skutečnosti.

Vybrané úlohy se vkládají do variant, které si uživatel (učitel) předpřipraví v **Aktovce**. Aktovka je místo, kam si ukládáme podklady pro tvorbu prací. Návod na tvoření prací je k dispozici na webových stránkách po přihlášení učitele.

Jestliže učitelé dodrží postup na vytvoření prací, tak jim vznikne materiál, který mohou nakopírovat jako zadání žákům, a též si mohou vygenerovat materiál na opravu těchto vzniklých prací. Výsledné a přednastavené konstrukce jsou při správném vytištění v poměru 1:1 se zadanými hodnotami úlohy v centimetrech.

Pro lepší orientaci je grafické řešení barevně, ale barevný tisk není podmínkou pro správnou čitelnost a přehlednost dokumentu.

Na následujícím obrázku je k nahlédnutí ukázkový příklad z webových stránek z tématu středová souměrnost. Pro zobrazení řešení (zahrnuje náčrtek, symbolický zápis konstrukce a konstrukci v podobě obrázku) je potřeba kliknout na odkaz **“Řešení”**. Takto je to z důvodu, kdyby chtěli učitelé využít příklad přímo při výuce, aby nebyl vidět výsledek a žáci si mohli úlohu vyřešit. Konstrukční úlohy s grafickým zadáním nejsou k výuce moc vhodné, málokdy by si žáci zvládli přerýsovat zadání odpovídajícím způsobem.

1 a b c d e f g h i

Jsou dány čtyři nesoustředné kružnice k, l, m, n a bod S . Sestrojte rovnoběžník $ABCD$ takový, že bod A leží na k , B leží na l , C leží na m a D leží na n .
 Zadání: k, B leží na l, C leží na m a D leží na n .
 (Má obrázkové zadání.)

Diskuse: Úloha nemá řešení.
 Zdroj: inspirovaný [2]

Obrázek 9: Ukázka příkladu pro vkládání do prací z webových stránek

5.2.2 Applety


Konstrukce v appletech jsou dynamické, tj. je možné s nimi hýbat. Zadání úloh se může právě díky dynamičnosti konstrukcí měnit pomocí přenastavení hodnot posuvníků nebo přesunem objektů. Z appletů není ale možné vkládat příklady do písemných prací. Applety mohou učitelům sloužit k tomu, že si vyzkouší jiné zadání a mohou si ho již pak sami zpracovat do vlastních souborů.

Applety jsou vytvářeny tak, aby po jejich zobrazení bylo viditelné pouze zadání úlohy. V pravé části appletů jsou umístěna zaškrťovací políčka, která umožňují postupně zobrazovat jednotlivé součásti řešení konstrukční úlohy (náčrtek, popis konstrukce – symbolický zápis konstrukce, konstrukci a výsledek). Konstrukce a výsledek jsou rozděleny z důvodu lepší přehlednosti pro postup tvorby, při mnoha zobrazených objektech se stává konstrukce méně přehledná (viz obr. 10).

Žáci si tak mohou vytvořit vlastní zadání příkladu, úlohu vyřešit a poté zkontrolovat dle řešení v appletu, zda postupovali správně. Applety mohou být např. využity i jako podklad pro tvoření konstrukcí dle symbolického zápisu konstrukce jako diktát.

Veškeré applety mají stejný vzhled a princip ovládání. Pro jednotlivé prvky je důležitá jejich barva – z toho vyplývá jejich postavení (pořadí) v rámci řešení úlohy. V následující tabulce se seznamujeme s prací a orientací v appletech.

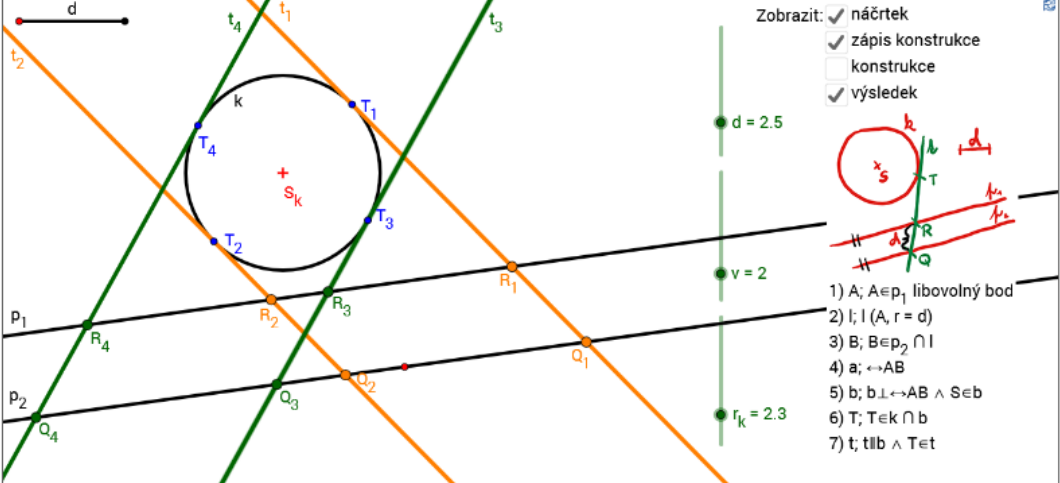
Tabulka 3: Informační tabulka funkcí/vlastností užitých v appletech

Vlastnost	Část řešení	Funkčnost
černá barva	zadání	Část konstrukce, která je zadaná.
modrá barva	konstrukce	Část konstrukce, která vede k řešení.
oranžová a zelená barva	výsledek	Každé možné řešení je rozlišeno barvou.
červená barva	zadání	Body, které se dají přemísťovat v nákresně.
bod označený křížkem		Střed kružnice.
zelený svislý posuvník	zadání	Pomocí posuvníku měníme parametry objektů.
		Posuvník pro číslo je v rozsahu 0–20 s krokem 0,1. Označen je malým písmenem, písmeno odpovídá zadání.
		Posuvník pro úhel je v rozsahu většinou 0°-360° s krokem 1°. Označen je řeckým písmenem, písmeno odpovídá zadání.
stisknutí SHIFT a pohyb kolečkem myši		Tato kombinace umožní přiblížit či oddálit konstrukci.
stisknutí CTRL a + nebo -		
pohyb a držení levého tlačítka myši		Slouží k přemístění popisku objektu - popisek nelze přesunout libovolně, ale po kružnici okolo objektu.
		Vrátí applet do původního zobrazení, parametrů, atd.

4

Zadání: **K dané kružnici k (S_k, r) sestrojte tečnu t , která protíná dané dvě různé rovnoběžky p_1, p_2 po řadě v bodech R, Q tak, že úsečka RQ je shodná s danou úsečkou d .**

Řešení:



Diskuse: Vzdálenost rovnoběžek p_1, p_2 označme v . Pro $d < v$ řešení neexistuje, pro $d = v$ existují 2 různá řešení a pro $d > v$ existují 4 různá řešení.

Zdroj: inspirovaný [3]

Obrázek 10: Ukázka appletu z webových stránek

6 Planimetrie dle RVP

Rámcový vzdělávací program (RVP) definuje ve školství v České republice nejvyšší úroveň vzdělávání spolu s projektem Národní program pro rozvoj vzdělávání (tzv. Bílá kniha). V roce 2004 MŠMT schválilo nové principy v politice pro vzdělávání žáků od 3 do 19 let. Toto rozhodnutí změnilo systém kurikulárních dokumentů, které jsou nyní vytvářeny na dvou úrovních a to na úrovni státní (RVP) a na úrovni školské (ŠVP).

RVP vycházejí z nové strategie vzdělávání, která zdůrazňuje klíčové kompetence, jejich provázanost se vzdělávacím obsahem a uplatnění získaných vědomostí a dovedností v praktickém životě. RVP vycházejí z koncepce celoživotního učení, formulují očekávanou úroveň vzdělání stanovenou pro všechny absolventy jednotlivých etap vzdělávání a podporují pedagogickou autonomii škol a profesní odpovědnost učitelů za výsledky vzdělávání.

Ve vzdělávacím obsahu RVP ZV je učivo chápáno jako prostředek k osvojení činnostně zaměřených očekávaných výstupů, které se postupně propojují a vytvářejí předpoklady k účinnému a komplexnímu využívání získaných schopností a dovedností na úrovni klíčových kompetencí.

V tematickém okruhu *Geometrie v rovině a v prostoru* žáci určují a znázorňují geometrické útvary a geometricky modelují reálné situace, hledají podobnosti a odlišnosti útvarů, které se vyskytují všude kolem nás, uvědomují si vzájemné polohy objektů v rovině (resp. v prostoru), učí se porovnávat, odhadovat, měřit délku, velikost úhlu, obvod a obsah (resp. povrch a objem), zdokonalovat svůj grafický projev. Zkoumání tvaru a prostoru vede žáky k řešení polohových a metrických úloh a problémů, které vycházejí z běžných životních situací.

6.1 Očekávané výstupy z planimetrie dle RVP

Žák

- zdůvodňuje a využívá polohové a metrické vlastnosti základních rovinných útvarů při řešení úloh a jednoduchých praktických problémů; využívá potřebnou matematickou symboliku
- charakterizuje a třídí základní rovinné útvary
- určuje velikost úhlu měřením a výpočtem
- odhaduje a vypočítá obsah a obvod základních rovinných útvarů

- využívá pojem množina všech bodů dané vlastnosti k charakteristice útvaru a k řešení polohových a nepolohových konstrukčních úloh
- načrtne a sestrojí rovinné útvary
- užívá k argumentaci a při výpočtech věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků
- načrtne a sestrojí obraz rovinného útvaru ve středové a osově souměrnosti, určí osově a středově souměrný útvar
- analyzuje a řeší aplikační geometrické úlohy s využitím osvojeného matematického aparátu

6.2 Učivo planimetrie dle RVP

Povinnou náplní planimetrie na 2. stupni základní školy dle RVP je následující učivo:

rovinné útvary – přímka, polopřímka, úsečka, kružnice, kruh, úhel, trojúhelník, čtyřúhelník (lichoběžník, rovnoběžník), pravidelné mnohoúhelníky, vzájemná poloha přímek v rovině (typy úhlů), shodnost a podobnost (věty o shodnosti a podobnosti trojúhelníků)

metrické vlastnosti v rovině – druhy úhlů, vzdálenost bodu od přímky, trojúhelníková nerovnost, Pythagorova věta

konstrukční úlohy – množiny všech bodů dané vlastnosti (osa úsečky, osa úhlu, Thaletova kružnice), osová souměrnost, středová souměrnost [4]

7 Zpracovaná témata z planimetrie

Z důvodu velkého počtu témat, které se v rámci výuky planimetrie na ZŠ probírají, jsem se na základě výsledků dotazníku rozhodla vybrat pouze 4 respondenty nejžádanější témata a ty zpracovat na webových stránkách. Jsou jimi trojúhelník, osová souměrnost, středová souměrnost a kružnice.

Následující kapitoly se věnují teoretické části zpracovávaných témat, která je též uvedena na webových stránkách a je přístupná všem uživatelům, kteří webové stránky navštíví. Uvedené definice pojmů odpovídají způsobu jejich zavádění na ZŠ. Text je čerpán z několika zdrojů: [5], [6], [7], [8].

Pozn. Konstrukce/obrázky jsou vytvářeny v geometrickém programu GeoGebra. Jejich vzhled se řídí možnostmi programu.

7.1 Trojúhelník

Pokud existují 3 body neležící na jedné přímce (tzv. nekolineární body), můžeme sestrojit trojúhelník a dané body považovat za jeho vrcholy. Každý trojúhelník se skládá ze 3 vrcholů, 3 stran a 3 vnitřních úhlů.

Pro sestrojitelnost trojúhelníku platí tzv. *trojúhelníková nerovnost*. Ta nám říká, že v každém trojúhelníku je součet délek libovolných dvou jeho stran větší než délka strany třetí (tzn. $a + b > c$; $b + c > a$; $c + a > b$).

Součet vnitřních úhlů libovolného trojúhelníku je úhel přímý (180°).

Pozn. V následujícím textu je uváděno označení trojúhelníku ABC , toto označení je pouze ilustrativní. Pro zkrácený zápis trojúhelníku se užívá symbolu Δ , tj. trojúhelník ABC zapíšeme ΔABC . Trojúhelník může být označen libovolnými písmeny, např. ΔKLM , ΔXYZ ,

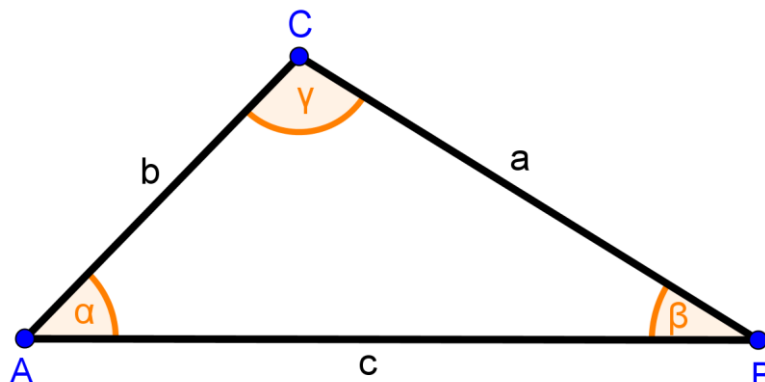
7.1.1 Značení trojúhelníků

Vrcholy trojúhelníku zpravidla označujeme velkými tiskacími písmeny (A , B , C , ...). Vrcholy zvýrazněné puntíky na obr. 11 jsou pouze ilustrační.

Strany popisujeme malými písmeny (a , b , c , ...), kde pojmenování strany odpovídá protilehlému vrcholu.

Strany můžeme zadávat i dvěma body jako zápis úsečky (strana AB je stejné označení pro stranu c v trojúhelníku ABC). Strana AB je protilehlá vrcholu C , proto ji označíme c .

Úhly obvykle značíme malými písmeny řecké abecedy ($\alpha, \beta, \gamma, \dots$). Úhel též můžeme vyjádřit zápisem pomocí tří bodů, pak např. $\sphericalangle ABC$ odpovídá úhlu β .



Obrázek 11: Značení trojúhelníků

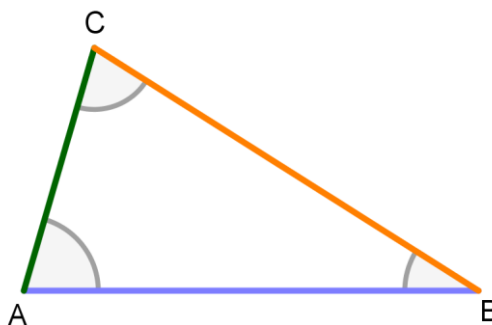
7.1.2 Rozdělení trojúhelníků

Trojúhelníky rozdělujeme podle délek stran nebo podle velikosti vnitřních úhlů.

1) Podle délek stran

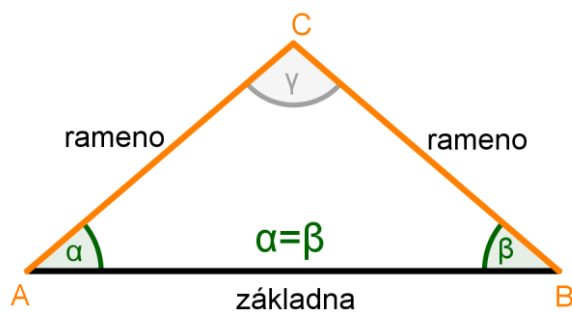
Podle velikostí stran můžeme trojúhelníky rozdělit na tři základní typy:

- Obecný trojúhelník** – jeho všechny strany jsou různě dlouhé a stejně tak i všechny jeho vnitřní úhly jsou různě velké. Platí pro něj tedy obecná pravidla, např. jako součet vnitřních úhlů, apod.



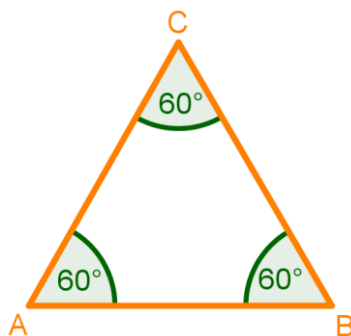
Obrázek 12: Obecný trojúhelník

- Rovnoramenný trojúhelník** – má dvě strany stejně dlouhé, ty se nazývají se *ramena*, třetí strana má jinou délku a říkáme jí *základna*. Rovnoramenný trojúhelník má úhly přilehlé k základně vždy shodné.



Obrázek 13: Rovnoramenný trojúhelník

- c) **Rovnostranný trojúhelník** – všechny jeho strany jsou stejně dlouhé a všechny jeho vnitřní úhly jsou stejně velké, tj. mají velikost 60° .

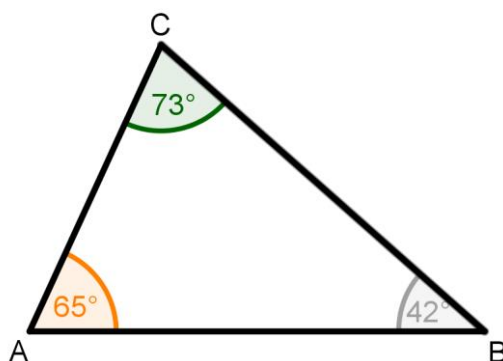


Obrázek 14: Rovnostranný trojúhelník

2) Podle velikosti vnitřních úhlů

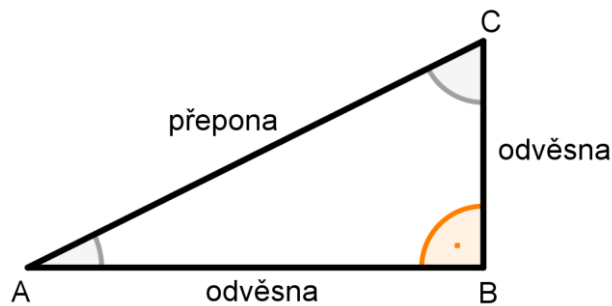
Podle velikostí vnitřních úhlů můžeme trojúhelníky rozdělit na tři základní typy:

- a) **Ostroúhlý trojúhelník** – všechny jeho vnitřní úhly jsou ostré (tj. menší než 90° , viz obr. 15)



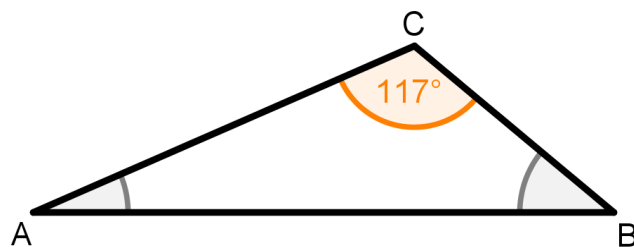
Obrázek 15: Ostroúhlý trojúhelník

- b) **Pravoúhlý trojúhelník** – jeden z jeho vnitřních úhlů je pravý (viz $\beta = 90^\circ$ na obr. 16), zbylé dva úhly jsou ostré. Stranám, které tvoří ramena pravého úhlu, říkáme *odvěsny*, strana ležící naproti pravému úhlu se nazývá *přepona*.



Obrázek 16: Pravoúhlý trojúhelník

- c) **Tupoúhlý trojúhelník** – má jeden svůj vnitřní úhel tupý (viz $\gamma > 90^\circ$ na obr. 17), zbývající dva vnitřní úhly jsou ostré.

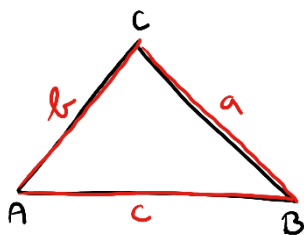


Obrázek 17: Tupoúhlý trojúhelník

7.1.3 Konstrukce trojúhelníku

Konstrukce trojúhelníku provádíme pomocí pravítka, kružítka a úhloměru. Existují tři základní typy konstrukcí trojúhelníku. Jednotlivé typy jsou nazývány pomocí zkratk, kdy S značí stranu a U vnitřní úhel trojúhelníku.

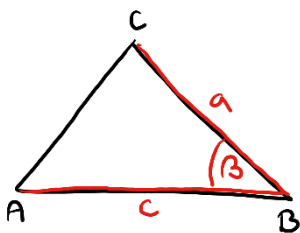
- 1) **Věta SSS** – jsou zadány délky všech tří stran trojúhelníku.



Obrázek 18: Příklad zadání trojúhelníku dle SSS

- 1) c ; $c = |AB|$
- 2) k ; $k = (A, r = |AC|)$
- 3) l ; $l = (B, r = |BC|)$
- 4) C ; $C \in k \cap l$
- 5) $\triangle ABC$

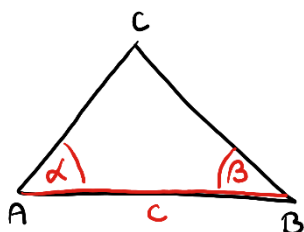
- 2) **Věta SUS** – jsou dány dvě strany trojúhelníku a velikost úhlu jimi sevřeného.



Obrázek 19: Příklad zadání trojúhelníku dle SUS

- 1) c ; $c = |AB|$
- 2) β ; $\beta = |\sphericalangle ABX|$
- 3) k ; $k = (B, r = |BC|)$
- 4) C ; $C \in \mapsto BX \cap k$
- 5) $\triangle ABC$

3) **Věta USU** – je zadána délka jedné strany trojúhelníku a velikost obou jí přilehlých úhlů.

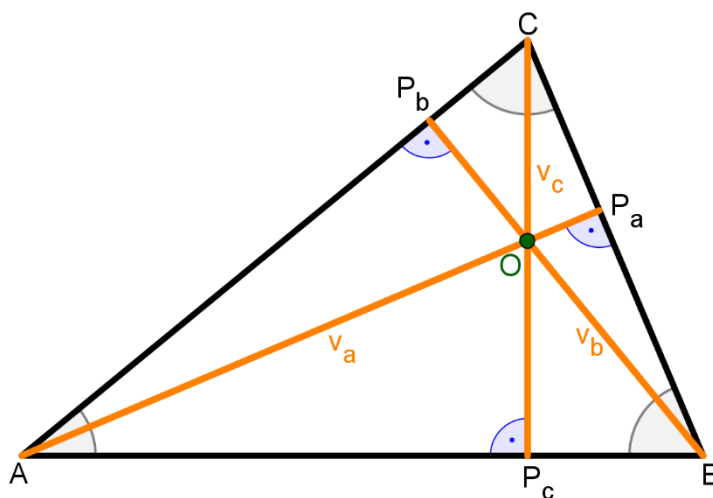


- 1) c ; $c = |AB|$
- 2) α ; $\alpha = |\sphericalangle BAX|$
- 3) β ; $\beta = |\sphericalangle ABY|$
- 4) C ; $C \in \text{přímka } AX \cap \text{přímka } BY$
- 5) $\triangle ABC$

Obrázek 20: Příklad zadání trojúhelníku dle USU

7.1.4 Výšky trojúhelníku

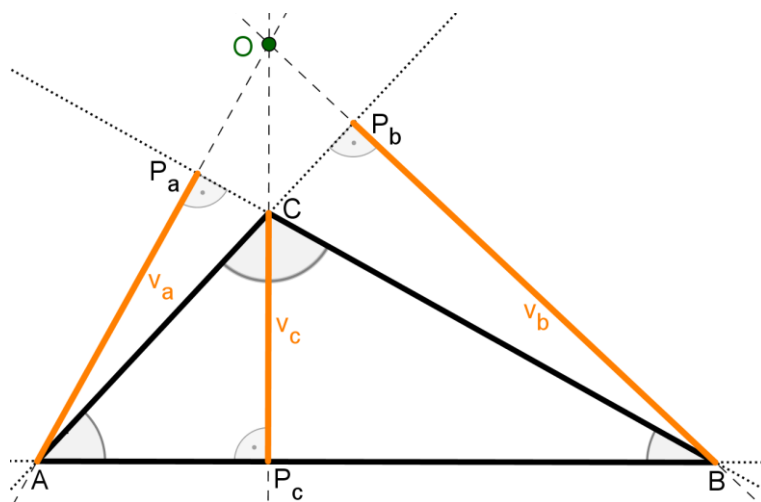
Výška trojúhelníku označuje v trojúhelníku úsečku i její délku. Výšku trojúhelníku chápeme jako vzdálenost vrcholu trojúhelníku od přímky, na které leží příslušná protilehlá strana. Protože má trojúhelník tři strany i tři vrcholy, můžeme sestavit i tři výšky. Výšku značíme malým písmenem v a dolním indexem názvu strany, ke které je příslušná výška kolmá. Průsečík výšek značíme O a nazýváme ho *ortocentrum*. Průsečík výšky a strany nazýváme *pata* výšky, značíme ho P s indexem názvu strany.



Obrázek 21: Výšky trojúhelníku

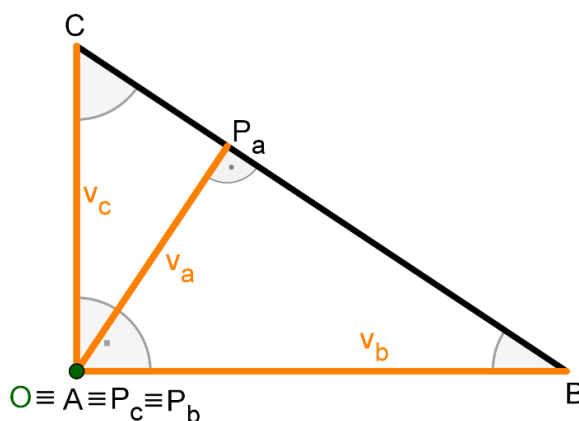
Průsečík tří výšek v ostroúhlém trojúhelníku leží uvnitř tohoto trojúhelníku (viz obrázek výše).

Průsečík přímek, na nichž leží výšky v tupoúhlém trojúhelníku, se nachází vně tohoto trojúhelníku.



Obrázek 22: Výšky tupoúhlého trojúhelníku

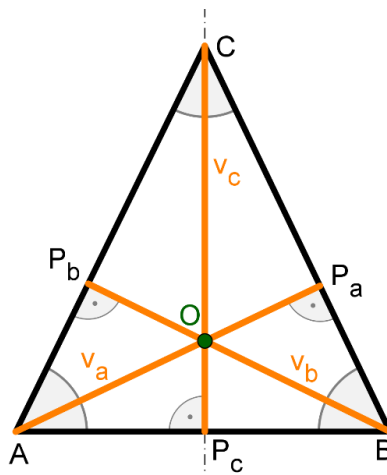
Průsečík výšek v pravoúhlém trojúhelníku splývá s vrcholem při pravém úhlu.



Obrázek 23: Výšky pravoúhlého trojúhelníku

Výšky v rovnostranném trojúhelníku leží na osách jeho stran i vnitřních úhlů (viz obr. 26).

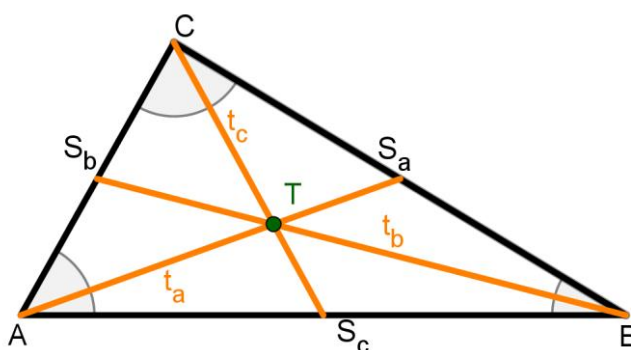
Výška k základně v rovnoramenném trojúhelníku dělí trojúhelník na dvě shodné (zrcadlově převrácené) části.



Obrázek 24: Výšky rovnoramenného trojúhelníku

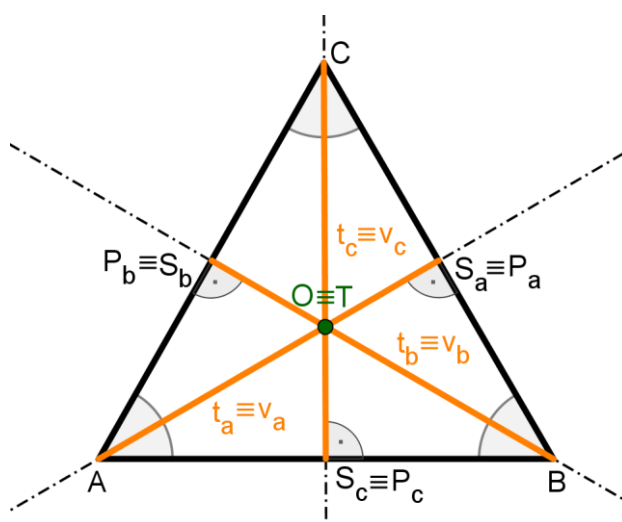
7.1.5 Těžnice trojúhelníku

Těžnice trojúhelníku je úsečka spojující vrchol trojúhelníku se středem protilehlé strany. Protože má trojúhelník tři strany i tři vrcholy, můžeme sestavit i tři těžnice. Těžnici značíme malým písmenem t a dolním indexem názvu strany, ke které příslušná těžnice patří. Průsečík těžnic značíme T a nazýváme ho *těžiště*. Tento bod dělí těžnice v poměru 1:2 tak, že delší úsek těžnice leží vždy u vrcholu (tzn. úsek od vrcholu jsou vždy $2/3$ celkové délky těžnice neboli vzdálenost těžiště od vrcholu trojúhelníku je dvakrát větší, než je vzdálenost těžiště od středu protilehlé strany).



Obrázek 25: Těžnice trojúhelníku

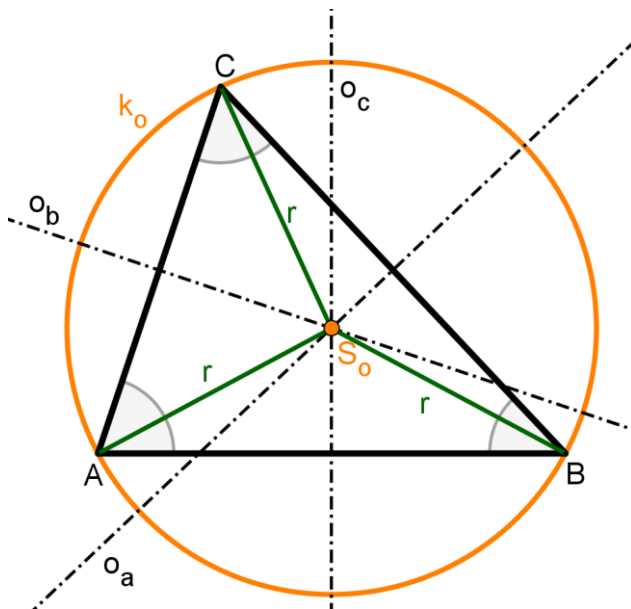
V rovnostranném trojúhelníku leží těžnice na osách jeho stran i úhlů. V rovnostranném trojúhelníku toto platí i pro výšky a tudíž těžnice a výšky jsou v tomto trojúhelníku totožné ($t_a \equiv v_a$, $t_b \equiv v_b$, $t_c \equiv v_c$). Totožné jsou též těžiště a ortocentrum trojúhelníku ($T \equiv O$).



Obrázek 26: Těžnice a výšky rovnostranného trojúhelníku

7.1.6 Kružnice opsaná trojúhelníku

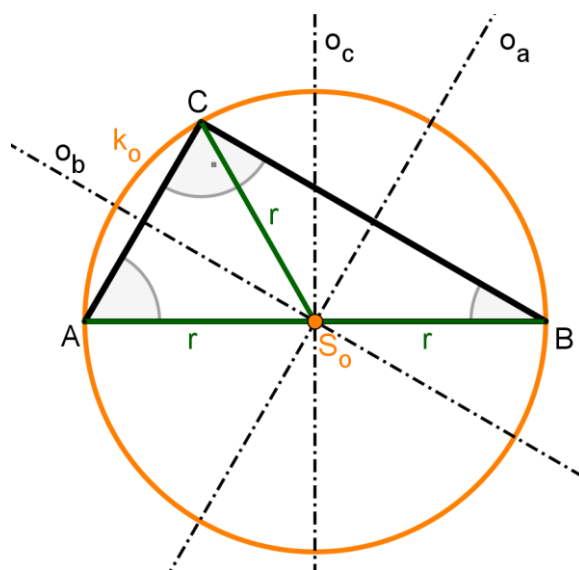
Kružnice opsaná trojúhelníku je kružnice, která prochází všemi třemi vrcholy trojúhelníku. Její střed S_o nalezneme jako průsečík os stran trojúhelníku. Strany trojúhelníku jsou tětivami kružnice trojúhelníku opsané.



Obrázek 27: Kružnice opsaná trojúhelníku

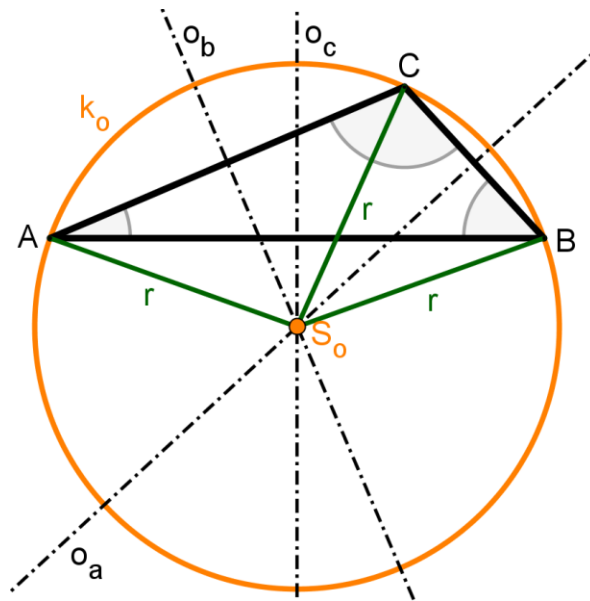
Kružnice opsaná pravoúhlému trojúhelníku se nazývá *Thaletova kružnice*. Střed Thaletovy kružnice leží ve středu přepony trojúhelníku (obr. 28).

Pro každou úsečku AB platí, že Thaletova kružnice sestavená nad průměrem AB (s vyjmutím bodů A a B) je množinou vrcholů C všech pravoúhlých trojúhelníků ABC s přeponou AB . Vrchol C , který náleží Thaletově kružnici je vrcholem pravého úhlu trojúhelníku ABC .



Obrázek 28: Kružnice opsaná pravoúhlému trojúhelníku – Thaletova kružnice

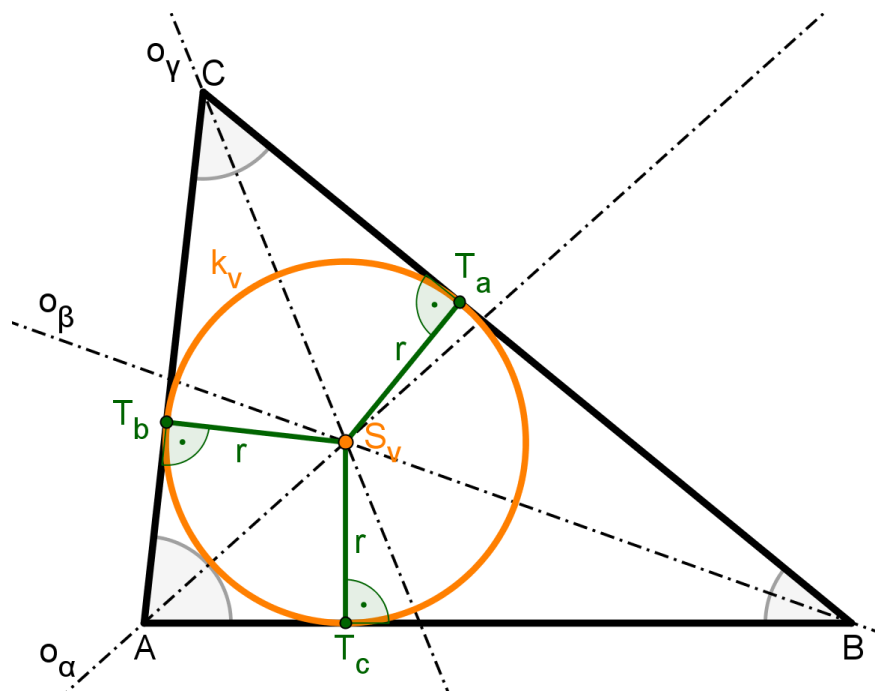
Střed kružnice opsané tupoúhlému trojúhelníku leží vně trojúhelníku (obr. 29).



Obrázek 29: Kružnice opsaná tupoúhlému trojúhelníku

7.1.7 Kružnice vepsaná trojúhelníku

Kružnice trojúhelníku vepsaná je taková kružnice, která se vně dotýká všech stran trojúhelníku. Její střed S_v nalezneme jako průsečík os vnitřních úhlů trojúhelníku. Poloměr kružnice vepsané leží na kolmici vedené středem S_v k libovolné straně trojúhelníku. Poloměr je totožný s délkou úsečky $S_v T$, kde T je pata kolmice spuštěné ze středu S_v ke straně trojúhelníku. Strany trojúhelníku jsou tečnami kružnice trojúhelníku vepsané.



Obrázek 30: Kružnice vepsaná trojúhelníku

Pozn. Trojúhelník je příkladem tečnového i tětiového mnohoúhelníku.

7.2 Shodná zobrazení

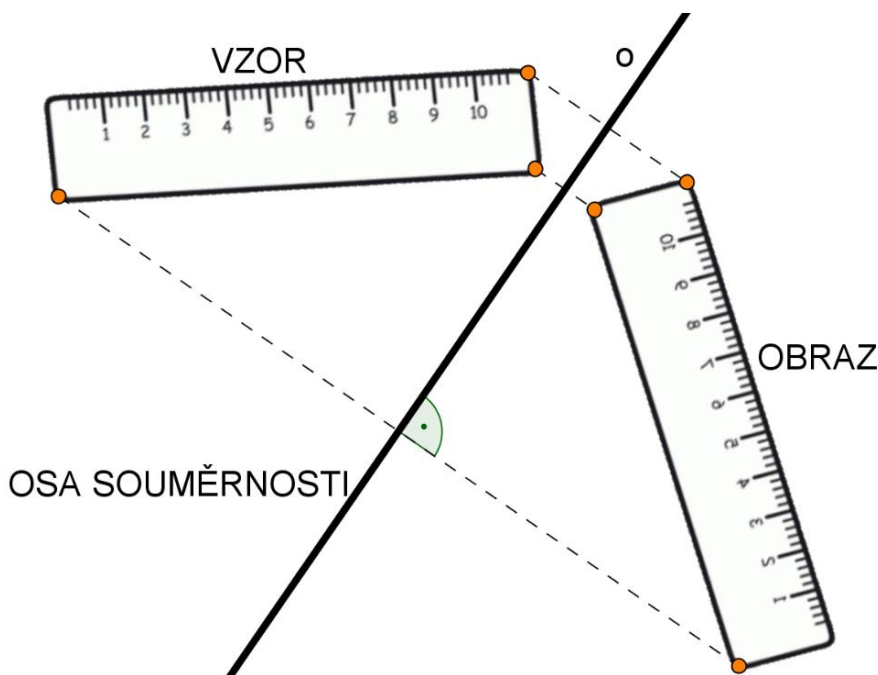
Shodnými útvary v rovině rozumíme takové dva rovinné obrazce, které se po přemís-tění na sebe navzájem kryjí.

Úsečky, které mají stejnou délku, jsou shodné.

Úhly, které mají stejnou velikost, jsou shodné.

7.2.1 Osová souměrnost

Osová souměrnost je zobrazení v rovině, které „překlápí vzory přes osu“. Osovou souměrností vznikne tedy obraz, který je shodný se vzorem (co se týče tvaru a velikosti) a převrácený ve směru kolmém na osu. Původní obrazec nazýváme *vzor* a osově souměrný objekt pak pojmenováváme *obraz*. Označení obrazů odlišujeme od vzorů užitím čárky, např. bod A (vzor) a bod A' (obraz bodu A). Přímku, přes kterou se vzor „překlápí“, nazý-váme *osa souměrnosti*. Geometrický útvar a jeho obraz v osově souměrnosti jsou nepřímo shodné (tj. říkáme, že jsou stranově převrácené).



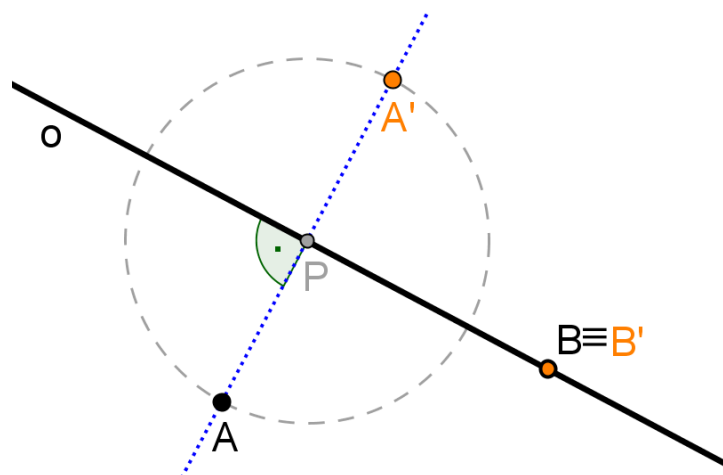
Obrázek 31: Popis objektů v osově souměrnosti

7.2.1.1 Konstrukce základních objektů

Osově souměrným bodem A' k bodu A rozumíme takový bod, který leží na přímce procházející bodem A kolmo k ose souměrnosti, v opačné polorovině (s hraniční přímkou v ose souměrnosti o) než bod A a ve stejné vzdálenosti od osy souměrnosti o jako bod A .

Obraz A' zadaného bodu A tedy sestrojíme tak, že bodem A vedeme kolmici k ose o . Průsečík osy a kolmice označíme P a říkáme mu *pata kolmice*. Poté přeneseme vzdálenost bodu A od bodu P na opačnou polopřímku od bodu P , tj. $|AP| = |PA'|$. Tím vznikne obraz A' .

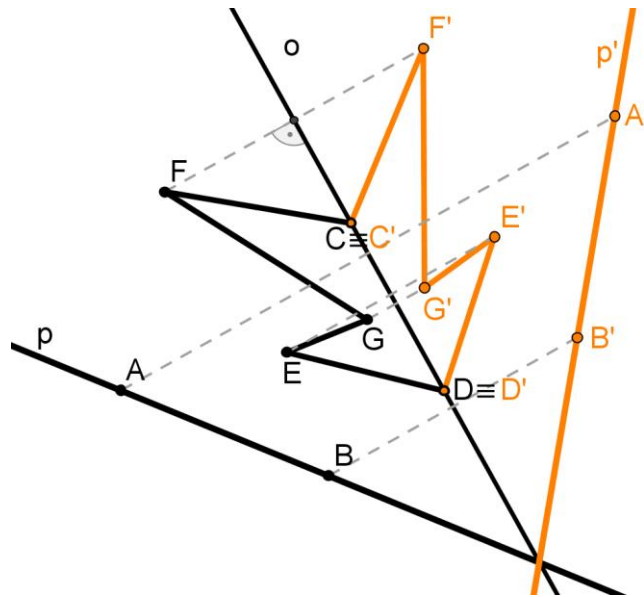
Všechny body osy souměrnosti zůstávají v daném zobrazení na místě (tj. zobrazí se sami na sebe). Takové body nazýváme *samodružné body* (viz bod $B \equiv B'$ na obr. 32).



Obrázek 32: Zobrazení bodů v osové souměrnosti

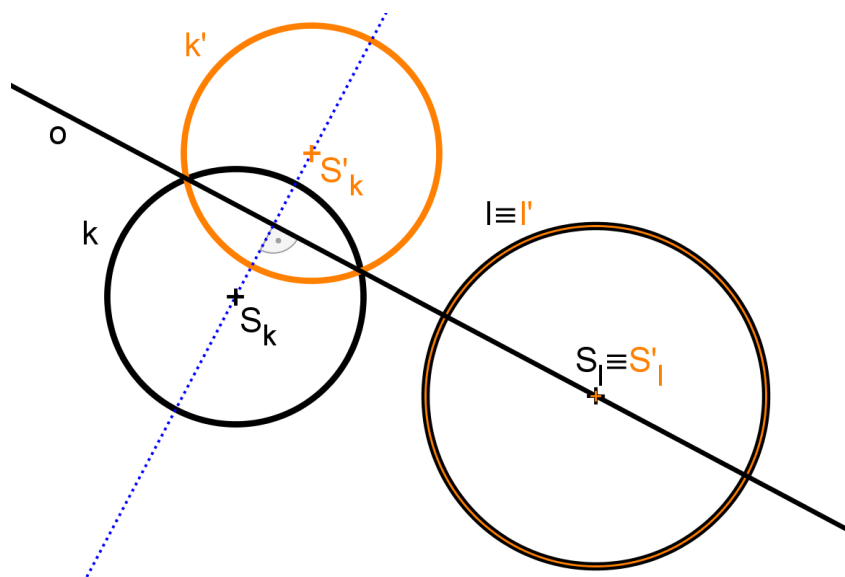
Zobrazíme-li v osové souměrnosti úsečku, zobrazí se jako úsečka o stejné délce. Jestliže je úsečka rovnoběžná s osou souměrnosti, je i její obraz rovnoběžný s osou. Leží-li na ose souměrnosti, zobrazí se sama na sebe. Pokud je různoběžná s osou souměrnosti, zobrazí se jako zrcadlově převrácená podle osy souměrnosti. Obraz úsečky zobrazíme tak, že sestrojíme obrazy jejích koncových bodů, které pak spojíme. Analogickým způsobem můžeme sestrojít i osově souměrné obrazy útvarů. Každá přímka je také určena dvěma body, proto k sestrojení jejího osově souměrného obrazu opět stačí sestrojít obrazy dvou bodů ležících na přímce.

Samodružným bodem nazveme bod náležící ose souměrnosti, v němž jediném se protíná vzor i obraz daného objektu (přímky, polopřímky či úsečky).



Obrázek 33: Zobrazení úsečky a přímky v osové souměrnosti

Kružnice, jejíž střed leží na ose souměrnosti, se zobrazí sama na sebe (kružnice l na obr. 34). Pokud střed kružnice leží mimo osu souměrnosti, stačí sestrojít osově souměrný obraz středu kružnice a vyrýsovat kružnici se středem v sestrojeném obrazu a o poloměru rovném poloměru původní kružnice k .



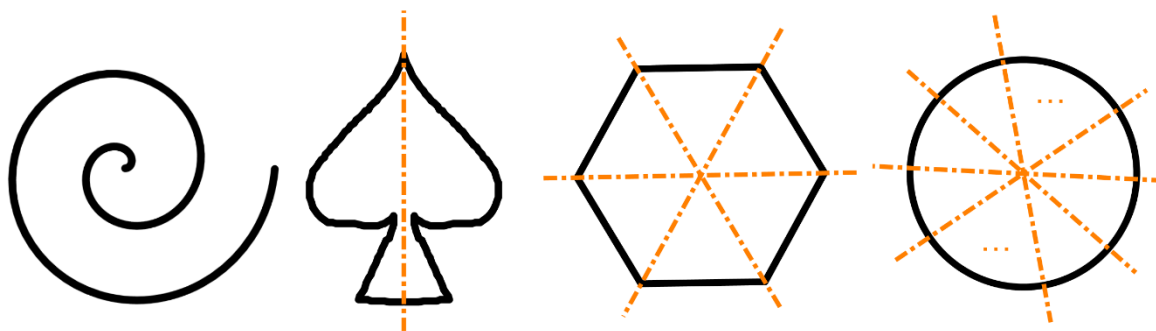
Obrázek 34: Zobrazení kružnice v osové souměrnosti

K sestrojení obrazu jakéhokoli rovinného útvaru v osové souměrnosti musíme umět sestrojít obraz každého bodu útvaru.

7.2.1.2 Osově souměrné útvary

Osově souměrný útvar je možné přímkou rozdělit na dvě shodné části. Po překlopení jedné části podle této přímky na druhou se obě části kryjí. Tato přímka je osou souměrnosti

daného útvaru. V takovýchto případech se osa souměrnosti většinou značí čerchovanou čarou. Pokud je útvar osově souměrný, nemusí mít pouze jednu osu souměrnosti. Osově souměrný útvar může mít konečný počet os souměrností, anebo může mít i nekonečně mnoho os souměrnosti (viz obr. 35). Ne každý útvar má osu souměrnosti, tj. ne každý rovinný útvar je osově souměrný (viz např. spirála na obr. 35)

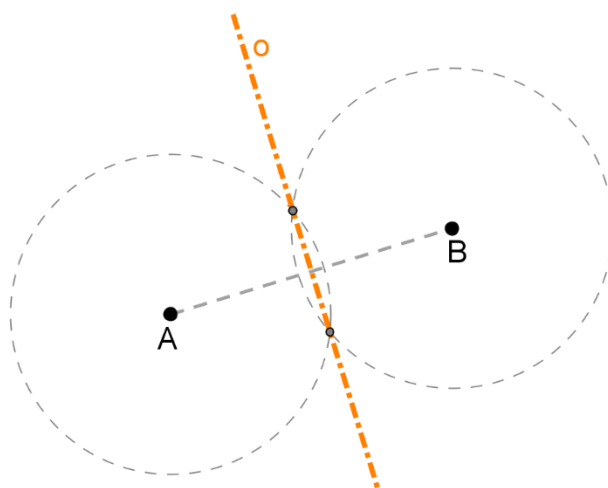


Obrázek 35: Osově nesouměrný útvar a osově souměrné útvary

7.2.1.3 Nalezení osy souměrnosti

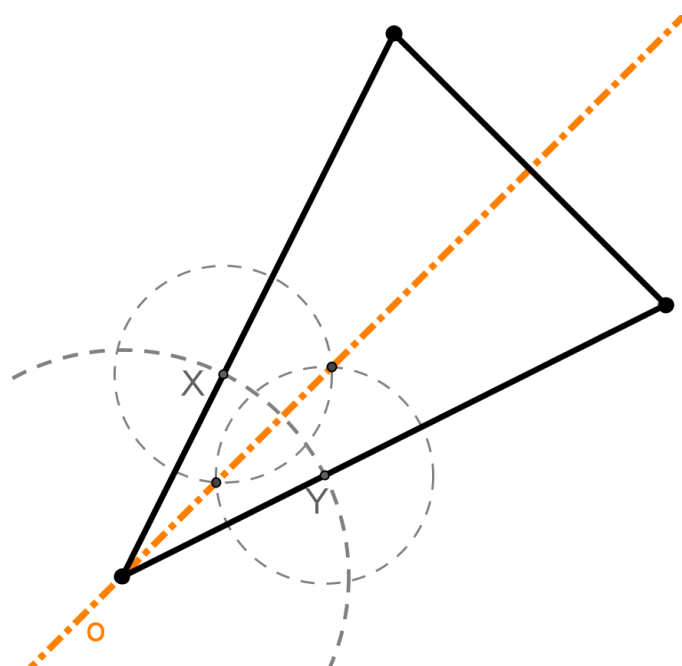
Osu souměrnosti můžeme hledat, pokud známe vzor i obraz (původní a osově souměrný útvar). Využíváme k tomu sestrojení osy úsečky nebo osy úhlu.

Spojením vzoru bodu a jeho obrazu vznikne úsečka. Po té opišeme kolem krajních bodů kružnice o stejném poloměru tak, aby vznikly 2 průsečíky. Průsečíky určují osu osově souměrnosti.



Obrázek 36: Osa úsečky

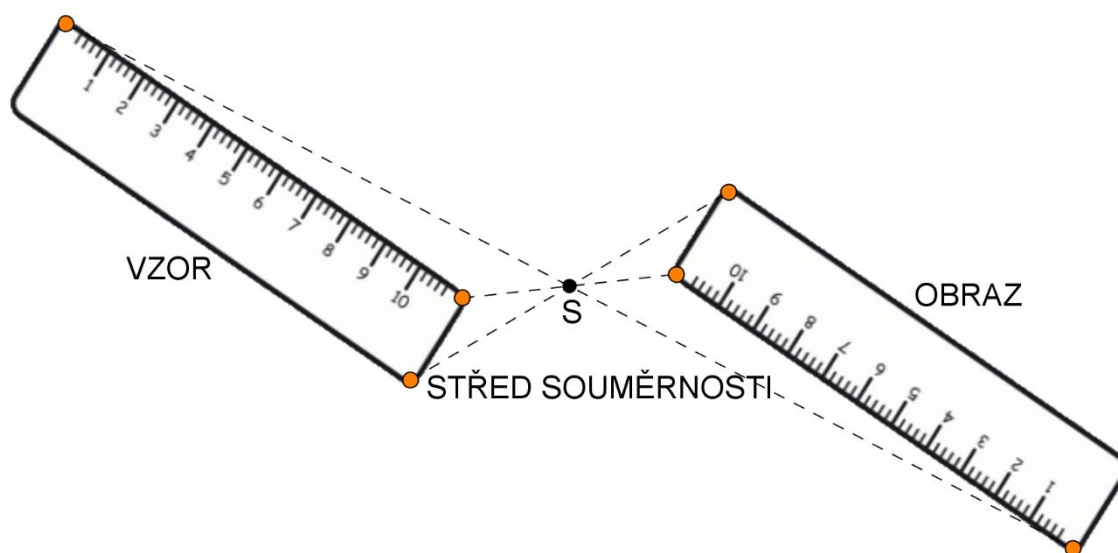
Jedno rameno úhlu musí tvořit objekt vzoru a druhé objekt obrazu. Osu úhlu sestrojíme tak, že z vrcholu úhlu narýsujeme libovolnou kružnici. Tam, kde protne kružnice ramena úhlu, dostaneme body X a Y . Nyní použijeme stejný postup jako při hledání osy úsečky. Sestrojená osa úsečky XY je současně i osou úhlu.



Obrázek 37: Osa úhlu

7.2.2 Středová souměrnost

Středová souměrnost je zobrazení v rovině, které zobrazí vzory přes střed. Středovou souměrností vznikne tedy obraz, který je shodný se vzorem (co se týče tvaru a velikosti) a otočený o 180° vůči vzoru. Původní obrazec nazýváme *vzor* a osově souměrný objekt pak pojmenováváme *obraz*. Označení obrazů odlišujeme od vzorů užitím čárky, např. bod A (vzor) a bod A' (obraz bodu A). Střed, přes který se vzor zobrazí, nazýváme *střed souměrnosti*. Geometrický útvar a jeho obraz ve středové souměrnosti jsou přímo shodné.

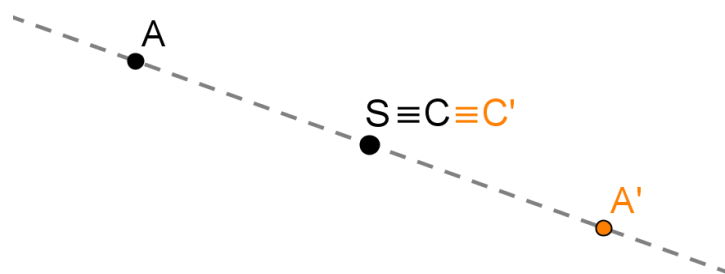


Obrázek 38: Popis objektů ve středové souměrnosti

7.2.2.1 Konstrukce základních objektů

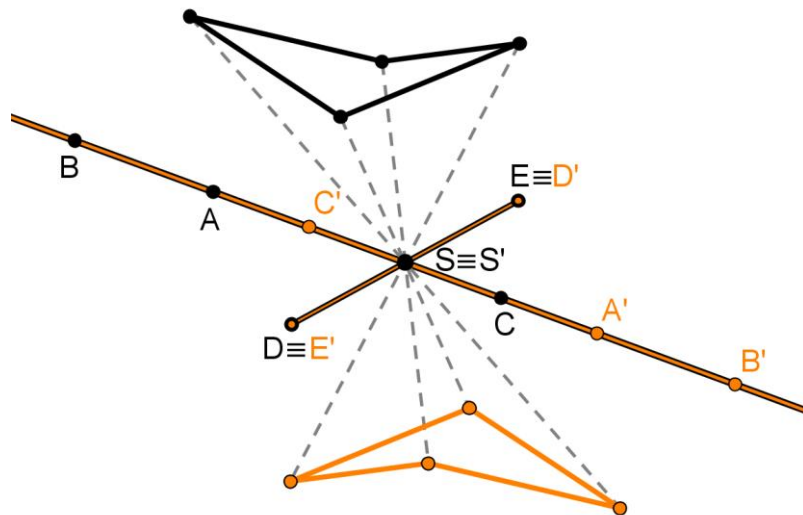
Středově souměrným bodem A' k bodu A rozumíme takový bod, který leží na přímce procházející bodem A a středem souměrnosti S , dále leží na opačné polopřímce k polopřímce SA (s krajním bodem ve středu souměrnosti S) a ve stejné vzdálenosti od středu souměrnosti S jako bod A . Obraz A' zadaného bodu A tedy sestrojíme tak, že bodem A vedeme přímku procházející středem S . Poté přeneseme vzdálenost bodu A od středu S na opačnou polopřímku k polopřímce SA od bodu S , tj. $|AS| = |SA'|$. Tím vznikne obraz A' .

Jediným samodružným bodem středové souměrnosti je střed souměrnosti S či bod, který je s bodem S totožný (viz bod C na obr. 39).



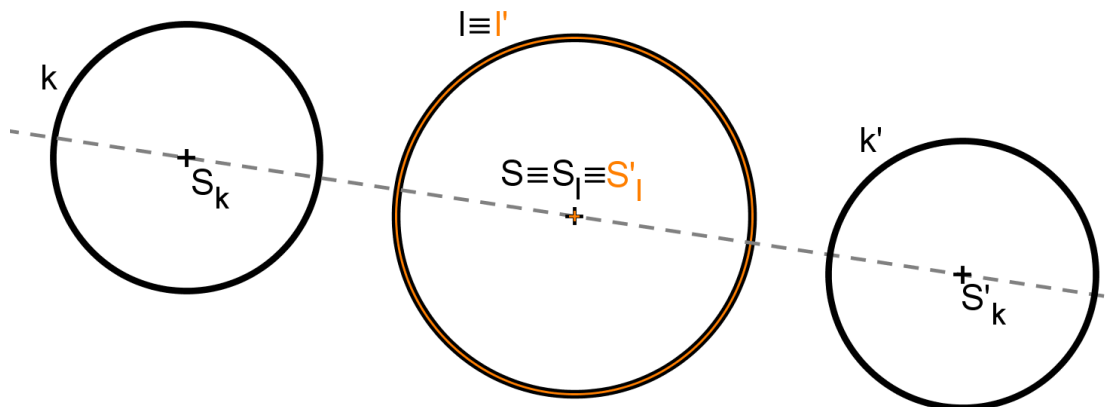
Obrázek 39: Zobrazení bodů ve středové souměrnosti

Zobrazíme-li ve středové souměrnosti úsečku, zobrazí se jako úsečka o stejné délce. Úsečka a její obraz jsou rovnoběžné. Je-li střed souměrnosti totožný se středem úsečky, zobrazí se úsečka sama na sebe (její krajní body jsou nepřímo shodné, viz úsečka DE na obr. 40). Obraz úsečky zobrazíme tak, že sestrojíme obrazy jejích koncových bodů, které pak spojíme. Stejným způsobem můžeme sestrojit středově souměrné obrazy útvarů s vrcholy. Každá přímka je také určena dvěma body, proto k sestrojení jejího středově souměrného obrazu opět stačí sestrojit obrazy dvou bodů ležících na přímce. Pokud přímka prochází středem souměrnosti, pak její obraz a vzor jsou ve středové souměrnosti nepřímo shodné s výjimkou středu souměrnosti, viz obr. 40.



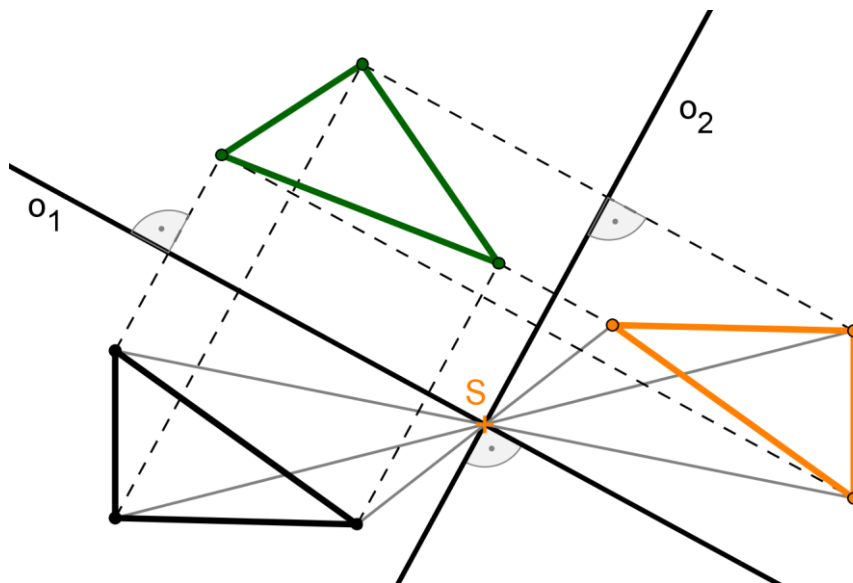
Obrázek 40: Zobrazení úsečky a přímky ve středové souměrnosti

Kružnice, jejíž střed je totožný se středem souměrnosti, se zobrazí sama na sebe (např. kružnice l na obr. 41). Pokud střed kružnice nesplývá se středem souměrnosti, stačí ve středové souměrnosti zobrazit obraz středu kružnice a vyrýsovat kružnici se středem v sestrojeném obrazu a o poloměru rovném poloměru původní kružnice k .



Obrázek 41: Zobrazení kružnice ve středové souměrnosti

Pokud zobrazíme útvar postupně ve dvou osových souměrnostech, jejichž osy jsou na sebe kolmé, dostaneme obraz původního útvaru souměrný podle průsečíku os (středu středové souměrnosti).

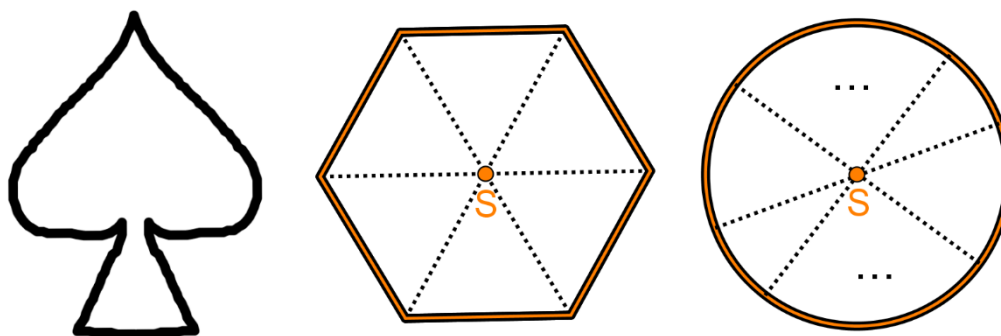


Obrázek 42: Zobrazení útvaru ve dvou osových souměrnostech

K sestrojení obrazu jakéhokoli útvaru ve středové souměrnosti musíme umět sestrojit obraz každého bodu útvaru.

7.2.2.2 Středově souměrné objekty

Středově souměrným útvarem rozumíme takový geometrický útvar, který splývá se svým středovým obrazem, tj. geometrický útvar a jeho obraz ve středové souměrnosti jsou shodné. Ne každý útvar má střed souměrnosti (viz např. list na obr. 43). Pokud je útvar středově souměrný, má pouze jediný střed souměrnosti.



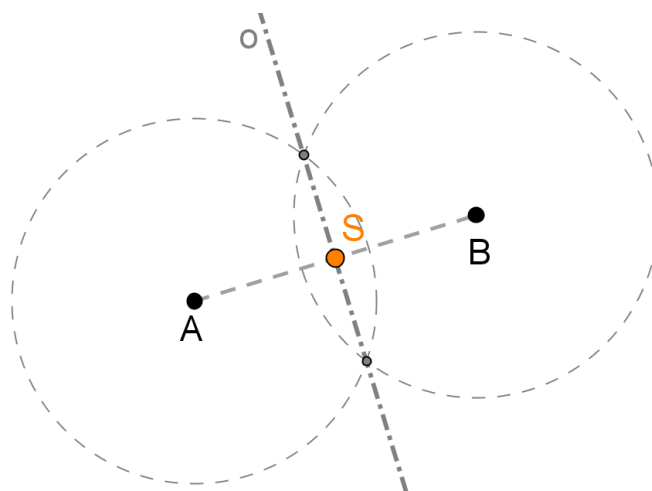
Obrázek 43: Středově souměrné útvary

7.2.2.3 Nalezení středu souměrnosti

Střed souměrnosti můžeme hledat, pokud známe vzor i obraz (původní a středově souměrný útvar). Využíváme k tomu sestrojení středu úsečky.

Spojením vzoru bodu A a jeho obrazu B vznikne úsečka AB . Po té opišeme kolem krajních bodů A, B kružnice o stejném poloměru tak, aby vznikly 2 průsečíky. Průsečíky

určují přímku, která je osou dané úsečky AB . Průsečík vzniklé přímky (osy úsečky AB) a úsečky AB je hledaný střed souměrnosti S .

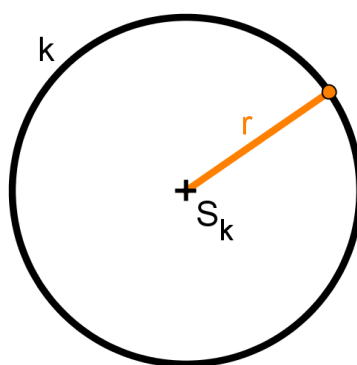


Obrázek 44: Střed úsečky

7.3 Kružnice

Kružnice je křivka, jejíž body mají od daného bodu (středu kružnice) konstantní vzdálenost. Tuto vzdálenost nazýváme *poloměr* kružnice a značíme ho r .

Střed kružnice značíme S , pro zpřesnění popřípadě uvádíme u označení středu název kružnice v podobě dolního indexu. Kružnici obvykle značíme malými písmeny, např. k nebo l . Potom střed kružnice k označíme S_k .



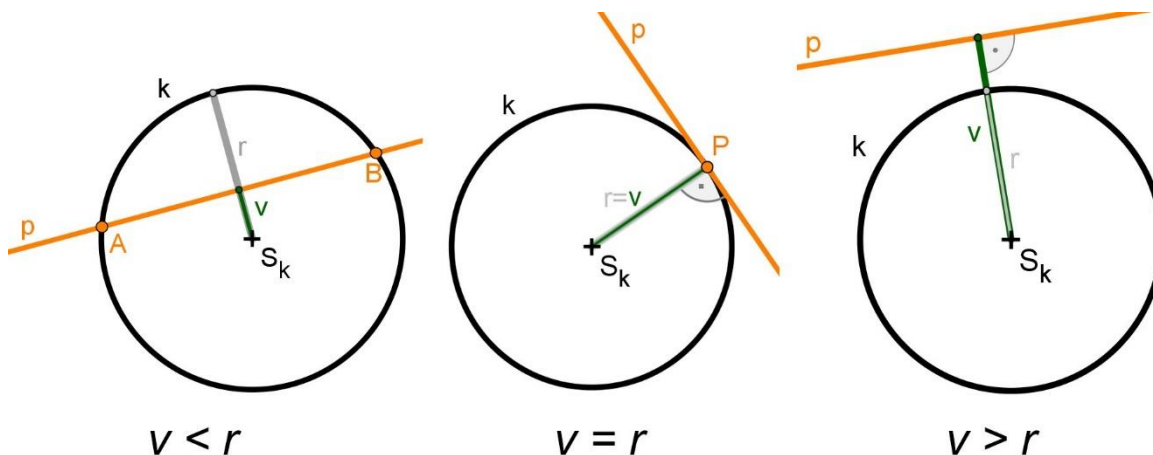
Obrázek 45: Značení kružnice

7.3.1 Vzájemná poloha kružnice a přímky

V rovině mohou nastat tři různé vzájemné polohy kružnice k a přímky p . Rozlišujeme je podle toho, jakou vzdálenost v má přímka od středu kružnice a jaký je poloměr r kružnice. Mohou nastat tyto případy:

- $v < r$, přímka p má s kružnicí k dva různé společné body. Přímku nazýváme *sečna*.

- $v = r$, přímka p má s kružnicí pouze jediný společný bod P . Přímku nazveme *tečna*. Bod P je *bod dotyku*. Tečna kružnice je kolmá k poloměru sestrojenému v dotykovém bodě.
- $v > r$, přímka p nemá s kružnicí k žádný společný bod. Přímku nazýváme *nesečna*.

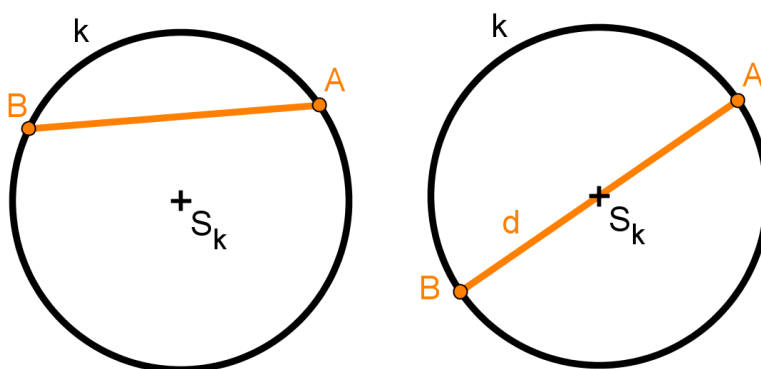


Obrázek 46: Sečna, tečna, nesečna

Pozn. Jestliže má přímka p s kružnicí k dva různé společné body, říkáme, že ji v těchto bodech *protíná*; má-li společný jen jeden bod, pak se jí v tomto bodě *dotýká*.

Přímka může mít s kružnicí nejvýše dva různé společné body.

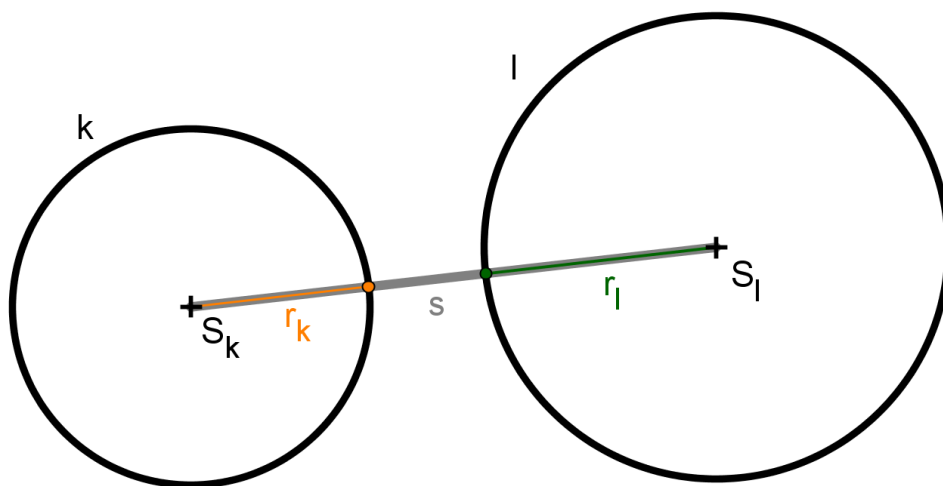
Jsou-li A, B dva různé body kružnice k , pak úsečka AB (část sečny) se jmenuje *tětiva kružnice*. Jestliže střed S kružnice leží na úsečce AB , pak je tato tětiva nejdelší možná a nazýváme ji *průměr*. Krajní body průměru nazýváme *protějšími body kružnice*. Velikost průměru značíme zpravidla d a platí $d = 2r$.



Obrázek 47: Tětiva, průměr

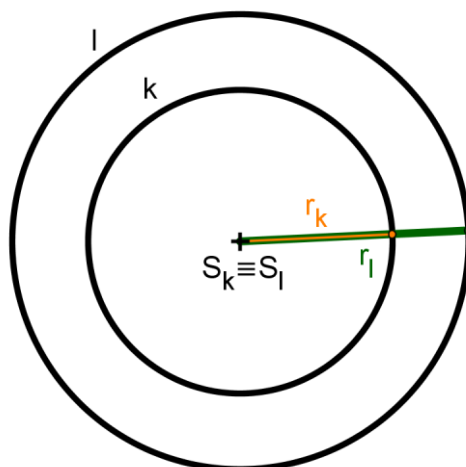
7.3.2 Vzájemná poloha dvou kružnic

V rovině mohou nastat různé vzájemné polohy kružnice $k(S_k, r_k)$ ke kružnici $l(S_l, r_l)$. Rozlišujeme je podle toho, jakou vzdálenost $s = |S_k S_l|$ mají středy kružnic.



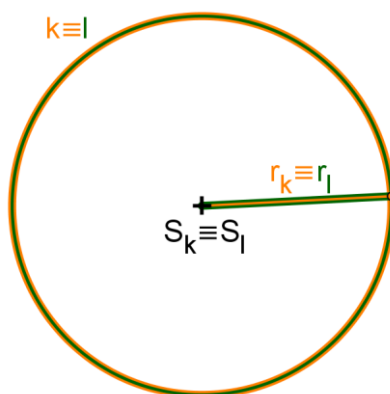
Obrázek 48: Značení vzájemné polohy dvou kružnic

- $s = 0$; kružnice, jejichž středy jsou totožné, tedy $S_k \equiv S_l$, nazýváme *soustředné*.
 - Jestliže $r_k \neq r_l$, pak tyto kružnice nemají žádný společný bod.



Obrázek 49: Soustředné kružnice

- Jestliže $r_k = r_l$, pak tyto kružnice mají nekonečně mnoho společných bodů a jsou totožné.

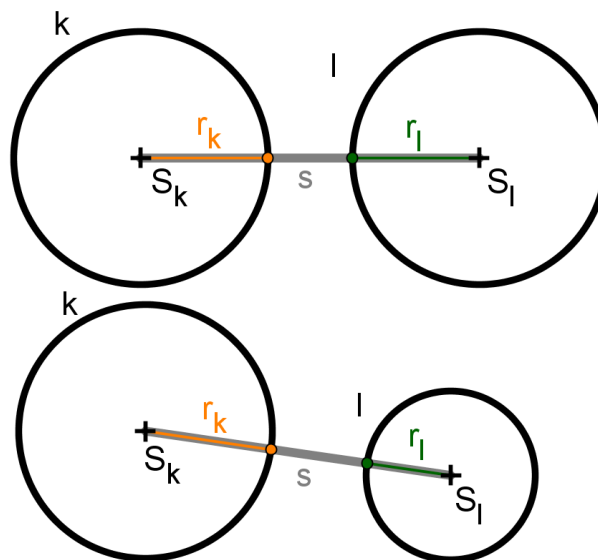


Obrázek 50: Totožné kružnice

- $s \neq 0$; kružnice, jejichž středy nejsou totožné, tedy $S_k \neq S_l$, nazýváme *nesoustředné*.

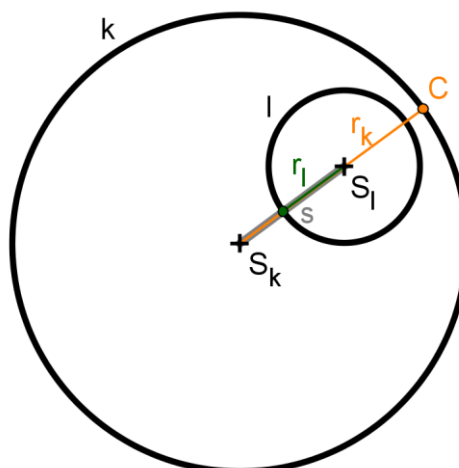
U nesoustředných kružnic, kde $r_k \geq r_l$, mohou nastat další polohy, z nichž pak vyplývá, kolik mají kružnice společných bodů. Mohou nastat tyto případy:

- *kružnice leží „vně sebe“*, $s > r_k + r_l$ – každý bod kružnice k leží vně kružnice l a každý bod kružnice l leží vně kružnice k .



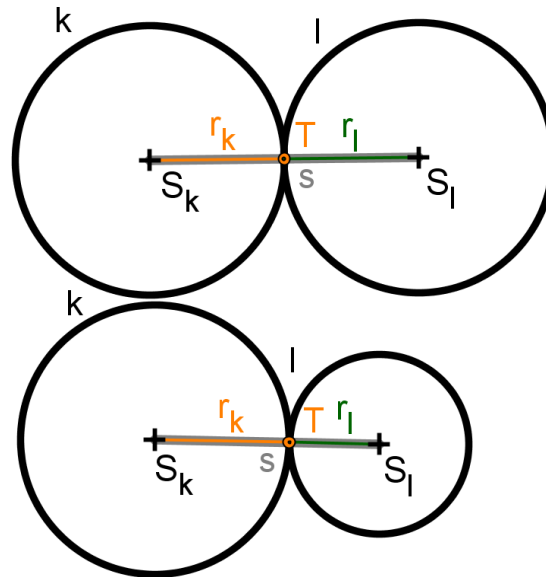
Obrázek 51: Nesoustředné kružnice – vně sebe

- *jedna kružnice leží uvnitř druhé kružnice*, $0 < s < |r_k - r_l|$ nastane pouze pokud $r_k \neq r_l$ – na obr. 52 viz pro $r_k > r_l$, tj. všechny body kružnice l leží uvnitř kružnice k a všechny body kružnice k leží vně kružnice l .



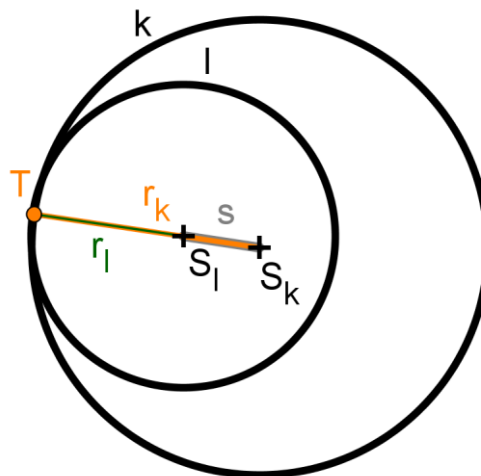
Obrázek 52: Nesoustředné kružnice – jedna uvnitř druhé

- *kružnice se dotýkají vně* (mají vnější dotyk pro $s = r_k + r_l$) – když mají společný jediný bod T , který leží na úsečce $S_k S_l$, kdežto ostatní body kružnice k leží vně kružnice l a ostatní body kružnice l leží vně kružnice k .



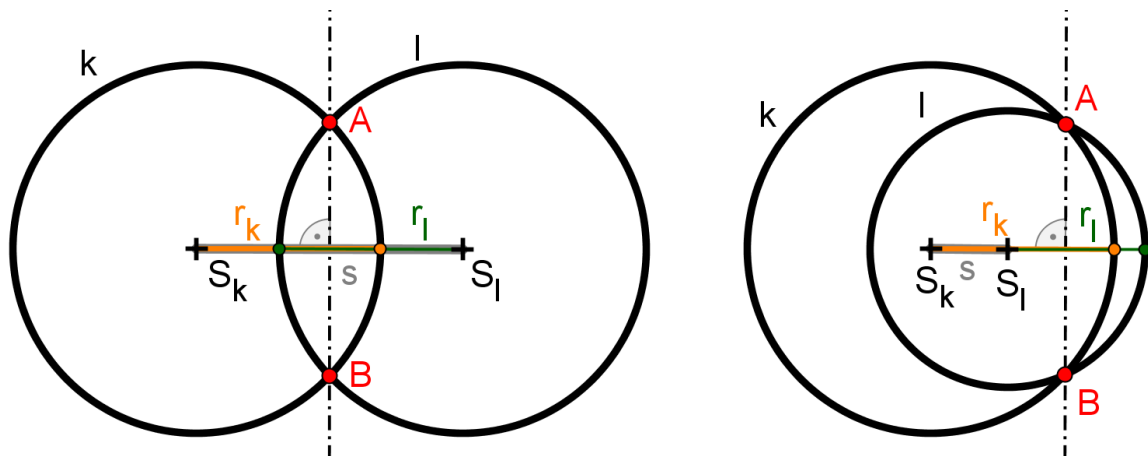
Obrázek 53: Nesoustředné kružnice – vnější dotyk

- *kružnice l se dotýká kružnice k zevnitř* (kružnice mají vnitřní/vnější dotyk pro $s = |r_k - r_l|$), tento případ nastane pouze pokud $r_k \neq r_l$ – tj. tehdy, když mají společný jediný bod T , který leží na prodloužení úsečky $S_k S_l$, přičemž ostatní body kružnice l leží uvnitř kružnice k .



Obrázek 54: Nesoustředné kružnice – vnitřní/vnější dotyk

- *kružnice se protínají*, $|r_k - r_l| < s < r_k + r_l$, když mají dva různé společné body, tj. průsečíky A, B . Přímka AB se nazývá *společná sečna obou kružnic*.



Obrázek 55: Nesoustředné kružnice – jedna protíná druhou

Pozn. Bod dotyku je bod, ve kterém se dvě kružnice dotýkají. Průsečík je bod, ve kterém se dvě kružnice protínají. Dvě kružnice mohou mít nejvýše dva různé společné body.

8 Výstupní dotazník

V tomto dotazníku se převážně zjišťovaly názory na vytvořené webové stránky a doplňující informace o písemných pracích. Případné připomínky byly zohledněny a webové stránky dle toho doladěny.

Tento dotazník byl opět rozeslán elektronicky a to pouze učitelům, kteří projeví ve vstupním dotazníku zájem o spolupráci (67 respondentů ze základních, středních i vysokých škol). Dotazník byl vytvořen pomocí aplikace Formuláře Google z GoogleDocs. Rozesílaný dotazník je k nahlédnutí v příloze 3.

V úvodu dotazníku je uvedeno upřesnění, co je chápáno pod pojmem písemná práce – aktivita na "celou" vyučovací hodinu. Počítají se do této kategorie čtvrtletní práce a práce psané po probrání daného tematického celku.

8.1 Výsledky výstupního dotazníku a diskuse

Výstupní dotazník vyplnilo do 16. 7. 2015 pouze 18 respondentů. V průvodním dopisu k tomuto dotazníku jsem učitele prosila také o to, jestli se jim nechce vyplňovat dotazník, aby napsali alespoň reakci k webovým stránkám na kontaktní e-mail. Tuto možnost využil jeden uživatel stránek.

Nízkou návratnost připisuji tomu, že dotazník byl rozeslán až ke konci školního roku.

Vizualizace výsledků výstupního dotazníku je stejná jako v případě vstupního dotazníku. Podrobnější informace ke vzhledu grafů jsou k nahlédnutí v kapitole 2.3 Výsledky vstupního dotazníku a diskuse.

Nyní se seznámíme s výpověďmi na jednotlivé položky. Příslušné výpovědi jsou doplněny o komentáře. Dle obdržených výpovědí z výstupního dotazníku usuzuji, že webové stránky jsou vnímány velice pozitivně.

1) Kolik konstrukčních úloh většinou vkládáte do Vašich písemných prací?

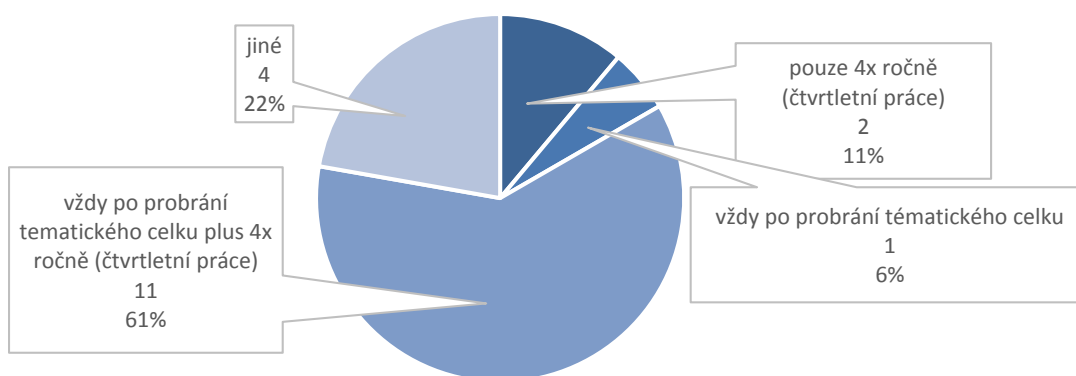
Z tabulky 4 se dá odvodit, že učitelé ve většině případech nevytváří písemné práce, v nichž by se vyskytovaly pouze konstrukční úlohy. Ledaže by konstrukční úloha byla tak náročná a žáci nad jejím řešením strávili celou vyučovací hodinu.

Tabulka 4: Počty konstrukčních úloh vkládaných do písemných prací

počty úloh	počet odpovědí
0	0
1	7
2	6
3	4
4	1

2) Jak často píšete s žáky písemné práce?

Z uvedených výpovědí je zřejmé, že učitelé píší písemné práce pravidelně a poměrně často (po probrání tematického celku). Výsledky mohou být ovlivněny také tím, na jakém stupni školy učitel vyučuje. V dotazníku se ale tato skutečnost neuváděla, proto se nedají výsledky se stupněm školy spojit.

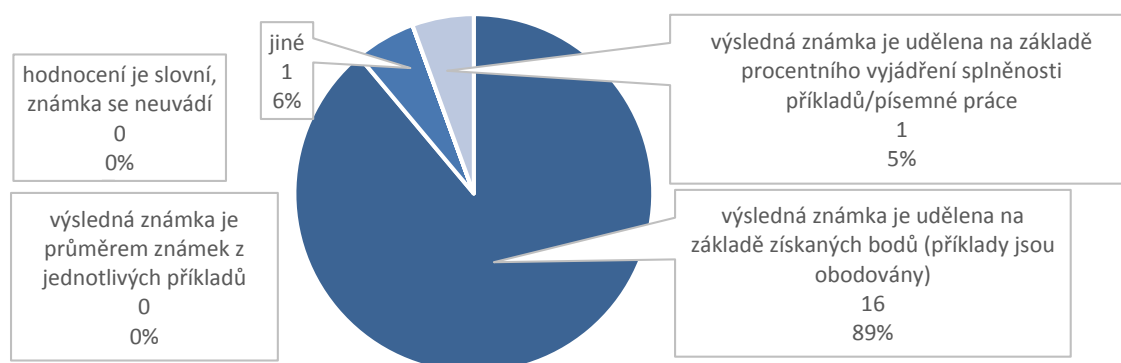


Graf 15: Četnost psaní písemných prací

Jiné odpovědi: Každý pátek. Zápočtová práce pro budoucí učitele. Průběžně plus 4x ročně kontrolní práci. 2x ročně pololetní práci.

3) Jak hodnotíte Vaše písemné práce?

Přestože bodová stupnice a hodnocení dle ní je odborníky odsuzováno (zcela dostatečně neumožňuje individuální hodnocení), tak je z následujících výpovědí (i z mých zkušeností z praxe) znát, že se učitelé matematiky bodování písemných prací jen tak nevzdají.

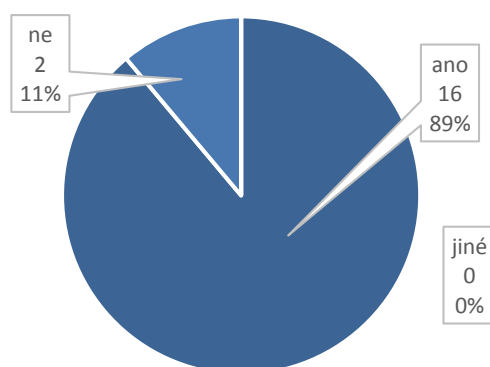


Graf 16: Hodnocení písemných prací

Jiné odpovědi: na 100% napsat alespoň jeden příklad, pak prospěl, jinak neprospěl (z kontextu dalších odpovědí vyplývá, že tento učitel je z vysoké školy)

4) Splnily webové stránky Vaše očekávání?

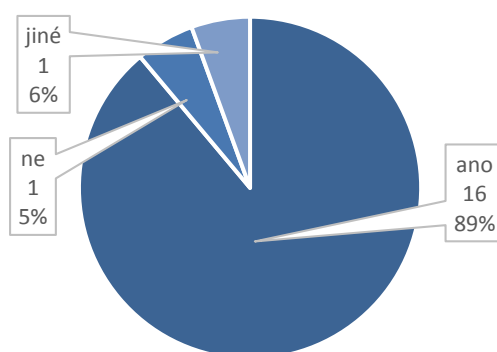
To, že u někoho nesplnily webové stránky očekávání, může být způsobeno např. tím, že stránky nejsou určeny pro jeho stupeň školy nebo že nabízená témata neodpovídají jeho požadavkům ze vstupního dotazníku.



Graf 17: Naplněnost očekávání z vytvořených webových stránek

5) Přijdou Vám webové stránky přehledné?

Slovní odpověď v kolonce jiné poukazuje na to, že v některých internetových prohlížečích nefunguje formátování tak, jak je zamýšleno. Bohužel možnosti prohlížečů jsou velmi různorodé a pokrýt správné formátování ve všech dostupných internetových prohlížečích je pomalu nadlidský výkon. Webové stránky je nejideálnější otevírat v prohlížečích Mozilla Firefox nebo GoogleChrome. Uvedená odpověď reaguje na prohlížeč Internet Explorer.

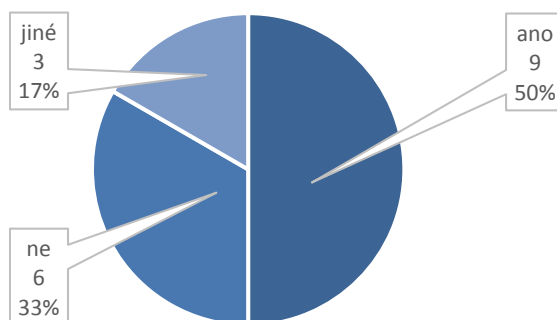


Graf 18: Spokojenost s přehledností webových stránek

Jiné odpovědi: Zmátlo mě grafické rozložení znění vět sss, sus, usu. Věta začíná uprostřed řádku vlevo a pokračuje o řádek níže zprava. Proč to nemůže být v jednom řádku?

6) Oslovily Vás stránky natolik, že je budete používat pro tvorbu písemných prací nebo pracovních listů?

Myslím, že učitelé, jež odpovídali na tento dotazník, budou spíše stránky využívat ke tvorbě pracovních listů. Pokud by vytvářeli písemné práce, museli by další příklady, které nejsou konstrukční doplňovat do již předpřipravené písemné práce z těchto stránek a to až po vytištění.

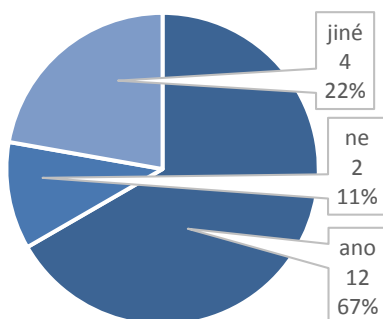


Graf 19: Využitelnost stránek ke tvorbě písemných prací/pracovních listů

Jiné odpovědi: Ještě nevím. Jsou pro naše žáky těžké - ŠVP. Spíše ano.

7) Oslovily Vás stránky natolik, že je budete využívat při výuce?

Obsah stránek je zatím poněkud omezený, ale časem se určitě doplní o více témat i více příkladů.



Graf 20: Použitelnost stránek při výuce

Jiné odpovědi: Řešené příklady jsou příliš náročné. Výjimečně. Jen něco jednoduchého. Neaktivně, spíše pasivně (v rámci příprav).

8) Jaké využití stránek pro své účely vidíte?

Na tuto otázku odpověděli jednotliví respondenti následovně:

- Při tvorbě pracovních listů, které dávám každou hodinu místo domácích úkolů. Dále při tvorbě dvacetiminutovek. Chybí mi stejnolehlost. Ráda pracuji s GeoGebrou. Jsem nadšená.
- Nejen pro zadání zápočtových písemek, rovněž jako zdroj do didaktiky matematiky a didaktiky deskriptivní geometrie pro budoucí učitele.

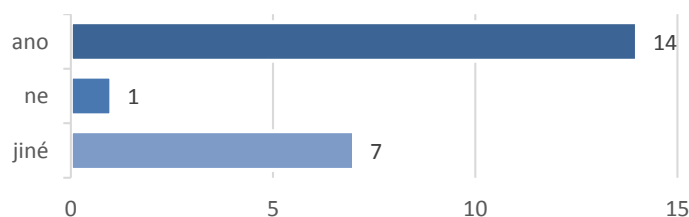
- Doplnující úlohy pro zdatnější žáky.
- Pro samostudium žáků.
- Učím na škole, kde na geometrii není brán takový zřetel a témata jsou probrána spíše okrajově a využila bych maximálně ty úplně nejjednodušší příklady z těchto stránek.
- Jako ukázkou výsledné práce při výuce v programu GeoGebra
- Při výuce.
- Jako přehled učiva pro základní školy při rozšiřování SŠ matematiky.
- Mohla bych je použít při výkladu nebo při opakování planimetrie.
- Ukázat žákům všechny možné varianty řešení pro jedno obecné zadání.
- Různé varianty příkladu - využití v prověrkách. Využití částí řešení (náčrt, postupu, konstrukce) při práci s dětmi. Samostatná práce i s kontrolou pro rychlejší žáky
- Teoretické podklady s názornými obrázky
- Sbírkou úloh, začátky s GeoGebrou
- Nebudeme je moc používat - máme žáky s různými stupni mentální retardace, učivo je příliš těžké, musíme je redukovat.
- Inspirace pro výuku.
- Inspirace do baterie příkladů.
- Názorná ukáзка s využitím IT, dobrá je změna zadání.

Z výše uvedených odpovědí je vidět rozličné využití stránek a tak si snad každý uživatel najde to své. Jeden uživatel odpověděl pouze otazníkem.

9) Doporučili byste webové stránky svým kolegům?

Do kolonky jiné měli respondenti uvádět odůvodnění své odpovědi. Většina respondentů si ovšem nepřečetla pozorně poznámku u otázky, a tak odůvodnění nenapsal téměř nikdo (stejně tak je tomu i u následující otázky).

Pevně doufám, že učitelé, kteří odpověděli na tuto položku ano, stránky skutečně doporučí.

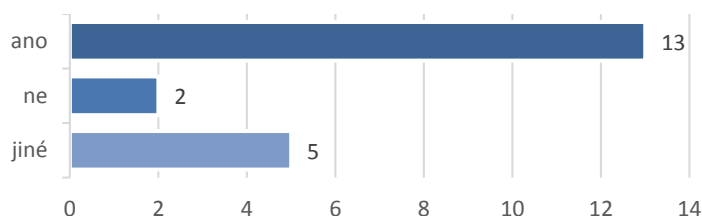


Graf 21: Doporučení stránek kolegům

Uvedená odůvodnění: Kolegům ZŠ určitě! (odpovězeno 2x) Nevím. Ano, Shrnutí poznatků. Ano, Zajímavé úlohy. Ano, inspirace pro výuku. Ano, líbí se mi.

10) Doporučili byste webové stránky svým žákům?

Do kolonky jiné měli respondenti opět uvádět důvod své odpovědi. Z výpovědí u otázky 8 vyplývá, že i pro žáky mají stránky plno využití. A proto doufám, že i žáci stránky budou využívat po doporučení svého učitele.



Graf 22: Doporučení stránek žákům

Uvedená odůvodnění: Ne, ale jak jsem zmiňovala výše, na škole, kde učím, by to bylo "zbytečné". Nejsm schopen určit. Shrnutí poznatků pro opakování k přijímacím zkouškám. Ano, možnost procvičení učiva. Ano, procvičování.

11) V závěru dotazníku měli učitelé možnost doplnit své názory či připomínky, které se neobjevily v dotazníku.

- Kvalitní
- Nepřesná zadání úloh - např:

Sestrojte kružnici l , jež prochází daným bodem A a zároveň se dotýká daného bodu T náležícího přímce p , která neprochází bodem A .

- z logiky věci plyne, že daná přímka p bude tečnou, ale není to přesně vyjádřeno a u žáků by to mohlo vést k diskuzi o správnosti řešení

Nebo:

Jsou dány čtyři nesoustředné kružnice k , l , m , n a bod S . Sestrojte rovnoběžník $ABCD$ takový, že bod A leží na k , B leží na l , C leží na m a D leží na n .

- zde zas není uvedena funkce bodu S (že se jedná o střed rovnoběžníku) Opět to sice jasně plyne z logiky věci, ale ...

- Stránky jsou velmi přehledné a látka srozumitelná. Za mne palec nahoru :)
- snad nějaká pilná včelička vytvoří něco podobného pro střední školy.

Pozn. Připomínka k nepřesnému zadání úloh byla brána v úvahu a zadání obou úloh byla přeformulována.

Výpověď učitele skrze e-mail: Bohužel jsem se k tomu dostal až teď (myšleno 16. 7. večer), tak nebyl čas vyzkoušet vše. Prošel jsem některé příklady, vypadá to moc pěkně. Napadá mě zatím jediná věc. U příkladů, které mají grafické zadání, bych dal možnost toto

zadání zobrazit. Je tam pouze možnost zobrazit řešení, ale zadání ne (pokud je grafické). Nevím, jak to vypadá při tvorbě a tisku písemky, to už jsem nestihnul. Jinak žádné výhrady nemám. Je to hezký, komisi se to bude taky líbit. Některé příklady ani neznám, asi Vaše stránky někdy využiju. Jako celek je to výborné.

8.2 Zhodnocení výpovědí z dotazníku

Velice mě potěšily takové kladné reakce respondentů. Výpovědi mi zvedly sebevědomí v tom smyslu, že strávený čas a úsilí nad tvorbou webových stránek a příkladů nebyly zbytečné. Pozitivní ohlasy mi též „dodaly energii“ do další práce na stránkách – doplňování databáze dalšími příklady, zpracování dalších témat, apod.

Závěr

Cílem této práce bylo vytvořit webové stránky pro tvorbu písemných prací z planimetrie pro 2. stupeň základní školy. Tento cíl byl naplněn, jak dokazují stránky dostupné na <http://pisemky-z-matiky.moxo.cz>. O jejich obsahu víceméně rozhodli učitelé z praxe, kteří vyplnili vstupní dotazník, jehož výsledky jsou uvedeny v textu této práce. Požadavkům učitelů, pokud byly realizovatelné, bylo vyhověno. To, že ve většině případů splnily výsledné stránky u spolupracujících učitelů očekávání, vyplynulo z výstupního dotazníku, jehož výsledky jsou též součástí této práce. Za velký úspěch pokládám to, že učitelé chtějí stránky doporučit jak kolegům, tak i svým žákům.

Vytvořené stránky nejsou pro učitele materiálem pouze pro tvorbu písemných prací, ale mohou je využít též jako výukový materiál (teorii i applety). A též pro žáky mohou stránky sloužit jako učební text nebo procvičovací materiál.

Pro uživatele stránek jsou přínosné applety, v nichž si rychlou změnou hodnot parametrů na posuvnících či přesunem objektů vytvoří nepřeborně mnoho nových zadání planimetrických konstrukčních úloh.

Pro zpestření tématu této práce je uveden stručný nástin vývoje vzniku planimetrie, ale i geometrie jako takové. V textu práce jsou uvedeny zásady tvorby písemných prací a řešení konstrukčních úloh, seznámení s RVP pro 2. stupeň základní školy v oblasti planimetrie.

V textu práce nechybí seznámení s webovými stránkami. Podrobné popisy a postupy, jak „obsluhovat“ a používat stránky, jsou uvedeny přímo v záložkách stránek. Uživatelé vidí pouze ty postupy, které opravdu potřebují.

Pevně doufám, že stránky budou hojně využívány a že hodiny strávené nad jich tvorbou nepřijdou vniveč.

Literatura

- [1] LÁVIČKA, M. *Syntetická geometrie – Pomocný učební text k předmětu KMA/SG*. [online] Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2007. [citováno 18. 3. 2015], Dostupné z: <http://home.zcu.cz/~lavicka/subjects/SG/texty/sg_text.pdf>
- [2] MAŠKA, O. *Řešené úlohy z matematiky, Planimetrie*. 5. svazek II. řady. Praha: SNTL, 1959.
- [3] PERNÝ, J. *Didaktika matematiky I. (přednáška)* Liberec: TUL, 9. 11. 2012.
- [4] JEŘÁBEK, J. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání (verze platná od 1. 9. 2013)*. [online] Praha: MŠMT, 2013. [citováno 29. 3. 2015], Dostupné z: <www.msmt.cz/file/29396/download/>
- [5] PROCHÁZKA, J. *Výuka geometrie s využitím www*. Diplomová práce. Praha: Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta, 2000. [citováno 15. 4. 2015]. Dostupné z: <<http://it.pedf.cuni.cz/~proch/program/indexie.htm>>
- [6] HRUŠA, K. a kol. *Přehled elementární matematiky*. Praha: SNTL, 1962.
- [7] PŮLPÁN, Z., ČIHÁK, M. *Matematika pro základní školy 6 geometrie*. Praha: SPN, 2007. ISBN 978-80-7235-365-1
- [8] BINTEROVÁ, H., FUCHS, E., TLUSTÝ, P. *Matematika 6 Geometrie učebnice pro základní školy a víceletá gymnázia*, Plzeň: Fraus, 2007. ISBN 978-80-7238-656-7
- [9] BILLSTEIN, R., LIBESKIND, S., LOTT, J.W. *A Problem Solving Approach to Mathematics for Elementary School Teachers*. California: The Benjamin/Cummings Publishing Company.1990.
- [10] BOSTOCK, L., CHANDLER, S. *Core Maths for A-level*. Avon: Stanley Thornes (Publishers) Ltd. 1990. ISBN 0-7487-0067-6
- [11] PŘÍVRATSKÁ, J. *Planimetrie (opakování)*. Liberec: TUL, 2002. ISBN 80-7083-650-4
- [12] BOROWSKI, E. J., BORWEIN, J. M. *Collins dictionary of mathematics*, Glasgow: HapterCollins Publisher. 2002. ISBN 0 00 720710 7

Internetové zdroje:

<http://www.geogebra.org>

<http://www.msmt.cz/vzdelavani/skolstvi-v-cr/skolskareforma/ramcove-vzdelavaci-programy>

Zdroje obrázků

Zdobení pravěké keramiky <<http://pf.ujep.cz/~velimskyt/pravek/04eneolit/en142.jpg>>

Egyptský zavlažovací systém

<<http://tc2.ca/sourcedocs/uploads/images/Gallery/Picture%20Sets/Ancient%20Egypt/Daily%20life/agriculture.jpg>>

Fragment z 2. knihy Základů

<http://www.zurnal.upol.cz/uploads/RTEmagicC_papyrus.jpg.jpg >

Ibn Sína – astronomický pohyb <<https://jerryandgod.files.wordpress.com/2014/01/821-1.jpg> >

Neeuklidovská geometrie < <http://is.muni.cz/el/1431/jaro2007/M3722/um/appendiks.jpg>>

Seznam příloh

Příloha 1: Vstupní dotazník

Příloha 2: Tabulka hodnocení pro žáky ZŠ

Příloha 3: Výstupní dotazník

Příloha 1

Webové stránky pro tvorbu písemných prací z planimetrie pro 2. stupeň ZŠ

Vážený respondente, jsme rády, že jste se rozhodl vyplnit náš dotazník.

Dotazník je určen pouze pro učitele matematiky. Pokud tedy nejste učitelem matematiky, nevěnujte mu, prosím, žádnou další pozornost.

I když vytvářené webové stránky budou zaměřeny pouze na látku probíranou na 2. stupni ZŠ, oslovujeme nejen učitele matematiky 2. a 3. stupně, ale i vysokoškolské učitele. Jedním z důvodů je ta skutečnost, že učitelé vyšších stupňů navazují na znalosti ze ZŠ. Proto je jejich názor pro tvorbu písemných prací také důležitý.

Cíl dotazníku

Dotazník slouží jako podklad k vytvoření webových stránek pro tvorbu písemných prací z planimetrie pro 2. stupeň ZŠ, které jsou součástí stejnojmenné diplomové práce. Úkolem tohoto dotazníku je zjistit, co učitelé od takovýchto stránek očekávají. Naší snahou je zařadit (dle možností) jejich požadavky do vypracovávaných webových stránek.

O diplomové práci a webových stránkách

Cílem diplomové práce je vytvořit webové stránky, které učitelům umožní vytvářet písemné práce/pracovní listy z vybraných kapitol učiva planimetrie. Webové stránky budou převážně určeny pro učitele 2. stupně základní školy. Stránky budou obsahovat databázi příkladů, které budou děleny podle témat. U každého příkladu bude k dispozici několik verzí s různými hodnotami zadání. Učitelé si podle svých individuálních požadavků vytvoří písemné práce/pracovní listy, které se jim vygenerují ve formátu pdf na základě jejich výběru ze seznamu daných úloh (princip vkládání příkladů do "košíku" jako na e-shopech). Tvorba písemných prací nebude závislá na tématech. Výsledkem generování budou dva soubory. První soubor bude pouze se zadáním. Pod každým zadáním bude odpovídající volné místo na vypracování úlohy. Druhý soubor bude vypracovaná písemná práce, která bude sloužit pro kontrolu učiteli. Stránky budou obsahovat i úlohy na procvičení pro žáky. Každá tato úloha bude typově odpovídat úloze z písemné práce, ale bude mít jiné zadané hodnoty.

Možnost budoucí spolupráce

Na závěr dotazníku budete moci uvést svůj e-mail, na který vám po vytvoření a zprovoznění webových stránek (± březen 2015) bude zaslán odkaz na tyto stránky, ale i žádost o jejich vyzkoušení. Bude opět následovat krátký výstupní dotazník ohledně srozumitelnosti a funkčnosti webových stránek.

Jsmě Vám velice vděčné za Vaši spolupráci.

Bc. Radka Szillerová a Mgr. Daniela Bímová, Ph.D.
Technická univerzita v Liberci
Fakulta přírodovědné-humanitní a pedagogická

[Pokračovat »](#)



12% dokončeno

Na jaké škole vyučujete? *

- ZŠ
- SŠ
- VŠ

Kolik učitelů vyučuje na vaší škole matematiku? *

V jakém kraji působíte? *

- Hlavní město Praha
- Středočeský kraj
- Jihočeský kraj
- Plzeňský kraj
- Karlovarský kraj
- Ústecký kraj
- Liberecký kraj
- Královéhradecký kraj
- Pardubický kraj
- Kraj Vysočina
- Jihomoravský kraj
- Olomoucký kraj
- Moravskoslezský kraj
- Zlínský kraj

Kolik let vyučujete matematiku? *

▼
0-4
5-10
11-20
21-30
nad 30

« Zpět

Pokračovat »

25% dokončeno

Písemné práce, které zadáváte svým žákům *

Můžete vybrat i více možností.

- vytvářím sám/sama.
- vytváříme společně s kolegy/němi.
- inspiřuji se příklady z učebnice/pracovního sešitu užívané ve třídě.
- inspiřuji se příklady z různých sbírek.
- inspiřuji se příklady z internetu.
- inspiřuji se aktivitami vytvořenými pro interaktivní tabule (např. zveřejněné na internetu).
- Jiné:

Zadání písemných prací jsou *

- psaná ručně.
- psaná na počítači.
- Jiné:

« Zpět

Pokračovat »

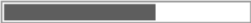
50% dokončeno

Jaké formální náležitosti by měla podle Vás písemná práce obsahovat? (záhlaví písemné práce) *

Můžete vybrat i více možností.

- Nadpis (Písemná práce/pracovní list)
- Místo pro uvedení varianty písemné práce (A, B, ...)
- Prostor pro zapsání data
- Prostor pro jméno a příjmení
- Prostor pro uvedení třídy
- Prostor pro získané body za splněný příklad (bylo by uvedeno vedle zadání příkladu)
- Kolonka pro uvedení výsledné známky z písemné práce
- Jiné:

[« Zpět](#) [Pokračovat »](#)

 62% dokončeno

Jak se liší příklady v jednotlivých variantách Vašich písemných prací? *


Týká se tříd, kdy jsou žáci rozděleni do skupin, aby od sebe neopisovali. Můžete vybrat i více možností.

- Stejně zadání, jiné hodnoty
- Různé příklady, stejná obtížnost příkladu
- Všichni žáci mají stejné zadání
- Jiné:

Jaké formě zadání a prostoru na vypracování příkladu dáváte přednost? *

- Zadání písemné práce ve vrchní části pohromadě, prostor pro vypracování příkladů na zbytku listu papíru
- Zadání příkladu a pod ním místo na vypracování, další příklad stejným způsobem
- Jiné:

[« Zpět](#) [Pokračovat »](#)


 75% dokončeno

Úlohy, ze kterých probíraných témat při výuce planimetrie na 2. stupni ZŠ, byste preferovali k zařazení na vytvářené webové stránky? *

Okruhy, na které by se měly webové stránky primárně soustředit. Tj. které příklady z planimetrie byste rádi zařazovali do svých písemných prací/pracovních listů. Vyberte maximálně 4 odpovědi.

- trojúhelníky
- čtyřúhelníky
- n-úhelníky
- množiny bodů dané vlastnosti
- kružnice
- vzájemná poloha rovinných útvarů (bod, přímka, kružnice)
- stejnost a podobnost
- osová a středová souměrnost
- Jiné:

[« Zpět](#) [Pokračovat »](#)

 87% dokončeno

Webové stránky pro tvorbu písemných prací z planimetrie pro 2. stupeň ZŠ

Pokud máte zájem o další spolupráci, zadejte prosím váš e-mail. Tento e-mail nebude nikde spojován s Vašimi odpověďmi. Dotazník je zcela anonymní.

Nikdy přes Formuláře Google neposílejte hesla.

100 %: Hotovo.

Příloha 2

1	45–41	44–40	43–39	42–38	41–37	40–36	39–35
2	40–34	39–33	38–32	37–32	36–31	35–30	34–29
3	33–20	32–20	31–19	31–19	30–18	29–18	28–18
4	19–11	19–11	18–11	18–11	17–10	17–10	17–10
5	10–0	10–0	10–0	10–0	9–0	9–0	9–0
1	38–34	37–33	36–32	35–32	34–31	33–20	32–29
2	33–29	32–28	31–27	31–26	30–26	29–25	28–24
3	28–17	27–17	26–16	25–16	25–15	24–15	23–14
4	16–10	16–9	16–9	15–9	14–9	14–8	13–8
5	9–0	8–0	8–0	8–0	8–0	7–0	7–0
1	31–28	30–27	29–26	28–25	27–24	26–23	25–23
2	27–23	26–23	25–22	24–21	23–20	22–19	22–19
3	22–14	22–14	21–13	20–13	19–12	18–12	18–11
4	13–8	13–8	12–7	12–7	11–6	11–6	10–6
5	7–0	7–0	6–0	6–0	5–0	5–0	5–0
1	24–22	23–21	22–20	21–19	20–18	19–17	18–17
2	21–18	20–17	19–16	18–15	17–14	16–14	16–13
3	22–14	22–14	21–13	20–13	19–12	18–12	18–11
4	10–6	9–5	9–5	8–4	7–4	7–4	7–4
5	5–0	4–0	4–0	3–0	3–0	3–0	3–0
1	17–16	16–15	15–14	14–13	13–12	12–11	11–10
2	15–13	14–12	13–11	12–10	11–9	10–8	9–8
3	12–8	11–7	10–7	9–6	8–5	7–5	7–5
4	7–4	6–3	6–3	5–3	4–3	4–3	4–3
5	3–0	2–0	2–0	2–0	2–0	2–0	2–0
1	10–9	9–8	8	7	6	Tabulka hodnocení pro žáky ZŠ 1–do 90%, 2–do 75%, 3–do 45%, 4–do 25%	
2	8–7	7–6	7–6	6–5	5		
3	6–4	5–4	5–4	4–3	4–3		
4	3–2	3–2	3–2	2	2		
5	1–0	1–0	1–0	1–0	1–0		

zdroj: SLOUKA, J. *Prověrky z matematiky*. Olomouc: FIN, 1992. ISBN 80-85572-27-3.

Tabulka hodnocení slouží pro známkování písemných prací, které mají bodové ohodnocení. Je sestavena pro možný počet získaných bodů z písemné práce v rozmezí od 6 do 45 bodů. Pokud by naše písemná práce měla bodů více, stačí použít násobků již spočtených hodnot. V tabulce se orientujeme následovně: V levé části tabulky máme legendu – známku. U známky za 1 nám vždy levé číslo udává maximální počet bodů získaných z písemné práce. V tabulce si tedy vyhledáme body, které potřebujeme a zbytek bodového rozvržení již máme spočtený. Protože jsou některé body zaokrouhlovány, můžeme si své hodnocení změnit dle vlastní potřeby. Tabulka slouží pouze jako pomocník při bodovém hodnocení.

Příloha 3

Webové stránky pro tvorbu písemných prací z planimetrie pro 2. stupeň ZŠ

Vážený respondente, jsme rádi, že jste se rozhodl s námi spolupracovat.

Cíl dotazníku

Dotazník slouží jako zpětná vazba k využití a funkčnosti vytvořených webových stránek v rámci diplomové práce.

Upřesnění pojmů z dotazníku

Písemnou práci je chápána aktivita na "celou" vyučovací hodinu. Počítají se do této kategorie čtvrtletní práce a práce psané po probrání daného tématu.

Desetiminutovky jsou chápány jako aktivita, která nezabere celou část hodiny. Slouží spíše k orientační kontrole, zda žáci látku chápou.

Otázky k písemným pracím jsou směřovány pouze na písemné práce z rovinné konstrukční geometrie - planimetrie!

O diplomové práci a webových stránkách


Cílem diplomové práce je vytvořit webové stránky, které učitelům umožní vytvářet písemné práce/pracovní listy z vybraných kapitol učiva planimetrie. Webové stránky jsou převážně určeny pro učitele 2. stupně základní školy. Stránky obsahují databázi (ta bude postupně doplňována) příkladů, které jsou děleny podle témat. U každého příkladu je k dispozici několik verzí s různými hodnotami zadání. Učitelé si podle svých individuálních požadavků mohou vytvořit písemné práce/pracovní listy, které se jim vygenerují ve formátu pdf na základě jejich výběru ze seznamu daných úloh (princip vkládání příkladů do "aktovky" jako na e-shopech). Tvorba písemných prací není závislá na tématech. Výsledkem generování jsou dva soubory. První soubor je pouze se zadáním. Pod každým zadáním je vynecháno odpovídající volné místo na vypracování úlohy. Druhý soubor představuje vypracovanou písemnou práci, která slouží pro kontrolu učiteli. Stránky obsahují i úlohy na procvičení pro žáky. Každá takováto úloha typově odpovídá úloze z písemné práce, ale má jiné zadané hodnoty.

Jsmo Vám velice vděčné za Vaši spolupráci.

Bc. Radka Szillerová a Mgr. Daniela Bímová, Ph.D.
Technická univerzita v Liberci
Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická

[Pokračovat »](#)

25% dokončeno

Používá technologii
 Google Forms

Obsah není vytvořen ani schválen Googlem.

[Nahlásit zneužití](#) - [Smluvní podmínky služby](#) - [Další smluvní podmínky](#)

Webové stránky pro tvorbu písemných prací z planimetrie pro 2. stupeň ZŠ

*Povinné pole

Kolik konstrukčních úloh většinou vkládáte do Vašich písemných prací? *

Uvažujeme písemné práce z planimetrie, pokud takové píšete.

Jak často píšete s žáky písemné práce? *

- pouze 4x ročně (čtvrtletní práce)
- vždy po probrání tématického celku
- vždy po probrání tématického celku plus 4x ročně (čtvrtletní práce)
- Jiné:

Jak hodnotíte Vaše písemné práce? *

- výsledná známka je udělena na základě získaných bodů (příklady jsou obodovány)
- výsledná známka je udělena na základě procentního vyjádření splnění příkladů/písemné práce
- výsledná známka je průměrem známek z jednotlivých příkladů
- hodnocení je slovní, známka se neuvádí
- Jiné:

« Zpět

Pokračovat »

50% dokončeno

Používá technologii



Obsah není vytvořen ani schválen Googlem.

[Nahlásit zneužití](#) - [Smluvní podmínky služby](#) - [Další smluvní podmínky](#)

Webové stránky pro tvorbu písemných prací z planimetrie pro 2. stupeň ZŠ

*Povinné pole

Splnily webové stránky Vaše očekávání? *

Tzn. našli jste na nich to, co jste očekávali?

- ano
 ne
 Jiné:

Přijdou Vám webové stránky přehledné? *

Tzn. jsou jednotlivé položky i jejich obsahy zobrazeny přehledně?

- ano
 ne
 Jiné:

Oslovily Vás stránky natolik, že je budete používat pro tvorbu písemných prací nebo pracovních listů? *

- ano
 ne
 Jiné:

Oslovily Vás stránky natolik, že je budete využívat při výuce? *

Stránky se dají využít např. k zobrazení zadání příkladů pro řešení ve výuce, k ukázce více možných řešení úlohy změnou parametrů, jako teoretický podklad k seznámení se s tématem, atd.

- ano
 ne
 Jiné:

Jaké využití stránek pro své účely vidíte? *

Doporučili byste webové stránky svým kolegům? *

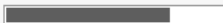
Uvedte, prosím, důvod své odpovědi do kolonky jiné.

- ano
 ne
 Jiné:

Doporučili byste webové stránky svým žákům? *

Uvedte, prosím, důvod své odpovědi do kolonky jiné.

- ano
 ne
 Jiné:

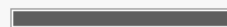
 75% dokončeno

Webové stránky pro tvorbu písemných prací z planimetrie pro 2. stupeň ZŠ

Děkujeme Vám mnohokrát za projevovou ochotu a doufáme, že Vám vytvořené webové stránky poslouží a budete je aktivně využívat. Případné připomínky a podněty k vylepšení uvítáme.

Zde můžete uvést své názory či připomínky, které se neobjevily v dotazníku.

Můžete zde uvádět i náměty pro zdokonalení stránek.



Nikdy přes Formuláře Google neposílejte hesla.

100 %: Hotovo.

Používá technologii



Obsah není vytvořen ani schválen Googlem.

[Nahlásit zneužití](#) - [Smluvní podmínky služby](#) - [Další smluvní podmínky](#)