



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A  
BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND  
BIOMECHANICS

# POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ MODÁLNÍ ANALÝZY DESKY PLOŠNÝCH SPOJŮ DOSAŽENÝCH VÝPOČTOVÝM A EXPERIMENTÁLNÍM MODELOVÁNÍM

PRINTED CIRCUIT BOARD MODAL ANALYSIS RESULTS COMPARISON FROM EXPERIMENTAL  
AND COMPUTATIONAL MODELING

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. TOMÁŠ OPLT

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Jiří Tošovský, Ph.D.

BRNO 2015





Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky

Akademický rok: 2014/2015

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Tomáš Opl

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Inženýrská mechanika a biomechanika (3901T041)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

### **Porovnání výsledků modální analýzy desky plošných spojů dosažených výpočtovým a experimentálním modelováním**

v anglickém jazyce:

### **Printed Circuit Board Modal Analysis Results Comparison from Experimental and Computational Modeling**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Elektronická zařízení různého typu jako jsou např. EGPWS (Enhance Ground Proximity Warning System), RVA36-VOR/MB (VHF Omni-directional Range/Marker Beacon), IMMR (Integrated Multi-Mode Receiver) a další jsou v letadlech a helikoptérách ukládána do normou stanovených boxů (norma ARINC). Boxy jsou svým charakterem šroubované nebo nýtované plechové sestavy, v nichž je uložena elektronika v podobě desek plošných spojů (DPS). Každá taková jednotka je ve fázi vývoje podrobena mechanickým testům (statické zatížení a vibrace) definované normou DO-160. Testy jsou prováděny jak experimentálně, tak výpočtově. Předmětem této práce bude porovnání výsledků modální analýzy jednoduché DPS dosažených pomocí výpočtového a experimentálního modelování při různých okrajových podmínkách odpovídající běžnému způsobu uložení desek.

Cíle diplomové práce:

1. Vytvořit konečnoprvkové modely jednovrstvé a vícevrstvé DPS využívající různé typy elementů např. solid, skořepiny a různé způsoby nastavení tuhosti desky např. E pro každou vrstvu zvlášť, ekvivalentní E pro celou DPS. DPS nemusí obsahovat elektronické součástky.
2. Na vytvořených konečnoprvkových modelech provést modální analýzu pro zvolené okrajové podmínky. Dosažené výsledky porovnat.
3. Provést ruční výpočet vlastních frekvencí jednovrstvé DPS dle odvozených vztahů a porovnat s výsledky z konečnoprvkových modelů.
4. Provést experimentální modální analýzu jednovrstvé DPS pro takové okrajové podmínky, které byly zvoleny ve výpočtovém modelování.
5. Provést analýzu výsledky z výpočtového a experimentálního modelování a porovnat je.

Seznam odborné literatury:

1. D. STEINBERG – Vibration Analysis for Electronic Equipment, 3rd Edition, ISBN 0-471-37685-X
2. W.C. YOUNG, R.G. BUDYNAS – Roark's Formulas for Stress and Strain, 7th edition, ISBN 0-07-072542-X

Vedoucí diplomové práce: Ing. Jiří Tošovský, Ph.D.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2014/2015.

V Brně, dne 20.11.2014

L.S.

---

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
Ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
Děkan fakulty

## **ABSTRAKT**

Předmětem diplomové práce je porovnání výsledků modální analýzy desek plošných spojů bez elektronických komponent, které byly získány při výpočtovém a experimentálním modelování. Analýzy jsou provedeny pro varianty jednovrstvé a následně třívrstvé PCB. Běžně jsou desky uchyceny za delší strany pomocí klínového zámku. Aby bylo možné realizovat okrajové podmínky ve výpočtovém i experimentálním modelování, je reálné upnutí PCB zjednodušeno na zamezení posuvů. Výpočtové modely jsou vytvořeny pomocí MKP prvků, které se běžně využívají pro řešení problémů tohoto typu. Stanovené výsledky jsou porovnány s výsledky experimentálního modelování. V práci je také otestována citlivost modelů na změnu velikosti prvku a počet prvků po tloušťce.

## **ABSTRACT**

Modal analysis of printed circuit board results, gained from computational and experimental modeling, have been compared. Analyses have been performed on dummy boards (models without electronic components), created as one-layered at first, then as three-layered PCB. Board is usually clamped by its longer edges with wedgelock. In order to enable the realization of boundary conditions in computational and experimental modeling, real clamping has been simplified to simply supported. Computational models have used FEM elements, which are commonly used in this type of problem. Determined results have been evaluated by comparing the experimental modeling results. Models' sensitivity on modification of element length and number of elements through thickness has been performed.

## **Klíčová slova**

Modální analýza, deska plošných spojů, PCB, vlastní frekvence, vlastní tvary, experimentální modální analýza, MKP, výpočtové modelování

## **Keywords**

Modal analysis, printed circuit board, PCB, natural frequency, mode shape, experimental modal analysis, FEA, computational modeling

## **Bibliografická citace**

OPLT, T. *Porovnání výsledků modální analýzy desky plošných spojů dosažených výpočtovým a experimentálním modelováním*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 125 s. Vedoucí diplomové práce Ing. Jiří Tošovský, Ph.D..

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma *Porovnání výsledků modální analýzy desky plošných spojů dosažených výpočtovým a experimentálním modelováním* jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou v práci citovány a uvedeny v seznamu použité literatury.

V Brně dne .....

.....

Tomáš Opl

## **Poděkování**

Děkuji svému vedoucímu práce Ing. Jiřímu Tošovskému, Ph.D., za cenné rady a připomínky, jimiž přispěl ke zdárnému dokončení mé diplomové práce. Dále děkuji Ing. Lubomírovi Houfkovi, Ph.D., za pomoc při provedení experimentálního modelování. V neposlední řadě také své rodině a nejbližším za jejich podporu během celého mého studia.

## OBSAH

<b>1</b>	<b>ÚVOD</b> .....	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>PROBLMOV SITUACE</b> .....	<b>12</b>
<b>3</b>	<b>FORMULACE PROBLÉMU</b> .....	<b>13</b>
<b>4</b>	<b>CÍLE ŘEŠEN PROBLÉMU</b> .....	<b>14</b>
<b>5</b>	<b>PODMNOŽINA SYSTÉMU PODSTATNYCH VELIČIN <math>\Sigma (\Omega)</math></b> .....	<b>15</b>
<b>6</b>	<b>ROZBOR ŘEŠEN PROBLEMATIKY</b> .....	<b>17</b>
6.1	Vymniteln jednotky LRU a jejich popis .....	17
6.1.1	Normy ARINC .....	17
6.1.2	Line Replacable Unit = LRU .....	17
6.1.3	Sestava dl LRU .....	20
6.2	Modální analýza .....	23
6.2.1	Základy mechanického kmitání .....	23
6.2.2	Modální analýza v programu ANSYS .....	26
6.2.3	Experimentln modální analýza .....	27
6.3	Prvky použit k tvorbě konenoprvkov st .....	29
6.4	Analytick vztahy pro stanoven vlastních frekvencí PCB .....	33
6.4.1	Vlastní frekvence pomocí trigonometrick řady .....	33
6.4.2	Vlastní frekvence pomocí polynomick řady .....	36
<b>7</b>	<b>PRACOVNÍ POSTUP</b> .....	<b>38</b>
<b>8</b>	<b>VPOTOV MODELOVÁNÍ</b> .....	<b>41</b>
8.1	Analytick vpotov modelování jednovrstv desky .....	41
8.2	Numerick vpotov modelování jednovrstv desky .....	42
8.2.1	Tvorba konenoprvkov st a zadání okrajových podmínek .....	43
8.2.2	Modální analýza .....	46
8.3	Analytick vpotov modelování vcevrstv desky .....	49
8.4	Numerick vpotov modelování vcevrstv desky .....	51
8.4.1	Tvorba konenoprvkov st a zadání okrajových podmínek .....	51
8.4.2	Modální analýza .....	53
<b>9</b>	<b>EXPERIMENTLN MODELOVÁNÍ</b> .....	<b>56</b>
9.1	Pprava experimentu .....	56
9.1.1	Nastaven okrajových podmínek .....	56
9.1.2	Propojen akcelerometru, rázového kladívka a PC .....	57
9.1.3	Mren .....	59
9.2	Výsledky stanoven numerickm modelováním s modifikovanými okrajovými podmínkami .....	61

---

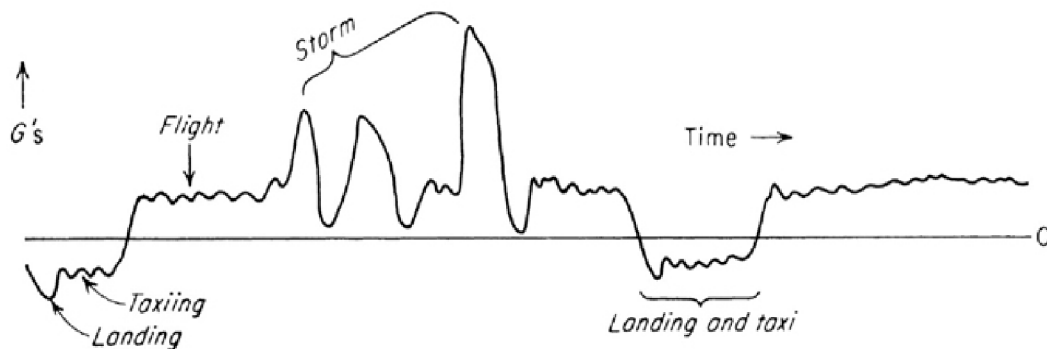
9.3	Výsledky stanovené experimentálním modelováním .....	62
<b>10</b>	<b>ANALÝZA VÝSLEDKŮ ŘEŠENÍ PROBLÉMŮ .....</b>	<b>69</b>
<b>11</b>	<b>ZÁVĚR .....</b>	<b>72</b>
11.1	Hodnocení cílů práce .....	72
11.2	Námět k pokračování řešení problému .....	74
	<b>SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY .....</b>	<b>76</b>
	<b>SEZNAM OBRÁZKŮ .....</b>	<b>78</b>
	<b>SEZNAM TABULEK .....</b>	<b>80</b>
	<b>SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK .....</b>	<b>81</b>
	<b>SEZNAM PŘÍLOH .....</b>	<b>83</b>



# 1 ÚVOD

Elektronická zařízení různého typu jsou v letadlech a helikoptérech ukládána do normou stanovených boxů. Boxy (LRU – *Line Replacable Unit*) jsou svým charakterem šroubované nebo nýtované plechové sestavy, v nichž je uložena elektronika v podobě desek plošných spojů (PCB – *Printed Circuit Board*). Požadavek této studie vzešel od společnosti HONEYWELL International s. r. o. v Brně, konkrétně z EHCOE MCAD, který je součástí divize Aerospace.

Letadlo je během provozu vystaveno různému zatížení. Jak je patrné z přiložené ilustrace, během samotného letu je amplituda přetížení poměrně ustálená, naopak vzlet a přistání jsou zdrojem přetížení o velkých amplitudách, stejně tak zhoršené počasí.



Obr. 1.1 Ilustrace přetížení křídla v průběhu jednoho letu [1]

Každý box je ve fázi vývoje podroben mechanickým testům (statické zatížení a vibrace) definovaným normou DO-160. Vibrace neboli kmitání jsou velmi významnou příčinou namáhání PCB během provozu. Kmitání je odezvou struktury na zdroj buzení, které může mít charakter impulzu nebo deterministický (harmonický, neharmonický) popřípadě stochastický (náhodný) charakter.

## 2 PROBLÉMOVÁ SITUACE

*Problémová situace je podle [2] nestandardní stav entity, který z objektivních nebo subjektivních důvodů vyžaduje řešení s určitým vymezeným cílem, přičemž proces řešení není rutinní, takže řešitel musí využít informační, tvůrčí, hodnotící a rozhodovací činnosti a hledat metody řešení.*

Nejnebezpečnějším stavem kmitání PCB je kmitání v rezonanci, tedy na frekvenci velmi blízké vlastní frekvenci PCB. Deska tak může být vystavena extrémním výchylkám (průhybům), které mohou zapříčinit poškození osazených elektronických součástek, popřípadě i destrukci desky samotné. Protože je lépe problémům předcházet nežli řešit jejich následky, je důležité přizpůsobit konstrukční návrh tak, aby vlastní frekvence PCB byly mimo její pracovní frekvenční oblast.

Z toho důvodu se ve fázi návrhu provádí modální analýza celého LRU pomocí výpočtového modelování. Samotné provedení PCB včetně jejich uložení je většinou komplikované a vytvoření detailního výpočtového modelu zcela nepřijatelné (časová náročnost přípravy modelu, výpočtová náročnost apod.). Proto se vytváří výpočtový model nižší úrovně, který zahrnuje pouze podstatné prvky. K posouzení, zda zvolená úroveň modelu je postačující a odpovídá chování reálného objektu, je třeba znát reálné vlastnosti samotné soustavy. Avšak jakým způsobem je lze zjistit? Zde přichází v úvahu experimentální modelování. Jelikož realizace experimentu může být mnohonásobně nákladnější než samotný výpočet, často se vůbec neprovádí a možnost konfrontace, která by potvrdila či vyvrátila dostatečnost zvolené úrovně výpočtového modelu, chybí.

### 3 FORMULACE PROBLÉMU

*Problém jsou subjektem naformulované podstatné skutečnosti z problémové situace, které vyžadují řešení. V této práci je řešen přímý příčinný problém, to je v tomto případě takový problém, kde vstupem do algoritmu řešení problému jsou vlastnosti okolí (S0), určitá topologie a geometrie objektu (S1), vazby objektu na okolí (S2), aktivace objektu (S3), jeho ovlivňování (S4) a vlastnosti prvků struktury objektu (S5). Výstupem z algoritmu, tedy řešením, mohou být procesy a stavy objektu (S6), obvykle to jsou jeho projevy (S7), resp. důsledky projevů (S8) [2].*

Porovnejte výsledky modální analýzy jednoduché (bez elektronických součástí) desky plošných spojů získané výpočtovým a experimentálním modelováním. Okrajové podmínky zvolte tak, aby je bylo možné modelovat výpočtově i experimentálně. Zvolte takovou úroveň výpočtového a experimentálního modelu, která běžně odpovídá inženýrské praxi.

## 4 CÍLE ŘEŠENÍ PROBLÉMU

Cílem diplomové práce je porovnat výsledky modální analýzy jednovrstvých a vícevrstvých desek plošných spojů získané výpočtovým modelováním a experimentálním modelováním. Vyřešit výše formulovaný problém vyžaduje splnění následujících dílčích cílů:

1. Stanovte okrajové podmínky pro uložení desky tak, aby byly realizovatelné ve výpočtovém a experimentálním modelování a aby zároveň zohledňovaly reálné uložení PCB.
2. Vypočítejte a porovnejte hodnoty vlastních frekvencí a vlastních tvarů jednovrstvé PCB pro stanovené okrajové podmínky, a to pomocí analytického a numerického výpočtového modelování. Pro vytvoření MKP modelu použijte elementy běžně používané v problémech tohoto typu (SHELL, SOLID, SOLSHELL).
3. Vypočítejte a porovnejte hodnoty vlastních frekvencí a vlastních tvarů třívrstvé PCB pro stanovené okrajové podmínky, a to pomocí analytického a numerického výpočtového modelování. Pro vytvoření MKP modelu použijte elementy běžně používané v problémech tohoto typu (SHELL, SOLID, SOLSHELL).
4. Proveďte modální analýzu pomocí experimentálního modelování na jednovrstvé a třívrstvé PCB při stejných okrajových podmínkách.
5. Vyberte nejvhodnější MKP model desky plošných spojů.

## 5 PODMNOŽINA SYSTÉMU PODSTATNÝCH VELIČIN $\Sigma (\Omega)$

Pro správné pochopení a uvědomění si všech podstatných souvislostí, které jsou s řešeným problémem spjaté, je nezbytné sestavit systém podstatných veličin  $\Sigma (\Omega)$ . Systém podstatných veličin, obecně definovaný v [2], je tvořen těmito podmnožinami:

**Podmnožina S0:** Obsahuje veličiny  $v_0$ , popisující prvky okolí entity; jsou to tzv. environmentální veličiny.

- Mezi veličiny patří materiálové charakteristiky a tuhost přípravku, ve kterém je PCB upnutá. U výpočtového modelování můžeme navíc za okolí považovat i software ANSYS, ve kterém je vytvářen numerický model.

**Podmnožina S1:** Obsahuje veličiny  $v_1$ , které popisují strukturu a topologii entity, tj. rozmístění prvků v prostoru [v okolí  $O(\Omega)$  entity] a geometrii těchto prvků – lze je proto označit jako objektové veličiny.

- Celkové prostorové uspořádání obdélníkové PCB a její geometrické rozměry.

**Podmnožina S2:** Její veličiny  $v_2$  popisují podstatné vazby entity s jeho okolím  $O(\Omega)$  a na nich probíhající interakce, resp. vazby mezi jednotlivými podobjekty, na něž je entita dekomponována. Popsat podstatné vazby vyžaduje vymezit i podstatné prvky objektu. Tyto veličiny lze označit jako vazbové veličiny.

- Na desce plošného spoje probíhají interakce s jejím okolím prostřednictvím vazeb, které mají charakter zamezení posuvů na delších stranách ( $u = 0, v = 0, w = 0$ ).

**Podmnožina S3:** Patří do ní veličiny  $v_3$ , které vyjadřují takovou aktivaci entity  $\Omega$  z jejího okolí, která na entitě vyvolává procesy. Veličiny  $v_3$  lze označit jako aktivační veličiny nebo podněty či příčiny.

- Veličina, která aktivuje proces kmitání, je budicí síla, vyvolaná rázovým kladívkem. U výpočtového modelu je to prázdná množina.

**Podmnožina S4:** Tato podmnožina obsahuje veličiny  $v_4$ , které ovlivňují entitu z okolí, konkrétně na ní probíhající procesy. Jsou to tzv. ovlivňující veličiny.

- Prázdná množina.

**Podmnožina S5:** Patří sem veličiny  $v_5$  vyjadřující oborové vlastnosti prvků struktury entit, na níž se řeší problém. Mohou to být vlastnosti geometrické, strukturní, fyzikální, mechanické, technologické, přičemž jednotlivá vlastnost může být vyjádřena i několika charakteristikami. Lze je nazvat jako strukturně-vlastnostní veličiny, resp. oborové veličiny.

- Veličinami vyjadřujícími vlastnosti objektu jsou materiálové charakteristiky (Youngův modul pružnosti, Poissonův poměr, měrná hmotnost). V případě numerického výpočtového modelování je to i typ použitého elementu a způsob modelování vícevrstvé desky. Je uvažován homogenní, izotropní materiál.

**Podmnožina S6:** Obsahuje veličiny v6 popisující procesy probíhající na struktuře entity, uvádějící entitu do různých stavů odlišných od stavů počátečních. Jsou to procesní veličiny a stavové veličiny. Oboje se obvykle dávají do jedné podmnožiny, protože je mezi nimi úzká souvislost – stavy jsou důsledky procesů.

- Procesem, který probíhá na desce plošného spoje, je harmonické kmitání.

**Podmnožina S7:** Patří sem veličiny v7 vyjadřující projevy entity, které odpovídají stavům, do nichž se entita dostala v důsledku proběhnutých procesů. Jsou to projevové veličiny.

- Projevem kmitání je cyklické zatěžování desky plošného spoje vibracemi, nebezpečné v případě kmitání v rezonančním stavu.

**Podmnožina S8:** Zahrnuje veličiny v8 popisující důsledky projevů entity na její okolí nebo na ni samotnou. Pro tyto veličiny lze použít název důsledkové veličiny.

- Důsledkem kmitání PCB může dojít až k meznímu stavu porušení soudržnosti.

## 6 ROZBOR ŘEŠENÉ PROBLEMATIKY

### 6.1 Vyměnitelné jednotky LRU a jejich popis

#### 6.1.1 Normy ARINC

Letecká doprava je dnes pravděpodobně nejdokonalejší formou cestování. Je to nejrychlejší způsob přepravy osob či nákladu z bodu A do bodu B při současném zachování vysoké bezpečnosti. Zdůvodnění je prosté – v leteckém průmyslu jsou aplikovány nejmodernější technologie všeho druhu, od konstrukčního řešení, kde jsou použity materiály s nízkou hmotností a zároveň perfektními mechanickými vlastnostmi, přes efektivní pohonné systémy, vhodnou aerodynamiku až k elektronice, kterou je vše řízeno a ovládáno. Otázkami ohledně elektronických součástí se zabývá mezinárodní úřad The Airlines Electronic Engineering Committee (dále jen AEEC). AEEC zajišťuje rozvoj technických norem avioniky. Společnost Aeronautical Radio, Inc. (dále jen ARINC) byla založena čtyřmi rozvíjejícími se aerolinkami ve Spojených státech amerických v roce 1929 jako soukromá společnost s úkolem spravovat vše, co se týče komunikace v leteckém průmyslu. Dnes již jedny z největších amerických aerolinek jsou stále majoritními držiteli akcií této společnosti. Normy ARINC jsou schváleny úřadem AEEC. Právě tyto normy jsou užívány v hojné míře a pro aerolinky z toho plynou jen pozitiva, protože díky snadné zaměnitelnosti součástí a jejich častému používání je podporována hospodářská soutěž mezi výrobci, což zákonitě vede k snižování finančních nákladů.

Existují tři části standardů ARINC:

1. **Charakteristika ARINC** – vymezuje druh, rozměry, funkci a propojení avioniky.
2. **Specifikace (požadavky) ARINC** – definuje používání krytů a uložení avioniky, normy datové komunikace a vyšší programovací jazyky.
3. **Dokumentace ARINC** – poskytuje aerolinkám instrukce a obecné informace ke správnému užívání avioniky, spojené i s doporučenou údržbou.

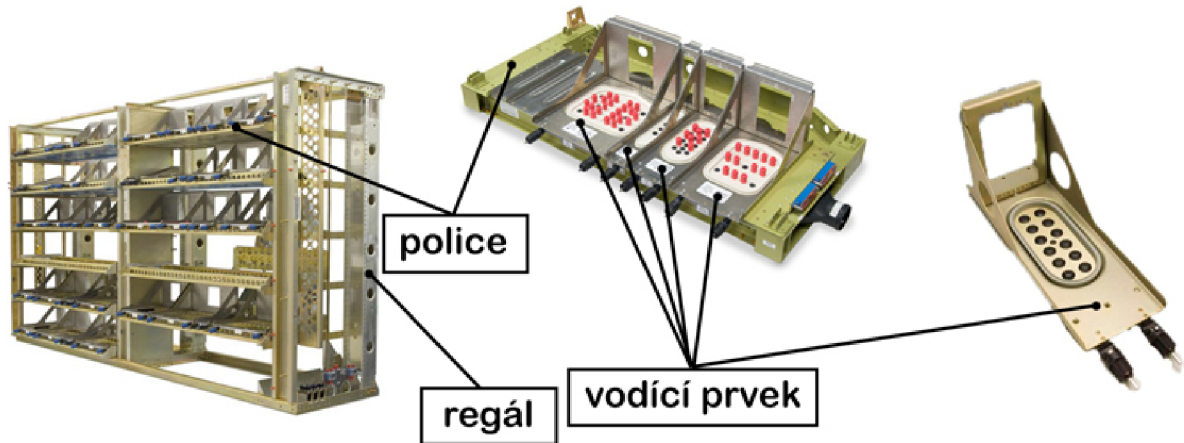
#### 6.1.2 Line Replacable Unit = LRU

Téměř veškerá elektronika je uložena v unifikovaných boxech označovaných jako *Line Replacable Unit*, volně přeloženo jako vyměnitelná jednotka (dále jen LRU), normovaných podle specifikací ARINC [3].

Jednotky jsou v letadlech umístěny v prostoru vyhrazeném speciálně pro elektroniku. Těchto prostor může být v letounu hned několik. Speciální regály na uložení LRU jsou navrženy tak, aby využívaly okolní prostor na maximum. Jsou tedy obvykle uloženy od podlahy až po strop (obr. 6.1). Regál může být podle potřeby kompletně otevřený, částečně



zakrytovaný nebo zcela zakrytovaný. Struktura, na kterou jsou namontovány jednotlivé řady zařízení, se nazývá police. Na nich jsou montážní body určené k mechanickému připevnění LRU k regálu, propojení s kabeláží vedoucí dál do letounu a k jiným vyměnitelným jednotkám a také přípojné místa LRU k chladicímu systému. Na policích jsou navíc vodičí prvky – kolejnice, které zaručují dodržení požadovaných vzdáleností mezi LRU, regálem a propojení k chladicímu systému.



Obr. 6.1 Prvky určené k uložení LRU [4]

Tab. 6.1 Normované velikosti jednotek LRU [3]

Velikosti LRU	Minimální šířka [mm]	Maximální šířka [mm]	Maximální hmotnost [kg]
1MCU	25,15	26,65	2,5
2MCU	56,64	57,66	5,0
3MCU	89,92	90,94	7,5
4MCU	123,44	124,46	10,0
5MCU	156,72	157,74	12,5
6MCU	190,00	191,02	15,0

Norma ARINC definuje velikostní řadu o celkem dvanácti velikostech (tab. 6.1). Základní jednotka, od které jsou odvozeny ostatní, se nazývá Modular Concept Unit (dále jen MCU). MCU má tvar kvádra, jehož výška a šířka jsou striktně dány, zatímco v závislosti na variabilní šířce se rozlišují velikosti jednotek. Kromě šířky jsou boxy limitovány také svou maximální hmotností. Nejmenší LRU je velikostně značeno jako 1MCU, 2MCU, ..., nMCU, kde  $n$  je číslo od 1 do 12.



Uchycení LRU v polici je provedeno pomocí závěsného háku na přední straně a konektoru na zadní straně. Od velikosti 3MCU se k upnutí používají dva závěsné háky, mezi nimiž je normovaná vzdálenost (tab. 6.2).

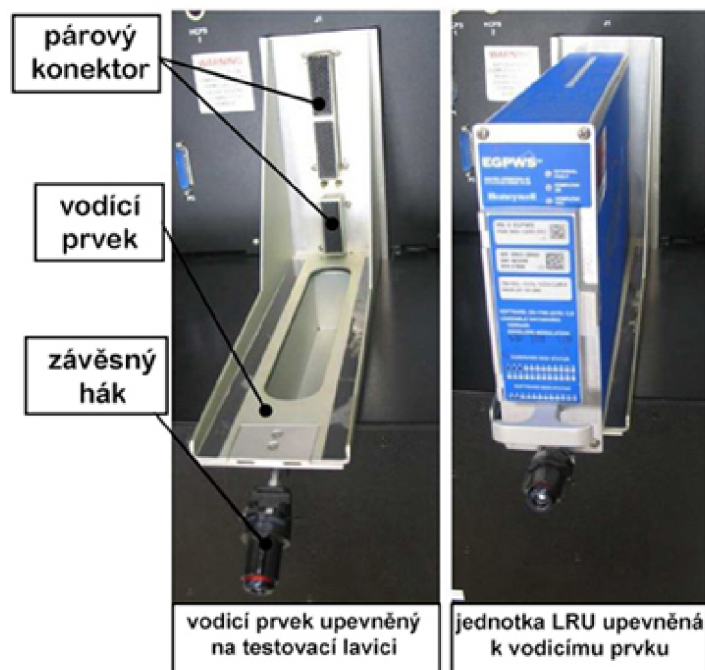
Tab. 6.2 Vzdálenosti mezi dvěma záchytnými háky podle normy ARINC [3]

Velikost LRU	3MCU	4MCU	5MCU	6MCU	7MCU	8MCU	9MCU	10MCU	11MCU	12MCU
Vzdálenost [mm]	66,04	66,04	99,06	132,08	165,10	198,12	231,14	264,16	297,18	330,20

Nejdříve se zapojí konektor na zadní straně boxu do párového konektoru v regálu, načež se celý box zajistí závěsným hákem. Tento způsob uchycení umožňuje velmi jednoduchou a rychlou manipulaci s jednotkami bez nutnosti použití speciálního nářadí. Navíc zajišťuje odolnost vůči těmto silovým působením:

- tlakovým silám vyvinutým mezi zadním konektorem a háky vpředu,
- vertikálním silám vyvolaným upínacím zařízením,
- tahovým silám mezi LRU a konektorem.

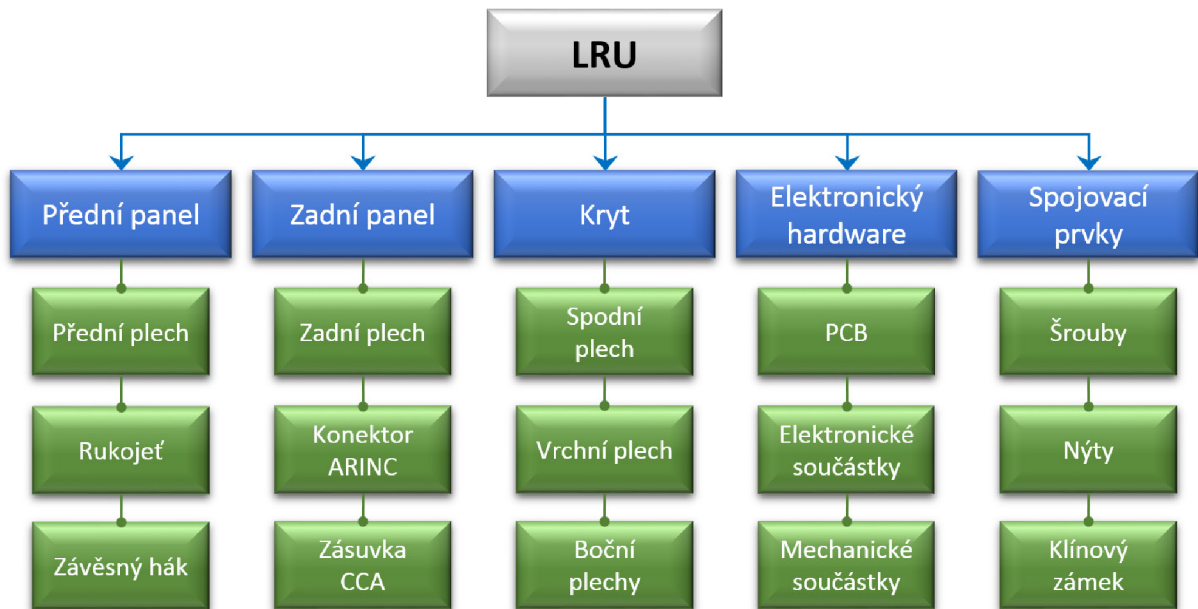
Maximální povolená tahová/tlaková síla na jeden hák během montáže a demontáže je 560 N.



Obr. 6.2 Jednotka LRU ve vodícím prvku [5]

### 6.1.3 Sestava dílů LRU

V této kapitole je detailně popsáno (obr. 6.3), z jakých částí se skládá běžná LRU.



Obr. 6.3 Popis a členění částí LRU

#### Přední panel

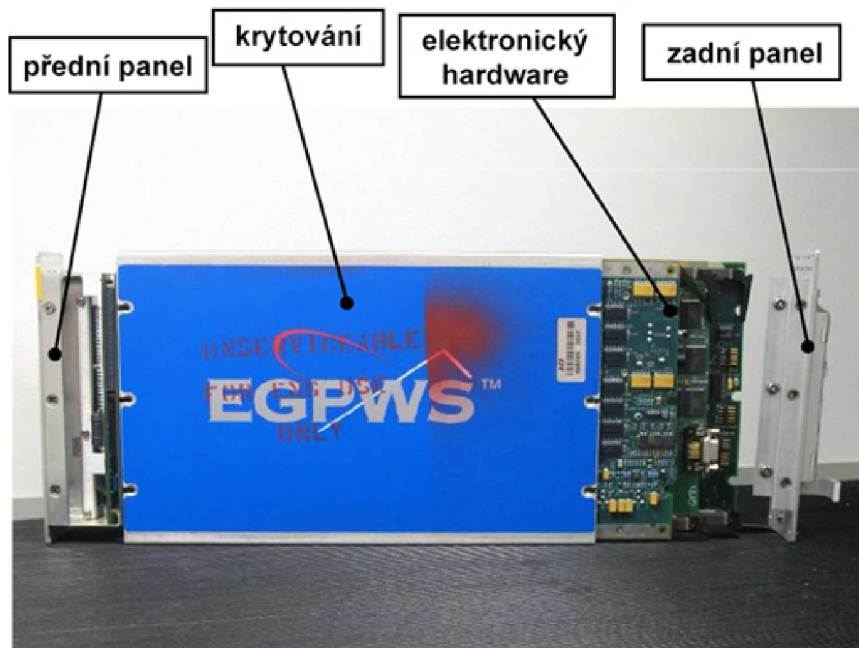
- Přední plech
  - všechny plechy jsou slitiny hliníku (většinou 6061-T6)
  - místo s identifikačními štítky
- Rukojeť
  - používá se k manipulaci s jednotkou LRU ve vodicím prvku
- Závěsný hák(y)
  - slouží k zajištění pozice jednotky LRU ve vodicím prvku

#### Zadní panel

- Zadní plech
- Konektor ARINC
- Zásuvka CCA
  - propojuje CCA s konektorem ARINC

#### Kryt

- Spodní a vrchní plechy
  - jsou zde umístěny kolejnice pro CCA
- Boční plechy



Obr. 6.4 Pohled na jednotlivé části jednotky LRU [5]

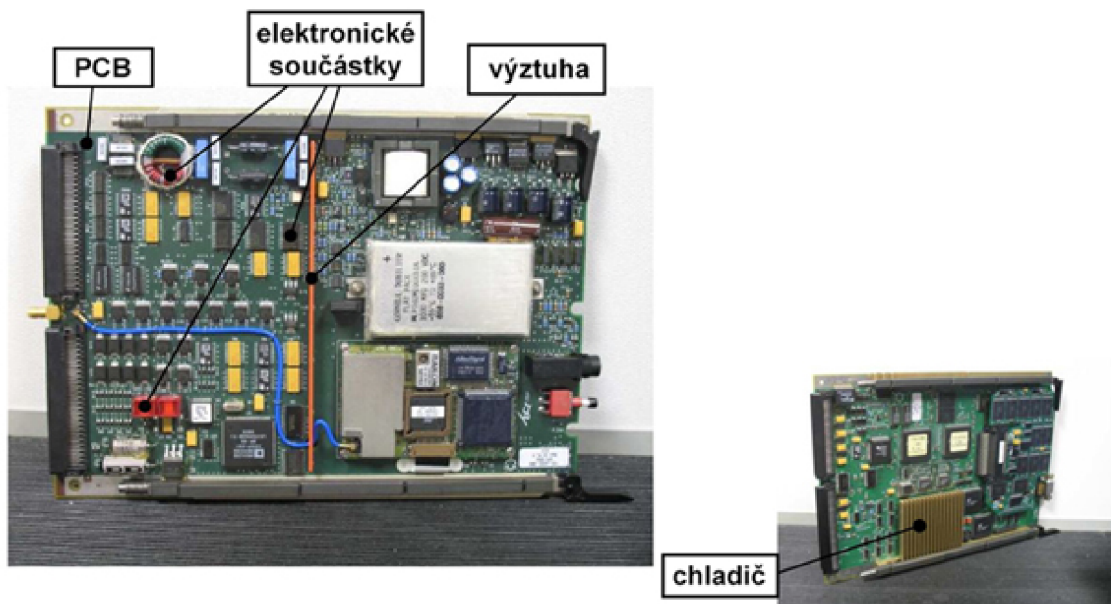
### Elektronický hardware (*Circuit Card Assembly = CCA*)

Ve většině případů je LRU navržena k umístění několika CCA. Jejich počet obvykle závisí na velikosti LRU. Skládá se z PCB, elektronických a mechanických součástí.

- PCB
  - má „sendvičovou“ strukturu, tzn. že je složena z několika vrstev slepených k sobě,
  - střídá se měděná vrstva s vrstvou dielektrika (nejčastěji epoxy sklolaminát FR4),
  - tloušťka měděné vrstvy je uváděna v uncích (hmotnost) a k převodu na tloušťku slouží převodní tabulky. Tloušťka vrstvy dielektrika je udávána v palcích (délka).
- Elektronické součástky
  - na desce se může vyskytovat celá řada těchto součástí (kondenzátory, rezistory, CPU, konektory atd.),
  - na PCB jsou připevněny různými způsoby,
  - jsou nejvýznamnějším zdrojem tepla v jednotce LRU.
- Mechanické součástky
  - užívají se z důvodu zvýšení tuhosti (výztuha) nebo ke snížení teploty (chladič).

Tab. 6.3 Převodní tabulka tloušťky měděné vrstvy [3]

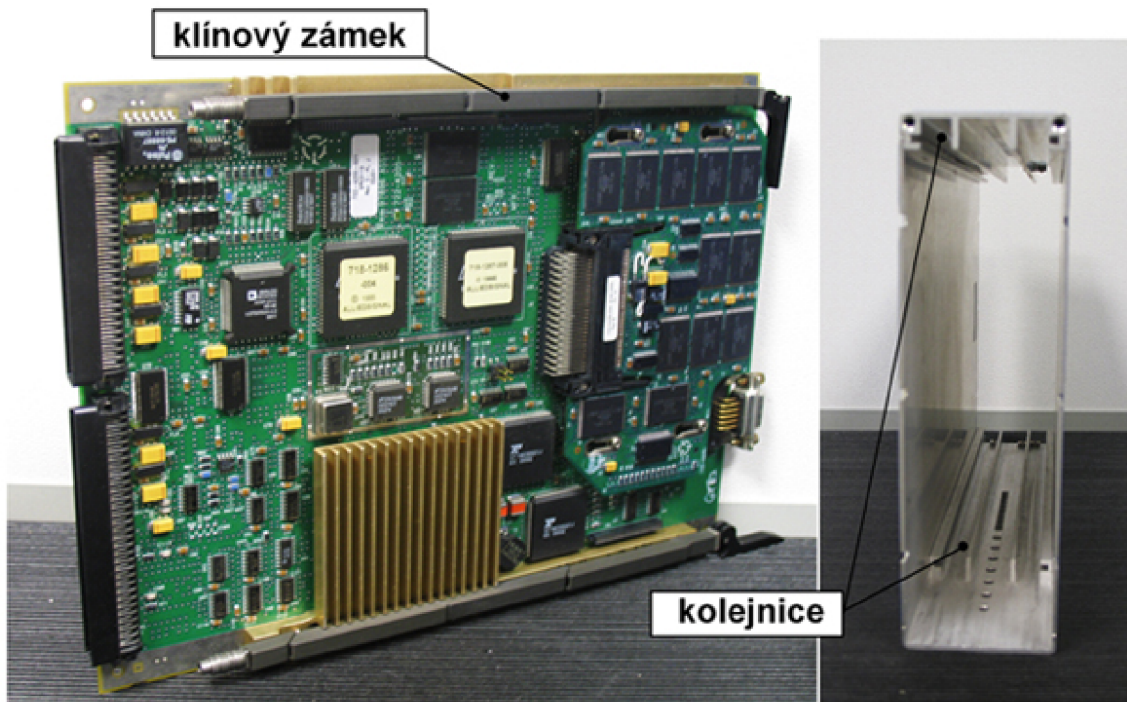
Hmotnost [g]	Tloušťka [mm]
7,08	0,010
14,17	0,018
28,35	0,036
56,70	0,071



Obr. 6.5 Elektronický hardware CCA [5]

### Spojovací prvky

- Šrouby
  - závrtné, průchozí šrouby a šrouby se zápusnou nebo půlkulatou hlavou,
  - lisovací matice a lisovací sloupky.
- Nýty
  - trvalé mechanické spojení,
  - nejčastěji plochá zapuštěná hlava.
- Klínový zámek
  - umožňuje rychlou montáž a demontáž desky CCA v jednotce LRU,
  - způsobuje velké upínací síly prostřednictvím tření,
  - tvoří teplotní přemostění – konduktce tepla do okolí,
  - v případě potřeby je možné umístit rozpěrný prvek mezi klínový zámek a CCA.



Obr. 6.6 Způsob upnutí PCB v boxu LRU pomocí klínového zámku a kolejnic [5]

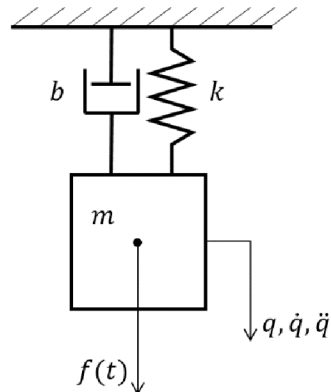
## 6.2 Modální analýza

Modální analýza slouží ke zjišťování vlastních frekvencí a vlastních tvarů analyzovaného objektu. **Vlastní frekvence** jsou frekvence, kterými těleso volně a tlumeně kmitá jako důsledek silového impulsu. Dokmitání tělesa probíhá současně na všech vlastních frekvencích, kterých je nekonečně mnoho a každá vyvolá charakteristickou deformaci tělesa, tzv. **vlastní tvar** kmitání.

### 6.2.1 Základy mechanického kmitání

Mechanické kmitání (vibrace) je pohyb, kdy se hmotný bod pohybuje kolem své rovnovážné polohy. Kmitání je charakterizováno dynamickými vlastnostmi objektu určenými jeho hmotností, tuhostí, tlumením a počtem stupňů volnosti [6].



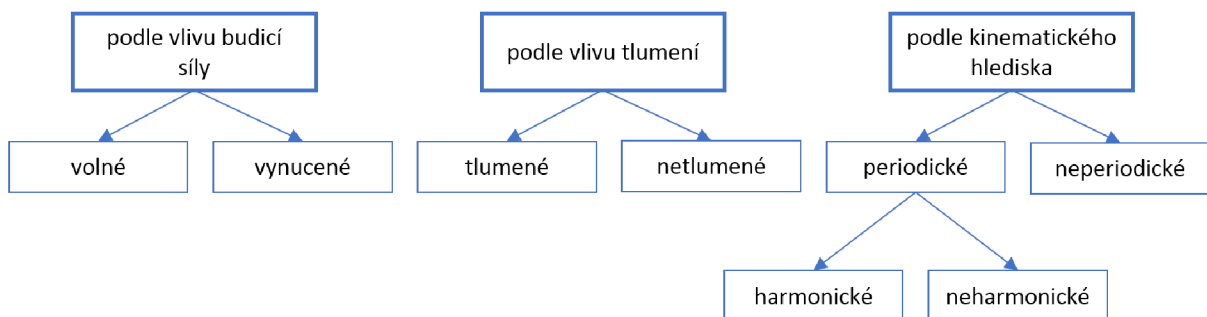


Obr. 6.7 Systém s jedním stupněm volnosti – hmotnosti  $m$ , tuhost  $k$ , tlumení  $b$ , budicí síla  $f(t)$ , posuv  $q$ , rychlost  $\dot{q}$  a zrychlení  $\ddot{q}$ .

Obecný matematický vztah popisující dynamické vlastnosti se nazývá **pohybová rovnice**, u systému s jedním stupněm volnosti má tvar:

$$m\ddot{q} + c\dot{q} + kq = f(t), \quad (6.1)$$

kde  $m$  je hmotnost,  $c$  tlumení,  $k$  tuhost,  $f(t)$  budicí síla a  $q$  zobecněná souřadnice (např.  $q = x$  nebo  $q = \varphi$ ).



Obr. 6.8 Hlediska, podle kterých lze rozlišovat druhy kmitání

Každá reálná struktura je tvořena nekonečně velkým počtem pružně spojených hmotných bodů, tedy má nekonečný počet stupňů volnosti. Avšak k popisu pohybu celé struktury je zapotřebí pouze několik souřadnic, jelikož posuvy ostatních souřadnic jsou nulové, popř. zanedbatelné. Analýza struktury s několika stupni volnosti je výrazně jednodušší, proto je v inženýrské praxi snahou zanedbávat nepodstatné a vytvářet pokud možno jednoduché matematické modely. Samozřejmě je v některých případech nutné použít model složitější, i přesto může základní model posloužit alespoň jako prvotní odhad chování analyzované struktury.

## Volné, netlumené kmitání

Tento způsob kmitání bude znázorněn na systému s **jedním stupněm volnosti**, který je nejjednodušším případem, jelikož kompletní pohyb celého systému je možné matematicky popsat jako pohyb jednoho hmotného bodu. Těleso nemá žádné tlumení  $b$  a nepůsobí na něj žádná budící síla  $f(t)$ . Pohybová rovnice má tvar

$$m\ddot{q} + kq = 0. \quad (6.2)$$

Uvažujeme-li harmonické kmitání, předpokládané řešení má tvar

$$q = q_0 e^{i\omega t}, \quad (6.3)$$

kde  $q_0$  je amplituda harmonického kmitání v čase  $t = 0$ ,  $\Omega$  je úhlová frekvence kmitání a  $t$  je doba kmitání. Dosazením (6.3) do (6.2) a úpravou obdržíme

$$-mq_0 \Omega^2 e^{i\Omega t} + kq_0 e^{i\Omega t} = 0.$$

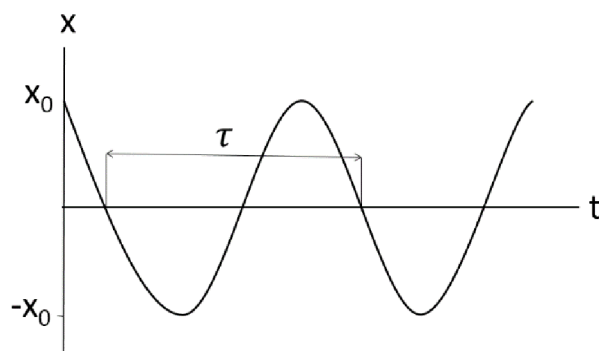
Pokud  $q_0 \neq 0$  (jinak by nedocházelo ke kmitavému pohybu a těleso by bylo v rovnovážné poloze), pak platí, že

$$\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (6.4)$$

Vlastní frekvence vibrací se určí z úhlové frekvence jako

$$f = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{1}{\tau}, \quad (6.5)$$

kde  $\tau$  značí periodu kmitání, tzn. dobu trvání jednoho cyklu.



Obr. 6.9 Harmonický pohyb volného, netlumeného systému

Poznamenejme, že volné kmitání bez tlumení je teoreticky nekonečný děj. V přírodě to samozřejmě neplatí, každé volné kmitání je po určité době utlumené vlivem vnitřního tlumení. Detailnější popis spolu s dalšími druhy kmitání lze nastudovat např. v [6] a [7].

V mnoha případech však není možné modelovat realitu jen s jedním stupněm volnosti a je třeba sestavit matematický model s **více stupni volnosti**. V pohybové rovnici se potom místo skalárů vyskytují matice o velikosti  $n \times n$ , kde  $n$  je počet stupňů volnosti. Rovnice má pro případ volného kmitání bez tlumení tvar

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0}. \quad (6.6)$$

Dosazení předpokládaného řešení soustavy algebraických rovnic ve tvaru  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_0 e^{i\Omega t}$  do (6.6) vede na zobecněný problém vlastních hodnot

$$(\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{M})\mathbf{q}_0 = \mathbf{0}$$

a převedení na standardní problém vlastních hodnot vynásobením  $\mathbf{M}^{-1}$

$$(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{E})\mathbf{q}_0 = \mathbf{0}, \quad (6.7)$$

kde  $\mathbf{E}$  značí jednotkovou matici. Soustava algebraických rovnic má netriviální řešení, je-li splněna nutná a postačující podmínka, aby determinant matice soustavy byl roven nule. Sestavení matice  $\Omega^2$  znamená nalezení vlastních čísel, v dynamice nazývaných **vlastní úhlové frekvence** kmitání dynamického systému. Vektor  $\mathbf{q}_0$  přiřazuje každé vlastní úhlové frekvenci její **vlastní tvar** kmitání. Determinant  $\det(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \Omega^2 \mathbf{E})$  se nazývá frekvenční determinant [8].

## 6.2.2 Modální analýza v programu ANSYS

Program ANSYS nabízí pro výpočet modálních vlastností, tj. řešení problému vlastních hodnot, několik různých řešičů [9]. Jsou to:

- **Block Lanczos Method** – univerzální metoda stanovení vlastních frekvencí daného spektra, která používá Lanczosův algoritmus. Řešič Block Lanczos je velmi robustní, použitelný v široké oblasti a doporučuje se pro většinu standardních úloh. Původní matice je rozdělena na bloky, ve kterých je prováděno řešení. Umožňuje stanovit vlastní čísla v určitém intervalu.
- **PCG Lanczos Method** – využívá Lanczosův algoritmus společně s PCG iterativním řešičem. Tahle metoda je významně rychlejší v případech, kdy je požadavek na řešení pouze několik nejnižších módů nebo u rozsáhlých modelů složených převážně z 3D solid prvků, jejichž matice není špatně podmíněná. Oproti doporučené Block Lanczos metodě je výhodnější použití z důvodu nedostatečné



hardwarové výbavy – PCG solver je obecně méně náročný. Neumí stanovit vlastní čísla pouze v určitém intervalu, ale pouze prvních  $n$  vlastních čísel.

- **Supernode Method** – vhodný pro rozsáhlé, symetrické problémy vlastních čísel.
- **Unsymmetric Method** – výhodné použití, pokud jsou matice tuhosti a hmotnosti nesymetrické (např. úlohy interakce těles s kapalinou).
- **Damped Method** – využití v problémech, kde je nutné zahrnout tlumení (rotorové soustavy).
- **QR Damped Method** – kombinuje Block Lanczosovu metodu s komplexní Hessenbergovou metodou. Základní myšlenka je taková, že pomocí Block Lanczosovy metody se provede vyhodnocení vlastních hodnot netlumeného systému, které jsou následně využity v řešení již komplexních hodnot pomocí Hessenbergovy metody.

### 6.2.3 Experimentální modální analýza

Modální parametry jsou většinou předem určeny na výpočtovém modelu, experimentální modální analýza pak slouží k verifikaci dosažených výsledků [10]. Často se však také používá jako hlavní zdroj informací o modálních vlastnostech objektu.

Celý proces se podle [11] může rozdělit na tři hlavní fáze:

- I. příprava měření,
- II. vlastní měření,
- III. zpracování naměřených dat a stanovení modálních parametrů.

#### I. Příprava měření

Před samotným měřením je nutné celý experiment pečlivě připravit, to znamená zapojit měřicí přístroje a nastavit okrajové podmínky. Existují tři druhy možných uložení. **Volné uložení** je takové uložení, kdy analyzovaný objekt nemá teoreticky žádné vazby s okolím. V praxi to znamená, že se uložení realizuje například zavěšením na tenký vlasec nebo například položením na velmi měkkou podložku. **Pevným uložení** je nazýván stav, kdy některé body na tělese jsou kompletně znehybněny připojením k zemi. V praxi se považuje za pevné takové uložení, kdy odezva zavazbených stupňů volnosti je menší než 10 % všech ostatních stupňů volnosti. U tohoto typu uložení může poměrně snadno nastat nesoulad výsledků experimentálního modelování s výpočtovým modelováním, který je způsoben rozdílnými okrajovými podmínkami. Posledním typem uložení je tzv. **uložení in situ**, kdy se měření provádí v provozních podmínkách. Tento typ je evidentně nejkomplikovanější, co se týče srovnání výsledků experimentálního modelu a výpočtového modelu.

Měření probíhá nejčastěji snímačem odezvy (akcelerometrem), který je umístěn ve zvoleném referenčním bodě. Ten by měl být zvolen tak, aby v něm byla dostatečně velká

odezva s malým šumem a zároveň aby co nejméně ovlivňoval měřenou strukturu. Místo nejmenšího vlivu akcelerometru na strukturu je v uzlovém bodě analyzovaného módu. Umístění v tomto bodě je samozřejmě nesmyslné, poněvadž v uzlovém bodě je odezva nulová a akcelerometr by nevykázal žádnou naměřenou hodnotu. Proto je nutné hledat kompromis mezi požadavky na volbu referenčního bodu, a to zejména v případech, kdy je hmotnost akcelerometru významná vzhledem k hmotnosti analyzované struktury. Také je vhodné znát předem vlastní tvary (např. získané z výpočtového modelování) kvůli znalosti pozice uzlových bodů při umísťování akcelerometru.

## II. Měření

Existuje několik měřicích metod, jako jsou např. měření rázovým kladívkem a akcelerometrem, optické měření snímáním a vyhodnocováním obrazu a další. Při měření s použitím rázového kladívka a akcelerometru se zaznamenává současně buzení systému i jeho následná odezva, z čehož se následně vyhodnocují jeho dynamické vlastnosti. Rázové kladívko lze nahradit dynamickým budičem vibrací, tzv. *shakerem*, princip měření je však odlišný (viz obr. 6.10). V této práci bude experimentální modelování realizováno tradiční metodou, s rázovým kladívkem a akcelerometrem.

Experimentální výbava sestává ze čtyř hlavních částí:

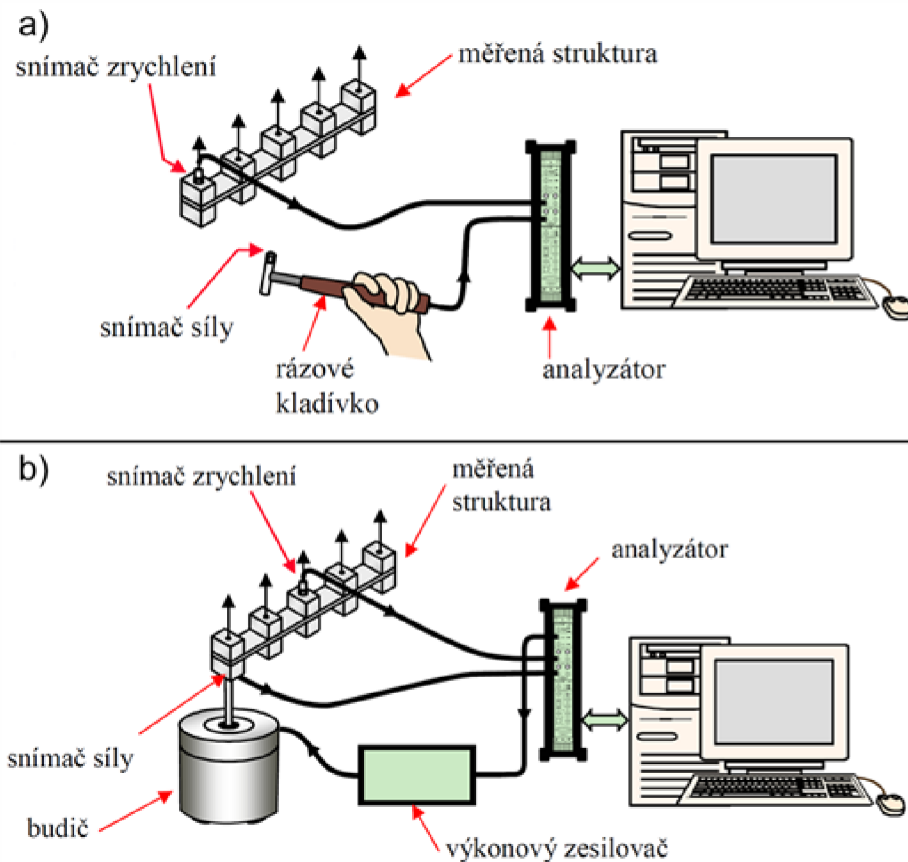
- mechanismus buzení (rázové kladívko),
- soustava snímačů k měření budicí síly a odezvy,
- analyzátor k získání požadovaných dat,
- výpočetní systém ke zpracování získaných dat.

## III. Stanovení modálních parametrů

Výstupními hodnotami z měření je datový soubor obsahující informace o zrychlení v jednotlivých referenčních bodech. Informace jsou zaznamenány v tzv. amplitudo-časové oblasti a vypovídají o okamžité změně zrychlení v daném čase.

Dynamicky namáhané objekty se často porušují, dostanou-li se do rezonančního stavu. Proto je důležité znát vlastní frekvence již při konstrukčním návrhu. Data je tedy třeba převést z časové oblasti do frekvenční oblasti, a to pomocí rychlé Fourierovy transformace (FFT – *Fast Fourier Transformation*). Zobrazení frekvenčního spektra přináší informace nejen o vlastních frekvencích systému, ale díky němu lze také vyjádřit fázové vztahy mezi harmonickými vibracemi (vedou k vlastním tvarům).

Ke zpracování výstupních dat slouží nástroje jako např. MATLAB. V současné době bývá analyzátor již celkem běžně dodáván společně se softwarem sloužícím okamžitému vyhodnocení naměřených dat.



Obr. 6.10 a) Buzení je vyvoláno rázovým kladívkem. Akcelerometr je pevně umístěn v referenčním bodě a struktura je postupně buzena v jednotlivých bodech.

b) Buzení je vyvoláno tzv. shakerem neboli dynamickým budičem vibrací. Akcelerometry jsou umístěny v referenčních bodech a odezva je postupně nebo najednou (podle počtu dostupných kanálů analyzátoru) snímána ve všech bodech [11].

### 6.3 Prvky použité k tvorbě konečnoprvkové sítě

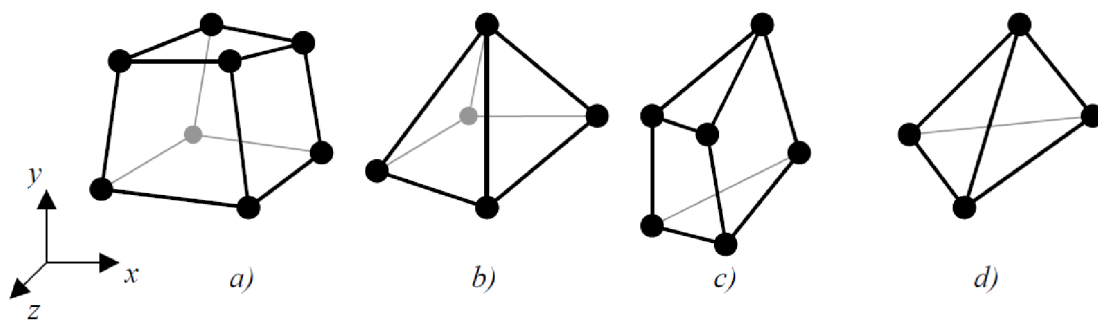
V programu ANSYS je uživateli k dispozici celá řada elementů, ze kterých může vzhledem k typu řešeného problému vybrat ten vhodný. Jelikož lze konkrétní problém modelovat použitím různých prvků, je důležité mít základní znalosti o jejich charakteristických rysech. V aktuální kapitole je uveden pouze popis prvků použitých v této práci. Komplexnější informace je možné najít např. v [12] nebo [13].

#### SOLID185

Nejjednodušším 3D prvkem, který ANSYS nabízí, je SOLID185. Patří do skupiny prvků s lineárním základem bázové funkce a v každém uzlu má 3 stupně volnosti – posuvy ve

směrech  $u$ ,  $v$ ,  $w$ . Jako základní tvar je uveden osmiuzlový šestistěn, ze kterého jsou odvozeny další, tvarově degenerované podoby.

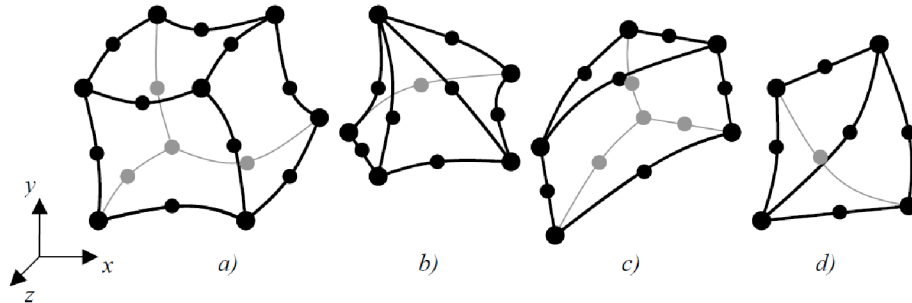
U každého nově vzniklého tvaru je však nutné také upravit odpovídajícím způsobem i základní bázové funkce. Při kombinování tvarově odlišných prvků platí pravidlo, že na sebe musejí doléhat stěnou se stejným počtem uzlů – tzn. trojúhelník na trojúhelník, čtyřúhelník na čtyřúhelník. Splněním této podmínky je zaručena spojitost posuvů v uzlových bodech.



Obr. 6.11 Základní osmiuzlový šestistěn a příklady jeho možné tvarové degenerace [13]

## SOLID186

Charakteristickým rysem prvků s kvadratickým základem bázové funkce jsou uzly i na hranách, nejen ve vrcholech. Jeden prvek má až 60 deformačních parametrů (3 posuvy v uzlu, 20 uzlů v případě šestistěnu), oproti lineární variantě (8 uzlů ve vrcholech šestistěnu, celkem 24 deformačních parametrů) představuje výrazně vyšší nároky na výpočetní paměť při stejné hustotě sítě. Má však velký význam při použití u složitých geometrických konfiguracích, kde v konečném důsledku zajišťuje kvalitnější aproximaci hledaných funkcí oproti SOLID185 při zachování sítě se srovnatelnou délkou hrany. Pokud jde o vzájemnou kompatibilitu tvarově degenerovaných prvků, platí pro něj totéž, co pro element s lineárními bázovými funkcemi.

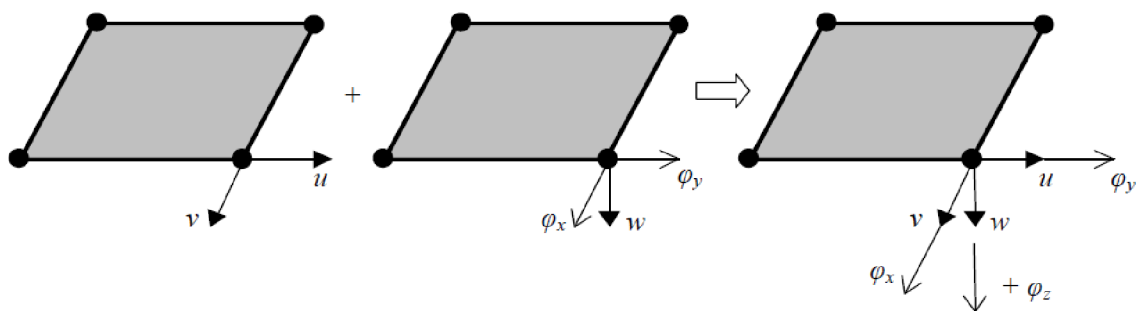


Obr. 6.12 Kvadratický 3D prvek SOLID 186 v různých tvarově degenerovaných podobách [13]

### SHELL181

Prvky SHELL patří mezi skořepinové prvky, které vznikly složením vlastností odpovídajících stěnovým a deskovým prvkům (obr. 6.13). V každém ze čtyř uzlů má šest deformačních parametrů – posuvy  $u$ ,  $v$ ,  $w$  a rotace  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$ ,  $\varphi_z$ .

S těmito vlastnostmi je vhodný pro použití při analýze tenkostěnných těles, jelikož umožňuje vytváření sítě na jeho střednicové ploše. Z toho vyplývá, že tloušťka stěny musí být zadána jako jedna z charakteristických veličin prvku. Navíc uživateli poskytuje možnost modelovat chování vícevrstvého materiálu – kompozitu nebo sendvičové struktury.



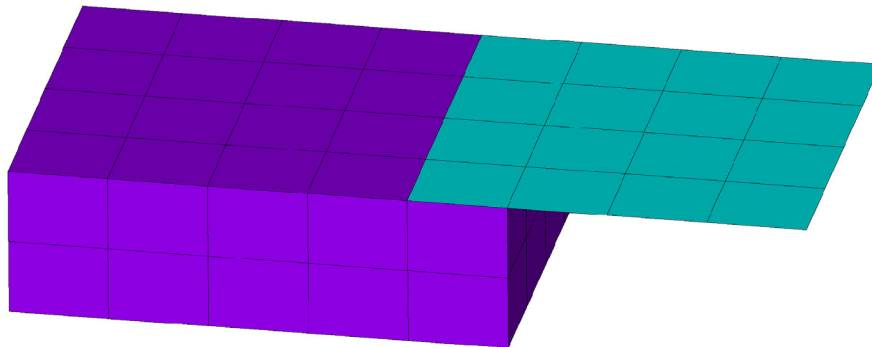
Obr. 6.13 Skořepinový prvek kombinuje vlastnosti stěnového a deskového prvku [13]

## SHELL281

Obdoba předchozího prvku s přidáním uzly na hranách má tedy celkem osm uzlů a v každém 6 deformačních parametrů – posuvy  $u$ ,  $v$ ,  $w$  a rotace  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$ ,  $\varphi_z$ . Oba skořepinové prvky nabízejí také trojúhelník jako tvarově degenerovanou podobu základního čtyřúhelníku, která se však využívá pouze k doplnění při tvorbě konečnoprvkové sítě.

## SOLSH190

Jak naznačuje název, tento prvek je kombinací vlastností prvků SOLID a SHELL. Jeho základní tvarová podoba je osmiuzlový čtyřúhelník se třemi deformačními parametry v každém uzlu (posuvy  $u$ ,  $v$ ,  $w$ ). Tvarově degenerovaný trojúhelník by měl být používán jen k doplnění sítě, stejně jako u SHELL prvků.



Obr. 6.14 Spojení SHELL a SOLID elementů tzv. přeplátováním

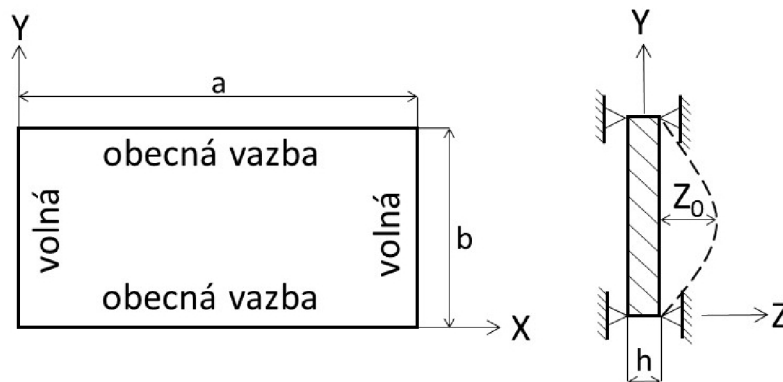
SOLSH190 nachází uplatnění zejména při nutnosti vzájemného napojení prvků SHELL a SOLID. Je-li výpočtový model vytvořen klasickými SHELL a SOLID prvky, které je zapotřebí na sebe z určitých důvodů napojit, postupuje se následovně. Rozhodujícím faktorem je uvědomění si rozdílného počtu deformačních parametrů v uzlu u těchto prvků, kde SHELL disponuje šesti, kdežto SOLID pouze třemi deformačními parametry. Spojením pouze okrajových uzlů na hranách dvou objektů zůstanou volné rotační stupně volnosti u SHELL prvku a vazba by se chovala jako kloub (bez přenosu momentů na SOLID prvek). Správným postupem je tedy napojení minimálně dvou řad uzlů od okraje objektu, čímž se zamezí i rotačním stupňům volnosti a umožní se přenos momentů na SOLID. Tato metoda je známá pod pojmem tzv. **přeplátování**. Použitím prvku SOLSH190 není přeplátování potřeba, má totiž vlastnosti podobné skořepinovým prvkům, ale nemá k dispozici rotační stupně volnosti v uzlech, a proto lze jeho napojení na SOLID elementy realizovat přímo na okrajových uzlech.



## 6.4 Analytické vztahy pro stanovení vlastních frekvencí PCB

Většina PCB může být pro zjednodušení uvažována jako plochá obdélníková deska s různými typy okrajových podmínek. Ke stanovení energie napjatosti a kinetické energie kmitající desky mohou být použity obecné rovnice, které po úpravách vedou ke stanovení vlastní frekvence. Velmi vhodnou metodou k analýze desky je Rayleighova metoda. Ta využívá odhad průhybové křivky, která odpovídá geometrickým okrajovým podmínkám (průhyb a natočení konkrétní desky). Jakmile jsou okrajové podmínky splněny, rovnice průhybové křivky může být použita ke stanovení energie napjatosti a kinetické energie daného tvaru desky. Za předpokladu netlumeného kmitání, kdy nedochází k disipaci energie, je energie napjatosti rovna kinetické energii a lze stanovit přibližnou hodnotu vlastní úhlové frekvence. Vypočítaná vlastní frekvence leží v intervalu přesných hodnot vlastních úhlových frekvencí. V případě, že je k aproximaci průhybu a natočení použita přesná průhybová křivka, je stanovená vlastní frekvence přesná. Podklady potřebné k odvození vzorce jsou převzaty z publikace [14] a jsou aplikovány s použitím vhodných okrajových podmínek pro řešení zadaného problému.

### 6.4.1 Vlastní frekvence pomocí trigonometrické řady



Obr. 6.15 Plochá obdélníková deska s obecnou podporou ve všech čtyřech hranách [14]

Jak již bylo zmíněno v podkapitole 6.1.3, v jednotkách LRU jsou k uložení PCB použity kolejnice a klínový zámek. Tento typ uložení zamezuje posuvy ve všech směrech, avšak natočení desky je umožněno. Další vazbu vytváří např. připojení ke konektoru ARINC (má vlastnosti vetknutí, ale pouze na malé části jedné hrany), avšak to nyní z důvodu zjednodušení výpočtu bude zanedbáno. Pro analytické odvození bude tedy uvažována plochá obdélníková deska, se zamezením posuvů na delších stranách a volnými krátkými

stranami, která kmitá ve směru normály k rovině desky (obr. 6.15). Pro tento případ má průhybová křivka využitím trigonometrické řady tvar

$$Z = \sum_{m=1,3,5}^{\infty} A_m \sin \frac{m\pi Y}{b}. \quad (6.8)$$

Výsledky mnoha experimentů s deskami plošných spojů ukazují, že největší nebezpečí představuje provozní stav blízky první vlastní frekvenci, při níž je amplituda průhybů a ohybových napětí největší. Pak může být rovnice zjednodušena na tvar

$$Z = Z_0 \sin \frac{\pi Y}{b}. \quad (6.9)$$

Nezbytnou nutností je ověření, zda rovnice průhybové křivky odpovídá zadaným okrajovým podmínkám. Musí platit, že průhyb je nulový na delších hranách desky (podél osy  $X$ ), naopak uprostřed desky dosahuje průhyb své maximální hodnoty (konstantní podél osy  $X$ ), tedy

$$\begin{aligned} Y = 0 & \rightarrow Z = 0, \\ Y = b & \rightarrow Z = 0, \\ Y = \frac{b}{2} & \rightarrow Z = Z_0. \end{aligned}$$

Tím jsou průhybové okrajové podmínky splněny.

Dále je nutné ověřit, zda průhybová křivka splňuje i druhou geometrickou okrajovou podmínku. Natočení je definováno jako parciální derivace podle příslušné osově souřadnice. V našem případě je rovnice průhybové křivky závislá pouze na proměnné  $Y$ , podél osy  $X$  se deska natáčet nebude vůbec. Natočení na delších hranách dosahuje konečné hodnoty, naopak uprostřed desky je natočení rovno nule (opět konstantní podél osy  $X$ ). Provedeme parciální derivaci rovnice (6.9)

$$\varphi_Y = \frac{\partial Z}{\partial Y} = Z_0 \frac{\pi}{b} \cos \frac{\pi Y}{b} \quad (6.10)$$

a zkontrolujeme platnost okrajových podmínek

$$\begin{aligned} Y = 0 & \rightarrow \varphi_Y = Z_0 \frac{\pi}{b}, \\ Y = b & \rightarrow \varphi_Y = 0, \\ Y = \frac{b}{2} & \rightarrow \varphi_Y = -Z_0 \frac{\pi}{b}. \end{aligned}$$



Obecné vyjádření celkové energie napjatosti  $W$  kmitající desky je ve tvaru

$$W = \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^b \left[ \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial X^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2} \right)^2 + 2\mu \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial X^2} \right) \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2} \right) + 2(1 - \mu) \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial X \partial Y} \right)^2 \right] dXdY, \quad (6.11)$$

kde  $D = Eh^3/12(1 - \mu^2)$  je ohybová tuhost desky,  $E$  Youngův modul pružnosti,  $h$  tloušťka desky a  $\mu$  Poissonův poměr.

Jak již bylo zmíněno, rovnice průhybové čáry není funkcí  $X$ , a proto do uvedeného obecného vyjádření energie napjatosti vstupuje pouze jeden člen, ostatní jsou nulové.

$$\left( \frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2} \right)^2 = -\frac{\pi^2 Z_0}{b^2} \sin \frac{\pi Y}{b}. \quad (6.12)$$

Dosazením (6.12) do (6.11) je vyjádřen konečný tvar energie napjatosti desky při zadaných okrajových podmínkách ve tvaru

$$W = \frac{\pi^4 D Z_0^2 a}{4b^3}. \quad (6.13)$$

Obecné vyjádření celkové kinetické energie  $T$  kmitající desky je ve tvaru

$$T = \frac{\nu \Omega^2}{2} \int_0^a \int_0^b Z^2 dXdY, \quad (6.14)$$

kde  $\nu = m/ab = \rho h$  je hmotnost vztažená na jednotku plochy,  $m$  hmotnost,  $\rho$  hustota materiálu,  $a$  délka desky,  $b$  šířka desky,  $h$  tloušťka desky a  $\Omega$  vlastní úhlová frekvence.

Dosazením základní rovnice (6.9) do (6.14) a vyčíslením dvojného integrálu je získána hodnota kinetické energie desky

$$T = \frac{\nu \Omega^2 Z_0^2 ab}{4}. \quad (6.15)$$

Nedochází-li k disipaci energie, pak pro kmitající desku platí, že velikost energie napjatosti  $W$  je rovna velikosti kinetické energie  $T$

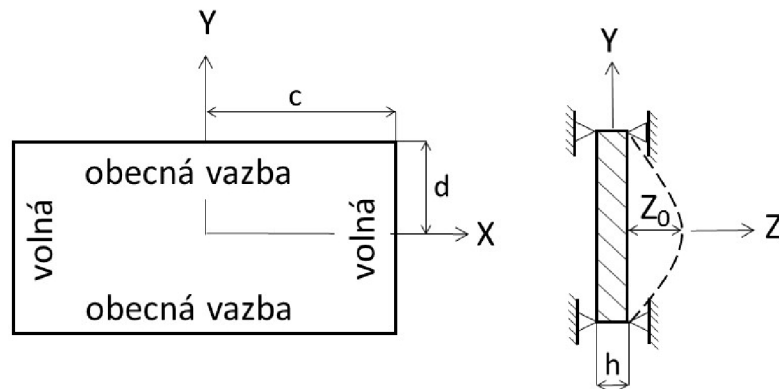
$$\frac{\pi^4 D Z_0^2 a}{4b^3} = \frac{\nu \Omega^2 Z_0^2 ab}{4},$$

$$\Omega^2 = \frac{\pi^4 D}{\nu b^4}$$

a úpravou je vyjádřen tvar pro vlastní frekvenci obdélníkové desky

$$f_n = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{\pi}{2b^2} \sqrt{\frac{D}{\nu}} = \frac{\pi}{2b^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}}. \quad (6.16)$$

#### 6.4.2 Vlastní frekvence pomocí polynomicke řady



Obr. 6.16 Obdélníková deska s obecnou vazbou na delších stranách a volnými kratšími stranami, počátek souřadného systému je umístěn ve středu desky [14]

Vlastní frekvenci daného problému je možné stanovit rovněž využitím polynomicke řady. Počátek souřadného systému je umístěn ve středu desky a tvar rovnice průhybové čáry je

$$Z = h \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 - \frac{Y^2}{d^2}\right) \left(\frac{Y}{d}\right)^n A_n \cos \Omega t, \quad (6.17)$$

který je možné pro tvar první vlastní frekvence zjednodušit na

$$Z = Z_0 \left(1 - \frac{Y^2}{d^2}\right). \quad (6.18)$$

Obdobně jako u trigonometricke řady je nutné zkontrolovat, jestli rovnice průhybové čáry splňuje okrajové podmínky. Nejprve průhyby

$$\begin{aligned} Y = 0 &\rightarrow Z = Z_0, \\ Y = d &\rightarrow Z = 0 \end{aligned}$$

a do vztahu pro natočení

$$\varphi_Y = \frac{\partial Z}{\partial Y} = -Z_0 \frac{2Y}{d^2} \quad (6.19)$$

se dosadí příslušná hodnota natočení v místech zájmu

$$Y = 0 \quad \rightarrow \varphi_Y = 0,$$

$$Y = b \quad \rightarrow \varphi_Y = -Z_0 \frac{2}{d},$$

$$Y = \frac{b}{2} \quad \rightarrow \varphi_Y = Z_0 \frac{2}{d}.$$

Rovnice průhybové křivky odpovídá zadaným geometrickým podmínkám v případě průhybu i natočení.

V rovnici energie napjatosti je opět jeden výraz, který je po aplikování parciálních derivací nenulový,

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial Y^2} = -Z_0 \frac{2}{d^2}. \quad (6.20)$$

Dosazením (6.20) do (6.11) a vyčíslením dvojného integrálu vede ke vztahu pro energii napjatosti

$$W = \frac{2DZ_0^2 c}{d^3}. \quad (6.21)$$

Rovnice kinetické energie má po dosazení druhé mocniny rovnice průhybové křivky tvar

$$T = \frac{\nu \Omega^2}{2} \int_0^a \int_0^b Z_0^2 \left( 1 - 2 \frac{Y^2}{d^2} + \frac{Y^4}{d^4} \right) dX dY \quad (6.22)$$

a po jejím vyčíslení

$$T = \frac{4}{15} Z_0^2 c d \nu \Omega^2. \quad (6.23)$$

Protože se jedná o netlumené kmitání, energie napjatosti se rovná kinetické energii

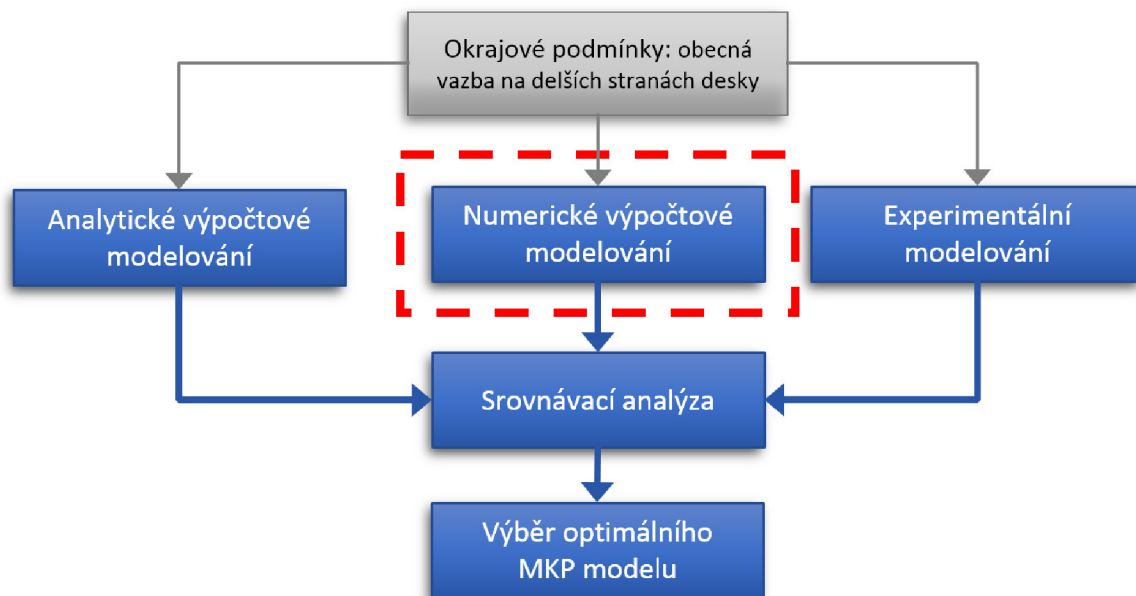
$$\begin{aligned} \frac{2DZ_0^2 c}{d^3} &= \frac{4}{15} Z_0^2 c d \nu \Omega^2, \\ \Omega^2 &= \frac{15}{2} \frac{D}{\nu d^4} \end{aligned}$$

a vlastní frekvence má hodnotu

$$f_n = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{1,36}{\pi d^2} \sqrt{\frac{D}{\nu}} = \frac{1,36}{\pi d^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}}. \quad (6.24)$$

## 7 PRACOVNÍ POSTUP

Vzhledem k velkému množství výpočtů, které budou v následujících kapitolách prováděny, je vhodné uvést přehledný plán práce (obr. 7.1)

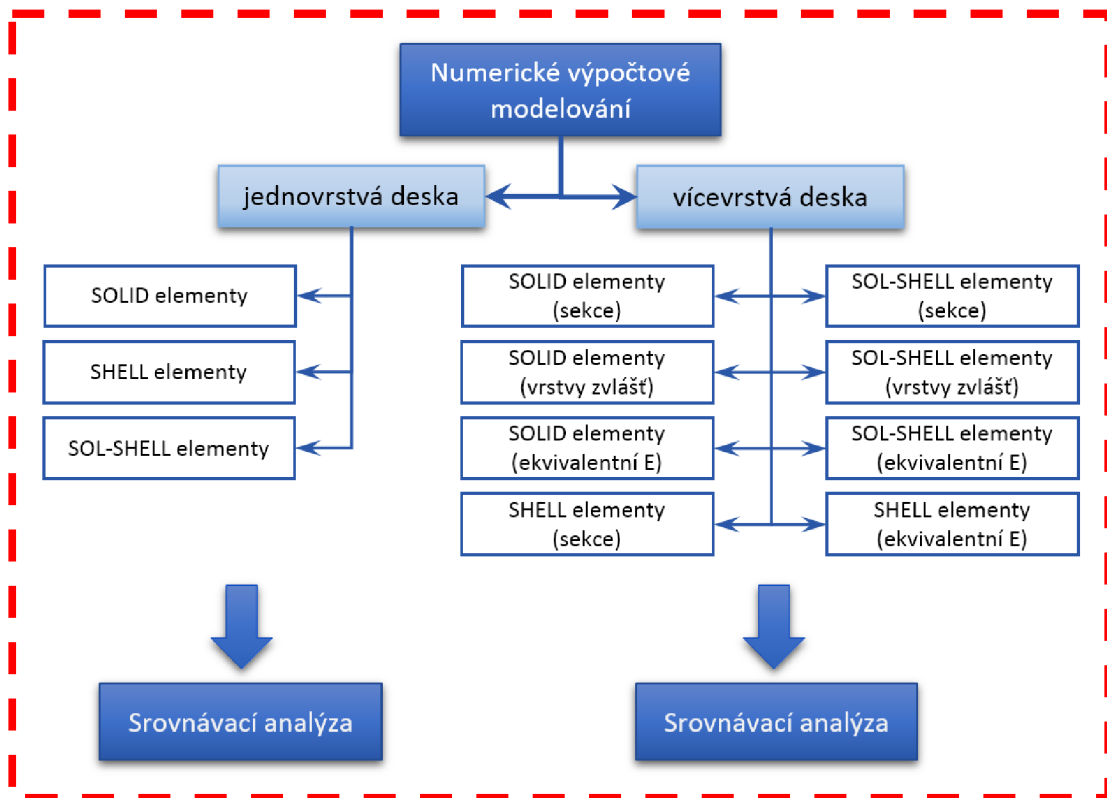


Obr. 7.1 Vývojový diagram, znázorňující kroky vedoucí ke splnění vytyčených cílů

PCB o rozměrech 250 x 180 x 2 mm bude nejprve uvažovaná jako jednovrstvá deska, složená pouze z epoxy sklolaminátu FR4 (bez měděné vrstvy). Delší strany desky budou mít zamezeny posuvy ve všech směrech, kratší strany zůstanou volné. Na to bude navázáno modelováním vícevrstvé desky se stejnými geometrickými rozměry, ale dvěma vrstvami mědi 70  $\mu\text{m}$  na obou stranách desky (celková tloušťka zůstane zachovaná 2 mm).

1. Výpočtové modelování jednovrstvé desky
  - a) První metodou stanovení vlastní frekvence obdélníkové desky bude analytické výpočtové modelování s využitím vztahů odvozených v kapitole 6.4.
  - b) Následovat budou numerické modely (obr. 7.2) vytvořené v programu ANSYS za využití prvků SHELL181, SHELL281, SOLID185, SOLID186 a SOLSH190. Hustota sítě bude pro všechny prvky stejná.
2. Výpočtové modelování vícevrstvé desky
  - a) Materiálové charakteristiky Youngův modul pružnosti  $E$ , Poissonův poměr  $\mu$  a hustota  $\rho$  vstupující do analytického výpočtu budou přepočítány na jejich ekvivalentní hodnoty obou materiálů pomocí váhových funkcí.

- b) Numerické výpočtové modelování (obr. 7.2):
- i. budou použity totožné modely jako v případě jednovrstvé desky, s tím rozdílem, že budou předepsány ekvivalentní materiálové charakteristiky. Tato metoda bude dále označována jako  $E_{ekv}$ ,
  - ii. další možností, kterou ANSYS nabízí, je definovat v oddílu sekce (*sections*) tloušťku a pozici vrstvy FR4 a vrstev Cu. Tato metoda bude dále označována jako **sekce**,
  - iii. třetím přístupem modelování je vytvoření tří kvádrů z FR4, popř. Cu a jejich spojení. U skořepinových prvků jakožto rovinných útvarů je poslední přístup nerealizovatelný. Tato metoda bude dále označována jako **vrstvy**.



Obr. 7.2 Detailní rozčlenění numerického výpočtového modelování

3. Experimentální modelování
- a) Nakonec bude provedena verifikace předchozích výpočtů experimentálním modelováním na prototypu jednovrstvé desky.
  - b) Verifikace výpočtových modelů bude provedena také na prototypu vícevrstvé desky.

Všechny získané výsledky budou vzájemně porovnány a vyhodnoceny. Lze předpokládat, že díky elementárnímu tvaru tělesa a jednoduchým okrajovým podmínkám nebude hodnota vlastní frekvence vypočítaná z analytických vztahů příliš odlišná od hodnot stanovených konečnoprvkovými modely.

Z obecného přehledu uvedeného v podkapitole 6.3 lze očekávat, že při stejné hustotě sítě budou nejlepších výsledků dosahovat pravděpodobně prvky s kvadratickým základem bázové funkce SHELL281 a SOLID186. Dosažené výsledky budou ovlivněny jemností sítě, v případě SOLID a SOL-SHELL prvků také počtem prvků po tloušťce modelu, u nichž se doporučuje použít tři až pět prvků po tloušťce. Pouze s jedním prvkem by model mohl mít vyšší tuhost a výpočet by tak byl negativně ovlivněn.

Je zjevné, že takto zjednodušený problém nebude v případě numerického modelování nikterak náročný na CPU. Při postupném zjemňování sítě bude možné dosáhnout stejných výsledků u všech použitých prvků, aniž by došlo k většímu zatížení PC. V případě složitějších výpočtů už ale počet řešených rovnic hraje významnou roli a použití správného prvku minimalizuje výpočtový čas. Proto bude v konečném vyhodnocení přihlédnuto i k této okolnosti. Na závěr bude zvolen nejvhodnější konečnoprvkový model.

## 8 VÝPOČTOVÉ MODELOVÁNÍ

Deska plošných spojů o rozměrech 250 x 180 x 2 mm je upevněna v LRU využitím kolejnic a klínových zámků (obr. 6.6). Tento způsob upnutí zamezuje pohybu desky v boxu, natočení je ale do jisté míry stále umožněno. Připojení desky k zadnímu panelu konektorem ARINC je zanedbáno. Prototyp desky z epoxy sklolaminátu FR4, který bude použit při experimentálním modelování, má hmotnost 180 g. Protože k dispozici není materiálový list s potřebnými charakteristikami, bude hustota dopočítána ze známé hmotnosti a objemu desky

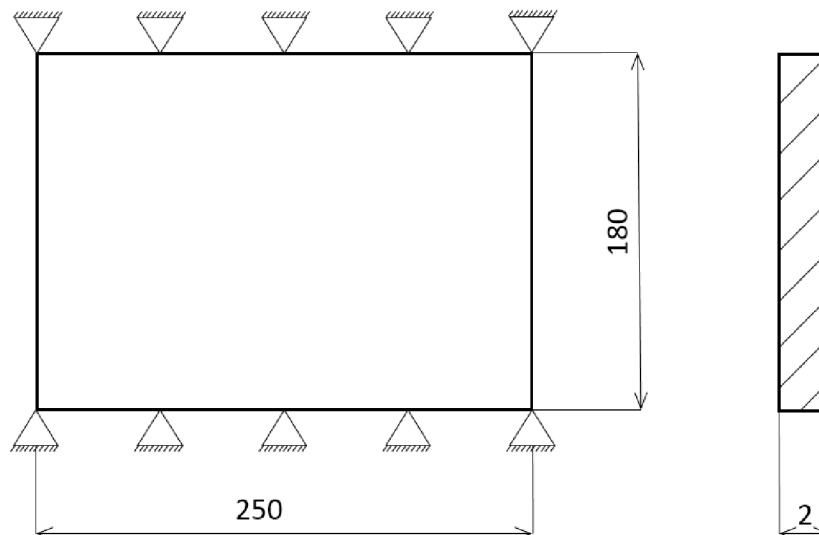
$$\rho_{FR4} = \frac{m_{FR4}}{V} = \frac{0,180}{0,25 \cdot 0,18 \cdot 0,002} = 2\,000 \text{ kg/m}^3. \quad (8.1)$$

Youngův modul pružnosti a Poissonův poměr budou pro další výpočet použity podle hodnot, které jsou ve společnosti HONEYWELL International s. r. o. standardně používány ve výpočtech PCB, a to  $E_{FR4} = 17,2 \text{ GPa}$  a  $\mu_{FR4} = 0,16$ .

Pro případ vícevrstvé desky jsou podle [15] zvoleny materiálové charakteristiky mědi  $E_{Cu} = 117 \text{ GPa}$ ,  $\mu_{Cu} = 0,34$  a  $\rho_{Cu} = 8\,900 \text{ kg/m}^3$ .

### 8.1 Analytické výpočtové modelování jednovrstvé desky

Zjednodušení PCB na desku složenou pouze z materiálu epoxy sklolaminát FR4 poskytuje základní odhad modálních vlastností, který je konzervativní z hlediska amplitudy průhybů (absence vrstvy mědi činí desku poddajnější na ohyb).



Obr. 8.1 Schematický náčrt geometrických rozměrů jednovrstvé PCB

Geometrické a materiálové charakteristiky FR4:

$$a = 250 \text{ mm}; \quad b = 180 \text{ mm}; \quad h = 2 \text{ mm}; \quad E = 17,2 \text{ GPa}; \quad \mu = 0,16; \quad \rho = 2\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

Teoretické odvození vztahů pro analytický výpočet vlastních frekvencí obdélníkové desky bylo předvedeno v kapitole 6.4, kde byly představeny dva možné principy odvození. Ohybová tuhost obdélníkové jednovrstvé desky je určena vztahem

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)}. \quad (8.2)$$

Důležité je dbát na kombinaci správných jednotek jednotlivých veličin. Jistotou správnosti dosazení je vždy použití základních jednotek SI. Po dosazení je hodnota ohybové tuhosti

$$D = \frac{17 \cdot 10^9 \cdot 0,002^3}{12(1 - 0,16^2)} = 11,77 \text{ Nm}.$$

Vlastní frekvenci odvozenou pomocí trigonometrické řady můžeme určit dosazením vztahu (6.16)

$$f_n = \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{\pi}{2b^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} = \frac{\pi}{2 \cdot 0,18^2} \sqrt{\frac{11,77}{2000 \cdot 0,002}}$$

$$f_n = \mathbf{83,2 \text{ Hz}}.$$

Druhou možností je využít vzorce (6.24), který je odvozený pomocí polynommické řady.

$$f_n = \frac{1,36}{\pi d^2} \sqrt{\frac{D}{\rho h}} = \frac{1,36}{\pi \cdot 0,09^2} \sqrt{\frac{11,77}{2000 \cdot 0,002}}$$

$$f_n = \mathbf{91,7 \text{ Hz}}.$$

## 8.2 Numerické výpočtové modelování jednovrstvé desky

V této sekci bude postupně popsán způsob vytváření jednotlivých konečnoprvkových modelů v prostředí ANSYS. Aby bylo možné provést porovnání výsledků, je nezbytné vytvořit modely se stejně definovanými okrajovými podmínkami. Zároveň musí být u všech modelů síť vytvořena z totožného počtu prvků. V opačném případě by porovnávání výsledků vedlo ke klamavým závěrům. Použitím velmi jemné sítě bychom obdrželi velmi podobné výsledky u všech druhů elementů. Záměrem je ale rozlišit, které elementy jsou pro tento typ úlohy vhodné a které nikoliv, proto byla zvolena síť „rozumné“ velikosti.



## 8.2.1 Tvorba konečnoprvkové sítě a zadání okrajových podmínek

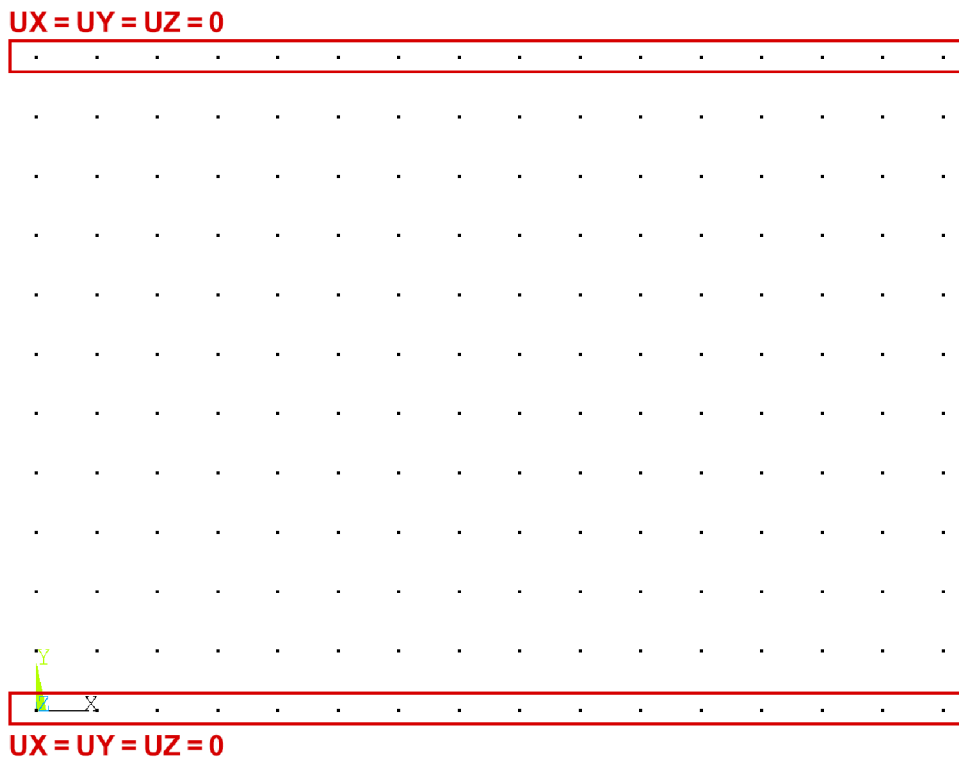
Nutno podotknout, že všechny numerické modely byly vytvořeny za pomoci textových příkazů programovacího jazyka ANSYS (odtud zkratka APDL – *ANSYS Parametric Design Language*). Tento přístup má velkou výhodu oproti prostému klikání myši v tom, že umožňuje definovat jednotlivé parametry modelu jako proměnné, které je pak velmi jednoduché předefinovat podle nových požadavků. Další výhoda spočívá v možnosti vytváření logických smyček a cyklů, známých i z jiných programovacích jazyků. Z toho vyplývá možnost automatického generování obsáhlých datových souborů důležitých pro další zpracování (např. číselné hodnoty napětí v jednotlivých krocích v konkrétním uzlu), uložení grafického zobrazení požadovaných stavů objektu a mnoho dalšího. Počáteční fáze vytváření modelu může být oproti ručnímu zadávání náročnější, ale ve většině případů se investovaný čas mnohonásobně vrátí.

```
!---- Materiálové charakteristiky FR4 ----  
E=17.2E9                ![Pa]  
mi=0.16                 ![1]  
ro=2000                 ![kg/m^3]  
  
!---- Geometrické rozměry PCB ----  
a=0.250                 ![m]  
b=0.180                 ![m]  
t=0.002                 ![m]  
prvek=a/15              ![m]
```

Obr. 8.2 Náhled na část APDL kódu

Z přiloženého náhledu kódu APDL je možné si povšimnout parametru *prvek*, který uděluje globální velikosti hrany prvku  $a/15$ , kde strana  $a$  je delší strana desky o délce 250 mm (obr. 8.1). U prvků SHELL181, SHELL281 a SOLID186 je to jediné kritérium určující jemnost sítě.

Přiřazení okrajových podmínek skrývá nebezpečná rizika a je zde nesmírně důležité uvědomit si základní rozdíly mezi prvky. Skořepinové elementy nejsou v tomto ohledu obtížné, jelikož tvoří pouze rovinný útvar a v uzlech mají 3 posuvové a 3 rotační deformační parametry. Okrajové podmínky je možné definovat zamezením posuvů  $UX$ ,  $UY$  a  $UZ$  buď výběrem příslušné hrany, nebo přímo uzlů na delších stranách desky. Oba dva přístupy mají stejný výsledek.

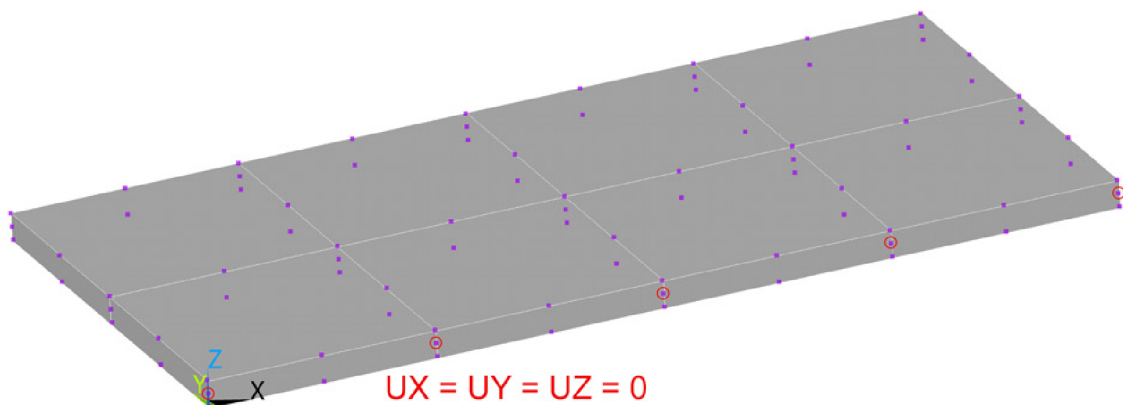


Obr. 8.3 Zobrazené uzlové body s vyznačeným místem aplikace okrajových podmínek

U dalších elementů by nepozorný uživatel mohl velmi snadno předepsat naprosto odlišné okrajové podmínky, aniž by si byl vědom fatální chyby. Skutečnost, že se jedná o trojrozměrné elementy, může automaticky svádět ke snaze zamezit posuvům na příslušných plochách. Pokud si ale uvědomíme, že tyto elementy mají uzel (minimálně) v každém vrcholu, dojde tím k zamezení posuvů ve všech uzlech na jedné z ploch a tím i k zamezení vzájemného natočení těchto uzlů. Tento přístup tedy vede k předepsání okrajové podmínky vetknutí!

Jak je možno vidět na obr. 6.12, kvadratický prvek SOLID186 disponuje uzly i na hranách, což zde s výhodou můžeme využít. Příkazem NSEL [9] a zadáním souřadnic vybereme ty uzly, které jsou na spodní a horní ploše desky a zároveň jsou uprostřed elementu (obr. 8.4). Na vybraných uzlech byly následně předepsány nulové hodnoty pro všechny deformační parametry.

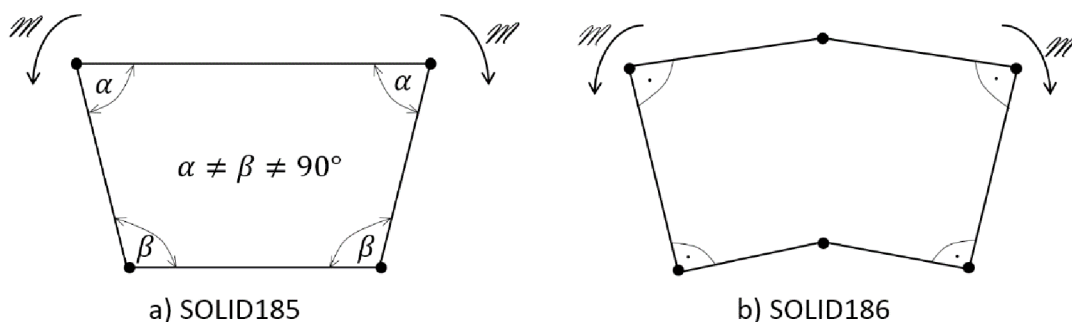
Zbývající prvky SOLID185 a SOLSH190 jsou z pohledu zadání okrajových podmínek nejsložitější, protože nenabízejí možnost rotací v uzlech ani nemají uzly na svých hranách. Tento problém byl vyřešen vytvořením dvou prvků po tloušťce, což znamená vytvoření řady uzlů uprostřed desky. Na ty byly předepsány okrajové podmínky již stejným způsobem jako u SOLID186.



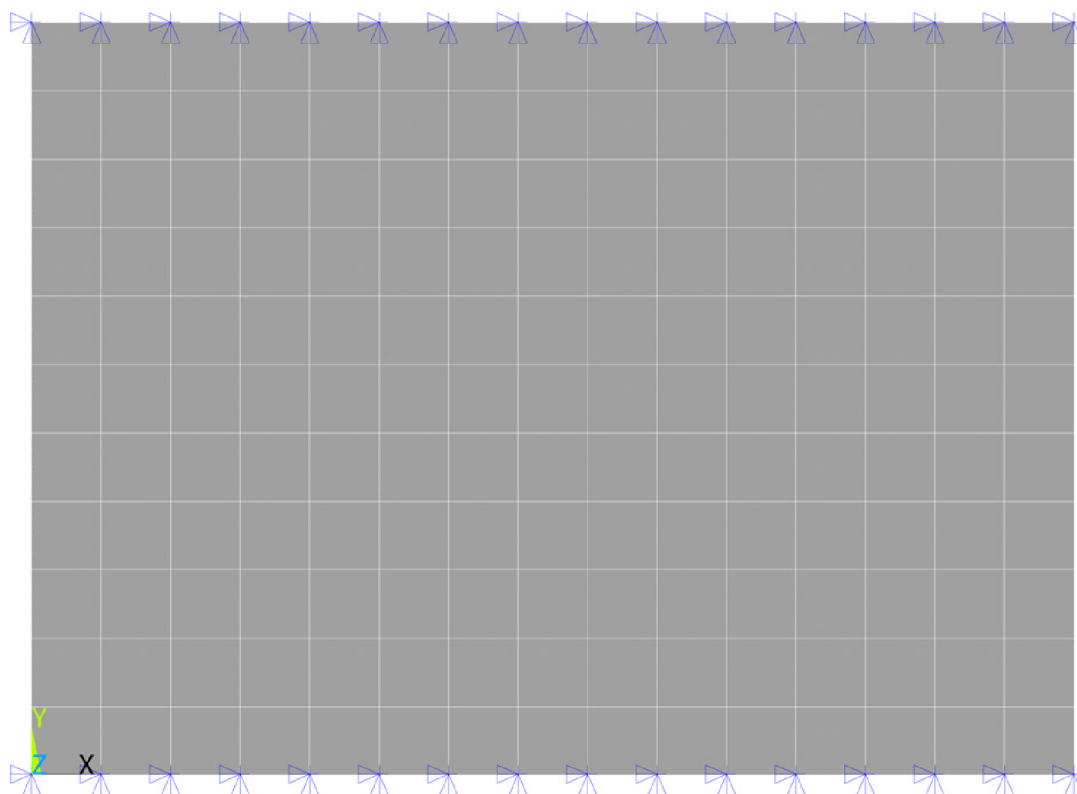
Obr. 8.4 Názorná ukázka výběru správných uzlových bodů pro určení OP (ilustrace je pouze na části analyzované PCB)

Prvek SOLID185 v sobě skrývá ještě jedno riziko. V defaultním nastavení je u tohoto elementu použita integrační metoda *B-bar Method* (*selective reduced integration*), ta je však pro problémy s výrazným ohybem nepoužitelná. Při jejím použití u modální analýzy PCB obdrží uživatel hodnoty vlastních frekvencí zatížené obrovskou chybou (v řádu stovek procent). Při ohybu lineárního elementu totiž nelze zachovat pravý úhel mezi hranami, což vede ke vzniku nadměrné tuhosti a smykového napětí (angl. výrazy *volumetric locking* a *shear locking*) [9].

Pro tento typ úloh je doporučena metoda *Enhanced Strain Formulation*, která předchází vzniku vysoké tuhosti a smyku při ohybu elementu implementací interních (a uživateli nedostupných) stupňů volnosti, které pomohou tento problém překonat. APDL kód pro zapnutí této metody je KEYOPT,1,2,2.



Obr. 8.5 Ohyb elementu SOLID185 a SOLID186. U lineárního prvku vede ke vzniku problémů zvaných „*volumetric locking*“ a „*shear locking*“.



Obr. 8.6 Ukázka konečnoprvkové sítě na modelu a zadaných okrajových podmínek – zamezení posuvů ve všech směrech na delších stranách desky

### 8.2.2 Modální analýza

Pro účely této práce je vhodným řešičem univerzální Block Lancosz, pomocí něhož byly napočítány všechny výsledky. Bylo vyhodnoceno prvních pět vlastních frekvencí a jim příslušných vlastních tvarů u všech modelů.

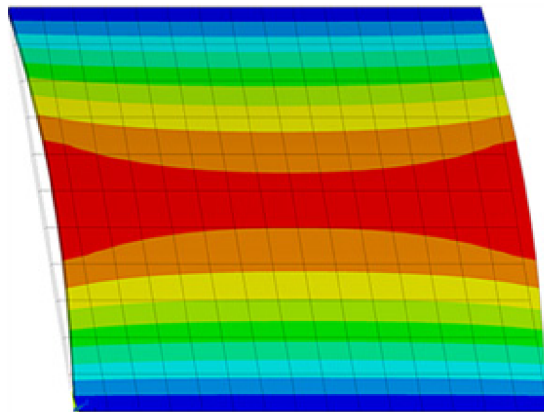
Při stejné hustotě sítě (vyjma prvků SOLID185 a SOLSH190 z důvodů uvedených výše v textu) byly po dokončení numerických výpočtů obdrženy následující výsledky:

Tab. 8.1 Porovnání výsledků stanovení vlastních frekvencí u prvních pěti módů

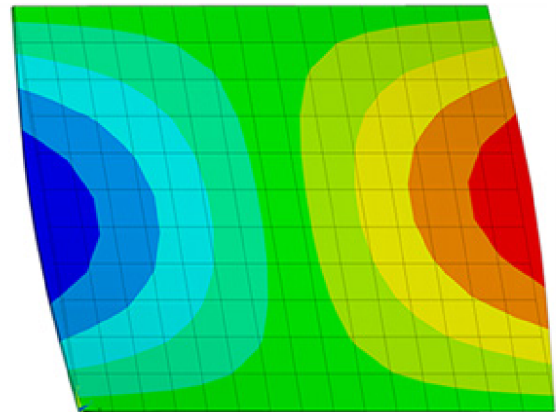
	1. mód [Hz]	2. mód [Hz]	3. mód [Hz]	4. mód [Hz]	5. mód [Hz]
<b>SHELL181</b>	83,6	118,8	218,2	345,5	384,1
<b>SHELL281</b>	82,8	117,5	215,4	331,6	370,4
<b>SOLID185</b>	83,7	122,3	230,6	346,0	401,8
<b>SOLID186</b>	82,8	117,6	215,5	331,6	370,4
<b>SOLSH190</b>	83,6	118,9	218,5	345,7	384,6

Ačkoli se elementy velmi přesně shodují v hodnotách počátečních vlastních frekvencí (odchylka 1 % u první vlastní frekvence), s vyššími módy se rozdíl mezi výpočty stupňuje (odchylka 8 % u páté vlastní frekvence). Které elementy poskytují správné hodnoty? Je to dvojice SHELL181 a SOLSH190, lineární SOLID185 nebo dvojice kvadratických prvků SHELL281 a SOLID186? Z dat, která jsou zatím k dispozici, není možné činit závěry. Nicméně na základě povědomí o prvcích MKP lze usuzovat přesnější řešení právě u kvadratických prvků. Obecně totiž platí, že prvky aproximované vyšším stupněm bázové funkce vedou k nižší chybě řešení, pokud jsou všechny parametry (okrajové podmínky, geometrie, materiál) dostatečně pravidelné (tzn. pravidelná geometrie bez ostrých přechodů atd.).

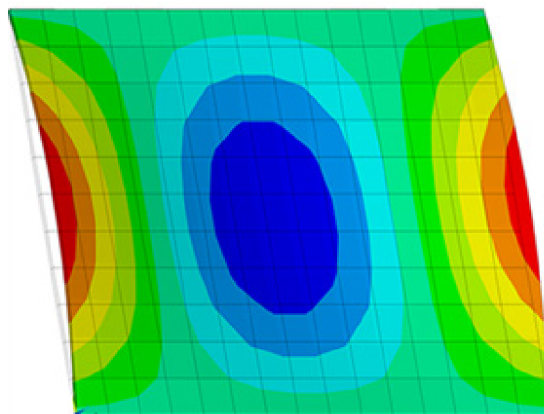
Jak již bylo řečeno, každé vlastní frekvenci odpovídá příslušný tvar deformace, nazývaný vlastní tvar kmitání. S vyšším módem kmitání roste složitost vlastního tvaru. Na obr. 8.7 je zobrazeno prvních pět tvarových módů analyzované desky plošného spoje. Lze si povšimnout, že se zde střetávají dva různé typy průhybů – jeden s kmitnou tvaru přímky a uzlovou čarou, obojí rovnoběžné s delší stranou, a druhý s kmitnou ve tvaru kruhu a uzlovou čarou rovnoběžnou s kratší stranou. Vlastní tvary jsou stejné u všech použitých elementů.



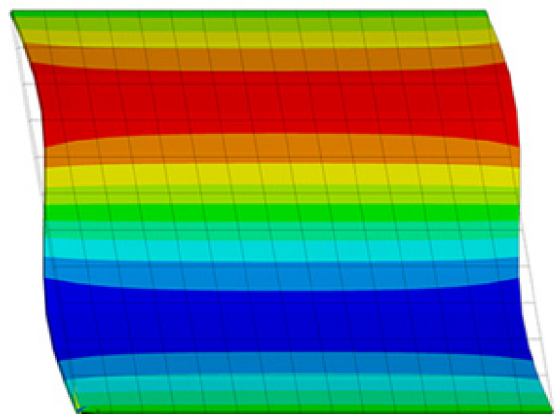
a) 1. vlastní tvar



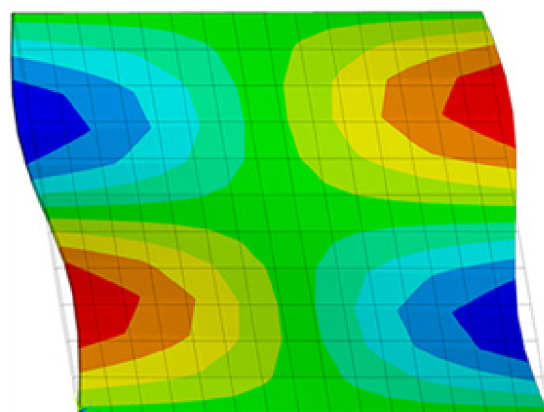
b) 2. vlastní tvar



c) 3. vlastní tvar



d) 4. vlastní tvar

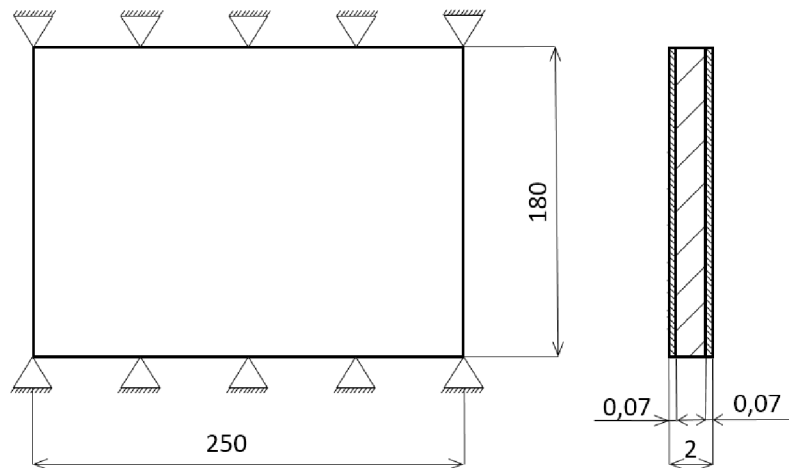


e) 5. vlastní tvar

Obr. 8.7 Zobrazení prvních pěti vlastních tvarů desky plošného spoje s vykreslením posuvů ve směru osy  $z$ , které jsou shodné u všech použitých prvků

### 8.3 Analytické výpočtové modelování vícevrstvé desky

Na rozdíl od výpočtu v předchozí podkapitole budeme uvažovat PCB se dvěma vrstvami mědi o tloušťce 70  $\mu\text{m}$ , jednou z každé strany. Ostatní rozměry zůstávají zachovány, včetně celkové tloušťky 2 mm.



Obr. 8.8 Schematický náčrt geometrických rozměrů vícevrstvé PCB

Poněvadž je deska složena ze dvou materiálů, musíme před výpočtem ohybové tuhosti určit ekvivalentní hodnoty materiálových charakteristik jako vážený průměr různých vlastností podle obecného vzorce

$$X_{ekv} = \frac{\sum h_i X_i}{\sum h_i}, \quad (8.3)$$

kde  $X$  je hledaná materiálová charakteristika a  $h$  je tloušťka daného materiálu [14].

Geometrické a materiálové charakteristiky FR4:

$$a = 250 \text{ mm}; \quad b = 180 \text{ mm}; \quad h_{FR4} = 1,86 \text{ mm}; \quad E_{FR4} = 17,2 \text{ GPa}; \quad \mu_{FR4} = 0,16;$$

$$\rho_{FR4} = 2000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

Geometrické a materiálové charakteristiky Cu:

$$a = 250 \text{ mm}; \quad b = 180 \text{ mm}; \quad h_{Cu} = 0,07 \text{ mm}; \quad E_{Cu} = 117 \text{ GPa}; \quad \mu_{Cu} = 0,34;$$

$$\rho_{Cu} = 8900 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

Ekvivalentní Youngův modul pružnosti  $E$

$$E_{ekv} = \frac{\sum h_i E_i}{\sum h_i} = \frac{1,86 \cdot 17,2 + 2 \cdot 0,07 \cdot 117}{1,86 + 2 \cdot 0,07} = 24,2 \text{ GPa}.$$



Ekvivalentní Poissonův poměr  $\mu$

$$\mu_{ekv} = \frac{\sum h_i \mu_i}{\sum h_i} = \frac{1,86 \cdot 0,16 + 2 \cdot 0,07 \cdot 0,34}{1,86 + 2 \cdot 0,07} = 0,17.$$

Ekvivalentní hustota  $\rho$

$$\rho_i = \frac{\sum h_i \rho_i}{\sum h_i} = \frac{1,86 \cdot 2\,000 + 2 \cdot 0,07 \cdot 8\,900}{1,86 + 2 \cdot 0,07} = 2\,483 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \cong 2\,500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

Následující výpočet se skládá ze stejných kroků jako v předchozím případě, tedy nejprve ohybová tuhost desky

$$D = \frac{E_{ekv}(h_{tot})^3}{12(1 - \mu_{ekv}^2)} = \frac{24,2 \cdot 10^9 \cdot 0,002^3}{12(1 - 0,17^2)} = 16,6 \text{ Nm}.$$

Všimněme si, že přítomnost měděných vrstev zapříčinila nárůst ohybové tuhosti, což je zcela logické. Měď je výrazně tužší materiál (modul pružnosti je o řád vyšší než u FR4). Vzrostl zároveň i Poissonův poměr, který naopak s růstem tuhost snižuje. Neovlivňuje ji však tak významně jako modul pružnosti.

Hodnota vlastní frekvence odvozená pomocí trigonometrické řady je

$$f_n = \frac{\pi}{2b^2} \sqrt{\frac{D}{\rho_{ekv} h_{tot}}} = \frac{\pi}{2 \cdot 0,18^2} \sqrt{\frac{16,6}{2\,500 \cdot 0,002}}$$

$$f_n = \mathbf{88,3 \text{ Hz.}}$$

Druhou možností je využít vzorce (6.24), který je odvozený pomocí polynommické řady,

$$f_n = \frac{1,36}{\pi d^2} \sqrt{\frac{D}{\rho_{ekv} h_{tot}}} = \frac{1,36}{\pi \cdot 0,09^2} \sqrt{\frac{16,6}{2\,500 \cdot 0,002}}$$

$$f_n = \mathbf{97,4 \text{ Hz.}}$$

První vlastní frekvence vzrostla. Odůvodnění je prosté – přidáním měděné vrstvy stoupla ohybová tuhost desky o 40 %, hustota pouze o 25 %. Při pohledu na fundamentální vztah pro vlastní frekvence  $\sqrt{k/m}$  je jasné, že hodnota pod odmocninou vzrostla a společně s ní i vlastní frekvence.



## 8.4 Numerické výpočtové modelování vícevrstvé desky

V případě modelování desky plošného spoje s uvažováním vrstev mědi po obou stranách se vychází z předchozí, jednovrstvé varianty. Je samozřejmé, že bude nutné definovat totožné okrajové podmínky a zachovat také stejnou hustotu sítě, aby mělo srovnání výsledků vypovídací hodnotu. Přítomnost vrstev odlišného materiálu otevírá několik možností, jak postupovat při tvorbě modelu.

### 8.4.1 Tvorba konečnoprvkové sítě a zadání okrajových podmínek

Vrstva dalšího materiálu mírně komplikuje zadání modelu, na druhou stranu lze u některých elementů použít více přístupů a bude zajímavé porovnat výsledky, které poskytují.

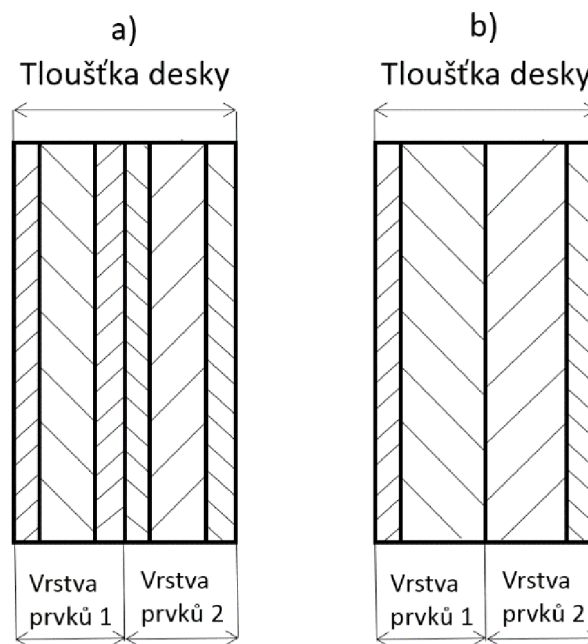
Modely tvořené skořepinovými prvky **SHELL181** a **SHELL281** byly vytvořeny dvěma způsoby. V jednom způsobu byl využit stejný model jako v podkapitole 8.2, s tím rozdílem, že prvkům byly předepsány ekvivalentní materiálové charakteristiky. Druhým způsobem je přiřazení dvou materiálových charakteristik různým vrstvám v nastavení *sections*. V níže zobrazené části APDL kódu je zvolen typ vrstvy SHELL a jsou jí přiřazena následující data. Nejprve vrstva jedna o tloušťce  $t_2 = 0,07$  mm z materiálu č. 2 (měď), uprostřed vrstva o tloušťce  $t - 2 \cdot t_2 = 2 - 2 \cdot 0,07 = 1,86$  mm z materiálu č. 1 (FR4) a nakonec opět vrstva mědi o tloušťce  $t_2 = 0,07$  mm.

```
!Sections - vrstvy
SECTYPE,1,SHELL
SECDATA,t2,2           ! vrstva 1: tloušťka t2, materiál 2 (měď)
SECDATA,t-2*t2,1      ! vrstva 2: tloušťka t-2*t2, materiál 1 (FR4)
SECDATA,t2,2           ! vrstva 3: tloušťka t2, materiál 2 (měď)
```

Obr. 8.9 Náhled APDL kódu – zadání sekcí

U prvku **SOLID186** byly použity tři přístupy k modelování. Dva stejné jako u skořepinových prvků, tedy použití jednovrstvého modelu s ekvivalentními hodnotami materiálu a druhý definováním vrstev v nastavení *sections* (v nastavení se ale musí zapnout *layered solid*, což platí i pro **SOLID185**). Třetí způsob je vymodelování tří kvádrů podle rozměrů jednotlivých vrstev, i když jsou kvádry zadané pomocí souřadnic a jsou „nalepené“ na sobě, musí být zadán příkaz ke sloučení keypointů. Po vytvoření konečnoprvkové sítě jsou jednotlivým objemům přiřazeny odpovídající materiálové charakteristiky.

Při modelování prvkem **SOLSH190** a **SOLID185** hrozí nebezpečí chybného přiřazení sekce. Kvůli korektnímu předepsání okrajové podmínky je zde opět nutné použít dva prvky po tloušťce. Nepozorný uživatel by pak mohl jednoduše nastavit *sections* stejně jako prvků s jednou vrstvou po tloušťce. Tím by ale došlo k vymodelování naprosto odlišného případu, a sice vrstvy mědi na obou stranách desky, ale zároveň i uprostřed desky (obr. 8.10a). Pro správné nastavení je třeba definovat dvě sekce – jednu s vrstvou mědi  $t_2 = 0,07$  mm a vrstvou FR4 tloušťky  $t/2 - t_2 = 2/2 - 0,07 = 0,93$  mm a druhou s opačně zadanými



Obr. 8.10 Schematické zobrazení a) chybného nastavení sekcí, b) korektního nastavení sekcí

vrstvy. Vytvořením sítě se automaticky přiřadí první sekce všem elementům, pak již jen stačí přiřadit správné vrstvě prvků odpovídající sekci (obr. 8.10b). Další způsob modelování je opět zadáním ekvivalentních materiálových charakteristik a třetí možností je podobně jako u **SOLID186** zadáním tří objemů, které jsou k sobě spojeny. Zde je pouze nutné si uvědomit, že pro korektní předepsání okrajové podmínky je opět nezbytné vytvořit uzly uprostřed desky, proto má prostřední kvádr z FR4 dva elementy po tloušťce. Pak již jen stačí přiřadit jednotlivým vrstvám elementů požadovaný materiál. U všech tří metod byla pro **SOLID185** zapnuta integrační metoda *Enhanced Strain Formulation* (APDL kód `KEYOPT,1,2,2`).

Předepsání okrajových podmínek je prakticky stejné jako u jednovrstvé PCB. Modely využívající ekvivalentní materiálové charakteristiky i modely s vrstvami zadanými pomocí sekcí jsou totožné, co se týče zamezení posuvů. U modelů z prvků **SOLID185-vrstvy**,

**SOLID186-vrstvy** a **SOLSH190-vrstvy** byl realizován na prostřední vrstvě z FR4, podobně jako na obr. 8.4 (u SOLID185 a SOLSH190 musel být nejprve prostřední kvádr *vymeshován* dvěma prvky po tloušťce).

### 8.4.2 Modální analýza

Stejně jako v předchozích výpočtech byl i zde použit univerzální řešič Block Lancosz a bylo vyhodnoceno prvních pět vlastních frekvencí s příslušnými vlastními tvary kmitání.

Uvažováním měděných vrstev na stranách desky se změnilы hodnoty vlastních frekvencí následujícím způsobem:

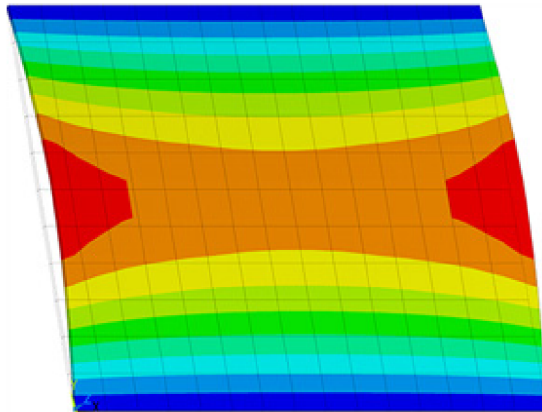
Tab. 8.2 Porovnání výsledků stanovení vlastních frekvencí u prvních pěti módů vícevrstvé desky plošných spojů

	1. mód [Hz]	2. mód [Hz]	3. mód [Hz]	4. mód [Hz]	5. mód [Hz]
<b>SHELL181</b>	111,8	155,2	286,4	464,3	511,4
<b>SHELL182</b>	110,7	153,4	282,6	445,4	492,8
<b>SOLID185-sekce</b>	113,0	159,2	298,7	470,4	532,0
<b>SOLID185-vrstvy</b>	112,1	158,4	296,9	466,5	528,4
<b>SOLID186-sekce</b>	111,9	154,6	285,4	450,9	498,1
<b>SOLID186-vrstvy</b>	110,6	153,4	282,6	445,3	492,7
<b>SOLSH190-sekce</b>	112,8	156,3	288,8	469,2	516,8
<b>SOLSH190-vrstvy</b>	111,9	155,4	286,9	465,4	513,0
<b>SHELL181-ekv</b>	88,8	125,9	231,4	367,1	407,8
<b>SHELL182-ekv</b>	87,9	124,6	228,4	352,3	393,2
<b>SOLID185-ekv</b>	88,9	129,7	244,4	367,7	426,5
<b>SOLID186-ekv</b>	87,9	124,6	228,5	352,3	393,2
<b>SOLSH190-ekv</b>	88,8	126,0	231,7	367,3	408,4

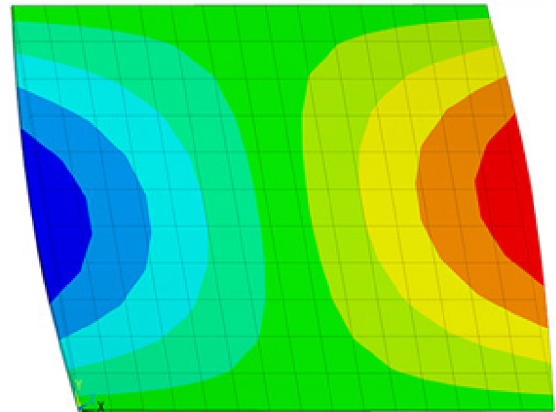
Nebude-li bráno v potaz modelování se zadanými ekvivalentními materiálovými charakteristikami, pak se hodnoty mezi sebou liší maximálně o 8 %. Modely s ekvivalentními materiálovými charakteristikami mají velmi dobrou shodu s analytickým výpočtovým modelováním v první vlastní frekvenci, což ale není vůbec překvapivé. Model je totožný s modelem jednovrstvé desky, změnilы se pouze hodnoty vstupních parametrů, a to pro obě výpočtová modelování. Pro složitější model, složený z více materiálů, již není analytické výpočtové modelování důvěryhodné a může být použito pouze pro hrubou představu o řádu frekvencí.

V porovnání s jednovrstvou deskou se hodnoty vlastních frekvencí zvýšily přibližně o 25 %, ačkoliv odhad výsledků pomocí analytických vztahů takový nárůst nenaznačoval. Ten však uvažoval izotropní, homogenní materiál s určitými hodnotami materiálových charakteristik. Zde je ale případ, kdy je deska složená ze dvou materiálů – epoxy sklolaminátu FR4 a mědi, které mají výrazně odlišné vlastnosti. Jak již bylo pojednáno v části analytického výpočtového modelování (8.3), přidáním vrstev mědi vzrostly jak hustota, tak i tuhost desky. V případě ekvivalentních hodnot byl nárůst tuhosti o 40 %, zatímco hmotnosti jen o 25 %, důsledkem bylo zvýšení hodnoty první vlastní frekvence z 86 Hz na 91 Hz. Při numerickém výpočtovém modelování se ale hodnota zvýšila až na cca 115 Hz. Z jakého důvodu? K vysvětlení lze dospět opět pohledem na fundamentální vztah  $\sqrt{k/m}$ . S jistotou lze říci, že hmotnost vzrostla také o 25 %. Z toho vyplývá, že se musela výrazně zvýšit ohybová tuhost desky. Dvě vrstvy mědi, což je materiál s řádově vyšší tuhostí než FR4, tvoří jakési „brnění“ vnitřní části z FR4 a znesnadňují tak celkové prohnutí desky. Při opačném vymodelování vrstev, se zachováním stávajících rozměrů jednotlivých vrstev (aby se nezměnila hmotnost desky), tedy dvě vrstvy mědi uprostřed a z každé strany polovina vrstvy FR4, bude hodnota první vlastní frekvence 76 Hz. Ačkoli se na první pohled může zdát nereálné, že přidáním tužšího materiálu do tělesa klesne celková vlastní frekvence, opak je pravdou – i když se celková tuhost celého tělesa nesporně zvýšila, hmotnost narostla mnohem víc a výsledná vlastní frekvence je tak nižší než původně jen s vrstvou FR4.

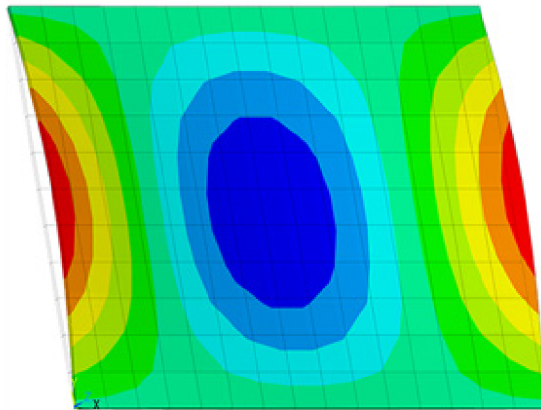
Co se týče vlastních tvarů, není překvapující, že zůstaly prakticky stejné jako u jednovrstvého modelu. Pouze se mírně změnila velikosti jednotlivých průhybových oblastí, jejich podstata však zůstala zachována. Zarážet ovšem může zobrazení prvního a čtvrtého tvaru, kde jsou velmi ostré přechody. Samozřejmě, velikost části desky s maximálním průhybem se oproti jednovrstvému modelu zmenší (kvůli zvýšené tuhosti). Ostré přechody na obrázku však nemají žádný fyzikální důvod, vznikly v důsledku malého počtu bodů použitých k aproximaci, čímž dojde k náhlému useknutí červené průhybové plochy na obr. 8.11a, popř. přechod na obr. 8.11d souměrný.



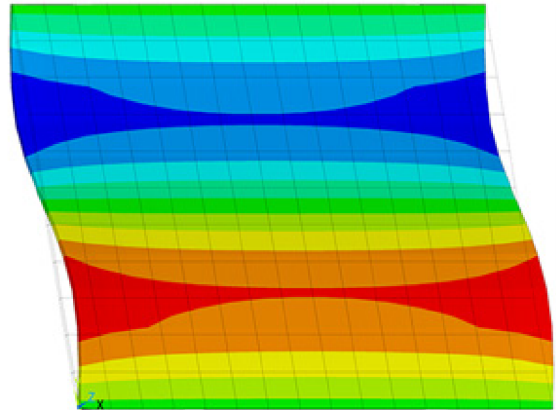
a) 1. vlastní tvar



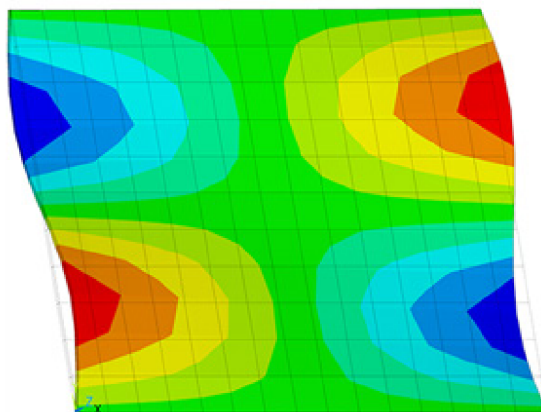
b) 2. vlastní tvar



c) 3. vlastní tvar



d) 4. vlastní tvar



e) 5. vlastní tvar

Obr. 8.11 Zobrazení prvních pěti vlastních tvarů desky plošného spoje s vykreslením posuvů ve směru osy  $z$ , shodných opět pro všechny použité prvky



## 9 EXPERIMENTÁLNÍ MODELOVÁNÍ

Velmi důležitou součástí tvorby numerického modelu je verifikace obdržených výsledků pomocí experimentálního modelování. Ačkoli je to jediný způsob ověření správnosti výpočtového modelu, mnohdy nebývá z různých důvodů uskutečněna (technická proveditelnost, finanční či časové důvody).

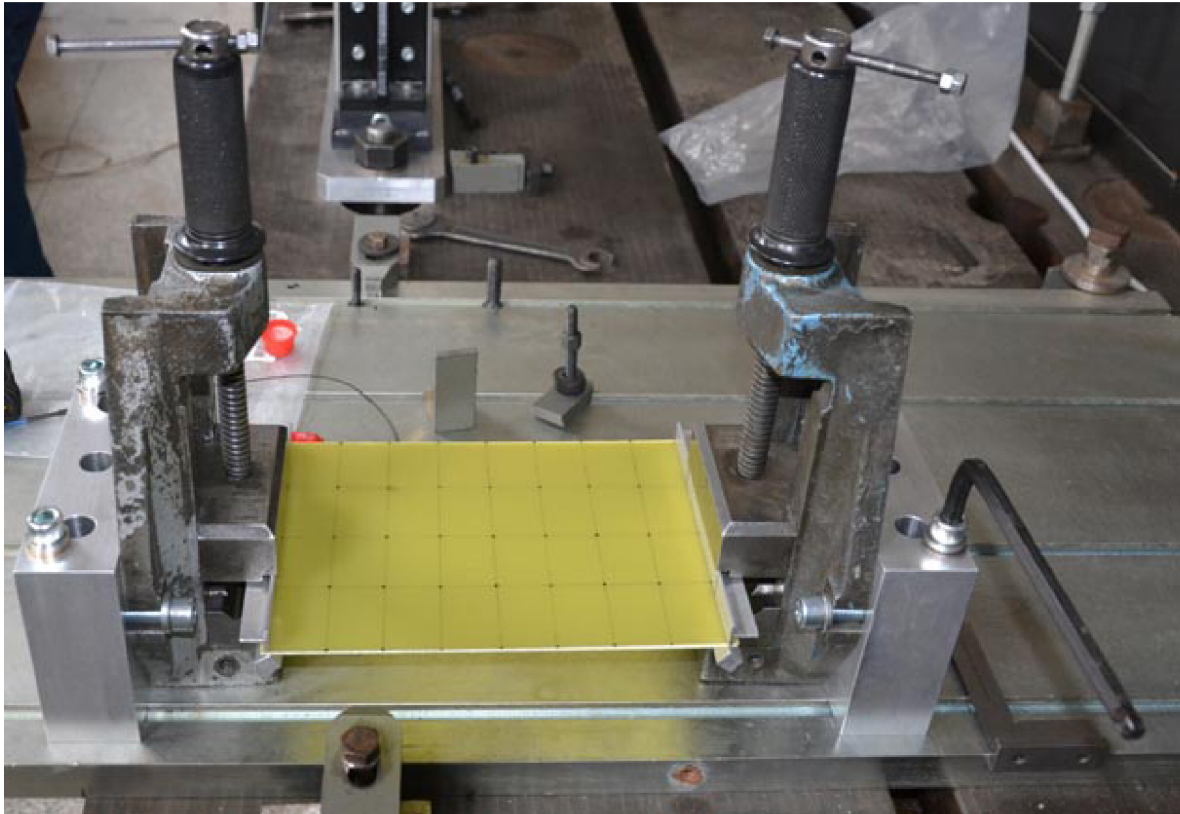
Experimentální modelování problému, kterým se zabývá tato práce, bylo uskutečněno v laboratoři ÚMTMB pod vedením Ing. Lubomír Houfka, Ph.D., s využitím dostupné techniky.

### 9.1 Příprava experimentu

#### 9.1.1 Nastavení okrajových podmínek

Samotná příprava experimentu je většinou mnohem náročnější než samotné měření. Zřejmě nejdůležitější složkou, která může výsledky naprosto znehodnotit, je simulace stejných okrajových podmínek, které jsou předepsané numerickému modelu. Právě ve snaze maximálně se přiblížit stejným okrajovým podmínkám byl původní problém pro experimentální modelování mírně modifikován. Konkrétně došlo k zamezení posuvů na kratších stranách desky, zatímco ve výpočtech (kapitola 8) i v reálných podmínkách je deska uchycena za delší strany.

Záměrem bylo použít k uchycení desek kombinaci svěráků a hliníkových lišt tak, že se deska upne do svěráku mezi dvě lišty a dojde tak k přenesení svěrací síly po celé délce desky. V laboratořích byly k dispozici svěráky s maximální šířkou čelistí 10 cm, což by i při použití lišt s velkou pravděpodobností negativně ovlivnilo naměřené výsledky (na koncích lišt by již svěrací síla byla oproti středu malá a upnutí by nebylo pevné). Proto bylo rozhodnuto, že obecné vazby budou vymodelovány na kratších hranách a naměřené výsledky se porovnají s odpovídajícími MKP modely. Bude-li možné na základě provedené verifikace prohlásit modely za dostatečně přesné, lze předpokládat, že by došlo ke shodě experimentem i v případě obecné vazby na delších stranách.



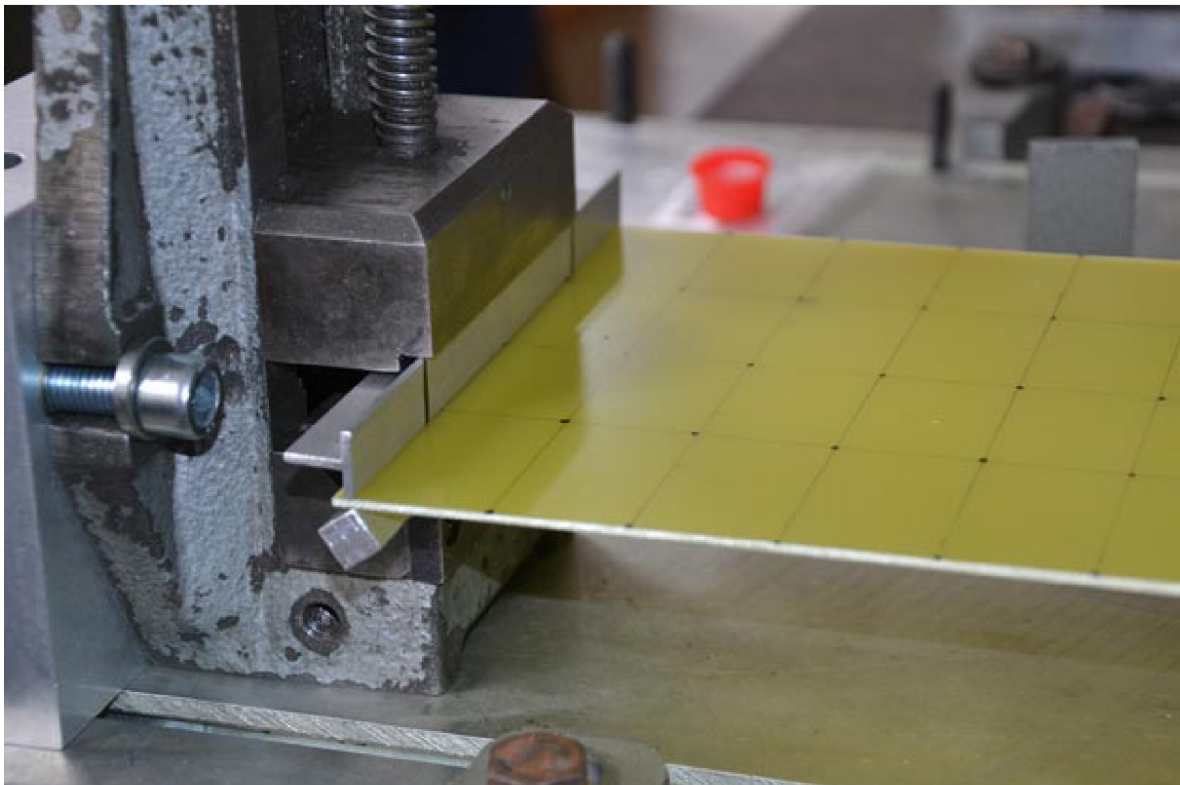
*Obr. 9.1 Upnutí desky plošného spoje bylo provedeno pomocí dvou svěráků nehybně ukotvených na stole s drážkami.*

Okrajová podmínka obecné podpory je v laboratorních podmínkách poměrně složitě realizovatelná. Je totiž nutné zamezit posuvy nejlépe na okrajích desky, což ale samozřejmě prakticky není možné a deska musí být uchycena s určitým přesahem od okraje. V tom případě je ale důležité provést uchycení takovým způsobem, aby nebyla znemožněna rotace přesahujícího konce desky, jinak by se jednalo o okrajovou podmínku vetknutí. V tomto experimentu byla k upnutí ze spodní strany desky použita tyč čtvercového průřezu postavená na hranu a z horní strany desky tyč s T profilem, postavená hranou přesně nad hranu čtvercové tyče (obr. 9.2). Hrany obou tyčí jsou přesně nad sebou, ve vzdálenosti 5 mm od okraje, čímž je docíleno zamezení posuvů desky, avšak rotace přesahujících okrajů odebrány nejsou.

### **9.1.2 Propojení akcelerometru, rázového kladívka a PC**

K měření modálních vlastností se dnes často používá oblíbené metody pomocí akcelerometru a rázového kladívka, která byla zvolena i pro měření problému této práce. Před upnutím do svěráků a přilepením akcelerometru byla na PCB zakreslena síť bodů,

devět bodů po délce (počáteční i konečný bod je 5 mm od okraje) a pět bodů po šířce desky (počáteční i konečný bod jsou přímo na okraji), ve kterých budou měřeny odezvy po úderu kladívkem. Proto je nutné mít dostatečný počet bodů, aby bylo možné vykreslit odpovídající vlastní tvary kmitání desky. V případě měření jen v několika bodech by mohla nastat situace, že snímané body budou umístěny v uzlu (nulová výchylka a zrychlení) a vyhodnocení výsledků by tak bylo znemožněno. U hustší sítě je získaná informace o probíhající kmitání komplexní. Platí pravidlo, že čím více vlastních frekvencí je požadováno, tím hustší by měla být síť měřených bodů.



*Obr. 9.2 Upevnění desky z epoxy sklolaminátu FR4 vazbou obecná podpora – deska má zamezené posuvy jen na úzké ploše blížící se čáře vzdálené 5 mm od okraje. Přesahující část desky je schopna rotace.*

Měření probíhalo s výbavou od firmy Brüel&Kjær, konkrétně multianalyzátozem PULSE LAN-XI, který přijímal napěťový signál z akcelerometru zapojeného v kanále číslo 1 a rázového kladívka zapojeného v kanále číslo 2. Použitý akcelerometr byl typu piezoelektrický nábojový, který má oproti jiným typům řadu výhod. Má vysoký rozsah měřených frekvencí, dobrou odolnost vůči vyšším teplotám, ale zejména je velmi malý, s nízkou hmotností. Poslední výhoda je pro toto měření nejdůležitější, jelikož měřené desky mají hmotnost cca 200 g a při použití snímače s vyšší hmotností by mohlo dojít ke



znatelnému zkreslení výsledků. Drobnou nevýhodou může být naopak fakt, že za akcelerometr je nutné připojit do řetězce konvertor, který mění nábojový výstup z akcelerometru na napěťový signál jdoucí do multianalyzátoru.

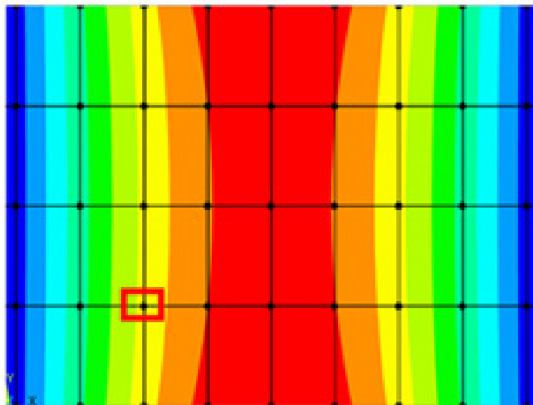
Akcelerometr byl přilepen včelím voskem na spodní stranu desky, přímo pod jeden z nakreslených bodů. Bod, pod kterým bude akcelerometr nalepen, byl zvolen na základě očekávaných vlastních tvarů vykreslených na konečnoprvkovém modelu. Na obr. 9.4 je možno vidět, že vyznačený bod umístění akcelerometru není ani v jednom případě místem nulové výchylky některého z vlastních tvarů.

### 9.1.3 Měření

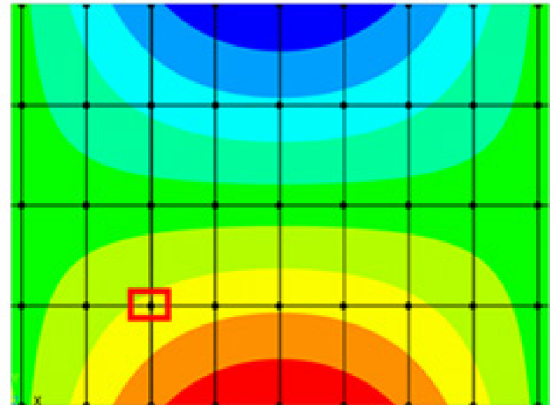
Multianalyzátor PULSE LAN-XI je dodáván společně se softwarem, jehož pomocí byly naměřené signály přímo na místě zpracovány. Před začátkem měření byla v softwaru vytvořena geometrie měřené desky, vykreslena síť měřených bodů a definováno umístění akcelerometru. Následně proběhlo oklepání desky, v každém bodě třikrát.



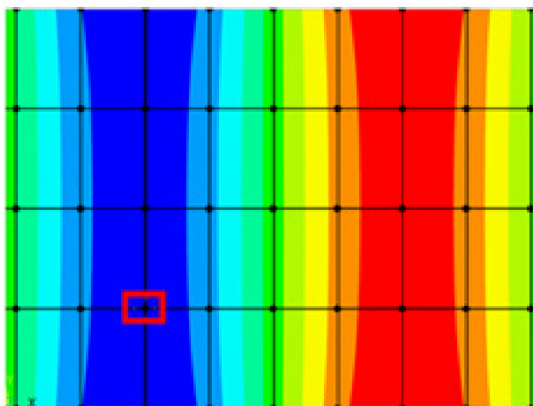
*Obr. 9.3 Multianalyzátor PULSE LAN-XI propojený s laptopem. Ve spuštěném softwaru si lze všimnout geometrie desky se zvolenou sítí měřených bodů.*



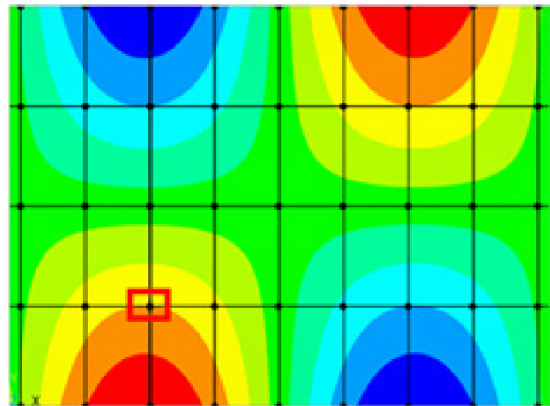
a) 1. vlastní tvar



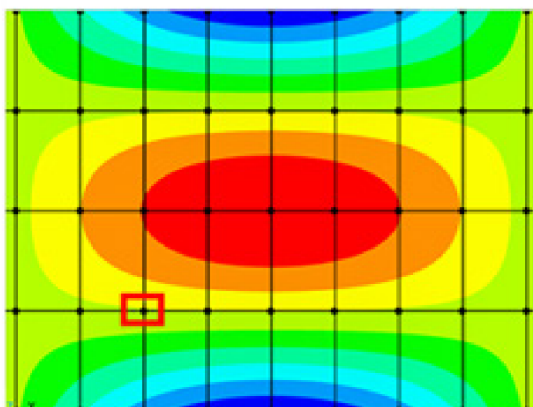
b) 2. vlastní tvar



c) 3. vlastní tvar



d) 4. vlastní tvar



e) 5. vlastní tvar

Obr. 9.4 Předpokládané vlastní tvary kmitání PCB stanovené pomocí konečnoprvkového modelu. Na obrázku je zakreslena síť měřených bodů a červeně vyznačeným místem umístění akcelerometru

## 9.2 Výsledky stanovené numerickým modelováním s modifikovanými okrajovými podmínkami

Výpočet vlastních frekvencí proběhl stejným způsobem, jako již bylo popsáno v kapitolách 8.2 a 8.4. U vícevrstvé PCB již není zastoupen model s ekvivalentní hodnotou Youngova modulu pružnosti, nadále jsou uvažována pouze klasická zadání dvou vrstev pomocí funkce *sections*, respektive zadání tří objemových kvádrů z různých materiálů, spojených k sobě.

Tab. 9.1 Hodnoty vlastních frekvencí modelu jednovrstvé PCB s modifikovanými okrajovými podmínkami a délkou delší strany 250 mm

	1. mód [Hz]	2. mód [Hz]	3. mód [Hz]	4. mód [Hz]	5. mód [Hz]
<b>SHELL181</b>	43,0	95,4	175,4	243,7	264,5
<b>SHELL281</b>	42,8	94,6	171,6	239,4	260,7
<b>SOLID185</b>	43,0	97,7	175,7	258,1	275,1
<b>SOLID186</b>	42,8	94,6	171,6	239,5	260,8
<b>SOLSH190</b>	43,0	95,4	175,5	244,1	264,7

Tab. 9.2 Hodnoty vlastních frekvencí modelu vícevrstvé PCB s modifikovanými okrajovými podmínkami a délkou delší strany 250 mm

	1. mód [Hz]	2. mód [Hz]	3. mód [Hz]	4. mód [Hz]	5. mód [Hz]
<b>SHELL181</b>	57,1	121,9	234,7	318,8	349,4
<b>SHELL281</b>	56,8	120,7	229,5	312,9	344,5
<b>SOLID185-sekce</b>	57,7	124,2	237,6	333,3	360,9
<b>SOLID185-vrstvy</b>	57,2	123,9	235,6	331,7	358,4
<b>SOLID186-sekce</b>	57,3	121,2	232,0	315,4	348,2
<b>SOLID186-vrstvy</b>	56,8	120,7	229,5	312,9	344,5
<b>SOLSH190-sekce</b>	57,6	122,3	236,9	321,3	352,6
<b>SOLSH190-vrstvy</b>	57,2	121,9	235,0	319,5	349,9

Hodnoty uvedené v obou tabulkách jsou však pro ideální případ uchycení PCB přímo na jejich okrajích. Při experimentu byly PCB uchyceny 5 mm od jejich okrajů, aktuální rozměr delší strany se změnil na 240 mm. Následkem bude další ovlivnění výsledků experimentu a bude možno očekávat, že se výsledky budou spíše blížit verzi s kratší délkou hrany  $a = 240$  mm.

Tab. 9.3 Hodnoty vlastních frekvencí modelu jednovrstvé PCB s modifikovanými okrajovými podmínkami a délkou delší strany 240 mm

	1. mód [Hz]	2. mód [Hz]	3. mód [Hz]	4. mód [Hz]	5. mód [Hz]
<b>SHELL181</b>	48,2	103,4	196,5	267,6	278,3
<b>SHELL281</b>	47,9	102,5	192,2	262,8	274,7
<b>SOLID185</b>	48,2	105,5	196,7	280,4	287,6
<b>SOLID186</b>	47,9	102,6	192,2	262,9	274,8
<b>SOLSH190</b>	48,2	103,4	196,5	268,0	278,6

Tab. 9.4 Hodnoty vlastních frekvencí modelu vícevrstvé PCB s modifikovanými okrajovými podmínkami a délkou delší strany 240 mm

	1. mód [Hz]	2. mód [Hz]	3. mód [Hz]	4. mód [Hz]	5. mód [Hz]
<b>SHELL181</b>	62,0	128,1	254,8	339,7	356,0
<b>SHELL281</b>	61,7	126,9	249,1	333,3	351,5
<b>SOLID185-sekce</b>	62,6	130,3	257,8	352,7	366,2
<b>SOLID185-vrstvy</b>	62,1	129,9	255,7	350,9	363,7
<b>SOLID186-sekce</b>	62,3	127,5	251,9	336,1	355,2
<b>SOLID186-vrstvy</b>	61,7	126,9	249,1	333,3	351,5
<b>SOLSH190-sekce</b>	62,5	128,6	257,2	342,4	359,2
<b>SOLSH190-vrstvy</b>	62,1	128,2	255,1	340,4	356,5

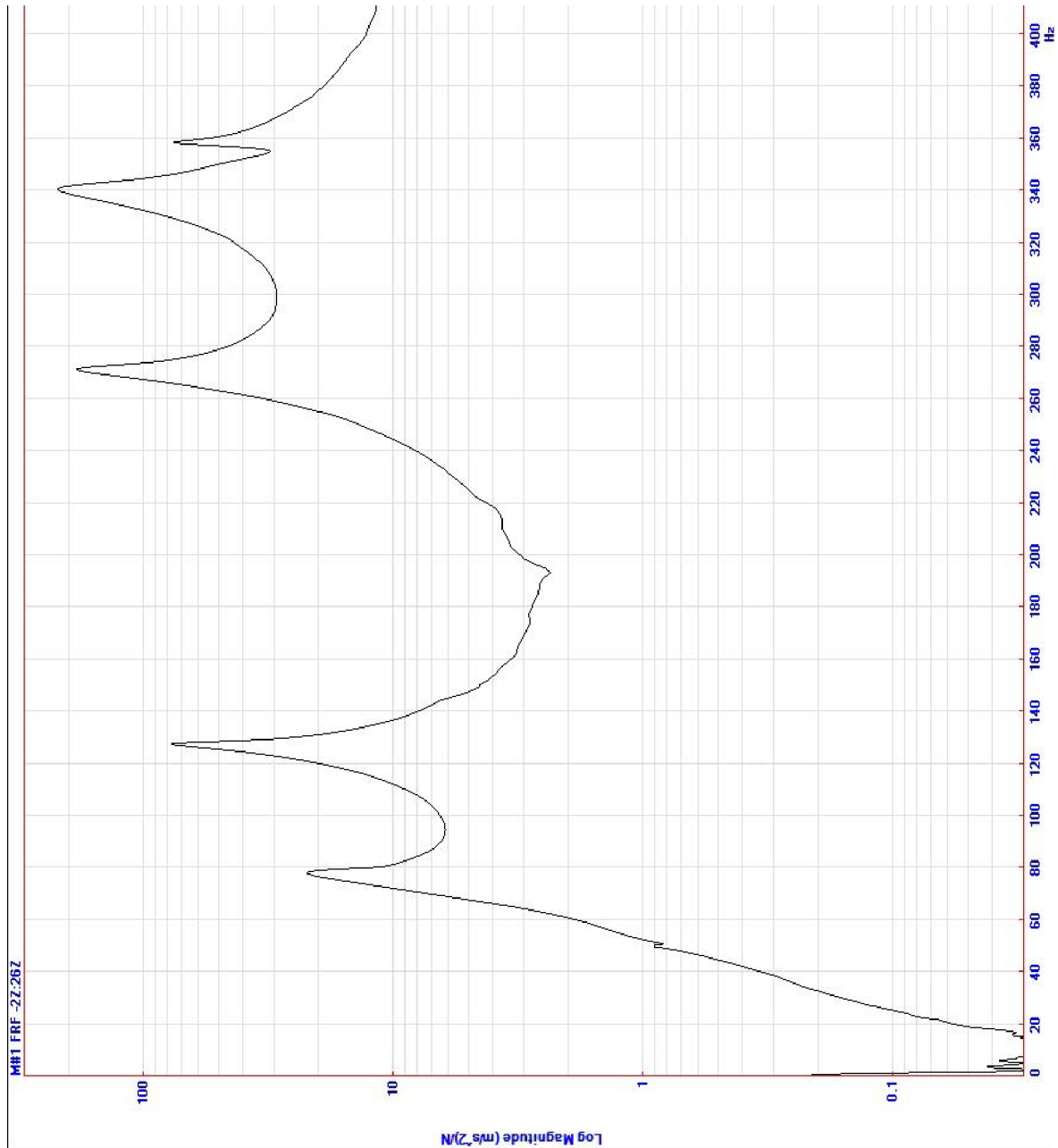
### 9.3 Výsledky stanovené experimentálním modelováním

Vyhodnocení naměřených výsledků proběhlo přímo v softwaru dodávaném k multi-analýzátoru PULSE LAN-XI. Software nabízí velmi užitečnou funkci, a sice možnost přímo během měření zobrazit vlastní tvary a na základě toho vyhodnotit, zda měření proběhlo úspěšně nebo zda je potřeba jej zopakovat.

Tab. 9.5 Hodnoty vlastních frekvencí naměřených na obou PCB s okrajovou podmínkou obecné vazby na kratší straně

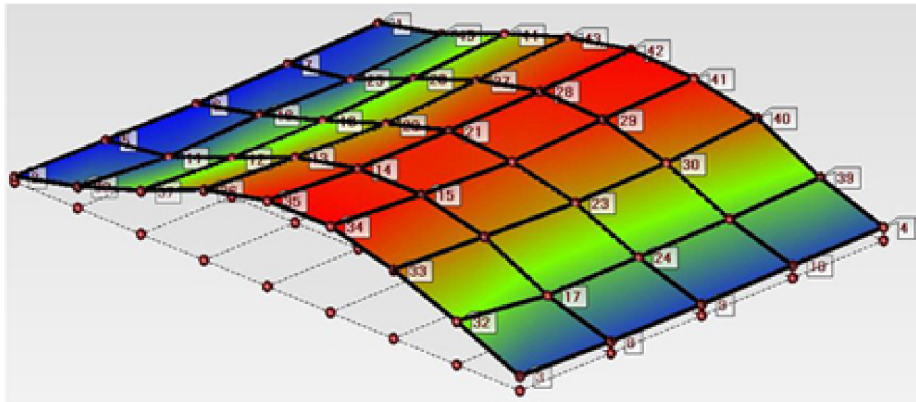
	1. mód [Hz]	2. mód [Hz]	3. mód [Hz]	4. mód [Hz]	5. mód [Hz]
<b>Jednovrstvá PCB</b>	68	104	248	281	290
<b>Vícevrstvá PCB</b>	76	127	269	338	358



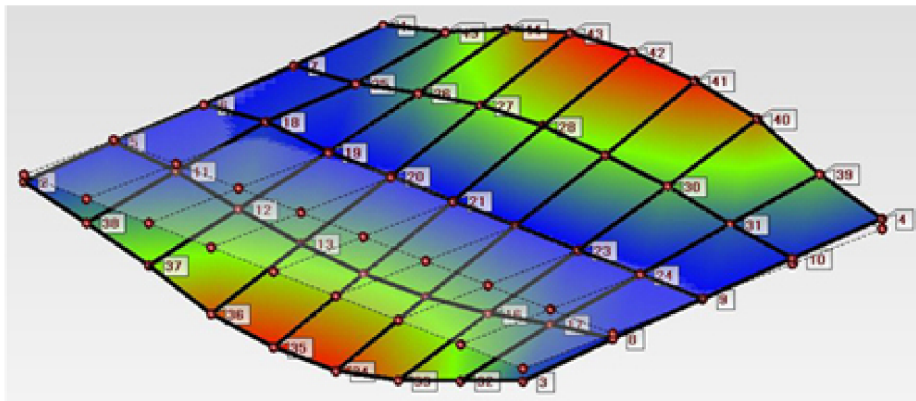


Obr. 9.6 Frekvenčně amplitudová závislost prvních pěti vlastních frekvencí naměřených na prototypu vícevrstvé desky v bodě umístění akcelerometru

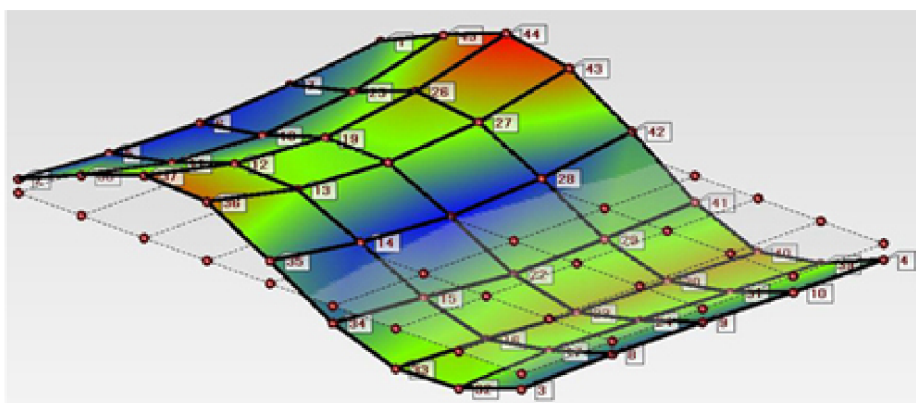




a) 1. vlastní tvar

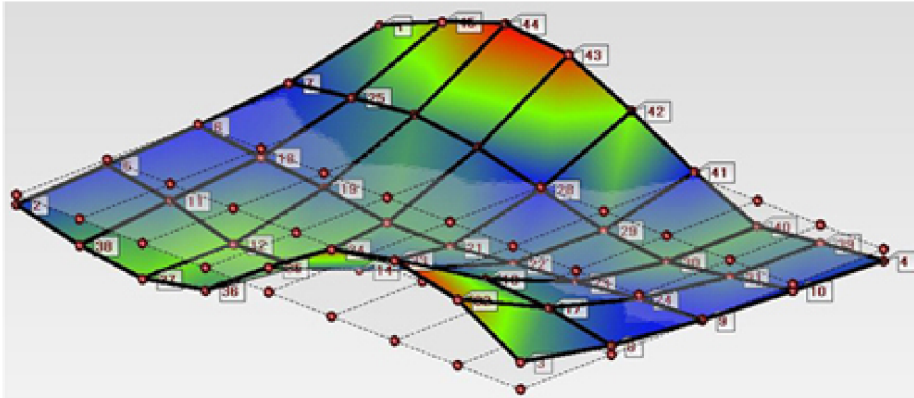


b) 2. vlastní tvar

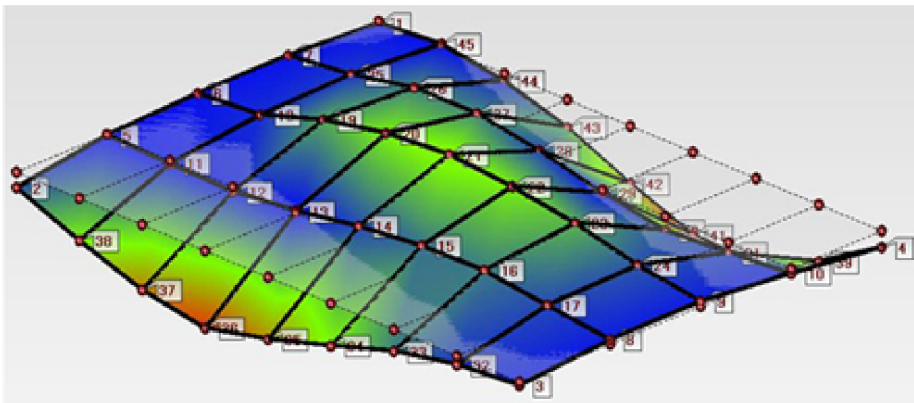


c) 3. vlastní tvar





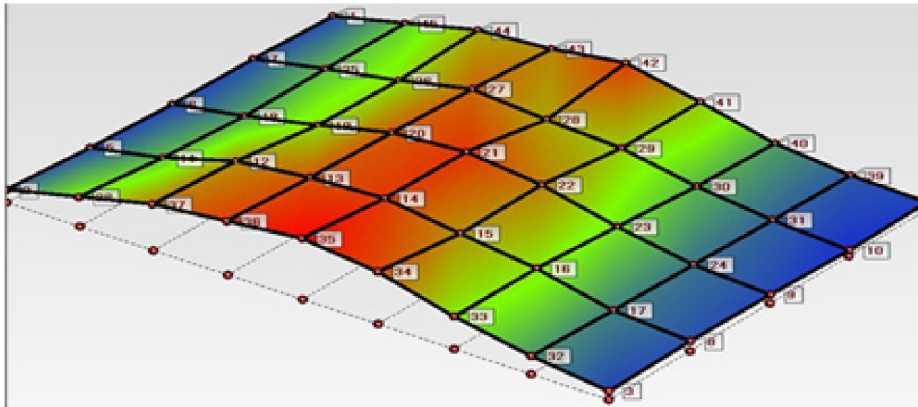
d) 4. vlastní tvar



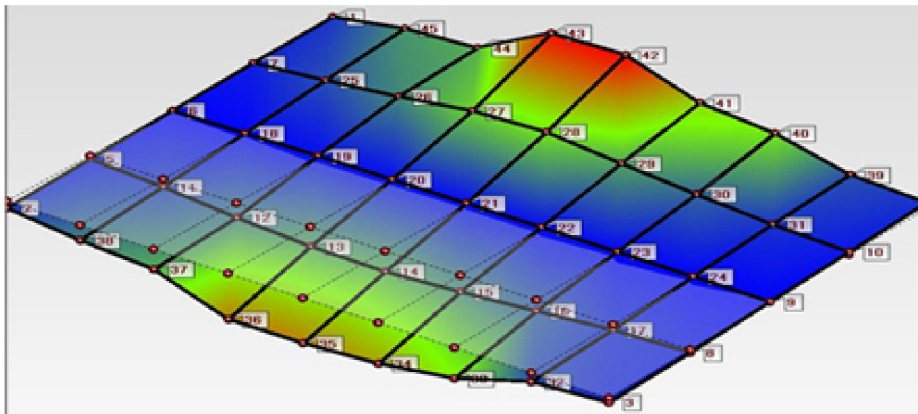
e) 5. vlastní tvar

*Obr. 9.7 Vlastní tvary naměřené na prototypu jednovrstvé desky*

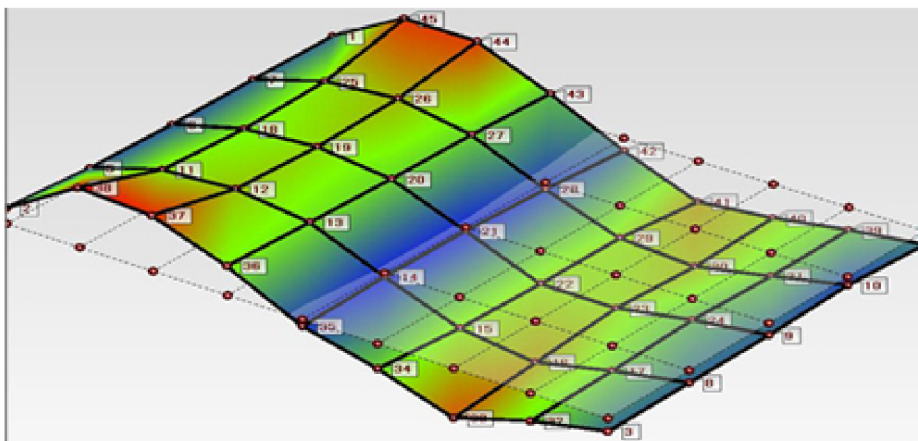
Na základě grafického zobrazení vlastních tvarů lze konstatovat, že měření bylo úspěšné. Z hlediska fyzikálních vlastností geometrie desky a okrajových podmínek jsou tvary kmitání zcela racionální. Naopak překvapivá může být skutečnost, že některé body na kratších stranách mají drobné výchylky, i když by měly mít zcela zamezený posuv. To je způsobeno tím, že deska byla uchycena mezi tenké lišty přímo v těchto bodech a klepnout rázovým kladívkem přímo do nich tedy nebylo uskutečnitelné. Protože se klepalo do nejbližší možné vzdálenosti od vazby (pro lepší přístupnost byla použita kovová násada o tenkém průměru na rázové kladívko), zcela logicky bylo akcelerometrem vyhodnoceno, že v těchto bodech dochází k mírným výchylkám. Zanesenou chybu lze však zanedbat. Důležité je, že vlastní tvary kmitání jsou stejné jako na výpočtovém modelu.



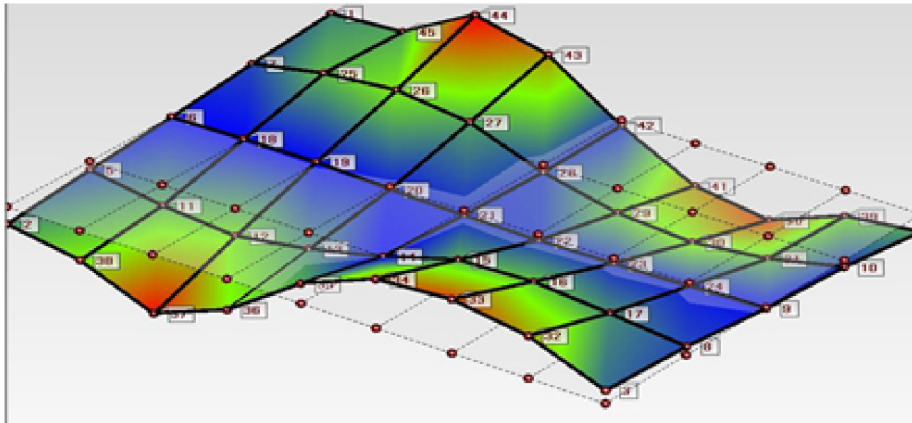
a) 1. vlastní tvar



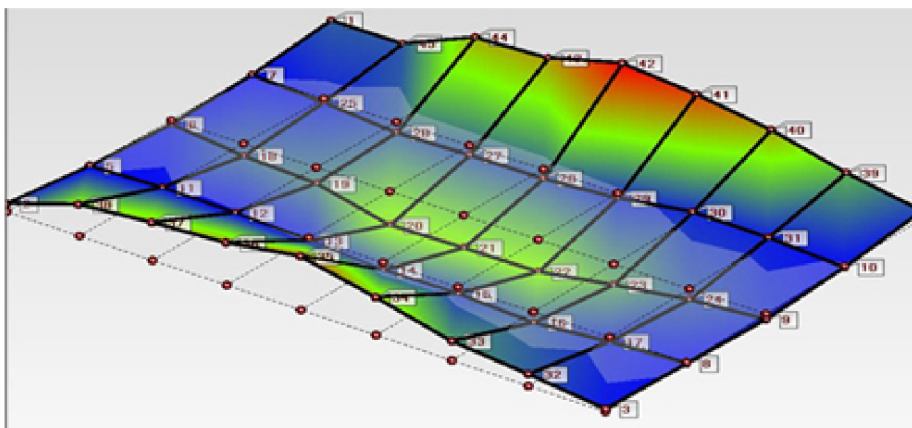
b) 2. vlastní tvar



c) 3. vlastní tvar



d) 4. vlastní tvar



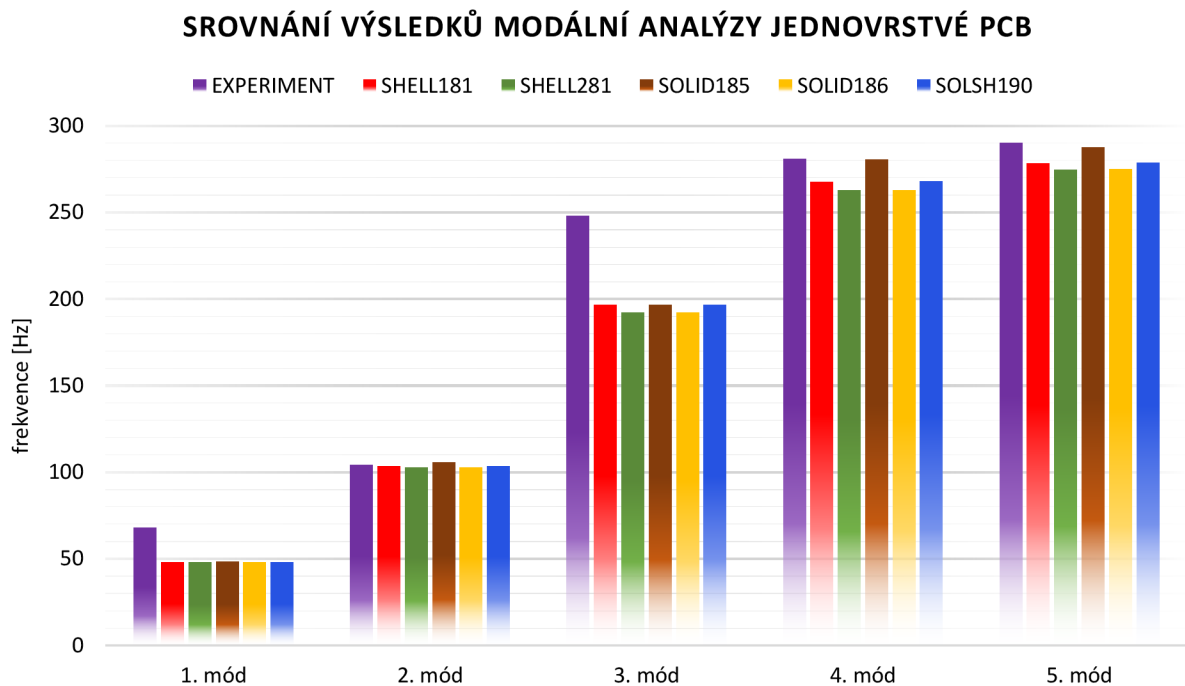
e) 5. vlastní tvar

Obr. 9.8 Vlastní tvary naměřené na prototypu vícevrstvé desky

Ohledně vlastních tvarů kmitání vícevrstvé desky platí stejné poznatky jako u jednovrstvé desky, i zde je podle očekávání shoda s výpočtem ve vlastních tvarech.

## 10 ANALÝZA VÝSLEDKŮ ŘEŠENÍ PROBLÉMŮ

V předchozích kapitolách byly postupně popsány postupy výpočtového a experimentálního modelování společně s výsledky stanovenými příslušnými metodami. Z důvodu přesnějšího předepsání okrajových podmínek při experimentu byly okrajové podmínky modifikovány (podrobněji viz podkapitola 9.1.1) pro oba typy modelování.



Obr. 10.1 Grafické porovnání výsledků modální analýzy jednovrstvé desky, stanovené výpočtovým a experimentálním modelováním

Z obr. 10.1 je patrné, že vypočítané hodnoty vlastních frekvencí se velmi dobře shodují s hodnotami experimentálně naměřenými. Kvantitativní vyjádření procentuálních odchylek je zobrazeno v tab. 10.1. Odchylky jsou stanoveny pomocí vztahu

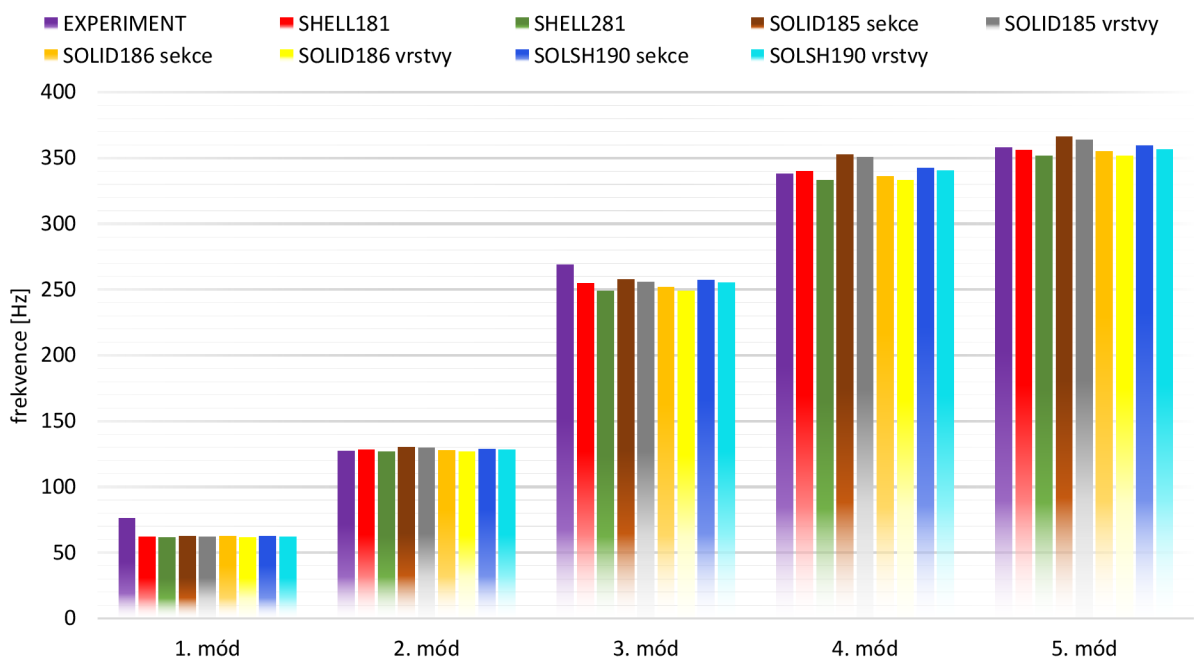
$$\text{odchylka} = \text{ABS} \left( \frac{\text{výpočet}}{\text{experiment}} - 1 \right) \cdot 100 [\%].$$

Tab. 10.1 Odchylka hodnoty vlastní frekvence stanovené výpočtem od naměřené vlastní frekvence – jednovrstvá PCB

	1. mód [%]	2. mód [%]	3. mód [%]	4. mód [%]	5. mód [%]
<b>SHELL181</b>	41	1	26	5	4
<b>SHELL281</b>	42	1	29	7	6
<b>SOLID185</b>	41	1	26	0	1
<b>SOLID186</b>	42	1	29	7	6
<b>SOLSH190</b>	41	1	26	5	4

Výraznější odchylka mezi výsledky je v hodnotě první a třetí vlastní frekvence, kde je rozdíl cca 40 %, respektive 30 %. Ostatní hodnoty se téměř rovnají. Způsobené odchylky jsou součtem mnoha vlivů, z nichž nejvýraznější je pravděpodobně vliv okrajových podmínek (např. menší dotažení svěráku nebo mírné vychýlení lišty). Obecně však lze prohlásit, že bylo dosaženo dobré shody experimentálně naměřených výsledků s výpočtovými modely.

#### SROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ MODÁLNÍ ANALÝZY VÍCEVRSTVÉ PCB



Obr. 10.2 Grafické porovnání výsledků modální analýzy vícevrstvé desky, stanovené výpočtovým a experimentálním modelováním



Shoda výsledků výpočtových modelů s experimentem u vícevrstvé PCB (obr. 10.2) je ještě větší. Opět je nejvyšší odchylka u první vlastní frekvence (20 %), všechny ostatní se odlišují pouze přibližně o 5 %. Toto měření bylo několikrát opakováno, díky tomu byly zřejmě kvalitněji nastaveny okrajové podmínky. V některých vlastních frekvencích je shoda dokonce přesná.

Tab. 10.2 Odchylka hodnoty vlastní frekvence stanovené výpočtem od naměřené vlastní frekvence – vícevrstvá PCB

	1. mód [%]	2. mód [%]	3. mód [%]	4. mód [%]	5. mód [%]
<b>SHELL181</b>	23	1	6	1	1
<b>SHELL281</b>	23	0	8	1	2
<b>SOLID185-sekce</b>	21	3	4	4	2
<b>SOLID185-vrstvy</b>	22	2	5	4	2
<b>SOLID186-sekce</b>	22	0	7	1	1
<b>SOLID186-vrstvy</b>	23	0	8	1	2
<b>SOLSH190-sekce</b>	22	1	5	1	0
<b>SOLSH190-vrstvy</b>	22	1	5	1	0

Jelikož je nastavení obecné vazby poměrně komplikované, byl navíc proveden experiment i pro vetknutí, které je na realizaci mnohem jednodušší. Na základě jeho výsledků (viz příloha II) lze prohlásit, že vyšší odchylky u první frekvence byly způsobeny zřejmě nedostatečně přesným nastavením okrajové podmínky. Navíc byly ovlivněny rovněž strukturou jednovrstvé PCB, která je zřejmě příliš poddajná a zanáší do analýzy další frekvence. Podobně nebylo možné realizovat měření volně uložené desky, kde právě struktura způsobila absolutně nereálné výsledky modálních vlastností.

Je vysoce pravděpodobné, že podobná shoda experimentu s výpočtovými modely by nastala i v případě zamezení posuvů na delších stranách. Proto lze i tyto výpočtové modely považovat za věrohodné.

## 11 ZÁVĚR

### 11.1 Hodnocení cílů práce

V diplomové práci byly srovnány výsledky modální analýzy stanovené výpočtovým a experimentálním modelováním desek plošných spojů. Desky byly modelovány jako jednovrstvé (tvořené vrstvou dielektrika) a vícevrstvé (s vrstvami mědi na obou stranách). Splnění dílčích cílů, definovaných v kapitole 4, vedlo k úspěšnému vyřešení zadaného problému.

#### **Cíl 1: Definice okrajových podmínek**

Běžné uložení desek plošných spojů v letadlech je provedeno ve speciálně navržených boxech LRU, ve kterých jsou upnuté za delší strany pomocí kolejnic a klínového zámku. Aby bylo možné okrajové podmínky realizovat ve výpočtovém i experimentálním modelování, byly zjednodušeny na zamezení posuvů. Rotace okrajů desky jsou umožněny. Cíl byl splněn.

#### **Cíl 2: Výsledky výpočtového modelování jednovrstvé PCB**

Byly vytvořeny analytické a numerické výpočtové modely (z prvků SHELL181, SHELL281, SOLID185, SOLID186 a SOLSH190) jednovrstvé PCB. Všechny numerické výpočty byly provedeny se stejnou hustotou sítě. Výsledky se mírně liší v závislosti na typu použitého prvku. Odchylka narůstá se zvyšující se frekvencí až na 8 %, která je mezi nejvýše (SOLID185) a nejnižší (SHELL281 a SOLID186) stanovenou hodnotou páte vlastní frekvence. Díky elementárnímu geometrickému tvaru je i analytický výpočet první vlastní frekvence ve shodě s MKP výsledky. Cíl byl splněn.

#### **Cíl 3: Výsledky výpočtového modelování vícevrstvé PCB**

Do analytických vztahů byly použity ekvivalentní hodnoty materiálových charakteristik. MKP modely byly vytvořeny stejnými prvky, s více vrstvami však přibyly možnosti nastavení vrstev. Hustota sítě byla totožná jako u jednovrstvé PCB.

Analytický výpočet již není dostačující – použití ekvivalentních materiálových charakteristik nedokáže postihnout reálnou tuhost tělesa, která je kromě materiálových charakteristik závislá i na tloušťce materiálů a také na umístění vrstev. Totéž platí rovněž u MKP modelů se zadanými ekvivalentními charakteristikami. Dále se ukázalo, že modely s různě zadanými vrstvami poskytují prakticky shodné výsledky. Rozdíly mezi jednotlivými modely se opět stupňují až na 8 % u hodnot páte vlastní frekvence. Cíl byl splněn.



#### **Cíl 4: Verifikace MKP modelů experimentálním modelováním jednovrstvé a vícevrstvé PCB**

Z důvodu omezeného vybavení laboratoře bylo nutné modifikovat okrajové podmínky pro experimentální modelování. Obecná vazba byla namísto delších stran PCB předepsána na kratší strany. Stejným způsobem byly modifikovány i speciální MKP modely, s nimiž byly naměřené hodnoty vlastních frekvencí porovnány.

Hodnoty naměřené na prototypu jednovrstvé PCB se liší od výpočtových modelů přibližně o 40 % na první vlastní frekvenci, o méně než 30 % na třetí vlastní frekvenci a u zbylých frekvencí je odchylka do 5 % (viz obr. 10.1). Experiment na prototypu PCB s vrstvami mědi se s vypočítanými hodnotami shoduje více, ačkoli trend odchylek je stejný. Nejvyšší jsou opět na první frekvenci (20 %) a na třetí frekvenci (7 %), zbylé frekvence se odchylojí maximálně o 2 % (viz obr. 10.2).

Větší odchylka výpočtu od experimentu jednovrstvé desky je s největší pravděpodobností způsobena nedokonalým nastavením okrajové podmínky zamezení posuvů. Výsledky zřejmě ovlivnila i struktura dielektrika, která je poměrně poddajná a mohla způsobit zanesení dalších frekvencí. Závěr, že byly špatně nastaveny okrajové podmínky, je učiněn i na základě výsledků dalšího experimentu s okrajovou podmínkou vetknutí (více viz příloha II).

Je vysoce pravděpodobné, že měření by přineslo podobné závěry i s původně zadanými okrajovými podmínkami. Výpočtové modely lze považovat za verifikované. Cíl byl splněn.

#### **Cíl 5: Výběr nejvhodnějšího MKP modelu**

Hlavními kritérii výběru ideálního MKP modelu jsou:

- a) shoda s výsledky experimentu,
- b) malá citlivost na změnu velikosti prvku (i počtu prvků po tloušťce),
- c) malé HW nároky.

##### **Ad a) Shoda s výsledky experimentu**

Výsledky stanovené pomocí MKP modelů se na zvolené hustotě sítě přibližně rovnají a všechny se tedy dobře shodují s experimentálními výsledky.

##### **Ad b) Citlivost na změnu velikosti prvku a počtu prvků po tloušťce**

Při zkoumání citlivosti na změnu velikosti elementu se již projeví rozdílné vlastnosti. Lineární prvky SHELL181 a SOLID185 a také SOLSH190 jsou citlivé na velikost hrany prvku, kdežto kvadratické prvky SHELL281 ani SOLID186 žádnou citlivost neprojevují. Žádný z prvků neprojevil citlivost na počet prvků po tloušťce. Tuhost modelů, která má zásadní vliv na jejich modální vlastnosti, je tedy nezávislá na počtu prvků po tloušťce

(avšak při analýze deformačně-napjatostních stavů by již počet prvků po tloušťce hrál významnou roli).

### **Ad c) HW nároky**

Náročnost výpočtu je určena počtem řešených rovnic. Na základě prezentované závislosti přesnosti výpočtu na počtu řešených rovnic (obr.I-6) se jako ideální jeví kvadratické prvky SHELL281 a SOLID186. Ačkoli mají oproti lineárním prvkům více stupňů volnosti, ke stanovení ustálených výsledných hodnot jim stačí výrazně hustší síť (viz ukázkový příklad v tab.I-3).

Nejvhodnějšími prvky k řešení problému modální analýzy jsou prvky SHELL281 a SOLID186. Cíl byl splněn.

## **11.2 Námět k pokračování řešení problému**

V průběhu řešení daného problému se objevilo několik námětů pokračování řešení tohoto tématu.

### **Analýza vlivu tuhosti klínového zámku na vlastní frekvence**

V místě předepsané elementární okrajové podmínky obecné vazby, respektive vetknutí, má model nekonečnou tuhost. Upnutí PCB v klínovém zámku na hliníkovém plechu boxu LRU má ale tuhost konečné hodnoty. Možným přístupem vedoucím k získání informace o reálném chování vazby je provedení experimentálního modelování prototypu desky uložené v LRU pomocí klínového zámku. Na základě naměřených výsledků se následně upraví MKP model tak, aby co nejlépe popisoval chování struktury. Nově získané modální vlastnosti se porovnají s výsledky modelů s obecnou vazbou a vetknutím.

### **Analýza závislosti modálních vlastností na způsobu modelování elektronické součástky na desce plošných spojů**

Do modelu vyšší úrovně lze zahrnout elektronické součástky, které mohou výrazně ovlivnit dynamické chování PCB. Existuje několik způsobů jejich modelování:

- hmotnost součástky je rovnoměrně rozložena po celé ploše desky, součástka není fyzicky vůbec modelována
- v těžišti součástky je umístěn hmotný bod
- skupina hmotných bodů s předepsanou celkovou hmotností je umístěna na příslušné pozici modelované součástky (např. v místě připojení procesoru k PCB)
- pevné těleso příslušného tvaru je připojeno k desce (ovlivňuje kromě hmotnosti také tuhost modelu)

Modální vlastnosti stanovené jednotlivými způsoby modelování se vzájemně porovnají.

### **Tvar měděné vrstvy**

Předpokladem v této práci bylo, že měď tvoří souvislou vrstvu po celém povrchu desky. Běžně je ale většina měděné vrstvy vyleptána tak, aby tvořila vodivé cesty spojující elektronické součástky. Na konci podkapitoly 8.4.2 bylo zmíněno, že pozice měděné vrstvy významně ovlivňuje celkovou tuhost desky. Podobný efekt bude mít zcela jistě i tvar vyleptaných cest. Je však třeba zvážit, je-li tvorba poměrně složitého modelu s měděnými cestami nutná a v inženýrské praxi využitelná.

### **Materiálové charakteristiky**

Hodnoty Youngova modulu pružnosti a Poissonova poměru byly použity podle PCB běžně používaných ve společnosti HONEYWELL International s. r. o. V dalším řešení problému navrhuji provést tahovou zkoušku vedoucí ke zjištění reálných hodnot zmíněných charakteristik, popř. použít prototyp s již známými materiálovými hodnotami.

## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] HÄRKEGÅRD, G. *Fatigue Design - Lecture slides*. NTNU, Department of Engineering Design and Materials. Trondheim, 2014.
- [2] JANÍČEK, P. *Systémová metodologie: brána do řešení problémů*. Vyd. 1. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2014, 1 sv. (různé stránkování). ISBN 978-80-7204-887-8.
- [3] *ARINC Specification 600-16*. ANNAPOLIS, MARYLAND: AERONAUTICAL RADIO, INC., 2006.
- [4] *Aerospace Technology* [online]. 2014 [cit. 10.6.2014]. Dostupné také z: <http://www.aerospace-technology.com/>
- [5] HONEYWELL. *Line Replacable Unit*. Brno, 2014.
- [6] MOBLEY, R. *Vibration fundamentals*. Boston: Newnes, c1999, vi, 295 s. ISBN 07-506-7150-5.
- [7] BEARDS, C. *Structural vibration: analysis and damping*. New York: Halsted Press, 1996, xii, 276 s. ISBN 04-702-3586-1.
- [8] SLAVÍK, J. *Počítačové metody mechaniky I*. Vyd. 1. Brno: CERM, 2003, 118 s. ISBN 80-214-2311-0.
- [9] ANSYS® MECHANICAL APDL, RELEASE 14.5. *Help System: Element Reference*. ANSYS, Inc., b.r.
- [10] HARRIS, Cyril M a Allan G PIERSOL. *Harris' shock and vibration handbook*. 5th ed. New York: McGraw-Hill, c2002, 1 v. (various pagings). ISBN 00-713-7081-1.
- [11] BILOŠOVÁ, A. *Aplikovaný mechanik jako součást týmu konstruktérů a vývojářů: studijní opora*. Vyd. 1. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2012, 1 DVD-ROM. ISBN 978-80-248-2758-2. Dostupné také z: <http://projekty.fs.vsb.cz/147/ucebniopory/978-80-248-2758-2.pdf>
- [12] COOK, R. D. *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*. 4th ed. New York: Wiley, 2001, 719 s. ISBN 04-713-5605-0.
- [13] PETRUŠKA, J. *MKP v inženýrských výpočtech*. VUT v Brně, Fakulta strojíního inženýrství, ÚMTMB, 2011. Dostupné také z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/img/fckeditor/file/opory/RIV/MKP2011.pdf>

- 
- [14] STEINBERG, D. S. *Vibration analysis for electronic equipment*. 3rd ed. New York: John Wiley, c2000, xx, 414 s. ISBN 04-713-7685-X.
- [15] EFunda: Typical Properties of Copper Alloys. *EFunda: The Ultimate Online Reference for Engineers* [online]. 2015 [cit. 2015-05-04]. Dostupné také z: <http://www.efunda.com/materials/alloys/copper/properties.cfm>

## SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1.1 Ilustrace přetížení křídla v průběhu jednoho letu [1].....	11
Obr. 6.1 Prvky určené k uložení LRU [4].....	18
Obr. 6.2 Jednotka LRU ve vodicím prvku [5].....	19
Obr. 6.3 Popis a členění částí LRU.....	20
Obr. 6.4 Pohled na jednotlivé části jednotky LRU [5].....	21
Obr. 6.5 Elektronický hardware CCA [5].....	22
Obr. 6.6 Způsob upnutí PCB v boxu LRU pomocí klínového zámku a kolejnic [5].....	23
Obr. 6.7 Systém s jedním stupněm volnosti – hmotnosti $m$ , tuhost $k$ , tlumení $b$ , budicí síla $f(t)$ , posuv $q$ , rychlost $\dot{q}$ a zrychlení $\ddot{q}$ .....	24
Obr. 6.8 Hlediska, podle kterých lze rozlišovat druhy kmitání.....	24
Obr. 6.9 Harmonický pohyb volného, netlumeného systému.....	25
Obr. 6.10 a) Buzení je vyvoláno rázovým kladívkem. Akcelerometr je pevně umístěn v referenčním bodě a struktura je postupně buzena v jednotlivých bodech.....	29
Obr. 6.11 Základní osmiuzlový šestistěn a příklady jeho možné tvarové degenerace [13].....	30
Obr. 6.12 Kvadratický 3D prvek SOLID 186 v různých tvarově degenerovaných podobách [13].....	31
Obr. 6.13 Skořepinový prvek kombinuje vlastnosti stěnového a deskového prvku [13].....	31
Obr. 6.14 Spojení SHELL a SOLID elementů tzv. přeplátováním.....	32
Obr. 6.15 Plochá obdélníková deska s obecnou podporou ve všech čtyřech hranách [14].....	33
Obr. 6.16 Obdélníková deska s obecnou vazbou na delších stranách a volnými kratšími stranami, počátek souřadného systému je umístěn ve středu desky [14].....	36
Obr. 7.1 Vývojový diagram, znázorňující kroky vedoucí ke splnění vytyčených cílů.....	38
Obr. 7.2 Detailní rozčlenění numerického výpočtového modelování.....	39
Obr. 8.1 Schematický náčrt geometrických rozměrů jednovrstvé PCB.....	41
Obr. 8.2 Náhled na část APDL kódu.....	43
Obr. 8.3 Zobrazené uzlové body s vyznačeným místem aplikace okrajových podmínek.....	44
Obr. 8.4 Názorná ukázka výběru správných uzlových bodů pro určení OP (ilustrace je pouze na části analyzované PCB).....	45
Obr. 8.5 Ohyb elementu SOLID185 a SOLID186. U lineárního prvku vede ke vzniku problémů zvaných „volumetric locking“ a „shear locking“.....	45
Obr. 8.6 Ukázka konečnoprvkové sítě na modelu a zadaných okrajových podmínek – zamezení posuvů ve všech směrech na delších stranách desky.....	46
Obr. 8.7 Zobrazení prvních pěti vlastních tvarů desky plošného spoje s vykreslením posuvů ve směru osy $z$ , které jsou shodné u všech použitých prvků.....	48
Obr. 8.8 Schematický náčrt geometrických rozměrů vícevrstvé PCB.....	49
Obr. 8.9 Náhled APDL kódu – zadání sekcí.....	51
Obr. 8.10 Schematické zobrazení a) chybného nastavení sekcí, b) korektního nastavení sekcí.....	52



Obr. 8.11 Zobrazení prvních pěti vlastních tvarů desky plošného spoje s vykreslením posuvů ve směru osy z, shodných opět pro všechny použité prvky.....	55
Obr. 9.1 Upnutí desky plošného spoje bylo provedeno pomocí dvou svěráků nehybně ukotvených na stole s drážkami. ....	57
Obr. 9.2 Upevnění desky z epoxy sklolaminátu FR4 vazbou obecná podpora – deska má zamezené posuvy jen na úzké ploše blížící se čáře vzdálené 5 mm od okraje. Přesahující část desky je schopna rotace.....	58
Obr. 9.3 Multianalýzátor PULSE LAN-XI propojený s laptopem. Ve spuštěném softwaru si lze všimnout geometrie desky se zvolenou sítí měřených bodů. ....	59
Obr. 9.4 Předpokládané vlastní tvary kmitání PCB stanovené pomocí konečnoprvkového modelu. Na obrázku je zakreslena síť měřených bodů a červeně vyznačeným místem umístění akcelerometru.....	60
Obr. 9.5 Frekvenčně amplitudová závislost prvních pěti vlastních frekvencí naměřených na prototypu jednovrstvé desky v bodě umístění akcelerometru .....	63
Obr. 9.6 Frekvenčně amplitudová závislost prvních pěti vlastních frekvencí naměřených na prototypu vícevrstvé desky v bodě umístění akcelerometru.....	64
Obr. 9.7 Vlastní tvary naměřené na prototypu jednovrstvé desky .....	66
Obr. 9.8 Vlastní tvary naměřené na prototypu vícevrstvé desky.....	68
Obr. 10.1 Grafické porovnání výsledků modální analýzy jednovrstvé desky, stanovené výpočtovým a experimentálním modelováním .....	69
Obr. 10.2 Grafické porovnání výsledků modální analýzy vícevrstvé desky, stanovené výpočtovým a experimentálním modelováním .....	70



## SEZNAM TABULEK

Tab. 6.1 Normované velikosti jednotek LRU [3].....	18
Tab. 6.2 Vzdálenosti mezi dvěma záchytnými háky podle normy ARINC [3].....	19
Tab. 6.3 Převodní tabulka tloušťky měděné vrstvy [3].....	22
Tab. 8.1 Porovnání výsledků stanovení vlastních frekvencí u prvních pěti módů.....	46
Tab. 8.2 Porovnání výsledků stanovení vlastních frekvencí u prvních pěti módů vícevrstvé desky plošných spojů.....	53
Tab. 9.1 Hodnoty vlastních frekvencí modelu jednovrstvé PCB s modifikovanými okrajovými podmínkami a délkou delší strany 250 mm.....	61
Tab. 9.2 Hodnoty vlastních frekvencí modelu vícevrstvé PCB s modifikovanými okrajovými podmínkami a délkou delší strany 250 mm.....	61
Tab. 9.3 Hodnoty vlastních frekvencí modelu jednovrstvé PCB s modifikovanými okrajovými podmínkami a délkou delší strany 240 mm.....	62
Tab. 9.4 Hodnoty vlastních frekvencí modelu vícevrstvé PCB s modifikovanými okrajovými podmínkami a délkou delší strany 240 mm.....	62
Tab. 9.5 Hodnoty vlastních frekvencí naměřených na obou PCB s okrajovou podmínkou obecné vazby na kratší straně.....	62
Tab. 10.1 Odchylka hodnoty vlastní frekvence stanovené výpočtem od naměřené vlastní frekvence – jednovrstvá PCB.....	70
Tab. 10.2 Odchylka hodnoty vlastní frekvence stanovené výpočtem od naměřené vlastní frekvence – vícevrstvá PCB.....	71

## SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

AEEC		<i>The Airlines Electronic Engineering Commitee</i> (Výbor pro letecké elektronické inženýrství)
ARINC		<i>Aeronautical Radio, Inc.</i>
CCA		<i>Circuit Card Assembly</i> (elektronický hardware)
EHCOE		<i>Electronic Hardware Center of Excellence</i> (Centrum pro vývoj elektronického hardwaru)
FFT		<i>Fast Fourier Transformation</i> (rychlá Fourierova transformace)
LRU		<i>Line Replacable Unit</i> (vyměnitelná jednotka)
MCAD		<i>Mechanical Computer Aided Design</i> (mechanický návrh s počítačovou podporou)
MCU		<i>Modular Concept Unit</i> (standardizovaná jednotka)
MKP		metoda konečných prvků
PCB		<i>Printed Circuit Board</i> (deska plošných spojů)
$a$	$[m]$	délka hrany PCB
$b$	$[m]$	šířka hrany PCB
$c, \mathbf{C}$	$[N \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}]$	tlumení, <b>matice tlumení</b>
$D$	$[N \cdot m]$	ohybová tuhost kmitající desky
$E$	$[MPa]$	Youngův modul pružnosti
$E_{eq}$	$[MPa]$	ekvivalentní Youngův modul pružnosti
$f_n$	$[s^{-1}]$	vlastní frekvence
$f(t)$	$[N]$	budicí síla
$h$	$[m]$	tloušťka PCB
$k, \mathbf{K}$	$[N \cdot m^{-1}]$	tuhost, <b>matice tuhosti</b>
$m, \mathbf{M}$	$[kg]$	hmotnost, <b>matice hmotnosti</b>
$q, \mathbf{q}$	$[m], [rad]$	zobecněná souřadnice polohy, <b>vektor zobecněných poloh</b>
$\dot{q}, \dot{\mathbf{q}}$	$[m \cdot s^{-1}], [rad \cdot s^{-1}]$	zobecněná souřadnice rychlosti, <b>vektor zobecněných rychlostí</b>
$\ddot{q}, \ddot{\mathbf{q}}$	$[m \cdot s^{-2}], [rad \cdot s^{-2}]$	zobecněná souřadnice zrychlení, <b>vektor zobecněných zrychlení</b>
$t$	$[s]$	čas
$T$	$[J]$	kinetická energie kmitající desky
$u$	$[m]$	posuv ve směru osy $x$

---

$v$	[m]	posuv ve směru osy $y$
$w$	[m]	posuv ve směru osy $z$
$W$	[J]	energie napjatosti kmitající desky
$Z_0$	[m]	průhyb PCB
$\varphi_x$	[rad]	natočení kolem osy $x$
$\varphi_y$	[rad]	natočení kolem osy $y$
$\varphi_z$	[rad]	natočení kolem osy $z$
$\Omega, \mathbf{\Omega}$	[rad · s <sup>-1</sup> ]	vlastní úhlová frekvence, <b>matice vlastních úhlových frekvencí</b>
$\mu$	[-]	Poissonův poměr
$\nu$	[kg · m <sup>-2</sup> ]	hustota vztažená na jednotku plochy
$\rho$	[kg · m <sup>-3</sup> ]	hustota
$\tau$	[s]	perioda kmitání, doba trvání jednoho cyklu

---

## SEZNAM PŘÍLOH

Příloha I - Citlivostní analýza.....	84
Příloha II - Experimentální modelování vetknuté PCB.....	104
Příloha III – Elektronická verze diplomové práce na CD	

## PŘÍLOHA I CITLIVOSTNÍ ANALÝZA

Citlivostní analýza zkoumá citlivost objektu na změnu parametrů, které jej ovlivňují. Při numerickém modelování modálních vlastností desky plošného spoje jsou možnými parametry hustota sítě (tj. velikost elementu) a u prostorových elementů také počet prvků po tloušťce. Geometrické rozměry i materiálové vlastnosti jsou zadané a neměnné. Citlivostní analýza má v této práci velký význam, jelikož umožňuje kvantifikovat správnost výběru vhodného prvku, který by byl jinak vybrán na základě zkušeností a inženýrském citu.

Modální analýza bude provedena na volně uložené desce. Tento postup je zvolen zejména z toho důvodu, že u některých modelů je kvůli korektnímu předepsání okrajových podmínek nutné modelovat dvě vrstvy elementů po tloušťce. Absencí okrajových podmínek je docíleno toho, že stanovené hodnoty vlastních frekvencí budou porovnány při stejném počtu prvků u všech modelů.

Výsledky získané výpočtovým modelováním je vhodné verifikovat experimentálním modelováním. U experimentu je volba volného uložení vítaná, protože tak odpadá mnohdy komplikované nastavení okrajových podmínek. Navíc mohou nesprávně nastavené okrajové podmínky negativně ovlivnit úsudek o jinak třeba správném konečnoprvkovém modelu, i z toho důvodu bude výhodné provést experiment na volné desce.

### I.1 Analýza citlivosti na změnu velikosti elementu

Právě u citlivostní analýzy je nesmírně výhodné použití maker v APDL jazyku. Příkazy, které ušetří spoustu klikání myší, jsou *\*DO* a *\*ENDDO*, což jsou příkazy definující začátek a konec cyklické smyčky. Pro názornost je uvedena část kódu pro jeden z 3D prvků:

```
*DO, vrstva, 1, 10, 1
*DO, prvek, 0.002, 0.05, 0.002

/PREP7

ESIZE, prvek                !globální velikost hrany prvku X
LESIZE, 12, ,, , vrstva, ,, , 1 !rozdělení line 12 na Y vrstev
MSHKEY, 1                   !mapovaná síť
VCLEAR, 1                   !smaže předchozí síť
VMESH, 1                    !vymeshuje těleso

*ENDDO
*ENDDO
```

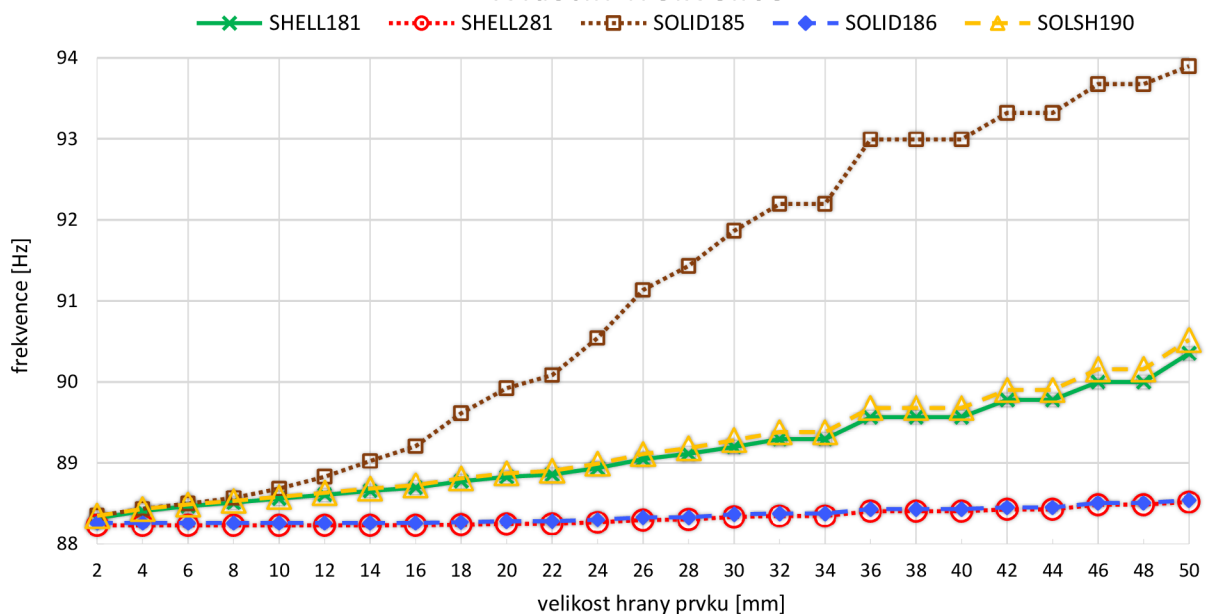
*Obr. I-1 Ukázka cyklické smyčky \*DO v APDL jazyce*

Příkaz *\*DO* stojí před začátkem série příkazů, u kterých se budou měnit zkoumané parametry. V této ukázce jsou dokonce příkazy dva, protože je zkoumána citlivost současně na velikost prvku i na počet prvků po tloušťce. Prvním příkazem je definovaný název parametru *vrstva*, výpočet bude začínat s jednou vrstvou elementů, končit bude s deseti vrstvami a příkazem *\*ENDDO* se vždy navýší o jednu vrstvu až do konečné hodnoty. Podobně je tomu s druhým příkazem, kdy bude počáteční velikost hrany elementu 0,002 m, v každém novém cyklu vzroste o 0,002 m až do konečné velikosti 0,05 m. Seřazením do této konkrétní posloupnosti je docíleno toho, že budou vypočítány nejprve všechny velikosti elementů pro jednu vrstvu, následně pro dvě vrstvy, tři vrstvy atd. Výstupem z celého algoritmu je textový soubor, ve kterém jsou ve sloupcích seřazeny velikosti prvků, počty vrstev a jim příslušné hodnoty prvních pěti vlastních frekvencí.

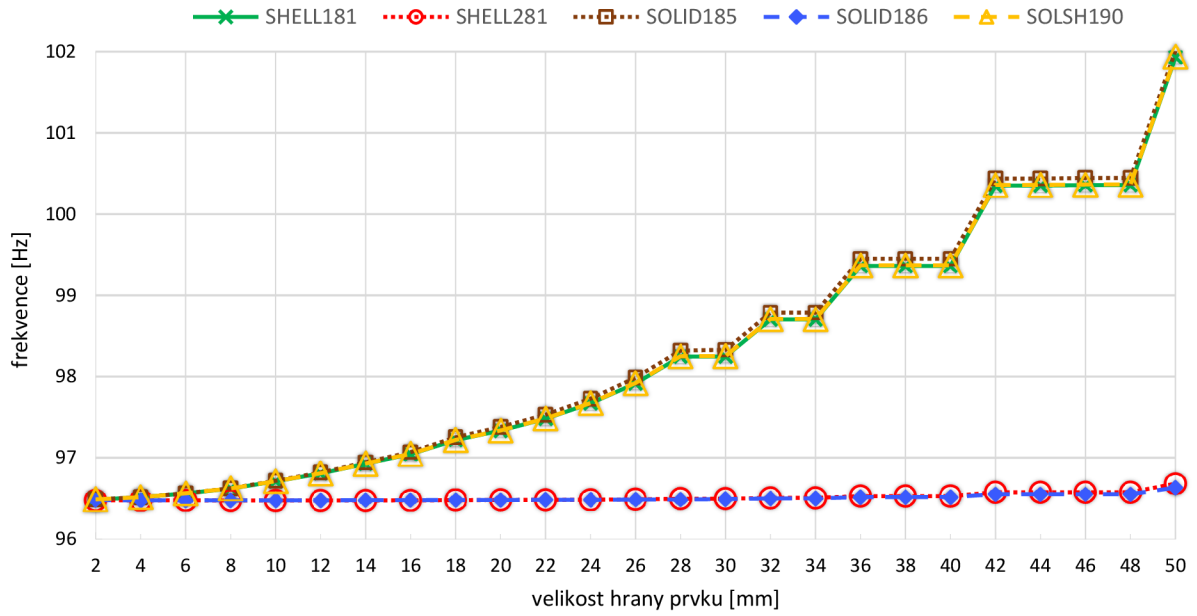
## I.II Výsledky citlivostní analýzy

Z důvodu přehlednosti velkých datových souborů je vhodnější grafické zobrazení výsledků.

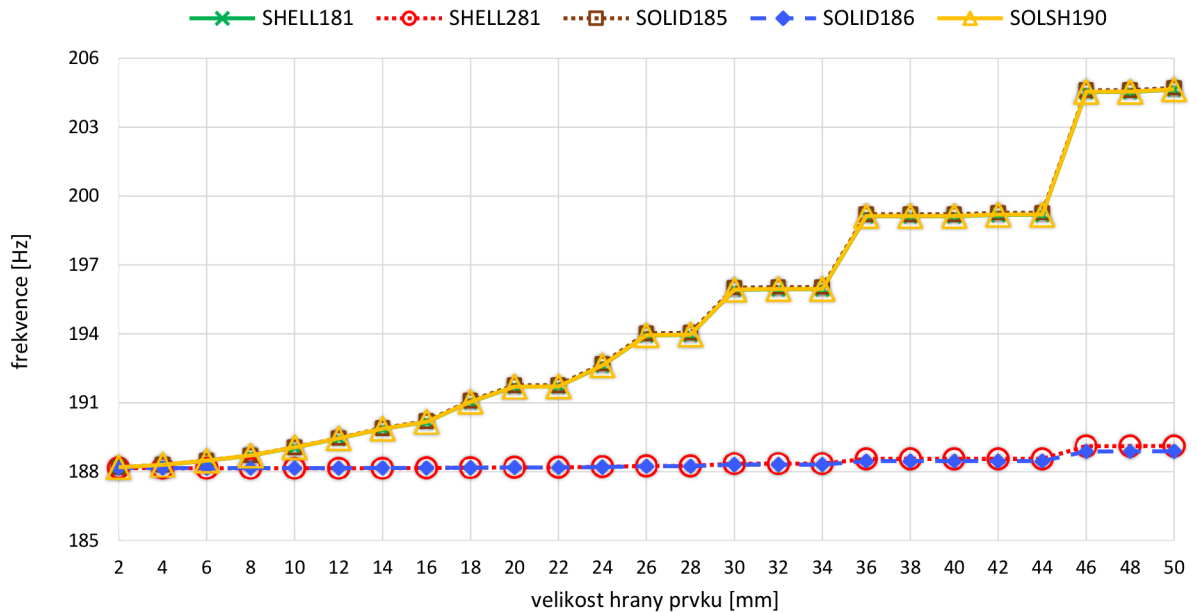
### a) Srovnání citlivosti elementů na změnu velikosti hrany - 1.vlastní frekvence



### b) Srovnání citlivosti elementů na změnu velikosti hrany - 2.vlastní frekvence

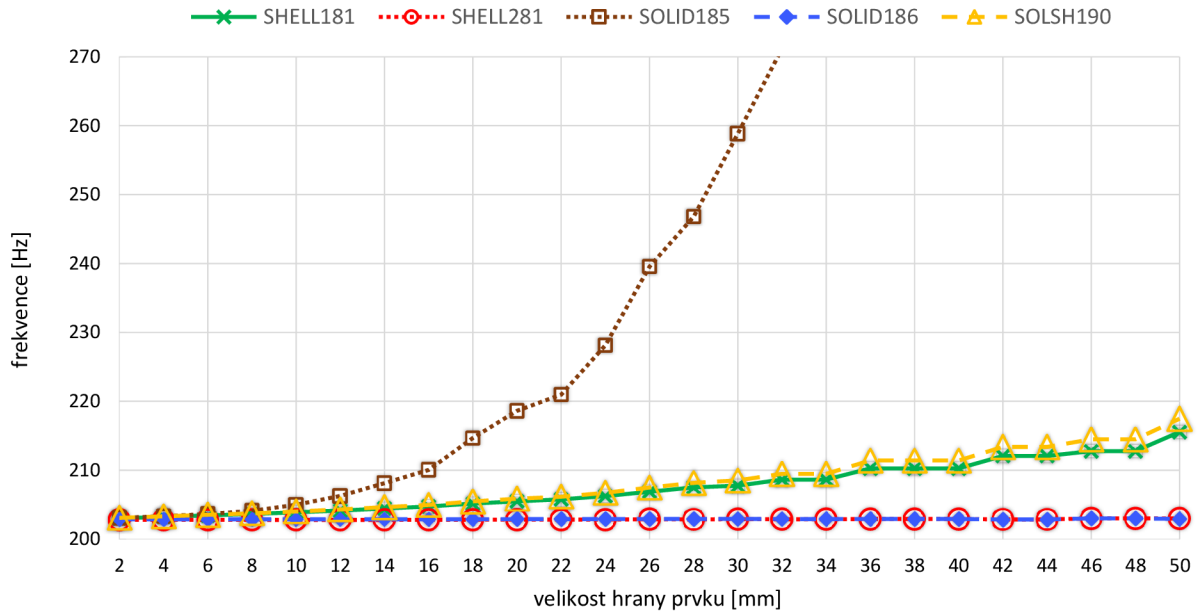


### c) Srovnání citlivosti elementů na změnu velikosti hrany - 3.vlastní frekvence

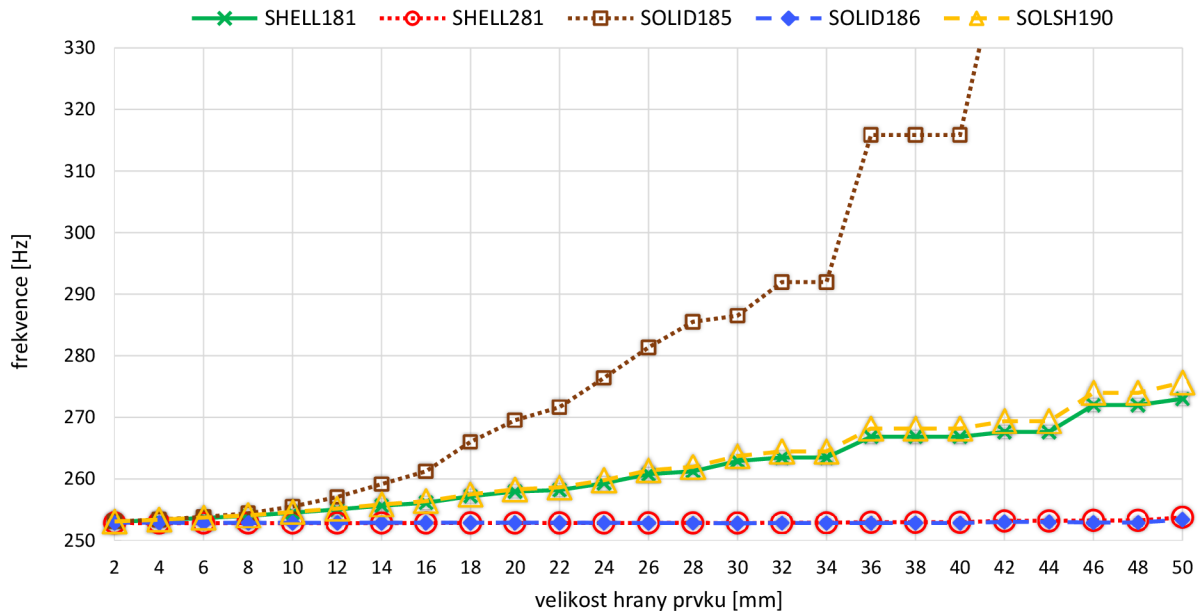




**d) Srovnání citlivosti elementů na změnu velikosti hrany  
- 4.vlastní frekvence**



**e) Srovnání citlivosti elementů na změnu velikosti hrany  
- 5.vlastní frekvence**



Obr. I-2 Srovnání citlivosti použitých elementů na změnu velikosti hrany

Nejprve byly vykresleny změny hodnot vlastních frekvencí v závislosti pouze na měnící se velikosti použitého prvku, u všech modelů je po tloušťce jeden prvek. U výsledků první vlastní frekvence je relativně malý rozptyl hodnot, kdy při nejmenším počtu prvků

je rozdíl mezi nejnižší (kvadratické prvky) a nejvyšší hodnotou (SOLID185) cca 6 %. Z obr. I-2a je patrné, že kvadratické prvky SHELL281 a SOLID186 jsou necitlivé na velikost sítě, tzn. zjemňování sítě nevede ke zpřesnění výsledků. Naopak u prvků SHELL281 a SOLSH190 je citlivost na velikost elementu výrazná. Zatímco při nejjemnější síti jsou hodnoty 1. vlastní frekvence totožné s kvadratickými prvky, při velikosti hrany elementu 50 mm je již stanovená vlastní frekvence 90,5 Hz přibližně o 2 Hz vyšší (3 %). Nejcitlivějším elementem je lineární SOLID185, který stanoví vlastní frekvence při nejhrubší síti s odchylkou 6 %.

Podobný trend je možné vypočítat také u vyšších vlastních frekvencí, kvadratické prvky nevykazují téměř žádnou citlivost na velikost hrany prvku, zatímco lineární skořepinový a sol-shell prvek poskytuje stále podobné výsledky, avšak výrazně se zvyšuje odchylka od kvadratických prvků. U 5. vlastní frekvence je již odchylka dokonce zhruba 23 Hz (9 %).

Lineární 3D prvek SOLID185 poskytuje unikátní výsledky. U první frekvence projevuje mnohem vyšší citlivost na změnu velikosti elementu než všechny ostatní prvky, u druhé a třetí frekvence jsou jím stanovené hodnoty prakticky totožné jako výsledky modelů z SHELL181 a SOLSH190 elementů. U posledních dvou hledaných vlastních frekvencí se razantně zvedla odchylka mezi ustálenou hodnotou a výsledkem při velikosti hrany prvku 50 mm až na 85 %.

Dalším testováním numerických modelů byla zkoumána citlivost na změnu počtu prvků po tloušťce desky plošného spoje. Toto testování je možné aplikovat pouze na prostorové prvky, proto zde nejsou zastoupeny skořepinové prvky. Obecné pravidlo říká, že by v případě modelování pomocí SOLID prvků měly být použity alespoň tři prvky po tloušťce modelu. V předchozích modelech bylo toto pravidlo záměrně zanedbáno a nyní se objasní, zda má pro tento konkrétní problém opodstatněný význam. Výsledkový soubor byl zpracovaný softwarem MATLAB do prostorových grafů, které poskytují informace o obou citlivostech zároveň.

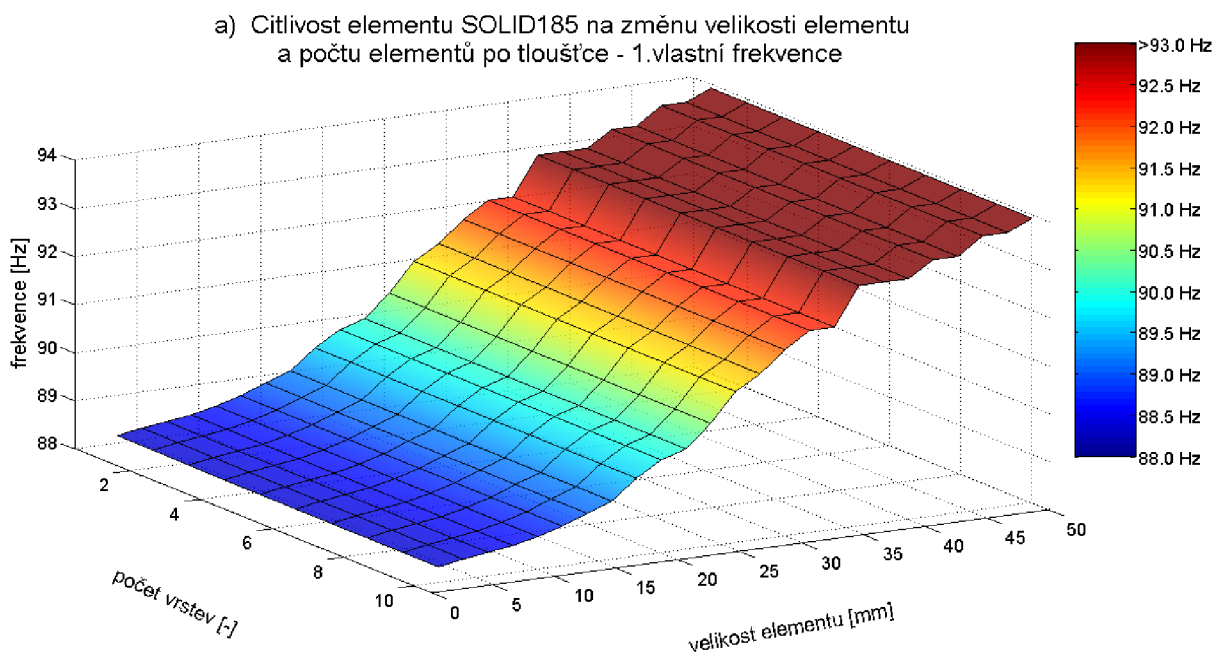
Lineární SOLID185 se v prvotním výpočtu ukázal jako velmi citlivý na velikost hrany prvku. Proto je zde určitý předpoklad, že by zvýšení počtu prvků po tloušťce mohlo pozitivně ovlivnit obdržené výsledky. Žádné zdokonalení se ale překvapivě vůbec nedostavilo. Hodnoty vlastních frekvencí jsou i s deseti vrstvami prvků po tloušťce téměř stejné jako s jednou vrstvou.

Jevem, který lze spatřit zejména na prostorových grafech prvků SOLID185 a SOLSH190, je střídání lineárního růstu s konstantními hodnotami při postupně se zvětšující velikosti prvku. Tento jev však nemá žádný fyzikální význam. Došlo zde pouze k zaokrouhlení poměru mezi délkami stran a předepsanou velikostí hrany prvku na stejné číslo, tzn. pro různé velikosti hrany elementu byla vymodelovaná konečnoprvková síť

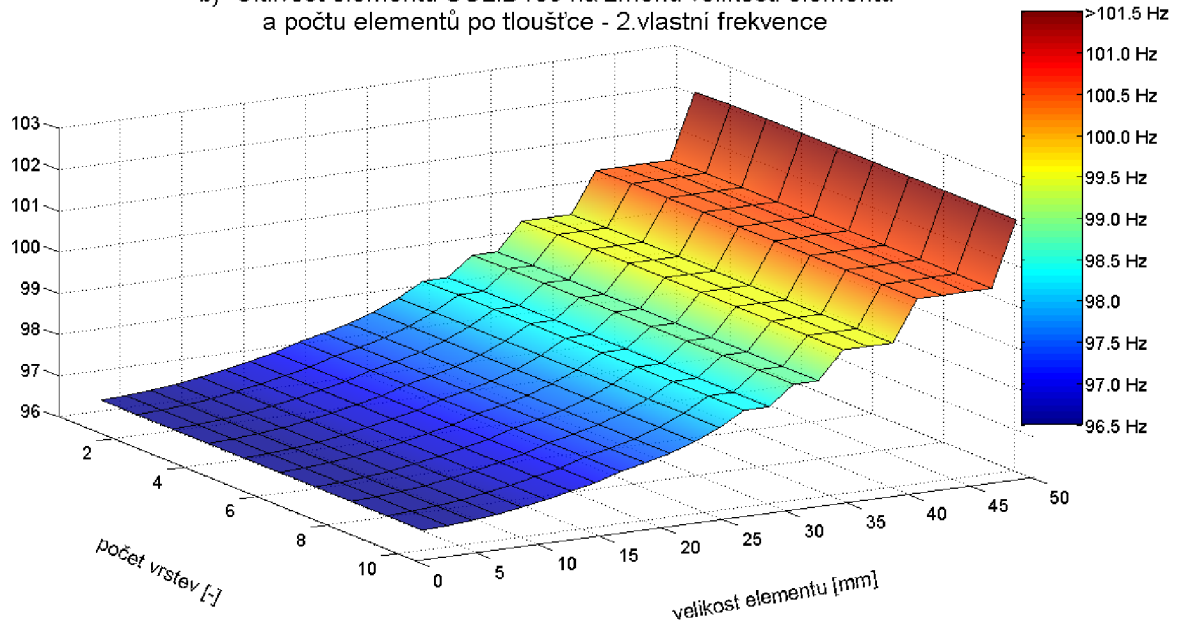
stejným počtem elementů. V tab. I-1 je například vidět, že ačkoliv byla velikost prvku předepsaná 42 mm, respektive 44 mm, deska byla *vymeshovaná* stejným počtem prvků.

Tab. I-1 Názorná ukázka počtu elementů v konečnoprvkové síti při různě definované velikosti hrany prvku

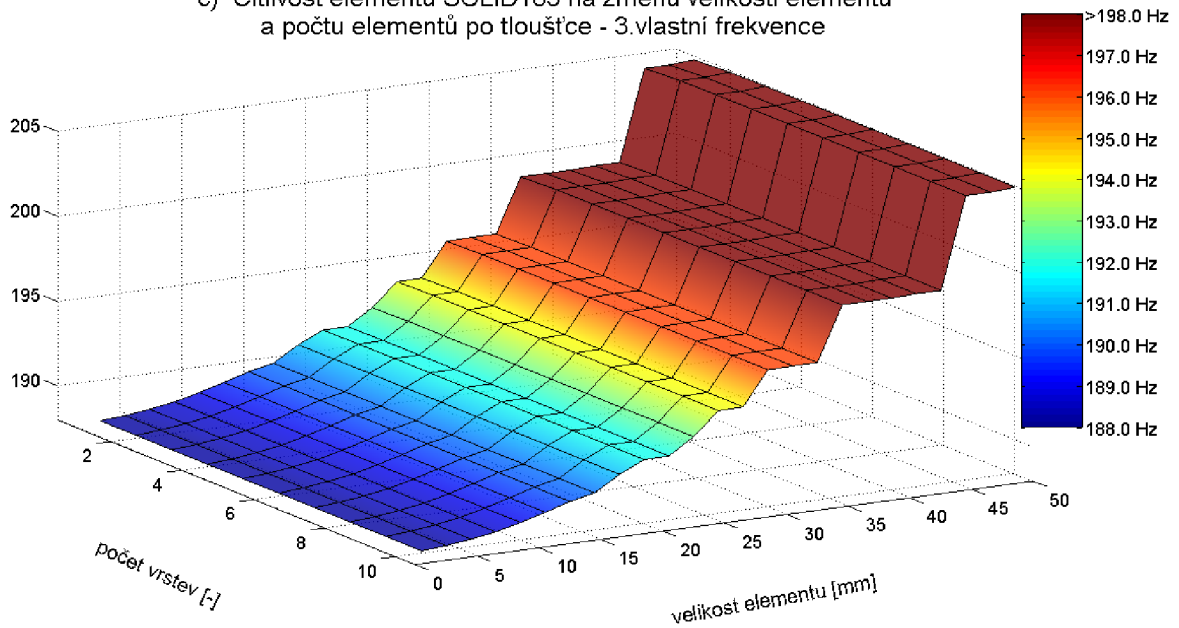
Velikost prvku [mm]	Počet prvků (délka × šířka)
40	7 × 5
42	6 × 5
44	6 × 5
46	6 × 4



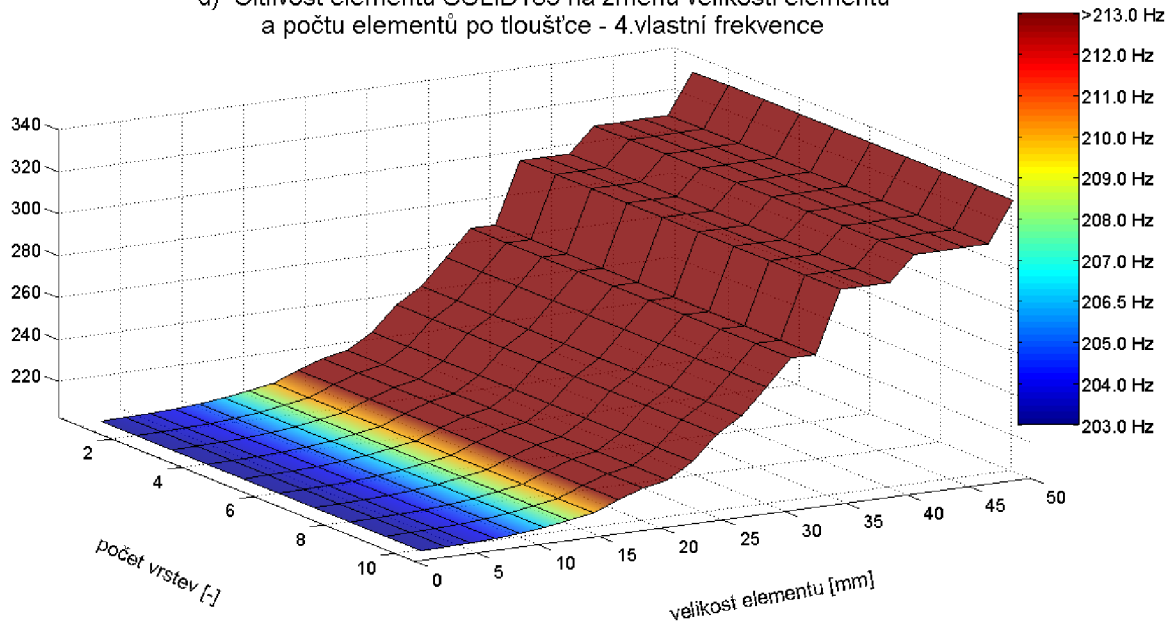
b) Citlivost elementu SOLID185 na změnu velikosti elementu a počtu elementů po tloušťce - 2.vlastní frekvence



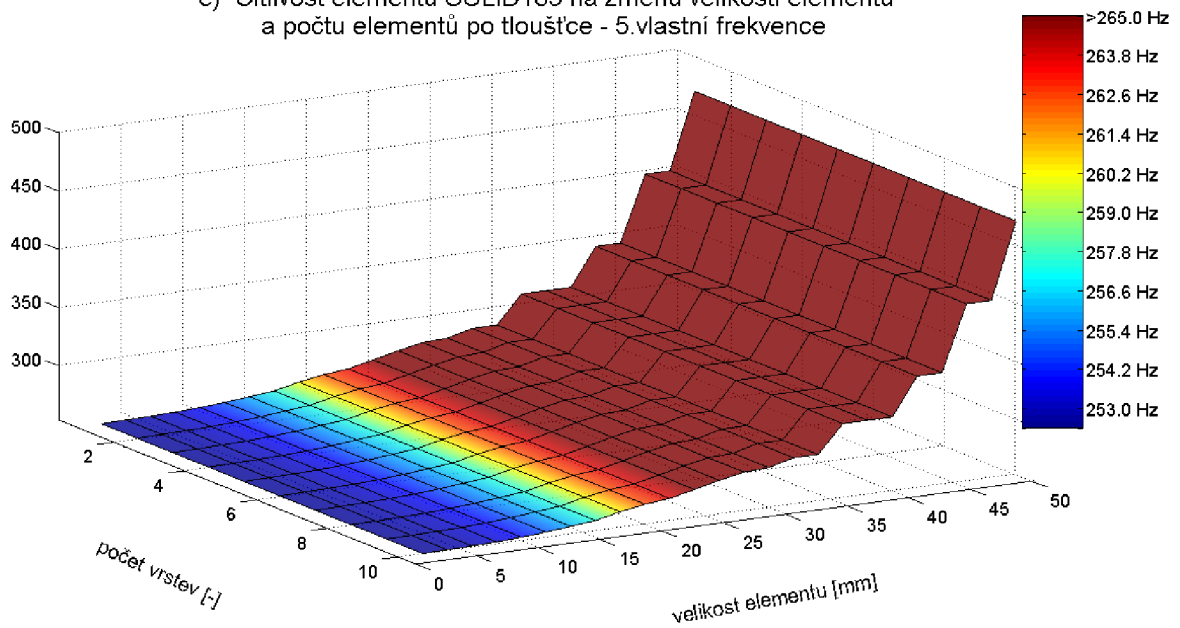
c) Citlivost elementu SOLID185 na změnu velikosti elementu a počtu elementů po tloušťce - 3.vlastní frekvence



d) Citlivost elementu SOLID185 na změnu velikosti elementu a počtu elementů po tloušťce - 4.vlastní frekvence

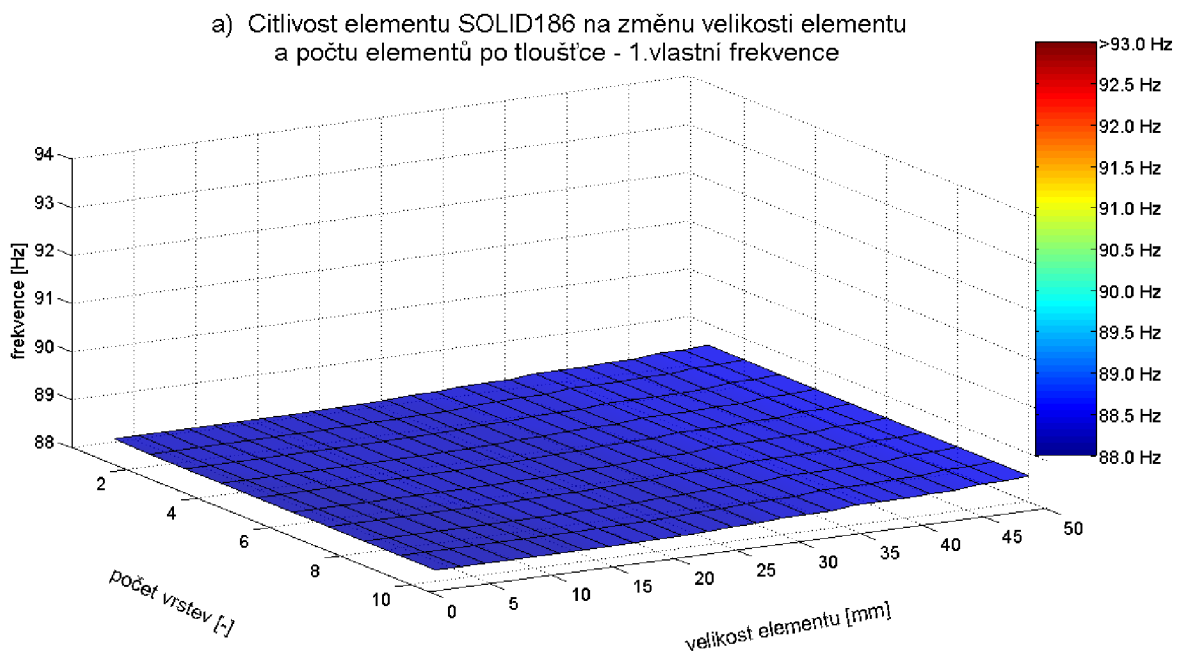


e) Citlivost elementu SOLID185 na změnu velikosti elementu a počtu elementů po tloušťce - 5.vlastní frekvence

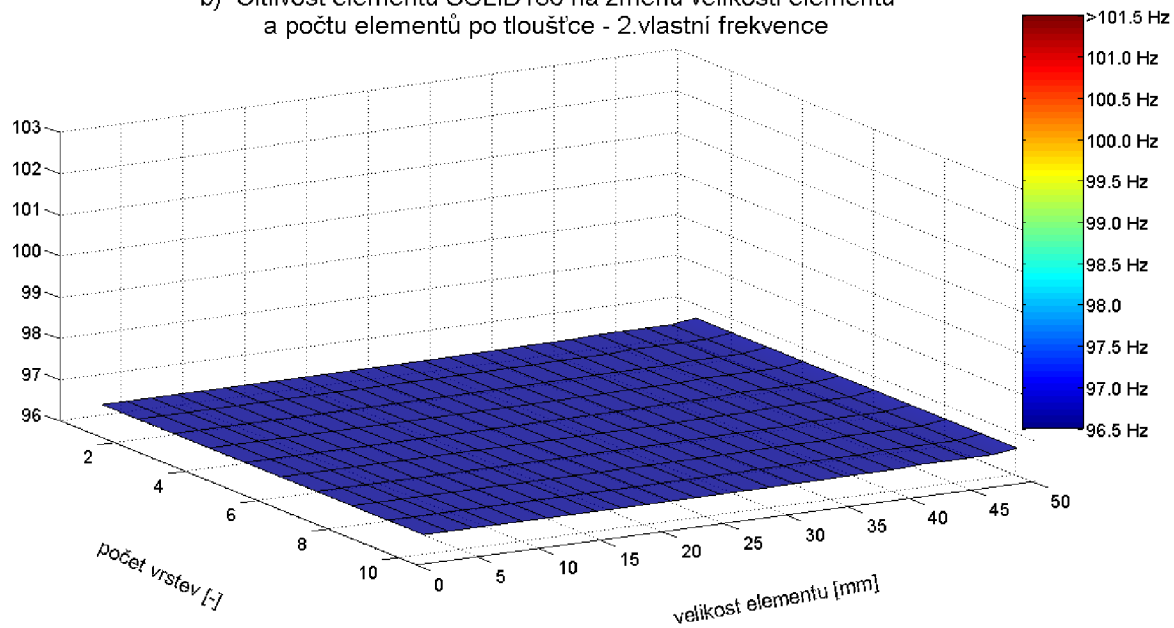


Obr. I-3 Grafické znázornění citlivosti prvku SOLID185 na změnu velikosti hrany a počtu prvků po tloušťce

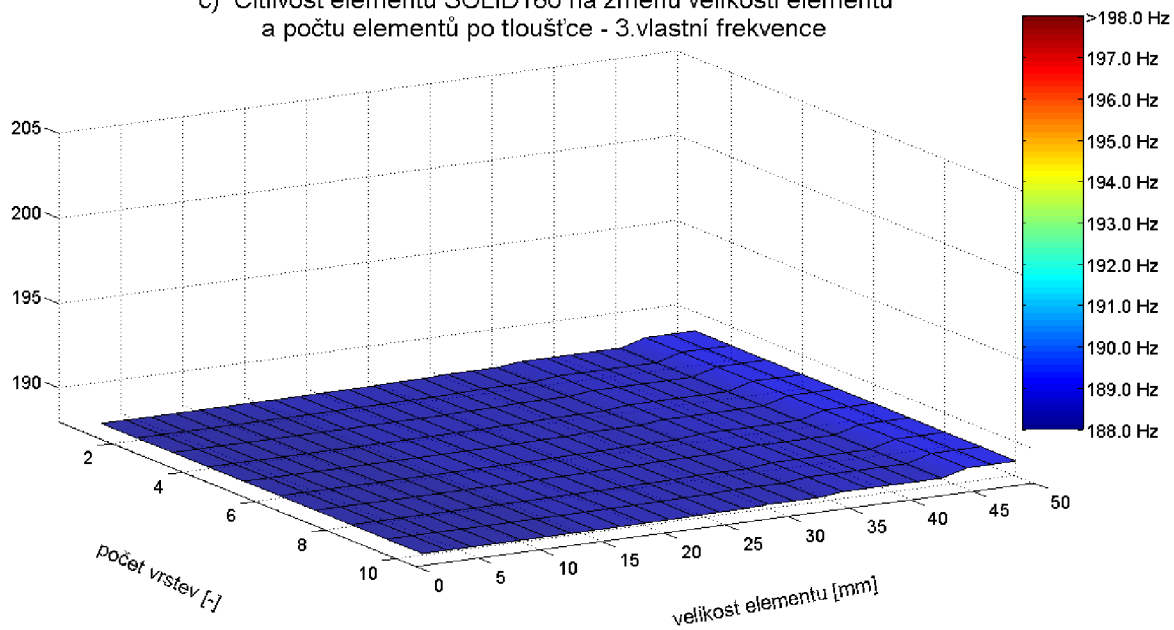
Rovněž kvadratický SOLID186 nevykazuje žádnou citlivost na počet prvků po tloušťce. Na druhou stranu zde ale ani není žádný prostor ke zlepšování, protože výsledky byly prakticky ustálené i s nejhrubší sítí. V praxi to znamená, že jediné, co roste společně se zvyšujícím se počtem prvků po tloušťce, je výpočetní náročnost. Zatímco s jedním prvkem po tloušťce je na nejjemnější síti přibližně 80 000 uzlů (v každém 3 stupně volnosti, tj. 240 000 rovnic), při deseti prvcích po tloušťce je to již téměř 500 000 uzlů (tedy 1,5 milionu rovnic). U prvku SOLID186 je tedy naprosto dostačující použití poměrně hrubé sítě s jediným prvkem po tloušťce.



b) Citlivost elementu SOLID186 na změnu velikosti elementu a počtu elementů po tloušťce - 2.vlastní frekvence

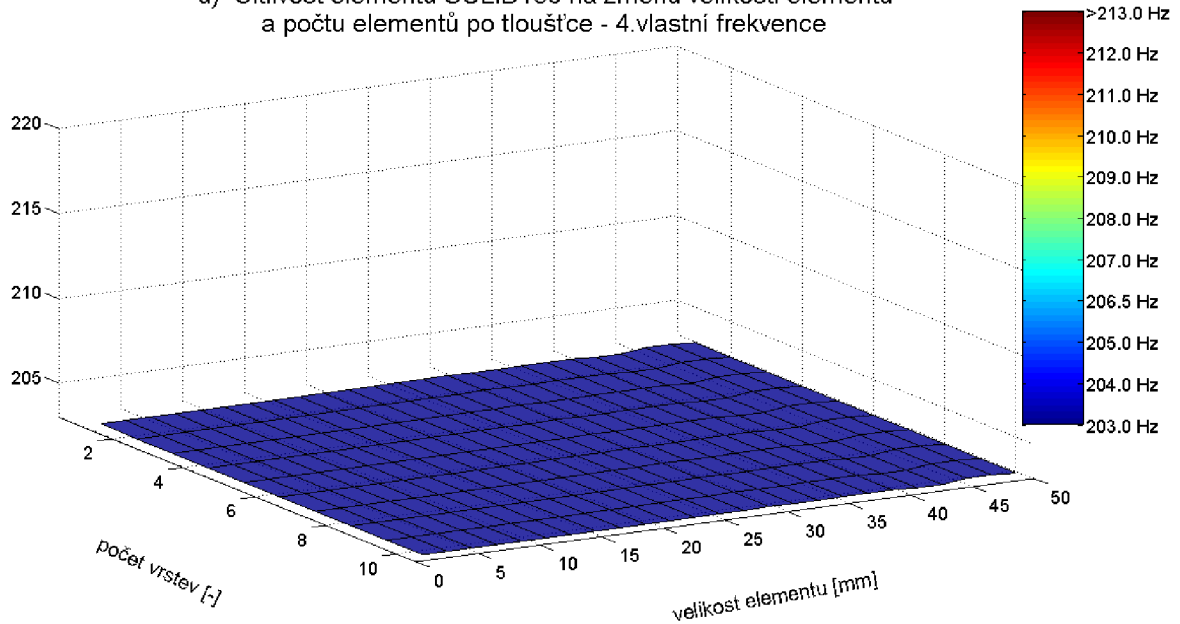


c) Citlivost elementu SOLID186 na změnu velikosti elementu a počtu elementů po tloušťce - 3.vlastní frekvence

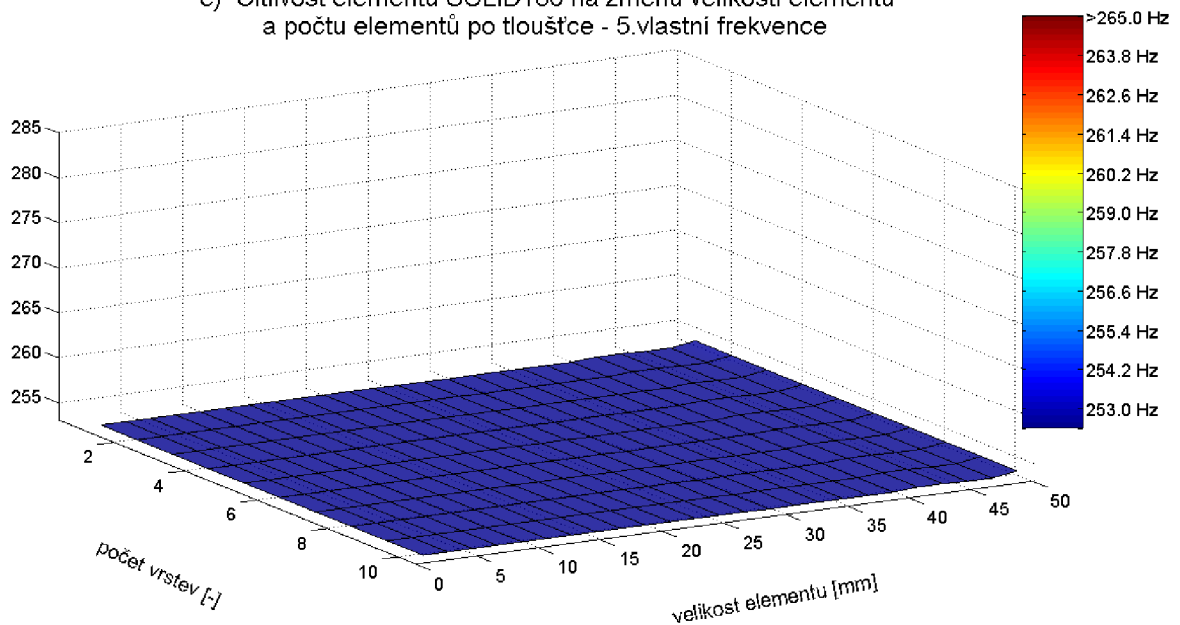




d) Citlivost elementu SOLID186 na změnu velikosti elementu a počtu elementů po tloušťce - 4.vlastní frekvence



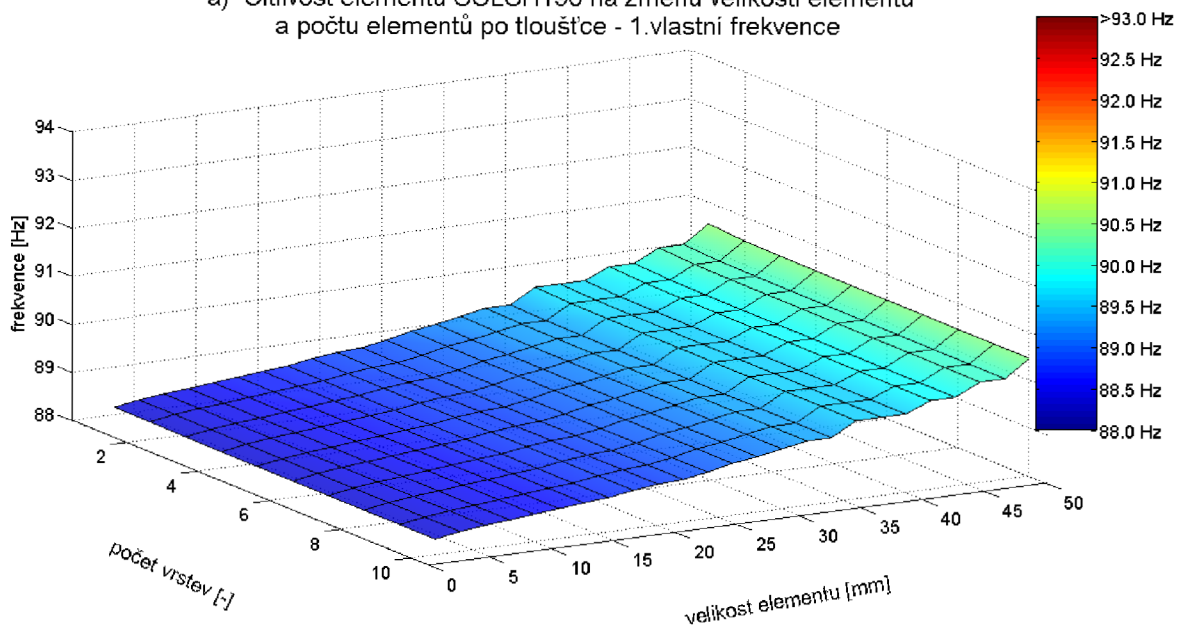
e) Citlivost elementu SOLID186 na změnu velikosti elementu a počtu elementů po tloušťce - 5.vlastní frekvence



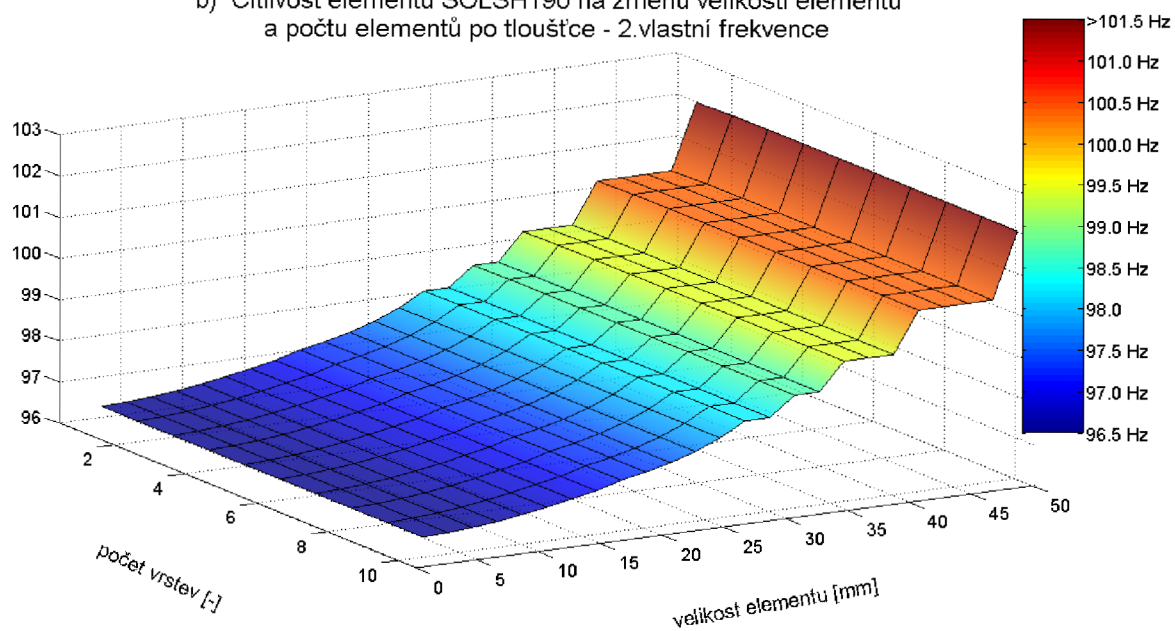
Obr. I-4 Grafické znázornění citlivosti prvku SOLID186 na změnu velikosti hrany a počtu prvků po tloušťce

Pro sol-shell prvek platí prakticky totéž co pro SOLID185. Tedy citlivost se projevuje pouze se změnou velikosti hrany prvku, ale na počet prvků po tloušťce je necitlivý.

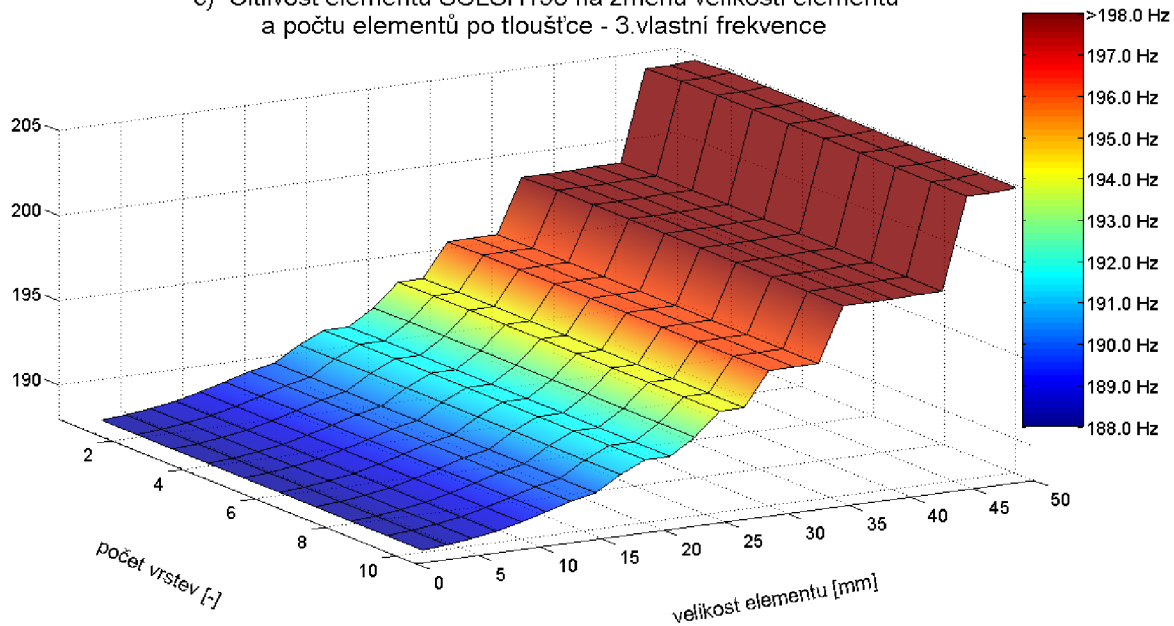
a) Citlivost elementu SOLSH190 na změnu velikosti elementu  
a počtu elementů po tloušťce - 1.vlastní frekvence



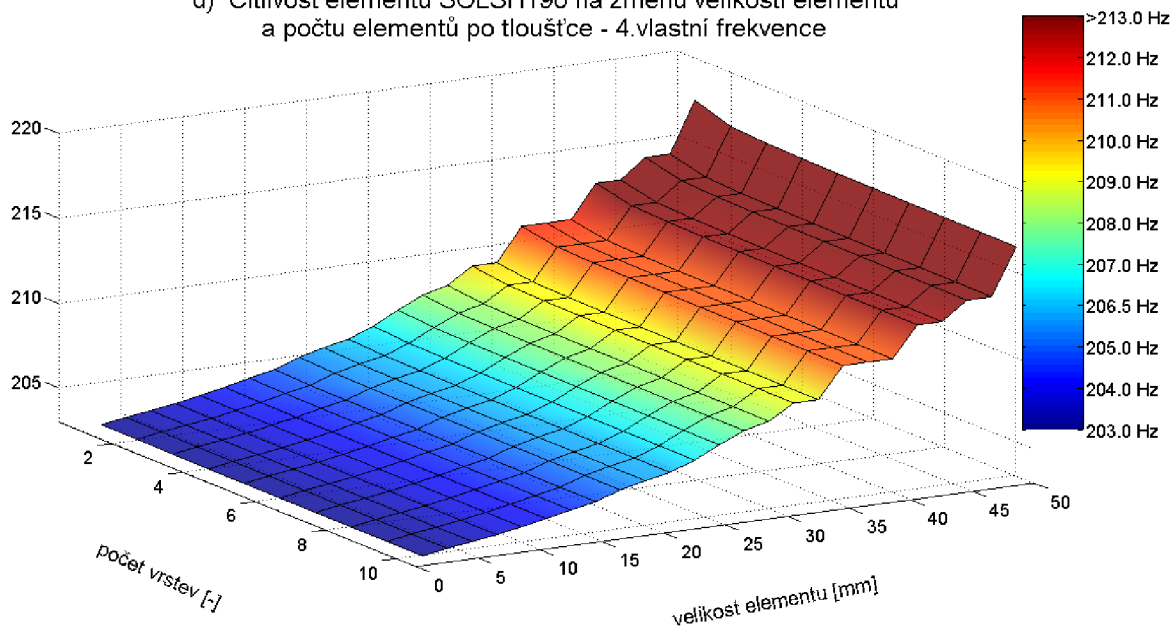
b) Citlivost elementu SOLSH190 na změnu velikosti elementu  
a počtu elementů po tloušťce - 2.vlastní frekvence

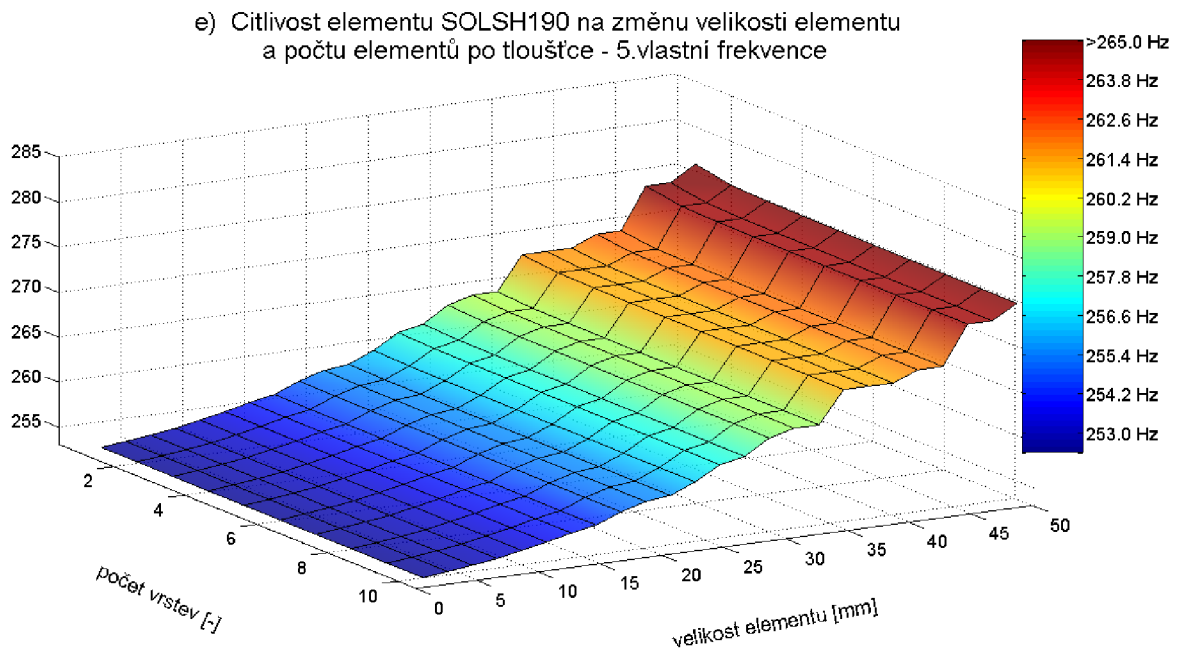


c) Citlivost elementu SOLSH190 na změnu velikosti elementu a počtu elementů po tloušťce - 3.vlastní frekvence



d) Citlivost elementu SOLSH190 na změnu velikosti elementu a počtu elementů po tloušťce - 4.vlastní frekvence

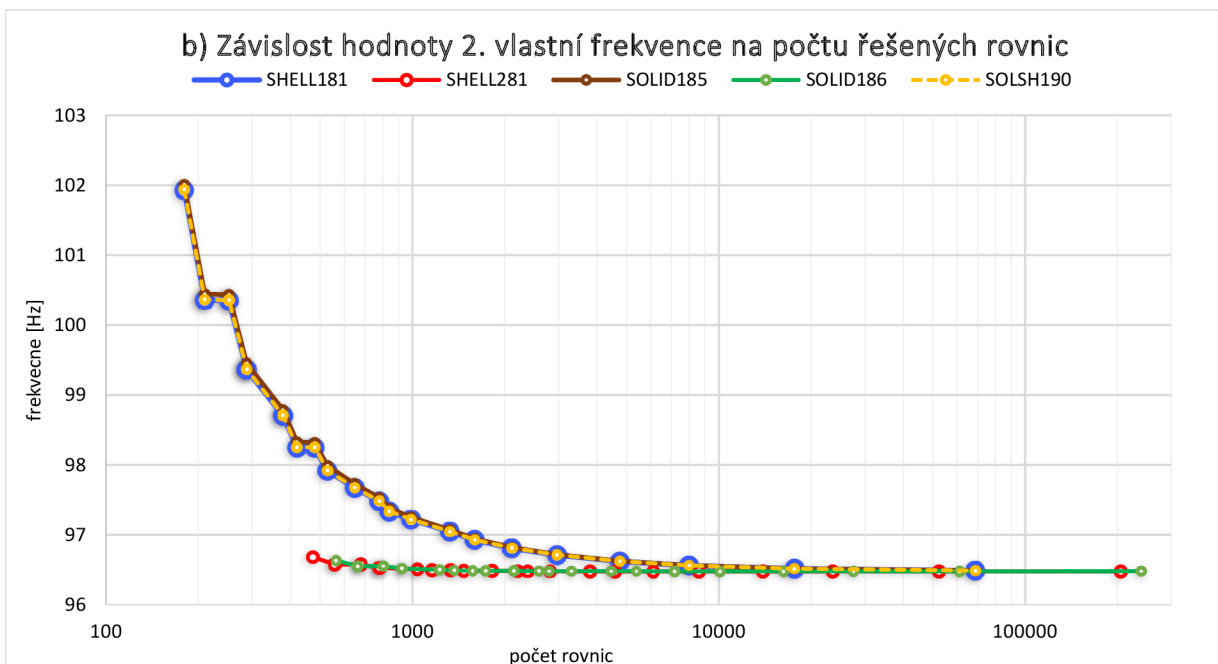
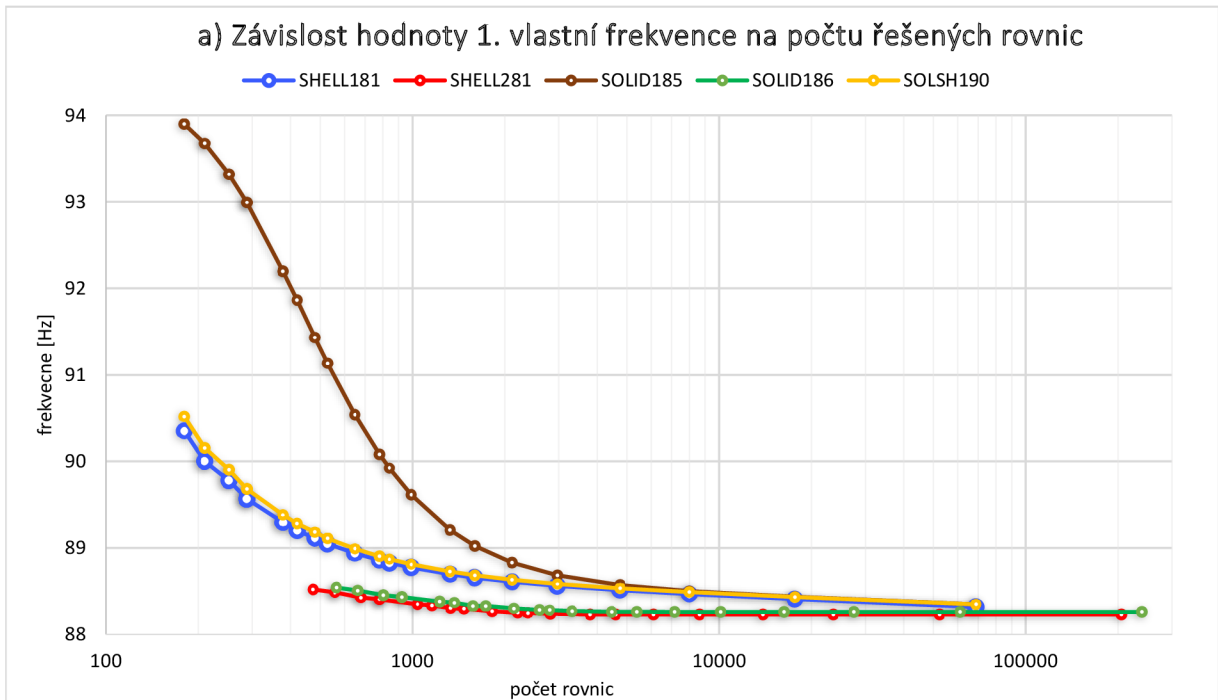


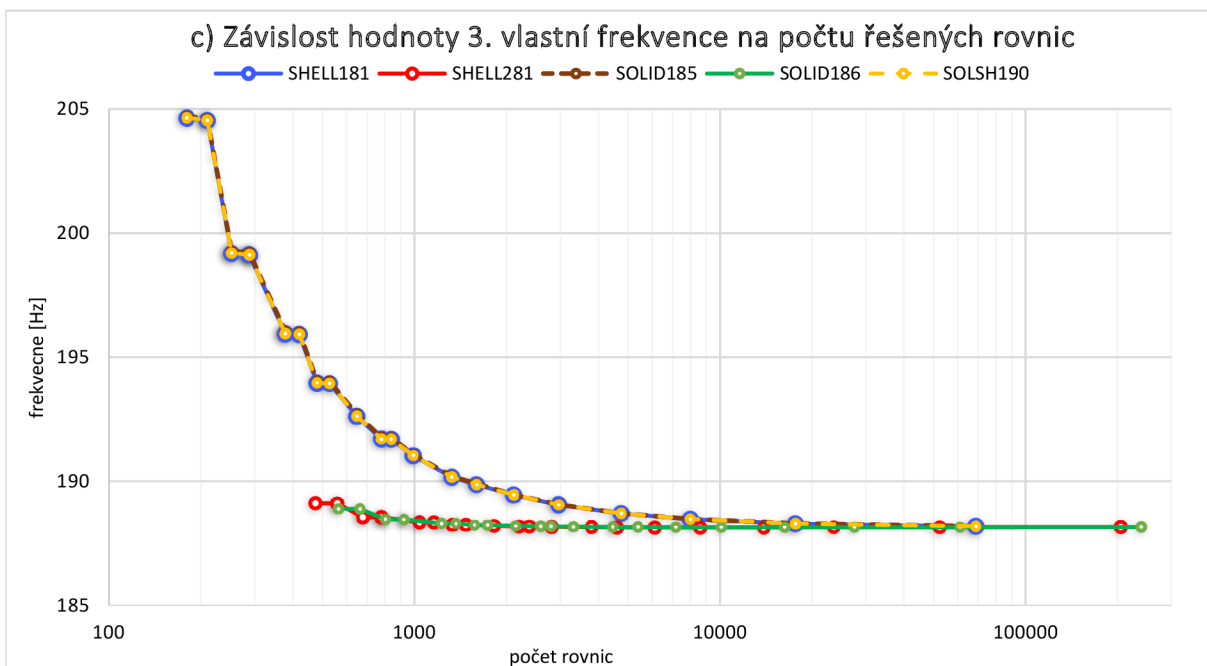


Obr. I-5 Grafické znázornění citlivosti prvku SOLSH190 na změnu velikosti hrany a počtu prvků po tloušťce

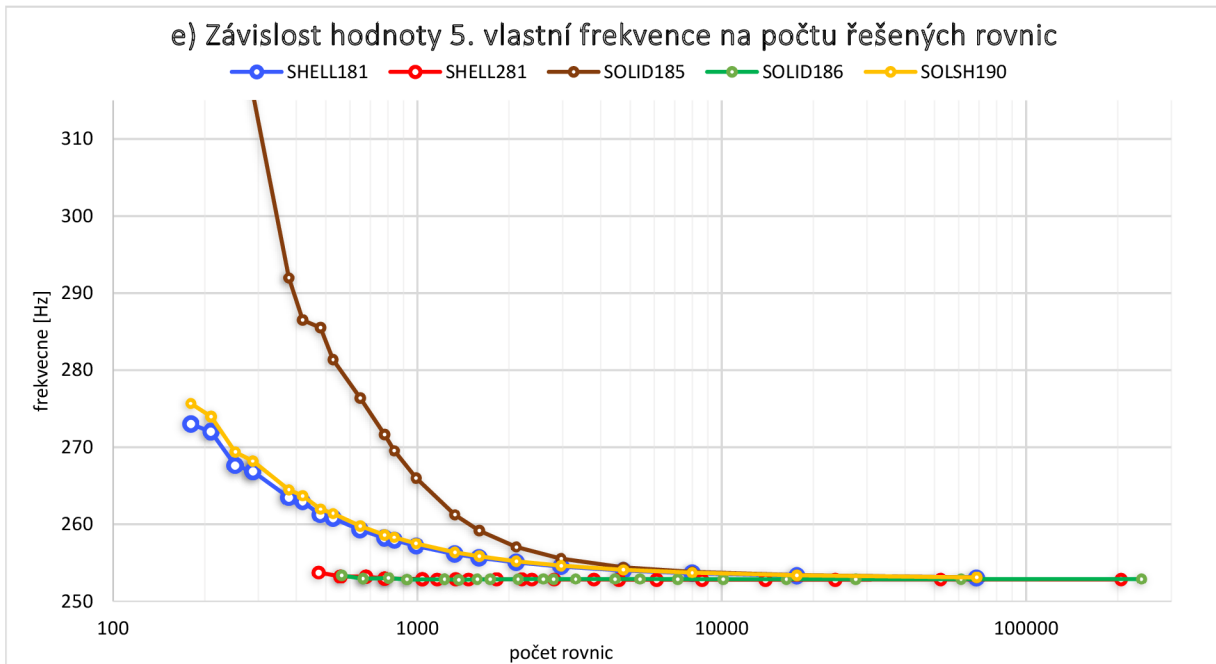
Z uvedených dat vyplývá, že kvadratické SHELL a SOLID prvky nejsou citlivé na změnu velikosti hrany prvku ve zkoumaném rozsahu 2 mm až 50 mm, zato prvky SHELL181, SOLID185 a SOLSH190 jsou citlivé. SOLID181 a SOLSH190 poskytují výsledky s odchylkou od ustálené hodnoty do 5 % při minimální velikosti hrany prvku 34 mm, SOLID185 ke stejně kvalitním hodnotám potřebuje předepsat velikost hrany minimálně 18 mm.

V inženýrské praxi se v některých případech lze spokojit s nižší přesností výpočtu za cenu zkrácení výpočtového času, čehož může být využito při analýzách velmi komplikovaných modelů a např. transientních dějů. Proto bude přínosné porovnat přesnost jednotlivých prvků také v závislosti na počtu řešených rovnic.









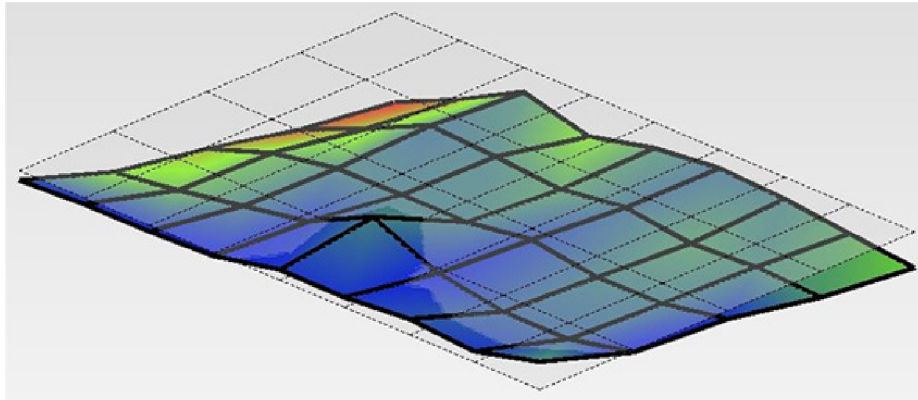
Obr. I-6 Zzornění závislosti hodnoty vlastní frekvence na počtu řešených rovnic u jednotlivých prvků

### I.III Verifikace experimentem

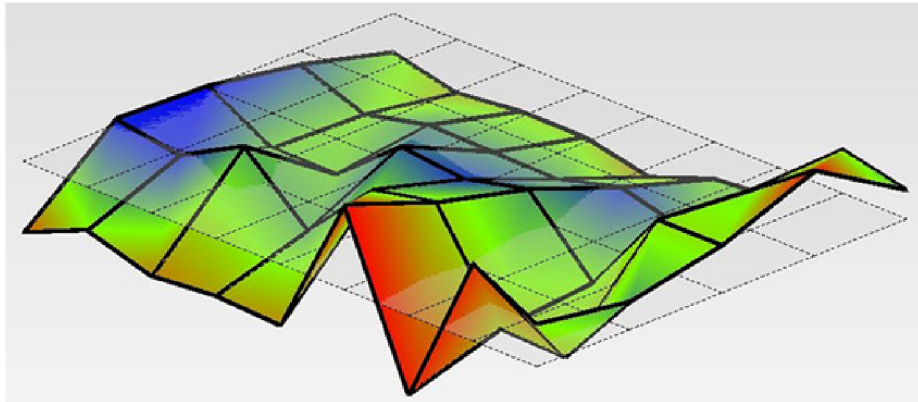
V kapitole popisující proveden experimentálního modelování bylo zmíněno, že jedním z největších problémů může být sprvn nastaven okrajových podmínek. Voln deska nemá žádné vazby na své okolí a tm tak zaniká jeden z nejvýznamnějších initel ovlivňujících naměřen data. Proto byl mimo jiných proveden také experiment na prototypu jednovrstv desky voln položen na molitanov podlážce. Princip a proveden měřen bylo totožn s měřenm v hlavn části práce.

Tab. I-2 Výsledky experimentln modální analýzy jednovrstv desky voln uložen

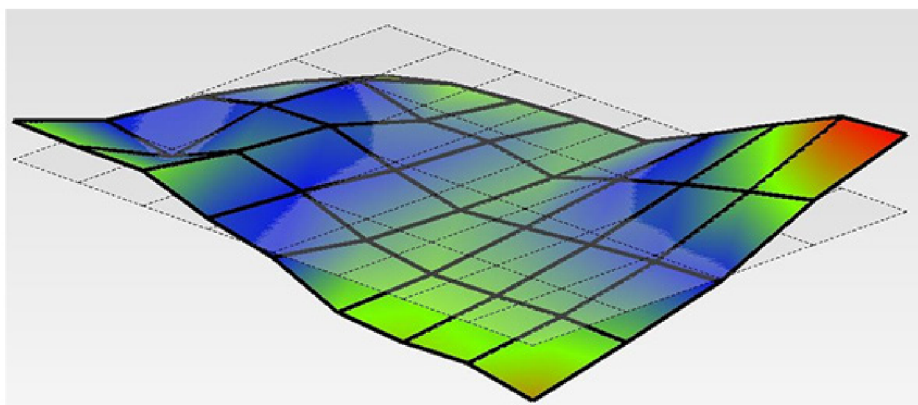
	1. mód [Hz]	2. mód [Hz]	3. mód [Hz]	4. mód [Hz]	5. mód [Hz]
<b>Jednovrstv voln PCB</b>	34	66	103	128	135



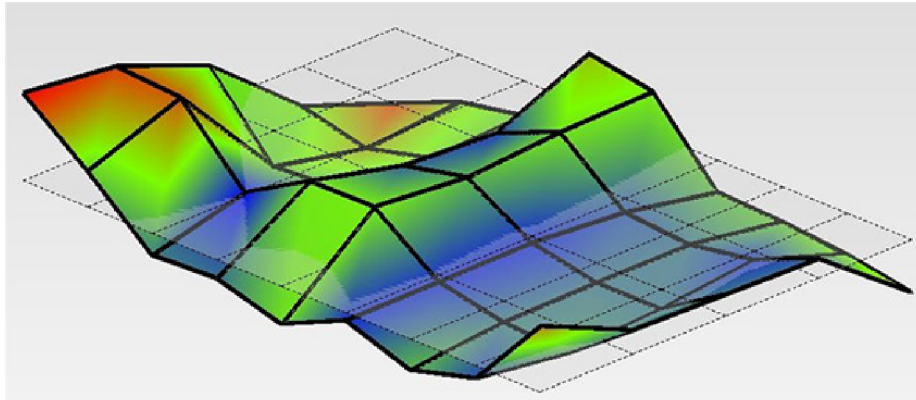
a) 1. vlastní tvar



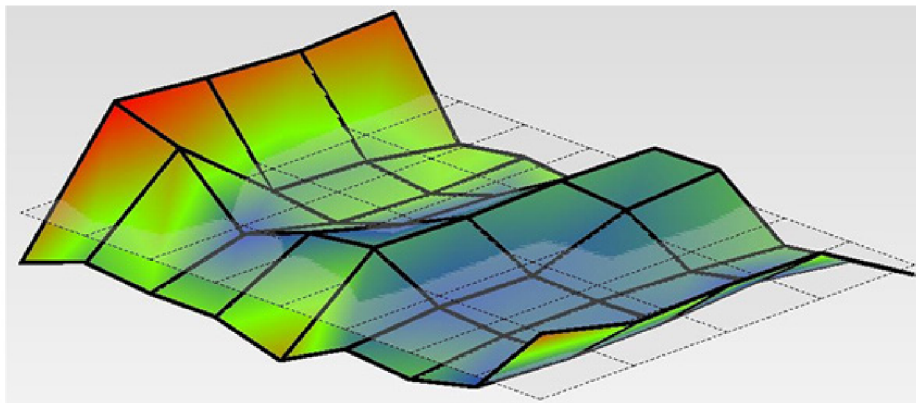
b) 2. vlastní tvar



c) 3. vlastní tvar



d) 4. vlastní tvar



e) 5. vlastní tvar

*Obr. I-7 Fyzikálně nereálné vlastní tvary, určené nepovedeným experimentem na volně uložené PCB*

Již po prvním zhlédnutí naprosto nereálných a fyzikálně nemožných vlastních tvarů lze konstatovat, že naměřená data nejsou v pořádku. Měření se nepodařilo realizovat kvůli vlastnostem struktury PCB. Deska má příliš malou hmotnost a tuhost a klepnutím rázovým kladívkem je do měření zanesena spousta dalších vlivů (např. hýbá se celá deska v prostoru), které totálně znehodnotí naměřená data. Ačkoli existuje další možný způsob měření volně uloženého tělesa, a to jeho zavěšení, nebyla tato možnost realizována, protože by s největší pravděpodobností přinesla stejně znehodnocené výsledky.

## I.IV Vyhodnocení

Na volně uložené obdélníkové desce byla provedena analýza citlivosti na změnu velikosti hrany prvku a počtu prvků po tloušťce. Rozsah zkoumané velikosti prvku byl od 2 mm do 50 mm a počet vrstev od 1 do 10 vrstev.

Ukázalo se, že prvky SHELL181, SOLID185 a SOLSH190 prokazují citlivost na změnu velikosti hrany prvku ve zkoumaném rozsahu 2 mm až 50 mm a zřetelně konvergují ke konečné hodnotě při zjemňování sítě. SHELL181 a SOLSH190 poskytují velmi shodné výsledky, SOLID185 je při hrubší síti zřetelně horší (zejména při vyšších frekvencích). Nejlepších výsledků dosáhly kvadratické prvky SHELL281 a SOLID186, které prakticky nevykazují žádnou citlivost na velikost prvků ve zkoumaném rozsahu.

U prostorových prvků byla zkoumána také citlivost na počet vrstev po tloušťce. Nepísané pravidlo říká, že by v případě 3D modelu měly být použity alespoň tři prvky po tloušťce. Na příkladu PCB se ale neprojevila žádná citlivost na počet vrstev. Necitlivost je ale způsobená zřejmě tím, že jsou analyzovány frekvenční vlastnosti. Pokud by předmětem zájmu byly deformačně-napěťové stavy, vliv počtu prvků po tloušťce by již hrál významnou roli.

Z pohledu počtu řešených rovnic hovoří vše rovněž pro kvadratické prvky. Ačkoli na první vlastní frekvenci nejsou velké rozdíly mezi hodnotami ani při nejmenším počtu řešených rovnic, u vyšších módů rozdíl zřetelně narůstá. Tab. I-3 názorně ukazuje, kolik se musí přibližně vyřešit rovnic, aby hodnota páté vlastní frekvence byla zatížena odchylkou maximálně 2 % od ustálené hodnoty 253 Hz.

Tab. I-3 Ukázkové srovnání nároků na CPU při výpočtu 5. vlastní frekvence

	SHELL181	SHELL281	SOLID185	SOLID186	SOLSH190
Počet řešených rovnic	850	450	2100	550	850
Velikost prvku [mm]	20	50	12	50	20

Prvotní domněnka o urychlení výpočtu použitím lineárních prvků při stejné hustotě sítě sice výpočet skutečně zrychlí, ale pravděpodobně také významně ovlivní výsledky analýzy. Aby bylo při použití lineárních prvků dosaženo výsledných hodnot bez velké chyby, musela by být výrazně zjemněna síť, což by však vedlo k vyššímu počtu rovnic a výpočet by byl ještě náročnější než na počátku. Ačkoliv je chování prvků demonstrováno na elementárním objektu, lze podobné vlastnosti očekávat rovněž u tvarově složitějších těles.

## PŘÍLOHA II EXPERIMENTÁLNÍ MODELOVÁNÍ VETKNUTÉ PCB

V hlavní části diplomové práce byl verifikován výpočet experimentálním modelováním pro předepsané okrajové podmínky zamezující posuvy na kratších stranách PCB. Tato okrajová podmínka je v laboratorních podmínkách poměrně složitě realizovatelná a hrozí, že nebude nastavena správně. V případě nesouladu naměřených hodnot s vypočítanými je těžké rozeznat skutečný zdroj nepřesností, totiž zda byl špatně nastaven výpočtový model, anebo zda byly nastaveny okrajové podmínky jinak než pro výpočtový model a tím pádem byly analyzovány dva zcela odlišné problémy.

Z tohoto důvodu se v rámci diplomové práce realizoval experiment na stejných prototypch PCB, ale s předepsanou okrajovou podmínkou vetknutí, jehož provedení je zcela jistě jednodušší než obecná vazba. Cílem je dokázat či vyvrátit korektnost předešlého experimentu. Výsledky, které lze předpokládat:

1. soulad výpočtu a experimentu s OP zamezení posuvů a zároveň soulad výpočtu a experimentu s OP vetknutí,
2. nesoulad výpočtu a experimentu s OP zamezení posuvů a soulad výpočtu a experimentu s OP vetknutí,
3. nesoulad výpočtu a experimentu s OP zamezení posuvů a zároveň nesoulad výpočtu a experimentu s OP vetknutí.

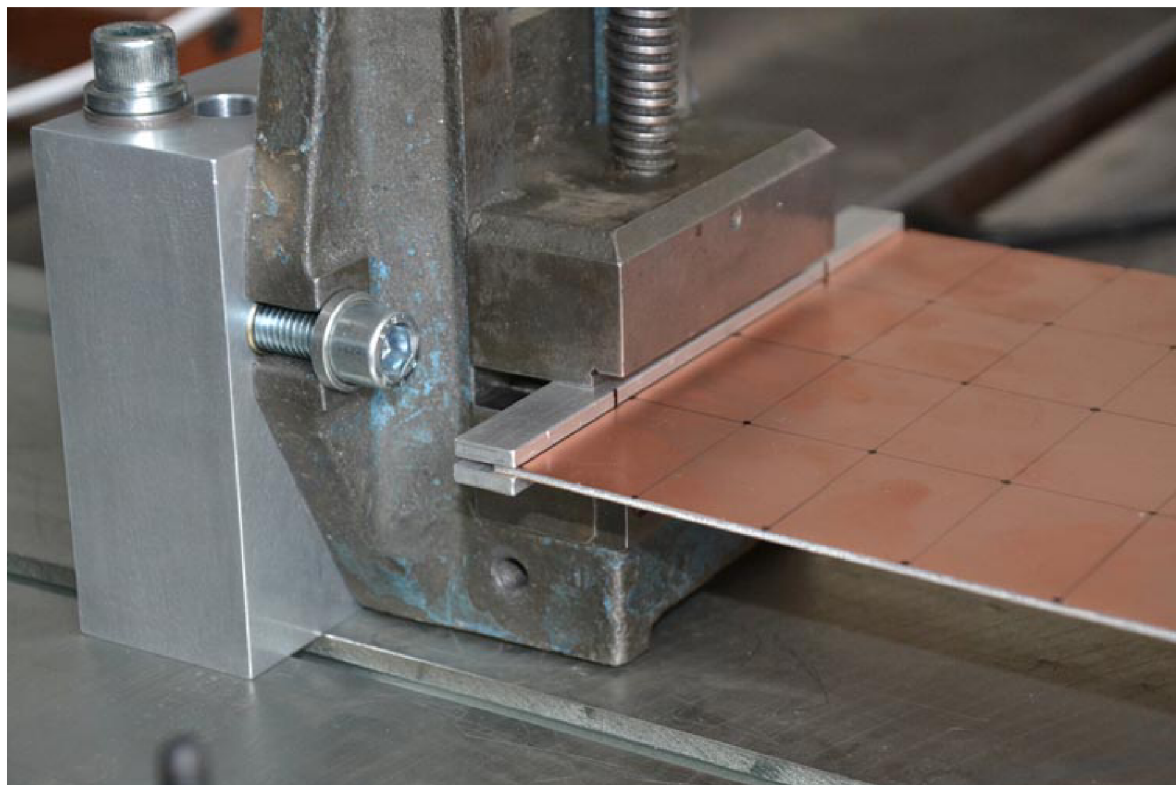
Poslední možný výsledek, a to soulad výsledků s OP posuvů a nesoulad výsledků s OP není příliš pravděpodobný.

První předpokládanou možností je přirozeně ten nejlepší možný výsledek. Nastane-li možnost druhá, lze usuzovat, že spíše byly při experimentu nesprávně zamezeny posuvy, jelikož při experimentu s vetknutým PCB bylo dosaženo shody. Třetí možnost jasně signalizuje, že výpočtový model byl špatně vytvořen (respektive u obou experimentů byly nesprávně nastaveny okrajové podmínky).

### II.I Příprava experimentu

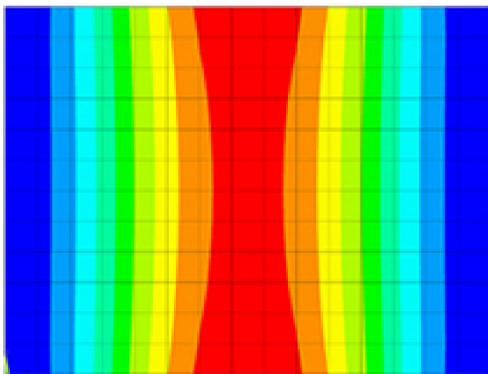
Celý experiment měl totožný průběh jako při zamezení posuvů. Jediný rozdíl je v tom, že byla simulována okrajová podmínka vetknutí, tedy zamezení posuvů a zároveň natočení, upnutím prototypu PCB mezi dvěma destičkami po celé délce kratších stran (opět do vzdálenosti 5mm od okraje).



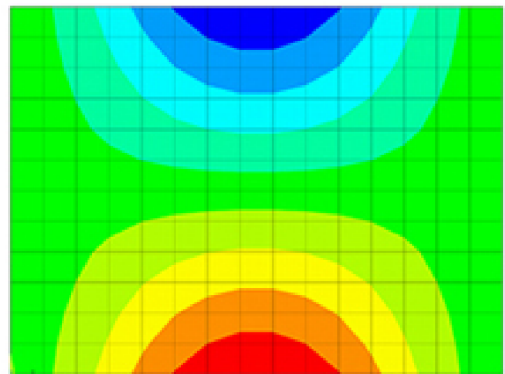


*Obr. II-1 Vymezení okrajové podmínky vetknutí bylo realizováno pomocí dvou destiček upnuté ve svěráku*

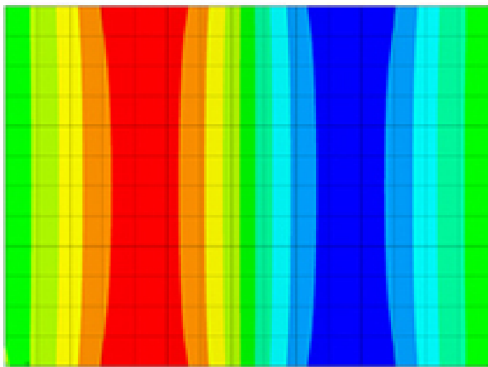
V případě vetknuté desky mají vlastní tvary podobný charakter jako u desky se zamezenými posuvy, pouze se zaměnil čtvrtý a pátý vlastní tvar. Proto byl akcelerometr umístěn na stejném místě jako při prvním měření.



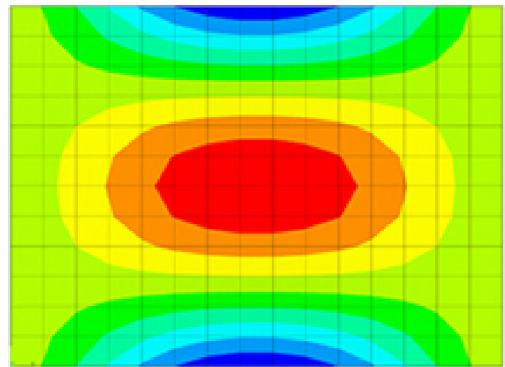
a) 1. vlastní tvar



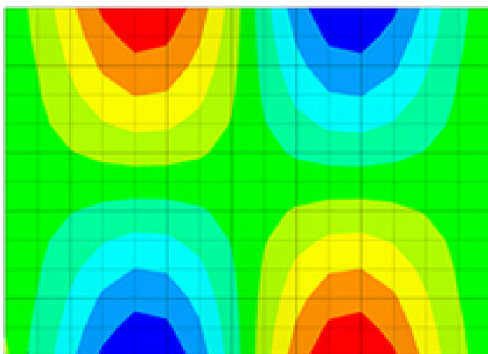
b) 2. vlastní tvar



c) 3. vlastní tvar



d) 4. vlastní tvar



e) 5. vlastní tvar

*Obr. II-2 Vlastní tvary kmitající, vetknuté desky plošného spoje, stanovené výpočtovým modelováním*



## II.II Výsledky stanovené numerickým modelováním

Výpočet vlastních frekvencí proběhl již pouze na zkrácené PCB o délce delší strany 240 mm, která rozměrově odpovídá měřené PCB. Vícevrstvé modely založené na ekvivalentních hodnotách materiálových charakteristik byly kvůli jejich nereálnému chování opět vynechány. Všechny výpočty jsou provedeny s konečnoprvkovou sítí o stejné hustotě jako u výpočtu problému se zamezenými posuvy.

Tab. II-1 Hodnoty vlastních frekvencí modelu jednovrstvé PCB s délkou delší strany 240 mm

	1. mód [Hz]	2. mód [Hz]	3. mód [Hz]	4. mód [Hz]	5. mód [Hz]
<b>SHELL181</b>	107,15	144,94	296,39	302,47	356,53
<b>SHELL281</b>	105,67	143,71	291,29	293,36	346,43
<b>SOLID185</b>	107,46	152,35	303,44	318,3	379,05
<b>SOLID186</b>	105,98	144,04	292,14	293,73	347,3
<b>SOLSH190</b>	107,38	145,32	297,14	303,18	357,69

Tab. II-2 Hodnoty vlastních frekvencí modelu vícevrstvé PCB s délkou delší strany 240 mm

	1. mód [Hz]	2. mód [Hz]	3. mód [Hz]	4. mód [Hz]	5. mód [Hz]
<b>SHELL181</b>	143,90	189,71	391,76	406,25	472,11
<b>SHELL281</b>	141,87	188,02	387,95	391,09	458,44
<b>SOLID185-sekce</b>	146,08	197,62	412,84	413,29	496,61
<b>SOLID185-vrstvy</b>	146,25	197,97	411,67	413,48	497,38
<b>SOLID186-sekce</b>	145,59	191,57	393,93	401,54	468,6
<b>SOLID186-vrstvy</b>	142,02	188,18	388,11	391,72	459,08
<b>SOLSH190-sekce</b>	145,78	191,63	396,16	411,82	478,15
<b>SOLSH190-vrstvy</b>	145,98	191,94	394,28	412,52	478,78

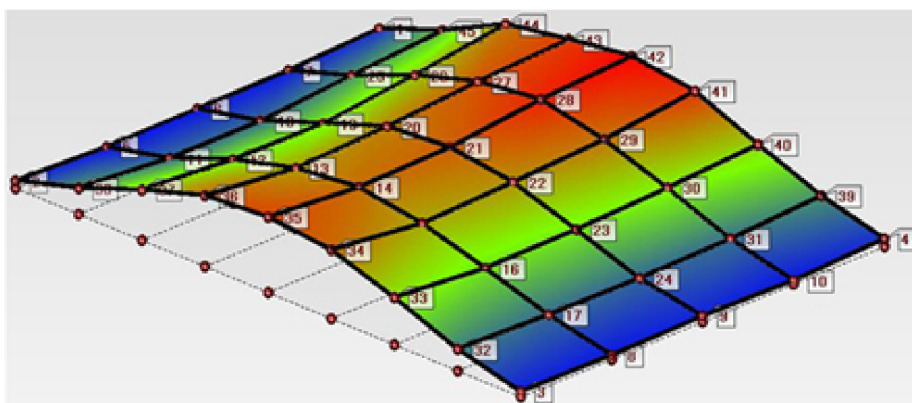
## II.III Výsledky stanovené experimentálním modelováním

Naměřené hodnoty se oproti okrajové podmínce obecné vazby zvýšily, což je v případě vetknutí zcela normální.

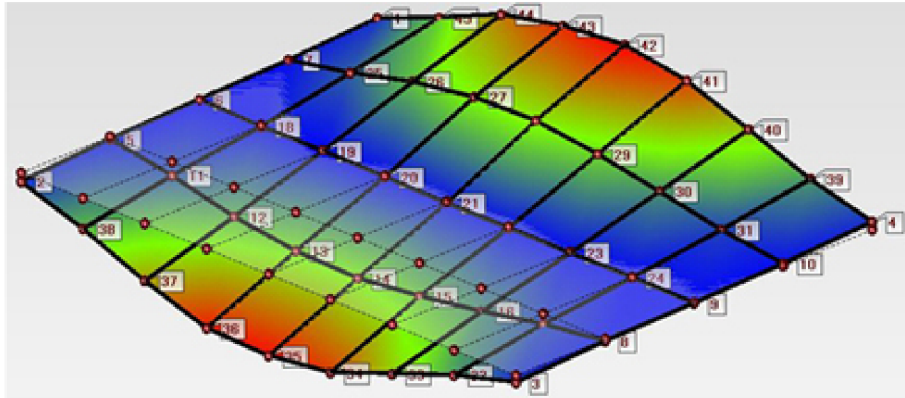
Tab. II-3 Hodnoty vlastních frekvencí naměřených na obou PCB s okrajovou podmínkou obecné vazby na kratší straně

	1. mód [Hz]	2. mód [Hz]	3. mód [Hz]	4. mód [Hz]	5. mód [Hz]
Jednovrstvá PCB	103	125	285	308	324
Vícevrstvá PCB	122	140	325	353	586

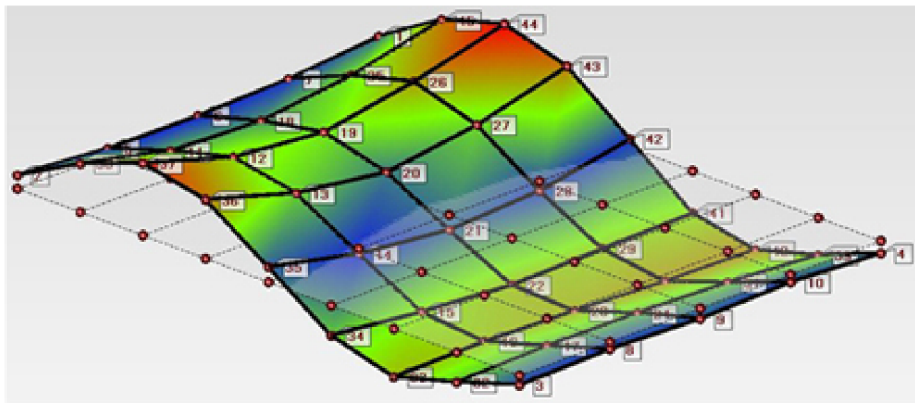
Velmi důležitým krokem při experimentální modální analýze je vyhodnocení naměřených vlastních tvarů, které mohou napovědět o úspěšnosti měření. Z výsledků měření jednovrstvé desky je patrné, že vyhodnocené vlastní tvary jsou totožné s tvary určenými pomocí výpočtového modelování. Navíc jsou jejich vlastnosti velmi realistické a lze očekávat, že měření bylo úspěšné.



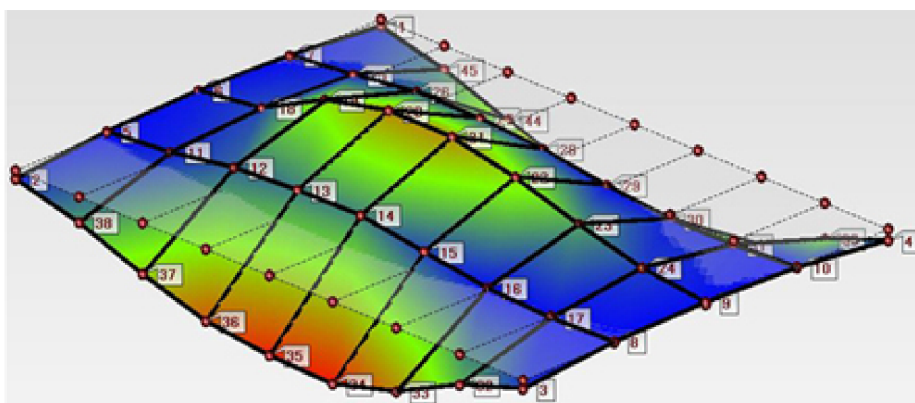
a) 1. vlastní tvar



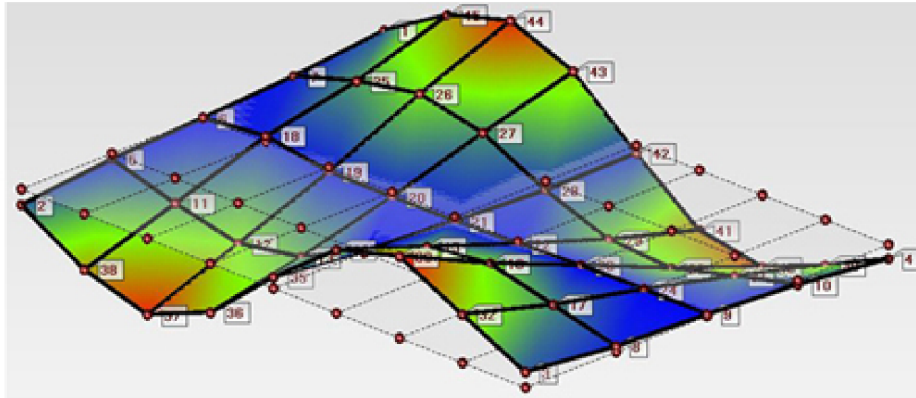
b) 2. vlastní tvar



c) 3. vlastní tvar



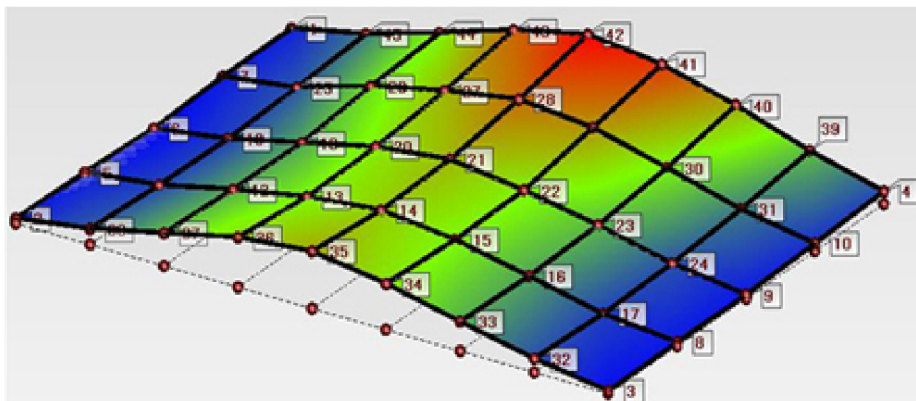
d) 4. vlastní tvar



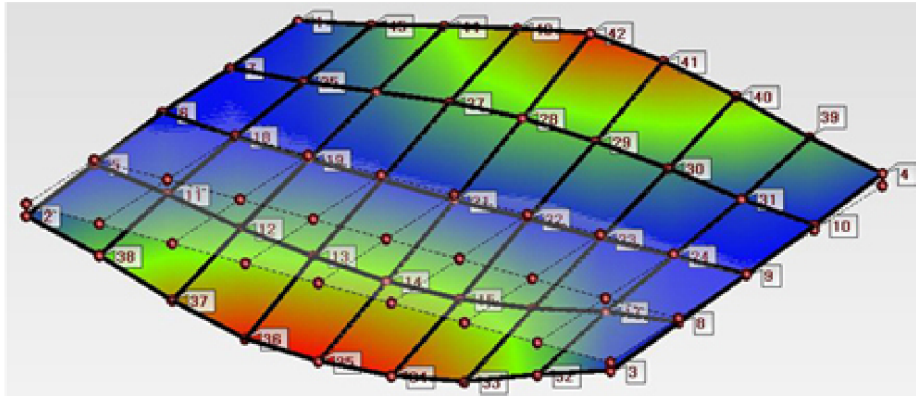
e) 5. vlastní tvar

Obr. II-3 Vykreslení vlastních tvarů naměřených na prototypu vetknuté, jednovrstvé PCB

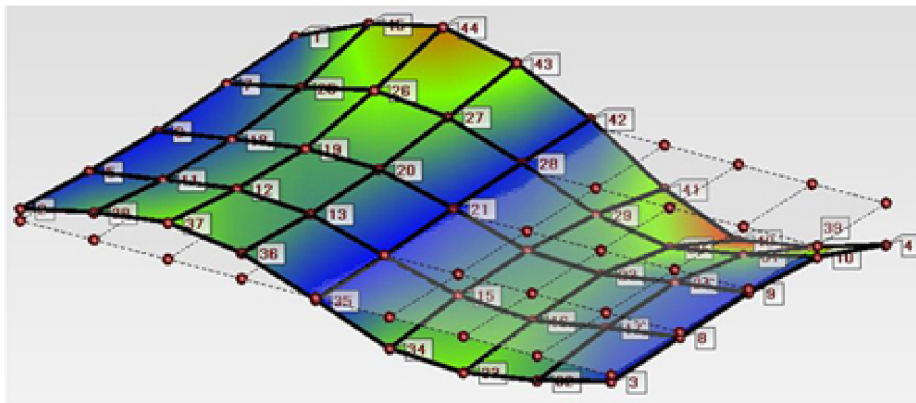
Naproti tomu vyhodnocení vlastních tvarů vícevrstvé desky již tak úspěšné není. Přestože měření probíhalo třikrát, vlastní tvary ani v jednom případě nevypadají realisticky. První tři tvary by i přes určitou nedokonalost bylo možné akceptovat. Avšak čtvrtý a pátý tvar jsou naprosto nepřijatelné. Proto nelze toto měření považovat za stoprocentně korektní a je třeba výsledky brát s určitou výhradou.



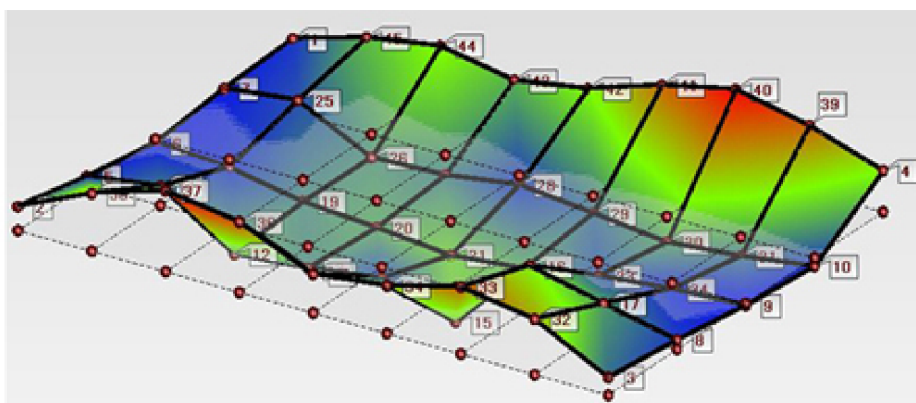
a) 1. vlastní tvar



b) 2. vlastní tvar

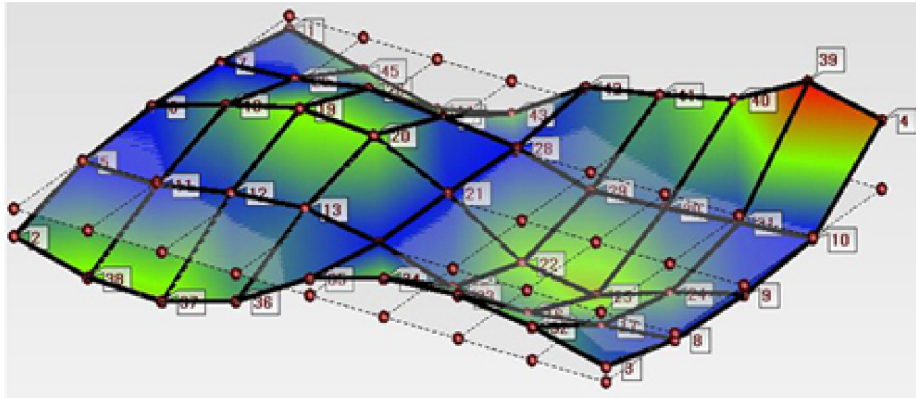


c) 3. vlastní tvar



d) 4. vlastní tvar



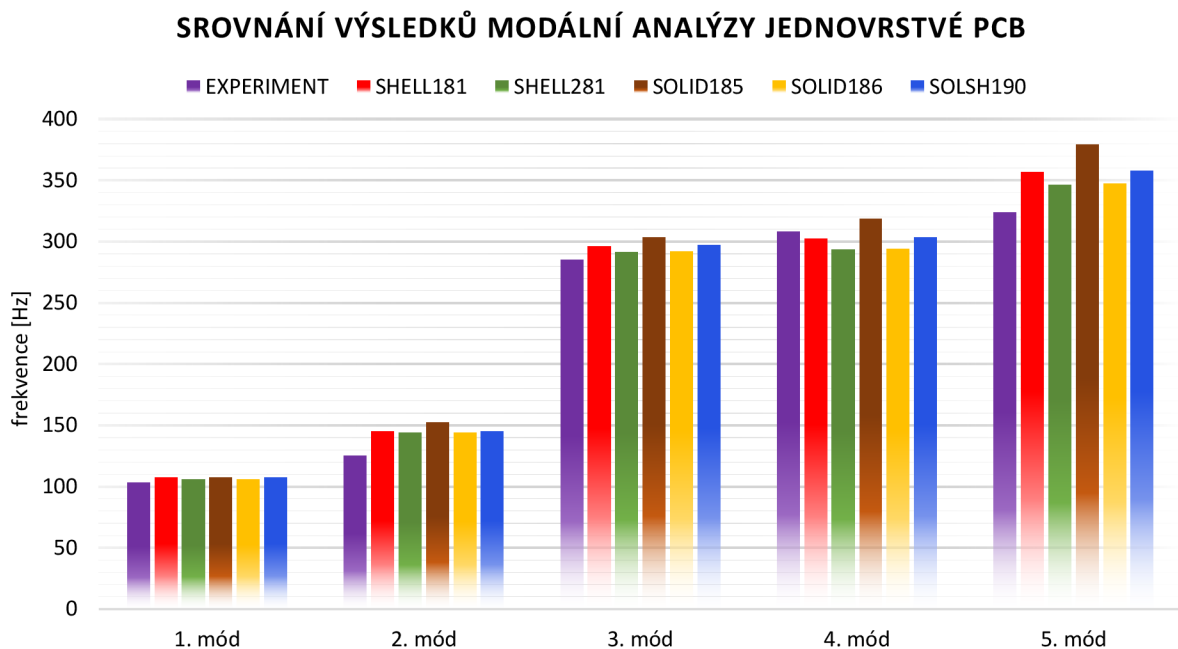


e) 5. vlastní tvar

Obr. II-4 Vykreslení vlastních tvarů naměřených na prototypu vetknuté, vícevrstvé PCB

## II.IV Porovnání výsledků výpočtového modelování a experimentálního modelování vetknuté desky

K přehlednému porovnání (obr. II-5) bude opět využito sloupcových grafů, na kterých lze zřetelně vidět souhlas nebo rozdíly ve výsledcích.



Obr. II-5 Grafické srovnání výsledků modální analýzy jednovrstvé PCB

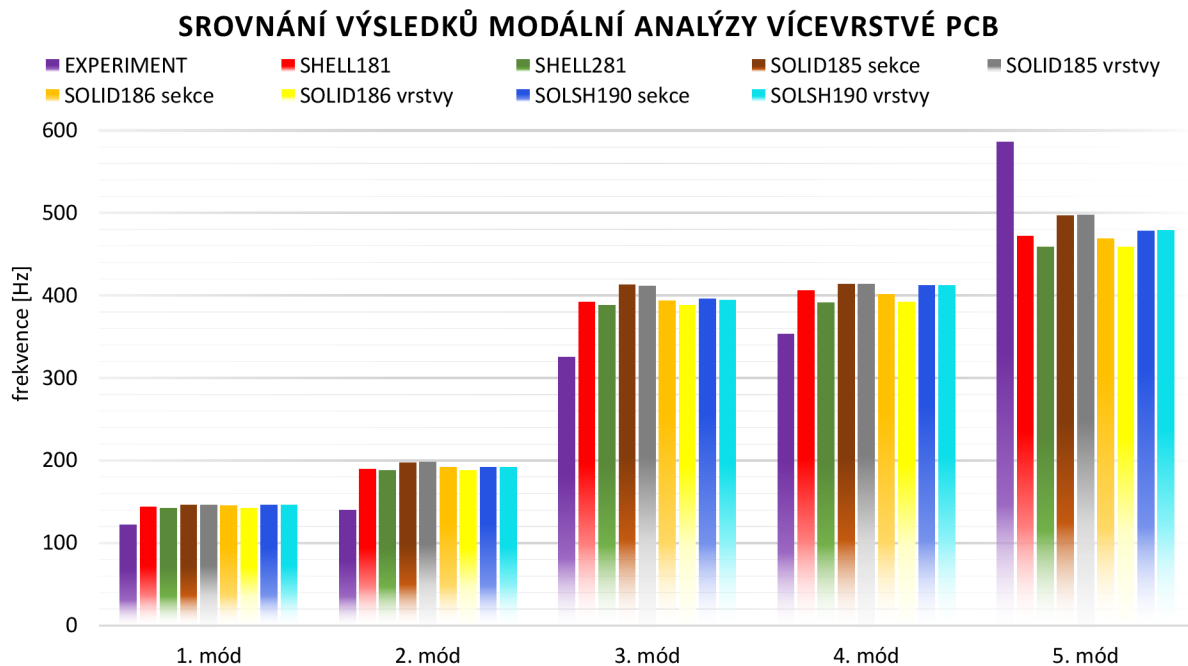


V tabulce procentuálních odchylek od experimentu je vidět, že mezi hodnotami je velká shoda. Největší rozdíl je v tomto případě ve druhé vlastní frekvenci, kde je přibližně 15 %, u ostatních výsledků je shoda přibližně kolem 5 %.

Tab. II-4 Odchylna hodnoty vlastní frekvence stanovené výpočtem od naměřené vlastní frekvence – jednovrstvá PCB

	1. mód [%]	2. mód [%]	3. mód [%]	4. mód [%]	5. mód [%]
<b>SHELL181</b>	4	14	4	2	9
<b>SHELL281</b>	3	13	2	5	6
<b>SOLID185</b>	4	18	6	3	15
<b>SOLID186</b>	3	13	2	5	7
<b>SOLSH190</b>	4	14	4	2	9

Ačkoli jsou výsledky měření vícevrstvé PCB také v relativně přijatelných mezích (cca 20% shoda s výpočtem), nelze je bohužel považovat za korektní vzhledem k vlastním tvarům, které byly z měření stanoveny.



Obr. II-6 Grafické srovnání výsledků modální analýzy vícevrstvé PCB

Tab. II-5 Odchylka hodnoty vlastní frekvence stanovené výpočtem od naměřené vlastní frekvence – vícevrstvá PCB

	1. mód [%]	2. mód [%]	3. mód [%]	4. mód [%]	5. mód [%]
<b>SHELL181</b>	15	26	17	13	24
<b>SHELL281</b>	14	26	16	10	28
<b>SOLID185-sekce</b>	16	29	21	15	18
<b>SOLID185-vrstvy</b>	17	29	21	15	18
<b>SOLID186-sekce</b>	16	27	17	12	25
<b>SOLID186-vrstvy</b>	14	26	16	10	28
<b>SOLSH190-sekce</b>	16	27	18	14	23
<b>SOLSH190-vrstvy</b>	16	27	18	14	22

## II.V Závěrečné vyhodnocení

Stanovené výsledky potvrzují předešlou domněnku, a to že při experimentu je jednodušší správně nastavit okrajovou podmínku vetknutí než zamezit pouze posuvy. Ačkoli výsledky měření vícevrstvé PCB nelze považovat za úplně korektní, lze na základě měření jednovrstvé desky prohlásit, že došlo k velmi dobré shodě s výpočtovým modelem. Proto musí platit, že výpočtový model je správný a musí poskytovat správné výsledky i při jiných okrajových podmínkách.