

**MENDELOVA UNIVERZITA v BRNĚ
AGRONOMICKÁ FAKULTA**

DIPLOMOVÁ PRÁCE

BRNO 2015

MILAN DOBROVOLNÝ



Agronomická
fakulta

Mendelova
univerzita
v Brně



Modelování parametrů spalovacích motorů
Diplomová práce

Vedoucí práce:
doc. RNDr. Stanislav Bartoň, CSc.

Vypracoval:
Bc. Milan Dobrovolný

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem práci: „MODELOVÁNÍ PARAMETRŮ SPALOVACÍCH MOTORŮ“ vypracoval samostatně a veškeré použité prameny a informace uvádím v seznamu použité literatury. Souhlasím, aby moje práce byla zveřejněna v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách ve znění pozdějších předpisů a v souladu s platnou *Směrnicí o zveřejňování vysokoškolských závěrečných prací*.

Jsem si vědom/a, že se na moji práci vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, a že Mendelova univerzita v Brně má právo na uzavření licenční smlouvy a užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

Dále se zavazuji, že před sepsáním licenční smlouvy o využití díla jinou osobou (subjektem) si vyžádám písemné stanovisko univerzity, že předmětná licenční smlouva není v rozporu s oprávněnými zájmy univerzity, a zavazuji se uhradit případný příspěvek na úhradu nákladů spojených se vznikem díla, a to až do jejich skutečné výše.

V Brně dne:.....

.....
podpis

PODĚKOVÁNÍ

Rád bych tímto poděkoval doc. RNDr. Stanislavu Bartoňovi, CSc. za odborné vedení, cenné připomínky a užitečné rady při zpracování zadaného tématu diplomové práce. Dále bych chtěl poděkovat Ing. Marku Žákovi, PhD. za poskytnutá data z měření, za cenné rady a připomínky.

ABSTRAKT

Diplomová práce se zabývá vazbou mezi vstupními a výstupními parametry spalovacího motoru. Jejím cílem není přesně definovat tyto vazby, ale pouze prověřit, zda tyto vazby existují a jaký mají charakter.

První část práce je věnována současnému systému na přípravu směsi u zážehových motorů. Jsou zde popsány způsoby lambda regulace a její vliv na měrnou spotřebu paliva. Dále jsou popsány typy vstřikovacích systémů a nakonec je popsán způsob určování předstihu a jeho vliv na chod motoru.

Druhá část je zaměřena na vybrané matematicko-statistické metody zajímavé a použitelné pro řešení vybrané problematiky.

Poslední část práce je věnována ověření existence vazeb provozních parametrů a pokus o jejich definici početním způsobem za použití programu Maple a vybraných matematicko-statistických metod.

Klíčová slova: předstih, bohatost směsi, točivý moment, Maple, metoda nejmenších čtverců, korelace.

ABSTRACT

Master thesis deals with the link between the internal and external parameters of the combustion engine. Its point is not to exactly define this links but only check if this links exist and what is their character.

First part of the thesis is dedicated to present state of the mixture preparation systems of the petrol engines. Here are described the ways of the lambda regulation and its effect of the specific fuel consumption. Further are described types of injection systems and at the end is described the way for the determination of the ignition advance.

Second part is focused on the chosen mathematics-statistics methods which are interesting and useful for the solving this problem.

Last part is paid to the verification of the existence the links of the operating parameters and attempt of their definition in numeric way using the Maple software and chosen mathematics-statistics methods.

Keywords: ignition advance, richness of the mixture, torque, Maple, LSQM, correlation.

OBSAH

1	ÚVOD.....	8
2	CÍL PRÁCE.....	10
3	ŘÍZENÍ BENZÍNOVÝCH MOTORŮ.....	11
3.1	Systémy vstřikování benzínu	11
3.1.1	Lambda regulace.....	11
3.1.2	Systémy vstřikování paliva.....	13
3.2	Zapalovací systémy	17
4	POUŽITÉ MATEMATICKO-STATISTIKÉ METODY.....	21
4.1	Aproximace funkce	21
4.1.1	Typy aproximací.....	21
4.2	Regresní analýza	22
4.2.1	Regresní funkce	24
4.2.2	Regresní modely a jejich kvalifikace.....	25
4.3	Vyrovňovací kritéria.....	28
4.4	Metoda nejmenších čtverců.....	28
4.5	Grafická analýza reziduálních hodnot.....	30
4.6	Korelační analýza.....	30
4.6.1	Pearsonův korelační koeficient.....	31
4.6.2	Mnohonásobný koeficient korelace	32
4.6.3	Spearmanův korelační koeficient	33
4.7	Taylorova řada	34
5	ZÁKLADNÍ POPIS PROGRAMU MAPLE.....	36
5.1	Popis použitých příkazů programu Maple	36
6	EXPERIMENT	41
6.1	Metodika experimentu	41
6.2	Získaná experimentální data	43
6.3	Metodika zpracování naměřených dat	45
6.4	Výpočet koeficientů implicitní funkce pomocí programu Maple	46
6.4.1	Výpočet závislosti točivého momentu na dávce paliva	46

6.4.2	Výpočet závislosti točivého momentu a rozdílu teplot nasávané směsi výfukových plynů se změnou předstihu zážehu	55
6.5	Vyhodnocení výpočtů	67
7	ZÁVĚR	70
8	SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY.....	73
9	SEZNAM OBRÁZKŮ A TABULEK.....	75

1 ÚVOD

V diplomové práci bude pojednáno o možnostech způsobů určení vztahů vstupních a výstupních parametrů spalovacího motoru na základě seřizovací charakteristiky. Závislost parametrů a jejich provázanost bude určena pomocí matematických metod s využitím matematického softwaru. Mezi základní parametry motoru, které budou sledovány, jsou otáčky, bohatost směsi, točivý moment, spotřeba paliva a předstih zážehu.

Současné spalovací motory mají velmi sofistikované řízení přípravy směsi paliva se vzduchem. Toto přesné řízení pomocí počítače, který je součástí řídicí jednotky, je z důvodu zvyšování výkonu, snižování spotřeby a zejména emisí výfukových plynů. Koncového uživatele zajímá pouze vysoký výkon a nízká spotřeba paliva. Snižování emisí výfukových plynů je dáno legislativou, a proto se vyvíjí stále nové a propracovanější systémy řízení spalovacího motoru.

Dosavadní, zatím nepřekonané řešení, řízení spalovacího procesu spalovacího motoru zážehového je pomocí tzv. lambda regulace. Tato regulace spočívá v instalaci kyslíkové sondy do výfukového potrubí motoru, která porovnává výfukové plyny s okolním vzduchem. Na základě signálu z této sondy upravuje řídicí jednotka poměr paliva a vzduchu pomocí změny dávky vstřikovaného paliva (kvantitativní regulace). Veličina λ určuje poměr přivedené hmotnosti vzduchu k potřebné hmotnosti vzduchu na spálení 1 kg paliva. Potřebné (stechiometrické) množství vzduchu na spálení 1 kg paliva je 14,7 kg vzduchu. Pokud se do motoru přivede právě 14,7 kg vzduchu, $\lambda = 1$. Pokud se přivede vzduchu méně, než je stechiometrické množství, hovoříme o směsi bohaté, s přebytkem paliva a $\lambda < 1$. Pokud přivedeme vzduchu naopak více, hovoříme o směsi chudé, s přebytkem vzduchu a $\lambda > 1$. V řídicí jednotce spalovacího motoru jsou nahrána ještě data o množství paliva a dalších parametrů v případě výpadku kyslíkové sondy nebo její dočasné nefunkčnosti z důvodu např. studeného startu motoru. Směs je potom tvořena na základě implicitních hodnot nastavených výrobcem. Tyto hodnoty mají formu tabulek a je zde uvedeno pro jaké otáčky a pro jaké otevření škrticí klapky má být jaký předstih a jaké množství paliva má být vstříknuto. Motor nedosahuje optimálních provozních parametrů, ale je funkční a na nouzové dojetí je to dostačující.

U dieselových motorů je regulace jiná z důvodu kvalitativního řízení směsi. Nasávané množství vzduchu do motoru je konstantní a mění se jen dávka vstřikovaného

paliva přímo do válce podle požadavků na výkon motoru. Tyto motory pracují s velkým součinitelem přebytku vzduchu $\lambda =$ až 3,4. Mez kouření nastává ale již při $\lambda = 1,4$. Proto se tyto typy motorů ladí na tzv. mez kouřivosti. Maximální dávka paliva je určena podle čidla kouřivosti ve výfuku již ve výrobě. [3, 8, 10, 12, 13, 15, 16, 17, 18]

2 CÍL PRÁCE

Cílem této práce je pokus o sestavení obecné vazební implicitní funkce provozních parametrů spalovacího motoru. Podstatou práce není definovat přesnou implicitní funkci, nýbrž prozkoumat možnosti tohoto postupu a jeho uplatnění v praxi. V uvedené citované literatuře nebyla nalezena zmínka o aplikaci tohoto postupu na spalovací motor, proto by bylo dobré tyto možnosti prověřit.

Tato možnost se jeví zatím jako velmi perspektivní a skrývá velký potenciál zejména v šetření nákladů na ladění motoru pro různé způsoby použití; např. stejný motor z hlediska výrobních parametrů použitý pro sportovní vůz a pro rodinný vůz. Každá skupina uživatelů preferuje jiné ladění. Zatímco od sportovního vozu se očekává zejména vysoký výkon a jízdní dynamika, od rodinného vozu jsou požadovány parametry jako jízdní komfort a nízká spotřeba paliva. Po sestavení implicitní funkce je možné hledat její extrémy v závislosti na naměřených datech a požadovaných provozních podmínkách.

Použité soubory dat ve formátu programu Excel a zápisník programu Maple jsou uloženy na přiloženém CD.

3 ŘÍZENÍ BENZÍNOVÝCH MOTORŮ

Řízení zážehových motorů je zcela elektronické. Jedná se o soustavu čidel a senzorů, které posílají informace řídicí jednotce. Tato řídicí jednotka na základě zjištěných informací rozhoduje o nastavení provozních parametrů motoru. Jedná se zejména o dávku paliva, předstih zážehu apod. Řídicí jednotka motoru je schopna komunikovat též s řídicími jednotkami jiných funkčních skupin a tím se vytváří komplexní systém, který spolu dokáže komunikovat a tím šetřit náklady na palivo a na opravy.

3.1 Systémy vstřikování benzínu

Systémy pro přípravu směsi jsou velmi složité a musí pracovat naprosto přesně a spolehlivě. Sestávají se ze systémů regulace a řízení správného směšovacího poměru a systémů vstřikování paliva.

3.1.1 Lambda regulace

Zážehové motory potřebují ke svému správnému fungování určitý poměr vzduchu a paliva. Dané stechiometrické množství je 1 kg paliva na 14,7 kg vzduchu. V každém jízdním režimu je ale vyžadován jiný poměr paliva a vzduchu. Pokud je požadavek na minimální spotřebu paliva, je třeba přivádět větší množství vzduchu než je stechiometricky dané, aby došlo k absolutnímu spálení veškerého paliva. U současných motorů je nejnižší spotřeba paliva při 15 – 18 kg vzduchu na 1 kg paliva. Jinak se dá také říci, že je to asi 10000 litrů vzduchu na 1 litr benzínu.

Motory provozované při částečném zatížení, což je většina vyráběných motorů, jsou dimenzovány tak, aby měly právě při tomto částečném zatížení nejnižší spotřebu.

Při jiných provozních režimech jako je například volnoběh nebo plné zatížení, je požadavek na bohatší směs na palivo. Systémy přípravy směsi musí být schopny tyto různorodé požadavky plnit.

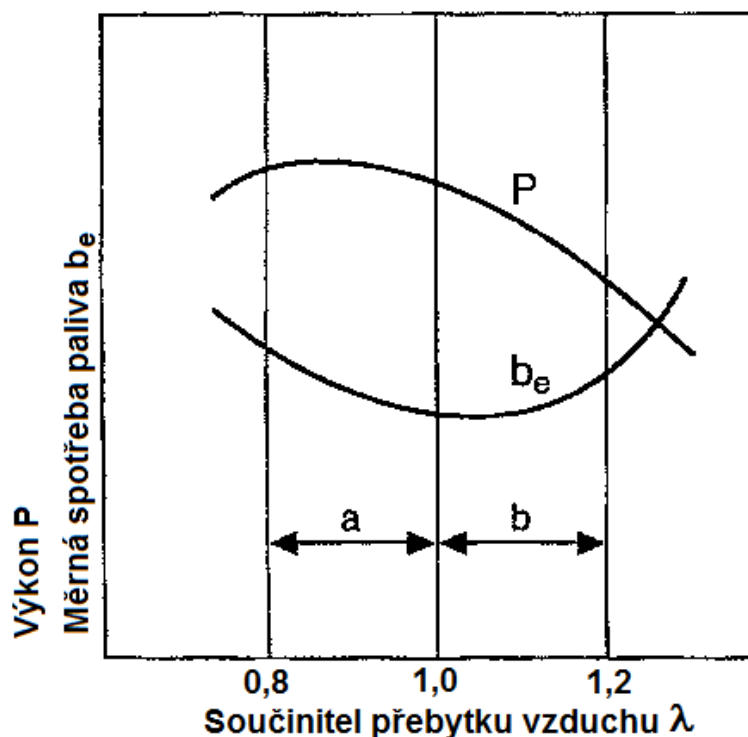
Pro rozlišení skutečného poměru vzduchu od ideálního byl zaveden číselný kvantifikátor zvaný součinitel přebytku vzduchu λ . Vyjadřuje poměr skutečně přivedeného vzduchu k ideální hmotnosti vzduchu potřebné pro spálení 1 kg paliva.

- Pro $\lambda = 1$... hmotnost přivedeného vzduchu odpovídá stechiometrické hmotnosti. Při tomto poměru je klidný a bezvadný volnoběh.

- Pro $\lambda < 1$... hmotnost přivedeného vzduchu je menší než stechiometrická, jedná se o bohatou směs. Nejvyššího výkonu dosahuje motor asi při $\lambda = 0,85 \dots 0,95$.
- Pro $\lambda > 1$... hmotnost přivedeného vzduchu je vyšší než stechiometrická. Stav se nazývá chudá směs. Nastává zde snížená spotřeba i výkon až do $\lambda > 1,3$. Potom už je směs tzv. nezapalitelná a chod motoru je značně neklidný.

Nejčastěji se λ pohybuje v rozmezí od 0,9...1,1.

Pro správnou funkci třicestného katalyzátoru motoru je nutné, aby součinitel přebytku vzduchu při zahřátém motoru měl hodnotu přesně 1. Aby bylo možné této hodnoty dosáhnout, je třeba znát přesně hmotnost nasávaného vzduchu a přesně dávkovat palivo. Dalším důležitým aspektem je homogenní směs, které lze dosáhnout správným rozprášením paliva do nasávaného vzduchu. Pokud není palivo dobře rozprášeno, dochází k jeho usazování na stěnách sacího potrubí a zvyšují se emise nespálených uhlovodíků.



Obrázek 1: Vliv součinitele přebytku vzduchu na měrnou spotřebu paliva [18]

Někdy se potřeba paliva velmi odlišuje od stacionární potřeby zahřátého motoru. Potom je nutný korekční zásah do přípravy směsi. Jedná se především o stav studeného motoru, kdy se palivo špatně mísí se vzduchem a hůře odpařuje. Tím dochází

k ochuzování směsi a je třeba tuto situaci kompenzovat vyšší dávkou paliva. Motor potom lépe nastartuje.

Po startu za nízkých teplot je třeba směs obohacovat do doby než dojde k prohřátí sacího potrubí a palivo se bude optimálně odpařovat. Pro rychlejší prohřátí je nastaven systém vyššího volnoběhu.

Při náhlém otevření škrticí klapky dojde ke krátkodobému ochuzení směsi vlivem většího tlaku v sacím potrubí a palivo poté zůstává pouze na stěnách a nemísí se se vzduchem. V těchto stavech je třeba krátkodobě obohatit směs, aby měl motor stabilnější chod.

Nejúčinnější systém pro regulaci zmíněných stavů a zároveň schopný snížit emise je systém regulace lambda ve spojení s katalyzátorem. Třícestný katalyzátor potřebuje ke svému správnému fungování stechiometrickou směs paliva a vzduchu s odchylkou menší než 1 %. I nejmodernější motory nejsou schopny dosáhnout této hodnoty díky spoustě vstupujících provozních vlivů. Aby se směšovací poměr udržel v tomto malém pásu hodnot, používá se lambda regulace. Tato regulace spočívá v uzavřeném regulačním okruhu, kde jsou údaje o zbytkovém množství kyslíku ve spalínách posílány do řídicí jednotky a ta upravuje dávku paliva v závislosti na množství nasávaného vzduchu. Senzory, které měří množství kyslíku ve spalínách, se nazývají lambda sondy a jsou ve výfukovém potrubí celkem dvě, jedna před katalyzátorem a druhá za ním. První posílá údaje o kyslíku ve spalínách, druhá kontroluje činnost katalyzátoru. Aby lambda regulace fungovala plně, je třeba zahřát motor, výfukové potrubí a sondu na provozní teplotu, do té doby je motor řízen podle mapy v řídicí jednotce.

3.1.2 Systémy vstřikování paliva

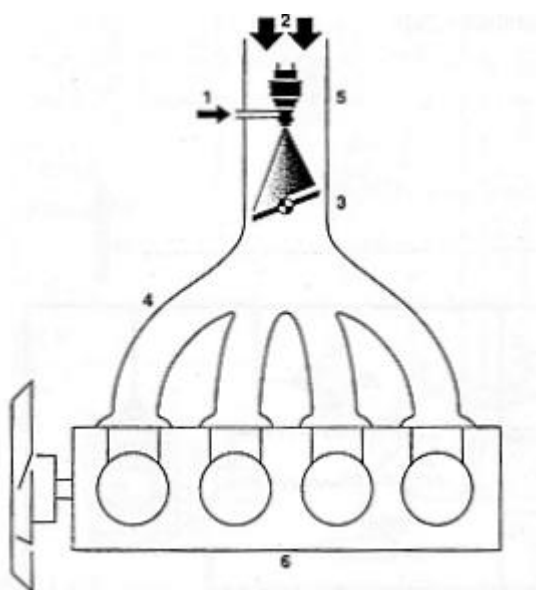
Úkolem vstřikovacího systému je připravit každému provoznímu stavu motoru co nejlepší směs se správným poměrem paliva a vzduchu. Nejpoužívanější systémy na přípravu směsi jsou systémy vstřikování paliva. Plní požadavky na hospodárný provoz motoru, nízké emise zplodin ve výfukových plynech a jsou schopné přesně dávkovat palivo v různých jízdních režimech.

Dnes používané systémy vstřikování benzínu jsou tři:

- 1) centrální (jednobodové) vstřikování,
- 2) vícebodové vstřikování,

3) přímé vstřikování.

Centrální vstřikování spočívá v cyklickém vstřikování paliva do sacího potrubí jedním elektromagneticky ovládaným ventilem. Ventil je umístěn nad škrticí klapkou a je společný pro všechny válce. Elektromagnet ventilu ovládá řídicí jednotka motoru. Tento typ vstřikování se hodí pro motory o výkonu do 80 kW, motory v této výkonové kategorii jsou většinou čtyřválcové a směr nemá tak dlouhou cestu do válce jako v případě víceválcového motoru. Navíc víceválcový motor by ve větších otáčkách trpěl nedostatkem paliva, protože by jeden vstřikovač nestačil všechny válce dostatečně zásobit.



Obrázek 2: Centrální vstřikování paliva [18]

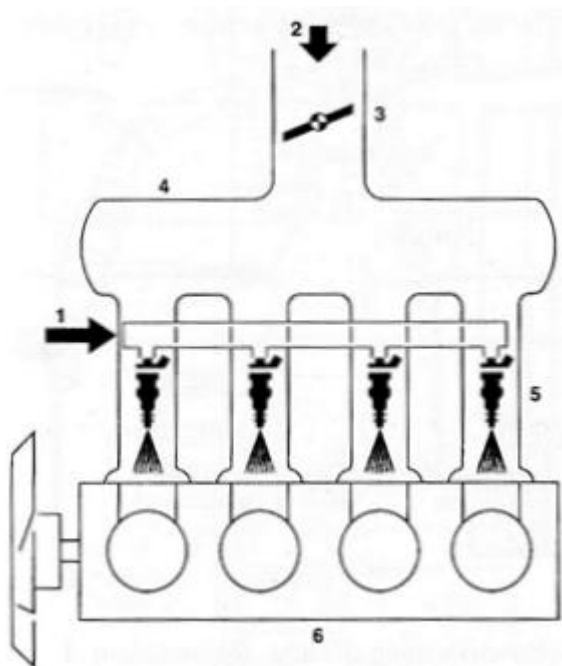
1 – palivo, 2 – vzduch, 3 – škrticí klapka, 4 – sací potrubí, 5 – vstřikovač, 6 – motor

Při provozu motoru se objevují i stavy tzv. přechodové, které vznikají při brzdění motorem nebo při prudké změně zatížení. Pro tento případ jsou v řídicí jednotce uloženy korekční charakteristiky, aby chod motoru v těchto stavech byl plynulý. Samotný režim motoru je určován podle aktuálních otáček a polohy škrticí klapky, která je určována potenciometrem na hřídeli klapky. Z pole charakteristik uloženého v řídicí jednotce je určena délka vstřiku, která je při konstantním tlakovém spádu za tryskou, přímo úměrná dávce paliva. Doba vstřiku je také korigována na základě teploty chladicí kapaliny, teploty nasávaného vzduchu a množství kyslíku ve spalínách.

Při náhlém sešlápnutí plynového pedálu je směs chudá. Je proto třeba v tento moment zvýšit dávku paliva. Je to realizované pomocí prodloužené délky vstříku na základě vyhodnocení rychlosti změny polohy škrticí klapky. Při jízdě z kopce a uvolnění pedálu akcelérátoru je u všech systémů vstřikování paliva škrticí klapka přesunuta do volnoběžné pozice. Přitom jsou otáčky motoru větší než volnoběžné a dochází k zastavení dávky paliva. Tento režim se nazývá brzdění motorem.

Díky přesnému dávkování paliva a oddělenému měření množství paliva a vzduchu u vstřikovacích systémů můžou být sací kanály lépe tvarovány. Tvarováním lze docílit optimálního proudění vzduchu a tím dosáhnou vyššího měrného výkonu a lepšího průběhu točivého momentu než u motorů s karburátorem, kde byly sací kanály někdy mírně škrceny.

U **vícebodového vstřikování** dochází ke vstřikování paliva přímo před sací ventil každého válce. Každému válci je tímto přiřazen jeden vstřikovač a je zabezpečeno rovnoměrné plnění válců palivem a zároveň je odstraněno kondenzování paliva na studených stěnách sacího potrubí při nízkých teplotách.

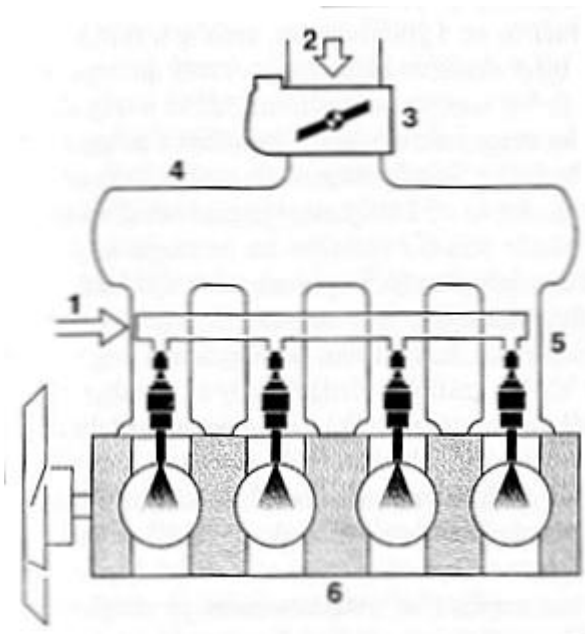


Obrázek 3: Vícebodové vstřikování paliva [18]

1 – palivo, 2 – vzduch, 3 – škrticí klapka, 4 – sací potrubí, 5 – vstřikovače, 6 – motor

Přímé vstřikování benzínu spočívá v umístění vstřikovačů přímo do hlavy válce tak, aby proud vstříknutého paliva byl nasměrován přímo pod zapalovací svíčku. Při

provozu motoru s přímým vstřikem paliva je nutné zajistit přesné vyladění střídání režimu s vrstvenou směsí a homogenní směsí.

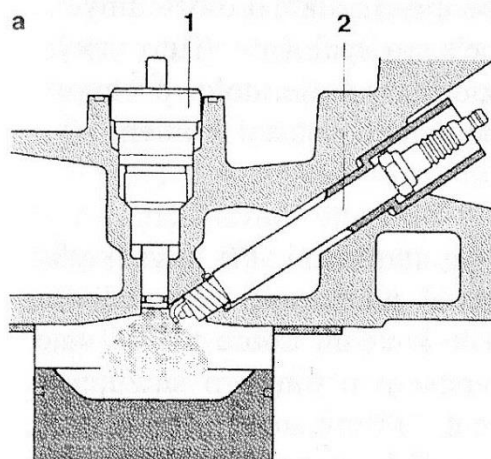


Obrázek 4: Přímý vstřik paliva [18]

1 – palivo, 2 – vzduch, 3 – škrticí klapka, 4 – sací potrubí, 5 – vstřikovače, 6 – motor

Ve spalovacím prostoru je mezi ventily umístěna zapalovací svíčka a ze strany je umístěn vstřikovač. Na pístu je speciální vybrání, které usměrňuje tok paliva. Zvláště tvarovaný spalovací prostor dotváří hlava válce. V sacím kanálu je umístěna speciální klapka (tumble), která ho dělí na dvě části. Tato klapka má za účel vytvářet vrstvené plnění.

V režimu částečného zatížení pracuje motor s velkým přebytkem vzduchu. Aby bylo možné směs zapálit, je naprosto nezbytné vytvořit v okolí zapalovací svíčky pomocí zvláštního tvaru spalovacího prostoru víření směsi kolmé na osu válce – tumble proudění. Tím se docílí bohatší směsi přímo u zapalovací svíčky, přitom v jiných částech válce je téměř čistý vzduch. Při režimu vrstveného plnění je tumble klapka uzavřena a vzduch do válce proudí pouze vrchní částí kanálu. Tento režim se využívá do poloviny zátěže motoru a do poloviny jeho jmenovitých otáček. Když stoupne zatížení motoru, motor pracuje nejdříve v režimu chudé směsi ($\lambda \approx 1,5$), režim s vrstvenou směsí. Potom se začne tumble klapka otvírat až je sací kanál volný v plném průřezu a motor pracuje v režimu homogenní směsi ($\lambda \leq 1$).



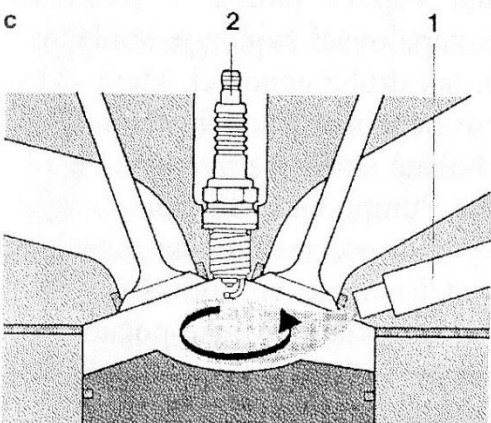
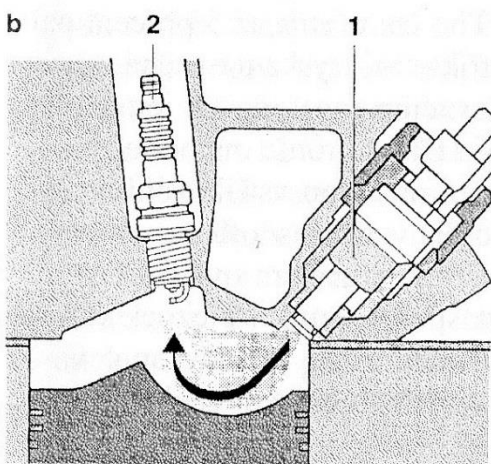
a – spalování vedené paprskem

b – spalování vedené stěnou

c – spalování vedené vzduchem
(tumble)

1 – vstřikovač

2 – zapalovací svíčka

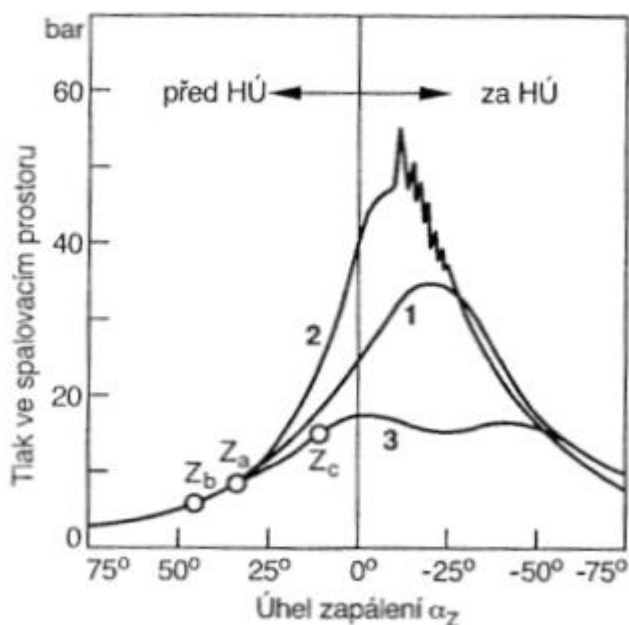


Obrázek 5: Systémy tvoření směsi přímého vstřikování paliva [18]

3.2 Zapalovací systémy

Všechny zážehové motory používají k zapálení směsi elektrickou jiskru z cizího zdroje. K tomu, aby zapalovací zařízení bylo schopno zapálit směs ve všech provozních

podmínkách, je třeba transformovat palubní 12V napětí na 8000 až 24000 V. Zároveň musí být dostatek energie pro zapálení směsi v každém pracovním cyklu motoru a zápalná jiskra byla k dispozici po co nejdelší dobu hoření. Bod zážehu se musí posouvat v závislosti na otáčkách motoru, jeho zatížení a provozních teplotách. Toto přizpůsobení vede ke snížení spotřeby paliva, k optimalizaci průběhu točivého momentu motoru a v neposlední řadě také ke snížení emisí škodlivin. Kromě toho zabraňuje vzniku tzv. detonačního hoření, které může vést až k poškození motoru. Provedení zapalovacího systému u zážehových motorů se liší ve způsobu získání vysokého napětí, způsobu jeho přenosu a rozdělení a způsobem regulace předstihu.



Obrázek 6: Vliv úhlu předstihu na tlak ve spalovacím prostoru [18]

- 1 – správný předstih, zapálení ve správném okamžiku Z_a
- 2 – velký předstih, zapálení příliš brzy Z_b (detonace při hoření)
- 3 – malý předstih, zapálení příliš pozdě Z_c

Okamžik zapálení je závislý zejména na aktuálních otáčkách motoru a jeho zatížení. Závislost na otáčkách je z toho důvodu, že doba hoření směsi je konstantní při konstantním plnění a konstantním složení směsi. Proto se stoupajícími otáčkami musí dojít k dřívějšímu zapálení směsi, aby byl čas na dokonalé spálení směsi. Závislost na zatížení motoru je dána ochuzením směsi zbytkovými plyny při částečném zatížení a menším naplněním válce. Tento jev způsobuje zvýšené prodloužení hoření a nižší

rychlost hoření směsi, tzn., okamžik zapálení musí být přesunut do polohy většího předstihu.

Chování zapalování v závislosti na otáčkách a zatížení je zpracováno do funkce regulace předstihu. Poloha klikového hřídele před horní úvratí v okamžiku zapálení směsi udává předstih zážehu.

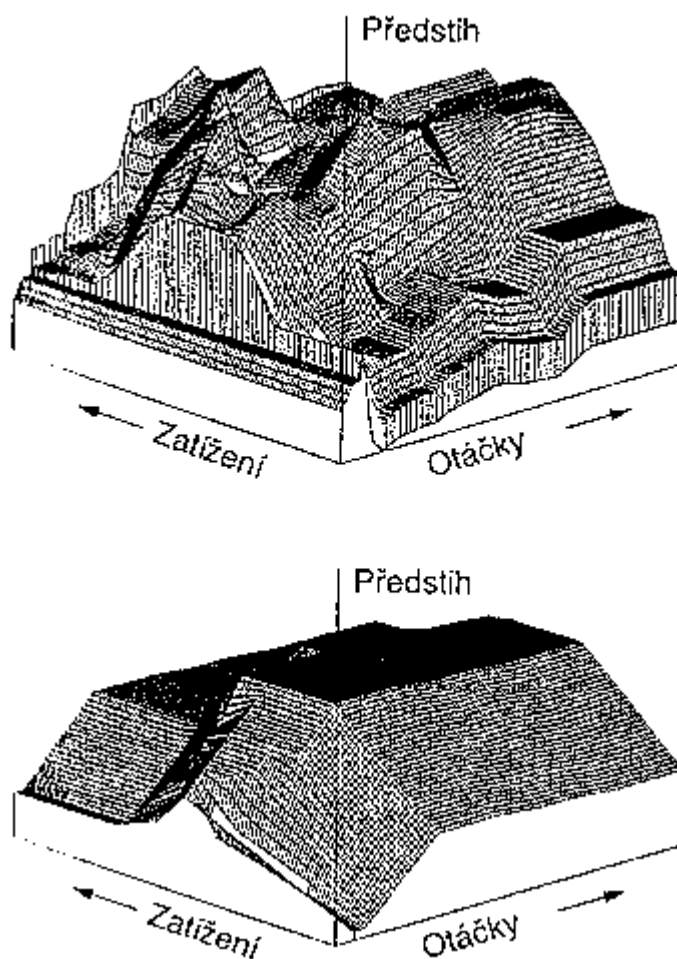
U elektronických systémů zapalování jsou kromě otáček a zatížení motoru zohledněny ještě další vlivy např. teplota nebo změna složení směsi. Hodnoty ze všech senzorů jsou vyhodnocovány a je z nich potom v řídicí jednotce vypočítán předstih.

Vliv předstihu na spotřebu paliva je nepřímo úměrný. Při vyšším předstihu (směs je zapálena dříve) klesá spotřeba paliva při odpovídající změně směsi. Je to dáno tím, že chudší směs musí být zapálena dříve z důvodu pomalejšího hoření. Tím je zajištěn optimální průběh spalování.

Souvislost mezi předstihem a náchylností ke klepání se projevuje dřívějším zapálením směsi. Pokud totiž dojde k zapálení směsi příliš brzy, dojde v důsledku tlakové vlny k dodatečnému zapálení směsi na různých místech spalovacího prostoru. Směs tak prohořívá nerovnoměrně a dochází k velkému nárůstu tlaku ve spalovacím prostoru a jeho silnému kolísání. Tento jev se nazývá klepání a je dobře slyšitelný v nižších otáčkách, vzniká i ve vyšších otáčkách, ale tam jeho zvukový projev přehlušuje hluk motoru.

Předstih pro určitý provozní bod motoru je upraven podle různých hledisek např. spotřeba paliva, točivý moment, emise výfukových plynů, vzdálenost hranice klepání, teplota motoru atd. Podle optimalizačního kritéria mají různá hlediska různou váhu, proto vypadá pole charakteristik velmi rozpolceně (horní část obrázku 7) oproti hladšímu poli mechanického zapalování v dolní části obrázku 7. Pokud by měl být pro větší názornost zobrazen vliv teploty nebo jiných korekčních funkcí, bylo by zapotřebí čtyřrozměrné pole charakteristik.

Signál odebíraný ze snímače podtlaku používá zapalování jako signál zatížení motoru. Z tohoto signálu a otáček je vytvořeno trojrozměrné pole charakteristik předstihu, které umožňuje pro každý bod zatížení a otáček určit nejvhodnější hodnotu předstihu. V celém poli charakteristik je naprogramováno dle požadavků až 4000 samostatně vyvolatelných hodnot předstihu.



Obrázek 7: Mapa předstihu pro různé otáčky a zatížení [18]

Charakteristika zapalování se stanovuje v průběhu řady pokusů již při vývoji motoru a je trvale naprogramována v řídicí jednotce. Čím přesněji je pomocí snímačů zaznamenán provozní stav motoru, tím přesněji lze dodržet optimální hodnotu předstihu. [16, 17, 18]

4 POUŽITÉ MATEMATICKO-STATISTIKÉ METODY

Metod, které existují a dají se použít je velmi mnoho, jsou vybrány pouze ty, které připadají v úvahu a jsou zajímavé z pohledu řešení vytyčeného cíle práce.

4.1 Aproximace funkce

Aproximace spočívá v náhradě daného množství bodů získaného měřením spojitou funkcí F definované na intervalu (a, b) . Funkce je určena konečným počtem parametrů a ve všech ohledech dalšího zpracování a výpočtů je lepší a výhodnější než naměřené body. Například lze efektivně počítat její hodnoty derivace, extrémy atd. Z tohoto hlediska jsou nejvýhodnější polynomy. Náhradní funkce F musí být k dané skupině bodů „co nejlíže.“ v případě interpolace se této blízkosti dosahuje tím, že hodnoty funkce F a skupiny bodů, případně jejich derivace, se shodují v daných bodech $x_0, x_1, \dots, x_n$. Při aproximaci metodou nejmenších čtverců je požadavek, aby byl minimální součet druhých mocnin.

Aproximace znamená aproximovat funkci f nebo skupinu naměřených bodů nějakou kombinací, nejčastěji lineární kombinací, funkcí z nějaké speciální třídy funkcí. Nejznámějším příkladem je aproximace funkce f prvními N členy Taylorova rozvoje. Jiným příkladem je lichoběžníkové pravidlo, kde je graf funkce f aproximován lomenou čarou. Aproximace je jak v prvním případě v celém daném intervalu, tak v případě lichoběžníkového pravidla ve všech dílčích intervalech tvořena lineární kombinací funkcí z třídy $\{x^n\}, n = 0, 1, \dots$. Obecně lze vzít třídu $\{p_n(x)\}$, kde $p_n(x)$ je polynom n -tého stupně. Jiná třída, která se využívá vzhledem k důležitosti periodických funkcí, je třída goniometrických funkcí $\left\{\sin\left(n x \frac{2p}{L}\right), \cos\left(n x \frac{2p}{L}\right)\right\}, n = 0, 1, \dots$. Je ovšem řada jiných tříd funkcí, například exponenciální funkce, které mohou vést ve speciálních případech k užitečným aproximacím. Pro obecné aplikace jsou však polynomy a goniometrické funkce daleko důležitější.

4.1.1 Typy aproximací

Budiž $f(x)$ funkce, která bude aproximována pomocí třídy funkcí $\{g_n(x)\}, n = 0, 1, \dots$. Je předpoklad, že funkce $f(x)$ je aproximována lineární kombinací funkcí $g_n(x)$, takže

$$f(x) \approx a_0 g_0(x) + a_1 g_1(x) + \dots + a_m g_m(x), \quad (1)$$

kde a_i , $i=0, 1, \dots, m$ jsou konstanty. Tato aproximace je aproximací lineárního typu.

Ústředním bodem problému aproximace je kritérium pro volbu konstant. Tři způsoby, jak lze konstanty určit vedou na tři typy aproximací zásadní důležitosti:

- Interpolační aproximace, kde konstanty jsou voleny tak, že v bodech x_i , $i=0, 1, \dots, p$ souhlasí hodnoty aproximační funkce a jejích prvních r_i derivací (kde r_i je nezáporné celé číslo) s hodnotami funkce f a jejích příslušných derivací (až na zaokrouhlovací chyby).
- Aproximace metodou nejmenších čtverců neboli aproximace v průměru, kde je účelem minimalizovat integrál čtverce rozdílu mezi funkcí f a příslušnou aproximací (případně násobeného vhodnou váhovou funkcí) v intervalu $\langle a; b \rangle$ nebo jen minimalizovat součet čtverců chyb na diskrétní množině bodů $z \in \langle a; b \rangle$.
- Čebyševova aproximace, kde cílem je minimalizovat maximum absolutní hodnoty rozdílu mezi funkcí f a její aproximací (opět případně násobeného vhodnou váhovou funkcí) v intervalu $\langle a; b \rangle$. [2, 14]

4.2 Regresní analýza

Regresní analýza je statistická metoda pro modelování závislosti jedné nebo několika měřitelných spojitých vysvětlovaných veličin (v matematice někdy nazývaných jako závisle proměnných) $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ na jedné nebo několika nenáhodných rovněž měřitelných spojitých vysvětlujících veličinách (nezávisle proměnných) $X_1, X_2, \dots, X_m$. Regresní přístup je použitelný nejen pro údaje pocházející z plánovaných experimentů a z pečlivě připravených a provedených náhodných výběrů, ale někdy i pro údaje, které jsou výsledkem blíže nespecifikovaného pozorování nebo dokonce nějakého neznámého zjišťování.

Základní motivací regresní analýzy je snaha a potřeba nepřímo působit na vysvětlované proměnné volbou, ovlivňováním nebo alespoň snadnějším odhadem hodnot vysvětlujících proměnných. Je jistě příjemné dosazovat do rovnice a dostávat dobré regresní odhady ve smyslu žádaných interpolací či extrapolací. Splnění tohoto úkolu však vyžaduje, aby mezi vysvětlovanou proměnnou a vysvětlujícími proměnnými existoval kvantifikovatelný vztah, přesněji existovala matematicky popsateľná závislost

vysvětlovaných proměnných na vysvětlujících proměnných. Zobrazením této závislosti je regresní model, jehož rozhodující součástí je regresní funkce.

Výběr vhodné metody řešení je velmi obtížný úkol, je nutné kombinovat různé postupy a přístupy, pochopit plně data, která jsou k dispozici s tím, že interpretace výsledků zkoumání závislosti sledovaných proměnných vyžaduje mimo jiné i velkou obezřetnost a analytické zkušenosti. Ačkoli výpočty používané při odhadování měř závislosti mohou být zcela správné, tak samotný regresní odhad mít nejen náhodnou, ale i systematickou chybu. Důvodem zkreslení může být použitá metoda, chybné výchozí informace, neadekvátní předpoklady anebo jiné důležité neuvažované okolnosti. Nalezení statisticky významné závislosti Y na X ani zdaleka není zárukou skutečně existujícího příčinného vztahu. Definice příčinné (kauzální) závislosti Y na X vyžadující, aby změny X vždy vyvolávaly změny Y , vytváří představu, že jediným potvrzením příčinného vztahu je experimentální důkaz změn hodnot Y při změně hodnot X . Tento důkaz často bývá neproveditelný, nepraktický, neekonomický či z jiného důvodu nevhodný. Pak je zřejmá potřeba obecných hodnoticích hledisek a do popředí vstupuje i celková užitečnost statistických postupů, opírajících se o napozorované vztahy mezi proměnnými.

V úvahu přichází tato obecná kritéria:

- Posouzení existence statistické závislosti ve smyslu změn rozdělení vysvětlované proměnné při systematických změnách kombinací hodnot či variant vysvětlujících proměnných. Čím větší jsou změny v úlohách, které jsou časově, prostorově a věcně odlišné, tím větší je naděje na vyloučení nesprávného závěru o existenci příčinného vztahu.
- Systematické změny průměrných hodnot vysvětlované proměnné při systematických změnách hodnot vysvětlujících proměnných jsou signálem existence závislosti.
- Časový předstih hodnot vysvětlujících proměnných před hodnotami vysvětlované proměnné je nutnou podmínkou k tomu, aby změny vysvětlujících proměnných mohly být označeny za důvod změn hodnot vysvětlované proměnné.

- Konzistence výsledků v tom smyslu, že si neodporují výsledky různých studií zaměřených na stejnou kauzální hypotézu, a tedy vedou ke stejným nebo podobným výsledkům.
- Soulad s teorií, jehož důsledkem může být rovnováha mezi získanými daty a stupněm poznání příslušného vědního oboru. To nevylučuje možnost, že dosavadní znalosti mohou být nedostatečné pro vysvětlení některých nových zjištění.
- Soulad s dřívějšími poznatky a zkušenostmi, díky kterým je možné zapojit do ryze statistického přístupu i nevýběrové informace a lidský úsudek.

Jedna příčina a jeden důsledek, což je zjednodušující, ale velmi přísný a mnohdy nerealistický požadavek, protože mnohé zkoumané příčiny mají vícenásobný efekt, jako i naopak mnohá zjištění mají více než jednu příčinu.

4.2.1 Regresní funkce

Regresní funkce je definovaná jako podmíněná střední hodnota určité náhodné veličiny vzhledem k různým hodnotám jiné náhodné veličiny nebo vzhledem k různým kombinacím hodnot jiných náhodných veličin. Například podmíněná střední hodnota $E(Y|X=x)=E(Y|x)$ je funkcí hodnot x , takže její velikost je závislá na tom, jaké hodnoty veličina X nabude.

Veličiny $X_1, X_2, \dots, X_k$ jsou v regresních úlohách určeny k tomu, aby byly s jejich pomocí určeny nebo odhaleny hodnoty Y . Jsou-li hodnoty těchto veličin dané, známé, pod kontrolou nebo alespoň snadněji odhadnutelné než hodnoty veličiny Y , pak hypoteticky by nebyl žádný problém dosadit libovolně zvolenou kombinaci hodnot do známé regresní funkce, a tak určit očekávanou hodnotu Y . Nejen, že v konkrétních úlohách skutečná regresní funkce není nikdy známa a kombinace hodnot veličin $X_1, X_2, \dots, X_k$ jsou jen zřídka dané, ale navíc lze jen stěží tyto veličiny označit za kompletní okruh příčin odlišnosti hodnot veličiny Y . Nicméně tyto veličiny pomáhají vysvětlit pravděpodobnostní chování zkoumané veličiny Y a usnadňují odhad její podmíněné střední hodnoty. Náhodná veličina Y je v postavení důsledku a říká se jí vysvětlovaná proměnná, zatímco náhodné vysvětlující proměnné $X_1, X_2, \dots, X_k$ jsou v postavení příčin. V regresní úloze je jejich úkolem vysvětlit odlišnosti hodnot veličiny Y .

Modelovacím cílem je popsat hlavní rysy zkoumané závislosti výstupu y na vstupu X , přičemž záleží na především na tom, zda:

- jsou oprávněné představy o charakteru závislosti, které jsou vyjádřené formou zvolené regresní funkce;
- má uživatel možnost si pořídit potřebná data a s jejich pomocí získat kvalitní odhady neznámých parametrů této funkce;
- jsou hodnoty vysvětlujících veličin volitelné nebo snadněji odhadnutelné než hodnoty vysvětlované proměnné.

Nesporné je, že zatímco hodnoty některých veličin jsou snadno dostupné, dají se určit nebo jednoduše změřit či zjistit, hodnoty jiných veličin se určují nebo ovlivňují velmi nesnadno. Jejich hodnoty se lze dovědět teprve dodatečně a jejich předpověď je obtížná nebo nemožná. Existují-li však mezi těmito dvěma druhy veličin nějaké vazby, vztahy či závislosti, lze hodnoty veličin, jež jsou zcela nebo částečně pod kontrolou, více či méně přesně odhadnout hodnoty veličin, jež pod kontrolu nemáme. Znamená to však tyto závislosti, vztahy a vazby popsat, vyjádřit a matematicky formulovat, čímž se je definován hlavní úkol regresní analýzy.

4.2.2 Regresní modely a jejich kvalifikace

Obtížnost konstrukce regresního modelu souvisí řadou nejistot zcela zásadního charakteru. Z věcné analýzy i z konkrétních dat je možno získat mnoho informací, ale nakonec je nutné předpokládat:

- součtový nebo součinnový vliv uvažovaných nebo neuvažovaných činitelů
- určitý typ regresní funkce
- pravděpodobnostní chování a rozdělení rušivé složky
- konkrétní okruh rozhodujících vysvětlujících proměnných $X_1, X_2, \dots, X_k$.

Statistik by měl na základě minulých empirických zkušeností s úlohou podobného či stejného typu využít všech dostupných věcných znalostí problematiky a pomocí konkrétního souboru pozorování y_i, x_{ij} ($i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, k$) vybrat pokud možno nejlepší z alternativních regresních funkcí.

Zvláštní postavení mezi regresní modely mají lineární modely. Linearitu chápat z různých hledisek, ale většinou se preferuje hledisko neznámých parametrů regresní funkce (za účelem výběru vhodné metody odhadů parametrů) a někdy i hledisko vysvětlujících proměnných (za účelem lepší představy o grafickém průběhu regresní funkce jedné vysvětlující proměnné a také z důvodu snadnější interpretace výsledků).

Lineární zjednodušení je velmi oblíbené při větším počtu vysvětlujících proměnných, ale i v případech kdy teorie daného příslušného vědního oboru nenabízí žádné nebo téměř žádné možnosti. Všimněme si nejpoužívanějších typů jednorovnicových regresních modelů se zvláštním zaměřením na modely lineární.

4.2.2.1 Zcela lineární model

Zcela lineární regresní model je určitě správný v případě vícerozměrného normálního rozdělení uvažovaných náhodných veličin, ale lineární zjednodušení bývá úspěšné ve všech úlohách s větším počtem vysvětlujících proměnných, nenabízí-li teorie daného vědního oboru jiné rozumné alternativy. Ve zcela lineárním modelu se předpokládá součtový vliv všech činitelů a regresní funkcí je rovnice nadroviny.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_k X_k + \varepsilon, \quad (2)$$

kde β_0 je absolutní člen a $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ jsou strukturní parametry nebo též (dílčí) regresní koeficienty. Například parametr β_1 je interpretován jako očekávaná změna veličiny Y při jednotkovém růstu veličiny X_1 za předpokladu už uvažovaného, a tudíž statisticky konstantního vlivu vysvětlujících proměnných $X_2, X_3, \dots, X_k$, a analogicky je hodnocen význam ostatních dílčích regresních koeficientů. ε značí reziduum, chybu, odchylku od skutečnosti. Model regresní přímky $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \varepsilon$ je speciální případ pro jednu vysvětlující proměnnou a model regresní roviny $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon$ je speciální případ pro dvě vysvětlující proměnné ($k = 2$).

4.2.2.2 Racionální celistvé a lomené funkce

Velmi často se používá regresní model, který je lineární z hlediska všech parametrů, ale nelineární z hlediska vysvětlujících proměnných. Oblíbené jsou především modely s jednou vysvětlující proměnnou. V této skupině je asi nejznámější model regresní paraboly s -tého stupně $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \dots + \beta_s X^s + \varepsilon$ a zvláště regresní parabola 2. stupně, kdy $s = 2$. Častý je i model regresní hyperboly s -tého stupně $Y = \beta_0 + \beta_1 X^{-1} + \beta_2 X^{-2} + \dots + \beta_s X^{-s} + \varepsilon$ a její speciální případ pro $s=1$.

4.2.2.3 Modely lineární v parametrech

Zobecněním předchozích dvou a dalších případů je model, který je lineární z hlediska všech parametrů

$$Y = \beta_0 + \beta_1 f_1 + \beta_2 f_2 + \dots + \beta_r f_r + \varepsilon, \quad (3)$$

ve kterém $f_1=f_1(X_1, X_2, \dots, X_k)$, $f_2=f_2(X_1, X_2, \dots, X_k)$, ..., $f_r=f_r(X_1, X_2, \dots, X_k)$ jsou libovolné, ale známé funkce (tzv. regresory) vysvětlujících proměnných, neobsahující žádné další neznámé parametry. Předpokládá se, že každá z k vysvětlujících proměnných je v regresním modelu zastoupená alespoň jedním z r regresorů, takže $r \geq k$. Používání pojmu regresor místo již zavedeného pojmu vysvětlující proměnná je z důvodu odlišení souboru původních (zvolených nebo zjištěných) hodnot proměnných od uměle vytvořených (vypočtených) hodnot regresorů.

4.2.2.4 Modely převoditelné transformací na lineární model

Pro exponenciální, mocninné, různě kombinované a další regresní funkce je rozumnější předpokládat obecně součinnový (multiplikativní) typ regresního modelu ve tvaru

$$Y = \eta \varepsilon \quad (4)$$

ve které je η regresní funkce a ε rušivá složka. Časté je použití lineární exponenciální regresní funkce $\eta = \beta_0 \beta_1^x$, modelu kvadratické exponenciály ve tvaru $\eta = \exp(\beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \varepsilon)$, jakož i obecného lineárně-exponenciálního modelu s k vysvětlujícími proměnnými zapsaného ve tvaru $\exp(\beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 X^2 + \dots + \beta_k X^k + \varepsilon)$. Oblíbené jsou rovněž různé formy mocninných regresních funkcí nebo další kombinace uvedených i jiných typů.

4.2.2.5 Metody nelineární z hlediska parametrů

Lineární modely jsou pro svou jednoduchost velmi oblíbené, ale skutečné vztahy mezi veličinami různých vědních oborů bývají většinou nelineární. Nelineární modely je možné třídit podle odlišných kritérií a tak dojít k velkému počtu rozmanitých typů. V přírodních, technických i společenských vědách se používají nejrůznější typy nelineárních modelů. Například v ekonomické literatuře najdeme téměř 20 věcně zdůvodněných nelineárních produkčních funkcí a podobně je tomu v oblasti spotřeby, poptávky, investic a dalších. Nelineární modely je možné třídit, např. podle stupně a formy nelinearity. Touto problematikou se zabývá podrobně nelineární regrese.

4.3 Vyrovnávací kritéria

Vyrovnáním napozorovaných n bodů, ve dvourozměrném i vícerozměrném prostoru, se rozumí nahrazení hodnoty y_i vysvětlované proměnné Y vyrovnanými (teoretickými, odhadnutými, vypočtenými, modelovými) hodnotami $\hat{y}_i$, získanými dosazením odpovídajících kombinací hodnot vysvětlujících proměnných do odhadnuté regresní funkce. Aproximativní charakter každého vyrovnání vyplývá ze samotné podstaty stochastických vztahů mezi veličinami a je přirozeným důsledkem existence rušivé složky ε i všech zjednodušení a chyb, kterých jsme se dopustili při konstrukci regresního modelu.

Nejlepší vyrovnání je takové, při kterém je celková chyba nejmenší. Celkové chyby mohou být vyjádřeny různými způsoby. Běžně se používají rozdíly (rezidua) $e_i = y_i - \hat{y}_i$. Nemá-li regresní model vážné nedostatky, lze hodnoty reziduí e_i brát jako hodnotu rušivé složky ε . Tyto odhady jsou tím horší, čím méně oprávněné jsou vyslovené požadavky a předpoklady, a to nejen o pravděpodobnostním chování této složky. Platí, že zvyšováním počtu regresorů v regresním modelu má za následek menší absolutní i relativní rozdíly. Navíc není problém zabezpečit, aby součet všech reziduí byl nulový. K nulovému součtu reziduí stačí, aby bodem $(\bar{x}, \bar{y})$, určeným aritmetickými průměry $\bar{x}$, $\bar{y}$ (vypočtených z hodnot x_i a y_i , $i=1, 2, \dots, n$). Takových přímek je nekonečné množství, takže požadavek nulového součtu reziduí je sice oprávněný a rozumný, ale nedostatečný. Tudiž požadavek nulového součtu reziduí nestačí k nalezení vhodné regresní funkce. Existují různé možnosti, jak odstranit rušící se kladné a záporné chyby, jakož i různá kritéria kvality vyrovnání. Nejpoužívanějším vyrovnávacím požadavkem i kritériem je co nejmenší reziduální součet čtverců.

4.4 Metoda nejmenších čtverců

Na minimalizaci reziduálního součtu čtverců jsou založeny různé varianty metody nejmenších čtverců. Při použití metody nejmenších čtverců není sice výslovně požadováno normální rozdělení veličin Y a ε , ale není obtížné se přesvědčit, že při splnění tohoto požadavku vede tato metoda ke stejnému odhadu parametrů lineární regresní funkce jako metoda maximální věrohodnosti. Dokonce při splnění dalších požadavků vede metoda nejmenších čtverců k nejlepším odhadům parametrů regresní funkce. Nejsou-li však splněny tyto podmínky, je-li kvalita výchozích údajů nízká, neplatí-li předpoklady o pravděpodobnostním chování rušivé složky, jsou-li odchylky

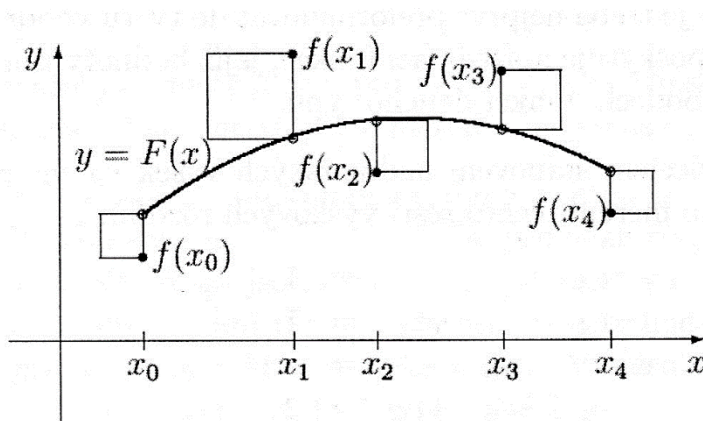
od normality poměrně značné nebo vyskytují-li se v souboru vybočující či extrémní pozorování, je ohrožena kvalita odhadů pořázených minimalizací reziduálního součtu čtverců.

Kritérium nejmenších čtverců dává všem pozorováním stejnou váhu. Má-li však náhodná složka ε rozdělení s těžšími konci, tedy s konci, které mají větší pravděpodobnosti než v případě normálního rozdělení, není dobré dávat všem reziduům stejnou váhu a lepší je dávat větším reziduům menší váhu, a tím znevýhodňovat výjimečná (možná z hlediska úlohy chybná) pozorování. Samozřejmě záleží na oprávněnosti učiněných předpokladů, ale důležitá je i volba vhodného vyrovnávacího kritéria.

V mnoha situacích je třeba nahradit danou funkci f jednodušší funkcí F a je nevhodné nebo nemožné použít interpolace. Například v situaci, kdy v uzlech interpolace $x_0, x_1, \dots, x_n$ jsou dány hodnoty nepřesně, přenáší se hodnoty i na interpolant. Interpolace je nepoužitelná i v případech, kdy je požadována aproximace funkcí jistého typu a přitom žádná funkce tohoto typu interpolantem není. Proto pro metodu nejmenších čtverců platí požadavek, aby součet

$$(F(x_0) - f(x_0))^2 + \dots + (F(x_n) - f(x_n))^2 \quad (5)$$

byl minimální. Obrázek č. 8 ilustruje hodnotu tohoto součtu graficky. Od tohoto grafického významu je název metody odvozen, [2, 6].



Obrázek 8: Grafické znázornění metody nejmenších čtverců [2]

4.5 Grafická analýza reziduálních hodnot

Regresní funkce jednoduchým způsobem vystihuje vztah mezi závisle a nezávisle proměnnou. Odchytky od tohoto vztahu jsou také důležité. Například je zájem o hodnoty, které jsou v dané konfiguraci dat neobvyklé, nebo je požadavek se přesvědčit, zda je vztah skutečně lineární nebo nelineární. K tomu slouží především grafická analýza dvojrozměrného bodového grafu údajů $\{(x_i, y_i)\}$. Také analýza reziduálních hodnot pomáhá ověřit kvalitu proložení dat přímkou a odhalit neobvyklé hodnoty. Sestrojuje se histogram reziduálních hodnot e_i nebo dvojrozměrný bodový graf, jenž zachycuje jejich vztah k hodnotám nezávisle proměnné X . Také je třeba vidět ovlivnění velikosti reziduálních hodnot jinými proměnnými, např. časovým okamžikem, v němž byly hodnoty získány.

4.6 Korelační analýza

V nejobecnějším smyslu, slovo „korelace“ označuje míru stupně asociace dvou proměnných. Říká se, že dvě proměnné jsou korelované (resp. asociované), jestliže určité hodnoty jedné proměnné mají tendenci se vyskytovat společně s určitými hodnotami druhé proměnné. Míra této tendence může sahát od neexistence korelace (všechny hodnoty proměnné Y se vyskytují stejně pravděpodobně s každou hodnotou proměnné X) až po absolutní korelaci (s danou hodnotou proměnné X se vyskytuje právě jedna hodnota proměnné Y). Pro měření korelace byla navržena řada koeficientů. Liší se podle typů proměnných, pro které se využívají. Statistické usuzování o korelačních koeficientech se opírá o teorii pravděpodobnosti pro společné rozdělení dvou nebo více náhodných proměnných.

Při zkoumání korelačních vztahů má rozhodující význam kvalitativní rozbor příslušného materiálu. Nemá smysl měřit závislost tam, kde na základě logické úvahy nemůže existovat. Často je zbytečné měřit závislosti i z jiných důvodů. Je to zejména tehdy, když je korelace způsobena:

- Formálními vztahy mezi proměnnými (formální korelace) – vzniká např. tehdy, když se zjišťuje korelace procentuálních charakteristik, jež se navzájem doplňují do 100% (např. korelace procentuálního zastoupení bílkovin a tuku v potravinách)

- Nehomogenitou studovaného základního materiálu – jestliže populace, kterou sledujeme, obsahuje subpopulace, pro něž se průměrné hodnoty proměnných X a Y liší, vypočítané vztahy jsou touto nehomogenitou silně ovlivněny a jejich hodnoty nepopisují skutečný vztah mezi uvažovanými proměnnými. Nehomogenita materiálu se projeví na bodovém grafu tak, že shluky bodů pro subpopulace se budou nacházet v různých oblastech souřadnicového systému.

Působením společné příčiny – příkladem tohoto typu korelace jsou vztahy mezi některými mírami těla, např. mezi délkou levé a pravé ruky. Jiným známým příkladem jsou zdánlivé korelace způsobené časovým faktorem nebo faktorem modernizace u dvou řad údajů.

4.6.1 Pearsonův korelační koeficient

Přes některé své nedostatky zůstává Pearsonův korelační koeficient r nejdůležitější mírou síly vztahu dvou náhodných spojitých proměnných X a Y . Počítá se z n párových hodnot $\{(x_i, y_i)\}$ změřených na n jednotkách náhodně vybraných z populace. Korelační koeficient r nabývá hodnot z intervalu $\langle -1; 1 \rangle$. Jestliže má hodnotu 1 nebo -1, pak y -souřadnici bodu lze přesně spočítat pomocí lineárního vztahu z jeho x -souřadnice. Korelační koeficient r se počítá pomocí tzv. kovariance s_{xy} a směrodatných odchylek s_x a s_y obou proměnných:

$$s_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n - 1} \quad (6)$$

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} \quad (7)$$

Vzorec s kovariancí pomáhá porozumět tomu, že r má kladnou hodnotu, pokud asociace proměnných je pozitivní. Tuto interpretaci lze ještě lépe pochopit při výpočtu r pomocí standardizovaných hodnot. Platí totiž vzorec

$$r_{xy} = \frac{1}{n - 1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s_x} \right) \left(\frac{y_i - \bar{y}}{s_y} \right) = \frac{\sum_{i=1}^n x_i' y_i'}{n - 1}, \quad (8)$$

kde x' a y' označují standardizované hodnoty.

Důležité vlastnosti Pearsonova korelačního koeficientu r se dají shrnout pomocí několika tvrzení:

- Platí $r \in < -1; 1 >$.
- Jestliže $|r| = 1$, leží všechny body $([X_i; Y_i], i \in N)$, na nějaké přímce
- Jestliže $r = 0$, nazýváme X a Y nekorelované proměnné. Dvě náhodné proměnné jsou tím více korelovány, čím blíže je hodnota r k číslům 1 nebo -1. V tom případě lze vztah obou proměnných dobře vyjádřit přímkou.
- Jestliže $r < 0$, resp. $r > 0$, tak se Y v průměru zmenšuje, resp. zvětšuje při zvětšování proměnné X . Říká se, že asociace je záporné, resp. kladná.
- Pearsonův korelační koeficient vyjadřuje pouze sílu lineárního vztahu. Špatně měří jiné vztahy, ať jsou jakkoli silné.
- Korelační koeficient se nezmění, když se změní jednotky měření proměnných X a Y .
- Podobně jako průměr nebo směrodatná odchylka je korelační koeficient r velmi ovlivněn odlehlými hodnotami.
- Korelační koeficient r nerozlišuje mezi závisle a nezávisle proměnnou.
- Korelační koeficient r není úplným popisem dat i při velmi silném lineárním vztahu. Pro úplnější popis je třeba znát rovnici přímky, která vyjadřuje tvar vztahu.
- Pokud jedna z proměnných nemá náhodný charakter (její hodnoty jsou pevně určeny), není vhodné korelační koeficient použít.
- Korelace, ať je jakkoli silná, neznamena sama o sobě průkaz příčinného vztahu, tedy toho, že změny proměnné X skutečně působí změny proměnné Y .

4.6.2 Mnohonásobný koeficient korelace

Tento koeficient se používá v situacích, kdy je třeba zjistit celkovou sílu vztahu mezi zvolenou proměnnou na jedné straně a několika dalšími (predikujícími) proměnnými $X_2, X_3, \dots, X_k$ na straně druhé. Hodnotí se jím význam kumulativního vlivu více proměnných na zvolenou cílovou proměnnou. Mnohonásobný korelační koeficient, který se pro tři proměnné značí $\rho_{x.yz}$, je číselnou mírou možnosti predikce cílové proměnné X pomocí proměnných Y a Z :

$$\rho_{x.yz} = \sqrt{\frac{\rho_{xy}^2 + \rho_{xz}^2 - 2\rho_{xz}\rho_{xy}\rho_{yz}}{1 - \rho_{yz}^2}}, \quad (9)$$

kde ρ_{xy} , ρ_{xz} , ρ_{yz} jsou parciální korelační koeficienty.

Odhad mnohonásobného korelačního koeficientu lze získat dosažením příslušných výběrových korelačních koeficientů do tohoto vzorce. Nulová hypotéza, že $\rho_{x,yz} = 0$, je testována pomocí F-testu provedeného transformovanou hodnotou $r_{x,yz}$:

$$F = \frac{r_{x,yz}^2 (n - 3)}{2(1 - r_{x,yz}^2)}. \quad (10)$$

V tomto statistickém testu se zjišťuje, zda hodnota F je větší než kritická mez F-rozdělení se stupni volnosti 2 a $n-3$.

4.6.3 Spearmanův korelační koeficient

Anglický psycholog Charles Edward Spearman navrhl svůj koeficient korelace tak, že koreloval postupem podle Pearsonova pořadí jednotlivých měření obou proměnných. Význam tohoto kroku spočívá v tom, že jeho koeficient zachycuje monotónní vztahy (ne pouze lineární, ale obecně rostoucí nebo klesající); je resistantní vůči odlehkým hodnotám.

Spearmanovým korelačním koeficientem, jehož teoretickou hodnotu značíme ρ_s , je měřena síla vztahu X a Y , když nelze předpokládat linearitu očekávaného vztahu nebo normální rozdělení proměnných X a Y . Závislost proměnných může mít obecně vzestupný nebo sestupný charakter. Jestliže $r_s = 1$, resp. $r_s = -1$, párové hodnoty (x_i, y_i) leží na nějaké rostoucí, resp. klesající funkci. Hodnoty r_s nemění jakákoli vzestupná transformace původních dat. Pro malé rozsahy je jeho výpočet méně pracný než výpočet Pearsonova korelačního koeficientu.

Odhadem ρ_s je výběrový koeficient korelace r_s ($-1 \leq r_s \leq 1$), který se pro daný výběr (x_i, y_i) vypočítá podle vzorce

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum D_i^2}{n(n^2 - 1)}, \quad (11)$$

kde D_i jsou rozdíly pořadí R_x a R_y hodnot x_i a y_i vzhledem k ostatním hodnotám seřazeného výběru podle velikosti. Před výpočtem je nutno oběma řadám čísel x_i a y_i tato pořadí přiřadit. Jestliže dvě čísla v řadě hodnot x_i , resp. y_i jsou stejná, přiřadíme jim průměrnou hodnotu příslušných pořadí. Obdobně se provede tato úprava pro více stejných hodnot. V každé řadě nesmí být více než 1/5 pozorování stejných. Pokud se tak stane, musí se celý výpočet upravit.

Spearmanův koeficient r_s je někdy používán pro odhad Pearsonova korelačního koeficientu, resp. r , jelikož pro dvojrozměrné normální rozdělení proměnné X a Y platí přibližný vztah $\rho = 2 \sin(0,523\rho_s)$. Tento vzorec je upřesněním přibližně platného vztahu $\rho = \rho_s$. Podle Spearmana lze jeho koeficient korelace s výhodami uplatnit v situacích, kdy:

- je třeba rychlý a rezistentní odhad korelačního koeficientu r ;
 - je testována schopnost zkoumané osoby správně seřadit objekty nebo vlastnosti podle určitých hledisek tak, že je nechána seřadit tyto objekty nebo vlastnosti a toto seřazení pak se pak srovnává se standardem;
 - je testována možnost přítomnosti monotónního trendu v časové řadě měření.
- [7]

4.7 Taylorova řada

V technické praxi často nastanou situace, kdy je třeba aproximovat funkci jako součet mocninné řady z důvodu snazších dalších výpočtů. Je dána funkce $f(x)$ a je požadavek ji na intervalu $(x_0 - b; x_0 + b)$, $b > 0$ aproximovat součtem mocninné řady se středem v bodě x_0 :

$$f(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)^2 + \dots, x \in (x_0 - b; x_0 + b). \quad (12)$$

Pokud platí pro $x \in (x_0 - b; x_0 + b)$ rovnice (11), potom lze funkci $f(x)$ na tomto intervalu rozvinout pomocí mocninné řady. V praxi se nejčastěji jako střed rozvoje používá počátek soustavy souřadnic, tj. rozvinutí funkce v mocninnou řadu se středem v počátku.

Funkce vyjádřená v intervalu $i = (x_0 - b; x_0 + b)$ mocninnou řadou má definici všech řádů. Odtud je zřejmé, že lze-li funkci $f(x)$ rozvinout na intervalu i v mocninnou řadu, musí mít funkce derivace všech řádů na tomto intervalu. Tato podmínka značně zužuje výběr funkcí, ale je známo, že elementární funkce tuto podmínku splňují v základních číselných oborech. Ovšem skutečnost, že funkce $f(x)$ má v intervalu i derivace všech řádů, není postačující k tomu, aby ji bylo možno rozvinout v intervalu i v mocninnou řadu, ale všechny elementární funkce lze rozvinout aspoň v některém vhodném intervalu.

Výpočet koeficientů z rovnice (12): Platí-li v intervalu i rovnice (12), pak koeficienty a_n ($n=1, 2, 3, \dots$) jsou jednoznačně určeny vztahy:

$$a_0 = f(x_0), a_1 = \frac{f'(x_0)}{1!}, a_2 = \frac{f''(x_0)}{2!}, \dots, a_n = \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!} + \dots \quad (13)$$

Je-li tedy $f(x)$ rozvinutelná v okolí bodu x_0 v mocninnou řadu, pak

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + \dots \quad (14)$$

Rozvoj funkce $f(x)$ v okolí bodu x_0 je jediný, protože koeficienty jsou jednoznačně dány hodnotami funkce $f(x)$ a jejich derivací v bodě x_0 .

Pokud má funkce $f(x)$ v intervalu $I=(x_0 - b; x_0 + b)$ derivace do n -tého řádu včetně, pak platí pro každé $x \in I$:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n-1)}(x_0)}{(n-1)!}(x - x_0)^{n-1} + R_n(x), \quad (15)$$

kde

$$f(x_0) + \frac{f'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots + \frac{f^{(n-1)}(x_0)}{(n-1)!}(x - x_0)^{n-1} = T_{n-1}(x) \quad (16)$$

je tzv. Taylorův polynom $(n-1)$ stupně a $R_n(x)$ je tzv. zbytek po n -tém členu v Taylorově vzorci.

Má-li funkce $f(x)$ v uvažovaném intervalu i derivace všech řádů, lze pro každé $x \in I$ napsat Taylorův vzorec (15) pro libovolně velké n . Taylorův mnohočlen pak přejde v mocninnou řadu pro $n \rightarrow \infty$.

Pomocí výše uvedených matematických metod budou zpracovávána naměřená data v matematickém softwaru Maple. Využití matematického softwaru je výhodné zejména z hlediska úspory času a efektivnímu zpracování většího množství dat. [11]

5 ZÁKLADNÍ POPIS PROGRAMU MAPLE

Maple je matematický software s grafickým prostředím zvaným jako zápisník. Uživatel zde zapisuje příkazy a ty po stisknutí klávesy Enter program provede. Pokud je příkaz ukončen středníkem, výsledek se zobrazí na obrazovce v matematickém zápise, pokud je ukončen dvojtečkou, výpočet se také provede, ale výsledek se nezobrazí, je však uložen v paměti. Každý příkazový řádek je uvozen znakem „>“ a je standardně zobrazen v červené barvě. Pokud je třeba do kódu vepisovat poznámky, musí se uvodit znakem „#“ na každém řádku. Cokoli stojí za znakem „#“ program nebere jako příkaz, pouze zobrazuje text.

Výsledky se zobrazují třemi způsoby, a to číselně, symbolicky nebo graficky. Symbolické výsledky program vypisuje dle známých matematických pravidel a využívá konstant, jako jsou π , e apod., aby byl výsledek co nejpřesnější. Grafické výsledky program dokáže vykreslit do 2D i 3D grafů čímž se stává dobrým nástrojem v různých oblastech.

Program Maple pracuje s logickými operátory a příkazy jako *while*, *if*, *for* apod. Znamená to, že program Maple je plnohodnotný nástroj pro programování.

Do zápisníku lze také vkládat hypertextové odkazy, které můžou odkazovat na jiné zápisníky nebo na jiné soubory.

5.1 Popis použitých příkazů programu Maple

Program Maple je vybaven velkým množstvím příkazů, které jsou součástí jeho základní knihovny. Je ale možnost si ještě potřebné knihovny načíst a tím získat ještě více příkazů, ale už specializovaných na danou oblast matematiky, statistiky nebo fyziky. Jsou zde uvedeny pouze příklady příkazů, které jsou stěžejní pro celý výpočet a nějaké doplňující.

with

Používá se k načítání knihoven se speciálními příkazy pro danou oblast. Jedná se např. o knihovny *plots*, *LinearAlgebra*, *stats* atd. Po načtení knihovny se zobrazí příkazy, které lze potom použít.

Příklad příkazu:

with(stats);

[anova, describe, fit, importdata, random, statevalf, statplots, transform]

plots

Její součástí jsou příkazy používané pro práci s grafy a vykreslováním. Potom je možné díky této knihovně grafy vizuálně upravovat a měnit názvy jeho os nebo zobrazit více grafů do jednoho grafu.

LinearAlgebra

Obsahuje příkazy pro počítání s maticemi, vektory a řešení lineárních algebraických rovnic.

stats

Součástí této knihovny jsou příkazy používané ve statistice. Obsahuje všechny základní i pokročilé statistické testy, regresní i korelační analýzy atd. Více se lze dovědět v nápovědě programu.

evalf

Zobrazí číselnou hodnotu výrazu uvedeného jako argument.

Příklad příkazu:

```
evalf(4/5*17-32+5* $\sqrt[3]{81}$ );  
3.23374356
```

simplify

Zjednoduší výraz zadaný v argumentu podle platných matematických pravidel.

expand

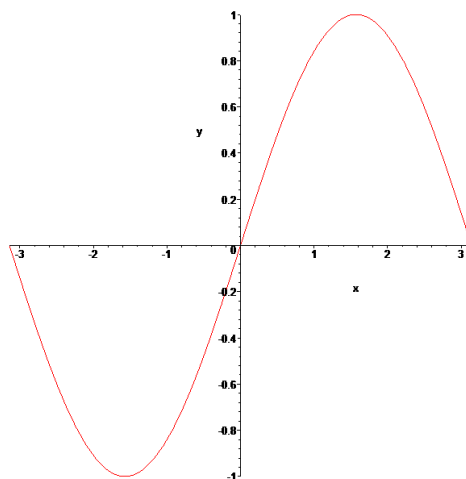
Oproti funkci simplify výraz v argumentu rozepíše, resp. rozšíří, aby byl lépe použitelný pro další výpočty a zpracování.

plot, plot3d

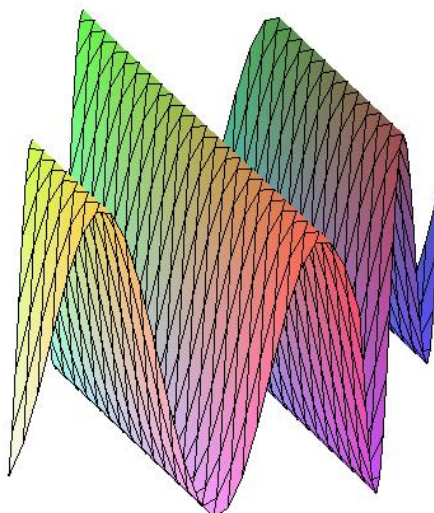
Tento příkaz vykreslí dvourozměrný nebo třírozměrný graf výrazu zadaného v argumentu. Má ještě spoustu dalších argumentů, které upravují vzhled grafu, jeho název a názvy os, typ čáry, barvu čáry, tloušťku čáry a další. Podrobnosti jsou v nápovědě programu.

Příklad příkazu:

```
plot(sin(x), x=-Pi..Pi, y=-1..1);
```



```
plot3d(sin(x+y), x=0..10, y=0..10);
```



display

Tento příkaz je součástí knihovny plots. Zobrazí zadané grafy příkazem plot, plot3d ukončené dvojtečkou. Nebo zobrazí více grafů do jednoho grafu, přičemž parametry grafů jsou zadány pouze jednou do příkazu display, pokud má nějaký graf specifické vlastnosti, zadají se přímo při vytváření daného grafu. Tento příkaz dokáže v grafu zobrazit také text či jakýkoli jiný výraz.

solve

Příkaz pro řešení rovnic a nerovnic, vyhledává všechna řešení dané (ne)rovnice či soustavy (ne)rovnic. Do příkazu se zadá (ne)rovnici či soustavu (ne)rovnic

a neznámé, které se mají vypočítat. Příkaz má další modifikace, které jsou podrobněji popsány v nápovědě programu.

Příklad příkazu:

```
solve(1+10*x=36-x^2, x);  

$$-5 + 2\sqrt{15}, -5 - 2\sqrt{15}$$

```

```
solve({x+y=2, 2*x-8*y=32}, {x,y});  

$$\{x = \frac{24}{5}, y = -\frac{14}{5}\}$$

```

Výsledek je ve tvaru výčtu všech obecných řešení rovnice a lze s nimi dále pracovat.

diff

Po zadání výrazu provede jeho derivaci podle zadané proměnné v argumentu. S tímto příkazem lze provádět také parciální derivace, kdy ostatní proměnné jsou chápány jako konstanta.

Příklad příkazu:

```
diff (x^2+1, x);  

$$2x$$

```

```
diff (x^2+y^2+5-x-y, y);  

$$2y - 1$$

```

taylor, mtaylor

Uplatnění tohoto příkazu spočívá v tom, že provede Taylorův rozvoj dané funkce daného stupně. Příkaz `taylor` platí pro funkce jedné proměnné, `mtaylor` se používá pro funkce více proměnných. Zadává se rovnice funkce, na kterou chceme aplikovat Taylorův rozvoj, proměnné, podle kterých provádíme rozvoj a počet členů rozvoje.

Příklad příkazů:

```
taylor(sin(x), x=0, 5);  

$$x - \frac{1}{6}x^3 + O(x^5)$$

```

```
mtaylor(sin(x+y), [x=0,y=0], 3);
```

$$x+y$$

Výsledkem je Taylorův rozvoj, pro funkci jedné proměnné se zbytkem, který je rozdílem mezi skutečnou hodnotou funkce a hodnotou mnohočlenu. Ve výsledku je označen jako O . Pro rozvoj funkce více proměnných je tento zbytek programem Maple vypuštěn.

least squares

Používá se na aproximaci dat metodou nejmenších čtverců. Příkaz se nachází v knihovně *fit*, která je součástí balíku *stats*. Do příkazu se zadává seznam proměnných, rovnici modelové funkce, která má být použita na aproximaci dat, seznam parametrů funkce a nakonec naměřená data ve formě seznamu.

Příklad příkazu:

```
fit[leastsquare][x,y], y=a*x^2+b*x+c,
{a,b,c}]]([0,1,2,3,4],[5,10,30,60,80]);
```

$$y = \frac{20}{7}x^2 + \frac{60}{7}x + \frac{19}{7}$$

Výsledek se zobrazí ve tvaru rovnice modelové funkce s vypočtenými parametry.

Matrix

Příkaz pro zadání matice. V argumentu se zadává počet řádků a sloupců matice a její prvky. Program na základě počtu sloupců a řádků matice jednotlivé prvky vypisuje postupně na řádky.

Příklad příkazu:

```
Matrix(2,3,[8,6,1,0,-5,-7]);
```

$$\begin{bmatrix} 8 & 6 & 1 \\ 0 & -5 & -7 \end{bmatrix}$$

S maticemi se dá dále pracovat, násobit mezi sebou nebo číslem, získat determinant matice, hodnot matice atd. k tomu slouží příkazy jako **multiply** (násobení matic mezi sebou), **det** (determinant matice), **rank** (hodnot matice), atd. Více příkazů pro práci s maticemi najdeme v nápovědě programu Maple. [9, 19, 20, 21, 22]

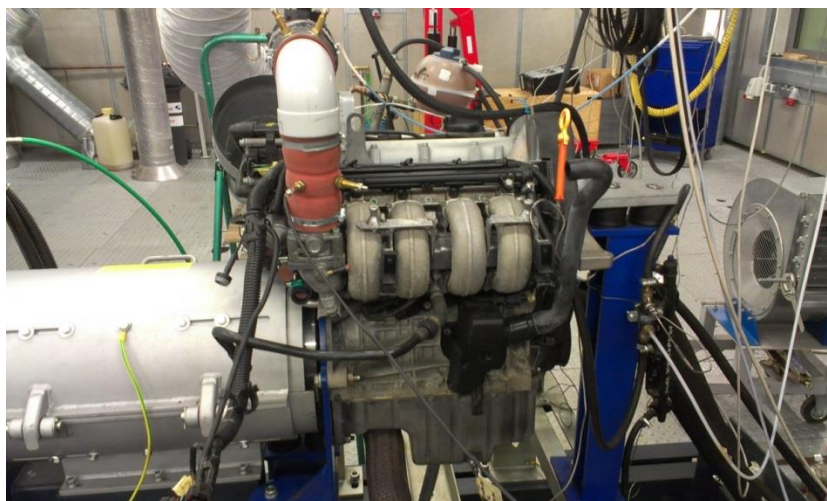
6 EXPERIMENT

Experiment slouží k prozkoumání a ověření použitelnosti navrhované metody popisu závislosti a provázanosti jednotlivých vybraných provozních parametrů spalovacího motoru. Cílem experimentu není dokázat platnost tvrzení, pouze prověřit, zda má smysl o tomto tvrzení uvažovat jako o použitelné metodě v praxi.

6.1 Metodika experimentu

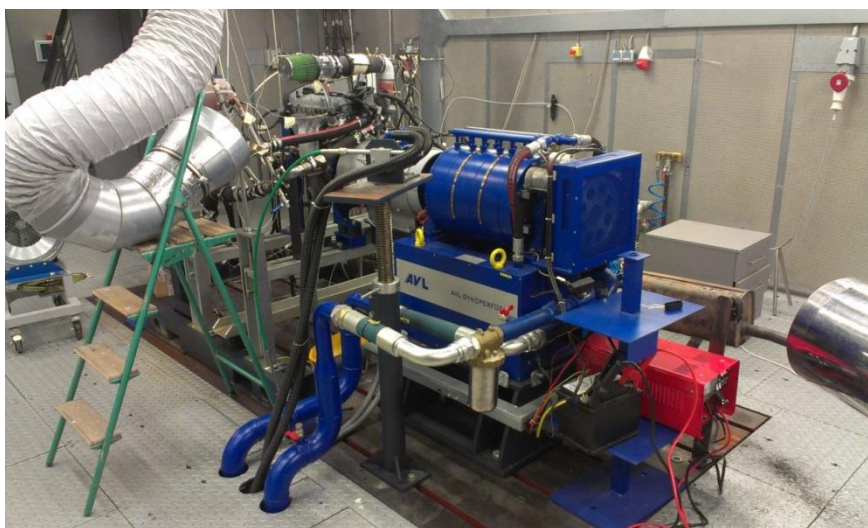
Data pro ověření metody jsou již dříve naměřena z důvodu úspory financí. Měření a záznam dat probíhalo na motorové zkušebně Mendelovy univerzity v Brně. Jedná se o seřizovací charakteristiku spalovacího zážehového motoru s těmito parametry:

- Výrobce: Peugeot,
- Typ motoru: PRV V6
- Počet válců: 6,
- Počet ventilů: 24
- Uspořádání válců: vidlicový s úhlem válců 60°,
- Vrtání: 87 mm,
- Zdvih: 66 mm,
- Zdvihový objem: 2946 cm³,
- Plnění válců: atmosférické,
- Kompresní poměr: 8,2:1,
- Pořadí zapalování: 1-6-3-5-2-4,
- Palivo: Natural 95,
- Max. výkon: 148 kW,
- Řídící jednotka: Magneti Marelli SRA-E.



Obrázek 9: Měřený motor instalovaný na motorové zkušebně (motor Škoda) [vlastní]
 Výstupní parametry byly měřeny na dynamometru s těmito parametry:

- Typ: DP 240 – elektrický vířivý dynamometr,
- Výrobce: AVL,
- Max výkon: 240 kW,
- Max. otáčky: 10000 min^{-1} .



Obrázek 10: Vířivý dynamometr AVL připojený k motoru [vlastní]
 Sledované měřené parametry (proměnné), které budou podrobeny matematickému vyhodnocení, jsou následující:

- točivý moment M_t [Nm],
- dávka paliva dp [$\mu\text{l cykl}^{-1} \text{ válec}^{-1}$],
- předstih zážehu α [$^\circ$],
- rozdíl teplot mezi okolní teplotou a výfukovými plyny [$^\circ\text{C}$].

Postup měření dat na motorovém vířivém dynamometru byl následující:

Po zahřátí motoru na provozní teplotu byly nastaveny sledované parametry na danou hodnotu, počkalo se na ustálení hodnot a bylo zahájeno měření. Potom se vždy jeden parametr měnil a ostatní zůstávaly beze změn. Tímto způsobem se naměřily všechny potřebné hodnoty pro různé kombinace provozních parametrů.

Hodnoty otáček a byly nastavovány dynamometrem a točivý moment při těchto otáčkách byl měřen také pomocí dynamometru. Ostatní hodnoty byly vyčítány z programovatelné řídicí jednotky a zaznamenávány s frekvencí 20 Hz do počítače. Naměřené hodnoty se pro daný bod po měření zprůměrovaly a byly zaznamenány do tabulek. [1, 5, 15]

6.2 Získaná experimentální data

Naměřená data jsou části seřizovací charakteristiky spalovacího zážehového motoru Peugeot PRV 6V, u motoru je použita programovatelná řídicí jednotka Magneti Marelli z důvodu volby seřizovacích parametrů jako jsou předstih zážehu a dávka paliva. Dávka paliva je přímo svázána s bohatostí směsi, resp. se součinitelem přebytku vzduchu. Změna těchto parametrů je na originální řídicí jednotce velmi obtížná nebo téměř nemožná.

Od původního plánu provést analýzu závislosti předstihu, dávky paliva, točivého momentu při různých otáčkách motoru bylo upuštěno z důvodu, že taková charakteristika nebyla nikdy měřena a při pokusu data doměřit vznikla porucha na motorové zkušebně na Mendelově univerzitě v Brně. Byla proto použita data již dříve naměřena a experiment byl proveden na těchto datech.

Na spalovacím motoru byly zvoleny konstantní otáčky 3000 min^{-1} , konstantní poloha škrticí klapky 50 % a měnila se nejprve dávka paliva (tabulka 1) a poté se měnily hodnoty úhlu předstihu zážehu před horní úvratí (tabulka 2).

V tabulce 1 jsou uvedeny naměřené hodnoty točivého momentu při změně dávky paliva. Ostatní parametry jsou konstantní. Z tabulky je dále patrné, že nejvyššího točivého momentu motor dosahuje při dávce $42,1 \text{ } \mu\text{l} \text{ cykl}^{-1} \text{ válec}^{-1}$. Z tabulky 1 jde dále vyčíst, že nejvyššího točivého momentu se nemusí dosáhnout vysokou dávkou paliva, směs je potom příliš bohatá a hoří nedokonale a tím se neuvolní veškerá energie, kterou nese palivo.

Točivý moment M_t	Dávka paliva dp	Měrná spotřeba paliva M_{pe}	Součinitel přebytku vzduchu λ
[Nm]	[$\mu\text{l cykl}^{-1} \text{ válec}^{-1}$]	[$\text{g kW}^{-1} \text{ h}^{-1}$]	[-]
215,89	42,10	268,29	0,95
213,24	39,40	254,20	1
203,22	36,60	247,79	1,05
188,41	33,80	246,81	1,14
215,14	44,90	287,13	0,91
213,76	47,70	307,01	0,86
211,84	51,40	333,82	0,81

Tabulka 1: Naměřená data pro změnu dávky paliva

Točivý moment M_t	Rozdíl teplot nasávané směsi a výfuku dT	Úhel předstihu α
[Nm]	[°C]	[°]
181,24	708,56	0
190,23	704,27	6
200,90	698,88	8
209,05	694,53	10
211,60	691,27	12
214,76	687,18	14
217,24	683,89	15
218,06	679,91	17
219,08	674,89	19
219,89	670,86	20
217,88	665,98	24
215,34	659,84	29
213,28	654,89	32
208,59	651,04	35
202,56	646,20	38
197,61	642,29	40

Tabulka 2: Naměřená data pro změnu úhlu předstihu

V tabulce 2 jsou zaznamenány hodnoty točivého momentu a rozdíl teploty okolí a výfukových plynů při změně úhlu předstihu. Z tabulky 2 je dále patrné, že nejvyššího točivého momentu dosahuje motor při úhlu předstihu zážehu 19° a 20° před horní úvratí. Zároveň je dobré se zaměřit na teplotu výfukových plynů, která s klesajícím

předstihem roste. Je to způsobeno pravděpodobně pozdním zapálení směsi a ta nestačí dohořet před otevřením výfukového ventilu a dohořívá až ve výfuku. Tímto se část energie z hoření paliva využije pouze na ohřátí spalín a výfuku a ne na zvýšení tlaku nad pístem.

6.3 Metodika zpracování naměřených dat

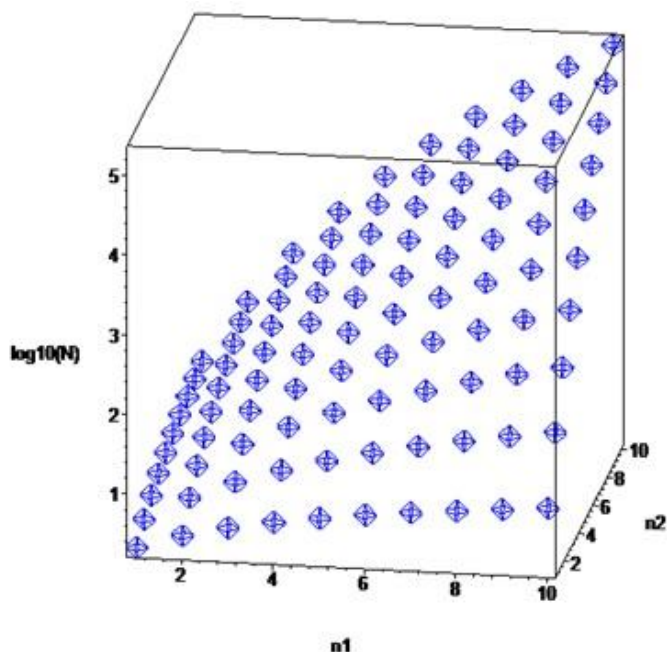
Naměřená data jsou jednotlivé body, které jsou pro další zpracování nepoužitelné. Je proto důležité tyto body nejprve aproximovat pomocí nějaké funkce. Vzhledem k charakteru naměřených dat bude nejvýhodnější k aproximaci zvolit funkci polynomickou. Tento typ funkce dokáže výhodně aproximovat naměřené body. Jedná se o univerzální metodu díky tomu, že není třeba znát tvar funkce, jen její základní vlastnosti, které se dají odvodit. Obecný tvar implicitní funkce bude potom vypadat takto:

$$(A_1 x_1 + A_2 x_2 + \dots + A_{n_1} x_{n_1} + 1)^{n_2} = 0, \quad (17)$$

kde $x_1, x_2, \dots, x_{n_1}$ jsou neznámé, $n_1, n_2 \in \mathbb{N}$ a $A_1, A_2, \dots, A_{n_1}$ jsou koeficienty, které je nutné určit tak, aby rovnost implicitní funkce platila.

V obrázku 11 lze vidět graf zobrazující závislost počtu členů v polynomu (17) v závislosti na počtu neznámých a stupni polynomu. Z obrázku je patrné, že pro 10 neznámých a polynom desátého stupně je počet členů rozvoje roven cca číslu $10^{5,2}$. To znamená, že je nutné provést minimálně tolik měření, kolik je členů v rozvoji polynomu po umocnění pro určení koeficientů, které násobí proměnné. Ideální počet měření je asi dvojnásobný od počtu členů rozvoje respektive počtu koeficientů.

Ze stanovené implicitní funkce je potom možnost pomocí ekvivalentních úprav vyjádřit jakoukoli veličinu a sledovat její změny na základě volby ostatních veličin. Celou funkci lze také podrobit matematické analýze průběhu funkce, určit její extrémy apod. Je také možné z funkce o n proměnných vytvořit funkci o např. dvou proměnných při určení jistých veličin za konstanty a sledovat tak funkční závislost pouze dvou veličin.



Obrázek 11: Grafické znázornění závislosti počtu členů polynomu (N) na stupni polynomu (n_2) a počtu neznámých v polynomu (n_1)

6.4 Výpočet koeficientů implicitní funkce pomocí programu Maple

Naměřená data byla zpracována v prostředí programu Maple 13. Byly provedeny dvě analýzy závislosti. Na základě naměřených hodnot parametrů a pomocí matematicko-statistických metod budou určeny koeficienty implicitní funkce a snaha bude, aby rovnost platila nebo aby odchylka byla co nejmenší.

6.4.1 Výpočet závislosti točivého momentu na dávce paliva

Pro data z tabulky 1, závislost točivého momentu motoru na dávce paliva. Celý kód začíná příkazem *restart* pro vynulování paměti k ukládání proměnných. Nejdříve bylo ale nutné načíst knihovnu *plots* pomocí příkazu *with* pro práci s grafy a zadat naměřená data. To se provedlo pomocí uspořádané dvojice hodnot, kdy první číslo reprezentuje hodnotu na ose x a druhé hodnotu na ose y . Po načtení dat byl vykreslen graf pro znázornění, jaký mají data charakter pomocí příkazu *plot*, jehož argumentem je matice zadaných dat (*Data_1*) a parametry grafu (barva, velikost a tvar bodů a popisky os.

```
> restart;
> with(plots):
```

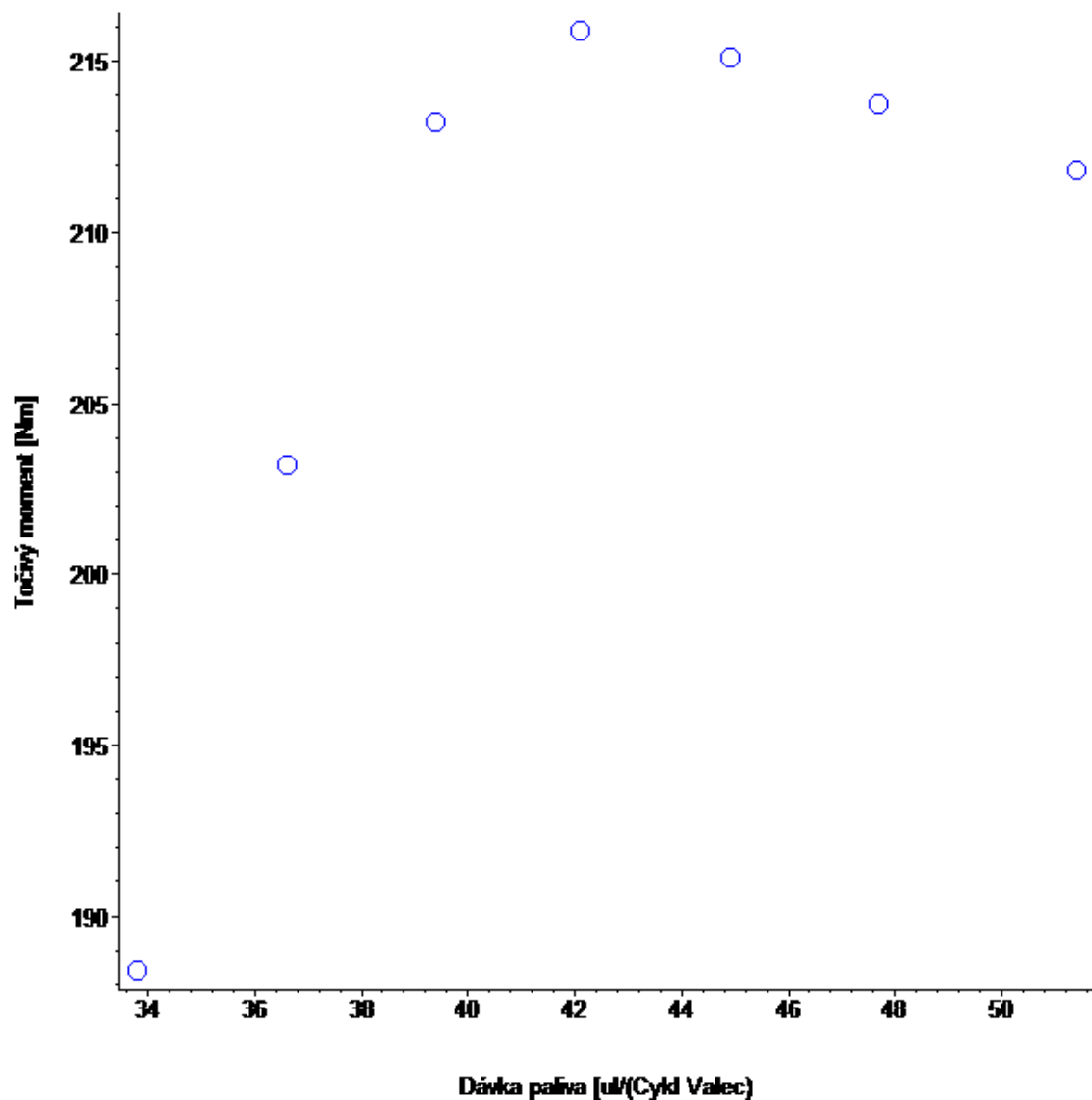
```

> Data_1 := [[42.1, 215.889], [39.4, 213.242], [36.6,
203.215], [33.8, 188.408], [44.9, 215.141], [47.7,
213.755], [51.4, 211.837]];

Data_1 := [[42.1, 215.889 ], [39.4, 213.242 ], [36.6, 203.215 ], [33.8, 188.408 ],
[44.9, 215.141 ], [47.7, 213.755 ], [51.4, 211.837 ]]

> Q1:=plot(Data_1,style=point,symbol=circle,
symbolsize=20,color=blue,
labels=["Dávka paliva [ul/(Cykl Valec)", "Točivý moment
[Nm] "],
labeldirections=[default,vertical]): Q1;

```



Obrázek 12: Graf závislosti točivého momentu na dávce paliva

Dále byla stanovena maxima a minima obou veličin pro zadání mezí při vykreslení výsledného grafu. Maximum a minimum dávky paliva bylo označeno jako Rdp a točivý moment byl označen jako RMt .

```
> Rdp:=dp=min(map(u->u[1],Data_2))..max(map(u->u[1],
Data_1));
> RMt:=Mt=min(map(u->u[2],Data_2))..max(map(u->u[2],
Data_1));
```

$$Rdp := dp = 33.8 \dots 51.4$$

$$RMt := Mt = 188.408 \dots 215.889$$

Ještě je nutné pro další výpočty definovat počet uspořádaných dvojic v zadaných datech.

```
> N:=nops(Data_1);
```

$$N := 7$$

Nyní je definována implicitní funkce pro proměnné dp a Mt podle rovnice 17 a celý výraz byl umocněn. Členy, které obsahují alespoň jednu z proměnných, jsou uvedeny ve vztahu Col , který vypadá následovně.

```
> Col:=unapply([op(expand((Mt+dp+1)^2)-1)],dp,Mt);
Col := (dp, Mt) -> [Mt^2, 2 Mt dp, 2 Mt, dp^2, 2 dp]
```

Do výrazu Col o šesti členech byly postupně dosazeny za dp a Mt naměřené hodnoty z každého měření. Tato vypočítaná čísla pro každé měření jsou potom řádky matice o 5 sloupcích a 7 řádcích. Tato matice uvádí čísla, které násobí koeficienty implicitní funkce, jež je cílem stanovit. Jedná se v podstatě o soustavu 7 rovnic s pěti neznámými na straně levé.

```
> M:=Matrix(map(u->Col(u[]),Data_1));
```

$$M := \begin{bmatrix} 46608.06032 & 18177.8538 & 431.778 & 1772.41 & 84.2 \\ 45472.15056 & 16803.4696 & 426.484 & 1552.36 & 78.8 \\ 41296.33622 & 14875.3380 & 406.430 & 1339.56 & 73.2 \\ 35497.57446 & 12736.3808 & 376.816 & 1142.44 & 67.6 \\ 46285.64988 & 19319.6618 & 430.282 & 2016.01 & 89.8 \\ 45691.20002 & 20392.2270 & 427.510 & 2275.29 & 95.4 \\ 44874.91457 & 21776.8436 & 423.674 & 2641.96 & 102.8 \end{bmatrix}$$

Implicitní funkce obsahuje mimo jiné absolutní člen na levé straně a na pravé straně je nula. Převedením absolutního členu na pravou stranu pomocí ekvivalentní úpravy, kdy ke každé straně rovnice je přičteno stejné číslo, přechází implicitní funkce

do tvaru, kdy se levá strana musí rovnat -1. Pro tyto účely byla sestavena další matice V , která reprezentuje pravou stranu implicitní funkce.

```
> V:=Vector(1..N, -1) :
```

Při stanovení koeficientů implicitní funkce je snaha se této rovnosti co nejvíce přiblížit. Pro tyto účely nejlépe poslouží metoda nejmenších čtverců, podle které budou stanoveny všechny koeficienty. Bude využit vztah (5). Pro program Maple to znamená využít funkci *LeastSquares* z knihovny *LinearAlgebra*. Vypočítané koeficienty jsou uloženy do proměnné C jako uspořádaná pětice.

```
> C:=convert(LinearAlgebra[LeastSquares](M,V), list) ;
```

```
C := [-0.000153838716803367747 , 0.000440773982583131656 ,  
      0.0171383946652674500 , 0.000682278121937614658 , -0.124107567060747881 ]
```

Pro ukázkou byly stanoveny hodnoty levých stran všech 7 rovnic. Lze pozorovat, že hodnoty se velmi blíží -1, z čehož se dá usuzovat, že křivka popsaná implicitní funkcí bude naměřená data velmi přesně aproximovat.

```
> (M.Vector(C)) ;
```

```
[-0.998397986714521956  
 -1.00012898422729246  
 -1.00147708425438564  
 -0.999224407139795988  
 -0.999957982291057368  
 -1.00135867793696942  
 -0.999447357845629214]
```

Výsledný tvar implicitní funkce pro popis závislosti točivého momentu a dávky paliva bude vypadat následovně.

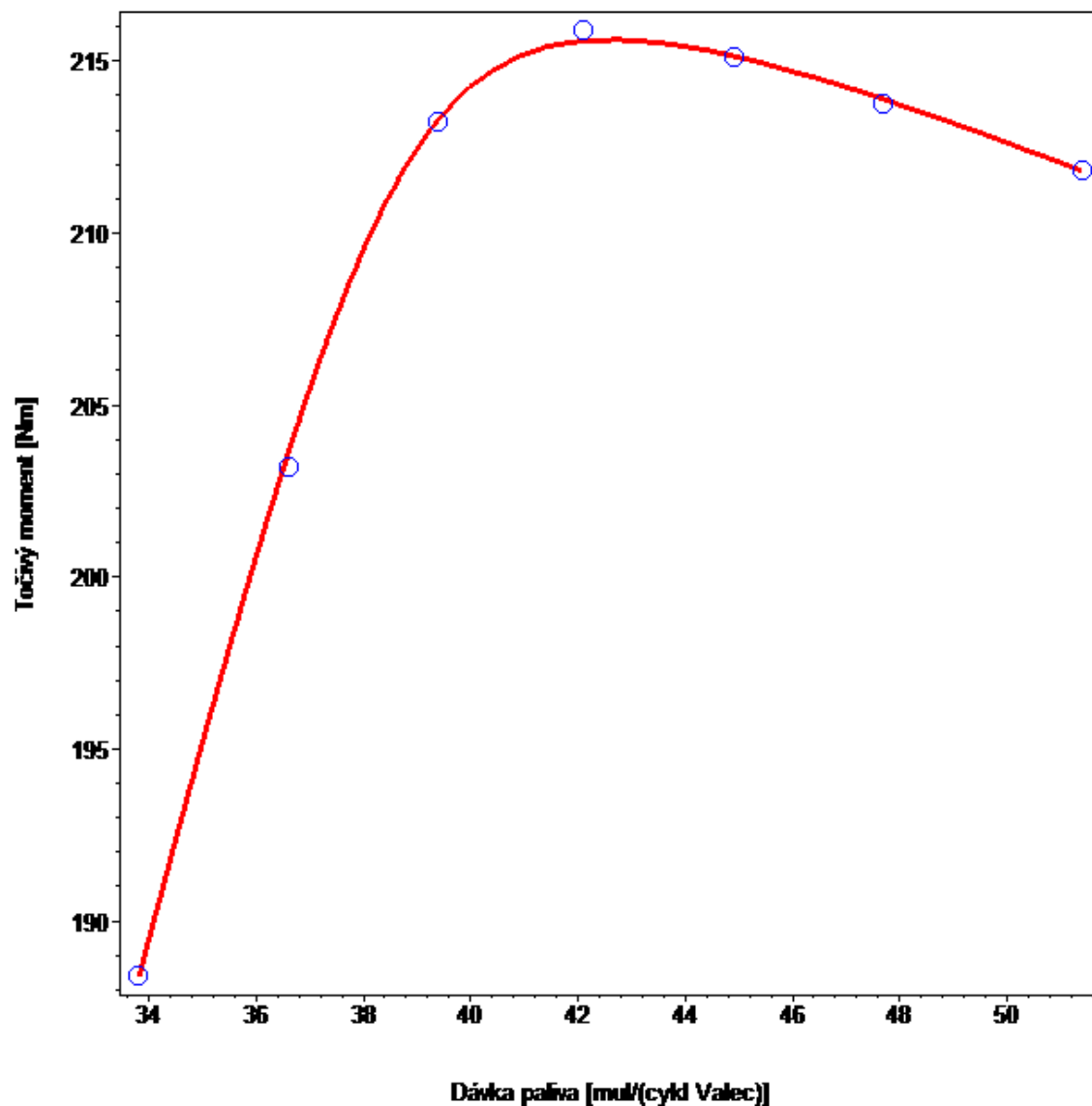
```
>> F2:=add(w, w=zip((u,v) -> u*v, C, Col(dp, Mt))) + 1 ;
```

```
F2 := -0.000153838716803367747 Mt2 + 0.0008815479652 Mt dp  
      + 0.03427678934 Mt + 0.000682278121937614658 dp2 - 0.2482151342 dp + 1
```

Pro ukázkou jak přesně implicitní funkce aproximuje naměřená data, byl sestrojen graf, ve kterém jsou pomocí příkazu *display* zobrazeny dva grafy. Nejprve graf $Q1$,

který je na začátku a potom graf Q2, který vykresluje křivku implicitní funkce. Vše lze pozorovat v obrázku 13.

```
> Q2:=implicitplot(F2,Rdp,RMt,grid=[25,25],
color=red,thickness=3):
> display({Q1,Q2},axes=boxed,
labels=["Dávka paliva [ul/(cykl Valec)]","Točivý moment
[Nm]"],
labeldirections=[default,vertical]);
```



Obrázek 13: Graf zobrazující aproximaci naměřených dat křivkou implicitní funkce

Pro porovnání byl sestrojen pro aproximaci ještě polynom 4. stupně, který se běžně využívá v programech jako je Microsoft Excel nebo Statistica. Tento způsob aproximace staví na svislou osu závisle proměnnou a na vodorovnou osu proměnnou nezávislou. V příkazu si lze všimnout, že v základním tvaru polynomu figuruje pouze

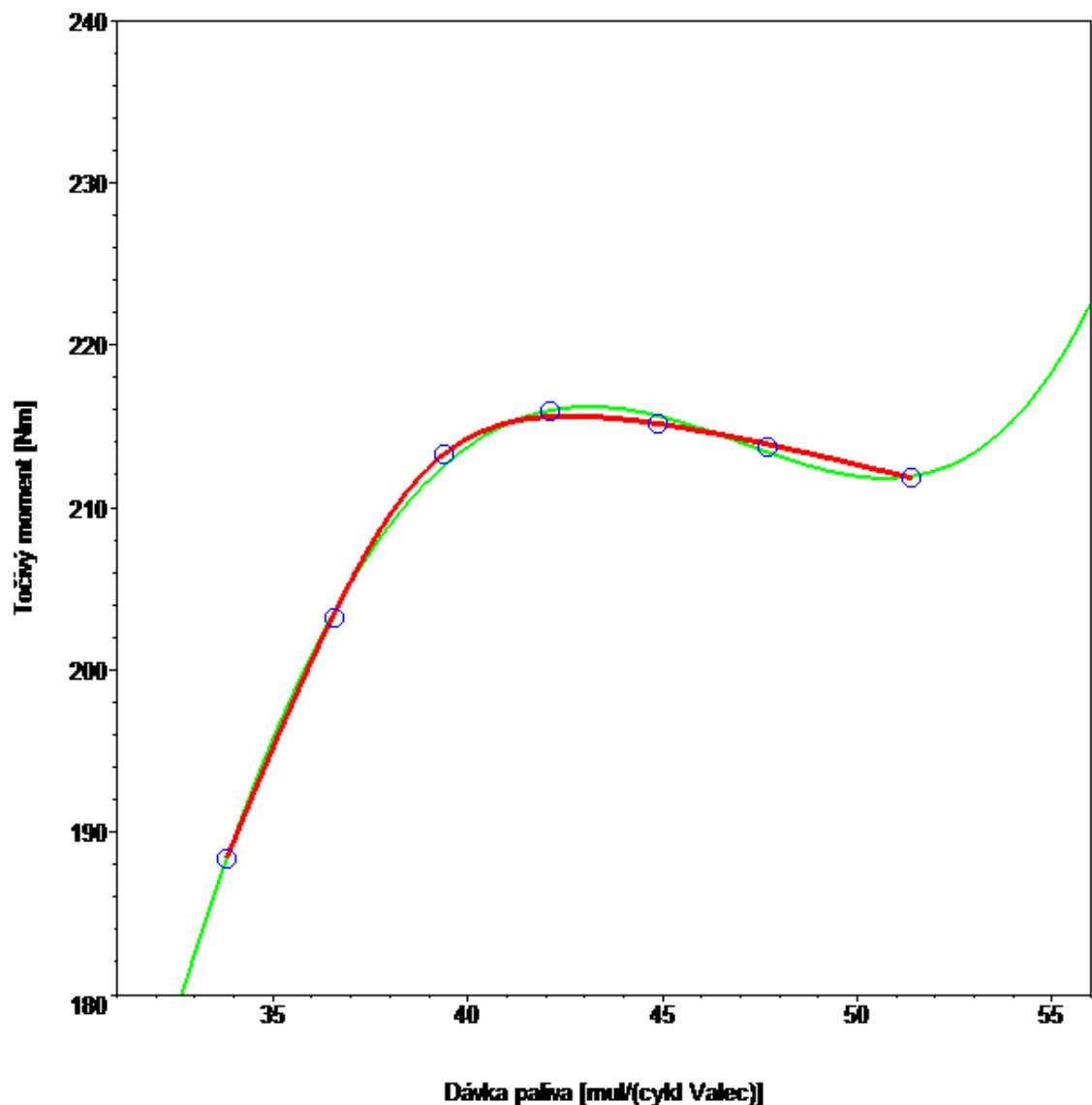
proměnná dp , také je nutné se zaměřit na tvar polynomu. Zásadně se liší od implicitní funkce, je totiž ve tvaru klasické funkce 4. stupně. Namísto toho v implicitní funkci figurují proměnné obě a jsou umocněny najednou. Je to dáno tím, že u aproximace polynomem je přesně dáno, která proměnná je závislá na které podle toho, na kterou osu se vykresluje její hodnoty. Podle toho se také určí, která proměnná bude figurovat ve funkci. Namísto toho u aproximace implicitní funkcí není dáno, která proměnná je závislá, jsou si obě rovnocenné. Pro vykreslení byl použit příkaz *CurveFitting* z knihovny *LeastSquares*. Jako argument jsou definována vstupní data a základní tvar polynomu 4. stupně, kde $c[0] \dots c[4]$ jsou konstanty, které je třeba určit metodou nejmenších čtverců.

```
> F4:=CurveFitting[LeastSquares]
(Data_1, dp, curve=c0+c[1]*dp+c[2]*dp^2+c[3]*dp^3+c[4]*dp^4);

F4 := -244.4470170 - 3.316364828 dp + 1.507422618 dp2 - 0.04158426897 dp3
+ 0.0003282641414 dp4
```

Z výrazu $F4$ je vidět, že výsledný tvar funkce není příliš složitý. Je ovšem otázka, jak bude polynom oproti implicitní funkci přesně data aproximovat. Toto porovnání je zobrazeno v obrázku 14, který je vykreslen na základě obrázku 13, jen je přidána zelená křivka polynomicke aproximace. V obrázku 14 lze dále pozorovat, jak se zelená křivka kolem naměřených bodů vlní a je zřejmé, že body neaproximuje dost spolehlivě.

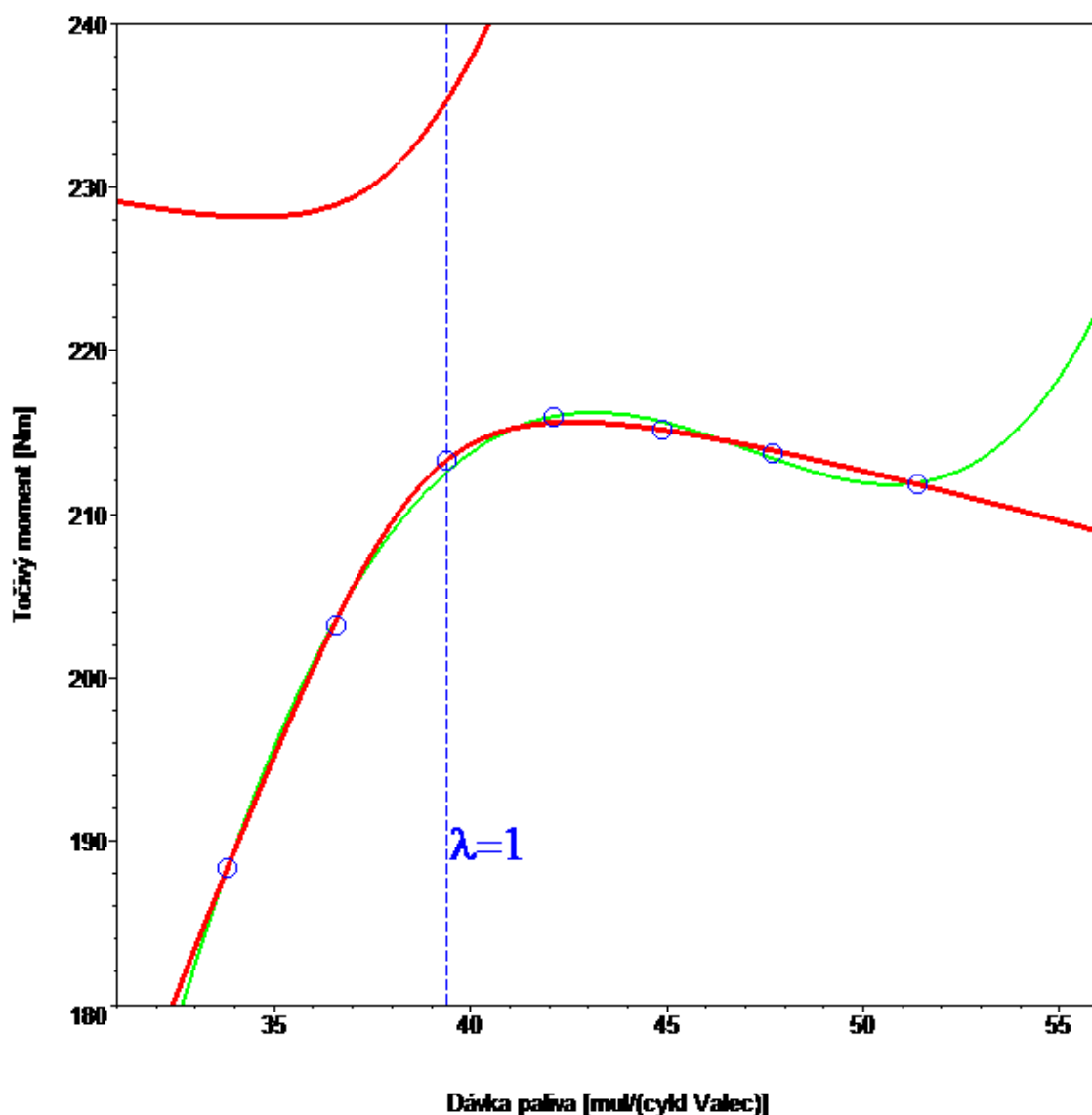
```
> Q2:=implicitplot(F2,Rdp,RMt,grid=[25,25],
color=red,thickness=3):
> Q3:=plot(F4,dp=31..56,color=green,thickness=2,
view=[31..56,180..240]):
> display({Q1,Q2,Q3},axes=boxed,
labels=["Dávka paliva [mul/(cykl Valec)]","Točivý moment
[Nm]"],
labeldirections=[default,vertical]);
```



Obrázek 14: Graf zobrazující porovnání aproximací dat implicitní funkcí a polynomem 4. stupně

Z důvodu lepší názornosti byla do grafu přidána přímka rovnoběžná se svislou osou zobrazující stav, kdy je $\lambda = 1$. K obrázku 14 se pouze přidá modrá přímka s popisem.

```
> Q2:=implicitplot(F2,Rdp,RMt,grid=[25,25],
color=red,thickness=3):
> Q3:=plot(F4,dp=31..56,color=green,thickness=2,
view=[31..56,180..240]):
> Q4:=plot([[38.4,180],[38.4,240]],color=blue,linestyle=3):
> Q5:=textplot([38.5,190,"l=1"],font=[SYMBOL,20],
align=right):
> display({Q1,Q2,Q3,Q4,Q5},axes=boxed,
labels=["Dávka paliva [mul/(cykl Valec)]","Točivý moment
[Nm]"],
labeldirections=[default,vertical]);
```



Obrázek 15: Graf zobrazující závislost točivého momentu na měrné spotřebě paliva s aproximací bodů pomocí implicitní funkce a polynomu s vyznačením stechiometrické směsi

S výslednou implicitní funkcí lze dále pracovat. Například lze určit maximum točivého momentu pomocí standardního šetření průběhu funkce. Nejprve je ale nezbytné z implicitní funkce vyjádřit točivý moment M_t . Po vyjádření M_t z implicitní funkce vychází dvě řešení. Je to očekávatelné, protože implicitní funkce je druhého stupně a ta má v oboru reálných čísel dvě řešení, jedno nebo žádné. V obrázku 15 lze navíc pozorovat v levém horním rohu část další křivky, která je druhou větví hyperboly implicitní funkce, proto lze předpokládat 2 řešení při vyjádření proměnné.

```
> sMt:=[solve(F2,Mt)] ;
```

$$sMt := [2.865169391 \ dp + 111.4049508 + 0.6500314230 \ 10^{-17} \\ \sqrt{0.2992424945 \ 10^{36} \ dp^2 - 0.2307678079 \ 10^{38} \ dp + 0.4475632887 \ 10^{39}}, \\ 2.865169391 \ dp + 111.4049508 - 0.6500314230 \ 10^{-17} \\ \sqrt{0.2992424945 \ 10^{36} \ dp^2 - 0.2307678079 \ 10^{38} \ dp + 0.4475632887 \ 10^{39}}]$$

Potom se provede derivace obou výsledků ze vztahu sMt podle dp .

> **dMt:=map (u->diff (u,dp) , sMt) ;**

$$dMt := \left[\begin{array}{l} 2.865169391 \\ + \frac{0.3250157115 \ 10^{-17} (0.5984849890 \ 10^{36} \ dp - 0.2307678079 \ 10^{38})}{\sqrt{0.2992424945 \ 10^{36} \ dp^2 - 0.2307678079 \ 10^{38} \ dp + 0.4475632887 \ 10^{39}}}, \\ 2.865169391 \\ - \frac{0.3250157115 \ 10^{-17} (0.5984849890 \ 10^{36} \ dp - 0.2307678079 \ 10^{38})}{\sqrt{0.2992424945 \ 10^{36} \ dp^2 - 0.2307678079 \ 10^{38} \ dp + 0.4475632887 \ 10^{39}}} \end{array} \right]$$

Dále se vztahu dMt vypočítá, kdy je dp rovno nule a tím se stanoví body podezřelé z extrému.

> **dpex:=map (u->solve (u,dp) , dMt) ;**

$$dpex := [34.50357926 , 42.61374604]$$

Tyto body podezřelé z extrému se dosadí do vztahu sMt a stanoví se hodnoty maximálního točivého momentu. Je třeba ale brát v úvahu, že jeden bod je pro toto řešení, resp. pro naměřená data extrémem falešným ($Mtfalse$). Výsledná hodnota točivého momentu se musí porovnat s naměřenými daty, zda patří do oboru hodnot implicitní funkce definované na definičním oboru, jehož součástí jsou naměřená data.

> **Mtfalse:=subs (dp=dpex[1] , sMt[1]) ;**

$$Mtfalse := 228.1589519$$

> **Mtmax:=subs (dp=dpex[2] , sMt[2]) ;**

$$Mtmax := 215.6051496$$

Nakonec byly ještě stanoveny koeficienty korelace mezi naměřenými daty a implicitní funkcí a pro porovnání ještě mezi naměřenými daty a polynomem 4. stupně. Nejprve se vypočítaly hodnoty točivých momentů ze vztahu sMt při dosazení za dp původní naměřené hodnoty. Tímto se definovala proměnná Mfi . Podobným způsobem

se definovala proměnná $Mf4$, jenom se dosadily naměřené měrné spotřeby do rovnice polynomu 4. stupně. Pomocí funkce *Correlation* z knihovny *Statistics* se určily korelační koeficienty LCi pro implicitní funkci a naměřená data a $LC4$ pro polynom 4. stupně a naměřená data.

```
> Mfi := map (u->subs (dp=u[1] , sMt[2]) , Data_2) ;
```

```
Mfi := [ 215.5695515 , 213.2800020 , 203.5880596 , 188.2813461 , 215.1355183 ,  
        213.8839171 , 211.7986671 ]
```

```
> LCi := Statistics [Correlation] (map (u->u[2] , Data_2) , Mfi) ;
```

```
LCi := 0.9997670658
```

```
> Mf4 := map (u->subs (dp=u[1] , F4) , Data_2) ;
```

```
Mf4 := [ 215.971982 , 212.5908146 , 203.7119249 , 188.2853897 , 215.629852 ,  
        213.395116 , 211.901924 ]
```

```
> LC4 := Statistics [Correlation] (map (u->u[2] , Data_2) , Mf4) ;
```

```
LC4 := 0.9990980562
```

Z výsledků korelačních koeficientů LCi a $LC4$ je patrné, že implicitní funkce daleko lépe aproximuje naměřená data s korelací 0,9998 než polynom 4. stupně s korelací 0,9991. U polynomu 4. stupně je tento výsledek značně zkreslující, protože pokud by se mělo predikovat nějaké chování motoru pro jiné měrné spotřeby, tak by polynom 4. stupně byl již značně nepřesný, jak lze pozorovat v obrázku 15.

6.4.2 Výpočet závislosti točivého momentu a rozdílu teplot nasávané směsi výfukových plynů se změnou předstihu zážehu

Výpočet bude proveden pro data z tabulky 2 a postup bude velmi podobný jako při výpočtu závislosti točivého momentu na dávce paliva. Nejprve je opět nutné použít příkaz *restart* a načíst potřebné knihovny *plots* a *LinearAlgebra*. Nakonec se načtou naměřená data a uloží se do proměnné *Data_2* pro lepší práci s nimi a jejich načítání.

```
> restart;
```

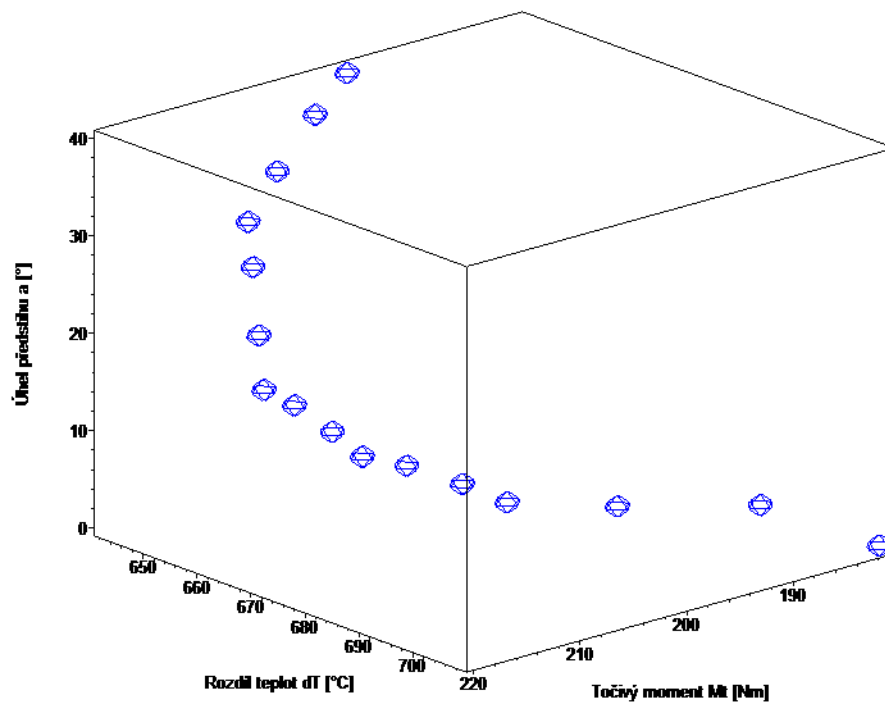
```
> with (plots) : with (LinearAlgebra) :
```

```
> Data_2 := map (u->[u[1] , u[2] , round (u[3] ) ] , Data_2) ;
```

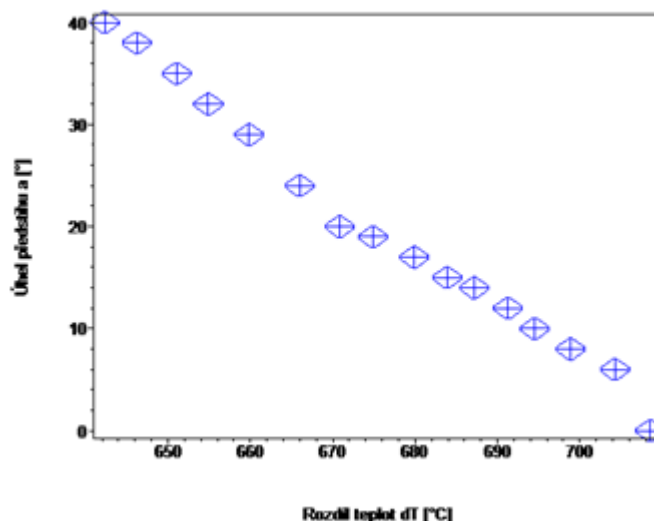
```
Data_2 := [[181.239, 708.556, 0], [190.229, 704.269, 6], [200.903, 698.875, 8],
[209.049, 694.528, 10], [211.604, 691.273, 12], [214.756, 687.183, 14],
[217.244, 683.893, 15], [218.061, 679.908, 17], [219.076, 674.893, 19],
[219.886, 670.855, 20], [217.876, 665.983, 24], [215.336, 659.844, 29],
[213.283, 654.891, 32], [208.585, 651.040, 35], [202.560, 646.196, 38],
[197.608, 642.293, 40]]
```

Po zadání dat se provede pomocí příkazu *pointplot3d* jejich vykreslení pro představu jejich uspořádání a charakteru.

```
> Q1:=pointplot3d(Data_2,style=point,symbol=circle,
symbolsize=25,color=blue,axes=boxed,
labels=["Točivý moment Mt [Nm]","Rozdíl teplot dT
[°C]","Úhel předstihu a [°]"],
labeldirections=[default,default,vertical]): Q1;
```



Obrázek 16: Graf zobrazující závislost úhlu předstihu, točivém momentu a rozdílu teplot sání a výfuku



Obrázek 17: Graf zobrazující závislost úhlu předstihu a rozdílu teplot sání a výfuku

Z obrázků 16 a 17 lze vyčíst, že závislost úhlu předstihu a rozdílu teplot sání a výfuku je téměř přímková. Z toho se dá odhadovat, že naměřená data leží v jedné rovině. Navíc závislost rozdílu teplot sání a výfuku a točivého momentu připomíná spíše parabolu, což je rovinná křivka.

Nejprve ale byla opět stanovena minima a maxima od každého parametru pro pozdější jednodušší vykreslování grafů.

```
> RMt:=Mt=min(map(u->u[1],Data_2))..max(map(u->u[1],
Data_2));
Rdt:=dt=min(map(u->u[2],Data_2))..max(map(u->u[2],Data_2));
Rup:=up=min(map(u->u[3],Data_2))..max(map(u->u[3],Data_2));
```

$RMt := Mt = 181.239 \dots 219.886$

$Rdt := dt = 642.293 \dots 708.556$

$Rup := up = 0 \dots 40$

Následuje stanovení počtu uspořádaných trojic v matici naměřených dat a uložení do proměnné N pro další výpočty.

```
> N:=nops(Data_2);
```

$N := 16$

Opět se určí implicitní funkce podle rovnice 17, vzhledem k charakteru naměřených dat bylo rozhodnuto, že polynom v implicitní funkci bude prvního stupně. Do proměnné $Col1$ jsou vypsány všechny členy, které obsahují alespoň jednu z proměnných.

```
> Col1:=unapply([op(expand((Mt+dt+up+1)^1)-1)],Mt,dt,up);
```

$$Col1 := (Mt, dt, up) \rightarrow [Mt, dt, up]$$

Za členy v proměnné *Col1* byla dosazena naměřená data a vypočítané hodnoty byly uloženy do matice *M1*. Matice *M1* reprezentuje levé strany rovnic a jsou to čísla násobící koeficienty, které je třeba určit.

```
> M1:=Matrix(map(u->Col1(u[]),Data_2));
> evalm(M1);
```

181.239	708.556	0
190.229	704.269	6
200.903	698.875	8
209.049	694.528	10
211.604	691.273	12
214.756	687.183	14
217.244	683.893	15
218.061	679.908	17
219.076	674.893	19
219.886	670.855	20
217.876	665.983	24
215.336	659.844	29
213.283	654.891	32
208.585	651.040	35
202.560	646.196	38
197.608	642.293	40

Nyní bude definována pravá strana rovnic, která po převedení absolutního členu bude mít tvar

```
> V:=Vector(1..N,-1):
```

Tímto byly definovány všechny rovnice. Jak je patrné, jedná se o soustavu 16 rovnic o 3 neznámých, kterou je třeba vyřešit. Neznámé budou určeny pomocí metody nejmenších čtverců tak, aby se hodnota levé strany co nejvíce přiblížila hodnotě strany pravé. Koeficienty jsou uspořádaná trojice uložena v proměnné *C1*.

```
> C1:=convert(LinearAlgebra[LeastSquares](M1,V),list);
```

```
C1 := [-0.000151055964796666015135540 , -0.00136396295843492439178064 ,
-0.00233610724475818592682514 ]
```

Pro ukázkou přesnosti výpočtu byly stanoveny hodnoty všech 16 levých stran rovnic. Je jasné vidět, že odchylka hodnoty levé strany od pravé je naprosto minimální.

```
> evalm(M1.Vector(C1));
```

```

[-0.993821369980599239259673 , -1.00334869736985986142913 ,
-1.00227606702981786415907 , -1.00224963642825126104095 ,
-1.00286809947811743566802 , -1.00243783386867405803900 ,
-1.00066233022059544776252 , -1.00002256504398752204929 ,
-0.998007827101221364083523 , -0.994958607251304624788597 ,
-0.997354186207601118168720 , -1.00027767167897651528326 ,
-1.00022016698439533722217 , -1.00126620644312226423079 ,
-1.00075737941883813551629 , -0.999358017343909907361873 ]

```

Nakonec byly vypočítané koeficienty dosazeny do vztahu $Col1$ a výsledná implicitní funkce závislosti má tento tvar.

```

> F1:=add(w,w=zip((u,v)->u*v,C1,Col1(Mt,dt,up)))+1=0;

```

```

F1 := -0.000151055964796666015135540 Mt - 0.00136396295843492439178064 dt
- 0.00233610724475818592682514 up + 1 = 0

```

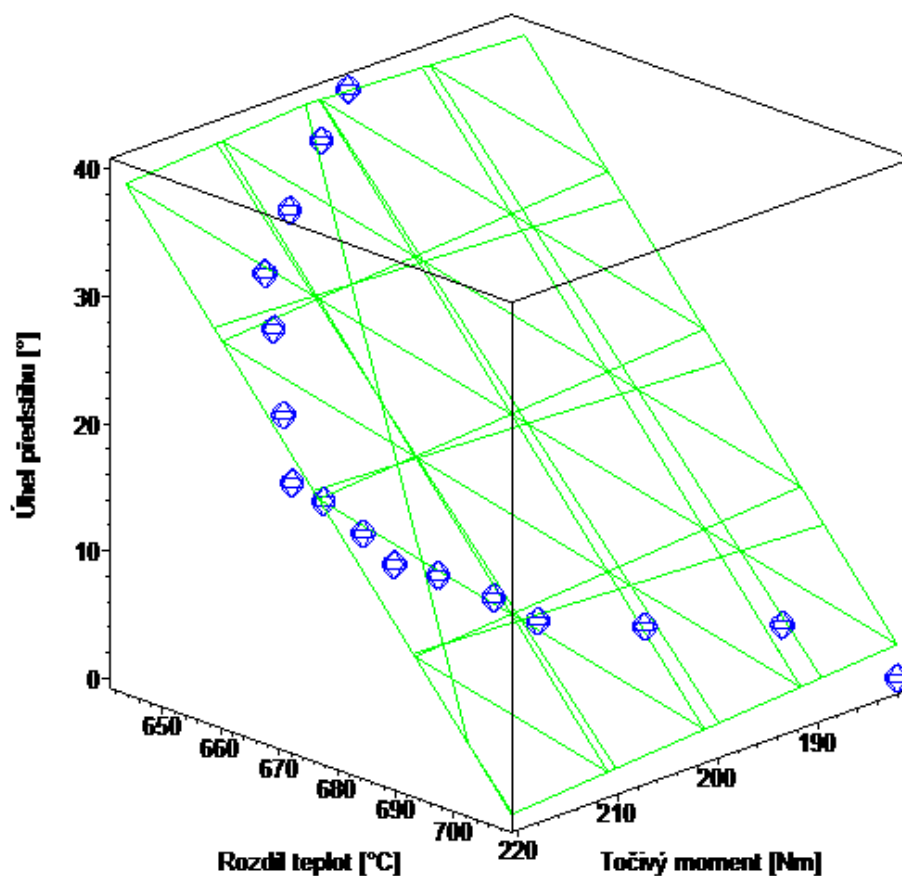
Pro lepší názornost byla implicitní funkce vykreslena společně s naměřenými daty.

```

> Q21:=implicitplot3d(F1,RMt,Rdt,Rup,grid=[5,5,5],
style=wireframe,color=green):

> display({Q1,Q21},axes=boxed,
labels=["Točivý moment [Nm]","Rozdíl teplot [°C]","Úhel
předstihu [°]"],
labeldirections=[default,default,vertical]);

```



Obrázek 18: Graf zobrazující naměřená data aproximovaná implicitní funkcí

Z obrázku 18 je vidět, že implicitní funkce téměř přesně charakterizuje naměřená data a popisuje jejich přibližně rovinný charakter. Nicméně k přesné aproximaci není úplně vhodná, protože pokud budou do implicitní funkce dosazována libovolná reálná čísla za všechny proměnné, nelze dostávat výsledky takové, které by odpovídaly křivce naměřených dat.

Pro snahu dosáhnout lepšího výsledku bude použit v implicitní funkci ještě polynom druhého stupně, který by mohl lépe naměřená data aproximovat.

Data jsou uložena v proměnné z předcházejícího výpočtu, pouze se definuje nový tvar implicitní funkce a určí se jeho členy s proměnnými.

```
> Col2:=unapply ([op (expand (Mt+dt+up+1)^2)-1] ,Mt,dt,up) ;
```

$$Col2 := (Mt, dt, up) \rightarrow [Mt^2, 2 Mt dt, 2 Mt up, 2 Mt, dt^2, 2 dt up, 2 dt, up^2, 2 up]$$

Opět se dosadí za všechny parametry rovnice a sestaví se tak opět 16 levých stran rovnic, ale tentokrát o 9 neznámých, protože se jedná o polynom druhého stupně a ten po umocnění obsahuje právě 9 členů.

```
> M2:=Matrix(map(u->Col2(u[]),Data_2));
> evalm(M2);
```

```
[32847.575121 , 256835.961768 , 0. , 362.478 , 502051.605136 , 0. , 1417.112 , 0 ,
0]
[36187.072441 , 267944.775202 , 2282.748 , 380.458 , 495994.824361 , 8451.228
, 1408.538 , 36 , 12]
[40362.015409 , 280812.168250 , 3214.448 , 401.806 , 488426.265625 ,
11182.000 , 1397.750 , 64 , 16]
[43701.484401 , 290380.767744 , 4180.980 , 418.098 , 482369.142784 ,
13890.560 , 1389.056 , 100 , 20]
[44776.252816 , 292552.263784 , 5078.496 , 423.208 , 477858.360529 ,
16590.552 , 1382.546 , 144 , 24]
[46120.139536 , 295153.344696 , 6013.168 , 429.512 , 472220.475489 ,
19241.124 , 1374.366 , 196 , 28]
[47194.955536 , 297143.301784 , 6517.320 , 434.488 , 467709.635449 ,
20516.790 , 1367.786 , 225 , 30]
[47550.599721 , 296522.836776 , 7414.074 , 436.122 , 462274.888464 ,
23116.872 , 1359.816 , 289 , 34]
[47994.293776 , 295705.717736 , 8324.888 , 438.152 , 455480.561449 ,
25645.934 , 1349.786 , 361 , 38]
[48349.852996 , 295023.245060 , 8795.440 , 439.772 , 450046.431025 ,
26834.200 , 1341.710 , 400 , 40]
[47469.951376 , 290203.424216 , 10458.048 , 435.752 , 443533.356289 ,
31967.184 , 1331.966 , 576 , 48]
[46369.592896 , 284176.335168 , 12489.488 , 430.672 , 435394.104336 ,
38270.952 , 1319.688 , 841 , 58]
[45489.638089 , 279354.234306 , 13650.112 , 426.566 , 428882.221881 ,
41913.024 , 1309.782 , 1024 , 64]
[43507.702225 , 271594.356800 , 14600.950 , 417.170 , 423853.081600 ,
45572.800 , 1302.080 , 1225 , 70]
[41030.553600 , 261786.923520 , 15394.560 , 405.120 , 417569.270416 ,
49110.896 , 1292.392 , 1444 , 76]
[39048.921664 , 253844.470288 , 15808.640 , 395.216 , 412540.297849 ,
51383.440 , 1284.586 , 1600 , 80]
```

Nyní se opět definují pravé strany. Ty se rovnají -1 z důvodu převodu absolutního členu na pravou stranu.

```
> V:=Vector(1..N,-1) :
```

Vypočítají se hodnoty všech 9 koeficientů tak, aby platila rovnost levé a pravé strany rovnice pro každou rovnici. Využije se na to opět metoda nejmenších čtverců.

```
> C2:=convert(LinearAlgebra[LeastSquares](M2,V),list) ;
```

```
C2 := [0.337492778835268900660495 10-7, 0.275358607262946254944254 10-6,  
0.456740762148056587660221 10-6, -0.000203006569416230671216673 ,  
0.182118232582345012683992 10-5, 0.313849635717374270799090 10-5,  
-0.00134962665785702822129056 , 0.524030528312880467397265 10-5,  
-0.00231820510924918928304448 ]
```

Koeficienty byly vypočítány. Nyní se ještě ověří, jak moc se levé strany rovnic blíží hodnotě -1. Na první pohled je zřejmé, že odchylka od -1 je opravdu malá a vypočtené koeficienty jsou opravdu správné.

```
> evalm(M2.Vector(C2)) ;
```

```
[-0.999999463044934113973593 , -0.999999749246655866906601 ,  
-1.00000346631507845577042 , -1.00000272853814732689468 ,  
-0.999993166506770149865992 , -0.999993616419517086140763 ,  
-1.00000457128217415659051 , -1.00000378126201926917132 ,  
-1.00000492460408581860176 , -0.999994427021726237762985 ,  
-1.00000006496728712655863 , -0.99999060276068034715649 ,  
-1.00000246447473800015967 , -0.999998258767051954505304 ,  
-0.999999803912399621689216 , -1.00000045315334758911199 ]
```

Výsledný tvar implicitní funkce s polynomem druhého stupně bude vypadat takto.

```
> F2:=add(w,w=zip((u,v)->u*v,C2,Col2(Mt,dt,up)))+1=0 ;
```

```
F2 := 0.337492778835268900660495 10-7 Mt2  
+ 0.550717214525892509888508 10-6 Mt dt  
+ 0.913481524296113175320442 10-6 Mt up  
- 0.000406013138832461342433346 Mt  
+ 0.182118232582345012683992 10-5 dt2  
+ 0.627699271434748541598180 10-5 dt up  
- 0.00269925331571405644258112 dt + 0.524030528312880467397265 10-5 up2  
- 0.00463641021849837856608896 up + 1 = 0
```

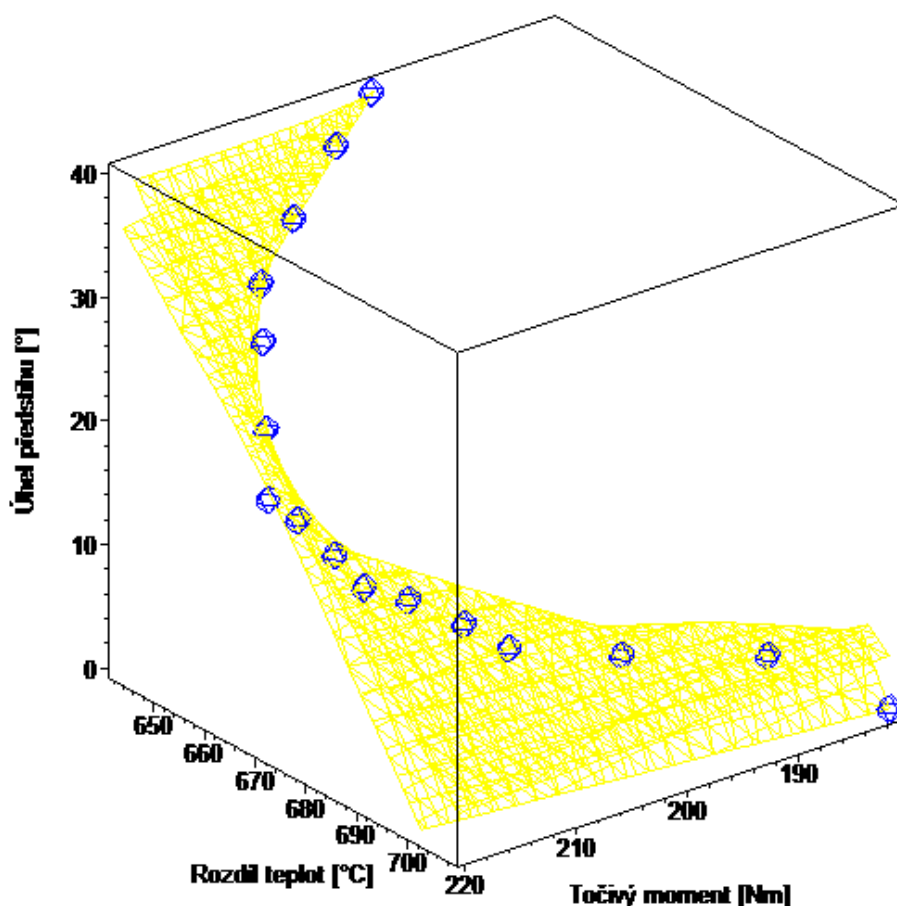
Po vykreslení do grafu (obrázek 19) společně s naměřenými daty lze pozorovat, že aproximace dat je lepší, ale stále existují body, které lze dostat dosazením do implicitní funkce, a nebudou odpovídat tvaru křivky naměřených dat. Nicméně pokud se vhodně zvolí výchozí podmínky, je i tato funkce vhodná a použitelná.

```

> Q22:=implicitplot3d(F2,RMt,Rdt,Rup,
grid=[25,25,25],style=wireframe,color=yellow):

> display({Q1,Q22},axes=boxed,
labels=["Točivý moment [Nm]","Rozdíl teplot [°C]","Úhel
předstihu [°]"],
labeldirections=[default,default,vertical]);

```



Obrázek 19: Graf aproximace naměřených dat implicitní funkcí s polynomem 2. stupně

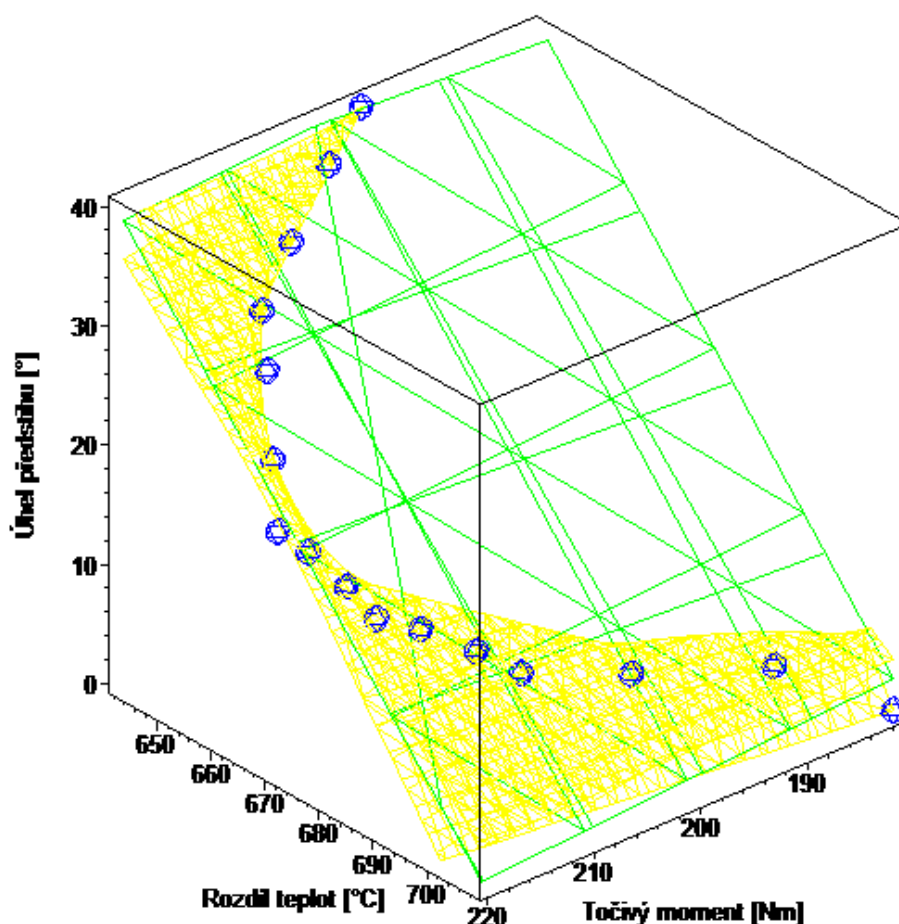
Aby byl lépe vidět rozdíl mezi implicitní funkcí s polynomem prvního stupně a implicitní funkcí s polynomem druhého stupně, budou obě funkce vykresleny do grafu s naměřenými daty.

```

> Q21:=implicitplot3d(F1,RMt,Rdt,Rup,grid=[5,5,5],
style=wireframe,color=green):
> Q22:=implicitplot3d(F2,RMt,Rdt,Rup,grid=[25,25,25],
style=wireframe,color=yellow):

```

```
> display({Q1,Q22,Q21},axes=boxed,
labels=["Točivý moment [Nm]","Rozdíl teplot [°C]","Úhel
předstihu [°]"],
labeldirections=[default,default,vertical]);
```



Obrázek 20:Graf zobrazující porovnání aproximace implicitní funkce s polynomem prvního a druhého stupně

Z obrázku 20 vyplývá, že implicitní funkce s polynomem druhého stupně lépe aproximuje naměřená data než funkce s polynomem prvního stupně. Je ale vidět, že data leží spíše na rozhraní grafů obou funkcí. Nebylo by proto špatné určit průsek těchto dvou ploch. Průsek dvou ploch se řeší substituční metodou, kdy se z jedné rovnice vyjádří libovolná proměnná a dosadí se do rovnice druhé. Tímto se dostane jedna rovnice pro dvě neznámé. Jedna neznámá se vyjádří a rovnice přejde do tvaru prostorové funkce dvou proměnných.

Vyjádření točivého momentu z implicitní funkce s polynomem prvního stupně $F1$.

```
> sMt:=Mt=solve (F1,Mt) ;
```

$$smt := mt = -9.029520683 \, dt - 15.46517708 \, up + 6620.062977$$

Dosazení vyjádřeného točivého momentu do druhé implicitní funkce $F2$.

```
> F2s:=expand (subs (sMt,F2) ) ;
```

$$F2s := -0.399900893 \, 10^{-6} \, dt^2 - 0.1062617415 \, 10^{-5} \, dt \, up + 0.000577875753 \, dt \\ - 0.81504225 \, 10^{-6} \, up^2 + 0.000779485356 \, up - 0.208775297$$

Vyjádření dt z rovnice $F2s$.

```
> T:=simplify ([solve (F2s,dt) ],symbolic) :
```

$$DT := [-1.328600953 \, up + 722.5237091 + 0.6251548931 \, 10^{-5} \\ \sqrt{-0.6983548951 \, 10^{10} \, up^2 + 0.7498352836 \, 10^{12} \, up - 0.6929968498 \, 10^{12}}, \\ -1.328600953 \, up + 722.5237091 - 0.6251548931 \, 10^{-5} \\ \sqrt{-0.6983548951 \, 10^{10} \, up^2 + 0.7498352836 \, 10^{12} \, up - 0.6929968498 \, 10^{12}}]$$

Výsledkem po vyjádření jsou dva vztahy. Rovnice $F2s$ je totiž kvadratická. Rozdělením kořenů rovnice do dvou proměnných se usnadní další výpočty a vykreslování grafů. Tímto v podstatě vznikly dvě paraboly a je třeba zjistit, která je ta správná. Nejprve se ale vykreslí do grafu, aby bylo vidět, jestli je výpočet správný.

```
> dt1:=DT[1] ; dt2:=DT[2] ;
```

$$dt1 := -1.328600953 \, up + 722.5237091 + 0.6251548931 \, 10^{-5} \\ \sqrt{-0.6983548951 \, 10^{10} \, up^2 + 0.7498352836 \, 10^{12} \, up - 0.6929968498 \, 10^{12}} \\ dt2 := -1.328600953 \, up + 722.5237091 - 0.6251548931 \, 10^{-5} \\ \sqrt{-0.6983548951 \, 10^{10} \, up^2 + 0.7498352836 \, 10^{12} \, up - 0.6929968498 \, 10^{12}}$$

```
> C1:=spacecurve ([subs (dt=dt1, rhs (sMt) ), dt1, up] , \\ up=up0..op (2,op (2,Rup) ) ,color=blue,thickness=5) :
```

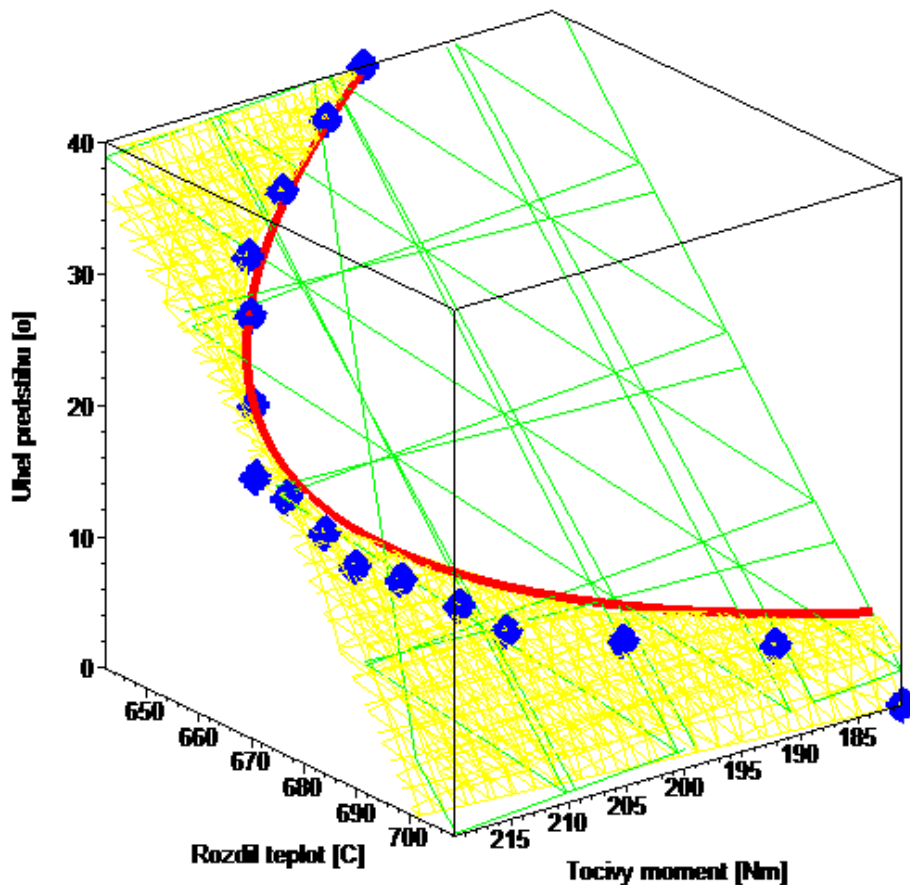
```
> C2:=spacecurve ([subs (dt=dt2, rhs (sMt) ), dt2, up] , \\ up=up0..op (2,op (2,Rup) ) ,color=red,thickness=5) :
```

```
> display ({Q1,Q22,Q21,C1,C2},axes=boxed, \\ labels=["Točivý moment [Nm]","Rozdíl teplot [C]","Uhel \\ predstihu [o]"],
```

```

labeldirections=[default,default,vertical],
view=[rhs(RMt),rhs(Rdt),rhs(Rup)]);

```



Obrázek 21: Graf zobrazující průsek dvou ploch

V obrázku 21 lze pozorovat, že průsek dvou ploch je křivka podobající se parabole a do jisté míry aproximuje naměřená data. V tomto rozsahu hodnot je ale zobrazena pouze jedna ze dvou křivek. Červená křivka data vcelku věrně aproximuje, bylo by ale zajímavé zjistit jak moc se charakter křivky shoduje s charakterem pomyslné křivky naměřených dat. K tomu výhodně poslouží korelační koeficient.

Vypočítá se tak, že do vztahu $dt1$, který reprezentuje červenou křivku, se dosadí hodnoty za up z matice naměřených dat. Tímto se vypočítají rozdíly teplot platné pro aproximující funkci.

```

> Mf1:=map(u->subs(up=u[3],dt1),Data_2);

```

```
Mf1 := [ 722.5237091 + 5.204191451 I, 726.3385647, 725.6749069, 724.6867444,
        723.4705534, 722.0807058, 721.3318644, 719.7421368, 718.0452344,
        717.1612058, 713.4194657, 708.3505133, 705.1320671, 701.7957358,
        698.3502500, 695.9959562 ]
```

Nyní se pomocí korelace porovnají data vypočítaná v matici *Mf1* s daty naměřenými ve stejných bodech. Výsledný korelační koeficient ukazuje míru aproximace naměřených dat průsekem dvou ploch.

```
> LC1:=Statistics[Correlation](map(u->u[2],Data_2),Mf1);
```

```
LC1 := 0.9762110201
```

Korelační koeficient vyšel 0,976, což není špatné a ukazuje to, že křivka získaná jako průsek dvou ploch téměř dokonale aproximuje naměřená data. Ovšem je nutné konstatovat, že hodnota korelačního koeficientu je pro aplikaci funkce na spalovací motor příliš nízká. Pro zpřesnění výpočtu by bylo vhodné aplikovat implicitní funkci s polynomem vyššího stupně. Na to by ovšem bylo třeba více měření a dat. Pro ukázkou metody je tento výsledek více než dostačující a ukazuje, že i s minimem naměřených hodnot lze najít a popsat funkční závislost pro tři parametry.

6.5 Vyhodnocení výpočtů

První část výpočtu je zaměřena na závislost točivého momentu na dávce paliva. Byla použita data ze seřizovací charakteristiky spalovacího motoru Peugeot při otáčkách 3000 min^{-1} a otevření škrticí klapky na 50 %. Prokázalo se, že i naměřených 7 bodů bylo dostačujících pro stanovení implicitní funkce aproximující naměřené hodnoty, a to s vynikajícím korelačním koeficientem 0,999. Tato závislost ukazuje, že pokud se bude volit dávka paliva tak, aby směs byla mírně bohatší na palivo ($\lambda = 0,95$), točivý moment bude maximální. Z tabulky 1 a obrázku 15 lze ale vyčíst, že nejnižší měrná spotřeba paliva pro dané nastavení je při bohatosti $\lambda = 1,14$. Tato směs je velmi chudá, ale pořád je v mezích zapalitelnosti.

Pro porovnání vhodnosti použití implicitní funkce byl použit ještě polynom 4. stupně, který jednoznačně určuje proměnnou na svislé ose jako závisle proměnnou a proměnnou na vodorovné ose jako nezávisle proměnnou. Výsledkem polynomu je přímo funkční závislost obou proměnných v definovaném tvaru. Z obrázku 15 je vidět, že aproximace polynomem není příliš vhodná z důvodu nepředvídatelného chování polynomu mimo naměřené body. Polynom sice naměřenými body téměř

prochází, proto je koeficient korelace také velmi blízký 1, ale v okolí bodů se příliš vlní a je předpoklad, že takový trend naměřená data nemají. Navíc za posledním naměřeným bodem polynomická funkce začíná prudce růst, zatímco naměřená data mají spíše klesající tendenci. Z tohoto důvodu se jeví aproximace implicitní funkcí s polynomem 2. stupně jako přesnější varianta. Je ale nutné zdůraznit, že na určení implicitní funkce s polynomem 2. stupně je zapotřebí více měření než na určení polynomu 4. stupně.

Ve druhé části výpočtu byla zkoumána závislost tří proměnných; točivého momentu, úhlu předstihu zážehu před horní úvratí a rozdílu teplot nasávané směsi a výfukových plynů. Z obrázku 17 a tabulky 2 je patrné, že závislost úhlu předstihu zážehu a rozdílu teplot nasávané směsi a výfukových plynů je téměř přímková. Z obrázku 16 lze vyčíst, že závislost točivého momentu a úhlu předstihu zážehu připomíná parabolu, jejíž vrchol je u hodnoty předstihu asi 20° před horní úvratí. Po aproximaci dat implicitní funkcí s polynomem 1. stupně nebyly výsledky uspokojivé. Bylo ale zjištěno, že naměřené body jsou umístěny téměř v jedné rovině, grafické znázornění lze pozorovat v obrázku 18.

Naměřená data byla ještě jednou aproximována implicitní funkcí, tentokrát s polynomem 2. stupně. Výsledky byly lepší, ale stále ne ideální. Graf výsledné funkce se již blíží naměřeným hodnotám, ale stále to není úplně přesné, jsou zde pořád místa, která neodpovídají trendu naměřených hodnot (obrázek 19). Aby tato aproximace byla použitelná, je třeba vhodně zvolit výchozí omezující podmínky. Pokud se vykreslí obě dvě aproximace do jednoho grafu (obrázek 20), lze sledovat, že naměřená data se pohybují na rozhraní obou ploch. Proto se určil průsek těchto ploch a jak je vidět z obrázku 21, aproximace výslednou křivkou je již daleko přesnější. Dokazuje to i vypočítaný koeficient korelace, který má hodnotu 0,97. Z tabulky 2 je vidět, že bylo naměřeno 16 bodů, což zcela postačuje pro stanovení implicitní funkce s polynomem 2. stupně. Jako ideální řešení se ale jeví přímé proložení prostorovou křivkou. Protože ale prostorovou křivku je možné zadat jako vektor tří funkcí, závislých na jednom parametru, $[x(p), y(p), z(p)]$, jsou potřebné výpočty velmi náročné a mimo rozsah této práce.

Na základě provedených výpočtů lze usuzovat, že mezi parametry spalovacího motoru existují závislosti, které lze pomocí matematických funkcí popsat a tím je přesně definovat. Je pro to ovšem zapotřebí velké množství měření, aby definovaná funkce závislosti byla co nejpřesnější, navíc funkční závislost platí pouze pro jeden konkrétní

typ motoru. Na jiný typ motoru se musí provést měření znovu a opět definovat funkční závislosti. Dokonce nalezená funkční závislost neplatí zcela pro dva stejné motory, protože každý motor je v podstatě originál. Aby byla možnost použití pro dva motory stejného typu zachována, je třeba provést korekční zkoušky na daném motoru a odstranit odchylky, byť velmi malé, ale důležité pro správný chod motoru.

Vypočítané korelační koeficienty jasně ukazují, že nalezené funkce téměř dokonale aproximují naměřená data. Nalezené implicitní funkce jsou lehce odchýleny od naměřených dat z důvodu použití polynomu nižšího stupně v implicitní funkci. Tyto odchylky jsou ale velmi malé, a lze je srovnávat s chybami měření jednotlivých hodnot. Přesnost proložení dále stoupne s vyšším počtem naměřených hodnot, což umožní použít obecnější implicitní funkce.

Nalezené implicitní funkce lze potom podrobit matematickým operacím a vyšetřit průběhy těchto funkcí, resp. jedné funkce pro celý motor. Je třeba na začátku stanovit výchozí vstupní podmínky, tím se některé proměnné stanou konstantou a výpočet se ulehčí. Potom se zvolí parametr, který je zajímavý a vyseparuje se z implicitní funkce na druhou stranu vztahu. Tímto se implicitní funkce dostane do tvaru, kde se dá již vyšetřovat její průběh pomocí diferenciálního počtu. Lze si tak třeba na počítači virtuálně naladit motor a nastavení ověřit v motorové zkušebně, případně doladit detaily. Důležité je, že díky implicitní funkci, která popisuje motor lze určit, v jakých mezích seřizovacích parametrů je třeba se pohybovat pro požadovanou hodnotu zvoleného parametru. Motorář potom nemusí naslepo bádat a zkoušet různé kombinace nastavení, čímž se dá ušetřit spousta času i paliva.

Z důvodu poruchy na motorové zkušebně na Mendelově univerzitě v Brně bylo nutné použít již dříve naměřená data. I přes tuto skutečnost jsou výsledky velmi uspokojivé a ukazují, že závislosti mezi parametry prokazatelně existují a navíc se dají popsat pomocí matematických funkcí. Jsou to ovšem pouze závislosti maximálně tří parametrů, ale z postupu jde vidět, že zvolená metoda je univerzální a lze ji použít i pro více proměnných.

7 ZÁVĚR

V této diplomové práci je nejprve pojednáno o způsobech tvorby směsi zážehových motorů, které se v současné době používají. Jsou zde popsány principy lambda regulace, systémy vstřikování paliva a parametry ovlivňující úhel předstihu zážehu. Právě na tyto parametry byla zaměřena tato práce, jejímž cílem bylo pokusit se nalézt vztahy mezi základními provozními parametry motoru.

V další kapitole jsou uvedeny matematické a statistické metody, pomocí kterých byla zpracována a vyhodnocena naměřená data. Pro porovnání existujících a použitelných metod vyhodnocení, jsou zde uvedeny i metody ve výpočtu přímo nepoužité. Dále jsou vysvětleny pojmy použité v práci v souvislosti s matematickým vyhodnocením a zpracováním naměřených dat. Jako nejvhodnější se jeví metoda nejmenších čtverců, která dosahuje optimálních výsledků a je na výpočet jednoduchá. Byla také ve výpočtech několikrát použita. Je implementována v programu Maple jako jednoduchý příkaz, který je součástí knihovny příkazů tohoto programu. Tato skutečnost značně zjednodušuje praktické využití této metody. Není potom problém určit parametry různých regresních funkcí, záleží jenom na zadání zpracovávaných dat.

Před samotným experimentem byl ještě popsán program Maple, ve kterém byly prováděny veškeré výpočty a vykreslovány grafy. Toto prostředí je velmi vhodné pro matematické výpočty a psaní algoritmů. Program umí základní příkazy používané při programování v různých jazycích. Díky tomu se z něj stává opravdu užitečný nástroj pro práci s daty a jejich vyhodnocení. Program obsahuje kvalitní a přehlednou nápovědu s vyhledáváním podle tématu nebo tzv. fulltextově, kdy je prohledávána celá nápověda. Nelze si totiž pamatovat všechny příkazy a jejich syntax, proto vyhledávání v nápovědě je sice časté, ale výsledky jsou nalezeny a aplikovány velmi rychle. Prostředí programu je přehledné a je jasně odlišeno, co je příkaz a co je výsledek. Výsledky se dají ukládat do lokálních proměnných, což usnadňuje další práci s výsledkem. Nakonec jsou popsány základní příkazy programu a jejich syntaxe s názornou ukázkou. Všechny uvedené příkazy byly použity ve výpočtu spolu s dalšími už speciálními příkazy, které nejsou uvedeny v popisu. Dají se ale najít v nápovědě programu.

Poslední částí je samotný experiment, kde jsou uvedena naměřená data a jejich zpracování pomocí výpočtů provedených v programu Maple. Původně bylo v plánu naměřit kompletní seřizovací charakteristiku spalovacího motoru Škoda, ale z důvodu závady na motorové zkušebně byla použita již dříve naměřena částečná seřizovací

charakteristika motoru Peugeot. Data z motoru Peugeot se prokázala jako naprosto postačující pro demonstraci metody popisu závislosti parametrů spalovacího motoru. Na motoru se při měření seřizovací charakteristiky nastavily otáčky a poloha škrtků klapky na konstantní hodnotu a nejprve se měnila pouze dávka paliva při konstantním předstihu zážehu a odměřilo se 7 různých bodů pro různé dávky paliva. Potom se zvolila jedna dávka paliva jako konstantní a měnil se úhel předstihu zážehu. Bodů se změnou předstihu zážehu bylo naměřeno celkem 16. U každého měření se zaznamenávaly ještě další parametry jako teploty chladicí kapaliny nebo oleje. Pro experiment ale nebyly tyto hodnoty důležité, proto nebyly ani uváděny. Na základě naměřených dat se provedly dva výpočty, kde byly stanoveny implicitní funkce pro dané závislosti a nakonec pro ověření správnosti výpočtu byly stanoveny korelační koeficienty, který ukazují jak velká je závislost mezi vypočítanými implicitními funkcemi a naměřenými daty. Na závěr byly vykresleny grafy, kde byly vyneseny naměřená data a implicitní funkce. U prvního výpočtu byl pro porovnání a ukázky výhod implicitní funkce použit k aproximaci ještě polynom, který se dle očekávání neosvědčil. U druhého výpočtu byl po zhlédnutí výsledných grafů použit průsek dvou ploch získaných aproximací dat implicitními funkcemi s polynomem prvního a druhého stupně. Tento průsek se jeví jako zajímavá možnost aproximace dat, nicméně je tento stav velmi ojedinělý než aby se k tomuto způsobu dalo přistupovat jako k univerzální metodě, kterou je aproximace pomocí implicitní funkce s polynomem n -tého stupně a výpočtu koeficientů funkce pomocí metody nejmenších čtverců. Jako ideální se v tomto případě jeví využití regresní funkce ve tvaru prostorové křivky.

Z uvedených výsledků lze usuzovat, že mezi vstupními a výstupními parametry spalovacího motoru existují závislosti, které lze popsat pomocí matematických funkcí. Jako velmi výhodná metoda k nalezení těchto funkcí se osvědčila metoda definování obecné implicitní funkce s polynomem n -tého stupně. Koeficienty této funkce lze potom určit různými numerickými metodami, z nichž se jeví metoda nejmenších čtverců jako nejdostupnější a zcela vyhovující. K přesnému určení všech vazeb mezi parametry a definování váhy jednotlivých parametrů na výsledném projevu spalovacího motoru je třeba velmi obsáhlé a komplexní měření seřizovací charakteristiky spalovacího motoru, které může být předmětem další práce.

Aplikace takovéto implicitní funkce popisující vazby mezi vstupními a výstupními parametry spalovacího motoru je možná v průběhu vývoje u firem,

zabývajících se výrobou nebo testováním spalovacích motorů. Další aplikace, která přichází v úvahu, je v motorsportu, kde by bylo možné provádět ladění motoru do velmi specifických podmínek v souladu s požadavky míst závodů. Takováto aplikace spočívá v tom, že do programovatelné řídicí jednotky motoru se nahrají data vypočítaná na základě zjištěné funkce a po testování se provedou menší korekce. V řídicí jednotce motoru by byl stávající systém, který spočívá v systému tabulek pro několik klíčových bodů, a zbylé přechodové stavy se interpolují.

Jiná aplikace implicitní funkce se nabízí v implementaci funkce samotné přímo do řídicí jednotky motoru u všech motorů. Provozní nastavení by bylo přesně dopočítáváno přímo v jednotce bez nutnosti interpolace, která není úplně přesná, ale dostačující. Problém nastává v rychlosti výpočtu a rychlosti změny provozních parametrů. Může nastat situace, kdy řídicí jednotka s nedostatečným výpočetním výkonem bude počítat nastavení např. dávku paliva na okolních podmínkách a než stačí dopočítat, podmínky se změní. Pak se dávka paliva určí špatně a motor nemá požadované výstupní parametry. Pokud by ale byla použita řídicí jednotka s dostatečným výpočetním výkonem, bylo by potřeba značné chlazení, protože by vznikalo velké množství tepla a mohlo by dojít k přehřátí jednotky a jejímu zničení. Navíc součásti nejmodernějších výkonných procesorů jsou velmi citlivé např. na vibrace, rázy a nečistoty. Bylo by nutné z konstrukčního hlediska zabezpečit provozuschopnost jednotek i v těch nejtvrdějších podmínkách. Dalším problémem při implementaci je paměť jednotky, která by se musela navýšit a zvýšit její rychlost zápisu i čtení, protože se bude vyhodnocovat a ukládat velké kvantum dat a to v reálném čase. Tyto všechny problémy je možné za použití nejmodernějších technologií řešit, problémem jsou příliš vysoké náklady, které by zbytečně zvyšovaly cenu motorů. Navíc u motorů běžně využívaných v provozu není zatím nutné tuto implementaci řešit. Jako zajímavé se ovšem jeví motory montované do pracovních strojů a zemědělské techniky. Tyto stroje se pohybují ve velmi různorodých podmínkách po celém světě a díky přesnému řízení motoru by tak mohlo dojít k úspoře paliva vlivem přesného určení např. dávky paliva pro daný momentální požadavek. Cena hardware navíc soustavně klesá.

Do budoucna se jeví tato možnost jako velmi perspektivní a mohla by být použita k jisté automatizaci řízení spalovacích motorů, kdy by se do řídicí jednotky nahrál pouze rozhodovací algoritmus a ten by převzal celé řízení motoru bez nutnosti jeho ladění

8 SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] Bauer F. 2013. Traktory a jejich využití. 2. vyd. Praha: Profi Press. 224 s.
- [2] Dalík J. 2010. Matematika IV: numerická analýza. Vyd. 1. Brno: Akademické nakladatelství CERM. 131 s.
- [3] Ferenc B. 2009. Spalovací motory: karburátory, vstřikování paliva a optimalizace parametrů motoru. Vyd. 3. Brno: Computer Press. 388 s.
- [4] Gscheidle R. 2007. Příručka pro automechanika. 3., přeprac. vyd. Praha: Europa-Sobotáles. 685 s.
- [5] Halliday D, Resnick R, Walker J. 2000. Fyzika: vysokoškolská učebnice obecné fyziky. Vyd. 1. Brno: VUTIUM. xxiv, 1198, [52] s.
- [6] Hebák P, Hustopecký J, Malá I. 2005. Vícerozměrné statistické metody [2]. Vyd. 1. Praha: Informatorium. 239 s.
- [7] Hendl J. 2012. Přehled statistických metod: analýza a metaanalýza dat. 4., rozš. vyd. Praha: Portál. 734 s.
- [8] Hlavňa V. 2003. Dopravný prostriedok - jeho motor. 2. opr. vyd. v Žilině: Žilinská univerzita. 442 s.
- [9] Hřebíček, Jiří a Jan Kohout. 2004. Úvod do systému Maple. Brno: Fakulta informatiky Masarykovy univerzity v Brně, 102 s.
- [10] Jan Z, Ždanský B. 2008. Automobily 3: Motory. 2., aktualiz. vyd. Brno: Avid. 179 s.
- [11] Knichal V. 1966. Matematika: vysokoškolská učebnice. 1. vyd. Praha: SNTL. 599 s.
- [12] Macek J. 2012. Spalovací motory. 2. vyd. v Praze: České vysoké učení technické. 262 s.
- [13] Papoušek M, Štěrba P. 2007. Diagnostika spalovacích motorů. 2., aktualiz. vyd. Brno: Computer Press. 223 s.
- [14] Ralston A. 1973. Základy numerické matematiky. 1. čes. vyd. Praha: Academia. 636 s.
- [15] Vlk F. 2001. Zkoušení a diagnostika motorových vozidel. 1. vyd. Brno: Vlk. viii, 576 s.
- [16] Vlk F. 2002. Elektronické systémy motorových vozidel. 1. vyd. Brno: František Vlk. vii, 298 s.

- [17] Vlk F. 2003. Vozidlové spalovací motory. 1. vyd. Brno: František Vlk. viii, 580 s.
- [18] Vlk F. 2006. Automobilová elektronika 3: Systémy řízení motoru a převodů. 1. vyd. Brno: František Vlk. vi, 355 s.

Internetové zdroje

- [19] Hřebíček J. Studijní materiály pro systémy počítačové algebry. Databáze online [cit. 2015-03-30]. Dostupné z WWW:
< <http://www.fi.muni.cz/~hrebicek/maple/cas/>>.
- [20] Němeček R. a kolektiv. 1999. Úvod do programu Maple. Databáze online [cit. 2015-03-30]. Dostupné z WWW:
< <http://www.fit.vutbr.cz/~tisnovpa/vyuka/PP1/maple/kap01.htm>>.
- [21] Počítačový algebraický systém Maple jako pomůcka při studiu předmětu Matematika I VSCHT. Databáze online [cit. 2015-03-30]. Dostupné z WWW:
<https://vscht.cz/mat/El_pom/Maple/Mat_maple.html>.
- [22] Počítačový algebraický systém Maple jako pomůcka při studiu předmětu Matematika II VSCHT. Databáze online [cit. 2015-03-30]. Dostupné z WWW:
<https://vscht.cz/mat/El_pom/Maple/MatII_maple.html>.

9 SEZNAM OBRÁZKŮ A TABULEK

OBRÁZEK 1: VLIV SOUČiniteLE PŘEBYTKU VZDUCHU NA MĚRNOU SPOTŘEBU PALIVA [18]	12
OBRÁZEK 2: CENTRÁLNÍ VSTŘIKOVÁNÍ PALIVA [18]	14
OBRÁZEK 3: VÍCEBODOVÉ VSTŘIKOVÁNÍ PALIVA [18]	15
OBRÁZEK 4: PŘÍMÝ VSTŘIK PALIVA [18]	16
OBRÁZEK 5: SYSTÉMY TVOŘENÍ SMĚSI PŘÍMÉHO VSTŘIKOVÁNÍ PALIVA [18]	17
OBRÁZEK 6: VLIV ÚHLU PŘEDSTIHU NA TLAK VE SPALOVACÍM PROSTORU [18].....	18
OBRÁZEK 7: MAPA PŘEDSTIHU PRO RŮZNÉ OTÁČKY A ZATÍŽENÍ [18]	20
OBRÁZEK 8: GRAFICKÉ ZNÁZORNĚNÍ METODY NEJMENŠÍCH ČTVERCŮ [2]	29
OBRÁZEK 9: MĚŘENÝ MOTOR INSTALOVANÝ NA MOTOROVÉ ZKUŠEBNĚ (MOTOR ŠKODA) [VLASTNÍ]	42
OBRÁZEK 10: VÍŘIVÝ DYNAMOMETR AVL PŘIPOJENÝ K MOTORU [VLASTNÍ]	42
OBRÁZEK 11: GRAFICKÉ ZNÁZORNĚNÍ ZÁVISLOSTI POČTU ČLENŮ POLYNOMU (N) NA STUPNI POLYNOMU (N_2) A POČTU NEZNÁMÝCH V POLYNOMU (N_1)	46
OBRÁZEK 12: GRAF ZÁVISLOSTI TOČIVÉHO MOMENTU NA DÁVCE PALIVA	47
OBRÁZEK 13: GRAF ZOBRAZUJÍCÍ APROXIMACI NAMĚŘENÝCH DAT KŘIVKOU IMPLICITNÍ FUNKCE	50
OBRÁZEK 14: GRAF ZOBRAZUJÍCÍ POROVNÁNÍ APROXIMACÍ DAT IMPLICITNÍ FUNKCÍ A POLYNOMEM 4. STUPNĚ.....	52
OBRÁZEK 15: GRAF ZOBRAZUJÍCÍ ZÁVISLOST TOČIVÉHO MOMENTU NA MĚRNÉ SPOTŘEBĚ PALIVA S APROXIMACÍ BODŮ POMOCÍ IMPLICITNÍ FUNKCE A POLYNOMU S VYZNAČENÍM STECHIOMETRICKÉ SMĚSI	53
OBRÁZEK 16: GRAF ZOBRAZUJÍCÍ ZÁVISLOST ÚHLU PŘEDSTIHU, TOČIVÉM MOMENTU A ROZDÍLU TEPLOT SÁNÍ A VÝFUKU	56
OBRÁZEK 17: GRAF ZOBRAZUJÍCÍ ZÁVISLOST ÚHLU PŘEDSTIHU A ROZDÍLU TEPLOT SÁNÍ A VÝFUKU.....	57
OBRÁZEK 18: GRAF ZOBRAZUJÍCÍ NAMĚŘENÁ DATA APROXIMOVANÁ IMPLICITNÍ FUNKCÍ	60
OBRÁZEK 19: GRAF APROXIMACE NAMĚŘENÝCH DAT IMPLICITNÍ FUNKCÍ S POLYNOMEM 2. STUPNĚ	63
OBRÁZEK 20: GRAF ZOBRAZUJÍCÍ POROVNÁNÍ APROXIMACE IMPLICITNÍ FUNKCÍ S POLYNOMEM PRVNÍHO A DRUHÉHO STUPNĚ	64
OBRÁZEK 21: GRAF ZOBRAZUJÍCÍ PRŮSEK DVOU PLOCH	66
TABULKA 1: NAMĚŘENÁ DATA PRO ZMĚNU DÁVKY PALIVA	44
TABULKA 2: NAMĚŘENÁ DATA PRO ZMĚNU ÚHLU PŘEDSTIHU	44