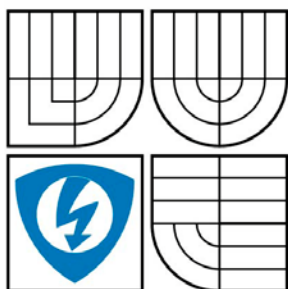


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKACNÍCH
TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV TELEKOMUNIKACÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF TELECOMMUNICATIONS

CHYBY MĚŘENÍ DIFÚZE PRO MRI ERRORS OF DIFFUSION MEASUREMENTS FOR MRI

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

PAVEL KAVAN

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

prof. Ing. KAREL BARTUŠEK, DrSc.

BRNO 2009



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav telekomunikací

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor
Teleinformatika

Student: Pavel Kavan

ID: 70152

Ročník: 3

Akademický rok: 2008/2009

NÁZEV TÉMATU:

Chyby měření difúze pro MRI

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Cílem práce je stanovení chyb ve zobrazovacích pulsních sekvencích na bázi magnetické resonance. Prostudujte metody měření difúzních koeficientů, experimentálně ověřte standardní metodu a pomocí programu stanovte chyby difúzních koeficientů ve zobrazovacích pulsních sekvencích.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] Stejskal E.O., Tanner J.E.: Spin diffusion measurements: Spin echoes in the presence of a time-dependent field gradient. J. Chem. Phys. 1965, No. 42, p. 288.
- [2] Tanner J.E.: Use of the Stimulated Echo in NMR Diffusion Studies. J. Chem. Phys. 52, 2523 (1970), pp. 2523-2526.
- [3] Bartušek K.: Speciální metody měření difúzních koeficientů metodami NMR

Termín zadání: 9.2.2009

Termín odevzdání: 2.6.2009

Vedoucí práce: prof. Ing. Karel Bartušek, DrSc.

prof. Ing. Kamil Vrba, CSc.
Předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

Abstrakt

Bakalářská práce se ve svém úvodu věnuje zobrazovacím a diagnostickým technikám na bázi magnetické rezonance. Nukleární magnetická rezonance patří v dnešní době k uznávaným metodám zkoumání molekul nejrůznějších látek. Především díky více-intervalovým spin-echovým metodám PFGSE.

V další části práce je tato spin-echo pulzní sekvence simulována pomocí programu Matlab. Jsou prováděny především simulace ovlivňující chybné měření b -faktoru a difúze. Tyto simulace mohou pomoci předejít výskytu chyb u jiných experimentů.

Klíčová slova

Difúzní měření, difúze, měření chyb, b -faktor, simulace sekvencí, nukleární magnetická rezonance, magnetická rezonance, pulzní sekvence

Bibliografická citace mé práce

KAVAN, P. *Chyby měření difúze pro MRI*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2009. 45 s. Vedoucí bakalářské práce prof. Ing. Karel Bartušek, DrSc.

Abstract

The Bachelor's thesis is, at its beginning, focused on the imaging and diagnostic techniques based on principles of magnetic resonance imaging. Nowadays, nuclear magnetic resonance belongs to reputable examining methods of variable molecule matters. Especially, due to multiinterval spin-echo PFGSE methods.

Further in this thesis is spin-echo pulse sequence simulated in the data processing computer program Matlab. Simulations influencing error measurement of b -factor and diffusion are performed. These simulations could help to prevent appearance of measurement errors at some other experiments.

Keywords

Diffusion measurements, diffusion, error measurements, b -factor, sequences simulations, nuclear magnetic resonance, magnetic resonance imaging, pulse sequence

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji bakalářskou práci na téma „Chyby měření difúze pro MRI“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího projektu a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením tohoto projektu jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne 2.6. 2009

.....

Podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce prof. Ing. Karlu Bartuškoví, DrSc. za velmi užitečnou metodickou pomoc, poskytnutí rad a odborné vedení při zpracování bakalářské práce.

V Brně dne 2.6. 2009

.....

Podpis autora

Obsah

Seznam obrázků	8
Seznam tabulek	9
Seznam použitých zkratk a symbolů	10
Úvod	12
1. Základní principy v MRI zobrazování	13
1.1 Relaxační časy T_1 a T_2	14
2. Měření difúze	17
2.1 Měřicí sekvence pro isotropní materiály	18
2.1.1 2-intervalová PFGSE měřicí sekvence	18
2.1.2 6-intervalová PFGSE měřicí sekvence	19
2.1.3 6-intervalová PFGFE měřicí sekvence	20
2.2 Měřicí sekvence pro heterogenní materiály	21
2.2.1 6-intervalová PFGSE měřicí sekvence	21
2.3 Limity v měření difúzních koeficientů	24
3. Experimentální část	26
3.1 Ovlivnění parametrů G_{D1} , G_{D2} , δ' , δ''	27
3.1.1 Ovlivnění parametrů G_{D1} , G_{D2} , δ' a δ'' bez konstantního gradientu g	27
3.1.2 Ovlivnění parametrů G_{D1} , G_{D2} , δ' a δ'' s konstantním gradientem g	30
3.2 Vliv parametru Δ na chyby ∂b a ∂D	33
3.3 Změna velikosti chyby ∂b v závislosti na zvyšování konstantního gradientu g	34
3.4 Závislost členu Dt na přesnosti výpočtu a době trvání výpočtu programu	35
3.5 Porovnání hodnot b -faktoru a difúze u sekvence se zápornými a kladnými difúzními gradienty	38
3.6 Programové prostředí Matlab	39
4. Závěr	41
Seznam použité literatury	42
Přílohy	43

Seznam obrázků

Obr. 1	a) Spinový pohyb protonu kolem vlastní osy. b) Precesní pohyb částice kolem vektoru vnějšího magnetického pole.	13
Obr. 2	a) Vektor magnetizace \mathbf{M}_z (červená šipka) podélně s vnějším mag. polem \mathbf{B}_0 . b) Přechod některých protonů do vyšší energetické hladiny a zmenšení podélné magnetizace po aplikaci elektromag. impulsu. c) Synchronizace jader a přechod podélné magnetizace do transverzální polohy po druhém elektromag. pulzu, $\mathbf{M}_z = 0$. [1], [2]	14
Obr. 3	Návrat vektoru \mathbf{M}_z po aplikaci VF impulsu do rovnovážného stavu (podélná relaxace). [2]	15
Obr. 4	Časová změna magnetizace M_{xy} vlivem příčné relaxace. [2]	15
Obr. 5	2-intervalová PFGSE měřicí sekvence. [4]	19
Obr. 6	6-intervalová PFGSE měřicí sekvence pro měření difúze s difúzními gradienty obdélníkového, lichoběžníkového a půl-sinusového tvaru a výpočet b -faktorů. [4]	20
Obr. 7	6-intervalová PFGFE měřicí sekvence pro měření difúze s difúzními gradienty obdélníkového, lichoběžníkového a půl-sinusového tvaru a výpočet b -faktoru. [4]	21
Obr. 8	Sekvence PFGSE pro měření difúze v heterogenních materiálech. [4]	22
Obr. 9	Velikost maximální relativní chyby měření MR signálu δ_M v závislosti na poměru času vzniku spinového echa T_E a relaxačního času T_2 pro různé poměry signálu a šumu. [4]	25
Obr. 10	Závislost poměru spinových ech měřených bez a s difúzními gradienty v závislosti na velikosti difúzního koeficientu a b -faktoru. [4]	25
Obr. 11	6-intervalová pulzní sekvence s vyznačenými parametry určené k modifikaci.	26
Obr. 12	Způsob změn parametrů G_{D1} , G_{D2} , δ' a δ'' v sekvenci bez konstantního gradientu g	30
Obr. 13	Způsob změn parametrů G_{D1} , G_{D2} , δ' a δ'' v sekvenci s konstantním gradientem g	31
Obr. 14	Ukázka změny délky Δ při simulaci jejího vlivu na chyby ∂b a ∂D	34
Obr. 15	Grafická závislost $g = f(\partial b)$	35
Obr. 16	Grafická závislost členu Dt na délce výpočtu programu.	37
Obr. 17	Grafická závislost parametru Dt na přesnosti výpočtu b -faktoru.	37
Obr. 18	Sekvence s kladnými difúzními gradienty G_D a konstantním gradientem g	38
Obr. 19	Sekvence se zápornými difúzními gradienty $-G_D$ a konstantním gradientem g . ..	38
Obr. 20	Bloková schémata použitých programů a jejich vzájemná kooperace.	40

Seznam tabulek

Tabulka 1	Přehled použitých výchozích vstupních hodnot	27
Tabulka 2	Simulace chyb ovlivněním některého parametru G_{D1} , G_{D2} , δ' a δ'' bez konstantního gradientu g	29
Tabulka 3	Simulace chyb ovlivněním některého parametru G_{D1} , G_{D2} , δ' a δ'' s konstantním gradientem g	32
Tabulka 4	Vzniklé chyby ∂b a ∂D po změně délky Δ s a bez konstantního gradientu g ..	34
Tabulka 5	Zjištěné hodnoty chyby ∂b v závislosti na zvyšování konst. gradientu g	35
Tabulka 6	Hodnoty b -faktoru a difúze počítané odlišnými způsoby při různých hodnotách přesnosti a nepřesnost programu při těchto výpočtech	36
Tabulka 7	Konfigurace použitého počítače a verze Matlabu	36
Tabulka 8	Výsledné hodnoty b -faktoru a difúze pro sekvence s kladnými a zápornými difúzními gradienty G_D	39

Seznam použitých zkratk a symbolů

ω_0	Larmorova úhlová frekvence
γ	Gyromagnetický poměr
B_1	Indukce mag. pole, které je vyvoláno RF impulzem
B_0	Indukce homogenního mag. pole
M_z	Podélná složka vektoru magnetizace
M_0	Intenzita signálu bez difúzních gradientů
M_{xy}	Příčná složka vektoru magnetizace
M_{GD}	Velikost spinového echa za přítomnosti difúzních gradientů
$M_{G=0}$	Velikost spinového echa bez přítomnosti difúzních gradientů
T_1	Výsledná hodnota relaxačního času
T_2	Spin – spinový relaxační čas (příčný)
T_2^*	Efektivní příčná relaxační doba
T_E	Čas sekvence od 90° VF impulzu po spinové echo
D	Difúzní koeficient
Φ	Časová funkce fáze měřených jader
b	Konstanta udávající citlivost sekvence ve vztahu k difúzi
g	Konstantní gradient
G	Gradient mag. pole
Δ	Vzdálenost gradientních impulzů
δ	Šířka gradientního impulzu
δ'	Šířka prvního gradientního impulzu
δ''	Šířka druhého gradientního impulzu
δ_D	Relativní chyba měření difúzního koeficientu
δ_M	Relativní chyba určení amplitudy spinového echa
δ_1	Čas sekvence od VF impulzu po první nebo druhý difúzní gradient
δ_2	Čas sekvence od difúzního gradientu k VF impulzu nebo spinovému echu
τ	Čas mezi VF impulzy
G_D	Difúzní gradient
G_{D1}	První difúzní gradient aplikovaný po 90° VF impulzu
G_{D2}	Druhý difúzní gradient aplikovaný po 180° VF impulzu
Dt	Člen ovlivňující přesnost výpočtu v programu $Gt.m$
b_δ	Hodnota b -faktoru zatížená chybou
D_δ	Hodnota difúze zatížená chybou
Δb	Rozdíl hodnot b -faktoru zatížené a nezatížené chybou
ΔD	Rozdíl hodnot difúze zatížené a nezatížené chybou
∂b	Relativní chyba b -faktoru
∂D	Relativní chyba difúze
$\Delta_{+1\%}$	Vzdálenost gradientních impulzů zvětšena o 1% její délky
$\Delta_{-1\%}$	Vzdálenost gradientních impulzů zmenšena o 1% její délky
b_{int}	Hodnota b -faktoru dosažená výpočtem přes integrální vztah (6)
$b_{výp}$	Hodnota b -faktoru dosažená výpočtem přes analyticky odvozený vztah (9)
D_{int}	Hodnota difúze vypočtena se členem b_{int}
$D_{výp}$	Hodnota difúze vypočtena se členem $b_{výp}$
∂b_{PrG}	Nepřesnost programu $Gt.m$ při výpočtu b -faktoru
∂D_{PrG}	Nepřesnost programu $Gt.m$ při výpočtu difúze

MR	Magnetická rezonance
NMR	Nukleární magnetická rezonance
MRI	Magnetická rezonance
CT	Počítačová tomografie
VF	Vysokofrekvenční pulz
RF	Radiofrekvenční signál
PFGSE	Metoda spinového echa s aplikovaným gradientem mag. pole
PFGFE	Metoda gradientního echa s aplikovaným gradientem mag. pole
ÚPT AV ČR	Ústav přístrojové techniky Akademie věd České republiky

Úvod

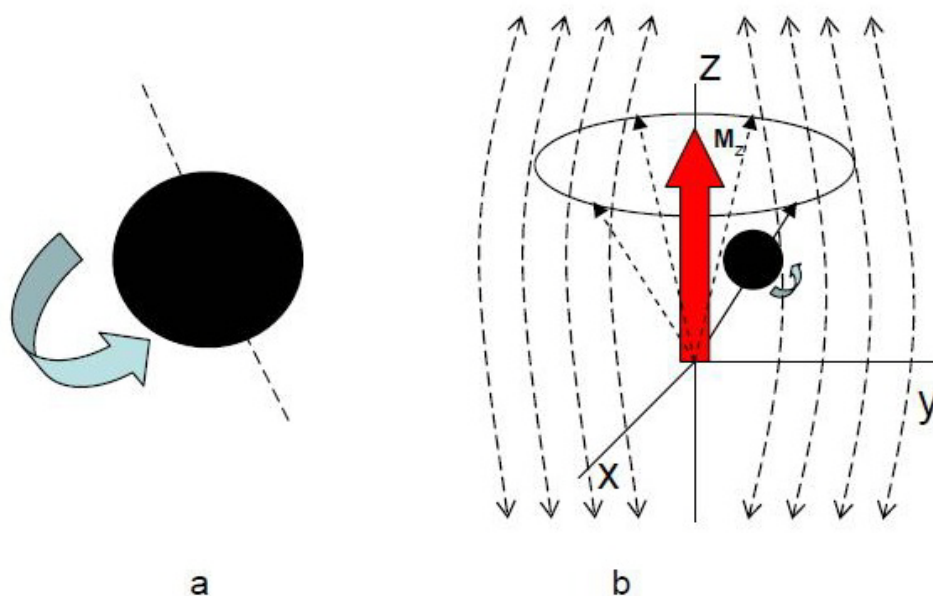
Nukleární magnetická rezonance (NMR) patří v dnešní době k uznávaným metodám zkoumání molekul nejrůznějších látek. Především její oblast zobrazování na bázi magnetické rezonance (MRI) je rozšířeným zobrazovacím a diagnostickým nástrojem v medicíně, biologii a různých technicko-vědních oborech. V medicíně a biologii využijeme těchto technik hlavně při zkoumání tkání a velkého množství organických struktur. Technické a vědecké obory se teoreticky i experimentálně zaměřují na určování a charakterizování fyzikálních vlastností vybraných materiálů a to především s porézní strukturou. Magnetická rezonance se prakticky využívá již od 70. let minulého století a stala se populární především díky své neinvazivní vyšetřovací technice a rozlišovací schopnostem, což jí v medicíně výrazně posouvá například před klasický rentgen nebo CT tomograf.

1. ZÁKLADNÍ PRINCIPY V MRI ZOBRAZOVÁNÍ

Magnetická rezonance (MR) je odvozena od nukleární magnetické rezonance, což je metoda založená na rozdílných magnetických vlastnostech atomových jader různých prvků. Atomová jádra se skládají z částic protonů a neutronů. Neutron je elektricky neutrální částice, zatímco protony jsou částice nabité kladným nábojem. Každý proton se dále otáčí kolem své vlastní osy, tento pohyb nazýváme tzv. spin (obr. 1a). Jako každá nabitá rotující částice vytváří proton kolem sebe magnetické pole a vykazuje tzv. magnetický moment. Za běžného stavu je orientace těchto os různá, což způsobuje, že se jednotlivé magnetické momenty navzájem vyruší a látka se tak chová navenek magneticky neutrálně. Pokud ale vystavíme takovou látku do silného magnetického pole, dochází k pravidelnému uspořádání os protonů paralelně se siločárami vnějšího magnetického pole. Takto uspořádané částice začnou již vykazovat souhrnný magnetický moment. Protony ve vnějším magnetickém poli se v tomto uspořádání nechovají staticky, nýbrž kromě otáčení kolem vlastní osy (spin), rotují taktéž kolem druhé pomyslné osy, ke které můžeme přirovnat siločáru zmíněného vnějšího pole. Tento pohyb se nazývá tzv. precese (obr. 1b), jehož frekvence (tzv. Larmorova frekvence) závisí na dvou faktorech. Na vlastnostech daného atomového jádra (gyromagnetický poměr) a na intenzitě vnějšího magnetického pole. Celá tato precesní frekvence vychází tedy z matematického vztahu, [1]

$$\omega_0 = \gamma \cdot B_0, \quad (1)$$

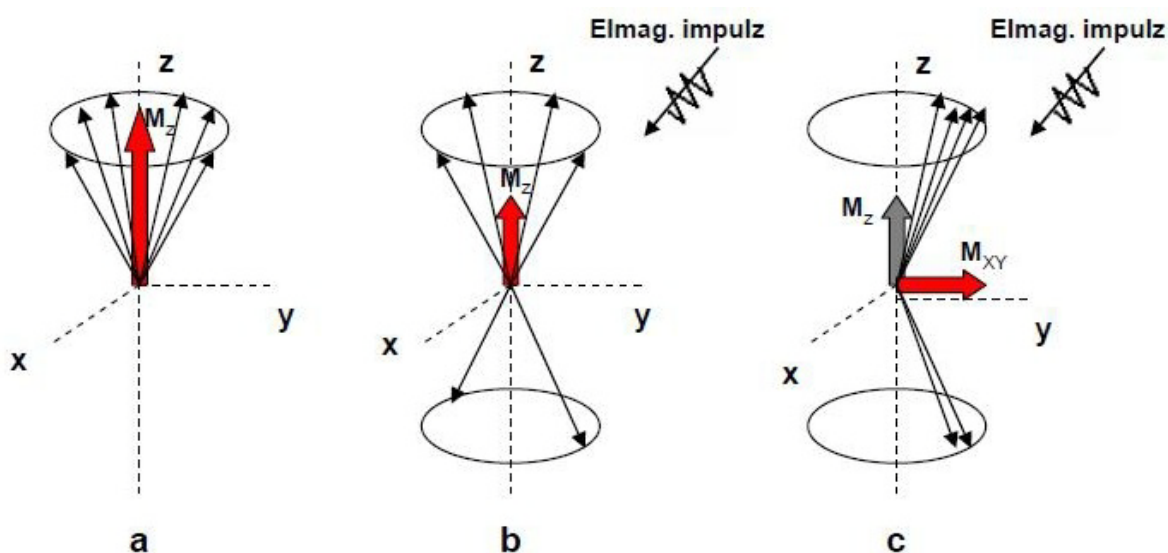
kde je ω_0 Larmorova úhlová frekvence v jednotkách radián, γ představuje gyromagnetický poměr a B_0 je intenzita magnetického vnějšího pole v jednotce Tesla.



Obr. 1 a) Spinový pohyb protonu kolem vlastní osy. b) Precesní pohyb částice kolem vektoru vnějšího magnetického pole.

Abychom ale mohli danou látku pozorovat potřebujeme zjistit a změřit velikost magnetického vektoru \mathbf{M}_z . To je momentálně nemožné, jelikož vektor magnetizace se

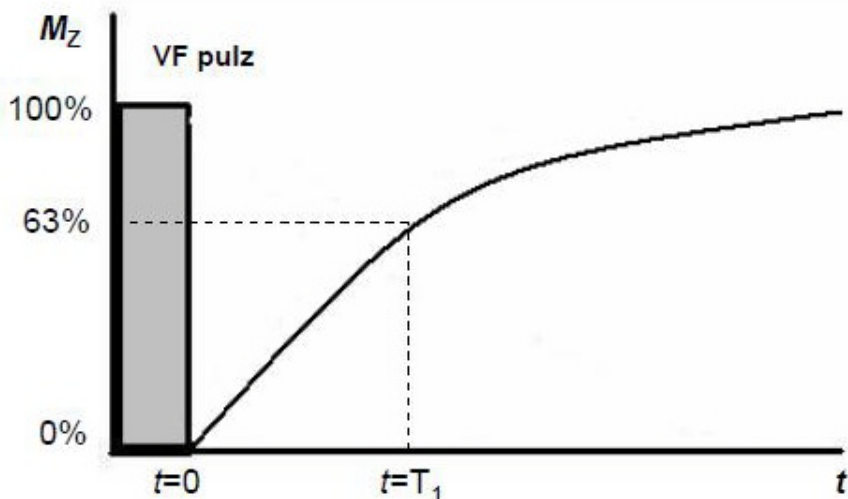
nachází podélně (longitudinálně) s průběhem siločar vnějšího magnetického pole \mathbf{B}_0 , tedy podle obr. 2a se $M_0 = M_z$, a je tudíž pro měřicí přístroj skryt. K tomu abychom dokázali magnetizační vektor změřit, musíme protony vychýlit z jejich ustálené polohy, tím změním i polohu magnetizačního vektoru, který se tak „zviditelní“. Na to, aby byl proton vychýlen, je třeba mu dodat určité množství energie, které je schopen přijmout a při tom se přesunul do vyšší energetické hladiny. Taková energie bude do látky předána v podobě elektromagnetického impulzu, který je nositelem energie. Po aplikaci tohoto impulzu dojde k tomu, že některé protony skutečně přejdou do energeticky bohatšího stavu, změní svoji polohu, a tím se zmenší velikost jejich longitudinální magnetizace, viz obr. 2b. Elektromagnetický impulz má však další důležitou roli. Jedná se o elektromagnetické vlnění chovající se periodicky, je možné ho rozložit do mnoha pravidelně se opakujících fází, tudíž předává i energii fázovitě. Protony do této doby vykonávaly svůj precesní pohyb zcela nezávisle na sobě, tudíž chovaly se víceméně chaoticky, tím nebylo možné dosáhnout příčné magnetizace, která se dá již pozorovat. Avšak vlivem elektromagnetického impulzu dokážeme nejen protony vychýlit z ustálené polohy, ale taktéž jejich precesní pohyb synchronizovat a tím dosáhnout změny polohy její magnetizace do transverzální polohy, kde $M_z = 0$. Neboli do polohy kolmé k působení vnějšího magnetického pole, kde se dá již tento vektor změřit (obr. 2c).



Obr. 2 a) Vektor magnetizace \mathbf{M}_z (červená šipka) podélně s vnějším mag. polem \mathbf{B}_0 . b) Přechod některých protonů do vyšší energetické hladiny a zmenšení podélné magnetizace po aplikaci elektromag. impulzu. c) Synchronizace jader a přechod podélné magnetizace do transverzální polohy po druhém elektromag. pulzu, $\mathbf{M}_z = 0$. [1], [2]

1.1 Relaxační časy T_1 a T_2

Po ukončení aplikace elektromagnetického pulsu nabývá podélná magnetizace zpět svoji velikost, tedy vektor \mathbf{M}_z se vrací do paralelní pozice. Protony, na které přestaneme působit VF impulzem, začnou svoji přebytečnou energii předávat do okolí a tím se dostávají zpět do svého nevybuzeného stavu. Jelikož se nejedná o jednorázový děj, nýbrž postupný, můžeme si tento proces vyjádřit v čase na exponenciálním průběhu (obr. 3). Časová konstanta určující, jak rychle tento proces v látce probíhá se označuje T_1 .

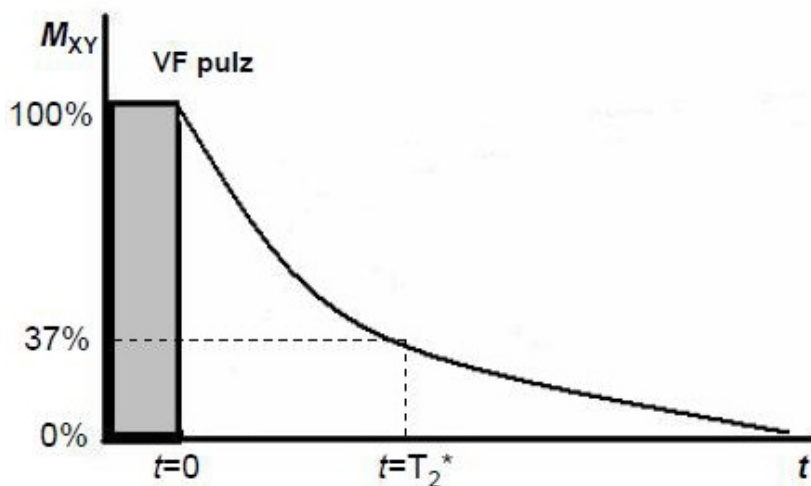


Obr. 3 Návrat vektoru M_z po aplikaci VF impulzu do rovnovážného stavu (podélná relaxace). [2]

Matematicky lze tento proces vyjádřit podle vztahu [2]

$$M_z = M_0(1 - e^{-t/T_1}). \quad (2)$$

Relaxační čas T_1 udává za jakou dobu dojde k obnovení velikosti vektoru podélné magnetizace na 63% původní velikosti. Naopak relaxační čas T_2 charakterizuje, za jaký čas dojde k poklesu velikosti M_{xy} na 37% svého minima. Jak je patrné z obr. 4, čas T_2 udává úbytek příčné magnetizace po ukončení působení elektromagnetického impulzu.



Obr. 4 Časová změna magnetizace M_{xy} vlivem příčné relaxace. [2]

Příčnou relaxaci lze matematicky charakterizovat [2]

$$M_{xy} = M_0 \cdot e^{-t/T_2}. \quad (3)$$

Podle výše uvedených charakteristik mluvíme v případě času T_1 o podélné relaxaci a u času T_2 se jedná o relaxaci příčnou. Oba tyto děje nastávají ve skutečnosti současně. Systém, tak přechází do termodynamické rovnováhy za postupného vytrácení fázové koherence v rovině (x, y) .

Každá zkoumaná látka, či orgán v lidském těle se vyznačují svými specifickými relaxačními časy T_1 a T_2 . Například pro tuk je $T_1/(0,5)T = 210 \text{ ms}$ a $T_2 = 80 \text{ ms}$ a pro sval je $T_1/(0,5)T = 550 \text{ ms}$ a $T_2 = 45 \text{ ms}$. [2]

2. MĚŘENÍ DIFÚZE

Difúze je neuspořádaný translační pohyb molekul, který vzniká vlivem jejich tepelné energie. Jedná se o transportní jev, při kterém dochází k prostupování atomových jader z jedné části systému do částí systémů druhé látky. Částice se obvykle pohybují z míst vyšší koncentrace do míst s nižší koncentrací. Pokud tento děj nastává, říkáme, že látky difundují. Jestliže dojde k úbytku teplotního nebo koncentračního gradientu, difúzní činnost stagnuje. Míru pohyblivosti jader během difúzního pohybu charakterizuje tzv. difúzní koeficient, což je konstanta. Vzhledem k tomu, že se jádra pohybují v každé látce jinak, budou tedy i pro tyto látky různé difúzní koeficienty.

Pro měření těchto difúzních koeficientů využíváme právě metod magnetické rezonance a jejích silných magnetických polí. Právě neuspořádaný pohyb jader v magnetickém poli způsobuje změnu transversální magnetizace vůči vektorům nepohybujících se jader. Při používání metod na měření difúzních koeficientů je možné rozlišovat tři časové oblasti. V první přípravné části je nutné jádra zkoumaného vzorku účelně rozfázovat. Pro toto rozfázování jsou použity impulsy gradientů magnetického pole. Následně se nechají jádra volně relaxovat, během čehož mění svoje polohy a difundují. V poslední části naopak působením gradientních pulzů sfázujeme magnetizační vektory jader. Pokud se podaří sfázovat všechny vektory, dostaneme maximální snímaný MR signál a znamená to, že jádra během relaxačního intervalu nezměnily svou polohu a difúze je nulová. Jestliže se ovšem v daném čase nepodaří sfázovat všechny vektory magnetizace, bude signál slabší. Výsledkem sfázování jader je vznik spinového echa v čase T_E , jehož amplitudu lze charakterizovat podle vztahu [3]

$$M(T_E) = M(0) \cdot e^{-bD}. \quad (4)$$

Po zlogaritmování rovnice (4) dostaneme vztah [3]

$$\ln \left[\frac{M(T_E)}{M(0)} \right] = -\gamma^2 D b = -\gamma^2 D \left[\int_0^{T_E} \Phi^2 dt - 4f \int_{T_E/2}^{T_E} \Phi dt + 4f^2 (T_E - T_E/2) \right]. \quad (5)$$

$M(0)$ je velikost signálu bezprostředně po aplikaci 90° impulzu, $M(T_E)$ je velikost spinového echa v čase T_E , poměr $M(T_E)/M(0)$ vyjadřuje pokles hodnoty signálu v závislosti na velikosti difúze a Φ je časová funkce fáze měřených jader. Integrovaný vztah v hranatých závorkách se označuje jako tzv. b -faktor, který je funkcí časových intervalů a velikosti gradientu. Pro b -faktor je určen vztah [3]

$$b = -\gamma^2 \left[\int_0^{T_E} \Phi^2 dt - 4f \int_{T_E/2}^{T_E} \Phi dt + 4f^2 (T_E - T_E/2) \right]. \quad (6)$$

Velikost difúzního koeficientu pak vychází ze vztahu [3]

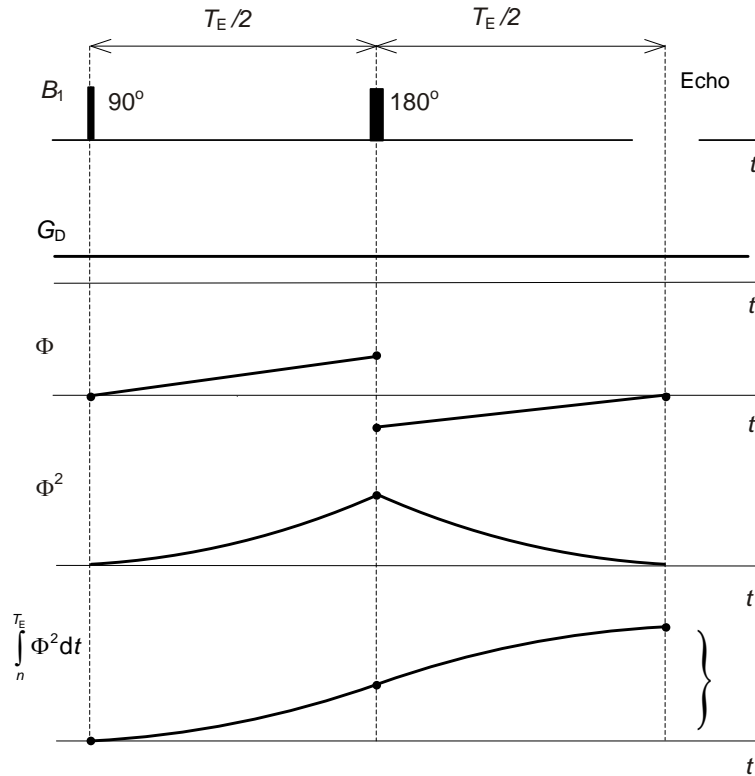
$$D = -\frac{b}{\ln\left[\frac{M(T_E)}{M(0)}\right]} \quad (7)$$

2.1 Měřicí sekvence pro isotropní materiály

2.1.1 2-intervalová PFGSE měřicí sekvence

Jedná se o nejjednodušší měřicí sekvenci PFGSE. Jde o spin-echo měřicí sekvenci za působení konstantního gradientu g . První fáze metody je přípravná, kde dochází k rozfázování vektorů, podle obr. 5 se jedná o oblast mezi 90° a 180° impulzem. Další část je snímací, ke které dochází od 180° impulzu doprostřed spinového echa. Pro tento typ gradientu lze vypočítat b -faktor následujícím způsobem. [3]

$$\begin{aligned} b &= -\gamma^2 \left\{ \int_0^{T_E} [gt + (\xi - 1) \cdot g \cdot T_E]^2 dt \right\} = \\ &= -\gamma^2 \left\{ \int_0^{T_E/2} g^2 t^2 dt + \int_{T_E/2}^{T_E} (gt - 2gT_E)^2 dt \right\} = \\ &= -\gamma^2 \left\{ \frac{g^2 (T_E/2)^3}{3} + \int_{T_E/2}^{T_E} (g^2 t^2 - 4g^2 (T_E/2)t + 4g^2 (T_E/2)^2) dt \right\} = \\ &= -\frac{2}{3} \gamma^2 g^2 \left(\frac{T_E}{2} \right)^3 \end{aligned} \quad (8)$$

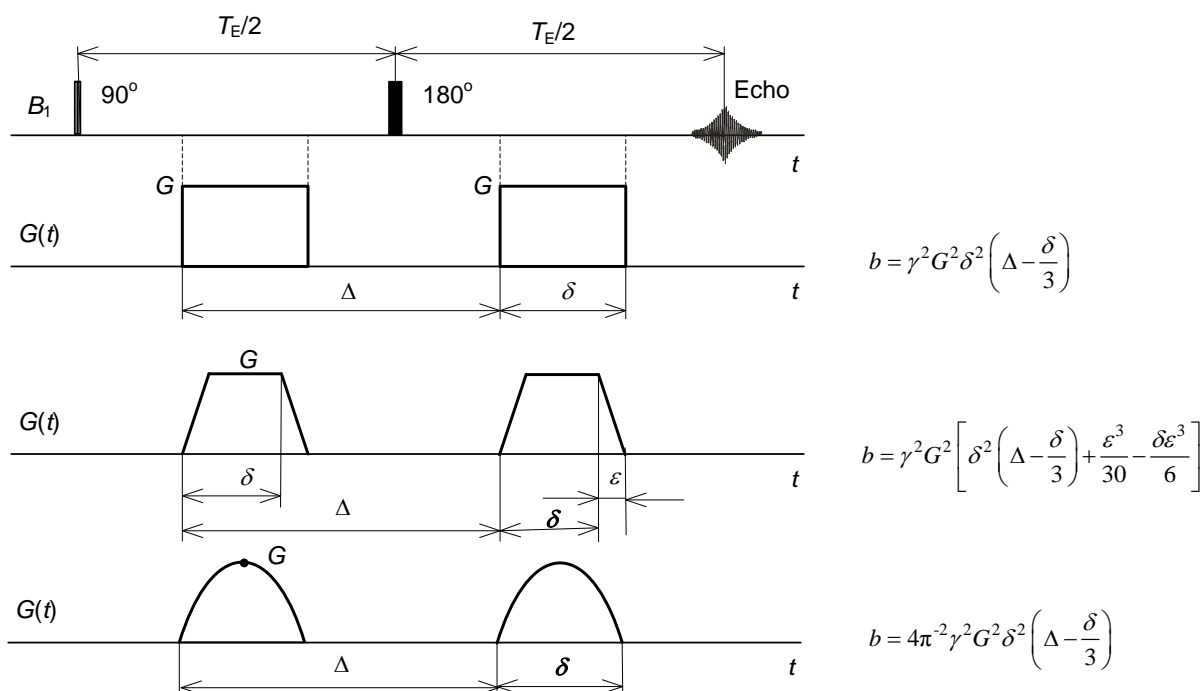


Obr. 5 2-intervalová PFGSE měřicí sekvence. [4]

2.1.2 6-intervalová PFGSE měřicí sekvence

6-intervalová PFGSE měřicí sekvence je nejběžnější metodou pro měření difúze. Tato metoda podle obr. 6 používá nejčastěji dva stejné obdélníkové gradientní impulzy délky δ nazvané difúzní gradienty G . Po aplikaci 90° impulzu dochází k překlolení vektoru magnetizace do transversální pozice a následné relaxaci jader v čase T_2 . 180° impulzem dochází ke změně směru precese a sfázování jader. Po úspěšném sfázování dostáváme echo v čase T_E . Pokud zanedbáme gradienty způsobené nehomogenitou magnetického pole a magnetickou susceptibilitou měřeného vzorku bude pro b -faktor [3]

$$\begin{aligned}
 b &= -\gamma^2 \left\{ \int_0^{T_E} [\Phi + (\xi - 1) \cdot f]^2 dt \right\} = -\gamma^2 \left\{ \int_0^{T_E/2} \Phi^2 dt + \int_{T_E/2}^{T_E} (\Phi - 2f)^2 dt \right\} \\
 &= -\gamma^2 \left\{ \int_0^\delta G^2 t^2 dt + \int_{T_E/2}^{T_E} [-G\delta + G(t - \Delta)]^2 dt \right\} = -\gamma^2 \left\{ \int_0^\delta G^2 t^2 dt + \int_0^\delta [G(s) - G\delta]^2 ds \right\} \\
 &= -\gamma^2 \left\{ \int_0^\delta G^2 t^2 dt + \int_\delta^{\Delta - \delta_1} (G\delta)^2 dt + \int_{\Delta - \delta_1}^\Delta (-G\delta)^2 dt + \int_0^\delta [G(s) - G\delta]^2 ds \right\} \\
 &= -\gamma^2 \left\{ \frac{G^2(\delta)^3}{3} + G^2\delta^2\Delta - G^2\delta^3 + \frac{G^2(\delta)^3}{3} \right\} \\
 b &= -\gamma^2 G^2 \delta^2 \left(\Delta - \frac{\delta}{3} \right) \\
 \text{pro } s &= (t - \Delta).
 \end{aligned} \tag{9}$$

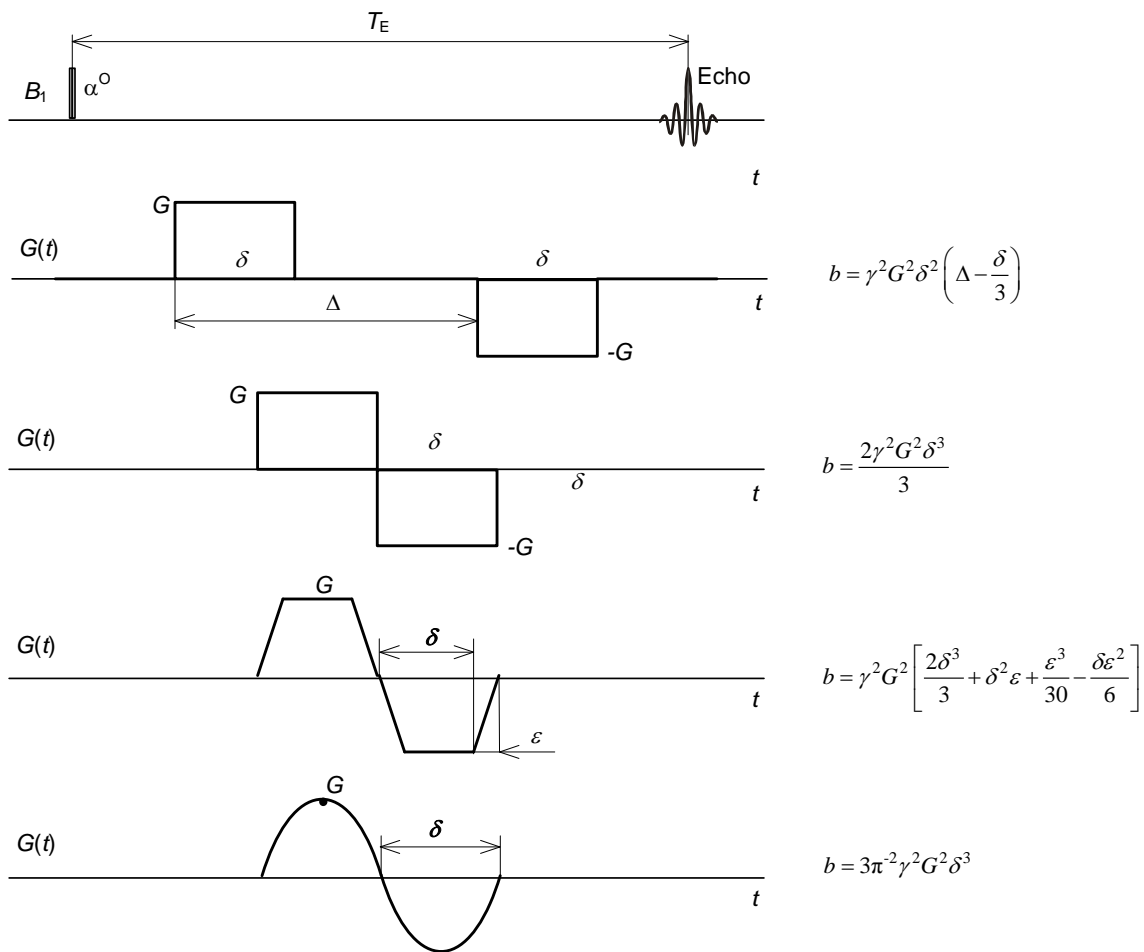


Obr. 6 6-intervalová PFGSE měřicí sekvence pro měření difúze s difúzními gradienty obdélníkového, lichoběžníkového a půl-sinusového tvaru a výpočet b -faktorů. [4]

Pro měření se nemusí používat pouze gradienty s obdélníkovým průběhem. U této metody lze použít také gradientní impulzy lichoběžníkovitého a půl-sinusového tvaru. Vztahy pro výpočet b -faktoru k těmto průběhům jsou na obr. 6.

2.1.3 6-intervalová PFGFE měřicí sekvence

Další metoda pro měření difúze se nazývá 6-intervalová PFGFE měřicí sekvence, kde se místo dvou VF impulzů použijí dva gradientní impulzy různé polaritě. Pokud budou gradientní impulzy také délky δ a posun náběžných hran o časový interval Δ bude výpočet b -faktoru stejný jako u metody PFGSE, jak je vidět na obr. 7. Obdobné pravidlo platí i pro průběhy lichoběžníkových a půl-sinusových gradientních impulzů. Výhoda této metody spočívá ve zkrácení času T_E pro stejné časování gradientů jako v sekvenci PFGSE a větší odstup poměru signál/šum v MR signále.



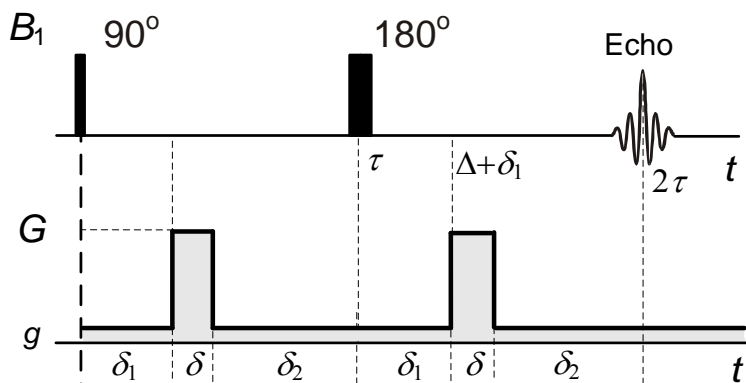
Obr. 7 6-intervalová PFGFE měřicí sekvence pro měření difúze s difúzními gradienty obdélníkového, lichoběžníkového a půl-sinusového tvaru a výpočet b -faktoru. [4]

2.2 Měřicí sekvence pro heterogenní materiály

2.2.1 6-intervalová PFGSE měřicí sekvence

Heterogenní materiály jsou charakterizovány svojí vnitřní nehomogenní strukturou, proto může být difúze jader v jednotlivých směrech odlišná. Z důvodu magnetické citlivosti různých oblastí zkoumaného materiálu dochází uvnitř tohoto materiálu k deformaci magnetického pole. Při měření difúzních koeficientů bude přesnost a citlivost měření u této PFGSE metody ovlivňovat vnitřní statické gradientní magnetické pole, způsobené magnetickou susceptibilitou měřené látky působící po celou dobu experimentu.

Pro výpočet b -faktoru je nutné uvažovat vliv difúzních gradientů G a vnitřního statického gradientu g . Měřicí sekvence pro tento případ je znázorněna na obr. 8. [4]



Obr. 8 Sekvence PFGSE pro měření difúze v heterogenních materiálech. [4]

Časové průběhy gradientů z obr. 8 můžeme definovat vztahy [6]

$$\begin{array}{lll}
 g & \text{pro} & 0 < t < \delta_1, \\
 g + G_D & \text{pro} & \delta_1 < t < \delta_1 + \delta < \tau, \\
 g & \text{pro} & \delta_1 + \delta < t < \delta_1 + \Delta < 2\tau, \\
 g + G_D & \text{pro} & \delta_1 + \Delta < t < \delta_1 + \Delta + \delta < 2\tau, \\
 g & \text{pro} & \delta_1 + \Delta + \delta < t < 2\tau.
 \end{array} \tag{10}$$

Pro výpočet b -faktoru pro tuto měřicí sekvenci je možné odvodit vztah [6]

$$b = -\gamma^2 \left\{ \delta^2 \left(\Delta - \frac{\delta}{3} \right) G^2 - \delta \left[(\delta_1^2 + \delta_2^2) + \delta(\delta_1 + \delta_2) + \frac{2\delta^2}{3} - 2\tau^2 \right] Gg + \frac{2}{3} \tau^3 g^2 \right\}. \tag{11}$$

Pomocí tohoto vztahu můžeme stanovit velikost difúzní konstanty. Přesnost měření silně závisí na statickém gradientu magnetického pole. Vliv tohoto gradientu je možné složitými měřicími sekvencemi eliminovat. Jednoduchý způsob eliminace statického gradientu je uveden v [6] a je možné jej popsat následujícím způsobem.

Pro zjednodušení vztahu (11) lze napsat substituci ve tvaru

$$\begin{aligned}
 a_1 &= -\gamma^2 \delta^2 \left(\Delta - \frac{\delta}{3} \right), \\
 a_2 &= \gamma^2 \delta \left[(\delta_1^2 + \delta_2^2) + \delta(\delta_1 + \delta_2) + \frac{2\delta^2}{3} - 2\tau^2 \right], \\
 a_3 &= -\gamma^2 \frac{2}{3} \tau^3,
 \end{aligned} \tag{12}$$

pak můžeme vztah (11) přepsat do tvaru

$$b = -\gamma^2 \left[a_1 G_D^2 - a_2 G_D G_0 + a_3 G_0^2 \right]. \tag{13}$$

Po úpravách bude pokles velikosti spinového echa

$$\ln\left(\frac{M_{G_D}}{M_0}\right) = -\gamma^2 [a_1 G_D^2 - a_2 G_D G_0 + a_3 G_0^2] D, \quad (14)$$

kde M_{G_D} je intenzita signálu s difúzním gradientem.

Při měření předpokládáme, že $M_{G=0}$ je velikost signálu po aplikaci 90° impulsu pro $G = 0$ a velikost spinového echa M_G při působení difúzního gradientu G . Jelikož konstantní gradient g působí během celého měření a nelze jej vypnout, je vhodné pro eliminaci nepřesnosti měření provést měření dvě. Tedy první pro nulové gradienty $G = 0$ a druhé s difúzními gradienty. Pro poměr velikostí spinových ech s a bez difúzních gradientů ($G = 0$) (M_G a $M_{G=0}$) dostaneme

$$\ln\left(\frac{M_{G_D}}{M_{G_D=0}}\right) = -\gamma^2 [a_1 G_D^2 - a_2 G_D G_0] D, \quad (15)$$

a b -faktor bude

$$b = -\gamma^2 \left\{ \delta^2 \left(\Delta - \frac{\delta}{3} \right) G^2 - \delta \left[(\delta_1^2 + \delta_2^2) + \delta(\delta_1 + \delta_2) + \frac{2\delta^2}{3} - 2\tau^2 \right] Gg \right\}. \quad (16)$$

Potom lze vztah (15) přepsat pro výpočet difúzních koeficientů jako

$$D = \frac{\ln\left(\frac{M_{G_D}}{M_{G_D=0}}\right)}{-\gamma^2 [a_1 G_D^2 - a_2 G_D G_0]}. \quad (17)$$

Pro výpočet difúzních koeficientů lze považovat vztah (17), avšak tento výpočet je zatížen relativní chybou měření difúze δ_D chybou stanovení velikosti MR signálu δ_M . Bez uvažování chyb časování a gradientu může být tato nepřesnost určena jako

$$\delta_D = \frac{\Delta D}{D} = \frac{2\delta_M}{\ln\left(\frac{M_G}{M_{G=0}}\right)}, \quad (18)$$

U této nepřesnosti předpokládáme stejnou relativní neurčitost stanovení velikostí echa M_G a $M_{G=0}$.

Abychom ve vztahu (15) a (17) eliminovali křížový člen a_2 , použijeme metodu tří měření. Při prvním měření stanovíme velikost spinového echa bez difúzního gradientu $M_{G=0}$, ve druhém a třetím případě stanovíme velikosti spinových s difúzními gradienty opačných polarit M_G a M_{-G} . Po sečtení výsledků prvního s druhým a prvního se třetím měřením dostaneme

$$\ln\left(\frac{M_G M_{-G}}{M_{G=0}^2}\right) = -2\gamma^2 a_1 G^2 D, \quad (19)$$

Vztah pro výpočet difúzních koeficientů z výsledků tří experimentů bude [5]

$$D = \frac{\ln\left(\frac{M_{2G} M_{-2G}}{M_{G=0}^2}\right)}{-2\gamma^2 \delta^2 \left(\Delta - \frac{\delta}{3}\right) G_D^2}. \quad (20)$$

Chyba pro výpočet difúzních koeficientů touto metodou je pak

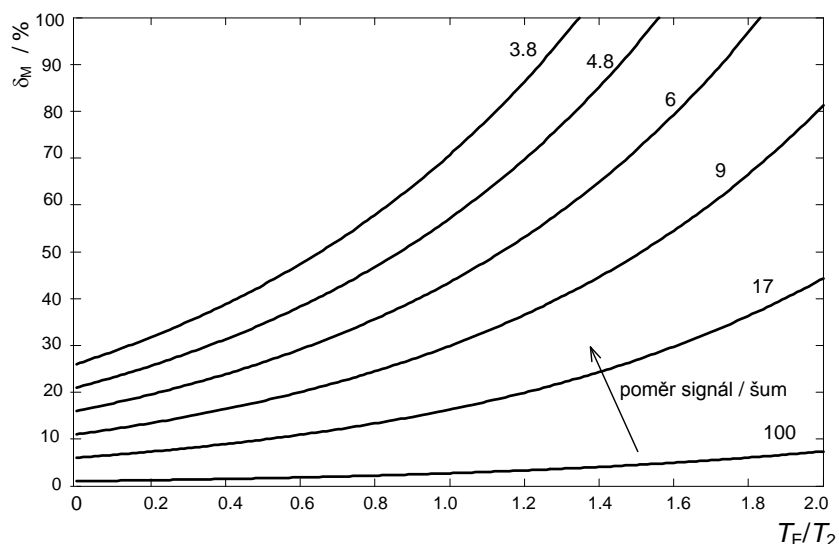
$$\delta_D = \frac{4\delta_M}{\ln\left(\frac{M_G M_{-G}}{M_{G=0}^2}\right)}, \quad (21)$$

kde δ_D je relativní chyba měření difúze a δ_M chyba stanovení velikosti MR signálu (bez uvažování chyb časování a gradientu).

2.3 Limity v měření difúzních koeficientů

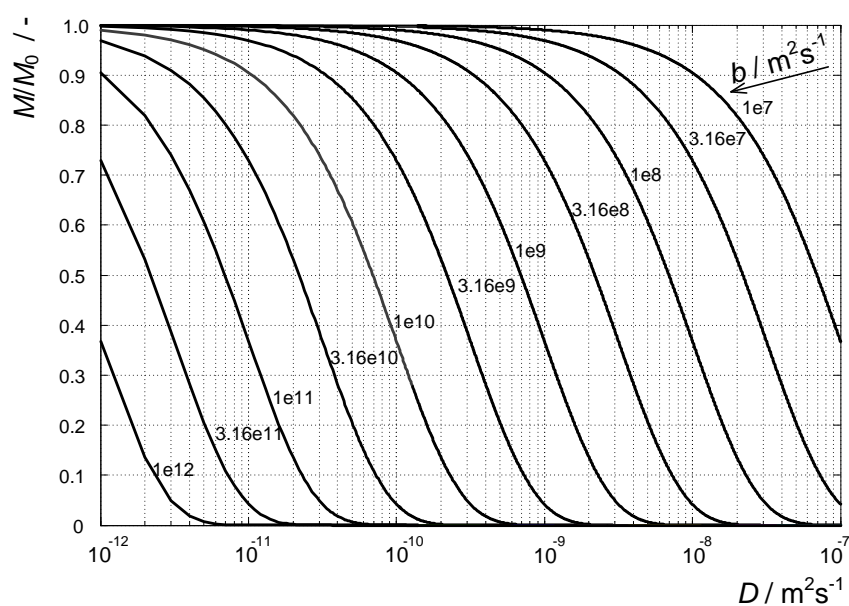
Na přesnost měření difúzních koeficientů δ_M má vliv několik faktorů, kterými jsou především přesnost stanovení poměrů spinových ech s a bez difúzních koeficientů a dále velikost a přesnost určení b -faktoru. U měřených látek s krátkým relaxačním časem dochází k rychlejšímu zmenšování MR signálu i poměr signál/šum u tohoto signálu bude klesat do doby, než velikost signálu bude menší oproti velikosti šumu. Grafická závislost maximální relativní chyby měření δ_M MR signálu v závislosti na poměru času vzniku spinového echa T_E a relaxační doby T_2 pro různé poměry signálu k šumu je uvedena na obr. 9.

Běžným experimentům odpovídá hodnota maximální relativní chyby měření velikosti spinového echa 8% a to v případě měříme-li spinové echo v čase $T_E = T_2/2$ s poměrem signál/šum 17. Vzhledem k tomu, že pro delší echo-časy se snižuje poměr signál/šum je možné volit echo-časy T_E od nuly do velikosti relaxačního času T_2 .



Obr. 9 Velikost maximální relativní chyby měření MR signálu δ_M v závislosti na poměru času vzniku spinového echa T_E a relaxačního času T_2 pro různé poměry signálu a šumu. [4]

Určení b -faktoru je závislé na typu experimentu a tvaru použitých difúzních gradientů. Z poklesu spinových ech v závislosti na velikosti D a na b -faktoru, podle rovnice (4) lze stanovit rozsah měření difúzních koeficientů. Z této závislosti, uvedené na obr. 10, je zřejmé, že pro zvolený b -faktor lze měřit difúzní koeficient v rozsahu jedné dekády. [4]

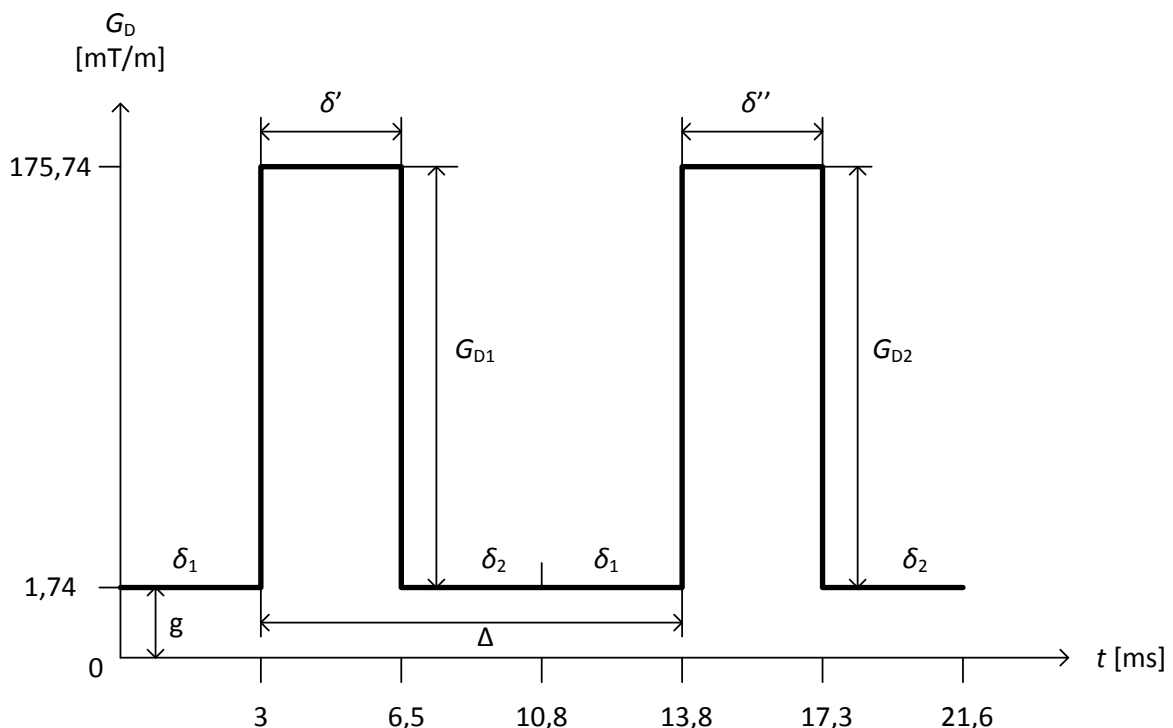


Obr. 10 Závislost poměru spinových ech měřených bez a s difúzními gradienty v závislosti na velikosti difúzního koeficientu a b -faktoru. [4]

3. Experimentální část

V rámci experimentální části této práce bylo mým úkolem simulovat v prostředí Matlab chyby, které mohou vzniknout při měření difúze a zjišťování b -faktoru. Pro tyto simulace byla vybrána 6-intervalová pulzní sekvence PFGSE s difúzním gradientem G_D , v některých případech byla simulace provedena také za přítomnosti konstantního gradientu g . 6-intervalová pulzní sekvence posloužila, vzhledem k její jednoduchosti a snadnému modifikování parametrů, jako ideální ukázka toho, jakých chyb lze dosáhnout při zadání různých vstupních dat do tomografické jednotky.

V průběhu těchto simulací bylo v pulzní sekvenci cíleně a nezávisle na sobě měněno několik klíčových parametrů, jako δ' – šířka prvního difúzního gradientu G_{D1} , δ'' – šířka druhého difúzního gradientu G_{D2} , G_{D1} – velikost prvního difúzního gradientu G_{D1} , G_{D2} – velikost druhého difúzního gradientu G_{D2} , Δ – časový odstup mezi nástupními hranami difúzních gradientů G_{D1} a G_{D2} a g – konstantní gradient. Graficky si lze tyto proměnné znázornit podle obr. 11.



Obr. 11 6-intervalová pulzní sekvence s vyznačenými parametry určené k modifikaci.

Cílem těchto pokusů bylo vyzkoušet, které parametry mají na chybovost sekvence největší vliv, a které se naopak na chybovosti projeví nejméně. Jako výchozí vstupní hodnoty pro simulace byly použity hodnoty poskytnuté ÚTP AV ČR nutné ke správnému chodu programu v prostředí Matlab, které byly do programu načítány pomocí dvou souborů. Tyto hodnoty (tab. 1) byly prvotně použity ke všem typům simulací, vyjma případů jejich modifikací, nebo pokud není uvedeno jinak.

Simulace v prostředí Matlab probíhaly pomocí programu $Gt.m$ (viz kapitola 3.6), který pracoval s určitou přesností. Přesnost je v tomto programu určena členem Dt (viz kapitola

3.4) a lze ji určit relativní chybou mezi výpočtem b -faktoru pomocí integrálního vztahu (6) a analyticky odvozeným vzorcem (9). Podle obr. 17 můžeme vidět, že tato odchylka mezi výpočty narůstá od hodnoty $Dt = 1.10^{-5}$, proto pro všechny simulace této práce byla volena hodnota členu $Dt = 1.10^{-6}$, kde je relativní chyba mezi druhy výpočtů 0,0628 % pro b -faktor a -0,0656 % pro difúzi. Podrobněji je problematika rozebrána v kapitole 3.4.

Tabulka 1 Přehled použitých výchozích vstupních hodnot

Soubor 1		Soubor 2		
γ	$2,67.10^8$	B_1	t	G_D
g	0-5 mT/m	[-]	[ms]	[mT/m]
M_0	76579	1	3	0
M_{GD}	41164	1	6,5	174
G_D	174 mT/m	1	10,8	0
δ	3,5 ms	-1	13,8	0
δ_1	3 ms	-1	17,3	174
δ_2	4,3 ms	-1	21,6	0

3.1 Ovlivnění parametrů G_{D1} , G_{D2} , δ' , δ''

3.1.1 Ovlivnění parametrů G_{D1} , G_{D2} , δ' a δ'' bez konstantního gradientu g

Během této simulace docházelo k jednotlivému měnění velikostí difúzních gradientů G_{D1} a G_{D2} , jejich šířek δ' a δ'' a to vždy s rozdílem ± 1 % jejich původní velikosti. Simulace probíhala bez přítomnosti konstantního gradientu, $g = 0$ mT/m. V první části měření bez konstantního gradientu g byly požadované vstupní hodnoty zvětšeny o 1 %. Ve druhé části naopak o 1 % jejich původní velikosti zmenšeny. K modifikaci hodnot docházelo postupně ve čtyřech fázích, kde jako první došlo ke zvětšení (zmenšení) prvního difúzního gradientu $G_{D1} = 174$ mT/m o ± 1 %, následně druhého difúzního gradientu G_{D2} stejné velikosti. Ve třetí a čtvrté fázi došlo k upravení šířky δ' a δ'' těchto difúzních gradientů. Číselně lze tento experiment vidět v tabulce 2, kde

b_δ – vypočtený b -faktor při ovlivnění zvýrazněného parametru

D_δ – výsledná velikost difúze ovlivněna změnou zvýrazněného parametru

Δb – rozdíl b -faktoru sekvence bez upravených hodnot a b -faktoru sekvence modifikované

ΔD – rozdíl hodnot difúze pro sekvenci bez upravených parametrů a pro sekvenci modifikovanou

∂b – relativní chyba b -faktoru b způsobená změnou některého parametru

∂D – relativní chyba difúze D způsobená změnou některého parametru.

V tabulce 2 je také uvedena velikost b -faktoru b a difúze D , která byla vypočtena z výchozích hodnot a nebyla tedy nijak ovlivněna. Od této hodnoty byly odvíjeny výsledné procentuální chyby ∂b a ∂D . Z naměřených výsledků je patrné, že v případě změny velikosti prvního difúzního gradientu G_{D1} bude výsledná chyba b -faktoru a difúze větší než v případě druhého gradientu G_{D2} , který je v sekvenci aplikován po 180° impulzu. Zvýšení nebo snížení hodnoty prvního difúzního gradientu G_{D1} o $\pm 1,74$ mT/m způsobilo chybu b -faktoru a difúze přibližně 2%, kdežto u druhého difúzního gradientu G_{D2} vzniklá chyba b -faktoru a difúze dosahovala pouze hodnot cca 0,13%. V případě změny šířky doby trvání gradientů o $\pm 0,035$ ms se chyby ∂b a ∂D u gradientu G_{D1} pohybovaly rovněž okolo necelých 2%, naopak u gradientu G_{D2} se jednalo o zanedbatelnou hodnotu v tisícinách procent.

Tabulka 2 Simulace chyb ovlivněním některého parametru G_{D1} , G_{D2} , δ' a δ'' bez konstantního gradientu g

G_{D1} [mT/m]	G_{D2} [mT/m]	δ' [ms]	δ'' [ms]	g [mT/m]	b_{δ} [m ² /s]	D_{δ} [m ² /s]	Δb [m ² /s]	ΔD [m ² /s]	∂b [%]	∂D [%]
(+1) %										
175,74	174	3,5	3,5	0	2,5998E+08	2,3877E-09	5,4400E+06	-5,1100E-11	2,14	-2,09
174	175,74	3,5	3,5	0	2,5425E+08	2,4416E-09	-2,9000E+05	2,8000E-12	-0,12	0,12
174	174	3,535	3,5	0	2,5935E+08	2,3935E-09	4,8100E+06	-4,5300E-11	1,89	-1,86
174	174	3,5	3,535	0	2,5455E+08	2,4386E-09	1,0000E+04	-2,0000E-13	0,004	-0,004
(-1) %										
172,26	174	3,5	3,5	0	2,4918E+08	2,4912E-09	-5,3600E+06	5,2400E-11	-2,10	2,15
174	172,26	3,5	3,5	0	2,5486E+08	2,4357E-09	3,2000E+05	-3,1000E-12	0,13	-0,13
174	174	3,465	3,5	0	2,4979E+08	2,4852E-09	-4,7500E+06	4,6400E-11	-1,87	1,90
174	174	3,5	3,465	0	2,5455E+08	2,4386E-09	1,0000E+04	-2,0000E-13	0,004	-0,004
Bez ovlivnění parametrů										
174	174	3,5	3,5	0	2,5454E+08	2,4388E-09	0	0	0	0

Legenda:

■ – právě ovlivněný parametr

G_{D1} – velikost prvního difúzního gradientu po 90° impulzu

G_{D2} – velikost druhého difúzního gradientu po 180° impulzu

δ' – šířka doby trvání prvního difúzního gradientu po 90° impulzu

δ'' – šířka doby trvání druhého difúzního gradientu po 180° impulzu

g – konstantní gradient

b_{δ} – vypočtený b -faktor při ovlivnění zvýrazněného parametru

D_{δ} – výsledná velikost difúze ovlivněna změnou zvýrazněného parametru

Δb – rozdíl b -faktoru sekvence bez upravených hodnot a b -faktoru sekvence modifikované

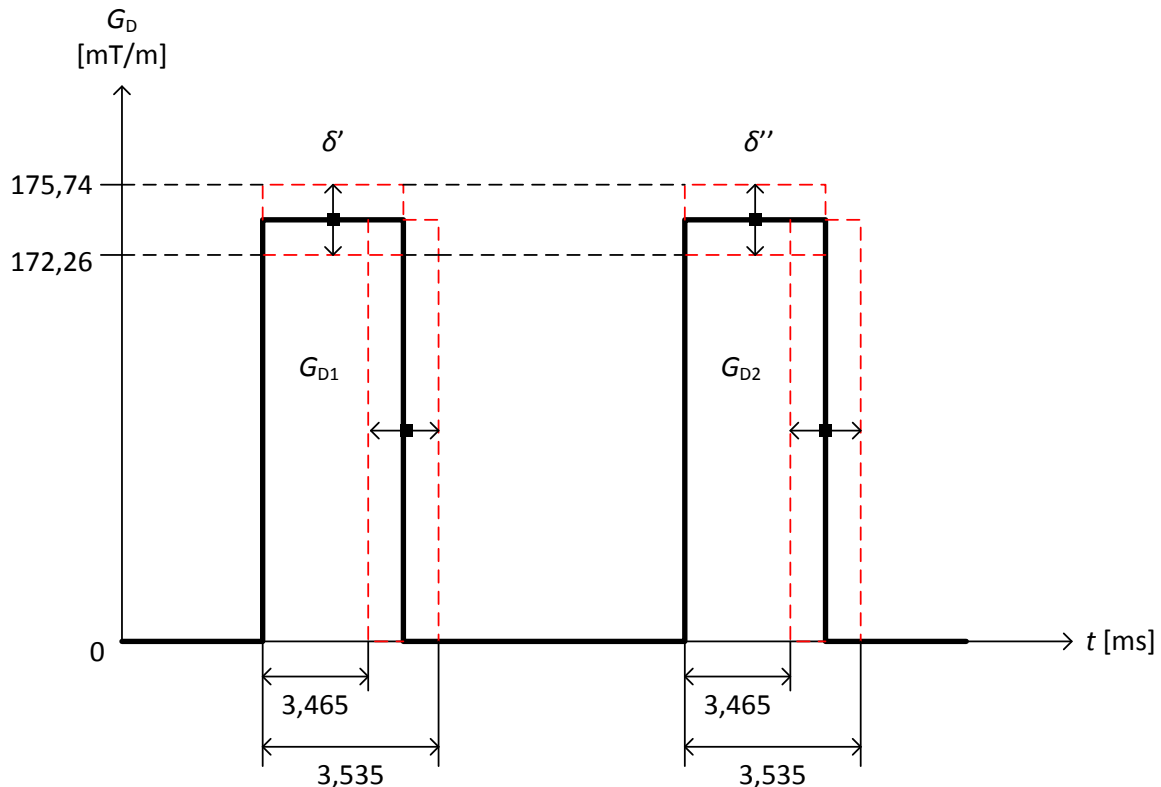
ΔD – rozdíl hodnot difúze pro sekvenci bez upravených parametrů a pro sekvenci modifikovanou

∂b – relativní chyba b -faktoru b způsobená změnou některého parametru

∂D – relativní chyba difúze D způsobená změnou některého parametru

Z tohoto lze usoudit, že větší nepřesnosti výsledků měření b -faktoru a difúze dosáhneme spíše při ovlivňování difúzního gradientu, který je aplikován těsně po 90° impulzu, než u modifikací gradientu po 180° impulzu.

Způsob měnění parametrů v sekvenci během tohoto experimentu bylo nutné provádět tak, jak je znázorněno na obr. 12. Změny šířek difúzních gradientů jsem prováděl v časech 6,5 ms a 17,3 ms (viz obr. 11), a to z toho důvodu, aby byla dodržena konstantní vzdálenost počátků obou difúzních gradientů Δ . Kdyby například změny šířek gradientů byly provedeny v časech 3 ms a 13,8 ms výsledná chyba b -faktoru a difúze by byla ovlivněna nárůstem další nevyhnutelné chyby způsobené změnou parametru Δ .



Obr. 12 Způsob změn parametrů G_{D1} , G_{D2} , δ' a δ'' v sekvenci bez konstantního gradientu g .

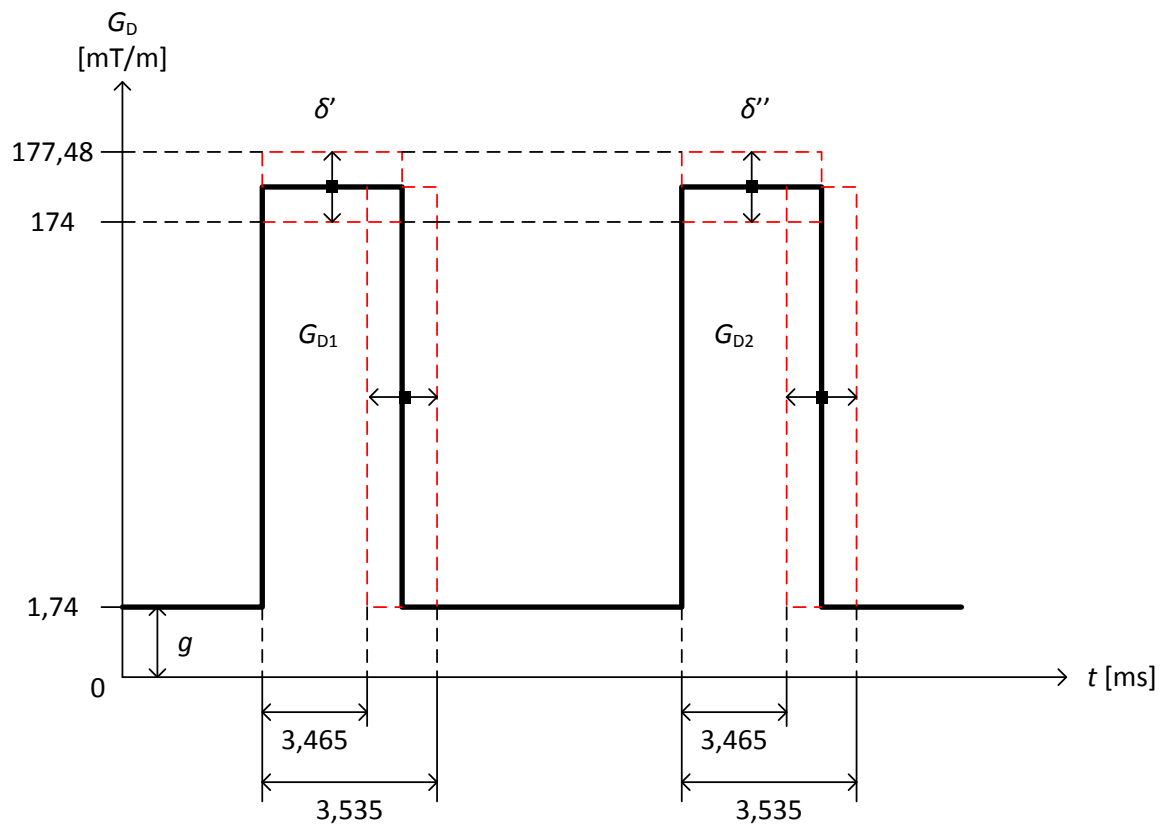
3.1.2 Ovlivnění parametrů G_{D1} , G_{D2} , δ' a δ'' s konstantním gradientem g

V této části simulace byly provedeny obdobné kroky, jako v případě předchozím, avšak s tím rozdílem, že po celou dobu bylo nasimulované působení konstantního gradientu $g = 1,74$ mT/m. Uvedené výsledky v tabulce 3 analogicky odpovídají postupům z bodu 3.1.1. Zavedení konstantního gradientu g o velikosti 1% difúzního gradientu G_D způsobuje poměrně velkou chybu b -faktoru a difúze i bez modifikace některého z uvedených parametrů sekvence. Tato chyba je pro b -faktor $\partial b = 5,17\%$ a pro difúzi $\partial D = -4,92\%$. Relativní chyby ∂b a ∂D byly během této simulace měřeny vůči sekvenci, kde konstantní gradient g zaveden nebyl. Jestliže se podíváme na výsledky naměřených chyb, můžeme si všimnout jisté spojitosti mezi hodnotami naměřených chyb ∂b a ∂D z tabulky 2 a hodnot ∂b a ∂D

s konstantním gradientem $g = 1,74$ mT/m bez ovlivněných parametrů z tabulky 3. Jedná se prakticky o jednotlivé součty těchto hodnot, což může být způsobeno stavbou použitého programu v prostředí Matlab, kde se konstantní gradient do programu zavádí podle vzorce

$$G_D = G_D + g. \quad (22)$$

Graficky si pak lze tento postup představit podle obr. 13.



Obr. 13 Způsob změn parametrů G_{D1} , G_{D2} , δ' a δ'' v sekvenci s konstantním gradientem g .

Při upravení velikosti difúzního gradientu během simulace o +1%, figuruje tedy jeho velikost v programu $G_D = 177,48$ mT/m, kdežto při snížení o -1% je naopak $G_D = 174$ mT/m.

Tabulka 3 Simulace chyb ovlivněním některého parametru G_{D1} , G_{D2} , δ' a δ'' s konstantním gradientem g

G_{D1} [mT/m]	G_{D2} [mT/m]	δ' [ms]	δ'' [ms]	g [mT/m]	b_{δ} [m ² /s]	D_{δ} [m ² /s]	Δb [m ² /s]	ΔD [m ² /s]	∂b [%]	∂D [%]
(+1) %										
175,74	174	3,5	3,5	1,74	2,7331E+08	2,2712E-09	1,8770E+07	-1,6760E-10	7,38	-6,87
174	175,74	3,5	3,5	1,74	2,6739E+08	2,3216E-09	1,2850E+07	-1,1720E-10	5,05	-4,81
174	174	3,535	3,5	1,74	2,7267E+08	2,2766E-09	1,8130E+07	-1,6220E-10	7,12	-6,65
174	174	3,5	3,535	1,74	2,6771E+08	2,3188E-09	1,3170E+07	-1,2000E-10	5,17	-4,92
(-1) %										
172,26	174	3,5	3,5	1,74	2,6220E+08	2,3675E-09	7,6600E+06	-7,1300E-11	3,01	-2,92
174	172,26	3,5	3,5	1,74	2,6806E+08	2,3157E-09	1,3520E+07	-1,2310E-10	5,31	-5,04
174	174	3,465	3,5	1,74	2,6281E+08	2,3620E-09	8,2700E+06	-7,6800E-11	3,25	-3,15
174	174	3,5	3,465	1,74	2,6774E+08	2,3185E-09	1,3200E+07	-1,2030E-10	5,18	-4,93
Bez ovlivnění parametrů										
174	174	3,5	3,5	0	2,5454E+08	2,4388E-09	0	0	0	0
174	174	3,5	3,5	1,74	2,6771E+08	2,3188E-09	1,3170E+07	-1,2000E-10	5,17	-4,92

Legenda:

■ – právě ovlivněný parametr

G_{D1} – velikost prvního difúzního gradientu po 90° impulzu

G_{D2} – velikost druhého difúzního gradientu po 180° impulzu

δ' – šířka doby trvání prvního difúzního gradientu po 90° impulzu

δ'' – šířka doby trvání druhého difúzního gradientu po 180° impulzu

g – konstantní gradient

b_{δ} – vypočtený b -faktor při ovlivnění zvýrazněného parametru

D_{δ} – výsledná velikost difúze ovlivněna změnou zvýrazněného parametru

Δb – rozdíl b -faktoru sekvence bez upravených hodnot a b -faktoru sekvence modifikované

ΔD – rozdíl hodnot difúze pro sekvenci bez upravených parametrů a pro sekvenci modifikovanou

∂b – relativní chyba b -faktoru b způsobená změnou některého parametru

∂D – relativní chyba difúze D způsobená změnou některého parametru

3.2 Vliv parametru Δ na chyby ∂b a ∂D

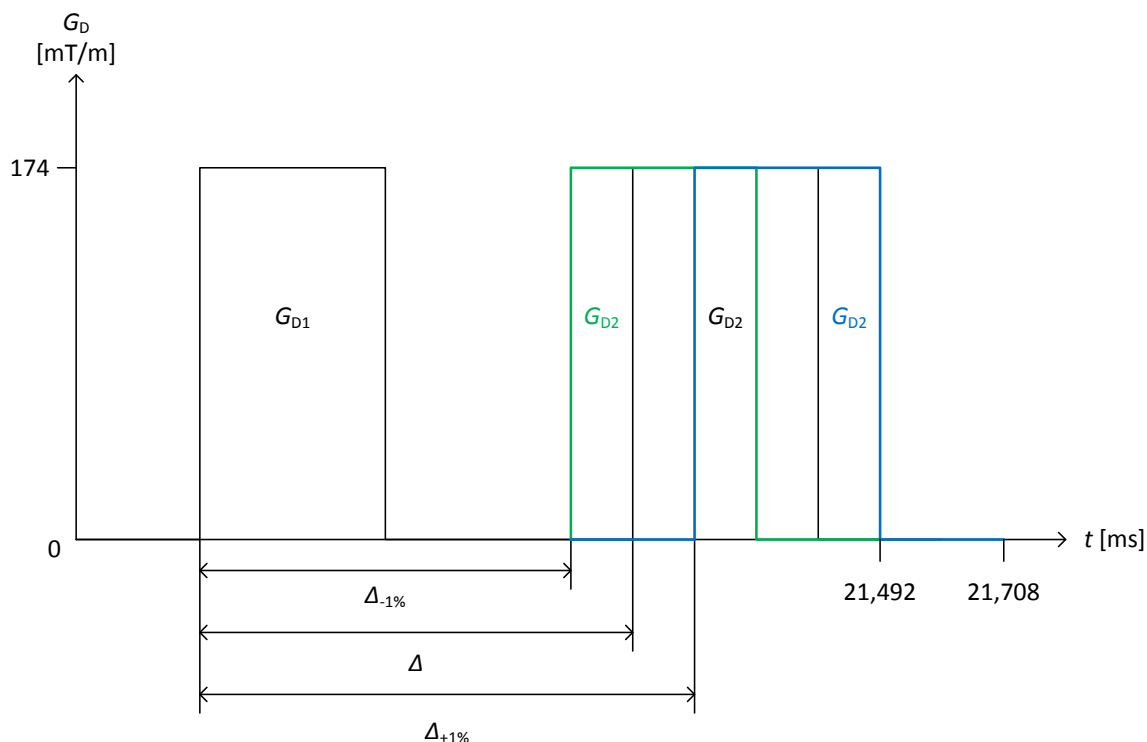
Cílem této simulace bylo ověřit, do jaké míry má vliv změna délky Δ , délka mezi počátky difúzních gradientů na chybu b -faktoru a difúze. Jako základní délka byla zvolena výchozí hodnota $\Delta = 10,8$ ms. Tato vzdálenost byla následně podrobena zvětšení o 1% její původní délky na $\Delta_{+1\%} = 10,908$ ms a následně zmenšení taktéž o 1% na $\Delta_{-1\%} = 10,692$ ms. Prozatím bez působení konstantního gradientu g . Ve druhé fázi se modifikace délky Δ opakovaly obdobným způsobem, avšak již za simulovaného působení konstantního gradientu $g = 1,74$ mT/m. Dosažené výsledky jsou shrnuty v tabulce 4.

Tabulka 4 Vzniklé chyby ∂b a ∂D po změně délky Δ s a bez konstantního gradientu g

Δ [ms]	G_{D1} [mT/m]	G_{D2} [mT/m]	g [mT/m]	b_0 [m ² /s]	D_0 [m ² /s]	∂b [%]	∂D [%]
10,8	174	174	0	2,5454E+08	2,4388E-09	0	0
10,908	174	174	0	2,5737E+08	2,4120E-09	1,11	-1,10
10,692	174	174	0	2,5169E+08	2,4664E-09	-1,12	1,13
10,8	174	174	1,74	2,6771E+08	2,3188E-09	5,17	-4,92
10,908	174	174	1,74	2,7063E+08	2,2937E-09	6,32	-5,95
10,692	174	174	1,74	2,6476E+08	2,3446E-09	4,01	-3,86

V tabulce výše je vždy pro srovnání uvedena základní hodnota $\Delta = 10,8$ ms bez simulovaného působení gradientu $g = 0$ mT/m a se simulovaným konstantním gradientem $g = 1,74$ mT/m, které jsou brány jako výchozí hodnoty pro výpočet relativních chyb. Z výsledných hodnot lze vidět, že při $\Delta_{+1\%} = 10,908$ ms a $g = 0$ mT/m vyšla chyba $\partial b = 1,11$ % a $\partial D = -1,10$ %, což znamená, že velikost vzniklé chyby se zhruba rovná velikosti posunutí délky Δ . Nejinak tomu bylo také při $\Delta_{-1\%} = 10,692$ ms, kde relativní chyby vyšly s menším rozdílem stejně, akorát s opačným znaménkem, tedy $\partial b = -1,12$ % a $\partial D = 1,13$ %. V případě výchozí délky $\Delta = 10,8$ ms a konstantního gradientu $g = 1,74$ mT/m vidíme, že konstantní gradient vytváří obvyklou chybu $\partial b = 5,17$ % a $\partial D = -4,92$ %. Při zvětšení, či zmenšení délky Δ mezi dvěma difúzními gradienty dojde opět k součtovému upravení výsledných chyb podle chyb vzniklých při $g = 0$ mT/m.

Při úpravě dat sekvence, které byly zadávány do programu v prostředí Matlab jsem postupoval obdobným způsobem jako v bodech 3.1.1 a 3.1.2, avšak s tím rozdílem, že nyní bylo mým cílem vhodně upravit celou sekvenci tak, aby došlo ke změně délky Δ , nikoliv však šířky difúzních gradientů G_{D1} a G_{D2} . Při této úpravě došlo ke změně sekvence v časech 13,8 ms, 17,3 ms a 21,6 ms (viz obr. 11) vždy o velikost $\pm 1\%$ hodnoty Δ . Jak je vidět na obr. 14, bylo posouváno s celým druhým difúzním gradientem G_{D2} , který je aplikován po 180° impulzu. Na obrázku je taktéž znázorněno, jak se posunul koncový čas v případě $\Delta_{+1\%}$ a $\Delta_{-1\%}$.



Obr. 14 Ukázka změny délky Δ při simulaci jejího vlivu na chyby ∂b a ∂D .

3.3 Změna velikosti chyby ∂b v závislosti na zvyšování konstantního gradientu g

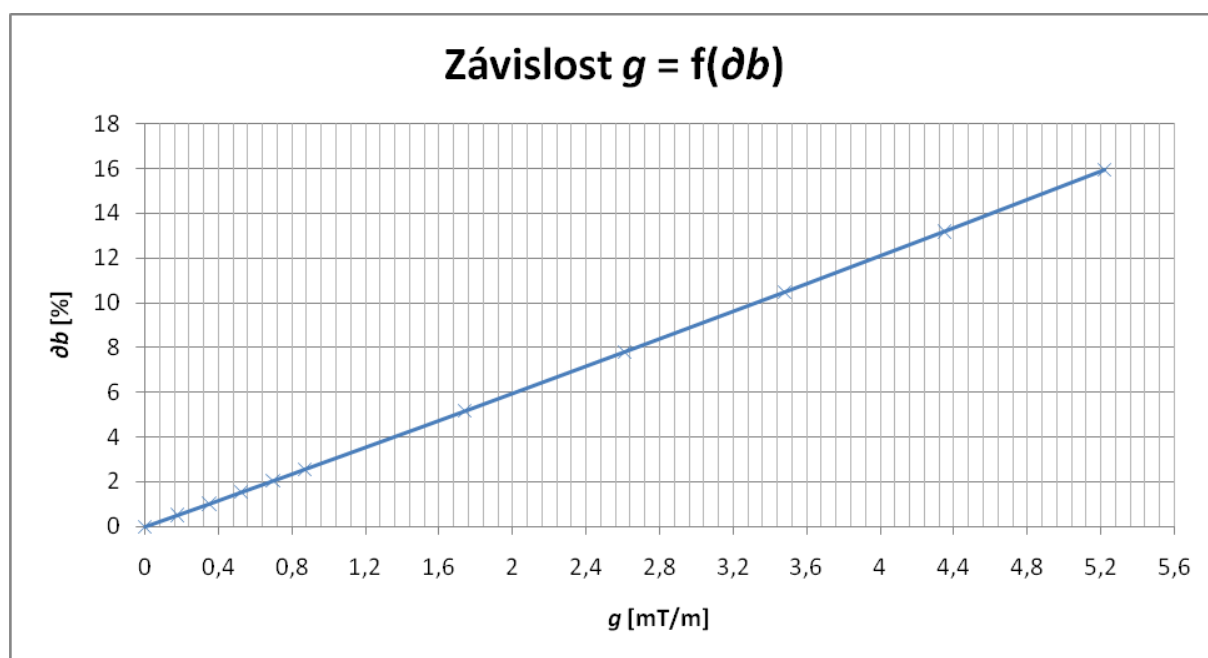
Další součástí experimentální části práce bylo ověřit do jaké míry je b -faktor ovlivňován zvyšováním konstantního gradientu g . Během simulace byla postupně hodnota g zvyšována v rozsahu 0 až 3 procenta z velikosti difúzního gradientu $G_D = 174$ mT/m. Jak je uvedeno v tabulce 5, číselně velikost konstantního gradientu narůstala od $g = 0$ mT/m do $g = 5,22$ mT/m. Z tabulky je patrné, že velikost vzniklé chyby b -faktoru se pro jednotlivé gradienty pohybovala v rozsahu 0 až 15,95 %. Simulace byla provedena pouze pro 10 hodnot g , jelikož podle obr. 15 vidíme, že velikost chyby narůstala lineárně, tedy lze předpokládat obdobný vývoj i u hodnot g větších než 3 procenta z velikosti difúzního gradientu G_D . Tabulka 5 obsahuje tři sloupce, kde

- g % z G_D je procentní velikost gradientu g z difúzního gradientu G_D ,
- g je číselná velikost gradientu g odpovídající procentuálnímu vyjádření,
- ∂b je výsledná chyba způsobená velikostí konstantního gradientu g .

Grafickou závislost velikosti konstantního gradientu g na velikosti vzniklé chyby b -faktoru $g = f(\partial b)$ lze vidět na obr. 15.

Tabulka 5 Zjištěné hodnoty chyby δb v závislosti na zvyšování konst. gradientu g

$g \% z G_0$	g [mT/m]	δb [%]
0	0	0
0,1	0,174	0,51
0,2	0,348	1,02
0,3	0,522	1,54
0,4	0,696	2,05
0,5	0,870	2,57
1,0	1,740	5,17
1,5	2,610	7,82
2,0	3,480	10,49
2,5	4,350	13,20
3,0	5,220	15,95



Obr. 15 Grafická závislost $g = f(\delta b)$.

3.4 Závislost členu Dt na přesnosti výpočtu a době trvání výpočtu programu

Člen Dt je v programu *Gt.m* (viz příloha) koncipován tak, aby určoval rozlišení měřítka časové osy sekvence, a tím ovlivňoval přesnost výpočtu b -faktoru a difúze. Přesnost výpočtu je samozřejmě podmíněna délkou výpočtu, protože člen Dt upravuje měřítko časové osy v řádech tisíců. Z tabulky 6 lze pozorovat, že člen Dt je přizpůsobován v rozsahu $1 \cdot 10^{-4}$ až

1.10^{-7} , kde parametr s nejvyšším řádem dosahuje nejnižší přesnosti výpočtu. Toto je způsobeno tím, že člen Dt je umístěn vždy ve jmenovateli daného výpočtu.

Tabulka 6 Hodnoty b -faktoru a difúze počítané odlišnými způsoby při různých hodnotách přesnosti a nepřesnost programu při těchto výpočtech

Dt	$b_{\text{int}} [\text{m}^2/\text{s}]$	$b_{\text{výp}} [\text{m}^2/\text{s}]$	$\partial b_{\text{PrG}} [\%]$	$D_{\text{int}} [\text{m}^2/\text{s}]$	$D_{\text{výp}} [\text{m}^2/\text{s}]$	$\partial D_{\text{PrG}} [\%]$	$t [\text{s}]$
1,00E-04	2,3622E+08	2,5470E+08	7,2556	2,6279E-09	2,4372E-09	-7,8246	0,054
1,00E-05	2,5281E+08	2,5470E+08	0,7420	2,4554E-09	2,4372E-09	-0,7468	0,143
1,00E-06	2,5454E+08	2,5470E+08	0,0628	2,4388E-09	2,4372E-09	-0,0656	5,17
1,00E-07	2,5469E+08	2,5470E+08	0,0039	2,4373E-09	2,4372E-09	-0,0041	718,435

Ve výpočetním programu *Gt.m* prostředí Matlab je b -faktor počítán podle integrálního vztahu (6), kde lze přesnost výpočtu ovlivňovat právě členem Dt . Druhá možnost výpočtu b -faktoru je pomocí analyticky odvozeného vzorce (9). Ve vzorci (9) je však b -faktor vypočítán pomocí omezeného počtu hodnot a tyto hodnoty nelze nijak radikálně modifikovat. Proto také výpočet pomocí tohoto vzorce není členem Dt nijak ovlivněn. Velikost difúze se pak vypočítá podle (7). V tabulce 5, kde

Dt – člen ovlivňující přesnost výpočtu b -faktoru podle integrálního vztahu (6),

b_{int} – hodnota b -faktoru vypočtena integrálním vztahem (6),

$b_{\text{výp}}$ – hodnota b -faktoru vypočtena analyticky odvozeným vzorcem (9),

∂b_{PrG} – nepřesnost programu *Gt.m* při výpočtu b -faktoru a zvoleném členu Dt ,

D_{int} – hodnota difúze vypočtena pomocí b -faktoru získaného integrálním vztahem (6),

$D_{\text{výp}}$ – hodnota difúze vypočtena pomocí b -faktoru získaného analyticky odvozeným vzorcem (9),

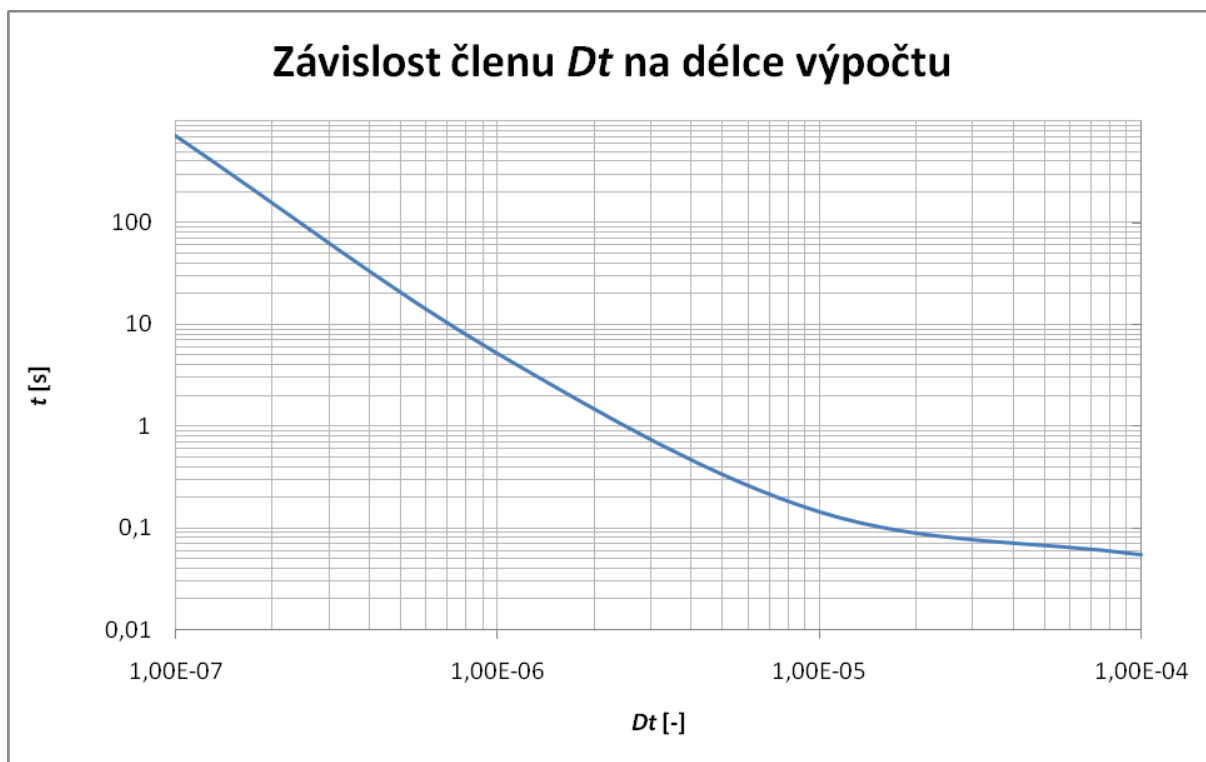
∂D_{PrG} – nepřesnost programu *Gt.m* při výpočtu difúze a zvoleném členu Dt ,

t – čas potřebný ke všem výpočtům programu *Gt.m* v závislosti na členu Dt ,

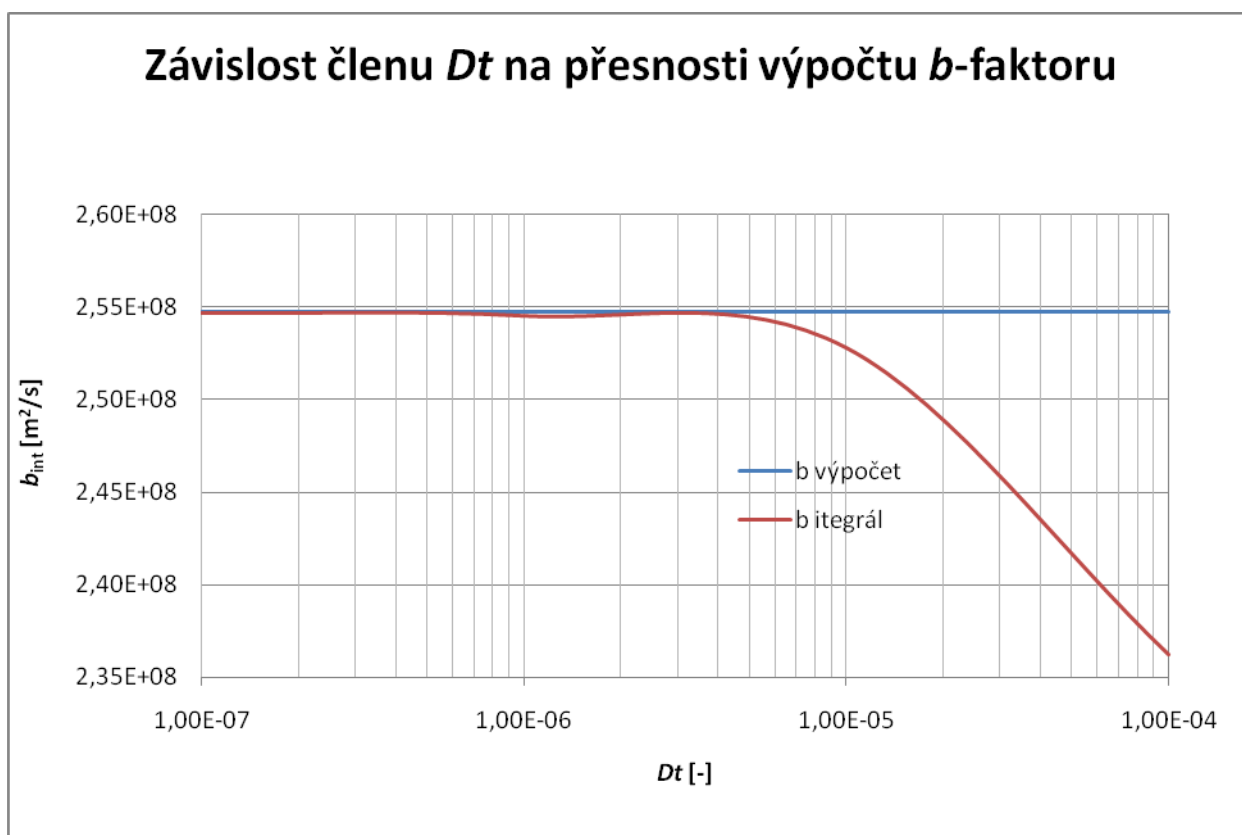
zůstávají proto hodnoty $b_{\text{výp}}$ a $D_{\text{výp}}$ konstantní, jelikož se k nim člen Dt nevztahuje. Tyto hodnoty mají především informativní charakter, aby byl vidět rozdíl ve výsledku výpočtu pomocí integrálu a jednoduchého vzorce v závislosti na členu Dt . Experiment s přesností byl proveden pouze do hodnoty $Dt = 1.10^{-7}$, při hodnotě $Dt = 1.10^{-8}$ musel být výpočet zrušen z důvodu velké časové náročnosti, přibližně v řádu hodin. Graf závislosti délky výpočtu na zvoleném rozměru členu Dt , lze vidět na obr. 16. Tato závislost má exponenciální průběh a muselo být zvoleno logaritmické měřítko z důvodu velkého rozmezí výsledných hodnot. Grafická závislost vývoje výsledku b -faktoru na členu Dt je uvedena na obr. 17, kde lze vidět, jak se měnila odchylka b -faktoru vypočítaném přes integrál a pomocí odvozeného vzorce podle toho, jak byl výpočet zpřesňován. Vzhledem k tomu, že čas výpočtu t může záviset také na hardwarové konfiguraci počítače a verze programu Matlab jsou v tabulce 7 tyto údaje o použitých prostředcích uvedeny.

Tabulka 7 Konfigurace použitého počítače a verze Matlabu

Procesor počítače	Intel Pentium T3200, 2.0 GHz, 667 MHz FSB, 1 MB L2 cache
Operační paměť počítače	2 GB DDR2
Operační systém	Windows Vista
Verze Matlabu	7.6.0 (R2008a)



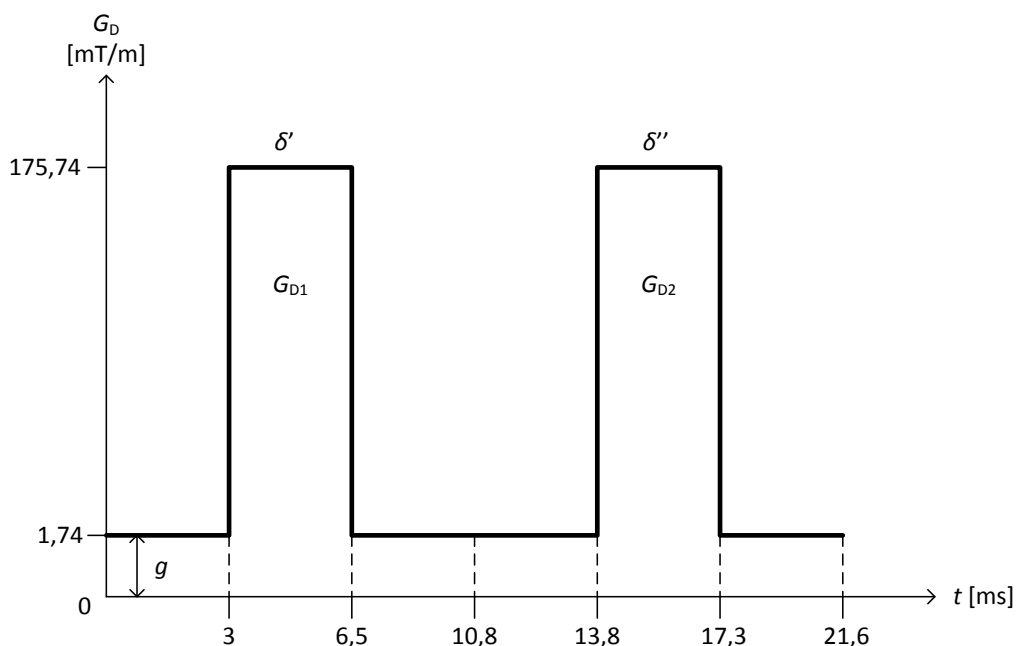
Obr. 16 Grafická závislost členu Dt na délce výpočtu programu.



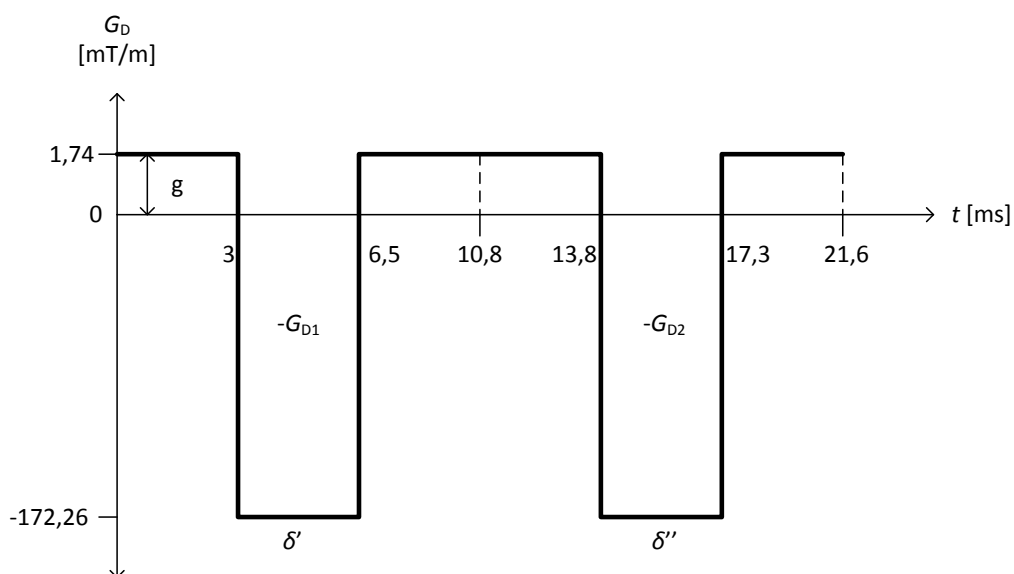
Obr. 17 Grafická závislost parametru Dt na přesnosti výpočtu b -faktoru.

3.5 Porovnání hodnot b -faktoru a difúze u sekvence se zápornými a kladnými difúzními gradienty

U 6-intervalové pulzní sekvence PFGSE nemusí být aplikovány pouze kladné difúzní gradienty $+G_D$, ale mohou být použity také gradienty opačné polarity. Cílem této simulace bylo změřit a vypočítat hodnoty b -faktoru a difúze pro sekvence s různě orientovanými difúzními gradienty. Během sekvence byl navíc simulován také konstantní gradient o velikosti 1% aplikovaných difúzních gradientů G_D , tedy $g = 1,74$ mT/m. Průběh měření a tvar sekvencí si lze názorně ukázat podle obr. 18 a obr. 19.



Obr. 18 Sekvence s kladnými difúzními gradienty G_D a konstantním gradientem g .



Obr. 19 Sekvence se zápornými difúzními gradienty $-G_D$ a konstantním gradientem g .

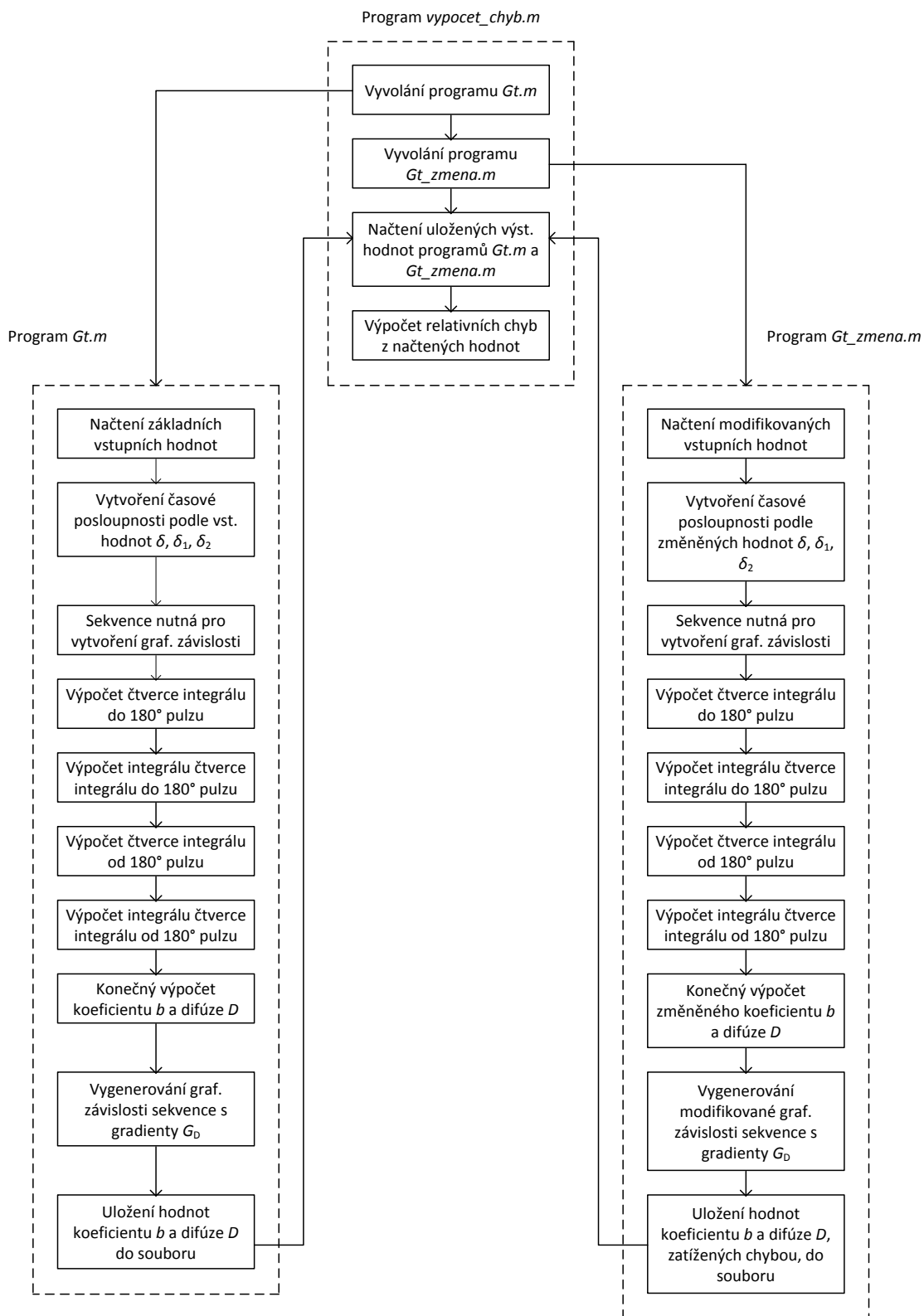
Při aplikaci kladných difúzních gradientů vyšla již známá hodnota b -faktoru a difúze z bodu 3.1.2, kde $b = 2,6771 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ a $D = 2,3188 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$. Proto větší pozornost byla přikládána výsledku, kde byly simulovány záporné difúzní gradienty $-G_D$. V tomto případě došlo u b -faktoru k poklesu na $b = 2,4173 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$, kdežto hodnota difúze vzrostla na $D = 2,5680 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$. Klíčovým poznatkem této simulace je však vypočítaná střední hodnota ze všech výsledků, kde $b_{\text{stř}} = 2,5472 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ a $D_{\text{stř}} = 2,4434 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$. Výsledky této simulace jsou shrnuty v tabulce 8.

Tabulka 8 Výsledné hodnoty b -faktoru a difúze pro sekvence s kladnými a zápornými difúzními gradienty G_D

G_{D1} [mT/m]	G_{D2} [mT/m]	g [mT/m]	b [m^2/s]	D [m^2/s]
174	174	1,74	2,6771E+08	2,3188E-09
-174	-174	1,74	2,4173E+08	2,5680E-09
Střední hodnota:			2,5472E+08	2,4434E-09

3.6 Programové prostředí Matlab

Všech experimentální výsledků této práce bylo dosaženo pomocí programového prostředí Matlab. K těmto účelům mně byl poskytnut na ÚPT AV ČR program *Gt.m* (viz příloha). Tento program jsem s mírnými úpravami aplikoval na všechny praktické části. Abych mohl výsledky založené na výchozích vstupních datech porovnávat s výsledky modifikovaných vstupních dat a z nich pak vypočítat relativní chybu, bylo nutné program *Gt.m* duplikovat na pracovní název *Gt_zmena.m*. Výsledky z těchto programů byly následně ukládány do pomocných souborů ve formátech unikódované přípony *.asc*. Proměnné z těchto souborů byly dle potřeby načteny do třetího pomocného programu pod pracovním názvem *vypocet_chyb.m*. V tomto programu docházelo k vyvolání programů *Gt.m* a *Gt_zmena.m*, načtení nově vypočítaných proměnných a následné vypočítání relativních chyb. Zde vypsané programy a jejich zdrojové kódy jsou uvedeny v příloze. V příloze není uveden pouze program *Gt_zmena.m*, jelikož se jedná o duplikát programu *Gt.m* a je zbytečné jej uvádět dvakrát. Blokovaná schémata programu a jejich kooperace je uvedena na obr. 20 na následující straně.



Obr. 20 Bloková schémata použitých programů a jejich vzájemná kooperace

4. Závěr

Bakalářská práce se v počátku zabývá studiem principů magnetické rezonance, a to z hlediska fyzikálních vlastností i metod pro měření difúze pomocí magnetické rezonance. Cílem této části bylo především seznámení se s teoretickými základy řešené problematiky.

Ve druhé části se práce věnuje simulacím měřících sekvencí difúze za umělého modifikování vstupních dat a pozorování vzniklých chyb výsledků b -faktoru a difúze. Simulace proběhly v několika odlišných částech.

Jako první byla provedena simulace, kde docházelo k postupnému měnění několika parametrů dané sekvence bez přítomnosti konstantního gradientu g , později také za přítomnosti tohoto gradientu. Během této simulace bylo zjištěno, že chyba b -faktoru a difúze je více citlivá na ovlivňování prvního difúzního gradientu G_{D1} .

Dále byl pak podobným způsobem zkoumán vliv změny délky Δ mezi dvěma difúzními gradienty. Změna délky Δ o jedno procento její původní délky, způsobila také přibližně jednoprocentní chybu b -faktoru ∂b a difúze ∂D .

Následujícím experimentem byla změřena závislost konstantního gradientu g na chybě ∂b . Při zvyšování hodnoty g v rozmezí 0 až 5,22 mT/m docházelo k postupnému navyšování relativní chyby ∂b až na hodnotu 15,95 %. K tomuto navyšování docházelo lineárně, jak je patrné z obr. 15.

Přesnost výpočtu integrálního vztahu (6) v programové prostředí Matlab programu $Gt.m$ lze nastavit členem Dt . Proto byly stanoveny závislosti členu Dt na vzniklé hodnotě b -faktoru a členu Dt na délce výpočtu. Z uvedené tabulky 6 lze konstatovat, že kompromisem mezi přesností výpočtu a spotřebovaným časem na výpočet je hodnota $Dt = 1 \cdot 10^{-6}$. Při této hodnotě počítal program $Gt.m$ s odchylkou mezi výpočetními metodami 0,0628 % pro b -faktor a -0,0656 % pro difúzi. Tato hodnota byla používána při všech experimentálních simulacích této práce.

V poslední simulaci byla zjištěna hodnota b -faktoru a difúze pro sekvence s kladnými a zápornými difúzními gradienty $+G_D$ a $-G_D$. Jako výsledek byla stanovena střední hodnota b -faktoru a difúze těchto dvou sekvencí, kde vyšla $b_{stř} = 2,5472 \cdot 10^{-8}$ m²/s a $D_{stř} = 2,4434 \cdot 10^{-9}$ m²/s, což odpovídá předpokládaným teoretickým hodnotám.

Tato práce by měla posloužit jako dokumentace toho, jakých chyb se lze během měření difúze a b -faktoru dopustit minimální změnou vstupních dat. Dále pak ukázat, na které změny parametrů je měřící sekvence nejvíce citlivá a způsobuje největší odchylku změřených hodnot.

Seznam použité literatury

- [1] VÁLEK, V., ŽIŽKA, J. Moderní diagnostické metody - III. díl Magnetická rezonance, Institut pro další vzdělávání pracovníků ve zdravotnictví, Brno, 1996, s. 5-17.
- [2] DRASTICH, A., Tomografické zobrazovací systémy, VUT Brno, 2004, s. 105-117.
- [3] BARTUŠEK, K., Ústně podané informace, ÚPT AV ČR.
- [4] BARTUŠEK, K. Speciální metody měření difúzních koeficientů metodami nukleární rezonance, Téze přednášky k profesorskému jmenovacímu řízení, VUTIUM, ISBN 978-80-214-3379-3, ISSN 1213-418X, 2007.
- [5] ZYCHÁČEK, M., BARTUŠEK, K. Měření difúze kompenzačními metodami, *ELEKTROREVUE*, 2008, ISSN 1213-1539.
<http://www.elektrorevue.cz/cz/clanky/kybernetika--automatizace--merici-technika/0/mereni-difuze-kompenzacnimi-metodami/>
- [6] BARTUŠEK, K., GESCHEIDTOVÁ, E. MRI method of diffusion measurement in heterogeneous materials, *Measurement Science and Technology*, 2008, 19(1), s. 1 - 8. ISSN 0957-0233.

Přílohy

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Program Gt.m
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Výpočet b-faktoru pro 6-intervalovou sekvenci
clear
[filenameplus,pathname] = uigetfile('*.asc', 'Data merení');%načtení dat
fname=[pathname,filenameplus];
dat =load(fname);

gama = dat(1,1); %gyromagnetický poměr
G0 = dat(2,1); % amplituda gradientu g 1 - 180mT/m
M0 = dat(3,1); %amplituda echa s ps bez gradientů
ME = dat(4,1); %amplituda echa s ps s gradienty
Gp = dat(5,1); %relativní amplituda gradientu
delta = dat(6,1); %délka gradientu difúzne citlivého
delta1 = dat(7,1); %délka od 90 stupnového pulzu po první gradient
delta2 = dat(8,1); %délka od 90 stup. pulzu po 180 stupnový pulz

[filenameplus,pathname] = uigetfile('*.asc', 'Data merení');%načtení dat
fname=[pathname,filenameplus];
dat =load(fname);

B1 = dat(:,1); %načtení sekvence orientace mag. pole
casG = dat(:,2)*1e-3; %načtení sekvence časů
gradG = dat(:,3)*1e-3; %načtení sekvence gradientů
%gradG0 = dat(:,4)*1e-3;

gradG = gradG + G0; %přičtení konst. gradientu g
MM = ME/M0;
for i = 1:length(casG)
    if B1(i) > 0
        ti1(i) = casG(i);d=i;
    else
        ti2(i-d) = casG(i);
        G2(i-d) = gradG(i);
    end
end

G = gradG;
Dt = 1e-6; %člen ovlivňující přesnost výpočtu

% Vytvoří graf gradientů Grad=f(t)
cas1 = (1:round(max(ti1)/Dt));
t1 = cas1*Dt;
j = 1;
for l = 1:round(max(ti1)/Dt)+1
    k = ti1(j)/Dt; g=G(j);
    if l <= k ,
        Grad(l) = g;
    else
        j = j + 1;
    end
end

cas2 = (round(max(ti1)/Dt):round(max(ti2)/Dt))-2;
t2 = cas2*Dt;
j = 1;
```

```

for ll = 1:round(max(ti2)/Dt)-round(max(t1)/Dt)
    k = ti2(j)/Dt-max(t1)/Dt; g=G2(j);
    if ll < k ,
        Grad2(ll) = g;
    else
        j = j + 1;
    end
end
Grad2(ll)= g;

% Výpočet čtverce integrálu do 180 stup. pulzu
I = 0;
for l = 1:(max(ti1)/Dt-1)
    I = I + Grad(l)*Dt;
    II(l)= I^2;
    IP(l)= I;
end
IF = I; %hodnota fáze těsně před 180 stup. pulzem

% Výpočet integrálu čtverce integrálu do 180 stup. pulzu
I = 0;
for l = 1:(max(ti1)/Dt-1)
    I = I + II(l)*Dt;
    AP(l) = I;
    b = I;
end

% Výpočet čtverce integrálu od 180 stup. pulzu do echa
I2 = -IF; %počáteční hodnota je záporně vzatá hodnota fáze před 180
for l = 1:(max(ti2)/Dt-max(t1)/Dt-1) %stupňovým pulzem
    I2 = I2 + Grad2(l)*Dt;
    II2(l)= I2^2;
    IP2(l)= I2;
end

% Výpočet integrálu čtverce integrálu od 180 stup. pulzu do echa
I2 = 0;
for l = 1:(max(ti2)/Dt-max(t1)/Dt-1)
    I2 = I2 + II2(l)*Dt;
    AP2(l) = I2;
    b2 = I2;
end

b_integral=gama^2*(b+b2) %výpočet b-faktoru přes integrál

DELTak = delta + delta1 + delta2;
b_vzorec = gama^2.*(delta.^2 .* Gp.^2 .* (DELTak - delta./3))
%výpočet b-faktoru přes jednoduchý vzorec

D_integral = -log(MM)/b_integral
%výpočet difúze pomocí b-faktoru přes integrál

D_vzorec = -log(MM)/ b_vzorec
%výpočet difúze pomocí b-faktoru přes jednoduchý vzorec

figure(1) %vytvoření grafu sekvence
plot([t1(1:length(Grad)) t2(1:length(Grad))],[Grad Grad2 ])

```

```

xlabel('t / s')
ylabel('G / T/m')

%uložení proměnných do souboru
save b_integral.asc b_integral -ascii
save D_integral.asc D_integral -ascii

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
                        %Program vypocet_chyb.m
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clear
Gt %vyvolání programu Gt
Gt_zmena %vyvolání programu Gt_zmena

%načtení proměnných ze souboru
load b_integral.asc
load D_integral.asc
load b_integral_zmena.asc
load D_integral_zmena.asc

%výpočet relativních chyb b-faktoru a difúze
chyba_b=(b_integral_zmena-b_integral)/b_integral
chyba_D=(D_integral_zmena-D_integral)/D_integral

```