

**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ**  
**ÚSTAV AUTOMATIZACE A INFORMATIKY**  
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF AUTOMATION AND COMPUTER SCIENCE

# **INTELIGENTNÍ ŘÍDÍCÍ ČLEN AKTIVNÍHO MAGNETICKÉHO LOŽISKA**

INTELLIGENT CONTROLLER OF ACTIVE MAGNETIC BEARING

**DISERTAČNÍ PRÁCE**  
PHD THESIS

**AUTOR PRÁCE**  
AUTHOR

Ing. Milan Turek

**VEDOUCÍ PRÁCE**  
SUPERVISOR

doc. RNDr. Ing. Tomáš Březina, CSc.

## **Abstrakt**

Tato disertační práce se zabývá návrhem řízení pro aktivní magnetické ložisko. Aktivní magnetické ložisko je nelineární nestabilní systém. Proto není možné pro jeho řízení použít přímo klasické metody návrhu řízení pro lineární systémy a metody pro návrh řízení nelineárních systémů nejsou univerzální a snadno aplikovatelné. V práci je ukázáno použití jednoduché nelineární kompenzace, která linearizuje odezvu aktivního magnetického ložiska a tím umožní použití klasických metod pro návrh řízení lineárních systémů. Následně je ukázáno, že pomocí metody CARLA lze výrazně vylepšit nalezené parametry řídicího systému.

První část práce se zabývá odvozením modelu řízeného aktivního ložiska a odvozením nelineární kompenzace, která linearizuje odezvu výstupu na vstupní signál.

Následující část práce je věnována popisu metod stavového návrhu řízení lineárních systémů, vybraných metod návrhu robustního řízení a nejběžnějších metod umělé inteligence používaných pro návrh nebo implementaci řízení.

Předposlední část práce se zabývá popisem hardware použitého experimentálního zařízení a jeho parametrů. Dále je zde uvedeno experimentální odvození parametrů modelu elektromagnetické síly, protože nejsou dostupné od výrobce.

Hlavní a závěrečná část práce se zabývá vlastním návrhem řízení pro aktivní magnetické ložisko. Je zde uvedeno několik různých přístupů k návrhu řízení od zcela experimentálního návrhu, přes využití metody Ziegler-Nicholsovy a stavového návrhu řízení až po využití metod robustního návrhu řízení. Při návrhu řízení je silně využívána metoda CARLA, která je díky svému principu velmi vhodná pro online učení v reálném řídicím členu.

## **Klíčová slova**

aktivní magnetické ložisko, stavové řízení, continuous action reinforcement learning automata

## **Abstract**

The PhD thesis describes control design of active magnetic bearing. Active magnetic bearing is nonlinear unstable system. This means it is not possible to use classic methods of control design for linear time invariant systems. Also methods of nonlinear control design are not universal and their application is not easy task. The thesis describes usage of simple nonlinear compensation which linearizes response of active magnetic bearing and allows usage of classic methods of control design for linear time invariant systems. It is shown that CARLA method can significantly improve parameters of designed controller.

First part of thesis describes derivation of model of controlled active magnetic bearing and nonlinear compensation which linearizes response of controlled active magnetic bearing on input signal.

Following part contains description of methods of state control design methods, selected methods of robust control design and most common methods of artificial intelligence used for control design and implementation.

Next part describes hardware of used experimental device and its parameters. It also contains experimental derivation of model of electromagnetic force because the parameters are not available from manufacturer.

Last part describes control design of active magnetic bearing. Several different approaches are described here. The approaches vary from completely experimental approach, through using Ziegler-Nichols method, state control design to methods for robust control design. During design is heavily used CARLA method which is very suitable for usage for online learning in real controller due its principle.

## **Keywords**

active magnetic bearing, state control, continuous action reinforcement learning automata

### **Bibliografická citace**

Turek, M.: *Inteligentní řídicí člen aktivního magnetického ložiska*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 81 p. Vedoucí práce: doc. RNDr. Ing. Tomáš Březina, CSc.

## **Čestné prohlášení**

Prohlašuji, že jsem disertační práci zpracoval samostatně dle pokynů vedoucího disertační práce a s použitím uvedené literatury.

## **Poděkování**

Tímto děkuji doc. RNDr. Ing. Tomáš Březinovi, CSc. za cenné připomínky a rady při vypracovávání této práce.

**1 Obsah**

2	Úvod .....	3
2.1	Cíle práce .....	3
2.2	Struktura práce.....	3
3	Model aktivního magnetického ložiska.....	5
3.1	Model rotoru .....	5
3.2	Model magnetické síly .....	6
3.3	Získání lineárního modelu magnetické síly .....	10
3.3.1	Aproximace pomocí Taylorova rozvoje .....	10
3.3.2	Nelineární kompenzace.....	10
4	Uvažované metody řízení.....	12
4.1	Klasické metody řízení lineárních systémů .....	12
4.1.1	LQ design .....	14
4.1.2	Stavové řízení s integrátorem na vstupu .....	15
4.1.3	Stavové prediktivní řízení .....	16
4.2	Robustní řízení.....	18
4.2.1	H-infinity .....	18
4.2.2	H-infinity Loop Shaping .....	19
4.3	Řízení s využitím umělé inteligence .....	20
4.3.1	Genetické algoritmy .....	20
4.3.2	Metoda CARLA .....	22
4.3.3	Neuronové sítě.....	24
4.3.4	Q-učení .....	25
5	Hardwarová implementace experimentálního zařízení.....	28
5.1	Rotor.....	28
5.2	Elektromotor pro pohon otáček rotoru .....	28
5.3	Aktivní magnetické ložisko .....	29
5.4	Senzory .....	29
5.5	Elektronika řídicího systému .....	30
5.6	Software řídicího systému.....	31
6	Parametry řízeného aktivního magnetického ložiska .....	32
6.1	Kalibrace senzorů .....	32
6.2	Určení parametrů modelu magnetické síly.....	33

---

6.3	Hodnoty parametrů řízeného systému .....	35
6.3.1	Parametry mechanické části experimentálního zařízení .....	35
6.3.2	Parametry elektromagnetické části experimentálního zařízení .....	35
6.3.3	Parametry řídicího subsystému.....	35
7	Návrh řízení stabilizovaného aktivního magnetického ložiska .....	36
7.1	Návrh stabilizujícího regulátoru .....	36
7.2	Určení modelu stabilizovaného aktivního magnetického ložiska .....	42
7.3	Návrh pozorovatele .....	43
7.4	Návrh řízení .....	45
7.4.1	Diskrétní regulátor navržený Ziegler–Nicholsovou metodou .....	45
7.4.2	Proporcionální regulátor – posledních pět hodnot.....	48
7.4.3	Stavové řízení – LQ design.....	51
8	Návrh řízení linearizovaného aktivního magnetického ložiska .....	54
8.1	Ověření modelu.....	54
8.2	Zpřesnění modelu.....	55
8.2.1	Identifikace modelu.....	55
8.2.2	Zpřesnění analyticky získaného modelu .....	56
8.3	Návrh pozorovatele .....	57
8.4	Návrh řízení .....	59
8.4.1	LQ design .....	59
8.4.2	Robustní řízení – H-infinity loop shaping .....	65
9	Optimalizace navrženého řízení pro rotující rotor .....	67
10	Závěr .....	70
11	Literatura .....	72
12	Seznam publikací autora .....	74
13	Seznam příloh.....	75



## 2 Úvod

Aktivní magnetické ložisko, na rozdíl od klasického ložiska, pracuje bez mechanického dotyku jednotlivých částí. Díky tomu má prakticky nulové tření a nevyžaduje mazání. Proto je vhodné k použití v provozech, kde je nežádoucí mechanický dotek jednotlivých částí nebo přítomnost maziv. Příkladem mohou být potravinářské provozy, kde i malé množství maziv přítomných ve výsledné potravině ji může znehodnotit. Dalším příkladem může být kosmonautika. Ve vesmírném prostoru se běžně používané materiály chovají jinak, než jsme zvyklí a hrozí zvýšené nebezpečí, že se dotýkající části mechanicky spojí.

Cenou za tuto výhodu aktivního magnetického ložiska je nutnost řízení velikosti elektromagnetické síly udržující rotor v požadované poloze, což znamená i dodatečný příkon energie do řídicího systému. Tato energie slouží ke kompenzaci působení zatěžujících sil. Tyto síly jsou například gravitační síla, síly působené nevyvážkem rotoru a podobně.

Aktivní magnetické ložisko je nelineární a nestabilní systém, proto není návrh jeho řízení jednoduchá úloha. Běžný způsob návrhu pro řízení nelineárního systému je získání lineárního modelu, který alespoň přibližně popisuje chování řízeného systému v okolí pracovního bodu a návrh řízení pomocí standardních metod pro návrh řízení lineárních systémů. Tento přístup je v případě aktivního magnetického ložiska prakticky nepoužitelný, protože takto navržené řízení je dostatečně kvalitní pouze v blízkém okolí pracovního bodu. To je v případě aktivního magnetického ložiska nepřijatelné, protože díky jeho nestabilitě je rotor v klidovém stavu mimo pracovní bod a díky jeho nelinearitě a nestabilitě je dosažení pracovního bodu obtížné. Další možností je použít metod pro návrh řízení nelineárních systémů. Tyto metody ale nejsou univerzální a jejich aplikace není triviální.

### 2.1 Cíle práce

Cílem této práce je ukázat jeden z možných způsobů jak linearizovat odezvu aktivního magnetického ložiska na řídicí zásah a následně navrhnout řízení, které stabilizuje rotor ve středu vzduchové mezery s využitím kombinace klasických metod pro návrh řízení lineárních systémů a umělé inteligence. Výsledkem práce má být návrh řízení pro aktivní magnetické ložisko a jeho ověření implementací v hardwaru experimentálního zařízení.

Pro návrh řízení budou použity metody od experimentálního návrhu metodou pokus omyl, přes použití metody Ziegler-Nicholsovy a stavového řízení až po metody návrhu robustního řízení. Takto navržené řízení bude použito jako základ pro použití metody CARLA, která přizpůsobí parametry nalezené na základě modelu aktivního magnetického ložiska skutečnému chování experimentálního zařízení.

### 2.2 Struktura práce

První část práce se zabývá odvozením modelu řízeného aktivního magnetického ložiska, který se skládá z modelu rotoru uloženého v ložisku a modelu elektromagnetické síly stabilizující rotor. Je zde také odvozena kompenzace, která kompenzuje nelinearity v modelu elektromagnetické síly a tím umožňuje použití klasických metod používaných pro návrh řízení lineárních systémů.

Následující část práce se zabývá popisem metod stavového návrhu řízení a vybraných metod návrhu robustního řízení. Je zde také uveden přehled metod umělé inteligence, které

se nejčastěji používají pro návrh a implementaci řízení v regulačních obvodech. Tato část práce slouží jako teoretický přehled používaných metod.

Další část práce, rozdělená na dvě kapitoly, se věnuje popisu hardware experimentálního zařízení použitého pro ověření navrženého řízení. V první kapitole této části je uveden popis použitého hardware. V druhé kapitole jsou uvedeny konkrétní parametry řízeného aktivního magnetického ložiska včetně odvození parametrů modelu elektromagnetické síly, které nejsou udány výrobcem ložiska.

Hlavní a závěrečná část práce se věnuje vlastnímu návrhu řízení. Je tvořena třemi kapitolami. V první kapitole je použit přístup pomocí stabilizace odezvy řízeného aktivního magnetického ložiska pomocí experimentálně navrženého PID regulátoru. Sofistikovanější metody návrhu řízení jsou poté aplikovány na takto stabilizované aktivní magnetické ložisko. Druhá kapitola se věnuje návrhu řízení na základě matematicky odvozeného modelu aktivního magnetického ložiska pomocí vybraných metod stavového a robustního řízení. Protože ve většině případů je řízení založeno na modelu, který odpovídá reálnému chování experimentálního zařízení pouze přibližně, je v obou kapitolách výrazně využívána metoda CARLA pro přizpůsobení nalezených parametrů řízení skutečnému chování experimentálního zařízení. V třetí kapitole jsou ukázány výhody a nevýhody specializace parametrů řídicího systému pomocí metody CARLA pro řízení aktivního magnetického pro konkrétní pracovní podmínky.

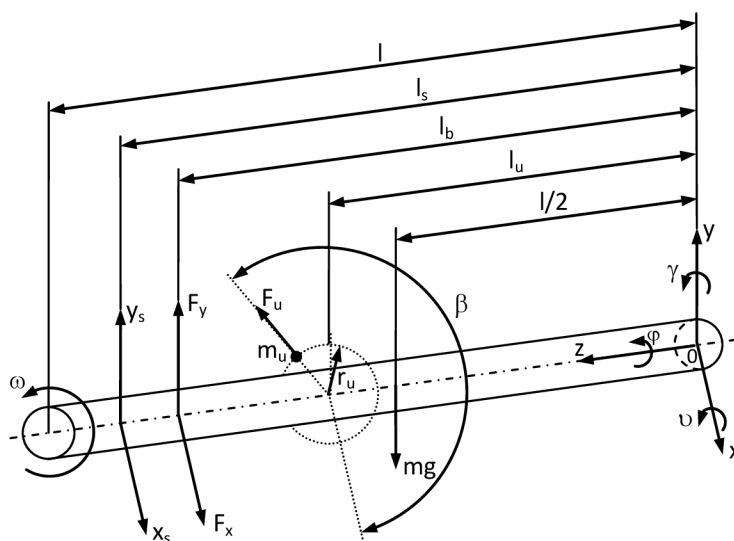
### 3 Model aktivního magnetického ložiska

Před návrhem řízení je potřeba znát model řízeného systému. Při tvorbě modelu aktivního magnetického ložiska použitelného pro návrh řízení je nutné kromě modelu vlastního magnetického ložiska vytvořit také model levitovaného rotoru.

#### 3.1 Model rotoru

Matematický model rotoru závisí na jeho materiálu (pružný/nepužný rotor), tvaru a uložení (pružné/tuhé uložení), viz. [19]. Magnetické ložisko lze považovat za speciální případ uložení rotoru v pružných ložiscích, kde je uložení nahrazeno obecnou silou generovanou elektromagnety v ložisku. V takovém případě není účelné analyzovat kritické otáčky, při kterých dojde vlivem nevyváženosti k rozlomení rotoru. Mnohem dříve je totiž překonána elektromagnetická síla ložisek a ložisko přestane být schopné udržet rotor v požadované poloze. Ze stejného důvodu je možné při použití běžných materiálů považovat rotor za tuhý. Tvar rotoru spolu s jeho materiálem se projeví na velikosti momentů setrvačnosti, které popisují dynamické chování rotoru.

V použitém experimentálním systému (viz. kapitola 5) je použit nejjednodušší možný případ rotoru. Rotor je tvořen dlouhým prutem na jedné straně pevně přichyceným k elektromotoru, který jej roztáčí. Na druhé straně je rotor uchycen v magnetickém ložisku. Nevyváženost je modelována jako hmotný bod. Odpor prostředí je zanedbán.



Obrázek 1: Schéma rotoru

Z rovnováhy sil a momentů lze odvodit diferenciální rovnici popisující závislost mezi působícími silami a natočeními rotoru okolo os  $\gamma$ ,  $v$ .

$$\begin{bmatrix} J_r & 0 \\ 0 & J_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma'' \\ v'' \end{bmatrix} + \omega \begin{bmatrix} 0 & -J_a \\ J_a & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma' \\ v' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_b & 0 \\ 0 & -l_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{mgl}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_u l_u \cos(\varphi + \beta) \\ -F_u l_u \sin(\varphi + \beta) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

kde  $\gamma$  a  $v$  jsou úhly natočení rotoru ze středové polohy,  $l_b$  je vzdálenost elektromagnetů ložiska od uchycení rotoru k elektromotoru,  $F_x, F_y$  jsou elektromagnetické síly působené magnetickým ložiskem,  $m$  je hmotnost rotoru,  $g$  je gravitační zrychlení,  $l$  je délka rotoru,  $\omega$  je rychlost otáčení rotoru,  $l_u$  je vzdálenost nevyvážku od uchycení rotoru k elektromotoru,  $\varphi$  je natočení rotoru vzhledem k podélné ose,  $\beta$  je natočení nevyvážku okolo podélné osy ve výchozí poloze,  $F_u$  je velikost odstředivé síly působené nevyvážkem a  $J_a$  a  $J_r$  jsou momenty setrvačnosti rotoru vzhledem k podélné ose rotoru

$$J_a = \frac{mr^2}{2}, \quad (3.2)$$

kde  $r$  je poloměr rotoru a ose na ní kolmé

$$J_r = \frac{ml^2}{12} + \frac{ml^2}{4}. \quad (3.3)$$

Velikost odstředivé síly působené nevyvážkem je rovna součinu hmotnosti nevyvážku a odstředivého zrychlení

$$F_u = m_u \omega^2 r_u, \quad (3.4)$$

kde  $m_u$  je hmotnost nevyvážku a  $r_u$  je vzdálenost nevyvážku od osy rotace

Pro malé výchylky ze středové polohy jsou výchylky rotoru v místech senzorů  $x_s, y_s$  rovny součinu úhlu natočení rotoru a vzdálenosti senzorů od uchycení rotoru  $l_s$ .

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_s & 0 \\ 0 & -l_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma \\ v \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

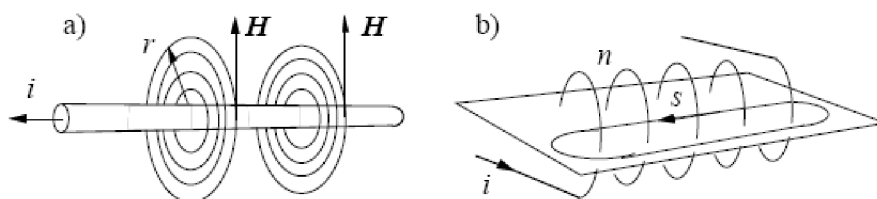
### 3.2 Model magnetické síly

Magnetické pole je generováno elektrickým proudem nebo permanentním magnetem. V případě přímého vodiče protékaného konstantním proudem je to rotačně symetrické pole o intenzitě  $H$  (viz. obrázek 2). Křivkový integrál po křivce vedoucí okolo vodiče říká, že

$$\oint H ds = i \quad (3.6)$$

To znamená, že intenzita magnetického pole na obrázku 2a je  $H = i/2\pi r$ . Magnetické pole nezávisí na materiálu v okolí vodiče. V případě že integrační cesta obaluje několik proudových smyček jako v případě cívky na obrázku 2b, potom platí

$$\oint H ds = ni \quad (3.7)$$

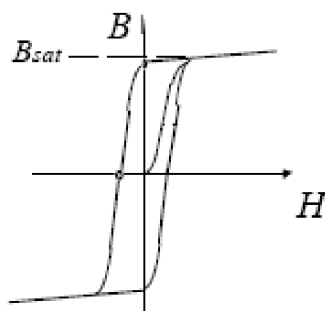


Obrázek2: a) vodič s magnetickým polem, b) cívka (převzato z [18])

V magnetických ložiscích je pomocí permanentních magnetů, nebo elektromagnetů vytvářen magnetický tok  $\phi$  cirkulující v magnetické smyčce. Magnetický tok může být zobrazen pomocí křivek magnetického pole. Každá křivka je vždy uzavřená. Hustota těchto křivek udává hustotu magnetického toku, tj. magnetickou indukci  $B$ . Intenzita magnetického pole je propojena s magnetickou indukcí rovnicí

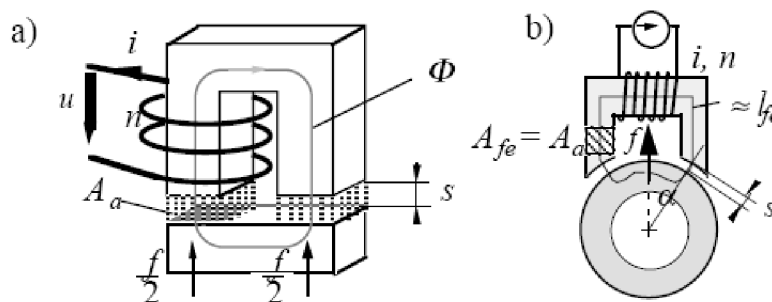
$$B = \mu_0 \mu_r H \quad (3.8)$$

kde  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Vs/Am}$  je permeabilita vakua a  $\mu_r$  je relativní permeabilita, která závisí na prostředí, ve kterém se nachází magnetické pole.  $\mu_r$  je rovno jedné ve vakuu a přibližně také ve vzduchu. Při použití feromagnetického materiálu, kde  $\mu_r$  je obecně mnohem větší než jedna, může být magnetická smyčka uvažována pouze v jádru materiálu. Chování feromagnetického materiálu je obvykle vizualizováno pomocí B-H diagramu (viz. obrázek 3), který ukazuje známý úkaz hystereze a saturace. Důsledkem saturace je, že při zvětšování intenzity magnetického pole  $H$  a generujícího proudu  $i$ , hustota magnetického toku  $B$  příliš nevrůstá nad hodnotu  $B_{sat}$ .



Obrázek 3: B-H diagram, hystereze, saturace (převzato z [18])

Pro odvození magnetické síly uvažujme jeden dvupólový element magnetického ložiska a cestu magnetického toku v něm [18] (viz. obrázek 4).



Obrázek 4: a) magnetická síla, b) geometrie radiálního magnetického ložiska (převzato z [18])

Při platnosti obvyklých předpokladů (viz. [18]):

- železná část magnetické smyčky  $l_{fe}$  je zanedbána,
- frekvence střídavého proudu nejsou příliš vysoké, tj. platí vztahy pro statické pole,
- magnetický tok  $\phi$  je homogenní v železném jádře a vzduchové mezeře,
- plochy průřezu jsou stejné  $A_{fe} = A_a$ ,

platí, že magnetická indukce  $B = B_a$  je konstantní v celé magnetické smyčce. Její velikost je úměrná proudu dokud není dosažena hodnota  $B_{sat}$ . Další zvyšování proudu nad hodnotu  $i_{sat}$  již příliš nezvyšuje hodnotu magnetické indukce. Velikost magnetické síly může být odvozena z energie  $W_a$  uložené ve vzduchové mezeře mezi rotorem a magnetem.

$$W_a = \frac{1}{2} B_a H_a V_a = \frac{1}{2} B_a H_a A_a 2s \quad (3.9)$$

kde  $B_a$  je velikost magnetické indukce ve vzduchové mezeře,  $H_a$  je intenzita magnetického pole ve vzduchové mezeře a  $A_a$  a  $s$  udávají geometrii vzduchové mezery (viz. obrázek 4).

Síla působící na feromagnetické tělo rotoru je generována akumulací energie ve vzduchové mezeře a je funkcí polohy rotoru. Pro malé změny polohy  $ds$  zůstává magnetický tok  $B_a A_a$  konstantní. Zvětšením vzduchové mezery o hodnotu  $ds$  se zvětší objem vzduchové mezery  $V_a = 2s A_a$  a energie pole  $W_a$  se zvětší o  $dW$ . Tato energie musí být dodána mechanicky, tj. musí být překonána přitažlivá síla. Proto je velikost magnetické síly dána vztahem

$$f = \frac{dW_a}{ds} = B_a H_a A_a = \frac{B_a^2 A_a}{\mu_0} \quad (3.10)$$

V rozsahu kde je magnetická indukce  $B_a$  úměrná intenzitě magnetického pole  $H_a$  a proudu, tj. pod hodnotou saturace, je pro konfiguraci z obrázku 4 magnetická síla funkcí proudu  $i$  a velikosti vzduchové mezery  $s$ .

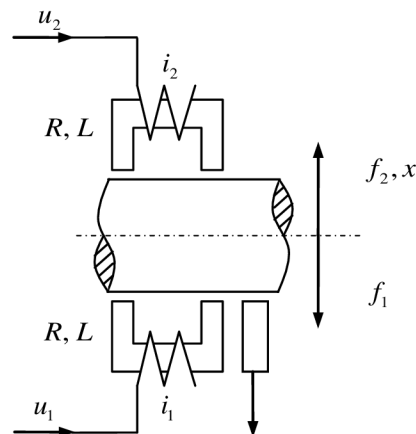
$$f = \mu_0 A_a \left( \frac{ni}{2s} \right)^2 = \frac{1}{4} \mu_0 n^2 A_a \frac{i^2}{s^2} = k \frac{i^2}{s^2} \quad (3.11)$$

V případě reálného magnetického ložiska je průřez  $A_a$  sklopen pod úhlem  $\alpha$  (viz. obrázek 4b). To se v matematickém modelu projeví násobením síly, odvozené pro elektromagnet ve tvaru U (viz. obrázek 4a), konstantou  $\cos(\alpha)$ .

Odvozený model ukazuje, že velikost magnetické síly je přímo úměrná druhé mocnině proudu a nepřímo úměrná druhé mocnině vzdálenosti rotoru od elektromagnetu. Navíc z modelu vyplývá, že při nulové vzdálenosti rotoru a elektromagnetu je velikost magnetické síly nekonečně velká, což neodpovídá skutečnosti. Proto je nutné ke vzdálenosti elektromagnetu a rotoru přičíst konstanta, která zajistí, že model odpovídá skutečnosti. Pomocí této konstanty se kompenzují nepřesnosti zanesené zjednodušujícími předpoklady. Výsledný model je dán rovnicí (3.12).

$$f = k \frac{i^2}{(s+a)^2} \cos(\alpha) = A \frac{i^2}{(s+a)^2} \quad (3.12)$$

Je zřejmé, že výsledná magnetická síla je vždy přitažlivá. Pro řízení je třeba, aby výsledná magnetická síla mohla působit jak směrem k elektromagnetu, tak směrem od něj. Toho se dosahuje pomocí dvou protilehlých elektromagnetů, které působí proti sobě (viz. obrázek 5).



Obrázek 5: Schéma konfigurace elektromagnetů pro jednu osu AML

Výsledná magnetická síla je dána rozdílem sil od protilehlých elektromagnetů.

$$F = \frac{A i_2^2}{\left( \frac{d}{2} - x + a \right)^2} - \frac{A i_1^2}{\left( \frac{d}{2} + x + a \right)^2} \quad (3.13)$$

kde  $i_1$  a  $i_2$  jsou proudy v elektromagnetech,  $d$  je velikost vzduchové mezery mezi rotorem a elektromagnety a  $x$  je velikost výchylky rotoru ze středové polohy.

Navíc se ve většině případů řídí napětí v cívkách elektromagnetů namísto proudu, protože je to mnohem jednodušší na realizaci. Proto se do popisu magnetické síly musí zahrnout také Ohmův zákon popisující vztah mezi napětím a proudem.

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} \quad (3.14)$$

### 3.3 Získání lineárního modelu magnetické síly

Závislost magnetické síly na proudu a poloze a rotoru je nelineární, ale návrh řízení nelineárního systému je velmi obtížný. Proto je třeba získat lineární model magnetické síly, který by ji popisoval dostatečně přesně alespoň v okolí pracovní polohy. Existují dva různé přístupy – aproximace modelu magnetické síly pomocí Taylorova rozvoje a nelineární kompenzace, která linearizuje chování magnetické síly.

#### 3.3.1 Aproximace pomocí Taylorova rozvoje

Aby bylo možné získat pomocí Taylorova rozvoje smysluplné výsledky, je třeba zavést do obou protilehlých elektromagnetů konstantní proud  $I_0$  a nastavovat změnu proudu v obou elektromagnetech o stejnou hodnotu  $i$ , ale v opačném směru. Výsledné chování magnetické síly je popsáno následující rovnicí.

$$F_m = \frac{A(I_0 + i)^2}{\left(\frac{d}{2} - x + a\right)^2} - \frac{A(I_0 - i)^2}{\left(\frac{d}{2} + x + a\right)^2} \quad (3.15)$$

Aplikací Taylorova rozvoje se získá model, který závisí na poloze rotoru a proudu lineárně.

$$F_m^{lin} = \frac{32AI_0^2}{(d + 2a)^3} x + \frac{16AI_0}{(d + 2a)^2} i \quad (3.16)$$

Výhodou této aproximace je, že není třeba složitě přepočítávat akční zásah řídicího členu na odpovídající proud (napětí), nevýhodou jsou energetické ztráty zapříčiněné nenulovým napájecím proudem i při nulovém zatížení rotoru.

#### 3.3.2 Nelineární kompenzace

Nelineární kompenzace linearizující chování magnetické síly může být implementována různými způsoby. Následující způsob kompenzace má tu výhodu, že při nulovém zatížení rotoru je nulový napájecí proud a tedy nedochází k energetickým ztrátám.

Za předpokladu, že je v jednom okamžiku napájen proudem pouze jeden z protilehlých elektromagnetů, je možné z rovnice (3.15) jednoduše odvodit velikost proudu, která vyvolá požadovanou magnetickou sílu  $F_p$ .



$$i_1 = \begin{cases} \sqrt{-\frac{F_p}{A} \left( \frac{d}{2} + x + a \right)} & \text{pokud } F_p < 0 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \quad (3.17)$$

$$i_2 = \begin{cases} \sqrt{\frac{F_p}{A} \left( \frac{d}{2} - x + a \right)} & \text{pokud } F_p > 0 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Tato kompenzace pracuje dobře, pokud se pro řízení použije proudový zdroj a je tedy možné nastavovat proud přímo. Při použití napěťového zdroje se hodnota proudu mění dynamicky a chování magnetické síly v závislosti na budícím napětí není lineární. Je to zapříčiněno tím, že je kompenzace odvozena za předpokladu ustálené hodnoty proudu (statická kompenzace). Naštěstí je tato nelinearita dostatečně malá, aby ji bylo možno aproximovat lineárním modelem s dostatečnou přesností.

Při použití napěťového zdroje je nutné rovnice popisující kompenzaci vynásobit hodnotou odporu cívek elektromagnetů  $R$ .

$$u_1 = \begin{cases} R \sqrt{-\frac{F_p}{A} \left( \frac{d}{2} + x + a \right)} & \text{pokud } F_p < 0 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \quad (3.18)$$

$$u_2 = \begin{cases} R \sqrt{\frac{F_p}{A} \left( \frac{d}{2} - x + a \right)} & \text{pokud } F_p > 0 \\ 0 & \text{jinak} \end{cases}$$

Pokud se vezme do úvahy ohmův zákon je zřejmé, že při použití napěťového zdroje je závislost skutečné velikosti magnetické síly  $F_m$  na požadované velikosti magnetické síly  $F_p$  dána diferenciální rovnicí prvního řádu. Za předpokladu konstantní polohy rotoru je tato závislost dána následující rovnicí.

$$F_p = F_m + \frac{L}{R} \frac{dF_m}{dt} \quad (3.19)$$

Pokud se uvažuje pouze nerotující rotor, je možné považovat pohyb v jednotlivých osách za vzájemně nezávislý. Kombinací rovnic 3.1 a 3.19 je pak možné získat popis závislosti výchylky rotoru v jedné ose  $\gamma$  na požadované velikosti magnetické síly  $F_p$  ve tvaru dvou diferenciálních rovnic.

$$\gamma'' = \frac{l_b}{J_r} \cdot F_m \quad (3.20)$$

$$F_m' = \frac{R}{L} \cdot (F_p - F_m)$$

## 4 Uvažované metody řízení

Při návrhu řízení nelineárního systému je možné použít tři základní přístupy. Prvním přístupem je získání lineárního modelu, který systém popisuje alespoň v okolí pracovního bodu. Na základě tohoto modelu se poté použitím existujících metod pro řízení lineárních systémů navrhne řízení. Výhodou tohoto přístupu je, že použité metody návrhu řízení lineárních systémů jsou dobře prozkoumané a univerzální. Nevýhodou je, že použitý lineární model popisuje chování systému dostatečně přesně pouze v části pracovního prostoru.

Druhým přístupem je vyjít z nelineárního popisu a použít některou z metod návrhu nelineárního řízení. Výhodou je, že se nemusí zavádět žádné zjednodušení aby bylo dosaženo lineárního chování a výsledný regulátor splňuje požadovaná kritéria v celém pracovním prostoru. Nevýhodou je, že metody nelineárního řízení nejsou univerzální a tudíž nejsou ve všech případech použitelné.

Předchozí dva přístupy vycházejí z matematického popisu systému a analytickým odvozením se získá řídicí pravidlo – regulátor. Třetím přístupem je použití metod umělé inteligence, které se automatizovaně naučí jak systém řídit. Výhodou je, že je třeba minimum explicitních znalostí o řízeném systému. Nevýhodou je, že není vždy zaručeno nalezení vhodného řízení. Další nevýhodou je, že v průběhu učení není zaručena stabilita řízeného systému. Tuto nevýhodu lze minimalizovat použitím simulačního modelu a předučení metody na základě simulací.

### 4.1 Klasické metody řízení lineárních systémů

Metod pro návrh řízení lineárních systémů existuje velké množství od asi nejnámější metody Ziegler-Nicholsovy až po metody návrhu robustního řízení (H-infinity,  $\mu$  syntéza, loop shaping).

Dále uvedené metody stavového návrhu řízení [3] se vyznačují dobře podloženou teorií a dobrými výsledky. Vycházejí ze stavového modelu řízeného systému a výsledný regulátor počítá akční zásah na základě stavů systému. Stav systému (např. poloha, rychlost, proud protékající vedením) nelze ve většině případů měřit přímo nebo nemají fyzikální ekvivalent, proto se k určení jejich hodnot používá pozorovatel.

#### *Stavový model*

Stavový model spojitého systému popisuje chování systému pomocí závislosti derivace stavů na jejich aktuální hodnotě. Je dán následujícími maticovými rovnicemi.

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}\end{aligned}\tag{4.1}$$

kde  $\mathbf{x}$  je vektor stavů,  $\mathbf{u}$  je vektor vstupů,  $\mathbf{y}$  je vektor výstupů, matice  $\mathbf{A}$  popisuje závislost derivací stavů na aktuálních hodnotách stavů, matice  $\mathbf{B}$  popisuje závislost derivací stavů na vstupech, matice  $\mathbf{C}$  popisuje závislost výstupů na aktuálních hodnotách stavů a matice  $\mathbf{D}$  popisuje závislost výstupů na vstupech.

Stavový model diskrétního systému popisuje chování systému pomocí závislosti hodnot stavů v následujícím časovém okamžiku na jejich hodnotě v aktuálním časovém okamžiku. Následující maticové rovnice popisující stavový model diskrétního systému mají stejnou

strukturu jako u stavového modelu spojitého systému. Význam jednotlivých symbolů je obdobný jako u spojitého systému –  $\mathbf{x}[k+1]$  je vektor stavů v následujícím časovém okamžiku,  $\mathbf{x}[k]$  je vektor stavů v aktuálním časovém okamžiku,  $\mathbf{u}[k]$  je vektor vstupů,  $\mathbf{y}[k]$  je vektor výstupů, matice  $\mathbb{A}$  popisuje závislost hodnot stavů v následujícím časovém okamžiku na aktuálních hodnotách stavů, matice  $\mathbb{B}$  popisuje závislost hodnot stavů v následujícím časovém okamžiku na vstupech, matice  $\mathbb{C}$  popisuje závislost výstupů na aktuálních hodnotách stavů a matice  $\mathbb{D}$  popisuje závislost výstupů na vstupech.

$$\begin{aligned}\mathbf{x}[k+1] &= \mathbb{A}\mathbf{x}[k] + \mathbb{B}\mathbf{u}[k] \\ \mathbf{y}[k] &= \mathbb{C}\mathbf{x}[k] + \mathbb{D}\mathbf{u}[k]\end{aligned}\tag{4.2}$$

### **Pozorovatel**

Pozorovatel slouží k určení aktuálních hodnot stavů řízeného systému, jinak řečeno k pozorování jeho chování. Asi nejznámějším typem pozorovatele je Kalmanův filtr, který je schopen pracovat i při vysoké úrovni šumu. Pro běžné účely ale dostačuje mnohem jednodušší typ pozorovatele. Navíc v současnosti, kdy drtivá většina řídicích systémů je diskrétní, má smysl pracovat pouze s diskrétním pozorovatelem. Proto je dále uvažována pouze diskrétní verze pozorovatele, i když lze analogickým způsobem navrhnout spojitou verzi.

Pozorovatel je tvořen modelem systému, do kterého vstupuje stejný řídicí signál jako do reálného systému, tzv. známý vstup. V ideálním případě by takováto implementace dostačovala, abychom získali hodnoty stavů. V reálných případech ale na systém působí další neměřitelné vlivy, tzv. poruchy a také model přesně neodpovídá reálnému chování systému. Tyto vlivy musí být kompenzovány. Kompenzace se provádí přičtením vážené hodnoty rozdílu měřeného výstupu systému a výstupu pozorovatele k hodnotám stavů. Zesílení pozorovatele  $\mathbb{H}$  se nazývá matice pozorovatele. Pozorovatel je popsán následujícími maticovými rovnicemi.

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}[k+1] &= \mathbb{A}\hat{\mathbf{x}}[k] + \mathbb{H}(\mathbf{y}[k] - \hat{\mathbf{y}}[k]) + \mathbb{B}\mathbf{u}[k] \\ \hat{\mathbf{y}}[k] &= \mathbb{C}\hat{\mathbf{x}}[k] + \mathbb{D}\mathbf{u}[k]\end{aligned}\tag{4.3}$$

Dosažením za odhad výstupu systému a úpravou se získá

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}[k+1] &= (\mathbb{A} - \mathbb{H}\mathbb{C})\hat{\mathbf{x}}[k] + \mathbb{H}\mathbf{y}[k] + (\mathbb{B} - \mathbb{H}\mathbb{D})\mathbf{u}[k] \\ \hat{\mathbf{y}}[k] &= \mathbb{C}\hat{\mathbf{x}}[k] + \mathbb{D}\mathbf{u}[k]\end{aligned}\tag{4.4}$$

kde  $\hat{\mathbf{x}}[k]$  je odhad stavů systému,  $\hat{\mathbf{y}}[k]$  je odhad výstupu systému,  $\mathbf{y}[k]$  je měřený výstup systému a  $\mathbf{u}[k]$  je známý vstup do systému. Matice  $\mathbb{A}$ ,  $\mathbb{B}$ ,  $\mathbb{C}$  a  $\mathbb{D}$  jsou parametry modelu systému (viz. popis stavového modelu systému).

Návrh pozorovatele tedy spočívá v určení hodnot matice pozorovatele  $\mathbb{H}$ . Z požadavků, aby byl pozorovatel stabilní a zároveň reagoval rychleji než pozorovaný systém, vyplývá, že póly pozorovatele musí ležet uvnitř jednotkové kružnice a musí být blíže k nule než póly pozorovaného systému. Vzhledem k tomu, že póly pozorovatele odpovídají kořenům matice

( $\mathbb{A} - \mathbb{H}\mathbb{C}$ ), lze matici pozorovatele navrhnout tak, že se zvolí vhodné póly pozorovatele a relativně jednoduchým výpočtem se dopočítají koeficienty matice pozorovatele. Tento výpočet lze provést automatizovaně pomocí vhodného softwaru, např. Matlab nebo NI LabView.

#### 4.1.1 LQ design

LQ design je nejrozšířenější metodou stavového návrhu řízení. Velice často se používá ve spojení s Kalmanovým filtrem, který plní úlohy pozorovatele a filtru odstraňujícího šum z naměřených hodnot (tzv. LQG design). LQ design umožňuje definovat, zda jsou důležitější malé hodnoty zásahů regulátoru nebo rychlá reakce řízeného systému.

Akcční zásah regulátoru je počítán jako skalární součin vektoru zesílení regulátoru a stavového vektoru řízeného systému. Návrh řízení tedy spočívá v nalezení hodnot vektoru zesílení regulátoru takových, aby minimalizovaly cenovou funkci

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + 2 \mathbf{x}^T \mathbf{N} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt, \quad (4.5)$$

kde  $\mathbf{x}$  je vektor stavů systému,  $\mathbf{u}$  je vektor vstupů systému a  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{N}$  a  $\mathbf{R}$  jsou volené matice koeficientů. Čím větší je hodnota koeficientu, tím více je hodnota vstupu/stavu navrženým regulátorem minimalizována. Například pokud je třeba dosáhnout co nejrychleji co nejmenší hodnoty prvního stavu a na hodnotách ostatních stavů a vstupů nezáleží, je třeba nastavit hodnotu v prvním řádku a prvním sloupci matice  $\mathbf{Q}$  na vysokou hodnotu a ostatní hodnoty koeficientů ponechat malé. Návrh koeficientů je nejobtížnější částí návrhu LQ regulátoru a ve většině případů je při jejich návrhu třeba postupovat metodou pokusu a omylu tak dlouho, dokud nejsou splněny požadavky na řízení.

Určení vhodných koeficientů matice  $\mathbf{Q}$  je velice obtížné pokud není znám význam jednotlivých stavů. To typicky nastává, pokud stavový model není získán na základě matematického modelu, ale například pomocí metod identifikace systémů. V takovém případě je lepší použít variaci této metody, která je založena na minimalizaci výstupů místo minimalizace stavů.

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{y}^T \mathbf{Q}_y \mathbf{y} + 2 \mathbf{y}^T \mathbf{N}_y \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt, \quad (4.6)$$

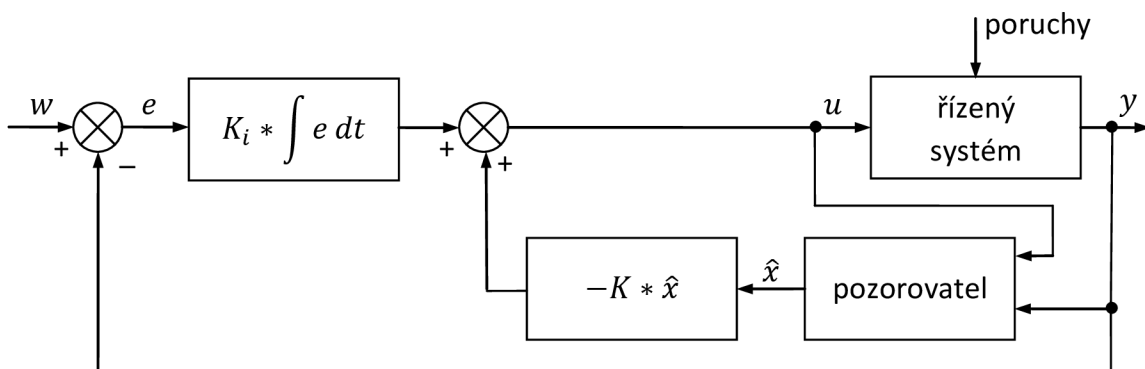
Takto navržený regulátor je vzhledem ke stavům systému proporcionální, ale v praxi je pro kompenzaci konstantního zatížení třeba, aby měl regulátor i integrační složku. Návrh zesílení integrační složky je v případě LQ designu velice jednoduchý. Stačí do modelu systému přidat mezi stavy integrál výstupu systému a hodnota odpovídající integračnímu stavu v navrženém vektoru zesílení je poté zesílením integrátoru. Integrátor se následně zapojí paralelně ke stavovému regulátoru.

Přidání integračního stavu se provede následovně. Hodnota integračního stavu  $\mathbf{x}_i$  je rovna hodnotě integrálu výstupu.

$$\mathbf{x}_i = \int \mathbf{y} dt = \int (\mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}) dt \quad (4.7)$$

Derivace tohoto stavu je tedy rovna výstupu. Rozšířením rovnic stavového popisu (4.1) se získá model systému, který mezi stavy obsahuje i integrál výstupu.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{x}}_i \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{D} \end{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= [\mathbf{C} \quad \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_i \end{bmatrix} + \mathbf{D}\mathbf{u} \end{aligned} \quad (4.8)$$



Obrázek 6: Struktura řízení pomocí LQ regulátoru s připojenou integrační složkou

Zesílení regulátoru lze touto metodou spočítat jak pro spojité tak i diskrétní řízení (převedením spojitého stavového popisu na ekvivalentní diskrétní). Odvození minima cenové funkce pro složitější systémy není triviální úlohou, ale opět lze využít software Matlab a LabView, které mají tuto metodu návrhu řízení zabudovanou ve svých rozšířeních.

#### 4.1.2 Stavové řízení s integrátorem na vstupu

Struktura řízení je stejná jako u LQ designu (viz. obrázek 6). Rozdíl mezi metodami spočívá ve způsobu návrhu zesílení regulátoru. V tomto případě se používá metoda volby pólů uzavřené smyčky. Metodu lze použít jak pro návrh zesílení spojitého regulátoru tak i diskrétního. Dále bude uvažován pouze diskrétní případ.

Akční zásah regulátoru je dán rovnicí  $\mathbf{u}[k] = -\mathbb{K}\mathbf{x}[k]$ . Dosazením do rovnice (4.2) a úpravou se získají rovnice popisující chování uzavřené smyčky.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}[k+1] &= (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbb{K})\mathbf{x}[k] \\ \mathbf{y}[k] &= (\mathbf{C} - \mathbf{D}\mathbb{K})\mathbf{x}[k] \end{aligned} \quad (4.9)$$

Obdobně jako při návrhu pozorovatele se zvolí požadované póly uzavřené smyčky a koeficienty vektoru zesílení  $\mathbb{K}$  se dopočítají tak, aby vlastní čísla (resp. póly uzavřené smyčky) matice  $(\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbb{K})$  byla rovna zvoleným pólům.

Při použití této metody lze velikost akčních zásahů ovlivnit pouze nepřímo. Platí, že čím více se volené póly uzavřené smyčky liší od pólů otevřené smyčky, tím větší jsou akční zásahy navrženého regulátoru. Pokud není nutné podstatně změnit chování řízeného systému, ale je jej například potřeba pouze stabilizovat, je vhodné volit póly uzavřené smyčky tak, aby odezva uzavřené smyčky byla stabilní a o něco rychlejší než odezva otevřené smyčky. Tj. volené póly musí ležet uvnitř jednotkové kružnice (diskrétní model systému) a měly by ležet blíže k nule než póly otevřené smyčky. Navíc pokud nechceme, aby byla odezva uzavřené smyčky kmitavá, musí zvolené póly ležet na kladné polovině reálné osy.

Pro návrh zesílení regulátoru na základě zvolených pólů lze opět využít software Matlab nebo NI LabView.

### 4.1.3 Stavové prediktivní řízení

Struktura řízení je opět stejná jako u předchozích dvou metod (viz. obrázek 6). Návrh zesílení regulátoru vychází z následující úvahy. Stav a výstup systému v  $k$ -tém časovém okamžiku jsou

$$\begin{aligned} \mathbf{x}[k+1] &= \mathbf{A}\mathbf{x}[k] + \mathbf{B}\mathbf{u}[k] \\ \mathbf{y}[k] &= \mathbf{C}\mathbf{x}[k] + \mathbf{D}\mathbf{u}[k], \end{aligned} \quad (4.10)$$

v  $k$  plus prvním časovém okamžiku jsou

$$\begin{aligned} \mathbf{x}[k+2] &= \mathbf{A}\mathbf{x}[k+1] + \mathbf{B}\mathbf{u}[k+1] = \mathbf{A}^2\mathbf{x}[k] + \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}[k] + \mathbf{B}\mathbf{u}[k+1] \\ \mathbf{y}[k+1] &= \mathbf{C}\mathbf{x}[k+1] + \mathbf{D}\mathbf{u}[k+1] = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}[k] + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}[k] + \mathbf{D}\mathbf{u}[k+1], \end{aligned} \quad (4.11)$$

v  $k$  plus druhém časovém okamžiku jsou

$$\begin{aligned} \mathbf{x}[k+3] &= \mathbf{A}^3\mathbf{x}[k] + \mathbf{A}^2\mathbf{B}\mathbf{u}[k] + \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}[k+1] + \mathbf{B}\mathbf{u}[k+2] \\ \mathbf{y}[k+2] &= \mathbf{C}\mathbf{A}^2\mathbf{x}[k] + \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}[k] + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}[k+1] + \mathbf{D}\mathbf{u}[k+2] \end{aligned} \quad (4.12)$$

a tak dále. V  $k+j$ -tém časovém okamžiku jsou tedy stavy a výstupy systému

$$\begin{aligned} \mathbf{x}[k+j+1] &= \mathbf{A}^{j+1}\mathbf{x}[k] + \sum_{i=0}^j \mathbf{A}^{j-1-i}\mathbf{B}\mathbf{u}[k+i] \\ \mathbf{y}[k+j] &= \mathbf{C}\mathbf{A}^j\mathbf{x}[k] + \sum_{i=0}^{j-1} \mathbf{C}\mathbf{A}^{j-1-i}\mathbf{B}\mathbf{u}[k+i] + \mathbf{D}\mathbf{u}[k+j]. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Časový vývoj výstupů systému v závislosti na aktuálních stavech a budoucích vstupech může být zapsán jako

$$\mathbf{y} = \mathbf{F}\mathbf{x}[k] + \mathbf{H}\mathbf{u} \quad (4.14)$$

$$\text{kde } \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}[k] \\ \mathbf{y}[k+1] \\ \vdots \\ \mathbf{y}[k+j] \end{bmatrix}, \mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}[k] \\ \mathbf{w}[k+1] \\ \vdots \\ \mathbf{w}[k+j] \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^j \end{bmatrix}, \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbb{D} & \mathbb{O} & \dots & \mathbb{O} \\ \mathbf{CB} & \mathbb{D} & \dots & \mathbb{O} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{CA}^{j-1}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{j-2}\mathbf{B} & \dots & \mathbb{D} \end{bmatrix}.$$

Řídící pravidlo neboli časová posloupnost vstupů systému  $\mathbf{w}$  se získá minimalizací cenové funkce dané rovnicí (4.15).

$$J = (\mathbf{y} - \mathbf{w})^T \mathbf{Q} (\mathbf{y} - \mathbf{w}) + \mathbf{w}^T \mathbf{R} \mathbf{w}, \quad (4.15)$$

kde  $\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}[k] \\ \mathbf{w}[k+1] \\ \vdots \\ \mathbf{w}[k+j] \end{bmatrix}$  je požadovaný časový vývoj požadovaného výstupu systému a matice  $\mathbf{Q}$  a  $\mathbf{R}$  jsou koeficienty cenové funkce. Dosazením do cenové funkce se získá

$$J = (\mathbf{F} \mathbf{x}[k] + \mathbf{H} \mathbf{w} - \mathbf{y})^T \mathbf{Q} (\mathbf{F} \mathbf{x}[k] + \mathbf{H} \mathbf{w} - \mathbf{y}) + \mathbf{w}^T \mathbf{R} \mathbf{w}. \quad (4.16)$$

Vstupy systému minimalizující cenovou funkci jsou

$$\mathbf{w} = \mathbb{L} (\mathbf{y} - \mathbf{F} \mathbf{x}[k]), \quad (4.17)$$

kde

$$\mathbb{L} = (\mathbf{H}^T \mathbf{Q} \mathbf{H} + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{Q}. \quad (4.18)$$

Přestože tato metoda dává potřebné akční zásahy na několik kroků dopředu (v závislosti na počtu kroků predikce), v praxi je použitelný pouze první z nich, protože se na systému projevují vlivy poruch a nepřesností modelu. Následující akční zásah se musí spočítat znovu na základě aktuálních hodnot stavů. Za předpokladu, že požadovaný výstup je v čase konstantní, je pro výpočet aktuálního akčního zásahu třeba použít pouze tolik prvních řádků matice  $\mathbb{L}$  a součinu  $(\mathbb{L}\mathbf{F})$  kolik je vstupů systému.

$$\mathbf{w}[k] = \begin{bmatrix} u_1[k] \\ u_2[k] \\ \vdots \\ u_n[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{t=1}^m \left( w_t[k] \sum_{i=1}^j L_{1,m(i-1)+t} \right) \\ \sum_{t=1}^m \left( w_t[k] \sum_{i=1}^j L_{2,m(i-1)+t} \right) \\ \vdots \\ \sum_{t=1}^m \left( w_t[k] \sum_{i=1}^j L_{n,m(i-1)+t} \right) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sum_{p=1}^s (LF)_{1,p} x_p[k] \\ \sum_{p=1}^s (LF)_{2,p} x_p[k] \\ \vdots \\ \sum_{p=1}^s (LF)_{n,p} x_p[k] \end{bmatrix}, \quad (4.19)$$

kde  $n$  je počet vstupů systému,  $m$  je počet výstupů systému,  $j$  je počet kroků predikce,  $s$  je počet stavů systému,  $u_n[k]$  je  $n$ -tý vstup systému,  $w_t[k]$  je požadovaná hodnota  $t$ -tého výstupu systému,  $L$  označuje prvky matice  $\mathbb{L}$ ,  $(LF)$  označuje prvky matice  $(\mathbb{L}\mathbb{F})$  a  $x_p[k]$  je  $p$ -tý stav systému.

Pro získání zesílení integrátoru je tentokrát třeba nejen přidat integrál výstupu mezi stavy, ale také mezi výstupy, jinak metoda navrhne nulové zesílení integrátoru.

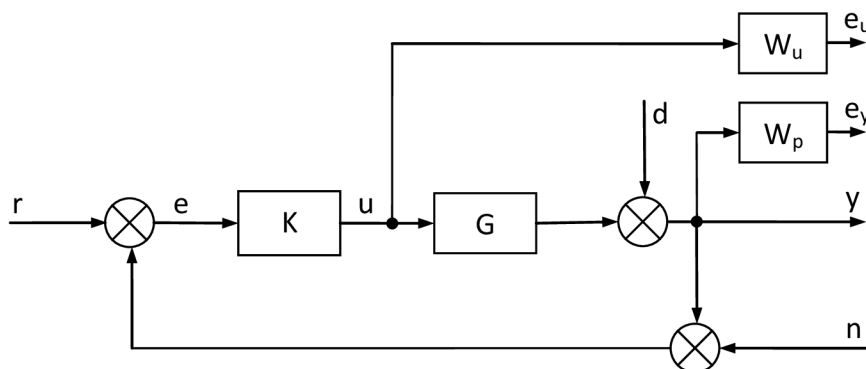
Tato metoda návrhu stavového řízení není v žádném mě známém softwaru přímo podporována, ale protože jsou její podstatou výpočty s maticemi, je možné použít jakýkoli software, který umí provádět výpočty s maticemi, např. Matlab.

## 4.2 Robustní řízení

Metody robustního návrhu řízení (H-infinity, H-infinity Loop Shaping,  $\mu$  syntéza) [5] byly vyvinuty jako odezva na potřebu metody návrhu řízení, která by si dokázala poradit s nepřesně známým modelem řízeného systému. Většina běžných metod, jako například LQ design, jsou ve skutečnosti pouze optimalizací časové odezvy „přesně“ známého systému. Ve skutečnosti se ale reálné chování systému liší od modelu. Přesto je ve vysokém procentu případů navržené řízení dostatečně kvalitní. V ostatních případech je nutné použít některou z metod robustního návrhu řízení.

### 4.2.1 H-infinity

Metoda H-infinity vychází z optimalizace frekvenční charakteristiky uzavřené smyčky tak, aby uzavřená smyčka splňovala kriteriální funkci pro všechny možné budící frekvence. Obvykle je kriteriální funkce definována jako požadavek na minimalizaci přenosu poruchy na výstup a minimální akční zásah. Přenosy mezi vstupy a výstupy systému (viz. obrázek 7) jsou popsány rovnicemi (4.20).



Obrázek 7: Obvyklá konfigurace vstupů a výstupů při návrhu řízení metodou H-infinity

$$\begin{aligned}
 y &= (I + GK)^{-1}GKr + (I + GK)^{-1}d - (I + GK)^{-1}GKn \\
 u &= K(I + GK)^{-1}r - K(I + GK)^{-1}d - K(I + GK)^{-1}n \\
 e &= (I + GK)^{-1}r - (I + GK)^{-1}d - (I + GK)^{-1}n
 \end{aligned}
 \tag{4.20}$$

kde  $I$  je jednotkový přenos,  $G$  přenos řízeného systému,  $K$  přenos navrženého regulátoru,  $r$  je požadovaná hodnota na výstupu,  $d$  porucha,  $n$  šum na senzorech,  $y$  výstup systému,  $e$  regulační odchylka a  $u$  je velikost akčního zásahu.



Z uvedených přenosů je zřejmé, že pokud chceme, aby výstup řízeného systému odpovídal požadované hodnotě, musí být  $H_\infty$  norma přenosu  $\|(I + GK)^{-1}\|_\infty$  minimální (viz. [5]). Tím je zároveň zajištěno utlumení vlivu poruchy. Obdobně pokud je požadována minimální energie na řízení, je třeba minimalizovat  $\|K(I + GK)^{-1}\|_\infty$ .

Pro zakomponování dalších požadavků, jako například maximální velikost překmitu a podobně, se používají váhové funkce ( $W_p$ ,  $W_u$ ) a metoda tedy ve skutečnosti minimalizuje přenos poruch na výstupy z kriteriálních funkcí ( $e_u$ ,  $e_y$ ). Pro konfiguraci z obrázku 7 je minimalizovaná funkce vyjádřena kombinovanou kriteriální funkcí (4.21).

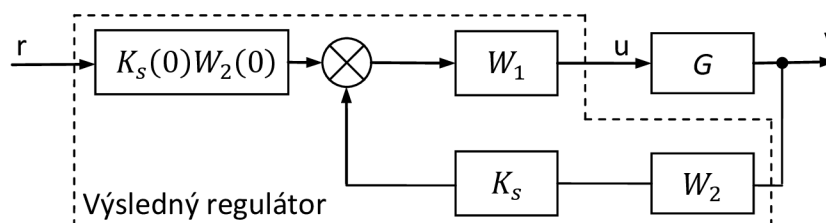
$$\min_K \left\| \begin{array}{c} W_p(I + GK)^{-1} \\ W_u K(I + GK)^{-1} \end{array} \right\|_\infty \quad (4.21)$$

Úspěšně navržený regulátor je stabilní a minimalizuje zvolenou kriteriální funkci. Oproti ostatním „nerobustním“ regulátorům má tento regulátor výhodu, že není optimalizován jen pro nominální model systému. H-infinity regulátor je optimalizován pro sadu systémů, která je tvořena systémy, jejichž hodnoty parametrů leží v blízkosti hodnot parametrů nominálního systému. Rozsah hodnot parametrů, pro něž je regulátor optimalizován, lze získat na základě analýzy robustnosti navrženého řízení (viz. [5]). Běžná velikost intervalů hodnot parametrů řízeného systému, pro které je navržený regulátor optimalizován, bývá až desítky procent nominálních hodnot.

Pro návrh robustního řízení a jeho analýzu lze s výhodou využít nástrojů programů Matlab nebo Octave.

#### 4.2.2 H-infinity Loop Shaping

Jednou z dobře známých a efektivních metod klasického návrhu řízení je použití kompenzátoru, který změní frekvenční charakteristiku řízeného systému tak, aby jej jednotková zpětná vazba stabilizovala a zajistila dobrou kvalitu a jistou míru robustnosti řízení. H-infinity Loop Shaping [5] je rozšířením této techniky. Nejdříve se zvolí kompenzátory  $W_1$  a  $W_2$ , které vytvarují frekvenční charakteristiku řízeného systému, tak aby splňoval požadovaná kritéria, a poté se navrhne robustní regulátor  $K_s$ , který stabilizuje řízený systém (včetně kompenzátorů). Výsledný regulátor je tvořen kombinací stabilizujícího regulátoru a kompenzací (viz. obrázek 8).



Obrázek 8: Struktura H-infinity Loop Shaping regulátoru

Poznámka: Blok  $K_s(0)W_2(0) = \lim_{s \rightarrow 0} K_s(s)W_2(s)$  na obrázku 8 slouží k minimalizaci trvalé regulační odchylky (viz. [5]).

Pro návrh stabilizujícího regulátoru je s výhodou možné použít existujícího software, např. Matlab (funkce `ncfsyn`). V software Matlab je podporována i druhá varianta návrhu metodou H-infinity Loop Shaping (funkce `loopsyn`). Ta spočívá v definici požadovaného chování uzavřené smyčky a následného návrhu stabilizujícího regulátoru, který požadovaného chování dosáhne.

### 4.3 Řízení s využitím umělé inteligence

Metody umělé inteligence mají tu výhodu, že pro nalezení řídicího algoritmu nepotřebují znát model řízeného systému. Přesto pro jejich správné nastavení je dobré znát některé charakteristiky systému jako je rychlost odezvy na vstup, maximální hodnoty, které mohou nabývat vstupy a výstupy a podobně.

Přestože je možné pro návrh řízení teoreticky použít libovolnou metodu umělé inteligence, některé metody jsou vhodnější než jiné. V případě, že je známo jak by měla vypadat struktura řízení, ale ne jaké jsou parametry řízení, je dobrou volbou použití genetických algoritmů. Ty při dostatečně dlouhé době učení naleznou parametry blízké optimálním. Pokud není možné nechat probíhat učení dostatečně dlouho, nebo je třeba dále zpřesnit naučené hodnoty, je dobrou volbou použití metody CARLA. Ta je díky svému principu vhodná pro online zpřesňování parametrů řízení.

V případě, že není známá ani struktura řízení je možné použít neuronové sítě, které při správném nastavení umí aproximovat libovolnou funkci popisující závislost výstupů na vstupech. Použitím neuronových sítí pro návrh řízení vzniká jeden zásadní problém. Běžné metody pro návrh parametrů neuronové sítě potřebují znát, jak má vypadat výstup neuronové sítě pro daný vstup, tj. hledané řídicí pravidlo. Naštěstí použitím genetických algoritmů pro nalezení parametrů neuronové sítě, lze tento problém obejít. Poslední uvažovanou metodou je Q-učení. To je schopné se naučit řídicí algoritmus pouze na základě odměn za provedení akční zásah.

#### 4.3.1 Genetické algoritmy

Genetické algoritmy [4] byly poprvé formálně představeny v roce 1970 Johnem Hollandem na Michiganské univerzitě. Jsou to optimalizační algoritmy založené na principech přirozeného výběru a genetiky. S využitím principu „přežití nejlepšího“ a náhodné, ale strukturované, výměny informací je tvořen algoritmus, který simuluje evoluci a získává tak požadované výsledky. Jednotliví členové populace (možná řešení) jsou obvykle reprezentováni jako vektor hodnot a každému členu populace je přiřazena hodnota fitness, která vyjadřuje jeho kvalitu. Obecný algoritmus učení je následující:

1. Inicializace populace
2. Výběr rodičů
3. Reprodukce
4. Test podmínky ukončení
  - a. Podmínka splněna – ukončit algoritmus
  - b. Podmínka nesplněna – vrátit se ke kroku 2

### *Inicializace populace*

Na začátku je náhodně vygenerováno velké množství členů populace (možných řešení) a to nejlépe tak, aby rovnoměrně pokrývali celý prostor, ve kterém se řešení může nacházet. Pro každého člena populace se poté vypočte jeho fitness.

Je-li například cílem nalezení optimálních parametrů regulátoru, jsou členové populace tvořeni hodnotami těchto parametrů a fitness může být spočteno jako velikost kvadratické plochy odezvy na jednotkový skok při použití těchto parametrů.

### *Výběr rodičů*

V okamžiku, kdy je populace inicializována, začíná vlastní učení. Nejdříve je třeba vybrat rodiče nových členů populace (potomků). Tento výběr lze provádět různými způsoby, od zcela náhodného výběru až po výběr nejlepších členů populace. Volbou metody výběru rodičů lze velmi ovlivnit výkon metody. Obvykle se rodiče volí nějakou modifikací turnajové selekce, tj. rodiče se z členů populace volí náhodně, ale členové populace s lepším fitness mají větší pravděpodobnost výběru než ti s horším fitness.

### *Reprodukce*

Noví členové populace se vytvářejí z rodičů křížením, tj. vezmou se dva vybraní rodiče, vektory hodnot, které je popisují, se rozdělí na dvě části a spojením první části z prvního rodiče a druhé části z druhého rodiče vznikne první potomek. Spojením zbylých částí nepoužitých pro tvorbu prvního potomka vznikne druhý potomek. Aby byla udržena různorodost populace je navíc třeba s malou pravděpodobností (tj. například pro každého stého potomka) provést mutaci, tj. náhodnou změnu jedné z hodnot vektoru popisujícího nově vzniklého potomka.

Pro všechny takto vzniklé potomky se musí spočítat fitness a poté jsou přidáni jako noví členové populace. Nakonec se z populace odebere takový počet členů s nejhorším fitness, aby byla udržena konstantní velikost populace.

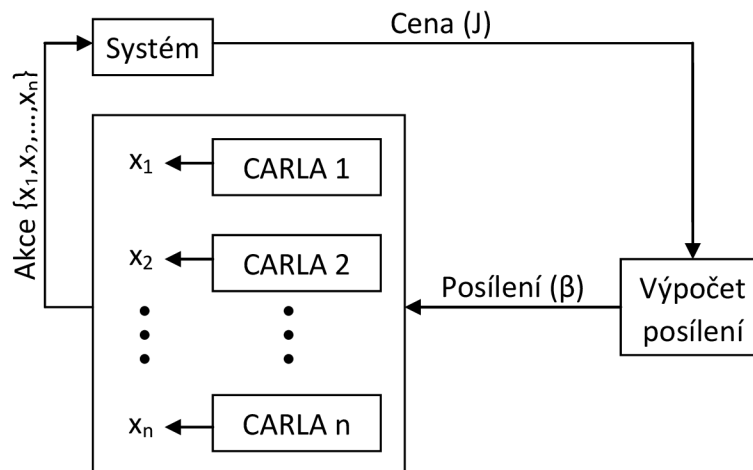
### *Test podmínky ukončení*

V ideálním případě by existovala pouze jedna podmínka ukončení učení – nalezení člena populace s požadovanou hodnotou fitness. V praxi jsme ale omezení časem, který je na učení vymezen. Proto se zavádějí ještě další podmínky ukončení. Například maximální počet iterací metody nebo maximální počet iterací, ve kterém nedošlo ke změně nejlepší hodnoty fitness a podobně.

Při experimentech popisovaných dále je použita modifikace základní verze genetického algoritmu. Jsou vybírání pouze dva rodiče a to zcela náhodně. Z rodičů je generován jen jeden potomek. Potomek poté při přidávání do populace nahradí některého z jejích členů. Výběr člena populace, který má být nahrazen, je prováděn náhodně s pravděpodobností výběru nepřímo úměrnou hodnotě fitness. Tj. čím horší hodnotu fitness má člen populace, tím větší je pravděpodobnost jeho nahrazení. Nahrazení člena populace s nejlepší hodnotou fitness má tedy malou pravděpodobnost, ale přesto může nastat. Proto si implementace ukládá nejlepšího nalezeného člena populace do pomocné proměnné. To zajistí, že nebude ztracena informace o nejlepším nalezeném řešení.

### 4.3.2 Metoda CARLA

Metoda CARLA (Continuous Action Reinforcement Learning Automata) [7, 8, 9] byla vyvinuta jako rozšíření diskrétního náhodného učícího se automatu (discrete stochastic learning automata). Metoda CARLA nahrazuje diskrétní prostor výběru akcí spojitým prostorem a tím se více přibližuje inženýrským aplikacím, které jsou z podstaty spojité.



Obrázek 9: Typické uspořádání metody CARLA

Metoda CARLA pracuje v interakci s obecně neznámým systémem pomocí náhodného výběru jeho parametrů (akcí). Učení spočívá ve zvýšení pravděpodobnosti výběru úspěšných akcí. Každá instance algoritmu CARLA pracuje na oddělené akci - typicky parametru systému nebo regulátoru - paralelně se systémem a ostatními instancemi. Jediné propojení mezi instancemi je přes řízený systém pomocí funkce výpočtu posílení, která je pro všechny instance společná. Každá akce má uvnitř odpovídající instance uloženo rozložení pravděpodobnosti, které je použito jako základ pro její výběr.

Kombinace akcí, která způsobí zlepšení chování systému, vyvolají vysoké posílení a tím zvýší pravděpodobnost svého opětovného výběru. Toho je dosaženo modifikací rozložení pravděpodobnosti přičtením hodnot Gausovské funkce centrované na úspěšné akci. Tím se zvýší pravděpodobnost nejen výběru úspěšné akce, ale i akcí k ní blízkých. Během procesu učení rozložení pravděpodobnosti konverguje k jednoduchému Gausovskému rozložení okolo optimální hodnoty parametru.

Metodu CARLA představuje sedm kroků.

- a) Inicializace rozložení pravděpodobnosti
- b) Výběr akce
- c) Aplikace akce na systém a změření jejího vlivu
- d) Výpočet ceny akce
- e) Výpočet posílení
- f) Úprava rozložení pravděpodobnosti
- g) Návrat ke kroku b

*Inicializace rozložení pravděpodobnosti*

Rozložení pravděpodobnosti  $f(x, k)$  je inicializováno jako rovnoměrné v celém intervalu povolených akcí  $\langle x_{min}; x_{max} \rangle$ . Mimo interval povolených akcí je pravděpodobnost výběru akce nulová.

$$f(x, 1) = \begin{cases} 1/(x_{max} - x_{min}) & \text{pokud } x \in \langle x_{min}; x_{max} \rangle \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \quad (4.22)$$

*Výběr akce*

Akce  $x_k$  je vybírána na základě náhodné hodnoty  $z_k$  ze stejnoměrného rozložení  $U[0;1]$  a aktuálního rozložení pravděpodobnosti.

$$\int_0^{x_k} f(x, k) dx = z_k \quad (4.23)$$

*Aplikace akce na systém a změření jejího vlivu*

Po výběru akce (hodnoty parametru systému) se akce aplikuje na systém a poté je nutno změřit vliv akce na chování systému. Následují další kroky algoritmu, které realizují vlastní učení na základě vlivu aplikované akce.

*Výpočet ceny akce*

Cena akce  $J_k$  je skalární veličina, která vyjadřuje vliv akce na systém. Čím je vliv akce na systém lepší, tím je cena akce nižší. Běžně se cena vyjadřuje jako druhá mocnina minimalizovaného kritéria.

*Výpočet posílení*

Posílení  $\beta_k$  vyjadřuje míru zlepšení dosaženého aplikací akce na systém. Nula znamená, že je aktuální akce rovna nebo horší než průměrná akce. Jednička znamená, že aktuální akce je rovna nebo lepší než minimální. Počítá se na základě aktuální ceny a historie cen.

$$\beta_k = \min \left\{ \max \left\{ 0; \frac{J_{k-1}^{med} - J_k}{J_{k-1}^{med} - J_{k-1}^{min}} \right\}; 1 \right\}, \quad (4.24)$$

kde  $J_{k-1}^{med}$  je průměrná cena  $R$  posledních akcí

$$J_{k-1}^{med} = \frac{\sum_{i=k-R}^{k-1} J_i}{R} \quad (4.25)$$

a  $J_{k-1}^{min}$  je minimální cena  $R$  posledních akcí

$$J_{k-1}^{min} = \min_{i=k-R, \dots, k-1} \{J_i\}. \quad (4.26)$$

*Úprava rozložení pravděpodobnosti*

Na základě posílení se upraví rozložení pravděpodobnosti tak, aby se častěji vybíraly akce vedoucí ke zlepšení chování systému. Je toho dosaženo přičtením gausovské funkce centrované na poslední akci. Přičítaná gausovská funkce je navíc násobená posílením, aby se zajistilo, že na rozložení pravděpodobnosti mají vliv jen úspěšné akce.

$$f(x, k + 1) = \begin{cases} \alpha_k [f(x, k) + \beta_k H(x_k)] & \text{pokud } x \in \langle x_{min}; x_{max} \rangle \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \quad (4.27)$$

kde hodnota  $\alpha_k$  je volena tak, aby normalizovala rozložení pravděpodobnosti

$$\alpha_k = \frac{1}{\int f(x, k + 1) dx} \quad (4.28)$$

$H(x_k)$  je gausovská funkce centrovaná na poslední akci  $x_k$

$$H(x_k) = \frac{g_h}{x_{max} - x_{min}} \exp\left(-\frac{(x - x_k)^2}{2(g_w(x_{max} - x_{min}))^2}\right), \quad (4.29)$$

konstanty  $g_h, g_w$  udávají šířku a výšku gausovské funkce a mají vliv na rychlost a rozlišení učení. Jejich doporučené hodnoty jsou  $g_h = 0,3$  a  $g_w = 0,02$  (viz. [23]).

**4.3.3 Neuronové sítě**

První umělý neuron byl vytvořen již v roce 1943 neurofyziologem Warrenem McCullochem a logikem Walterem Pitsem. Nadšení neuronovými sítěmi [6] ale díky počátečním neúspěchům brzy vyhaslo. Pocity frustrace neúspěchy s nasazováním neuronových sítí shrnuli ve své knize v roce 1969 Minsky a Papert a protože se strefili do obecné nálady, nikdo jejich závěry příliš neanalyzoval a neuronové sítě byly v té době považovány za slepou uličku. O pokroky se v té době zasloužilo pouze pár výzkumníků, kteří přes obecné nálady pokračovali ve výzkumu. V nedávné minulosti zažily neuronové sítě návrat zájmu a stala se z nich jedna z moderních metod.

Velkou výhodou neuronových sítí je, že dokáží nalézt závislosti i ve složitých a neúplných datech, která jsou příliš komplexní pro zpracování člověkem nebo jinými metodami. Některé další výhody neuronových sítí jsou

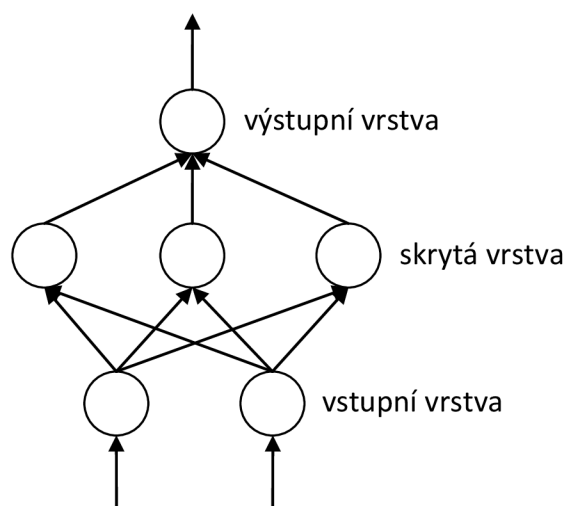
- a) adaptivní učení – schopnost naučit se jak vykonávat úkol pouze na základě dat,
- b) automatická organizace – neuronová síť si dokáže vytvořit vlastní organizaci nebo reprezentaci informací, které jsou jí poskytovány během učení,
- c) operace v reálném čase – při použití speciálního hardware a software mohou být výpočty prováděny paralelně v reálném čase,
- d) tolerance vůči chybám – částečné poškození neuronové sítě vede k odpovídajícímu snížení jejich schopností. Ale přesto zůstanou některé schopnosti zachovány i při velkém poškození.

Princip fungování umělých neuronových sítí byl inspirován fungováním mozku živých tvorů. Neuronová síť je tvořena sadou propojených neuronů. Výstup neuronu je dán součtem vážené sumy jeho vstupů a biasu, který je následně transformován aktivační funkcí.

$$y = f\left(\sum_{i=1}^k w_i u_i + w_b\right) \quad (4.30)$$

Na základě struktury propojení jednotlivých neuronů a typu aktivační funkce se umělé neuronové sítě dělí na dopředné sítě, sítě s radiální bází, kohonenovy samoorganizující sítě, rekurentní sítě a další [1].

Jednou z nejčastěji používaných typů neuronových sítí je dopředná síť. Tento typ sítě byl vytvořen jako první a jeho struktura je nejjednodušší možná. Síť je tvořena neurony uspořádanými ve vrstvách. Zpracování dat probíhá pouze jedním směrem – od vstupní vrstvy k vrstvě výstupní.



Obrázek 10: Vícevrstvá dopředná neuronová síť

Nejčastěji používaná aktivační funkce pro tento typ sítí je sigmoidní aktivační funkce

$$y = \frac{1}{1 + e^{-ax}} \quad (4.31)$$

která je díky jednoduchému výpočtu derivace ( $\dot{y} = ay(1 - y)$ ) přímo předurčena pro použití s nejpoužívanější metodou učení dopředných neuronových sítí nazvanou backpropagation [2].

#### 4.3.4 Q-učení

Q-učení je metoda patřící do skupiny metod opakovaně posilovaného učení [20]. Pracuje na základě iterativního zpřesňování ohodnocení, tzv. Q hodnoty, provedení akce pokud je systém v daném stavu. Velkou výhodou Q-učení je, že učení je možné provádět za běhu

systému pouze na základě odměny za provedení zvolené akce, tj. metoda nepotřebuje znát model systému. Nevýhodou metody je, že si musí po celou dobu běhu pamatovat všechny naučené Q hodnoty, tj. velká paměťová náročnost. Např. pokud existuje pouze sto možných stavů a deset možných akcí, tak je nutné pamatovat si tisíc Q hodnot. A takto malý počet stavů/akcí bývá pouze u jednoduchých úloh.

Protože jsou před naučením Q hodnoty inicializované na výchozí hodnotu, která je nepoužitelná pro řízení, je nutné metodu před nasazením předučit. Předučení probíhá na základě naměřených závislostí mezi aktuálním stavem, provedenou akcí a budoucím stavem, případně na základě modelu. Tato fáze učení se nazývá offline učení. Online učení je zpřesňování naučených hodnot za běhu.

Metodu tvoří opakování tří kroků:

- a) Výběr akce
- b) Aplikace akce a získání odměny za její provedení
- c) Úprava Q-hodnoty

#### *Výběr akce*

Při výběru akce je nutné rozlišovat mezi offline a online učením. Při offline učení se akce vybírá zcela náhodně, protože chybně zvolená akce nemůže způsobit havárii a díky náhodnému výběru se lépe prozkoumá prostor stavů a akcí.

Při online učení je vybraná akce aplikována na reálný systém a tedy chybně zvolená akce může způsobit havárii systému. Proto je nutné volit akce tak, aby nevedly k havárii systému. Jedním z možných způsobů volby akcí, které to zajišťují, jsou takzvané  $\epsilon$ -greedy metody [20]. Ty volí akce s nejlepší Q hodnotou (pro daný stav), ale v malém procentu případů (např. každá stá akce) je akce volena náhodně, aby i při online učení docházelo k prozkoumávání prostoru stavů a akcí.

#### *Aplikace akce a získání odměny za její provedení*

Po provedení akce (např. nastavení vstupu systému) se zjistí, jak se změnil stav systému a na jeho základě se spočítá odměna za její provedení. Při regulaci odměnou obvykle bývá záporně vzatá druhá mocnina regulační odchylky.

#### *Úprava Q-hodnoty*

Tento krok představuje vlastní učení. Q-hodnota se upravuje následovně.

$$Q(s_k, a_k) \leftarrow Q(s_k, a_k) + \alpha_k(s_k, a_k) \left[ r_{k+1} + \gamma \max_a Q(s_{k+1}, a) - Q(s_k, a_k) \right] \quad (4.32)$$

Neboli ke Q hodnotě pro výchozí stav  $s_k$  a vybranou akci  $a_k$  se přičte  $\alpha$  násobek součtu odměny  $r_{k+1}$  za provedení akce,  $\gamma$  násobek maxima z Q hodnot pro nový stav  $s_{k+1}$  a všechny možné akce a záporně vzaté Q hodnoty výchozího stavu a vybrané akce.

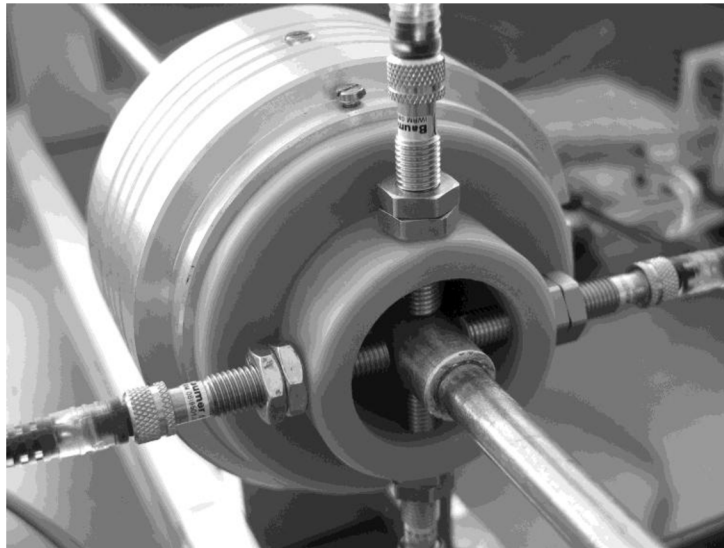
Hodnoty  $\alpha$  a  $\gamma$  jsou z intervalu  $(0; 1)$ .  $\gamma$  je koeficient, který ovlivňuje za jak kvalitní je akce považována pokud je okamžitá odměna malá, ale odměna v dalším kroku je velká. Při velkém  $\gamma$  je akce považována za dobrou i při okamžité malé odměně.



Koeficient  $a$  udává rychlost učení, tj. jak rychle se mění  $Q$  hodnoty. Může to být konstanta, nebo se může postupně snižovat, ale v takovém případě musí být uložen pro každou  $Q$  hodnotu. Postupné snižování rychlosti učení má tu výhodu, že po konečném počtu aktualizací  $Q$  hodnoty bude rychlost učení nulová, tj. už se  $Q$  hodnota nebude upravovat a může být považována za konečnou hodnotu.

## 5 Hardwarová implementace experimentálního zařízení

Experimentální zařízení se skládá z řídicí elektroniky a mechanické části. Mechanická část je tvořena základnou, ke které je připevněno vlastní aktivní magnetické ložisko, rotor a stejnosměrný motor pro pohon rotace rotoru. Elektronika řídicího systému je tvořena indukčními senzory polohy, elektroniky pro konverzi výstupu senzorů na hodnoty přípustné v řídicí elektronice, výkonové elektroniky pro spínání napětí přiváděného na elektromagnety aktivního magnetického ložiska a vlastní řídicí elektroniky. Nedělitelnou součástí řídicího systému je i řídicí software.

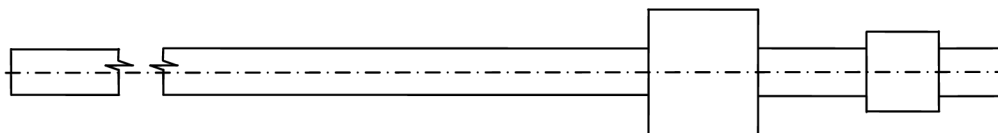


Obrázek 11: Aktivní magnetické ložisko

### 5.1 Rotor

Rotor aktivního magnetického ložiska je tvořen přímým prutem, který má v místě elektromagnetů zvětšen průměr tak, aby vyplňoval téměř celý prostor mezi elektromagnety a ponechal pouze požadovanou vzduchovou mezeru. Další zvětšení průměru rotoru je v místě senzorů, aby měly použité indukční senzory větší plochu, kterou mohou detekovat. Při tvorbě modelu rotoru byly tyto rozšíření zanedbány (viz. kapitola 3.1).

V levé části je rotor upevněn v kuličkovém ložisku a propojen s elektromotorem pomocí pružné spojky. Pružná spojka je použita, aby byl minimalizován vliv případného uložení elektromotoru mimo osu rotoru a umožnilo se volné natáčení osy rotace rotoru.

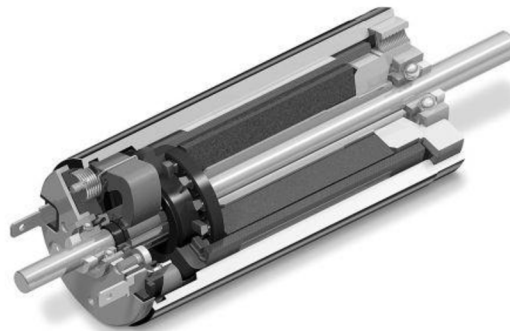


Obrázek 12: Schéma rotoru

### 5.2 Elektromotor pro pohon otáček rotoru

Pro pohon otáčení rotoru aktivního magnetického ložiska je použit stejnosměrný motor firmy Maxon motor ag [12]. Protože je od pohonu požadováno pouze nastavení konstantních otáček a není třeba řídit profil přechodu na požadované otáčky, je pro nastavení

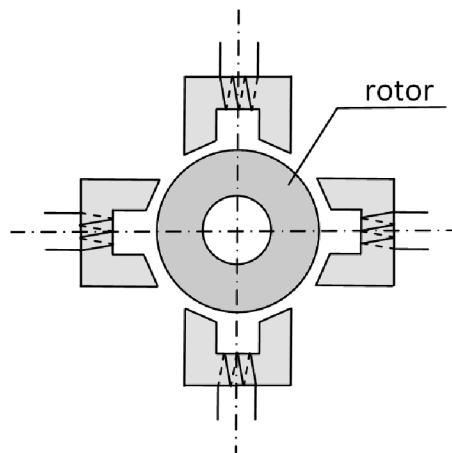
požadovaných otáček použito přímé nastavení napětí na vstupu elektromotoru bez dodatečného řídicího systému.



Obrázek 13: Schéma stejnosměrného elektromotoru firmy Maxon (převzato z [16])

### 5.3 Aktivní magnetické ložisko

Vlastní aktivní magnetické ložisko je tvořeno čtyřmi nezávislými elektromagnety uloženými ve dvou vzájemně kolmých osách. Napětí přiváděné na elektromagnety lze nastavovat pro každý elektromagnet nezávisle na ostatních elektromagnetech a tím řídit velikost elektromagnetické síly působící na rotor.



Obrázek 14: Schéma aktivního magnetického ložiska

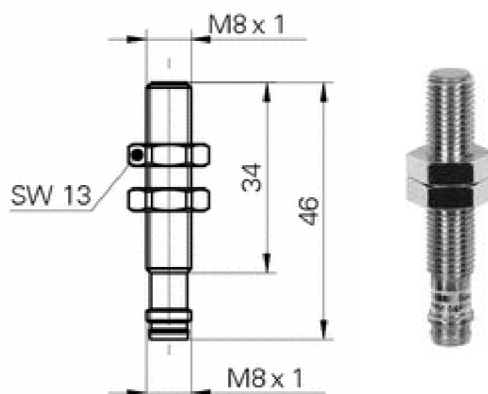
### 5.4 Senzory

Ke snímání polohy rotoru jsou použity čtyři analogové indukční senzory IWRM 08I9501/S35 od firmy Baumer [10]. Tyto senzory umožňují snímat polohu až do vzdálenosti  $2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  a mají v tomto rozsahu lineární výstupní charakteristiku. Výrobce udává, že při opakovaném měření stejné vzdálenosti, by měl být rozdíl naměřené hodnoty menší než  $2 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ . Bohužel jsou senzory ovlivňovány elektromagnetickým polem generovaným cívkami aktivního magnetického ložiska, takže při zapnutém řízení je přesnost měření poloviční.

Navíc nelze senzory umístit do takové polohy, aby při minimální výchylce rotoru byla vzdálenost mezi senzorem a rotorem nulová, protože by hrozilo poškození senzoru nárazem rotoru. Dále jsou uvedené charakteristiky udávány pro měření vzdálenosti rovné desky o dostatečné velikosti, ale v našem případě se měří poloha rotoru, který senzoru nabízí pouze

relativně malou plochu, na které může měřit. To znamená, že při maximální výchylce rotoru se dostáváme na hranici použitelnosti senzorů (viz. obrázek 17) a v takovýchto případech se nelze plně na výstup senzoru spolehnout. Proto jsou pro měření použity vždy dva protilehlé senzory, čímž se uvedený problém efektivně obejde.

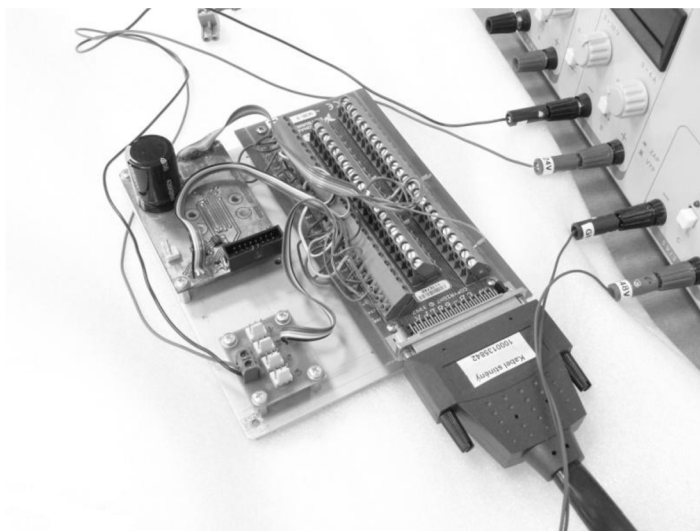
Odezva senzorů je udávána jako menší než  $5 \cdot 10^{-4}$  s, což znamená, že interval mezi jednotlivými měřeními musí být větší než uvedená hodnota, aby bylo zajištěno, že výstup senzorů odpovídá skutečné vzdálenosti.



Obrázek 15: Použité senzory

## 5.5 Elektronika řídicího systému

Řídicí elektronika se skládá z několika částí – procesoru, ve kterém je implementován vlastní řídicí algoritmus, převodníků a generátorů signálu, přizpůsobovacích obvodů pro senzory, které slouží ke konverzi výstupu senzorů na hodnoty přípustné pro použité AD převodníky a výkonové části, která spíná napětí přiváděné na elektromagnety na základě řídicího signálu.



Obrázek 16: Přizpůsobovací a výkonové obvody

Pro implementaci řídicího algoritmu je použito standardní PC, které poskytuje dostatečný výpočetní výkon pro implementaci i složitých algoritmů. Potřebné AD převodníky a generátory signálu jsou poskytovány rozšiřující kartou NI PCIe-6259 [13]. Z periférií poskytovaných kartou jsou využívány čtyři AD převodníky pro konverzi signálu ze senzorů na

digitální reprezentaci, dva zdroje PWM signálu pro nastavení velikosti napětí přiváděného na elektromagnety aktivního magnetického ložiska a tři digitální výstupy pro ovládání výkonové části elektroniky.

Výkonová část elektroniky zesiluje PWM signál generovaný rozšiřující kartou z pěti voltů na čtyřicet osm. Rozšiřující karta a výkonová elektronika podporují pouze dva PWM signály, ale je potřeba ovládat čtyři elektromagnety aktivního magnetického ložiska. Proto dva z použitých digitálních výstupů rozšiřující karty (resp. digitálních vstupů výkonové části) umožňují přepínat výstup výkonového napětí mezi dvěma výstupy výkonové elektroniky. To znamená, že logická hodnota přivedená na digitální vstup výkonové části udává, na který ze dvou výstupů bude přiveden výkonový PWM signál. Na druhý ze dvou výstupů je poté přivedeno nulové napětí. Tj. nulové napětí je přivedeno vždy pouze na jeden z protilehlých elektromagnetů. Poslední použitý digitální vstup výkonové části je použit pro vyřazení výkonové části z činnosti, tj. vypnutí řízení.

Nevýhodou použité rozšiřující karty je, že při zapnutém PWM výstupu neumožňuje nastavit nulovou šířku PWM signálu. To znamená, že prakticky nelze nastavit nulovou hodnotu řídicího signálu a tím pádem ani nulovou velikost elektromagnetické síly používané pro stabilizaci rotoru ve středu vzduchové mezery. Minimální velikost nastavitelné šířky PWM signálu je úměrná frekvenci PWM signálu. Naštěstí je minimální nastavitelná velikost dostatečně malá, aby bylo možné toto omezení zanedbat.

## 5.6 Software řídicího systému

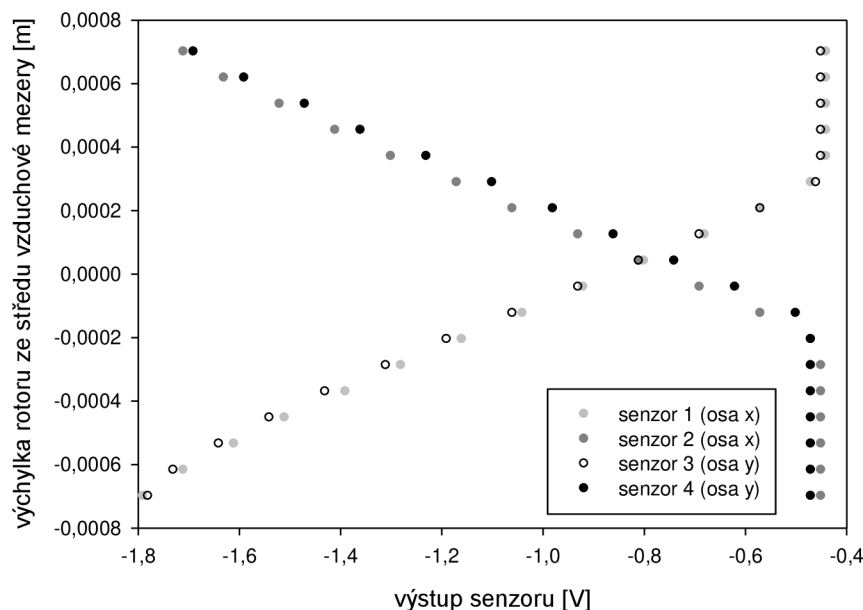
Pro implementaci řídicího algoritmu je použit software NI LabView [14]. Součástí software LabView je i realtime operační systém, který umožňuje spouštět řídicí algoritmy na PC v reálném čase. Pro implementaci řízení ale tento realtime operační systém není použit. LabView umožňuje dodržet požadovanou vzorkovací periodu  $10^{-3}$  s i při použití MS Windows, přestože to není realtime operační systém a z principu může MS Windows přerušit vykonávání libovolného programu na dobu řádově desítky milisekund.

Realtime operační systém není použit zejména kvůli specifickým nárokům na hardwarové vybavení použitého počítače (speciální typ síťové karty, disk se souborovým systémem FAT32), podpoře pouze omezené sumy funkcí z LabView (chybí podpora pro implementaci stavového řízení, která na Windows funguje velmi dobře) a potřeby dalšího počítače na který jsou odesílány naměřené hodnoty. Z toho vyplývá i o něco složitější implementace, protože se musí zajistit komunikace mezi řídicím počítačem s realtime operačním systémem a počítačem s Windows, který slouží k zobrazování průběhu řízení a nastavování parametrů řídicího algoritmu.

## 6 Parametry řízeného aktivního magnetického ložiska

### 6.1 Kalibrace senzorů

Grafické zobrazení závislosti výstupu senzorů na poloze rotoru ukazuje, že ve velké části pracovního rozsahu senzorů je tato závislost blízká lineární. Ale pokud se rotor dostane příliš daleko od senzoru, není senzor schopen indikovat změnu polohy rotoru (viz. obrázek 17). Proto je nutné pro určení polohy rotoru použít dva protilehlé senzory.

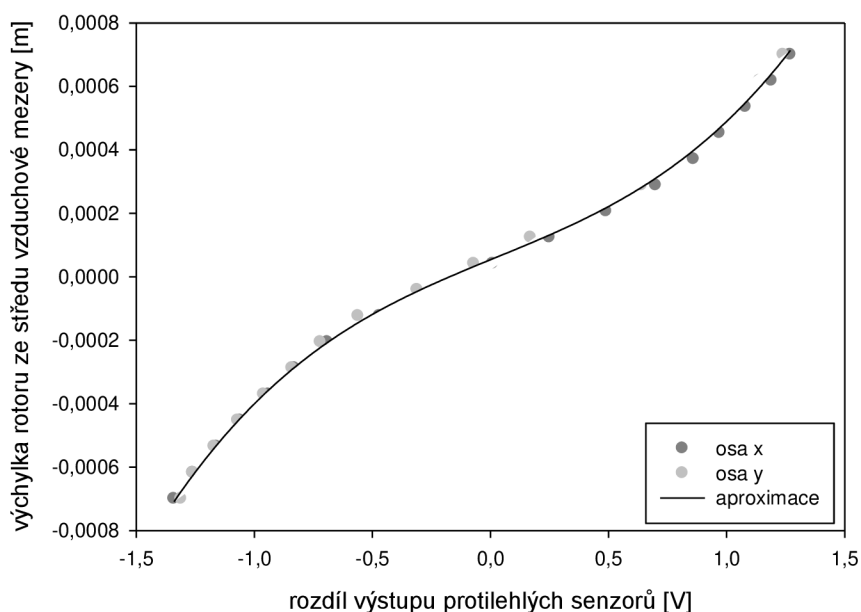


Obrázek 17: Závislost výstupu senzorů na poloze rotoru

Jednou možností využití senzorů je použít vždy pouze výstup senzoru, který je blíže k rotoru. Další možností je použít současně výstup obou protilehlých senzorů. Měření ukázalo, že pokud se použije rozdíl výstupu protilehlých senzorů (viz. obrázek 18), je možné popsat závislost polohy rotoru na rozdílu výstupu senzorů polynomem třetího stupně

$$x = 1.4 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta_u^3 - 9.3 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta_u^2 + 3.05 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta_u + 5.384 \cdot 10^{-5}, \quad (6.1)$$

kde  $x$  je výchylka rotoru ze středu vzduchové mezery a  $\Delta_u$  je rozdíl výstupu senzorů.



Obrázek 18: Závislost rozdílu výstupu senzorů na poloze rotoru

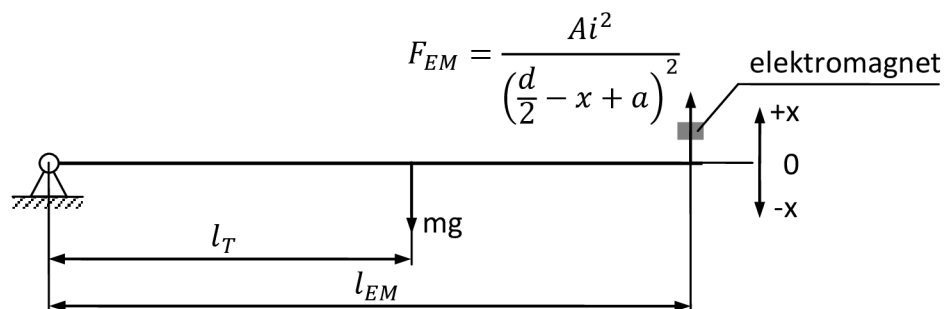
## 6.2 Určení parametrů modelu magnetické síly

V ideálním případě jsou parametry modelu magnetické síly dány výrobcem magnetického ložiska. Pokud, jako v případě magnetického ložiska používaného pro vypracování této disertační práce, tomu tak není, je nutné je určit experimentálně.

Jeden z možných způsobů určení parametrů magnetické síly vychází z rovnice popisující silové momenty působící na rotor. Pokud uvažujeme, že síly působící na rotor jsou v rovnováze, tj. že gravitační síla je plně kompenzována silou elektromagnetickou, pak platí rovnice

$$mgl_T = \frac{Ai^2}{\left(\frac{d}{2} - x + a\right)^2} l_{EM}, \quad (6.2)$$

kde je  $m$  hmotnost rotoru,  $g$  gravitační zrychlení,  $l_T$  vzdálenost těžiště rotoru od uchycení,  $l_{EM}$  vzdálenost elektromagnetu od uchycení,  $i$  proud protékající elektromagnetem,  $x$  výchylka rotoru ze středu vzduchové mezery a  $A$  a  $a$  jsou hledané parametry.



Obrázek 19: Síly působící na rotor

Úpravou rovnice (6.2) se získá závislost velikosti proudu potřebného pro vyrovnání gravitační síly v závislosti na poloze rotoru

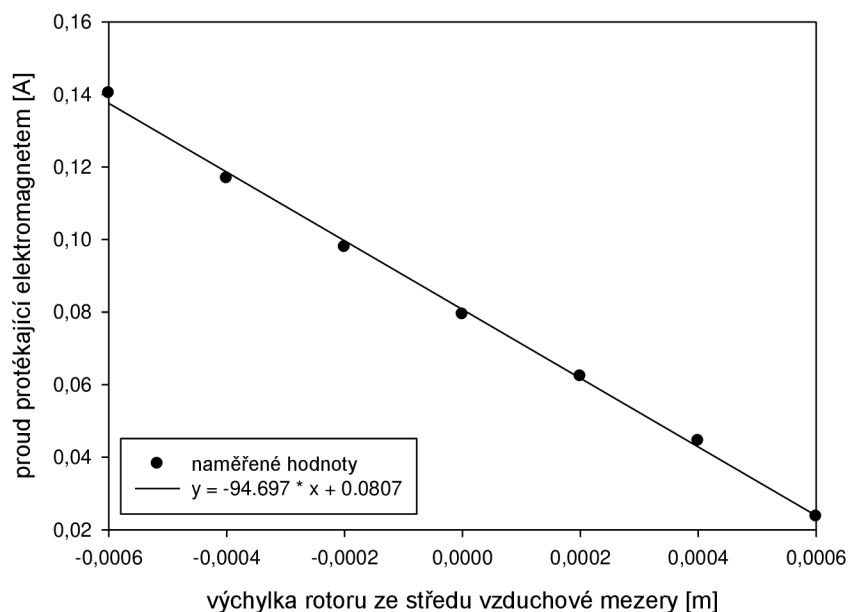
$$i = -x \sqrt{\frac{mg \frac{l_T}{l_{EM}}}{A}} + \left(\frac{d}{2} + a\right) \sqrt{\frac{mg \frac{l_T}{l_{EM}}}{A}}, \quad (6.3)$$

což je ve skutečnosti rovnice přímky  $i = kx + q$ , kde  $k = -\sqrt{\frac{mg \frac{l_T}{l_{EM}}}{A}}$  a  $q = \left(\frac{d}{2} + a\right) \sqrt{\frac{mg \frac{l_T}{l_{EM}}}{A}}$ .

Změřením velikosti proudu potřebného pro vyrovnání gravitační síly pro různé polohy rotoru se získá množina bodů popisujících přímku. Porovnáním koeficientů získané přímky a koeficientů přímky dané rovnicí (6.3) se získá velikost parametrů  $A$  a  $a$ .

Výsledky měření (viz. obrázek 20) ukazují, že velikost proudu protékajícího elektromagnetem aktivního magnetického ložiska použitého pro experimenty, který je potřebný pro vyrovnání gravitační síly, je popsána rovnicí

$$y = -94.697 \cdot x + 0.0807. \quad (6.4)$$



Obrázek 20: Závislost proudu potřebného pro vyrovnání gravitační síly

Porovnáním parametrů přímek daných rovnicemi (6.3) a (6.4) se získají parametry modelu magnetické síly  $A = 2.66 \cdot 10^{-4}$  a  $a = 1.52 \cdot 10^{-4}$ .



## 6.3 Hodnoty parametrů řízeného systému

### 6.3.1 Parametry mechanické části experimentálního zařízení

Tabulka 1: Parametry mechanické části experimentálního zařízení

Parametr	Popis	Hodnota	Jednotky
$m$	Hmotnost rotoru	0.4	$kg$
$l$	Délka rotoru	0.45	$m$
$r$	Poloměr rotoru	0.005	$m$
$l_b$	Vzdálenost ložiska od uchycení rotoru	0.37	$m$
$l_s$	Vzdálenost senzorů od uchycení rotoru	0.41	$m$

### 6.3.2 Parametry elektromagnetické části experimentálního zařízení

Tabulka 2: Parametry elektromagnetické části experimentálního zařízení

Parametr	Popis	Hodnota	Jednotky
$R$	Odpor vinutí elektromagnetů	264	$\Omega$
$L$	Indukčnost elektromagnetů	1.895	$H$
$U_{max}$	Maximální velikost budícího napětí	48	$V$
$A$	Parametr modelu magnetické síly	$2.66 \cdot 10^{-4}$	$Nm^2/A^2$
$a$	Parametr modelu magnetické síly	$1.52 \cdot 10^{-4}$	$m$
$d$	Velikost vzduchové mezery	0.0014	$m$

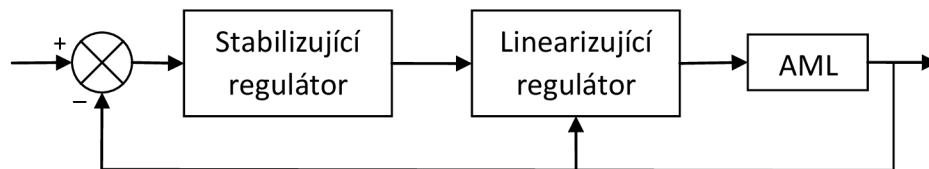
### 6.3.3 Parametry řídicího subsystému

Tabulka 3: Parametry řídicího subsystému

Parametr	Popis	Hodnota	Jednotky
$T$	Vzorkovací perioda	0.001	$s$
–	Rozlišení senzorů	0.005	$mm$
–	Frekvence PWM	2	$kHz$

## 7 Návrh řízení stabilizovaného aktivního magnetického ložiska

Určení optimálních parametrů regulátoru pro nestabilní systém je obtížné, pokud není znám dostatečně přesný model řízeného systému. V tomto případě je znám pouze přibližný model systému a systém je lineární pouze přibližně. Navíc se řízení snadněji navrhuje pro stabilní systém. Z tohoto důvodu je ještě před vlastním návrhem finálního řídicího systému do regulační smyčky zapojen stabilizující regulátor. Jeho úkolem je pouze stabilizovat odezvu systému na vstup a neklade si za cíl dosáhnout optimálního řízení.



Obrázek 21: Schéma stabilizovaného aktivního magnetického ložiska

Navíc se pro zjednodušení návrhu řízení uvažuje nerotující rotor. To znamená, že odezva na řídicí signál v horizontální ose neovlivní výchylku ve vertikální ose a naopak. Díky tomu je možné při návrhu řízení pracovat pouze s jednou osou.

### 7.1 Návrh stabilizujícího regulátoru

Jako stabilizující regulátor byl vybrán diskrétní PID regulátor se vzorkovací periodou  $10^{-3}$  s, pro nějž simulační experimenty ukázaly, že je schopný stabilizovat odezvu uzavřené smyčky s dostatečnou kvalitou.

$$u[k] = K_p \cdot x[k] + K_i \cdot \sum_{j=1}^k x[j] \cdot T + K_d \cdot \frac{x[k] - x[k-1]}{T} \quad (7.1)$$

kde  $u$  je akční zásah regulátoru,  $x$  je regulovaná veličina,  $T$  je vzorkovací perioda a  $K_p$ ,  $K_i$  a  $K_d$  jsou zesílení regulátoru.

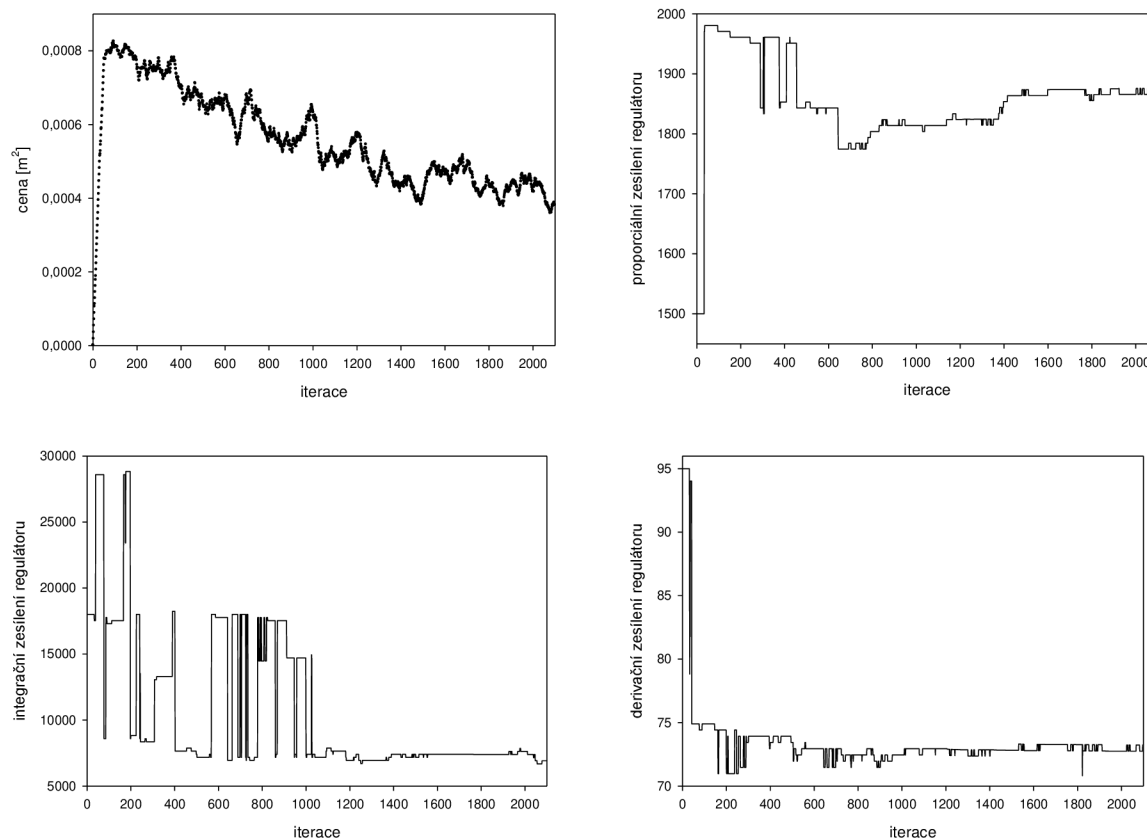
Nejdříve byly určeny přibližné hodnoty parametrů regulátoru metodou pokusu a omylu. Regulátor s takto navrženými parametry ještě nedokáže stabilizovat rotor ve středu vzduchové mezery, ale z odezvy systému je zřejmé, že se nalezené parametry regulátoru blíží požadovaným hodnotám.

Dalším krokem bylo použití metody CARLA pro určení parametrů regulátoru, které dokáží stabilizovat rotor v požadované poloze. Jako kritérium pro metodu CARLA byla použita suma druhých mocnin výchylek rotoru ze vzduchové mezery naměřených za dobu dvou sekund

$$J = \sum_{k=1}^{2000} ((x[k])^2 + (y[k])^2), \quad (7.2)$$

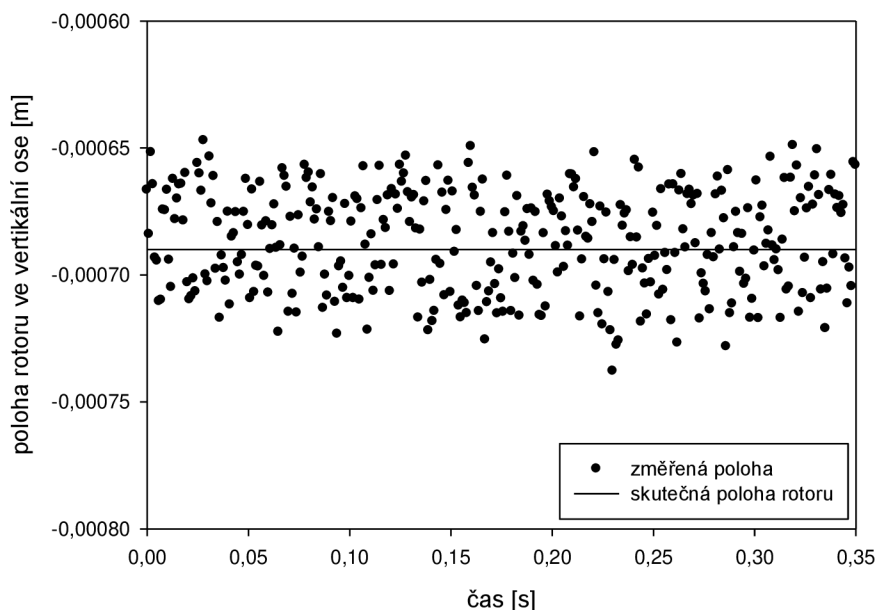
kde  $J$  je kritérium minimalizované metodou CARLA (cena),  $x$  je výchylka ze středové mezery v ose  $x$  a  $y$  je výchylka ze středové mezery v ose  $y$ .

Průběh učení je zaznamenán v grafech na obrázku 22. První graf udává průměrnou hodnotu posledních akcí  $J^{med}$  v průběhu učení. Zbylé tři grafy udávají naučené hodnoty zesílení regulátoru.



Obrázek 22: Průběh učení parametrů stabilizujícího regulátoru

Po ověření naučených hodnot se ukázalo, že navržené řízení dokáže rotor stabilizovat, ale ne s dostatečnou kvalitou a dlouhodobě. Je to způsobeno relativně vysokou úrovní šumu na výstupu senzorů. Maximální chyba naměřené polohy je  $\pm 0.04$  mm, což je 5,7% velikosti vzduchové mezery. Takto vysoká úroveň šumu je zanedbatelná pro proporcionální a integrační složku regulátoru, ale vzhledem k velké vzorkovací frekvenci je příliš vysoká pro výpočet derivační složky regulátoru.



Obrázek 23: Úroveň šumu na výstupu senzorů

Z tohoto důvodu je nutné pro výpočet derivační složky úroveň šumu snížit. Standardní metody pro snížení šumu v signálu jsou založené na filtrování frekvencí vyšších než frekvence, které může signál nabývat. Tyto metody nelze pro řízení aktivního magnetického ložiska použít, protože způsobují nepříjemně velkou ztrátu informace a znemožňují regulátoru správně reagovat.

Proto je nutné použít pro filtrování šumu filtr, který bere ohled na chování měřeného systému. Takovým filtrem je pozorovatel, který je založen na simulaci modelu řízeného systému a zpřesňování výstupu na základě měření v reálném čase (viz. kapitola 4.1). Použití pozorovatele umožňuje snížit úroveň šumu na přijatelnou úroveň.

Návrh pozorovatele znamená určení koeficientů matice zesílení pozorovatele tak, aby bylo dosaženo požadovaného chování pozorovatele. Chování pozorovatele je dáno jeho póly, což znamená, že návrh pozorovatele znamená volbu jeho pólů (viz. kapitola 4.1). Obecně je vhodné volit póly pozorovatele blízké pólům pozorovaného systému tak, aby měl pozorovatel o něco rychlejší reakci než řízený systém a samozřejmě aby byl stabilní. Pro návrh pozorovatele je možné s výhodou použít existujícího software jako je Matlab nebo NI LabView, který provede potřebné výpočty.

Pro návrh pozorovatele je třeba znát stavový model řízeného systému. Spojitý stavový model řízeného aktivního magnetického ložiska při zapojení nelineární kompenzace pro jednu osu je určen rovnicemi (3.20). Po dosazení hodnot parametrů se získá model

$$\begin{bmatrix} \gamma' \\ \gamma'' \\ F_m' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 16,866 \\ 0 & 0 & -139,3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma \\ F_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 139,3 \end{bmatrix} \cdot [F_p] \quad (7.3)$$

$$[x] = [0,37 \quad 0 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} \gamma \\ F_m \end{bmatrix} + [0] \cdot [F_p]$$

Pro návrh diskretního řídicího systému je ale nutné pracovat s diskretním stavovým modelem, aby bylo možné navrhnout diskretního pozorovatele. Pro získání diskretního stavového modelu je opět možné s výhodou použít existujícího software. Diskretní stavový model pro vzorkovací periodu  $10^{-3}s$  popisující spojitý systém daný rovnicemi (7.3) je

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \gamma[k+1] \\ \gamma'[k+1] \\ F_m[k+1] \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 10^{-3} & 8.0547 \cdot 10^{-6} \\ 0 & 1 & 0.0157 \\ 0 & 0 & 0.87 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma[k] \\ \gamma'[k] \\ F_m[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3.87307 \cdot 10^{-7} \\ 0.00112 \\ 0.13003 \end{bmatrix} \cdot [F_p[k]] \\ [x[k]] &= [0.37 \quad 0 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} \gamma[k] \\ \gamma'[k] \\ F_m[k] \end{bmatrix} + [0] \cdot [F_p[k]] \end{aligned} \quad (7.4)$$

Požadované póly pozorovatele byly zvoleny tak, aby pozorovatel věrně sledoval skutečnou rychlost změny výchylky rotoru ze středu vzduchové mezery a přitom minimalizoval vliv šumu na výstupu senzorů. Protože je pozorovatel určen pouze pro pozorování rychlosti změny výchylky rotoru ze středu vzduchové mezery, nebyl při volbě pólů pozorovatele brán zřetel na kvalitu sledování ostatních stavů pozorovaného systému. Zvolené hodnoty pólů pozorovatele jsou  $[0.4 \quad 0.75 \quad 0.3]$  a jim odpovídá zesílení pozorovatele  $[3.8377 \quad 1466.8793 \quad 5909.6276]$ . Navržený pozorovatel je popsán rovnicemi (7.5).

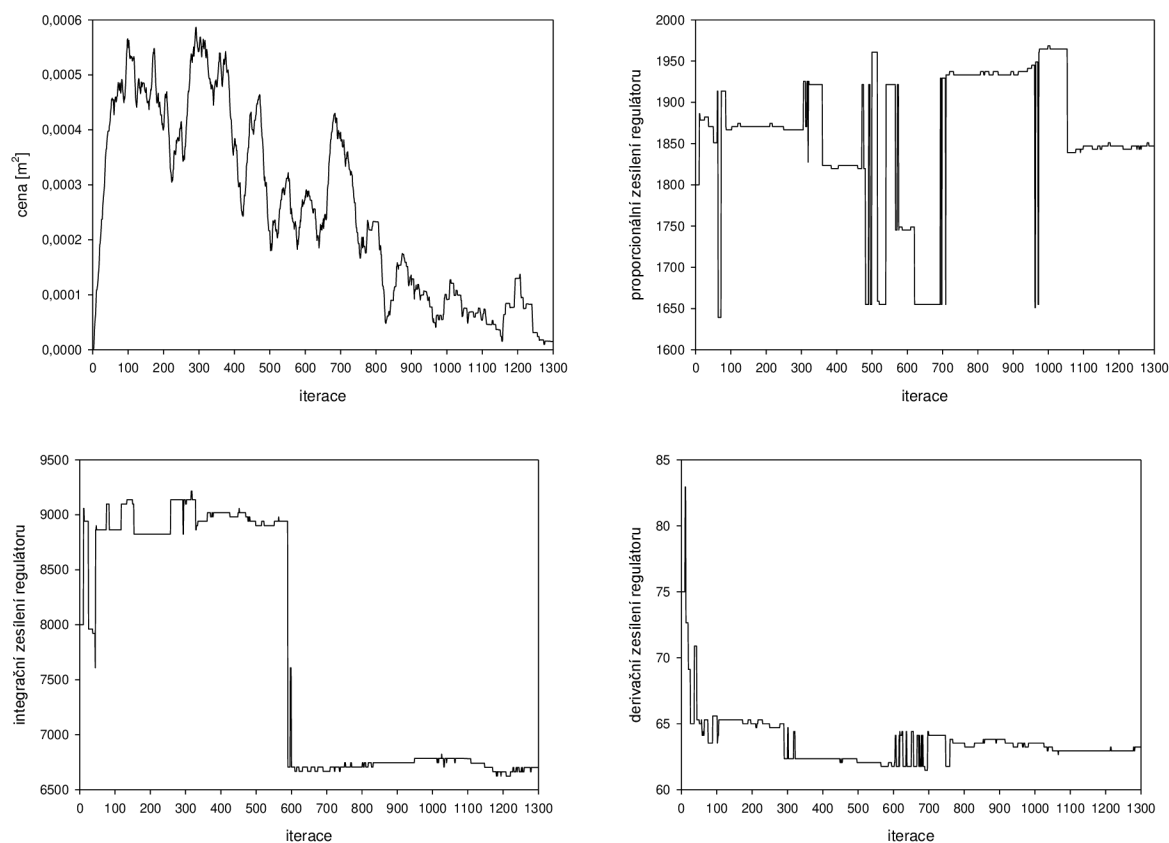
$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{\gamma}[k+1] \\ \hat{\gamma}'[k+1] \\ \hat{F}_m[k+1] \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 10^{-3} & 8.0547 \cdot 10^{-6} \\ 0 & 1 & 0.0157 \\ 0 & 0 & 0.87 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\gamma}[k] \\ \hat{\gamma}'[k] \\ \hat{F}_m[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3.8377 \\ 1466.8793 \\ 5909.6276 \end{bmatrix} \cdot (x[k] - \hat{x}[k]) \\ &+ \begin{bmatrix} 3.87307 \cdot 10^{-7} \\ 0.00112 \\ 0.13003 \end{bmatrix} \cdot [F_p[k]] \\ [\hat{x}[k]] &= [0.37 \quad 0 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} \hat{\gamma}[k] \\ \hat{\gamma}'[k] \\ \hat{F}_m[k] \end{bmatrix} + [0] \cdot [F_p[k]] \\ \hat{x}'[k] &= 0.37 \cdot \hat{\gamma}'[k] \end{aligned} \quad (7.5)$$

kde  $\hat{x}'$  je pozorovaná rychlost změny výchylky rotoru ze středu vzduchové mezery,  $\hat{x}$  je odhad velikosti výchylky rotoru ze středu vzduchové mezery,  $x$  je měřená velikost výchylky rotoru ze středu vzduchové mezery,  $F_p$  je požadovaná síla vyvolaná elektromagnety (akční zásah stabilizujícího regulátoru),  $\hat{F}_m$  je odhad velikosti síly kterou působí elektromagnety na rotor,  $\hat{\gamma}'$  je odhad úhlové rychlosti změny výchylky rotoru ze středu vzduchové mezery a  $\hat{\gamma}$  je odhad úhlové výchylky rotoru ze středu vzduchové mezery.

Při použití takového pozorovatele je potom stabilizující regulátor popsán rovnicí (7.6)

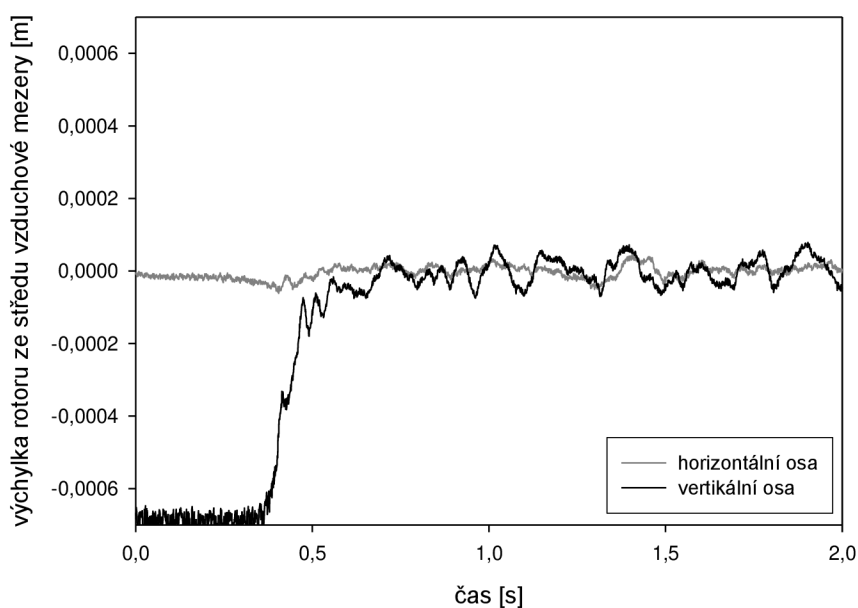
$$u[k] = K_p \cdot x[k] + K_i \cdot \sum_{j=1}^k x[j] \cdot T + K_d \cdot \hat{x}'[k] \quad (7.6)$$

a při jeho použití je poloha rotoru ve vzduchové mezeře dlouhodobě stabilní. Pro zohlednění změny chování regulační smyčky po zapojení pozorovatele je třeba upravit parametry stabilizujícího regulátoru. Pro určení optimálních parametrů stabilizujícího regulátoru byla opět použita metoda CARLA. Průběh učení je zobrazen na obrázku 24 a naučené parametry stabilizujícího regulátoru jsou  $K_p = 1835.3$ ,  $K_i = 6662$  a  $K_d = 63.8$ .



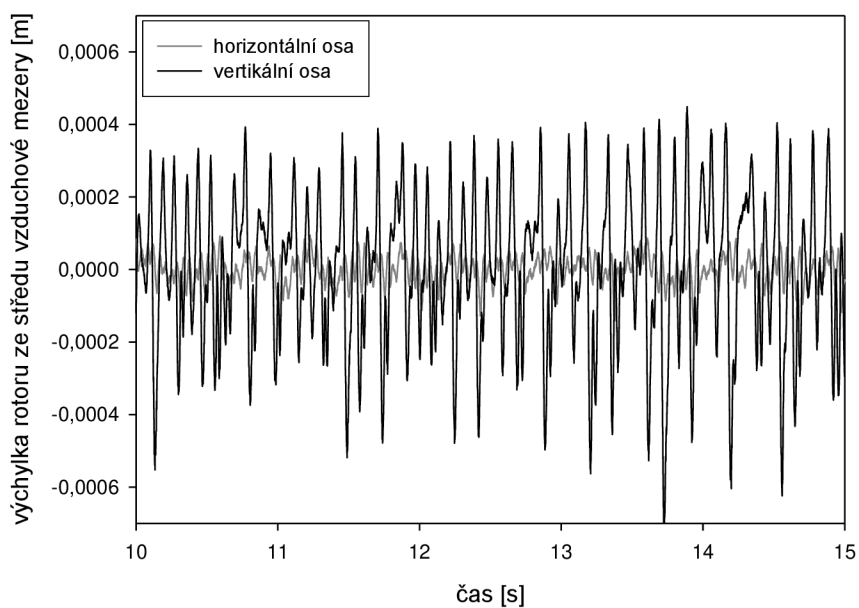
Obrázek 24: Průběh učení parametrů stabilizujícího regulátoru

Srovnání s naučenými hodnotami pro systém bez zapojeného pozorovatele (viz. obrázek 22) ukazuje některé překvapivé výsledky. Díky snížení úrovně šumu se dalo očekávat, že derivační složka bude hrát v rámci regulátoru větší roli, ale opak je pravdou. Došlo k výraznému snížení derivačního zesílení. Toto snížení vlivu derivační složky je způsobeno systematickou chybou měření zanesenou pozorovatelem. Neočekávané také bylo snížení integračního zesílení regulátoru. To je způsobeno tím, že před zapojením pozorovatele sloužila integrační složka regulátoru nejen jako kompenzace trvalé regulační odchylky, kterou není schopná kompenzovat proporcionální složka regulátoru, ale také jako kompenzace poruch způsobených vlivem šumu.



Obrázek 25: Chování stabilizovaného aktivního magnetického ložiska

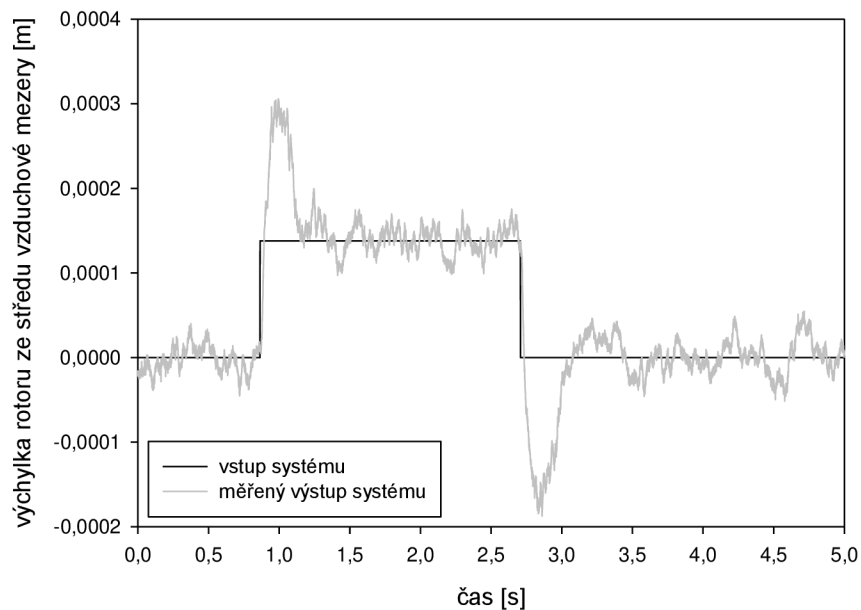
Jak je zřejmé z obrázku 25, není navržené řízení ještě příliš kvalitní. Rotor sice levituje ve středu vzduchové mezery, ale zejména ve vertikální ose dochází k oscilacím. Oscilace jsou způsobeny vlivem šumu na výstupu senzorů. Oscilace ve vertikální ose jsou podstatně větší díky vlivu gravitační síly působící na rotor. Požadovaného cíle bylo ovšem dosaženo. Aktivní magnetické ložisko s připojeným stabilizujícím regulátorem je stabilní systém. Navržené řízení je pro praktické nasazení nevhodné, protože jeho tuhost je minimální, viz. obrázek 26.

Obrázek 26: Vliv otáčení rotoru na řízení ( $300 \text{ min}^{-1}$ )

## 7.2 Určení modelu stabilizovaného aktivního magnetického ložiska

Pro použití většiny klasických metod návrhu řízení je nutné znát model řízeného systému. Ten je možné získat propojením modelů linearizovaného magnetického ložiska, pozorovatele a stabilizujícího regulátoru. Problémem tohoto přístupu je, že výsledný model by obsahoval příliš mnoho zjednodušujících předpokladů, neuvažoval by vliv šumu na výstupu senzorů a byl by příliš vysokého řádu. Proto by se musel výsledný model zjednodušovat a zpřesňovat, aby byl prakticky použitelný. Z těchto důvodů je výhodnější pracovat se stabilizovaným aktivním magnetickým ložiskem jako s neznámým systémem a pokusit se určit jeho model na základě pozorovaného chování.

Pro určení modelu lineárního systému na základě naměřené závislosti výstupu na vstupu existují metody založené na minimalizaci rozdílu mezi měřeným výstupem systému a výstupem modelu při stejném vstupu (viz. [11]). S výhodou lze opět použít existující software, kde jsou tyto metody implementovány. Pro identifikaci je vhodné použít data získaná při měření odezvy na jednotkový skok. Díky velikosti vzduchové mezery toto není možné, proto byla pro identifikaci použita data zobrazená na obrázku 27. Data udávají odezvu polohy rotoru na skok požadované polohy rotoru (vstup stabilizujícího regulátoru) v horizontální ose. Jako vzorkovací perioda diskrétního modelu byla zvolena hodnota  $10^{-3}$  s, která odpovídá vzorkovací periodě stabilizujícího regulátoru a naměřených dat.



Obrázek 27: Data použitá pro identifikaci



Model popisující tato data je dán diskretním přenosem pátého řádu

$$G(z) = \frac{-0.0813 + 0.047 \cdot z + 0.1203 \cdot z^2 - 0.0428 \cdot z^3 - 0.0983 \cdot z^4 + 0.0552 \cdot z^5}{-0.5262 + 0.6139 \cdot z + 1.3488 \cdot z^2 - 1.45 \cdot z^3 - 0.9863 \cdot z^4 + z^5} \quad (7.7)$$

respektive ekvivalentním stavovým modelem

$$\begin{bmatrix} x_1[k+1] \\ x_2[k+1] \\ x_3[k+1] \\ x_4[k+1] \\ x_5[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.98629 & 0.72501 & -0.6744 & -0.30693 & 0.5262 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \\ x_3[k] \\ x_4[k] \\ x_5[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [u[k]] \quad (7.8)$$

$$[y[k]] = [-0.08761 \quad 0.03728 \quad 0.04578 \quad 0.01312 \quad -0.10448] \cdot \begin{bmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \\ x_3[k] \\ x_4[k] \\ x_5[k] \end{bmatrix} + [0.05521] \cdot [u[k]]$$

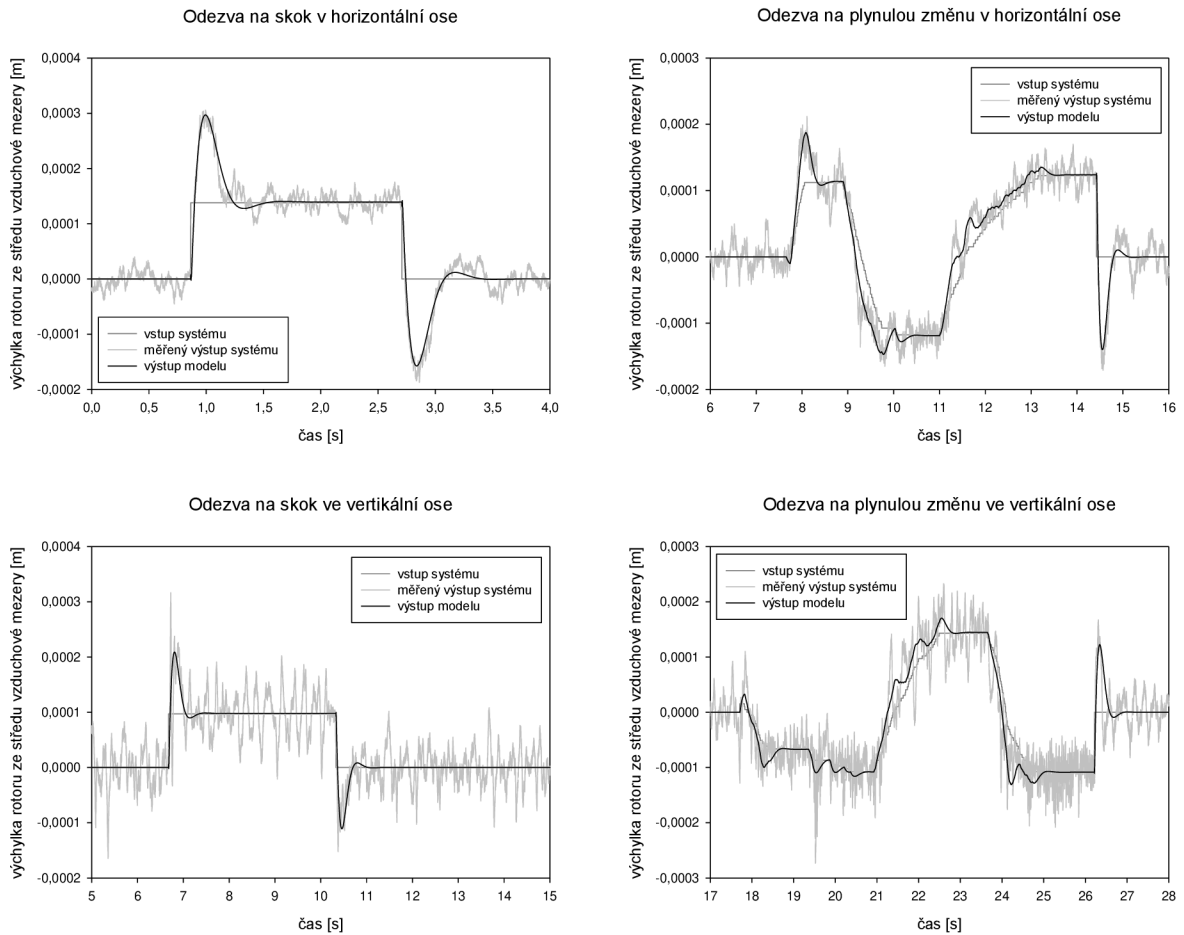
Přesnost modelu musí být samozřejmě ověřena na datech získaných nezávislým měřením. Ověření bylo provedeno na odezvě na skok požadované polohy rotoru (data použité pro identifikaci) a plynulou změnu požadované polohy v horizontální ose a pro stejnou sadu měření ve vertikální ose.

Identifikovaný model popisuje chování stabilizovaného aktivního magnetického ložiska velice dobře (viz. obrázek 28), pokud se zanedbají výchyly způsobené vlivem šumu na výstupu senzorů na stabilizující regulátor. Tyto výchyly jsou pro účely identifikace modelu považovány za chybu měření, ale pro účely návrhu řízení, je není možné ignorovat.

### 7.3 Návrh pozorovatele

Pozorovatel může sloužit pro pozorování stavů řízeného systému, které nelze přímo měřit, ale také pro minimalizaci náhodné chyby měření. Proto je pozorovatel užitečný i pro řízení, které nepotřebuje znát hodnoty stavů systému.

Jak již bylo řečeno, návrh pozorovatele znamená volbu požadovaných pólů pozorovatele a výpočet odpovídající matice zesílení. Póly diskretního modelu stabilizovaného ložiska jsou  $[0.7081, -0.8532-0.1636 \cdot i, -0.8532+0.1636 \cdot i, 0.9923-0.0093 \cdot i, 0.9923+0.0093 \cdot i]$ . Použitím pravidla, že póly pozorovatele by měly být stabilní a o něco rychlejší než póly pozorovaného systému, byly zvoleny póly pozorovatele  $[-0.8, -0.75, 0.8, 0.75, 0.7]$ . Odpovídající zesílení pozorovatele jsou  $[-5023, -10097, -10143, -10193, -5118]$ . Výsledný pozorovatel je tedy popsán stavovými rovnicemi (7.9).



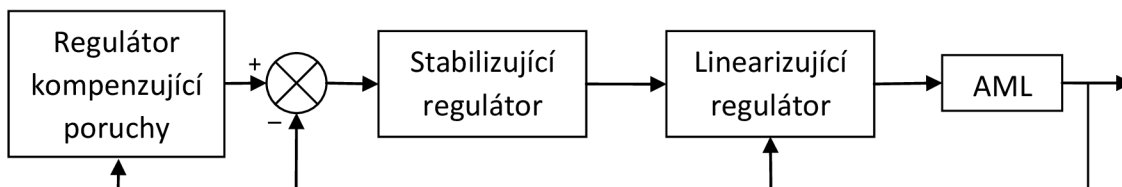
Obrázek 28: Ověření modelu stabilizovaného aktivního magnetického ložiska

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \hat{x}_1[k+1] \\ \hat{x}_2[k+1] \\ \hat{x}_3[k+1] \\ \hat{x}_4[k+1] \\ \hat{x}_5[k+1] \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0.98629 & 0.72501 & -0.6744 & -0.30693 & 0.5262 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \hat{x}_1[k] \\ \hat{x}_2[k] \\ \hat{x}_3[k] \\ \hat{x}_4[k] \\ \hat{x}_5[k] \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} -5023 \\ -10097 \\ -10143 \\ -10193 \\ -5118 \end{bmatrix} \cdot [y[k] - \hat{y}[k]] + \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [u[k]] \quad (7.9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 [\hat{y}[k]] &= [-0.08761 \quad 0.03728 \quad 0.04578 \quad 0.01312 \quad -0.10448] \cdot \begin{bmatrix} \hat{x}_1[k] \\ \hat{x}_2[k] \\ \hat{x}_3[k] \\ \hat{x}_4[k] \\ \hat{x}_5[k] \end{bmatrix} \\
 &+ [0.05521] \cdot [u[k]]
 \end{aligned}$$

## 7.4 Návrh řízení

Stabilizující regulátor stabilizuje rotor ve středu vzduchové mezery, ale není dostatečně tuhý, takže poruchy působící na rotor nejsou dostatečně kompenzovány. Navíc šum na výstupu senzorů díky vlivu na stabilizující regulátor způsobuje oscilace rotoru okolo požadované polohy. Proto je nutné navrhnout dodatečný regulátor, který bude tyto poruchy kompenzovat.



Obrázek 29: Schéma řízení stabilizovaného aktivního magnetického ložiska

### 7.4.1 Diskrétní regulátor navržený Ziegler-Nicholsovou metodou

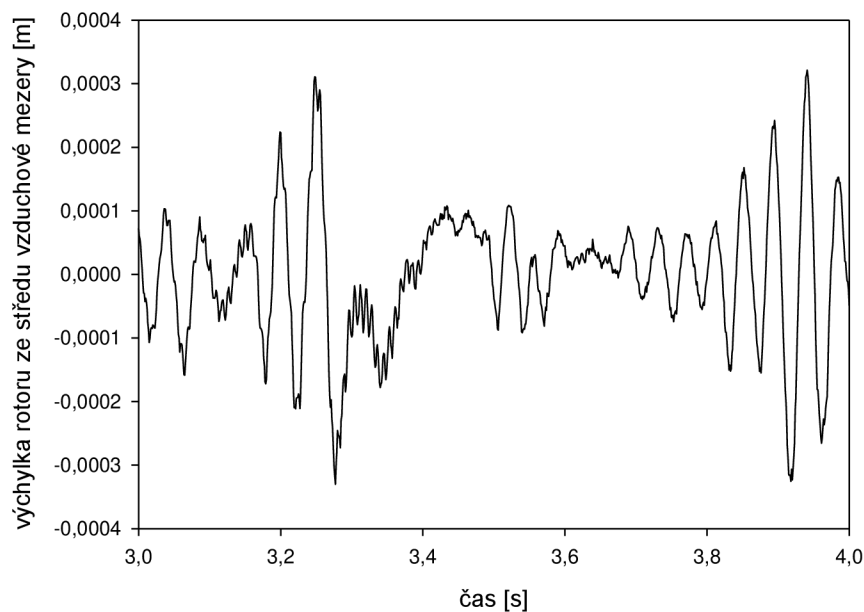
Ziegler-Nicholsova metoda [21] je základní metodou pro určení parametrů PID regulátoru. Byla odvozena na základě pozorovaného chování velkého množství různých systémů a udává pravidlo jak nastavit parametry PID regulátoru na základě pozorované odezvy řízeného systému. Postup určení parametrů regulátoru je následující:

1. Nastavit derivační a integrační zesílení PID regulátoru na nulu
2. Nalézt zesílení proporcionální složky PID regulátoru takové, aby řízený systém oscilloval s konstantní periodou
3. Na základě nalezeného zesílení  $K_u$  a periody kmitů  $T_u$  určit zesílení regulátoru podle tabulky 4

Tabulka 4: Pravidla pro nastavení PID regulátoru Ziegler-Nicholsovou metodou

Typ řízení	$K_p$	$K_i$	$K_d$
P	$K_u/2$	–	–
PI	$K_u/2 \cdot 2$	$1.2 \cdot K_p/T_u$	–
PID	$0.65 \cdot K_u$	$2 \cdot K_p/T_u$	$K_p \cdot T_u/8$
PID s malým překmitem [22]	$0.33 \cdot K_u$	$2 \cdot K_p/T_u$	$K_p \cdot T_u/3$
PID bez překmitu [22]	$0.2 \cdot K_u$	$2 \cdot K_p/T_u$	$K_p \cdot T_u/3$

Pro snížení vlivu šumu na výstupu senzorů byl použit dříve navržený pozorovatel. Zesílení proporcionálního regulátoru, při kterém stabilizované aktivní magnetické ložisko kmitá, je 1.2 a perioda kmitů je 0.05 sekundy (viz. obrázek 30). Amplitudu dosažených kmitů nelze považovat za konstantní ani vzdáleně, ale konstantní amplitudy kmitů nelze díky vlivu šumu na výstupu senzorů dosáhnout. Pro účely návrhu regulátoru Ziegler-Nicholsovou metodou je ovšem dosažený výsledek dostatečný.



Obrázek 30: Odezva stabilizovaného aktivního magnetického ložiska ( $K_p = 1.2$ )

Pro řízení stabilizovaného aktivního magnetického ložiska byl zvolen pouze proporcionální regulátor (viz. rovnice (7.9)) z následujících důvodů. Integrovaná složka regulátoru není potřeba, protože se snažíme stabilizovat rotor ve středu vzduchové mezery a není tedy nutné kompenzovat trvalou regulační odchylku, která vzniká při použití proporcionálního regulátoru a požadované nenulové poloze. Regulační odchylka způsobená poruchovými silami působícími na rotor je již kompenzována integrovanou složkou stabilizujícího regulátoru.

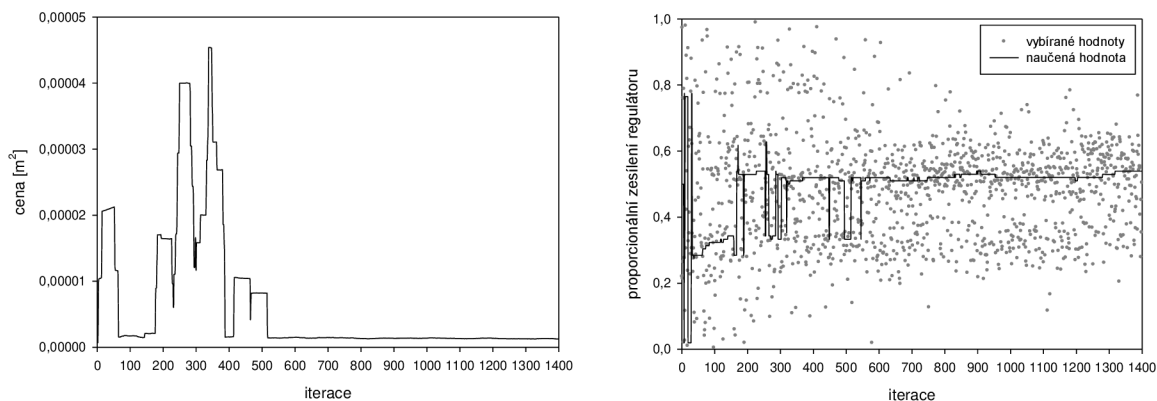
Derivační složka regulátoru slouží k uspořádání reakce regulátoru na regulační odchylku a vytváření odezvy řízeného systému. V tomto případě je derivační složka regulátoru dostatečně zastoupena ve stabilizujícím regulátoru a navíc je výpočet derivace příliš ovlivněn šumem na výstupu senzorů. Případná derivační složka by tedy spíše zhoršovala kvalitu řízení.

Výsledný regulátor použitý pro řízení stabilizovaného aktivního magnetického ložiska je tedy proporcionální regulátor se zesílením  $K_p = 0.6$ .

### ***Optimalizace navrženého regulátoru***

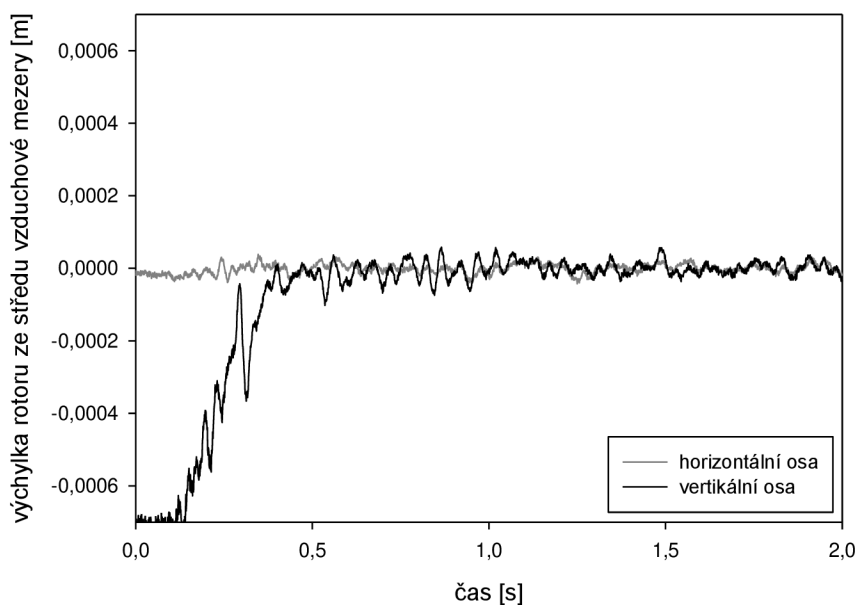
Ziegler-Nicholsova metoda je odvozena jako univerzální metoda na základě statistického zpracování velkého množství pozorování chování různých systémů. To znamená, že není zaručena optimálnost dosažených výsledků. Nalezené hodnoty parametrů regulátoru jsou pouze blízké optimálním a lze tedy předpokládat, že je možné nalézt lepší hodnoty parametrů. Pro nalezení optimálních parametrů regulátoru byla opět použita metoda CARLA.

Naučená hodnota proporcionálního regulátoru je  $K_p = 0.52$ . Rozdíl proti hodnotě určené Ziegler-Nicholsovou metodou je částečně dán tím, že Ziegler-Nicholsova metoda nedává optimální výsledky, ale také ne zcela přesným určením zesílení proporcionální složky, při které se poloha rotoru rozkmitá.



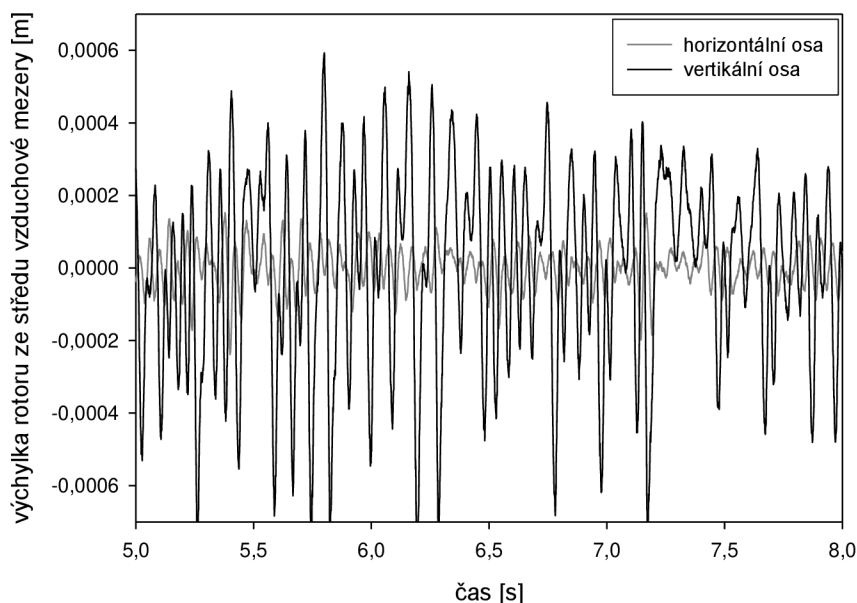
Obrázek 31: Průběh učení proporcionální složky regulátoru

Chování stabilizovaného aktivního magnetického ložiska, po přidání proporcionálního regulátoru se zesílením 0.52, je zobrazeno na obrázku 32. Připojením proporcionálního regulátoru se podstatně zvýší kvalita řízení v případě, že se rotor neotáčí. Velikost oscilací způsobených šumem na výstupu senzorů jsou sniženy na zanedbatelnou hodnotu.



Obrázek 32: Chování stabilizovaného aktivního ložiska s proporcionálním regulátorem

Podstatně se také zlepšila tuhost řízení vůči dlouhodoběji působícím poruchám, ale ztelně se zhoršila schopnost stabilizovat rázy působící na rotor (viz. obrázek 33). Řízení přehnaně reaguje na silové rázy a díky tomu je schopnost stabilizovat rotující rotor horší než v případě bez zapojeného proporcionálního regulátoru.

Obrázek 33: Vliv otáčení rotoru na řízení ( $300 \text{ min}^{-1}$ )

#### 7.4.2 Proporcionální regulátor – posledních pět hodnot

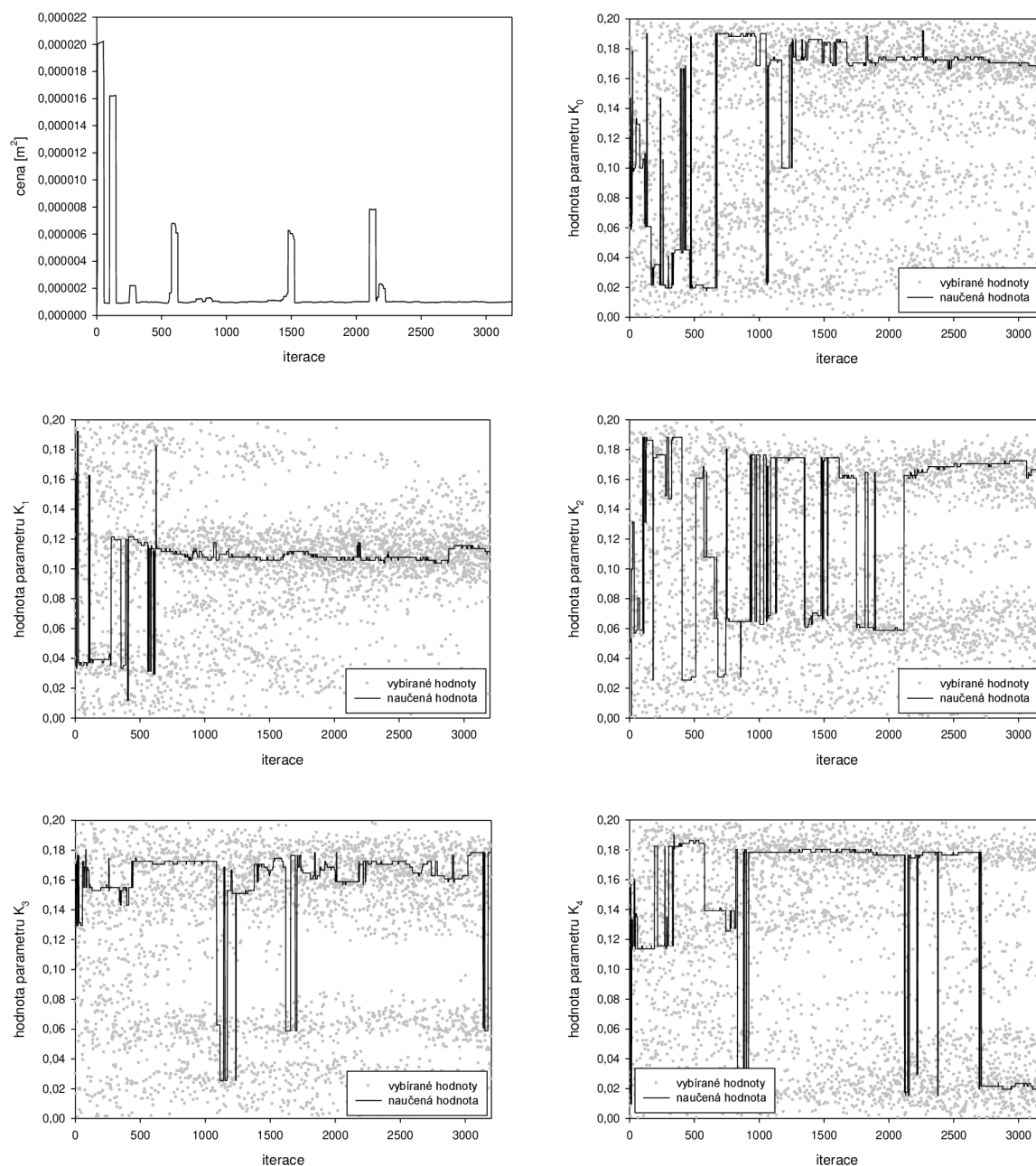
Obyčejný proporcionální regulátor je při použití pozorovatele schopný podstatně zvýšit kvalitu řízení. Pozorovatel ale zanáší do regulační smyčky systematickou chybu a zvyšuje složitost potřebných výpočtů. Vzhledem k tomu, že vzorkovací perioda je podstatně vyšší, než je pro stabilizovaný systém nutné, můžeme si dovolit minimalizovat vliv šumu pomocí průměrování několika posledních měření. Pro minimalizaci vlivu šumu je použit výpočet akčního zásahu na základě posledních pěti naměřených hodnot. Akční zásah je tedy počítán na základě váženého průměru pěti posledních měření

$$u[k] = \sum_{i=0}^4 K_i \cdot x[k-i] \quad (7.10)$$

kde  $u$  je velikost akčního zásahu,  $x$  je měřená hodnota a  $K_i$  jsou velikosti zesílení regulátoru.

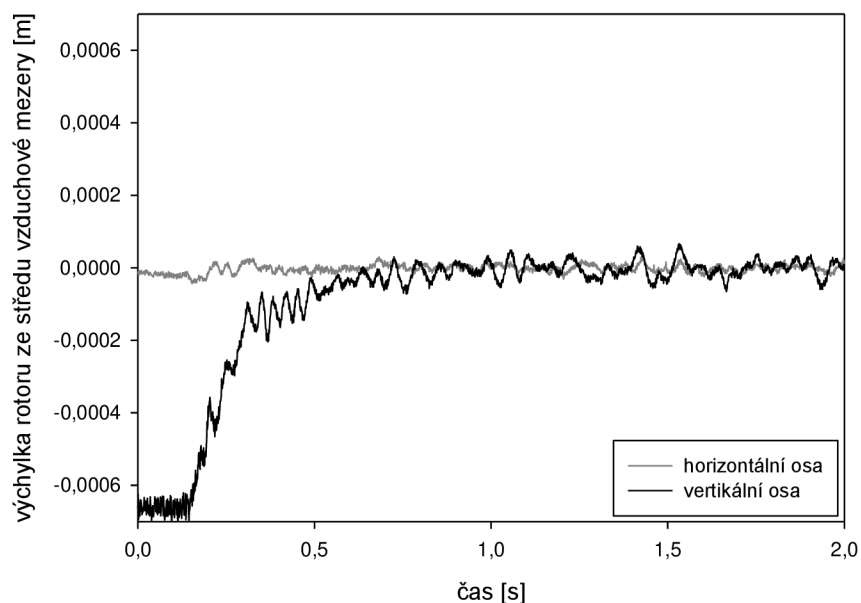
Dalo by se předpokládat, že hodnoty zesílení regulátoru by měly být stejné a jejich velikost by měla být rovna jedné pětině hodnoty zesílení získané při návrhu regulátoru Ziegler-Nicholsovou metodou. Pro ověření tohoto předpokladu byla použita metoda CARLA.

Výsledky učení (viz. obrázek 34) ukazují, že páté měření je pro výpočet akčního zásahu přebytečné. Naučený koeficient regulátoru  $K_4$  je 0.02 což je vzhledem k ostatním naučeným hodnotám ( $K_0 = 0.17$ ,  $K_1 = 0.11$ ,  $K_2 = 0.166$ ,  $K_3 = 0.178$ ) prakticky nula. Součet hodnot koeficientů je 0.644, což je vyšší hodnota než v případě regulátoru nastaveného Ziegler-Nicholsovou metodou. Když se ale blíže podíváme na učení parametru regulátoru  $K_3$  je zřetelné, že před ukončením učení dochází k postupné změně naučené hodnoty na 0.06 a tím i k částečnému vyřazování i této části regulátoru. Při takovéto hodnotě parametru regulátoru  $K_3$  je součet hodnot parametrů roven 0.538, což již přibližně odpovídá hodnotě získané metodou Ziegler-Nicholsovou.



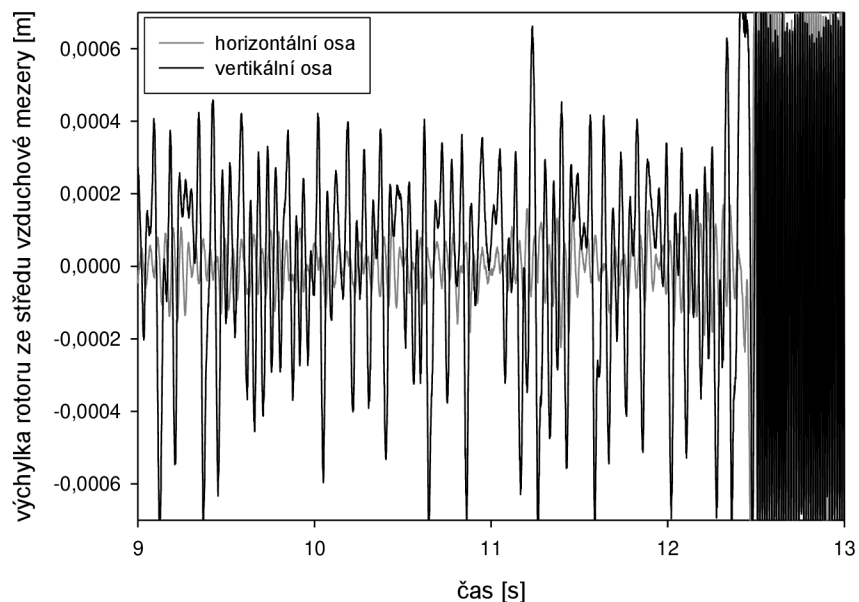
Obrázek 34: Průběh učení

Když se srovná kvalita řízení s hodnotou parametru  $K_3$  rovnou 0.178 a 0.06 ukazuje se, že snížením parametru  $K_3$  na 0.06 se dosáhne kvalitnějšího řízení. Přesto je toto řízení méně kvalitní (viz. obrázek 35), než řízení dosažené regulátorem navrženým Ziegler-Nicholsovou metodou. Ukazuje se tedy, že negativní vliv pozorovatele je podstatně nižší než se předpokládalo a průměrování několika posledních měření nedokáže snížit vliv náhodných chyb měření více než pozorovatel.



Obrázek 35: Chování stabilizovaného aktivního ložiska – posledních pět hodnot

Tento závěr podporuje také pozorované chování rotoru v případě, že se rotor otáčí. Výpočet akčního zásahu na základě posledních pěti měření nepřináší žádné zlepšení, ale spíše naopak. Navržené řízení dokáže rotor krátkodobě stabilizovat se srovnatelnou kvalitou jako řízení navržené metodou Ziegler-Nicholsovou, ale poté dojde k destabilizaci řízení díky vlivu šumu na výstupu senzorů (viz. obrázek 36).



Obrázek 36: Vliv otáčení rotoru na řízení ( $300 \text{ min}^{-1}$ )



### 7.4.3 Stavové řízení – LQ design

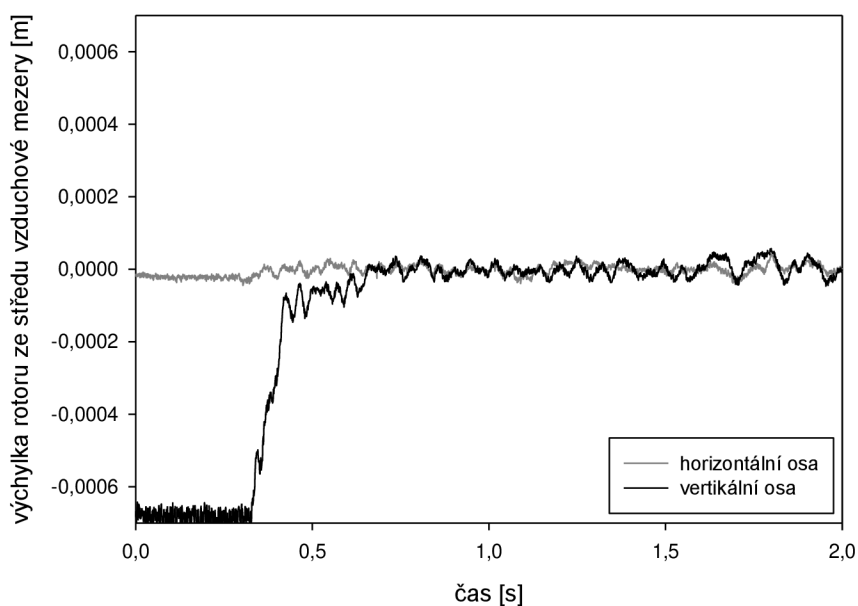
Lze předpokládat, že stavové řízení navržené na základě explicitních znalostí o řízeném systému bude kvalitnější než proporcionální regulátor navržený Ziegler-Nicholsovou metodou. V tomto případě je dříve navržený pozorovatel použit pro svůj původní účel – pozorování stavů systému.

#### Návrh koeficientů stavového regulátoru

Při návrhu LQ regulátoru je možné volit buď koeficienty kriteriální funkce (4.5) minimalizující hodnoty jednotlivých stavů, nebo koeficienty kriteriální funkce (4.6) minimalizující výstup řízeného systému. Model systému byl získán identifikací a není znám význam jednotlivých stavů. Proto je vhodnější použít druhou možnost. Protože se snažíme co nejvíce minimalizovat výchylky rotoru a příliš nám nezáleží na velikost akčního zásahu, měly by být koeficienty matice  $Q_y$  udávající význam velikosti výstupu systému v kriteriální funkci větší než koeficienty matice  $R$  udávající význam velikosti akčních zásahů.

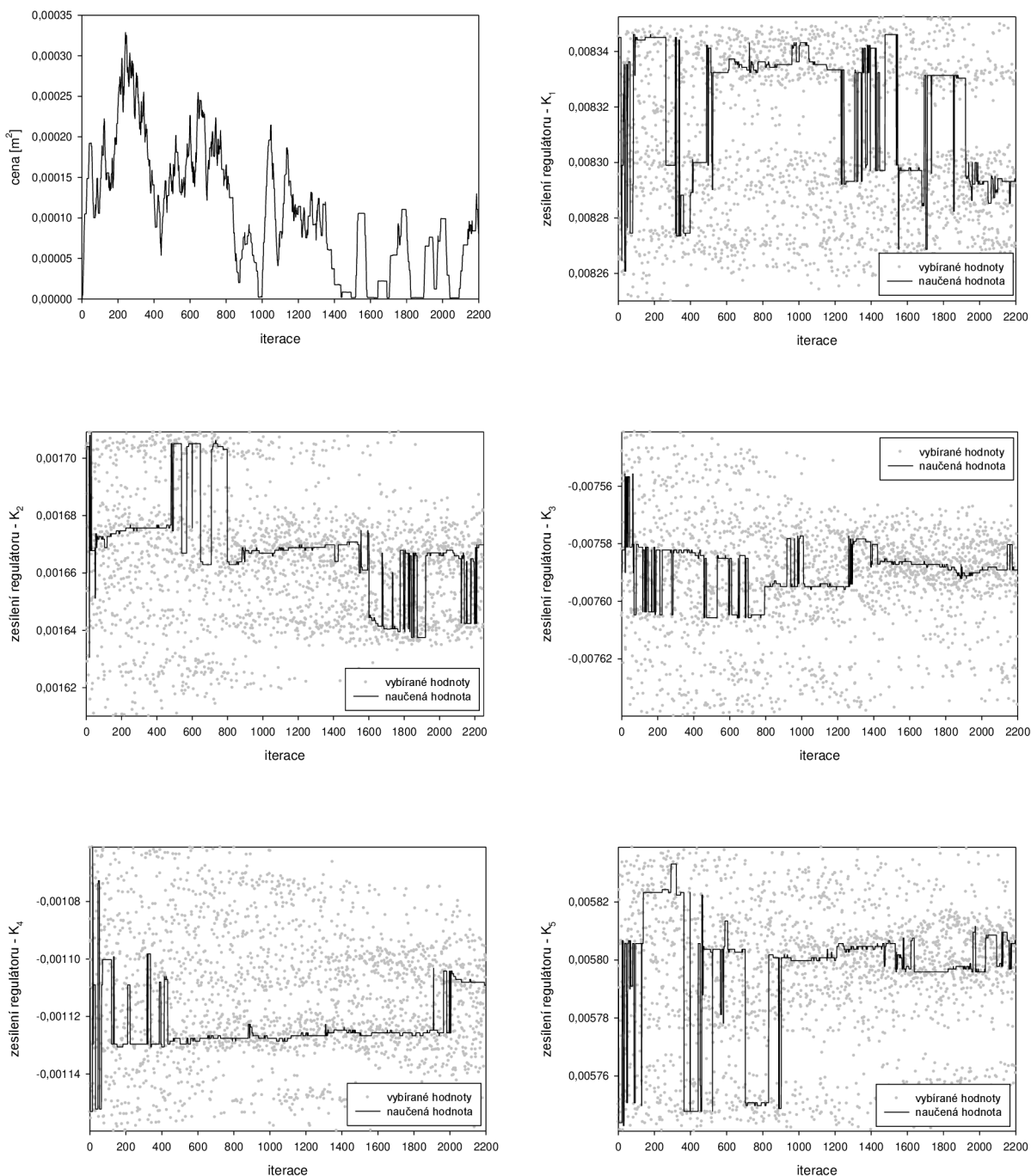
Bohužel díky omezené velikosti nastavitelných napětí přiváděných na elektromagnety a díky vlivu šumu na výstupu senzorů nelze nastavit velikosti koeficientů libovolně. Ukázalo se, že pokud je relativní velikost  $Q_y$  vůči  $R$  větší než 0.1, pak navržený regulátor způsobuje destabilizaci polohy rotoru. Z toho důvodu byly zvoleny koeficienty kriteriální funkce  $Q_y = [1]$  a  $R = [10]$ . Vypočtené zesílení regulátoru odpovídající těmto koeficientům kriteriální funkce jsou  $[0.008307, 0.001666, -0.007596, -0.001115, 0.005794]$ . Navržený stavový regulátor má tedy tvar

$$[u[k]] = -[0.008307 \quad 0.001666 \quad -0.007596 \quad -0.001115 \quad 0.005794] \cdot \begin{bmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \\ x_3[k] \\ x_4[k] \\ x_5[k] \end{bmatrix} \quad (7.11)$$



Obrázek 37: Chování stabilizovaného aktivního magnetického ložiska – LQ regulátor

Srovnáním koeficientů navrženého regulátoru (7.11) a koeficientů matice udávající přepočet stavů na výstup (7.8) se ukazuje, že koeficienty regulátoru jsou o jeden řád menší. To znamená, že velikost akčního zásahu LQ regulátoru není příliš velká. Přesto dochází ke zlepšení kvality řízení oproti stavu bez zapojeného LQ regulátoru (viz. obrázek 37). Dosažené zlepšení je ale výrazně menší než v případě obyčejného proporcionálního regulátoru.



Obrázek 38: Průběh učení

Aplikace metody CARLA použité pro vylepšení vypočtených koeficientů regulátoru (viz. obrázek 38) ukázala, že vypočtené koeficienty již příliš vylepšit nelze. Rozdíl mezi naučenými hodnotami a hodnotami vypočtenými je zanedbatelný. Hlavním důvodem pro nemožnost dosáhnout lepších výsledků je malá robustnost LQ designu. LQ regulátor není schopný se vypořádat s oscilacemi okolo požadované polohy, které jsou způsobeny vlivem šumu na výstupu senzorů, na linearizující regulátor.

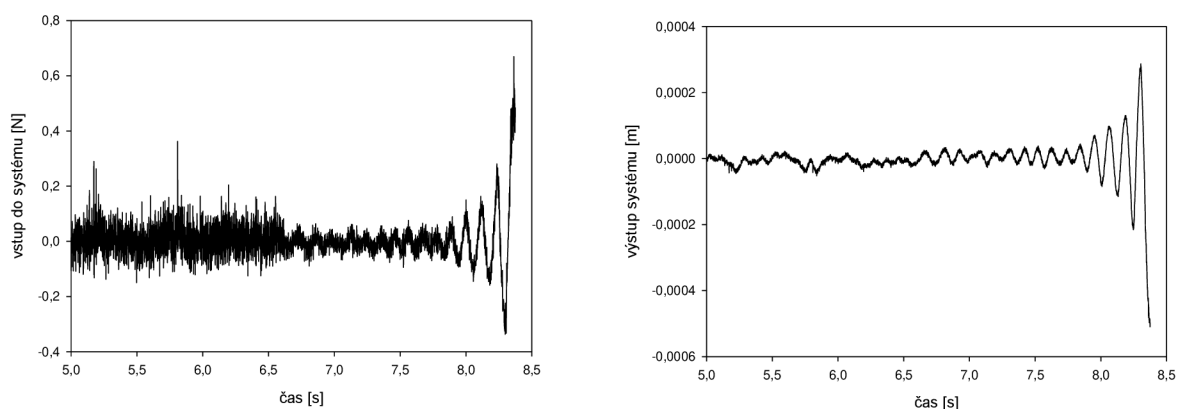
## 8 Návrh řízení linearizovaného aktivního magnetického ložiska

Použitím stabilizujícího regulátoru lze stabilizovat odezvu aktivního magnetického ložiska a usnadnit tak návrh řízení. Bohužel se ukázalo, že při jeho použití se příliš projevuje vliv poruch na stabilizující regulátor. Řízení stabilizovaného aktivního magnetického ložiska tedy musí být vysoce robustní, aby se s poruchami dokázalo vypořádat. To prakticky vylučuje použití metod návrhu stavového řízení, které už z principu robustní nejsou. To ale neznamená, že je není možné použít. Návrh řízení pro aktivní magnetické ložisko bez stabilizujícího regulátoru je sice obtížnější, protože jeho odezva je nestabilní a chybně vypočtený akční zásah způsobí výraznou výchylku. Za to se ale odstraní negativní vliv poruch na stabilizující regulátor a sníží se požadavek na robustnost navrženého řízení.

### 8.1 Ověření modelu

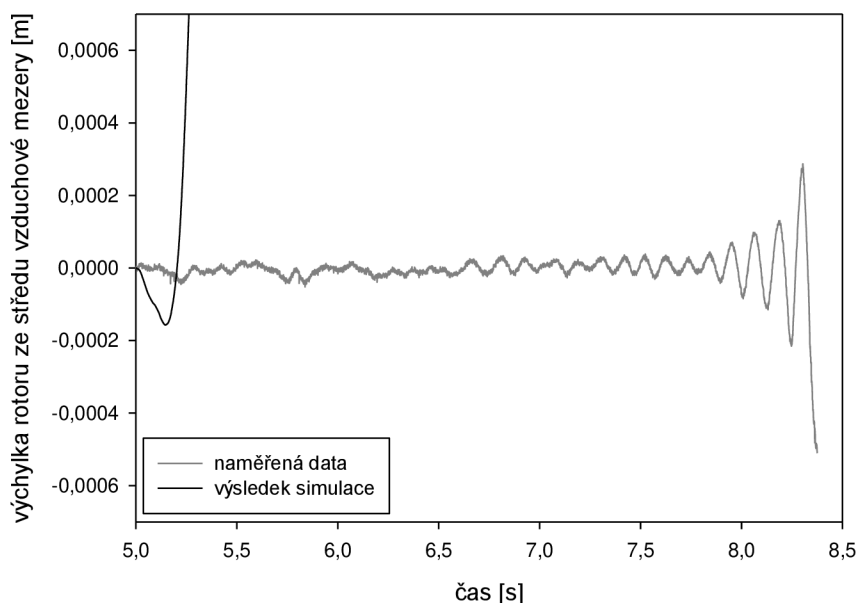
Před vlastním návrhem řízení je třeba ověřit, zda analyticky získaný model odpovídá pozorovanému chování aktivního magnetického ložiska s dostatečnou přesností. Problémem ovšem je získání vhodných dat, která popisují závislost výstupu na vstupu. V případě stabilního systému by se použila odezva na skok. V tomto případě to není možné, protože přivedením skoku na vstup dochází k destabilizaci polohy rotoru a ten velice rychle naráží do okraje vzduchové mezery. Snížením velikosti skoku hodnoty přiváděné na vstup lze tuto dobu prodloužit, ale při prakticky použitelných velikostech vstupu nelze získat dostatečné množství dat.

Potřebná data byla nakonec získána stabilizací rotoru ve středu vzduchové mezery ve vertikální ose pomocí stabilizujícího regulátoru a vyřazením integrační složky stabilizujícího regulátoru v horizontální ose. Následným snížením derivační složky regulátoru v horizontální ose dojde k oscilaci polohy rotoru okolo středu vzduchové mezery s postupně se zvyšující amplitudou. Tyto oscilace trvají dostatečně dlouho, aby bylo možné získat potřebná data. Poté samozřejmě dochází k nárazu rotoru do okraje vzduchové mezery. Změnou velikosti derivační složky lze získat dodatečné měření pro ověření na nezávislých datech.



Obrázek 39: Data pro ověření

Srovnání naměřených dat a výsledku simulace na základě stavového modelu (7.4) linearizovaného aktivního magnetického ložiska je uvedeno na obrázku 40. Na první pohled je zřejmé, že odezva simulace na vstup je zcela rozdílná od naměřeného chování.



Obrázek 40: Srovnání měření a simulace

## 8.2 Zpřesnění modelu

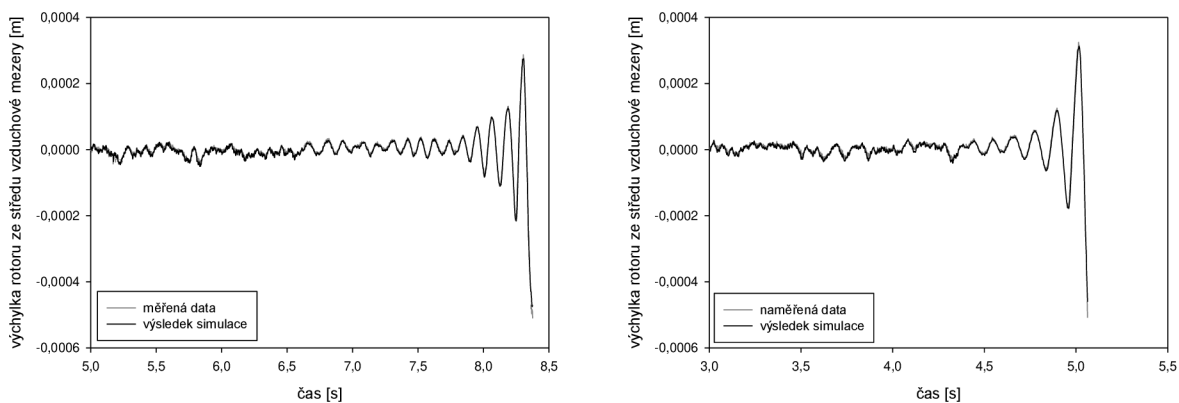
Rozdíl mezi měřenými daty a simulací na základě modelu je z většiny možné kompenzovat vhodným pozorovatelem, ale mnohem lepší by bylo získání přesnějšího modelu.

### 8.2.1 Identifikace modelu

První možností jak získat model odpovídající naměřeným datům je zapomenout na existenci matematického modelu a pokusit se získat model identifikací. Pomocí software NI Labview byl získán model popisující naměřená data ve formě diskrétního přenosu

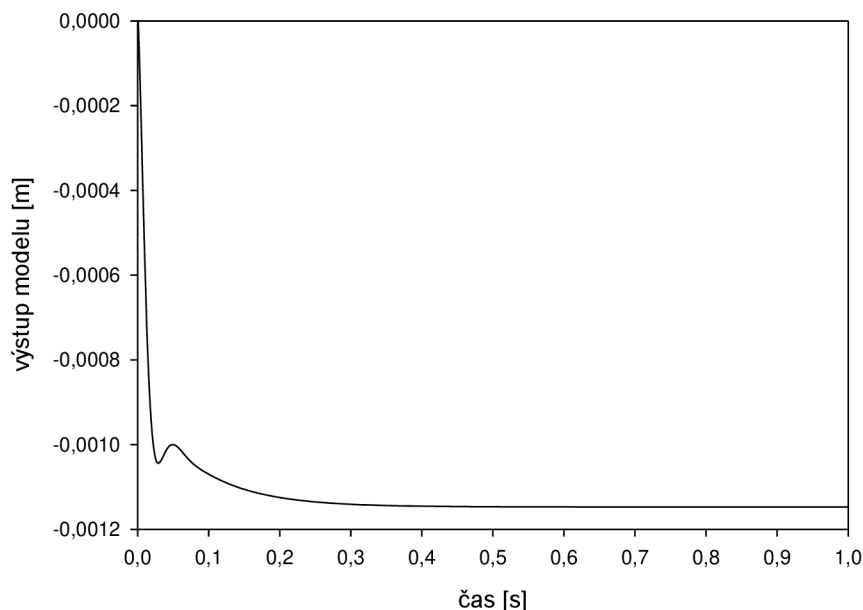
$$G(z) = \frac{-3.63509 \cdot 10^{-5} + 8.75443 \cdot 10^{-5} \cdot z - 5.14218 \cdot 10^{-5} z^2}{-0.840788 + 2.66385 \cdot z - 2.82287 \cdot z^2 + z^3}. \quad (8.1)$$

Ověření modelu na nezávisle měřených datech ukazuje, že model velice dobře popisuje naměřená data (viz. obrázek 41). Data získaná měřením a simulací se prakticky kryjí.



Obrázek 41: Ověření modelu aktivního magnetického ložiska

Bohužel další zkoumání modelu ukazuje, že model sice popisuje naměřená data, ale nepopisuje korektně chování aktivního magnetického ložiska při jiném typu budicího signálu. Už pouhý pohled na póly identifikovaného modelu ukazuje podezřelé hodnoty. Póly systému popisovaného modelem jsou  $[0.988, 0.918+0.096 \cdot i, 0.918-0.096 \cdot i]$ , což jsou póly stabilního systému. Přitom aktivní magnetické ložisko je systém nestabilní. Navíc odezva modelu na jednotkový skok ukazuje, že model je nepoužitelný, protože odezva na kladný budící signál je záporná (viz. obrázek 42). Toto chování je v přímém rozporu s pozorovaným chováním aktivního magnetického ložiska.



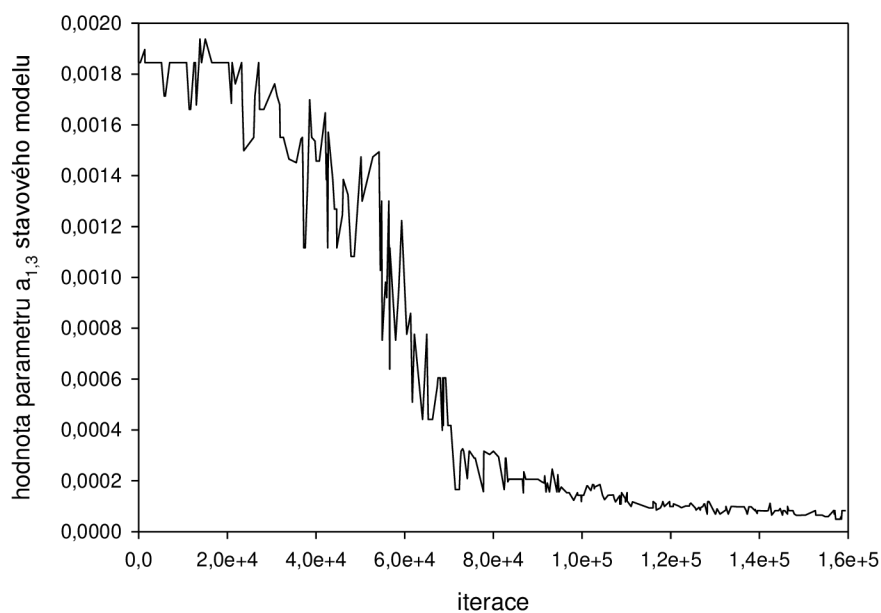
Obrázek 42: Odezva modelu na jednotkový skok

### 8.2.2 Zpřesnění analyticky získaného modelu

Struktura modelu a hodnoty jeho parametrů, které by měly odpovídat skutečnému chování aktivního magnetického ložiska, jsou známy. Proto můžeme pro zpřesnění modelu použít přístup založený na úpravě známých hodnot parametrů modelu tak, aby model lépe popisoval pozorované chování.

Pro nalezení lepších parametrů modelu byl použit genetický algoritmus. Bohužel učení pomocí genetického algoritmu nedalo očekávané výsledky. Naučená hodnota parametru  $a_{1,3}$  stavového modelu je  $8.2881e-5$  (viz. obrázek 43). Při tom původní hodnota je 0.0157. Tento výsledek učení prakticky znamená vynulování přenosu vstupu modelu na jeho výstup. Stejněho výsledku se dosáhne i pro data naměřená při získávání dat pro určení modelu stabilizovaného aktivního magnetického ložiska.

Tento výsledek znamená, že nelze nalézt lepší model než je ten odvozený analyticky při zachování struktury tohoto modelu. Příčinou je zanedbání vlivu poruchových sil, nelinearit v chování linearizovaného magnetického ložiska a vlivu úchytu rotoru k motoru způsobujícímu rotaci na data popisující závislost výstupu na vstupu linearizovaného aktivního magnetického ložiska.

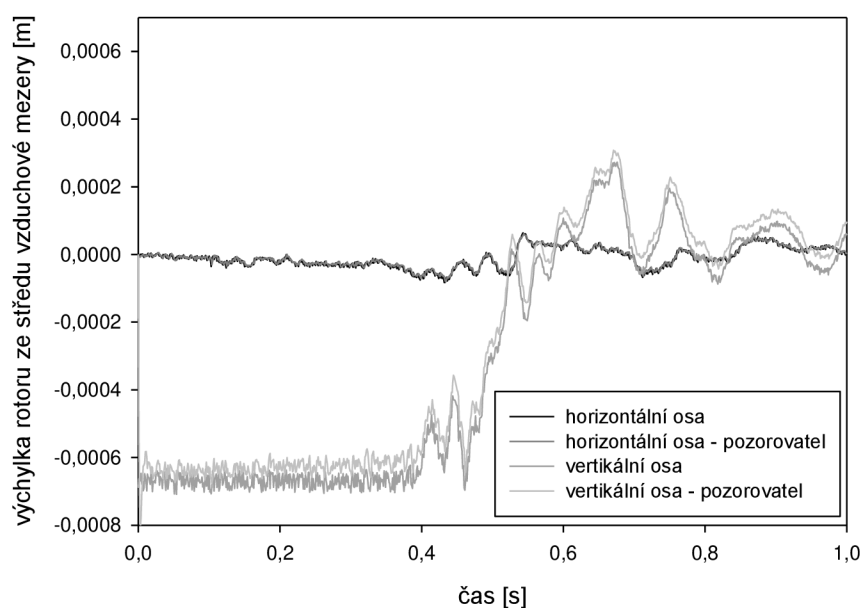


Obrázek 43: Učení parametru stavového modelu

### 8.3 Návrh pozorovatele

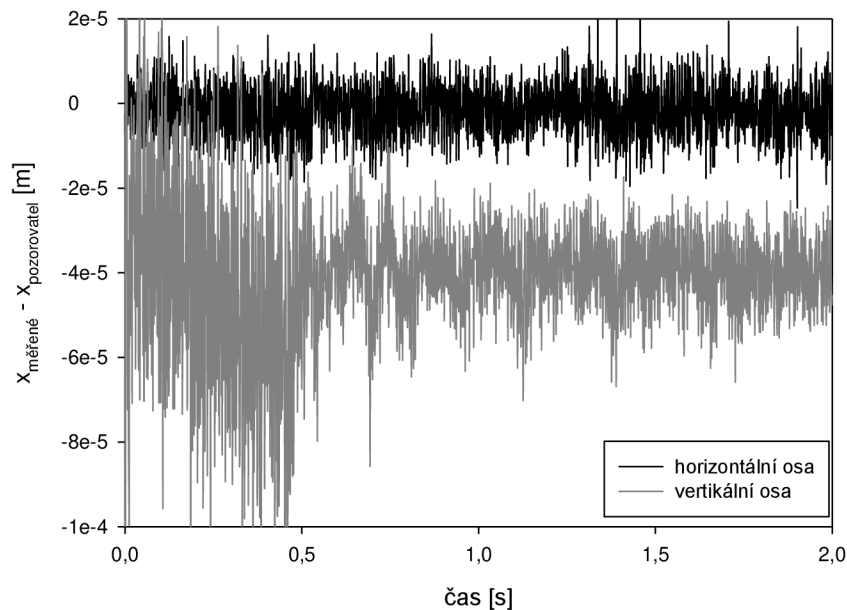
Zpřesnění modelu aktivního magnetického ložiska se nezdařilo ani jednou z použitých metod. Nezbyvá tedy nic jiného než navrhnout dostatečně kvalitního pozorovatele, který bude kompenzovat nepřesnost modelu na základě měření.

Volbou pólů pozorovatele [0.75, 0.7, 0.65] se pro model daný stavovými rovnicemi (7.4) získají zesílení pozorovatele [2.08099, 445.732, 824.831]. Tento pozorovatel je schopný velice dobře sledovat polohu rotoru aktivního magnetického ložiska (viz. obrázek 44).



Obrázek 44: Srovnání výstupu pozorovatele a naměřené hodnoty

V horizontální ose se výstup pozorovatele prakticky kryje s měřenou polohou rotoru, ale ve vertikální ose existuje konstantní odchylka výstupu pozorovatele od měřené polohy rotoru (viz. obrázek 45). Tato téměř konstantní odchylka je způsobena gravitační silou působící na rotor, která je konstantní poruchou působící na rotor. Pokud se použije takovýto výstup pozorovatele jako vstup pro regulátor, bude mít výsledné řízení trvalou regulační odchylku. Tato trvalá regulační odchylka nebude kompenzována ani integrační složkou regulátoru, protože regulátor bude dostávat zkreslené informace.



Obrázek 45: Rozdíl měřené polohy a výstupu pozorovatele

Podobnou odchylku na výstupu mají i pozorované hodnoty ostatních stavů. Pokud ale bude kompenzována konstantní složka chyby pozorované polohy, potom chybu v pozorování ostatních stavů bude kompenzovat integrační složka navrženého řízení. Nejjednodušším možným způsobem jak kompenzovat trvalou chybu je přičítat k výstupu pozorovatel integrál rozdílu měření a kompenzovaného výstupu pozorovatele. Protože se navrhuje diskrétní řízení je nutné integrál nahradit sumou. Rovnice popisující kompenzaci je tedy

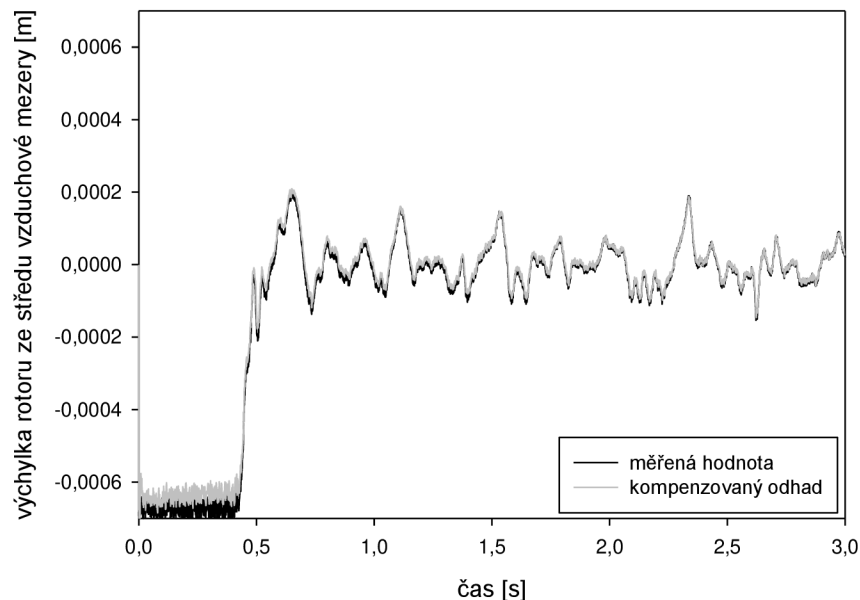
$$\hat{x}_{cor}[k+1] = \hat{x}[k] + \sum_{i=0}^{999} \frac{x[k-i] - \hat{x}_{cor}[k-i]}{1000} \quad (8.2)$$

kde  $\hat{x}_{cor}$  je kompenzovaný odhad polohy rotoru,  $\hat{x}$  je odhad polohy rotoru a  $x$  je měřená poloha rotoru. Stavové řízení pracuje se stavy systému, proto je nutné kompenzovaný odhad výchylky rotoru ze středu vzduchové mezery přepočítat na výchylku úhlovou

$$\hat{\gamma}_{cor}[k] = \frac{\hat{x}_{cor}[k]}{0.37} \quad (8.3)$$



Pro návrh řízení je poté na výstupu pozorovatele nahrazen stav udávající úhlovou výchylku rotoru ze středu vzduchové mezery  $\hat{\gamma}$  jeho korigovanou hodnotou  $\hat{\gamma}_{cor}$ . Po zapojení kompenzace do pozorovatele je konstantní rozdíl výstupu pozorovatele a měřené hodnoty prakticky nulový.



Obrázek 46: Srovnání výstupu kompenzovaného pozorovatele a naměřené hodnoty

Srovnáním výstupu pozorovatele před zapojením kompenzace (viz. obrázek 44) a po zapojení kompenzace (viz. obrázek 46) je vidět, že kompenzace trvalé chyby je úplná. Protože je kompenzace tvořena integrátorem, trvá asi dvě sekundy, než se úplně projeví její vliv. Toto zpoždění je ale z hlediska návrhu řízení zanedbatelné.

## 8.4 Návrh řízení

### 8.4.1 LQ design

Přestože dostupný model nepopisuje aktivní magnetické ložisko s příliš velkou přesností, je možné jej použít pro návrh řízení pomocí LQ designu. Lze předpokládat, že takto navržený regulátor nebude optimální, ale s dostatečně kvalitním pozorovatelem a správnou volbou koeficientů kritériální funkce bude schopen stabilizovat rotor ve středu vzduchové mezery s dostatečnou kvalitou.

Protože požadujeme, aby mělo navržené řízení i integrační složku pro kompenzaci trvalé regulační odchylky, je nutné do modelu před návrhem řízení zakomponovat i integrál polohy rotoru. Diskrétní model aktivního magnetického ložiska s přidaným integračním stavem použitý pro návrh řízení je dán rovnicemi (8.4).

Je zřejmé, že integrační stav se nijak neprojevuje na výstupu řízeného systému. Je do modelu zaveden pouze z formálních důvodů, aby navržený regulátor obsahoval i integrační složku. Takovéto formální přidání integračního stavu si můžeme dovolit, protože se pro návrh regulátoru použije kritériální funkce minimalizující jednotlivé stavy řízeného systému a ne jen obecně výstup systému. Pokud by se pro návrh řízení použila kritériální funkce

minimalizující pouze výstupy systému, musel by se integrál polohy přidat také mezi výstupy systému. V tomto případě je ale použita minimalizace jednotlivých stavů, protože je jejich význam znám a díky tomu je možné volbou koeficientů kriteriální funkce lépe vyjádřit požadavky na řízení než při pouhé minimalizaci výstupu.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \gamma[k+1] \\ \gamma'[k+1] \\ F_m[k+1] \\ \int x[k+1] \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 10^{-3} & 8.0547 \cdot 10^{-6} & 0 \\ 0 & 1 & 0.0157 & 0 \\ 0 & 0 & 0.87 & 0 \\ 0.00037 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \gamma[k] \\ \gamma'[k] \\ F_m[k] \\ \int x[k] \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 3.87307 \cdot 10^{-7} \\ 0.00112 \\ 0.13003 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [F_p[k]] \end{aligned} \quad (8.4)$$

$$[x[k]] = [0.37 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} \gamma[k] \\ \gamma'[k] \\ F_m[k] \\ \int x[k] \end{bmatrix} + [0] \cdot [F_p[k]]$$

Při návrhu koeficientů kriteriální funkce je nutné brát do úvahy následující požadavky.

- trvalá regulační odchylka způsobená konstantní poruchovou silou (např. gravitací) by měla být co nejrychleji kompenzována
- okamžitá výchylka rotoru ze středu vzduchové mezery způsobená proměnami poruchové síly (např. nevyvážek rotujícího rotoru) musí být co nejmenší
- po dosažení středu vzduchové mezery by se měl rotor co nejméně pohybovat
- na velikosti síly působící na rotor příliš nezáleží
- na velikosti akčního zásahu regulátoru záleží výrazně méně než na minimalizaci výchylky rotoru ze středu vzduchové mezery, ale musí se brát do úvahy následující skutečnosti:
  - velikost elektromagnetické síly působící na rotor je omezená maximální velikostí proudu protékajícího elektromagnety a polohou rotoru
  - velký akční zásah regulátoru znamená velký proud protékající elektromagnety a tudíž i velký příkon do řídicího systému

Tyto požadavky a omezující podmínky říkají, že by se měly volit velké koeficienty u stavů udávajících polohu rotoru a integrál polohy. O něco menší koeficient by měl být u stavu vyjadřujícího rychlost pohybu rotoru a nejmenší koeficienty by měly být u stavu udávajícího velikost elektromagnetické síly působící na rotor. Koeficient u vstupu do systému by měl být přibližně stejný jako koeficient u stavu udávajícího velikost elektromagnetické síly, protože vstup do systému udává požadovanou velikost elektromagnetické síly.

Také se ukazuje, že nelze nastavit koeficienty kriteriální funkce zcela libovolně díky nepřesnosti použitého modelu a vlivu šumu na výstupu senzorů. Pokud se tyto vlivy

zanedbají, nebude navržený regulátor schopný řídit reálné aktivní magnetické ložisko, přestože simulace s použitím modelu budou dávat velmi dobré výsledky.

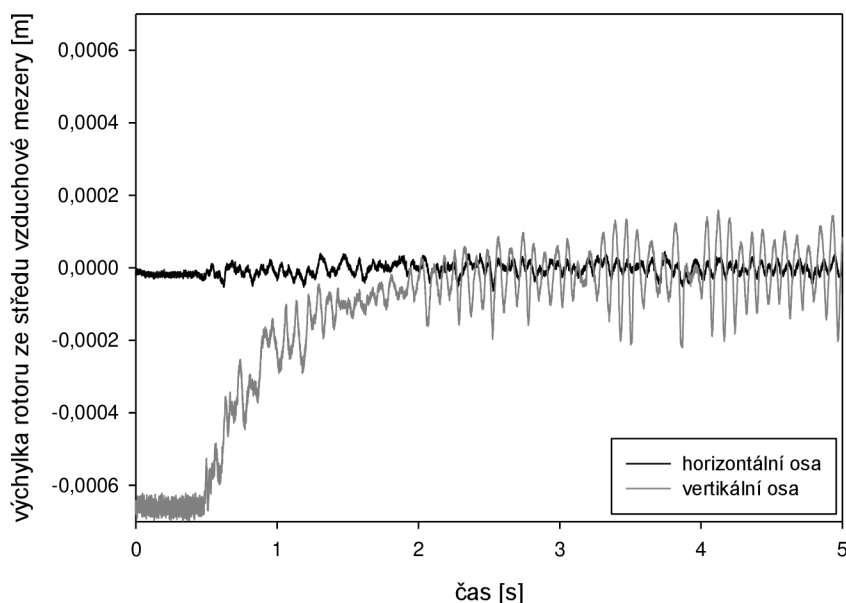
S uvážením výše uvedených omezení a po přizpůsobení zvolených hodnot na základě experimentů tak, aby se navrženým regulátorem dosáhlo co nejlepšího řízení, byly zvoleny následující koeficienty kriteriální funkce.

$$Q = \begin{bmatrix} 3 \cdot 10^4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \cdot 10^5 \end{bmatrix}, R = [10^{-3}] \quad (8.5)$$

Takto zvoleným koeficientům kriteriální funkce (8.5) a modelu systému (8.4) odpovídá stavový regulátor (8.6). Pro výpočet akčního zásahu je použita kompenzovaná hodnota odhadu úhlové výchylky rotoru ze středu vzduchové mezery  $\gamma_{cor}$  a kompenzovaná hodnota odhadu výchylky rotoru ze středu vzduchové mezery  $\int x_{cor}$  (viz. kapitola 8.3).

$$F_p[k] = [4476.53 \quad 51.3269 \quad 2.74459 \quad 13286.9] \cdot \begin{bmatrix} \gamma_{cor}[k] \\ \gamma'[k] \\ F_m[k] \\ \int x_{cor}[k] \end{bmatrix} \quad (8.6)$$

Kvalita navrženého řízení je velice nízká (viz. obrázek 47) a to zejména ve vertikální ose. Velké oscilace ve vertikální ose jsou způsobené vlivem gravitační síly působící na rotor.

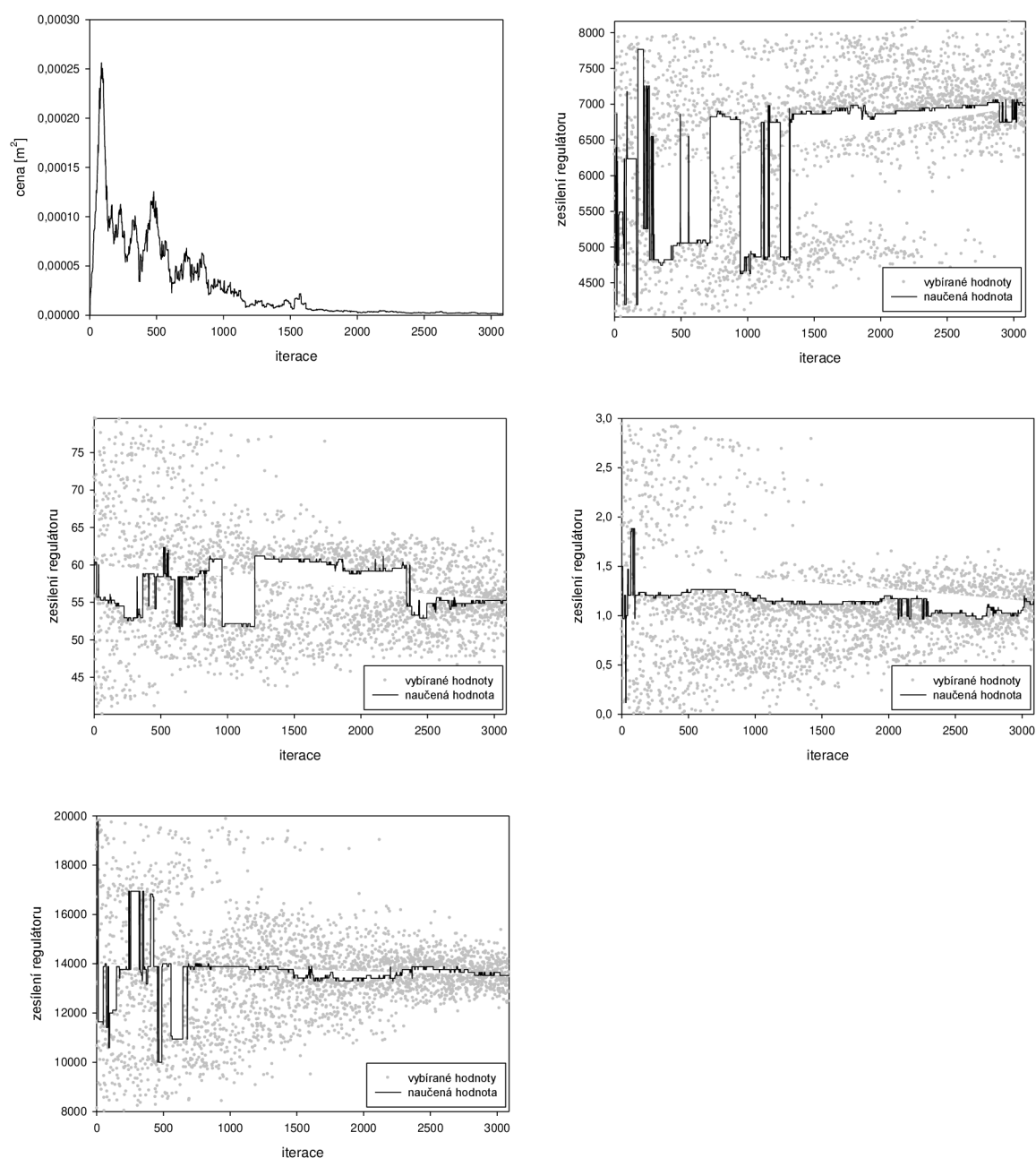


Obrázek 47: Chování aktivního magnetického ložiska řízeného LQ regulátorem

Vhodnou volbou koeficientů kriteriální funkce je s vysokou pravděpodobností možné navržené řízení vylepšit. Ale vzhledem k nepřesnosti modelu použitého pro návrh řízení

(viz. kapitola 8.1) je jediný způsob jak najít lepší hodnoty koeficientů kriteriální funkce použitím metody pokusu a omylu. Manuálně vylepšovat hodnoty koeficientů tímto způsobem je namáhavé, zdlouhavé a neexistuje záruka úspěchu. Proto je vhodné hledání lepších hodnot koeficientů kriteriální funkce automatizovat.

Aby se odstranil vliv nepřesnosti modelu, nehledají se hodnoty koeficientů kriteriální funkce, ale hledají se přímo hodnoty zesílení stavového regulátoru. To ve výsledku znamená, že LQ design je použit pouze pro nalezení přibližných hodnot zesílení regulátoru a pro nalezení optimálních hodnot je použita jiná metoda. Pro nalezení optimálních hodnot zesílení regulátoru pro řízení reálného aktivního magnetického ložiska, lze opět s výhodou použít metodu CARLA.



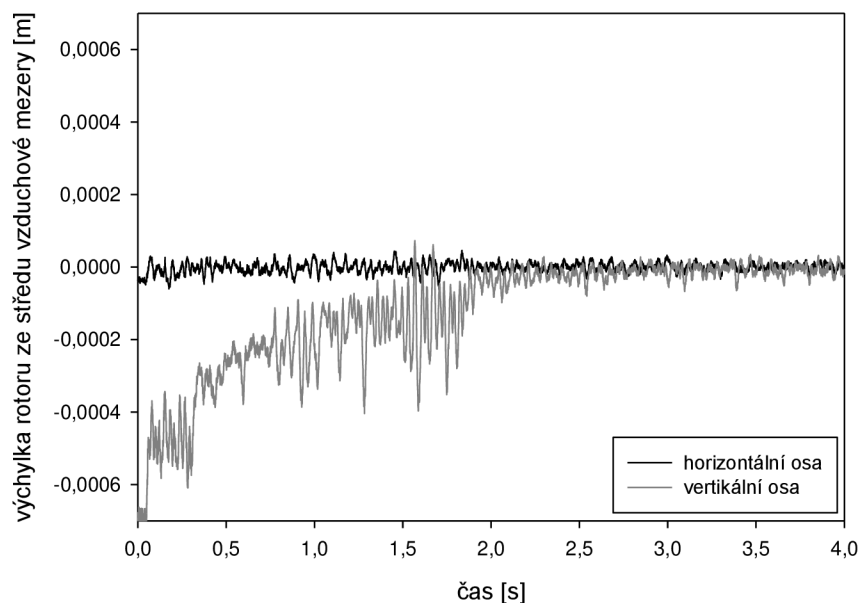
Obrázek 48: Průběh učení parametrů regulátoru

Z hodnot vybíraných během učení je zřejmé, že naučené hodnoty jsou výrazně lepší než ostatní potenciální minima kriteriální funkce v intervalu použitém pro učení. Naučený regulátor je dán rovnicí (8.7).

$$F_p[k] = [6984 \quad 55.25 \quad 1.1424 \quad 13527] \cdot \begin{bmatrix} \gamma_{cor}[k] \\ \gamma'[k] \\ F_m[k] \\ \int x_{cor}[k] \end{bmatrix} \quad (8.7)$$

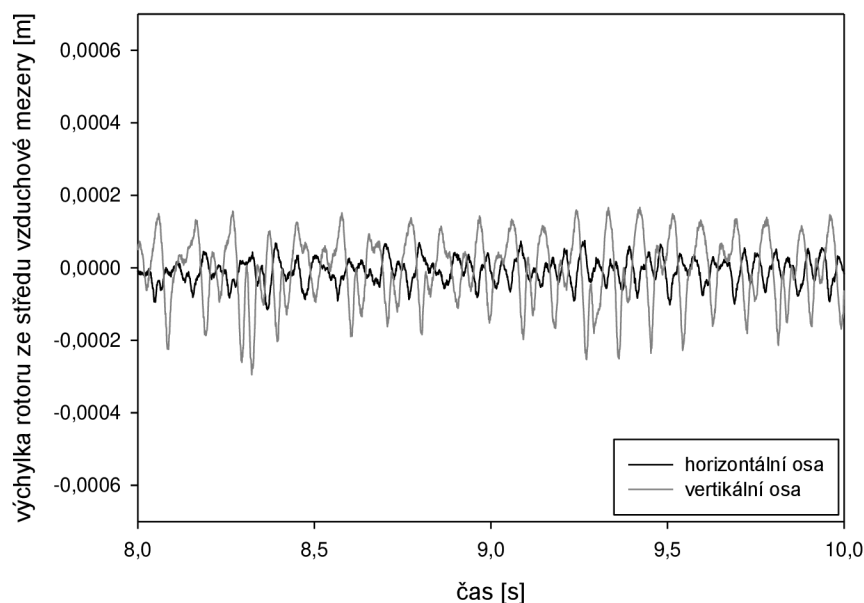
Srovnáním s regulátorem navrženým pomocí LQ designu (8.6) je zřejmé, že výrazný rozdíl je pouze ve dvou ze čtyř zesílení regulátoru. Prvním je zesílení odpovídající proporcionální složce regulátoru, pro které je naučená hodnota asi o 50% větší než hodnota navržená LQ designem. To má za následek, že regulátor lépe reaguje na okamžité výchylky rotoru.

Druhým lišícím se zesílením je zesílení odpovídající síle působící na rotor. Naučená hodnota zesílení je přibližně poloviční než hodnota navržená LQ designem. Hodnota zesílení navržená LQ designem je vzhledem k nepřesnosti modelu příliš velká a regulátor proto přehnaně reagoval na velikost síly působící na rotor pozorované pozorovatelem.

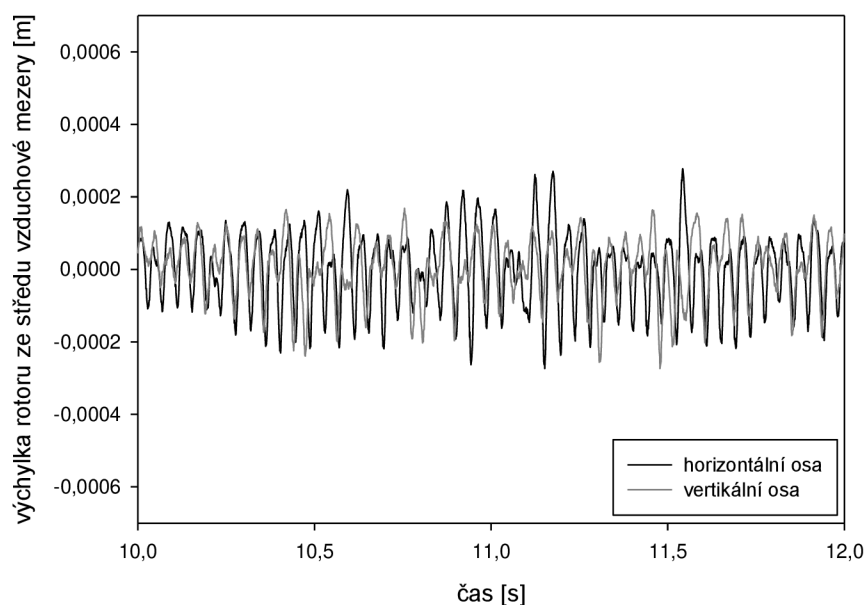


Obrázek 49: Chování aktivního magnetického ložiska – naučený regulátor

Když srovnáme chování rotoru při řízení naučeným regulátorem (viz. obrázek 49) s ostatními dříve navrženými regulátory je zřejmé, že rotoru trvá stabilizace rotoru ve středu vzduchové mezery výrazně déle a v této fázi rotor výrazně osciluje. Po stabilizaci ve středu vzduchové mezery ale rotor osciluje zcela minimálně a řízení se, při srovnání s dříve navrženými regulátory, vyznačuje vysokou tuhostí (viz. obrázek 50).

Obrázek 50: Vliv otáčení rotoru na řízení ( $300 \text{ min}^{-1}$ )

Relativně dlouhá doba potřebná pro stabilizaci rotoru ve středu vzduchové mezery a oscilace během této fáze řízení jsou způsobeny tím, že se regulátor snaží minimalizovat sílu působící na rotor a tento požadavek je protichůdný k požadavku na rychlou stabilizaci rotoru ve středu vzduchové mezery. Tento problém je z hlediska kvality řízení možné zanedbat, protože se projevuje pouze před stabilizací rotoru ve středu vzduchové mezery a je plně vyvážen vysokou kvalitou řízení po stabilizaci.

Obrázek 51: Vliv otáčení rotoru na řízení ( $1500 \text{ min}^{-1}$ )

Velkou kvalitu navrženého řízení potvrzuje i chování při rotujícím rotoru. Jako první z navržených řídicích systémů je tento schopen s dostatečnou kvalitou stabilizovat rotor otáčející se rychlostí 300 otáček za minutu. Navržené řízení je dokonce schopno udržet ve středu vzduchové mezery rotor otáčející se rychlostí 1500 otáček za minutu. Toho není žádné z ostatních navržených řízení schopno. Při vyšších rychlostech otáčení rotoru není řízení dlouhodobě schopné udržet rotor ve středu vzduchové mezery.

#### 8.4.2 Robustní řízení – H-infinity loop shaping

Všechny dosud navržené regulátory vycházely z předpokladu, že známe přesný model řízeného systému (LQ design), nebo naopak, že model systému neznáme vůbec (přístup pomocí stabilizace odezvy před návrhem řízení). Robustní řízení je založeno také na znalosti modelu systému, ale předpokládá se, že parametry modelu nejsou známy s dostatečnou přesností. Robustní řízení navrhne regulátor, který dokáže stabilizovat systém popsany modelem – nominální systém a systémy jejichž hodnoty parametrů leží v blízkosti nominálního systému. Z toho důvodu by se pomocí robustního regulátoru mělo dosáhnout kvalitnějšího řízení než pomocí LQ designu.

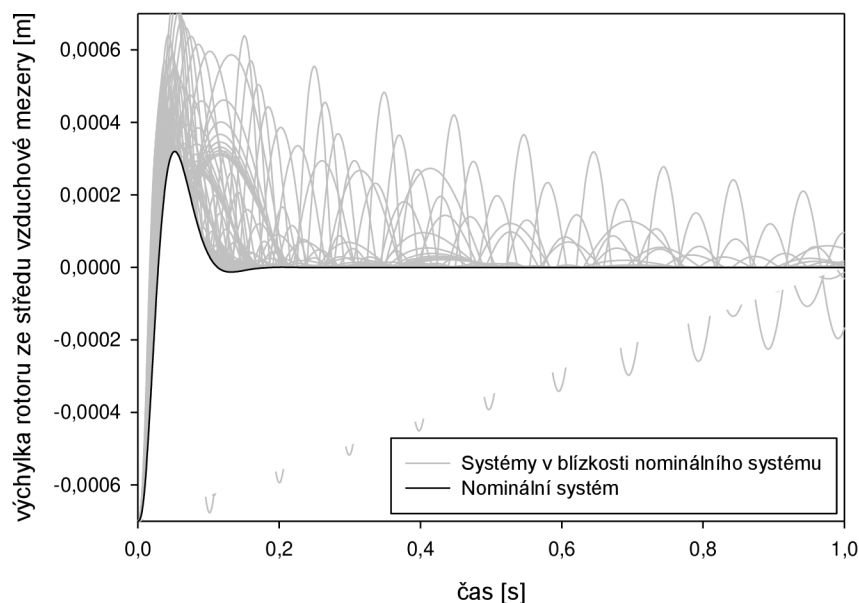
Pro návrh řízení pomocí metody H-infinity loop shaping je nutné nejdříve zvolit kompenzátory  $W_1$  a  $W_2$  (viz. kapitola 4.2.2). Zvolené hodnoty kompenzátorů jsou ve formě přenosu prvního řádu. Kompenzátor  $W_1$  je zvolen jako integrátor, aby bylo dosaženo minimalizace trvalé regulační odchylky a kompenzátor  $W_2$  jako jednotkový přenos.

$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{100 + 100 \cdot s}{0.15 \cdot s} \\ W_2 &= 1 \end{aligned} \quad (8.8)$$

Pro návrh regulátoru je použit software Matlab. Navržený regulátor je dán spojitým stavovým modelem čtvrtého řádu. Pro diskretní řízení je samozřejmě potřeba diskretní regulátor, proto je navržený regulátor pomocí software Matlab převeden na ekvivalentní diskretní model. Navržený regulátor je určen pro kladnou zpětnou vazbu, proto je navíc nutné změnit znaménka u matic  $C$  a  $D$  stavového modelu na opačná, aby se získal regulátor pro běžnější zápornou zpětnou vazbu. Výsledný regulátor je dán diskretním stavovým modelem čtvrtého řádu

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_1[k+1] \\ x_2[k+1] \\ x_3[k+1] \\ x_4[k+1] \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & -0.6307 & 0.2764 & -1.215 \cdot 10^{-3} \\ 0 & 0.8321 & 0.1025 & -4.332 \cdot 10^{-4} \\ 0 & -0.08965 & 0.8863 & 1.189 \cdot 10^{-3} \\ 0 & 3.786 \cdot 10^{-4} & 1.188 \cdot 10^{-3} & 0.999 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \\ x_3[k] \\ x_4[k] \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -0.09287 \\ -0.02256 \\ -8.644 \cdot 10^{-3} \\ 3.798 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \cdot [u[k]] \\ [y[k]] &= [-20.83 \quad 14010 \quad -6909 \quad 32.79] \cdot \begin{bmatrix} x_1[k] \\ x_2[k] \\ x_3[k] \\ x_4[k] \end{bmatrix} + [2065] \cdot [u[k]] \end{aligned} \quad (8.9)$$

Míra stability regulátoru  $e_{max}$  udává jak je navržený regulátor robustní. Regulátory s hodnotou míry stability v intervalu  $\langle 0.3; 1 \rangle$  mají velmi dobrou robustnost (viz. [5]). Navržený regulátor má míru stability 0.3073, což značí velmi dobrou robustnost. To potvrzují i simulační experimenty, které říkají, že navržený regulátor dokáže stabilizovat systém s parametry lišícími se o 70% od nominálního systému. Ovšem při extrémních odchylkách parametrů není řízení příliš kvalitní, viz. obrázek 52.



Obrázek 52: Simulační ověření robustnosti navrženého řízení

Bohužel ověření na reálném ložisku ukazuje, že navržené řízení není schopné stabilizovat rotor ani v horizontální ose, kde nepůsobí gravitační síla. Další zkoumání ukázalo, že přestože řízení nastaví v elektromagnetech v horizontální ose nulový proud, je v těchto elektromagnetech indukován proud díky změnám proudu v elektromagnetech vertikální osy. To znamená, že i při nulovém nastaveném proudu, oba protilehlé elektromagnety působí na rotor nenulovou silou, což je ve výsledku nenulová porucha.

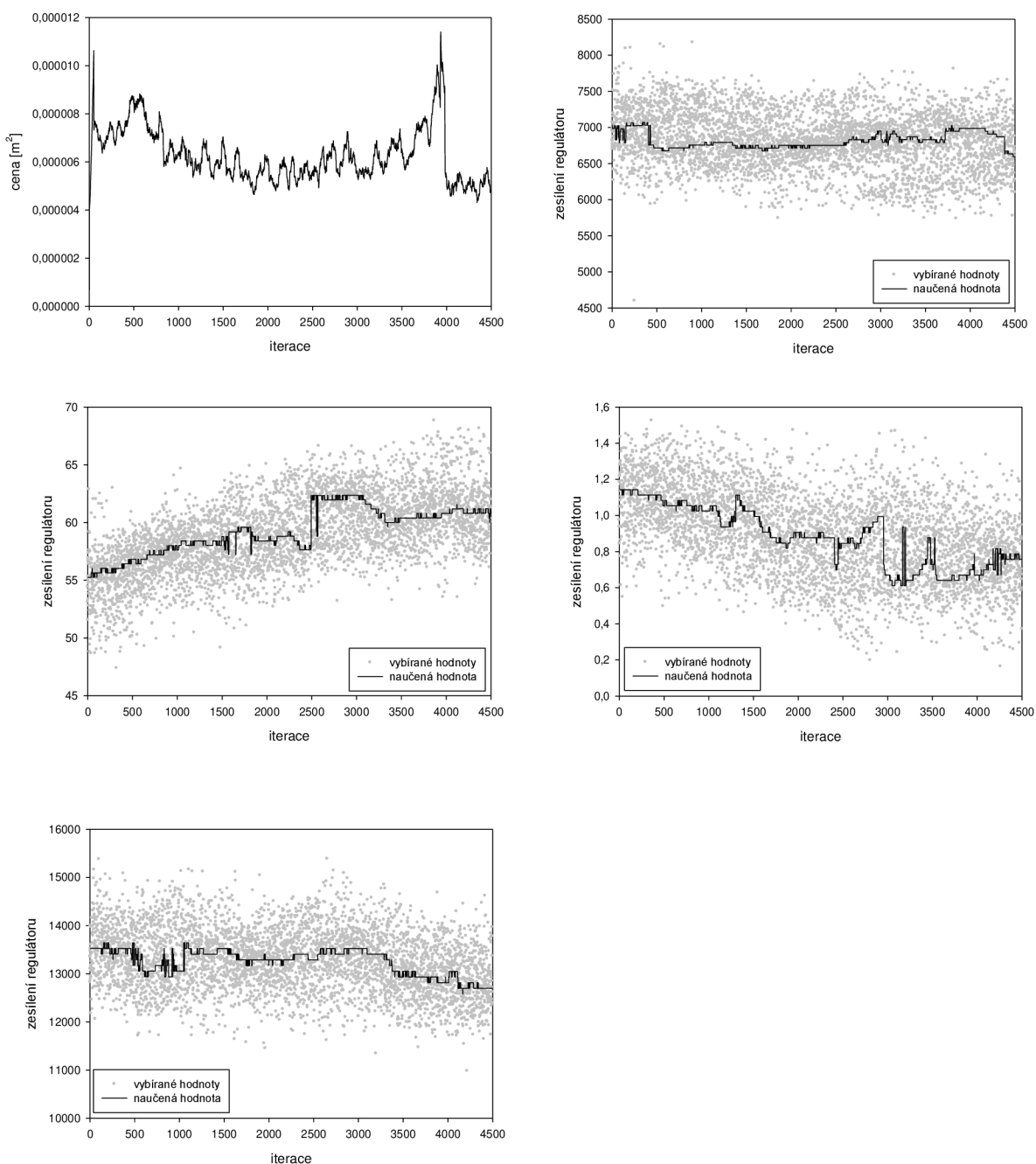
Robustní regulátor je navržen tak, aby při výpočtu akčního zásahu filtroval poruchy o vyšších frekvencích, a není tedy schopný dostatečně rychle reagovat. Změnou zvolených kompenzátorů  $W_1, W_2$  lze dosáhnout výrazně rychlejší reakce regulátoru za cenu nízké robustnosti. Ale ani po této změně není navržený regulátor schopný stabilizovat rotor v rámci omezení daných velikostí vzduchové mezery a velikosti nastavitelného akčního zásahu.



## 9 Optimalizace navrženého řízení pro rotující rotor

Veškeré dosud prováděné učení parametrů regulátoru bylo prováděno pro případ neotáčejícího se rotoru. Protože se v praxi rotor téměř vždy otáčí, měly by parametry regulátoru být optimalizovány pro tento případ.

Jako jediný prakticky použitelný z navržených regulátorů se ukázal stavový regulátor řídící přímo aktivní magnetické ložisko (viz. kapitola 8.4.1). Lze předpokládat, že dalším zpřesněním naučených hodnot pro otáčející se rotor se dosáhne lepších výsledků. Další zpřesnění bylo provedeno jako pokračování předchozího učení. To znamená, že bylo použito naučené rozložení pravděpodobnosti z předchozího učení.

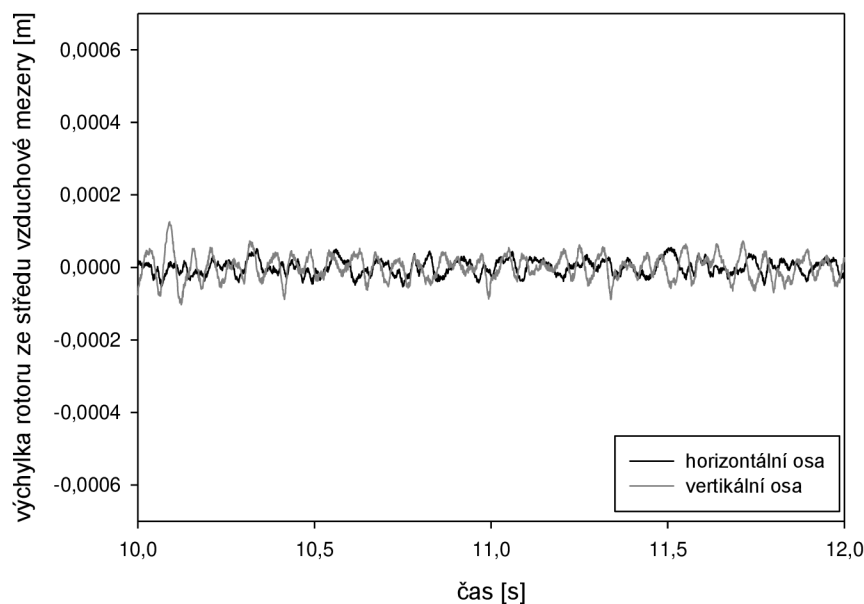


Obrázek 53: Průběh učení parametrů regulátoru

Učení bylo provedeno pro rotor otáčející se rychlostí 300 otáček za minutu. Průběh učení ukazuje, že pro vylepšení řízení je nutné zvýšit velikost derivační složky regulátoru a snížit velikosti ostatních zesílení. Změny v hodnotách naučených parametrů jsou nejvýraznější v případě derivační složky regulátoru a v případě zesílení, které odpovídá složce regulátoru reagující na velikost síly působící na rotor. To bylo sníženo na 0.7577, což odstraní problém s přehnanou reakcí na působící sílu, kterým trpěl původní regulátor. Naučený regulátor je dán rovnicí (9.1).

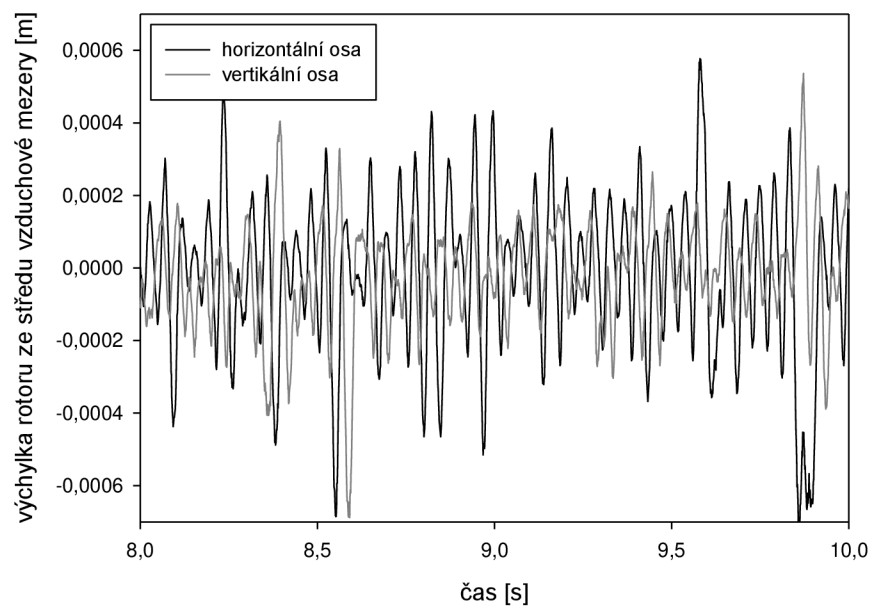
$$F_p[k] = [6595.6 \quad 60.8 \quad 0.7577 \quad 12696] \cdot \begin{bmatrix} \gamma_{cor}[k] \\ \gamma'[k] \\ F_m[k] \\ \int x_{cor}[k] \end{bmatrix} \quad (9.1)$$

Předpoklad, že učením pro otáčející se rotor se vylepší kvalita řízení, byl potvrzen. Zpřesněním parametrů regulátoru bylo dosaženo výrazně kvalitnějšího řízení pro rotor otáčející se rychlostí 300 otáček za minutu. Maximální velikost výchylek rotoru způsobených nevyvážkem byla snížena z  $2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$  (viz. obrázek 50) na  $1 \cdot 10^{-4} \text{ m}$  (viz. obrázek 54).



Obrázek 54: Vliv otáčení rotoru na řízení ( $300 \text{ min}^{-1}$ )

Optimalizací parametrů regulátoru pro rotor otáčející se rychlostí 300 otáček za minutu, došlo ke snížení robustnosti a zhoršení kvality řízení v případě, že se rotor otáčí vyššími rychlostmi. Když se srovná chování rotoru otáčejícího se rychlostí 1500 otáček za minutu řízeného původním regulátorem (viz. obrázek 51) a regulátoru s nově naučenými parametry (viz. obrázek 55) je zřejmé, že nový regulátor dosahuje výrazně horších výsledků.

Obrázek 55: Vliv otáčení rotoru na řízení ( $1500 \text{ min}^{-1}$ )

## 10 Závěr

Jak bylo ukázáno, lze i pro návrh řízení nelineárního a nestabilního systému jako je aktivní magnetické ložisko použít klasické metody návrhu řízení pro lineární systémy. Nejdříve je ale nutné získat lineární model, který dostatečně přesně popisuje jeho chování. V této práci byl použit přístup pomocí zavedení kompenzace, která linearizuje odezvu na řídicí zásah.

Jako kompenzace linearizující chování aktivního magnetického ložiska byla využita inverzní funkce k funkci popisující chování elektromagnetické části aktivního magnetického ložiska, která má jako jediná nelineární chování. Takováto kompenzace zcela linearizuje statickou charakteristiku, ale v případě reálného použití, kdy se stavy mění dynamicky je linearizace pouze přibližná. Rozdíl od požadovaného lineárního chování je ovšem dostatečně malý, aby bylo možné jej zanedbat. Velkou výhodou takto navržené kompenzace je, že linearizuje chování v celém pracovním rozsahu.

Pro návrh vlastního řízení byly použity dva základní přístupy. První z nich předpokládá, že známý model aktivního magnetického ložiska je příliš nepřesný pro to, aby byl použitelný pro návrh kvalitního řízení. Proto se nejdříve metodou pokusu a omylu navrhne regulátor, který stabilizuje rotor ve středu vzduchové mezery a poté se odvodí model popisující stabilizované aktivní magnetické ložisko. Nakonec se navrhne řízení pro systém určený tímto modelem, které má za úkol zvýšit kvalitu stabilizace rotoru. Jak se ukázalo, tento přístup umožňuje dosáhnout kvalitního řízení, pokud na rotor nepůsobí proměnlivé poruchové síly, ale není dostatečně tuhé. To znamená, že není schopné dostatečně kompenzovat poruchové síly působené nevyvážkem otáčejícího se rotoru nebo jinými vlivy prostředí.

Druhý přístup vychází z matematického modelu chování aktivního magnetického ložiska po linearizaci a používá standardní metody návrhu řízení. Jak ukázaly pokusy o zpřesnění matematického modelu na základě měření, nepopisuje model chování linearizovaného aktivního magnetického ložiska zcela přesně, ale přesto je dostatečný pro návrh řízení pomocí klasických metod návrhu řízení pro lineární systémy. Takto navržené řízení není díky nepřesnosti modelu příliš kvalitní, ale přizpůsobením skutečnému chování aktivního magnetického ložiska lze kvalitu řízení výrazně zvýšit.

Pro vylepšení navrženého řízení bylo v obou případech použito metod umělé inteligence. Přestože bylo uvažováno několik různých metod, byla nakonec použita metoda CARLA, která se z uvažovaných metod nejvíce hodí pro vylepšování parametrů na základě měření v reálném čase. Ukázalo se, že s použitím metody CARLA je možné výrazně vylepšit nalezené parametry řízení a dosáhnout tak vysoce kvalitního řízení.

Nejlepších výsledků bylo dosaženo použitím metod stavového návrhu řízení pro linearizované aktivní magnetické ložisko v kombinaci se zpřesněním nalezených zesílení regulátoru pomocí metody CARLA. Takto navržené řízení dokáže po naučení prakticky úplně kompenzovat rázy způsobené nevyvážkem otáčejícího se rotoru. Jak se ukázalo, cenou za tak kvalitní řízení ovšem může být přílišná specializace na jeden typ zatížení a výrazné zhoršení kvality řízení pokud se charakteristika zatěžujících sil změní.

Pokud je známo, že charakteristika zatěžujících sil se nebude příliš měnit, pak je možné takovéto řízení použít. Pokud ovšem hrozí nebezpečí, že se bude charakteristika zatěžujících sil v průběhu času měnit, je nutné použít méně kvalitní, ale robustnější parametry použitého regulátoru. Další alternativou je nechat metodu CARLA jako trvalou součást řídicího systému,

takže bude průběžně parametry regulátoru přizpůsobovat změnám. V takovém případě ale nesmí být změna charakteru zatěžujících síl příliš rychlá, aby byla metoda CARLA schopná se změně přizpůsobit. V případě rychlé změny je nutné se smířit s krátkodobě horší kvalitou řízení po dobu, než se metoda CARLA stihne přizpůsobit změnám. Další výhodou stálého připojení metody CARLA do řídicího systému je, že metoda CARLA je schopna přizpůsobit řízení výměně některé z částí řízeného systému, například rotoru, za součást s jinými parametry a díky tomu i jiným chováním.

## 11 Literatura

- [1] "Artificial neural network," [http://en.wikipedia.org/wiki/Artificial\\_neural\\_network](http://en.wikipedia.org/wiki/Artificial_neural_network), cit. 19.7. 2007
- [2] "Backpropagation," <http://en.wikipedia.org/wiki/Backpropagation>, cit. 19. 7. 2007
- [3] Brogan, W., L., "Modern Control Theory, 3rd Ed." Prentice Hall, 1991
- [4] Goldberg, D., E., "Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning." Addison-Wesley, 1989
- [5] Gu, D., Petkov, P., H., Konstantinov, M., M., "Robust Control Design with Matlab," Springer, 2005
- [6] Haykin, S., "Neural Networks, 2nd Edition", Prentice Hall, 1999
- [7] Howell, M., N., Best, M., C., "On-line PID tuning for engine idle-speed control using continuous action reinforcement learning automata," Control Engineering Practice 8, pp. 147 - 154, 2000
- [8] Howell, M., N., Frost, G., P., Gordon, T., J., Wu, Q., H., "Continuous action reinforcement learning applied to vehicle suspension control," Mechatronics, 7(3), pp. 263 – 276, 1997
- [9] Howell, M., N., Gordon, T., J., "Continuous action reinforcement learning automata and their application to adaptive digital filter design," Engineering Applications of Artificial Intelligence, 14(5), pp. 549 – 561, 2001
- [10] "IWRM 08I9501/S35 - Inductive linear sensors," [http://sensor.baumerelectric.com/productnavigator/scripts/product.php?pid=IWRM\\_08I9501\\_S35](http://sensor.baumerelectric.com/productnavigator/scripts/product.php?pid=IWRM_08I9501_S35), cit. 25. 11. 2010
- [11] Juang, J., Applied System Identification, Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J., 1994
- [12] "Maxon motor ag," <http://www.maxonmotor.com>, cit. 25. 11. 2010
- [13] "M Series User Manual – July 2008," <http://www.ni.com/pdf/manuals/371022k.pdf>, cit. 25. 11. 2010
- [14] "NI LabVIEW," <http://www.ni.com/labview/>, cit. 25. 11. 2010
- [15] Polajžer, B., "Design and Analysis of an Active Magnetic Bearing Experimental System," PhD thesis, University of Maribor, 2003
- [16] "Řada RE - Motory DC - maxon motor ag - UZIMEX: Špičkové technologie do automatizace a robotizace," <http://www.uzimex.cz/Vyrobce/maxon-motor-ag/Motory-DC/Rada-RE.html>, cit. 25. 11. 2010
- [17] Sazonov, E., S., Del Gobbo, D., Klinkhachorn, P., Klein, R., L., "Failure-Free Genetic Algorithm Optimization of a System Controller Using SAFE/LEARNING Controllers in Tandem," Proceedings of 34th Southeastern Symposium on System Theory (SSST), pp.287-292, Huntsville, AL, March 2002
- [18] Schweitzer, G., "Active magnetic bearings - chances and limitations," Proceedings of the 6th International IFToMM Conference on Rotor Dynamics, pp.1-14, Sydney, Australia, 2002
- [19] Stradiot, J., Michalíček, M., Mudrik, J., Slavkovský, J., Záhorec, O., Žiaran S., "Dynamika Strojov," Alfa, Bratislava, 1991
- [20] Sutton, R., S., Barto, A., G., "Reinforcement Learning: An Introduction," MIT Press (Bradford Book), Cambridge, Mass., 1998

[21] Ziegler, J., B., Nichols, N., B., "Optimum settings for automatic controllers," ASME Transactions, v64, pp. 759-768, 1942

[22] "Ziegler-Nichols Tuning Rules for PID," <http://www.mstarlabs.com/control/znrule.html>, cit. 25. 11. 2010

## 12 Seznam publikací autora

- [23] Březina, T., Turek, M., "Asynchronous electromotor controller tuned through CARLA method" *Elektronika*, Vol.2004, No.8-9, pp.27-30, 2004
- [24] Březina, T., Turek, „Use of continuous action reinforcement learning automata for asynchronous electromotor control," *Engineering Mechanics* 2004, pp.53-54, Institute of Thermomechanics, Academy of Sciences of the Czech Republic, 2004
- [25] Březina, T., Turek, M., Pulchart, J., "Nonlinear controller of active magnetic bearing," *Simulation modeling of mechatronic systems I*, pp. 129-136, 2005
- [26] Březina, T., Turek, M., Pulchart, J., "Self-learning controller of active magnetic bearing based on CARLA method," *Pomíary Automatyka Kontrola*, Vol.2007, No.1, pp.6-9, 2007
- [27] Březina, T., Turek, M., Pulchart, J., "Self-learning Controller of Active Magnetic Bearing Based on CARLA method," *Proceedings of 5th Polish-German Mechatronic Workshop "Trends in Mechatronics"*, Serock, pp.17-22, 2005
- [28] Březina, T., Turek, M., Pulchart, J., "The active magnetic bearing control with automatic parallel compensation," *Engineering Mechanics*, Vol.2005, No.12-3, pp.149-155, Engineering Academy of the Czech Republic, 2005
- [29] Pulchart, J., Březina, T., Turek, M., "Nonlinear predictive controller with local approximator for active magnetic bearing," *Engineering Mechanics*, Vol.2005, No.13-3, pp.11-17, Engineering Academy of the Czech Republic, 2005
- [30] Pulchart, J., Turek, M., "Hardware implementation of active magnetic bearing control," *Inženýrská mechanika* 2006, pp. 310-311, CDROM, 2006
- [31] Turek, M., Březina, T., "Control design of active magnetic bearing by genetic algorithms," *Engineering Mechanics 2007 – Book of Extended Abstracts*, pp. 295-296, 2007
- [32] Turek, M., Březina, T., "State Controller of Active Magnetic Bearing," *Recent Advances in Mechatronics*, pp.92-96, Springer, 2007
- [33] Turek, M., "CARLA method with infinite action space," *Mendel* 2006, pp.175-179, 2006
- [34] Turek, M., Březina, T., "Control of Active Magnetic Bearing," *Simulation modeling of mechatronic systems II*, pp.61-74, Brno University of Technology, 2006
- [35] Turek, M., Březina, T., Pulchart, J., "Some notes on control of asynchronous electromotor by improved CARLA method," *Engineering mechanics*, pp.315-316, 2005



### **13 Seznam příloh**

CD-ROM obsahující řídicí software pro aktivní magnetické ložisko