

Česká zemědělská univerzita v Praze

Technická fakulta

Katedra vozidel a pozemní dopravy



Bakalářská práce

**Porovnání a doporučení vhodných pneumatik pro
vůz formule student**

František Pekárek

© 2023 ČZU v Praze

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

František Pekárek

Zemědělské inženýrství
Inženýrství údržby

Název práce

Porovnání a doporučení vhodných pneumatik pro vůz formule student

Název anglicky

Comparison and recommendation of suitable tires for a student formula car

Cíle práce

Cílem bakalářské práce je charakterizovat a stanovit důležité parametry pneumatik určených pro sportovní účely.

Metodika

Popis důležitých parametrů závodních pneumatik, definování specifických vlastností a provozních ukazatelů pneumatik pro vůz formule student. Literární rešerše bude zahrnovat popis vlastností závodních pneumatik dostupných na trhu. Následně budou vybrány vhodné pneumatiky dle stanovených parametrů. Pro zpracování je možné použít program Optimum Tire od firmy OptimumG.

Práce bude zpracována dle osnovy:

- 1 Úvod
- 2 Cíl práce
- 3 Přehled řešené problematiky
- 4 Závěr
- 5 Seznam použitých zdrojů
- 6 Přílohy

Doporučený rozsah práce

40 stran

Klíčová slova

pneumatiky, sportovní automobily

Doporučené zdroje informací

CROLLA, D A. *Automotive engineering : powertrain, chassis system and vehicle body*. Oxford: Elsevier, 2009. ISBN 978-1-85617-577-7.

MILLIKEN, William F. a Douglas L. MILLIKEN. *Race car vehicle dynamics*. Warrendale: SAE International, c1995. ISBN 1-56091-526-9.

SEWARD, Derek. *Race Car Design*. United Kingdom: Macmillan International Higher Education, 2014. ISBN 9781137030153.

Předběžný termín obhajoby

2022/2023 LS – TF

Vedoucí práce

Ing. Patrik Prikner, Ph.D.

Garantující pracoviště

Katedra vozidel a pozemní dopravy

Elektronicky schváleno dne 21. 1. 2022

doc. Ing. Martin Kotek, Ph.D.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 25. 3. 2022

doc. Ing. Jiří Mašek, Ph.D.

Děkan

V Praze dne 23. 03. 2023

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci "Porovnávání a doporučení vhodných pneumatik pro vůz formule student" jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu použitých zdrojů na konci práce. Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že jsem v souvislosti s jejím vytvořením neporušil autorská práva třetích osob.

V Praze dne 31.3.2023

Poděkování

Rád bych touto cestou poděkoval mému vedoucímu Ing. Patriku Priknerovi, Ph.D., za to, že to se mnou nevzdal a kamarádům, kteří mi vždy rádi pomohli.

Porovnání a doporučení vhodných pneumatik pro vůz formule student

Abstrakt

Tato práce se zabývá porovnáním a doporučením vhodných pneumatik pro vůz formule student. Cílem práce je seznámit čtenáře se všemi vlivy, které působí na pneumatiku během jízdy a poskytnout ucelený přehled o pneumatikách vhodných pro tento typ vozidla. V první části práce je úvod do problematiky pneumatik, poté jsou popsány základní vlastnosti pneumatik, jako jsou druhy, konstrukce a složení pneumatik. V druhé části jsou popsány základní faktory, které ovlivňují charakteristiku pneumatik. Dále jsou tyto faktory rozebrány do detailu mechanickými výpočty, které slouží pro hlubší pochopení chování pneumatiky na vozovce, při různých činnostech vozu. V třetí části práce jsou ukázány grafy a plochy (MAP) manévrovatelnosti, které se využívají k porovnání vlastností a chování pneumatik při různých podmínkách. Ve čtvrté části práce se seznámíme s programem OptimumTire, který slouží k porovnávání pneumatik a který byl použit pro výběr vhodných pneumatik pro vůz formule student. V závěru práce jsou shrnuty výsledky porovnání a doporučení vhodných pneumatik pro vůz formule student. Tato práce může sloužit jako užitečný nástroj pro studenty, kteří se zabývají vývojem a výrobou formulových vozů.

Klíčová slova: pneumatika; formule; řízení; vlastnosti; porovnání

Comparison and recommendation of suitable tires for a student formula car

Abstract

This work deals with the comparison and recommendation of a suitable tire for a formula student car. The aim of the work is to acquaint the reader with all the influences that affect the tire during driving and a comprehensive overview of tires suitable for this type of vehicle. In the first part of the thesis, there is an introduction to the issue of tires, then the basic characteristics of tires are described, such as the types, construction and composition of tires. In the second part, the basic factors that influence the characteristics of tires are described. Further, the factors are analyzed in detail, these special calculations are used for a deeper understanding of the tires on the road, during various activities of the car. In the third part of the thesis, there are examples of maneuverability graphs and surfaces (MAPs), which are used to compare the properties and behavior of tires under different conditions. In the fourth part of the thesis, we will introduce the OptimumTire program, which is used to compare tires and which was used to select suitable tires for the student formula car. At the end of the work, the results of the comparison and the recommendation of a suitable tire for the formula student car are summarized. This thesis can serve as a useful tool for students involved in the development and production of formula cars.

Keywords: tires; formula; steering; properties; comparison

Obsah

1 Úvod	9
2 Cíl práce.....	10
3 Přehled řešené problematiky	11
3.1 Úvod do problematiky pneumatik	11
3.2 Konstrukce sportovních pneumatik	12
3.2.1 Složení pneumatiky	14
3.3 Dynamika pneumatik	14
3.3.1 Faktory ovlivňující dynamickou charakteristiku pneumatik	15
3.3.1.1 Valivá rychlost kola a úhlová rychlost.....	15
3.3.1.2 Efektivní valivý odpor.....	15
3.3.1.3 Prokluz kola s pneumatikou	15
3.3.1.4 Boční prokluz – snos pneumatiky	16
3.3.1.5 Spin.....	17
3.3.1.6 Podélná a boční smyková tuhost	17
3.3.1.7 Magic formula	18
3.4 Mechanika pneumatik pro závodní vozy	18
3.4.1 Předpoklady pro ovládání závodních vozů.....	18
3.4.2 Aerodynamika	19
3.4.3 Síly od pneumatik.....	19
3.4.4 Prokluz pneumatik.....	20
3.4.5 Zrychlení a brzdění	22
3.4.6 Úhel zavěšení kol.....	24
3.4.7 Úhly řízení	26
3.4.8 Vertikální zatížení na každé kolo	27
3.4.9 Boční (stranové) přenosy zatížení	28
3.4.10 Náklon vozidla.....	29
3.5 Manévrovatelnost vozidel.....	30
3.5.1 Manévrovatelnost formulových vozidel	30
3.5.2 Vyhodnocení manévrovatelnosti	30
3.5.3 Mapa dosažitelného výkonu (MAP).....	32
3.5.4 ρ - δ MAP (zakřivení-úhel natočení kola)	33
3.5.5 β - ρ MAP (úhel prokluzu vozidla – zakřivení)	35
3.5.6 Účinek akcelerace a decelace	36
3.6 Software pro vyhodnocení parametrů pneumatik OptimumTire.....	38
3.6.1 O firmě a její zaměření	38
3.6.2 OptimumG - nabídka výstupů	38
3.6.2.1 OptimumLap	38

3.6.2.2	OptimumTire.....	40
3.6.2.3	OptimumKinematics	41
3.6.2.4	OptimumDynamics	42
3.7	Výběr vhodných pneumatik pro vůz formule student	42
4	Závěr	45
5	Seznam použitých zdrojů	47

Seznam použitých zkratek a symbolů

a_1	[cm]	vzdálenost bodu G od přední nápravy
a_2	[cm]	vzdálenost bodu G od zadní nápravy
a_x	[m.s ²]	podélné zrychlení
C	[m.s]	střed rychlosti
C_i	[m/N]	tuhost bočního prokluzu i-té nápravy
C_z, C_x, C_y	[-]	aerodynamické koeficienty
CF_k	[m/N]	podélná skluzová tuhost
CF_α	[m/N]	tuhost zatačení,
CM_α	[m/N]	tuhost vyrovnávacího krouticího momentu
F_{xij}	[kN]	podélná síla pneumatiky
F_{yij}	[kN]	boční síla pneumatiky
F_{zij}	[kN]	vertikální síla pneumatiky
g	[m.g]	gravitační zrychlení
h	[cm]	výška bodu G
J_z, J_x, J_y	[N.m]	momenty setrvačnosti
l	[cm]	rozvor kol
m	[kg]	hmotnost
M_z	[N.m]	samovyrovnávací moment
N_d	[N.m]	moment odklonu kol
q_1	[cm]	výška předního neotočného středu
q_2	[cm]	výška zadního neotočného středu
r	[°]	míra odklonu
r_i	[-]	poloměr odvalování
r_e	[-]	efektivní poloměr odvalování volně se odvalujícího kola
S_a	[cm]	čelní oblast
t_1	[cm]	přední dráha
t_2	[cm]	zadní dráha
u	[m.s]	podélná rychlost
v	[m.s]	boční rychlost
V_{ij}	[m.s]	rychlost pohybu středu kola
X_a	[Ohm]	aerodynamický odpor

Y_i	[kN]	boční síla na i-tou nápravu
Z	[kN]	vertikální síla
Z_i	[kN]	vertikální zatížení na i-té nápravě
Z_i^0	[kN]	statické vertikální zatížení na i-té nápravě
Z_i^a	[kN]	aerodynamické vertikální zatížení na i-té nápravě
α_{ij}	[°]	úhel prokluzu pneumatiky
γ_{ij}	[°]	úhel náklonu vozidla
δ_{ij}	[°]	úhel natočení kol
δ_v	[°]	úhel natočení volantů
ε_1	[-]	Ackermannův koeficient
ζ	[%]	tlumicí poměr
κ_ϕ	[m/N]	celková tuhost odvalování kola
$\kappa_{\phi i}$	[m/N]	tuhost odvalování i-té nápravy
$\kappa_{\phi i}^p$	[m/N]	tuhost odvalování pneumatiky
$\kappa_{\phi i}^s$	[m/N]	tuhost odvalování podvozku
ρ_a	[Pa]	hustota vzduchu
σ_{xij}	[-]	podélné prokluzování pneumatiky
σ_{yij}	[-]	boční prokluzování pneumatiky
τ	[%]	převodový poměr řízení
ϕ_i	[°]	sklon charakteristiky nápravy
ϕ	[°]	úhel natočení
ψ	[°]	úhel vybočení
ω_o	[MHz]	vlastní netlumená frekvence
ω_{ij}	[rad.s ⁻¹]	úhlová rychlost ráfků
ω_h	[rad.s ⁻¹]	úhlová rychlost skříně diferenciálu

1 Úvod

Tato bakalářská práce se zaměřuje na důležitost správného výběru pneumatik pro vůz formule student, což je typ závodního vozu používaného v mezinárodní soutěži Formula Student. Správný výběr pneumatik je klíčový pro dosažení optimálního výkonu vozidla na závodním okruhu a může mít vliv na celkovou výkonnost vozu. Cílem této práce je tedy prozkoumat a porovnat různé druhy pneumatik, které jsou k dispozici pro vůz formule student, a doporučit nejvhodnější typ pneumatik pro daný typ vozidla.

Formula Student je mezinárodní soutěž pro studenty vysokých škol a univerzit, kteří mají za úkol navrhnout, postavit a závodit s vlastním závodním vozem. Soutěž byla založena v roce 1981 v USA pod názvem Formula SAE (Society of Automotive Engineers), a dnes se koná ve více než 20 zemích po celém světě.

Cílem soutěže Formula Student je poskytnout studentům praxi a zkušenosti v oblasti inženýrství, designu, vývoje a managementu. Týmy studentů musí navrhnout a postavit závodní vůz, který musí projít různými technickými kontrolami a poté se účastnit různých disciplín na závodním okruhu, jako je například zrychlení, manévrovací schopnosti, trakce a výkon.

Formula Student je také výbornou příležitostí pro studenty, aby se setkali s odborníky a vedoucími pracovníky v oblasti automobilového průmyslu, navázali kontakty a získali praktické zkušenosti, které mohou být pro ně velmi užitečné při hledání zaměstnání po ukončení studia.

2 Cíl práce

Cílem práce je popis důležitých parametrů pneumatik, definování specifických vlastností a provozních ukazatelů pneumatik pro vůz formule student. Literární rešerše bude zahrnovat popis vlastností závodních pneumatik dostupných na trhu. Dílčím cílem bude výběr vhodné pneumatiky dle stanovených provozních parametrů a požadavků. Pro zpracování a vyhodnocení výsledků bude použit program OptimumTire od firmy OptimumG.

3 Přehled řešené problematiky

3.1 Úvod do problematiky pneumatik

Všechna silniční vozidla mají kola a téměř všechna mají kola s pneumatikami. Kola existují po mnoho staletí, ale pouze s vynálezem a vylepšením pneumatiky bylo možné vytvořit rychlá a pohodlná silniční vozidla.[1]

Hlavními vlastnostmi každé pneumatiky jsou její pružnost a nízká hmotnost, které umožňují udržovat kontakt s vozovkou i na nerovném povrchu a pryž zaručuje vysokou přilnavost. Tyto vlastnosti vyplývají z vysoce kompozitní struktury pneumatik: kostra z pružných, ale téměř neroztažitelných kordů obalených v matrici z měkké pryže, všechny nahuštěné vzduchem. Pokud je (pružná) pneumatika správně nahuštěna, může vyměňovat podél patky relevantní akce s (tuhým) ráfkem. Trakce, brzdění, řízení a podpora nákladu jsou čistým výsledkem.

Tlaku huštění pneumatiky zvyšuje konstrukční tuhost pneumatiky. Ve spodní části dochází u radiálních provazců uzavřených v bočnicích ke snížení napětí, protože již nemusí vyrovnávat tlak vzduchu P_a působící na kontaktní plochu. Čistým výsledkem je, že celkový tah lanek na patce směrem nahoru převyšuje tah směrem dolů o hodnotu rovnající se vertikálnímu zatížení F_z .

Kontaktní plocha nebo stopa pneumatiky je oblast běhounu v kontaktu s vozovkou. Toto je oblast, která přenáší síly mezi pneumatikou a vozovkou prostřednictvím tlaku a tření. Abychom skutečně porozuměli některým zvláštnostem mechaniky pneumatik, je nutné získat určitý přehled o tom, co se děje na kontaktní ploše. Ovládání silničních vozidel je silně ovlivněno mechanickým chováním kol s pneumatikou, tedy vztahem mezi kinematikou tuhého ráfku a silou vyvíjenou vozovkou.

V obecném pojetí dynamiky vozidla, síla působící na pneumatiku v horizontální rovině vozu je významný parametr určující schopnost vyvinout účinné zrychlení, suvnou nebo tahovou sílu s minimálním prokluzem kol. Pneumatiky přenášející hnací moment, jsou současně prvkem zajišťujícím stabilitu a manévrovatelnost vozidla. [2]

Mezi základní prvky při automobilových soutěžích patří: zrychlení, brzdění a zatáčení vozu a tím vyžadují dosažení maximální účinnosti přenosu hnacího momentu na podložku a vyvinutí maximální suvné síly prostřednictvím kontaktní plochy pneumatik na podložce. Technický význam závodních pneumatik s ohledem na týmovou konkurenci nelze tedy zanedbat. Stěžejní znalosti tak musí zahrnovat kvalitní vyhodnocení reakcí pneumatiky

na boční síly při zatáčení a podélných sil při zrychlování a brždění. Význam správného výběru vhodné pneumatiky a nastavení optimální tuhosti předního a zadního odpružení může tak vytvořit vůz s požadovanými vlastnostmi eliminujícími nedotáčivost, nebo přetáčivost vozu. [3]

3.2 Konstrukce sportovních pneumatik

Téměř každý výrobce patentuje svou vlastní konstrukci pneumatiky a materiálové složení pryže; nicméně, hlavní složení pneumatik zůstává téměř identické. Vyrábí se z různých pryžových směsí, přírodních a chemických vláken a ocelového kordu. Konstrukce pneumatiky má přímý vliv na jízdní vlastnosti vozu a musí zaručit:

- Přenosu sil mezi vozovkou a vozidlem
- Schopnosti udržení hmotnosti vozidla
- Absorbování nerovností na vozovce
- Zajištění stability a ovladatelnosti vozidla

Části, ze kterých se skládá pneumatika (viz. obr.1):

1. Běhoun

Běhoun je horní vrstva pneumatiky, která se dotýká vozovky. Jeho úkolem je zajistit dostatečnou přilnavost, odolávat opotřebení a chránit vnitřní kostru před nárazy. Tato část je také opatřena jedním ze tří typů dezénu, neboli vzorkem.

2. Rameno

Rameno pneumatiky je malý zešíkmený okraj, který spojuje běhoun a bočnici. Na první pohled se může jevit jako bezvýznamný prvek, ale je důležitý především při zatáčení, kdy pomáhá držet stabilitu vozu.

3. Bočnice

Bočnice je velmi odolná část spojující patku pneumatiky s běhounem, resp. ramenem. Je navržena tak, aby odolala mechanickému poškození a zajistila pneumatice boční stabilitu. Na bočnici najdete kompletní značení pneumatik, od rozměrů, přes hmotnostní index, až po datum výroby.

4. *Nárazníkové vrstvy*

Mezi běhounem a kostrou pneumatiky se nachází několik vrstev nárazníků. U osobních aut se používají většinou dvě vrstvy, u nákladních vozů tři nebo čtyři. Jsou to jakési vložky z různých vláken (u radiálních pneumatik je to nejčastěji ocelový kord), které absorbují nárazy z vozovky a zvyšují odolnost běhounu proti proražení.

5. *Kostra*

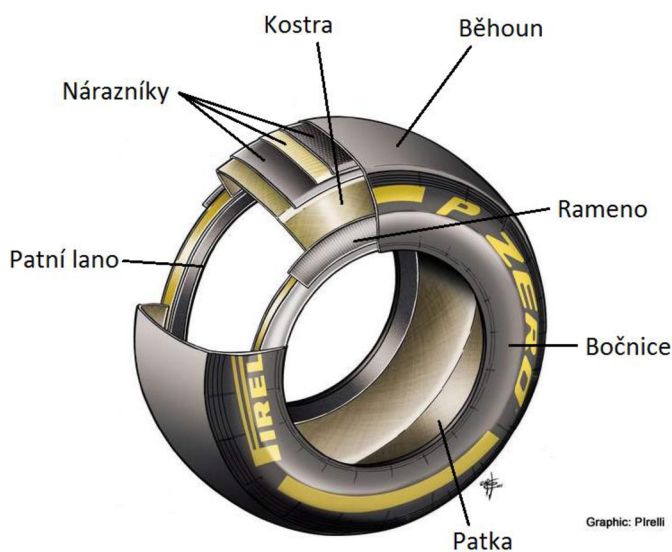
Už z podstaty názvu tvoří kostra základ pneumatiky. Jsou to pásy tenkých kordových vláken z bavlny, polyesteru nebo oceli zalité pryží, které musí odolat tlaku v pneumatice. Podle směru vedení vláken se konstrukce dělí na radiální a diagonální.

6. *Patka*

Patka pláště je spodní zesílená část, která dosedá na ráfek a zabezpečuje přenos všech sil z ráfku až na styčnou plochu pneumatiky s vozovkou. Její jádro tvoří ocelové patní lano.

7. *Patní lano*

Patní lano vyztužuje patku, zajišťuje správné dosednutí pneumatiky na ráfek a tím i jejich vzájemnou vzduchotěsnost. Jeho nosnost je až 1800 kg. [4]



Obrázek 1: Ukázka součástí a uspořádání interiéru závodní pneumatiky. (zdroj: [5]; upraveno)

3.2.1 Složení pneumatiky

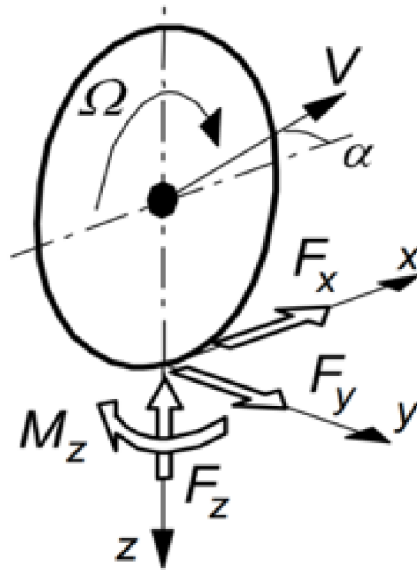
V kaučukové směsi jsou dvě hlavní složky: kaučuk a plnivo. Jsou kombinovány takovým způsobem, aby bylo dosaženo různých cílů. Cílem může být optimalizace výkonu, maximalizace trakce nebo lepší valivý odpor. Nejběžnějšími plnidly jsou různé druhy sazí a oxidu křemičitého. Dalšími složkami pneumatik jsou antioxidanty, a látky proti stárnutí antiozonanty jako jsou parafenylendiaminy, nebo parafín.

Pneumatiky jsou kombinovány s několika komponenty a tepelně upravovány. Komponenty musí být formovány, kombinovány, sestavovány a vytvrzovány společně. Kvalita pneumatik závisí na schopnosti smíchat všechny jednotlivé komponenty do soudržného produktu, který uspokojí potřeby řidiče. Moderní pneumatika je směs oceli, tkaniny a pryže. V obecné rovině je hmotnostní procento všech složek následující:

- 1- Výztuhy: ocel, umělé hedvábí, nylon, 16%
- 2- Kaučuk: přírodní/syntetický, 38%
- 3- Sloučeniny: uhlík, oxid křemičitý, křída, 30%
- 4- Změkčovač: olej, pryskyřice, 10%
- 5- Vulkanizace: síra, oxid zinečnatý, 4%
- 6- Různé, 2% [3]

3.3 Dynamika pneumatik

Základem pro stanovení sil je příklad volně se odvalujícího kola, bez použití hnacího momentu po rovném povrchu při nulovém bočním prokluzu. Toto lze definovat jako výchozí situaci pro všechny složky prokluzu rovnající se nule. K překonání valivého odporu pneumatiky je zapotřebí relativně malá surná síla a v důsledku ne vždy zcela symetrického tvaru pneumatiky se může objevit boční síla a tzv. samo – vyrovnávací moment kola. Když se pohyb kola odchyluje od tohoto definovaného stavu, dochází k prokluzu kola, které je doprovázeno nárůstem deformace pneumatiky v kontaktní ploše. Za pomoci experimentálního měření a výpočtů si definujeme důležité vstupní a výstupní veličiny, které jsou demonstrovány na obrázku 2. [6]



Obrázek 2: Ukázka kladných směrů působících sil a momentů na pneumatiku. [6]

3.3.1 Faktory ovlivňující dynamickou charakteristiku pneumatik

3.3.1.1 Valivá rychlost kola a úhlová rychlost

První faktor působící na charakteristiku pneumatiky je valivá rychlost kola V skládající se z podélné složky V_x a boční složky V_y . Obě tyto veličiny jsou získány měřením.

3.3.1.2 Efektivní valivý odpor

Podělením podélné rychlosti V_x a úhlové rychlosti otáčení kola ω_0 , které dosadíme do vzorce, získáme zmiňovaný efektivní valivý odpor r_e . Valivý odpor také přímo souvisí se spotřebou pohonných hmot, proto se snažíme jeho číslo co nejvíce snižovat:

$$r_e = \frac{V_x}{\omega_0} \quad (1)$$

3.3.1.3 Prokluz kola s pneumatikou

V okamžiku, kdy na kolo začne působit hnací moment či brzdné síly (úhlové zrychlení, které dodává motor přenosem hnacího momentu na kolo ω), s ním současně vzniká i podélný prokluz κ , při kontaktu kola s podložkou. Ten se obecně definuje pomocí následujícího vztahu:

$$\kappa = -\frac{V_x - r_e \cdot \omega}{V_x} = -\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} \quad (2)$$

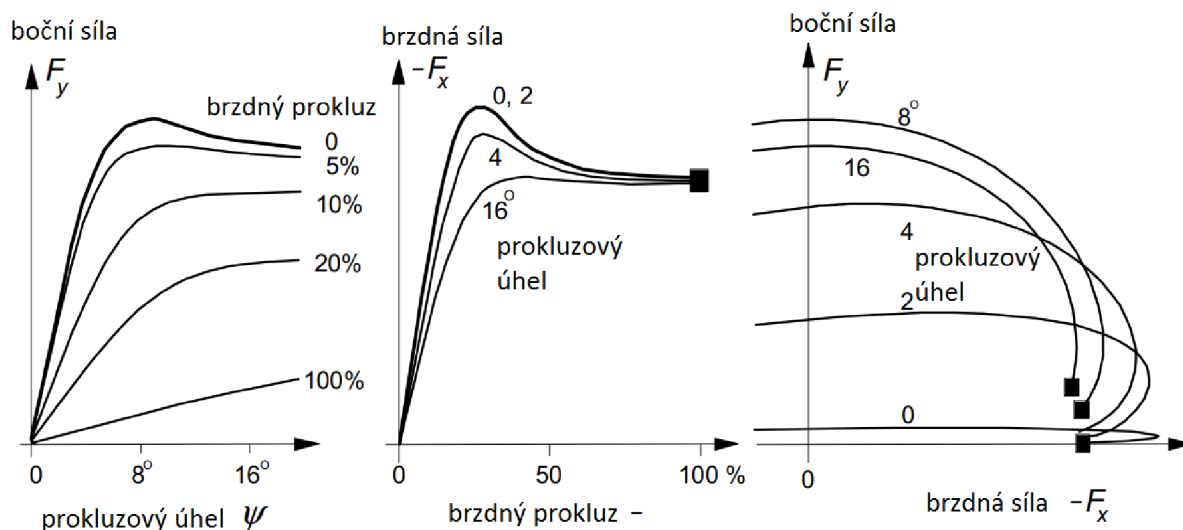
Pokud podélný prokluz κ je kladná hodnota, podélná síla F_x působící na kolo je rovněž kladná a představuje hnací sílu. V takovémto případě je úhlová rychlost kola ω větší vzhledem k ω_0 . Při záporném výsledku κ , dochází u kola k brždění a při zablokování kol je hodnota $\kappa = -1$.

3.3.1.4 Boční prokluz – snos pneumatiky

Boční prokluz kola je definován jako poměr rychlosti boční složky (V_y) a podélné složky (V_x) kola. Díky těmto veličinám získáme úhel prokluzu α , který budeme dále potřebovat během dalších výpočtů:

$$\tan \alpha = -\frac{V_y}{V_x} \quad (3)$$

Na obrázku 3 jsou znázorněny typické čisté boční ($\kappa=0$) a podélné ($\alpha=0$) charakteristiky skluzu spolu s řadou kombinovaných křivek skluzu. Úhel zavěšení kol γ pro všechny tři grafy je roven nule. Čistý skluz definujeme jako situaci, kdy k podélnému nebo příčnému skluzu dochází izolovaně. Obrázek ukazuje, že při přidání druhé složky prokluzu dojde k poklesu síly. Výsledná situace je označena jako kombinovaný skluz. Pokles síly lze jednoduše vysvětlit tím, že si uvědomíme, že celková horizontální třecí síla F nemůže překročit maximální hodnotu (poloměr „třecího kruhu“), která je dána aktuálním koeficientem tření a normálním zatížením.



Obrázek 3: Kombinovaná charakteristika boční a brzdné síly. (zdroj: [6], upraveno)

3.3.1.5 Spin

Třetí a poslední dílčí složkou při stanovení prokluzu kola je tzv. spin (boční silová složka vnějšího valivého odporu při natočení kola), který je způsoben natočením kola kolem osy kolmé k vozovce. Jak velikost stáčení kol vedoucí k zakřivení dráhy, při nulovém bočním prokluzu ($\alpha = 0$), tak i odklon kola nebo úhel sklonu γ roviny kola kolem osy x přispívají k rotaci. Síly F_x a F_y a vyrovnávací (vratný) moment M_z , jsou výsledkem vstupního skluzu. Jsou to funkce skluzových složek a zatížení kola. Pro ustálený přímočarý pohyb kola po podložce obecně platí:

$$F_x = F_x(\kappa, \alpha, \gamma, F_z) \quad (4)$$

$$F_y = F_y(\kappa, \alpha, \gamma, F_z) \quad (5)$$

$$M_z = M_z(\kappa, \alpha, \gamma, F_z) \quad (6)$$

Svislé zatížení F_z můžeme považovat za danou veličinu, která je výsledkem normálního průhybu pneumatiky. Funkce lze získat z měření pro námi zvolenou rychlost jízdy a podmínek vozovky a okolí.

3.3.1.6 Podélná a boční smyková tuhost

Podélná smyková tuhost označovaná jako CF_k a boční smyková tuhost CF_α , jsou jedním z nejdůležitějších parametrů vlastností pneumatik a jsou klíčové pro ovladatelnost a stabilitu vozidla. Dále se tu objevuje vyrovnávací smyková tuhost (vratný moment valení kola při působení boční síly) CM_α . Silové a momentové charakteristiky za jejichž pomoci můžeme vyjádřit síly a momenty jsou znázorněny následujícími rovnicemi, kde bereme v potaz úhel zavěšení kol γ , podélný prokluz κ a boční prokluz α :

$$F_x = CF_k * \kappa \quad (7)$$

$$F_y = CF_\alpha * \alpha + CF_\gamma * \gamma \quad (8)$$

$$M_z = -CM_\alpha * \alpha + CM_\gamma * \gamma \quad (9)$$

Boční tuhost pneumatiky v zatáčkách se pohybuje v rozsahu 6 až 30 násobku vertikálního zatížení kola. Nižší hodnota platí pro starší konstrukci diagonálních pneumatik a vyšší hodnota pro moderní závodní pneumatiky. Je známo, že podélná skluzová tuhost pneumatiky je typicky o 50 % větší než boční tuhost např. v zatáčkách. Pneumatická stopa je přibližně rovna čtvrtině délky kontaktní plochy. Koeficient tření za sucha se obvykle rovná cca 0,9 na velmi ostrých površích a na čistém skle cca 1,6. Závodní pneumatiky mohou dosáhnout hodnot 1,5 až 2.

3.3.1.7 Magic formula

Křivky, které mají podobný tvar jako křivky charakteristiky z obrázku 3, lze vyjádřit za pomoci matematického vzorce, který se stal známý pod svým názvem „Magic formula“.

Obecný vztah pro vyjádření tuhosti při zatáčecí a působící boční síly:

$$F_y = D * \sin [C * \arctan(B * \alpha - E(B * \alpha - \arctan(B * \alpha)))] \quad (10)$$

, kde parametry:

$$B \text{ je faktor tuhosti: } B = \frac{CF_\alpha}{C * D} \quad (11)$$

$$D \text{ je maximální (peakový) faktor: } D = \mu * F_z \quad (= F_{y,peak}) \quad (12)$$

$$A \text{ zatáčecí tuhost: } C_{F\alpha} = (B * C * D) = c_1 * \sin \left(2 * \arctan \left(\frac{F_z}{c_2} \right) \right) \quad (13)$$

Tvarové faktory C a E , stejně jako parametry c_1 a c_2 a koeficient tření μ , lze odhadnout nebo určit pomocí regresních technik. [6]

3.4 Mechanika pneumatik pro závodní vozy

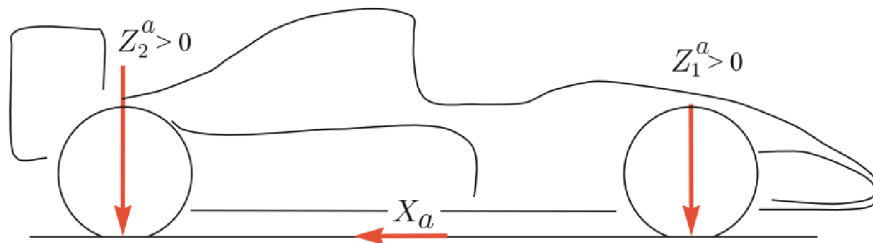
Závodní auta přicházejí v mnoha tvarech, velikostech, výkonu motoru, typu křidel atd. Většina z nich však sdílí následující funkce související s manipulací vozu:

1. čtyři kola (dvě nápravy);
2. pohon dvou kol;
3. aerodynamická zařízení (a tudíž významné aerodynamické přítlaky spolu s významným aerodynamickým odporem);
4. samosvorný nebo uzamčený diferenciál;
5. často bez zásahu elektronických bezpečnostních systémů jako ABS nebo ESP. [1]

3.4.1 Předpoklady pro ovládání závodních vozů

Předpokládejme, že se budeme zabývat vozidlem s pohonem zadních kol. V důsledku přítomnosti diferenciálu s omezenou svorností a příslušného aerodynamického zatížení (vysoký

přítlak a tím i vysoký odpor) dochází u pneumatik hnané nápravy k výraznému podélnému prokluzu téměř za všech provozních podmínek. Nemá proto velký smysl omezovat analýzu od samého počátku na ustálený stav.



Obrázek 4: Aerodynamický odpor a přítlak (všechny síly kladné). [1]

Abychom zdůraznili roli diferenciálu s omezenou svorností, nebereme v úvahu vozidlo při brzdění, ale pouze během podmínek zapnutí/vypnutí motoru. Proto máme na přední nápravě zanedbatelné podélné síly pneumatiky, tzn [1]:

$$F_{x11} = F_{x12} = 0 \quad a \quad tedy \quad \sigma_{x11} = \sigma_{x12} = 0 \quad (14)$$

3.4.2 Aerodynamika

Mnoho závodních vozů má křídla a spodní difuzor, který při vysoké rychlosti vytváří přítlak, který přitlačí závodní auto k povrchu trati. Proto vertikální zatížení působící na pneumatiky může být velmi závislé na rychlosti.

Celkové aerodynamické zatížení lze správně a pohodlně znázornit jako na obrázku 4. Při vysoké rychlosti mají Z_1^a a Z_2^a a také aerodynamický odpor X_a poměrně vysoké kladné hodnoty. [7]

3.4.3 Síly od pneumatik

Síly přední pneumatiky lze vyjádřit jako:

$$F_{x11} = 0 \quad (15 \text{ a})$$

$$F_{y11} = F_{y11}(Z_{11}; \gamma_{11}; \sigma_{y11}) \quad (15 \text{ b})$$

$$F_{x12} = 0 \quad (16 \text{ a})$$

$$F_{y12} = (Z_{12}; \gamma_{12}; \sigma_{y12}) \quad (16 \text{ b})$$

, kde Z_{lj} jsou vertikální zatížení, γ_{lj} jsou úhly odklonu a $\sigma_{y lj}$ jsou boční teoretické skluzu.

Zadní pneumatiky pracují v kombinovaném prokluzu, a proto je třeba vzít v úvahu také podélné prokluzu σ_{x2j} , což je úhlová rychlost otáčení ω_{2j} každého kola:

$$F_{x21} = F_{x21}(Z_{21}; \gamma_{21}; \sigma_{x21}; \sigma_{y21}) \quad (17 \text{ a})$$

$$F_{y21} = F_{y21}(Z_{21}; \gamma_{21}; \sigma_{x21}; \sigma_{y21}) \quad (17 \text{ b})$$

$$F_{x22} = F_{x22}(Z_{22}; \gamma_{22}; \sigma_{x22}; \sigma_{y22}) \quad (17 \text{ c})$$

$$F_{y22} = F_{y22}(Z_{22}; \gamma_{22}; \sigma_{x22}; \sigma_{y22}) \quad (17 \text{ d})$$

Zde předpokládáme, že známe přilnavost, která je k dispozici na kontaktní ploše. To je samozřejmě dosti nereálný předpoklad, ale nemůžeme si v této analýze dovolit modelovat také fenomén generování přilnavosti. Tyto konstitutivní rovnice potřebují další algebraické vztahy pro vertikální zatížení Z_{ij} , úhly odklonu γ_{ij} , podélné a boční smyky σ_{xij} a σ_{yij} . [8]

3.4.4 Prokluz pneumatik

Obecně platí, že zadní (hnané) pneumatiky působí na vozidlo jak podélnými, tak i příčnými silami. Proto potřebujeme všechny skluzové komponenty:

$$\sigma_{x21} = \frac{\left(u - \frac{rt_2}{2}\right) - \omega_{21}r_2}{\omega_{21}r_2} \quad (18 \text{ a})$$

$$\sigma_{x22} = \frac{\left(u + \frac{rt_2}{2}\right) - \omega_{22}r_2}{\omega_{22}r_2} \quad (18 \text{ b})$$

$$\sigma_{y21} = \frac{v - ra_2}{\omega_{21}r_2} \quad (19 \text{ a})$$

$$\sigma_{y22} = \frac{v - ra_2}{\omega_{22}r_2} \quad (19 \text{ b})$$

, kde r_2 je poloměr valení;

V kompaktní podobě máme:

$$\sigma_{x21} = \sigma_{x21}(u; r; \omega_{21}) \quad (20 \text{ a})$$

$$\sigma_{x22} = \sigma_{x22}(u; r; \omega_{22}) \quad (20 \text{ b})$$

$$\sigma_{y21} = \sigma_{y21}(u; r; \omega_{21}) \quad (21 \text{ a})$$

$$\sigma_{y22} = \sigma_{y22}(u; r; \omega_{22}) \quad (21 \text{ b})$$

, kde:

$$\omega_{21} = \omega_h - \Delta\omega \quad (22 \text{ a})$$

$$\omega_{22} = \omega_h + \Delta\omega \quad (22 \text{ b})$$

$\Delta\omega$ je samozřejmě neznámé (v tom smyslu, že se nejedná o vstupní veličinu).

Na přední nápravě máme podélné čisté odvalování a podle toho můžeme dále pokračovat:

$$\sigma_{y11} = \frac{(v+ra_1) \cos(\delta_{11}) - \left(u - \frac{rt_1}{2}\right) \sin(\delta_{11})}{\left(u - \frac{rt_1}{2}\right) \cos(\delta_{11}) + (v+ra_1) \sin(\delta_{11})} \quad (23 \text{ a})$$

$$\sigma_{y12} = \frac{(v+ra_1) \cos(\delta_{12}) - \left(u + \frac{rt_1}{2}\right) \sin(\delta_{12})}{\left(u + \frac{rt_1}{2}\right) \cos(\delta_{12}) + (v+ra_1) \sin(\delta_{12})} \quad (23 \text{ b})$$

V kompaktní formě:

$$\delta_{x11} = 0 \quad (24 \text{ a})$$

$$\delta_{x12} = 0 \quad (24 \text{ b})$$

$$\delta_{y11} = \delta_{y11}(u; v; r; \delta_{11}) \quad (25 \text{ a})$$

$$\delta_{y12} = \delta_{y12}(u; v; r; \delta_{12}) \quad (25 \text{ b})$$

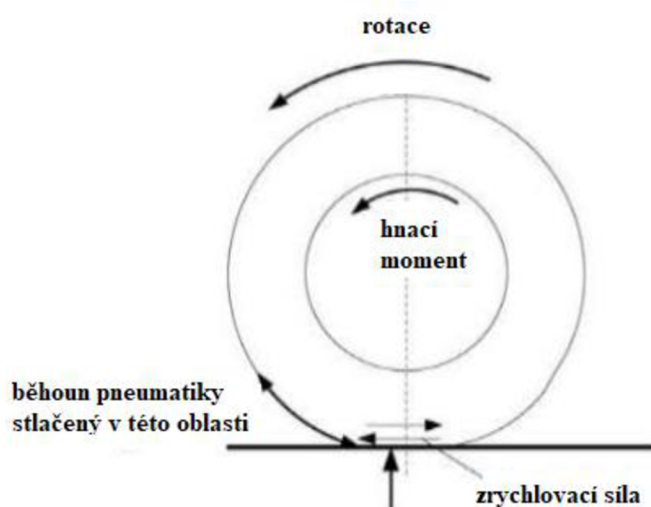
Různé podvozky se stejným „no roll center“ sdílejí pouze stejnou hodnotu q_i . Proto se chovají jinak. [8]

3.4.5 Zrychlení a brzdění

Obrázek 5 ukazuje hnané kolo na které působí moment zrychlení. Síla z vozovky tlačí vůz dopředu a způsobuje podélný smyk v kontaktní ploše, jak je znázorněno. To způsobí kompresi a tím i kontrakci běhounu pneumatiky před kontaktní plochou. Tato kontrakce se přenáší do kontaktní plochy a snižuje účinný obvod (a tím i poloměr) pneumatiky.

Pro danou rychlost vozidla se tedy hnané kolo musí otáčet rychleji než volně se otáčející kolo. V zadní části kontaktní plochy si běhoun ulevuje klouzáním po povrchu vozovky a rozpíná se zpět do normálu. Rozdíl v rychlosti otáčení hnaného kola ve srovnání s volně se otáčejícím kolem je vyjádřen ve formě procentuálního poměru trakčního prokluzu:

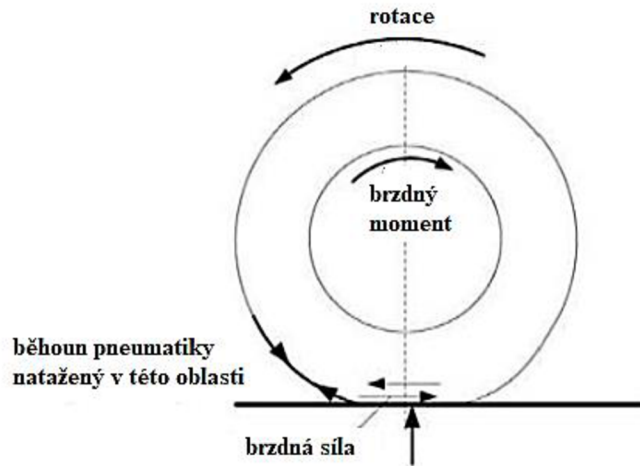
$$\text{procentuální poměr trakčního prokluzu} = \left(\frac{\text{rychlost hnaného kola}}{\text{rychlost volně se otáčejícího kola}} - 1 \right) * 100\% \quad (26)$$



Obrázek 5: Pneumatika při akceleraci. (zdroj: [3], upraveno)

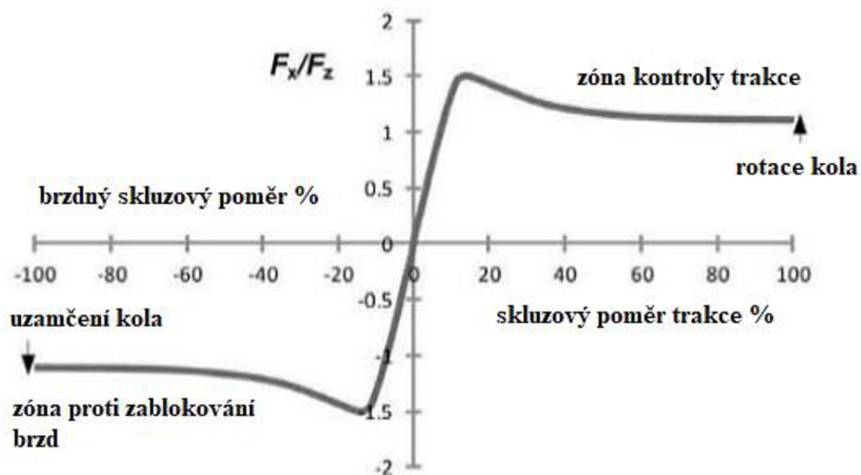
Při brzdění dochází k opačnému stavu. Obrázek 6 ukazuje, jak brzdný moment způsobuje expanzi běhounu pneumatiky před kontaktní plochou, což způsobuje efektivní zvětšení obvodu pneumatiky v kontaktní ploše. Brzděné kolo se tedy otáčí pomaleji než kolo volně se odvalující:

$$\text{procentuální poměr skluzu brzd} = \left(\frac{\text{rychlost brzděného kola}}{\text{rychlost volně se otáčejícího kola}} - 1 \right) * 100\% \quad (27)$$



Obrázek 6: Pneumatika při brzdění. (zdroj: [3], upraveno)

Pokud je poměr hnací síly F_x , ku svislému zatížení kola F_z vynesen proti procentuálnímu poměrnému skluzu (viz. obr. 7), pak maximální hodnoty součinitele přilnavosti kola se pohybují přibližně při 10 - 15 % skluzového poměru. Nad touto hodnotou se úroveň přilnavosti snižuje, když nastává prokluz kola nebo jejich zablokování.



Obrázek 7: Poměr podélné přilnavosti proti skluzu (%). (zdroj: [3], upraveno)

V tomto případě je možné vidět, že nejvyšší hodnota silového poměru F_x/F_z představuje součinitel přilnavosti přibližně hodnotu 1,5. Obrázek 7. také ukazuje zóny, ve kterých pracují systémy kontroly trakce a antiblokovacího brzdového systému, ačkoli takové systémy nejsou v mnoha vzorcích povoleny. Když se kolo pohybuje směrem k protáčení nebo zablokování, podléhá mnohem větším změnám ve zrychlení, než jaké se vyskytují při normální jízdě. Pro detekci těchto velkých zrychlení a úpravám brzděné síly, nebo výkonu motoru, se využívá snímačů rychlosti kol z důvodu dosažení okamžité maximální přilnavosti. [3]

3.4.6 Úhel zavěšení kol

Máme, $\gamma_{i2} = -\gamma_{i1} = \gamma_i$ (viz. obr.8 a) jsou úhly zavěšení kol za statických podmínek a $\Delta\gamma_{i1} = \Delta\gamma_{i2} = \Delta\gamma_i$ (viz. obr. 8 b) jsou změny odklonu způsobené naklápěním vozidla. Úhly odklonu dvou kol stejné nápravy jsou dány vztahem:

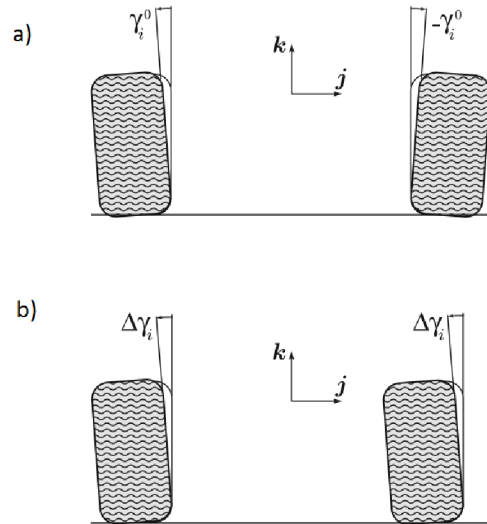
$$\gamma_{i1} = -\gamma_i^0 + \Delta\gamma_i \quad (28 \text{ a})$$

$$\gamma_{i2} = \gamma_i^0 + \Delta\gamma_i \quad (28 \text{ b})$$

kde změna odklonu $\Delta\gamma_i$ závisí lineárně na úhlech náklonu φ_{pi} a φ_{si} , protože člen $\pm z_{si} / c_i$ je u závodních vozů obvykle zanedbatelný.

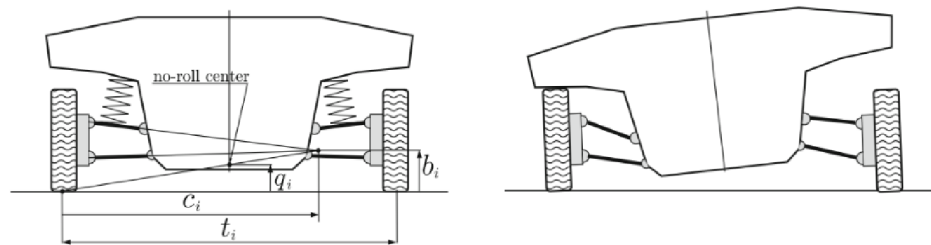
$$\Delta\gamma_i \cong -\left(\frac{t_i - c_i}{2c_i}\right)\phi_i^s + \phi_i^p = \Delta\gamma_i(\phi_i^s; \phi_i^p) \quad (29)$$

Různé podvozky se stejným „no roll center“ sdílejí pouze stejnou hodnotu q_i . Proto se chovají jinak (viz. obr. 9). [9]



Obrázek 8: a) Kladný statický odklon γ_i^0 (pohled zepředu)

b) Pozitivní odchylky odklonu $\Delta\gamma_i$ způsobené klopením (pohled zepředu). [9]



Obrázek 9: Parametry odpružení prvního řádu pro variaci odklonů. [9]

Oba úhly náklonu φ_{pi} v důsledku průhybů pneumatiky a φ_{si} v důsledku průhybů zavěšení vyžadují další algebraické rovnice.

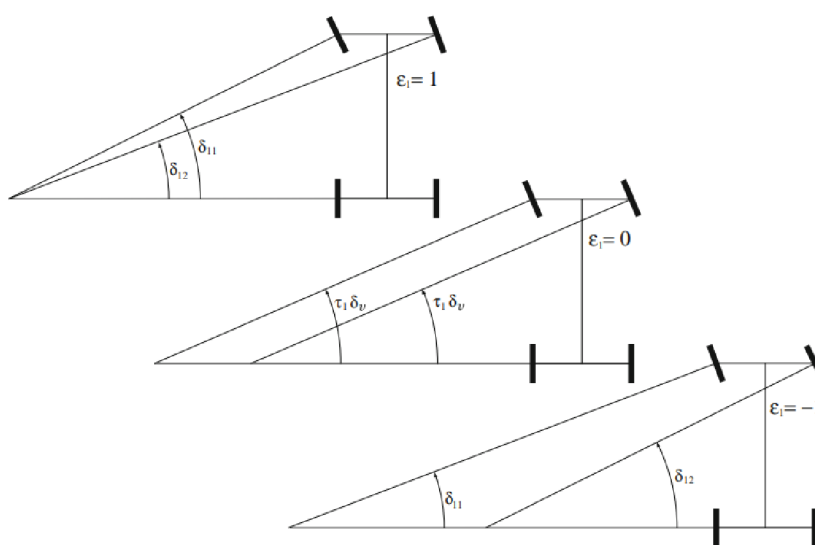
3.4.7 Úhly řízení

Máme následující (zjednodušené) výrazy pro úhly řízení předních kol:

$$\delta_{11} = -\delta_1^0 + \tau_1 \delta_v + \varepsilon_1 \frac{t_1}{2l} (\tau_1 \delta_v)^2 + \zeta_1 \phi_1^s = \delta_{11}(\delta_v; \phi_1^s) \quad (30 a)$$

$$\delta_{12} = \delta_1^0 + \tau_1 \delta_v - \varepsilon_1 \frac{t_1}{2l} (\tau_1 \delta_v)^2 + \zeta_1 \phi_1^s = \delta_{12}(\delta_v; \phi_1^s) \quad (30 b)$$

což jsou funkce natočení volantu δ_v a úhlu natočení předního zavěšení ϕ_{1s} . Statický úhel sbíhavosti τ_l je převodový poměr celého systému řízení, ε_l je Ackermannův koeficient pro dynamickou sbíhavost (viz. obr. 10), a γ_l je koeficient natočení. Většina aut má $\tau_2 = \varepsilon_2 = 0$, toto není přímé řízení zadních kol. [9]



Obrázek 10: Ackermann řízení (nahore), paralelní řízení (uprostřed), anti-Ackermann řízení (dole).

3.4.8 Vertikální zatížení na každé kolo

Svislé zatížení působící na každé kolo je algebraickým součtem čtyř faktorů (viz. obr.11):

1. Statické zatížení (hmotnost);
2. Aerodynamické zatížení;
3. Podélný přenos zatížení;
4. Boční (stranový) přenos zatížení;

Přesněji řečeno, výrazy pro vertikální zatížení na každé pneumatice musí být brány v plném rozsahu, s výjimkou členu $J_{zx}r^2$, který je téměř jistě zanedbatelný. V kompaktní formě lze přepracovat jako:

$$Z_{11} = \frac{1}{2} \left(\frac{mga_2}{l} + \zeta_1 u^2 - \frac{ma_x h}{l} \right) - \Delta Z_1 = Z_{11}(u; a_x; \Delta Z_1) \quad (31 \text{ a})$$

$$Z_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{mga_2}{l} + \zeta_1 u^2 - \frac{ma_x h}{l} \right) + \Delta Z_1 = Z_{12}(u; a_x; \Delta Z_1) \quad (31 \text{ b})$$

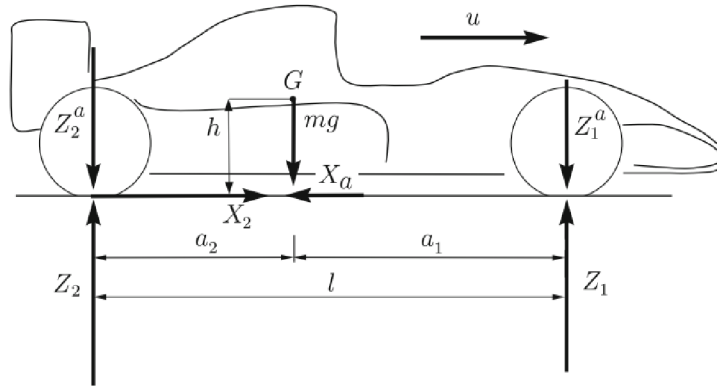
$$Z_{21} = \frac{1}{2} \left(\frac{mga_1}{l} + \zeta_2 u^2 + \frac{ma_x h}{l} \right) - \Delta Z_2 = Z_{21}(u; a_x; \Delta Z_2) \quad (32 \text{ a})$$

$$Z_{22} = \frac{1}{2} \left(\frac{mga_1}{l} + \zeta_2 u^2 + \frac{ma_x h}{l} \right) + \Delta Z_2 = Z_{22}(u; a_x; \Delta Z_2) \quad (32 \text{ b})$$

Kde:

$$\zeta_1 = \frac{1}{2} \rho_a S_a C_{z1} \quad a \quad \zeta_2 = \frac{1}{2} \rho_a S_a C_{z2} \quad (33)$$

Závodní vůz s křídly má $C_{zi} > 0$, a tedy $\zeta_i > 0$. X_a je samozřejmě vždy kladné (tahová síla).



Obrázek 11: Síly působící na vůz Formule. [10]

Existují dva důležité rozdíly:

1. aerodynamická vertikální zatížení závislá na rychlosti;
2. podélný přenos zatížení vlivem osy podélného zrychlení;

Navíc je zde vliv stáčecího momentu N_d na boční síly a tím na přenosy bočního zatížení.

[10]

3.4.9 Boční (stranové) přenosy zatížení

Příčné přenosy zatížení ΔZ_i byly získány jako lineární funkce příčných sil Y_1 a Y_2 nápravy (viz. obr. 12):

$$\Delta Z_1 = \frac{1}{t_1} \left[\frac{k_{\phi 1}}{k_{\phi}} (Y_1 + Y_2)(h - q^b) + Y_1 q_1 + \frac{k_{\phi 1} k_{\phi 2}}{k_{\phi}} \left(\frac{Y_2 q_2}{k_{\phi 2}^p} - \frac{Y_1 q_1}{k_{\phi 1}^p} \right) \right] = \Delta Z_1(Y_1; Y_2) \quad (34 \text{ a})$$

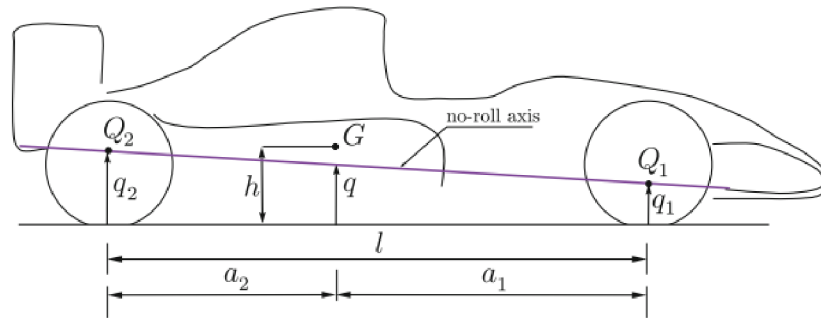
$$\Delta Z_2 = \frac{1}{t_2} \left[\frac{k_{\phi 2}}{k_{\phi}} (Y_1 + Y_2)(h - q^b) + Y_2 q_2 + \frac{k_{\phi 1} k_{\phi 2}}{k_{\phi}} \left(\frac{Y_1 q_1}{k_{\phi 1}^p} - \frac{Y_2 q_2}{k_{\phi 2}^p} \right) \right] = \Delta Z_2(Y_1; Y_2) \quad (34 \text{ b})$$

, kde je $q^b \sim q$:

$$\Delta Z_1 = \xi_{11} Y_1 + \xi_{12} Y_2 \quad (35 \text{ a})$$

$$\Delta Z_2 = \xi_{21} Y_1 + \xi_{22} Y_2 \quad (35 \text{ b})$$

Díky momentu N_x a především díky diferenciálu s omezeným prokluzem, již boční přenosy zatížení nezávisí pouze na $a_{y/l}$. [10]



Obrázek 12: Sklon přímky individuálního dotížení jednotlivých náprav vozidla. [10]

3.4.10 Náklon vozidla

U většiny závodních vozů, intenzita náklonu vozidla souvisí s charakteristikou zavěšení kol $k_{\phi 1}^s$ a tuhostí náklonu pneumatiky $k_{\phi 1}^p$, ale v zásadě se moc neliší. Předpoklad pevných pneumatik proto není zcela správný. Mezi bočními silami a úhly náklonu nápravy máme následující vztahy. Úhly náklonu (přední a zadní nápravy) způsobené pneumatikami jsou:

$$\phi_1^p = \frac{1}{k_{\phi 1}^p} * \frac{k_{\phi 1} k_{\phi 2}}{k_{\phi}} \left[\frac{(Y_1 + Y_2)(h - q^b)}{k_{\phi 2}} + \frac{Y_1 q_1}{k_{\phi 1}^s} + \frac{Y_1 q_1}{k_{\phi 2}^s} + \frac{Y_1 q_1 + Y_2 q_2}{k_{\phi 2}^p} \right] = \phi_1^p(Y_1; Y_2) \quad (36 \text{ a})$$

$$\phi_2^p = \frac{1}{k_{\phi 2}^p} * \frac{k_{\phi 1} k_{\phi 2}}{k_{\phi}} \left[\frac{(Y_1 + Y_2)(h - q^b)}{k_{\phi 1}} + \frac{Y_2 q_2}{k_{\phi 1}^s} + \frac{Y_2 q_2}{k_{\phi 2}^s} + \frac{Y_1 q_1 + Y_2 q_2}{k_{\phi 1}^p} \right] = \phi_2^p(Y_1; Y_2) \quad (36 \text{ b})$$

Kde úhly natočení jsou v důsledku závěsných pružin:

$$\phi_1^s = \frac{1}{k_{\phi 1}^s} * \frac{k_{\phi 1} k_{\phi 2}}{k_{\phi}} \left[\frac{(Y_1 + Y_2)(h - q^b)}{k_{\phi 2}} - \frac{Y_1 q_1}{k_{\phi 1}^p} + \frac{Y_2 q_2}{k_{\phi 2}^p} \right] = \phi_1^s(Y_1; Y_2) \quad (37 \text{ a})$$

$$\phi_2^s = \frac{1}{k_{\phi 2}^s} * \frac{k_{\phi 1} k_{\phi 2}}{k_{\phi}} \left[\frac{(Y_1 + Y_2)(h - q^b)}{k_{\phi 1}} - \frac{Y_2 q_2}{k_{\phi 2}^p} + \frac{Y_1 q_1}{k_{\phi 1}^p} \right] = \phi_2^s(Y_1; Y_2) \quad (37 \text{ b})$$

Proto se v tomto modelu předpokládá, že všechny úhly náklonu jsou lineárními funkcemi bočních sil Y_1 a Y_2 nápravy. [9]

3.5 Manévrovatelnost vozidel

Manipulační diagram je tvořen manipulační křivkou a přímkou. Obecně platí, že manipulační křivka musí být nahrazena manipulační plochou. Jakákoli konfigurace ustáleného stavu skutečně závisí minimálně na dvou parametrech, jako je např. dopředná rychlost a úhel řízení. U vozidel s otevřeným diferenciálem a bez blatníků, se stává, že některé veličiny závisí pouze na jednom parametru, a to na příčném zrychlení. Z manipulační plochy se tedy stává válec, jehož průmět je manipulační křivka. [11]

3.5.1 Manévrovatelnost formulových vozidel

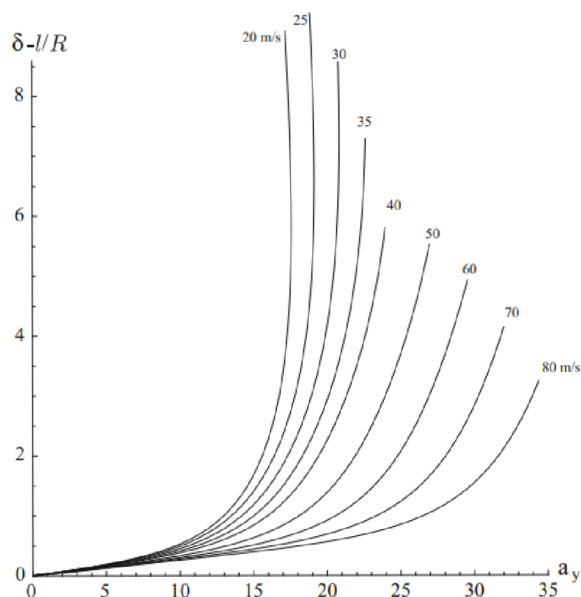
Při řízení vozů formule hraje aerodynamika velkou roli. Díky dobře navrženým aerodynamickým zařízením lze dosáhnout velmi vysokých přítláčných sil při vysokých rychlostech, ovšem za cenu vysokého odporu vzduchu. Zde diskutujeme o některých hlavních jevech, které způsobují, že řízení tohoto typu vozů je tak specifické. Začneme ovladatelností povrchu, pak přejdeme k mapám dosažitelných výkonu (MAP), nejprve v ustáleném stavu a poté při vypnutí a zapnutí motoru.

Přestože tyto vozy mají diferenciál s omezenou svorností, ve středu zatáčky, tj. kdy se vozidlo více méně blíží ustálenému stavu, je diferenciál v podstatě otevřený. Proto je analýza ustáleného stavu realističtější, pokud se provádí s otevřeným diferenciálem, a ponecháme uzamčený diferenciál pro charakteristiku s vypnutým a zapnutým motorem. Ve všech případech uvažujeme rychlosti v rozmezí 20-80 m/s . [11]

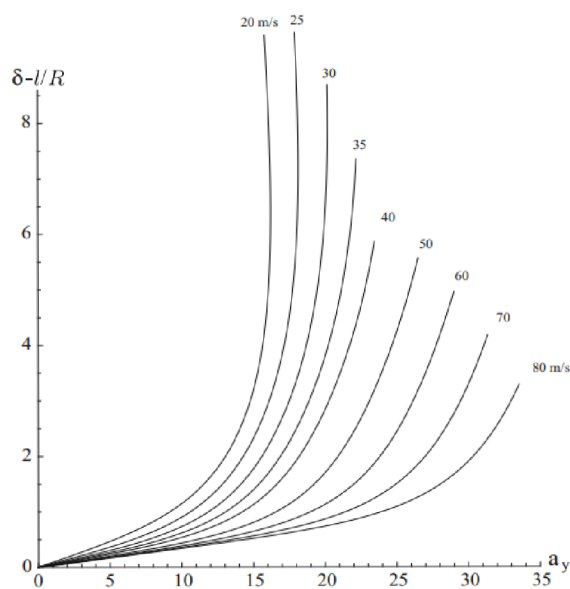
3.5.2 Vyhodnocení manévrovatelnosti

Průběhy stanovené manévrovatelnosti jsou graficky znázorněné plochou o stanovených souřadnicích $\delta-l/r$ jako funkcí příčného zrychlení a_{y1} a poměru $l/R = l\rho$. V případě výrazných aerodynamických účinků není válcová. Tento geometrický prvek je protějškem velmi praktického a zřejmého jevu. Při zatáčení záleží ve velké míře na rychlosti. Čím rychlejší vůz, tím vyššího bočního zrychlení lze dosáhnout za předpokladu stejné fyzické přilnavosti mezi pneumatikami a vozovkou.

Tyto aspekty jsou lépe pochopeny při pohledu na obrázek 13, který ukazuje jízdní křivky pro vůz Formule s otevřeným diferenciálem, které byly získány při testech řízení s konstantní rychlostí a pomalu proměnným řízením. Je evidentní, že čím vyšší rychlost, tím vyšší boční zrychlení.



Obrázek 13: Formule s otevřeným diferenciálem: různé jízdní křivky získané při konstantní rychlosti, testy s proměnným řízením. [12]

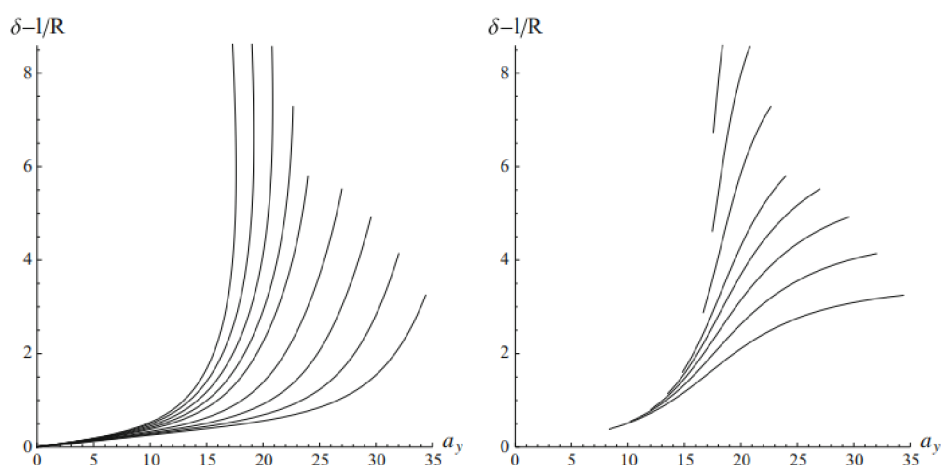


Obrázek 14: Formule s uzamčeným diferenciálem: různé jízdní křivky získané při konstantní rychlosti, testy s proměnným řízením. [12]

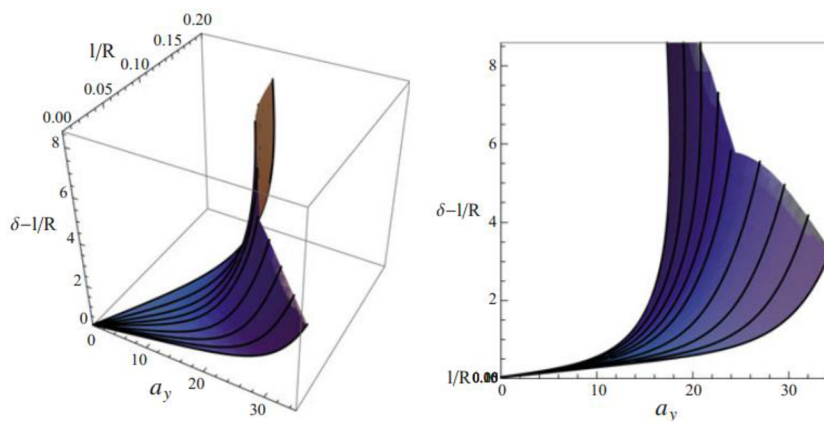
Úplné uzavření diferenciálu má vliv na tyto jízdní křivky, jak je znázorněno na obrázku 14, ale ne tak veliké, jako vliv aerodynamiky. Hlavní rozdíl je v tom, že všechny křivky v případě otevřeného diferenciálu mají stejný sklon blízko počátku referenčního systému, zatímco v případě uzamčeného diferenciálu má každá jiný sklon. [12]

3.5.3 Mapa dosažitelného výkonu (MAP)

MAP systém pro silniční auta a závodní auta je kvalitativně stejný, liší se pouze kvantitativně. Základní myšlenka je použití mapy jako funkce dvou proměnných pro sledování vozidla v ustáleném stavu. Jedná se o obecnější pohled než na manipulační plochu. Příklady vyhodnocení MAP typické pro vůz Formule 1 jsou uvedeny na (obr. 16, 17). [13]



Obrázek 15: Formule s otevřeným diferenciálem: srovnání jízdních křivek získaných při konstantní rychlosti, testy s proměnným řízením (vlevo) a konstantním řízením, testy s proměnnou rychlostí (vpravo). [13]

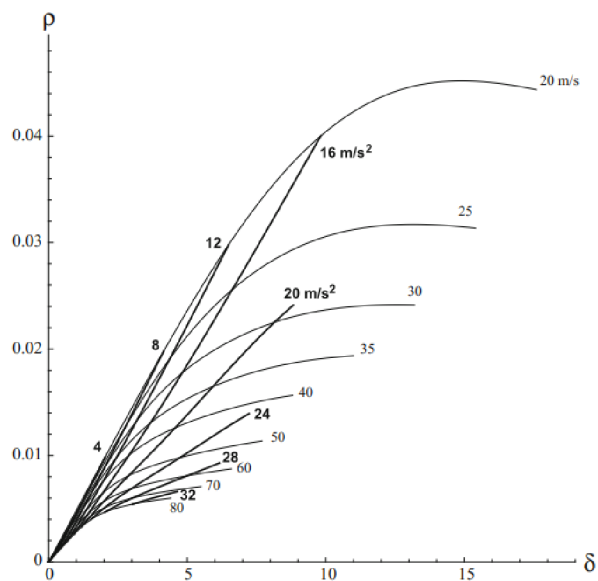


Obrázek 16: Neválcová manipulační plocha pro vůz Formule s otevřeným diferenciálem. [13]

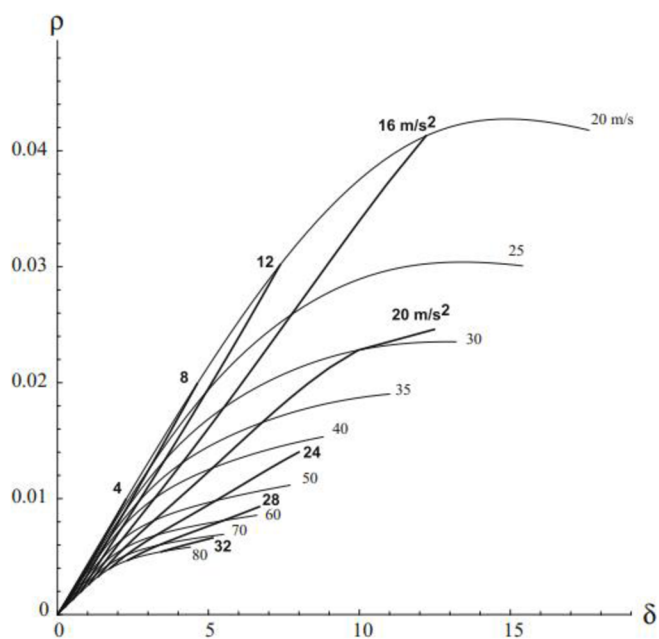
3.5.4 ρ - δ MAP (zakřivení-úhel natočení kola)

První mapa, je zakřivení $\rho = r/u$ oproti úhlu natočení kola δ (lze použít i úhel natočení volantu δ_v). Na obrázku 17 můžeme vidět přímky při konstantní rychlosti u v rozmezí 20 až 80 m/s a také přímky při konstantním bočním zrychlení a_{y1} v případě otevřeného diferenciálu. Na obrázku 18 máme stejný jev, ale pro uzamčený diferenciál.

Silný vliv aerodynamiky na ovladatelnost vozidla je zvýrazněn vzorem linií při konstantním příčném zrychlení. Na druhou stranu na obrázku 17 a 18, pouze přímka do cca 16 m/s² protíná všechny přímky s konstantní rychlostí. Přímky pro $a_{y1} > 16$ m/s² protínají pouze přímky s dostatečně vysokou rychlostí. Mezi pneumatikou a vozovkou je koeficient přilnavosti 1,6 což je přilnavost, která udrží auto na vozovce bez aerodynamického přítlaku. Vyšší hodnoty zdánlivé přilnavosti skutečně vyžadují aerodynamický přítlak, a proto jich lze dosáhnout pouze při dostatečně vysokých hodnotách dopředné rychlosti u . [14]



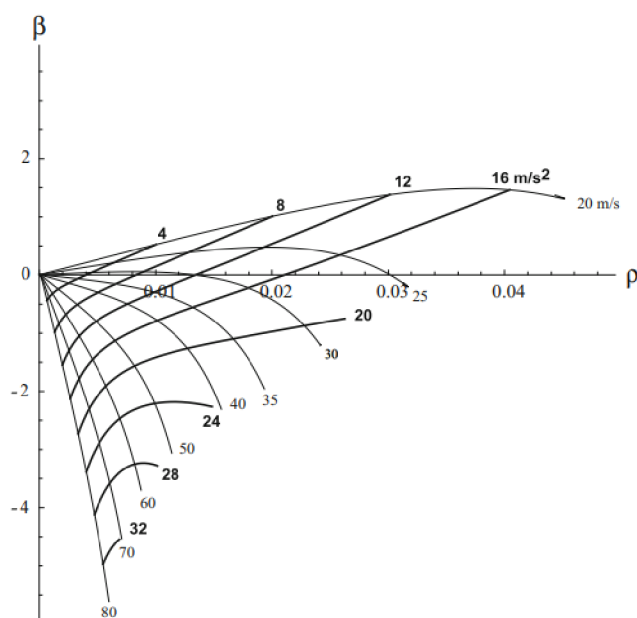
Obrázek 17: ρ - δ MAPA vozu Formule 1 s otevřeným diferenciálem. křivky při konstantní rychlosti u a přímky při konstantním bočním zrychlení a_{yl} . [14]



Obrázek 18: ρ - δ MAPA vozu Formule 1 s uzamčeným diferenciálem. Křivky při konstantní rychlosti u a přímky při konstantním bočním zrychlení a_{yl} . [14]

3.5.5 β - ρ MAP (úhel prokluzu vozidla – zakřivení)

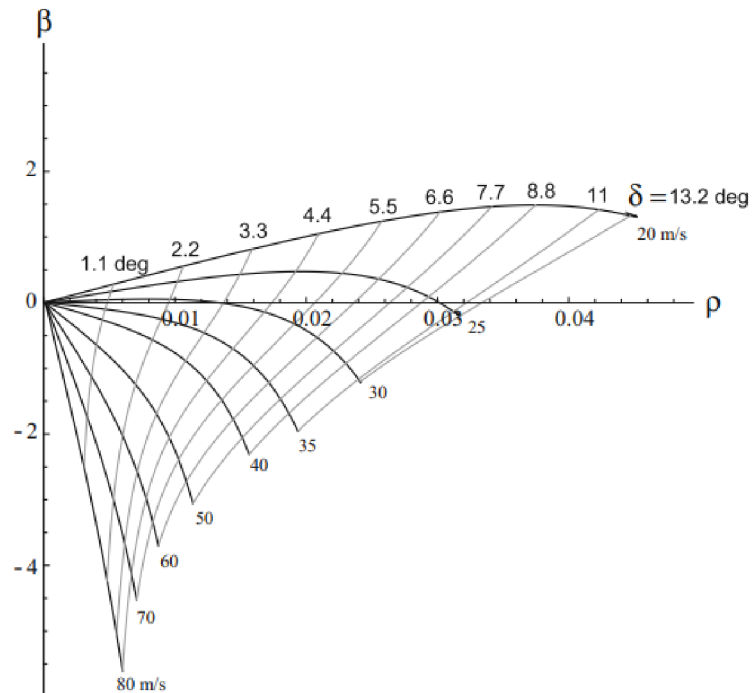
Zajímavé také je zpracování β - ρ MAP, tedy úhel skluzu vozidla v závislosti na zakřivení. Křivky s konstantní rychlostí u a křivky s konstantním bočním zrychlením a_{yl} , které jsou znázorněny na obrázku 19. Opět pouze křivky pro $a_{yl} < 16 \text{ m/s}^2$ protínají všechny křivky s konstantní rychlostí, což naznačuje, že 1,6 je skutečně fyzikální přilnavost. Máme tedy k dispozici nástroj pro získání dobré aproximace fyzikální přilnavosti. Zajímavý je také celkový obrázek, který ukazuje, jak souvisí regulační parametr u a δ se zakřivením a úhlem skluzu vozidla. Například, jestliže $u > 30 \text{ m/s}$, máme v podstatě $\beta \leq 0$ (v levotočivé zatáčce) při jakékoli rychlosti.



Obrázek 19: β - ρ MAP pro vůz Formule 1 s otevřeným diferenciálem. Křivky při konstantní rychlosti u a křivky při konstantním bočním zrychlení a_{yl} . [15]

Na obrázku 20 jsou znázorněny křivky při konstantním úhlu řízení. Při pohledu na sklon křivek je zřejmé, že vozidlo je při nízkých rychlostech více nedotáčivé než při vysokých rychlostech.

[15]

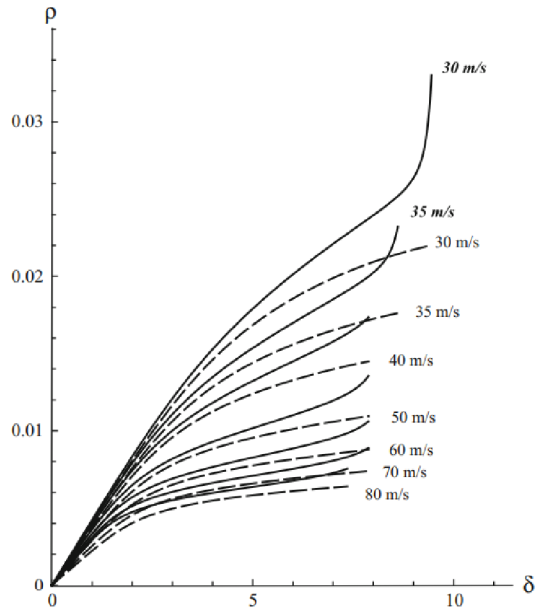


Obrázek 20: β - ρ MAP vozu Formule 1 s otevřeným diferenciálem. Křivky při konstantní rychlosti u a křivky při konstantním úhlu řízení δ . [15]

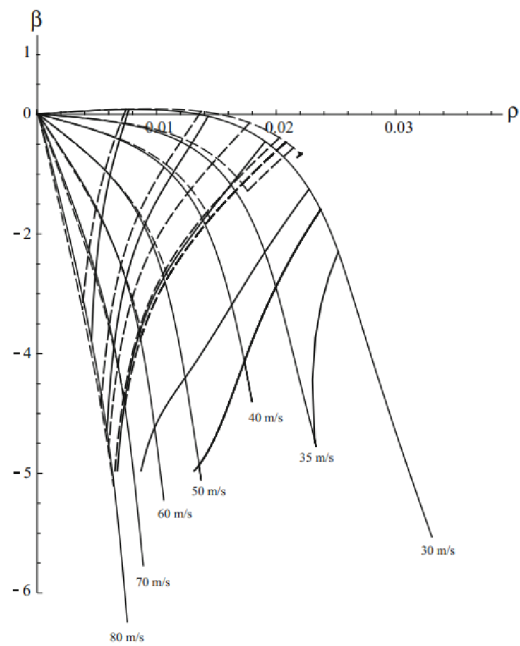
3.5.6 Účinek akcelerace a decelace

Dosud jsme uvažovali o podmínkách ustáleného stavu. Vůz Formule je však téměř vždy v přechodných podmínkách, kdy řidič působí na pedály plynu a/nebo brzdy. Mapy mohou být užitečné pro sledování toho, co se děje i během těchto obecnějších pracovních podmínek. Podstata spočívá v tom, že se dělá mapa pro např. konstantní rychlost, variabilní řízení simulace, jako by auto neustále jelo do kopce nebo z kopce. Tímto způsobem si určíme podmínky ustáleného stavu, ale zatížení pneumatik je v podstatě stejné, jako kdyby auto zrychlovalo nebo zpomalovalo za pomoci motoru (bez brzdění) při uzamčeném diferenciálu. Proto jsou všechny obrázky v této části pro uzamčený diferenciál.

Obrázek 21 ukazuje mapu ρ - δ s křivkami při konstantní rychlosti během zpomalení vozu (přerušované křivky) a opětovné akceleraci (plné křivky). Rychlosti pod 30 m/s byly vynechány. Oba případy jsou pro podélné zrychlení $\pm 0,5 \text{ m/s}^2$. Na obrázku 22 je srovnání zpomalení (přerušované čáry) a akcelerace (plné čáry) v rovině β - ρ . Při vysokých úhlech řízení a relativně nízkých rychlostech jsou podle očekávání velké rozdíly. [16]



Obrázek 21: Křivky konstantních rychlostí v MAP ρ - δ pro vůz Formule 1 během zpomalování (přerušované čáry) a akceleraci (plné čáry). [16]



Obrázek 22: Křivky na konstantě u a konstantě δ v β - ρ MAP pro vůz Formule 1 během zpomalování (přerušované čáry) a akceleraci (plné čáry). [16]

3.6 Software pro vyhodnocení parametrů pneumatik OptimumTire

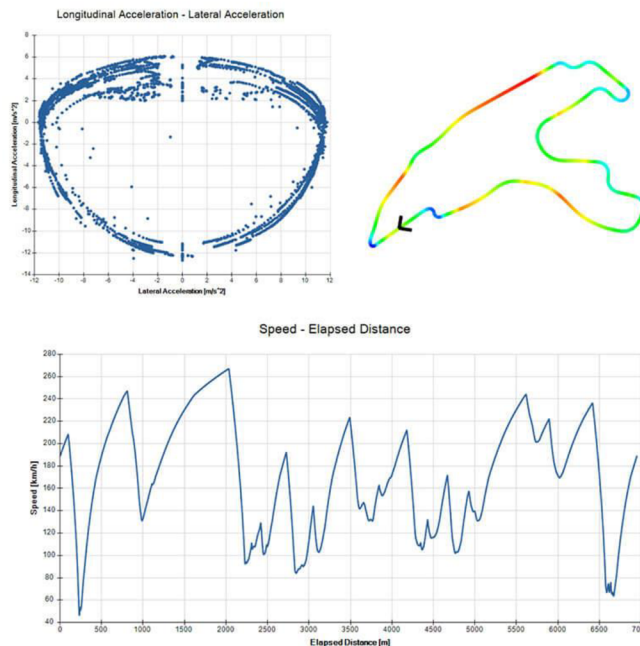
3.6.1 O firmě a její zaměření

Prvořadým zájmem OptimumG je dokonalost. Konkrétně jde o to, aby byla vozidla vynikající a dosahovala maximálních výkonů. Za tímto účelem nabízí program pro zpracování dynamiky vozidel, sběr dat a školicí řešení pro automobilový průmysl a motoristický sport po celém světě. Jako většina vylepšení v historii lidstva začala OptimumG myšlenkou zlepšit výkon vozidla pomocí neúnavného sbírání dat. Se správnými údaji můžeme provádět úpravy založené na fyzické realitě, a ne na spekulacích nebo intuici. Tato myšlenka umožnila společnosti OptimumG, kterou založil Claude Rouelle v roce 1997, vyvinout se v mezinárodního lídra v dynamice vozidel, který nabízí zákaznická softwarová řešení, poučné školicí semináře, kreativní konzultační služby a mnoho dalšího. Dnes se svými inženýrskými znalostmi, odborností a perspektivami pomáhá OptimumG automobilovým a závodním inženýrům dosáhnout výkonu, který požadují. [17]

3.6.2 OptimumG - nabídka výstupů

3.6.2.1 *OptimumLap*

OptimumLap je zjednodušený nástroj pro simulaci vozidla, který odhaduje chování vozidla na dané závodní dráze (viz. obr.25). Pro vytvoření prostředí OptimumLap, je nutná redukce nejzákladnějších parametrů vozidla tím, že vozidlo specifikujeme do 10 parametrů. Každý z nich pak představuje konkrétní parametr vozu (např. motor, pneumatiky nebo aerodynamika).



Obrázek 23: Grafy pro zobrazení charakteristiky pneumatiky pro optimální rychlost vozu v různých částí tratě. [18]

- Prostředí pro individuální simulaci

Hodnoty pro všechny parametry lze měřit, nebo jsou dostupné přímo od výrobců pneumatik. OptimumLap nabízí řadu grafů, které vám pomohou porozumět výkonnostním charakteristikám vozidla a ověřit je na naměřená čísla. Databáze OptimumLap nabízí několik vozidel ke stažení, které lze použít jako šablony pro nová vozidla nebo pro srovnávací studie.

- Statická simulace

Model vozidla použitý v OptimumLap je kvazi-statická simulace využívající hmotnostních bodů. Tento model je velmi užitečný při celkové analýze výkonového potenciálu vozidla, aniž by bylo nutné zachycovat nebo modelovat podrobnější efekty. Vozidlo může být charakterizováno velmi malým počtem vstupů, což významně zjednoduší proces vyhodnocení simulace. Aby se zajistili přesné výsledky, věnuje se velká péče na zjednodušení modelu vozidla. I když je model simulací hmotnostních bodů, dosažené výsledky spolehlivě korelují se zaznamenanými daty.

- Analýza

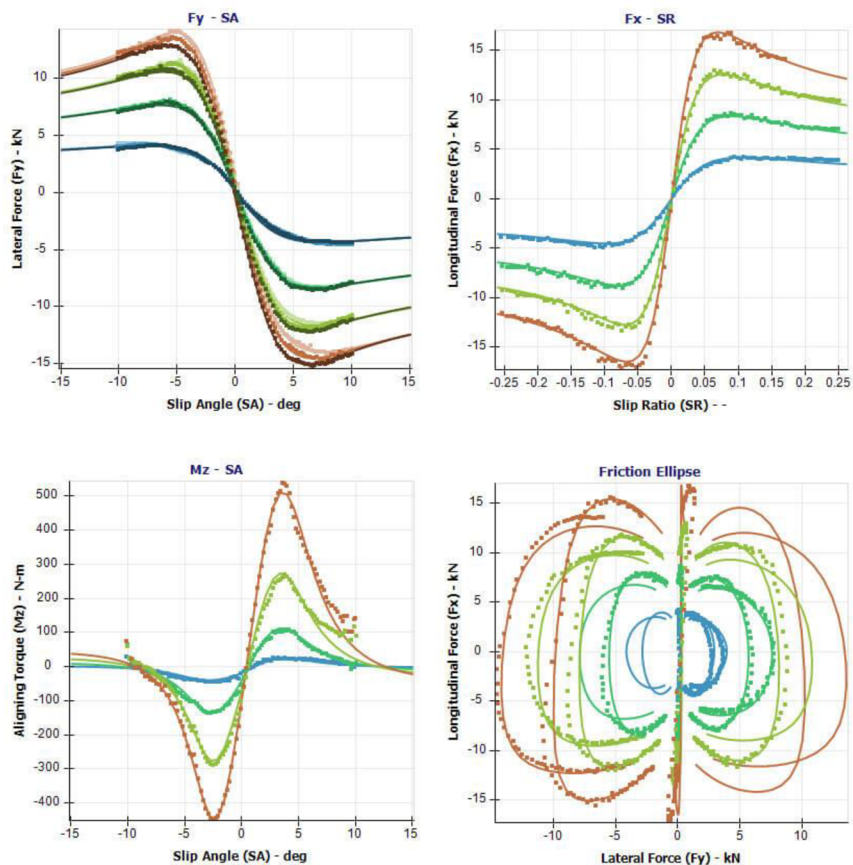
Jako každá simulace bude OptimumLap generovat velké množství dat. Aby vám pomohl rychle porozumět datům, má OptimumLap interaktivní grafické nástroje, takže je mnohem snazší porovnávat vozidla a závodní tratě. Rychle a snadno zkoumá vztahy a identifikuje trendy mezi 60 výstupními kanály. Všechna data z OptimumLap lze exportovat do Excelu pro další zpracování a analýzu. [18]

3.6.2.2 *OptimumTire*

OptimumTire umožňuje pokročilou analýzu dat pneumatik, vizualizaci a vytvoření vlastního modelu (viz. obr.26). Pro zajištění přesnosti lze snadno porovnat všechny aspekty modelů pneumatik s nezpracovanými údaji o pneumatikách od výrobců. Dále umožňuje upravit koeficienty modelu pneumatiky a zahrnout faktory při změně měřítka. To znamená, že modely pneumatik budou přesně korelovat s daty shromážděnými z testovacích zařízení a silničních testů. Modely pneumatik i zpracovaná data lze exportovat z mnoha formátů souborů.

Klíčové vlastnosti:

1. Import dat z libovolného zdroje v libovolném souřadnicovém systému a jednotkách
2. Výběr a zpracování konkrétních dat pneumatik
3. Vytvoření modelu pneumatik podle komerčních dat výrobců
4. Prezentace dat a modelu pneumatiky ve 2D a 3D
5. Vytvoření originální charakteristiky a předdefinované šablony simulace
6. Export výsledků modelu do dynamické simulace vozidel
7. Kompatibilita s Excel / MATLAB [19]



Obrázek 24: Ukázka grafů, které lze vygenerovat v programu OptimumTire. [19]

3.6.2.3 OptimumKinematics

Optimalizační modul, který zpracuje požadavky a poskytne návrh optimálního řešení. Umožní definovat vstupní hodnoty, simulovat přední a zadní zavěšení kol pro libovolnou kombinaci sil a momentů, a jejich aplikaci na kontaktní plochu nebo na střed kola. Simuluje vstupy sil a momentů při jakékoli konfiguraci zdvihu, naklání, sklonu a řízení. Analyzuje výsledky. Výstupní kanály zahrnují silové a momentové reakce v každém místě odběru zavěšení. Tyto výsledky můžete snadno exportovat jako tabulky a použít je jako vstupy v softwaru FEA. [20]

3.6.2.4 OptimumDynamics

OptimumDynamics je poslední generace tohoto simulačního softwaru, která umožňuje:

1. Vytvořit plně definovaný model simulace vozidla.
2. Pomocí modulárního systému lze namodelovat reálné chování vozidel.
3. Vytvořit originální model vozidla na základě jeho údajů a dalších parametrů prostředí.

Stejně jako OptimumKinematics je i OptimumDynamics pohodlně rozdělen do tří částí: Vlastní návrh, simulace a analýza. To usnadňuje definování vozidla, nastavení simulací a zobrazení požadovaných výsledků. [21]

3.7 Výběr vhodných pneumatik pro vůz formule student

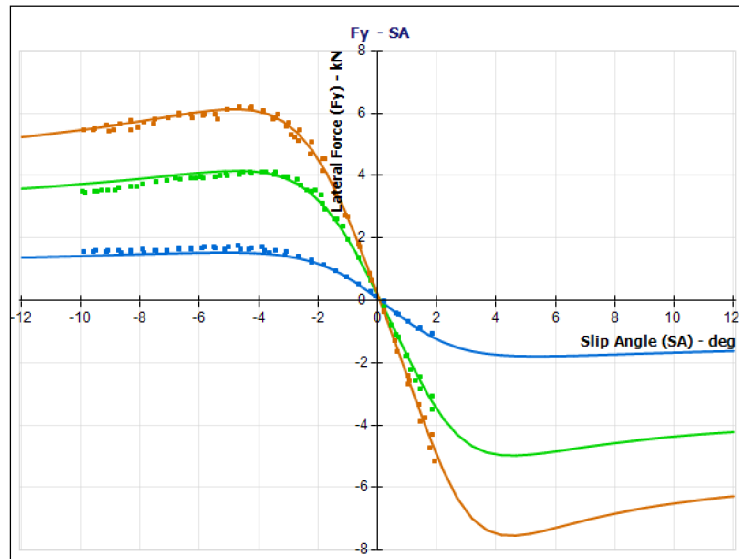
Pro výběr vhodných pneumatik pro vůz formule student jsme využily 4 výrobce pneumatik, kteří spolupracují s organizací Formula SAE a vyvíjejí pneumatiky pro formuli student:

1. Avon 6.2–20.0–13
Avon 7.2–20.0–13
2. Continental 205 – 470R13 43329
3. Goodyear D 2704 20x7 R13
Goodyear EAGLE 18x6,5
4. Hoosier 43075 16x7.5–10 R20
Hoosier 43164 20.5x7.0-13 R20

Parametry, podle kterých jsme vybírali nejvhodnější pneumatiky (viz. tab.1):

Tabulka 1: Souřadnicový systém programu OptimumTire, (archiv autora)

Parametry osy X a osy Y			
Osa X	veličiny	Osa Y	veličiny
úhel sklonu kol	IA	podélná (hnací) síla	Fx
úhel prokluzu kol	SA	boční (stranová) síla	Fy
prokluzový poměr	SR	hmotnostní zátěž	Fz
celková rychlost	V	moment zvratu	Mx
tlak	P	valivý odpor	My
poloměr zatížení	RL	vyrovnávací moment	Mz
úhlová rychlost kola	-		
čas	-		
číslo vzorku	-		
číslo segmentu	-		



Obrázek 25: Příklad porovnání pneumatiky A pro úhel prokluzu a boční síly při různých rychlostech a vertikálních zatížení. [19]

V softwaru OptimumTire jsme si nastavili námi vybrané vstupní požadavky pro pneumatiky a na nich jsme testovali (viz. tab.2).

Tabulka 2: Výchozí parametry pneumatiky, na kterých se prováděly simulace, (archiv autora)

Výchozí pevné testovací parametry				
IA	0,7 bar		0,8 bar	
0	650 N	1100 N	650 N	1100 N
2	650 N	1100 N	650 N	1100 N
4	650 N	1100 N	650 N	1100 N

U testů jsme použili vstupní hodnoty pro pneumatiky nahuštěné na 0,7 a 0,8 bar. Úhly sklonu kol jsme brali pro 0°, 2° a 4° a jako zátěž jsme zvolili 650 N pro auto s pilotem, které stojí, oproti 1100 N pro auto s pilotem při jízdě charakteristice.

Vhodné pneumatiky jsme vybírali zejména podle 3 faktorů, které jsou:

- charakteristika pneumatik při zatáčení
- charakteristika pneumatik při akceleraci a brzdění

- koeficient adheze pneumatiky

Z testů, které jsme provedli v programu OptimumTire vyšlo, že nejlepší hodnoty, které jsme mohli získat od pneumatik po zvážení všech kritérií, splňují pneumatiky Goodyear D2704 20x7 R13, které jsme nakonec vybrali pro náš vůz formule student.

4 Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo porovnání a doporučení vhodných pneumatik pro vůz formule student. Tato práce má charakter literární rešerše.

První část práce je zaměřena na celkový přehled o pneumatikách, který je nutný pro širší pochopení problematiky, které pneumatiky a jejich charakteristika představují. Na začátku práce se popsána konstrukce pneumatiky, která má přímý vliv na jízdní vlastnosti. Dále se řeší důležitost složení pneumatik, kde je cílem optimalizace výkonu, maximalizace trakce nebo lepší valivý odpor pneumatik.

Další část práce je zaměřena na dynamiku pneumatik a základní faktory, které ovlivňují její charakteristiku. Mezi zmiňované faktory patří valivá úhlová rychlost kola, efektivní valivý odpor, který se snažíme co nejvíce snižovat, podélný a boční prokluz kola s pneumatikou a její tuhost a nakonec spin což je boční silová složka vnějšího valivého odporu při natočení kola.

V části mechanika pneumatik pro závodní vozy se probírají předpoklady, které musí splňovat závodní vůz. Dále se řeší aerodynamika vozu a její vliv na vertikální zatížení pneumatik způsobeným přitlakem od spoileru. Poté se rozebírají jednotlivé síly od pneumatik a s tím spojený prokluz jak během zatáčení, kdy na kolo působí vnější boční síly, tak i při rozjezdu, kde síla z vozovky tlačí vůz dopředu a způsobuje podélný smyk v kontaktní ploše, nebo brzdění. Další vliv na pneumatiky má úhel zavěšení kol a naklápění vozu, což je zároveň spojené s úhlem řízení, které způsobuje dočasnou deformaci pneumatik a snížení kontaktní plochy s podložkou. Na konec kapitoly se rozebere vertikální zatížení na každé kolo, na které má vliv statické zatížení (hmotnostní), aerodynamické zatížení a podélný a boční přenos sil.

V další kapitole jsou popsány tzv. mapy dosažitelných výkonů (MAP), které zobrazují manévrovatelnost závodního vozu v různých podmínkách. Základní myšlenka je použití mapy jako funkce dvou proměnných pro sledování vozidla v ustáleném stavu např. chování pneumatiky při akceleraci a zpomalení nebo zakřivení a úhlu řízení.

V poslední části je představena společnost OptimumG, která nabízí program pro zpracování dynamiky vozidel, sběr dat a školicí řešení pro automobilový průmysl a motoristický sport po celém světě. Její součástí je program OptimumTire, který slouží pro pokročilou analýzu dat pneumatik, vizualizaci a vytvoření vlastního modelu pneumatiky. V tomto programu bylo provedeno porovnání pneumatik pro vůz formule student. Faktory, které byli pro vůz formule student nejzásadnější a podle kterých byli nakonec nejvhodnější pneumatiky vybraný jsou charakteristika pneumatik při zatáčení, rozjezdu, akceleraci, brzdění

a manévrovatelnosti. Dalším klíčovým faktorem je součinitel adheze pneumatik, který má vliv na všechny předchozí faktory, takže ho nelze opomenout. Ze simulací a testů pro různé charakteristiky, nakonec vyšlo, že nejlepší výsledky v průřezu všemi klíčovými faktory, získal model pro pneumatiku Goodyear D2704 20x7 R13.

V budoucnosti by bylo zajímavé zaměřit se na další výzkum v oblasti pneumatik pro vůz formule student, zejména na optimalizaci směsi a struktury pneumatik pro dosažení ještě lepšího výkonu.

5 Seznam použitých zdrojů

- [1] GUIGGIANI, Massimo. *The Science of Vehicle Dynamics*. 2.vyd. Cham, Switzerland: Springer, 2014. ISBN 978-94-017-7687-5.
- [2] MILLIKEN, William F a Douglas L MILLIKEN. *Race car vehicle dynamics*. 5.vydání. Warrendale: SAE International, 1995. ISBN 15-609-1526-9.
- [3] SEWARD, Derek. *Race car design*. London: Palgrave/Macmillan, 2014. ISBN 978-1-137-03014-6.
- [4] *Konstrukce pneumatik* [online]. 2003. Dostupné z: <https://www.az-pneu.cz/clanky/vite-z-ceho-se-skladaji-plaste-pneumatik>
- [5] KAY, Mark. *Závodní pneumatika* [online]. 2021. Dostupné z: <https://www.grandprix247.com/2021/06/10/pvnrt-and-why-formula-1-tyres-fail-at-high-speed/>
- [6] PACEJKA, Hans B. *Tyre and Vehicle Dynamics*. 2.dopl.vyd. United Kingdom (Oxford): Butterworth-Heinemann, 2006. ISBN 980-0-7506-6918-4.
- [7] WONG, J Y. *Theory of Ground Vehicles*. 3.vyd. New York: John Wiley & Sons, 2001. ISBN 0-471-35461-9.
- [8] DIXON, John C. *Tires, Suspension and Handling*. 2.vyd. Cambridge University: SAE International, 1991. ISBN 978-1-56091-831-8.
- [9] HOWARD, Geoffrey, Donald BASTOW a John Peter WHITEHEAD. *Car suspension and handling* [online]. 4.vyd. Warrendale: SAE International, 2004. ISBN 9780768008722. Dostupné: https://www.researchgate.net/publication/348859253_Car_Suspension_and_Handling_Fourth_Edition
- [10] GILLESPIE, Thomas. *Fundamentals of Vehicle Dynamics*. 2.dopl.vyd. Warrendale: SAE International, 1992. ISBN 978-1-4686-0176-3.
- [11] PACEJKA, Hans B. *Simplified analysis of steady-state turning behaviour of motor vehicles, part 1. Handling diagrams of simple systems*. 2.vyd. 1973.
- [12] PACEJKA, Hans B. Simplified analysis of steady-state turning behaviour of motor vehicles, part 2: Stability of the steady-state turn. In: [online]. 2.vyd. 1973, s. 173–183. Dostupné z: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00423117308968440>
- [13] PACEJKA, Hans B. Simplified analysis of steady-state turning behaviour of motor vehicles, part 3: More elaborate systems. In: [online]. 1973, s. 185–204. Dostupné z: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00423117308968441>

- [14] FRENDI, Francesco, G GRECO, M GUIGGIANI a A SPONZIELLO. *The handling surface: a new perspective in vehicle dynamics* [online]. 2007. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/233443326_The_handling_surface_A_new_perspective_in_vehicle_dynamics
- [15] FRENDI, Francesco, Giordano GRECO a Massimo GUIGGIANI. *Critical review of handling diagram and understeer gradient for vehicles with locked differential* [online]. 2006. Dostupné: https://www.researchgate.net/publication/229043369_Critical_review_of_handling_diagram_and_understeer_gradient_for_vehicles_with_locked_differential
- [16] FRENDI, F, G GRECO, M GUIGGIANI a A SPONZIELLO. *Evaluation of the vehicle handling performances by a new approach* [online]. 2008. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/232844545_Evaluation_of_the_vehicle_handling_performances_by_a_new_approach
- [17] ROUELLE, Claude. *OptimumG* [online]. <https://optimumg.com/company/>
- [18] ROUELLE, Claude. *OptimumG* [online]. <https://optimumg.com/product/optimumlap/>
- [19] ROUELLE, Claude. *OptimumG* [online]. <https://optimumg.com/product/optimumtire/>
- [20] ROUELLE, Claude. *OptimumG* [online]. <https://optimumg.com/product/optimumkinematics/>
- [21] ROUELLE, Claude. *OptimumG* [online]. <https://optimumg.com/product/optimumdynamics/>

Seznam obrázků

Obrázek 1: Ukázka součástí a uspořádání interiéru závodní pneumatiky. (zdroj: [5]; upraveno)	13
Obrázek 2: Ukázka kladných směrů působících sil a momentů na pneumatiku. [6]	15
Obrázek 3: Kombinovaná charakteristika boční a brzdné síly. (zdroj: [6], upraveno)	16
Obrázek 4: Aerodynamický odpor a přítlak (všechny síly kladné). [1]	19
Obrázek 5: Pneumatika při akceleraci. (zdroj: [3], upraveno)	22
Obrázek 6: Pneumatika při brzdění. (zdroj: [3], upraveno)	23
Obrázek 7: Poměr podélné přilnavosti proti skluzu (%). (zdroj: [3], upraveno)	23
Obrázek 8: a) Kladný statický odklon γ^0_i (pohled zepředu).....	25
Obrázek 9: Parametry odpružení prvního řádu pro variaci odklonů. [9]	25
Obrázek 10: Ackermann řízení (nahore), paralelní řízení (uprostřed), anti-Ackermann řízení (dole). [9]	26
Obrázek 11: Síly působící na vůz Formule. [10]	28
Obrázek 12: Sklon přímky individuálního dotížení jednotlivých náprav vozidla. [10].....	29
Obrázek 13: Formule s otevřeným diferenciálem: různé jízdní křivky získané při konstantní rychlosti, testy s proměnným řízením. [12]	31
Obrázek 14: Formule s uzamčeným diferenciálem: různé jízdní křivky získané při konstantní rychlosti, testy s proměnným řízením. [12]	31
Obrázek 15: Formule s otevřeným diferenciálem: srovnání jízdních křivek získaných při konstantní rychlosti, testy s proměnným řízením (vlevo) a konstantním řízením, testy s proměnnou rychlostí (vpravo). [13].....	32
Obrázek 16: Neválcová manipulační plocha pro vůz Formule s otevřeným diferenciálem. [13]	33
Obrázek 17: ρ - δ MAPA vozu Formule 1 s otevřeným diferenciálem. křivky při konstantní rychlosti u a přímky při konstantním bočním zrychlení a_{y1} . [14].....	34
Obrázek 18: ρ - δ MAPA vozu Formule 1 s uzamčeným diferenciálem. Křivky při konstantní rychlosti u a přímky při konstantním bočním zrychlení a_{y1} . [14].....	34
Obrázek 19: β - ρ MAP pro vůz Formule 1 s otevřeným diferenciálem. Křivky při konstantní rychlosti u a křivky při konstantním bočním zrychlení a_{y1} . [15]	35
Obrázek 20: β - ρ MAP vozu Formule 1 s otevřeným diferenciálem. Křivky při konstantní rychlosti u a křivky při konstantním úhlu řízení δ . [15]	36

Obrázek 21: Křivky konstantních rychlostí v MAP ρ - δ pro vůz Formule 1 během zpomalování (přerušované čáry) a akceleraci (plné čáry). [16].....	37
Obrázek 22: Křivky na konstantě u a konstantě δ v β - ρ MAP pro vůz Formule 1 během zpomalování (přerušované čáry) a akceleraci (plné čáry). [16]	37
Obrázek 23: Grafy pro zobrazení charakteristiky pneumatiky pro optimální rychlost vozu v různých částí tratě. [18]	39
Obrázek 24: Ukázka grafů, které lze vygenerovat v programu OptimumTire. [19].....	41
Obrázek 25: Příklad porovnání pneumatiky A pro úhel prokluzu a boční síly při různých rychlostech a vertikálních zatížení. [19].....	43

