Univerzita Hradec Králové

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Myšlenkové mapy jako nástroj pro výuku slovních úloh

Diplomová práce

Autor: Bc. Aneta Bezrová

Studijní program: M7503 Učitelství pro základní školy

Studijní obor: Učitelství pro 2. stupeň ZŠ – matematika

Učitelství pro 2. stupeň ZŠ – anglický jazyk

Vedoucí práce: Mgr. Lukáš Vízek, Ph.D.

Hradec Králové listopad 2020

Univerzita Hradec Králové
Pedagogická fakulta

Zadání diplomové práce

Autor:	**Bc. Aneta Bezrová**
Studium:	P16P0342
Studijní program:	M7503 Učitelství pro základní školy
Studijní obor:	Učitelství pro 2. stupeň ZŠ - matematika, Učitelství pro 2. stupeň ZŠ - anglický jazyk
Název diplomové práce:	**Myšlenkové mapy jako nástroj pro výuku slovních úloh**
Název diplomové práce AJ:	Mind Mapping as a Tool for Teaching of Word Problems

Cíl, metody, literatura, předpoklady:

Diplomová práce se zabývá možnostmi využití myšlenkových map ve výuce matematiky na 2. stupni základní školy jako nástroje pro řešení slovních úloh. Práce shrnuje nejdůležitější aspekty myšlenkových map a poukazuje na jejich spojitost s uvažováním a porozuměním při studiu matematických problémů. Praktická část zkoumá vliv zapojení myšlenkových map do výuky na úspěšnost žáků při řešení slovních úloh.

BRINKMAN, Astrid. Mind Mapping as a Tool in Mathematics Education. The Mathematics Teacher. 2003, vol. 96, pp. 96 ?101. ISSN 0025-5769. BUZAN, Tony. Mentální mapování. Praha: Portál, 2007. ISBN 978-80-7367-200-3. RENDL, Miroslav a Naďa VONDROVÁ. Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2013. ISBN 978-80-7290-723-6. Vybrané články z odborných časopisů zaměřených na vyučování matematiky.

Garantující pracoviště:	Katedra matematiky, Přírodovědecká fakulta
Vedoucí práce:	Mgr. Lukáš Vízek, Ph.D.
Oponent:	Ing. Mgr. Eva Trojovská

Datum zadání závěrečné práce: 7.1.2019

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně a že jsem v seznamu použité literatury uvedla všechny prameny, ze kterých jsem vycházela.

V Hradci Králové dne 26. 11. 2020

Bezrová Aneta

Bezrová Aneta

Poděkování:

Chtěla bych poděkovat panu Mgr. Lukáši Vízkovi, Ph.D. za odborné vedení mé diplomové práce, za jeho vstřícnost, trpělivost i podnětné a inspirativní rady.

Poděkování patří také vedení školy, ve které proběhlo výzkumné šetření, a žákům za aktivní účast.

V neposlední řadě bych ráda poděkovala své rodině a přátelům za jejich trpělivost a podporu po celou dobu mých studií.

Anotace

BEZROVÁ, A. *Myšlenkové mapy jako nástroj pro výuku slovních úloh.* Hradec Králové, 2020. 68 s. Diplomová práce. Univerzita Hradec Králové, Přírodovědecká fakulta. Vedoucí diplomové práce Lukáš Vízek.

Diplomová práce se zabývá možnostmi využití myšlenkových map ve výuce matematiky na 2. stupni základní školy jako nástroje pro řešení slovních úloh. Teoretická část práce je zaměřena na slovní úlohy jako kritickou oblast matematiky a na vlastnosti, tvorbu a použití myšlenkových map. Cílem praktické části je vytvořit jednotnou strukturu mentálních map pro slovní úlohy o pohybu, směsích a společné práci. Tato část práce obsahuje sbírku slovních úloh a uvádí i možné způsoby, jak myšlenkové mapy využít ve výuce. Praktická část zahrnuje i kvalitativní výzkum zaměřený na využití tohoto nástroje v praxi.

Klíčová slova

Myšlenkové mapy, matematika, slovní úlohy, výuka

Annotation

BEZROVÁ, A. *Mind Mapping as a Tool for Teaching of Word Problems*. Hradec Králové, 2020. 68 p. Diploma Thesis. University of Hradec Králové, Faculty of Science. Thesis Supervisor Lukáš Vízek..

This diploma thesis deals with the possibility of application of mind maps as a tool for solving word problems in lower-secondary mathematics education. The theoretical part of the thesis is focused on the word problems as a critical area of Mathematics and on features, creation and use of mind maps. The aim of the practical part of the thesis is the creation of unitary mind maps for motion, mixture and work word problems. This part comprises a collection of word problems and introduces possible ways of the application of mind maps in education. Furthermore, the practical part of the thesis includes qualitative research focused on the usage of this tool in practice.

Keywords

Mind maps, Mathematics, Word Problems, Education

Obsah

Úvod

V rámci studia anglického jazyka jsem měla možnost se setkat s metodou výuky cizího jazyka, kterou její autorka Petra Kacafírková nazvala Leximapping. Jedná se o využití myšlenkových map, již dříve vyvinutých Tonym Buzanem, k výuce cizího jazyka v souvislostech a do hloubky. (leximapping, [2020]) V souvislosti s tím se u mě zrodila myšlenka, zda by nebylo možné obdobným způsobem aplikovat myšlenkové mapy i do výuky matematiky a učinit ji tak pro žáky přístupnější, zajímavější a zábavnější.

Matematika je disciplína, která je velmi komplexní, a proto je žáky základních škol často označována za nejnáročnější a tedy nejméně oblíbený školní předmět (Hejný a Kuřina, 2009). Matematika na úrovni základní školy v sobě skrývá nemalé množství kritických oblastí, kterými se ve svých publikacích zabývá řada autorů. Ti se všichni shodují na tom, že výrazným kritickým místem matematiky jsou pro žáky slovní úlohy. (Rendl et al., 2013) V rámci několikaletého individuálního doučování různých žáků základních ale i studentů středních škol jsem se nesetkala s nikým, kdo by neoznačil slovní úlohy jako oblast, ve které tápe.

Řešení slovní úlohy totiž nespočívá pouze ve výpočtu, ale zahrnuje hned několik etap, které jsou na sebe navzájem úzce vázané. Elementární fází pro vyřešení každé slovní úlohy je schopnost správně přečíst a analyzovat zadání, uvědomit si, které údaje jsou pro řešení podstatné a jak spolu navzájem souvisí. Teprve poté následuje proces matematizace a další fáze řešení. Zcela nesmyslné výsledky, ke kterým žáci při svých pokusech často docházejí, svědčí o tom, že již od samého počátku jejich snahy u nich nedošlo ke konkrétní představě reálné situace, která je textem popsána. Právě nedostatečná čtenářská gramotnost je proto v řadě případů původcem neschopnosti žáka dojít ke správnému a logickému řešení úlohy.

Jako nástroj pro zlepšení čtenářské gramotnosti se v tomto směru nabízí právě myšlenkové mapy. Ty umožňují originálním a zábavným způsobem analyzovat zadání slovní úlohy a uvědomit si důležité vztahy mezi danými veličinami. Mohou nahradit obvyklý lineární zápis slovní úlohy, který je po žácích na základní škole často vyžadován, a vést tak žáky k nelineárnímu uvažování v souvislostech. Jelikož podporují kreativitu a jejich použití zapojuje obě mozkové hemisféry, rozvíjejí myšlenkové mapy logické uvažování a umožňují člověku využít lépe svou mozkovou kapacitu.

Se slovními úlohami se žáci průběžně setkávají během celé základní školy. Jedná se tedy o učivo nemalého objemu. Následující text se proto zaměří na konkrétní typ slovních úloh, a sice slovní úlohy směřující na řešení pomocí lineárních rovnic. Zahrnují v sobě slovní úlohy o pohybu, směsích a společné práci.

Cílem teoretické části diplomové práce je nastínit způsob, jakým myšlenkové mapy aktivizují obě mozkové hemisféry a přispívají tím k lepšímu pochopení psaného textu. Praktická část diplomové práce se pak bude zabývat samotnou tvorbou myšlenkových map pro dané typy úloh. Zaměří se na výrobu vizuálních školních pomůcek doplněných o sbírku úloh, k jejichž řešení je lze využít, a návrh možných aktivit. Tato část práce bude zahrnovat také výzkum zaměřený na využití této pomůcky v praxi.

TEORETICKÁ ČÁST

1. Slovní úlohy

1.1. Definice slovní úlohy

Slovními úlohami s matematickým obsahem se lidé zabývali již ve starověku. Byly využívány pro praktické účely běžného života, kdy bylo třeba spočítat výši daní, rozdělit majetek, určit výměru pole apod. Dochované jsou úlohy ze starého Egypta, Mezopotámie, období Helénistických zemí a Římského císařství, Indie, Číny, islámských zemí a dalších. (Novotná, 2000)

Z tohoto pojetí úlohy vychází i definice F. Kuřiny (Kuřina, 2011, s. 65): *„Slovní úlohou obvykle rozumíme slovy popsanou situaci z běžného života nebo určité oblasti poznání, v níž hledáme odpověď na položenou otázku.“*

V praxi se však můžeme setkat s celou řadou definic slovní úlohy v závislosti na šíři pojetí tohoto pojmu. Pedagogický slovník (Průcha, Walterová a Mareš, 2008, s. 258) definuje slovní úlohu jako každou pedagogickou situaci, *„(…) která se vytváří proto, aby zajistila u žáků dosažení určitého učebního cíle.“*

Websterův slovník (Webster´s, 1979, cit. podle Novotná, 2000) definuje úlohu v matematice jako cokoli, co vyžaduje být uděláno, nebo jako komplikovanou či obtížnou otázku.

Polák (Polák, 2016, s. 87) uvádí, že na úrovni škol se používá pojem matematická úloha se stejným významem jako matematický problém, tedy daná situace, která vyžaduje řešení. *„Slovními úlohami ve školské matematice se rozumí všechny takové úlohy, jejichž zadání i položené otázky nejsou vyjádřeny pomocí matematické symboliky, ale jsou vyjádřeny ve slovní formě.“* (Polák, 2014, s. 141)

1.2. Typy slovních úloh

Slovní úlohy lze rozlišit na různé typy dle rozličných kritérií. Můžeme je dělit z hlediska účelu, role ve vzdělávacím procesu, obsahu, oblasti matematiky, kontextu, obtížnosti a dalších.

Základní rozdělení uvádí Polák (Polák, 2014) a sice rozlišení úloh s matematickým obsahem a úloh s obsahem nematematickým, tzv. aplikačních úloh z běžného života a mimomatematických oborů. Odvárko et al. (Odvárko et al., 1990) sdílí tento způsob dělení slovní úloh. Ve slovních matematických úlohách však navíc ještě rozeznávají úlohy aritmetické, algebraické a slovní úlohy s geometrickým obsahem.

Kuřina (Kuřina, 2011) rozlišuje slovní úlohy v závislosti na kladené otázce, či uvedené výzvě. Úloha kalkulativní vyzývá řešitele k tomu, aby něco vypočítal, tj. odpovídá na otázku „Kolik?“. Cílem rozhodovací úlohy je odpovědět na otázku „Zda?“. Určovací úlohy kladou otázku „Který?“. Konstrukční úlohy pobízejí k nalezení vhodného způsobu sestrojení nějakého objektu i k jeho samotné konstrukci. Posledním typem jsou úlohy důkazové, jejichž výsledkem je odpověď na otázku „Proč?“. Dle jejich role ve vzdělávacím procesu pak Kuřina (Kuřina, 2011) rozeznává ještě úlohy motivační, ilustrační, procvičovací, diagnostické a kontrolní.

Analogicky dle stejného kritéria klasifikuje slovní úlohy i Polák (Polák, 2016) na úlohy motivační, ilustrační, procvičovací, diagnostické. Oproti Kuřinovi však úlohy kontrolní zahrnuje pod úlohy diagnostické. Navíc pak přidává úlohy aplikační a úlohy rekreační matematiky, tj. hádanky a hlavolamy. Podle cíle rozlišuje úlohy určovací, tj. úlohy aritmetické, algebraické a geometrické, a úlohy důkazové.

Přístupů k typologii slovních úloh existuje celá řada. Tato práce se zabývá slovními úlohami, které se řeší pomocí lineárních rovnic, a jsou do výuky matematiky na základní škole obvykle zařazovány v 8. ročníku. Proto je pro účely tohoto textu nejvhodnější klasifikace slovních úloh podle jejich kontextu či obsahového zaměření. Polák (Polák, 2014) dělí tyto aplikační úlohy na následující:

- Úlohy o dělení celku na části,
- Úlohy o pohybu – rovnoměrném či nerovnoměrném,
- Úlohy o společné práci,
- Úlohy o směsích.

1.2.1. Slovní úlohy o dělení celku na části

Slovní úlohy o dělení celku na části jsou úlohy, v nichž je úkolem zjistit z daného celku velikost jeho částí či naopak, z velikosti částí odvodit velikost celku, případně zjistit počet částí celku či velikost chybějících částí. (Novotná, 2000) Tyto úlohy často bývají zaměřené na využití zlomků a procent. Řadu z nich je možné řešit úsudkem.

Jelikož je u těchto úloh velká rozličnost možných zadání, nelze uvést obecný tvar rovnice, k jejímuž vyřešení tyto úlohy směřují. Z obdobných důvodů se tímto typem úloh tato práce dále nezabývá.

1.2.2. Slovní úlohy o pohybu

Slovní úlohy o pohybu lze rozdělit na úlohy o rovnoměrném pohybu a úlohy o pohybu nerovnoměrném, jejichž řešením se však matematika na úrovni základní školy nezabývá. Proto v následujícím textu bude pojem slovní úlohy o pohybu omezen na úlohy o rovnoměrném přímočarém pohybu, tj. úlohy, v nichž uvažujeme, že se daný objekt pohybuje po celou dobu stejně rychle a stejným směrem. (Polák, 2014)

Vzhledem k omezení na rovnoměrný přímočarý pohyb je při řešení těchto úloh využíván vztah pro vyjádření dráhy jako lineární závislosti rychlosti a času:

$$s = vt.$$

Slovní úlohy o pohybu, jež lze řešit pomocí lineární rovnice, obvykle rozlišujeme na úlohy, v nichž se objekty pohybují stejným směrem, a úlohy, v nichž je pohyb objektů opačný. Při pohybu těles **stejným směrem** řešitel často odpovídá na otázky spojené s tím, kdy jeden objekt dožene druhý. Jejich dráha je tedy shodná.

$$s_1 = s_2,$$

$$\text{tj. } v_1 t_1 = v_2 t_2.$$

V případě úlohy zaměřené na **opačný pohyb** objektů se bere v potaz fakt, že se objekty po nějaké době na své dráze střetnou. Platí tedy vztah

$$s_1 + s_2 = s,$$

$$\text{tj. } v_1 t_1 + v_2 t_2 = s.$$

kde s je celková vzdálenost míst, ze kterých jednotlivé subjekty svůj pohyb začaly.

1.2.3. Slovní úlohy o společné práci

„Úlohy o společné práci se vyznačují tím, že v nich vystupují dva subjekty (případně tři i více subjektů) různé výkonnosti, které vykonávají společně či současně stejnou práci (činnost).“ (Novotná, 2000, s. 18) Tyto úlohy bývají často ozvláštňovány rozdílnou dobou společné práce, zapojením subjektu, výsledkem jehož činnosti je úbytek práce, apod.

Jejich matematizací vzniká rovnice tvaru

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \cdots + \frac{1}{t_n} = \frac{1}{t},$$

kde proměnné $t_1, t_2, \dots t_n$ značí dobu, po kterou by jednotlivé subjekty práci vykonávaly samostatně, a t dobu jejich společné práce. (Polák, 2014)

1.2.4. Slovní úlohy o směsích

Slovní úlohy o směsích jsou úlohy, v nichž dochází k míchání dvou či více složek určitých vlastností. Míchání může být pouze symbolické, např. při koupi dvou druhů kávy v různých cenových hladinách, ale může se jednat i o míchání doslovné, např. tvorba roztoku dané koncentrace, teploty, hustoty apod.

V matematice na úrovni základní školy jsou za tyto úlohy obvykle považovány úlohy vedoucí na soustavu dvou lineárních rovnic typu

$$x_1 + x_2 = x,$$

$$c_1x_1 + c_2x_2 = cx,$$

přičemž *„(…) hodnoty čtyř ze šesti proměnných jsou zadány a dvě proměnné jsou neznámé)."* (Polák, 2014, s. 148)

V této rovnici proměnné x_1, x_2 symbolizují množství (objem, hmotnost, …) daných složek směsi, x množství výsledné směsi. Proměnné c_1, c_2, c značí jejich vlastnost, která je pro vytvoření směsi stěžejní, často např. koncentrace, hustota, teplota, cena apod.

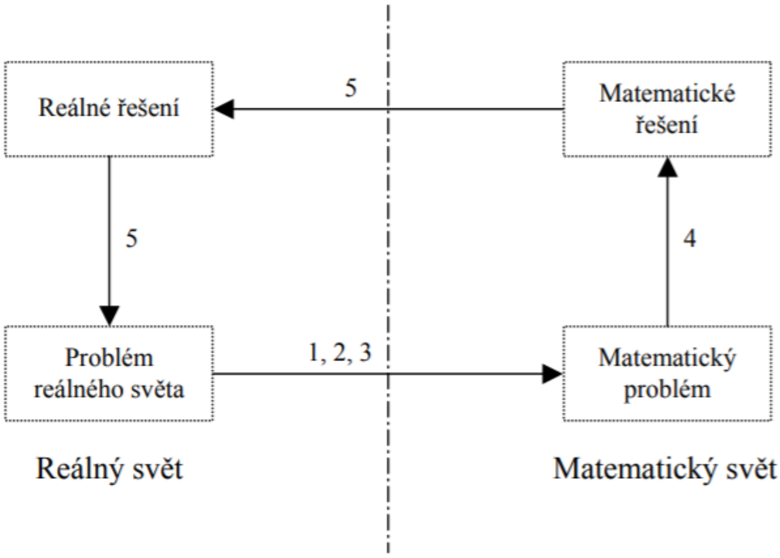
Uvedené vztahy je možné vyjádřit pouze jednou lineární rovnicí tvaru

$$c_1x_1 + c_2(x - x_1) = cx.$$

1.3. Etapy řešení

Aby mohla být zodpovězena otázka daná slovní úlohou, musí být úloha nejdříve podrobena celé řadě řešitelských etap, z nichž každá má své nezaměnitelné místo a pro správný závěr by neměla být vynechána.

Různí autoři (Polák 1991, Polák 2014, Polák 2016, Kuřina 2011, Budínová 2018, Novotná 2000, Koncepce matematické gramotnosti ve výzkumu PISA 2004) využívají pro jejich označení rozdílné výrazy, v důsledku se u nich ale činnost rozdělená do těchto fází shoduje. Graficky tento proces znázorňuje Koncepce matematické gramotnosti ve výzkumu PISA 2003 (Koncepce matematické gramotnosti ve výzkumu PISA 2003, 2004).



Obr. 1: Etapy řešení slovní úlohy
(Koncepce matematické gramotnosti ve výzkumu PISA 2003, 2004)

1.3.1. Analýza

První fáze obsahuje důkladnou **analýzu slovního zadání**, tedy pochopení a představení si dané reálné situace. To zahrnuje také zjištění toho, které údaje jsou dané, jaké jsou mezi nimi vztahy, které údaje lze určit jako nadbytečné a pro řešení úlohy nepodstatné, a které údaje je nutné teprve zjistit. V této fázi může docházet k opakovanému a důkladnému čtení zadání, podtrhávání, zvýrazňování, škrtání, pořizování záznamů důležitých údajů, kreslení náčrtů, schémat, jednoduchých obrázků apod.

Důležitým aspektem pro úspěšnost této etapy je **čtenářská gramotnost** řešitele. *„Čtenářská gramotnost je celoživotně se rozvíjející vybavenost člověka vědomostmi, dovednostmi, schopnostmi, postoji a hodnotami potřebnými pro užívání všech druhů textů v různých individuálních i sociálních kontextech.“* (Altmanová et al., 2011, s. 8) Zahrnuje v sobě celou řadu schopností, jako je vyhledávání informací a interpretace jejich smyslu, ale také porozumění grafům, schématům, tabulkám aj. (Průcha a Veteška, 2014) Tyto schopnosti jsou klíčové pro správnou analýzu zadání slovní úlohy a tedy i pro její řešení.

1.3.2. Plánování

Následuje **plánování strategie** řešení dané úlohy. *„Strategií rozumíme řešitelovu odpověď na otázku: „Jak úlohu řešit?“ Řešitel vytváří souhrn pravidel určujících způsob jeho dalšího postupu při řešení slovní úlohy.“* (Novotná, 2000, s. 24) V této fázi řešitel využívá kromě zcela nových úvah i své předchozí zkušenosti, srovnává a hledá souvislosti. Ve velké míře je využívána kreativita. Řešitel prostřednictvím svého tvůrčího myšlení hledá postupy, které vedou k vyřešení úlohy. Kuřina (Kuřina, 2011) dokonce v souvislosti s tvůrčím myšlením hovoří o „umění řešení úlohy“.

Je to právě strategie, na kterou je dle Hejného a Kuřiny (Hejný a Kuřina, 2009) nejvíce soustředěna naše pozornost při řešení složitější slovní úlohy. Následující početní úkony už jsou prováděny s vynaložením podstatně menší energie, jelikož jsou v této chvíli často již plně automatizovány. Tím je *„(…) intelektuální energie člověka uvolněna pro jinou, náročnější činnost.“* (Hejný a Kuřina, 2009, s. 142)

Budínová (Budínová, 2018) rozlišuje strategie na **aritmetické** a **algebraické**. Mezi aritmetické strategie patří například metoda „pokus-omyl“, kdy řešitel odhadne výsledek a ten následně považuje bez dalšího ověřování za řešení úlohy, anebo provede zkoušku správnosti a na základě toho případně volí další strategie. Tato metoda je však velmi nespolehlivá a především nerozvíjí strategické myšlení žáka. (Novotná, 2000) Využívá se především na 1. stupni základní školy, kdy pro odhalení základních vztahů často stačí grafické znázornění popsané situace nebo vytvoření tabulky apod.

Na druhé straně jsou pak strategie algebraické, při nichž řešitel vždy využívá rovnice. Někdy se pracuje s kombinací obou zmíněných strategií. Takovou situací je například využití tzv. řešitelského obrázku pro sestavení rovnice. Často se jedná o model v podobě úsečky. (Budínová, 2018)

1.3.3. Matematizace

Nalezení vhodné strategie pak vyústí **matematizací** reálného problému, tedy procesem, kdy je slovní zadání převedeno na problém ryze matematický. Spočívá ve správném přiřazení číselných údajů k jednotlivým subjektům, označení neznámých a následném použití matematických operací tak, aby korespondovaly se vztahy vyjádřenými v zadání. (Vondrová et al., 2015)

„K matematizaci situace může žák využít známý algoritmus, může mu pomoci obrázek, ve kterém budou znázorněny vztahy mezi veličinami, a může také použít logickou úvahu, pomocí níž si uvědomí hledané vztahy.“ (Budínová, 2018, s. 31) Proces matematizace by měl být úzce spojen s pochopením vztahu mezi reálnou situací, její slovní formulací a jejím vyjádřením matematickými prostředky.

„Matematika poskytuje žákům vyjadřovací prostředky k popisu kvantitativních stránek světa, jak ho poznávají v běžném životě i v ostatních předmětech, pomáhá jim v orientaci v prostoru, v němž žijí. Poskytuje jim i metody řešení úloh. … Z jistého hlediska je matematika řešením slovních úloh. Jsou-li to úlohy z nematematického

světa, je přitom významné učit žáky modelovat příslušné jevy matematickými prostředky (např. rovnicemi, vzorci, funkcemi, grafy, schématy, …) a pomocí nich odpovídající úlohy řešit.“ (Kuřina, 1994, cit. podle Novotná, 2000, s. 13)

Zvládnutí procesu matematizace patří mezi hlavní očekávané výstupy z matematiky v Rámcovém vzdělávacím programu pro základní vzdělávání (Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, 2017), který klade důraz právě na praktickou využitelnost znalostí v reálných životních situacích.

V souvislosti s řešením slovních úloh pomocí rovnic obnáší matematizace zvolení a označení neznámých, nalezení všech číselných údajů a nakonec jejich zanesení do rovnice. (Polák, 1991)

1.3.4. Řešení matematické úlohy

V okamžiku, kdy je problém matematizován, lze přistoupit k samotnému **vyřešení matematické úlohy**. *„Aritmetická úloha se řeší úsudkem, algebraická úloha vyřešením rovnic, resp. nerovnic.“* (Polák, 1991, s. 260) Poté by měla následovat zkouška, tedy ověření, zda je číselné řešení správné. V případě slovních úloh řešených pomocí rovnic jde o dosazení výsledné číselné hodnoty do původní rovnice.

1.3.5. Verifikace slovní úlohy

V této fázi je důležité uvědomit si, že došlo pouze k vyřešení matematické úlohy, ale že pro dokončení procesu řešení slovní úlohy je třeba ještě přistoupit k poslednímu kroku, a tím je **verifikace slovní úlohy.** (Kuřina, 2011) Pohledem zpět řešitel ověří, zda výsledky matematické úlohy korespondují se slovním zadáním a zda v tomto kontextu dávají smysl. Na závěr jsou takto získané výsledky **interpretovány** opět ve slovní podobě.

1.4. Význam slovních úloh ve vzdělávacím procesu

Slovní úlohy jsou součástí matematiky již od prvního ročníku základní školy. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání na jejich zařazení do výuky klade velký důraz, a to nejen ve spojitosti s matematikou. Aplikační úlohy by dle RVP měly být součástí všech tematických okruhů během celého základního vzdělávání, jelikož mají značný didaktický význam. (Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, 2017)

Jejich zařazením do výuky žáci rozvíjejí své matematické uvažování a kromě toho se učí, *„(…) jak vyhodnotit situace, vybrat strategie řešení problému, navrhnout logické závěry, nacházet a popisovat řešení a rozpoznat, jak mohou být řešení aplikována.“* (Matematické vzdělávání pro 21. století rozvíjí kreativitu a komunikační dovednosti, 2016, s. 2)

Významným aspektem, který jen podporuje důležitost role slovních úloh ve výuce, je posílení žákovské sebedůvěry ve vlastní schopnosti logického uvažování. Při řešení slovních úloh lze využívat řady pomůcek, jako jsou například kalkulátory či různé počítačové softwary, což může pomoci žákům, kteří mají nedostatky v numerickém počítání, zažít v matematice úspěch. (Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání, 2017)

Slovní úlohy pozitivně rozvíjejí myšlení žáků, jejich pozornost a představivost. Jejich řešení vede k lepšímu porozumění základním matematickým operacím a pojmům. Přispívají k upevnění početních návyků, mohou mít značný výchovný obsah a především připravují žáky k využití matematiky v běžném životě. (Blažková, Matoušková a Vaňurová, 2001)

Řešení slovních úloh tedy přispívá k posilování celkové **matematické gramotnosti** žáků. Ta je definována jako *„(…) schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat podložené úsudky a zabývat se matematikou tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana.“* (Průcha a Veteška, 2014, s. 177)

V neposlední řadě slovní úlohy rozvíjejí i již dříve zmiňovanou **čtenářskou gramotnost** žáků. Ti se jejich prostřednictvím učí, jak pracovat s textem, jak zpracovat informace v něm obsažené a jak je roztřídit a použít k nalezení vhodného řešení. Na závěr pak tuto schopnost využijí při nutnosti slovní formulace číselných výsledků.

1.5. Slovní úlohy jako obtížná oblast matematiky

1.5.1. Výzkumná šetření

Mezi učiteli, žáky i veřejností obecně panuje názor, že slovní úlohy jsou považovány za problematické. (Novotná, 2000) Dokazuje to i řada výzkumů zaměřených na kritické oblasti ve školské matematice. Slovní úlohy nechyběly v žádném z těchto výzkumů a v řadě z nich se umístily na předních příčkách pomyslného žebříčku, a to jak na úrovni prvního a druhého stupně základních škol, tak i na středních školách.

Míru dovedností, které jsou využitelné v praktickém životě, pravidelně hodnotí ve svých výzkumech Mezinárodní výzkum PISA. Ten zkoumá úroveň matematické, čtenářské a přírodovědné gramotnosti patnáctiletých žáků a srovnává ji napříč státy. Úlohy, které jsou do tohoto výzkumu zařazovány, jsou označovány jako tzv. problémové úlohy a je pro ně charakteristická jejich mezipředmětovost. (Tomášek a Potužníková, 2004) Jednotlivé kroky směřující k nalezení jejich řešení jsou analogické s etapami řešení matematických slovních úloh.

V roce 2018 proběhlo již sedmé výzkumné šetření PISA. Česká republika se umístila mezi třemi státy, jejichž skóre v matematice a přírodních vědách bylo vyšší než celkový průměrný výsledek ze 79 zemí, jež se do výzkumu zapojily. Oproti průměrné hodnotě zemí OECD, která v roce 2018 nabyla v matematice hodnoty 489, byl průměrný výsledek českých žáků o 10 bodů vyšší. Jedná se také o výsledek, který je o 7 bodů lepší než skóre ČR při posledním testování v roce 2015. Ve srovnání s prvním testováním v roce 2003 je však toto skóre o 17 bodů nižší. Ve čtení je výsledek ČR srovnatelný s průměrným skóre OECD za rok 2018 a také s hodnotou z prvního testování v roce 2003. (OECD, 2019)

Ze získaných údajů je patrné, že zatímco čtenářská gramotnost českých žáků se, až na výkyv v roce 2009, drží v poměrně úzkém intervalu, který se příliš neodchyluje od průměrných hodnot zemí OECD, matematická gramotnost v ČR má klesající tendenci. (Blažek et al., 2019)

Česká školní inspekce se ve školním roce 2015/2016 ve svém výzkumném šetření zabývala úrovní sociální, čtenářské a matematické gramotnosti žáků 6. ročníků základní školy a odpovídajících ročníků víceletých gymnázií. Ve všech třech oblastech byla očekávaná úroveň úspěšnosti stanovena na 67 %. Toto očekávání bylo naplněno při testování čtenářské gramotnosti, kdy žáci dosáhli na průměrnou úspěšnost 71 %. Poněkud hůře si vedli v úlohách zaměřených na sociální gramotnost (58 %) a nejhorší výsledky byly zaznamenány v oblasti matematické gramotnosti. Při průměrné úspěšnosti 51 % téměř třetina žáků nedokázala správně odpovědět na dvě pětiny zadaných otázek. Úspěšnost pouhých 32 % pak zaznamenali ve výzkumu matematické gramotnosti studenti 1. ročníků středních škol.

Kromě testování úspěšnosti žáků při řešení úloh z daných oblastí bylo součástí tohoto výzkumu i dotazníkové šetření zaměřené na podmínky k rozvoji gramotnosti. Téměř 66 % všech dotázaných učitelů uvedlo slovní úlohy jako didakticky nejnáročnější učivo. Doporučení ČŠI vycházející z tohoto šetření klade důraz na posílení výuky úloh, které vycházejí z reálného kontextu a umožňují žákům získané dovednosti používat pro řešení situací z běžného života. (Tematická zpráva rozvoj čtenářské, matematické a sociální gramotnosti na základních a středních školách ve školním roce 2015/2016, 2016)

Hledáním kritických míst matematiky v základním vzdělávání se ve svých publikacích zabývali i Vondrová et al. (Vondrová et al., 2015) a Rendl et al. (Rendl et al., 2013). Na základě rozhovorů zjistili, že z 26 dotázaných učitelů 1. stupně celkem 21 z nich zařadilo slovní úlohy mezi kritické oblasti matematiky. Z učitelů 2. stupně základní školy pak slovní úlohy do této kategorie řadí více než 55 % dotázaných.

Výzkum zaměřený na řešení aplikačních úloh rovnicového charakteru zrealizovala v roce 2017 na 2. stupni základní školy Irena Budínová (Budínová, 2018). Toto šetření bylo speciálně zaměřeno na odborně diagnostikované nadané žáky a žáky s výborným matematickým prospěchem. V průměru tito žáci dosáhli při řešení daných slovních úloh úspěšnosti 62 %.

Na základě svých předchozích šetření zrealizovali v letech 2016 – 2017 Naďa Vondrová et al. (Vondrová et al., 2019) výzkum zaměřený na jazykové a matematické schopnosti žáků 3. – 9. tříd základní školy. Prostřednictvím dotazníkového šetření bylo zjištěno, že oblíbenost slovních úloh u žáků s narůstajícím věkem klesá, u žáků 8. a 9. ročníků jde jen o 40-45 %, což ovšem může souviset i se vzrůstající obtížností úloh. Z výsledků testování žáků v oblasti českého jazyka a matematiky pak vyplynulo množství potenciálních důvodů neúspěšnosti žáků při řešení slovních úloh.

1.5.2. Problematická místa

Řada z výše zmíněných výzkumů se zaměřila i na identifikaci jednotlivých problematických míst, kvůli kterým žáci nedokázali zadané slovní úlohy zdárně vyřešit. Mezi nejčastěji uváděné příčiny patří nízká čtenářská gramotnost a s tím související uchování a zápis údajů. Jako velmi problematické se jeví i zvládnutí procesu matematizace a poté naopak zpětná slovní interpretace získaných číselných údajů.

Výzkumy Novotné (Novotná, 2000), Rendla et al. (Rendl et al., 2013), Budínové (Budínová, 2018), Vondrové et al. (Vondrová et al., 2019) i Sigmundové (Sigmundová, 2019) se shodují na tom, že nízká úroveň **čtenářské gramotnosti** představuje často prvotní a zásadní problém žáků při řešení slovních úloh. Zblízka se na souvislost porozumění psanému textu a řešení matematické úlohy podívali ve svých výzkumech Vondrová et al. (Vondrová et al., 2019) a Sigmundová (Sigmundová, 2019).

Alena Sigmundová (Sigmundová, 2019) zrealizovala v letech 2016 – 2017 v 8. a 9. ročnících základní školy výzkum orientovaný na čtenářskou gramotnost jako předpoklad pro úspěšné řešení slovních úloh. Pouze 27 % žáků zapojených do výzkumu dokázalo úlohy správně vyřešit a zároveň prokázat, že zadání rozumí.

Výzkum ukázal, že příčinou nevyřešení zadaných úloh bylo ve 47 % případů neporozumění zadání.

V případě, že žák nepochopí správně slovní zadání úlohy, nemůže u něj dojít k utvoření konkrétní představy dané situace z běžného života, a je tedy snížena jeho schopnost úlohu zdárně vyřešit. (Budínová, 2018) Limitována je tím i jeho schopnost vytvořit si odhad výsledku a provést zkoušku úsudkem o jeho reálnosti.

Porozumění zadání slovní úlohy může být často navíc různými způsoby ztíženo. Může se tak stát v případě, že zadání obsahuje pro žáky neznámé výrazy, jako je například terminologie, archaismy a historismy. Roli hraje i přítomnost nadbytečných informací, jazyková explicitnost zadání, pořadí informací, přítomnost návodných informací či naopak antisignálů. (Vondrová et al. 2019) Sigmundová (2019) pak zkoumá například i vliv délky zadání, členění textu, způsob zápisu číselných údajů či celkovou lingvistickou, lexikální, syntaktickou a morfologickou náročnost textu.

Náročné bývá pro žáky často i pochopení výrazů, kterými jsou ve slovním zadání údaje porovnávány. Jedná se o slovní spojení typu „menší než", „několikrát více", „vyhrát", „prohrát", „před", „po", apod. Roli zde hraje i pozice tohoto výrazu vzhledem k neznámému údaji. (Budínová, 2018)

Jako možný způsob ověření porozumění textu navrhuje Novotná (Novotná, 2000) opakované čtení zadání či jeho přeformulování vlastními slovy žáka.

S uchopením slovního zadání úlohy a čtenářskou gramotností pak úzce souvisí i vyhledání a **zápis informací** podstatných pro řešení, což může představovat další problematickou oblast v procesu řešení slovní úlohy. Pro uchování těchto dat bývá v praxi nejčastěji využívána určitá forma zápisu či vytvoření schématu nebo obrázku, který danou situaci znázorní. Tuto fázi řešení úlohy mohou žáci buď zcela opominout, nebo v ní zásadním způsobem chybovat. Žáci nesprávně vyhodnotí, které údaje jsou pro řešení úlohy důležité, nebo některé informace z textu z nepozornosti či kvůli jazykové bariéře vůbec nezaznamenají, což může souviset právě se zmiňovanou čtenářskou gramotností. Ojediněle si žáci mohou údaje, které považují za důležité, avšak v textu se nevyskytují, vymýšlet. (Vondrová et al., 2015)

Jako nejkritičtější označuje Rendl et al. (Rendl et al., 2013) fázi **matematizace**, tedy přechod od slovního zadání k jeho zápisu pomocí čísel a početních operací. Jedná se o přechod od konkrétní reálné situace k jejímu abstraktnímu vyjádření pomocí matematiky. Matematizace, jak autoři zdůrazňují, není jednorázovým procesem, ale obnáší opakované a obousměrné přechody mezi textem a jeho matematickým vyjádřením.

Z výzkumu Vondrové et al. (Vondrová et al., 2015) vyplynulo, že pro žáky není příliš problematické přiřadit číselné údaje ke správným subjektům, ale často chybují ve volbě matematických operací a postupů. Ukázalo se, že žáci například často zaměňují aditivní a multiplikativní porovnávání. To souvisí i s výše zmiňovaným porozuměním výrazům „o několik více/méně“, „několikrát více/méně“, apod. Potíže při matematizaci žákům často způsobuje také přítomnost zlomků. Zajímavé je také zjištění výzkumníků, že *„(…) zvládnutí přechodu od konkrétních reprezentací k abstraktním ještě není zárukou zvládání přechodů opačných. Žák zvládne sestavit postup výpočtu pro určitý typ nebo určitou úroveň složitosti slovních úloh, ale nedokáže na zadanou rovnici (postup výpočtu) vytvořit slovní zadání.“* (Vondrová et al., 2015, s. 406)

Blažková, Matoušková a Vaňurová (Blažková, Matoušková a Vaňurová, 2001) pro lepší osvojení abstrakce a k upevnění souvislosti mezi slovním zadáním a jeho matematickým vyjádřením doporučují využívat cvičení, kdy je k dané rovnici třeba přiřadit vhodný popis reálné situace.

S ohledem na množství etap, kterými je třeba při řešení slovní úlohy projít, je možné identifikovat celou řadu míst, v nichž mohou žáci chybovat. V případě, že žák správně pochopí slovní zadání úlohy a zvládne proces zápisu údajů i matematizaci, může narazit na problém při samotném řešení matematické úlohy, provádění zkoušky či slovní interpretaci výsledků.

Mezi další původce žákovských potíží při řešení slovních úloh zařazují Rendl et al. (Rendl et al., 2013) například i charakter slovních úloh či osobní charakteristiky a zkušenosti žáků. Vondrová et al. (Vondrová et al., 2019) pak mezi možnými příčinami obtíží žáků zmiňují i jejich individuální implicitní očekávání, např. že každou úlohu lze vyřešit, existuje jediné a jednoznačné řešení, je nutné využít všechny zadané údaje, apod.

2. Myšlenkové mapy

2.1. Definice

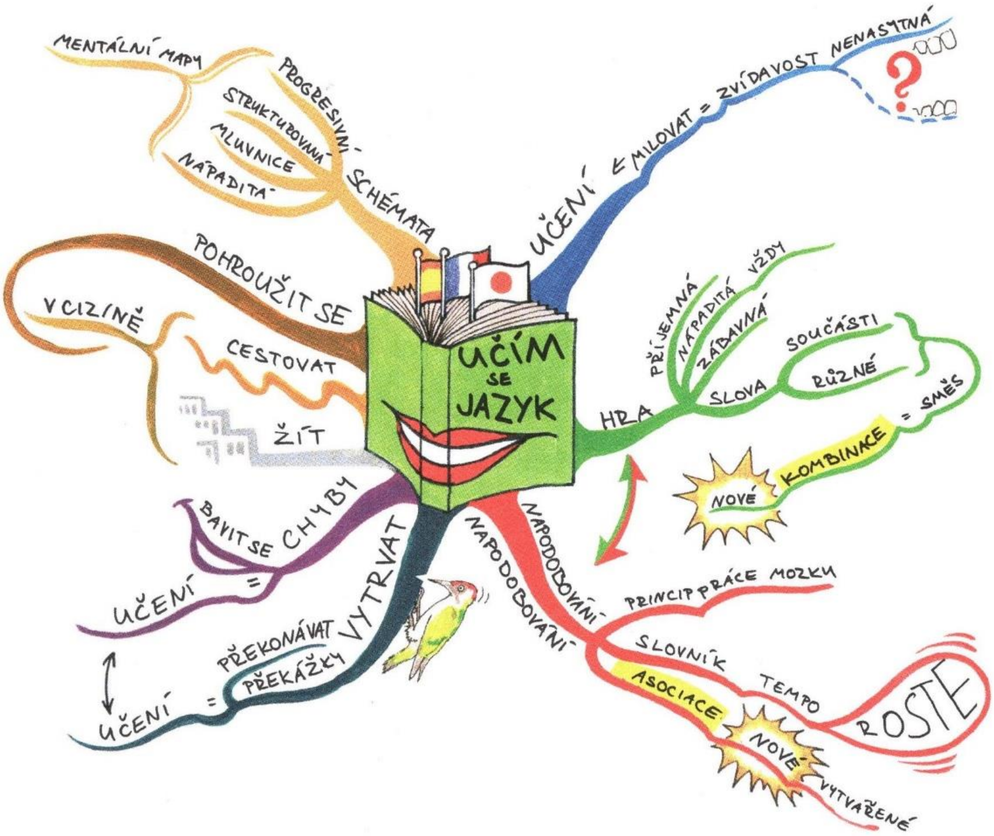
Autor myšlenkových map, Tony Buzan, je definuje jako základní organizační nástroje pro třídění myšlenek. O jejich využití mluví jako o nejjednodušším způsobu, jak dostat informace do mozku a následně je z něj vyvolat zpět. (Buzan, 2002)

Myšlenková mapa je nelineární grafické zobrazení myšlenek, v němž je hlavní idea umístěna doprostřed. Na ni se následně podle důležitosti a na základě asociací napojují různými směry další představy, z nichž se každá může ještě dále větvit. Vztahy mezi jednotlivými pojmy jsou naznačeny spojnicemi, které mají tvar křivek. Pro označení jednotlivých kategorií mapy mohou být zvolena stručná hesla nebo symboly, tvary či obrázky. (Buzan, 2007)

Výkladový slovník z pedagogiky (Kolář et al., 2012, s. 101) definuje myšlenkovou mapu jako *„grafické zobrazení struktury (nebo její části) vědeckého nebo individuálního (dětského) pojetí určitého fenoménu (konkrétního jevu, abstraktního pojmu).“* Jako synonyma se dle tohoto slovníku pro označení myšlenkové mapy někdy používají výrazy **mentální mapa, kognitivní mapa** nebo **slovní předivo.**

Horst Müller, poradce v oblasti mind mappingu, popisuje myšlenkové mapy jako orientační plány ducha, myšlenek a paměti, které jsou v souladu s asociativními vazbami existujícími v našem mozku. (Müller, 2013)

„Myšlenková mapa je tedy grafické uspořádání slov, pojmů a obrázků, které umožňuje vyznačit a identifikovat závislosti a spojitosti, jež nejsou často na první pohled úplně patrné.“ (Černý a Chytková, 2014, s. 11)



Obr. 2: Ukázka mentální mapy (Buzan, 2007, s. 148)

2.2. Historie

Hledáním různých způsobů, jak uspořádat své myšlenky, se lidé zabývali celá staletí. Zatímco někteří využívali formu textu úhledně uspořádaného do řádků a odstavců, jiní své úvahy zakreslili do schémat, náčrtů a diagramů. Známy jsou například zápisky starých Číňanů, kteří formou stromové struktury zaznamenali tradiční léčitelství. (Černý, 2016)

Jako další příklad lze uvést španělského filosofa Ramona Llulla, který již na přelomu 13. a 14. století zanesl své úvahy do tzv. stromu vědění. Do struktury podobné rodokmenu zapsal slova, která doplnil názornými ilustracemi, a vytvořil tak jednoho z prvních předchůdců mentálních map. (Havas, 2006)

Ze známých velikánů celosvětové vědy, kteří využívali pro zaznamenání svých objevných myšlenek nelineární schémata, lze jmenovat například Leonarda da Vinci, Michelangela, Pabla Picassa, Galilea, Charlese Darwina, Isaaca Newtona, Thomase Edisona, Alberta Einsteina a řadu dalších.

Leonardo da Vinci, proslulý umělec, ale i vědec, po sobě zanechal velice cenné deníky dokazující jeho všestrannou činnost. V dochovaných materiálech však nehrají hlavní roli slova, nýbrž kresby, schémata, symboly a ilustrace, pomocí kterých dospíval ke svým objevům a zjištěním. (Buzan, 2007)

Charles Darwin, známý britský přírodovědec, ve svých zápiscích často používal schematická zobrazení v podobě nepravidelně se větvících stromů. Pomocí těchto ilustrací zaznamenával například vztahy mezi jednotlivými živočišnými druhy i další důležité informace, jejichž prostřednictvím odhaloval nové souvislosti, díky kterým pak dospěl ke své evoluční teorii.

Častým využíváním různých vizualizací byl známý i Albert Einstein. Sám prozradil, že své myšlenky raději znázorňuje schematicky, místo aby k jejich popisu využíval slova. Pro značení svých diagramů využíval pouze písmena a vzájemné vztahy zakresloval pomocí spojnic a šipek. Zdůrazňoval roli představivosti a věřil, že slova a čísla nehrají v procesu uvažování významnou roli. (Michalko, 2001)

Autorem myšlenkových map, tak jak je známe dnes, se stal psycholog Tony Buzan. Ten již v průběhu svých univerzitních studií shledal způsob, kterým si psal poznámky, jako nedostačující. Pozorováním svého okolí zjistil, že většina lidí tíhne stejně jako on k systému podtrhávání a barevného zvýrazňování v zápisech, které jsou převážně lineární, a které se s narůstajícím objemem zaznamenaných údajů často stávají chaotické. Snažil se proto najít systém, který by byl podstatně efektivnější. (Buzan, 2002)

Nechal se inspirovat Řeky a jejich systémy na podporu paměti založenými na představivosti a asociacích. Uvědomil si, že tato dvě kritéria jsou i z psychologického hlediska pro proces učení zcela zásadní. Zabýval se způsoby, které v minulosti pro psaní poznámek využívali velcí myslitelé, a sice systémy využívající obrázky, hesla a spojovací linie. (Buzan, 2002)

Zkoumal důkladně fungování lidského mozku, zjišťoval, jak pracuje a co potřebuje pro to, aby pracoval ještě lépe. Díky tomu si uvědomil, že nejefektivnější způsob učení je ten, který je v souladu s jeho přirozeným fungováním, a na počátku 70. let 20. století vyvinul metodu mentálního mapování. (Buzan, 2013)

2.3. Nástroj pro propojení mozkových hemisfér

Při vytváření metody mentálního mapování se Tony Buzan opíral o dostupné poznatky o fungování lidského mozku. Klíčovým se pro něj stal objev amerického neurobiologa a nositele Nobelovy ceny, Rogera Sperryho. (Müller, 2013)

Ten zkoumal efekty přerušení spojení mezi pravou a levou mozkovou hemisférou. Díky řadě výzkumů se mu podařilo dokázat, že každá z hemisfér může fungovat sama o sobě a že každá z nich má zásadnější vliv na jinou skupinu funkcí. Zatímco levá hemisféra je dominantní ve spojitosti s řečí, psaním a počítáním, pravá hemisféra je nadřazena například v souvislosti s prostorovým vnímáním a hudbou. Levou polovinu mozku tak lze označit za analytickou, koncentrující se na postupné zdůvodňování krok po kroku, pravou pak za celostní, situační. (Erdmann a Stover, 2000)

Pro levou mozkovou hemisféru je tedy typická organizovanost. Pracuje se slovy, čísly, logikou. Je lineární, vyžaduje uspořádání věcí v určitém sledu. Oproti tomu funkce, které jsou dominantní v pravé hemisféře, jsou ty, které převažují u velmi malých dětí, jež se ještě nenaučily používat slova a logiku a žijí daným okamžikem. Řídí se emocemi, intuici, vizuálním vnímáním a celkovým dojmem. (Siegel a Bryson, 2015) Levá hemisféra je tedy často charakterizována přívlastky jako racionální, abstraktní, matematická, logická a strategická, pravá hemisféra je naopak spíše emocionální, divergentní či umělecká. (Černý a Chytková, 2014)

Ačkoliv bylo Rogerem Sperrym dokázáno, že jednotlivé poloviny mozku mohou fungovat i samostatně, je zřejmé, že původní struktura mozku byla navržena tak, aby tyto části spolupracovaly a umožňovaly tím člověku dosahovat komplexnějších cílů. Je tedy důležité, aby mezi levou a pravou hemisférou docházelo ke komunikaci a mohla tak být mnohem lépe využita celková kapacita mozku. (Siegel a Bryson, 2015)

Tony Buzan proto zdůrazňuje, že lidský mozek funguje synergicky, tj. že celek je větší než součet jeho jednotlivých součástí. Abychom tedy vhodně zapojili obě dvě hemisféry našeho mozku a využili ho tak co nejefektivněji, můžeme k tomu využít myšlenkovou mapu. Ta v sobě totiž skrývá aspekty, které způsobí, že spolu obě dvě hemisféry začnou komunikovat. Při jejím kreslení, používání barev, křivek a představivosti dojde k zapojení pravé hemisféry. Naopak použití logických spojení, slov a čísel přispěje k aktivizaci levé hemisféry. Graficky znázorněné propojení jednotlivých myšlenek pak podnítí asociace a bohatou představivost a vyvolá další představy. Radikálně tak dojde k navýšení výkonu mozku. (Buzan, 2007)

2.4. Tvorba

Pro tvorbu myšlenkové mapy je plně postačující čistý list nelinkovaného papíru, který by měl být umístěn naležato, a barevné tužky. Hlavní téma je představeno obrázkem umístěným doprostřed stránky. Kolem něj jsou pak rozmístěny další myšlenky, které s ústředním tématem spojuje zakřivená čára. Každá z těchto myšlenek představuje hlavní kapitoly daného tématu a je zaznamenána pomocí klíčového slova, které může být doplněno o malý obrázek. Na ně pak mohou navazovat další větve, které slouží k uvedení detailů. (Buzan, 2013)

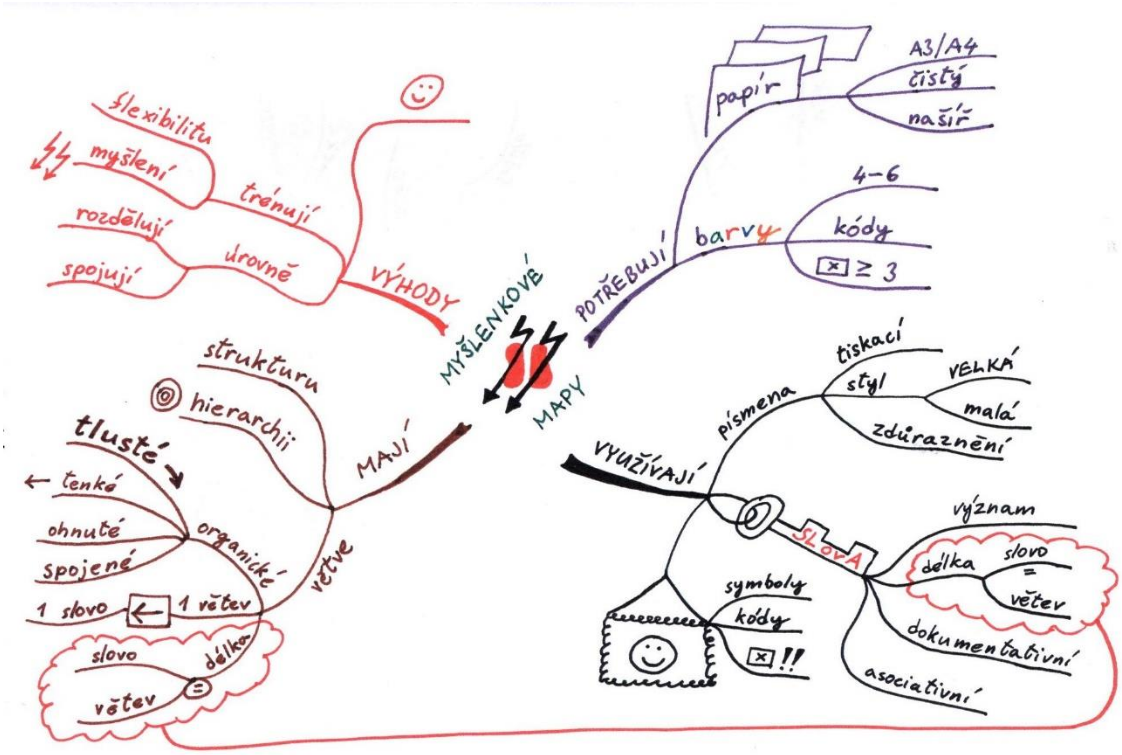
Při tvorbě mapy by měl autor postupovat ze středu směrem k rohům. Klíčová slova by měla být představována ideálně podstatnými jmény či slovesy. Pro zápis přídavných jmen je vhodné využívat různých symbolů, jako např. plus, minus, vykřičník, srdíčko, kytička, apod. Tyto symboly a další obrázky mohou mít různé barvy a velikosti podle jejich důležitosti. Měnit se může i styl a velikost písma. Pro hlavní větve by měla být použita jen velká tiskací písmena. Ve zbytku mapy se pak mohou druhy použitých písem měnit. Je důležité v mapě dostatečně zvýrazňovat zásadní informace a spojitosti. (Müller, 2013)

Paprsky, které slouží ke spojování jednotlivých myšlenek, mají mít tvar křivek. Z ústředního tématu by měly vystupovat v takovém pořadí, jak nám myšlenky prostřednictvím asociací volně plynou. Čáry, které vystupují z centrálního bodu, by měly být nejsilnější a se zvětšující se vzdáleností se ztenčovat a slova, která je označují, zmenšovat. Pro rozlišení kategorií je vhodné využívat linie různých barev. Obecně se doporučuje v myšlenkové mapě použít minimálně tři barvy, aby byl mozek dostatečně stimulován. (Pilný, 2014)

Aby zůstala mapa dostatečně přehledná, doporučuje se na jednu větev vždy zapisovat jedno slovo. Není chybou, když se mapa netvoří systematicky. Myšlenky je třeba nechat volně plynout a podle toho je také zaznamenávat. Není tedy nutné vždy rozvětvovat jednu větev a teprve poté zapisovat nápady k jiným kategoriím, mezi větvemi je možné libovolně přeskakovat. Počet větví se odvíjí od složitosti tématu a hloubky, do které chce autor proniknout. Je nežádoucí ve větvení mapy pokračovat na úkor její přehlednosti. V takovém případě se jako vhodnější jeví dané údaje zaznamenat do další samostatné mapy. (Chytková a Černý, 2016)

Tony Buzan zdůrazňuje, aby větve měly vždy tvar křivek, podobajících se větvím stromu. Zakřivené, organické větve považuje za výrazně atraktivnější a snáze poutající pozornost. Ve svých instrukcích dále pobízí ke stručnosti a výstižnosti klíčových slov. Na jedné lince by mělo ležet vždy jen jedno klíčové slovo. Celá mapa by pak měla být barevná a dodávat tak energii našemu tvůrčímu myšlení. Zároveň by měla využívat celou řadu vyobrazení, jejichž výmluvnost je v řadě případů mnohem lepší než použití slov. (Buzan, 2007)

Pilný (Pilný, 2014) pak doporučuje si při kreslení mapy dopřávat tzv. kreativní přestávky. První, desetiminutová přestávka, by se dle Pilného měla zařadit po první půlhodině. Potřetí by se člověk měl k mapě vrátit druhý den. Tyto přestávky by měly podnítit nové nápady anebo přinést zcela nový pohled na věc, na základě kterého pak může být mapa upravena, či zcela překreslena.



Obr. 3: Tvorba myšlenkových map (Müller, 2013, s. 97)

Myšlenkovou mapu není vždy nutné kreslit ručně. V současnosti existuje celá řada softwarů určených pro jejich tvorbu. Ačkoliv je při vytváření mapy v digitálním prostředí limitována kreativita autora, přináší využití těchto softwarů i řadu výhod. Oproti papírové verzi nabízí mnohem jednodušší manipulaci a nenáročné provádění větších změny bez nutnosti celou práci předělávat. Výhodou je především rychlost a jednoduchost při tvorbě mapy. Za zmínku stojí i možnost jejího sdílení.

Řada z těchto softwarů je dostupná online. Většina z nich má základní funkce dostupné zdarma, při náročnějších požadavcích je pak nutné zakoupení přístupu k rozšířené verzi. Pod vedením Tonyho Buzana vznikl software iMindMap. Z dalších lze zmínit například Coggle, MindMeister, MindMup, Xmind, AYOA atd.

2.5. Vlastnosti

Myšlenkové mapy si získaly svoji popularitu i díky řadě specifických vlastností, kterými vynikají.

Jejich nepopiratelnou výhodou oproti seznamům je **vícerozměrnost**. Díky tomu je možné do nich prostřednictvím vzdálenosti jednotlivých objektů zaznamenat i míru, do jaké spolu dané body souvisí. Mapu lze také rozdělit do různých tematických segmentů a zabezpečit tak její větší přehlednost. (Schmidt, 2005)

Další pozitivum představuje její **barevnost**. Jednotlivým barvám může být přiřazen určitý význam, a navíc je díky nim mapa atraktivní na pohled. (Schmidt, 2005) I barvy mohou plnit funkci oddělování jednotlivých témat a přispět tak k celkové přehlednosti mapy. Zároveň napomáhají i zapamatování informací. (Chytková a Černý, 2016) Kromě barev mohou obsahovat **obrázky**, což napomáhá paměti s uchováním daných údajů. I tímto mapy kopírují fungování lidského mozku, který myslí a pamatuje si v obrazech. (Buzan, 2013)

Přispívají i k rozvoji **tvořivosti** a celkové **intelektuální kondici**, která následně ovlivňuje naši schopnost si něco zapamatovat a objevovat nové originální myšlenky. (Černý a Chytková, 2014) Mapy nám umožňují se na daný problém plně soustředit a nahlížet na něj z různých úhlů. Pomáhají nám uvědomit si již známá fakta, zorganizovat je a pomocí toho následně rozvíjet asociace a vytvářet nové představy. Spojování zaznamenaných údajů nám umožňuje uvažovat nad souvislostmi, které by nás jindy ani nenapadly. (Michalko, 2001)

Jedná se o velice **všestranný** nástroj. Ačkoliv byly původně vytvořeny pro usnadnění učení, našly si nakonec své využití v celé řadě činností. (Černý a Chytková, 2014)

2.6. Možnosti využití

Obecně lze říci, že myšlenkové mapy najdou své využití všude tam, kde je potřeba hledat nové nápady, zajímavé myšlenky nebo řešit nějaký problém. Dobře poslouží jako nástroj pro analýzu a zápis údajů či myšlenek k určitému tématu. Usnadní zapamatování, vybavování si nebo shrnování informací. Lze je využít jako metodu výuky, podklad k prezentaci i jako relaxační techniku. (Chytková a Černý, 2016)

Myšlenkové mapy je tedy možné uplatnit v osobním i pracovním životě. Můžou být vhodnou pomůckou k prostému plánování volného času, dovolené, nákupu vánočních dárků, rodinné oslavy, svatby či vyváženého rozpočtu. (Buzan, 2007) Dobře poslouží i jako nástroj pro sebeřízení a rozvoj osobnosti, kdy se do jejich struktury zaznamenávají osobní přednosti a oblasti hodné zlepšení či osobní přání a cíle. (Müller, 2013)

V pracovním životě je možné využít myšlenkové mapy hned pro několik účelů. Stejně jako svůj volný čas si jimi můžeme znázornit rozvržení pracovní doby tak, abychom stihli splnit všechny zadané úkoly včas. Obdobně lze navrhnout i mapu činností týmu. Mapy mohou představovat formu zápisu telefonního hovoru, poznámek z porady, přehledu zásadních bodů diskuse, strukturovaného přehledu e-mailové korespondence nebo podkladu pro prezentaci. Lze je využít pro hledání vhodné strategie řešení problému, podrobné rozplánování projektu či jako způsob zápisu nápadů získaných brainstormingem. V souvislosti s prací v kolektivu pak lze kromě individuální tvorby myšlenkové mapy jednotlivcem uvažovat i o skupinové mapě, do které mohou postupně přispívat všichni členové týmu a výrazně tak podpořit rozvoj asociací ostatních kolegů. (Pilný, 2014)

Nakonec nelze nezmínit prvotní účel, pro který byly myšlenkové mapy vyvinuty, a sice proces učení. Ve školním prostředí mohou mapy posloužit jako alternativní způsob psaní výpisků z textu nebo poznámek při hodině. Při vlastní tvorbě je možné si pomocí mapy rozplánovat strukturu prezentace, referátu, eseje či kvalifikační práce. Při prezentaci lze mapu využít i jako podklad, který je posluchačům promítán. Posloužit může jako nástroj pro práci s textem. V souvislosti se vzděláváním je pak zásadní využití myšlenkových map pro zapamatování, uchování a následné vybavování si různých informací. (Černý a Chytková, 2014)

2.6.1. Myšlenkové mapy ve výuce

Kromě individuálního studia najdou myšlenkové mapy využití i ve školním prostředí. Jako nejjednodušší způsob jejich zapojení do výuky se nabízí zápis poznámek z hodiny nebo výpisků z textu. V tomto směru si lze představit jejich aplikaci téměř ve všech naukových předmětech vyučovaných na českých školách. Do myšlenkové mapy je možné například zapsat důležité údaje o konkrétní historické události v rámci výuky dějepisu, lze ji využít pro klasifikaci trojúhelníků v matematice, rozlišení druhů látek podle skupenství v hodinách fyziky a chemie, porovnání jednotlivých podnebných pásů v zeměpisu a dalších. (Buzan, 2013)

Jako vhodná a zajímavá pomůcka se nabízí i pro výuku cizích jazyků. Pro žáky mohou představovat zábavnější a na pohled atraktivnější způsob zápisu přehledu gramatiky či slovní zásoby. V souvislosti s výukou jazyků byla dokonce vyvinuta speciální metoda, tzv. leximapping. Ten představuje *„(…) ucelený systém cizojazyčné výuky založený na kontextovém a hloubkovém učení a efektivním zápisu a opakování.“* Tuto metodu její autorka Petra Kacafírková založila na práci s tzv. lexikartami, které propojují slovní zásobu s gramatikou. Každá karta obsahuje význam a výslovnost slova, výrazy, které se s ním pojí, a také příkladovou větu. Jelikož jsou všechny tyto kategorie zaneseny do myšlenkové mapy, je celá struktura barevná a obsahuje obrázky. (Leximapping, [2020])

Nejsou to ale pouze cizí jazyky, které nabízí prostor pro zapojení myšlenkových map. Stejně dobře je lze aplikovat i ve výuce mateřského jazyka, a to jak pro zápis základních přehledů a pravidel, tak i pro práci s textem. Při přípravě na slohové cvičení lze žáky vést k tomu, aby si strukturu chystaného textu rozvrhli právě pomocí myšlenkové mapy. (Buzan, 2013) Obdobně je s mapami možné pracovat i při analýze již hotového textu. Ať už jde o čtení letmé nebo hloubkové, pro správné pochopení textu a vytvoření uceleného pohledu na jeho obsah je často vhodné si dělat poznámky. Jejich zápis do myšlenkové mapy nabídne strukturovaný přehled důležitých údajů, který při zachování hierarchie může zobrazovat i rozlišení jednotlivých informací dle jejich důležitosti či podrobnosti. (Müller, 2013) Tím je posilována i celková **čtenářská gramotnost**.

2.6.2. Myšlenkové mapy v matematice

To, že je lze dobře využít i v matematice, uvádí ve své knize sám autor myšlenkových map, Tony Buzan. *„Myšlenkové mapy jsou na matematiku skvělé, protože matematika nepředstavuje, jak si mnozí studenti myslí, miliony vzorců a rovnic. Všechny ty vzorce a rovnice jsou založeny na nejdůležitější části matematiky – několika základních konceptech a myšlenkách. Ty jsou nejdůležitější a myšlenkové mapy vám je pomohou v hlavě uspořádat."* (Buzan, 2013, s. 52)

Ke shrnutí učiva v hodinách matematiky využila mentální mapy ve svém výzkumu Virginia S. Entrekin. (Entrekin 1992, cit. podle Mind mapping, 2011) Ta pomocí této metody cílila na větší zapojení studentů formou, kdy vyučující klade otázky a myšlenková mapa postupně vzniká dle jejich odpovědí. Učitelé, kteří se výzkumu zúčastnili, uvedli, že práce s myšlenkovou mapou umožňuje rychlý a přesný záznam matematických souvislostí. Vyzdvihli prostor pro kreativitu a zábavu, který mapy do hodin vnášejí. Z výzkumu také vzešlo zajímavé zjištění, že myšlenkové mapy mohou být nápomocné pro zapamatování důležitých vztahů a jednotlivých kroků algoritmů. Umožňují tak žákům vybavit si, jakým etapám je při výpočtu nutné příklad podrobit.

Zapojením myšlenkových map do matematiky se následně zabývala i Astrid Brinkman. Ta ve své práci poukázala na to, že mapy bývají na rozdíl od ostatních předmětů do matematiky zapojovány spíše sporadicky. Rozhodla se využít toho, že stejně jako matematika aktivují obě dvě mozkové hemisféry a v rámci průzkumu zařadila myšlenkové mapy do hodin matematiky. (Brinkman, 2003a) Ve své práci uvádí způsoby, jakými je možné mentální mapy v matematice využít. Zmiňuje organizaci a zápis informací, jejich zapojení jako pomůcky pro podporu paměti, jako nástroje pro shrnutí a zopakování učiva, společného zaznamenání nápadů různých studentů či spojení nových informací s již známými. (Brinkman, 2003b) Dle jejího pozorování má použití map efekt především na slabší žáky, kteří díky tomu často poprvé odhalí důležité souvislosti v matematických zákonech. Zároveň všichni žáci zapojení do jejího výzkumu tento nástroj uvítali jako příjemnou změnu ve výuce. (Brinkman, 2003a)

Rochmad, Bintag a Arifudin (Rochmad, Bintag a Arifudin, 2014) díky svému šetření orientovaném na učivo o trojúhelnících odhalili výrazně pozitivní vliv myšlenkových map na zlepšení reflexního myšlení v matematice. Žáci, kteří využívali v hodinách matematiky myšlenkové mapy, prokázali lepší porozumění učivu než žáci v kontrolní skupině, kteří byli vyučováni prostřednictvím běžného výkladu. Kromě toho si členové experimentální skupiny výuku více užívali.

V souvislosti se snahou zvýšit u žáků zanícení pro matematiku zapojili do její výuky myšlenkové mapy i Vijayakumari a Kavithamole (Vijayakumari a Kavithamole, 2014). Prostřednictvím výzkumného šetření se jim podařilo skutečně potvrdit, že myšlenkové mapy zvyšují kreativitu žáků v matematice a podporují jejich míru zapojení do výuky.

Matematika totiž stejně jako myšlenkové mapy využívá schopnosti, které se nacházejí v obou mozkových hemisférách. Proto je pro správné matematické uvažování důležité, aby obě poloviny lidského mozku namísto soupeření a vzájemného vyrušování se, spolupracovaly, doplňovaly se a povzbuzovaly se. (Davis a Hersh, 1981) Stejných principů využívá i mentální mapování a proto se i s ohledem na uvedené výzkumy ukazuje jejich propojení jako opodstatněné a efektivní.

PRAKTICKÁ ČÁST

3. Metodologie

3.1. Formulace cílů

Hlavním cílem praktické části práce je vytvořit jednotnou strukturu myšlenkových map pro řešení jednotlivých typů slovních úloh řešených rovnicemi. Parciální cíle pak zahrnují vytvoření sbírky slovních úloh a přehledu aktivit, které je možné v souvislosti s danými mapami použít. Dílčím cílem je na závěr i realizace výzkumného šetření ověřujícího vytvořené pomůcky v praxi.

3.2. Metodika tvorby map

Častou chybou žáků při řešení slovních úloh je opominutí některé z řešitelských etap. A ačkoliv je samostatné tvoření myšlenkových map pro plné využití jejich potenciálů lepší, byla z důvodu zahrnutí všech těchto fází stanovena jednotná struktura myšlenkové mapy pro každý z typů úloh. Při jejich tvorbě byla zohledněna i další problematická místa řešení slovních úloh, která byla zmíněna v teoretické části práce.

V první fázi řešení úlohy, kterou je **analýza zadání** a vyhledání důležitých údajů, má mapa za cíl navést řešitele k zamyšlení nad každým z aspektů, který by mohl být pro následný výpočet klíčový. K zaznamenání těchto informací byla vytvořena pole, do nichž je třeba vypsat konkrétní údaje ze slovního zadání. Zároveň je zde prostor pro uvedení vztahů mezi jednotlivými veličinami, což má za cíl u žáků ještě více podpořit vytvoření realistické představy o popsané situaci.

Prvním krokem pro vytvoření pevné struktury myšlenkové mapy bylo rozpoznání druhu údajů, se kterými se v daném typu slovní úlohy pracuje. Pomocí práce se sbírkami slovních úloh a učebnicemi pro základní školy byly tedy pro každý z vybraných typů slovních úloh nalezeny kategorie, které jsou klíčové pro jejich vyřešení. Tyto kategorie byly následně zaneseny do myšlenkové mapy. Na základě řešení konkrétních úloh pomocí těchto map byla jejich struktura několikrát mírně pozměněna a co nejvíce zjednodušena.

Poté, co byly kategorie pevně stanoveny, byly zvoleny konkrétní výrazy pro jejich označení. Cílem bylo zvolit co nejstručnější výrazy, jejichž význam bude zároveň naprosto jednoznačný a pro řešitele bude plnit návodnou funkci.

Jednotlivé kategorie myšlenkové mapy byly pak rozděleny na uzavřené, k jejichž charakteristice postačí výběr z předem dané nabídky, a otevřené, jejichž popis je v rámci jednotlivých úloh jedinečný, tedy je třeba ho konkrétně vypsat.

Pro uzavřené kategorie byla vytvořena banka výrazů, ze kterých lze vybírat. V případě nutnosti srovnání dané charakteristiky mezi jednotlivými subjekty, byly z důvodu větší přehlednosti a jednoduchosti zvoleny výrazy vedoucí na sčítání, tj. „víc než“. Zohledněny tak byly i často se opakující potíže žáků s volbou správné operace. Pro otevřené kategorie byla v mapě vytvořena prázdná pole s možností do nich konkrétní údaje vepsat nebo v případě, že tyto údaje zadání neobsahuje, je proškrtnout.

Jelikož důvodem tvorby tohoto nástroje je pomoci slabším žákům nalézt řešení, byla myšlenková mapa sestavena tak, aby byla co nejvíce návodná a to i v souvislosti s **volbou strategie** řešení. Proto jednotlivé kroky vyplňování mapy korespondují s etapami, kterým je nutno slovní úlohu podrobit. Pevně stanovenou strukturou mapy je ovšem volba strategie řešení záměrně omezena, jelikož způsob řešení úlohy je zde pevně dán.

Aby byl co nejvíce zjednodušen proces **matematizace**, byly v mapách pole, která bývají nejčastěji využívána pro sestavení rovnice, zvýrazněna. Kde to bylo možné, byl do mapy zanesen i symbol pro rovnost, naznačující, jak bude výsledná rovnice vypadat.

Dalším krokem byla volba rozmístění jednotlivých kategorií a subkategorií do mapy tak, aby bylo logické, návodné a přehledné. Mapa byla tematicky rozdělena na levou část, která je určena pro prvotní fáze řešení, a pravou polovinu, do níž byla umístěna pole, která již směřují k výpočtu. Pro lepší orientaci v mapě byly kategorie, které spolu souvisí, označeny různými odstíny stejných barev.

Pro označení jednotlivých subjektů byla v mapě vytvořena prázdná pole, do kterých žáci mohou vepsat vhodné pojmenování a v případě zájmu nakreslit obrázek či symbol. S cílem jejich využití v hodinách matematiky na základní škole byly všechny mapy vytvořeny pouze pro dva subjekty, tj. pro dva účastníky provozu, dvě složky směsi a dva účastníky pracovního procesu. Struktura s více subjekty by vypadala obdobně, pro žáky základní školy by ale mohla působit již značně nepřehledně. Z obdobného důvodu byly ze všech map vyřazeny kategorie, které se pojí s komplikovanějšími slovními úlohami, jež se na základní škole řeší spíše zřídka, jako je například rozdílná doba práce, možnost úbytku apod.

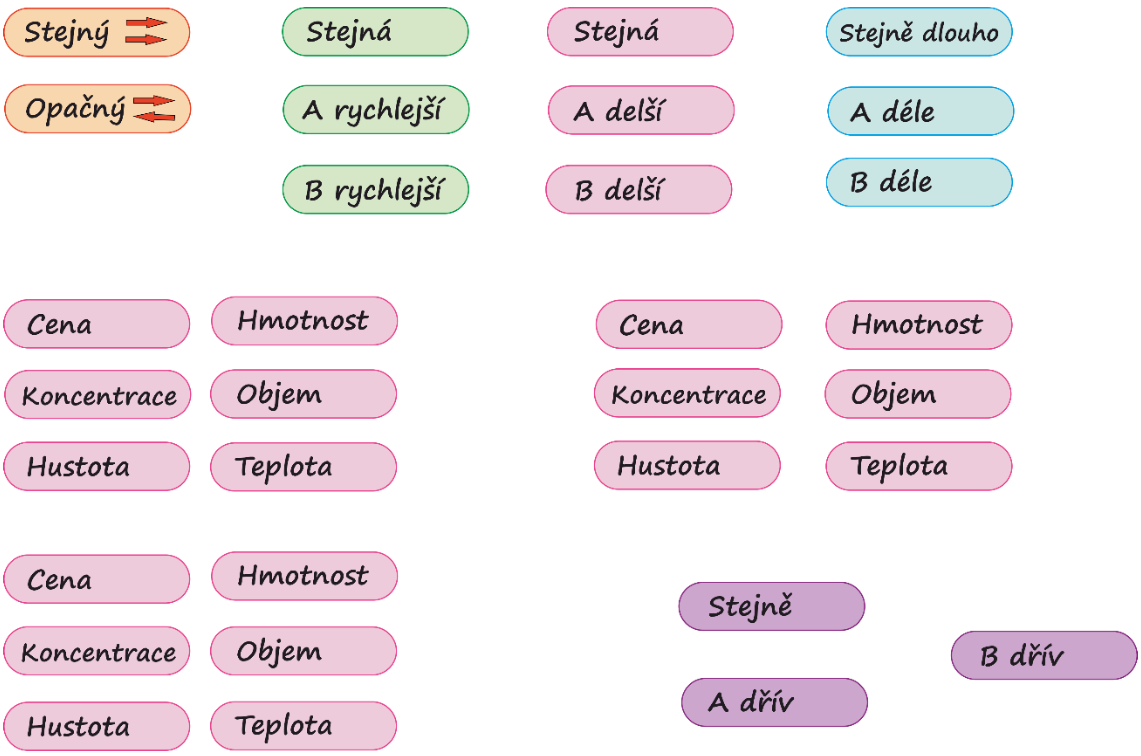
Do pravé poloviny mapy pak bylo umístěno pole určené pro výpočet, pomocí něhož bude stanoveno **řešení matematické úlohy.** Bylo vloženo mezi údaje o obou subjektech, aby tak byla naznačena nutnost jejich společného využití pro sestavení rovnice.

Následně byla mapa doplněna o pole pro zapsání slovní odpovědi, jakožto výsledného **řešení slovní úlohy.** Aby mapa nabízela i prostor pro dodatečné dopočítání některých dalších údajů, což často vyžaduje zadání úlohy o pohybu, bylo k rychlosti, dráze a času každého z dopravních prostředků přidáno navíc i pole, do něhož je možné chybějící údaje dopočítat.

Na závěr bylo do levé horní části mapy vloženo ještě pole pro slovní zadání úlohy. Celý pracovní list tím byl zkompletován tak, aby bylo možné v rámci jedné myšlenkové mapy provést všechny etapy řešení slovní úlohy. Žák je tak veden k zamyšlení nad jednotlivými kroky. Nutnost vyplnění všech polí pak zajistí, že žádný z nich nebude opomenut.

Záměrem je z každé mapy na základě typu slovní úlohy, kterou řeší, vytvořit výukovou sadu. Každá sada by měla obsahovat velkou mapu určenou pro připnutí na tabuli ve formátu A1, se sadou magnetů odpovídající velikosti, jež obsahuje hesla pro uzavřené kategorie mapy. Dále by její součástí mělo být zhruba 25-30 map ve formátu A4 se sadami kartiček obsahujícími výrazy uzavřených polí. Sada by měla navíc být doplněna o sbírku úloh a náměty na aktivity. V obou dvou formátech mapy by pole pro otevřená pole byla představována otvorem. U velké mapy by tak bylo možné patřičné údaje zapsat na tabuli, v případě žákovské verze mapy ji pak podložit čistým listem papíru.

Nakonec byly vytvořeny jednotlivé kartičky pro uzavřené kategorie mapy.



*Obr. 4:Kartičky pro uzavřené kategorie mapy (**Příloha 1)***

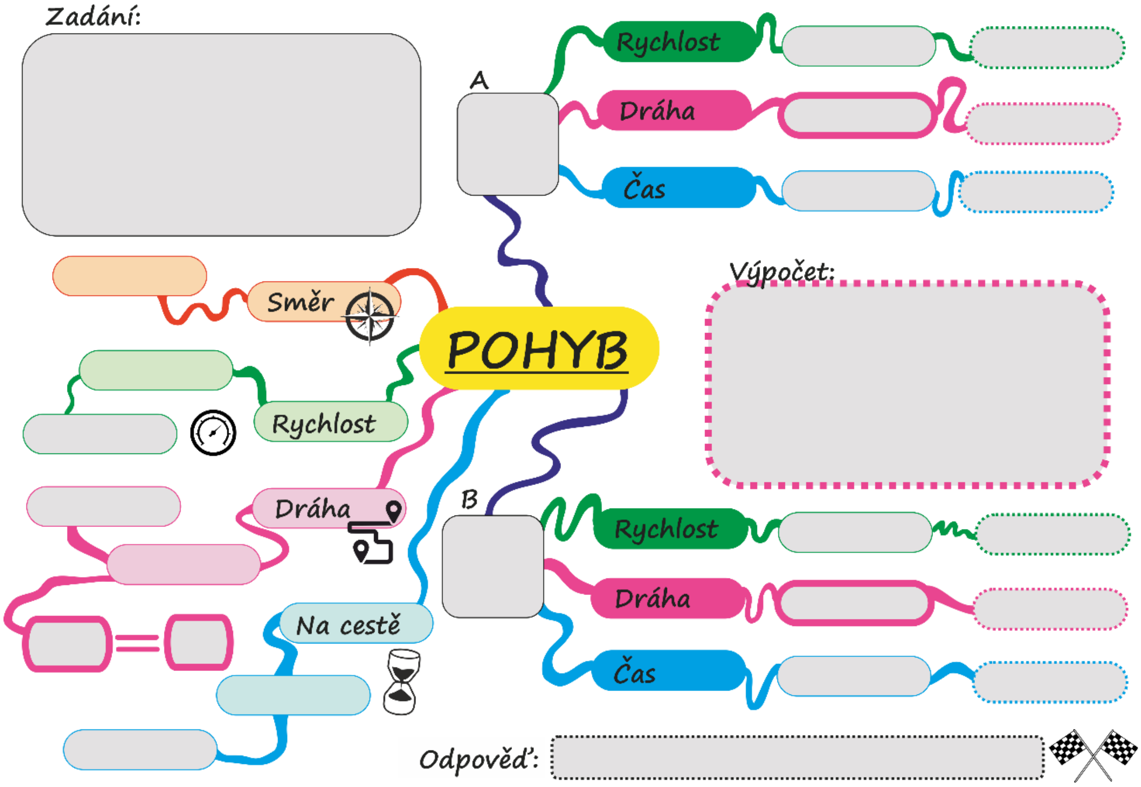
Mapy byly nejprve vytvořeny ručně, poté byly převedeny do elektronické podoby a nakonec upraveny v grafickém programu Corel Essentials 2020. Při jejich tvorbě byla zohledněna pravidla pro tvorbu myšlenkových map, která jsou uvedena v teoretické části práce.

Další možností, jak tento nástroj využít, by byla práce s elektronickou verzí mapy, např. na tabletech, či interaktivní tabuli.

3.2.1. Myšlenková mapa pro slovní úlohy o pohybu

Pro vyřešení **slovních úloh o pohybu** bylo stanoveno 6 hlavních kategorií a následující subkategorie mapy:

- **Směr**: Stejný/Opačný;
- **Rychlost**: Stejná/A rychlejší/B rychlejší → o kolik;
- **Dráha:** Stejná/A delší/B delší→ o kolik → vzorec ($s_1 = s_2$ / $s_1 + s_2 = s$);
- **Na cestě:** Stejně/A déle/B déle → o kolik;
- **A**:
  - Rychlost → údaj → výsledek;
  - Dráha → údaj → výsledek;
  - Čas → údaj → výsledek;
- **B**:
  - Rychlost → údaj → výsledek;
  - Dráha → údaj → výsledek;
  - Čas → údaj → výsledek.



*Obr. 5: Myšlenková mapa pro slovní úlohy o pohybu (**Příloha 2)***

Pro časový údaj v levé části mapy byl záměrně zvolen výraz „Na cestě“, jelikož pro žáky bývá často náročné si uvědomit, zda je časový náskok jednoho z účastníků třeba přičítat či odčítat. Zamyšlení nad tím, který z účastníků byl na cestě déle, by mohlo žákům usnadnit následný zápis příslušného vztahu.

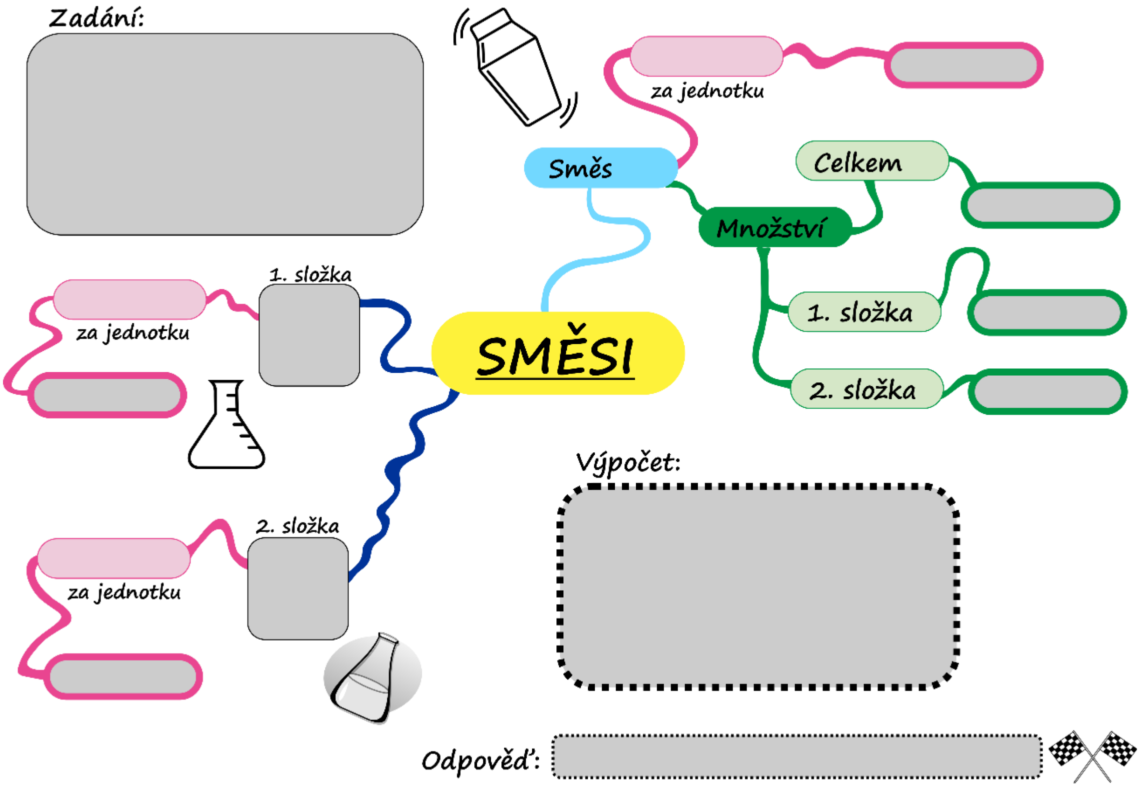
Po první části výzkumu byly na základě vyplněných pracovních listů od respondentů mapy následně upraveny. Jelikož se jako největší problém žáků jevilo sestavení rovnice, byla pole, která směřují k rovnici, zvýrazněna tučným rámečkem a pole pro stěžejní vztahy ($s_1 = s_2$ / $s_1 + s_2 = s$) bylo rozděleno na dvě oddělená pole, mezi něž byl vložen symbol pro rovnost. Tento krok by mohl být žákům nápomocný při procesu matematizace.

Pole, která již směřují k interpretaci výsledků, byla orámována přerušovanou čarou, aby tím byla naznačena spojitost mezi nimi a slovní odpovědí. Cílem je zamezit časté opomíjení poslední fáze řešení slovní úlohy.

3.2.2. Myšlenková mapa pro slovní úlohy o směsích

Pro **slovní úlohy o směsích** se ukázaly jako postačující 3 hlavní kategorie a následující subkategorie mapy:

- **1. složka**: cena/hmotnost/hustota/koncentrace → údaj;
- **2. složka**: cena/hmotnost/hustota/koncentrace → údaj;
- **Směs**:
  - cena/teplota/hmotnost/objem/délka/hustota/koncentrace → údaj;
  - množství
    - celkem → údaj;
    - 1. složka → údaj;
    - 2. složka → údaj.



*Obr. 6: Myšlenková mapa pro slovní úlohy o směsích (**Příloha 3)***

3.2.3. Myšlenková mapa pro slovní úlohy o společné práci

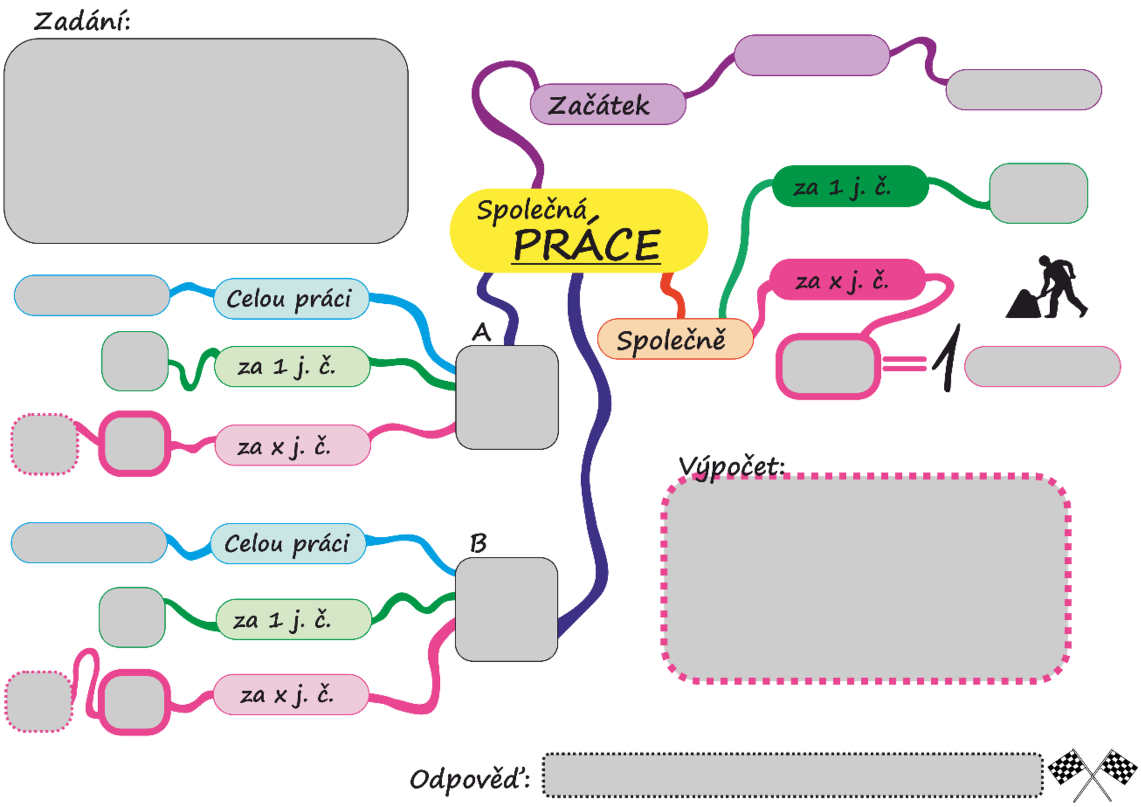
Slovní úlohy o společné práci vyžadovaly zavedení 4 hlavních kategorií a následujících subkategorií mapy:

- **A**:
    - Celou práci → údaj;
    - Za 1 j. č. → údaj;
    - Za ___ j. č. → údaj → výsledek;

- **B**:
    - Celou práci → údaj;
    - Za 1 j. č. → údaj;
    - Za ___ j. č. → údaj → výsledek;

- **Začátek**:
    - Stejně/A dřív/B dřív → o kolik;

- **Společně**:
    - Za 1 j. č. → údaj;
    - Za ___ j. č. → údaj = 1 → údaj.



*Obr. 7: Myšlenková mapa pro slovní úlohy o společné práci (**Příloha 4)***

Písmena j. č. zkracují výraz „jednotka času“. Původně byla vložena kategorie „za x j. č.“, která ale musela být dodatečně upravena tak, že neznámá x byla nahrazena volným polem. Byla tak zajištěna větší variabilita mapy a její využitelnost i pro úlohy, ve kterých je známo, za jak dlouho subjekty práci vykonají společně, za jak dlouho ji vykoná jeden ze subjektů sám, a kde je úkolem zjistit, za jak dlouho by jí vykonal druhý subjekt samostatně.

Mezi poslední dvě pole pro zápis údajů byla vložena rovnost naznačující, že společnou činností obou subjektů dojde ke splnění jedné práce, například jednoho výkopu, bazénu, pole, atd. Hned pod tento zápis pak byl umístěn rámeček pro sestavení a výpočet rovnice.

3.3. Metodika tvorby přehledu aktivit

Pro práci s mapami v hodinách matematiky byl vytvořen přehled s návrhem možných způsobů, jak mapy do výuky zařadit. Aktivity byly zvoleny s ohledem na jednotlivá problematická místa při řešení slovních úloh, umožnění diferenciace v rámci třídy a různé organizační formy výuky.

3.3.1. Mapa jako součást řešení slovní úlohy

První aktivita je vhodná pro úvodní seznámení žáků se strukturou myšlenkové mapy. Spočívá v prostém vyplnění celé mapy na základě daného slovního zadání slovní úlohy. Je zde využita především k důkladné analýze zadání a podpoře čtenářské gramotnosti žáků. Důraz je kladen i na absolvování všech etap řešení slovní úlohy bez toho, aby byla některá opominuta. Cílem je rozpoznat v textu klíčové údaje, odpovídajícím způsobem je roztřídit a odvodit vzájemné vztahy mezi nimi. Správné doplnění mapy by pak mělo žáky intuitivně navést k sestavení rovnice, jejímu vyřešení, interpretaci výsledků a zapsání slovní odpovědi. Prázdná okénka, jež vyžadují vyplnění, by měla mít pro žáky návodnou funkci a zabránit tak opomenutí některých důležitých údajů či etap řešení úlohy.

3.3.2. Přiřazení mapy ke slovní úloze

Dalším způsobem, jak mapu zapojit do výuky, je předložit žákům vyplněnou jednu nebo několik map s nabídkou možných slovních zadání. Jejich úkolem je přiřadit ke každé mapě odpovídající zadání. Žák se učí hledat údaje zapsané v mapách a porovnávat, jak korespondují s danými texty. Aktivita tak směřuje především na podporu čtenářské gramotnosti a pochopení souvislostí mezi slovním zadáním a jeho matematickým vyjádřením.

Zadání lze různě upravovat a diferenciovat jeho obtížnost. Je možné v mapách například vynechat samotný výpočet úlohy a jeho doplnění nechat na žácích. Dále je možné vynechat i některé z údajů v mapě. Vždy je ale třeba tento krok důkladně zvážit, aby přiřazení mapy k zadání bylo i nadále jednoznačné.

U této aktivity lze jednoduše nastavit i její obtížnost tím, jak moc si jsou jednotlivá slovní zadání úloh, a tedy i vyplněné mapy, podobné. V jednodušší variantě jsou zadání zcela rozdílná, v náročnějších verzích může být i několik skupin podobných úloh. V závislosti na zvolené obtížnosti tedy může být kladen důraz na drobné nuance v jednotlivých zadáních a míru jejich dopadu na způsob řešení úlohy. Navíc je možné využít současně několik různě obtížných sad a tím docílit diferenciace výuky.

3.3.3. Rekonstrukce zadání slovní úlohy

Značně kreativní je obměna předchozí aktivity, kdy žáci obdrží již vyplněnou myšlenkovou mapu, v níž zůstane prázdné pole pro zadání. Úkolem žáků je vymyslet takové slovní zadání úlohy, aby ji bylo možné vyřešit danou mapou. Tuto činnost je vhodné zařadit až po úspěšném zvládnutí předchozích dvou aktivit, jelikož vyžaduje již značnou míru pochopení souvislostí mezi matematickým zápisem a reálnou situací.

Aktivitu lze obměňovat tak, že kromě slovního zadání úlohy bude vynechána i slovní odpověď či samotný výpočet. Žáci po správném sestavení zadání prázdná pole v mapě doplní. Tato aktivita zprostředkovává žákům možnost uvědomit si souvislosti mezi číselnými hodnotami v mapě a reálnou situací, kterou úloha řeší. Mimoto také výrazně podporuje jejich kreativitu. Výrazně doporučena je zde práce ve skupinách.

3.3.4. Doplnění segmentů

Alternativou předchozích dvou úloh je práce s mapou, která obsahuje jen část potřebných údajů, včetně pouhého segmentu slovního zadání. V této pokročilejší aktivitě je opět cílem doplnit chybějící údaje a dokončit slovní zadání tak, aby si navzájem korespondovaly. Při přípravě této činnosti je třeba důsledně dbát na to, aby správné doplnění chybějících údajů bylo realizovatelné na základě jejich přítomnosti v jiné části mapy, bez nutnosti si údaje vymýšlet.

3.3.5. „Puzzle“

Poslední aktivita se nabízí například pro závěrečné opakování učiva. Vyučující předem vyplní několik myšlenkových map podle konkrétních zadání slovních úloh, a to buď zcela, či pouze z části. Mapy následně nakopíruje, přiloží na sebe a rozstříhá na dílky tak, aby bylo možné zpětně je k sobě přiřadit. Úkolem žáků je správně sestavit mapy tak, aby si zadání, vyplněná mapa, výpočet a odpověď navzájem odpovídaly.

Jedná se o hravou činnost, jejíž zařazení je vhodné až po důkladném procvičení učiva v okamžiku, kdy jsou žáci s učivem i s prací s mapami již dobře seznámeni. Výhodou je její časová nenáročnost.

3.3.6. Organizační formy výuky

Všechny z uvedených aktivit je možné zrealizovat prostřednictvím různých organizačních forem výuky.

Frontální výuka, kdy je využita pouze verze myšlenkové mapy na tabuli, není v tomto případě příliš vhodná, jelikož jsou při ní žáci zapojeni pouze minimálně. Není tak možnost děti aktivizovat a umožnit jim nad úlohou samostatně uvažovat, což je v rozporu s hlavními cíli využití myšlenkových map. Tato forma výuky může být ale použita v případě prvotního zavedení map, ke společné kontrole správnosti řešení či k osvětlení úlohy, ve které žáci často chybovali.

V počátcích řešení úloh prostřednictvím myšlenkových map je vhodná kombinace obou verzí mapy, tj. samostatná práce žáků v lavici s průběžnou kontrolou na tabuli. Postupem času je možné ponechat kontrolu až na závěr samostatného řešení.

V pokročilejších fázích řešení je pak žádoucí nechat žáky pracovat samostatně či ve dvojicích. Práce v menších skupinách po 3 až 4 žácích je, v závislosti na jejich zdatnosti, vhodná především pro rekonstrukční úlohy, které mohou některým žákům činit větší potíže. Možnost spolupráce a diskuse nad řešením by u takových úloh mohla být prospěšná a napomoci slabším žákům k lepšímu pochopení učiva. Zároveň se tím aktivita pro žáky stane atraktivnější a vymýšlení vhodných zadání se mohou považovat za zábavné.

Individuální práce či práce ve dvojicích a menších skupinách může mít také podobu soutěže či pohybové aktivity, kdy žáci například musí ve třídě, na školním pozemku, apod. nejprve vyhledat kartičky s patřičnými údaji a poté je správně přiřadit k mapě.

Na závěr je samozřejmě možné i zapůjčení map žákům domů, aby si učivo mohli procvičovat zcela individuálně.

3.4. Metodika tvorby sbírky úloh

K vytvoření sbírky bylo využito celkem 6 tištěných a 2 elektronické zdroje, z nichž některé byly citovány přímo, zbylé byly méně či více upraveny. Hlavním kritériem pro volbu úloh byla rozmanitost zadání a především jejich vazba na reálné situace. Řada úloh byla pro účel práce nově vytvořena. Východiskem pro tyto úlohy byly reálné situace z běžného života. Sbírka obsahuje celkem 30 příkladů, 10 od každého typu slovní úlohy, klíč se správnými výsledky a názorně vyplněnou mapu od každého typu.

Poslední zadání v každé kategorii je označeno hvězdičkou, jelikož se jedná o úlohu, která je v nějakém aspektu obtížnější než ty předchozí. V každé kategorii byly úlohy č. 4 a 5 a úlohy č. 6 a 7 zvoleny a upraveny tak, aby zadání byla analogická a vyhotovené mapy vypadaly podobně, obsahovaly stejné číselné údaje. Tyto úlohy mohou být využity pro aktivity, kdy je třeba přiřadit k vyplněné mapě slovní zadání. Díky tomu, že zadání jsou obdobná, je možné aktivitu jejich zařazením ztížit a využít ji k ověření míry porozumění učivu žáky. Lze je také využít pro diferenciaci obtížnosti zadání v rámci třídy.

4. Přehled aktivit

Možných způsobů zapojení myšlenkových map pro řešení slovních úloh do výuky se nabízí více a kreativní vyučující jich jistě najde celou řadu. Následující text představuje několik z nich, a to z hlediska způsobu zadání a organizační formy výuky. Aktivity je vhodné do výuky zařazovat postupně v pořadí, v jakém jsou uvedeny.

4.1. Mapa jako součást řešení slovní úlohy

Pomůcky	prázdná myšlenková mapa s vyplněným zadáním
Organizační formy výuky – doporučené	individuální, hromadná, skupinová a kooperativní individuální
Cíl	vyplnit všechna pole v mapě a pomocí toho nalézt řešení slovní úlohy
Rozvíjené schopnosti	analýza zadání – čtenářská gramotnost, identifikace jednotlivých etap řešení, nalezení výsledku slovní úlohy
Popis aktivity	podle daného slovního zadání žáci vyplní do myšlenkové mapy všechny údaje, na základě toho se poté v pravé polovině mapy pokusí sestavit a vyřešit rovnici a závěrem získaný výsledek interpretují slovně
Alternativa	vyplnění některých údajů pro demonstraci (vhodné pro úplně první setkání s mapou)

Tabulka 1: Popis aktivity - Mapa jako součást řešení slovní úlohy

4.2. Přiřazení mapy ke slovní úloze

Pomůcky	vyplněná myšlenková mapa s vynechaným zadáním a odpovědí (jedna či více), lístečky se slovním zadáním slovních úloh
Organizační formy výuky – doporučené	individuální, hromadná, skupinová, diferenciovaná individuální, skupinová a kooperativní, diferenciovaná
Cíl	přiřadit k dané mapě odpovídající slovní zadání
Rozvíjené schopnosti	pochopení souvislosti mezi slovním zadáním a řešením úlohy
Popis aktivity	žáci na základě údajů vyplněných v mapách hledají a přiřazují vhodné slovní zadání ke každé z nich
Alternativa	vynechání několika údajů či výpočtu
Diferenciace	zařazení zcela rozdílných nebo naopak podobných úloh (č. 4 a 5, č. 6 a 7 ve sbírce)

Tabulka 2: Popis aktivity – Přiřazení mapy ke slovní úloze

4.3. Rekonstrukce zadání slovní úlohy

Pomůcky	vyplněná myšlenková mapa s vynechaným zadáním a odpovědí (jedna či více)
Organizační formy výuky – Doporučené	individuální, hromadná, skupinová individuální, skupinová
Cíl	vymyslet zadání, které bude korespondovat s řešením a údaji v mapě
Rozvíjené schopnosti	pochopení souvislosti mezi slovním zadáním a řešením úlohy, kreativita
Popis aktivity	žáci obdrží již vyplněnou myšlenkovou mapu, v níž je prázdné pole pro zadání, a jejich úkolem je vymyslet takové slovní zadání úlohy, aby ji bylo možné vyřešit danou mapou
Alternativa	vynechání slovní odpovědi či výpočtu

Tabulka 3: Popis aktivity – Rekonstrukce zadání slovní úlohy

4.4. Doplnění segmentů

Pomůcky	vyplněná myšlenková mapa s vynechanými údaji a pouhým segmentem slovního zadání
Organizační formy výuky – doporučené	individuální, hromadná, skupinová individuální, skupinová
Cíl	doplnit chybějící segmenty tak, aby vznikla logicky vyplněná mapa
Rozvíjené schopnosti	pochopení souvislosti mezi slovním zadáním a řešením úlohy, kreativita
Popis aktivity	žáci obdrží mapu, v níž jsou vyplněny pouze některé údaje, a která obsahuje neúplné slovní zadání, a jejich úkolem je mapu vhodně doplnit

Tabulka 4: Popis aktivity – Doplnění segmentů

4.5. „Puzzle“

Pomůcky	několik zcela vyplněných myšlenkových map rozstříhaných na kusy (díly odpovídajících si částí map jsou stejně velké)
Organizační formy výuky – doporučené	individuální, skupinová skupinová
Cíl	přiřadit k sobě jednotlivé díly tak, aby vznikly smysluplné mapy
Rozvíjené schopnosti	pochopení souvislosti mezi slovním zadáním a řešením úlohy
Popis aktivity	jednotliví žáci nebo skupiny žáků dostanou sadu několika map, které jsou rozstříhány na díly a jejich úkolem je sestavit kompletní mapy

Tabulka 5: Popis aktivity – "Puzzle"

5. Sbírka úloh

5.1. Úlohy

5.1.1. Slovní úlohy o pohybu

1) Z místa A vyjde chodec rychlostí 6 km/h; z místa B vzdáleného 27 km od A v opačném směru vyjede současně s ním cyklista rychlostí 24 km/h. Kdy a kde se setkají? (Janeček, 2008, s. 70)

2) Ráno v 9 hodin vyjela autokolona s vojáky rychlostí 48 km/h. O půl desáté vyjelo za kolonou auto průměrnou rychlostí 63 km/h. Kdy dohoní auto kolonu? Kolik kilometrů ujede? (Ženatá, 2002, s. 63)

3) Z Prahy do Pardubic, na trati dlouhé 104 km, jezdí Pendolino, jehož průměrná rychlost je zde 116 km/h, a rychlík, který na této trati zastavuje ve třech stanicích, proto je jeho průměrná rychlost jen 96 km/h. Pavel chtěl jet Pendolinem, to se ale dnes vlivem výluky opozdilo, proto nasedl na rychlík. Ten dnes výjimečně z Pardubic vyjel o 10 minut dřív než Pendolino. Rozhodl se Pavel dobře, nebo Pendolino rychlík na dvoukolejné trati předjede? Pokud ano, za jak dlouho a v jaké vzdálenosti od Prahy?

4) Adam a Eva bydlí 9 km od sebe. Občas si dávají romantické schůzky téměř na půl cesty. Oba si vyjedou na kole naproti ve stejný okamžik — Adam rychlostí 15 km/h, Eva rychlostí 12 km/h. Za jak dlouho a kde se potkají? (Krynický, © 2010)

5) Adam s Evou měli jet na kole navštívit babičku. Adam se ale nečekaně zdržel na fotbalovém tréninku a proto Evě zavolal, aby jela napřed. Domů velmi spěchal, a tak nakonec vyjel jen o 6 minut později rychlostí 15 km/h. Za jak dlouho a jak daleko od domova Adam Evu, která jela rychlostí 12 km/h, na cestě k babičce dostihl? (původní zadání: Krynický, © 2010)

6) Čermákovi, vášniví cyklisté z Hradce Králové, se rozhodli jet na výlet do Safari parku Dvůr Králové. Vyjeli v 8 hodin a na kole se po trase dlouhé 38 km pohybovali průměrnou rychlostí 20 km/h. Po tři čtvrtě hodině se pan Čermák dozvěděl, že jejich sousedé Vodičkovi měli stejný nápad a právě vyjíždějí z Hradce Králové autem průměrnou rychlostí 50 km/h. Kdy a po kolika kilometrech Vodičkovi Čermákovy předjeli?

7) Čermákovi, vášniví cyklisté z Hradce Králové, se rozhodli jet na výlet do Safari parku Dvůr Králové. Vyjeli v 8 hodin a na kole se po trase dlouhé 38 km pohybovali průměrnou rychlostí 20 km/h. Jejich přátelé ze Dvora Králové nad Labem, Horáčkovi, o jejich plánech nevěděli a rozhodli se je ten den v Hradci Králové překvapit návštěvou. Z domu vyjeli v 8:30. Jeli autem a pohybovali se průměrnou rychlostí 50 km/h. Kdy a jak daleko od Dvora Králové se rodiny na cestě minuly?

8) Vzdálenost míst A a B je 60 km. Z místa A vyšel chodec rychlostí 4 km/h a současně proti němu vyjelo z místa B nákladní auto. Jaká byla rychlost nákladního auta, jestliže se s ním chodec setkal za 90 minut? (Ženatá, 2002, s. 61)

9) Martin si pro auto do servisu dojel na kole rychlostí 20 km/h. Zpátky autem se vracel rychlostí o 40 km/h větší a byl tak doma o 16 minut rychleji. Jak daleko je autoservis od Martinova bydliště? (Krynický, © 2010)

10) * Ve čtvrt na dvanáct vyjede Hanka na kole z domova na přehradu rychlostí 20 km/h. Za pět minut dvanáct za ní vyjede autem maminka, neboť zjistila, že Hanka nechala doma plavky. Rychlost maminčina auta je v průměru 60 km/h. Auto Hanku dohoní 3 km před přehradou. Jak daleko je z domova na přehradu? (Husar, [2020])

5.1.2. Slovní úlohy o směsích

1) Pro výrobu 5 litrů dezinfekce použijeme 3 litry 98% ethanolu a 2 litry 40% ethanolu. Jakou koncentraci ethanolu bude mít výsledný dezinfekční prostředek? (původní zadání: Krynický, © 2010)

2) Ze dvou kovů s hustotami 7,4 g/cm^3 a 8,2 g/cm^3 máme připravit 0,5 kg slitiny s hustotou 7,6 g/cm^3. Kolik gramů každého kovu je k tomu zapotřebí? (Běloun et al., 1998, s. 115)

3) Pokladník vyplatil 1 390 Kč padesáti mincemi v hodnotě po 20 Kč a 50 Kč. Kolik bylo dvacetikorunových mincí a kolik mincí padesátikorunových? (Czudek et al., 2005, s. 73)

4) V balírnách se připravuje směs kávy v ceně 250 Kč za 1 kg. Jak se připraví 18 kg směsi, když se mají použít dva druhy kávy v ceně 235 Kč za 1 kg a 280 Kč za 1 kg? (původní zadání: Ženatá, 2002, s. 66)

5) Ze dvou druhů kávy se má připravit směs, která má být tvořena 18 kg arabiky v ceně 280 Kč za kilogram a robustou v ceně 235 Kč za kilogram. Jaké množství robusty musíme do směsi přidat, aby cena jednoho kilogramu směsi byla 250 Kč? Jaká bude výsledná hmotnost směsi? (původní zadání: Ženatá, 2002, s. 66)

6) Bazén o objemu 300 hl se má naplnit vodou. Voda ve vodojemu má teplotu 8 °C a voda v kotli 48 °C. Kolik které vody musíme použít, aby výsledná teplota vody v bazénu byla 24 °C? (původní zadání:. Czudek et al., 2005, s. 85)

7) Kolik litrů vody 48 °C teplé je nutno přidat do bazénu, kde je již napuštěno 300 hl vody 8 °C teplé, aby výsledná teplota vody v bazénu byla 24 °C? Maximální objem bazénu je 600 hl, nemusí však být napuštěn až po okraj. (původní zadání: Janeček, 2008, s. 70)

8) Do 40 lahví bylo stočeno 45 litrů moštu. Některé byly o objemu 1 litr a jiné o objemu 1,5 litrů. Kolik bylo kterých? (Klodner, 2000, s. 23)

9) Zahradník na svých záhonech bojuje se mšicemi, ale bohužel nemá zrovna k dispozici vhodný insekticid. Z minulého roku mu v kůlně zbylo 600 mililitrů 5% roztoku přípravku proti škůdcům. Aby nedošlo k poškození rostlinek, musí zahradník použít co nejšetrnější přípravek. Na internetu se dočetl, že ke zničení mšic postačí 3% roztok tohoto insekticidu. Kolik vody musí do přípravku přidat?

10) * Přidáním 250 g 96% roztoku kyseliny sírové k jejímu 3% roztoku se změnila původní koncentrace na 25%. Vypočítejte, kolik gramů 3% roztoku bylo v laboratoři použito k ředění. Výsledek zaokrouhlete na celé gramy. (Czudek et al., 2005, s. 83)

5.1.3. Slovní úlohy o společné práci

1) Jedním bagrem se vyhloubí stavební jáma za 28 směn, druhým bagrem za 21 směn. Jak dlouho bude trvat hloubení jámy při nasazení obou bagrů? (Ženatá, 2002, s. 64)

2) Na lyžařském kurzu mají na noc žáci školy připravenou várnici s čajem. Kdyby chodili pít čaj jenom chlapci, vypil by se čaj za 8 hodin. Kdyby chodila pít jenom děvčata, vypil by se čaj za 12 hodin. Za jak dlouho vypijí čaj společně chlapci s děvčaty? (Husar, [2020])

3) Závod A je schopen splnit zakázku za 12 dní, závod B tutéž zakázku za 18 dní. Za kolik dní bude splněna zakázka, jestliže první dva dny na ní pracuje jen závod A, zbývající dny pak oba závody? (Běloun et al., 1998, s. 113)

4) Zadaný pracovní list s příklady z matematiky by žák A vyřešil za půl hodiny a žák B za 45 minut. Za jak dlouho vyřeší jeden pracovní list společně? (původní zadání: Klodner, 2000, s. 24)

5) Dvojici žáků trvá 12 minut, než společně vyřeší zadaný pracovní list s příklady z matematiky. První z žáků by práci sám zvládl za 30 minut. Za jak dlouho by úkol splnil samostatně druhý žák? (původní zadání:. Klodner, 2000, s. 24)

6) Dětský bazén se jednou hadicí naplní za 2 hodiny. Jelikož jsou ale děti netrpělivé, vypůjčily si od sousedů druhou hadici, která by sama bazén naplnila za 3 hodiny. Za kolik hodin se naplní oběma hadicemi současně?

7) Bazén se dvěma přítoky naplní za 3 hodiny. Kdyby se napouštěl pouze prvním z nich, trvalo by to o 2 hodiny déle. Jak dlouho by trvalo napuštění bazénu pouze druhým přítokem?

8) První malíř sám vymaluje garsonku za 12 hodin, druhý by to sám zvládl o 4 hodiny rychleji. Jak dlouho budou byt malovat společně, pracuje-li první malíř nejdříve 7 hodin sám a až potom mu přijde pomoci druhý? (původní zadání: Husar, [2020])

9) Najatý zedník je schopen sám omítnout dům za 8 dní. Jinému zedníkovi by omítnutí téhož domu trvalo o 2 dny déle. Za jak dlouho by oba společně omítli tři takové domy? (původní zadání: Czudek et al., 2005, s. 109)

10) * Petr a Pavel skládali uhlí. Petr sám uhlí složí za 2 hodiny, Pavel by sám pracoval 3 hodiny. V kolik hodin bude hromada uhlí složená, jestliže Petr začal pracovat v 15 hodin a Pavel se k němu přidal až za půl hodiny? (původní zadání: Petáková, 2007, s. 19)

5.2. Klíč

5.2.1. Slovní úlohy o pohybu

1) Za 54 min.; 5,4 km od A

2) V 11:06; 100,8 km

3) 48 min.; 92,8 km od Prahy

4) Za 20 min.; 5 km od Adamova domu

5) Za 24 min.; 6 km od domova

6) V 9:15; 25 km od Hradce Králové

7) V 9:54; 20 km od Dvora Králové

8) 36 km/h

9) 8 km

10) 23 km

5.2.2. Slovní úlohy o směsích

1) 74,8 %

2) 375 g kovu hustoty 7,4 g/cm^3 a 125 g kovu hustoty 8,2 g/cm^3

3) 37 mincí po 20 Kč, 13 mincí po 50 Kč

4) 12 kg levnější kávy a 6 kg dražší kávy

5) 36 kg robusty, 54 kg směsi

6) 180 hl studenější vody a 120 hl teplejší vody

7) 200 hl

8) 30 lahví po 1 l a 10 lahví po 1,5 l

9) 400 ml vody

10) 807 g

5.2.3. Slovní úlohy o společné práci

1) 12 směn

2) 4 hod. 48 min.

3) 8 dní

4) 18 min.

5) 20 min.

6) 1 hod. 12 min.

7) 7 hod. 30 min.

8) 2 hod.

9) 13 dní 8 hod.

10) 16:24

5.3. Ukázky řešení

Slovní úlohy o pohybu - **Příloha 5**

Slovní úlohy o směsích - **Příloha 6**

Slovní úlohy o společné práci - **Příloha 7**

6. Výzkumné šetření

Aby mohly být alespoň některé z vytvořených materiálů vyzkoušeny v praxi a otestována jejich funkčnost, bylo zrealizováno krátké výzkumné šetření v 9. ročníku základní školy.

Pro výzkum byla zvolena úplná základní škola, jež má ve městě, kde se nachází, dlouholetou tradici. Kromě běžné výuky škola nabízí i rozšířenou výuku matematiky. Žákům pátých ročníků je tradičně nabízena možnost absolvovat přijímací zkoušky, na základě kterých pak mohou být od šestého ročníku zařazeni do třídy, v níž je posílena výuka matematiky.

Tyto třídy mají vyšší časovou dotaci týdenní výuky matematiky a vlastní tematické plány, které zohledňují rozšíření osnov na úroveň víceletých gymnázií. Ve všech ročnících druhého stupně je matematice v týdenním rozvrhu věnováno pět vyučovacích hodin s výjimkou sedmého ročníku, kdy mají žáci matematiku šestkrát týdně. Navíc jim škola ve všech ročnících druhého stupně nabízí hodinu nepovinného předmětu Cvičení z matematiky, který je zaměřen na další procvičení a rozšíření učiva, ukázky ze soutěží a přijímacích zkoušek a na prohloubení mezipředmětových vztahů. Žáci z těchto tříd se pravidelně účastní různých matematických soutěží a po ukončení povinné školní docházky úspěšně pokračují v dalším studiu.

6.1. Formulace výzkumných otázek

Pro výzkumné šetření byly stanoveny následující výzkumné otázky:

- Existuje souvislost mezi schopností žáků řešit slovní úlohy s jejich známkou z českého jazyka?
- Má využití myšlenkových map efekt na úspěšnost žáků při řešení slovních úloh o pohybu?
- Má využití myšlenkových map pro slovní úlohy o pohybu vliv na míru zapojení žáků v hodině matematiky?

6.2. Metodika výzkumného šetření

6.2.1. Příprava materiálů pro výzkum

Vzhledem k omezenému rozsahu výzkumu bylo nutné z vytvořených materiálů zvolit pouze jeden typ myšlenkové mapy. Pro svoji rozmanitost byla zvolena myšlenková mapa určená k řešení slovních úloh o pohybu. Ze sbírky bylo pro účely výzkumu použito celkem 5 slovních úloh, a sice úlohy č. 3, 4, 5, 6 a 7. Z uvedeného seznamu aktivit byly zrealizovány první dvě, jelikož jsou nejvhodnější pro úvodní seznámení s myšlenkovými mapami.

Aby bylo možné porovnání úspěšnosti žáků při řešení slovních úloh o pohybu bez použití myšlenkové mapy a s ní, byl vytvořen pracovní list (**Příloha 8**), který obsahoval úlohy č. 5 a 7. Úlohy se lišily kontextem popsané situace, číselnými hodnotami i směrem pohybujících se subjektů. Tato zadání byla určena pro samostatné řešení žáků, aniž by jejich postupy byly jakkoliv omezovány. Pracovní list také žáky vyzýval k uvedení známky, kterou měli na vysvědčení v polovině 8. ročníku z českého jazyka a matematiky. Známky z koncového vysvědčení 8. ročníku nebyly využity, jelikož byly výrazně ovlivněny distanční výukou na jaře 2020 zavedenou z důvodu nouzového stavu vyhlášeného vládou ČR.

Pro první seznámení žáků s danými myšlenkovými mapami byla zvolena aktivita, ve které žáci měli za úkol přiřadit k vyplněným mapám odpovídající zadání a zapsat slovní odpověď. S ohledem na délku vyučovací hodiny a rozdílné pracovní tempo jednotlivých žáků byly pro tuto část výzkumu zvoleny celkem 4 slovní úlohy, a sice úlohy č. 4, 5, 6 a 7 ze sbírky. Dvě z úloh přitom byly totožné s těmi, které byly zahrnuty již do první etapy výzkumu. Ty byly záměrně doplněny o úlohy, které se jim svým zadáním velmi podobají, obsahují stejné číselné údaje, ale liší se směrem pohybu daných subjektů a tedy i způsobem výpočtu.

Myšlenkové mapy určené k jejich vyřešení byly vytištěny barevně ve formátu A5 (**Příloha 9**). Menší formát byl zvolen proto, aby si žáci mohli všechny 4 mapy pohodlně rozprostřít před sebe na lavici a snadno je tak porovnávat. V jinak vyplněných mapách zůstala prázdná pole pro zadání a odpověď. Zároveň byla pro každého žáka zvlášť předtištěna slovní zadání úloh v rozměru odpovídajícím mapám (**Příloha 10**).

Aby mohl být sledován efekt využití myšlenkových map na úspěšnost řešení žáků, byla na závěr výzkumu zařazena aktivita, kdy je myšlenková mapa použita jako součást řešení slovní úlohy. Pro tento účel byl vytvořen pracovní list s myšlenkovou mapou obsahující zadání slovní úlohy č. 3 ze sbírky (**Příloha 11**). V mapě byly kromě pole se zadáním vyplněny pro názornou demonstraci i údaje o Pendolinu. Aby byla aktivita pro žáky atraktivnější, byla mapa opět vytištěna barevně a pro uzavřené kategorie obdržel každý respondent arch se samolepkami, které obsahovaly nabídku s údaji, které je možné do jednotlivých polí pro uzavřené kategorie doplnit.

6.2.2. Výběr respondentů

Jelikož jsou myšlenkové mapy primárně zacíleny na pomoc žákům, které lze v matematice označit jako slabší, byla pro výzkum zvolena třída bez zaměření a na druhé straně třída s rozšířenou výukou matematiky.

Vzhledem k rozdílným tematickým plánům matematických a nematematických tříd na této škole a v zájmu zachování jednotné věkové kategorie a tedy i srovnatelné úrovně vyspělosti a zkušeností respondentů, byl pro realizaci výzkumu zvolen 9. ročník, kdy v obou třídách dochází k opakování učiva o rovnicích a slovních úlohách.

6.2.3. Analýza výsledků výzkumu

Vzhledem k malému rozsahu výzkumu, nízkému počtu respondentů i povaze výzkumných otázek není provedené šetření vhodné pro vyhodnocení statistickými metodami. Z toho důvodu budou výsledky výzkumu zhodnoceny převážně kvalitativně. K vyvození závěrů plynoucích z výzkumu bude využito pozorování aktivity žáků v hodině a míra zvládnutí jednotlivých etap řešení slovních úloh zjištěná pomocí pracovních listů.

Při vyhodnocování úloh, které žáci mohli řešit libovolným způsobem, bude bráno v potaz několik faktorů. Bude hodnoceno, zda žák dokázal správně sestavit rovnici. Dále se bude přihlížet k tomu, zda žák při jejím řešení došel k nějakému výsledku a bude se posuzovat jeho správnost. Poslední zkoumanou oblastí této části výzkumu pak bude přítomnost a správnost slovní odpovědi. Pro lepší orientaci byly tyto údaje zaneseny do tabulky.

U slovních úloh určených k samostatnému řešení v úvodu výzkumu bylo posuzováno, zda byly jednotlivé aspekty, jimiž jsou rovnice, výsledek a odpověď, uvedeny (A) či nikoliv (N). V případě, že je žák uvedl, bylo posouzeno, zda jsou správné (1), či chybné (0).

V případě přiřazováni map k zadání je číselně vyjádřeno, kolik ze 4 dvojic dokázal žák správně vytvořit a následně do kolika z nich doplnil slovní odpověď.

Samostatné vyplňování myšlenkové mapy je posuzováno podle toho, kolik z uvedených polí žák správně vyplnil, zda sestavil správně rovnici (A), nalezl výsledek (A), který byl správný (1) či chybný (0), a uvedl odpověď (A) či nikoliv (N), která opět mohla být správně (1) či nikoliv (0).

		Známka		Úloha 1					Úloha 2					Přiřazení		Úloha 3									
Č.	Třída	M	Čj	Rovnice	Výsledek		Odpověď		Rovnice	Výsledek		Odpověď		Úspěšně /4	Odpověď /4	Směr /1	Rychlost /2	Dráha/2	Na cestě /2	Údaje B /3	Rovnice	Výsledek		Odpověď	
1.	9.C	2	3	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	0	1	0	1	N	N	0	N	0
2.	9.C	2	3	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	2	1	1	1	N	N	0	N	0
3.	9.C	2	3	N	N	0	A	0	N	N	0	N	0	4	0	1	0	1	2	0	N	N	0	N	0
4.	9.C	2	3	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	1	1	0	1	N	N	0	N	0
5.	9.C	2	3	N	A	0	N	0	N	A	0	N	0	4	0	1	1	1	1	1	A	A	1	A	1
6.	9.C	3	3	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	2	0	0	1	N	N	0	N	0
7.	9.C	4	4	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	0	0	0	2	1	1	1	N	A	0	A	0
8.	9.C	2	3	N	A	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	2	1	1	1	N	N	0	N	0
9.	9.C	2	3	N	A	0	A	0	N	N	0	N	0	2	0	1	1	1	0	1	N	N	0	N	0
10.	9.C	2	2	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	1	0	2	1	N	N	0	N	0
11.	9.C	2	3	N	A	0	A	0	N	N	0	N	0	2	0	1	1	1	1	1	N	N	0	N	0
12.	9.C	2	3	N	A	0	A	0	N	N	0	N	0	4	0	1	1	1	0	1	N	A	0	A	0
13.	9.C	2	3	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	2	1	1	1	0	1	1	N	N	0	N	0
14.	9.C	2	3	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	1	1	1	1	N	N	0	N	0
15.	9.C	2	3	N	A	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	2	1	1	1	N	A	0	A	0
16.	9.C	2	3	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	1	1	0	1	N	N	0	N	0
17.	9.C	2	3	N	N	0	N	0	N	A	0	N	0	0	0	1	2	1	1	1	N	N	0	N	0
18.	9.C	2	3	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	1	0	2	1	N	N	0	N	0
1.	9.B	3	2	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	4	1	2	1	1	1	N	N	0	N	0
2.	9.B	3	2	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	4	1	2	2	2	1	N	N	0	N	0
3.	9.B	1	1	A	A	1	A	0	A	A	1	A	1	4	4	1	2	2	2	3	A	A	1	A	1
4.	9.B	3	3	N	N	0	A	0	N	N	0	N	0	4	1	1	2	2	2	2	N	N	0	N	0
5.	9.B	3	1	N	A	0	N	0	N	A	0	N	0	4	4	1	2	2	2	3	A	A	1	A	0
6.	9.B	2	2	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	4	1	2	2	2	1	N	N	0	N	0
7.	9.B	4	4	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	4	1	2	2	2	1	N	N	0	N	0
8.	9.B	3	2	N	A	0	A	0	N	A	0	N	0	4	4	1	2	2	2	3	A	A	1	A	0
9.	9.B	1	1	N	A	0	A	0	A	A	1	A	1	4	3	1	2	2	2	3	A	A	1	A	1
10.	9.B	2	1	A	A	1	A	1	A	A	1	A	1	4	4	1	2	2	2	3	A	A	1	A	0
11.	9.B	2	2	A	A	1	A	1	A	N	0	N	0	4	4	1	2	2	2	3	A	A	1	A	0
12.	9.B	1	1	A	A	1	A	1	A	A	1	A	1	4	4	1	2	2	2	3	A	A	1	A	0
13.	9.B	1	1	A	A	1	A	1	A	A	1	A	1	4	4	1	2	2	2	3	A	A	1	A	0
14.	9.B	2	2	A	A	0	N	0	N	A	0	N	0	4	0	1	2	2	2	3	A	A	1	A	1
15.	9.B	1	1	A	A	1	A	1	A	A	1	A	1	4	3	1	2	2	2	3	A	A	1	A	1
16.	9.B	2	2	A	A	1	A	0	N	N	0	N	0	4	1	1	2	2	2	2	A	A	1	A	1
17.	9.B	1	1	A	A	1	A	1	N	A	0	N	0	4	4	1	2	2	2	3	A	A	1	N	0
18.	9.B	2	1	A	A	0	A	0	N	N	0	N	0	4	4	1	2	2	2	3	A	A	1	A	1
19.	9.B	1	1	A	A	1	N	0	A	A	0	N	0	4	3	1	2	2	2	3	A	A	1	A	1

*Tabulka 6: Výsledky výzkumu (**Příloha 12)***

6.3. Realizace výzkumného šetření

Výzkumné šetření proběhlo v říjnu 2020 ve třídě 9. C, která má běžnou týdenní dotaci výuky matematiky, a ve třídě 9. B, kde mají žáci od 6. ročníku rozšířenou výuku matematiky.

Termín byl sjednán s vedením školy a danými vyučujícími na základě jejich plánu výuky. S vyučujícími bylo domluveno, že učivo o rovnicích a slovních úlohách se žáky před realizací výzkumu stručně zopakují.

Před samotným výzkumem byli žáci obou tříd informováni, pro jaké účely budou výsledky využity, a zároveň byli ubezpečeni o zachování anonymity a ochraně osobních údajů. Byli ujištěni, že podpisy na jednotlivých pracovních listech slouží pouze k jejich identifikaci tak, aby mohly být úkoly od jednotlivců správně přiřazeny k sobě, a že jejich jména nebudou ve výzkumu následně nijak figurovat. Kromě toho byli také požádáni o uvedení svých známek z matematiky a českého jazyka za 1. pololetí 8. ročníku. Správnost jimi uvedených známek byla později zpětně ověřena u třídní vyučující.

Žáci nejprve dostali zadaný pracovní list určený k samostatnému řešení úloh. Způsoby jejich řešení nebyly nijak omezovány. Žákům byla předána instrukce, aby úlohy řešily tak, jak jsou zvyklí. Zároveň byli upozorněni, aby řešení úlohy mělo všechny náležitosti. Bylo jim umožněno používat kalkulátor pro závěrečné vyčíslení výsledků. Časový limit pro řešení úloh nebyl pevně stanoven, byl individuálně přizpůsoben tempu třídy.

V druhé části vyučovací hodiny dostal každý žák barevně vytištěné myšlenkové mapy ke slovním úlohám č. 4, 5, 6 a 7. Úkolem každého respondenta bylo rozstříhat si zadání úloh, rozložit si před sebe na lavici všechny myšlenkové mapy a důkladně si je prohlédnout. Následně byli instruováni, aby správně přiřadili a nalepili zadání ke každé z map a napsali adekvátní slovní odpověď. Ve zbylém čase byli žáci vyzváni, aby se seznámili se způsobem, jakým jsou do myšlenkové mapy zapisovány údaje ze zadání a jak vyplnění mapy směřuje k sestavení rovnice a vyřešení celé slovní úlohy.

Následující den byli žáci pobídnuti již k samotnému vyplnění myšlenkové mapy a následnému vyřešení zadané slovní úlohy. Byli upozorněni na roli jednotlivých barev polí, a poučeni, jakým způsobem mají mapu vyplnit. Následovala samostatná práce, která trvala po většinu vyučovací hodiny. Poté, co všichni žáci práci odevzdali, jim bylo na tabuli předvedeno správné sestavení rovnice včetně jejího řešení. Na závěr byli žáci dotázáni, jak je aktivita bavila a zda někomu při řešení úlohy výrazněji pomohla.

Na základě tohoto výzkumného šetření byly v pracovních listech, kde žáci řešili slovní úlohu za pomoci myšlenkové mapy, definována problematická místa. Podle toho byly provedeny dodatečné úpravy, jež byly popsány v metodice tvorby map. Takto upravené mapy pak měly být využity pro další realizaci výzkumu ve třídě, která do původního výzkumu nebyla zahrnuta. Cílem bylo ověřit, zda provedené změny vedly k vyšší úspěšnosti žáků při řešení úlohy. K realizaci druhé části výzkumu však bohužel nakonec nedošlo z důvodu uzavření škol na základě krizových opatření vlády ČR v říjnu 2020.

6.4. Průběh výzkumného šetření

Obou dvou částí výzkumného šetření se ve třídě 9. C zúčastnilo 18 žáků, v 9. B 19 žáků. Většina z nich se do výzkumu zapojila aktivně. Někteří žáci měli tendence spolupracovat se spolužáky, což pro tyto účely nebylo žádoucí a byli na to proto upozorněni. Při samostatném řešení slovních úloh bez využití mapy jevili někteří žáci známky beznaděje a poměrně rychle své snahy vzdávali. Obzvlášť patrné to bylo v třídě bez matematického zaměření. Řada žáků většinu času vyhrazeného pro řešení těchto úloh pouze opakovaně četla zadání, aniž by se pokusili o nějaký výpočet. V matematické třídě projevili žáci větší odhodlání úlohy spočítat a překvapivě jim zpracování tohoto úkolu trvalo přibližně stejně dlouho jako žákům bez rozšířené výuky matematiky. Oproti nim ale většina z těchto žáků sestavila rovnici a došla ke konkrétnímu výsledku.

Při přiřazování slovního zadání k mapám žáci obou tříd vykazovali výrazně vyšší aktivitu a i ti, kteří v předchozím úkolu vypadali bezradně, se nyní aktivně zapojili a dokázali úkol celý vypracovat a odevzdat. U některých jedinců bylo patrné upřímné nadšení z toho, že úkol zvládli dokončit.

Samotné vyplňování mapy dle zadání bylo pro žáky zprvu trochu náročné patrně proto, že nebyli s tímto nástrojem ještě dokonale seznámeni a nebyli zvyklí s ním pracovat. Žáci jevili nadšení z možnosti použití samolepek a první část mapy vyplňovali s odhodláním. V druhé části mapy, kde se přechází k procesu matematizace, však již toto odhodlání u řady z nich opadlo.

Při závěrečném dotázání žáků, zda jim mapa k vyřešení úlohy dopomohla a co si o tomto nástroji myslí, nebyli příliš sdílní. Ve třídě s běžnou výukou matematiky se o své dojmy nikdo z žáků nepodělil. V matematické třídě se vyskytl jeden žák, který dle vlastních slov za pomoci mapy slovní úlohu vyřešil snáze než bez ní. Naopak žák, který je dle vyučující velmi nadaný a běžně se účastní i užších kol matematických soutěží, přiznal, že měl s vyplněním mapy problém a bylo to pro něj náročnější než vyřešení úlohy bez jejího využití.

6.5. Analýza výzkumného šetření

Z celkového počtu 18 žáků, kteří byli přítomni během obou výzkumných dní ve třídě s běžnou výukou matematiky, nedokázal žádný správně sestavit rovnici ani v jedné ze dvou úloh předložených k samostatnému řešení libovolnou strategií. V první úloze dospělo i přesto k nějakému výsledku celkem 6 žáků, v druhé úloze pak pouze 2. Ani jeden z jejich výsledků však nebyl správný. V případě první úlohy se následně pouze 4 žáci pokusili zformulovat slovní odpověď na zadanou otázku. S ohledem na chybovost jejich řešení ale žádná z nich nebyla správná. U druhé úlohy pak slovní odpověď neuvedl nikdo.

Úspěšnost žáků 9. C byla tedy v případě samostatného řešení slovních úloh o pohybu zcela nulová. S tím korespondovala i celková nálada, která ve třídě při této fázi výzkumu panovala. Žáci k úkolu přistupovali zpočátku aktivně, ale po přečtení zadání a zjištění, že je jeho splnění nad jejich síly, jejich odhodlání v řadě případů vystřídala demotivace a mnoho z nich tak odevzdalo pracovní list pouze s minimem poznámek.

Podstatně lépe si žáci této třídy vedli při přiřazování slovních zadání k vyplněným myšlenkovým mapám. Celkem 13 z 18 žáků zvládlo správně vytvořit všechny dvojice. Další 3 žáci uspěli z poloviny a 2 nedokázali správně přiřadit ani jedno zadání k mapě. Překvapivé je, že i přes jejich značnou úspěšnost pouze jeden žák doplnil i slovní odpověď. Jednalo se o jednoho ze tří respondentů s poloviční úspěšností v přiřazování zadání a odpověď uvedl pouze u jedné z doplněných myšlenkových map. Atmosféra během této aktivity byla o poznání tvořivější než při předchozí činnosti. Žáci vykazovali větší snahu úkol dokončit a u řady z nich došlo při této aktivitě i k výraznému zlepšení nálady.

Při samostatném řešení slovní úlohy za využití myšlenkové mapy zvládali žáci vyhledat ze slovního zadání důležité údaje a zapsat je odpovídajícím způsobem do patřičných polí v průměru přibližně s 55% úspěšností. Až na jednoho určili všichni respondenti správně směr pohybu vlaků. Jejich rychlost zvládla porovnat více než polovina žáků, ale údaje o dráze a času jednoho vlaku ve srovnání s druhým uvedlo adekvátně již méně než 50 % žáků. Největší problém patrně spočíval v procesu matematizace, jelikož téměř všichni žáci dokázali ze tří údajů souvisejících s pohybem rychlíku správně zaznamenat pouze rychlost, která byla výslovně uvedena v zadání. Až na jednoho žáka nikdo z respondentů neuvedl odpovídající vztah pro vyjádření doby, kterou rychlík strávil na cestě, a tím pádem nedokázal vyjádřit ani jeho dráhu.

Obdobně jako v případě řešení úlohy bez využití mapy i tentokrát měli respondenti největší potíže se sestavením rovnice. Z 18 žáků zvládl pouze 1 z nich správně danou situaci matematizovat, díky tomu dojít ke správnému výsledku a ten odpovídajícím způsobem zapsat ve formě slovní odpovědi. Zajímavé je, že tento žák byl při předchozí snaze o vyřešení úloh za využití libovolné strategie v obou případech neúspěšný. Naopak zcela úspěšný byl v přiřazování zadání k myšlenkovým mapám, avšak ani v jedné ze 4 map v této aktivitě neuvedl slovní odpověď. S postupným zapojováním myšlenkových map do řešení slovních úloh tak lze pozorovat jeho rostoucí úspěšnost. Ostatní žáci 9. C však ani s využitím mapy nedokázali správně sestavit rovnici. I přes to 3 z nich došli jiným způsobem k nějakému výsledku a pokusili se ho zapsat slovně, nicméně byli neúspěšní.

V průběhu analyzování zadání, zapisování důležitých údajů do mapy a používání samolepek byli žáci aktivní a motivovaní. Při přechodu k procesu matematizace však opět došlo k negativní změně atmosféry. Ve srovnání s výpočtem úlohy bez myšlenkové mapy však byly na materiálech, které žáci odevzdávaly, patrné známky jejich činnosti.

V souvislosti s jejich známkami na vysvědčení nebyly zpozorovány významné souvislosti. Prospěch většiny zúčastněných žáků korespondoval s průměrnými známkami v této třídě, které odpovídaly hodnotám 2,17 z matematiky a 3,00 z českého jazyka. Žák s nejlepším prospěchem v obou předmětech nebyl úspěšný při řešení slovních úloh s mapou ani bez ní. Zvládl však správně přiřadit všechna zadání k vyplněným mapám. To se nepodařilo žákovi s nejhorším prospěchem v českém jazyce i matematice, který zároveň nedokázal v žádné fázi výzkumu nalézt řešení zadané slovní úlohy.

Během dvou vyučovacích hodin, ve kterých probíhal výzkum v matematické třídě, bylo přítomno celkem 19 žáků. Celkem 11 z nich dokázalo správně sestavit rovnici při samostatném řešení první slovní úlohy, z nichž následně 9 dospělo ke správnému výsledku. Pouze 6 žáků nakonec vhodným způsobem získané číselné údaje slovně interpretovalo. Při sestavování rovnice v druhé úloze byla úspěšná méně než polovina respondentů, pouze 6 z nich ji vypočítalo a následně i správně zapsalo do slovní odpovědi. Zcela úspěšní v obou dvou slovních úlohách, při jejichž řešení nebyla nijak omezována strategie žáků, byli pouze 4.

Žáci se během první části výzkumného šetření zdáli být zpočátku velmi soustředění a zaměření na dokončení úkolu. S přibývajícím časem a v řadě případů i neúspěšných pokusů o výpočet se nálada mírně zhoršovala. I přes to většina respondentů nepolevovala ve své činnosti. Všichni byli velmi odhodlaní úlohy spočítat.

Cvičení zaměřené na přiřazování slovního zadání k příslušné myšlenkové mapě zvládli všichni žáci matematické třídy úspěšně. Pouze jeden z nich nedoplnil ani do jedné z map žádnou slovní odpověď. Dva žáci uvedli jednu odpověď a tři respondenti jednu opomněli. Ostatní žáci uspěli ve všech aspektech této aktivity. Od toho se odvíjela i dobrá nálada, která ve třídě panovala. Žáci pracovali aktivně, ti zdatnější se podivovali nad jednoduchostí zadaného úkolu nebo se v něm zcela zbytečně snažili nalézt nějaké záludné místo.

S viditelným zájmem žáci přistoupili v následující vyučovací hodině k řešení slovní úlohy za pomoci myšlenkové mapy. Projevili také nadšení z možnosti využít pro některé kategorie samolepky. Levou polovinu myšlenkové mapy dokázala podle slovního zadání odpovídajícím způsobem vyplnit většina respondentů. Rovnici sestavilo 14 z 19 přítomných žáků třídy a správný výsledek slovní úlohy řešené pomocí myšlenkové mapy dopočítali všichni z nich. Odpověď, která korespondovala se zadáním úlohy, pak zapsala polovina těchto žáků.

Zatímco libovolnou strategií došlo ke správnému řešení rovnice v první úloze pouze 9 žáků, tak úlohu, jež byla řešena myšlenkovou mapou, vyřešilo 14 dotázaných. Všichni z nich měli také správně vyplněna všechna pole myšlenkové mapy. Obě dvě úlohy přitom měly stejnou strukturu a velmi obdobný způsob výpočtu. Úloha řešená mapou navíc vyžadovala práci s většími číselnými hodnotami. Z toho je patrné, že 5 žákům zapojení myšlenkové mapy prospělo.

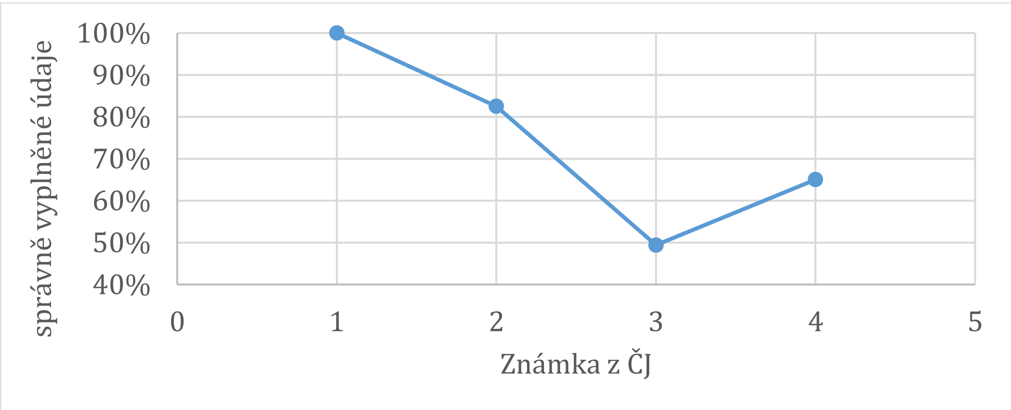
Průměrná známka žáků 9. B z matematiky, kteří se zapojili do obou částí výzkumného šetření, byla v pololetí jejich 8. ročníku 2,00. V českém jazyce pak tito žáci měli průměrný prospěch 1,60. Celkem 7 žáků bylo na vysvědčení hodnoceno nejlepším stupněm v obou sledovaných předmětech. V předložených cvičeních byli zcela úspěšní 4 z nich. Ačkoliv zbylí 3 žáci chybovali v různých fázích řešení úloh, všichni uspěli při samostatné práci s myšlenkovou mapou pro úlohu o vlacích. Žák

9. B s nejhorším prospěchem uspěl pouze ve vytváření dvojic zadání s odpovídající mapou, do nichž také ve všech čtyřech případech uvedl slovní odpověď. Za zmínku stojí také respondent s výborným prospěchem v českém jazyce, ale s trojkou z matematiky, který byl zcela neúspěšný v první fázi výzkumného šetření, ale díky zapojení myšlenkových map dokázal dospět ke správnému řešení úlohy.

6.6. Výsledky výzkumného šetření

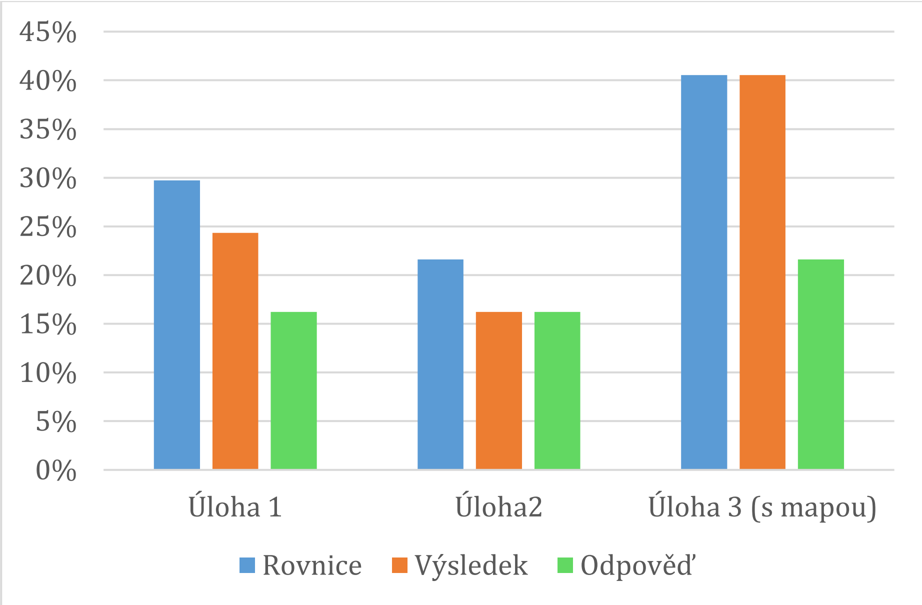
Po analýze prací zúčastněných respondentů je patrné, že žáci třídy bez rozšířené výuky matematiky, jejichž průměrná známka z českého jazyka je téměř o jeden a půl stupně vyšší než průměrná známka žáků matematické třídy, si při řešení slovních úloh vedli výrazně hůř. Ačkoliv průměrné známky žáků obou tříd z matematiky se natolik výrazně neliší, je třeba vzít v potaz i míru náročnosti učiva a rozdílné požadavky, které jsou na žáky v jednotlivých třídách kladeny. Obecně lze tedy předpokládat, že úroveň matematických schopností je ve třídě s rozšířenou výuky matematiky vyšší, což má vliv i na jejich úspěšnost při řešení slovních úloh.

Ze získaných dat je také viditelné, že někteří žáci s horším prospěchem z českého jazyka byli celkově méně úspěšní i při vyhledávání a zapisování údajů ze zadání do myšlenkové mapy, a to bez rozdílu třídy, do které patří. Neplatí to však pro všechny žáky s horším prospěchem v českém jazyce, a proto na základě toho nelze usuzovat, že existuje přímá souvislost mezi prospěchem žáků z českého jazyka a jejich schopností řešit slovní úlohy.



Graf 1: Úspěšnost žáků ve vyhledávání údajů ze zadání v závislosti na známce z českého jazyka

Při porovnání úspěšnosti žáků v řešení slovních úloh bez myšlenkové mapy a s ní je zřejmé, že ani v jedné ze tříd zapojených do výzkumu se nevyskytl žák, který by vyřešil slovní úlohu bez použití myšlenkové mapy a zároveň neuspěl při jejím zapojení. Z celkového hlediska bylo naopak patrné jejich zlepšení se zapojením myšlenkové mapy.



Graf 2: Úspěšnost žáků při řešení slovních úloh

Z 37 zúčastněných žáků celkem 6 z nich myšlenková mapa napomohla k vyřešení slovní úlohy o pohybu, ačkoliv bez jejího využití u předložených úloh obdobného charakteru řešení nenalezli. Zadání slovní úlohy, která byla určena k řešení prostřednictvím myšlenkové mapy, přitom bylo analogické s první úlohou, jež byla určena k řešení běžnými metodami. Zároveň byla tato úloha vyjádřena i výrazně delším textem a obsahovala vyšší číselné hodnoty, čímž ji lze považovat za mírně obtížnější. Z toho lze usuzovat, že využití myšlenkových map jako nástroje pro řešení slovních úloh skrývá jistý potenciál a může zvýšit úspěšnost žáků.

Míra zapojení žáků do výuky byla posouzena na základě pozorování jejich činnosti. Využití myšlenkových map především při jednodušších aktivitách, kterou ve výzkumu bylo přiřazování zadání k vyplněným mapám, viditelně zvyšuje míru aktivity žáků. Zapojení činností, které rozvíjejí schopnosti důležité pro práci se slovními úlohami, ale nejsou primárně zacíleny na její vyřešení, umožňuje slabším žákům zažít v hodinách matematiky úspěch. To má následně pozitivní efekt na jejich motivaci a míru zapojení do výuky.

6.7. Závěr výzkumného šetření

Vzhledem k menšímu rozsahu výzkumného šetření z něj nelze vyvozovat žádné definitivní závěry. I přesto ale bylo možné v získaných datech pozorovat určité jevy, které naznačují možný kladný vliv myšlenkových map na úspěšnost či míru aktivního zapojení žáků při řešení slovních úloh o pohybu.

I když myšlenková mapa viditelně zobrazuje jednotlivé etapy řešení slovní úlohy, nebylo na základě dostupných dat možné rozpoznat jednoznačnou souvislost mezi schopností žáka analyzovat slovní zadání úlohy a následně ji správně spočítat, a známkou z českého jazyka.

Počet žáků, kteří dokázali vyřešit slovní úlohu za pomoci myšlenkové mapy, byl vyšší než počet těch, kteří úspěšně vyřešili analogickou úlohu bez jejího využití. Z toho lze usuzovat, že myšlenkové mapy mohou pozitivně působit na schopnosti související s řešením slovních úloh.

Zároveň vyplněné mapy, na rozdíl od poznámek žáků při řešení úlohy libovolným způsobem, ukázaly, jak žáci o zadání uvažují a v jakých konkrétních místech chybují. V případě neúspěchu tedy mohou myšlenkové mapy poskytnout dostatek údajů pro definování míst, která jsou pro daného žáka problematická, a umožnit tak jejich cílené odstranění. Kvůli nutnosti rozepsání jednotlivých etap řešení slovní úlohy či využití aktivit s rozdílnou obtížností, mohou i slabší žáci zažít alespoň částečný úspěch. Díky tomu mohou mít myšlenkové mapy pozitivní vliv i na motivaci a míru zapojení žáků do výuky.

Závěr

Za hlavní cíl si tato práce kladla vytvoření myšlenkových map jako pomůcek pro řešení slovních úloh o pohybu, směsích a společné práci. Teoretická část práce se proto zaměřila na popis slovních úloh a myšlenkových map a následně poukázala na jejich společné aspekty. Na základě toho pak v rámci praktické části práce vznikla jednotná struktura myšlenkových map pro každý ze tří uvedených typů slovních úloh. Tu doplnila sbírka úloh a náměty na způsoby využití tohoto nástroje ve výuce matematiky. Na závěr proběhlo testování vytvořené pomůcky a to v rámci výzkumného šetření na základní škole. Stanovené cíle diplomové práce tak byly ve všech bodech splněny.

Vlivem uzavření škol na jaře a na podzim roku 2020 z důvodu koronavirové epidemie však nemohl být výzkum realizován v patřičném rozsahu a byla tak znemožněna i realizace jeho druhé části poté, co byly po první fázi výzkumu mapy upraveny. I přes svůj menší rozsah poskytl ale výzkum informace naznačující pozitivní vliv použití myšlenkových map ve výuce na úspěšnost a míru zapojení žáků při řešení slovních úloh o pohybu.

Vzhledem k tomu, že pomůcka byla vytvářena jako opora zejména pro slabší žáky, očekával se její pozitivní vliv především v nematematické třídě. Výzkum však ukázal, že myšlenkové mapy přispěly ke správnosti řešení výrazněji u žáků z matematické třídy. To mohlo být pravděpodobně způsobeno jejich rychlejším přizpůsobením se práci s novým nástrojem a celkově výraznějším zájmem a aktivnějším přístupem k daným činnostem.

Zapojení myšlenkových map do výuky matematiky počítá s jejich dlouhodobějším využitím. Proto je možné, že v případě delšího působení ve třídách by výzkum prokázal větší pokrok v souvislosti s využitím myšlenkových map pro řešení slovních úloh i u žáků s menší školní úspěšností.

Diplomová práce tedy kromě samotných myšlenkových map pro řešení slovních úloh o pohybu, směsích a společné práci, sbírce úloh a přehledu aktivit nabízí i šetření, které by do budoucna mohlo být považováno za pilotní výzkum pro rozsáhlejší studii, díky níž by mohl být pozitivní efekt této didaktické pomůcky prokázán. Na základě toho by pak mohly být konkrétní výukové sady vytvořeny a nabídnuty zájemcům z řad učitelů pro praktické využití ve výuce matematiky.

Seznam použité literatury

1) ALTMANOVÁ, Jitka et al., 2011. *Čtenářská gramotnost ve výuce: metodická příručka* [online]. Praha: Národní ústav pro vzdělávání, divize VÚP [cit. 2020-20-10]. ISBN 978-80-87000-99-1. Dostupné z: http://www.nuv.cz/uploads/Publikace/vup/ctenarskagramotnost_final.pdf

2) BĚLOUN, František et al., 1998. *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu*. 8., upr. vyd. Praha: Prometheus. Učebnice pro základní školy. ISBN 80-7196-104-3.

3) BLAŽEK, Radek et al., 2019. *Mezinárodní šetření PISA 2018: národní zpráva*. Praha: Česká školní inspekce. ISBN 978-80-88087-24-3.

4) BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ, 2001. *Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty)* [online]. Brno: Masarykova univerzita [cit. 2020-26-10]. Dostupné z: https://is.muni.cz/el/1441/podzim2015/SZ_9005/um/Skripta-sobr.pdf

5) BRINKMAN, Astrid, 2003a. Mind mapping as a tool in mathematics education. *Mathematics teacher* [online]. **96**(2) [cit. 2020-20-10]. ISSN 0025-5769. Dostupné z: https://www.optimind.be/blog/wp-content/uploads/2011/07/Mind-mapping-as-a-tool-in-Mathematics-Education-.pdf

6) BRINKMAN, Astrid, 2003b. Graphical knowledge display – mind mapping and concept mapping as efficient tools in mathematics education. *Mathematics education review*. **16** [cit. 2020-20-10]. ISSN 1353-5080. Dostupné z: https://www.ametonline.org.uk/mathematics-education-review/

7) BUDÍNOVÁ, Irena, 2018. *Přístupy nadaných žáků 1. a 2. stupně základní školy k řešení některých typů úloh v matematice*. Brno: Masarykova univerzita. Matematika a didaktika matematiky, svazek 4. ISBN 978-80-210-9215-0.

8) BUZAN, Tony, 2002. *How to mind map: the ultimate thinking tool that will change your life*. London: Thorsons. ISBN 978-0-00-714684-0.

9) BUZAN, Tony, 2007. *Mentální mapování*. Praha: Portál. ISBN 978-80-7367-200-3.

10) BUZAN, Tony, 2013. *Myšlenkové mapy pro děti: rychlá cesta k úspěchu nejen ve škole*. Brno: BizBooks. ISBN 978-80-265-0121-3.

11) CZUDEK, Pavel et al., 2005. *Slovní úlohy řešené rovnicemi: pro žáky a učitele ZŠ, studenty a profesory SŠ: 555 úloh*. 3. vyd. Praha: HAV. ISBN 80-903625-0-8.

12) ČERNÝ, Michal, 2016. *Jak učit sám sebe: s myšlenkovými mapami, kreativními technikami a online nástroji*. Brno: BizBooks. ISBN 978-80-265-0519-8.

13) ČERNÝ, Michal a Dagmar CHYTKOVÁ, 2014. *Myšlenkové mapy pro studenty: učte se efektivně a nastartujte svou kariéru*. Brno: BizBooks. ISBN 978-80-265-0267-8.

14) DAVIS, Philip J. a Reuben HERSH, 1981. *The mathematical experience*. Boston: Birkhauser. ISBN 0-395-32131-X.

15) ERDMANN, Erika a David STOVER, 2000. *Beyond a world divided: human values in the brain-mind science of Roger Sperry.* San Jose: Author's Choice Press. ISBN 0-595-16037-9.

16) HAVAS, Harald, 2006. *Využijte svých schopností na 100 %: trénink myšlení, paměti, kreativity*. Praha: Grada. Testy. ISBN 80-247-1515-5.

17) HEJNÝ, Milan a František KUŘINA, 2009. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. 2., aktualiz. vyd. Praha: Portál. Pedagogická praxe. ISBN 978-80-7367-397-0.

18) HUSAR, Petr, [2020]. Základní typy slovních úloh řešené jednoduchou rovnicí 2. *E-Matematika.cz: nesnesitelně snadná matematika* [online]. Praha [cit. 2020-09-19]. Dostupné z: https://www.e-matematika.cz/zakladni-skoly/slovni-ulohy/

19) CHYTKOVÁ, Dagmar a Michal ČERNÝ, 2016. *Efektivní učení: techniky přemýšlení, soustředění a komunikace s využitím myšlenkových map*. V Brně: BizBooks. ISBN 978-80-265-0479-5.

20) JANEČEK, František, 2008. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy: výrazy, rovnice, nerovnice a jejich soustavy*. 5. vyd. Praha: Prometheus. ISBN 978-80-7196-360-8.

21) KLODNER, Jaroslav, 2000. *Sbírka úloh z matematiky pro obchodní akademie*. 4., upr. vyd. [Česko]: J. Klodner.

22) KOLÁŘ, Zdeněk et al., 2012. *Výkladový slovník z pedagogiky: 583 vybraných hesel*. Praha: Grada. ISBN 978-80-247-3710-2.

23) *Koncepce matematické gramotnosti ve výzkumu PISA 2003*, 2004 [online]. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání [cit. 2020-08-09]. Dostupné z: https://www.csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/PISA/PISA-2003/Koncepce-matem-gramotnosti-publikace.pdf?fbclid=IwAR2SBfeER5GIyMtp7mC7UVbfYHfyyfiPA68iCoNaDXGvvovvBqqKGav2BpA

24) KRYNICKÝ, Martin, ©2010. Matematika ZŠ. *Www.realisticky.cz: když (se) chcete naučit...* [online]. Aktualizováno 7. 11. 2019 [cit. 2020-09-19]. Dostupné z: http://www.realisticky.cz/ucebnice.php?id=2

25) KUŘINA, Jaroslav, 2011. *Matematika a řešení úloh.* České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta. ISBN 978-80-7394-307-3.

26) *Leximapping*, [2020] [online]. Leximapping [cit. 2020-11-02]. Dostupné z: https://leximapping.com/

27) Matematické vzdělávání pro 21. století rozvíjí kreativitu a komunikační dovednosti, 2016. *Zpravodaj Odborné vzdělávání v zahraničí* [online]. Příloha II [cit. 2020-10-18]. Dostupné z: http://www.nuv.cz/uploads/Periodika/ZPRAVODAJ/2016/Zp1604pII.pdf?fbclid=IwAR0AGqBAIYoXzCwU_n0iW9SRyO6pZaEdyO6VHimFDS8qgxZRHrDIOYn2Xfs

28) MICHALKO, Michael, 2001. *Cracking creativity: the secrets of creative genius*. Berkeley: Ten Speed Press. ISBN 978-1-58008-311-9.

29) *Mind mapping: scientific research and studies*, [2011] [online]. ThinkBuzan [cit. 2020-20-10]. Dostupné z: https://b701d59276e9340c5b4d-ba88e5c92710a8d62fc2e3a3b5f53bbb.ssl.cf2.rackcdn.com/docs/Mind%20Mapping%20Evidence%20Report.pdf?fbclid=IwAR0czZcxbCUiAEalTFKuF-1ec1eIV8vQN3n9bUEmEDKzC4cIn5ok3pZMiDI

30) MÜLLER, Horst, 2013. *Myšlenkové mapy: jak zlepšit své myšlení, paměť, koncentraci a kreativitu*. Praha: Grada. Poradce pro praxi. ISBN 978-80-247-5057-6.

31) NOVOTNÁ, Jarmila, 2000. *Analýza řešení slovních úloh.* Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta. ISBN 80-7290-011-0.

32) ODVÁRKO, Oldřich et al., 1990. *Metody řešení matematických úloh.* Praha: Státní pedagogické nakladatelství. ISBN 80-04-20434-1.

33) OECD, 2019. *PISA 2018: results (volume 1): what students know and can do* [online]. Paris: OECD [cit. 2020-10-18]. ISBN 978-92-64-54188-7. Dostupné z: https://doi.org/10.1787/5f07c754-en

34) PETÁKOVÁ, Jindra, 2007. *Matematika: příprava k maturitě a přijímacím zkouškám na vysoké školy*. Dotisk 1. vyd. Praha: Prometheus. ISBN 978-80-7196-099-7.

35) PILNÝ, Ivan, 2014. *Máte na víc!: trénujte svůj mozek*. Brno: BizBooks. ISBN 978-80-265-0275-3.

36) POLÁK, Josef, 1991. *Přehled středoškolské matematiky*. 7. vyd. Praha: Prometheus. ISBN 80-7196-196-5.

37) POLÁK, Josef, 2014. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. Plzeň: Fraus. ISBN 978-80-7238-449-5.

38) POLÁK, Josef, 2016. *Didaktika matematiky: jak učit matematiku zajímavě a užitečně*. II. Část. Obecná didaktika matematiky. Plzeň: Fraus. ISBN 978-80-7489-326-1.

39) PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ, 2008. *Pedagogický slovník.* 5. vyd. Praha, Portál. ISBN 978-80-7367-416-8.

40) PRŮCHA, Jan a Jaroslav VETEŠKA, 2014. Andragogický slovník. 2., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Grada. ISBN 978-80-247-4748-4.

41) *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*, 2017 [online]. Praha: MŠMT [cit. 2020-08-05]. Dostupné z: https://www.msmt.cz/file/43792_1_1/

42) RENDL, Miroslav et al., 2013. *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta. ISBN 978-80-7290-723-6.

43) ROCHMAD, G. M. BINTANG a R. ARIFUDIN, 2014. Mind mapping learning to increase mathematical reflective thinking ability of junior high school students. In: *International conference on mathematics, science and education* [online]. Semarang: Faculty of Mathematics and Natural Sciences Semarang State University [cit. 2020-20-10]. Dostupné z: http://icmseunnes.com/2015/wp-content/uploads/2015/10/4.pdf

44) SCHMIDT, Gerhard, 2005. *Efektivní myšlení: poznej sám sebe, praktická cvičení, IQ testy*. Čestlice: Rebo. Příručka moderního člověka. ISBN 80-7234-417-X.

45) SIEGEL, Daniel J. a Tina Payne BRYSON, 2015. *Rozvíjejte naplno mozek svého dítěte*. Brno: CPress. ISBN 978-80-264-0863-5.

46) SIGMUNDOVÁ, Alena, 2019. *Čtení s porozuměním jako předpoklad úspěšné strategie řešení slovních úloh v matematice*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta. ISBN 978-80-7603-047-3.

47) *Tematická zpráva: rozvoj čtenářské, matematické a sociální gramotnosti na základních a středních školách ve školním roce 2015/2016*, 2016 [online].

Praha: Česká školní inspekce [cit. 2020-10-18]. Dostupné z: https://www.csicr.cz/html/TZ_Gramotnosti/flipviewerxpress.html

48) TOMÁŠEK, Vladislav a Eva POTUŽNÍKOVÁ, 2004. *Netradiční úlohy: problémové úlohy mezinárodního výzkumu PISA* [online]. Praha: Ústav pro informace ve vzdělávání [cit. 2020-08-09]. Dostupné z: csicr.cz/getattachment/cz/O-nas/Mezinarodni-setreni-archiv/PISA/PISA-2003/Netradicni-ulohy-Tomasek.pdf

49) VIJAYAKUMARI, K. a M. G. KAVITHAMOLE, 2014. Mind mapping: a tool for mathematical creativity. *Guru journal of behavioral and social science* [online]. **2**(1) [cit. 2020-20-10]. ISSN 2320-9038. Dostupné z: https://www.academia.edu/6828928/Mind_Mapping_A_tool_for_Mathematical_Creativity

50) VONDROVÁ, Naďa et al., 2015. *Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků*. V Praze: Univerzita Karlova, nakladatelství Karolinum. ISBN 978-80-246-3234-6.

51) VONDROVÁ, Naďa et al., 2019. *Matematická slovní úloha: mezi matematikou, jazykem a psychologií*. Praha: Univerzita Karlova, nakladatelství Karolinum. ISBN 978-80-246-4516-2.

52) ŽENATÁ, Emílie, [2002?]. *Sbírka úloh z matematiky pro 9. ročník: s klíčem*. [Benešov]: Blug. ISBN 80-7274-933-1.

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Seznam grafů

Seznam příloh

Stejný

Opačný

Stejná

A rychlejší

B rychlejší

Stejná

A delší

B delší

Stejně dlouho

A déle

B déle

Cena

Hmotnost

Koncentrace

Objem

Hustota

Teplota

Cena

Hmotnost

Koncentrace

Objem

Hustota

Teplota

Cena

Hmotnost

Koncentrace

Objem

Hustota

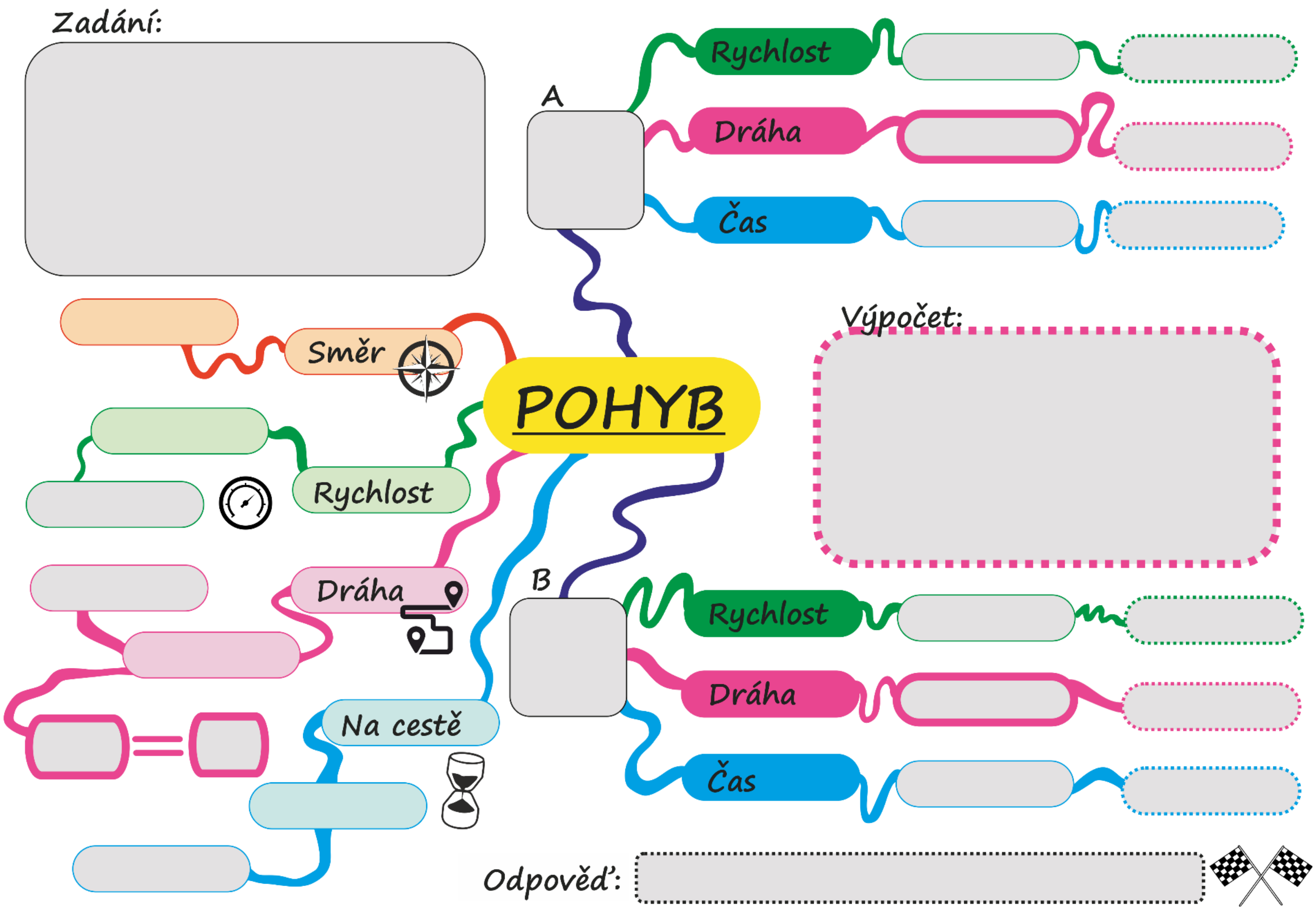
Teplota

Stejně

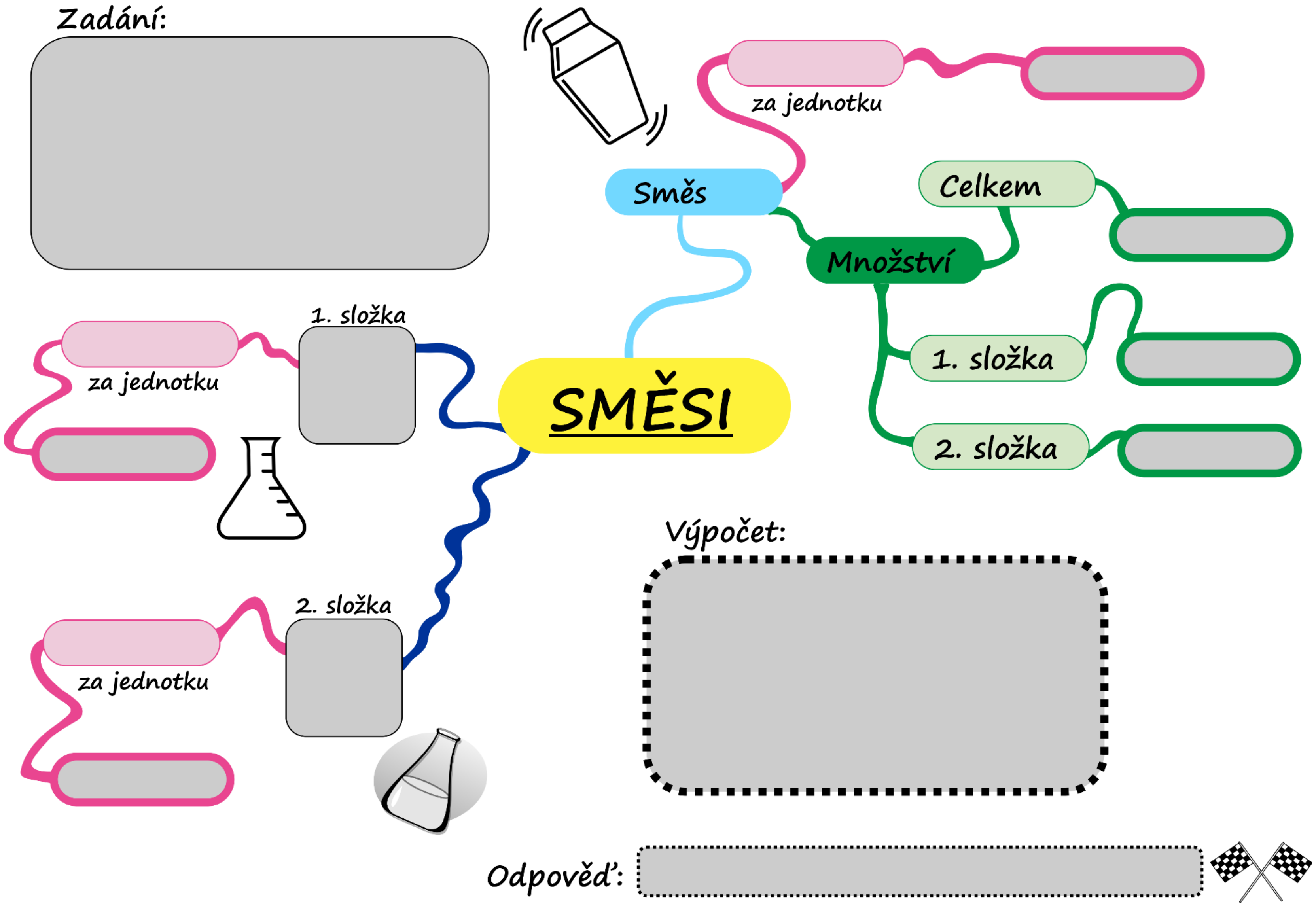
B dřív

A dřív

Příloha 1

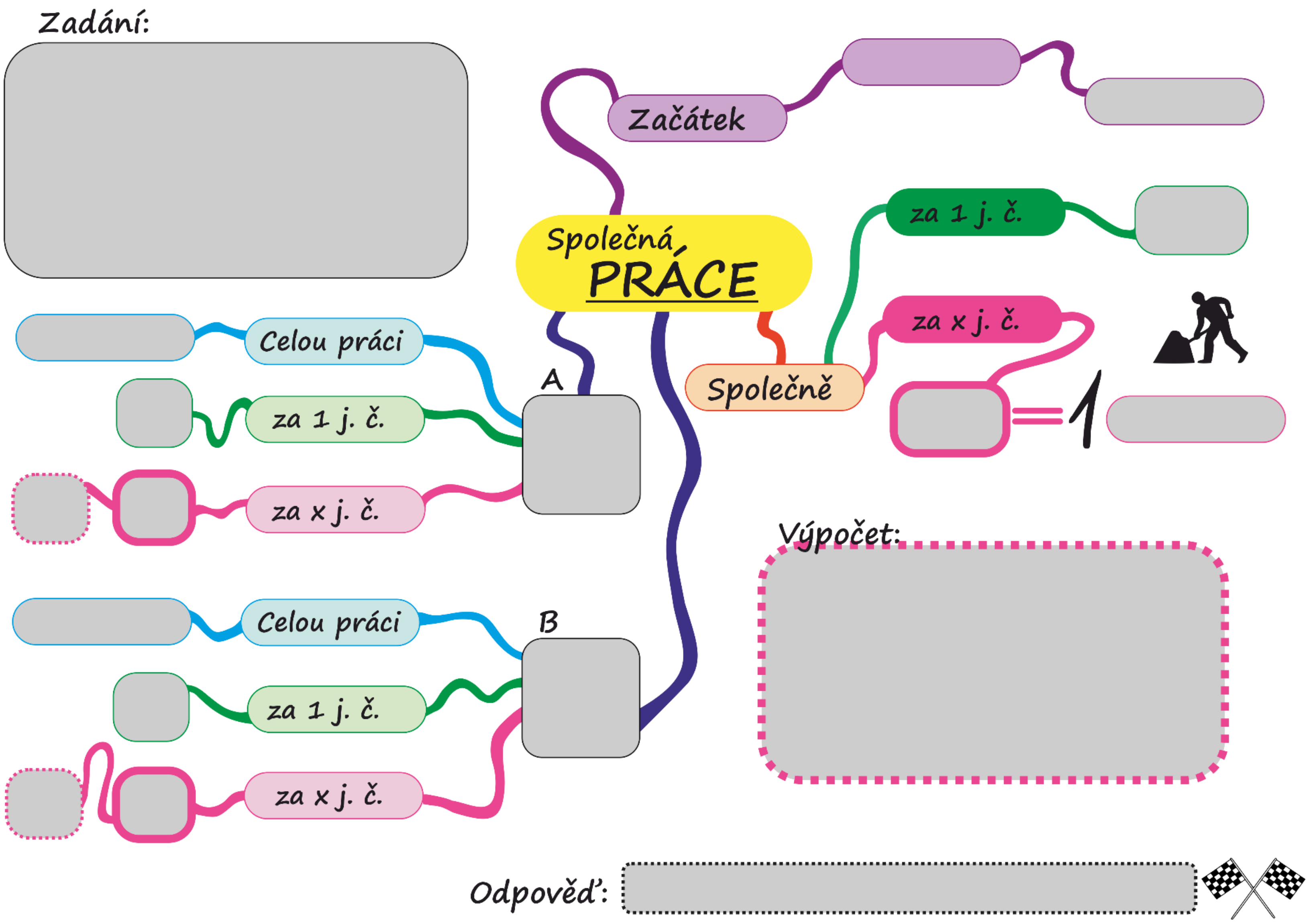

Zadání:
A
Rychlost
Dráha
Čas
Výpočet:
Směr
POHYB
Rychlost
Dráha
Na cestě
B
Rychlost
Dráha
Čas
Odpověď:

Příloha 2



Zadání:
SMĚSI
Směs
za jednotku
Množství
Celkem
1. složka
2. složka
1. složka
za jednotku
2. složka
za jednotku
Výpočet:
Odpověď:

Příloha 3



Zadání:
Začátek
Společná PRÁCE
za 1 j. č.
za x j. č.
Společně
1
Celou práci
za 1 j. č.
za x j. č.
A
Celou práci
za 1 j. č.
za x j. č.
B
Výpočet:
Odpověď:

Příloha 4

Zadání:

Adam s Evou měli jet na kole navštívit babičku. Adam se ale nečekaně zdržel na fotbalovém tréninku a proto Evě zavolal, aby jela napřed. Domů velmi spěchal, a tak nakonec vyjel jen o 6 minut později rychlostí 15 km/h. Za jak dlouho a jak daleko od domova Adam Evu, která jela rychlostí 12 km/h, na trati dostihl?

POHYB

A – Eva

- Rychlost: 12 km/h → –
- Dráha: $12 \cdot \left(t + \frac{1}{10}\right)$ → $12 \cdot \frac{1}{2} = 6$ km
- Čas: $t + \frac{1}{10}$ → $\frac{2}{5} + \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$

B – Adam

- Rychlost: 15 km/h → –
- Dráha: $15 \cdot t$ → $15 \cdot \frac{2}{5} = 6$ km
- Čas: t → $\frac{2}{5}$ hod = 24 min

Směr: Stejný

Rychlost: B rychlejší – o 3 km/h

Dráha: Stejná – $s_A = s_B$ → –

Na cestě: A déle – o 6 min

Výpočet:

$$12 \cdot \left(t + \frac{1}{10}\right) = 15 \cdot t$$

$$12 \cdot t + \frac{12}{10} = 15 \cdot t \quad \Big| -12 \cdot t$$

$$3 \cdot t = \frac{6}{5} \quad \Big| :3$$

$$t = \frac{2}{5} \text{ hod}$$

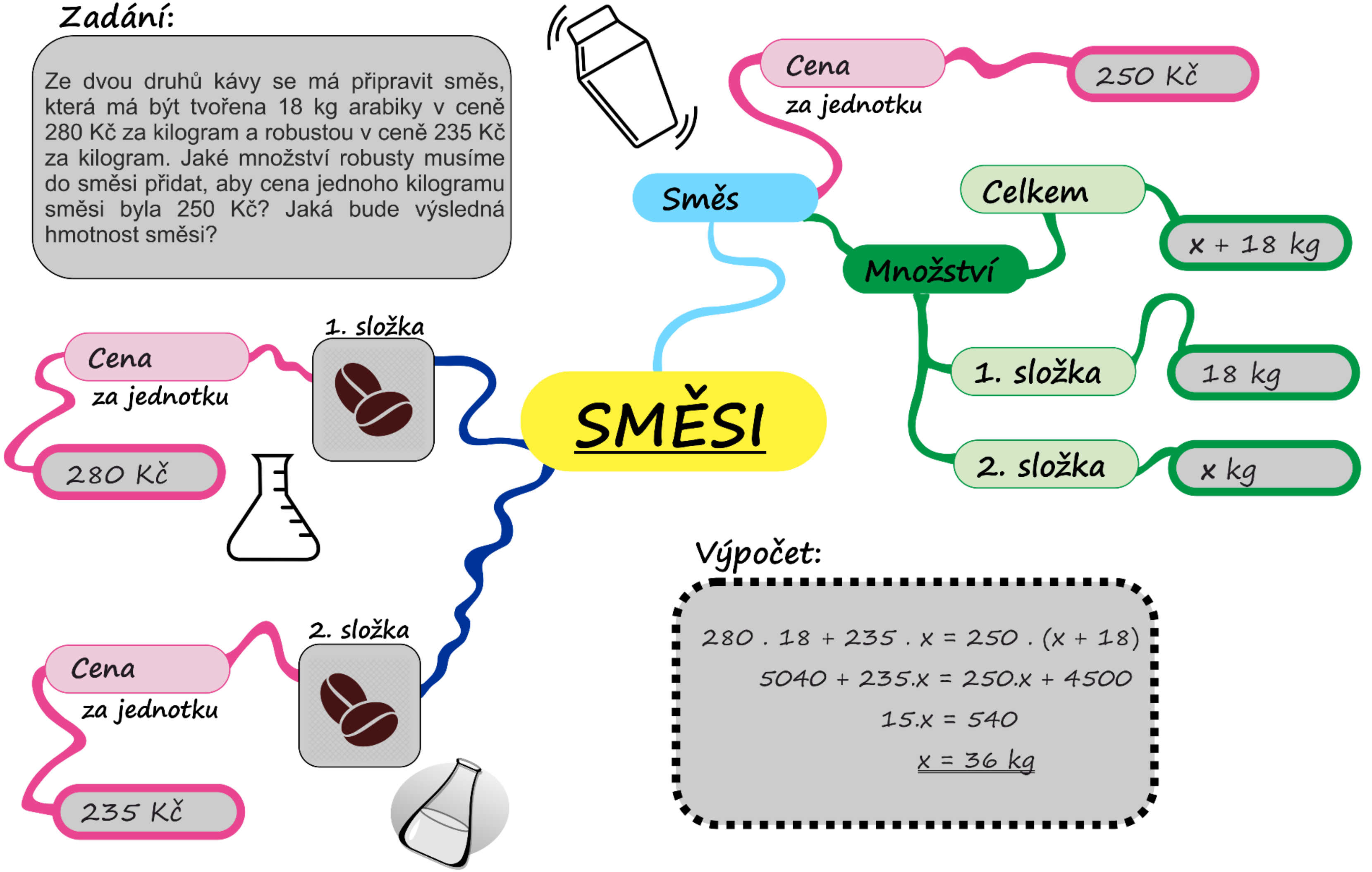
$$\underline{t = 24 \text{ min}}$$

Odpověď: Adam Evu dostihl za 24 minut 6 km od domova.

Příloha 5

Zadání:

Ze dvou druhů kávy se má připravit směs, která má být tvořena 18 kg arabiky v ceně 280 Kč za kilogram a robustou v ceně 235 Kč za kilogram. Jaké množství robusty musíme do směsi přidat, aby cena jednoho kilogramu směsi byla 250 Kč? Jaká bude výsledná hmotnost směsi?



Výpočet:

$$280 \cdot 18 + 235 \cdot x = 250 \cdot (x + 18)$$
$$5040 + 235 x = 250 x + 4500$$
$$15 x = 540$$
$$\underline{x = 36\ \text{kg}}$$

Odpověď: Musíme přidat 36 kg robusty. Směs bude vážit 54 kg.

Příloha 6

Příloha 7

Zadání:

Dvojici žáků trvá 12 minut, než společně vyřeší zadaný pracovní list. První z žáků by práci sám zvládl za 30 minut.

Za jak dlouho by úkol splnil samostatně druhý žák?

Společná PRÁCE

Začátek – Stejně – –

A


30 minut – Celou práci

$\frac{1}{30}$ – za 1 j. č.

$\frac{2}{5}$ – $\frac{12}{30}$ – za 12 j. č.

B


x minut – Celou práci

$\frac{1}{x}$ – za 1 j. č.

$\frac{3}{5}$ – $\frac{12}{x}$ – za 12 j. č.

Společně

za 1 j. č. – $\frac{1}{12}$

za 12 j. č. – $\frac{2}{5} + \frac{12}{x} = 1$ úkol

Výpočet:

$$\frac{2}{5} + \frac{12}{x} = 1 \qquad | \; .\, 5.x$$

$$2.x + 60 = 5.x \qquad | \; - 2.x$$

$$3.x = 60 \qquad | \; : 3$$

$$\underline{x = 20 \text{ min}}$$

Odpověď: Druhý žák by sám úkol splnil za 20 minut.

JMÉNO:	**Známka z M:**	**Známka z Čj:**

Vyřeš následující slovní úlohy.

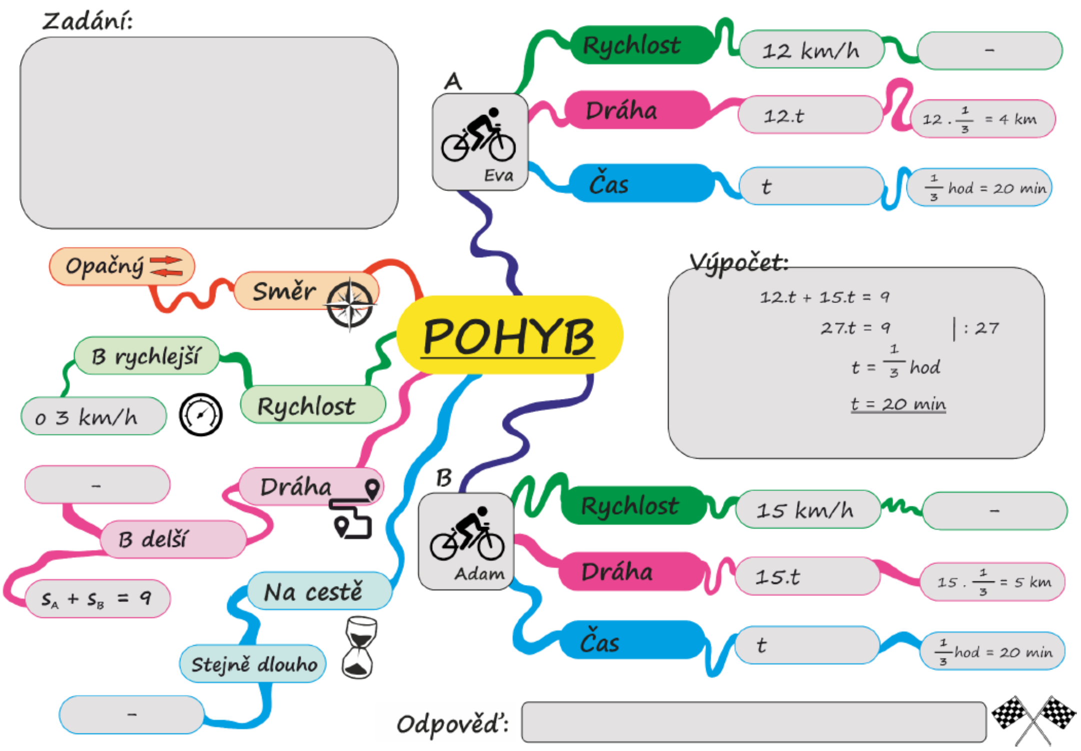
1) Adam s Evou měli jet na kole navštívit babičku. Adam se ale nečekaně zdržel na fotbalovém tréninku a proto Evě zavolal, aby jela napřed. Domů velmi spěchal, a tak nakonec vyjel jen o 6 minut později rychlostí 15 km/h. Za jak dlouho a jak daleko od domova Adam Evu, která jela rychlostí 12 km/h, na cestě k babičce dostihl?

2) Čermákovi, vášniví cyklisté z Hradce Králové, se rozhodli jet na výlet do Safari parku Dvůr Králové. Vyjeli v 8 hodin a na kole se po trase dlouhé 38 km pohybovali průměrnou rychlostí 20 km/h. Jejich přátelé ze Dvora Králové nad Labem, Horáčkovi, o jejich plánech nevěděli a rozhodli se je ten den v Hradci Králové překvapit návštěvou. Z domu vyjeli v 8:30. Jeli autem a pohybovali se průměrnou rychlostí 50 km/h. Kdy a jak daleko od Dvora Králové se rodiny na cestě minuly?

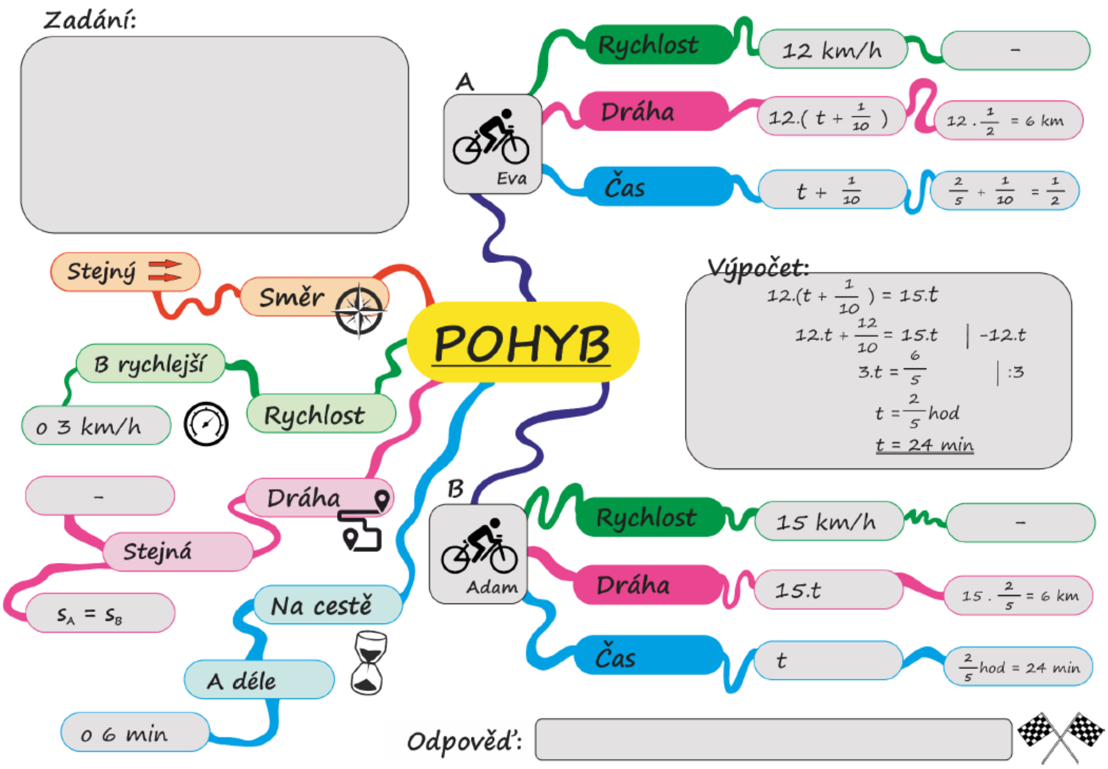
Příloha 8

Příloha 9

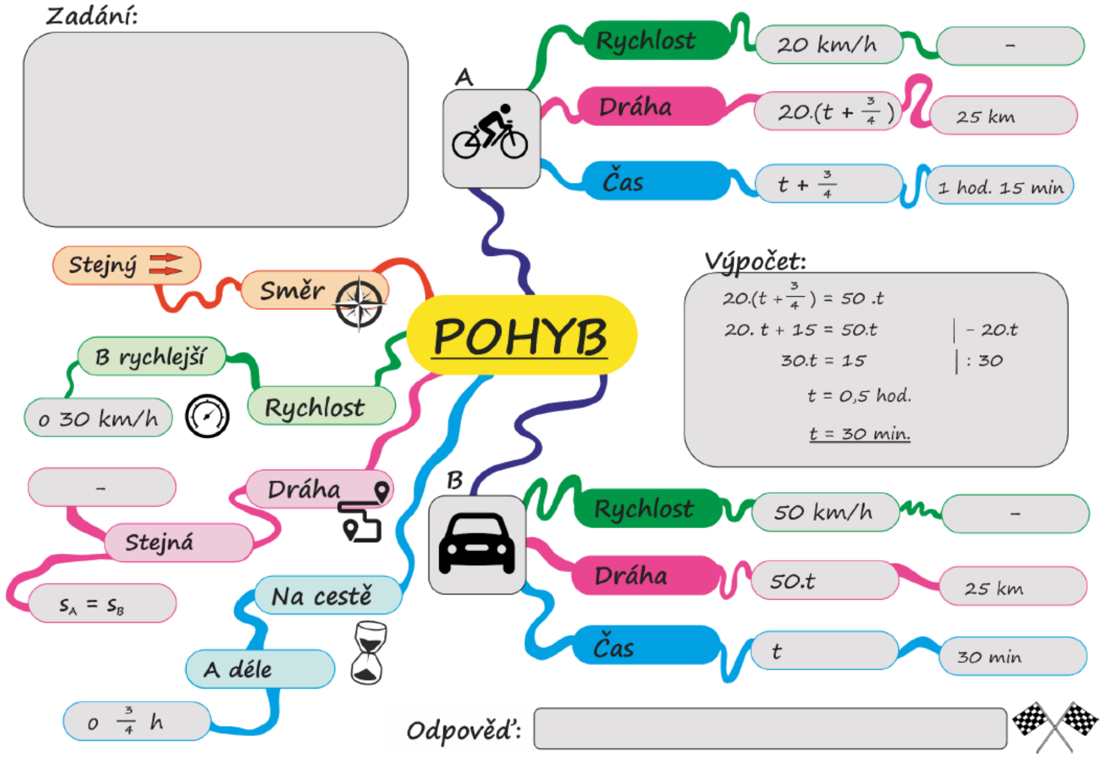
JMÉNO:



JMÉNO:

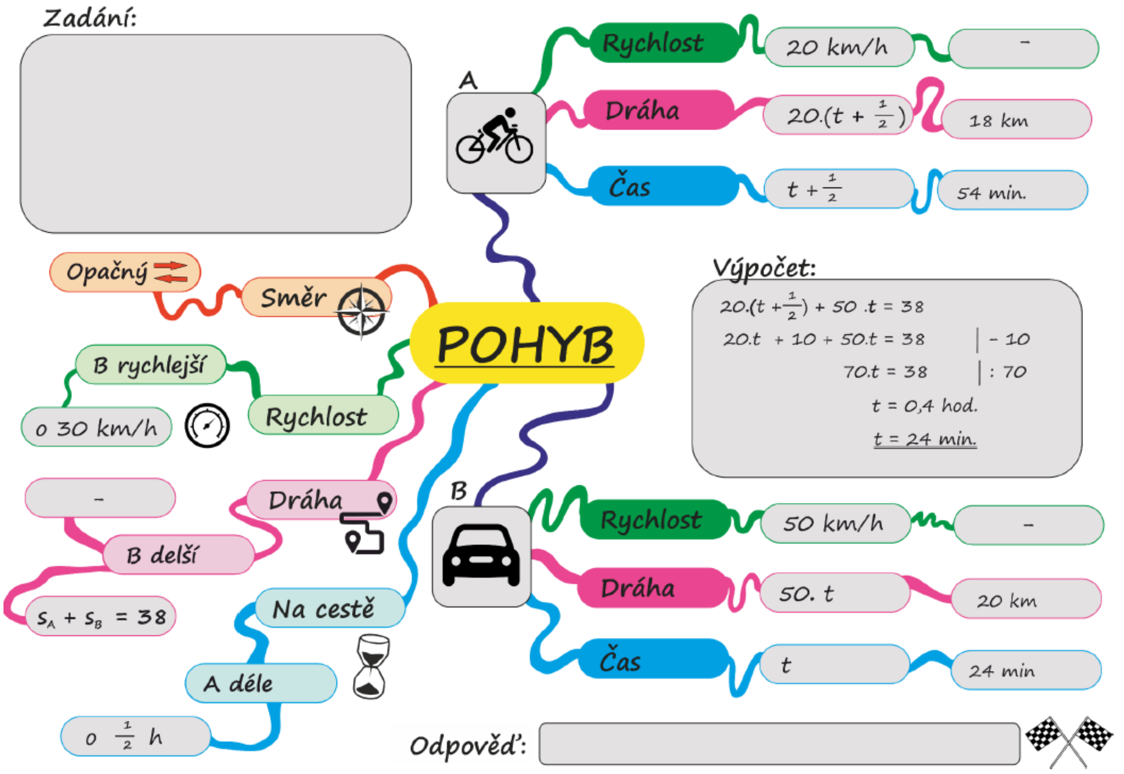


JMÉNO:



Zadání:
A
Rychlost
20 km/h
–
Dráha
$20.(t + \frac{3}{4})$
25 km
Čas
$t + \frac{3}{4}$
1 hod. 15 min
Stejný
Směr
POHYB
B rychlejší
o 30 km/h
Rychlost
–
Stejná
Dráha
$s_A = s_B$
Na cestě
A déle
o $\frac{3}{4}$ h
B
Rychlost
50 km/h
–
Dráha
50.t
25 km
Čas
t
30 min
Výpočet:
$20.(t + \frac{3}{4}) = 50.t$
$20.t + 15 = 50.t \quad | -20.t$
$30.t = 15 \quad | :30$
$t = 0{,}5$ hod.
$t = 30$ min.
Odpověď:

JMÉNO:



Zadání:
A
Rychlost
20 km/h
–
Dráha
$20.(t + \frac{1}{2})$
18 km
Čas
$t + \frac{1}{2}$
54 min.
Opačný
Směr
POHYB
B rychlejší
o 30 km/h
Rychlost
–
B delší
Dráha
$s_A + s_B = 38$
Na cestě
A déle
o $\frac{1}{2}$ h
B
Rychlost
50 km/h
–
Dráha
50. t
20 km
Čas
t
24 min
Výpočet:
$20.(t + \frac{1}{2}) + 50.t = 38$
$20.t + 10 + 50.t = 38 \quad | -10$
$70.t = 38 \quad | :70$
$t = 0{,}4$ hod.
$t = 24$ min.
Odpověď:

Příloha 10

Adam s Evou měli jet na kole navštívit babičku. Adam se ale nečekaně zdržel na fotbalovém tréninku a proto Evě zavolal, aby jela napřed. Domů velmi spěchal, a tak nakonec vyjel jen o 6 minut později rychlostí 15 km/h. Za jak dlouho a jak daleko od domova Adam Evu, která jela rychlostí 12 km/h, na trati dostihl?

Adam a Eva bydlí 9 km od sebe. Občas si dávají romantické schůzky téměř na půl cesty. Oba si vyjedou na kole naproti ve stejný okamžik - Adam rychlostí 15 km/h, Eva rychlostí 12 km/h.

Za jak dlouho a kde se potkají?

Čermákovi, vášniví cyklisté z Hradce Králové, se rozhodli jet na výlet do Safari parku Dvůr Králové. Vyjeli v 8 hodin a na kole se po trase dlouhé 38 km pohybovali průměrnou rychlostí 20 km/h. Po tři čtvrtě hodině se pan Čermák dozvěděl, že jejich sousedé Vodičkovi měli stejný nápad a právě vyjíždějí z HK autem průměrnou rychlostí 50 km/h. Kdy a po kolika kilometrech Vodičkovi Čermákovy předjeli?

Čermákovi, vášniví cyklisté z Hradce Králové, se rozhodli jet na výlet do Safari parku Dvůr Králové. Vyjeli v 8 hodin a na kole se po trase dlouhé 38 km pohybovali průměrnou rychlostí 20 km/h. Jejich přátelé ze Dvora Králové n/L, Horáčkovi, o jejich plánech nevěděli a rozhodli se je ten den v HK překvapit návštěvou. Z domu vyjeli v 8:30. Jeli autem a pohybovali se průměrnou rychlostí 50 km/h. Kdy a jak daleko od DK se rodiny na cestě minuly?

Zadání:

Z Prahy do Pardubic jezdí Pendolino, jehož průměrná rychlost je zde 116 km/h, a rychlík, který na této trati zastavuje ve třech stanicích, proto je jeho průměrná rychlost jen 96 km/h. Pavel chtěl jet Pendolinem, to se ale dnes vlivem výluky opozdilo, proto nasedl na rychlík. Ten dnes výjimečně vyjel z Pardubic o 10 minut dříve než Pendolino. Rozhodl se Pavel dobře, nebo Pendolino rychlík na trati předjede? Pokud ano, za jak dlouho a v jaké vzdálenosti od Prahy? Vzdálenost z Prahy do Pardubic je 104 km.

POHYB

A

Rychlost – 116 km/h

Dráha – 116. t

Čas – t

B

Rychlost

Dráha

Čas

Směr

Rychlost

Dráha

Výpočet:

Odpověď:

Příloha 11

		Známka		Úloha 1					Úloha 2					Přiřazení		Úloha 3									
Č.	Třída	M	Čj	Rovnice	Výsledek		Odpověď		Rovnice	Výsledek		Odpověď		Úspěšně /4	Odpověď /4	Směr /1	Rychlost /2	Dráha/2	Na cestě /2	Údaje B /3	Rovnice	Výsledek		Odpověď	
1.	9.C	2	3	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	0	1	0	1	N	N	0	N	0
2.	9.C	2	3	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	2	1	1	1	N	N	0	N	0
3.	9.C	2	3	N	N	0	A	0	N	N	0	N	0	4	0	1	0	1	2	0	N	N	0	N	0
4.	9.C	2	3	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	1	1	0	1	N	N	0	N	0
5.	**9.C**	**2**	**3**	**N**	**A**	**0**	**N**	**0**	**N**	**A**	**0**	**N**	**0**	**4**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**A**	**A**	**1**	**A**	**1**
6.	9.C	3	3	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	2	0	0	1	N	N	0	N	0
7.	9.C	4	4	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	0	0	0	2	1	1	1	N	A	0	A	0
8.	9.C	2	3	N	A	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	2	1	1	1	N	N	0	N	0
9.	9.C	2	3	N	A	0	A	0	N	N	0	N	0	2	0	1	1	1	0	1	N	N	0	N	0
10.	9.C	2	2	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	1	0	2	1	N	N	0	N	0
11.	9.C	2	3	N	A	0	A	0	N	N	0	N	0	2	0	1	1	1	1	1	N	N	0	N	0
12.	9.C	2	3	N	A	0	A	0	N	N	0	N	0	4	0	1	1	1	0	1	N	A	0	A	0
13.	9.C	2	3	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	2	1	1	1	0	1	1	N	N	0	N	0
14.	9.C	2	3	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	1	1	1	1	N	N	0	N	0
15.	9.C	2	3	N	A	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	2	1	1	1	N	A	0	A	0
16.	9.C	2	3	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	1	1	0	1	N	N	0	N	0
17.	9.C	2	3	N	N	0	N	0	N	A	0	N	0	0	0	1	2	1	1	1	N	N	0	N	0
18.	9.C	2	3	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	0	1	1	0	2	1	N	N	0	N	0
1.	9.B	3	2	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	4	1	2	1	1	1	N	N	0	N	0
2.	9.B	3	2	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	4	1	2	2	2	1	N	N	0	N	0
3.	9.B	1	1	A	A	1	A	0	A	A	1	A	1	4	4	1	2	2	2	3	A	A	1	A	1
4.	9.B	3	3	N	N	0	A	0	N	N	0	N	0	4	1	1	2	2	2	2	N	N	0	N	0
5.	**9.B**	3	1	**N**	**A**	**0**	**N**	**0**	**N**	**A**	**0**	**N**	**0**	**4**	**4**	**1**	2	2	2	3	A	A	**1**	A	**0**
6.	9.B	2	2	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	4	1	2	2	2	1	N	N	0	N	0
7.	9.B	4	4	N	N	0	N	0	N	N	0	N	0	4	4	1	2	2	2	1	N	N	0	N	0
8.	**9.B**	3	2	**N**	**A**	**0**	**A**	**0**	**N**	**A**	**0**	**N**	**0**	**4**	**4**	**1**	2	2	2	3	A	A	**1**	A	**0**
9.	9.B	1	1	N	A	0	A	0	A	A	1	A	1	4	3	1	2	2	2	3	A	A	1	A	1
10.	9.B	2	1	A	A	1	A	1	A	A	1	A	1	4	4	1	2	2	2	3	A	A	1	A	0
11.	9.B	2	2	A	A	1	A	1	A	N	0	N	0	4	4	1	2	2	2	3	A	A	1	A	0
12.	9.B	1	1	A	A	1	A	1	A	A	1	A	1	4	4	1	2	2	2	3	A	A	1	A	0
13.	9.B	1	1	A	A	1	A	1	A	A	1	A	1	4	4	1	2	2	2	3	A	A	1	A	0
14.	**9.B**	2	2	**A**	**A**	**0**	**N**	**0**	**N**	**A**	**0**	**N**	**0**	**4**	**0**	**1**	2	2	2	3	A	A	**1**	A	**1**
15.	9.B	1	1	A	A	1	A	1	A	A	1	A	1	4	3	1	2	2	2	3	A	A	1	A	1
16.	9.B	2	2	A	A	1	A	0	N	N	0	N	0	4	1	1	2	2	2	2	A	A	1	A	1
17.	9.B	1	1	A	A	1	A	1	N	A	0	N	0	4	4	1	2	2	2	3	A	A	1	N	0
18.	**9.B**	2	1	**A**	**A**	**0**	**A**	**0**	**N**	**N**	**0**	**N**	**0**	**4**	**4**	**1**	2	2	2	3	A	A	**1**	A	**1**
19.	9.B	1	1	A	A	1	N	0	A	A	0	N	0	4	3	1	2	2	2	3	A	A	1	A	1

Příloha 12