

Univerzita Palackého v Olomouci  
Přírodovědecká fakulta

# BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



## Měření polarizačních vlastností prostorového fázového modulátoru světla

Katedra optiky

Vypracoval:	Jaromír Běhal
Vedoucí bakalářské práce:	Mgr. Michal Baránek
Studijní program:	B1701 Fyzika
Studijní obor:	Optika a optoelektronika
Datum odevzdání:	13. května 2013

### **Poděkování**

Děkuji vedoucímu Mgr. Michalu Baránkovi za odborné rady a čas věnovaný konzultacím při zpracování této bakalářské práce.

**Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracoval samostatně pod vedením Mgr. Michala Baránka a výhradně s použitím citované literatury.

## Abstrakt

Prostorové modulátory světla jsou optoelektronické přístroje, které v posledních letech nachází řadu aplikací v různých oblastech optiky. Hlavní náplní této práce je experiment, jehož cílem je měření vlastností svazku modulovaného fázovým modulátorem Boulder ( $512 \times 512$ ) od firmy Boulder Nonlinear Systems. Měřená je difrakční účinnost a polarizační stav světla v pracovním řádu v závislosti na polarizaci svazku dopadajícího na modulátor a parametrech zobrazené pracovní fázové mřížky.

## Abstract

Spatial light modulators are optoelectronic devices which have a lot of applications in the modern optics. Measurement of properties of the light modulated by phase only spatial light modulator Boulder ( $512 \times 512$ ) is the main aim of this work. Diffraction efficiency and polarization state of the light in the working diffraction order is measured for different kind of the incident polarization and displayed phase grating.

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Polarizace světla</b>	<b>3</b>
2.1	Polarizační elipsa a její parametry . . . . .	3
2.2	Matematický popis polarizace . . . . .	5
2.2.1	Jonesův formalismus . . . . .	5
2.2.2	Stokesův formalismus . . . . .	7
2.3	Měření polarizace . . . . .	9
2.3.1	Měření polarizace krokovým otáčením lineárního polarizátoru . . . . .	9
2.3.2	Určení polarizace měřením Poincarého parametrů . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Optika kapalných krystalů</b>	<b>12</b>
3.1	Kapalné krystaly . . . . .	12
3.2	Elektrooptika kapalných krystalů . . . . .	13
<b>4</b>	<b>Difrakce světla a difrakční účinnost</b>	<b>16</b>
4.1	Difrakce . . . . .	16
4.2	Difraktivní struktury . . . . .	17
4.2.1	Skalární difrakční teorie tenkých mřížek . . . . .	18
4.2.2	Difrakční účinnost . . . . .	19
4.3	Popis vybraných tenkých mřížek . . . . .	20
4.3.1	Binární amplitudová mřížka . . . . .	20

4.3.2	Binární fázová mřížka . . . . .	21
4.4	Kombinace dvou tenkých mřížek . . . . .	22
<b>5</b>	<b>Popis měření</b>	<b>24</b>
5.1	Definiční sestava . . . . .	25
5.2	Binární fázové mřížky . . . . .	26
5.3	Měřicí sestava . . . . .	28
<b>6</b>	<b>Výsledky měření a diskuze</b>	<b>29</b>
6.1	Měření difrakční účinnosti . . . . .	29
6.1.1	Binární fázová mřížka $0 \div \pi$ . . . . .	29
6.1.2	Binární fázová mřížka $0 \div \pi/2$ . . . . .	30
6.1.3	Diskuze výsledků měření difrakční účinnosti . . . . .	31
6.2	Měření polarizačního stavu v pracovním řádu . . . . .	33
6.2.1	Binární fázová mřížka $0 \div \pi$ . . . . .	33
6.2.2	Binární fázová mřížka $0 \div \pi/2$ . . . . .	34
6.2.3	Diskuze výsledků měření polarizačního stavu v pracovním difrakčním řádu . . . . .	36
<b>7</b>	<b>Závěr</b>	<b>38</b>
	<b>Dodatky</b>	<b>41</b>
	Dodatek A - parametry polarizační elipsy . . . . .	41
	Dodatek B - difrakční účinnost - naměřené hodnoty . . . . .	44
	Dodatek C - polarizace v pracovním řádu - naměřené hodnoty . . . . .	47
	Dodatek D - přesnost měření . . . . .	51

# 1 Úvod

Prostorové modulátory světla jsou optoelektronické přístroje, které ovlivňují vlastnosti procházející elektromagnetické vlny. Modulátory lze rozdělit na amplitudové a fázové. Amplitudové modulátory mění amplitudu a tím také intenzitu prošlého světla. U fázových modulátorů dochází k tvarování fáze procházející vlny. V této bakalářské práci budou studovány vlastnosti světla modulovaného fázovým modulátorem Boulder ( $512 \times 512$ ) od firmy Boulder Nonlinear Systems.

V moderní optice nachází fázové modulátory širokou škálu uplatnění. Cenná je především jejich schopnost dynamicky střídat fázové mapy zobrazené na aktivním displeji a tím poměrně rychle měnit vlastnosti modulovaného světla. Toho lze využít například u optické pinzety, kde střídání promítaných mřížek umožňuje efektivní pohyb optické pasti. Modulátory mají také řadu aplikací v optickém zobrazování a v mikroskopii, kde mohou sloužit k vytvoření vhodného prostorového filtru, nebo jako adaptivní prvek jsou schopné korigovat deformace vlnoplochy a kompenzovat optické aberace.

Displej prostorového modulátoru světla je tvořen pixely, jejichž fyzická struktura vytváří binární amplitudovou mřížku. Je tedy třeba brát v úvahu, že při dopadu svazku na modulátor dochází k difrakci světla na pixelech. Aby bylo možné sledovat fázové změny provedené modulátorem, je nutné na aktivní displej zobrazit pracovní fázovou mřížku. Tím vzniknou nové (pracovní) difrakční řády. Ty se nachází mezi původními řády vytvořenými difrakcí na pixelech modulátoru. Optické pole v pracovním řádu odpovídá fázové modulaci provedené modulátorem. Přesná poloha a množství energie v pracovním řádu závisí na typu modulátoru a na přiváděné pracovní fázové mřížce.

Pro správnou funkci fázového modulátoru je třeba také dobře nastavit

polarizaci světla dopadajícího na modulátor. Pro fázový modulátor Boulder ( $512 \times 512$ ) odpovídá správné nastavení lineární vertikální polarizaci. Bude-li se vstupní polarizace odchylovat od ideálního nastavení, dá se očekávat zhoršená účinnost prováděné fázové modulace.

Cílem této práce je zjistit, jak nastavení polarizace vstupního svazku ovlivní vlastnosti modulovaného světla. V prezentovaném experimentu, který je hlavní náplní práce, je prostorový fázový modulátor osvětlen svazkem s definovanou polarizací a na aktivním displeji je promítnuta pracovní fázová mřížka. Měřená je difrakční účinnost a polarizační stav světla v pracovním řádu v závislosti na vstupní polarizaci a parametrech fázové mřížky.



## 2 Polarizace světla

Polarizace světla je významná vlastnost elektromagnetické vlny, která vyjadřuje časovou a prostorovou závislost orientace vektoru elektrické intenzity  $\mathbf{E}$  [1]. Pokud se koncový bod  $\mathbf{E}$  pohybuje chaoticky, hovoříme o nepolarizovaném světle. Obíhá-li však po dobře definované křivce, jedná se o světlo polarizované.

Podíváme-li se proti směru šíření vlny, pak koncový bod  $\mathbf{E}$  opisuje v obecném případě elipsu. Mohou nastat dva speciální případy, kdy elipsa degeneruje na kružnici, nebo na přímku. Podle tvaru křivky, kterou koncový bod  $\mathbf{E}$  opisuje, označujeme polarizaci za eliptickou, kruhovou, či lineární. Obíhá-li vektor  $\mathbf{E}$  ve směru hodinových ručiček, pak je polarizace pravotočivá. V opačném případě hovoříme o polarizaci levotočivé.

### 2.1 Polarizační elipsa a její parametry

Uvažujme vektor elektrické intenzity  $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)$  rovinné elektromagnetické vlny šířící se v bezztrátovém izotropním homogenním prostředí ve směru osy  $z$  fázovou rychlostí  $c$ . Potom

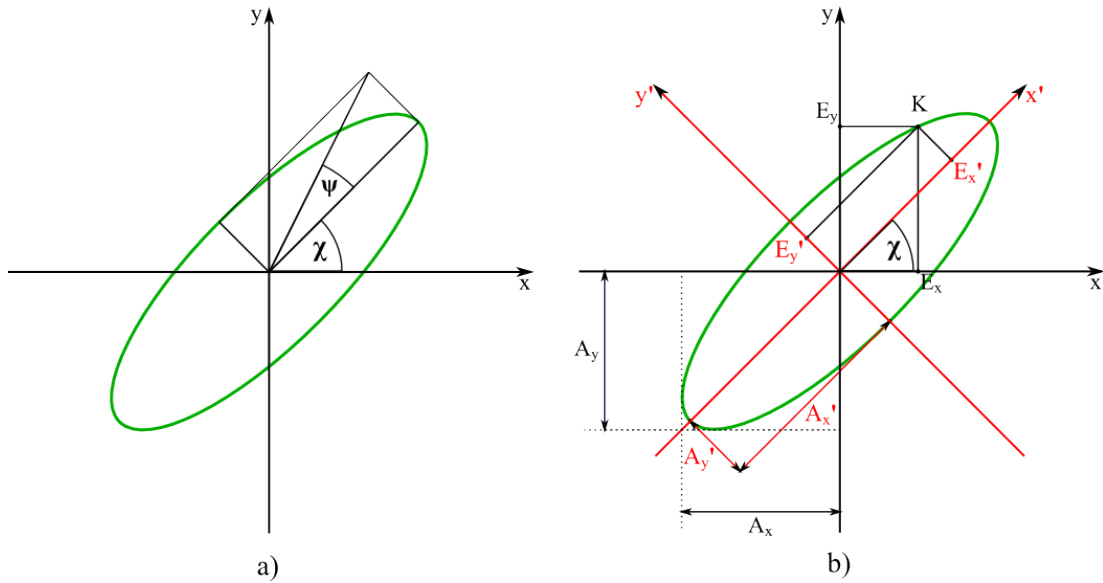
$$\begin{aligned}E_x &= A_x \cos(\Omega + \delta_x), \\E_y &= A_y \cos(\Omega + \delta_y), \\E_z &= 0,\end{aligned}\tag{2.1}$$

kde  $\delta_x$  a  $\delta_y$  jsou počáteční fáze  $x$ -ové a  $y$ -ové složky vektoru elektrické intenzity,  $A_x$  a  $A_y$  jsou jejich reálné amplitudy,  $\Omega = \omega \left( t - \frac{z}{c} \right)$  a  $\omega$  je úhlová frekvence. Dále budeme studovat tvar křivky, kterou opisuje koncový

bod **E**. Vyloučením parametru  $\Omega$  z předešlých rovnic získáme rovnici polarizační elipsy

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - 2\frac{E_x E_y}{A_x A_y} \cos \delta = \sin^2 \delta, \quad (2.2)$$

kde  $\delta = \delta_y - \delta_x$  je fázový rozdíl mezi  $x$ -ovou a  $y$ -ovou složkou vektoru elektrické intenzity.



Obrázek 2.1: Polarizační elipsa a její parametry.

V této práci budeme polarizační elipsu popisovat dvěma úhly  $\chi$  a  $\psi$ , jejichž význam je zřejmý z (obr. 2.1 a). Na polarizační elipse zvolme libovolný bod  $K$ , který má v osách  $x, y$  souřadnice  $E_x, E_y$ . Zavedeme souřadné osy  $x', y'$  pootočené vůči osám  $x, y$  o úhel  $\chi$  orientovaný v kladném smyslu (proti směru chodu hodinových ručiček). Souřadnice bodu  $K$  v souřadném systému  $x', y'$  jsou  $E'_x, E'_y$  (obr. 2.1 b). Vyjádříme-li  $E'_x, E'_y$  pomocí  $E_x, E_y$ , lze vyjádřit také  $A'_x, A'_y$  pomocí  $A_x, A_y$ . Podílem  $A'_y/A'_x$  získáme vztah pro tangens úhlu  $\psi$ . Podobně lze nalézt vyjádření pro úhel  $\chi$ . Podrobný výpočet je uvedený v (Dodatek A). Získali jsme tak následující vztahy pro parametry polarizační elipsy

$$\tan 2\chi = \frac{2A_x A_y \cos \delta}{A_x^2 - A_y^2},$$

$$\tan \psi = \pm \sqrt{\frac{\tan^2 \chi + \frac{A_y^2}{A_x^2} - 2\frac{A_y}{A_x} \cos \delta \tan \chi}{1 + \frac{A_y^2}{A_x^2} \tan^2 \chi + 2\frac{A_y}{A_x} \cos \delta \tan \chi}}. \quad (2.3)$$

V následující sekci se seznámíme s Jonesovým formalizmem pro popis polarizovaného světla a se Stokesovým formalizmem, který lze použít i pro světlo částečně polarizované.

## 2.2 Matematický popis polarizace

### 2.2.1 Jonesův formalismus

Pro popis úplně polarizovaného světla lze použít maticovou reprezentaci polarizace, tzv. Jonesovy vektory. Obecný tvar normovaného Jonesova vektoru je

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2}} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \exp(i\delta) \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

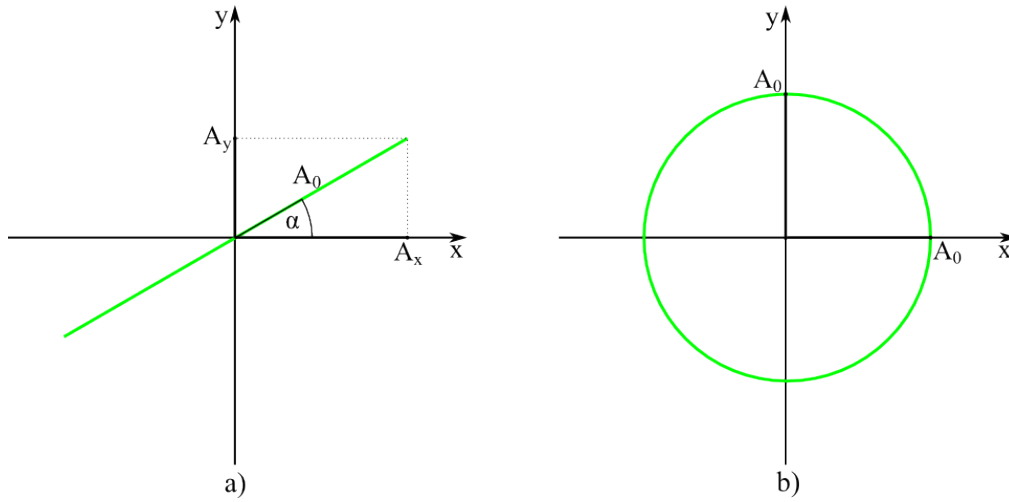
Pro  $\delta = m\pi$ , kde  $m \in \mathbb{Z}$ , a dále  $\tan \alpha = \frac{A_y}{A_x}$  (obr. 2.2 a) přechází výraz (2.4) do tvaru

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2}} \begin{pmatrix} A_x \\ \pm A_y \end{pmatrix} = \frac{1}{A_0} \begin{pmatrix} A_0 \cos \alpha \\ \pm A_0 \sin \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \pm \sin \alpha \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

kde „+“ je pro  $m = \{\dots, -2, 0, 2, \dots\}$  a „-“ pro  $m = \{\dots, -3, -1, 1, 3, \dots\}$ . V tomto případě hovoříme o lineární polarizaci. Pro  $\delta = (2m+1)\frac{\pi}{2}$ , kde  $m \in \mathbb{Z}$ , a zároveň  $A_x = A_y = A_0$  (obr. 2.2 b) máme

$$\mathbf{J} = \frac{1}{A_0\sqrt{2}} \begin{pmatrix} A_0 \\ \pm i A_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

kde „+“ je pro  $m = \{\dots, -2, 0, 2, \dots\}$  a „-“ pro  $m = \{\dots, -3, -1, 1, 3, \dots\}$ . V prvním případě hovoříme o pravotočivé kruhové polarizaci, v druhém případě o levotočivé kruhové polarizaci.



Obrázek 2.2: Lineární a kruhová polarizace.

Abychom mohli popsat průchod polarizovaného světla optickou sestavou, je třeba zavést Jonesovy matice optických prvků. Lineární polarizátor orientovaný ve směru horizontální osy  $x$

$$\mathbf{P}_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

propustí pouze tu část světla, která je lineárně polarizovaná ve směru osy  $x$ . Fázová destička s optickou osou ve směru horizontální osy  $x$

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(-i\Delta\varphi) \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

zavádí mezi složky  $E_x$  a  $E_y$  fázové zpoždění  $\Delta\varphi$ . Pokud platí, že  $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ , pak mluvíme o čtvrtvlnné fázové destičce

$$\mathbf{T}_{\lambda/4} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

v případě, že  $\Delta\varphi = \pi$ , mluvíme o půlvlnné fázové destičce

$$\mathbf{T}_{\lambda/2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

K popisu optických prvků s různou orientací vůči horizontální ose  $x$  zavedeme matici rotace o úhel  $\gamma$

$$\mathbf{R}(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix}. \quad (2.11)$$

Pro lineární polarizátor natočený vůči horizontální ose  $x$  o úhel  $\gamma$  platí

$$\mathbf{P}(\gamma) = \mathbf{R}(-\gamma) \mathbf{P}_x \mathbf{R}(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos^2 \gamma & \sin \gamma \cos \gamma \\ \sin \gamma \cos \gamma & \sin^2 \gamma \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Obdobně je tomu i u dalších optických prvků. Pro půlvlnnou fázovou destičku natočenou o úhel  $\alpha$  vůči horizontální ose  $x$  platí

$$\mathbf{T}_{\lambda/2}(\alpha) = \mathbf{R}(-\alpha) \mathbf{T}_{\lambda/2} \mathbf{R}(\alpha), \quad (2.13)$$

pro čtvrtvlnnou fázovou destičku natočenou o úhel  $\beta$  vůči horizontální ose  $x$

$$\mathbf{T}_{\lambda/4}(\beta) = \mathbf{R}(-\beta) \mathbf{T}_{\lambda/4} \mathbf{R}(\beta). \quad (2.14)$$

Kombinací těchto optických komponent jsme schopni definovat různé polarizační stavy světla.

## 2.2.2 Stokesův formalismus

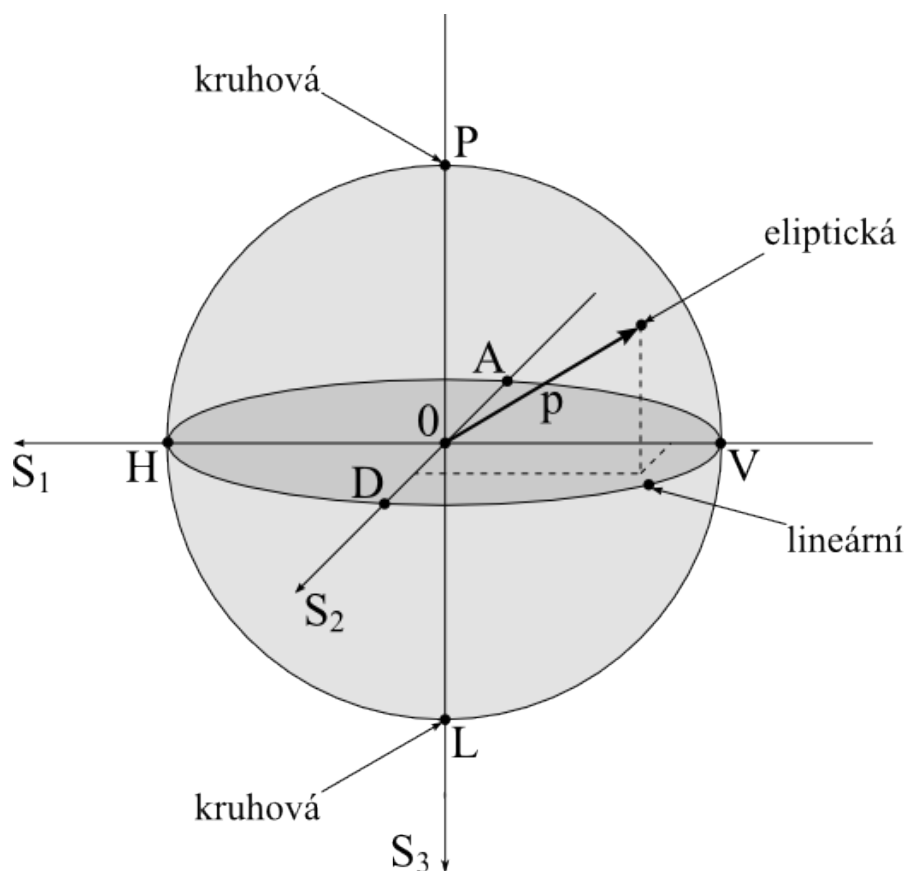
Detailnější popis polarizace umožňuje Stokesův formalismus, který je možné použít i pro částečně polarizované světlo [2]. Míru polarizace určuje stupeň polarizace

$$p = \frac{\sqrt{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2}}{P_0}, \quad (2.15)$$

kde

$$P_0 = I_H + I_V, \quad P_1 = I_H - I_V, \quad P_2 = I_D - I_A, \quad P_3 = I_L - I_P, \quad (2.16)$$

v nichž  $P_i$ ,  $i = \{0, 1, 2, 3\}$  jsou Poincarého parametry a  $I_H$ ,  $I_V$ ,  $I_D$ ,  $I_A$ ,  $I_L$ ,  $I_P$  jsou intenzity příslušející postupně horizontální (**H**), vertikální (**V**), diagonální (**D**), antidiagonální (**A**) lineární polarizaci a levotočivé (**L**), pravotočivé



Obrázek 2.3: Poincarého koule, kde  $H$  značí horizontální,  $V$  vertikální,  $D$  diagonální,  $A$  antidiagonální lineární polarizaci a  $L$  levotočivou,  $P$  pravotočivou kruhovou polarizaci. Písmenem  $p$  je označen stupeň polarizace. Osy jsou popsány Stokesovými parametry  $S_1, S_2, S_3$ .

( $\mathbf{P}$ ) kruhové polarizaci. Odtud je zřejmý i fyzikální význam Poincarého parametrů. Stupeň polarizace nabývá hodnot v intervalu  $p \in \langle 0, 1 \rangle$ . Hodnota  $p = 0$  přísluší nepolarizovanému světlu, kdežto  $p = 1$  světlu úplně polarizovanému. Zavedme normované Poincarého parametry

$$S_0 = \frac{P_0}{P_0} = 1, \quad S_1 = \frac{P_1}{P_0}, \quad S_2 = \frac{P_2}{P_0}, \quad S_3 = \frac{P_3}{P_0}, \quad (2.17)$$

které budeme nazývat Stokesovy parametry. Rozložme normovaný vstupní Jonesův vektor (2.4), kde  $A_x^2 + A_y^2 = 1$ , do výše uvedených bází, vyjádřeme příslušnou intenzitu a dosaďme do rovnic (2.16). Pro Stokesovy parametry

tak získáme vztahy

$$S_0 = A_x^2 + A_y^2, \quad S_1 = A_x^2 - A_y^2, \quad S_2 = 2A_x A_y \cos \delta, \quad S_3 = -2A_x A_y \sin \delta. \quad (2.18)$$

Označení parametrů  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $\delta$  je ve shodě s předchozím textem. Polarizační stavy světla lze znázornit na Poincarého kouli (obr. 2.3). Polarizované stavy leží na sféře, stavy částečně polarizované uvnitř koule a nepolarizované světlo leží v počátku souřadné soustavy 0. Lineárně polarizované stavy se nachází na „rovníku“, kdežto stavy kruhově polarizované na „pólech“ Poincarého koule. Všechny ostatní polarizační stavy, které leží na sféře, jsou elipticky polarizované.

V následující sekci se podíváme na to, jak je možné polarizační stavy světla měřit.

## 2.3 Měření polarizace

### 2.3.1 Měření polarizace krokovým otáčením lineárního polarizátoru

K určení polarizačního stavu úplně polarizovaného světla, můžeme použít následující metodu. Světelný svazek, jehož polarizaci chceme určit, přivedeme na polarizátor, za kterým je umístěn detektor. Nastavíme polarizátor na počátek stupnice a změříme intenzitu prošlého světla. Dále polarizátorem otáčíme krokově o danou velikost úhlu a měření opakujeme, dokud polarizátor neprotočíme v celém rozsahu  $0^\circ \div 360^\circ$ . Velikost kroku záleží na rozsahu stupnice používaného polarizátoru a také na tom, jak přesně chceme určit polarizační stav dopadajícího světla.

Naším cílem je zjistit, jaký tvar má mít průběh detekované intenzity světla v závislosti na natočení osy polarizátoru. Mějme lineární polarizátor  $\mathbf{P}(\gamma)$  natočený o úhel  $\gamma$  vůči horizontální ose  $x$  (2.12) a normovaný vstupní Jonesův

vektor  $\mathbf{J}_1$  (2.4), kde  $A_x^2 + A_y^2 = 1$ . Pro výstupní vektor  $\mathbf{J}_2$  platí

$$\mathbf{J}_2 = \mathbf{P}(\gamma)\mathbf{J}_1 = \begin{pmatrix} \cos^2 \gamma & \sin \gamma \cos \gamma \\ \sin \gamma \cos \gamma & \sin^2 \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \exp(i\delta) \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Relativní intenzitu prošlého světla získáme ze vztahu

$$I = \mathbf{J}_2^\dagger \mathbf{J}_2. \quad (2.20)$$

Křížem  $\dagger$  značíme Hermiteovské sdružení. Výpočtem a úpravami získáme

$$I = I_0 + I_m \sin(2\gamma - \gamma_0), \quad (2.21)$$

kde

$$I_0 = \frac{A_x^2 + A_y^2}{2}, \quad I_m = \frac{A_x A_y \cos \delta}{\cos \gamma_0}, \quad \tan \gamma_0 = \frac{A_x^2 - A_y^2}{2A_x A_y \cos \delta}, \quad (2.22)$$

v nichž  $\gamma_0$  je konstanta. Z rovnic (2.22) lze vyjádřit vztahy pro amplitudy složek vektoru elektrické intenzity  $A_x$ ,  $A_y$  a pro fázový rozdíl  $\delta$  mezi složkami elektrické intenzity  $E_x$ ,  $E_y$

$$A_x^2 = I_0 + I_m \sin \gamma_0, \quad A_y^2 = I_0 - I_m \sin \gamma_0, \quad \delta = \arccos \frac{I_m \cos \gamma_0}{A_x A_y}. \quad (2.23)$$

Těmito parametry je určena polarizační elipsa.

Naměřené intenzity v závislosti na úhlu natočení osy polarizátoru  $\gamma$  vložíme do grafu a proložíme křivkou ve tvaru (2.21), kde  $I_0$ ,  $I_m$  a  $\gamma_0$  jsou parametry fitu. Určením jejich hodnot a dosazením do vztahů (2.23) získáme parametry vstupního Jonesova vektoru  $A_x$ ,  $A_y$  a  $\delta$ . Pokud chceme mít polarizační elipsu popsanou úhly  $\chi$  a  $\psi$ , stačí dosadit hodnoty získané z rovnic (2.23) do vztahů (2.3).

Je však třeba poznamenat, že tato metoda je pro praktické využití poměrně zdlouhavá a proto jsme místo ní použili metodu měření polarizace pomocí Stokesových parametrů popsanou dále.



### 2.3.2 Určení polarizace měřením Poincarého parametrů

Neznámý polarizační stav světla lze také určit pomocí Stokesových parametrů. Z výrazů (2.18) vyjádříme parametry polarizační elipsy například následovně

$$A_x = \sqrt{\frac{S_0 + S_1}{2}} \quad A_y = \sqrt{\frac{S_0 - S_1}{2}} \quad \delta = -\arctan \frac{S_3}{S_2}. \quad (2.24)$$

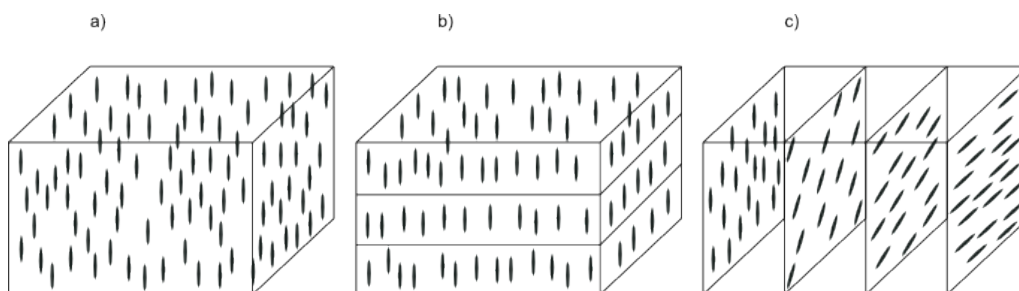
Neznámý polarizační stav světla určíme tak, že změříme průměty jeho intenzity do bází  $I_H$ ,  $I_V$ ,  $I_D$ ,  $I_A$ ,  $I_L$ ,  $I_P$ . To provedeme pomocí čtvrtvlnné a půlvlnné fázové destičky tak, abychom postupně každou bázovou složku polarizace převedli na lineární polarizaci. Ostatní složky polarizace následně odseparujeme správně nastaveným lineárním polarizátorem. Dle (2.16) a (2.17) určíme Stokesovy parametry a pomocí vztahů (2.24) spočteme parametry polarizační elipsy  $A_x$ ,  $A_y$ ,  $\delta$ . Chceme-li mít polarizační elipsu popsanou úhly  $\chi$  a  $\psi$ , stačí předchozí parametry dosadit do rovnic (2.3).

## 3 Optika kapalných krystalů

### 3.1 Kapalné krystaly

Kapalné krystaly jsou tvořené molekulami protáhlého tvaru, jimž chybí pravidelné prostorové uspořádání [3]. Podle jejich vzájemné orientace však rozlišujeme tři typy kapalných krystalů (obr. 3.1).

- Nematické - molekuly uspořádány vzájemně rovnoběžně prostorově nahodile
- Smektické - molekuly uspořádány vzájemně rovnoběžně, jsou situovány v rovnoběžných vrstvách, v nichž je jejich poloha nahodilá
- Cholestické - nematické kapalné krystaly, které v různých rovinách mají různé stočení vůči pevně zvolené ose



Obrázek 3.1: Typy kapalných krystalů: a)nematické, b)smektické, c)cholestické.

V aplikacích, které nás zajímají, se často používají kapalné krystaly nematického typu, proto se jimi budeme nadále zabývat.

## 3.2 Elektrooptika kapalných krystalů

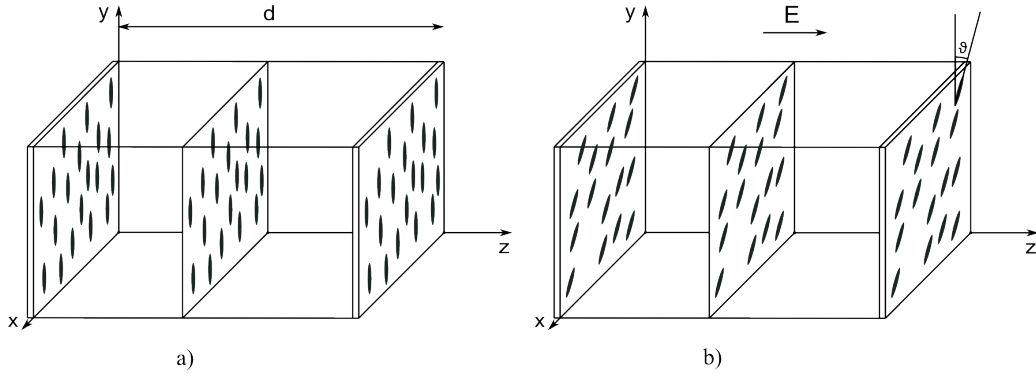
Orientace a prostorové rozmístění molekul definuje optické vlastnosti kapalného krystalu, který se chová jako jednoosý anizotropní krystal s optickou osou ležící ve směru osy molekul. Orientaci molekul lze měnit působením síly. Pokud je tato síla důsledkem působení elektrického pole, mají molekuly tendenci se naklánět do takového směru, aby volná energie elektrostatického pole byla minimální [3]. V případě nasycení, kdy při dalším zvyšování intenzity elektrického pole již prakticky nedochází k naklánění molekul, mají molekuly osy uspořádány rovnoběžně se směrem elektrického pole.

Zavedeme souřadné osy  $x, y, z$  a myšlený kvádr vyplněný nematickými kapalnými krystaly umístíme do počátku souřadnic (obr. 3.2 a). Necht' jsou osy jednotlivých molekul rovnoběžné s osou  $y$ . Uvažujme dále monochromatickou rovinou vlnu šířící se ve směru osy  $z$ . Polarizační stav rovinné vlny lze rozložit do báze tvořené horizontální (ve směru osy  $x$ ) a vertikální (ve směru osy  $y$ ) lineární polarizací. Horizontálně polarizovaná složka je při průchodu tímto jednoosým anizotropním krystalem ovlivněná řádným indexem lomu  $n_o$  a vertikálně polarizovaná složka mimořádným indexem lomu  $n_e$ . Pokud rozměr kvádrů v ose  $z$  označíme  $d$ , pak celkový fázový rozdíl zavedený mezi složky rovinné vlny po průchodu kvádrem je

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d, \quad (3.1)$$

kde  $\lambda$  je vlnová délka uvažované vlny ve vakuu.

Předpokládejme, že na stěně kvádrů ležící v rovině  $xy$  je připevněna propustná elektroda, a stejně je tomu i na stěně protilehlé. Pokud na tyto elektrody přivedeme elektrické napětí, pak vzniklé elektrické pole (ve směru osy  $z$ ) má tendenci vyklánět molekuly z jejich rovnovážné polohy do směru elektrického pole tak, že osy molekul stále zůstávají v rovinách rovnoběžných s rovinou  $yz$  (obr. 3.2 b). Molekuly v bezprostřední blízkosti elektrod však (působením elastických sil mezi elektrodou a molekulami) zůstávají stále nevykloněné. Pokud tedy elektrické pole vypneme, molekuly se působením elastických sil opět vrátí do původní polohy.



Obrázek 3.2: a)Kapalné krystaly při vypnutém elektrickém poli. b)Natáčení kapalných krystalů (v rovině  $yz$ ) pod vlivem elektrického pole, které působí ve směru osy  $z$ .

Velikost úhlu vyklonění molekul  $\vartheta$  z rovnovážné polohy lze popsat následovně

$$\vartheta = \begin{cases} 0 & \text{pro } U \leq U_c \\ \frac{\pi}{2} - 2 \arctan \left[ \exp \left( -\frac{U - U_c}{U_0} \right) \right] & \text{pro } U \geq U_c, \end{cases} \quad (3.2)$$

kde  $U$  je střední kvadratická hodnota přiloženého napětí,  $U_c$  kritické napětí, při kterém začíná naklánění molekul, a  $U_0$  je konstanta.

Měníme-li orientaci molekul, jsme tím schopni ovlivňovat působení kapalného krystalu na jednotlivé složky polarizované vstupní monochromatické vlny. Složka lineárně polarizovaná ve směru horizontálním (ve směru osy  $x$ ) pociťuje index lomu  $n_o$  a složka lineárně polarizovaná ve směru vertikálním (osa  $y$ ) index lomu  $n(\vartheta)$ , pro který platí

$$\frac{1}{n^2(\vartheta)} = \frac{\cos^2 \vartheta}{n_e^2} + \frac{\sin^2 \vartheta}{n_o^2}. \quad (3.3)$$

Fázové zpoždění mezi jednotlivými složkami je v tomto případě

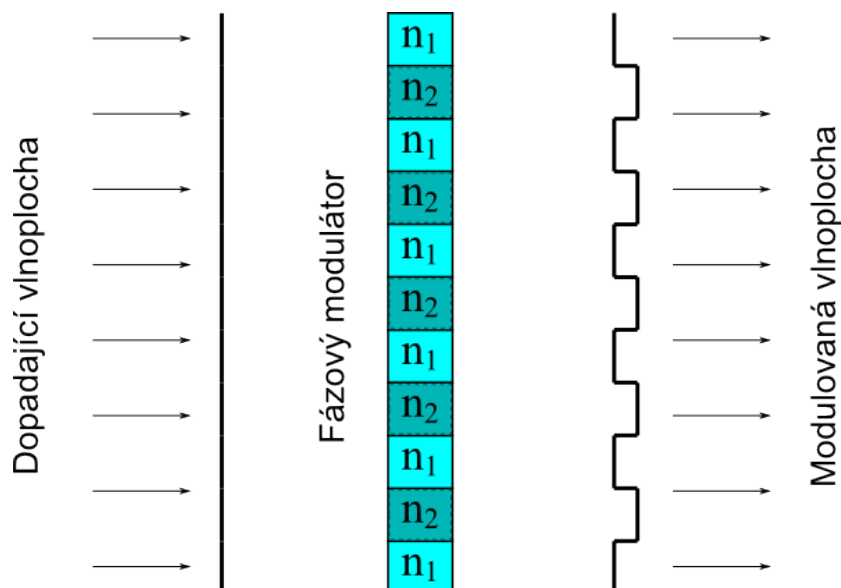
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} [n(\vartheta) - n_o]d, \quad (3.4)$$

které dosahuje maximální hodnoty pro  $\vartheta = 0^\circ$  a jde k nule pro  $\vartheta = 90^\circ$ . Na tomto principu je založena činnost fázového modulátoru světla. Je-li námi

uvažovaná rovinná vlna lineárně polarizovaná ve směru vertikální osy  $y$ , pak jsme schopni modulovat tvar výstupní vlnoplochy pouze přivedením vhodné hodnoty napětí  $U$  na modulátor. Získaný posuv fáze je potom roven

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} n(\vartheta) d. \quad (3.5)$$

Prostorový fázový modulátor je optický prvek, jehož aktivní displej se skládá z pixelů. Každý pixel je tvořen kapalnými krystaly a elektrodou, na kterou je přiváděno elektrické napětí. Tímto způsobem lze ovlivňovat chování kapalných krystalů v jednotlivých pixelech a tvarovat tak vlnoplochu dopadající vlny. Ilustrativní příklad je uveden na (obr. 3.3).



Obrázek 3.3: Příklad prostorové fázové modulace světla.

## 4 Difrakce světla a difrakční účinnost

Prostorový modulátor světla je tvořen pixely, které tvoří difraktivní strukturu. Tato mřížka je nedělitelnou součástí modulátoru a je proto třeba se zabývat difrakcí světla podrobněji. O difrakci mluvíme v případech, kdy se směr šíření vlnění odchyluje od směru, který předpovídá paprsková optika. V této práci popíšeme difrakci pomocí skalárního Fresnel-Kirchhoffova integrálního přístupu.

### 4.1 Difrakce

Difrakci světla lze popsat pomocí Huygensova principu, ze kterého je možné odvodit Kirchhoff-Fresnelův difrakční integrál [4]. Vstupní vlna dopadá na rovinou aperturu umístěnou v rovině  $z = 0$ . Nekonečně rozlehlá apertura světlo buď propouští, nebo pohlcuje v místech, která jsou přesně definovaná aperturní funkcí. Difraktované pole  $U_2(x, y, z)$  ve výstupní rovině  $(x, y, z)$  je dáno

$$U_2(x, y, z) = \frac{i}{\lambda} \iint_A U_1(x', y', 0) \frac{\exp[-ikr]}{r} \cos \theta dx' dy', \quad (4.1)$$

kde integrace je prováděna přes aperturu  $A$ ,  $U_1(x', y', 0)$  je dopadající vlna v rovině apertury  $(x', y', 0)$ ,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2}$ ,  $\cos \theta = \frac{z}{r}$ . Z Kirchhoff-Fresnelova difrakčního integrálu lze pomocí parabolické paraxiální aproximace získat Fresnelův difrakční integrál

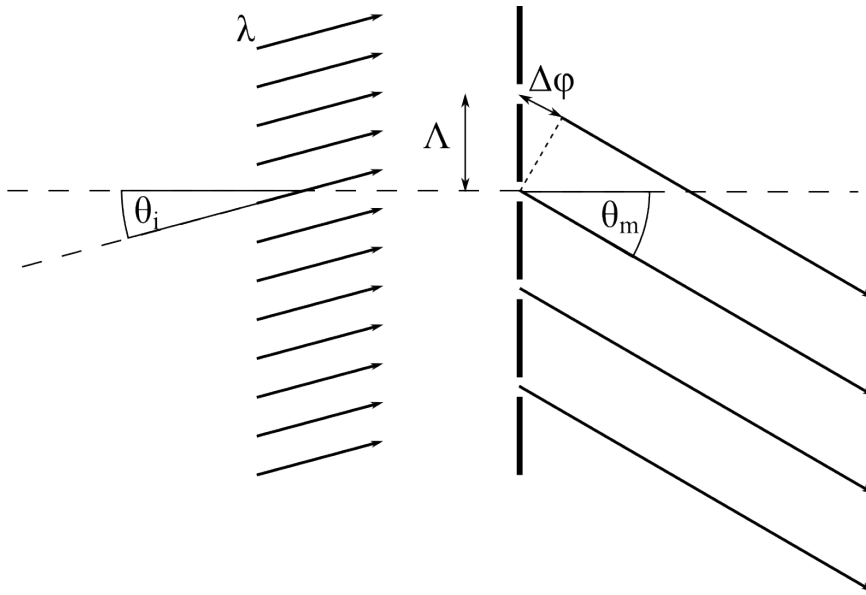
$$U_2(x, y, z) = i \frac{\exp(-ikz)}{\lambda z} \times \iint_A U_1(x', y', 0) \exp \left\{ -i \frac{k}{2z} [(x - x')^2 + (y - y')^2] \right\} dx' dy'. \quad (4.2)$$

Další aproximací získáme vztah pro popis vzdáleného pole, tzv. Fraunhoferův difrakční integrál

$$U_2(x, y, z) = i \frac{\exp(-ikz)}{\lambda z} \exp \left[ -i \frac{k}{2z} (x^2 + y^2) \right] \times \iint_A U_1(x', y', 0) \exp \left[ i \frac{k}{z} (xx' + yy') \right] dx' dy'. \quad (4.3)$$

## 4.2 Difraktivní struktury

Difraktivními strukturami nazýváme periodické, či kvaziperiodické difrakční systémy, ve kterých jsou modulovány materiálové vlastnosti prostředí [4]. Periodu opakování parametrů mřížky ve směru největšího vzrůstu změny těchto parametrů v rovině mřížky označíme  $\Lambda$ . Dále se budeme zabývat tenkými mřížkami periodickými pouze v jednom směru s konstantní periodou  $\Lambda$ .



Obrázek 4.1: Průchod světelného svazku tenkou difrakční mřížkou.

Uvažujme zanedbatelně tenkou nekonečně rozlehlou mřížku konstruovanou tak, že jedinou její propustnou částí jsou vzájemně rovnoběžné přímky. Vzdálenost přímek označíme  $\Lambda$ . Z rovinné vlny dopadající pod úhlem  $\theta_i$  na periodickou strukturu projde pouze ta část, která projde těmito přímkami. Uka-

zuje se, že vlny se konstruktivně skládají pouze ve směrech, ve kterých je jejich vzájemný fázový rozdíl roven celočíselnému násobku  $2\pi$ . Zapsáním této podmínky (obr. 4.1) získáme mřížkovou rovnici ve tvaru

$$\Lambda (\sin \theta_m - \sin \theta_i) = m\lambda, \quad (4.4)$$

kde  $m$  je celé číslo udávající difrakční řád a  $\lambda$  je vlnová délka dopadající rovinné vlny.

### 4.2.1 Skalární difrakční teorie tenkých mřížek

V našich úvahách se zaměříme na tenké prostorově neomezené mřížky, které jsou periodické v ose  $x$  s periodou  $\Lambda$ . Mřížku umístíme do roviny  $(x, y, 0)$  a budeme ji charakterizovat funkcí propustnosti  $t(x)$ , jež nezávisí na prostorové souřadnici  $y$ . Rovinnou vlnu dopadající na mřížku pod úhlem  $\theta_i$  zapíšeme ve tvaru

$$U_i = U_{i0} \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}), \quad (4.5)$$

kde  $\mathbf{k} = (k_x, 0, k_z)$  je její vlnový vektor, který leží v rovině  $(x, z)$ . Vlnu těsně za mřížkou lze napsat jako

$$U_1(x', y', 0_+) = U_i t(x). \quad (4.6)$$

Jelikož je funkce  $t(x)$  periodická, můžeme ji rozložit do Fourierovy řady

$$t(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \exp\left(-i\frac{2\pi m}{\Lambda}x\right), \quad (4.7)$$

jejíž koeficienty určíme ze vztahu

$$c_m = \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} t(x) \exp\left(i\frac{2\pi m}{\Lambda}x\right) dx. \quad (4.8)$$

Bezprostředně po průchodu rovinné vlny ( $z = 0_+$ ) dostáváme dle (4.5) a (4.6)

$$U_1(x', y', 0_+) = U_{i0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \exp\left[-i2\pi \left(\frac{m}{\Lambda} + \frac{k_x}{2\pi}\right) x'\right]. \quad (4.9)$$



S použitím Fresnelova difrakčního integrálu (4.2) lze odvodit, že pole ve vzdálenosti  $z$  za mřížkou má výsledný tvar

$$\begin{aligned}
U_2(x, y, z) &= i \frac{\exp(-ikz)}{\lambda z} \\
&\quad \times \iint_{x', y'} U_{i0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \exp \left[ -i2\pi \left( \frac{m}{\Lambda} + \frac{k_x}{2\pi} \right) x' \right] \\
&\quad \times \exp \left\{ -i \frac{k}{2z} [(x - x')^2 + (y - y')^2] \right\} dx' dy' \quad (4.10) \\
&= U_{i0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \exp(-ikz) \exp \left\{ -i \frac{k}{2z} x^2 \right\} \\
&\quad \times \exp \left\{ i \left[ -2\pi \left( \frac{m}{\Lambda} + \frac{k_x}{2\pi} \right) + \frac{k}{z} x \right]^2 \frac{z}{2k} \right\}.
\end{aligned}$$

## 4.2.2 Difrakční účinnost

Jedním z důležitých parametrů, který určuje praktické možnosti využití dané difrakční mřížky, je difrakční účinnost. Ta charakterizuje množství energie dopadající do daného difrakčního řádu a je definována vztahem

$$\eta_m = \frac{I_m \cos \theta_m}{I_i \cos \theta_i}, \quad (4.11)$$

kde  $I_m$  je intenzita vlny, která difraktuje pod úhlem  $\theta_m$  vůči normále roviny v níž leží difrakční mřížka, a  $I_i$  je intenzita rovinné vlny dopadající na mřížku pod úhlem  $\theta_i$ . Amplitudu pole v  $m$ -tém difrakčním řádu získáme z (4.10) následovně

$$|U_2(x, y, z)| = |c_m U_{i0}|. \quad (4.12)$$

V případě ideální tenké mřížky, což je náš případ, není (4.10) funkcí dopadového, ani difraktovaného úhlu. V (4.12) jde o normálovou složku amplitudy vzhledem k rovině v níž leží mřížka. Pro výpočet  $I_m$  tedy můžeme použít rozvojových členů  $c_m$  ( $\sum_m |c_m|^2 = 1$ ) a pro difrakční účinnost v  $m$ -tém řádu lze psát [4]

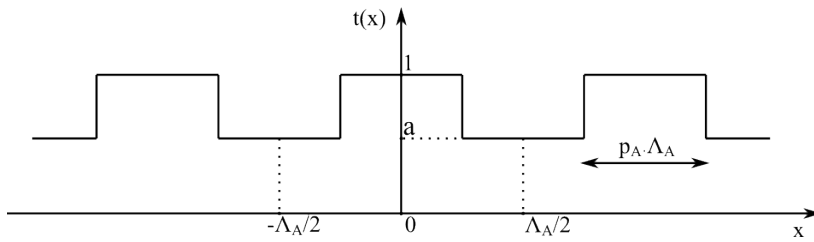
$$\eta_m = |c_m|^2. \quad (4.13)$$

Vypočítáme-li koeficient  $c_m$  z rovnice (4.7), jsme schopni ze vztahu (4.13) určit difrakční účinnost dané difrakční mřížky pro libovolný difrakční řád.

## 4.3 Popis vybraných tenkých mřížek

### 4.3.1 Binární amplitudová mřížka

Binární amplitudovou mřížku s periodou o velikosti  $\Lambda_A$  popíšeme funkcí propustnosti  $t(x)$  (obr. 4.2), která nabývá hodnot 1 a  $a$ , kde  $a \in \langle 0, 1 \rangle$ . Parametr  $p_A$  určuje, jaká část periody mřížky je plně propustná, a nazývá se koeficient zaplnění.



Obrázek 4.2: Funkce propustnosti binární amplitudové mřížky.

Z rovnice (4.8) spočteme koeficient  $c_m$  pro binární amplitudovou mřížku následovně

$$\begin{aligned}
 c_m &= \frac{1}{\Lambda_A} \int_{-\Lambda_A/2}^{\Lambda_A/2} t(x) \exp\left(i \frac{2\pi m}{\Lambda} x\right) dx \\
 &= \frac{1}{\Lambda_A} \int_{-\Lambda_A/2}^{-p_A \Lambda_A/2} a \exp\left(i \frac{2\pi m x}{\Lambda_A}\right) dx \\
 &\quad + \frac{1}{\Lambda_A} \int_{-p_A \Lambda_A/2}^{p_A \Lambda_A/2} \exp\left(i \frac{2\pi m x}{\Lambda_A}\right) dx \\
 &\quad + \frac{1}{\Lambda_A} \int_{p_A \Lambda_A/2}^{\Lambda_A/2} a \exp\left(i \frac{2\pi m x}{\Lambda_A}\right) dx \\
 &= p_A(1-a) \frac{\sin \pi m p_A}{\pi m p_A} + a \frac{\sin \pi m}{\pi m}.
 \end{aligned} \tag{4.14}$$

Pro námi uvažovanou binární amplitudovou mřížku je  $a = 0$ . Vztah (4.14) tak přechází do tvaru

$$c_m = p_A \frac{\sin(\pi m p_A)}{\pi m p_A}. \tag{4.15}$$

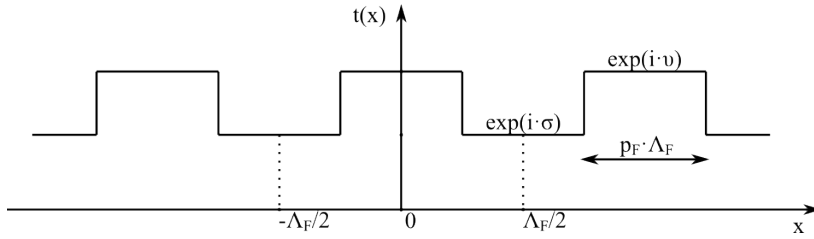
Dále nás zajímá difrakční účinnost, kterou spočteme dle (4.13). Pro nultý

řád tak například dostáváme

$$\eta_0 = |c_0|^2 = p_A^2. \quad (4.16)$$

### 4.3.2 Binární fázová mřížka

Funkce propustnosti binární fázové mřížky  $t(x)$  s periodou  $\Lambda_F$  nabývá dvou hodnot  $\exp(i\sigma)$  a  $\exp(i\nu)$  (obr. 4.3).



Obrázek 4.3: Funkce propustnosti binární fázové mřížky.

Podobně jako u binární amplitudové mřížky, i zde určíme koeficient  $c_m$  pomocí (4.8)

$$\begin{aligned} c_m &= \frac{1}{\Lambda_F} \int_{-\Lambda_F/2}^{\Lambda_F/2} t(x) \exp\left(i \frac{2\pi m}{\Lambda} x\right) dx \\ &= \frac{1}{\Lambda_F} \int_{-\Lambda_F/2}^{-p_F \Lambda_F/2} \exp(i\sigma) \exp\left(i \frac{2\pi m x}{\Lambda_F}\right) dx \\ &\quad + \frac{1}{\Lambda_F} \int_{-p_F \Lambda_F/2}^{p_F \Lambda_F/2} \exp(i\nu) \exp\left(i \frac{2\pi m x}{\Lambda_F}\right) dx \\ &\quad + \frac{1}{\Lambda_F} \int_{p_F \Lambda_F/2}^{\Lambda_F/2} \exp(i\sigma) \exp\left(i \frac{2\pi m x}{\Lambda_F}\right) dx \\ &= \exp(i\sigma) \left\{ \frac{\sin(\pi m)}{\pi m} + p_F \frac{\sin(\pi m p_F)}{\pi m p_F} [\exp(i(\nu - \sigma)) - 1] \right\}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Pro nultý difrakční řád ( $m = 0$ ) a pro  $p_F = \frac{1}{2}$  dostáváme

$$c_0 = \frac{1}{2} \exp(i\sigma) \{1 + \exp[i(\nu - \sigma)]\}. \quad (4.18)$$

Difrakční účinnost pak vychází (4.13)

$$\eta_0 = \frac{1}{2} \{1 + \cos(\nu - \sigma)\}. \quad (4.19)$$

Pro první řád ( $m = 1$ ) a pro  $p_F = \frac{1}{2}$  máme obdobně

$$c_1 = \frac{1}{\pi} \exp(i\sigma) \{ \exp[i(\nu - \sigma)] - 1 \} \quad (4.20)$$

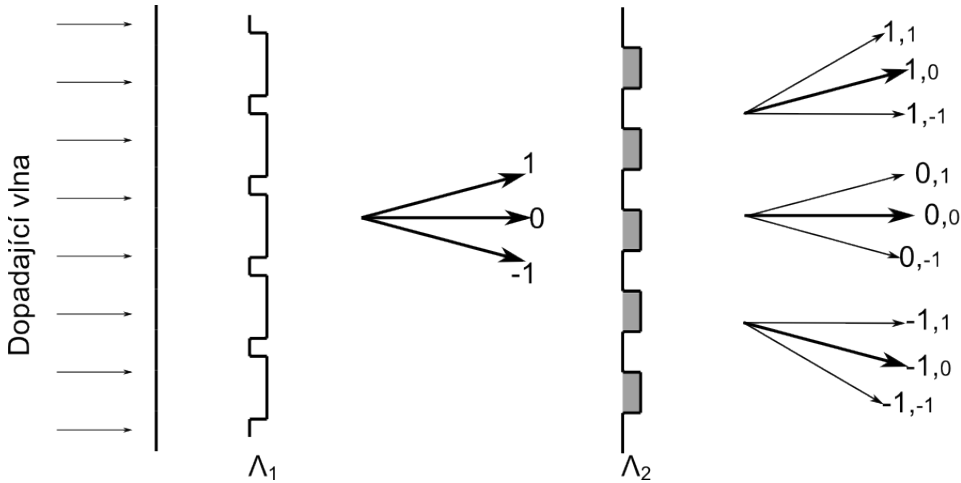
a

$$\eta_1 = \frac{2}{\pi^2} \{ 1 - \cos(\nu - \sigma) \}. \quad (4.21)$$

Ve výše psaném textu si lze všimnout toho, že difrakční účinnost nezávisí na hodnotách fází  $\nu$  a  $\sigma$ , ale pouze na fázovém rozdílu  $(\nu - \sigma)$ .

## 4.4 Kombinace dvou tenkých mřížek

Prochází-li svazek světla postupně dvěma tenkými mřížkami, dochází nejprve k difrakci na první z nich, kde se energie rozdělí do difrakčních řádů podle typu mřížky. Světlo v každém z takto vzniklých difrakčních řádů následně prochází druhou mřížkou, kde dochází k další difrakci. Na tento proces (obr. 4.4) můžeme pohlížet jako na postupné rozdělování energie [5]. Rozvedeme-li funkce propustnosti obou mřížek o periodách  $\Lambda_1$  a  $\Lambda_2$  do Fourier-



Obrázek 4.4: Příklad postupné difrakce

rových řad (4.7) a vzájemně je vynásobíme, má výsledná funkce propustnosti

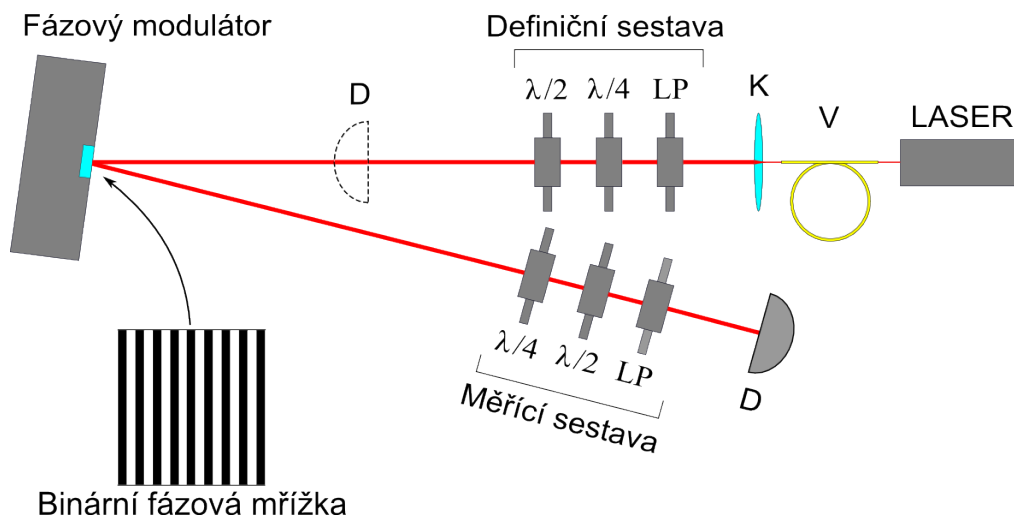
tvar

$$t(x) \equiv t_1(x) t_2(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_m c_n \exp \left[ -i2\pi \left( \frac{m}{\Lambda_1} + \frac{n}{\Lambda_2} \right) x \right]. \quad (4.22)$$

Ze vztahu (4.13) pak pro konkrétní  $m$ -tý difrakční řád první mřížky a  $n$ -tý difrakční řád druhé mřížky získáme pro difrakční účinnost v  $m, n$ -tém řádu

$$\eta_{m,n} = |c_m c_n|^2 = |c_m|^2 |c_n|^2. \quad (4.23)$$

## 5 Popis měření



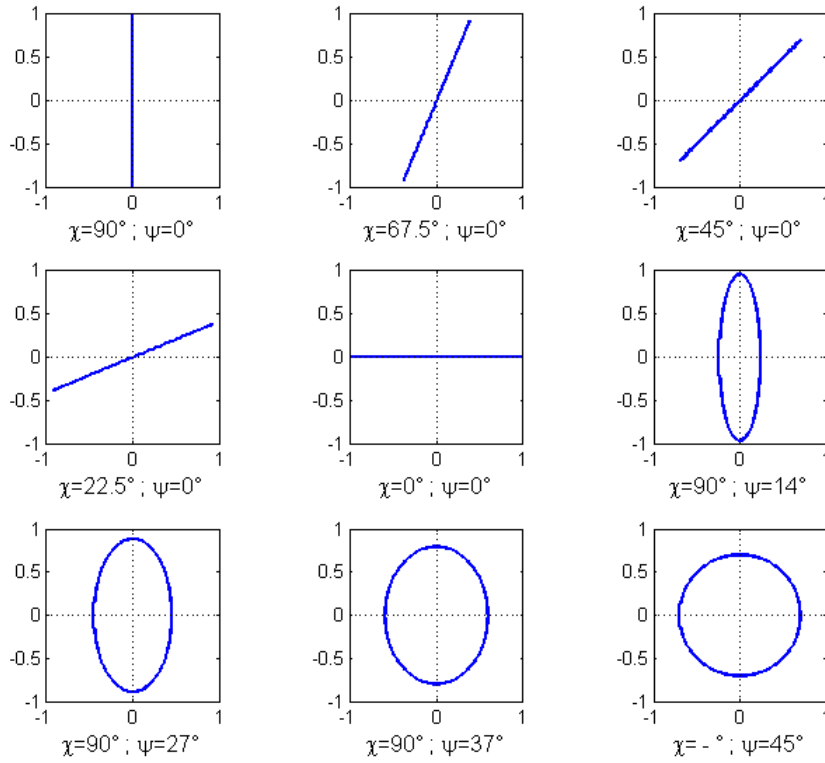
Obrázek 5.1: Měřící sestava.

Světlo He-Ne LASERU, o výkonu 20 mW a vlnové délce 632.8 nm je navázáno do optického vlákna **V** a následně kolimováno čočkou **K** (obr. 5.1). Kolimovaný svazek prochází definiční sestavou, kde dochází k vytvoření požadovaného polarizačního stavu. Definiční sestava se skládá z lineárního polarizátoru **LP**, čtvrtvlnné fázové destičky  $\lambda/4$  a půlvlnné fázové destičky  $\lambda/2$ . Světlo s definovaným polarizačním stavem dopadá na fázový modulátor (Boulder,  $512 \times 512$ ), na který je přivedena binární fázová mřížka, kde dochází k difrakci světla do jednotlivých difrakčních řádů. Měřící sestavou zjišťujeme polarizační stav světla. Písmenem **D** je označen detektor intenzity světla (Thorlabs PM 100 se senzorem S120A), jehož pomocí měříme difrakční účinnosti a intenzity příslušející základním polarizačním stavům při určování polarizace svazku. Stejný detektor používáme při měření intenzity

světla dopadajícího na modulátor viz čárkovaně naznačený detektor **D**.

## 5.1 Definiční sestava

Prochází-li svazek postupně lineárním polarizátorem, čtvrtvlnnou a půlvlnnou fázovou destičkou, jsme schopni vhodným nastavením těchto prvků vytvořit požadovaný polarizační stav.



Obrázek 5.2: Nastavené vstupní polarizace.

Nechť  $\alpha_D$  je úhel natočení osy půlvlnné destičky,  $\beta_D$  je úhel natočení osy čtvrtvlnné destičky,  $\gamma_D$  je úhel natočení osy lineárního polarizátoru. Všechny úhly nechť jsou brány vůči horizontální ose  $x$ . Pro potřeby měření jsme definovali devět polarizačních stavů popsaných úhly  $\chi$  a  $\psi$  (obr. 5.2) a (tab. 5.1).

Prvky			Elipsa	
LP	$\lambda/4$	$\lambda/2$		
$\gamma_D[^\circ]$	$\beta_D[^\circ]$	$\alpha_D[^\circ]$	$\chi[^\circ]$	$\psi[^\circ]$
0	0	45	90	0
0	0	33.75	67.5	0
0	0	22.5	45	0
0	0	11.25	22.5	0
0	0	0	0	0
0	14	52	90	14
0	27	58.5	90	27
0	37	63.5	90	37
0	45	67.5	-	45

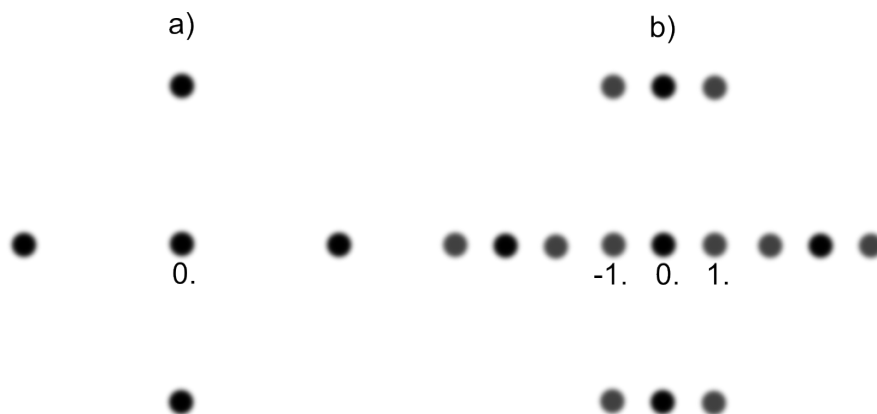
Tabulka 5.1: Úhly natočení lineárního polarizátoru LP, čtvrtvlnné fázové destičky  $\lambda/4$  a půlvlnné fázové destičky  $\lambda/2$  vůči horizontální ose. Parametry definovaných polarizačních elips  $\chi$  a  $\psi$ .

Teoretické vstupní polarizace se mohou od skutečných lišit díky nepřesnému nastavení komponent v definiční sestavě. Proto jsme ještě před dopadem svazku na modulátor prováděli kontrolní měření polarizace. Ukázalo se, že naměřené parametry vstupních polarizačních elips se od těch teoretických prakticky neliší. Chyby vzniklé nesprávným nastavením prvků v definiční sestavě jsou diskutovány v (Dodatek D).

## 5.2 Binární fázové mřížky

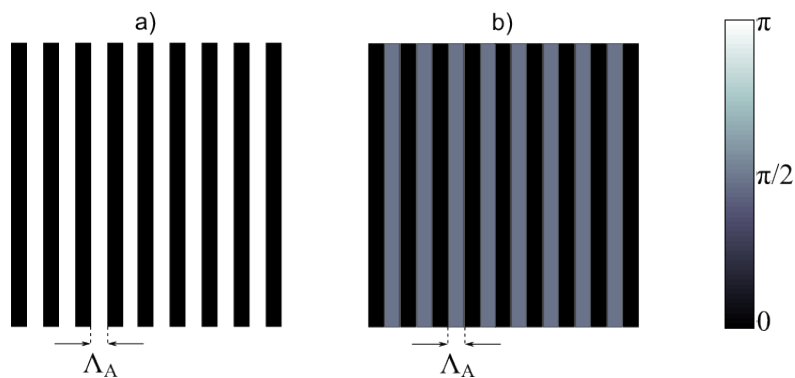
Displej fázového modulátoru světla je složený z pixelů, které tvoří binární amplitudovou mřížku. To, jaká část periody mřížky (rozměr pixelu) je tvořena aktivní plochou skládající se z kapalných krystalů, udává koeficient zaplnění  $p_A$  (obr. 4.2). Zbytek je tvořen nepropustnou částí pixelu. Pro fázový modulátor Boulder ( $512 \times 512$ ) je koeficient zaplnění  $p_A = 0.78$  [6]. Simulaci difrakčního obrazce vytvořeného touto amplitudovou mřížkou lze





Obrázek 5.3: Difrakce na a) amplitudové mřížce modulátoru. b) amplitudové a fázové mřížce.

vidět na (obr. 5.3 a). Abychom se mohli zabývat světlem, které je ovlivněno pouze činností modulátoru, musíme na modulátor přivádět pracovní fázové mřížky. Tím dojde ke vzniku nových difrakčních řádů, ve kterých je modulační čistě fázová. Během experimentu jsme na modulátor přiváděli dvě různé



Obrázek 5.4: Binární fázové mřížky přiváděné na modulátor a)  $0 \div \pi$ , b)  $0 \div \pi/2$ .  $\Lambda_A$  je velikost jednoho pixelu.

binární fázové mřížky s hloubkou modulační  $0 \div \pi$  a  $0 \div \pi/2$  (obr. 5.4). Pro každou z mřížek jsme měřili difrakční účinnost a polarizaci v pracovním řádu. Difrakční řády, které vzniknou z 0. difrakčního řádu amplitudové mřížky, nazveme pracovními řády a budeme je označovat jako  $-1.$  a  $1.$  řád. Původní řád budeme označovat jako 0. difrakční řád (obr. 5.3 b).

### 5.3 Měřicí sestava

Měřicí sestava je složena ze čtvrtvlnné fázové destičky, půlvlnné fázové destičky a lineárního polarizátoru (obr. 5.1). Neznámý polarizační stav určíme pomocí Stokesových parametrů tak, jak bylo uvedeno v teoretické části. Musíme tedy u dané neznámé polarizace změřit intenzity ( $I_H, I_V, I_D, I_A, I_L, I_P$ ) příslušející vybraným bázevým stavům. Vhodná kombinace natočení os čtvrtvlnné a půlvlnné fázové destičky vůči horizontální ose nám transformuje daný bázevým polarizační stav na horizontální lineární polarizaci a lineárním polarizátorem ji pak odseparujeme od ostatních složek polarizace (tab. 5.2). Takto jsme schopni detekovat pouze tu část intenzity, jež přísluší konkrétnímu bázevému stavu. Z naměřených hodnot jsme schopni získat Poincarého parametry (2.16) a z nich určit parametry polarizační elipsy  $\chi$  a  $\psi$ . Chyba určení těchto

	Natočení optických prvků		
Rozklad neznámé polarizace do bází	$\lambda/4$ $\beta_M [^\circ]$	$\lambda/2$ $\alpha_M [^\circ]$	LP $\gamma_M [^\circ]$
Horizontální	0	0	0
Vertikální	90	45	0
Diagonální	45	22.5	0
Antidiagonální	-45	-22.5	0
Levotočivá	0	-22.5	0
Pravotočivá	0	22.5	0

Tabulka 5.2: Hodnoty natočení optických prvků vůči horizontální ose při měření polarizace. Postupně tak rozložíme neznámý polarizační stav do uvedených bází.

parametrů, která je zavedena nesprávným nastavením prvků v měřicí sestavě, je diskutována v (Dodatek D).

## 6 Výsledky měření a diskuze

### 6.1 Měření difrakční účinnosti

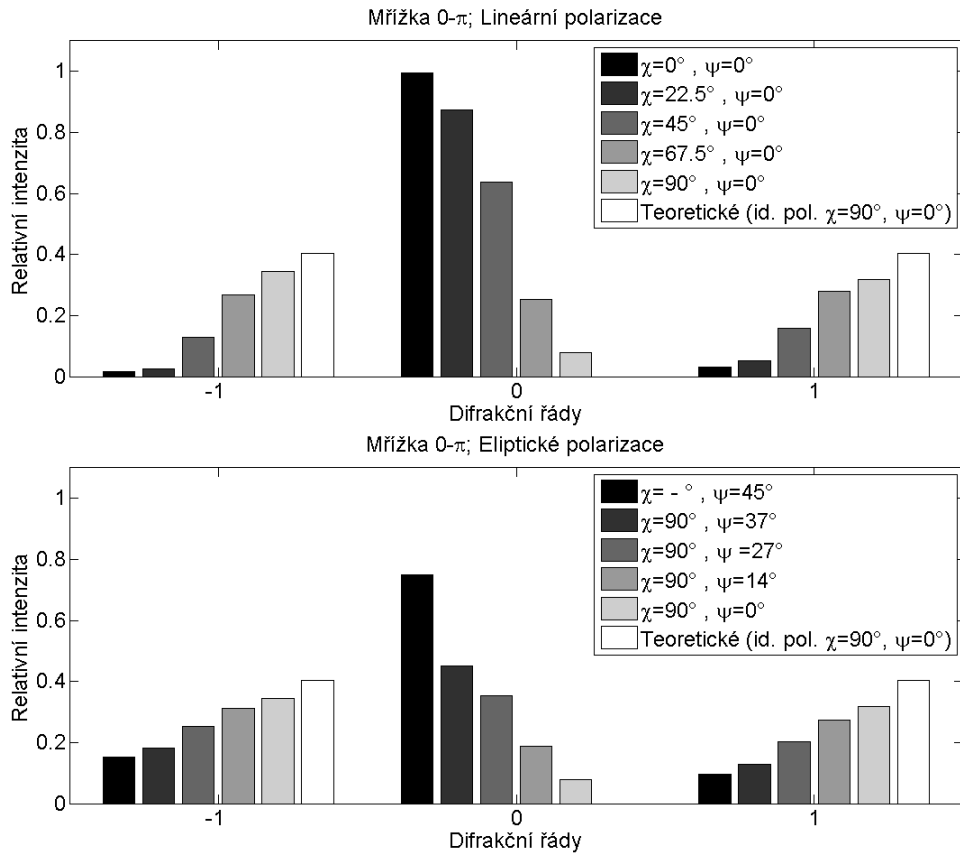
Difrakční účinnost jsme určovali ze vztahu (4.11) s tím, že vzhledem k malým rozdílům mezi velikostmi úhlů  $\theta_m$  a  $\theta_i$  jsme mohli použít zjednodušený vztah

$$\eta_m = \frac{I_m \cos \theta_m}{I_i \cos \theta_i} \approx \frac{I_m}{I_i}. \quad (6.1)$$

Změřili jsme tedy intenzitu  $I_i$  svazku dopadajícího na modulátor a intenzitu světla  $I_m$  difraktovaného do  $m$ -tého difrakčního řádu, kde  $m = \{-1, 0, 1\}$ .

#### 6.1.1 Binární fázová mřížka $0 \div \pi$

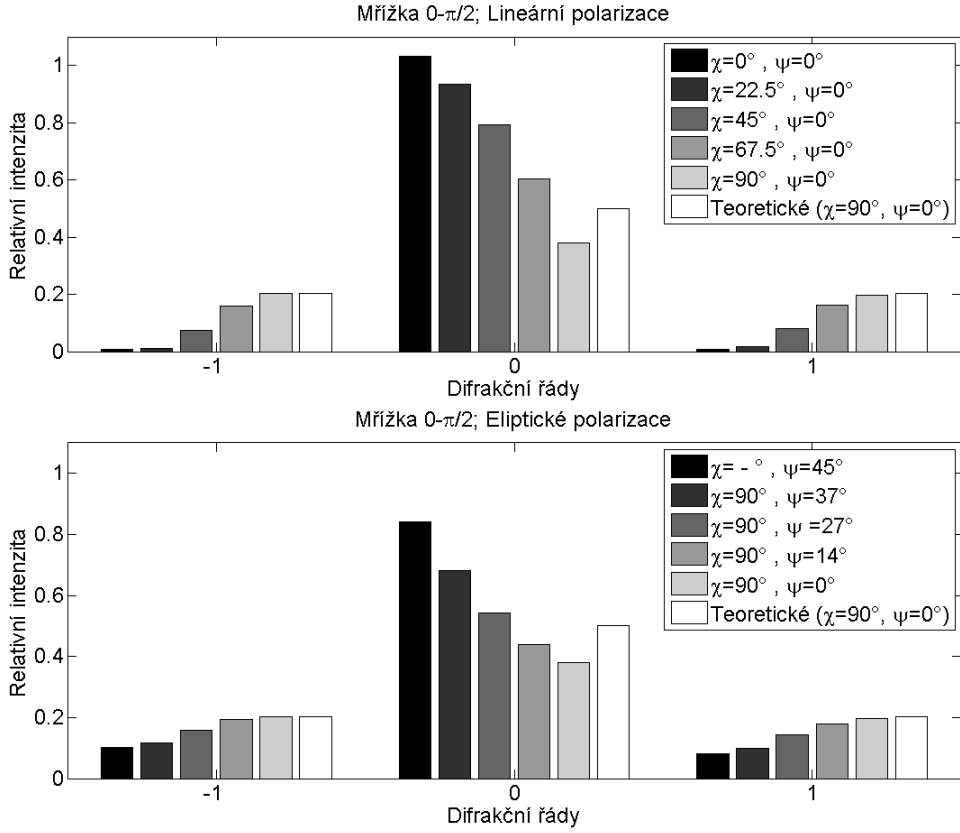
Na modulátor byla přivedená binární fázová mřížka s hloubkou modulace  $0 \div \pi$ . Pro různé polarizační stavy svazku dopadajícího na modulátor jsme postupně měřili intenzitu světla v  $-1$ .,  $0$ . a  $1$ . difrakčním řádu. Měření jsme opakovali třikrát a následně spočetli aritmetický průměr intenzit pro každý řád. Naměřené hodnoty difrakční účinnosti pro různé vstupní polarizace (Dodatek B) jsme porovnávali (obr. 6.1) s teoreticky získanou hodnotou ze vztahu (4.21). Měřením jsme zjistili, že do nultého řádu binární amplitudové mřížky modulátoru difraktuje přibližně 56.5% vstupní intenzity  $I_i$ , tedy  $I_0 = 0.565I_i$ . Proto jsme tuto hodnotu používali při zpracování naměřených dat namísto teoretické hodnoty  $0.608I_i$ , kterou bychom získali z rovnice (4.16). Vzhledem k hodnotě  $I_0$  jsou vztaženy naměřené difrakční účinnosti v následujících obrázcích.



Obrázek 6.1: Difrakční účinnost měřená v  $-1, 0, 1$ . difrakčním řádu pro a) lineární polarizace na mřížce  $0 \div \pi$ . b) eliptické polarizace na mřížce  $0 \div \pi$ .

### 6.1.2 Binární fázová mřížka $0 \div \pi/2$

Na modulátor byla přivedená binární fázová mřížka s hloubkou modulace  $0 \div \pi/2$ . Naměřené hodnoty pro různé vstupní polarizace svazku (Dodatek B), (obráz. 6.2) jsme získali obdobně jako u binární fázové mřížky  $0 \div \pi$  a porovnávali jsme je s teoreticky získanou hodnotou dle vztahu (4.21). Naměřené difrakční účinnosti v následujících obrázcích jsou opět vztaženy vzhledem k hodnotě  $I_0 = 0.565I_i$ .



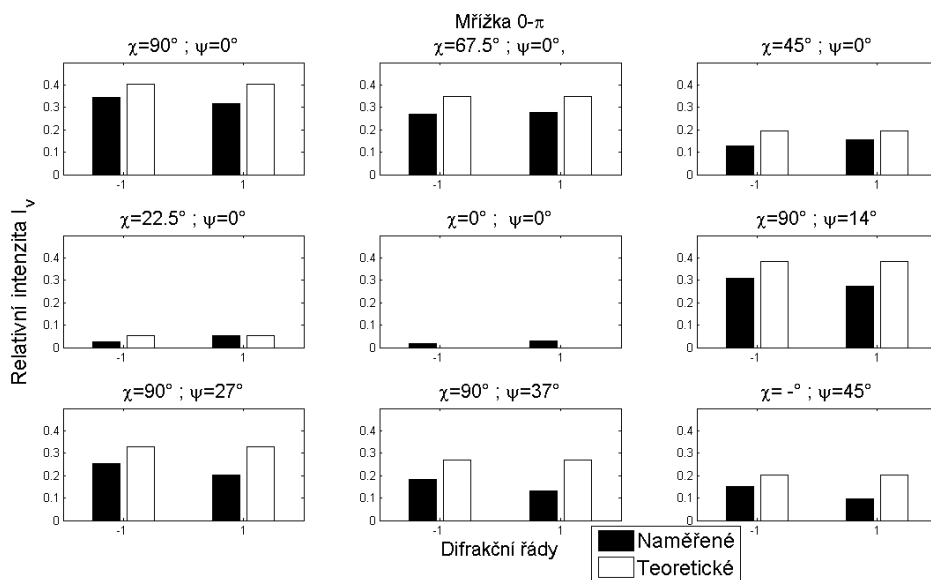
Obrázek 6.2: Difrakční účinnost měřená v  $-1, 0, 1$ . difrakčním řádu pro a) lineární polarizace na mřížce  $0 \div \pi/2$  b) eliptické polarizace na mřížce  $0 \div \pi/2$ .

### 6.1.3 Diskuze výsledků měření difrakční účinnosti

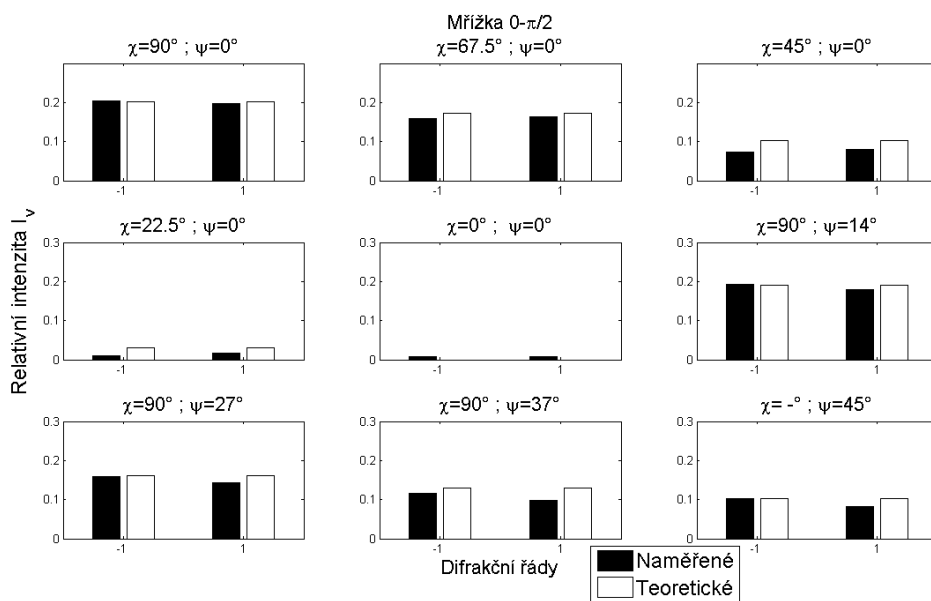
Z výsledků měření je zřejmé, že čím více se vstupní polarizace liší od lineární vertikální polarizace, tím menší difrakční účinnost v pracovním řádu naměříme ve srovnání s teoreticky vypočtenou hodnotou (4.21). Rozložme vstupní polarizaci  $\mathbf{J}_1$  do báze tvořené vertikální a horizontální lineární polarizací, kde vertikální polarizaci považujeme za ideální,

$$\mathbf{J}_1 = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

kde koeficienty  $a$  a  $b$  splňují normalizační podmínku  $|a|^2 + |b|^2 = 1$ . Relativní intenzitu příslušející danému bázevému stavu spočteme jako  $I_V = |a|^2$



Obrázek 6.3: Srovnání vypočtených intenzit  $I_V$  s naměřenou difrakční účinností pro fázovou mřížku  $0 \div \pi$ . Na ose  $x$  je uveden příslušný difrakční řád, na ose  $y$  je vynesena relativní intenzita  $I_V$ .



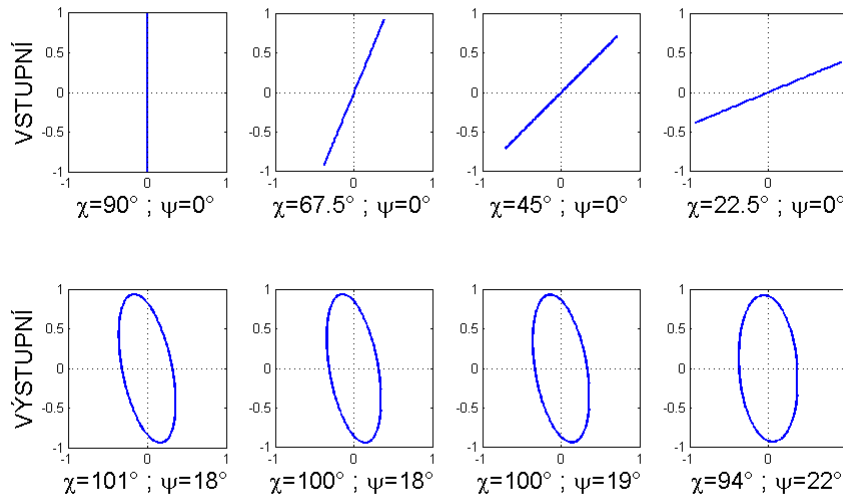
Obrázek 6.4: Srovnání vypočtených intenzit  $I_V$  s naměřenou difrakční účinností pro fázovou mřížku  $0 \div \pi/2$ . Na ose  $x$  je uveden příslušný difrakční řád, na ose  $y$  je vynesena relativní intenzita  $I_V$ .

a  $I_H = |b|^2$ . Tímto způsobem určíme hodnotu intenzity  $I_V$  pro námi uvažované vstupní polarizace (obr. 5.2). Takto získané hodnoty intenzit porovnáme s naměřenými (obr. 6.3) a (obr. 6.4). Z těchto obrázků je vidět, že naměřené difrakční účinnosti se s vypočtenou intenzitou  $I_V$  shodují lépe pro mřížku  $0 \div \pi/2$ , než pro mřížku  $0 \div \pi$ .

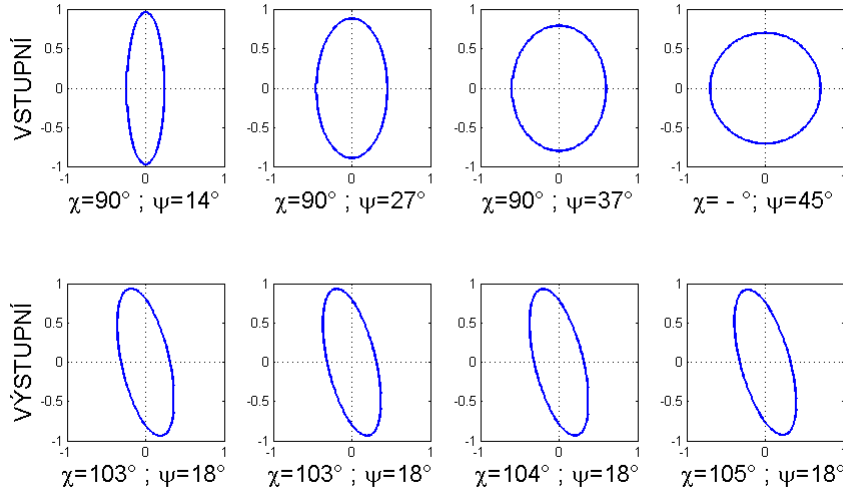
## 6.2 Měření polarizačního stavu v pracovním řádu

Na modulátor s pracovní binární fázovou mřížkou byl přiveden definovaný polarizační stav světla. Poté byla měřena polarizace v pracovním řádu. Na obrázcích, které jsou uvedené v této části textu, je vždy v jejich horní polovině uvedena VSTUPNÍ polarizace, která byla přiváděna na modulátor. V jejich dolní polovině je pak VÝSTUPNÍ polarizace naměřená v pracovním řádu. Parametry polarizačních stavů jsou uvedeny pod jednotlivými elipsami.

### 6.2.1 Binární fázová mřížka $0 \div \pi$



Obrázek 6.5: Přiváděné lineární polarizace na pracovní fázovou mřížku  $0 \div \pi$  a polarizace naměřené v pracovním řádu.



Obrázek 6.6: Přiváděné eliptické polarizace na pracovní fázovou mřížku  $0 \div \pi$  a polarizace naměřené v pracovním řádu.

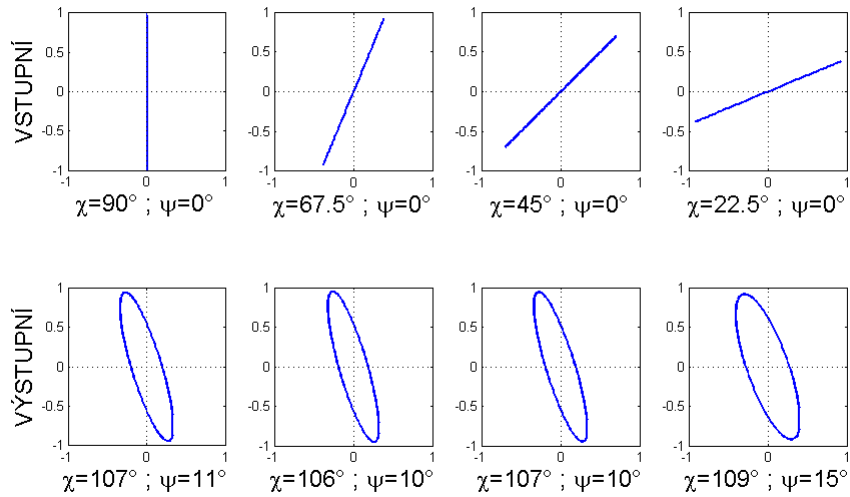
Z (obr. 6.5) a (obr. 6.6) je vidět, že parametry výstupní polarizace prakticky nezávisí na tom, jaká byla polarizace vstupní. Výjimkou by snad mohla být polarizace na (obr. 6.5) s parametry  $\chi = 22.5^\circ$ ,  $\psi = 0^\circ$ , jež se od ostatních liší. Uvědomíme-li si však skutečnost (obr. 6.1), (Dodatek B), (Dodatek C), že intenzita v pracovním řádu je pro tuto polarizaci nízká, zavádí se tím při měření intenzity největší chyba (například vlivem nedokonalého odstínění sestavy od okolí). Proto této polarizaci nepřikládáme takovou váhu, jako ostatním. Ze stejného důvodu zde nejsou vůbec uvedeny výsledky pro vstupní polarizaci s parametry  $\chi = 0^\circ$ ,  $\psi = 0^\circ$ .

## 6.2.2 Binární fázová mřížka $0 \div \pi/2$

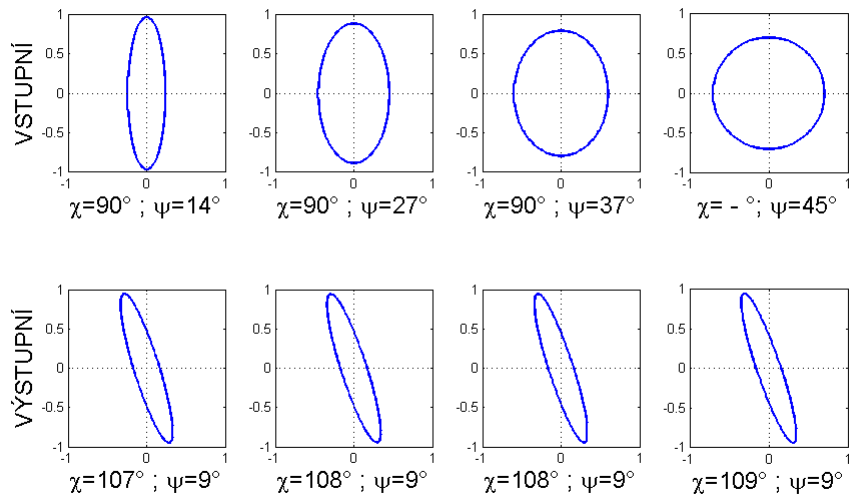
Na (obr. 6.7) a (obr. 6.8) si lze všimnout té samé skutečnosti, jako tomu bylo u mřížky  $0 \div \pi$  v tom smyslu, že výstupní polarizace nezávisí na vstupní polarizaci. Stejně výhrady jako v předešlém platí pro polarizaci s parametry  $\chi = 22.5^\circ$ ,  $\psi = 0^\circ$  (obr. 6.7), u níž byl polarizační stav měřený při nízké intenzitě světla. Parametry výstupních polarizačních elips pro mřížku  $0 \div \pi/2$



se však liší od těch, které jsme pozorovali u mřížky  $0 \div \pi$ .



Obrázek 6.7: Přiváděné lineární polarizace na pracovní fázovou mřížku  $0 \div \pi/2$  a polarizace naměřené v pracovním řádu.



Obrázek 6.8: Přiváděné eliptické polarizace na pracovní fázovou mřížku  $0 \div \pi/2$  a polarizace naměřené v pracovním řádu.

### 6.2.3 Diskuze výsledků měření polarizačního stavu v pracovním difrakčním řádu

Z výsledků měření je zřejmé, že se modulátor pro přiváděné binární fázové mřížky chová jako projektor na polarizační stav. Zapišeme-li výstupní polarizaci pomocí normovaného Jonesova vektoru (2.4), kde  $A_x^2 + A_y^2 = 1$ , získáme matici projektoru na tento stav následovně

$$\begin{aligned} \mathbf{Pr} &= \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \exp[i\delta] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A_x & A_y \exp[-i\delta] \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} A_x^2 & A_x A_y \exp[-i\delta] \\ A_x A_y \exp[i\delta] & A_y^2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (6.2)$$

Spočteme-li průměrné hodnoty výstupních polarizačních elips pro mřížku  $0 \div \pi$  z (obr. 6.5) a (obr. 6.6), získáme hodnoty  $\chi = 102^\circ$  a  $\psi = 18^\circ$ . Jelikož se jedná o levotočivou polarizaci, je její Jonesův vektor

$$\mathbf{J}_{0 \div \pi} = \begin{pmatrix} 0.36 \\ 0.93 \exp[-i119^\circ] \end{pmatrix}. \quad (6.3)$$

Můžeme tedy tvrdit, že se modulátor s pracovní binární fázovou mřížkou  $0 \div \pi$  chová jako projektor na stav (6.2), jehož Jonesova matice po dosazení konkrétních hodnot je

$$\mathbf{Pr}_{0 \div \pi} = \begin{pmatrix} 0.13 & 0.34 \exp[i119^\circ] \\ 0.34 \exp[-i119^\circ] & 0.87 \end{pmatrix}. \quad (6.4)$$

Polarizace v pracovním řádu pro mřížku  $0 \div \pi/2$  obdobně nezávisí na vstupní polarizaci. Průměrné hodnoty výstupních polarizačních elips spočtené z (obr. 6.7) a (obr. 6.8) jsou  $\chi = 107^\circ$  a  $\psi = 10^\circ$ . Liší se tedy od těch, které jsme naměřili pro mřížku  $0 \div \pi$ . Jelikož se i v tomto případě jedná o levotočivou polarizaci, je její Jonesův vektor

$$\mathbf{J}_{0 \div \pi/2} = \begin{pmatrix} 0.33 \\ 0.94 \exp[-i147^\circ] \end{pmatrix}. \quad (6.5)$$

Můžeme vidět, že se modulátor s binární fázovou mřížkou  $0 - \pi/2$  chová jako projektor na stav s Jonesovou maticí

$$\mathbf{Pr}_{0 \div \pi/2} = \begin{pmatrix} 0.11 & 0.31 \exp [i147^\circ] \\ 0.31 \exp [-i147^\circ] & 0.89 \end{pmatrix}. \quad (6.6)$$

## 7 Závěr

V bakalářské práci byly studovány vlastnosti světla modulovaného prostorovým fázovým modulátorem světla Boulder ( $512 \times 512$ ). Během prováděného experimentu byl modulátor osvětlen svazkem He-Ne laseru s definovanou polarizací a na aktivním displeji byla promítnuta binární fázová mřížka. Pro různou hloubku modulace fázové mřížky a vstupní polarizaci byla měřena difrakční účinnost a polarizační stav světla v pracovním řádu.

Největší difrakční účinnost v pracovním řádu byla naměřená v případě, kdy na vstupu byla nastavena lineární vertikální polarizace, která odpovídá předpokládané ideální polarizaci. S rostoucí odchylkou vstupního polarizačního stavu od ideální polarizace docházelo k poklesu naměřené intenzity v pracovním řádu. Ta klesla téměř na nulovou hodnotu v případě, kdy svazek dopadající na modulátor měl lineární horizontální polarizaci. Pokles difrakční účinnosti v pracovním řádu byl vyjádřen váhovým koeficientem určujícím zastoupení ideální vertikální polarizace ve vstupním polarizačním stavu. K dobré shodě mezi naměřenou a teoretickou difrakční účinností došlo v případě, kdy na modulátoru byla promítnuta mřížka s hloubkou modulace  $0 \div \pi/2$ . V případě zobrazení mřížky s fázovým skokem  $0 \div \pi$  byla naměřená hodnota intenzity v pracovním řádu viditelně nižší než teoretická hodnota.

Provedené měření dále ukázalo, že nastavení vstupní polarizace nemá vliv na polarizaci v pracovním řádu. Oproti předpokladům však polarizace v pracovním řádu není lineární vertikální, ale eliptická. Tvar polarizační elipsy navíc závisí na hloubce modulace binární fázové mřížky promítnuté na modulátoru.

Na základě naměřených výsledků lze předpokládat, že modulátor se chová jako prvek, který je kombinací lineárního polarizátoru a fázové destičky, kde

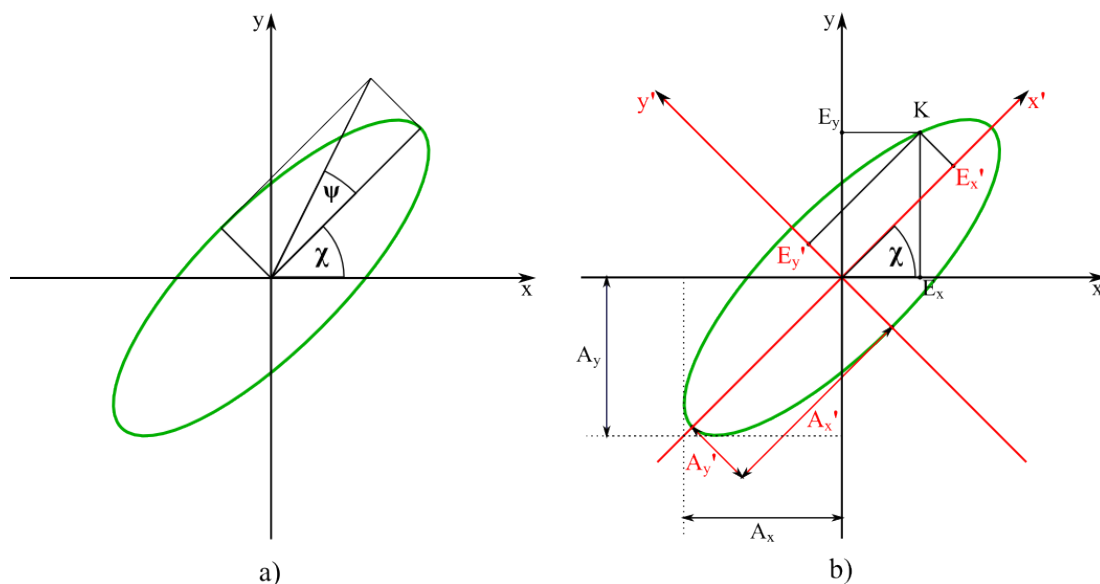
parametry fázové destičky jsou dány hodnotou napětí přivedeného na jednotlivé pixely prostorového modulátoru. Pro lepší pochopení činnosti fázového modulátoru by bylo vhodné provést další měření, která mohou být součástí potenciální diplomové práce.

# Literatura

- [1] ČECHOVÁ, M. **Elektromagnetické vlny**. 2. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 1993, 159 s. ISBN 80-706-7237-4.
- [2] HUARD, S. **Polarization of light**. Paris: Masson, 1997, xii, 333 p. ISBN 0-471-96536-7.
- [3] SALEH B.E.A., TEICH M.C. **Základy fotoniky 4: fundamentals of photonics**. 1. vyd. Překlad Miloslav Dušek. Praha: Matfyzpress, 1996, 1055 s. ISBN 80-858-6312-X.
- [4] FIALA, P. **Základy fyzikální optiky**. Vyd. 1. Praha: ČVUT, Jaderná a fyzikálně inženýrská fakulta, 1999, 175 s. ISBN 80-010-1975-6.
- [5] DOLEŽEL, Z. **Teoretické a experimentální posouzení energetické účinnosti prostorových modulátorů světla**. Olomouc, 2007. Diplomová práce. Univerzita Palackého v Olomouci.
- [6] <http://www.bnonlinear.com/products/xyslm/XYSeriesDS0909.pdf>  
(16.4.2013)
- [7] MIKOVÁ, M. **Generace a testování stavů světla s náhodnou polarizací**. Olomouc, 2009. Bakalářská práce. Univerzita Palackého v Olomouci.

# Dodatky

## Dodatek A - parametry polarizační elipsy



Obrázek 1: Polarizační elipsa a její parametry.

Na polarizační elipse zvolme libovolný bod  $K$ , který má v osách  $x, y$  souřadnice  $E_x, E_y$ . Zavedeme souřadné osy  $x', y'$  pootočené vůči osám  $x, y$  o úhel  $\chi$  orientovaný v kladném smyslu (proti směru chodu hodinových ručiček). Souřadnice bodu  $K$  v souřadném systému  $x', y'$  jsou  $E'_x, E'_y$ . Platí (obr. 2.1 b), že

$$\begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \chi & \sin \chi \\ -\sin \chi & \cos \chi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}.$$

Dosadíme-li za  $E_x$  a  $E_y$  z rovnic (2.1) získáme

$$\begin{aligned} E'_x = & (A_x \cos \delta_x \cos \chi + A_y \cos \delta_y \sin \chi) \cos \Omega \\ & - (A_x \sin \delta_x \cos \chi + A_y \sin \delta_y \sin \chi) \sin \Omega, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} E'_y = & (-A_x \cos \delta_x \sin \chi + A_y \cos \delta_y \cos \chi) \cos \Omega \\ & + (A_x \sin \delta_x \sin \chi - A_y \sin \delta_y \cos \chi) \sin \Omega. \end{aligned}$$

Označíme-li

$$A'_x \cos \kappa = A_x \cos \delta_x \cos \chi + A_y \cos \delta_y \sin \chi, \quad (2)$$

$$A'_x \sin \kappa = A_x \sin \delta_x \cos \chi + A_y \sin \delta_y \sin \chi, \quad (3)$$

které následně umocníme nadruhou a sečteme, dostaneme

$$A_x'^2 = A_x^2 \cos^2 \chi + A_y^2 \sin^2 \chi + 2A_y A_x \cos \delta \cos \chi \sin \chi. \quad (4)$$

Pokud obdobně označíme

$$A'_y \sin \kappa = -A_x \cos \delta_x \sin \chi + A_y \cos \delta_y \cos \chi, \quad (5)$$

$$A'_y \cos \kappa = A_x \sin \delta_x \sin \chi - A_y \sin \delta_y \cos \chi, \quad (6)$$

které umocníme nadruhou a sečteme, získáme

$$A_y'^2 = A_x^2 \sin^2 \chi + A_y^2 \cos^2 \chi - 2A_y A_x \cos \delta \cos \chi \sin \chi. \quad (7)$$

Oprávněnost označení v rovnicích (2),(3),(5),(6) lze ukázat například tak, že jejich pomocí zapíšeme složky  $E'_x$  a  $E'_y$

$$E'_x = A'_x \cos \kappa \cos \Omega - A'_x \sin \kappa \sin \Omega, \quad (8)$$

$$E'_y = A'_y \sin \kappa \cos \Omega + A'_y \cos \kappa \sin \Omega, \quad (9)$$

a dále užitím součtových vzorců pro sinus a kosinus získáme

$$E'_x = A'_x \cos (\kappa + \Omega), \quad (10)$$

$$E'_y = A'_y \sin (\kappa + \Omega). \quad (11)$$



Umocníme-li tyto rovnice nadruhou a sečteme je, obdržíme výraz

$$\left(\frac{E'_x}{A'_x}\right)^2 + \left(\frac{E'_y}{A'_y}\right)^2 = 1, \quad (12)$$

což je rovnice elipsy v hlavních osách s poloosami  $A'_x$  a  $A'_y$ .

Orientovaný úhel  $\psi$ , který určuje elipticitu, určíme z následující rovnice

$$\begin{aligned} \tan \psi = \frac{A'_y}{A'_x} &= \pm \sqrt{\frac{A_x^2 \sin^2 \chi + A_y^2 \cos^2 \chi - 2A_y A_x \cos \delta \cos \chi \sin \chi}{A_x^2 \cos^2 \chi + A_y^2 \sin^2 \chi + 2A_y A_x \cos \delta \cos \chi \sin \chi}} = \\ &= \pm \sqrt{\frac{\tan^2 \chi + \frac{A_y^2}{A_x^2} - 2\frac{A_y}{A_x} \cos \delta \tan \chi}{1 + \frac{A_y^2}{A_x^2} \tan^2 \chi + 2\frac{A_y}{A_x} \cos \delta \tan \chi}}. \end{aligned} \quad (13)$$

Zbývá nám však ještě určit orientovaný úhel  $\chi$ , což je úhel odklonu elipsy od osy  $x$ . Pokud podělíme rovnici (6) rovnicí (2) a rovnicí (5) rovnicí (3) dostaneme následující rovnost

$$\frac{-A_y \sin \delta \cos \chi}{A_x \cos \chi + A_y \cos \delta \sin \chi} = \frac{A_y \cos \delta \cos \chi - A_x \sin \chi}{A_y \sin \delta \sin \chi}, \quad (14)$$

ze které jsme schopni pomocí goniometrických vzorců pro sinus a kosinus dvojnásobného úhlu získat vztah pro úhel  $\chi$

$$\tan 2\chi = \frac{2A_x A_y \cos \delta}{A_x^2 - A_y^2}. \quad (15)$$

## Dodatek B - difrakční účinnost - naměřené hodnoty

Hodnoty všech naměřených intenzit jsou uváděny v [ $\mu W$ ] a jsou zaokrouhleny na dvě desetinná místa.

**Vstupní polarizace**  $\chi = 90^\circ, \psi = 0^\circ$

mřížka	0 - pi			0 - pi/2			Před dopadem
ŘÁD	-1	0	1	-1	0	1	na modulátor
	86.72	19.28	76.24	51.28	93.53	47.70	434.90
	84.23	19.65	79.10	49.53	94.04	48.67	439.40
	84.81	19.73	80.99	50.46	94.04	49.54	439.20
průměr-pozadí	85.25	19.55	78.77	50.42	93.87	48.63	437.83

**Vstupní polarizace**  $\chi = 67.5^\circ, \psi = 0^\circ$

mřížka	0 - pi			0 - pi/2			Před dopadem
ŘÁD	-1	0	1	-1	0	1	na modulátor
	68.36	64.75	71.12	40.71	154.60	41.87	449.00
	68.35	64.30	70.95	40.50	152.60	41.53	449.10
	67.84	63.94	69.75	40.49	152.20	40.68	447.30
průměr-pozadí	68.18	64.33	70.60	40.56	153.13	41.36	448.47

**Vstupní polarizace**  $\chi = 45^\circ, \psi = 0^\circ$

mřížka	0 - pi			0 - pi/2			Před dopadem
ŘÁD	-1	0	1	-1	0	1	na modulátor
	33.01	164.40	40.62	18.89	205.10	20.65	456.70
	33.74	165.90	40.36	19.48	207.20	20.88	458.20
	33.46	164.20	40.56	19.01	203.10	20.88	456.30
průměr-pozadí	33.40	164.80	40.51	19.13	205.13	20.80	457.07

**Vstupní polarizace**  $\chi = 22.5^\circ, \psi = 0^\circ$

mřížka	0 - pi			0 - pi/2			Před dopadem
ŘÁD	-1	0	1	-1	0	1	na modulátor
	6.73	233.60	14.41	3.06	250.60	4.74	464.40
	6.65	228.40	13.51	3.06	243.80	4.42	463.00
	6.37	225.50	13.89	2.92	241.60	4.52	464.00
průměr-pozadí	6.58	229.17	13.94	3.01	245.33	4.56	463.80

**Vstupní polarizace**  $\chi = 0^\circ, \psi = 0^\circ$

mřížka	0 - pi			0 - pi/2			Před dopadem
ŘÁD	-1	0	1	-1	0	1	na modulátor
	3.29	190.10	6.15	1.55	198.00	1.82	338.60
	3.30	191.30	5.99	1.54	198.60	1.77	338.60
	3.25	190.30	5.96	1.50	198.00	1.76	341.10
průměr-pozadí	3.28	190.57	6.03	1.53	198.20	1.78	339.43

**Vstupní polarizace**  $\chi = 90^\circ, \psi = 14^\circ$

mřížka	0 - pi			0 - pi/2			Před dopadem
ŘÁD	-1	0	1	-1	0	1	na modulátor
	64.52	40.46	56.48	40.84	92.02	37.82	366.50
	64.76	38.91	56.90	39.98	91.64	37.29	365.20
	64.46	37.95	56.44	39.17	90.26	36.95	370.70
průměr-pozadí	64.58	39.11	56.61	40.00	91.31	37.35	367.47

**Vstupní polarizace**  $\chi = 90^\circ, \psi = 27^\circ$

mřížka	0 - pi			0 - pi/2			Před dopadem
ŘÁD	-1	0	1	-1	0	1	na modulátor
	47.60	67.96	38.32	30.38	103.50	27.51	338.20
	48.96	67.38	38.95	30.41	103.90	27.22	337.00
	48.91	66.96	38.86	29.99	103.80	27.37	338.50
průměr-pozadí	48.49	67.43	38.71	30.26	103.73	27.37	337.90

**Vstupní polarizace  $\chi = 90^\circ, \psi = 37^\circ$**

mřížka	0 - pi			0 - pi/2			Před dopadem
ŘÁD	-1	0	1	-1	0	1	na modulátor
	39.54	99.63	28.07	26.01	147.20	21.83	380.40
	39.71	98.37	28.37	25.33	149.60	21.50	387.40
	39.51	97.47	28.28	25.02	148.40	21.44	389.70
průměr-pozadí	39.59	98.49	28.24	25.45	148.40	21.59	385.83

**Vstupní polarizace  $\chi = -^\circ, \psi = 45^\circ$**

mřížka	0 - pi			0 - pi/2			Před dopadem
ŘÁD	-1	0	1	-1	0	1	na modulátor
	31.19	151.80	19.73	20.98	170.30	16.88	357.00
	30.82	150.30	19.66	20.26	169.10	16.42	356.10
	30.65	150.50	19.18	20.06	168.60	16.24	355.50
průměr-pozadí	30.89	150.87	19.52	20.43	169.33	16.51	356.20

## Dodatek C - polarizace v pracovním řádu - naměřené hodnoty

Hodnoty všech naměřených intenzit jsou uváděny v [ $\mu W$ ] jsou zaokrouhleny na dvě desetinná místa.

### Vstupní polarizace $\chi = 90^\circ, \psi = 0^\circ$

	$I_H$	$I_V$	$I_D$	$I_A$	$I_L$	$I_P$
mřížka	8.99	78.56	33.80	59.36	70.41	20.72
$0 \div \pi$	9.00	78.82	33.72	60.32	71.45	20.91
	8.74	79.18	33.87	60.68	71.43	20.67
průměr-pozadí	8.91	78.85	33.79	60.12	71.09	20.76
	$I_H$	$I_V$	$I_D$	$I_A$	$I_L$	$I_P$
mřížka	4.81	49.13	15.24	42.11	37.70	18.25
$0 \div \pi/2$	4.93	49.73	15.35	42.49	37.91	18.34
	4.93	50.22	15.65	42.99	38.74	18.83
průměr-pozadí	4.89	49.69	15.41	42.53	38.11	18.47

### Vstupní polarizace $\chi = 67.5^\circ, \psi = 0^\circ$

	$I_H$	$I_V$	$I_D$	$I_A$	$I_L$	$I_P$
mřížka	6.55	59.80	25.89	43.03	53.50	15.92
$0 \div \pi$	6.82	60.09	25.78	43.46	53.98	16.17
	6.74	60.86	26.25	44.16	54.13	16.46
průměr-pozadí	6.70	60.25	25.97	43.55	53.87	16.18
	$I_H$	$I_V$	$I_D$	$I_A$	$I_L$	$I_P$
mřížka	3.79	37.98	11.47	31.76	29.06	14.31
$0 \div \pi/2$	3.86	38.50	11.53	32.15	29.01	14.67
	3.86	38.73	11.25	32.32	28.93	14.35
průměr-pozadí	3.83	38.40	11.42	32.08	29.00	14.44

**Vstupní polarizace  $\chi = 45^\circ, \psi = 0^\circ$**

	$I_H$	$I_V$	$I_D$	$I_A$	$I_L$	$I_P$
mřížka	3.86	30.09	13.16	21.40	27.51	8.00
$0 \div \pi$	3.67	30.39	13.62	21.54	27.58	7.91
	3.82	30.48	13.62	21.80	27.68	8.21
průměr-pozadí	3.79	30.32	13.47	21.58	27.59	8.04
	$I_H$	$I_V$	$I_D$	$I_A$	$I_L$	$I_P$
mřížka	2.05	17.93	5.40	15.00	13.62	7.01
$0 \div \pi/2$	2.00	17.99	5.43	15.08	13.50	7.01
	2.02	17.99	5.29	15.06	13.61	6.95
průměr-pozadí	2.02	17.97	5.37	15.05	13.58	6.99

**Vstupní polarizace  $\chi = 22.5^\circ, \psi = 0^\circ$**

	$I_H$	$I_V$	$I_D$	$I_A$	$I_L$	$I_P$
mřížka	0.67	4.77	2.62	3.09	4.43	1.20
$0 \div \pi$	0.70	4.78	2.61	3.11	4.47	1.23
	0.70	4.81	2.55	3.13	4.49	1.22
průměr-pozadí	0.69	4.79	2.59	3.11	4.46	1.21
	$I_H$	$I_V$	$I_D$	$I_A$	$I_L$	$I_P$
mřížka	0.40	2.25	0.79	1.95	1.90	0.80
$0 \div \pi/2$	0.39	2.22	0.76	1.94	1.92	0.81
	0.39	2.21	0.76	1.95	1.88	0.81
průměr-pozadí	0.39	2.23	0.77	1.94	1.90	0.81

**Vstupní polarizace**  $\chi = 90^\circ, \psi = 14^\circ$

	$I_H$	$I_V$	$I_D$	$I_A$	$I_L$	$I_P$
mřížka	7.27	55.28	21.61	42.17	50.02	14.91
$0 \div \pi$	7.05	55.26	21.54	43.04	50.31	15.09
	7.34	55.40	21.32	42.71	50.13	14.85
průměr-pozadí	7.24	55.31	21.49	42.64	50.15	14.95
	$I_H$	$I_V$	$I_D$	$I_A$	$I_L$	$I_P$
mřížka	3.72	33.84	9.22	29.22	25.12	13.40
$0 \div \pi/2$	3.76	34.24	9.34	29.43	25.08	13.67
	3.81	34.31	9.43	29.75	25.64	13.49
průměr-pozadí	3.76	34.13	9.33	29.47	25.28	13.52

**Vstupní polarizace**  $\chi = 90^\circ, \psi = 27^\circ$

	$I_H$	$I_V$	$I_D$	$I_A$	$I_L$	$I_P$
mřížka	5.85	42.90	16.57	33.80	39.39	11.55
$0 \div \pi$	5.66	43.50	16.55	34.41	39.80	11.43
	5.91	43.26	16.72	34.33	39.79	11.46
průměr-pozadí	5.81	43.22	16.61	34.18	39.66	11.48
	$I_H$	$I_V$	$I_D$	$I_A$	$I_L$	$I_P$
mřížka	3.16	28.22	7.62	24.69	21.50	11.55
$0 \div \pi/2$	3.26	28.86	7.93	25.11	21.45	11.53
	3.20	29.00	7.84	25.09	21.49	11.76
průměr-pozadí	3.20	28.69	7.79	24.96	21.48	11.61

**Vstupní polarizace  $\chi = 90^\circ, \psi = 37^\circ$**

	$I_H$	$I_V$	$I_D$	$I_A$	$I_L$	$I_P$
mřížka	4.57	31.50	11.85	24.84	29.14	8.61
$0 \div \pi$	4.45	31.81	11.71	25.29	29.16	8.46
	4.50	31.67	12.05	25.16	28.92	8.60
průměr-pozadí	4.51	31.66	11.87	25.10	29.07	8.56
	$I_H$	$I_V$	$I_D$	$I_A$	$I_L$	$I_P$
mřížka	2.40	21.16	5.75	18.28	15.51	8.63
$0 \div \pi/2$	2.43	21.33	5.71	18.41	15.62	8.88
	2.47	21.40	5.80	18.52	15.80	8.73
průměr-pozadí	2.43	21.30	5.75	18.40	15.64	8.74

**Vstupní polarizace  $\chi = -^\circ, \psi = 45^\circ$**

	$I_H$	$I_V$	$I_D$	$I_A$	$I_L$	$I_P$
mřížka	4.13	25.70	9.42	21.54	24.09	7.05
$0 \div \pi$	4.19	25.93	9.59	21.70	24.35	7.04
	4.18	26.15	9.63	21.61	24.44	7.02
průměr-pozadí	4.16	25.93	9.54	21.62	24.29	7.04
	$I_H$	$I_V$	$I_D$	$I_A$	$I_L$	$I_P$
mřížka	2.20	17.83	4.74	15.83	13.04	7.38
$0 \div \pi/2$	2.22	17.99	4.84	15.93	13.05	7.47
	2.22	18.05	4.82	15.96	13.19	7.53
průměr-pozadí	2.21	17.96	4.80	15.91	13.09	7.46



## Dodatek D - přesnost měření

Abychom byli schopni správně nastavit a následně určit polarizační stavy světla, museli jsme před vlastním experimentem proměřit používané optické komponenty. Námi používané optické prvky měly stupnici rozdělenou po  $2^\circ$ , proto určení polohy optické osy u každého z nich bereme s přesností  $\pm 1^\circ$ . V dalším textu budeme předpokládat, že používané lineární polarizátory jsou nastaveny správně a že chyba definice a měření polarizačního stavu je způsobena nesprávným nastavením fázových destiček.

V ideálním případě má být polarizační stav, který popisujeme Jonesovým vektorem  $\mathbf{J}_2$ , vytvořený definiční sestavou (obr. 5.1) tak, že platí

$$\mathbf{J}_2 = \mathbf{T}_{\lambda/2}(\alpha)\mathbf{T}_{\lambda/4}(\beta)\mathbf{J}_1, \quad (16)$$

kde  $\alpha$  a  $\beta$  jsou úhly natočení osy půlvlnné a čtvrtvlnné fázové destičky vůči horizontální ose a  $\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  je vstupní polarizační stav. Kvůli výše uvedeným nepřesnostem však může dojít i k následujícímu nastavení optických prvků

$$\mathbf{J}_2 = \mathbf{T}_{\lambda/2}(\alpha + \Delta_{\lambda/2})\mathbf{T}_{\lambda/4}(\beta + \Delta_{\lambda/4})\mathbf{J}_1, \quad (17)$$

kde  $\Delta_{\lambda/2} \in \langle -1^\circ, 1^\circ \rangle$  a  $\Delta_{\lambda/4} \in \langle -1^\circ, 1^\circ \rangle$  je chyba v nastavení půlvlnné a čtvrtvlnné fázové destičky. Možné kombinace nastavení jednotlivých komponent vedou k různým parametrům výstupních polarizačních elips  $\chi'$  a  $\psi'$ . Pro námi používané polarizační stavy platí empiricky získaný vztah

$$\begin{aligned} \chi' &= \chi + 2\Delta_{\lambda/2} - \Delta_{\lambda/4}, \\ \psi' &= \psi + \Delta_{\lambda/4}, \end{aligned} \quad (18)$$

kde  $\chi$  a  $\psi$  jsou parametry polarizační elipsy, které získáme při správném nastavení fázových destiček (16). K největší chybě dochází, pokud  $\Delta_{\lambda/2} = -1^\circ$  a zároveň  $\Delta_{\lambda/4} = 1^\circ$ , nebo  $\Delta_{\lambda/2} = 1^\circ$  a zároveň  $\Delta_{\lambda/4} = -1^\circ$ .

Stejně, jak nás zajímala změna polarizačního stavu způsobená nesprávným nastavením optických prvků v definiční sestavě, tak nás zajímá i to, s jakou nejistotou jsme schopni změřit polarizační stav. Chceme znát chybu,

Vstupní polarizace	Natočení prvků		Relativní intenzita
$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\mathbf{T}_{\lambda/2}(-1^\circ)$	$\mathbf{T}_{\lambda/4}(1^\circ)$	$I_H \approx 0.9970$
$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\mathbf{T}_{\lambda/2}(44^\circ)$	$\mathbf{T}_{\lambda/4}(91^\circ)$	$I_V \approx 0.9970$
$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\mathbf{T}_{\lambda/2}(21.5^\circ)$	$\mathbf{T}_{\lambda/4}(46^\circ)$	$I_D \approx 0.9970$
$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\mathbf{T}_{\lambda/2}(-23.5^\circ)$	$\mathbf{T}_{\lambda/4}(-44^\circ)$	$I_A \approx 0.9970$
$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$	$\mathbf{T}_{\lambda/2}(-23.5^\circ)$	$\mathbf{T}_{\lambda/4}(1^\circ)$	$I_L \approx 0.9973$
$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	$\mathbf{T}_{\lambda/2}(21.5^\circ)$	$\mathbf{T}_{\lambda/4}(1^\circ)$	$I_P \approx 0.9973$

Tabulka 1: Průchod bázových polarizací přes chybně nastavené optické prvky v měřící sestavě.

se kterou jsme schopni měřit intenzity  $I_H, I_V, I_D, I_A, I_L, I_P$ , respektive Poincarého parametry  $P_0, P_1, P_2, P_3$  definované v (2.16). Měřící sestava se skládá ze čtvrtvlnné fázové destičky, půlvlnné fázové destičky a lineárního polarizátoru (obr. 5.1). Příslušné intenzity změříme správným nastavením těchto prvků (tab. 5.2). Pokud tedy na měřící sestavu dopadá svazek světla, který má jednu z bázových polarizací lineárních (horizontální, vertikální, diagonální, antidiagonální), či kruhových (levotočivá, pravotočivá), pak příslušná naměřená relativní intenzita je rovna jedné.

Chyba nastavení os čtvrtvlnné a půlvlnné fázové destičky nechtě je jako v předešlém označena  $\Delta_{\lambda/2} \in \langle -1^\circ, 1^\circ \rangle$  a  $\Delta_{\lambda/4} \in \langle -1^\circ, 1^\circ \rangle$ . Ukazuje se [7], že k největší chybě dochází, pokud  $\Delta_{\lambda/2} = -1^\circ$  a zároveň  $\Delta_{\lambda/4} = +1^\circ$  (tab. 1), nebo  $\Delta_{\lambda/2} = +1^\circ$  a zároveň  $\Delta_{\lambda/4} = -1^\circ$ . Chyba určení relativních intenzit je pro oba případy stejná  $\sigma_H = \sigma_V = \sigma_D = \sigma_A = 0.003$  a  $\sigma_L = \sigma_P = 0.0027$ . Jako chybu určení každé z daných relativních intenzit vezmeme maximum z těchto hodnot, tedy  $\sigma \equiv 0.003$ . Chybu určení Poincarého parametru  $P_0$  zjistíme ze vzorce pro přenos nejistot

$$\sigma_{P_0} = \sqrt{\left(\frac{\partial P_0}{\partial I_H}\right)^2 (\sigma P_0)^2 + \left(\frac{\partial P_0}{\partial I_V}\right)^2 (\sigma P_0)^2} = \sqrt{2}\sigma P_0 \equiv \sigma' P_0, \quad (19)$$

kde  $\sigma' = \sqrt{2}\sigma$ . Stejně je tomu i pro chyby ostatních Poincarého parametrů, tedy  $\sigma_{P_0} = \sigma_{P_1} = \sigma_{P_2} = \sigma_{P_3} = \sigma' P_0$ . Platí [2] následující vztah mezi

Stokesovými parametry a parametry polarizační elipsy

$$S_1 = \cos 2\psi \cos 2\chi, \quad S_2 = \cos 2\psi \sin 2\chi, \quad S_3 = -\sin 2\psi. \quad (20)$$

Z nich lze pro parametry polarizační elipsy získat

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{1}{2} \arctan \frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{2} \arctan \frac{P_2}{P_1}, \\ \psi &= -\frac{1}{2} \arcsin S_3 = -\frac{1}{2} \arcsin \frac{P_3}{P_0}. \end{aligned} \quad (21)$$

Dle formule pro přenos nejistot spočteme nejistoty určení parametrů  $\chi$  a  $\psi$

$$\begin{aligned} \sigma_\chi &= \sqrt{\left(\frac{\partial\chi}{\partial P_1}\right)^2 (\sigma' P_0)^2 + \left(\frac{\partial\chi}{\partial P_2}\right)^2 (\sigma' P_0)^2} = \frac{\sigma'}{2\sqrt{S_1^2 + S_2^2}}, \\ \sigma_\psi &= \sqrt{\left(\frac{d\psi}{dP_0}\right)^2 (\sigma' P_0)^2 + \left(\frac{d\psi}{dP_3}\right)^2 (\sigma' P_0)^2} = \frac{\sigma'}{2} \sqrt{\frac{1 + S_3^2}{1 - S_3^2}}. \end{aligned} \quad (22)$$

Celkem tedy dostáváme, že

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{1}{2} \arctan \frac{S_2}{S_1} \pm \frac{\sigma'}{2\sqrt{S_1^2 + S_2^2}}, \\ \psi &= -\frac{1}{2} \arcsin S_3 \pm \frac{\sigma'}{2} \sqrt{\frac{1 + S_3^2}{1 - S_3^2}}. \end{aligned} \quad (23)$$

U horizontální lineární polarizace nabývají tyto chyby hodnot  $\sigma_\chi \approx \sigma_\psi \approx 0.1^\circ$ . Pro kruhovou polarizaci rostou chyby  $\sigma_\chi, \sigma_\psi$  nad všechny meze. To je způsobeno tím, že není dobře definovaná poloha hlavní poloosy elipsy, tedy ani úhly  $\chi$  a  $\psi$ . Pro námi uvažované výstupní polarizace měřené v pracovním řádu nepřesáhnou  $\sigma_\chi$  a  $\sigma_\psi$  hodnotu  $0.2^\circ$ . Tyto hodnoty můžeme tedy vzhledem k nejistotě, kterou zavádí do měření definiční sestava (18), zanedbat.

Navíc bychom ještě měli započítat chybu, kterou zavádí měřicí přístroj. Jak se ale ukazuje [7], tak pro námi používaný detektor (Thorlabs PM 100 se senzorem S120A) a měřený rozsah intenzit jsou nejistoty jednoho měření intenzity způsobené detektorem zanedbatelné.