Pedagogická fakulta
Faculty of Education
Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Diplomová práce

Analýza žákovských řešení matematických úloh jako příprava na tvorbu úloh Concept Cartoons

Vypracovala: Jana Kršková
Vedoucí práce: RNDr. Libuše Samková, Ph.D.

České Budějovice 2021

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma Analýza žákovských řešení matematických úloh jako příprava na tvorbu úloh Concept Cartoons jsem vypracoval(a) samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným stanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích ....

Poděkování

Ráda bych poděkovala paní RNDr. Libuši Samkové, Ph.D. za odborné vedení, cenné rady, připomínky a za věnovaný čas. Dále bych chtěla poděkovat základním školám, a hlavně paní učitelkám, které mi poskytly materiál k této diplomové práci. Děkuji také rodině a příteli za podporu během celého studia.

Anotace

Tato diplomová práce se zabývá metodou Concept Cartoons a kvalitativní analýzou dat ze získaných písemných prací žáků několika třetích tříd zaměřenou na různé postupy řešení matematický úloh. Analýza je zaměřená na řešení správná a nesprávná, častá i méně častá. Součástí práce je vytvoření několika úloh Concept Cartoons. V teoretické části je tato metoda popsána a je zmíněno, kdo stojí za jejím vznikem. Také jsou popsané slovní úlohy a početní operace sčítání, odčítání, násobení a dělení.

Klíčová slova: Concept Cartoons, žákovská řešení matematických úloh, slovní úlohy, RVP ZV

Annotation

This thesis deals with the Concept Cartoons method and quantitative analysis of data, which were taken from third year students written work, that focused on different approaches of solving mathematical tasks. The analysis focuses on right and wrong, common and less common solutions. Part of this work is the creation of Concept Cartoons questions. In the theoretical part, this method is described and mentioned as who is its creator. It also describes word problems and counting operations like addition, subtraction, multiplication, and division.

Keywords: Concept Cartoons, students solved mathematical tasks, word problems, RVP ZV

Obsah

Úvod

Žáci se často potýkají s problémy při řešení matematických úloh. Volí různé postupy řešení, některé jsou správné jiné nesprávné. Postupy řešení úloh, které žáci zvolí mohou být někdy i velmi neobvyklé, přesto správné. V různé míře se dopouštějí při řešení úloh chyb, které mohou být způsobené například tím, že jsou nepozorní, nesoustředí se na čtení zadání, špatně opíšou příklad nebo neví, jak postupovat. Vzhledem k obrázkové struktuře a práci ve skupinách jsou pro žáky úlohy Concept Cartoons zpestřením běžné výuky. Žáci zároveň zjistí, jaká další řešení určité úlohy mohou existovat. Úlohy Concept Cartoons učitelům ukazují, jak žáci postupují při řešení úloh a na základě toho mohou upravit svoji výuku a popřípadě zjistit čemu žáci nerozumí.

V teoretické části se čtenář dozví, co to jsou Concept Cartoons, seznámí se s počátky těchto úloh ve světě i u nás a zjistí, kdo stojí za vznikem této metody. Dále se dočte, jaké jsou možnosti tvorby Concept Cartoons a jak lze s těmito úlohami pracovat ve výuce. Další náplní teoretické části jsou očekávané výstupy pro první období prvního stupně ZŠ a charakteristika početních operací sčítání, odčítání, násobení a dělení. Poslední částí jsou pak slovní úlohy, kde jsou zmíněná řešení, zápis a typy slovních úloh.

Praktická část je zaměřená na kvalitativní analýzu žákovských řešení matematických úloh ze získaných písemných prací. Jedná se o písemné práce žáků třetích tříd, které jsem získala po oslovení ředitelů a učitelek vybraných základní škol. Čtenář se zde také dozví, jaká matematická témata se v získaných písemných prací objevovala. Úlohy, u kterých jsem provedla analýzu žákovských řešení, jsou ve všech případech úlohy slovní, a proto jsou slovní úlohy zmiňované i v části teoretické. Analýza je zaměřená na řešení, která jsou správná, ale i na ta která jsou chybná. U každého řešení se čtenář dozví, kolik žáků, kteří řešili tuto úlohu, zvolilo daný postup. Některá řešení jsou velmi obvyklá a jiná méně.

V praktické části je i několik úloh Concept Cartoons, které jsem na základě analýzy matematických úloh vytvořila. V rámci toho je popsaný postup, který jsem při tvoření Concept Cartoons zvolila.

Cílem diplomové práce je právě analýza žákovských řešení matematických úloh. Ta poskytne možnost tvoření nových úloh Concept Cartoons, které vycházejí přímo z řešení, která někteří žáci použili. Učitele, a nejen je, tato práce seznámí s metodou Concept

Cartoons, kterou mohou zařadit do svých hodin a obohatit tak celou výuku. V diplomové práci je několik vytvořených úloh ve formátu Concept Cartoons, které mohou využít. Zároveň zde zjistí, jaká řešení žáci volí a jakých chyb se dopouštějí.

1 Teoretická část

1.1 Concept Cartoons

1.1.1 Počátky

Concept Cartoons je výuková pomůcka, která vznikla ve Velké Británii na počátku devadesátých let dvacátého století. Za jejím vznikem stojí Brenda Keogh a Stuart Naylor (Samková 2020). Důvodem k jejímu vytvoření byla snaha rozvíjet myšlení žáků, zvýšit jejich motivaci k řešení úloh a úroveň porozumění. Autoři se setkali s velmi pozitivními reakcemi ze strany žáků i učitelů. Na základě reakcí pak pokračovali v tvorbě Concept Cartoons a tuto pomůcku vylepšovali. Při tvorbě využívali také svých učitelských zkušeností. Brenda Keogh a Stuart Naylor vydali k tomuto tématu několik publikací (Keogh a Naylor 2013).

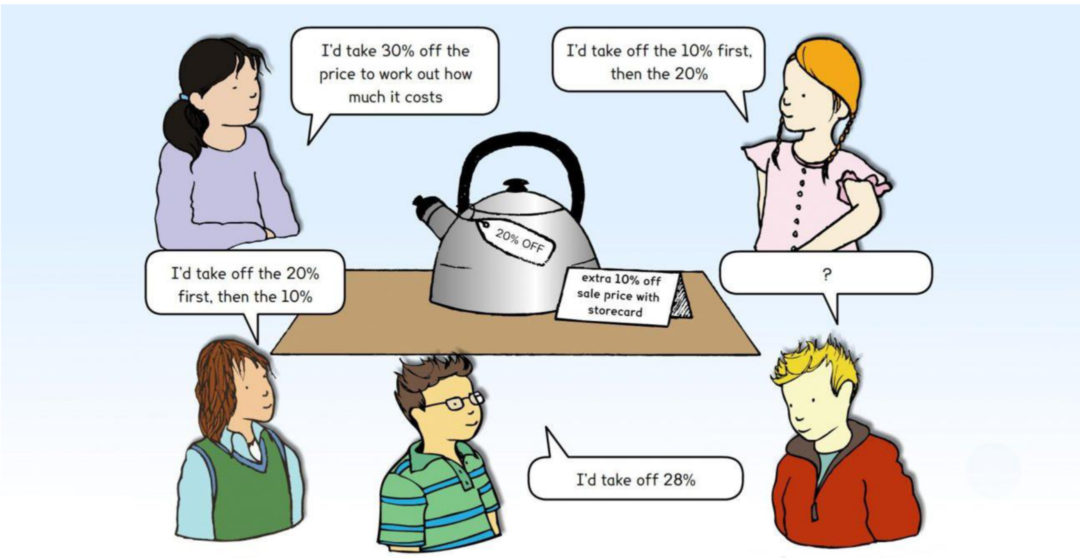
Brenda Keogh a Stuart Naylor pořádali pro učitele kurzy, kde je seznamovali s pomůckou Concept Cartoons s její myšlenkou a použitím. Poté prováděli výzkumná šetření, která ukázala, že se do práce s Concept Cartoons zapojují i žáci, kteří se jindy bojí diskutovat a vyjádřit svůj názor. Jedním z možných vysvětlení je, že v případě Concept Cartoons učitelé neposuzují žáky, ale sami žáci se stanou těmi, kteří posuzují něčí názor a jestliže je názor chybný, může žák svést vinu na postavu na obrázku (Samková 2020).

Jako první, kdo představil výukovou pomůcku Concept Cartoons v českém vzdělávacím prostředí, byl pravděpodobně Ed van den Berg a to v rámci evropských projektů, které měly podpořit přírodovědné vzdělání. S úlohami Concept Cartoons, zhruba ve stejný čas jako Ed van den Berg, seznámila české učitele i Eva Hejnová. Ta je využívá ve výuce fyziky (Samková 2020).

1.1.2 Co to jsou Concept Cartoons

Concept Cartoons jsou nejčastěji kresby podobné komiksu (Hejnová 2013). Zachycují situaci, která se částečně anebo zcela vztahuje k probírané látce, a postavy, které vyjadřují svůj názor na vyobrazenou situaci pomocí bublinového rozhovoru (Samková 2020). Jde o každodenní situace, které jsou pro žáky blízké na rozdíl od „odborných“ úloh (Keogh a Naylor 2013). Postavy jsou ve většině případech děti, ale mohou to být i zvířata (Hejnová 2013). Tato výuková pomůcka je vhodná a motivující za různých okolností pro všechny žáky všech věkových skupin a prostředí (Keogh a Naylor 2013). Učitelé díky ní získají informace o uvažování žáků, to lze využít při formativním a diagnostickém hodnocení (Hejnová 2013).

Text v bublinách není příliš dlouhý, využívá jednoduchou slovní zásobu, která je dětem blízká (Samková 2020). Proto jsou tyto úlohy vhodné i pro děti, které ještě nejsou příliš zdatnými čtenáři anebo mají nějaké poruchy učení (Hejnová 2013). V bublinách jsou různé názory, které jsou buď správné nebo špatné. Mohou být ale i nejasné a to tehdy, když nejsou z obrázku známé další informace potřebné k určení správnosti (Samková 2020). Každý názor postavy zobrazené v Concept Cartoons by se měl žákům, alespoň z počátku, jevit jako opodstatněný. Žáci, kteří se bojí vyslovit svůj názor, tak získají větší důvěru ve vyjadřování, protože již někdo jiný vyjádřil jejich postoj a pokud je řešení nesprávné, mohou z toho obvinit postavu na kresbě. Někteří učitelé se však obávají, že žáci chybným řešením v bublinách uvěří. Výzkumy ale ukazují, že tomu tak není (Keogh a Naylor 2013). V bublinách jsou i alternativní odpovědi, se kterými se žáci zatím nemuseli vůbec setkat, Concept Cartoons tedy rozvíjí u dětí kreativitu (Hejnová 2013). V bublině vlevo nahoře obvykle bývá text, který nám úlohu více popisuje. V jedné z dolních bublin se pak většinou objevuje otazník, který říká, že mohou být i jiné odpovědi, než které jsou zachycené na tomto obrázku (Samková 2020).



Obr. 1: Ukázka úlohy Concept Cartoon (Dabell, Keogh a Naylor 2008)

V Concept Cartoons je obrazová i textová část navzájem propojená, na sdělení se tudíž obě části podílejí stejně (Trnová, Janko, Trna a Pešková 2016). Je potřeba, aby výraz v obličeji postav byl neutrální stejně jako prohlášení postav v bublinách, pokud by tomu tak nebylo, mohlo by to ovlivnit žákovu odpověď (Keogh a Naylor 2013).

Concept Cartoons jsou velmi oblíbené u učitelů různých zemí. Lze je vytvořit a využít v kterémkoliv předmětu, ve kterém mohou mít úlohy několik variant řešení. V matematice je stejně jako odpověď důležitý i postup, k tomu jsou právě vhodné Concept Cartoons. Tato výuková pomůcka je vhodná i v hodinách cizího jazyka. Vzhledem k jednoduchému textu a obrázkovému znázornění mohou žáci pracovat s Concept Cartoons, které nejsou v jejich mateřském jazyce, rozvíjí tak své jazykové dovednosti (Keogh a Naylor 2013).

1.1.3 Tvorba úloh

Tato část čerpá z knihy *Metoda Concept Cartoons* (Samková 2020). Při vytváření Concept Cartoons je nejprve potřeba vhodně vybrat nebo vytvořit úlohu, která bude v pozadí, a také obsah bublin. Při výběru nebo vytváření úloh v pozadí je nutné, aby úloha měla několik možností, jak postupovat při řešení anebo se postup skládal z více kroků.

Existuje několik možností tvorby úloh Concept Cartoons: překlad originálních zadání, v různé míře úprava originálních zadání nebo vytvoření nové úlohy. Lze vytvářet i sady úloh, ve kterých jsou úlohy podobně zaměřené. Jde o jednu úlohu, která je různě upravená, například je upravený text v bublinách anebo pozměněná úloha v pozadí. Jsou různé způsoby práce se sadou. Buď učitel žákům předloží jednu z úloh ze sady podle toho, která je dle jeho názoru pro dané téma nejvhodnější, nebo jim postupně dá všechny úlohy ze sady. Lze taky předložit celou sadu najednou v rámci opakování dané látky.

1.1.4 Práce s Concept Cartoons ve výuce

Concept Cartoons se používají při skupinové výuce, pokud ale nejsou vhodné podmínky pro skupinovou práci, mohou žáci pracovat samostatně (Hejnová 2013). Žákům jsou předkládány s otázkami „Co si myslíš?“, „Které děti na obrázku mají pravdu a proč?“ (Samková 2020). Žáci se tedy nejprve jednotlivě seznámí s úlohou, a pak probíhá diskuse ve skupině, do které může zasáhnout i učitel. Po skupinové diskusi se provede aktivita, která žáky ujistí, zda je jejich názor správný, a poté proběhne diskuse celé třídy (Hejnová 2013).

Dle Hejnové (2013) je několik dalších variant, jak pracovat s Concept Cartoons. Jedna z nich je, že učitel nejprve některé názory v bublinách vymaže a žáci pak do nich doplňují vlastní odpovědi. Další možná varianta je, že děti úlohy Concept Cartoons „hrají“, to znamená, že každý žák obhajuje názor jedné z postav.

Z počátku tuto výukovou pomůcku učitelé dětem předkládali v tištěné podobě, anebo jim na plátně promítali statický obrázek. Časem ale vznikla i interaktivní verze, kdy se na interaktivní tabuli, plátně anebo počítači dětem nejprve ukáže pozadí úlohy, postavy s prázdnými bublinami a text, který je v bublině vlevo nahoře. Poté se po poklepání na ostatní postavy objeví další text. Učitel, podle toho, jak uzná za vhodné, určuje čas, kdy se objeví další text v bublinách a pořadí, ve kterém se ukážou (Samková 2020).

1.2 Matematická témata a očekáváné výstupy

V rámci praktické části této diplomové práce se zaměřuji na písemné práce žáků třetích tříd, proto v této kapitole zmiňuji očekávané výstupy vycházející z RVP ZV[1] 2017, které má žák na konci třetí třídy ovládat. V praktické části této diplomové práce jsou analyzována řešení slovních úloh zaměřené na sčítání, odčítání, násobení a dělení. V této kapitole jsou tedy krátce popsaná tato matematická témata a také slovní úlohy.

1.2.1 Očekávané výstupy

V této kapitole čerpám z RVP ZV (2017, s. 30-34)

Očekávané výstupy pro 1. stupeň ZŠ z oblasti *Matematika a její aplikace* dle RVP ZV (2017) jsou rozdělené do dvou období: první období jsou očekávané výstupy, které by měli žáci ovládat na konci třetí třídy; druhé období jsou očekávané výstupy, které žáci mají ovládat na konci páté třídy. Zároveň je tato oblast rozdělená na čtyři tematické celky, ve kterých jsou specifikované jednotlivé výstupy, které žáci mají zvládnout. Jednotlivé oblasti jsou: *Čísla a početní operace; Závislosti, vztahy a práce s daty; Geometrie v rovině a v prostoru; Nestandardní aplikační úlohy a problémy* (tato poslední část je definována pouze pro druhé období). V tabulkách pod textem jsou uvedeny očekávané výstupy

[1] Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělání

pro 1. stupeň ZŠ pro 1. období, které jsou převzaté z RVP ZV (2017). V RVP ZV (2017) jsou také uvedeny *Minimální doporučené úrovně pro úpravu očekávaných výstupů v rámci podpůrných opatření*, zde je ale neuvádím.

Číslo a početní operace	
M-3-1-01	používá přirozená čísla k modelování reálných situací, počítá předměty v daném souboru, vytváří soubory s daným počtem prvků
M-3-1-02	čte, zapisuje a porovnává přirozená čísla do 1000, užívá a zapisuje vztah rovnosti a nerovnosti
M-3-1-03	užívá lineární uspořádání, zobrazí číslo na číselné ose
M-3-1-04	provádí zpaměti jednoduché početní operace s přirozenými čísly
M-3-1-05	řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje a modeluje osvojené početní operace

Tabulka 1: Číslo a početní operace (převzato z RVP ZV 2017)

Závislosti, vztahy a práce s daty	
M-3-2-01	orientuje se v čase, provádí jednoduché převody jednotek času
M-3-2-02	popisuje jednoduché závislosti z praktického života
M-3-2-03	doplňuje tabulky, schémata, posloupnosti čísel

Tabulka 2: Závislosti, vztahy a práce s daty (převzato z RVP ZV 2017)

Geometrie v rovině a v prostoru	
M-3-3-01	rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa, nachází v realitě jejich reprezentaci
M-3-3-02	porovnává velikosti útvarů, měří a odhaduje délku úsečky
M-3-3-03	rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině

Tabulka 3: Geometrie v rovině a v prostoru (převzato z RVP ZV 2017)

1.2.2 Početní operace sčítání, odčítání, násobení a dělení

Dle RVP ZV (2017) mají žáci na konci třetí třídy naplnit očekávané výstupy z 1. období tematické oblasti *Číslo a početní operace* (tabulka 1). V hodinách aritmetiky se na 1. stupni ZŠ nejčastěji pracuje s přirozenými čísly a s nulou (Divíšek 1989). Do množiny přirozených čísel 0 nepatří, jsou to čísla 1, 2, 3, 4 atd. Množina je nekonečná a značíme jí velkým písmenem $\mathbb{N}$ (Čermák, Červinková 2007).

1.2.2.1 Sčítání

S operací sčítání žáci pracují již od první třídy, je nutné, aby učitel seznamoval žáky s touto operací na příkladech, které se dají dobře vymodelovat na různých předmětech (Divíšek 1989). Je důležité vědět, že sčítání přirozených čísel je **komutativní**, to znamená, že platí: $a + b = b + a$ (např. 23 + 7 = 7 + 23) (Čermák, Červinková 2007). Při operaci sčítání se setkáváme s **neutrálním prvkem** a tím je 0, to znamená, že platí: $a + 0 = 0 + a = a$, přičemž a je přirozené číslo. Jakmile žáci začnou počítat se závorkami, které mohou využít při počítání s přechodem přes desítku, přichází na řadu **asociativnost sčítání,** kdy můžeme závorky při sčítání vynechat (Divíšek 1989). Čermák a Červinková (2007) uvádějí, že platí: $(a + b) + c = a + (b + c)$, přičemž a, b, c jsou přirozená čísla.

Žáci se učí sčítání pamětné a sčítání tzv. písemné. Přičemž u písemného se učí přesný algoritmus (sled kroků), jak čísla sčítat. Učí se ho, až když umí zpaměti počítat základní spoje (Divíšek 1989).

1.2.2.2 Odčítání

Divíšek (1989) uvádí, že operace odčítání je **inverzní** k operaci sčítání. Tedy pokud je operace $a + b = c$ pak inverzí operace je $c - a = b$ (Divíšek 1989). Je to dynamická operace, kdy zmenšujeme, ubíráme a oddělujeme (Blažková 2010). Tuto operaci je vhodné vysvětlovat na příkladu, který se dá ukázat (vymodelovat) na různých předmětech. Jakmile žáci pochopí tuto operaci, ukazují se jim souvislosti s operací sčítání. Odčítání oproti sčítání není asociativní ani komutativní a nemá neutrální prvek. U příkladů, ve kterých je odčítání, nemůžeme vynechat závorky, ani je zaměnit, jako tomu je u sčítání (Divíšek 1989).

Stejně jako u sčítání, tak i u odčítání se žáci učí pamětné odčítání a písemné odčítání, kdy u písemného odčítání používají algoritmus a zkoušku provádí písemným sčítáním (Divíšek 1989).

1.2.2.3 Násobení

Násobení se vysvětluje jako zkrácený zápis součtu několika sobě rovných sčítanců. Žáci se s násobením seznamují ve druhé třídě ZŠ a pokračují ve třetí třídě ZŠ, kdy se postupně seznamují s násobilkovými spoji. Jakmile žáci ovládají základní násobilkové spoje, začínají se učit pamětné násobení mimo obor násobilky a písemné násobení. U písemného násobení je potřeba dbát na správný a pečlivý zápis číslic pod sebe. Při tomto způsobu násobení se využívá přesného algoritmu, kdy se začíná násobit od jednotek a první číslice se píše pod číslici, kterou se zrovna násobí (Divíšek 1989).

Stejně jako pro sčítání tak i pro násobení platí komutativnost a asociativnost. **Komutativnost** znamená, že v oboru přirozených čísel platí: $a \times b = b \times a$. **Asociativnost** znamená, že pro každá přirozená čísla platí: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$. Jako u sčítání, tak i u násobení je **neutrální prvek**, pro násobení jím je číslo 1 (např. $6 \times 1 = 6$). Pro každá přirozená čísla u násobení platí také věta o **distributivnosti**: $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ (Čermák, Červinková 2007).

1.2.2.4 Dělení

Dělení je jedinou **inverzní** operací k násobení. Kdy pro všechny přirozená čísla a, b existuje přirozené číslo c takové, že $a \times b = c$ právě tehdy, když $c : b = a$ a $c : a = b$ (Divíšek 1989). Čermák a Červinková (2007) uvádějí, že tak jak u násobení lze prohodit pořadí činitelů, tak u dělení to nelze. U této operace je důležité znát, že nikdy nedělíme nulou. Výsledek pro takový příklad neexistuje (Divíšek 1989).

Žáci se nejprve učí pamětné dělení v oboru malé násobilky a poté pamětné dělení mimo obor násobilky. Následuje dělení se zbytkem, kdy žáci hledají nejbližší menší násobek dělitele a poté určí zbytek. Dále se pak učí algoritmus písemného dělení, kdy nejprve dělí jednociferným dělitelem a poté i víceciferným (Divíšek 1989).

Při řešení úloh s dělením můžeme využít rozdělení na několik stejných částí, anebo dělení podle obsahu. Můžeme rozdělovat například bonbóny mezi určitý počet dětí na stejně velké části, to znamená, že je budeme rozdělovat po jednom. Každému dítěti tedy dáme jeden bonbón, poté budeme dávat postupně další. Dělení podle obsahu znamená, že pokud budeme mít například třicet bonbónů a budeme jednotlivým dětem dávat šest bonbónů najednou, tak zjistíme kolika dětem můžeme rozdat třicet bonbónů, když každý jich dostane šest (Divíšek 1989).

1.2.3 Slovní úlohy

Slovní úlohy mají pro žáky velký význam, propojují totiž matematiku s reálnými situacemi. Pro žáky je důležité umět řešit tento typ úloh nejen v rámci vzdělávání ve škole, ale týká se to i řešení problémů, které se objevují v jejich každodenním životě (Vondrová 2020). *„Kuřina (2011, s. 65) uvádí, že slovní úlohou obvykle rozumíme slovy popsanou situaci z běžného života nebo určité oblasti poznání, v níž hledáme odpověď na položenou otázku.“* Slovní úlohy by měly být srozumitelné, rozmanité a žáci by se také měli učit nějaké slovní úlohy vymýšlet (Blažková, Matoušková a Vaňurová 2011). Řešení není vždy jednoduché, je to náročný proces o několika krocích (Vondrová a kolektiv 2020) a žáci jsou často, z různých příčin, při řešení neúspěšní (Vondrová 2020). Dle RVP ZV (2017) by žáci na konci třetí třídy měli naplnit očekávaný výstup *M-3-1-05* (tabulka 1).

1.2.3.1 Řešení slovních úloh

Blažková, Matoušková a Vaňurová (2011) uvádí následující postup řešení slovních úloh:

I. žák si s porozuměním přečte zadání slovní úlohy a musí zjistit a porozumět tomu, na co úloha ptá a jaké jsou v ní uvedené údaje. Problém může nastat, pokud je text příliš dlouhý, anebo pokud jsou údaje zapsané číslovkami (např. pět) a ne číslicemi (např. 5).

II. následuje rozbor slovní úlohy, kdy žáci zjišťují, co je v úloze zadané a co je potřeba vypočítat, aby zjistili odpověď na zadanou otázku. Pokud tento krok nesvedou, pokračují v řešení slovní úlohy tak, že zcela náhodně zvolí početní operaci, kterou se úlohu pokusí vyřešit. Při rozboru úlohy je vhodné, aby si žáci udělali grafické znázornění, které jim při řešení pomůže.

III. po rozboru slovní úlohy, žáci přejdou k matematizaci, kdy žáci zapíšou příklad, kterým určí hledaný údaj. Žáci pak řeší matematickou úlohu. Ještě předtím však mohou nejprve řešení úlohy odhadnout. Poté je ještě potřeba provést zkoušku správnosti. Překontrolovat jak výpočet matematické úlohy, tak i jestli je výsledek vzhledem ke slovní úloze reálný.

IV. Nakonec žáci napíšou stručnou odpověď. Blažková, Matoušková, Vaňurová (2011) ještě doporučují v nižších ročnících nejprve formulovat odpověď na slovní úlohu a teprve poté provést zkoušku správnosti, aby se nestalo, že žáci do odpovědi napíšou výsledek zkoušky.

S řešením slovních úloh mají žáci často problémy. Jednou z příčin, proč mohou mít žáci s úlohou problém, je, že se situací, která je v úloze, nemají zkušenosti z běžného života, to může ubírat i na jejich motivaci. Žáci totiž mají raději úlohy, které jsou jim nějak blízké. Problémy některým žákům činní i úlohy, které jsou příliš dlouhé a ve kterých je mnoho informací (včetně číselných údajů), které nejsou pro řešení potřebné. Bylo zjištěno, že na úspěšnost řešení slovní úlohy má i vliv, v jakém pořadí jsou informace v úloze zapsané. Jestliže jsou informace napsané podle toho, jak dějově následují, je úspěšnost ve správném vyřešení úlohy větší (Vondrová a kolektiv 2020).

Vondrová (2020) zmiňuje termín „povrchová strategie“. Jedná se o strategii řešení slovní úlohy, při které žáci dostatečně neproniknou do komplexního zadání úlohy a při jejím řešení se zaměřují jen na některé části zadání. Tato strategie pak vede k neúspěšnému vyřešení slovní úlohy. Jako možné příčiny použití povrchových strategií uvádí Vondrová (2020):

- **návodná čísla,** kdy samotná čísla navozují způsob řešení úlohy (např. pokud žáci vidí dvě čísla, která umí jednoduše vydělit, automaticky je vydělí), avšak správný postup vyplývá ze širšího kontextu úlohy.
- **klíčová slova, signály**, kdy žáci v zadání slovní úlohy naleznou čísla a klíčová slova, z kterých vyvodí, jak postupovat. Ne vždy je to ale správný postup, klíčová slova mohou být tzv. antisignálem, kdy se má provést opačná operace, než na kterou klíčová slova navádějí. Příklad klíčových slov: krát více, krát méně, více, méně, rychleji a další.
- **porovnání s prototypickou úlohou,** kdy jsou žáci zvyklí řešit typové úlohy, a proto někdy aplikují naučený postup na úlohu, která svým zadáním typovou úlohu připomíná, ale její postup řešení je odlišný.

Vondrová (2020) uvádí, jak povrchovým strategiím předcházet. Především zmiňuje, že žáci používají povrchové strategie, pokud vždy vedou k úspěšnému vyřešení úlohy. Je tedy dobré, zadávat úlohy, u kterých řešení povrchovými strategiemi nevede ke správnému výsledku (např. narušit v úloze pořadí informací).

Jestliže učitel zvládne správně diagnostikovat, proč žák chyboval a dokáže odhadnout míru žákova porozumění textu, tak je snazší náprava chybných představ žáků (Novotná a kolektiv 2004).

K řešení slovních úloh je zapotřebí žáky vhodně motivovat, je tedy dobré volit takové úlohy, které žáky zaujmou. Žáky také povzbuzuje k dalšímu řešení slovních úloh pochvala za správně vyřešenou úlohu. Je potřeba volit přiměřené množství slovních úloh a úměrně obtížné k schopnostem žáků (Fehérová, Kučinová, Květoň 2006).

1.2.3.2 Zápis slovní úlohy

Dle Vondrové (2020) je třeba, aby si žák nejprve s porozuměním přečetl celé zadání slovní úlohy a teprve poté začal psát zápis. Zápis může být také v průběhu řešení úlohy pozměňován, lze do něj dopisovat další údaje (Vondrová 2020). Existuje několik druhů zápisu. Je důležité, aby žáci zvolili pro danou úlohu takový zápis, který jim poskytne dostatečné informace o vztazích mezi jednotlivými údaji, může na tom záviset úspěšnost správného vyřešení slovní úlohy. Tvorbu zápisu může ovlivnit učitel tím, že určí, jaký mají žáci udělat – zápis vytvořený na základě vnějšího zásahu. Učitel může ale také zápis zcela nechat na žácích – spontánně vytvořený zápis (Novotná a kolektiv 2004).

Jedna z možností zápisu slovní úlohy je **slovní legenda,** tento typ zápisu volí žáci při řešení nejčastější. V zadané úloze vyhledají důležité informace potřebné k vyřešení úlohy a slovy nebo zkratkami je zapíšou do určitého schématu, ve kterém jsou získané informace přehledné. Dále mohou dané schéma doplnit o tečky, názorné šipky a další symboly, které jim mohou pomoci v porozumění. Zvláštním druhem slovní legendy je legenda tabulková. Důležité informace ze zadané slovní úlohy jsou zapisovány také slovy či zkratkami, ale jsou uspořádané do přehledné tabulky (Vondrová a kolektiv 2020).

Další možností je tzv. **obrázková legenda**, kdy žáci vyhledají v zadání slovní úlohy nejdůležitější informace a jejich vztahy, to pak zaznamenají v obrázku či schématu. Legenda může být doplněna o textové poznámky. Tento typ zápisu je jedním z nejstarších a má několik funkcí, například má pomoci žákům pochopit učivo, udržet jejich pozornost a motivovat je k další práci (Novotná a kolektiv 2004).

Učitelé by měli žáky seznámit se všemi typy zápisu, aby si sami mohli zvolit ten, který jim nejvíce vyhovuje. Jejich výběr zápis velmi ovlivňuje právě to, jaký po nich učitel nejčastěji vyžaduje (Vondrová a kolektiv 2020).

1.2.3.3 Typy slovních úloh řešené na 1. stupni ZŠ

Blažková, Matoušková a Vaňurová (2011) v knize *Kapitoly z didaktiky matematiky (slovní úlohy, projekty)* uvádějí rozdělení slovních úloh na úlohy jednoduché a úlohy složené.

Jednoduché slovní úlohy – tyto slovní úlohy se dále dělí podle početní operace, která je k vyřešení úlohy použitá, a to na úlohy využívající operace sčítání; úlohy využívající operace odčítání; úlohy využívající operace násobení a úlohy využívající operace dělení. V těchto jednotlivých skupinách jsou slovní úlohy dále členěné podle souvislostí z běžného života, které slovní úlohy zobrazují (Blažková, Matoušková a Vaňurová 2011).

Úlohy využívající operace sčítání se dále dělí na: úlohy na určení součtu; úlohy na zvětšení o určitý počet jednotek; úlohy typu „o n-více"; úlohy řešené typem „o n-méně", které jsou řešené sčítáním (Blažková, Matoušková a Vaňurová 2011).

Úlohy využívající operace odčítání se dělí na: úlohy na určení rozdílu; úlohy na zmenšení o určitý počet jednotek; úlohy na porovnávání typu „o n-méně"; úlohy typu „o n-více" řešené odčítáním; úlohy na porovnávání rozdílem. Operace odčítání je inverzní k operaci sčítání, tudíž jsou při řešení slovních úloh tohoto typu jisté souvislosti, například pokud je úloha řešená operací sčítání, zkouška se provádí odčítáním (Blažková, Matoušková a Vaňurová 2011).

Úlohy, které využívají operace násobení, se ještě rozdělují na úlohy na určení součinu; úlohy typu „n-krát více" a na úlohy, které jsou typově „n-krát méně", ale řeší se násobením (Blažková, Matoušková a Vaňurová 2011).

Slovní úlohy, které využívají operaci dělení, se dále člení na úlohy, kdy se rozděluje na stejné části; úlohy na dělení podle obsahu; úlohy typu „n-krát méně"; úlohy, které jsou řešené dělením, ale jsou vystihnuty typem „n-krát více“ a úlohy na porovnávání podílem (Blažková, Matoušková a Vaňurová 2011).

Složené slovní úlohy – existuje spousta situací a variant, které mohou nastat, tudíž je těžší úlohy nějakým způsobem rozčlenit na několik typů. I přesto ale lze úlohy podle určitých shodností dále dělit například podle způsobu řešení úlohy, nebo podle tématu, na který se zaměřují (Blažková, Matoušková a Vaňurová 2011).

2 Praktická část

Praktická část je zaměřena na kvalitativní analýzu dat z písemných prací z matematiky. Zabývám se různými postupy řešení matematických úloh, které žáci používají, správnými i špatnými, častými i méně častými. Pro analýzu jsem si vybrala písemné práce žáků třetích tříd, z různých škol, zaměřené na různá matematické témata. Součástí praktické části jsou ukázky Concept Cartoons, které jsem na základě získaného materiálu vytvořila.

V práci nerozlišuji žáka a žákyni, označuji je jedním slovem žák. Vzhledem k tomu, že veškeré získané práce jsou od paní učitelek, používám pouze označení pro ženy.

2.1 Sběr a zpracování dat

Pro získání dat jsem nejprve kontaktovala ředitele různých vybraných škol – jedna ZŠ z okresu Pelhřimov a jedna ZŠ z okresu Jindřichův Hradec. Zaslala jsem jim email s informacemi a prosbou o umožnění získat potřebný materiál (příloha 1). Poté jsem se spojila přímo s učitelkami třetích tříd, které mi poskytly písemné práce žáků. Zároveň jsem využila příležitosti, že jsem vykonávala praxi z českého jazyka ve třetí třídě na jedné ze základních škol v Českých Budějovicích. Paní učitelku jsem požádala o poskytnutí písemných prací žáků z matematiky. Veškeré vyhodnocení dat je anonymní.

Získala jsem písemné práce od čtyř třetích tříd. Celkem jde o 91 žáků a 420 prací. Přestože se v diplomové práci zaměřuji na písemné práce třetích tříd, získala jsem i několik prací od jedné třídy čtvrté. Jedná se o žáky, od kterých mám i písemné práce ze třetí třídy. V případě potřeby, tak mohu podrobněji pozorovat postupy jednotlivých žáků v průběhu dvou školních roků, více se úlohami zabývat nebudu.

- 3. třída
    - ZŠ PE[2]: 20 žáků, 4 písemné práce
    - ZŠ ČB[3]: 21 žáků, 6 písemných prací
    - ZŠ JH[4]: 24 žáků, 6 písemných prací
      26 žáků, 4 písemné práce

[2] Základní škola z okresu Pelhřimov
[3] Základní škola z Českých Budějovic
[4] Základní škola z okresu Jindřichův Hradec

- 4. třída
    - ZŠ JH: 27 žáků, 5 písemných prací

Na USB flash disku jsem vytvořila strukturu souborů. Každá škola má svůj soubor skládající se ze složek jednotlivých tříd (písemné testy z jedné školy ale z různých tříd – např. „3B“). Dále jsem v jednotlivých třídách udělala složky jednotlivých písemných prací („1P“ = první písemná práce; „2P“ = druhá písemná práce atd.) a v nich jsem vytvořila soubory, do kterých jsem si práce rozdělovala podle známky, kterou žák z písemné práce získal („1“; „2“ atd.).

Pro lepší orientaci a práci s materiálem jsem jednotlivým žákům náhodně přiřadila kódy „1Z“, „2Z“, „3Z“ atd. Čísla před „Z“ jsou proměnlivá podle žáka, který písemnou práci psal. Pokud žák s označením například „1Z“ psal všechny písemné práce, je pod tímto označení ve všech složkách – „1P“, „2P“ atd.

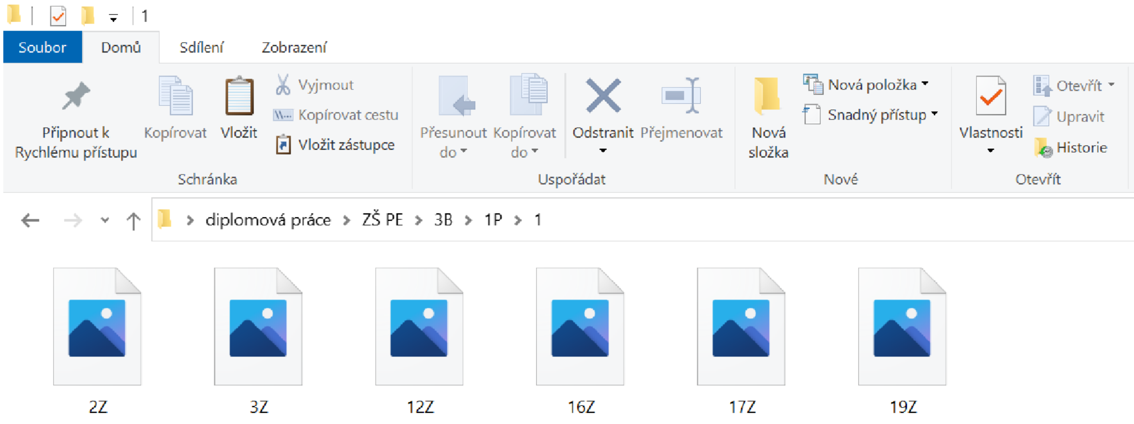
V Microsoft Excelu jsem vytvořila tabulku pro každou školu a třídu a do ní zaznamenala žáky a známky, které dostali z jednotlivých písemných prací. Pokud písemnou práci žák nepsal, zapsala jsem X.

	1P	2P	3P (G)	4P (sl. úlohy)
1Z	2	1	4	3
2Z	1	1	2	1
3Z	1	1	1	1
4Z	2	1	1	2
5Z	X	3	5	3
6Z	3	1	2	3
7Z	2	1	2	X
8Z	3	2	4	4
9Z	2	1	3	3
10Z	3	2	3	1
11Z	2	2	3	2
12Z	1	1	2	1
13Z	3	1	4	3
14Z	3	1	2	2
15Z	2	1	3	1
16Z	1	2	2	1
17Z	1	1	2	X
18Z	3	X	2	1
19Z	1	1	2	1
20Z	3	2	3	3

Obr. 2: Ukázka tabulky v Microsoft Excelu (žák, písemná práce, známka)

Po vytvoření zázemí pro ukládání písemných prací jsem vše oskenovala, pojmenovala a rozřadila do složek. Pokud měla práce dvě, tři, anebo více stránek, pojmenovala jsem první stránku „1Z“, druhou „1Z_1“ a třetí „1Z_2“.

U souborů označující písemné práce jsem si udělala malé poznámky pro pozdější rychlejší orientaci – „3P (G)“ označuje práci, která byla z geometrie (to je zanesené i v tabulkách v Microsoft Excelu). Pro snazší dohledání jsem připsala také krátké poznámky k úlohám, které mě zaujaly již při skenování.



Obr. 3: Ukázka struktury souborů (př. ZŠ PE\3B\1P\1)

2.2 Matematická témata a druhy získaných písemných prací

Převážně se jedná o větší písemné práce: čtvrtletní, pololetní, závěrečné, opakovaní z předchozího ročníku. Ve většině těchto prací se kombinují aritmetické a geometrické úlohy. Některé získané písemné práce jsou kratší, není v nich takový souhrn učiva a zaměřují se buď jen na aritmetické úlohy, nebo geometrické. Jde například o práce zaměřené na slovní úlohy a matematické pětiminutovky („sloupečky“).

Náplní písemných prací je učivo třetí třídy. V aritmetice jsem nalezla úlohy na násobení a dělení v oboru malé násobilky, násobení a dělení mimo obor malé násobilky, dělení se zbytkem, sčítání a odčítání v oboru přirozených čísel do sta, sčítání a odčítání v oboru přirozených čísel do tisíce, porovnávání čísel v oboru přirozených čísel do sta, doplňování číselné řady v oboru přirozených čísel do sta, lichá a sudá čísla, zaokrouhlování na desítky. V geometrii úlohy týkající se bodu, přímky, úsečky, polopřímky, rovnoběžné a kolmé přímky, čtyřúhelníky, kružnice.

2.3 Analýza žákovských řešení matematických úloh

Úlohy jsou rozdělené podle učiva: úlohy na sčítání a odčítání v oboru přirozených čísel do sta, úlohy na násobení a dělení v oboru malé násobilky a úlohy kombinované. Ke každému řešení je hned na začátku připsané, kolik žáků z kolika použilo tento postup. Většina řešení je z písemných prací přepsaná, některá jsou ale vložená jako fotokopie konkrétního řešení pro lepší pochopení. Přepsaná řešení žáků jsem pouze gramaticky a pravopisně opravila. Neprováděla jsem žádné úpravy, které by nějakým způsobem měnily význam nebo výsledek úlohy. Zadání úloh, která jsem přepsala, jsem nijak neupravovala.

2.3.1 Úlohy na sčítání a odčítání v oboru přirozených čísel do sta

I. Maminka pekla perníčky. Upekla 36 stromečků, srdíček upekla o 6 více. Kolik upekla srdíček? Kolik perníčků upekla dohromady?

Písemná práce, ve které byla tato úloha, byla pouze na slovní úlohy. Žáci měli vyřešit čtyři slovní úlohy. Paní učitelka vyžadovala zápis, příklad, odpověď. Písemnou práci psalo osmnáct žáků z dvaceti.

Řešení úlohy žáky:

1. *[6 žáků z 18]*[5]

Zápis:

stromečků……36 ←

srdíček…… o 6 více než

srdíček…… ?

dohromady…… ?

36 + 6 = 42

Maminka upekla 42 srdíček.

36 + 42 = 78

Maminka dohromady upekla 78 perníčků.

Takto vyřešená úloha je zcela správně. Žák má správně zápis (včetně vyznačení šipkou), příklad, výpočet i obě odpovědi. Celkem tento postup zvolilo sedm žáků, jeden

[5] Kolik žáků z kolika řešilo tuto úlohu následujícím způsobem. Konkrétně v tomto případě 6 žáků z 18.

z nich si ale špatně ze zadání opsal, kolik je stromečků (místo 36 počítal s 24). Postup měl správný, ale vzhledem ke špatně opsanému číslu výsledek jiný.

2. *[1 žák z 18]*

Žák má zcela správně zápis. Kolik maminka upekla srdíček, zvládl také bezchybně vypočítat (36 + 6 = 42). Kolik perníčků upekla mamina dohromady, ale správně nevypočítal. Opět sečetl 36 + 6 = 42. Jeho odpověď zněla: „Srdíček upekla 42. Dohromady 42."

3. *[1 žák z 18]*

Zápis:

stromečků 36

srdíček o 6 více

srdíček ?

36 + 6 = 42

Maminka upekla dohromady 76 perníků.

Žák zvládl správně vypočítat, kolik maminka upekla srdíček, ale zapomněl napsat odpověď. Kolik perníčků upekla maminka dohromady, počítal zpaměti (nezapsal si příklad) – vypočítal to nesprávně. Zdá se, že si příklad rozdělil a chtěl počítat zpaměti „(36 + 40) + 2". Vypočítal pouze „(36 + 40)" a poté zapomněl přičíst číslo „2".

4. *[1 žák z 18]*

Zápis:

Stromečků … 36

Srdíček o 6 více

36 × 6 = 6

36 + 6 = 42

Dohromady upekla 42 perníčků. Srdíček upekla 6.

Zápis je neúplný, chybí názorná šipka, že srdíček je více než stromečků. V zápisu není zaznamenáno, na co se úloha ptá („Kolik upekla srdíček? Kolik perníčků upekla dohromady?“). Žák si s úlohou nevěděl rady. I přesto, že má napsané násobení (36×6), tak provedl dělení. Žák ještě neumí násobit mimo obor malé násobilky.

Věděl, že pokud chce vypočítat kolik perníčků maminka upekla dohromady, musí sečíst počet stromečků a počet srdíček.

II. *Jana má ušetřeno 38 Kč. Petra má ušetřeno o 9 Kč méně. Kolik mají ušetřeno obě sestry dohromady?*

Písemnou práci, ve které se objevila tato úloha, psalo dvacet žáku. Jde o pololetní práci, jsou v ní úlohy z aritmetiky i geometrie. Paní učitelka v úloze nevyžadovala zápis, pouze příklad, výpočet a odpověď. Více jak polovina žáků měla tuto slovní úlohu vypočítanou správně.

Řešení úlohy žáky:

1. *[10 žáků z 20]*

$38 - 9 = 29$

$38 + 29 = 67$

Odpovědi žáků: Dohromady mají ušetřeno 67 Kč. Dohromady mají 67 Kč. Dohromady ušetřily 67 Kč. Obě sestry mají dohromady ušetřeno 67 Kč. Obě sestry mají ušetřeno 67 Kč.

Jde o jedno z možných správných řešení, které jsem nalezla v získaných písemných pracích. Všech deset žáku tímto způsobem vyřešilo úlohu správně, lišily se pouze jejich odpovědi. Odpověď „Obě sestry mají ušetřeno 67 Kč.“ může být zavádějící, pokud nebudeme znát zadání a celý žákův postup. Můžeme si pod tím představit, že mají dohromady 67 Kč také ale, že každá zvlášť má ušetřeno 67 Kč. V tomto případě, ale z jeho postupu zjistíme, že tím žák myslel, že sestry mají 67 Kč ušetřeno dohromady.

Celkem tento způsob řešení úlohy použilo dvanáct žáků z dvaceti. Dva z nich ji ale vypočítali špatně. Jeden z nich se přepočítal v tom, kolik ušetřila Petra, vyšlo mu 27, proto mu nevyšlo správně, kolik mají dohromady. Druhý špatně sečetl, kolik mají sestry ušetřeno dohromady (29 + 38), vyšlo mu 88. Tento žák má s učivem výrazné problémy. Z prací, které jsem získala, měl buď za čtyři, nebo za pět. Z jeho prací je vidět, že má problém se sčítáním, odčítáním i malou násobilkou.

2. *[2 žáci z 20]*

První varianty:

38 + (38 − 9) = 67

Dohromady mají obě sestry ušetřeno 67 Kč.

Druhá varianta:

(38 − 9) + 38 = 67

Dohromady mají ušetřeno 67 Kč.

Řešení úlohy tímto způsobem je další možnost, jak lze slovní úlohu vyřešit správně. Nejprve je potřeba vypočítat závorku a až pak přičíst číslo, které je mimo závorku. Celkem tento postup řešení zvolili čtyři žáci, ale pouze dva příklad vypočítali správně. Tito žáci, kteří použili tento způsob řešení (a vypočítali úlohu správně), dosáhli ve všech získaných písemných prací nejlepšího hodnocení.

Dva žáci, kteří použili také tento postup, ale úloha jim nevyšla správně, chybovali ve výpočtu závorky. Nejprve začali správně s výpočtem závorky, ale místo 29 jim vyšlo 31. Celý příklad jim pak vyšel 69. Zvolili správný postup, ale chybně počítali.

3. *[2 žáci z 20]*

38 − 9 = 29

Obě sestry mají 29.

Žáci správně čísla od sebe odečetli, ale už nevěděli, že jim vyšlo, kolik má ušetřeno Petra, a ne kolik mají ušetřeno obě sestry dohromady.

4. *[1 žák z 20]*

38 + 9 = 47

Dohromady mají 47 Kč.

Žák dvě čísla z úlohy sečetl. Řešení není správné.

III. Pavel měl 65 Kč. Koupil si sešit za 10 Kč a fixy za 30 Kč. Kolik korun mu zbylo?

Úloha je ze čtvrtletní práce, ve které byly úlohy aritmetické i geometrické. Práci psalo devatenáct žáků z jednadvaceti. Paní učitelka v úloze vyžadovala výpočet a odpověď. Více jak polovina žáků úlohu vyřešili správně.

Řešení úlohy žáky:

1. *[9 žáků z 19]*

První varianta:

65 − 10 − 30 = 25

Odpovědi žáků: Pavlu zůstalo 25 žáků. Pavlovi zbylo 24 Kč. Pavel má 25 Kč.

Žáci úlohu vyřešili správně. Od peněz, které měl Pavel (65), odečetli cenu sešitu (10) a cenu fix (30), tím zjistili, kolik korun Pavlovi zbylo (25). Tři žáci z těchto devíti napsali v příkladu i závorky: (65 − 10) − 30 = 25. V tomto případě nejsou závorky nutné.

Jeden z devíti žáků měl správný výpočet, ale do odpovědi napsal místo čísla 25, které mu vyšlo, číslo 24.

Druhá varianta:

65 − 10 = 55

55 − 30 = 25

Zbylo mu 25 Kč.

Tato varianta řešení je téměř stejná jako první varianta. Použil ho jeden žák z těchto devíti. Žák si pouze příklad rozepsal do dvou, jinak je postup stejný – úlohu vyřešil správně.

2. *[7 žáků z 19]*

První varianta:

65 − (10 + 30) = 25

Odpovědi žáků: Pavlovi zbylo 25 Kč. Zbylo mu 25 korun.

Úlohu vyřešili správně. Nejprve si sečetli cenu sešitu a fixů, to pak odečetli od toho, kolik peněz Pavel měl, tím zjistili, kolik korun Pavlovi zbylo.

Druhá varianta:

10 + 30 = 40

65 − 40 = 25

Pavlovi zbylo 25 Kč.

Druhá varianta je téměř totožná jako první. Žák si to pouze místo jednoho příkladu rozepsal do dvou. Úlohu vyřešil správně.

3. *[1 žák z 19]*

65 + 10 − 30 = 45

Pavlovi korun zbylo 45.

Žák nejprve k penězům, co měl Pavel, přičetl cenu sešitu, poté od toho odečetl cenu fixů – vše si zapsal do jednoho příkladu. Číslo, které dostal, označil za výsledek. Úlohu nevyřešil správně.

4. *[1 žák z 19]*

10 − (65 − 30) = 35

Pavlovi zbylo 35 Kč.

Úloha není vyřešená správně. Žák prvně napsal cenu za sešit a od toho chtěl odčítat číslo 35, které získal po odečtení ceny fixů (30) od částky, kterou Pavel měl (65). Číslo, které mu vyšlo po vypočítání závorky (35), si nad ní napsal. Zjistil, že číslo 35 od 10 neodečte. Jako výsledek celého příkladu napsal výsledek závorky.

5. *[1 žák z 19]*

63 : 30 = 15

Pavlovi zbylo 15 fixů.

Řešení úlohy není správné. Žák se snažil vydělit částku kterou měl Pavel (65) cenou fixů (30). Ani odpovědí neodpovídal na to, na co se úloha ptá.

IV. *Panelový dům má dva vchody. V jednom vchodu je 24 bytů, ve druhém je o 7 bytů více. Kolik bytů je v celém domě?*

Slovní úloha je z písemné práce, kterou psalo dvacet žáků z jednadvaceti. Paní učitelka vyžadovala zápis, výpočet a odpověď. Úlohu vyřešila více jako polovina žáků.

1. *[12 žáků z 20]*

Tito žáci zvolili správný postup. Jsou tři varianty postupů, které se objevily, princip zůstává stejný, ale liší se v tom, jak je příklad zapsaný. První variantu mělo devět žáků z těchto dvanácti, druhou měl jeden žák a třetí měli dva žáci. Všechny tři varianty jsou správně.

První varianta:

v jednom 24 bytů

ve druhém o 7 bytů více

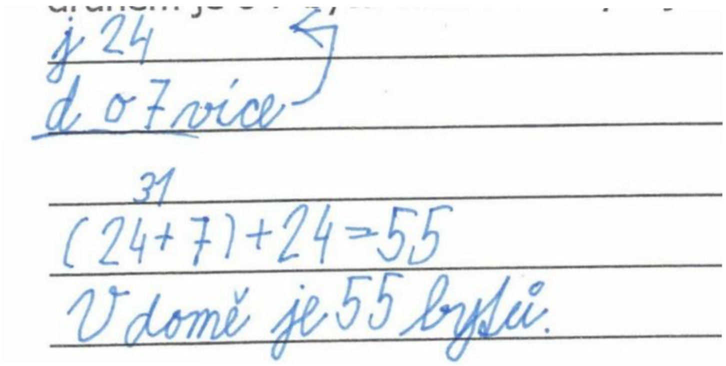
24 + 7 = 31

24 + 31 = 55

Odpovědi žáků: V celém domě je 55 bytů. V celém paneláku bylo 55 bytů. V domě je 55 bytů.

Zápisy se u žáků příliš nelišily, zvolila jsem tedy jeden z nich. Většina nemá zápis příliš obsáhlý, z tohoto zápisu se může zdát, že se slovní úloha ptá na počet bytů v druhém vchodě, a ne na celkový počet bytů v domě. U jednoho z žáků je v zápise chyba v názorné šipce. Šipku napsal v opačném směru (vede od „24 bytů“ k „o 7 bytů více“), příklad ale vypočítal správně. Jednomu z žáků názorná šipka chybí úplně. Žáci nejprve vypočítali, kolik bytů je ve druhém vchodu tak, že k počtu bytů v prvním vchodu přičetli číslo sedm (o tolik je v druhém vchodu více bytů). Poté sečetli počet bytů v prvním a druhém vchodu.

Druhá varianta:


j 24
d o 7 více
31
(24+7)+24=55
V domě je 55 bytů.

Obr. 4: Jedno z žákovských řešení slovní úlohy „byty"

Žák má velmi zjednodušený zápis, chybí v něm zásadní informace o tom, že se úloha ptá na celkový počet bytů v domě. Řešení je velmi podobné první variantě, pouze místo rozepisování do dvou příkladů, vše zapsal do jednoho. Ze všech písemných prací, které jsem získala, má žák jedničku.

Třetí varianta:

1. vchod 24 bytů

2. vchod má o 7 bytů více

celkem ?

24	31
7	24
31	55

V celém domě je 55 bytů.

Tato varianta je také správně. Žáci si pouze čísla, místo vedle sebe, zapsali pod sebou.

2. *[3 žáci z 20]*

J 24

D o 7 bytů více

v celém domě ?

24 + 7 = 31

V celém domě je 31 bytů

Úloha není vyřešená správně. Žáci k počtu bytů v prvním vchodu přičetli, o kolik je více bytů v druhém vchodu. Tímto vyřešili, kolik je bytů v druhém vchodu, nikoliv kolik bytů je v celém domě. Aby získali správné řešení, měli ještě sečíst počet bytů v prvním a druhém vchodu. V zápisu jeden z těchto třech žáků nenapsal názornou šipku, jinak se příliš nelišily.

3. *[1 žák z 20]*

24 bytů V

D o 7 bytů více

24 + 7 = 36

V celém bytu je 36 vchodů panelových.

Žák má neupravený a nesrozumitelný zápis. Řešení není správné. Stejně jako v předchozím řešení žák čísla sečetl a výsledek označil za výsledek slovní úlohy. Oproti předchozímu řešení ale příklad 24 + 7 chybně vypočítal. V odpovědi pak odpovídá na něco jiného, než se úloha ptá. Ze získaných písemných prací tohoto žáka je znát, že žák má problémy nejen s porozuměním slovní úloze, ale i s formulací odpovědi a i se samotnými výpočty příkladů.

4. *[1 žák z 20]*

vchod 2

24 + 2 = 26

V panelovém domě je 26 pater.

Řešení úlohy není správné. Žák nemá v zápise zapsané důležité informace, má v něm pouze informaci, že jsou v panelovém domě dva vchody. K počtu bytů v prvním vchodu přičetl číslo dva, které nám určuje počet vchodů. V odpovědi odpovídá na něco jiného, než se úloha ptá. Navíc ze zadání úlohy nejde vůbec zjistit kolik pater panelový dům má.

2.3.2 Úlohy na násobení a dělení v oboru malé násobilky

I. Komín je vysoký 21 metrů. Dům je vysoký 7 metrů. Kolikrát je komín vyšší než dům?

Slovní úloha se objevila v pololetní práci, kterou psalo dvacet žáků. V písemné práci byly úlohy aritmetické i geometrické. Úloha dělala dětem potíže. Správně ji vyřešilo šest žáků. Ostatní se ke správnému výsledku nedostali. Jeden žák úlohu vůbec nezačal řešit, jiní řešili úlohu sčítáním, anebo odčítáním. V této úloze paní učitelka nevyžadovala zápis. Žáci mají pouze příklad, výpočet a odpověď. Tři z dvaceti v odpovědi zaměňují slovo „vyšší" za „větší" a jeden žák použil v odpovědi slovo „dlouhý".

Řešení úlohy žáky:

1. *[6 žáků z 20]*

21 : 7 = 3

Odpovědi žáků: Komín je 3krát vyšší než dům. Komín je 3krát větší než dům. Komín je 3krát větší.

Toto řešení slovní úlohy je v pořádku. Někteří žáci v odpovědi zaměnili slovo „vyšší" za „větší".

2. *[6 žáků z 20]*

21 − 7 = 14

Odpovědi žáků: Komín je vyšší než dům o 14 metrů. Komín je větší o 14 m. Komín je vyšší o 14 metrů.

Žáci si nevšimli, nebo neporozuměli, že se úloha neptá na to, o kolik metrů je komín vyšší než dům, ale kolikrát je komín vyšší. Pokud by se úloha ptala, o kolik je komín vyšší než dům, bylo by jejich řešení správné. Slovo „kolikrát" je ale mělo navést, že mají dělit.

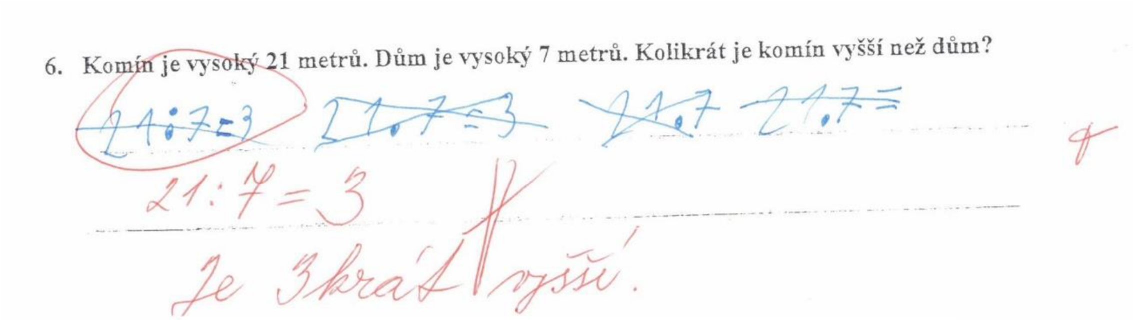
3. *[3 žáci z 20]*

21 + 7 = 28

Odpovědi žáků: Komín je vyšší o 28 m než dům. Dům je 28 metrů dlouhý.

Řešení není správné. Stejně jako žáci, kteří čísla odčítali, tak ani tito (kteří čísla sčítali) neporozuměli, že se úloha neptá „o kolik“ ale „kolikrát“.

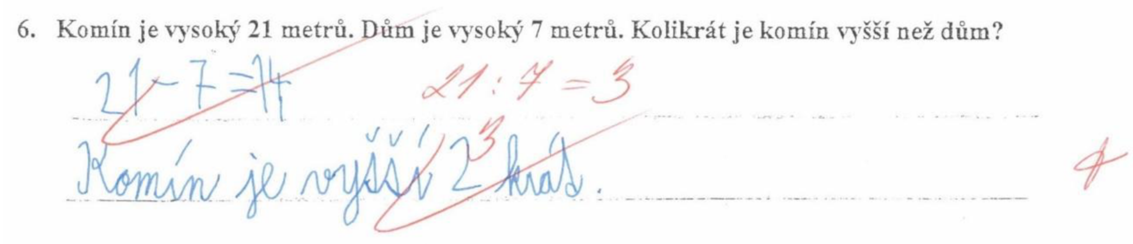
4. *[1 žák z 20]*



Obr. 5: Jedno z žákovských řešení slovní úlohy „komín“

Na tomto řešení je vidět, že žák si s úlohou nedokázal poradit. Nejprve správně použil operaci dělení (21 : 7 = 3). To, ale následně škrtnul. Poté čísla zkoušel mezi sebou vynásobit, několikrát. Tato čísla, ale ještě vynásobit nezvládne. Je možné, že ho v zadání zmátlo slovo „kolikrát“ – spojil si to s násobením. Díky tomuto slovu, ale nepoužil sčítání nebo odčítání, jako někteří jeho ostatní spolužáci.

5. *[1 žák z 20]*



Obr. 6: Jedno z žákovských řešení slovní úlohy „komín“

Žák (jako většina jeho spolužáků) čísla od sebe odečetl (21 − 7). Uvědomil si ale, že se úloha ptá na to, kolikrát je komín vyšší. Číslo 14 (které mu vyšlo po odečtení čísla 7 od 21) je dvojnásobek čísla sedm. Jeho odpověď tedy zněla: „Komín je vyšší 2krát.“

II. *Malá svíčka vydrží hořet 5 hodin. Velká adventní svíce vydrží hořet 6krát déle. Jak dlouho vydrží hořet velká svíce?*
RÚ[6]: Jak dlouho vydrží hořet čtyři velké svíce, když je zapálíme najednou?

Úloha je z písemné práce, která byla zaměřená na slovní úlohy. Práci psalo osmnáct žáků z dvaceti. Žáci měli napsat zápis, příklad a odpověď. Úloha většině nedělala potíže, správně ji zvládli vyřešit téměř všichni žáci. Rozšiřující úloha (RÚ) pro ně už tak snadná

[6] Rozšiřující úloha

ale nebyla, tu vyřešili pouze čtyři žáci. Zvlášť rozepisuji „základní úlohu“ a poté úlohu rozšiřující.

Řešení „základní“ úlohy žáky:

1. *[13 žáků z 18]*

<u>Zápis:</u>

malá……5 hodin

velká……6krát déle

velká……?

$5 \times 6 = 30$

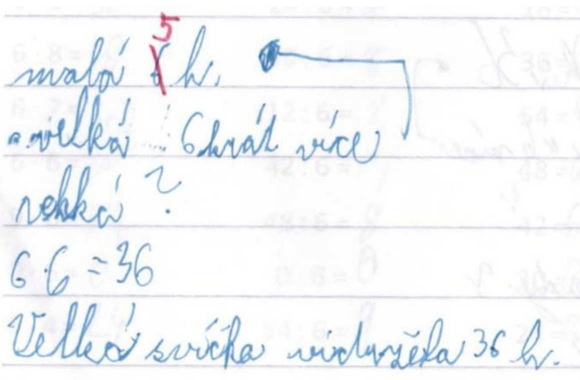
Odpovědi žáků: Velká svíčka vydrží 30 hodin. Velká vydrží hořet 30 hodin. Velká svíce dokáže hořet 30 hodin. Velká hoří 30 hodin. Velká adventní svíce vydrží 30 hodin. Velká svíčka vydrží 30.

Zápisy žáků se téměř nelišily, proto jsem vybrala jeden z nich a ten uvedla. Většina ho měla srozumitelný a správně, někteří neměli názornou šipku. Někteří žáci v zápisu u velkých svíček napsali místo „déle“ slovo „více“.

Ze zadání úlohy („základní“) je zřejmé, že se má násobit – „krát déle“. Toto řešení je tedy správné. Většina žáků si příklad zapsala jako 5×6, někteří si ale napsali 6×5. Na pořadí činitelů nezáleží, výsledek bude stejný, obě varianty jsou v pořádku.

Odpověď jednoho z žáků zněla: „Velká svíčka vydrží 30.“ Žák zvolil správný postup řešení úlohy, jako většina jeho spolužáků. Je ale potřeba do odpovědi napsat, že se jedná o hodiny (30 hodin).

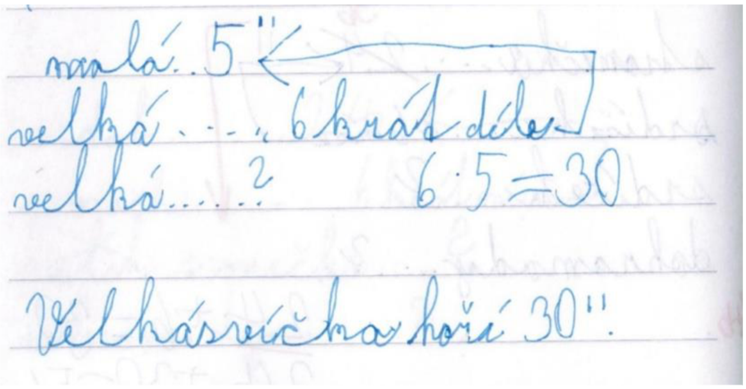
2. *[1 žák z 18]*



Obr. 7: Jedno z žákovských řešení slovní úlohy „svíčky“

Žák zvolil stejný správný postup, jako žáci v předchozím řešení. Při psaní zápisu, ale udělal chybu – zapsal chybně dobu, jak dlouho vydrží hořet malá svíčka. Postup má správný.

3. *[1 žák z 18]*



Obr. 8: Jedno z žákovských řešení slovní úlohy „svíčky“

Žák zvolil správný postup řešení úlohy. Použil ale špatné označení pro hodinu. Hodina má zkratku buď *h.* nebo *hod.* (Hodina 2008–2021). „Dvě čárky nahoře“ za číslem označují úhlovou vteřinu (Směrnice rady 1979) nebo jednotku palec (Larrecey 2011).

4. *[2 žáci z 18]*

První řešení:

<u>Zápis:</u>

hořet 5

hořet o 6 déle

hořet ?

5 + 6 = 11

Malá svíčka vydrží hořet 11 hodin.

Zápis je nepřesný a chybný – žák chybně zapsal „o 6 déle“. Velká svíčka vydrží hořet „6krát déle“ ne „o 6 déle“. Žák dvě čísla místo násobení sečetl – tento postup není správný. Odpověď je také chybná, úloha se neptá na to, jak dlouho vydrží hořet malá svíčka ale velká.

Druhé řešení:

<u>Zápis:</u>

Malá

Velká

Velká ?

$5 + 6 = 11$

Velká svíčka vydržela 11 hodin.

Zápis je neúplný, chybí číselné údaje. Žák místo násobení čísla sčítal, takový postup není správný.

5. *[1 žák z 18]*

svíčka 5 hodin

$5 \times 6 = 30$

Svíčka hoří 5 hodin.

Svíčka hoří 30 minut.

$30 + 5 = 35$

Svíčka hoří 35 minut.

Řešení úlohy nemá žádnou „strukturu“ – zápis, příklad, odpověď. Řešení je velmi zmatené. Žák prvně správně čísla mezi sebou vynásobil, ale chybně určil, co tím zjistil. Ze získaných písemných prací je znát, že žák má problém porozumět slovním úlohám.

Řešení rozšiřující úlohy žáky:

RÚ: Jak dlouho vydrží hořet čtyři velké svíce, když je zapálíme najednou?

Správně na úlohu odpověděli čtyři žáci. Osm žáků z osmnácti nemělo žádnou odpověď.

1. *[3 žáci z 18]*

Odpovědi žáků: Stejně dlouho. 30 hodin. Svícen vydrží hořet 30 h.

Žáci na rozšiřující úlohu odpověděli správně, tito žáci správně vypočítali i úlohu „základní“.

2. *[1 žák z 18]*

Odpověď žáka: Všechny velké svíčky 36 h.

Žák uvažoval také správně jako žáci v předchozím řešení, ale protože se již v zápisu přepsal (místo toho, že malá svíčka hoří 5 hodin, napsal 6 hodin), vyšel mu výsledek 36 h.

3. *[1 žák z 18]*

Odpověď žáka: 4 velké svíce nejde.

„Základní“ úlohu žák vyřešil správně. U rozšiřující napsal, že to nelze – není ale jasné, jak dospěl k této odpovědi.

4. *[1 žák z 18]*

Odpověď žáka: Velké svíčky vydrží hořet 120 hodin.

Žák vyřešil „základní“ úlohu správně. Rozšiřující úlohu vypočítal jako 4krát 30 hodin, toto řešení není správné, zapalujeme všechny svíčky najednou. Toto řešení by bylo správné, kdybychom zapalovali 4 svíčky postupně, vždy když dohoří předchozí zapálili bychom hned následující.

5. *[1 žák z 18]*

Odpověď žáka: 4 svíčky vydrží 12 hodin.

„Základní“ úlohu zvládl žák vyřešit správně. U rozšiřují úlohy má pouze odpověď, není tedy zcela jasné, jak úlohu řešil, nejspíše chtěl zvolit stejný postup řešení, jako žák v předchozím řešení (4 × 30), ale chybně násobil. Řešení není správné.

6. *[1 žák z 18]*

Odpověď žáka: 130″

Žák v „základní“ úloze zvolil správný postup řešení, použil ale špatné označení pro hodiny, to použil i v úloze rozšiřující, kterou správně nevyřešil. Označení pro hodinu je buď *h.* nebo *hod.* (Hodina 2008–2021). Žák má pouze odpověď, není jasné, jak úlohu řešil, odpověď ale není správná.

2.3.3 Úlohy kombinované

V úlohách se v různé míře kombinuje sčítání a odčítání s násobením a dělením.

I. *Selka na statku u Lebedů sbírala 8 dní po 9 vajíčkách. Potom 30 vajíček prodala. Kolik vajíček jí zbylo?*

Tato slovní úloha je z pololetní písemné práce, ve které jsou úlohy aritmetické i geometrické. Práci psalo celkem dvacet šest žáků, z toho jeden měl písemnou práci o tuto slovní úlohu zkrácenou (nezapočítávám ho). Paní učitelka vyžadovala zápis, výpočet a odpověď. V pracích nejsou žádné zajímavosti v zápisech úlohy. Až na jednoho žáka, který jako zápis opsal celou slovní úlohu. Zápisy proto u řešení neuvádím. Dvanácti žákům vyšla úloha správně.

Řešení úlohy žáky:

1. *[10 žáků z 25]*

$8 \times 9 - 30 = 42$

Odpovědi žáků: Zbylo jí 42 vajíček. Selce zbylo 42 vajíček. Vajíček zbylo 42. Vajíček jí zbylo 42.

Řešení úlohy tímto způsobem je správně. Z těchto deseti žáků, kteří použili tento postup, pět žáků napsalo v příkladu závorky: $(8 \times 9) - 30$. V případě této úlohy nejsou závorky potřeba, protože násobení má přednost před odčítáním. V řešeních těchto žáků se objevilo několik různých odpovědí na slovní úlohu, všechny jsou správné.

2. *[2 žáci z 25]*

$(8 \times 9) - 30 = 81 - 30 = 51$

Odpovědi žáků: Zbylo jí 51 vajec. Selce zbylo 51 vajíček.

Žáci zvolili správný postup řešení, ale špatně násobili (8×9 není 81 ale 72).

3. *[1 žák z 25]*

$8 \times 9 = 81$

$81 - 30 = 51$

Selce zbylo 51 vajec.

Žák, stejně jako dva žáci z předchozího řešení, špatně násobil: $8 \times 9 \neq 81$. Řešení si rozepsal do dvou příkladů. Postup zvolil správný.

4. *[2 žáci z 25]*

$8 \times 9 = 72$

$72 - 30 = 42$

Zbylo jí 42 vajíček.

Tento postup řešení je stejný, jaký použil žák v předchozím řešení. Tito dva žáci ale počítali bezchybně, mají tedy úlohu vyřešenou správně. Postup je velmi podobný jako první, akorát si to rozepsali do dvou příkladů, místo do jednoho. Stejně jako žáci, kteří úlohu počítali prvním způsobem, tak i tito si prvně vypočítali, kolik měla selka vajíček, když sbírala 8 dní po 9 vajíčkách (8×9). Pak si napsali druhý příklad, kterým vypočítali, kolik vajíček selce zbylo potom, co jich 30 prodala ($72 - 30$).

Celkem tento postup zvolili 4 žáci z 25, ale jen dva z těch čtyř správně počítali – měli správný výsledek. Zbylí dva špatně vynásobili 8×9. Jeden napsal, že je to 73 a druhý to vypočítal jako 81. Kdyby správně násobili, měli by úlohu správně.

5. *[2 žáci z 25]*

$17 + 30 = 47$

Selce zbylo 47 vajíček.

Řešení úlohy tímto způsobem není správně. Číslo 17 žáci získali tak, že čísla 8 a 9 sečetli ($8 + 9$).

Celkem se úlohu takto snažili vyřešit 3 žáci z 25. Jeden z nich kromě toho, že zvolil špatný postup, tak i čísla špatně sečetl, napsal: $17 + 30 = 49$. To se v žádném případě nerovná. Podle jeho prací, nemá žádný výrazný problém se sčítáním a odčítáním příkladů tohoto typu – výjimečně takto chyboval.

6. *[1 žák z 25]*

8 + 9 = 30 − 17 = 23

Zbylo 23 vajíček.

Žák zvolil špatný způsob řešení úlohy – místo násobení zvolil sčítání. Zároveň 8 + 9 se nerovná 30 − 17. Měl to rozepsat do dvou příkladů, anebo to napsat takto: 30 − (8 + 9). I přesto by ale úloha nebyla vyřešená správně.

II. *Čokoládová tyčinka stojí 7 Kč, džus je o 3 Kč dražší. Kolik zaplatil Milan, když si koupil 3 tyčinky a dva džusy?*

Úloha je z písemné práce, ve které jsou převážně úlohy aritmetické ale i jedna geometrická. Práci psalo dvacet žáků z jednadvaceti. U této slovní úlohy paní učitelka vyžadovala pouze příklad, výpočet a odpověď. Úlohu správně vyřešilo deset žáků.

Řešení úlohy žáky:

1. *[8 žáků z 20]*

3 × 7 = 21

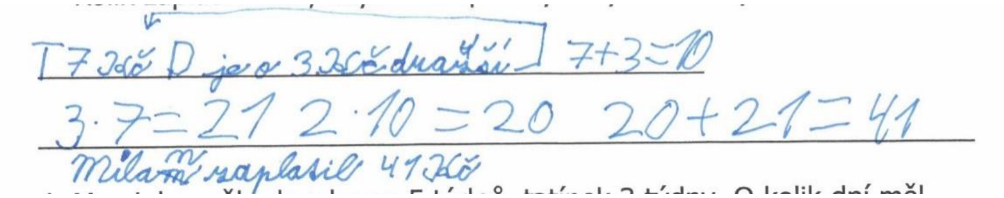
7 + 3 = 10

2 × 10 = 20

21 + 20 = 41

Milan zaplatil 41 Kč.

Úloha je takto vyřešena zcela správně. Žáci si vypočítali cenu za tři tyčinky, cenu za jeden džus a poté za dva džusy. Následně obě čísla, cenu za tři tyčinky a cenu za dva džusy, sečetli. Někteří žáci si prvně vypočítali cenu za jeden džus a pak počítali cenu za tři tyčinky a cenu za dva džusy – v toto případě na pořadí nezáleží. Jeden z těchto osmi žáků si napsal velmi zkrácený zápis i přesto, že zápis paní učitelka nevyžadovala (obr. 9).



Obr. 9: Jedno z žákovských řešení slovní úlohy – ukázka zápisu

2. *[1 žák z 20]*

$7 + 7 + 7 = 21$

$10 + 10 = 20$

$21 + 20 = 41$

Milan zaplatil 41 Kč.

Řešení je správné. Cenu džusu si vypočítal zpaměti (nikam si nepsal příklad). Cenu tří tyčinek zjistil tak, že sečetl tři sedmičky. Stejně vypočítal i cenu dvou džusů, sečetl dvě desítky. Žák nepoužil vůbec násobení (jako žáci v předchozím řešení) i přesto, že už násobení znal a měl by ho ovládat. Příklady na násobení, v jeho dalších písemných prací, měl převážně vypočítané správně. Nakonec obě ceny správně sečetl a napsal odpověď.

3. *[1 žák z 20]*

$7 + 3 = 10$

$3 \times 7 + 2 \times 10 = 21 + 20 = 41$

Žák úlohu vypočítal správně, pouze zapomněl napsat odpověď. Nejprve si vypočítal, kolik stojí džus a pak vše napsal do jednoho příkladu a zjistil celkovou cenu. Jako jediný z těch, co úlohu vyřešili správně, zapsal úlohu pouze dvěma příklady, místo čtyř, které měla většina žáků se správným řešením. Ze všech jeho písemných prací, které jsem získala, tento žák získal nejlepší známku.

4. *[3 žáci z 20]*

$3 \times 7 + 2 \times 3 = 27$

Milan zaplatil 27 Kč.

Žáci správně zapsali, že za tyčinky zaplatí 3×7, ale chybně, že za džusy zaplatí 2×3. Nespočítali si, že za jeden džus nezaplatí 3 Kč ale 10 Kč. Mezi příklady použili správně sčítání. Pokud by si správně spočítali cenu džusu, bylo by jejich řešení správné.

5. *[2 žáci z 20]*

$7 + 3 = 10$

$3 + 2 = 5$

5 + 10 = 15

Odpovědi žáků: Zaplatil 15 Kč. Milan zaplatil 15 Kč za 3 tyčinky a 2 džusy.

Žáci prvně vypočítali, kolik stojí jeden džus (7 + 3). Možná ale ani nevěděli, co tím vypočítali, a pouze nejprve sečetli první dvě čísla v úloze (7 + 3), pak druhá dvě čísla (3 + 2) a nakonec výsledky sečetli (5 + 10). Úloha není vyřešená správně.

6. *[2 žáci z 20]*

První varianta:

7 + 3 + 2 = 12

Milan zaplatil 12 Kč.

Druhá varianta:

2 + 3 = 5

7 + 5 = 12

Dohromady zaplatil 12 Kč.

Varianty jsou téměř totožné, jeden žák si řešení rozepsal do dvou příkladů, jinak je to stejné. Toto řešení není správné. Žáci pouze sečetli čísla, která v úloze viděli. Postup je velmi podobný tomu předchozímu, v tomto žáci akorát nepřičetli ještě jednu trojku, která je v zadání slovní úlohy.

7. *[1 žák z 20]*

7 − 3 = 4

3 + 2 = 5

Milan zaplatil 9 Kč.

Tímto způsobem není úloha vyřešená správně. Žák nejprve první dvě čísla odečetl (7 − 3) i přesto, že se v úloze píše, že džus je dražší než tyčinka. Další dvě čísla pak sečetl (3 + 2). Nakonec výsledky zpaměti (už si nepsal příklad) sečetl. Pokud by provedl kontrolu, zjistil by, že 9 Kč je málo za celý nákup, není to cena ani za dvě tyčinky.

8. *[1 žák z 20]*

9 + 14 = 24

Milan zaplatil 24 Kč.

Žák slovní úlohu vyřešil špatně. Není z toho ani znát, kde vzal čísla 9 a 14, která sečetl. Je možné, že číslo devět získal tím, že vynásobil 3 × 3, a číslo čtrnáct po vynásobení 2 × 7, to je ale pouze má domněnka.

III. Maminka měla dovolenou 5 týdnů, tatínek 3 týdny. O kolik dní měl tatínek kratší dovolenou?

Slovní úloha je z písemné práce, kterou psalo dvacet žáků z jednadvaceti. Písemná práce byla zaměřená převážně na násobení a dělení v oboru malé násobilky. U této slovní úlohy paní učitelka nevyžadovala zápis. Úlohu správně vyřešilo deset žáků. V řešeních žáci počítali týden jako sedm dní a nerozlišovali mezi týdnem kalendářním a pracovním. Obě řešení by byla brána jako správná, protože úloha blíže nespecifikuje, kolik dní mají počítat jako „týden dovolené".

Řešení úlohy žáky:

1. *[7 žáků z 20]*

5 × 7 = 35

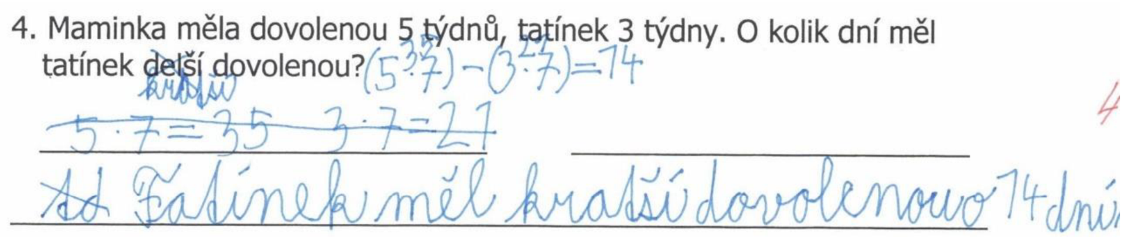
3 × 7 = 21

35 − 21 = 14

Odpovědi žáků: Tatínek měl o 14 dní kratší dovolenou než maminka. Tatínek měl dovolenou kratší o 14 dní.

Úlohu žáci vyřešili správně, je to jedno z možných správných řešení. Nejprve si vypočítali, kolik dní měla dovolenou maminka – sedm je počet dnů v jednom týdnu, takže počet týdnů vynásobili sedmi (5 × 7). Stejným způsobem vypočítali, kolik dnů měl dovolenou tatínek (3 × 7). Poté vypočítali rozdíl těchto dvou čísel (32 − 21) a tím zjistili, o kolik dní měl tatínek dovolenou kratší.

Jeden z těchto sedmi žáků úlohu začal řešit tímto způsobem. Pak ale zjistil, že si výpočet může místo třech příkladů zapsat pouze do jednoho, a tak své řešení škrtnul, zapsal to pouze do jednoho příkladu a správně vypočítal (Obr. 10).



Obr. 10: Jedno z žákovských řešení slovní úlohy „dovolená“

2. *[3 žáci z 20]*

$5 - 3 = 2$

$2 \times 7 = 14$

Odpovědi žáků: Tatínek měl kratší dovolenou o 14 dní. Tatínek měl o 14 dní kratší dovolenou než maminka.

Toto řešení se může pro někoho zdát o něco snazší než to předchozí, ale tímto způsobem úlohu řešilo méně žáků než tím předchozím. Žáci si nejprve vypočítali, o kolik týdnů má tatínek dovolenou kratší než maminka $(5 - 3)$. Poté už si jen týdny přepočítali na dni – jeden týden má sedm dní proto 2×7. Úlohu takto vyřešili zcela správně.

3. *[3 žáci z 20]*

$5 - 3 = 2$

Odpovědi žáků: Tatínek měl o 2 týdny kratší dovolenou. Tatínek měl o 2 týdny méně než maminka

Pokud by se slovní úloha ptala na to, o kolik týdnů měl tatínek kratší dovolenou než maminka, bylo by jejich řešení správné – na třetí třídu by to ale byla v tomto případě velmi snadná slovní úloha. Žáci si nevšimli, že se úloha neptá na týdny ale na dni, úlohu tedy nevyřešili správně.

4. *[2 žáci z 20]*

$5 \times 7 = 35$

$3 \times 7 = 21$

Odpovědi žáků: Tatínek měl dovolenou kratší o 21 dní. Tatínek má o 21 dní dovolenou.

Žáci správně věděli, že pokud chtějí zjistit kolik dní trvala maminky dovolená a kolik tatínka, tak počet týdnů musí vynásobit sedmi. Poté už ale nepočítali rozdíl těchto dvou čísel. Jako výsledek (o kolik měl tatínek dovoleno kratší) napsali číslo, které nám udává, kolik dní měl tatínek dovolenou – úlohu tedy nevyřešili správně.

5. *[2 žáci z 20]*

$5 \times 3 = 15$

Tatínek měl kratší dovolenou o 15 dní.

Žáci pouze mezi sebou vynásobili dvě čísla, která měli k dispozici, a výsledek napsali jako řešení úlohy. Jeden z těchto žáků ani nenapsal odpověď, pouze se o ni pokusil. Z písemných prací tohoto žáka, které jsem získala, je znát, že mu matematika činí velké obtíže. Z několika prací dostal nejhorší možnou známku.

6. *[2 žáci z 20]*

$5 \times 3 = 15$

$3 + 5 = 8$

Tatínek měl kratší dovolenou o 23 dní.

Úloha není takto vyřešená správně. Žáci nejprve vynásobili dvě čísla z úlohy, pak ta samá čísla sečetli. A nakonec ještě obě čísla sečetli.

7. *[1 žák z 20]*

$3 \times 7 = 10$

$5 \times 7 = 35$

$35 + 3 = 38$

Měl kratší o 38.

Toto řešení není správné, navíc žák špatně počítal: $3 \times 7 \neq 10$ (místo násobení čísla nejspíše sečetl).

IV. *Ve třídě 3. A je 32 dětí. Chlapců je o 6 méně než děvčat. Kolik je ve třídě chlapců, kolik děvčat?*

Slovní úloha je z písemné práce, kterou psalo dvacet žáku z jednadvaceti. Žáci měli napsat výpočet a odpověď. Úloha pro ně nebyla snadná – hodně žáků nevědělo, jak úlohu řešit, čtyři žáci nevypočítali vůbec nic. Správnou odpověď mělo sedm žáků, dva z nich neměli ale výpočet, měli pouze odpověď. Ostatní žáci různě čísla z úlohy odčítali a sčítali.

Řešení úlohy žáky:

1. *[4 žáci z 20]*

32 − 6 = 26

26 : 2 = 13

13 + 6 = 19

Odpovědi žáků: Ve třídě je 13 chlapců a děvčat je 19. Děvčat je 19, chlapců je 13.

Žáci slovní úlohu vyřešili správně. Nejprve si od počtu všech dětí odečetli šest dívek, o kterých je kluků méně. Poté mohli získané číslo vydělit dvěma – rozdělit třídu na dvě stejné skupiny dětí. Počet kluků bylo výsledné číslo. K tomu pak přičetli šest dívek, které na začátku odečetli, a tím zjistili počet dívek ve třídě.

2. *[1 žák z 20]*

32 : 2 = 16

16 + 3 = 19

16 − 3 = 13

Ve třídě je 13 kluků a 19 děvčat.

Žák nejprve počet žáků ve třídě vydělil dvěma. K výslednému číslu 16 přičetl tři žáky – tím zjistil počet dívek ve třídě. Poté od čísla 16 odečetl 3 – počet chlapců ve třídě. Úloha žákovi vyšla správně.

3. *[2 žáci z 20]*

První varianta:

$32 - 13 = 19$

Ve třídě je 13 chlapců a 19 holek.

Druhá varianta:

Děvčat je 19 a kluků je 13.

Oba žáci mají správnou odpověď, není ale jasné, jak úlohu vypočítali.

4. *[1 žák z 20]*

$32 - 6 = 26$

$32 - 26 = 6$

Chlapců je 26. Děvčat je 6.

Žák slovní úlohu nevyřešil správně. Nejprve odečetl 6 dívek od počtu žáků – výsledné číslo pak označil za počet chlapců ve třídě. Od celkového počtu žáků odečetl získané číslo z předchozího výpočtu, a to označil za počet děvčat ve třídě.

5. *[2 žáci z 20]*

$32 - 6 = 26$

Odpovědi žáků: Chlapců 26. Ve třídě je 26 chlapců.

Řešení úlohy není správné. Žáci od celkového počtu dětí ve třídě odečetli těch 6 dívek, o kterých je více než chlapců. Výsledek označili jako počet chlapců ve třídě. Počet dívek ve třídě, na které se úloha také ptá, už nezjišťovali.

6. *[1 žák z 20]*

$32 - 6 = 26$

Ve třídě 3. A je 6 kluků a 26 děvčat.

Stejně jako v předchozím řešení i tento žák od celkového počtu dětí ve třídě odečetl číslo 6. Výsledek ale označil za počet dívek ve třídě, kluků napsal, že je 6. Řešení není správně.

7. *[1 žák z 20]*

32 − 6 = 26

Děvčat je 32, kluků je 26.

Žák dvě čísla z úlohy také odčítal, stejně jako žák v předchozím řešení. Výsledné číslo označil za počet kluků ve třídě. Děvčat napsal, že je 32 i přesto, že se v zadání úlohy píše, že je to celkový počet žáků ve třídě. Žák úlohu nevyřešil správně.

8. *[1 žák z 20]*

32 − 6 = 26

Ve třídě je 26 chlapců.

26 − 6 = 20

Děvčat je 20.

Tento žák slovní úlohu také nevyřešil správně. Také začal tím, že od celkového počtu dětí ve třídě odečetl těch 6 dívek. Výsledné číslo pak označil za počet chlapců ve třídě. Od čísla 26 pak ještě jednou odečetl číslo 6 – výsledek napsal jako počet dívek ve třídě. Žák ze zadání úlohy neporozuměl, že dívek je ve třídě více než chlapců.

9. *[1 žák z 20]*

32 −6 = 26

26 + 6 = 32

Děvčat je 26.

Řešení úlohy není správně. Jako většina, tak i tento žák začal tím, že od celkového počtu dětí odečetl 6. Pak ale číslo 6 opět přičetl – není jasné, jestli to udělal pouze jako zkoušku, anebo se tím snažil něco vypočítat.

10. *[2 žáci z 20]*

První varianta:

$32 - 3 = 29$

Ve třídě je 29 dětí

Druhá varianta:

$32 + 6 = 38$

Ve třídě je 38 dětí.

Úloha není vyřešená správně. Oba žáci se snažili vypočítat to, co už je ve slovní úloze dané. Celkový počet žáků ve třídě z úlohy známe. Žáci si buď špatně přečetli, na co se úloha ptá, anebo se snažili vypočítat alespoň „něco“.

V. *Olinka dostala bonboniéru. Bonbóny v ní byly srovnány v 5 řadách. V každé řadě bylo 8 bonbónů. Devět bonbónů Olinka rozdala. Kolik bonbónů jí zbylo?*

Písemnou práci, ze které je slovní úloha, psalo devatenáct žáku z jednadvaceti. Jde o čtvrtletní práci, ve které jsou úlohy aritmetické ale i geometrické. Žáci měli napsat výpočet a odpověď. Správně úlohu vyřešila více než polovina žáků.

1. *[8 žáků z 19]*

$(5 \times 8) - 9 = 31$

Odpovědi žáků: Olince zůstalo 31 bonbónů. Zbylo jí 31 bonbónů.

Tento postup řešení je správně. Žáci si napsali jeden příklad, kdy nejprve vypočítali celkový počet bonbónů v bonboniéře (5×8). Poté odečetli devět bonbónů, které Olinka rozdala, a tím zjistili, kolik jí zbylo. Někteří žáci celkový počet bonbónů v bonboniéře počítali jako 8×5, na pořadí činitelů nezáleží. Jeden z těchto osmi žáků nepoužil závorku, i to je správně, v tomto případě není potřeba, protože násobení má přednost před odčítáním.

2. *[4 žáci z 19]*

$5 \times 8 = 40$

$40 - 9 = 31$

Odpovědi žáků: Zbylo jí 31 bonbónů. Olince zbylo 31 bonbónů. Zůstalo jí 31 bonbónů.

Řešení je téměř totožné jako předchozí a je správné. Žáci si rozepsali postup do dvou příkladů místo do jednoho, jinak jsou postupy identické. Prvně si vypočítali celkový počet bonbónů v bonboniéře a poté odečetli bonbóny, které Olinka rozdala, tím získali správný výsledek. Také v tomto řešení nezáleží, pokud žáci počítají 5×8 nebo 8×5, na pořadí činitelů nezáleží, výsledek bude vždy stejný.

Celkem tento postup použilo pět žáků. Jeden z nich ale špatně počítal. Správně vypočítal příklad 5×8, ale chybně $40 - 9$. To vypočítal jako 32. Jeho odpověď pak zněla: Olince zůstalo 32 bonbónů.

3. *[1 žák z 19]*

$9 - (5 \times 8) = 31$

Olince zbylo 31 bonbónů.

Žák má správný výsledek, ale příklad má špatně zapsaný. Nejprve napsal devět bonbónů, které Olinka rozdala, a od toho chtěl odečíst celkový počet bonbónů v bonboniéře. Takovýto příklad nezvládne vypočítat, ani to není správně. Nakonec to při počítání z paměti obrátil a vypočítal správně $(40 - 9)$, zápis příkladu má ale špatný. V této písemné práci žák udělal tuto chybu dvakrát (v obou slovních úlohách, které v písemné práci byly). V ostatních jeho pracích tuto chybu (nebo podobnou) nemá, slovní úlohy mu nečiní příliš výrazné potíže.

4. *[1 žák z 19]*

$(5 \times 8 = 40) - 9 = 31$

Zbylo jí 31 bonbónů.

Slovní úloha žákovi vyšla správně. Příklad, který použil, ale není správně napsaný. Prvně zapsal příklad na vypočítání bonbónů v bonboniéře: $5 \times 8 = 40$. Poté za to ale ještě připsal devět bonbónů, které bylo třeba odečíst, to se ale nerovná. Závorky, které v zápisu příkladu napsal, jsou naprosto zbytečné, ani s nimi není příklad zapsaný správně. V pracích žáka jsem žádné podobné chyby nezaznamenala.

5. *[2 žáci z 19]*

První varianta:

$5 \times 8 = 35$

Olince bonbónů zbylo 35.

Druhá varianta:

$5 \times 8 = 24$

Olince zbylo 24 bonbónů.

Oba žáci se snažili vypočítat příklad 5×8, ale vypočítali ho nesprávně. Oba pak také získané číslo označili za výsledek. Již neodčítali devět bonbónů, které Olinka rozdala. Slovní úloha není vyřešená správně. Ze získaných písemných prací těchto žáků je znát, že mají se slovními úlohami a malou násobilkou potíže.

6. *[1 žák z 19]*

$5 + 8 = 13$

$13 - 5 = 8$

Zbylo jí 8 bonbónů.

Žák dvě čísla z úlohy sečetl a poté od výsledku odečetl opět jedno číslo z úlohy (5). Tento postup není správný.

7. *[1 žák z 19]*

$8 + 5 = 12$

$12 - 9 = 3$

Olince zbyly 3 bonboniéry.

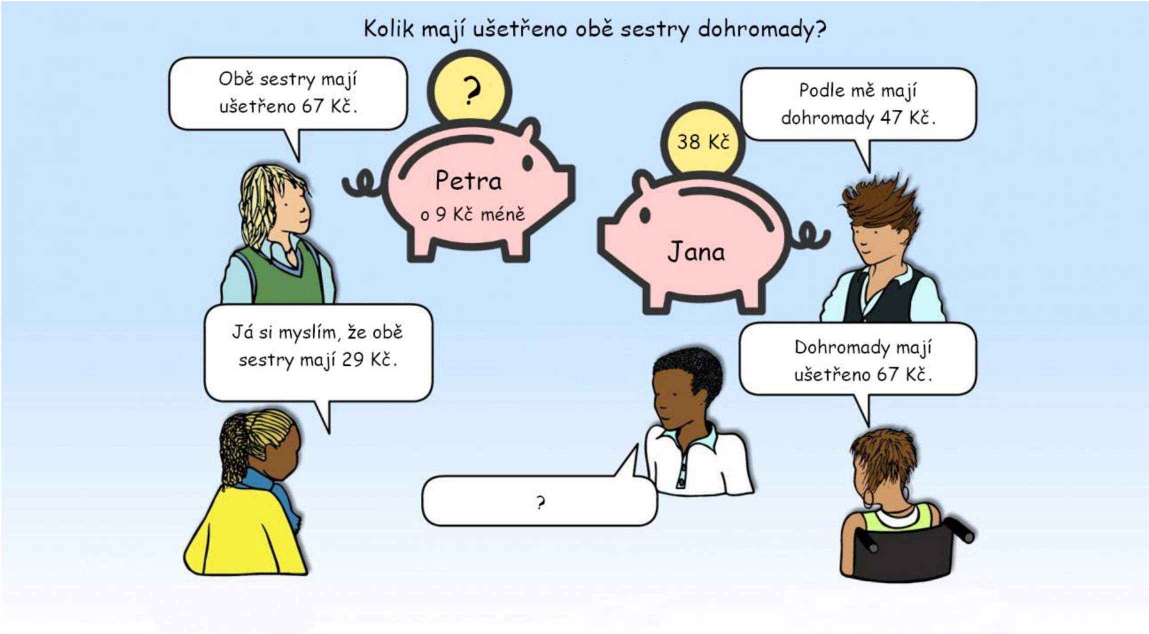
Žák dvě čísla z úlohy chybně sečetl. Od získaného čísla odečetl devět bonbónů, které Olinka rozdala. Získané číslo označil za výsledek. Odpovědí neodpovídá na to, na co se úloha ptá. Žák úlohu nevyřešil správně – zvolil špatný postup a chybně počítal.

2.4 Tvorba úloh Concept Cartoons

V kapitole *1.1.3. Tvorba úloh* jsem zmínila několik možností tvorby Concept Cartoons, které jsou zmiňovány v knize *Metoda Concept Cartoons* (Samková 2020). V této části popisuji již samotný postup, který jsem zvolila při tvorbě několika nových úloh Concept Cartoons, které vycházejí z předchozí analýzy žákovských řešení matematických úloh žáků vybraných třetích tříd.

Nejprve jsem tedy získala písemné práce žáků z několika třetích tříd a vybrala úlohy, které jsou nějakým způsobem zajímavé, u nich jsem provedla analýzu žákovských řešení, poté jsem začala s tvorbou několika úloh Concept Cartoons. Využila jsem již vytvořené sady Concept Cartoons, zdroje jsou uvedené u jednotlivých úloh, u nich jsem v pozadí změnila úlohu za vybranou úlohu z analýzy a do bublin jsem vložila komentáře, které jsem vybrala z řešení žáků.

Ke dvěma vybraným úlohám jsem vytvořila dvě verze Concept Cartoons, ve kterých se liší pouze text v bublinách. Každý si může vybrat, kterou konkrétní verzi využije, podle toho, která se mu bude zdát pro danou situaci vhodnější. Celkem jsem vytvořila šest úloh ve formátu Concept Cartoons. Na následujících stránkách jsou jednotlivé úlohy Concept Cartoons, které jsem v rámci této práce vytvořila. Je u nich i několik poznámek o jejich vytvoření.



Obr. 11: Concept Cartoon – úloha „sestry“;
obrázek převzat z publikace (Naylor a Keogh 2010) a upraven, obrázek prasátek v pozadí převzat z webu (https://www.klipartz.com/en/sticker-png-xopfq)

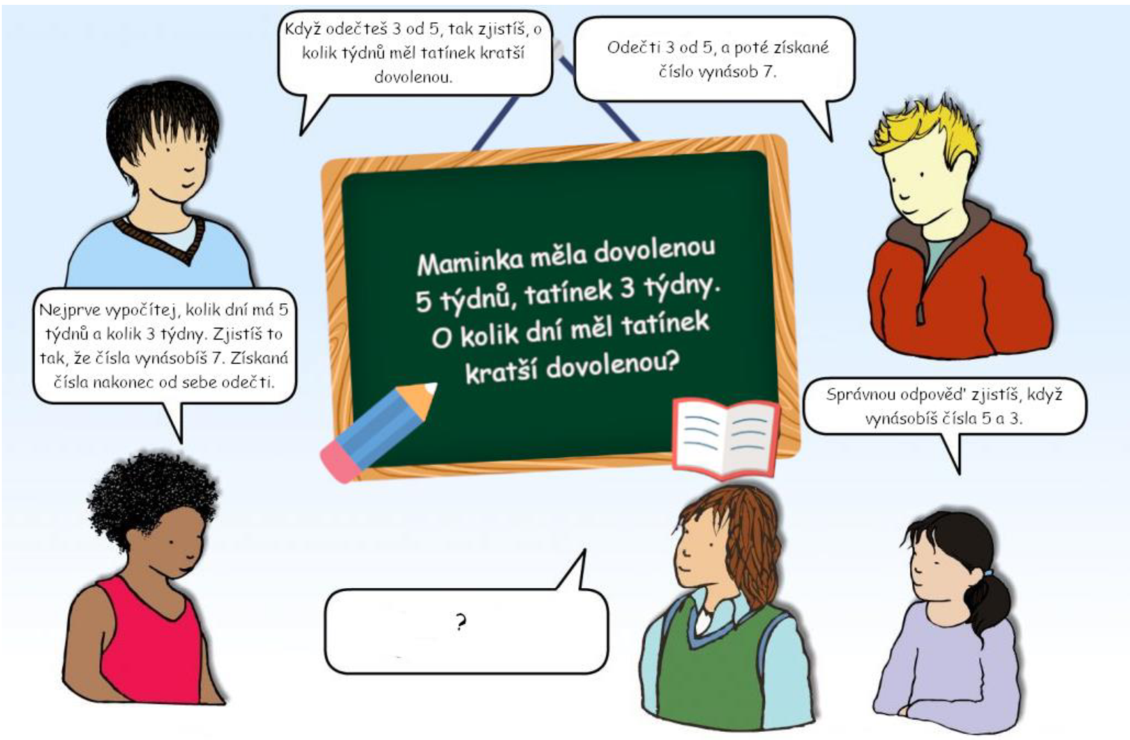
K vytvoření Concept Cartoon – úloha „sestry“ (obr. 11) jsem využila Concept Cartoon z knihy *Science Concept Cartoons* (Naylor a Keogh 2010), který jsem dále podle potřeby upravila. Do pozadí jsem vložila obrázky pro doplnění úlohy a dopsala do nich text potřebný k řešení úlohy. Připsala jsem také otázku, ze které úloha vychází. V bublinách jsou názory, které jsou převzaté z analýzy žákovských řešení z úlohy o sestrách, to je druhá úloha z úloh na sčítání a odčítání v oboru přirozených čísel do sta (kapitola 2.3.1).

Obr. 12: Concept Cartoon – úloha „chlapci a děvčata“;
obrázek převzat z publikace (Turner a kolektiv 2013) a upraven

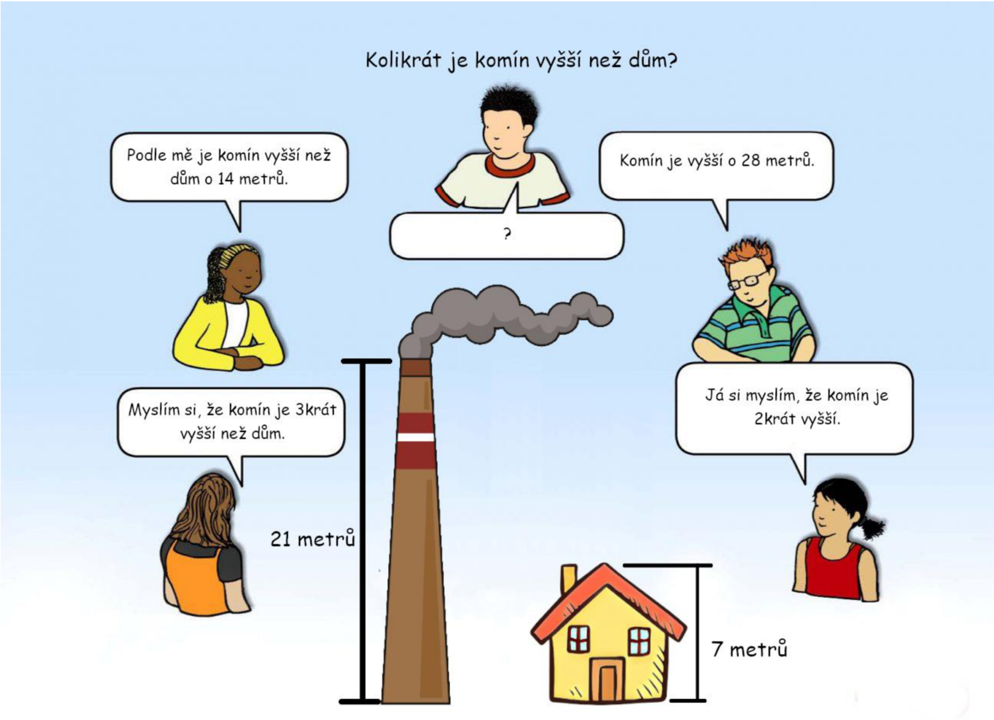
Concept Cartoon – úloha „chlapci a děvčata“ (obr. 12) jsem vytvořila stejně jako předchozí Concept Cartoon. U převzaté úlohy z publikace *English Concept Cartoons* (Turner a kolektiv 2013) jsem změnila text v pozadí za úlohu, která se objevila v získaných písemných prací a do bublin jsem vložila komentáře na základě vytvořené analýzy (čtvrtá slovní úloha v kombinovaných úlohách – kapitola 2.3.3).

Tento Concept Cartoon jsem využila v hodině matematiky ve třetí třídě. Úlohu jsem žákům předložila v tištěné podobě. Byla to již druhá úloha typu Concept Cartoons, se kterou se žáci setkali. Práce ve skupině s touto úlohou žáky velmi bavila. Jejich první reakce byla, že úloha je příliš těžká. Poté, co si ale prošli všechny komentáře v bublinách, již říkali, že to tak těžké není. Jakmile skončili s diskusí v jednotlivých skupinách, diskutovali o úloze jako celá třída, kdy jsme si zároveň pro lepší představivost jednotlivé komentáře v bublinách rozebrali na tabuli.

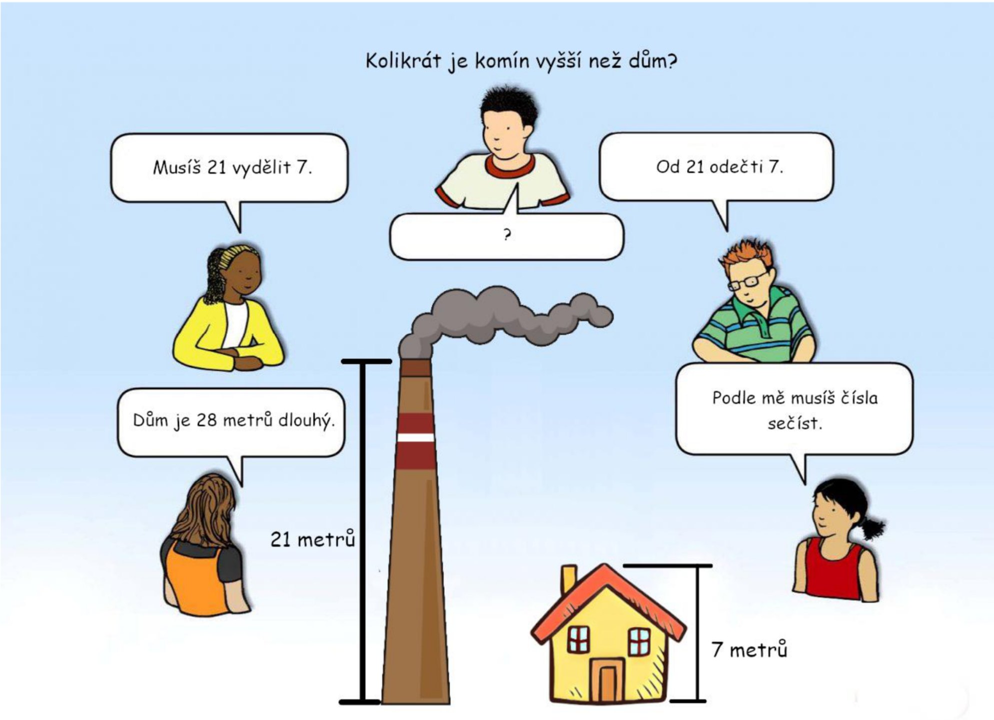
Obr. 13: Concept Cartoon – úloha „dovolená“;
obrázek převzat z publikace (Dabell a kolektiv 2008) a upraven, obrázek tabule převzat z webu (https://pngtree.com/freepng/education-industry-cartoon-blackboard_5467189.html)



Obr. 14: Concept Cartoon – druhá verze úlohy „dovolená“;
obrázek převzat z publikace (Dabell a kolektiv 2008) a upraven, obrázek tabule převzat z webu (https://pngtree.com/freepng/education-industry-cartoon-blackboard_5467189.html)



Obr. 16: Concept Cartoon – úloha „komín“;
obrázek převzat z publikace (Moules a kolektiv 2020), obrázek komínu převzat z webu (https://www.pngkey.com/maxpic/u2t4o0q8e6q8r5a9/), obrázek domu převzat z webu (https://www.subpng.com/png-iwup2v/download.html)



Obr. 15: Concept Cartoon – druhá verze úlohy „komín“;
obrázek převzat z publikace (Moules a kolektiv 2020), obrázek komínu převzat z webu (https://www.pngkey.com/maxpic/u2t4o0q8e6q8r5a9/), obrázek domu převzat z webu (https://www.subpng.com/png-iwup2v/download.html)

Na předchozích dvou stranách jsou dvě sady Concept Cartoons, kdy ke dvěma úlohám byly vytvořeny dvě trochu odlišné úlohy Concept Cartoons, úloha zůstala stejná, ale změnil se text v bublinách. V jedné úloze Concept Cartoon jsou v bublinách přímo odpovědi, které žáci použili. V druhé jsou v bublinách komentáře, které popisují postup, jak úlohu řešili žáci, od kterých jsem získala písemné práce. Každý, kdo bude chtít s těmito Concept Cartoons pracovat, si tak může vybrat, která varianta mu bude více vyhovovat.

Úloha „dovolená" je vytvořená na základě analýzy třetí slovní úlohy v úlohách kombinovaných (kapitola 2.3.3). Concept Cartoons „komín" je pak vytvořen na základě analýzy první slovní úlohy v úlohách na násobení a dělení v oboru malé násobilky (kapitola 2.3.2).

Concept Cartoons „komín" (obr. 15) jsem použila v hodině matematiky ve třetí třídě. Byla to první úloha tohoto typu, se kterou se žáci setkali. Úlohu jsem jim předložila v tištěné podobě. Žáci s úlohou nejprve pracovali ve skupinách po čtyřech, které si sami vytvořili. Práce je velmi bavila. Hned začali s diskusí, do které se zapojili všichni, i slabší žáci, kteří se běžně nezapojují. Po velmi krátké době mi žáci hlásili, že je úloha velmi lehká, že už vědí, který názor v bublině je správný. Ukázalo se ale, že někteří žáci ještě nejsou úplně rozhodnutí, a tak dál probíhala diskuse. Poté každá skupinka vyjádřila svůj názor a vysvětlila, proč si myslí, že tomu tak je a proběhla diskuse s celou třídou. Nakonec se ukázalo, že řešení úlohy Concept Cartoon nebylo úplně tak jednoduché, jak se jim z počátku zdálo a že je potřeba se nad úlohou více zamyslet.

Závěr

Výuková pomůcka Concept Cartoons ukrývá několik možností, jak ji při výuce využít. Sama jsem měla možnost při výuce matematiky ve třetí třídě použít úlohy Concept Cartoons vytvořené v rámci této diplomové práce a už jenom samotná práce ve skupinách žáky velmi motivovala k řešení úlohy.

V první části práce byl zmíněn počátek úloh Concept Cartoons ve světě i u nás, tvorba těchto úloh a práce s nimi ve výuce. Dále byla zmíněná matematická témata, která se vyskytují v praktické části a očekávané výstupy, které jsou dané rámcovým vzdělávacím programem pro základní vzdělání.

V praktické části byla provedena kvalitativní analýza žákovských řešení. Data byla získaná z písemných prací, které mi poskytly paní učitelky několika třetích tříd. Analýza řešení byla provedena u matematických úloh, u kterých bylo několik různých řešení (správných i špatných). Vyhodnocení dat bylo anonymní. Veškeré analyzované úlohy jsou slovní úlohy, které jsou pro tvorbu nových úloh Concept Cartoons velmi vhodné. V písemných prací se objevily i takové úlohy, které nebyly slovní a nabízejí různá řešení, kterými žáci úlohu řešili, pro tuto práci byly ale vybrány právě slovní úlohy.

Nejvíce použitých řešení bylo v úloze o určení počtu chlapců a dívek ve třídě (čtvrtá úloha v kombinovaných úlohách), celkem deset řešení a z toho tři byla správná. V řešení základní úlohy o svíčkách (druhá úloha v úlohách na násobení a dělení v oboru malé násobilky) byli žáci úspěšní nejvíce, úlohu vyřešilo správné třináct žáků z osmnácti. V rozšiřující úloze již tak úspěšní nebyli, tu vyřešili tři žáci z osmnácti. Obtíže měli i s úlohou o komínu (první úloha v úlohách na násobení a dělení v oboru malé násobilky), kterou vyřešilo správně pouze šest žáků z dvaceti.

Na základě analýzy bylo vytvořeno šest úloh ve formátu Concept Cartoons. Analýza může zároveň posloužit k tvorbě dalších takovýchto úloh.

V rámci této diplomové práce jsem měla možnost vidět několik způsobů, jak si učitelé archivují písemné práce žáků a jak známkují. Také jsem získala velké množství matematických úloh.

Literatura

BLAŽKOVÁ, Růžena. Příprava na operace s přirozenými čísly. *Rozvoj matematických pojmů a představ u dětí předškolního věku* [online]. Brno: Fakulta informatiky Masarykovy univerzity, 2010 [cit. 2021-7-2]. Dostupné z: https://is.muni.cz/do/rect/el/estud/pedf/js10/rozvoj/web/pages/priprava-na-operace-s-prirozenymi-cisly.html#soul

BLAŽKOVÁ, Růžena, Květoslava MATOUŠKOVÁ a Milena VAŇUROVÁ. *Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty).* 2. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2011. ISBN 978-80-210-5419-6.

ČERMÁK, Pavel a Petra ČERVINKOVÁ. *Odmaturuj! z matematiky 1.* Vyd. 4. Brno: Didaktis, c2007. Odmaturuj! ISBN 978-80-7358-102-2

DABELL, John, Brenda KEOGH a Stuart NAYLOR. *Concept Cartoons in Mathematics Education - Electronic download.* Millgate House Education, 2008.

DIVÍŠEK, Jiří, Eva KUČINOVÁ a Pavel KVĚTOŇ. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ: celostátní vysokoškolská učebnice pro studenty pedagogických fakult studijního oboru 76-11-8 : učitelství pro 1. stupeň základní školy.* Praha: SPN, 1989. Učebnice pro vysoké školy (Státní pedagogické nakladatelství). ISBN 80-042-0433-3.

Education Industry Cartoon Blackboard. In: *Pngtree* [online]. 2017 [cit. 2021-04-18]. Dostupné z: https://pngtree.com/freepng/education-industry-cartoon-blackboard_5467189.html

Factory Smoke Chimney - Chimney Png. In: *Pngkey* [online]. [cit. 2021-04-18]. Dostupné z: https://www.pngkey.com/maxpic/u2t4o0q8e6q8r5a9/

FEHÉROVÁ, Šárka, Eva KUČINOVÁ a Pavel KVĚTOŇ. *Didaktika matematiky pro základní školy: celostátní vysokoškolská učebnice pro studenty pedagogických fakult studijního oboru 76-11-8 : učitelství pro 1. stupeň základní školy.* Ostrava: Ostravská univerzita v Ostravě, 2006. Učebnice pro vysoké školy (Státní pedagogické nakladatelství). ISBN 80-736-8278-8.

HEJNOVÁ, Eva. Rozvoj kritického myšlení pomocí úloh zadaných formou diskuse. In: *FyzWeb* [online]. 2013 [cit. 2021-6-20]. ISSN 1803-4179. Dostupné z: https://fyzweb.cz/materialy/vlachovice/2013/materialy/hejnova/c-hejnova-ulohy_diskuse.pdf

Hodina. *Internetová jazyková příručka* [online]. Praha: Ústav pro jazyk český Akademie věd ČR, 2008–2021 [cit. 2021-7-3]. Dostupné z: https://prirucka.ujc.cas.cz/?slovo=hodina#bref2

KEOGH, Brenda a Stuart NAYLOR. Concept Cartoons: What Have We Learnt? *In: Journal of Turkish Science Education* [online]. 2013 [cit. 2021-6-20]. ISSN 1304-6020. Dostupné z: https://www.tused.org/index.php/tused/article/view/273/223

KUŘINA, František. *Matematika a řešení úloh.* České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta, 2011. ISBN 978-80-7394-307-3.

LARRECEY, Steven. The Apostrophe, Prime, Acute, Double Prime, and Quotation Mark. *Printing partners* [online]. 2011 [cit. 2021-7-4]. Dostupné z: https://printingpartners.wordpress.com/2011/06/03/the-apostrophe-prime-acute-double-prime-and-quotation-mark/

MOULES, Jo, Jo HORLOCK, Stuart NAYLOR a Brenda KEOGH. *Biology Concept Cartoons - Electronic download.* Millgate House Education, 2020.

NAYLOR, Stuart a Brenda KEOGH. *Science Concept Cartoons: Set 1 - Revised Edition - Electronic download.* Millgate House Education, 2010.

NOVOTNÁ, Jarmila, Milan HEJNÝ a Naďa STEHLÍKOVÁ. *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky.* Praha: Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta, 2004. ISBN 80-7290-189-3.

Piggy bank, Piggy bank png. In: *Klipartz* [online]. [cit. 2021-04-18]. Dostupné z: https://www.klipartz.com/en/sticker-png-xopfq

Property house cartoon yellow home Free Download. In: *Subpng* [online]. 2020 [cit. 2021-04-18]. Dostupné z: https://www.subpng.com/png-iwup2v/download.html

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělání (RVP ZV). In: *Národní ústav pro vzdělání.* Praha: Národní ústav pro vzdělání, 2017. Dostupné také z: http://www.nuv.cz/file/4986/

SAMKOVÁ, Libuše. *Metoda Concept Cartoons*. V Českých Budějovicích: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta, [2020]. Pedagogica et psychologica. ISBN 978-80-7394-798-9.

Směrnice rady: o sbližování právních předpisů členských států týkajících se jednotek měření a o zrušení směrnice. *EUR-Lex: Přístup k právu Evropské unie* [online]. Úřad pro publikace Evropské unie, 1979 [cit. 2021-7-3]. Dostupné z: https://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=CONSLEG:1980L0181:20090527:cs:PD

TRNOVÁ, Eva, Tomáš JANKO, Josef TRNA a Karolína PEŠKOVÁ. Typy vzdělávacích komiksů a analýza jejich edukačního potenciálu pro přírodovědnou výuku. *Scientia in educatione* [online]. 2016, 7(1), 49-64 [cit. 2021-6-20]. ISSN 1804-7106. Dostupné z: doi:10.14712/18047106.225

TURNER, Jane, Brenda KEOGH, Stuart NAYLOR a Chris SMITH. *English Concept Cartoons - Electronic download*. Millgate House Publishers, 2013.

VONDROVÁ, Naďa. Příčiny používání povrchových strategií řešení slovních úloh a jak jim předcházet. *Učitel matematiky*. 2020, 28(2), 66-93. ISSN 1210-9037.

VONDROVÁ, Naďa, Martina ŠMEJKALOVÁ, Jarmila NOVOTNÁ, et al. *Slovní úlohy ve výuce matematiky a českého jazyka: Metodický materiál pro učitele*. Praha: Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy, 2020.

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Přílohy

Příloha 1 – Email s informacemi pro ředitele vybraných škol

Příloha 2 – Seznam použitých slovních úloh ze získaných písemných prací

Příloha 1 – Email s informacemi pro ředitele vybraných škol

Pedagogická fakulta
Faculty of Education
Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

Vážená paní ředitelko, vážený pane řediteli,

jmenuji se Jana Kršková a jsem studentka 4. ročníku studijního programu Učitelství pro 1. stupeň ZŠ na Jihočeské univerzitě v Českých Budějovicích. V rámci své závěrečné diplomové práce se věnuji analýze žákovských řešení matematických úloh. Pro získání potřebných materiálů bych na základě Vašeho souhlasu, a souhlasu učitele, nahlédla do písemných prací z matematiky žáků na 1. stupni ZŠ. V těchto pracích budu vyhledávat a zaznamenávat si řešení úloh žáky, které použiji v praktické části své práce, vše bude anonymní. Tato analýza bude následně využita nejen v mé diplomové práci, ale dále i k tvorbě matematických úloh ve formátu Concept Cartoons.

Jana Kršková

Vedoucí diplomové práce: RNDr. Libuše Samková, Ph.D.

3. prosince 2019

Příloha 2 – Seznam použitých matematických úloh ze získaných písemných prací

Úlohy na sčítání a odčítání v oboru přirozených čísel do sta	
I.	Maminka pekla perníčky. Upekla 36 stromečků, srdíček upekla o 6 více. Kolik upekla srdíček? Kolik perníčků upekla dohromady?
II.	Jana má ušetřeno 38 Kč. Petra má ušetřeno o 9 Kč méně. Kolik mají ušetřeno obě sestry dohromady?
III.	Pavel měl 65 Kč. Koupil si sešit za 10 Kč a fixy za 30 Kč. Kolik korun mu zbylo?
IV.	Panelový dům má dva vchody. V jednom vchodu je 24 bytů, ve druhém je o 7 bytů více. Kolik bytů je v celém domě?
Úlohy na násobení a dělení v oboru malé násobilky	
I.	Komín je vysoký 21 metrů. Dům je vysoký 7 metrů. Kolikrát je komín vyšší než dům?
II.	Malá svíčka vydrží hořet 5 hodin. Velká adventní svíce vydrží hořet 6krát déle. Jak dlouho vydrží hořet velká svíce? RÚ: Jak dlouho vydrží hořet čtyři velké svíce, když je zapálíme najednou?
Úlohy kombinované	
I.	Selka na statku u Lebedů sbírala 8 dní po 9 vajíčkách. Potom 30 vajíček prodala. Kolik vajíček jí zbylo?
II.	Čokoládová tyčinka stojí 7 Kč, džus je o 3 Kč dražší. Kolik zaplatil Milan, když si koupil 3 tyčinky a dva džusy?
III.	Maminka měla dovolenou 5 týdnů, tatínek 3 týdny. O kolik dní měl tatínek kratší dovolenou?
IV.	Ve třídě 3. A je 32 dětí. Chlapců je o 6 méně než děvčat. Kolik je ve třídě chlapců, kolik děvčat?
V.	Olinka dostala bonboniéru. Bonbóny v ní byly srovnány v 5 řadách. V každé řadě bylo 8 bonbónů. Devět bonbónů Olinka rozdala. Kolik bonbónů jí zbylo?