

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI  
PEDAGOGICKÁ FAKULTA  
Katedra matematiky

**Diplomová práce**

Bc. Zuzana Michalovičová

**PROBLÉMOVÉ ÚLOHY VE VÝUCE MATEMATIKY  
NA ZÁKLADNÍ ŠKOLE**

Olomouc 2016

vedoucí práce: doc. RNDr. Tomáš Zdráhal, CSc.

### Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma: Problémové úlohy ve výuce matematiky na základní škole vypracovala samostatně pod odborným dohledem vedoucího diplomové práce a uvedla jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Olomouci dne. ....

Podpis .....

## Poděkování

Děkuji vedoucímu práci doc. RNDr. Tomáši Zdráhalovi, CSc. za odborné vedení diplomové práce, poskytování podnětných rad a materiálních podkladů, velkou dávku trpělivosti a cenné připomínky. Děkuji ředitelům spolupracujících škol, kteří se podíleli na realizaci empirického šetření, za vstřícný přístup a spolupráci.

Zvláštní poděkování patří mé rodině a přátelům za pomoc a podporu po celou dobu mého studia.

## Obsah

Úvod .....	7
<b>1. TEORETICKÁ ČÁST .....</b>	<b>9</b>
<b>1.2. Transmisivní a konstruktivistické pojetí výuky .....</b>	<b>9</b>
<b>1.3. Výukové metody .....</b>	<b>10</b>
1.3.1. Volba výukových metod .....	11
1.3.2. Klasifikace výukových metod .....	12
1.3.3. Klasické výukové metody .....	14
1.3.4. Komplexní výukové metody .....	14
1.3.5. Aktivizující výukové metody .....	15
1.3.5.1. Pojem aktivizující metoda .....	15
1.3.5.2. Pojem aktivita, samostatnost, tvořivost, motivace .....	16
1.3.5.3. Cíle a znaky aktivizujících metod .....	18
1.3.5.4. Metody diskusní .....	20
1.3.5.5. Metody situační .....	22
1.3.5.6. Metody inscenační .....	22
1.3.5.7. Didaktické hry .....	23
1.3.5.8. Metody heuristické, řešení problémů .....	24
<b>1.4. Problémové vyučování .....</b>	<b>26</b>
1.4.1. Problémová situace .....	28
1.4.2. Problémový úkol .....	30
1.4.3. Typy problémových úloh .....	31
1.4.4. Průběh řešení problému .....	32
1.5. Problémové úlohy na internetu .....	36
1.5.1. CEMC - <a href="http://www.cemc.uwaterloo.ca/">http://www.cemc.uwaterloo.ca/</a> .....	36
1.5.2. A+ Click - <a href="http://www.aplusclick.com/">http://www.aplusclick.com/</a> .....	37
<b>2. EMPIRICKÁ ČÁST .....</b>	<b>39</b>

2.1. Empirické šetření .....	39
2.1.1. Cíle a dílčí cíle empirického šetření .....	39
2.1.2. Metody empirického šetření .....	39
2.1.3. Podmínky empirického šetření .....	40
2.2. Sbíрка problémových úloh.....	41
2.2.1. Na farmě .....	41
2.2.2. Krátký konec tyče.....	43
2.2.3. Plný dům hudby.....	44
2.2.4. Soutěž v prodeji čokolády .....	45
2.2.5. Květinová zahrada .....	46
2.2.6. Poměr mezi šedou a bílou.....	47
2.2.7. Spravedlivé dělení .....	48
2.2.8. Výletní loď .....	49
2.2.9. Ztracené číslice .....	50
2.2.10. Aktivity pro studenty .....	51
2.2.11. Pirátský poklad .....	53
2.2.12. Náramek .....	54
2.2.13. Židle pro všechny .....	54
2.2.14. Prodej ovcí.....	55
2.2.15. Stavební kámen .....	56
2.2.16. Tajemný rok.....	56
2.2.17. Objem nádob .....	57
2.2.18. Ledovec .....	58
2.2.19. Králičí město .....	58
2.2.20. Termín odevzdání práce .....	59
2.3. Dotazníkové šetření .....	60
2.4. Shrnutí empirického šetření .....	75

Závěr.....	75
Seznam použité literatury .....	78
Seznam obrázků.....	81
Seznam grafů .....	82

## Úvod

*„Co slyším, to zapomenu. Co vidím, si pamatuji.*

*Co si vyzkouším, tomu rozumím.“*

*-Konfucius-*

Tématem diplomové práce jsou problémové úlohy řešené v matematice na základní škole. Cílem tohoto typu úloh je, aby se žáci naučili samostatnosti, tvořivému myšlení a hlavně aby díky vlastnímu objevování postupů a kroků docílili toho, že opravdu přijdou „na kloub“ matematice a pochopí tak, k čemu jim matematika vlastně je. A časem už třeba učitelé nebudou slýchat ve škole: „A k čemu mi ta matematika vlastně je?“

Je důležité, aby škola dětem poskytla takové prostředí, které je v tvůrčích schopnostech podporuje a povzbuzuje. Povzbuzování by měli být žáci jak nadanější, tak i ty méně nadané. Neučit tak děti jen mechanicky naučeným postupům, které jsou dětem předloženy už jako hotové postupy bez toho, aniž by děti věděly, k čemu jim to vlastně je, proč to mají umět, proč to tak je, proč je ten vzoreček zrovna takhle a ne jinak.... Když si žák bude moci dojít sám na nějaký postup a vztah, tak je samozřejmé, že takovýto postup jen tak nezapomene a nebude to jen „zapamatování si vzorečku na písemku“ a bude jej opravdu chápat.

Heuristická metoda, do které patří i metoda řešení problémů je založena právě na tom, že sami žáci jsou ti, co mají postupy a vztahy vymyslet a přijít na ně. Žáci jsou při objevování takovýchto postupů zvyklí ptát se učitele Proč? a Jak? a snaží se přijít „na kloub“ příkladu.

Dle mého názoru takovýto způsob učení bude žáky i více bavit a zajímat, protože zjistí, proč se to vlastně učí a k čemu a nebude to pro ně jen něco abstraktního, nějaké symboly, které se musí naučit a pak s nimi nějak počítat.

Hlavním tématem diplomové práce bylo objasnit co to vlastně výukové metody, které se dennodenně ve škole používají, jsou. Jak se klasifikují a co do jednotlivých kategorií patří. Ukázat, že se metody dají kombinovat a během hodin měnit tak, aby zajistili efektivitu hodinu i výsledku.

Dále je zde popsáno, co to je problémové vyučování, problémová úloha a situace. Jak žáky motivovat, co znamená tvořivost a samostatnost u žáků ve škole a jak ji rozvíjet.

Druhá část diplomové práce se zaměří na nestandardní úlohy, kam patří problémové úlohy. V této části bude cílem vytvořit nástin sbírky problémových úloh, kterou by učitelé mohli zařadit do hodin matematiky a sloužila by tedy jako podpora výuky pro učitele. Dále v rámci empirické části provedu dotazníkové šetření, díky kterému bych chtěla zjistit povědomí učitelů matematiky na základních školách v České republice o problematice problémových úloh, co si pod pojmem problémová úloha vůbec představují, zda tuto formu výuky ve svých hodinách využívají a případně z kterých zdrojů čerpají tento typ matematických úloh.

Toto téma jsem si vybrala, protože jsem vždy chtěla učit ve škole matematiku a chtěla jsem učit tak, aby to bavilo jak mě, tak i žáky. Myslím si, že naučit se nazpaměť vzoreček dokáže většina, ale umět je opravdu použít a vědět, proč se jej musel vlastně naučit, už je podle mě spíše vzácnost.

Přínosem této práce pro pedagogiku je ucelený pohled na tuto problematiku a dále jako sborník problémových úloh pro rozvoj tvořivé a samostatné práce žáků.



„Učitelé otevírají dveře, vejít musí žák sám“

-Čínské přísloví-

# 1. TEORETICKÁ ČÁST

## 1.2. Transmisivní a konstruktivistické pojetí výuky

### Transmisivní pojetí výuky

Rozlišujeme 2 způsoby vyučování podle toho, jakým způsobem je žákům předáno učivo a také jakým způsobem dojde k upevnění dovedností a znalostí. Rozlišujeme tedy vyučování transmisivní a konstruktivistické.

Transmisivní vyučování, které je často nazýváno jako tradiční (klasické) vyučování, pro které je charakteristické, že žáci jsou zde pasivními příjemci již hotových informací od učitele. V transmisivní výuce je stavěna do pozadí individualita žáka, jeho potřeby a veškerá pozornost učitele se zaměřuje na obsah vyučování, učební osnovy. Dalším znakem tradičního vyučování je *“ možnost vzniku mezer, neočekávaných překážek a obtíží. ”*<sup>1</sup> Může k tomu dojít, když žáci nerozumí nějakému slovu nebo jej dobře neslyšeli.

Nejčastěji je během téhle metody využívána metoda slovní, konkrétně například výklad, kdy jsou žákovi předány již hotové poznatky. Na druhou stranu je transmisivní výuka vhodnou volbou v případě složitějšího učiva, abstraktního učiva a také při výuce jazyků, kdy se žáci učí mnoho pouček a pravidel.

### Konstruktivistické pojetí výuky

Pedagogický slovník chápe konstruktivismus jako *„široký proud teorií ve vědách o chování a sociálních vědách, zdůrazňující jak aktivní úlohu subjektu a význam jeho vnitřních předpokladů v pedagogických a psychologických procesech, tak důležitost jeho interakce s prostředím a společností. ”*<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup> ŠVEC, V. *Klíčové dovednosti ve vyučování a výcviku*. Brno: Masarykova univerzita, 1998. ISBN 80-210-1937-9, s. 11

<sup>2</sup> PRŮCHA, J., WALTEROVÁ E., MAREŠ . *Pedagogický slovník*. 7., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Portál, 2013. ISBN 978-80-262-0403-9, s. 105

Tato metoda vysvětluje, že žáci se pomocí mechanického provádění postupů a učení jednotlivých faktů nikdy nenaučí významu, smyslu, že tohle nemůže být předáno ani učitelem ani žádnou knihou. Význam a porozumění smyslu si jedinci konstruují sami, právě když aktivně pracují s předloženými informacemi a zkušenostmi.

Žákům jsou tedy předkládány výukové problémy a učitel má pouze nápomocnou funkci. Vhodnými metodami je diskuse, problémová metoda, didaktické hry.

Přehledné srovnání dvou pojetí výuky uvádí Hejný a kol.<sup>3</sup>

	<b>Polaritní dipól</b>	<b>Konstruktivistické vyučování</b>	<b>Transmisivní vyučování</b>
<b>1</b>	Hodnota poznání	Kvalita	Kvantita
<b>2</b>	Motivace	Vnitřní	Vnější
<b>3</b>	Trvanlivost poznání	Dlouhodobá	Krátkodobá
<b>4</b>	Vztah učitel- žák	Partnerský	Submisivní
<b>5</b>	Klima	Důvěry	Strachu
<b>6</b>	Nositel aktivity	Žák	Učitel
<b>7</b>	Činnost žáka	Tvořivá	Imitativní
<b>8</b>	Poznatek žáka	Produktivní	Reproduktivní
<b>9</b>	Nosná otázka	CO? PROČ?	JAK?

Obrázek 1: Porovnání konstruktivistického a transmisivního vyučování

### 1.3. Výukové metody

V odborných literaturách najdeme různé definice vyučovacích (výukových) metod. Pedagogický slovník uvádí, že vyučovací metoda (z řeckého *methodos*) je postup, cesta a způsob vyučování. Charakterizuje činnost učitele vedoucí žáka k dosažení stanovených vzdělávacích cílů. (Kličková, 1989)

Jde také o „vzájemnou spolupráci, v níž učitel akceptuje psychologické, sociální a somatické individuální zvláštnosti žáka a žák se na základě svých osobních svobodných aktivit ztotožňuje se stanoveným výukovým cílem.“<sup>4</sup>

<sup>3</sup> HEJNÝ, M., STEHLÍKOVÁ, N. *Číselné představy dětí*. Praha: Pedagogická Fakulta Univerzity Karlovy v Praze, 1999.

Jde o „způsoby záměrného uspořádání činnosti učitele i žáků, které směřují ke stanoveným cílům.“<sup>5</sup>

Maňák a Švec vymezují výukovou metodu jako uspořádaný systém vyučovací činnosti učitele a učebních aktivit žáků směřujících k dosažení daných výchovně vzdělávacích cílů.<sup>6</sup>

Mojžíšek nahlíží na vyučovací metodu jako na „pedagogicko- specificky didaktickou aktivitu subjektu a objektu vyučování, rozvíjející vzdělanostní profil žáka, která působí výchovně ve smyslu výchovně- vzdělávacích cílů a která upravuje obsah, usměrňuje aktivity objektu a subjektu, upravuje zdroje poznání, postupy a techniky.“<sup>7</sup>

Další definici metody výuky uvádí například I. J. Lerner, který se na vyučování metodu dívá jako na „konstrukci činností a jejich druhů v takovém sledu a s takovými prostředky (v závislosti na podmínkách), které nutně povedou k dosažení vytyčeného cíle.“<sup>8</sup>

### 1.3.1. Volba výukových metod

Aby výuka byla efektivní a účinná a došlo tak k naplnění výchovně vzdělávacích cílů, musí být stejně efektivní volba výukových metod. Tyto metody se mohou v průběhu hodiny měnit a střídat, aby se zamezilo mechanickému opakování postupů. Při výběru metod by mělo být zohledněno reálné prostředky, které jsou učiteli k dispozici, jako je vybavení školy i třídy.

Na základě učitelových zkušeností by měla být vybrána metoda výuky tak, aby odpovídala a hodila k jeho stylu učení a také k stylu učení žáků.

Nejčastěji je uváděno následující kritérium volby metod: (Maňák, Švec, 2003)

- Zákonitosti výukového procesu (logické, psychologické, didaktické)
- Cíle a úkoly výuky
- Obsah a metody daného oboru, které jsou zprostředkované konkrétním předmětem

---

<sup>4</sup> KALHOUS Z., OBST O., *Školní didaktika*. Vyd. 2. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-571-4.

<sup>5</sup> PRŮCHA J., WALTEROVÁ E., MAREŠ J., *Pedagogický slovník*. 7., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Portál, 2013. ISBN 978-80-262-0403-9.

<sup>6</sup> MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5.

<sup>7</sup> MOJŽÍŠEK, Lubomír. *Vyučovací metody*. 1/1. vyd. Praha: SPN, 1972. Učební texty vysokých škol, s. 17

<sup>8</sup> LERNER, I. J. *Didaktické základy metod výuky*. Praha: SPN, 1986, s. 30

- Úroveň fyzického a psychického rozvoje žáků, jejich připravenost zvládat požadavky učení
- Zvláštnosti třídy, skupiny žáků (formální a neformální vztahy, etnika)
- Vnější podmínky výchovně vzdělávací práce
- Osobnost učitele, jeho odborná a metodická vybavenost, zkušenosti

### 1.3.2. Klasifikace výukových metod

Pedagogický slovník uvádí klasifikaci metod podle fází vyučovacího procesu (utváření, upevňování, prověřování vědomostí), podle způsobu prezentace (slovní, názorné, praktické), podle charakteru specifické činnosti (metody uplatňované v jednotlivých vyučovacích předmětech). (Maňák, Švec, 2003)

Jedna z klasifikací výukových metod je podle L. Mojžíška (Maňák, Švec, 2003), který uvádí rozdělení metod ve spojitosti procesuálního a funkčního hlediska:

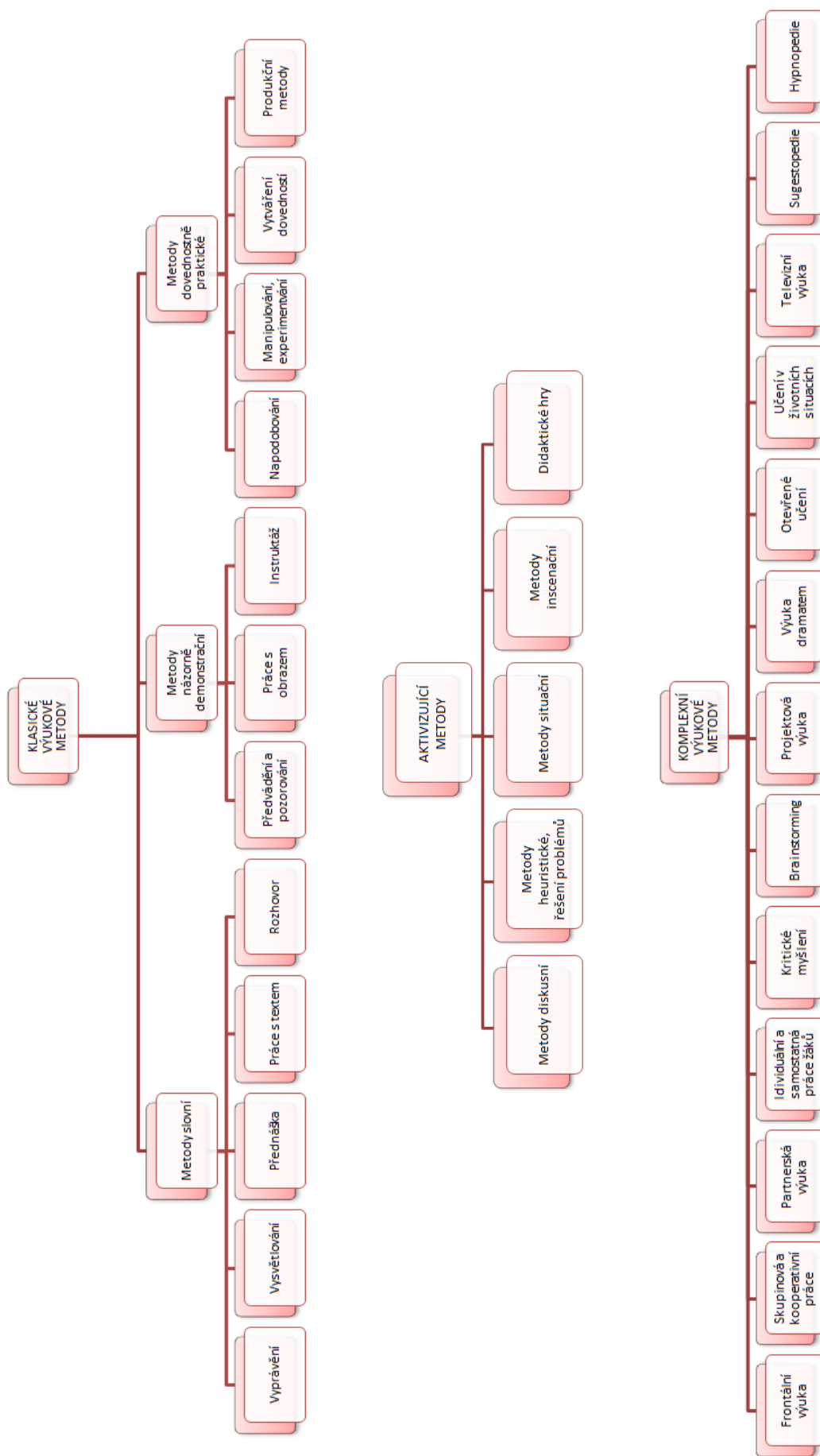
- Metody motivační
- Metody expoziční (zprostředkování učiva)
- Metody fixační (procvičování a opakování učiva)
- Metody kontroly a hodnocení (klasifikační)

Dále například I. J. Lerner (Maňák, Švec, 2003) uvádí klasifikaci výukových metod vycházející z charakteru poznávacích činností žáka a z činnosti učitele, který činnosti žáků organizuje. Klasifikace je následující:

- Informačně receptivní metoda
- Reproductivní metoda
- Metoda problémového výkladu
- Heuristická metoda
- Výzkumná metoda

Známou klasifikací výukových metod je klasifikace Maňáka a Švece, kteří rozlišují tři skupiny metod a to metody klasické, aktivizující a metody komplexní a to podle kritéria stupňující se složitosti edukačních vazeb, viz obrázek níže.

Obrázek 2: Klasifikace výukových metod (Maňák, Švec, 2003)



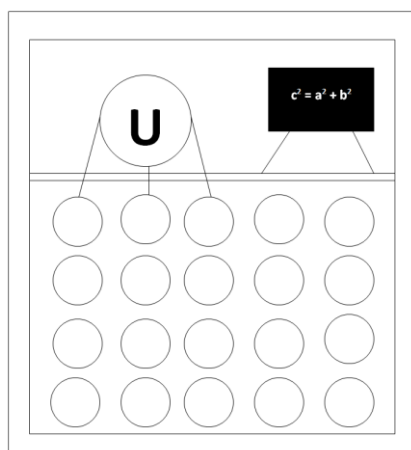
Nyní si blíže popíšeme všechny kategorie metod (podle Maňáka a Švece) a dále se budeme věnovat podrobněji metodám aktivizujícím, jelikož součástí těchto metod jsou problémy úlohy, které jsou náplní mé práce.

### 1.3.3. Klasické výukové metody

Mezi klasické výukové metody řadíme metody slovní, názorně demonstrační a metody dovednostně-praktické.

Metoda slovní je jedna z tradičních metod využívanou ve vyučování, kdy učitel sám vykládá látku ve formě ať už vyprávění, vysvětlování nebo přednášky. Do této metody patří také rozhovor, diskuze, při kterých dochází k výměně myšlenek mezi učitelem a žákem nebo mezi žáky navzájem.

*„Pro učitele je nejdůležitější schopností srozumitelně a výstižně vysvětlit žákům učivu. Je založena na vnímání a chápání řeči posluchači, kteří si osvojují nové poznání.“<sup>9</sup>*



Obrázek 3: Grafické znázornění frontální výuky

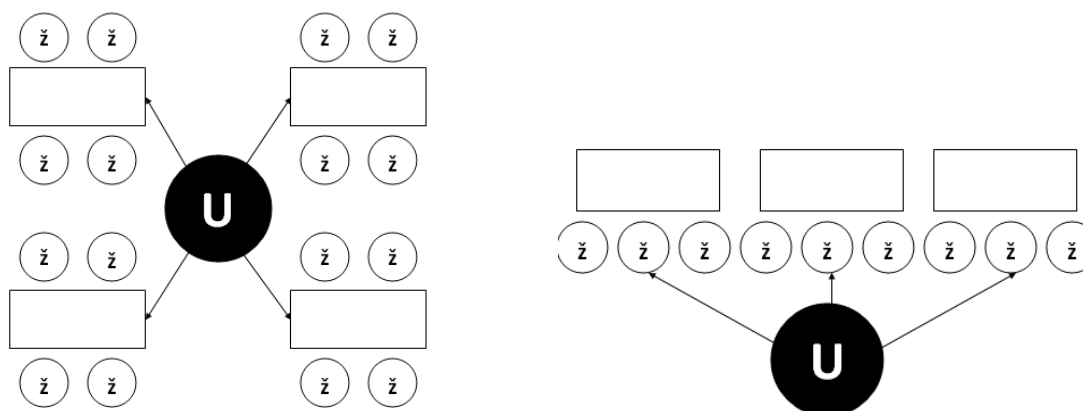
### 1.3.4. Komplexní výukové metody

Propojuje části aktivizujících i tradičních výukových metod a doplňuje je o nové výukové metody a prvky organizačních forem a snaží se tak přiblížit modernímu pojetí výuky a k propojení teoretických poznatků s praktickými zkušenostmi. *„Jde o složité metodické útvary, které předpokládají různou, ale vždy ucelenou kombinaci a propojení několika*

<sup>9</sup> SKALKOVÁ, Jarmila. *Obecná didaktika*. Praha: ISV, 1999. Pedagogika (ISV). ISBN 80-85866-33-1.

*základních prvků didaktického systému, jako jsou metody, organizační formy výuky, didaktické prostředky nebo životní situace.“* <sup>10</sup>

Mezi nejčastěji využívané metody v běžných školách patří frontální výuka, kde dominantní postavení má učitel, který stanovuje tempo výuky, které je stejné pro celou třídu, úkoly se řeší podle instrukcí učitele. Dále často využívanou metodou je skupinová a kooperativní výuka, kde učitel rozděluje žáky do skupin a zadává jim úkoly rozdílné svým obsahem a náročností. Žáci si vzájemně pomáhají, diskutují



Obrázek 4: Možnost uspořádání třídy při skupinové výuce

### 1.3.5. Aktivizující výukové metody

#### 1.3.5.1. Pojem aktivizující metoda

Mezi aktivizující výukové metody řadí Maňák a Švec metody diskusní, heuristické, situační, inscenační a didaktické hry. V hodinách matematiky jsou nejvíce využívány metody didaktických her a heuristické metody.

*„Aktivizující metody se vymezují jako postupy, které vedou výuku tak, aby se výchovně vzdělávacích cílů dosahovalo hlavně na základě vlastní učební práce žáků, přičemž důraz se klade na myšlení a řešení problémů“* <sup>11</sup>

Důležitý přínos aktivizujících metod je v rozvoji osobnosti žáka se zaměřením na jeho samostatnost, tvořivost a zodpovědnost. Základním cílem těchto metod je, aby se žáci stali

<sup>10</sup> MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5

<sup>11</sup> MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5, s. 105

aktivními žáky a učili se přímou zkušeností, díky které se naučí mnohem více než při tradičních frontálních metod výuky.

Obecně je známo, že pokud si člověk něco zažije, sám vyzkouší, tak si zapamatuje mnohem více a zanechá ho v něm hlubší paměťovou stopu.

Oceňován je také vliv aktivizujících metod na vytváření příznivého školního klimatu. Díky aktivní participaci žáků a větší otevřenosti školních aktivit vůči společenskému prostředí se škola více propojuje s reálným životem a tak se pro žáky stává zajímavější.

Pozice učitele a žáka se podstatně mění oproti tradičním výukovým metodám. Učitel se nyní stává žakovým partnerem.

### 1.3.5.2. Pojem aktivita, samostatnost, tvořivost, motivace

J. Maňák rozumí aktivitou žáka „*zvýšenou, intenzivní činnost žáka a to jednak na základě vnitřních sklonů, spontánních zájmů, emocionálních pohnutek nebo životních potřeb, jednak na základě uvědomělého úsilí, jehož cílem je osvojit si příslušné vědomosti, dovednosti, návyky, postoje nebo způsoby chování.*“<sup>12</sup>

Rozlišujeme stupeň žakovské aktivity: (Maňák, 1998)

- Aktivita vynucená (vzniká v situaci, kdy učitel donucuje žáky k činnosti)
- Aktivita navozená (žáci se zapojují na pokyn učitele, důležitou roli hraje motivace žáků, zajímavý způsob práce nebo ocenění nejlepších výkonů)
- Aktivita nezávislá (spojena s vlastním zájmem žáka o danou činnost)
- Aktivita angažovaná (při vhodných podmínkách vede tato aktivita až k tvořivé práci, kdy si žák sám vymyslí postup k dosažení cíle)

Samostatnost Maňák definuje jako „*takovou aktivitu, při níž žáci získávají poznatky a dovednosti vlastním úsilím, relativně nezávisle na cizí pomoci a cizím vedením, a to zejména řešením problémů.*“<sup>13</sup>

Díky samostatné práci vyučovací proces přestává být pouhým předáváním hotových poznatků.

---

<sup>12</sup> MAŇÁK, Josef. *Rozvoj aktivity, samostatnosti a tvořivosti žáků*. Brno: Masarykova univerzita, 1998. ISBN 80-210-1880-1, s. 29

<sup>13</sup> MAŇÁK, Josef. *Rozvoj aktivity, samostatnosti a tvořivosti žáků*. Brno: Masarykova univerzita, 1998. ISBN 80-210-1880-1, s. 41



Stejně jako aktivita, tak i samostatnost má stupně, které vycházejí právě z aktivity žáků.

Těmito stupni jsou: (Maňák, 1998)

- Samostatnost napodobující (předstupeň opravdové samostatnosti, žák sice pracuje sám, je aktivní, ale jde spíše o činnost automatickou- např. opisování textu)
- Samostatnost reprodukovající (zde se již objevují prvky přístupu, který má známky samostatné práce- např. reprodukce slovního projevu učitele)
- Samostatnost produkující (tvorba produktu vycházející z vnitřních zdrojů žáka- např. napsání slohové práce)
- Samostatnost přetvářející (samostatnost je zde tak vysoká, že dochází k vytvoření něčeho nového, odráží samostatný názor a postoj žáka- např. metoda řešení příkladu)

Tvořivost je pak chápána jako nejvyšší a nejuznávanější stupeň aktivity žáka.

Maňák vymezuje tvořivost jako „*přirozenou vlastnost člověka (různé síly a zaměření) projevující se seberealizací individua při vzniku něčeho nového, kterou je potřeba rozvíjet, připravovat jí prostor a potlačovat bariéry, které se jí staví do cesty.*“<sup>14</sup>

Tvořivost také rozlišuje jednotlivé stupně tvořivosti: (Maňák, 1998)

- Tvořivost expresivní (označována jako spontánní- např. dětské kresby)
- Tvořivost inovativní (se záměrem něco netradičního vykonat- např. mistrovská práce, profesní výkony)
- Tvořivost inventivní (vysoká úroveň tvořivosti, kde se při jeho dosažení předpokládá výrazná míra nadání- např. vědecké objevy, vynálezy)
- Tvořivost emergentní (nejvyšší stupeň tvořivosti, vznik zcela nových jevů, vytváří se doposud neexistující)

Aby učitel dokázal vést žáky k tvořivosti s efektivním výsledkem, tak i on sám musí být svým způsobem tvořivý. Dokáže hledat kreativní postupy a techniky, podněcuje iniciativu žáků, povzbuzuje žáky k sebehodnocení, ovládá umění klást otázky, podporuje žáky překonávat neúspěch, dokáže ocenit nápady a myšlenky, zajišťuje rozvoj fantazie. (Maňák, 1998)

---

<sup>14</sup> MAŇÁK, Josef. *Rozvoj aktivity, samostatnosti a tvořivosti žáků*. Brno: Masarykova univerzita, 1998. ISBN 80-210-1880-1, s. 74

Pedagogický slovník definuje motivaci jako „*souhrn vnitřních i vnějších faktorů, které spouštějí lidské jednání, aktivují ho a dodávají mu energii. Zaměřují toto jednání a prožívání určitým směrem, řídí jeho průběh, způsob dosahování výsledků. Ovlivňují též způsob reagování jedince na jeho jednání a prožívání, jeho vztahy k ostatním lidem a ke světu.*“<sup>15</sup>

Motivace je jeden z nejpodstatnějších faktorů úspěchu při učení a proto je nezbytné uvědomit si, že motivace není vrozená, ale naučená.

G.Petty ve své publikaci formuloval důvody motivace žáka k učení. Žáci se chtějí učit, protože: (Petty, 2008)

- Věci, které se učí, se jim hodí
- Kvalifikace, kterou díky studiu získají, se jim hodí
- Při učení mají obvykle dobré výsledky a tento úspěch jim zvyšuje sebevědomí
- Když se budou dobře učit, vyvolá to pozitivní ohlas u spolužáků, učitelů
- Když se učit nebudou, bude to mít negativní důsledky
- Věci, které se učí, jsou zajímavé
- Zjišťují, že vyučování je zábavné

### 1.3.5.3. Cíle a znaky aktivizujících metod

Cílem aktivizačních metod je především změnit způsob vyučování. Prostřednictvím téhle metodě by mělo být docíleno stejného efektu jako při klasickém vyučování. Jen s tím rozdílem, že díky aktivnímu získávání dovedností a zkušeností jsou osvojené poznatky trvalejší. (Kotrba, Lacina, 2007)

Hlavní přínos aktivizačních metod je spatřován ve vývoji osobnosti žáka, rozvíjení jeho samostatnosti, zodpovědnosti a tvořivosti.

V. Švec spatřuje hlavní přínos v: (Švec, 1998)

- Efektivním osvojením vědomostí, dovedností, návyků, zkušeností a poznávacích schopností
- Rozvoji aktivity, samostatnosti i tvořivosti žáků

---

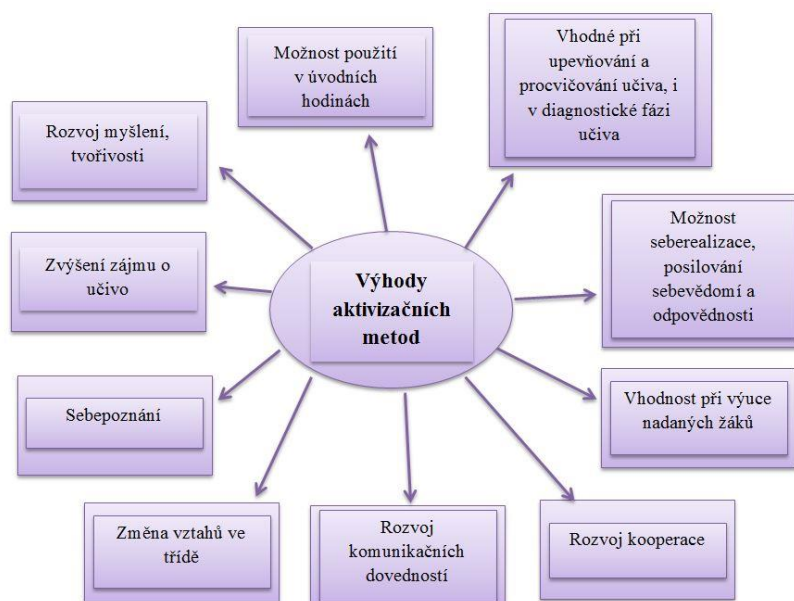
<sup>15</sup> PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ. *Pedagogický slovník*. 7., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Portál, 2013. ISBN 978-80-262-0403-9.

- Podněcování pozitivní stránky stylu učení žáků a rozvíjení jejich učební schopnosti
- Navazování a rozvíjení učebních dovedností a návyků žáků

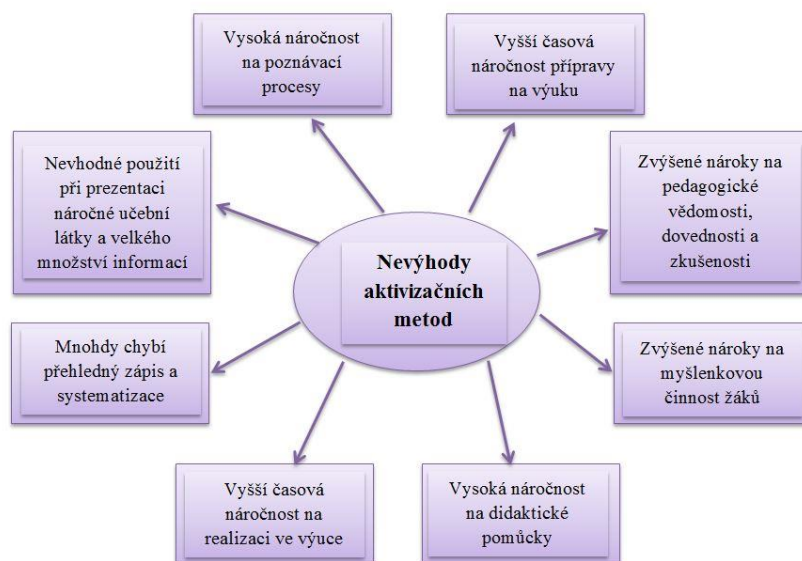
Znakem této metody je změna vztahu učitel- žák. Tento vztah by měl být založen na vzájemné spolupráci, kde učitel nemá dominantní roli, ale jeho role spočívá v tom, být nápomocný při řešení problémů. Také rozvíjet týmovou spolupráci, udržovat přátelské vztahy uvnitř skupiny.

Díky tomuhle učitel více pozná žáky, jejich osobnost, temperament a pozná i neformální vztahy mezi žáky, jejich vzájemné sympatie a antipatie. (Pecina, Zormanová, 2009)

Na základě T. Kotrby a L.Laciny zpracovali *P.Pecina* a *L.Zormanová* srovnání výhod a nevýhod výuky pomocí aktivizačních metod.



Obrázek 5: Výhody aktivizačních metod



Obrázek 6: Nevýhody aktivizačních metod

Uvádí se i správně použité aktivizující metody:

- Podněcují pozitivní rysy učení žáků a vedou k řešení učebních úloh a problémů
- Motivují žáky k objevování a experimentování s orientací na obsah úloh a problémů než na jednoznačné správné odpovědi
- Učí žáky efektivně se učit – vytvářet a rozvíjet jejich učební dovednosti a návyky (Pecina, Zormanová, 2009)

#### 1.3.5.4. Metody diskusní

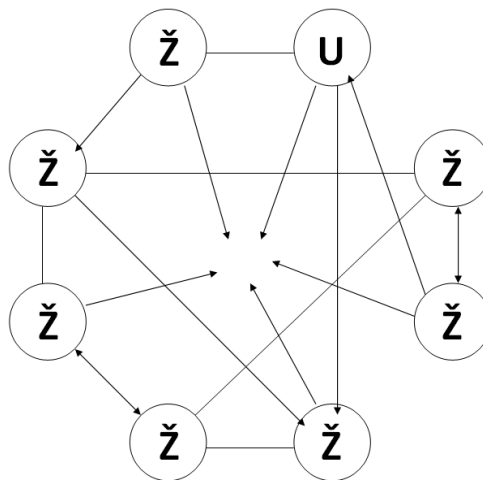
Tato metoda navazuje na metodu rozhovoru. Jde „o formu komunikace učitele a žáků, při níž si účastníci navzájem vyměňují názory na dané téma, na základě svých znalostí pro svá tvrzení uvádějí argumenty, a tím společně nacházejí řešení daného problému“<sup>16</sup>

H. Glockel a K. Kammann (Maňák, Švec, 2003) uvádí specifické nároky, které jsou kladeny na metodu diskuse a její správné realizace:

- Vhodně zvolené téma, aby bylo pro účastníky zajímavé
- Diskuze probíhá v daných fázích (vymezení tématu, prezentace, výměna názorů, argumentace, zdůvodňování tvrzení, shrnutí výsledků diskuse) a řídí se řádem

<sup>16</sup> MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5, s. 108

- Nezbytný je také průběžný a předběžný výcvik žáků v dovednosti diskutovat (aktivní zapojení, zrakový kontakt, naslouchání jiných, jasná a zřetelná řeč, přesné formulování myšlenek, respektování cizích názorů)
- Důležitá je příprava na diskusi, která zahrnuje včasné oznámení tématu, příprava argumentů pro a proti, alespoň částečná znalost problematiky)
- Nutné je promyslet řízení diskuse (udělování slova, dodržování časového limitu jednotlivých vystoupení, zařazení přestávek, nedovolit odklon od tématu)
- Nezbytné je příznivé klima (povzbudivé, tolerantní)
- Diskusi podporuje dobré prostorové a organizační zajištění (půlkruh, podkova, případné občerstvení)



Obrázek 7: Diskuze

Diskuse umožňuje žákům osvojovat si nové poznatky samostatnou činností a současně rozvíjet i komunikační dovednosti. Učitelova funkce je v podporování diskuse, navozuje vhodné podmínky, zajišťuje možnost, aby každý žák bez obav sdělil své názory. V závěru pak vede ke shrnutí diskuse, případné doplnění a zdůraznění k čemu se dospělo.

### 1.3.5.5. Metody situační

*„Situační metody se vztahují na širší zázemí problému, na reálné případy ze života, které představují specifické, obtížné jevy vyvolávající potřebu vypořádat se s nimi, vyžadující angažované úsilí a rozhodování.“*<sup>17</sup>

Základem situačních metod je řešení problémového případu, který odráží nějakou reálnou událost, zobrazuje vztahy a okolnosti.

Při využití situačních metod postupujeme v několika fázích:

- a) Volba tématu
  - musí být v souladu s cíli výuky a odpovídat připravenosti žáků
- b) Seznámení s materiály
  - Žáci musí mít přístup k dokumentům, důležitým faktům potřebným a nepostradatelným pro řešení
- c) Vlastní studium případu
  - Je zapotřebí, aby učitel žáky do dané problematiky uvedl a vytyčil jim sledované cíle a poskytl úvodní rady a pokyny
- d) Návrhy řešení, diskuse
  - Žáci sdělují své názory, návrhy a závěry, které učitel konfrontuje se skutečností

Za pozitivum situačních metod se považuje důraz na praxi, důraz na konkrétnost řešení a v nácviu rozhodování. Za nedostatky této metody je označována časová a materiální náročnost. Při využití téhle metody se předpokládá, že žáci jsou samostatní, mají patřičné vědomosti a zkušenosti z oblasti, které se řešený případ týká.

### 1.3.5.6. Metody inscenační

Metody inscenační používali již staří Římané při školení právníků a rétorů. Mají blízko k vystupování herců v divadle a v různých kontextech bývají označovány jako dramatická výchova, hraní rolí, interakční hry, scénické hry apod.

*„Podstatou inscenačních metod je sociální učení v modelových situacích, v nichž účastníci edukačního procesu jsou sami aktéry předváděných situací.“*<sup>18</sup>

---

<sup>17</sup> MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5, s. 119

<sup>18</sup> MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5, s. 123

V podstatě jde o spojení hraní rolí a řešení problému, kde se žákům prohlubuje osvojené učivo, objasňují se otázky lidských osudů a pochopit hloubku mezilidských vztahů, seznámí se s formami vystupování typickými pro budoucí profesi a osvojí si adekvátní způsoby chování a jednání.

Průběh inscenace se člení na několik fází: (Maňák, Švec, 2003)

- Příprava inscenace, která zahrnuje stanovení cíle, časový plán, rozdělení rolí a vytyčení postupu.
- Realizace inscenace, kde jednotlivý aktéři dostávají pokyny k ztvárnění dané postavy.
- Hodnocení inscenace se koná ihned po ukončení. Může probíhat jako diskuse a mělo by probíhat v pozitivním duchu.

Rozlišujeme strukturovanou inscenaci, kde se držíme děje a opíráme se o předem stanovený scénář. Nestrukturovaná inscenace zase řeší konkrétní případ z praxe bez podrobně zpracovaného scénáře.

Výchovně vzdělávací význam této metody spočívá v tom, že e žáci vžívají do role, kterou předvádějí a získávají tak emocionální zkušenosti, postoje a osvojuje si vhodné způsoby reakcí ve vybraných situacích. (Skalková, 1999)

### 1.3.5.7. Didaktické hry

Psycholog S.L.Rubinštejn<sup>19</sup> pokládá hru za jednu z hlavních lidských činností, která otevírá prostor pro projevení iniciativy, tvořivosti.

Didaktická hra je vymezena jako „ *seberealizační aktivita jedince nebo skupin, která svobodnou volbu, uplatnění zájmu, spontánnost a uvolnění přizpůsobuje pedagogickým cílům* “. <sup>20</sup>

Prostřednictvím didaktických her se žák učí zachovávat pravidla, podporují jeho socializaci, vedou k sebekontrolě a k poznávání a učení, které probíhá nenásilně a spontánně. Didaktické hry zahrnují různé aktivity, které třídíme podle kritérií z hlediska obsahu a cílů: (Maňák, Švec, 2003)

- Interakční hry (s hračkami, stavebnicemi, společenské hry, strategické hry, apod.)
- Simulační hry (hraní rolí, loutky, apod.)
- Scénické hry (divadelní představení)

<sup>19</sup> Ruský psycholog, narozený v roce 1889, který se zabýval spoluprací mezi učitelem a žákem, napsal práci na téma „Problémová metoda“

<sup>20</sup> MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5, s. 127

Dalším členění didaktických her navrhuje M. Jankovcová:

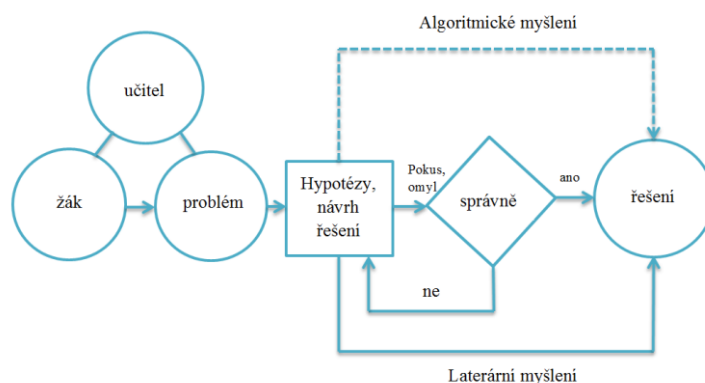
- Doba trvání (krátkodobé- dlouhodobé)
- Místo konání (hřiště, příroda, klubovna)
- Převládající činnost (osvojování pohybové dovednosti, vědomostí)
- Hodnocení (kvantita, kvalita, čas výkonu)

Při zařazení didaktických her do výuky je potřeba postupovat promyšleně a hru metodicky správně připravit. To znamená stanovit si cíle, ověřit si zda žáci mají potřebné znalosti a dovednosti, vymezit způsob hodnocení, připravit materiální a prostorové podmínky. (Kotrba, Lacina, 2007)

### 1.3.5.8. Metody heuristické, řešení problémů

Pojem heuristická metoda je odvozen z řeckého slova heuréka=našel jsem, objevil jsem. Využívání téhle metody se datuje už od času Sokrata, mistra ve vedení rozhovorů (469-399).

*„Heuristika je věda zkoumající tvůrčí myšlení, také heuristická činnost, tj. způsob řešení problémů.“<sup>21</sup>*



Obrázek 8: Heuristická metoda (Metoda objevování)

Učitel podporuje samostatnost žáků pomocí technik, které jim budou k nápomoci při objevování a hledání. Žáci se tedy aktivně účastní objevování nových poznatků. Učitel žákům nesděljuje poznatky přímo, ale vede je k tomu například pomocí kladení problémových otázek.

<sup>21</sup> MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5, s. 113



Předpokladem je, že žáci jsou vybaveni výchozími vědomostmi a dovednostmi. Musí být vždy stanoveny cíle. Žáci obvykle pracují ve skupinách, ale musí být zajištěno, aby při práci spoléhal na vlastní síly.

Takhle metoda klade i zvýšené nároky na učitele. Je s tím spojena časová náročnost a didaktická složitost, která má zamezit nedostatečnou či upadající motivaci k práci u žáků.

Zelina ve své knize uvádí, že předmětem heuristiky jsou „*činnosti, které podniká člověk při tvořivém řešení praktických, poznávacích a výzkumných úkolů. Heuristická metoda je metoda, která napomáhá tvořivému řešení. Pro heuristiku jako metodologii tvořivého řešení problémů je charakteristická specifikace typových činností, které se uplatňují při objevování, vynalézání, tvoření a specifikování norem a postupů tohoto procesu.*“<sup>22</sup>

Jednou z nejvíce používaných heuristických metod je metoda řešení problémů. Tato metoda bude popsána v následující kapitole.

---

<sup>22</sup> ZELINA, Miron. *Tvořivost v matematice: Metod.materiál pro učit.matem.* Ostrava: Krajský pedagogický ústav, 1990. ISBN 80-900158-9-1, s. 67

„Pokud nemůžete nějaký problém vyřešit, pak existuje jednodušší problém, který vyřešit můžete: najděte jej.“

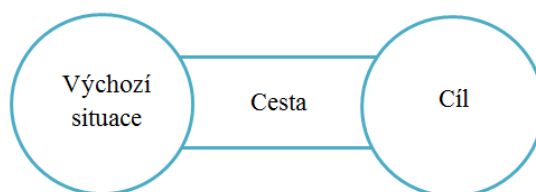
- G. Polya –

## 1.4. Problémové vyučování

„Problémová výuka znamená řešení problémů, a to ze strany žáků s postupně narůstající samostatností, která může vyvrcholit i tvořivým činem.“<sup>23</sup>

Problémové vyučování znamená nejen řešení problémových úloh, ale i kladení problémových otázek a následné řešení problémových situací.

Nejdříve si vysvětlíme, co to problémová úloha je a jak ji můžeme definovat. Jan Kopka ve své knize *Hrozny problémů ve školské matematice* popisuje matematické problémy na základě tří složek tvořících problém. Tyto složky jsou dle Kopky znázorněny graficky následovně:



Obrázek 9: Matematický problém

1. Výchozí situace, která představuje zadání problému obsahující informace nebo údaje
2. Cíl, kterým je informace o tom, čeho by řešitel měl dosáhnout
3. Cesta, která je postupem, jak se dostat od výchozí situace k cíli

Na základě tohoto rozdělení dále Kopka rozlišuje problémy na tři kategorie:

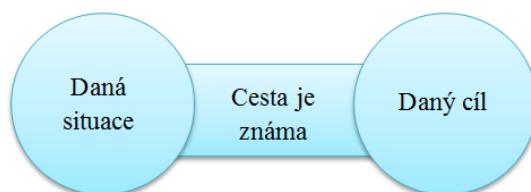
1. Cvičení (rutinní problémy)

Problémy nazýváme cvičení, jestliže známe přesně výchozí situaci, máme zadán cíl a je nám známa i cesta. Máme tedy k dispozici všechny složky matematického problému. Příkladem rutinního problému může být, jestliže žák druhého stupně umí řešit lineární rovnice

---

<sup>23</sup> MAŇÁK, Josef. *Rozvoj aktivity, samostatnosti a tvořivosti žáků*. Brno: Masarykova univerzita, 1998. ISBN 80-210-1880-1, s. 110

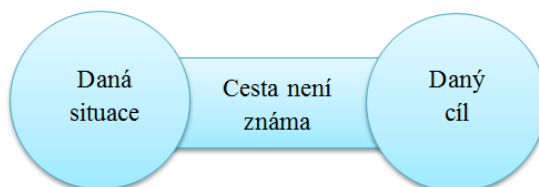
a my mu zadáme konkrétní lineární rovnici, aby ji vyřešil, zadali jsme mu rutinní problém. (Kopka, 1999)



Obrázek 10: Cvičení

## 2. Úlohy (nerutinní problémy)

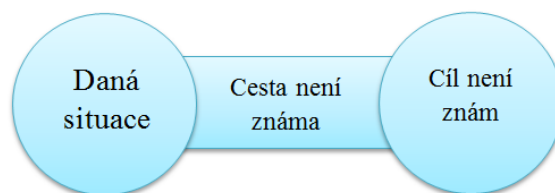
Matematické problémy nazýváme problémové úlohy právě tehdy, když je přesně známa výchozí situace a je přesně zadán i cíl. Rozdílem od cvičení je skutečnost, že neznáme cestu, jak se k cíli dopracovat. Příkladem nerutinního problému může být, když žákovi zadáme konkrétní číselnou řadu a budeme požadovat doplnění následujících čísel. Dalším příkladem může být, když po studentech budeme požadovat, aby dokázali nějakou větu, která má stavbu implikace pomocí přímého důkazu, a přitom se studenti s tímto důkazem doposud nesetkali, pak je to s velkou pravděpodobností nerutinní problém. (Kopka, 1999)



Obrázek 11: Úlohy

## 3. Zkoumání

O matematickém zkoumání hovoříme, jestliže je nám známa pouze výchozí situace. Cíl není upřesněn nebo není znám vůbec a cesta je zcela neznámá. Příkladem matematického zkoumání může být zadání Pascalova trojúhelníku s nekonkrétním požadavkem „Zkoumejte tento trojúhelník“. (Kopka, 1999)



Obrázek 12: Zkoumání

Ve své diplomové práci se zaměřuji na druhou kategorii matematických problémů, tedy na úlohy problémové.

Jan Kopka ve své knize uvádí: „*Někdy je těžké určit, zda pro určitého žáka je zadaný problém rutinní či nikoliv. Dostatečným procvičováním postupně přechází určitý druh problémů z kategorie nerutinních do kategorie rutinních problémů. Navíc, v danou chvíli může být určitý problém pro některé žáky třídy rutinní a pro jiné nerutinní.*“<sup>24</sup>

#### 1.4.1. Problémová situace

„*Problémová situace je stav, kdy žák při plnění zadaného úkolu narazí na potíž, na něco neznámého, co neví a nemůže to vyřešit na základě dosavadních poznatků.*“<sup>25</sup>

Problémové situace jsou navozovány zadáváním problémových úloh, problémových úkolů a otázek, které jsou předkládány žákům.

Z psychologického hlediska problémová situace představuje více či méně jasně poznanou obtíž, provázenou nesouladem mezi dosavadními znalostmi a tím, co je pro řešení vzniklé nebo zadané úlohy potřeba.

„*Problémovou situaci může učitel navodit zadáváním problémových úkolů, úloh a otázek. Žáci poté výukový problém řeší na základě vlastní intenzivní myšlenkové činnosti a osvojených poznatků.*“<sup>26</sup>

A. M. Maťuškin zase ve své knize chápe problémovou situaci jako „*každou situaci, jejíž neznámé prvky vyvolávají u člověka zájem poznat je (poznávací zájem), vzbuzují v něm*

<sup>24</sup> KOPKA, Jan. *Hrozny problémů ve školské matematice*. Ústí na Labem: Univerzita J.E. Purkyně, 1999. Acta Universitatis Purkynianae. ISBN 80-7044-247-6, s. 16

<sup>25</sup> PECINA, Pavel a Lucie ZORMANOVÁ. *Metody a formy aktivní práce žáků v teorii a praxi*. Brno: Masarykova univerzita, 2009. ISBN 978-80-210-4834-8, s. 42-43

<sup>26</sup> PECINA, Pavel a Lucie ZORMANOVÁ. *Metody a formy aktivní práce žáků v teorii a praxi*. Brno: Masarykova univerzita, 2009. ISBN 978-80-210-4834-8, s. 61

*potřebu poznat je (poznávací potřebu) a navozují v něm činnosti pro toto poznání nezbytné (poznávací aktivitu).“<sup>27</sup>*

Poznání charakteru obtíží, tj. zjištění, že dosavadní znalosti a zkušenosti nestačí k řešení, objevuje vlastní cesty k jejich překonání. Ty spočívají v hledání nových znalostí, nových činností a hledání- to je složka tvořivého myšlení. Bez tohoto poznání nevzniká potřeba hledání a z toho tedy vyplývá, že nevzniká ani tvořivé myšlení. (Kvetoň, 1990) Ovšem ne každá obtíž vyvolává problémovou situaci. Obtíže musejí být způsobeny nedostatkem znalostí a tuto skutečnosti si žáci musí uvědomit. Ale opět, ne každá problémová situace vyvolává myšlení. Myšlení nevzniká zejména tehdy, když hledání cest k vyřešení problémové situace je pro žáky, v dané etapě vyučování, nepřiměřené (nejsou tedy připraveni k požadované činnosti). Tohle je velmi důležité i uvědomit a nezařazovat do vyučování nepřiměřené úlohy, které nejen že nevedou k rozvoji samostatného myšlení, ale mohou vést až k potlačení a k oslabení víry ve vlastní schopnosti

Aby mohla vzniknout problémová situace, musí být úloha taková, aby při jejím řešení žák objevil nové poznatky a činnosti, které si má osvojit. Dalším požadavkem je, aby učitel učivo rozdělil na takové, které musí žáci znát před zadáním problémové úlohy a takové, které si osvojují po zadání problémové úlohy. To je určené k osvojení si zejména vědomosti nebo popisy procesů.

Kašpar ve své knize uvádí, že problémová situace plní ve výuce několik funkcí:

- Měla by upoutat žáka a vzbudit v nich zájem poznávat,
- Vyvolá u žáků problém (obtíž, nesnáz),
- Vytvoří situaci, kdy vzniká potřeba poznávat, ale není to možné pomocí poznatků, které žák již získal,
- Pomůže žákům odhalit podstatu problému a hledat cestu k jeho řešení.(Kašpar, 1982)

---

<sup>27</sup> MATJUŠKIN, A. M. *Problémové situácie v myslení a vo vyučovaní*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1973. Základné pedagogické a psychologické diela, s. 23

## 1.4.2. Problémový úkol

Podle jedné z typologií jsou problémové situace rozděleny podle úkolu, jakožto prvek činnosti, který je zaměřen na dosažení daného cíle, tedy úkol, který mají žáci vykonat. Takovýto úkol zahrnuje cíl, způsob a podmínky úkolu.

*Pecina, Zormanová* uvádí, že existují tedy problémové úkoly, které mají neznámou v oblasti podmínek, způsobu nebo cíle úkonu.

- Problémové úlohy s problémem v oblasti cíle úkonu, jejichž cílem je objasnit podstatu daného jevu a získat nové znalosti, které jsou nutné pro vysvětlení příslušného jevu
- Problémové úlohy s problémem v oblasti způsobu úkonu, které jsou ve většině případů praktické úlohy na základě ověřování, sestrojení apod.
- Problémové úlohy s problémem v oblasti podmínek úkolu jsou takové úkoly, které vznikají při osvojování dovedností (*Pecina, Zormanová, 2009*)

Dále můžeme výukové problémy rozlišit podle dvou a kritérií a to jestli:

- Problémové úkoly, které mají jedno správné řešení, kde při řešení takového typu používáme konvergentní myšlení, nazýváme tzv. uzavřené. Typickým příkladem jsou úkoly na odhalení principu činnosti nebo vysvětlení jevu apod.
- Problémové úkoly, které mají více správných řešení a kde při tomto typu používáme divergentní myšlení, nazýváme problémy tzv. otevřené. Typickým příkladem problémových úkolů, které mají více správných řešení, jsou konstrukční úkoly nebo úkoly typu navrhni, vymysli apod. (*Pecina, Zormanová, 2009*)

Problémové úkoly jsou důležitým aspektem k aktivizaci a k řízení učební práce žáků. Tento typ úloh se zadává ve všech fázích výuky a mají vzbudit u žáků problémovou situaci, při jejichž řešení žák získá nové poznatky nebo nový způsob činnosti.

Abychom mohli problémovou úlohu nazvat problémovou, musí splňovat kritéria:

- Problémová úloha musí být v logické návaznosti s dosavadními poznatky žáků.
- Musí být přiměřená jejich možnostem.
- Musí mít problémový obsah (neznámou, obtíž).
- Musí mít povahu nového poznatku.
- Musí u žáka vyvolat chuť poznávat. (*Pecina, Zormanová, 2009*)

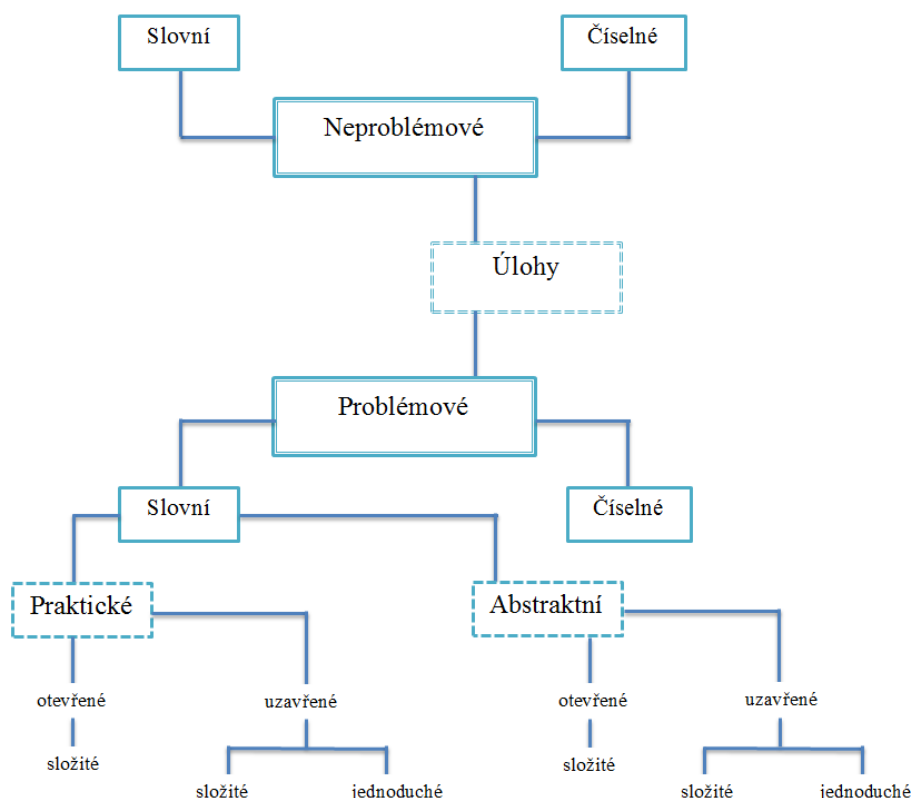
Problémové úlohy mohou být využívány během kterékoliv fáze vyučovací hodiny, ale je zapotřebí tento druh úloh odlišit od úloh na procvičování. Výsledkem používání problémových metod je dopad na rozvoj tvořivosti, paměti, myšlení a představivosti.

Problémové úlohy mohou být zadávány jak už v ústní formě, písemné nebo také například graficky. Způsob, jak bude problémová úloha zadána, závisí na tom, jaké cíle jsme si stanovili, také na obsahu učiva a zejména na možnostech žáků, kterým problémové úlohy chceme zadat. Důležité je tedy dostatečně vědět, zda žáci mají dostatečně osvojené znalosti, pro předpoklad správného řešení takovýchto úloh.

Učitel musí brát v potaz také správně zvolenou obtížnost úloh, a jakým způsobem úlohy zadá. Pokud bude problémová úloha příliš obtížná, problémovou situaci to u žáka nevyvolá a spíše bude pro další řešení podobných úkolů demotivován. Je zapotřebí také počítat s tím, že jedna problémová úloha nemusí vyvolat problémovou situaci u všech žáků ve třídě. Pro jednoho žáka to bude problémová úloha, pro jiného rutinní příklad.

### 1.4.3. Typy problémových úloh

Aby učitel mohl rozpracovat učivo do soustavy problémových úloh a úspěšně je realizoval ve výuce, měl by být seznámen s typy problémových úloh a to z hlediska didaktické a z hlediska myšlenkové činnosti. Nejobecnější dělení uvádí Okoň (1966):



Obrázek 13: Typy problémových úloh

#### 1.4.4. Průběh řešení problému

Při řešení problému se žáci orientují na zpřesňování, zdůvodňování a rozvíjení stanovených hypotéz a při řešení postupují analyticky nebo heuristicky. V odborné literatuře se uvádí několik způsobů, kterými problém můžeme řešit. Patří sem například způsob pokus-omyl, postřehem nebo naučených algoritmem. (Maňák, Švec, 2003)

Níže uvedu čtyři mnou vybraná různá rozdělení fází průběhu řešení problému.

Maňák rozděluje průběh řešení problému do následujících pěti fází:

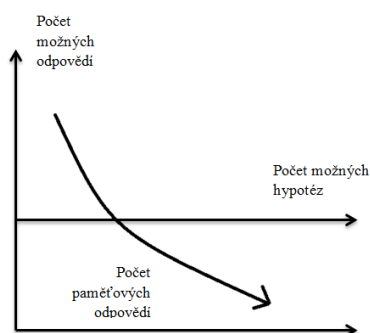
1. Identifikace problému, tj. jeho postižení, nalezení a vymezení.
2. Analýza problémové situace, proniknutí do struktury problému, odlišení známých a potřebných, dosud neznámých informací.
3. Vytváření hypotéz, domněnek, návrhy řešení.
4. Verifikace hypotéz, vlastní řešení problému.
5. Návrat k dřívějším fázím při neúspěchu řešení.



Fáze identifikace problému je počátečním bodem řešení, je pro žáky důležitá a zároveň obtížná. V častých případech se stává, že pozorovatel jevy sice vnímá, ale vlastně je nevidí, nezaregistruje tedy impuls k zamyšlení, výzvu k řešení. Učitel proto žákům podle potřeby pomáhá problém odhalit a formulovat. V různorodosti učitelovi pomoci, v rámci identifikace problému, spočívá také ve správném výběru problémů z hlediska sledovaných výchovně-vzdělávacích cílů, ve správném výběru potřebného materiálového zajištění, přístupnosti a přiměřenosti problému a také přizpůsobení časových podmínek.

Analýza problémové situace pomáhá problém jasně pochopit a definovat. Analýza se týká jak cíle, který je někdy nutno přizpůsobit nebo přeformulovat, k výchozím faktům, které jsou pro řešení k dispozici. V této souvislosti je považováno za racionální vytvořit seznam faktů daných nebo lehce dostupných, rozlišit informace důležité od nevýznamných a počítat také s tím, že některé údaje bude potřeba vymezipolací (doplněním) nebo extrapolací (odhadem).

Fáze vytváření hypotéz, domněnek nesmí chybět v žádném heuristickém myšlenkovém postupu. Jde o postup hledání klíče od problémové situace, přeskupování dat a informací tak, aby z nich mohla vzniknout opodstatněná představa o řešení potíže. Zejména tahle fáze vytváření hypotéz odlišuje heuristický postup od klasického algoritmického způsobu řešení. Při navrhování hypotéz platí tzv. Guilfordovo pravidlo, které říká: „*Počet hypotéz vytvářených v přiměřeném časovém období (12-16 minut) je stálý na rozdíl od paměťových odpovědí, jejichž počet ve stejném období klesá k nule, přičemž pozdější nápady, hypotézy, myšlenky dokonce kvalitnější*“.<sup>28</sup>



Obrázek 14: Guilfordovo pravidlo

<sup>28</sup> MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5, s. 117

Verifikace hypotéz proces hledání završuje. Výsledek ověřování hypotéz je buď jejich přijetí, nebo odmítnutí, anebo oddálení rozhodnutí jelikož je potřeba stávající údaje ještě doplnit. Při verifikaci je nutno postupovat objektivně. Je to však příležitost pro cvičení kritického a logického myšlení. Pro výuku je však velmi podstatné, že neúspěch i chyba proces hledání neukončuje a není považována za žákovu neschopnost, ale naopak je to výzva k novým pokusům o doposud nevyzkoušené přístupy.

Návrat k dřívějším fázím je často nevyhnutelným krokem, nedostaví-li se očekávaný výsledek a není-li řešitel ochotný hledání východiska vzdát. Nezdařené postupy či výsledky při řešení problémů mohou mít povahu jak objektivní (nepříznivé okolnosti), tak subjektivní, kdy se projeví nedostatečná příprava a neodpovídající předpoklady žáků.

J.D. Bransdorf a B.S. Stein uvádí posloupnost postupných kroků, tzv. IDEAL postup při řešení problému:

I= identifikace problému

D= definice cílů

E= explorace, použití možných strategií

A= anticipace, použití možných strategií výsledků a činností

L= logické zhodnocení výsledků jako výzva pro další učení (look back and learn)<sup>29</sup>

Dalším známým návrhem posloupností operací je pod názvem DITOR, který uvádí autor M.Zelinka:<sup>30</sup>

D= definuj problém

I= informuj se

T= tvoř řešení

O= ohodnot' řešení

R= realizuj řešení

---

<sup>29</sup> MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5, s. 118

<sup>30</sup> ZELINA, Miron. *Tvořivost v matematice: Metod.materiál pro učit.matem.* Ostrava: Krajský pedagogický ústav, 1990. ISBN 80-900158-9-1, s. 25

Pecina vychází z řešení problému pomocí šesti kroků podle M. Kožuchové (1995):

1. Definice problému a jeho vymezení
  - V čem je problém? Žák si uvědomuje, že narazil na obtíž, kterou nedokáže vyřešit pomocí dosavadních poznatků
2. Naznačení ideálního řešení
  - Čeho chceme dosáhnout?
3. Sběr informací a poznatků o problému
  - Co musíme znát, abychom mohli problém vyřešit?
4. Návrhy řešení, alternativy
  - V této fázi se dochází k objevení nových „objevitelských“ myšlenek, které jsou projevem tvůrčího přístupu žáka. Je to náročná fáze na představivost, fantazii, myšlení. Jde ale zároveň o nejdůležitější fázi řešení problému
5. Zhodnocení návrhu
  - V této fázi zjistíme, zda je řešení dostačující. Pokud ne, vrátíme se k první fázi.
6. Realizace návrhu
  - V této fázi si pokládáme otázky: Splnili jsme cíle? Co jsme vyřešili?
7. Hodnocení a systematizace získaných poznatků
  - V procesu řešení žáci mohou poznat různé pojmy a souvislosti, které je potřeba zařadit do systému a upevnit. (Pecina, Zormanová, 2009)

Dále se uvádí, že při praktickém použití těchto zásad je potřeba dodržovat následující zásady:

- Zásada uvědomování si cíle (je třeba vědět, z čeho vycházíme a čeho chceme docílit)
  - Zásada logické postupnosti (nejdříve důkladná analýza informací, poté kombinace jednotlivých prvků)
  - Zásada klidného postupu (problémové úlohy řešíme bez uspěchání. Od jednoho kroku k druhému postupujeme rozvážně. Pokud něčemu nerozumíme, vrátíme se zpět a promýšlíme další postup)
  - Zásada pružného myšlení (někdy k vyřešení problému můžeme dojít pomocí náhody)
  - Zásada dodržování správné duševní hygieny (pokud se žák příliš dlouho zabývá řešením jednoho problému, může se pak snadno unavit. V tomto případě je zapotřebí odpočinout si a věnovat se jiné činnosti. K problému se vrátit později)
- (Pecina, Zormanová, 2009)

## 1.5. Problémové úlohy na internetu

Pro svou diplomovou práci a ukázkou problémových úloh jsem vybrala dvě internetové zahraniční stránky. Vybrala jsem si je proto, že se mi líbil celkový koncept stránek i zadání úloh a jejich obsah. Nevýhodou je nutná znalost anglického jazyka. Co se týče českých zdrojů, kde je možné najít problémové úlohy, tak mi nejnámější přijdou úkoly z Matematické olympiády nebo Matematického klokana.

Díky dotazníkovému šetření, jsem se zpětnou vazbou od respondentů pedagogů dozvěděla, že si myslí, že není u nás žádná sbírka, kde by příklady tohoto charakteru byly sepsány.

### 1.5.1. CEMC - <http://www.cemc.uwaterloo.ca/>

První internetový portál, odkud jsem čerpala úlohy, byl CEMC (The Centre for Education in Mathematics and Computing) v překladu Centrum pro vzdělávání v matematice a výpočetní technice. Tento internetový portál každý týden zveřejňuje tzv. „problémy týdne“. Jde o největší Kanadskou organizaci pro podporu vytváření materiálů k matematice a informatice.

CEMC vydává „problémy týdne“ již od roku 2012 a všechny doposud vydané materiály jsou zveřejněny a přístupny na jejich webových stránkách.

Úlohy jsou vždy sepsány tak, že část materiálu je určena pro studenty a část pro učitele, kde mají možnost nahlédnout i na správné řešení. Matematické úkoly jsou rozděleny do oblastí matematiky, jako je algebra, geometrie, prostorová představivost, pravděpodobnost a je určena pro žáky od 5. ročníku do 3. ročníku střední školy. Všechny úkoly jsou rozděleny také podle obtížnosti řešení do čtyř skupin.

Mě osobně se úlohy této kanadské organizace moc líbí, líbilo se mi zpracování úloh, zadání, které je vždy zpestřeno o obrázek nebo je pro řešení nachystaný graf, tabulka nebo nějaké schéma.

Problem of the Week  
Problem B

Down on the Farm

The Grade 1 students at Upper Drive Elementary School recently went to visit a local farm.



While they were there, they saw cows, horses, dogs, and baby chicks (at least one of each). They counted a total of 27 animals. The farmer told them that the animals have 76 legs altogether, and that there are 16 chicks, and 4 more dogs than cows.

How many were there of each animal? (More than one solution is possible.)

Animals	No. of Animals	No. of legs per Animal	Total No. of Legs
Cows			
Horses			
Dogs			
Chicks	16		
Totals	27		76

Obrázek 15: Ukázka problémové úlohy z CEMC

### 1.5.2. A+ Click - <http://www.aplusclick.com/>

Jde o projekt založený Igorem Kokcharovem v roce 2010. Myšlenka tohoto projektu je, aby pomohla dětem při objevování a řešení zajímavých matematických problémů a rébusů. Tento portál je přístupný všem bez registrace a poplatků za využívání materiálů. Obsahuje více než 5000 problémových úloh zaměřené na žáky od 1. ročníku základní školy až po žáky 3. ročníku střední školy.

Úlohy jsou zaměřené na logické myšlení, prostorovou představivost. Tyto úlohy jsou vždy doplněné o ilustraci a popis.

U úloh na tomhle portále mají žáci vždy možnost výběru ze čtyř možných odpovědí, kdy je vždy jen jedna odpověď správná.

Opět jsou úlohy rozděleny podle úrovně nebo tématu.

Žáci jsou zde motivováni k řešení tím, že za každou správnou odpověď získávají body a jakmile dosáhne 16-ti bodů, je zařazen do soutěže s ostatními žáky a soutěží mezi sebou o získané body. Nejlepších deset žáků je vždy zobrazeno i s dosaženým skóre na úvodní straně portálu.

Podle mého názoru jde o velmi hezkou stránku s problémovými úlohami. Stránka je zpracována velmi poutavě a nápad se získáváním bodů a zveřejněním těch nejlepších mi přijde motivující.

The screenshot shows a digital math problem interface. On the left, there is a sidebar with the 'A+ Click' logo, a red 'X' icon, and a blue box containing 'K4', 'Age: 9+', and a small icon. Below this is the copyright notice 'A+Click © 2018'. The main area contains the question 'What fraction of the cubes is red?' and a 2x2x2 cube with 3 red faces. Below the question are four radio button options:  $3/8$ ,  $2/3$ ,  $5/9$ , and  $4/9$ .

Obrázek 16: Ukázka problémové úlohy z A+ Click

## 2. EMPIRICKÁ ČÁST

Empirická část v diplomové práci je rozdělena na dvě části. Na sbírku problémových úloh z matematiky a dotazníkové šetření, kterým bylo zjištěno povědomí pedagogů v České republice o problémových úlohách

### 2.1. Empirické šetření

#### 2.1.1. Cíle a dílčí cíle empirického šetření

Hlavním cílem empirického šetření bylo zjištění povědomí učitelů matematiky na základních školách o problematice problémových úloh a vytvořit námět problémových úloh.

Dílčími cíli empirické části pak jsou:

- Zjistit, co si pedagogové představují pod pojmem „problémová úloha“
- Zjistit, zda tento typ úloh zařazují do hodin matematiky
- Získat zdroje, odkud problémové úlohy pedagogové čerpají

V části, kterou jsem nazvala Sbírkou problémových úloh, předkládám stručný seznam příkladů s návrhem jejich řešení. Tyto úlohy jsem čerpala zejména z výše zmíněných internetových portálů, tedy z CEMC a A+ Click. Cílem je předložit námět, jaké problémové úlohy by bylo možno zařazovat do hodiny matematiky.

#### 2.1.2. Metody empirického šetření

Z důvodu provedení dotazníkového šetření po celé České republice jsem zvolila online vyplnění dotazníku. Respondenti uváděli své názory a odpovědi v dotazníku na celkem 11 otázek pomocí uzavřených odpovědí a otázky, kde byla možnost odpovědět volnou formou. Dotazník v celém znění předkládám jako přílohu.

V úvodu dotazníku jsem chtěla zjistit demografické rozložení respondentů, a proto jsem se dotazovala na *1. Jste?* (pohlaví), *2. Ve věku?*, *3. Pracujete v?* (kraj), abych mohla poté zjistit případný vliv věku, pohlaví, či místa výkonu povolání na další odpovědi. Další otázkou *4. Co si představujete pod pojmem problémová úloha?*, jsem chtěla zjistit, jaký je názor dotazovaných na tuto problematiku a jak k ní každý z respondentů

přístupuje. Na tuto otázku přímo navazovala otázka 5. *Zahrnujete problémové úlohy do výuky?*, aby bylo jasné, zda má význam odpovídat na další otázky, či nikoli. Otázkami 6. *Umí žáci tyto úlohy řešit?* a 7. *Baví žáky zařazení netradičních početních problémových úloh do hodiny matematiky?*, jsem se snažila zjistit zájem a schopnosti žáků daných pedagogů, zda a jak umí tyto úlohy řešit a zda je z jejich strany chuť a vůle tyto úlohy řešit. Otázky 8. *Myslíte si, že zařazení problémových úloh do výuky je přínosem pro pochopení probírané látky?* a 9. *Pokud by jste měli možnost mít v rukou sbírku problémových úloh, zařadili byste je do výuky?*, byly koncipovány tak, abych měla od pedagogů zpětnou vazbu na tuto problematiku a abych zjistila potenciál do budoucna nebo to, kterým směrem by se měla ubírat Sběrka problémových úloh, která je druhou částí praktické části této diplomové práce a zda by o ni mezi vyučujícími byl zájem. V otázkách 10. *Odkud čerpáte příklady?* a 11. *Jaký je Váš názor na problémové úlohy v matematice?*, jsem dala pedagogům volnou formou odpovědět, z jakých zdrojů tyto úlohy čerpají a kde hledají inspiraci pro problémové úlohy a jaký je jejich celkový názor na tuto problematiku. S podrobnějšími výsledky Vás seznámím níže.

### 2.1.3. Podmínky empirického šetření

Empirické šetření proběhlo pomocí online dotazníku, který byl zaslán do 350 základních škol v České republice. Rozdělení jsem volila tak, aby byly všechny kraje zastoupeny rovnoměrně. Z každého kraje jsem vybrala 25 základních škol, jejichž ředitelům jsem zaslala email s žádostí o vyplnění dotazníku a s odkazem, kde tento dotazník naleznou.

Záměrně jsem dotazník neposílala konkrétním pedagogům matematiky, aby byla zajištěná anonymita. V emailu jsem pak jen s žádostí o vyplnění podotkla, že je to určeno pro pedagogy matematiky. V první části jsem obeslala 200 škol, bohužel počet vyplněných dotazníků nebyl tak vysoký, jak jsem očekávala. Proto jsem se rozhodla pro druhé kolo. V tomto jsem oslovila 150 škol. Celkem na dotazníky odpovědělo 100 pedagogů matematiky na základních školách ze všech krajů České republiky (viz "Graf 2"). Nejpočetnější skupinu tvořili kantoři z Moravskoslezského kraje, kterých bylo 13, následují kraje Vysočina, Pardubický a Zlínský kraj, všechny po 12 odpovědích. Nejméně zastoupený je kraj Jihočeský a Královehradecký s pouhou jednou odpovědí a kraj Plzeňský se 2 odpověďmi.



## 2.2. Sbírka problémových úloh

Tuto sbírku problémových úloh z matematiky pro žáky základní školy (2. stupeň) jsem vytvořila jako námět pro pedagogy, jaké zajímavé problémové úlohy by mohly zařadit do výuky matematiky. U žáků druhého stupně by mělo být za pomoci nestandardních aplikačních úloh a problémů rozvíjeno logické myšlení, jejich argumentační dovednosti a dovednosti modelování v matematice.<sup>31</sup>

V pořadí od šestého do devátého ročníku by měl žák umět řešit číselné a obrázkové řady, početní obrazce, vlastnosti rovinných a prostorových geometrických útvarů, postupy při řešení netradičních geometrických úloh, úlohy spojené s prostorovou představivostí.<sup>32</sup>

### 2.2.1. Na farmě

Studenti ZŠ navštívili místní firmu. Během prohlídky farmy studenti viděli krávy, koně, psy a kuřátka (vždy alespoň jedno zvíře od každého druhu). Celkem studenti napočítali 27 zvířat. Farmář jim řekl, že zvířata mají celkem 76 noh a na farmě má 16 kuřátek a o 4 více psů než krav. Kolik kusů je z každého druhu zvířete? Úloha má více než jedno řešení.



*Vytvořeno podle [21], s. 71*

Zvířátko	Počet kusů	Počet nohou u jednoho zvířátka	Celkem nohou
Krávy			
Koně			
Psi			
Kuřátka	16		
<b>Celkem</b>	27		76

<sup>31</sup> Doporučené učební osnovy předmětů CJL, AJ a M pro základní školy [online]. 2011 [cit. 2016-04-27]. Dostupné z: <http://www.nuv.cz/file/189>

<sup>32</sup> Doporučené učební osnovy předmětů CJL, AJ a M pro základní školy [online]. 2011 [cit. 2016-04-27]. Dostupné z: <http://www.nuv.cz/file/189>

### Řešení:

Ze zadání víme, že je na farmě celkem 16 kuřátek, proto 27 (z celkového počtu všech zvířat na farmě) mínus 16 je 11 čtyřnohých zvířátek.

Dále víme, že psů musí být o 4 více než krav. Takže když na farmě bude kráva jedna, psů bude 5.

Když budou dvě krávy, psů bude 6, a když budou tři krávy, psů bude 7 (dále pokračovat nemůžeme, protože nám zbývá 11 zvířat a od každého druhu musí být alespoň jedno, proto nám zbývá jeden kůň).

Zvířátko	Počet kusů	Počet nohou u jednoho zvířátka	Celkem nohou
<b>Krávy</b>	1 nebo 2 nebo 3	4	4 nebo 8 nebo 12
<b>Koně</b>	5 nebo 3 nebo 1	4	20 nebo 12 nebo 4
<b>Psi</b>	5 nebo 6 nebo 7	4	20 nebo 24 nebo 28
<b>Kuřátka</b>	<b>16</b>	2	32
<b>Celkem</b>	<b>27</b>		<b>76</b>

Máme tedy 3 možnosti řešení:

- a) 1 kráva, 5 koní, 5 psů a 16 kuřátek
- b) 2 krávy, 3 koně, 6 psů a 16 kuřátek
- c) 3 krávy, 1 kůň, 7 psů a 16 kuřátek

Pozn.: Dal by se příklad vyřešit, kdyby farmář studentům neprozradil počet kuřátek?

Když budeme předpokládat, že všechny zvířátka mají 4 nohy. Potom  $27 \times 4 = 108$  nohou celkem. Ale ve skutečnosti je na farmě celkem pouze 76 nohou, proto  $108 - 76 = 32$  nohou, které budou patřit právě jedinému dvounohému zvířátku a to kuřátku. Tedy  $32 : 2 = 16$  kuřátek celkem.

### 2.2.2. Krátký konec tyče

Dřevěná tyč je rozřezaná na 3 díly. Každá část má odlišnou délku. Ale víme, že každý kus (výjimkou je kus nejkratší) je dvakrát tak dlouhý jako kus další (následující). Jaký zlomek z celé tyče tvoří každý kus?



*Vytvořeno podle [21], s. 72*

Řešení:



Základem řešení tohoto úkolu je správně si nakreslit zadání a řezy tyče.

Víme tedy, že nejkratší kus tyče bude mít délku 1. Střední díl musí mít délku 2, abychom dodrželi podmínku, že vždy následující díl je dvakrát tak dlouhý jako díl předchozí.

Nejdelší kus musí mít délku 4. Opět, abychom dodrželi podmínku, že je dvakrát delší než díl předchozí.

Celá tyč je tedy rovna 7 dílům (jednotkám):

$$\text{Nejkratší kus} = \frac{1}{7}$$

$$\text{Prostřední kus} = \frac{2}{7}$$

$$\text{Nejdelší kus} = \frac{4}{7}$$

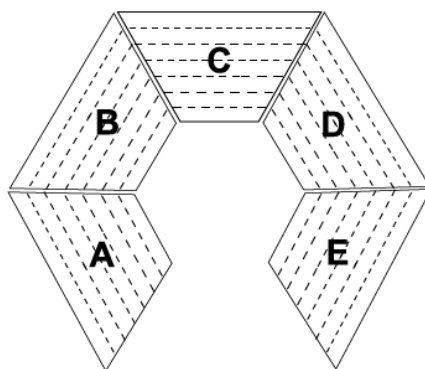
### 2.2.3. Plný dům hudby

Ve městě Stromovka se staví nové divadlo pro každoroční festival hudby. Jedná se o velmi oblíbenou show a 6 tisíci prodanými vstupenkami. Starosta se obává, že díky zvláštnímu zasedacímu pořádku nebo dost místa pro publikum. V plánu sezení od architekta je, že v první řadě každé sekce je 176 sedadel. Druhá řada má 188 sedadel a třetí řada má 200 sedadel.

(Všimněte si, že počet sedadel se v každé řadě zvýší o stejný počet)

a) Pokud má každá sekce 6 řad, kolik sedadel bude v poslední řadě?

b) Jestliže je v divadle 5 sekcí A, B, C, D a E, bude dost místa pro všechny majitele zakoupených vstupenek? Kolik míst bude popřípadě navíc?



*Vytvořeno podle [22], s. 61*

Řešení:

a) Podle uvedených informací se počet křesel v každé řadě zvýší o 12 míst ( $188-176=12$ ) vzhledem k předchozí řadě.

Řada	Sedadla
1	176
2	188
3	200
4	212
5	224
6	236
Celkem	1236

6. řada bude tedy mít 236 sedadel.

- b) Protože máme 5 sekcí, celkový počet míst k sezení tedy bude  $5 \times 1236 = 6180$ , což je dost pro všechny držitele vstupenek a ještě je 180 lístků navíc.

#### 2.2.4. Soutěž v prodeji čokolády

Děti ve škole dostali za úkol prodávat čokoládu pro školní sbírku. Jirka prodával mandlové tyčinky v bílé čokoládě první den za 24 Korun a každý další den se zdražovaly vždy o 2 koruny. Aneta prodávala tyčinky karamelové první den za 12 korun a potom každý další den o 4 koruny více.

a) Jestliže takto prodávali 5 dnů, kdo prodal za větší cenu za jednu čokoládu? O kolik korun byla dražší?

b) Předpokládejme, že prodej po 5- ti dnech pokračuje a žáci stále prodávají čokoládu za stejných podmínek jako doposud. Ve který den Jirka a Aneta prodávají tyčinky za stejnou cenu?

c) Který den bude Aneta prodávat tyčinky o 10 korun dražší než Jirka?



*Vytvořeno podle [22], s. 94*

Řešení:

Den	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Jirka	24	26	28	30	32	34	36	38	40	42	44	46
Aneta	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56

- a) Na konci pátého dne Jirka prodával tyčinky za více než Aneta. Prodával je o 4 koruny dražší než Aneta ( $32 - 28 = 4$ )
- b) Oba prodávají za stejnou cenu 7. den
- c) Aneta bude prodávat tyčinky o 10 korun dražší 12. den

### 2.2.5. Květinová zahrada

Pan Sova pěstuje 5 růží v řadě kolem jeho pozemku. Pak začal pěstovat i tulipány a to tak, že je zasadil do každé mezery mezi růžemi. Dále začal sadit narcisy a opět je zasadil do každé mezery mezi květinami. To stejné opakoval s petúniemi, konvalinkami a liliemi. Kolik je celkem květin kolem jeho pozemku?



*Vytvořeno podle [23], s. 84*

#### Řešení:

Po zasazení 5 růží máme 4 volná místa, do kterých zasadil 4 tulipány---> máme tedy  $5 + 4 = 9$  květin

Mezi 9 květinami má 8 míst, kam zasadil 8 narcisů----> takže máme  $9 + 8 = 17$  květin

Mezi 17 květinami máme 16 míst, kam zasadil 16 petúnií---> takže máme  $17 + 16 = 33$  květin

Mezi 33 květinami máme 32 míst, kam zasadil 32 konvalinek ---> takže máme  $33 + 32 = 65$  květin

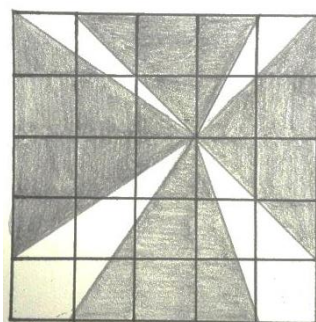
Mezi 65 květinami máme 64 míst, kam zasadil 64 lilií---> takže máme  $65 + 64 = 129$  květin

Pan Sova měl kolem svého pozemku celkem 129 květin

## 2.2.6. Poměr mezi šedou a bílou

Obraz níže je čtverec o rozměrech  $5\text{cm} \times 5\text{cm}$  a je tvořený 25- ti identickými čtverečky o rozměrech  $1\text{cm} \times 1\text{cm}$  naskládaných v pěti řadách, z nichž každá řada obsahuje 5 takovýchto čtverečků. Velký čtverec má 4 šedé trojúhelníky (jako je vyobrazeno na obrázku níže).

Najděte poměr mezi obsahem šedé části a bílé části.



*Vytvořeno podle [23], s. 19*

Řešení:

Začneme s označením jednotlivých ploch čtyř šedých trojúhelníků. Označíme se je A, B, C a D.

Budeme počítat plochu každého trojúhelníku pomocí vzorce pro obsah trojúhelníku.

$$S = \frac{\text{základna} \times \text{výška}}{2}$$

Trojúhelník, který jsme si označily A má délku základny  $4\text{cm}$  a výšku  $3\text{cm}$ . Obsah tohoto trojúhelníku je

$$S = \frac{4 \times 3}{2} = \frac{12}{2} = 6\text{cm}^2$$

Trojúhelník, který jsme si označily B má délku základny  $3\text{cm}$  a výšku  $2\text{cm}$ . Obsah tohoto

trojúhelníku je  $S = \frac{3 \times 2}{2} = \frac{6}{2} = 3\text{cm}^2$

Trojúhelník, který jsme si označily C má délku základny  $4\text{cm}$  a výšku  $2\text{cm}$ . Obsah tohoto

trojúhelníku je  $S = \frac{4 \times 2}{2} = \frac{8}{2} = 4\text{cm}^2$

Trojúhelník, který jsme si označily D má délku základny  $3\text{cm}$  a výšku  $3\text{cm}$ . Obsah tohoto

$$\text{trojúhelníku je } S = \frac{3 \times 3}{2} = \frac{9}{2} \text{ cm}^2$$

Obsah celé šedé plochy je tedy součet jednotlivých obsahů čtyř trojúhelníků, tedy

$$6 + 3 + 4 + \frac{9}{2} = 13 + \frac{9}{2} = \frac{26 + 9}{2} = \frac{35}{2} \text{ cm}^2$$

Nyní můžeme určit obsah bílé plochy. Víme, že velký čtverec tvoří plochu  $5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$

Bílá plocha bude tedy obsah celého čtverce mínus obsah šedé plochy.

$$25 - \frac{35}{2} = \frac{50 - 35}{2} = \frac{15}{2} \text{ cm}^2$$

Poměr mezi obsahem šedé plochy a bílé plochy je

$$\left(\frac{35}{2}\right) : \left(\frac{15}{2}\right) = 35 : 15 = 7 : 3$$

### 2.2.7. Spravedlivé dělení

Čtyři studenti dostali dohromady za školní projekt 1000Kč. Domluvili se, že si peníze rozdělí podle odvedené práce na projektu. Adam a Bořek dostali  $\frac{1}{8}$  a  $\frac{1}{5}$  z celkového počtu. Cyril dostal průměr toho, co Adam a Bořek dohromady. Dana dostala zbytek z celkové částky. Urči zlomkem, jakou částku z celkové sumy Dana dostala?



*Vytvořeno podle [23], s. 63*



Řešení:

Adam dostal  $\frac{1}{8}$  z celkové částky, takže dostal  $\frac{1}{8} \times 1000 = 125$  Kč

Bořek dostal  $\frac{1}{5}$  z celkové částky, dostal tedy  $\frac{1}{5} \times 1000 = 200$  Kč

Cyril dostal částku ve výši průměru, kolik dostal Adam a Bořek dohromady, tedy

$$\frac{125 + 200}{2} = \frac{325}{2} = 162,50 \text{ Kč.}$$

Dana dostala zbylé peníze. Tedy  $1000 - 125 - 200 - 162,50 = 512,50$  Kč.

Po převodu na zlomek dostaneme  $\frac{512,50}{1000} = \frac{5125}{10000} = \frac{41}{80}$  z celkové částky peněz.

### 2.2.8. Výletní loď

Jeden pasažér se zeptal kapitána, kolik cestujících je na lodi. Kapitán mu odpověděl, že  $\frac{1}{6}$  všech cestujících jsou senioři,  $\frac{1}{4}$  tvoří děti a mladiství. Dospělých je 3krát více než mladistvých a dětí je celkem na lodi 138. Kolik pasažérů je tedy na výletní lodi?



*Vytvořeno podle [24], s. 4*

Řešení:

Označme si:

n.....celkový počet pasažérů

s..... senioři

d.....dospělý

m..... mladiství

c..... ..děti

Víme tedy, že platí rovnost  $n = s + d + m + c$

Dále víme, že seniorů je na palubě  $s = \frac{1}{6}n$ . Děti a mladistvých je na palubě  $c + m = \frac{1}{4}n$  a

jelikož víme, že dětí je 138, potom  $138 + m = \frac{1}{4}n \Rightarrow m = \frac{1}{4}n - 138$

Dále víme, že dospělých je 3krát více než mladistvých,  $d = 3m \Rightarrow a = 3\left(\frac{1}{4}n - 138\right)$

Po dosazení dostaneme:  $n = \frac{1}{6}n + 3\left(\frac{1}{4}n - 138\right) + \left(\frac{1}{4}n - 138\right) + 138$

$$n = \frac{1}{6}n + \frac{3}{4}n - 414 + \frac{1}{4}n - 138 + 138$$

$$n = \frac{1}{6}n + n - 414$$

$$n = \frac{7}{6}n - 414$$

$$\frac{1}{6}n = 414$$

$$n = 2484$$

Celkový počet pasažérů na lodi je tedy 2484. Dospělých cestuje 1449, seniorů 414 a mladistvých 483.

### 2.2.9. Ztracené číslice

Studenti našli na ve staré učebnici příklad. Tento příklad byl však z části pokapán inkoustem a tak některé číslice chyběly. Nicméně zde byla poznámka: „Výsledný součet je dělitelný třemi“. Prostřední chybějící číslo v prvním řádku označte A a dolní číslice bude B. Zjistí všechny možné hodnoty pro A, B

$$\begin{array}{r} 2 \ A \ 4 \\ + 3 \ 2 \ 9 \\ \hline \ \ 5 \ B \ 3 \end{array}$$

Vytvořeno podle[24], s. 78

### Řešení:

Za prvé si můžeme jako první určit hodnotu  $B$ , protože víme, že výsledek musí být dělitelný třemi. Tedy ciferný součet čísel ve výsledku musí být dělitelný třemi. Tuto podmínku splňují čísla pouze 513, 543, 573. Tedy možné hodnoty pro  $B$  jsou 1, 4, 7

Víme, že  $2A4 + 329 = 5B3 \Rightarrow 2A4 = 5B3 - 329$ . Nyní zkusíme možné hodnoty pro  $B$  dosadit do téhle rovnice a najít tak správné  $A$ .

1. Když bude  $B = 1$ , pak  $513 - 329 = 184 \Rightarrow$  nemůže se rovnat  $2A4$ . Takže  $B = 1$  nevyhovuje našemu zadání
2. Když bude  $B = 4$ , pak  $543 - 329 = 214 \Rightarrow$  vyhovuje naší podmínce  $2A4$ . Takže možné řešení by bylo pro  $A = 1$  a  $B = 4$
3. Když bude  $B = 7$ , pak  $573 - 329 = 244 \Rightarrow$  vyhovuje naší podmínce  $2A4$ . Takže další možné řešení by bylo pro  $A = 4$  a  $B = 7$

Když bude  $A = 1, B = 4$  nebo  $A = 4, B = 7$ , pak bude mít příklad řešení podle stanovených podmínek.

### 2.2.10. Aktivity pro studenty

Na střední škole bylo 500 studentů. Každý student se musel na začátku školního roku přihlásit buď na aerobik nebo běhání. Nemohl si žádný zvolit oba druhy sportu. Dále si museli zvolit mezi kroužkem matematickým a kroužkem zabývající se životním prostředím. Opět si mohli zvolit pouze jeden kroužek. Celkem tedy měl každý student vždy dva zájmové kroužky. Po zapsání všech studentů jsme dostali tyto informace:

1. 55% studentů se nhlásilo, že bude navštěvovat kroužek aerobiku
2.  $68\frac{3}{4}\%$  studentů, kteří se nhlásili na matematický kroužek, zároveň navštěvovali hodiny aerobiku
3. 40% studentů aerobiku navštěvuje kroužek životního prostředí.

Urči počet studentů z kroužku životního prostředí, kteří současně navštěvují i běhání.

	Matematický kroužek	Kroužek životního prostředí
Aerobik		
Běh		

Vytvořeno podle [24], s. 83

### Řešení:

Víme, že ve škole je celkem 500 studentů. Z toho 55% studentů navštěvuje aerobik. Tedy:

$$0,55 \times 500 = 275 \text{ studentů}$$

Jelikož ze všech 500 studentů, měl každý navštěvovat buď aerobik nebo běh, tak nám z toho vyplývá, že na běh nám zůstalo  $500 - 275 = 225$  studentů, kteří navštěvovali kroužek běhu

Dále víme, že 40% studentů aerobiku navštěvuje kroužek životního prostředí. Tedy:

$$0,40 \times 275 = 110 \text{ studentů navštěvujících kroužek aerobiku a životního prostředí.}$$

Zbylí studenti aerobiku  $275 - 110 = 165$  navštěvují současně s aerobikem kroužek matematiky.

Těchto 165 studentů představuje  $68\frac{3}{4}\%$  z celkového počtu studentů matematického kroužku.

Proto  $165 \div 0,6875 = 240$  studentů, kteří navštěvují kroužek matematiky. Z toho vyplývá, že

$$240 - 165 = 75 \text{ studentů, kteří navštěvují kroužek matematiky a běhání.}$$

Zbylí studenti tedy musí navštěvovat kroužek životního prostředí a běhání. Tedy:

$$500 - 110 - 165 - 75 = 150 \text{ studentů na kroužku běhání a životního prostředí.}$$

	Matematický kroužek	Kroužek životního prostředí	Celkem
Aerobik	165	110	275
Běh	75	150	225
	240	260	500

### 2.2.11. Pirátský poklad

Truhla se zlatými mincemi váží 200 kg.

Když piráti zaplatí polovinu peněz jako daň vládě, truhla váží 120 kg.

Kolik váží prázdná truhla?



Řešení:

Označíme si:

a..... truhla

b..... zlato

$$a + b = 200$$

Potom:  $a + \frac{b}{2} = 120$        $a = 200 - 160 = 40\text{kg}$

$$\frac{b}{2} = 80 \Rightarrow 160$$

Prázdná pirátská truhla váží 40 kg.

### 2.2.12. Náramek

Jak dlouhý má Jana náramek, která je složený z 8 kroužků, pokud je šířka (průměr) celého kroužku 10 mm a tloušťka jednoho dílku je 1 mm (viz obrázek)?



Řešení:

Délku náramku zjistíme tak, že sečteme  $10 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8$ , kde 10 je průměr prvního kolečka, dále sčítáme po 8, protože musíme ubrat jeden milimetr z každé strany.

Délka náramku je tedy  $10 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 10 + 56 = 66\text{mm}$ .

### 2.2.13. Židle pro všechny

Každá z 11 rodin přinesla na oslavu stejný počet židlí. Jsou potřeba 2 další židle, aby se mohlo posadit všech 35 účastníků.

Kolik židlí každá rodina přinesla?



Řešení:

Abychom zjistili, kolik židlí přinesla každá rodina, tak musíme odečíst od 35 účastníků 2 židle, které chybí a vydělit počtem rodin.

Dostaneme tedy  $\frac{35 - 2}{11} = \frac{33}{11} = 3$  židle.

Každá rodina přinesla 3 židle.

#### 2.2.14. Prodej ovcí

Farmář prodává ovce po 2000 Kč za kus. Tuto zimu nabízí za každé tři koupené ovce jednu zdarma.

Tři lidé si chtějí koupit každý 11 ovcí.

Kolik Korun ušetří, pokud by si koupili ovce dohromady oproti tomu, kdyby si je kupoval každý zvlášť?



Řešení:

V případě, že by si každý chtěl koupit 11 ovcí sám, musí si pořídit 9 ovcí a 2 dostane zdarma. Výpočet tedy bude

$$3 \cdot 9 \cdot 2000 = 54000 \text{ (3 farmáři krát 9 ovcí)}$$

V případě, kdyby si ovce chtěli koupit dohromady, musí si koupit 25 ovcí a 8 dostanou zdarma.

$$25 \cdot 2000 = 50000$$

Rozdíl mezi těmito hodnotami je  $54000 - 50000 = 4000$ .

Pokud by si chtěli ovce koupit dohromady, ušetří 4000Kč.

### 2.2.15. Stavební kámen

Pět a půl dlažebních kostek váží dohromady přesně 66kg. Kolik váží jedna dlažební kostka?



Řešení:

Celkovou hmotnost pět a půl dlažební kostky vydělíme, tak získáme hmotnost jedné dlažební kostky.

$$66 : 5,5 = 12$$

Hmotnost jedné dlažební kostky je 12kg.

### 2.2.16. Tajemný rok

Rok, který se čte stejně normálně i vzhůru nohama je 1881.

Za kolik let nastane další?

1881

Řešení:

Je třeba si uvědomit, která čísla se dají číst i vzhůru nohama a poté je úkolem žáka najít nejbližší možný rok.

Takový rok nastane nejdříve za 80 let, protože se jedná o rok 1961.

1961

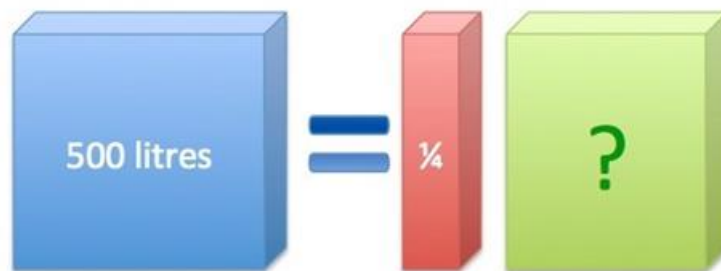


### 2.2.17. Objem nádob

Červená a zelená nádoba jsou dvě části modré nádoby. Modrá nádoba má objem 500l.

Objem zelené nádoby je čtyřikrát větší než objem červené nádoby.

Kolik je objem zelené nádoby?



Řešení:

Zelenou nádobu si označíme jako  $x$

Potom dostaneme

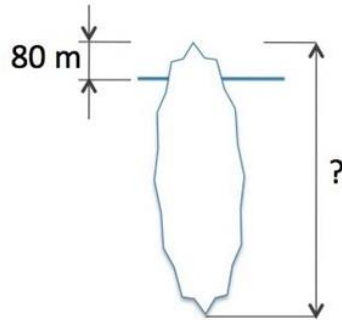
$$x + \frac{1}{4}x = 500$$
$$\frac{5}{4}x = 500$$
$$x = \frac{4}{5} \cdot 500 \Rightarrow x = 400$$

Objem zelené nádoby je 400l.

### 2.2.18. Ledovec

Kapitán zaoceánské lodi vidí ledovec, který ční 80 metrů nad hladinou. Pouze jedna šestina ledovce je vidět nad hladinou.

Jaká je celková výška ledovce?



Řešení:

Ledovec ční nad hladinou 80m, to víme, že je  $\frac{1}{6}$  celkové výšky. Proto:

$$\frac{1}{6}x = 80$$

$$x = 80 \cdot 6 = 480m$$

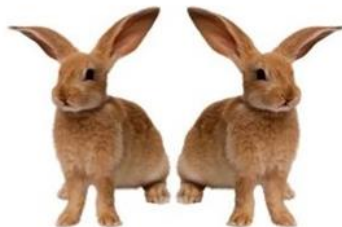
Celková výška ledovce je 480m.

### 2.2.19. Králičí město

Ve městě Legráckov žije 72 králíků.

Každých 8 měsíců se populace králíků v Legráckově zdvojnásobí.

Před jakou dobou byl počet králíků v Legráckově menší než 10?



Řešení:

před 8 měsíci  $72 / 2 = 36$

před 16 měsíci  $36 / 2 = 18$

před 24 měsíci  $18 / 2 = 9$

Populace králíků byla ve městě Legráckov menší než 10 před 24 měsíci, tedy 2 lety.

### 2.2.20. Termín odevzdání práce

Termín pro odevzdání práce do školy by stanoven na středu 17. září. Nakonec termín odevzdání posunuli o 48 dní. Na jaký den byl stanoven nový termín odevzdání práce?



Řešení:

Když bude zpoždění o 7 dní nebo o kterýkoliv násobek 7, konečný termín nezmění.

Pokud by bylo zpoždění 49 dní, jednalo by se opět o středu.

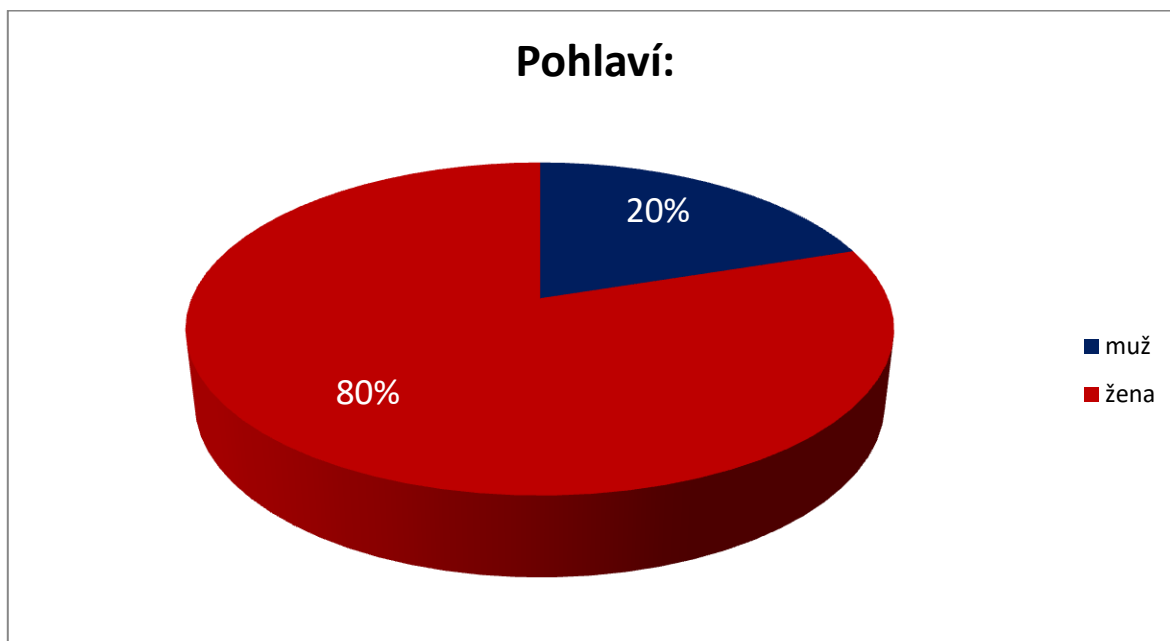
Proto tedy  $49 - 1 = 48$  a tudíž nový termín byl stanoven na úterý.

## 2.3. Dotazníkové šetření

Respondenti obdrželi online dotazník, který vyplnili zcela anonymně. Pro zachování anonymity jim byl doručen skrze svého ředitele školy.

Dotazník obsahoval celkem 11 otázek. V celém znění je přiložen jako příloha.

Podmínky dotazníkového šetření viz výše v kapitole 2. 1. 3.



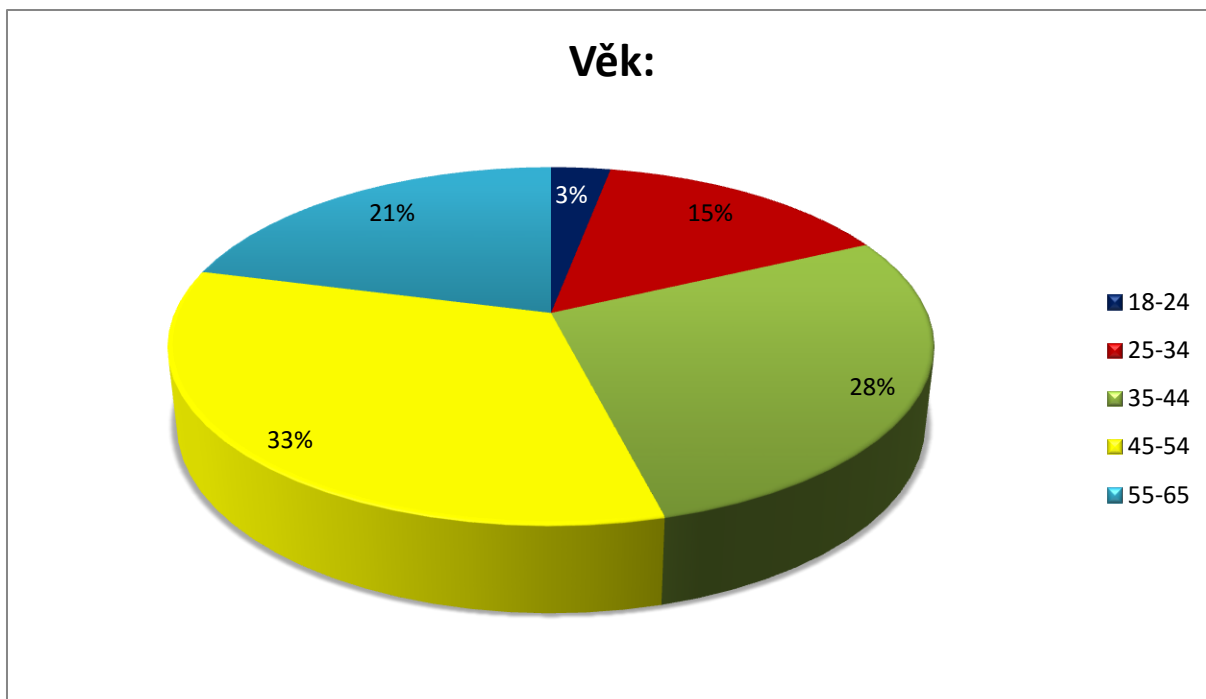
Graf 1: Odpovědi na 1. Otázku dotazníkového šetření

Touto otázkou jsem chtěla zjistit rozložení pohlaví mezi učiteli matematiky na základních školách v České republice. Z grafu je patrné, že na tento dotazník odpovědělo 80% žen a 20% mužů.

Podle Českého statistického úřadu se obecně nejvíce učitelů vyskytuje na základních školách a ve školním roce 2013/14 se přesně jednalo o 58 269, z toho učitelek bylo více než 49 tisíc.<sup>33</sup>

Dále podle údajů statistického úřadu víme, že čím vyšší stupeň škol, tím nižší podíl žen.

<sup>33</sup> ČESKÝ STATISTICKÝ ÚŘAD: Počty učitelů na jednotlivých typech škol ve školním roce 2013/2014 podle pohlaví. [online] 2014 [cit. 15. května 2016]. Dostupné z: <https://www.czso.cz/documents/10180/20541835/30000414k04.pdf/1c36bae7-8e79-48c2-a3c5-1e808158d603?version=1.1>

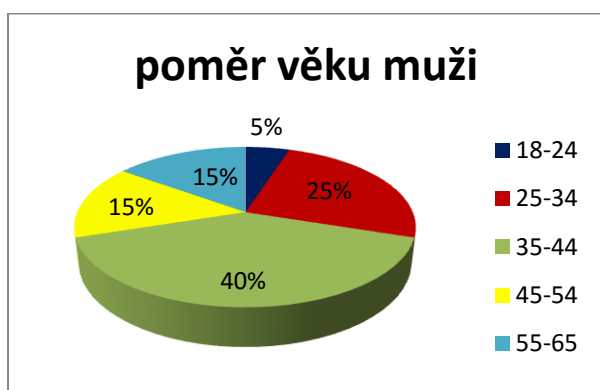


Graf 2: Odpovědi na 2. otázku dotazníkového šetření

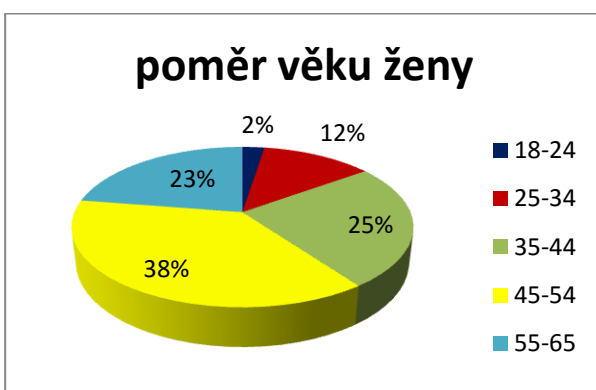
Tento graf nám ukazuje věkové rozložení mezi respondenty. Nejpočetnější skupinu tvoří pedagogové mezi 45-54 lety. Spolu se skupinami 55-65 a 35-44 let dávají dohromady 82% všech respondentů. Pokud by byl tento trend promítnut do celkového počtu vyučujících matematiky na základních školách, znamenalo by to, že chybí mladí učitelé pod 35 let.

Grafy č. 3 a 4 ukazují rozložení věkové struktury odpovídajících v závislosti na pohlaví.

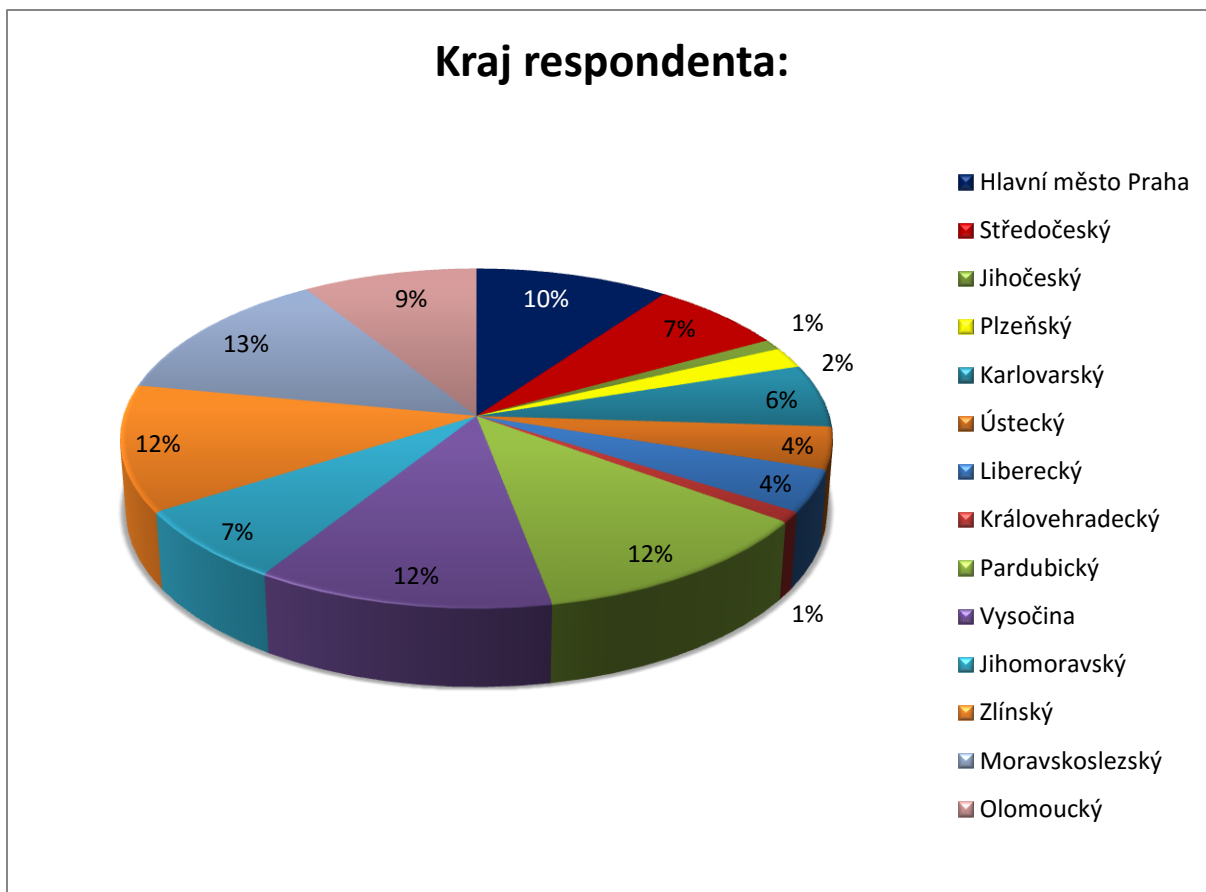
Je zajímavé vidět, že nejvíce učitelů je ve věku 35- 45 a učitelek je nejvíce 45-54.



Graf 3: Odpovědi na 2. otázku dotazníkového šetření



Graf 4: Odpovědi na 2. otázku dotazníkového šetření



Graf 5: Odpovědi na 3. otázku dotazníkového šetření

Touto otázkou jsem chtěla zjistit rozložení jednotlivých respondentů v krajích po České republice.

Online dotazník, byl zaslán do 350 základních škol v České republice. Rozdělení jsem volila tak, aby byly všechny kraje zastoupeny rovnoměrně. Z každého kraje jsem vybrala 25 základních škol.

Nejpočetnější skupinu vrácených dotazníků pak tvořili pedagogové z Moravskoslezského kraje, kterých bylo 13, následují kraje Vysočina, Pardubický a Zlínský kraj, všechny po 12 odpovědích. Nejméně zastoupený je kraj Jihočeský a Královehradecký s pouhou jednou odpovědí a kraj Plzeňský se 2 odpověďmi.

#### 4) Co si představujete pod pojmem "problémová úloha"?

Touto otázkou jsem se snažila zjistit povědomí o problémových úlohách mezi jednotlivými pedagogy. Zda převládá nějaký obecný názor na tuto problematiku či nikoli, zda se pedagogové v této problematice orientují a zda jsou s touto problematikou vůbec seznámeni. Mezi mnou oslovenými kantory převládají hlavně 2 názory na to, co to problémová úloha je.

- úloha na zapojení logického uvažování

- „Úloha z reálného života, kdy žáci jsou postaveni před zadání a úlohu mají vyřešit jakýmkoli způsobem. Hlavně musí zapojit logické myšlení či selský rozum“
- „Úloha, kterou nelze řešit pomocí jednoduchého mechanicky naučeného algoritmu, ale která nutí děti logicky přemýšlet, využít více matematických jevů a souvislostí, nejlépe pokud taková úloha odpovídá reálné situaci“

- úloha, ke které jsou třeba znalosti i z jiných oborů než jen z matematiky

- „Úloha s nedostatečným zadáním, které musí děti nějak doplnit - zjistit, doměřit, vyhledat, popřípadě doplnit nějakými znalostmi z jiných předmětů, nebo úlohy s přemírou údajů a děti musí vybrat jenom ty důležité“
- „Složitější úlohy, kde se prolíná více oborů; úlohy jsou z praxe (reálného života, žáci se s problémem mohou setkat i mimo školu)“
- „Úloha, která v sobě obsahuje více postupů, které se učí samostatně. Řešení úlohy spočívá v propojení těchto postupů dohromady“

- ve dvou případech se objevila odpověď citovaná z wikipedie :

- „Vychází z reálné situace a žáci ji řeší na základě experimentu nebo vyhledávání informací. Při řešení těchto úloh se z žáků stávají skuteční vědci, odborníci a badatelé. Učitelé vedou žáky k samostatnému uvažování, vyhledávání informací z různých zdrojů a vyvozování závěrů.“

-v jednom případě se objevila originální odpověď, která mě zaujala:

- „Je to úloha, která vychází z nějakých reálných situací, jevů atp. Úlohy potom řeším s žáky na základě experimentu, vyhledání informací nebo modelování konkrétní situace. Třída-skupina-žák se potom dostává do pozice, že tu úlohu vyřešil jako první - vědec či experimentátor. Vede k samostatnému uvažování, vyhledávání informace či vytváření hypotéz.“

Úplné znění odpovědí přikládám jako Přílohu 2.

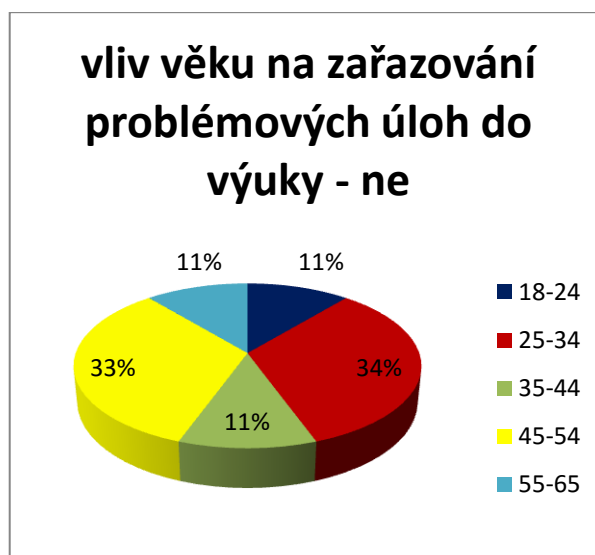


Graf 6: Odpovědi na 5. otázku dotazníkového šetření

Touto otázkou jsem chtěla zjistit, zda pedagogové využívají problémové úlohy v hodinách matematiky. Z grafu je patrné, že valná většina mnou dotázaných pedagogů tyto úlohy do svých hodin zařazují. Dále jsem se zaměřila na vliv věku pedagogů, zda ovlivňuje zařazení tohoto druhu úkolů do hodin.



Graf 7: Odpovědi na 5. otázku dotazníkového šetření



Graf 8: Odpovědi na 5. otázku dotazníkového šetření

Graf 7 prakticky kopíruje graf 2, to je dáno velkým počtem respondentů, kteří na tuto otázku odpověděli kladně, zatímco graf 8 je rozdělen téměř symetricky. Z tohoto výsledku tedy není



zřejmý vliv věku na odpověď. Spíše se tedy jedná o vlastní vůli a zkušenosti každého kantora, zda tento typ úloh do výuky zařadit či nikoli.

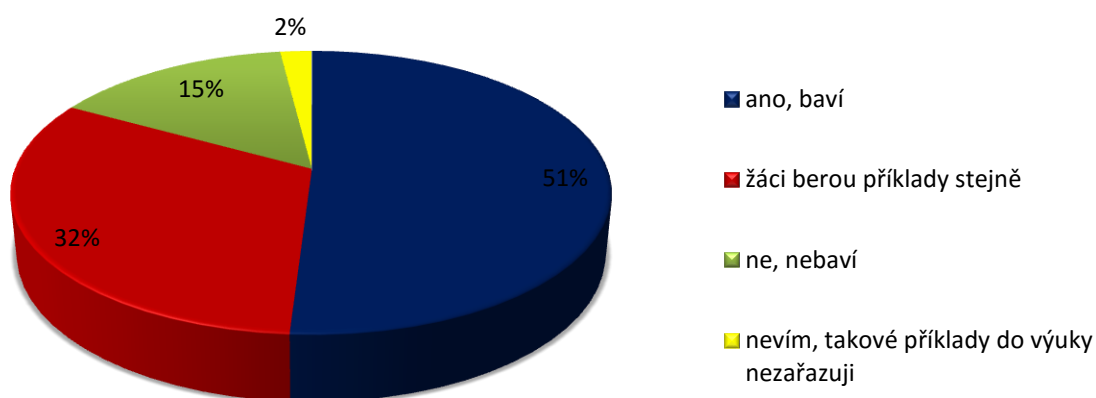


Graf 9: Odpovědi na 6. otázku dotazníkového šetření

Z grafu 9 je patrné, že prakticky všichni žáci na řešení problémové úlohy nakonec přijdou. Je tedy třeba soustavné pozornosti a osobního přístupu kantora k žákům.<sup>34</sup>

<sup>34</sup> Ze své zkušenosti musím uznat, že žáci, kteří jsou vedeni od první třídy k řešení úloh typu problémových či badatelských, tak s takovým řešením problém nemají. Během své praxe v průběhu studia jsem učila na klasické základní škole, kde žáci nezvládali řešit ani klasické slovní úlohy. Zvládali mechanicky počítat, ale když dostali příklad se zadáním nebo nějaký úkol, kde měli něco vymyslet, dojít na postup řešení, tak si s takovým úkolem nevěděli rady. Úplně opačný postoj žáků vidím nyní na škole, kde vyučuji. Žáci se učí matematiku podle Hejného a už od první třídy jsou opravdu zvyklí přijít si na vše sami. Učitel je ve třídě jen jako „výpomoc“, ale žádný postup řešení žákům „nediktuje“. Žáci v první třídě, vedení tohle metodou, pak bez jakýchkoliv problémů zvládají počítat úlohy stylu: „Myslím si číslo, když k němu přičtu 5, dostanu 17. Jaké číslo jsem si myslela?“ Tyto úlohy řeší z paměti a nečiní jim žádné problémy.

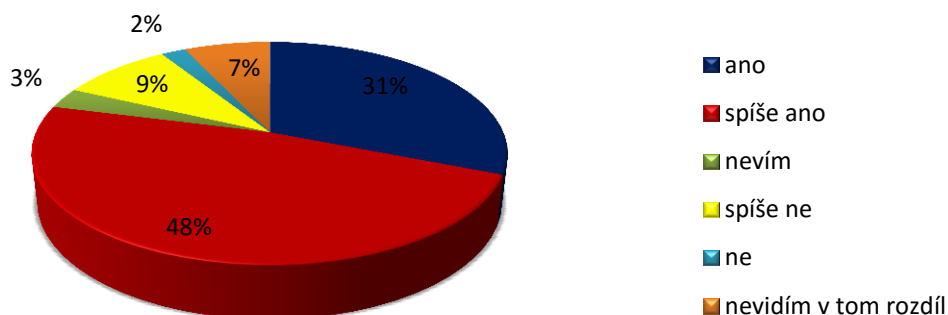
## Baví žáky zařazení problémových úloh do hodin matematiky?



Graf 10: Odpovědi na 7. otázku dotazníkového šetření

Touto otázkou jsem chtěla zjistit, zda mají žáci chuť problémové úlohy řešit, zda k nim přistupují pozitivněji než k běžným slovním úlohám a zda tedy má význam jejich zařazování do výuky. Z tohoto grafu můžeme vyčíst názor pedagogů na chování jejich žáků, pokud jim problémovou úlohu do výuky zařadí. V grafu je názorně vidět, že více než 50% žáků bere problémové úlohy pozitivně a můžeme říci příjemné zpestření výuky. Pouze 15% žáků tyto úlohy nebaví.

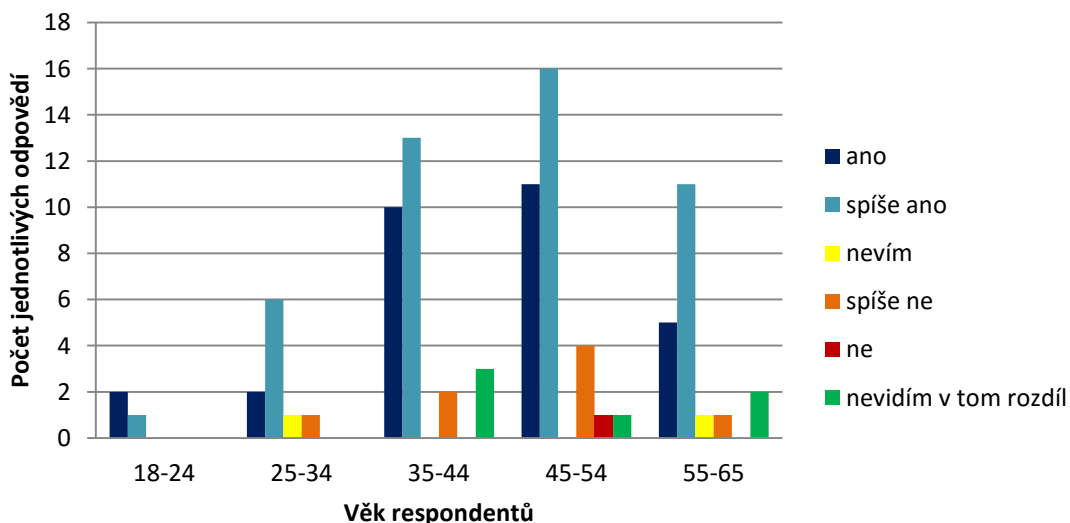
## Myslíte, že zařazení problémových úloh do výuky je přínosem pro pochopení probírané látky?



Graf 11: Odpovědi na 8. otázku dotazníkového šetření

Touto otázkou jsem chtěla znát názor oslovených pedagogů na zařazení problémových úloh do výuky. Vzhledem k tomu, že tyto úlohy podporují vlastní tvůrčí myšlení každého žáka, můžeme předpokládat, že pokud žák přijde na daný problém sám, svojí vlastní tvůrčí cestou, bude to pro něj přínosnější, jelikož na dané řešení přišel sám a tudíž si jej lépe zapamatuje.

## Myslíte si, že zařazení problémových úloh do výuky je přínosem pro pochopení probírané látky?



Graf 12: Odpovědi na 8. otázku dotazníkového šetření

Tímto grafem jsem chtěla zjistit, zda má na odpovědi v grafu 11 vliv i věk pedagoga. V grafu vidíme většinou modrou barvu, napříč všemi věkovými kategoriemi a to znamená, že pozitivní názor převažuje mezi pedagogy nehledě na jejich věk. Z grafu je patrné, že určitá skepse panuje u pedagogů starších 35 let, protože několik z nich odpovědělo, záporně, nebo neutrálně.

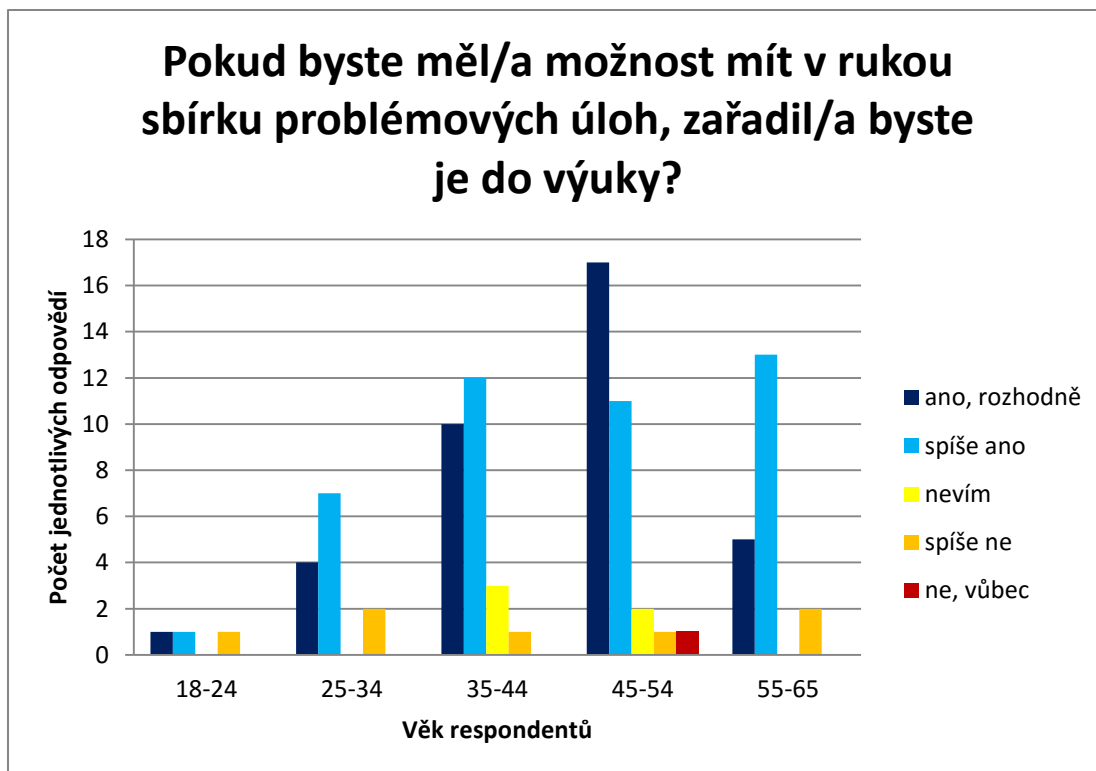
Graf ukazuje, že všichni respondenti ve věku 18-24 let zodpověděli kladně (ano, spíše ano), že si myslím, že je zařazení problémových úloh do výuky přínosem.

Mezi respondenty ve věku 35-44, 45-54 a 55-65 se našli takový, kteří přínos v tomhle druhu úloh nevidí, a nebo nevidí rozdíl v klasických úlohách a problémových úlohách



Graf 13: Odpovědi na 9. otázku dotazníkového šetření

Touto otázkou jsem se chtěla ujistit, zda má smysl tvoření sbírky úloh s problémovými úlohami a zda by byl o ní mezi pedagogy zájem. Z grafu 13 je patrné, že 81% kantorů by sbírku úloh uvítala spíše nebo úplně. Toto poukazuje na fakt, že pokud by měli pedagogové takovýto materiál k dispozici, s největší pravděpodobností by jej využívali a zpestřovali tak žákům běžné hodiny matematiky o problémové úlohy, které jsou (dle otázky 8) dle oslovených pedagogů nápomocny při pochopení nové látky.



Graf 14: Odpovědi na 9. otázku dotazníkového šetření

Tímto grafem jsem chtěla zjistit, vliv věku na danou otázku. Z grafu je patrné, že věk na jednotlivé odpovědi neměl vliv, jelikož záporné, či neutrální odpovědi prostupují napříč celého věkového spektra.

## 10. Pokud problémové úlohy zařazujete do výuky, odkud čerpáte příklady?

Touto otázkou jsem chtěla zjistit, kde a jak získávají kantoři pro zařazení problémových úloh do hodin matematiky, inspiraci a kde čerpají zadání. Po analýze a selekci odpovědí mohu odpovědi rozdělit do tří hlavních skupin, které jsou však nezdídky propojené. Protože čerpání pouze z jednoho pramene by bylo značně obtížné

- internet

velké množství kantorů odpovědělo, že hledá tento druh úloh na internetu, níže uvádím několik příkladů

- Práce Vondrová
- např. <http://www.novaskolabrno.eu/vyzkousej-svuj-duvtip-6.aspx>

- sbírky a sborníky

další početnou skupinou byly odpovědi, které odkazovaly na již publikované sborníky, případně zadání z různých matematických olympiád a Pythagoriád, SCIO testů atd.

- „*Ze starých dobrých knížek, z matematických olympiád a z Pythagoriád*“
- „*Kde se dá, z Pythagoriád, Matematických olympiád, z různých sbírek, časopisů*“
- „*Sbírka úloh – Běloun*“
- „*Učebnice Fraus*“
- „*Hejného metoda*“
- „*Ze starých sbírek úloh. Bývají i přímo v metodikách pro učitele. A mám vlastní pro každý ročník ještě z vysokoškolského studia, kde jsme k nim byli vedeni.*“
- „*Slouka, Odvárko, Sbírka úloh z matematiky pro bystré hlavy, Sbírka úloha z mat - SPN, Pracovní sešity Taktik....*“

- vlastní tvorba

třetí, avšak neméně početnou skupinu tvořila odpověď vlastní tvorba. Toto poukazuje na ochotu a vlastní invenci pedagogů, kteří tak potvrzují svůj zájem o problémové úlohy a jejich zařazování do výuky

- „*Vymýšlím vlastní verze, často s humorným podtextem. Úloha začíná např. takto: "Asijský obchodník prodává kvalitní košile a trička .....*“

Úplné znění odpovědí přikládám jako Přílohu 3.



## 11. Jaký je Váš názor na problémové úlohy v matematice?

V této otázce jsem dala pedagogům volnou ruku v tom, aby se rozepsali o této problematice a abych se seznámila s názorem zkušenějších kolegů, kteří mají někteří již praxi několik desetiletí.

- *„Z fakulty jsem byl z problémových úloh nadšený. V realitě jsou ovšem realizovatelné pouze ve třídách, které jsou na takovýto způsob výuky nastavené. Tzn. od sedmé třídy jsou naprosto nerealizovatelné, jinak by učitel z přístupu (=odporu a lenosti) žáků k problému, "zešedivěl" za jeden rok.“*
- *„Většina žáků zvládá pouze základní učivo, pro některé nadané žáky, kteří neodešli na víceletá gymnázia, jsou zpestřením.“*
- *„Ráda zapojím úlohy do výuky pro zpestření. Bohužel žáci sami často úlohy nezvládnou - často ani nechápou zadání, což souvisí s problémem porozumění textu (a dnes s tím žáci mají velké problémy, čtou a nevědí co). Dalším problémem je, že dnes žáci ztrácejí ochotu sami něco řešit, či nad něčím přemýšlet - pokud jim úloha nejde hned, radši ji neřeší a čekají, až jim to "naservíruje" někdo jiný. Ve třídách je vždy jen pár žáků, kteří se zapojí, ale v rámci celé třídy tyto úlohy nemají velký efekt.“*
- *„Mám je ráda, rozvíjejí logické schopnosti, souvztažnosti, představivost, učí trpělivosti, důslednosti, učí dotáhnout věci do konce, snažit se najít řešení - to vše se v životě hodí“*
- *„Bohužel na to není ve vyučování prostor a čas, hodí se to do kroužků“*
- *„Pozitivní, měly by se zařazovat do výuky více. Nicméně bych jejich význam nepřeceňoval. Avšak nyní chybí na trhu nějaká kvalitní sbírka s problémovými úlohami.“*
- *„Se současným stavem žactva a jejich zájmem o vzdělávání na běžné škole je těžké řešit nějaké problémové úlohy, když nezvládají ani běžné učivo osobně mám velmi ráda problémové úlohy, ale nemám je s kým řešit.“*
- *„Problémové úlohy musí odpovídat obtížností věku a schopnostem žáků, jinak jejich zadávání je u žáků neoblíbené. Příliš lehké úlohy také žáky dlouho nebaví. Zvolit správnou obtížnost pro jednotlivé žáky je proto na celé problematice nejobtížnější. Pokud se to podaří, je učitel odměněn nezvyklým zájmem dětí a nečekaně usilovnou prací. Velmi dobře se dá využít i práce dvojic, či větších skupin.“*

- *„Žáci si spojí teorii s praxí a na základě tohoto spojení možná odpadnou otázky typu "k čemu mi to vlastně bude?".“*
- *„Bylo by krásné užívat je co nejčastěji, časový pres to ale nedovolí.“*
- *„Domnívám se, že napomáhají k rozvoji logického myšlení, některé úlohy jsou koncipované na základě běžného života, což pozitivně ovlivňuje celkový rozhled dětí.“*
- *„Dobrá věc, ale vhodné spíše pro gymnázium, resp. u žáků, kteří mají vnitřní motivaci. Pro většinu žáků je to házení hrachu na stěnu, protože většinu žáků používání hlavy bolí. Také si učitel musí vybrat, jestli splnit učební plán a všechno žákům naservírovat anebo je nechat přemýšlet a splnit polovinu učebního plánu.“*
- *„Pozitivní, ale děti nejsou na jejich řešení zvyklé. Na druhém stupni je vyděsí i obyčejná slovní úloha.“*
- *„Velký problém je v textovém zadání úlohy, protože současní žáci podle mých pozorování a zkušeností neumí číst s porozuměním. Žáci se většinou naučí řešit číselně zadané početní úlohy, slovní úlohy jsou z výše uvedeného důvodu pro žáky velmi náročné.“*
- *„Myslím, že jsou přínosem. Ale jako s kořením, nesmí se to přehánět.“*

Úplné znění odpovědí přikládám jako Přílohu 4.

## 2.4. Shrnutí empirického šetření

Na základě dat z dotazníku můžeme tvrdit, že mezi učiteli matematiky na základních školách převládá kladný názor na zařazování problémových úloh v matematice do hodin.

Žáci, kteří tyto úlohy řeší, je berou jako zpestření a většinu baví. Přes 90% žáků nakonec na řešení úspěšně přijde, svépomocí, či za pomoci učitele. Jedním z hlavních výstupů šetření, bylo prokázání povědomí mezi kantory o problémových úlohách a ochotě zařazování jich do výuky. Což se prokázalo. Ve většině případů se přikláněli k názoru, že se jedná o logicky orientované úlohy, k jejichž řešení jsou třeba praktické znalosti z více oborů najednou. Díky tomu přispívají k rozvoji žáka, k jeho obecnému přehledu a ke snazšímu pochopení a vstřebání probírané látky.

Dalším bodem bylo zjištění zdrojů, odkud vyučující tyto úlohy čerpají. Mezi zdroji převládá internet a zadání z různých matematických soutěží, případně vlastní tvorba. Dle odpovědí na českém trhu chybí kvalitní sbírka problémových, v čemž spatřuji příležitost k praktickému využití Sbírkou úloh, která je taktéž součástí této práce. Posledním zjištěním, na kterém se shodlo více dotázaných, je fakt, že učitelé mají sice zájem tyto úlohy do výuky zařazovat, bohužel dle jejich názoru na to není v současném pojetí výuky místo, kvůli časové náročnosti a ani schopnosti většiny žáků na jejich řešení, dle oslovených učitelů nestačí.

## Závěr

Zpracovaná diplomová práce je strukturovaná do dvou částí, které jsou dále členěny do kapitol a podkapitol.

Hlavním cílem diplomové práce na téma „Problémové úlohy řešené v matematice na základní škole“ bylo charakterizovat a objasnit výukové metody, které jsou nedílnou součástí vyučování, jaká je jejich klasifikace. Dále se zabývá podrobněji problémovým vyučováním, co to vlastně problémová úloha je a jaké máme typy problémových úloh. V teoretické části jsem se také věnovala pojmu, co to vlastně znamená motivace, samostatnost a tvořivost žáka, které se pojí k aktivizačním metodám výuky, kam patří i problémové úlohy a právě na tyto dovednosti je v těchto metodách dán velký význam a důraz.

Druhou část diplomové práce, nazvané empirická část, jsem rozdělila na další dvě. V první části jsem podala nástin sbírky příkladů zaměřených na problémové úlohy. Čerpala jsem z internetových zahraničních portálů, kde se mi náměty na tento typ úloh líbil. Příklady, které jsem vybrala, jsou tedy vytvořeny podle předlohy těchto zahraničních portálů a doplnila jsem je o řešení, kterým je možné dojít k výsledku. Úlohy jsem záměrně nečlenila podle ročníku, protože schopnost řešení úloh tohoto typu nezávisí natolik na probraném učivu, ale schopnosti zkoušet, bádát a vymýšlet způsoby řešení. Na úvodu jsem sepsala podle doporučených osnov, které netradiční a problémové úlohy by měli žáci v průběhu 2. stupně ZŠ zvládnout. Ale je velmi individuální, pro koho bude příklad problémový a pro koho to bude klasickým rutinním příkladem.

Po vyhodnocení dotazníkového šetření jsem se dozvěděla, že velká část respondentů napsala, že dle jejich názoru taková sbírka problémových úloh na trhu chybí, a kdyby něco podobného bylo, rádi by takové příklady zařadili do výuky matematiky.

Na druhou stranu mezi časté odpovědi respondentů patřilo, že pro zařazení takových úloh není ve škole časový prostor. Že hodinová dotace matematiky neumožňuje učitelům vkládat takovéto úkoly do hodin a trávit nad nimi s žáky čas a dát jim čas a prostor na to, aby sami bádali a zkoušeli hledat řešení.

Pokud se přeci jen nějaký čas pro zařazení problémových úloh do hodin matematiky najde, učitelé nejčastěji čerpají příklady ze zadání matematických olympiád.

Problém, který dotazující učitelé v problémových úlohách vidí je, že z velké části žáci takové úlohy neumějí řešit. Jsou názoru, že někteří žáci mají problém i s klasickými slovními úlohami. Žáci nerozumí textu, který čtou a tak nemohou porozumět zadání úlohy a následně jej vyřešit. Naopak pro žáky nadanější je to velmi vhodné zpestření hodin matematiky a vhodná motivace a povzbuzující prvek pro další vzdělávání se a zlepšování.

Z počtu respondentů nemohu výsledky vztahovat na všechny pedagogy v České republice, nicméně můžeme usuzovat, že problémové úlohy by bylo vhodné zařazovat více do hodin, aby žáci byli zvyklí tento typ úloh řešit a učili se porozumění textu už od nástupu do školy. Pro žáky by to bylo velkou motivací pro vzdělávání se, kdyby najednou viděli všechny ty čísla, vzorce a poučky více v praxi a věděli, proč se to vlastně učí a k čemu jim to jednou bude.

Za hlavní přínos diplomové práce považuji zkompletování sbírky problémových úloh pro žáky ZŠ do hodin matematiky s možností využití v praxi, zpracování teorie vztahující se k tomuto tématu a zajímavou zpětnou vazbu od učitelů matematiky na jejich názor na problémové úlohy a jejich zařazení do výuky.

Jak teoretické informace, tak sborník úloh může být zdrojem inspirace pro učitele základních škol.

Přínos vidím i v zjištění, že by ze strany učitelů byl zájem o vytvoření rozsáhlejší sbírky problémových úloh, které by mohli zařadit do hodin matematiky.

## Seznam použité literatury

- [1] A+ Click [online]. [cit. 2016-04-28]. Dostupné z: <http://www.aplusclick.com/>
- [2] CEMC [online]. [cit. 2016-04-28]. Dostupné z: <http://cemc.math.uwaterloo.ca/>
- [3] Doporučené učební osnovy předmětů CJL, AJ a M pro základní školy [online]. 2011 [cit. 2016-04-27]. Dostupné z: <http://www.nuv.cz/file/189>
- [4] HEJNÝ, M., STEHLÍKOVÁ, N. *Číselné představy dětí*. Praha: Pedagogická Fakulta Univerzity Karlovy v Praze, 1999.
- [5] KALHOUS, Zdeněk a Otto OBST. *Didaktika sekundární školy*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2003. ISBN 80-244-0599-7.
- [6] KALHOUS, Zdeněk a Otto OBST. *Školní didaktika*. Vyd. 2. Praha: Portál, 2009. ISBN 978-80-7367-571-4.
- [7] KAŠPAR, Emil, Jozef JANOVIČ a František BŘEZINA. *Problémové vyučování a problémové úlohy ve fyzice*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1982. Odborná literatura pro učitele.
- [8] KLIČKOVÁ, Marie. *Problémové vyučování ve školní praxi*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989. Knihovnička učitele.
- [9] KOPKA, Jan. *Hrozny problémů ve školské matematice*. Ústí na Labem: Univerzita J.E. Purkyně, 1999. Acta Universitatis Purkynianae. ISBN 80-7044-247-6.
- [10] KOTRBA, Tomáš a Lubor LACINA. *Praktické využití aktivizačních metod ve výuce*. Brno: Společnost pro odbornou literaturu - Barrister & Principal, 2007. ISBN 978-80-87029-12-1.
- [11] KVĚTOŇ, Pavel. *Kapitoly z didaktiky matematiky*. Ostrava: Pedagogická fakulta, 1990.
- [12] LERNER, I. J. *Didaktické základy metod výuky*. Praha: SPN, 1986
- [13] MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC. *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003. ISBN 80-7315-039-5.
- [14] MAŇÁK, Josef. *Rozvoj aktivity, samostatnosti a tvořivosti žáků*. Brno: Masarykova univerzita, 1998. ISBN 80-210-1880-1.

- [15] MATJUŠKIN, A. M. *Problémové situácie v myslení a vo vyučovaní*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 1973. Základné pedagogické a psychologické diela.
- [16] MOJŽÍŠEK, Lubomír. *Vyučovacie metódy*. 1/1. vyd. Praha: SPN, 1972. Učební texty vysokých škol.
- [17] OKOŇ, W. K základům problémového vyučování. Praha: SPN, 1966
- [18] PECINA, Pavel a Lucie ZORMANOVÁ. *Metody a formy aktivní práce žáků v teorii a praxi*. Brno: Masarykova univerzita, 2009. ISBN 978-80-210-4834-8.
- [19] PECINA, Pavel. *Tvořivost ve vzdělávání žáků*. Brno: Masarykova univerzita, 2008. ISBN 978-80-210-4551-4.
- [20] PETTY, Geoffrey. *Moderní vyučování*. Vyd. 5. Překlad Štěpán Kovařík. Praha: Portál, 2008. ISBN 978-80-7367-427-4.
- [21] Problems of the Week Grade 5/6, 2013 - 2014 [online]. [cit. 2016-04-29]. Dostupné z: <http://cemc.uwaterloo.ca/resources/potw-strands/2013-14/POTWB-13-Combined5-6.pdf>
- [22] Problems of the Week Grade 5/6, 2014 - 2015 [online]. [cit. 2016-04-29]. Dostupné z: <http://cemc.uwaterloo.ca/resources/potw-strands/2014-15/POTWB-13-Combined5-6.pdf>
- [23] Problems of the Week Grade 7/8, 2013 - 2014 [online]. [cit. 2016-04-29]. Dostupné z: <http://cemc.uwaterloo.ca/resources/potw-strands/2013-14/POTWB-13-Combined7-8.pdf>
- [24] Problems of the Week Grade 9/10, 2014 - 2015 [online]. [cit. 2016-04-29]. Dostupné z: <http://cemc.uwaterloo.ca/resources/potw-strands/2014-15/POTWB-13-Combined9-10.pdf>
- [25] PRŮCHA, Jan, Eliška WALTEROVÁ a Jiří MAREŠ. *Pedagogický slovník*. 7., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Portál, 2013. ISBN 978-80-262-0403-9.
- [26] SKALKOVÁ, Jarmila. *Obecná didaktika*. Praha: ISV, 1999. Pedagogika (ISV). ISBN 80-85866-33-1.
- [27] ŠVEC, Vlastimil. *Klíčové dovednosti ve vyučování a výcviku*. Brno: Masarykova univerzita, 1998. ISBN 80-210-1937-9.
- [28] ZELINA, Miron. *Tvořivost v matematice: Metodický materiál pro učitele matematiky*. Ostrava: Krajský pedagogický ústav, 1990. ISBN 80-900158-9-1.

[29] ČESKÝ STATISTICKÝ ÚŘAD: Počty učitelů na jednotlivých typech škol ve školním roce 2013/2014 podle pohlaví. [online] 2014 [cit. 15. května 2016]. Dostupné z: <https://www.czso.cz/documents/10180/20541835/30000414k04.pdf/1c36bae7-8e79-48c2-a3c5-1e808158d603?version=1.1>

[30] Kunfucius citáty. *Citáty slavných osobností* [online]. Česká republika: Martin Svoboda, 2016 [cit. 2016-06-17]. Dostupné z: <http://citaty.net/autori/konfucius/>



## Seznam obrázků

Obrázek 1: Porovnání konstruktivistického a transmisivního vyučování .....	10
Obrázek 2: Klasifikace výukových metod (Maňák, Švec, 2003) .....	13
Obrázek 3: Grafické znázornění frontální výuky .....	14
Obrázek 4: Možnost uspořádání třídy při skupinové výuce .....	15
Obrázek 5: Výhody aktivizačních metod .....	19
Obrázek 6: Nevýhody aktivizačních metod .....	20
Obrázek 7: Diskuze .....	21
Obrázek 8: Heuristická metoda (Metoda objevování) .....	24
Obrázek 9: Matematický problém .....	26
Obrázek 10: Cvičení .....	27
Obrázek 11: Úlohy .....	27
Obrázek 12: Zkoumání .....	28
Obrázek 13: Typy problémových úloh .....	32
Obrázek 14: Guilfordovo pravidlo .....	33
Obrázek 15: Ukázka problémové úlohy z CEMC .....	37
Obrázek 16: Ukázka problémové úlohy z A+ Click .....	38

## Seznam grafů

Graf 1: Odpovědi na 1. Otázku dotazníkového šetření .....	60
Graf 2: Odpovědi na 2. otázku dotazníkového šetření .....	61
Graf 3: Odpovědi na 2. otázku dotazníkového šetření .....	61
Graf 5: Odpovědi na 3. otázku dotazníkového šetření .....	62
Graf 6: Odpovědi na 5. otázku dotazníkového šetření .....	64
Graf 7: Odpovědi na 5. otázku dotazníkového šetření .....	64
Graf 9: Odpovědi na 6. otázku dotazníkového šetření .....	66
Graf 10: Odpovědi na 7. otázku dotazníkového šetření .....	67
Graf 11: Odpovědi na 8. otázku dotazníkového šetření .....	68
Graf 12: Odpovědi na 8. otázku dotazníkového šetření .....	68
Graf 13: Odpovědi na 9. otázku dotazníkového šetření .....	70
Graf 14: Odpovědi na 9. otázku dotazníkového šetření .....	71

## Seznam příloh

Příloha 1: Dotazník.....	84
Příloha 2: Celé znění odpovědí na otázku: "Co si představujete pod pojmem "problémová úloha"?" .....	87
Příloha 3: Celé znění odpovědí na otázku: "Pokud problémové úlohy zařazujete do výuky, odkud čerpáte příklady?" .....	93
Příloha 4: Celé znění odpovědí na otázku: "Jaký je Váš názor na problémové úlohy v matematice?" .....	96

## Problémové úlohy v matematice

Konec vyplňování **dnes v 23:45:00**, výsledky budou k dispozici pouze zadavateli.

Počet otázek: 11 Průměrná doba vyplňování: 00.07:45

povinná otázka

### 1. Jste?

- muž
- žena

povinná otázka

### 2. Ve věku?

- 18-24
- 25-34
- 35-44
- 45-54
- 55-65
- více

povinná otázka

### 3. Pracujete v?

- Hlavní město Praha
- Středočeský kraj
- Jihočeský kraj
- Plzeňský kraj
- Karlovarský kraj
- Ústecký kraj
- Liberecký kraj
- Královehradecký kraj
- Pardubický kraj
- Olomoucký kraj
- Moravskoslezský kraj
- Jihomoravský kraj
- Zlínský kraj
- Kraj Vysočina

povinná otázka

**5. Zahrnujete do výuky matematiky problémové úlohy?**

- ano
- ne

povinná otázka

**6. Umí žáci tyto úlohy řešit?**

- ano, bez problémů
- ano, s obtížemi
- ano, pouze s pomocí kantora
- ne

povinná otázka

**7. Baví žáky zařazení netradičních početních problémových úloh do hodiny matematiky?**

- ano, baví
- ne, nebaví
- žáci berou příklady stejně
- nevím, takové příklady do výuky nezařazuji

povinná otázka

**8. Myslíte si, že zařazení problémových úloh do výuky je přínosem pro pochopení probírané látky?**

- ano
- spíše ano
- nevidím v tom rozdíl
- nevím
- spíše ne
- ne

povinná otázka

**9. Pokud byste měl/a možnost mít v rukou sbírku problémových úloh, zařadil/a byste je do výuky?**

- ano, rozhodně
- spíše ano
- nevím
- spíše ne
- ne, vůbec

nepovinná otázka

**10. Pokud problémové úlohy zařazujete do výuky, odkud čerpáte příklady?**

povinná otázka

**11. Jaký je Váš názor na problémové úlohy v matematice?**

Odeslat dotazník

Příloha 2: Celé znění odpovědi na otázku: "Co si představujete pod pojmem "problémová úloha"?"

### **Co si představujete pod pojmem "problémová úloha"?**

- *Zapojení logického úsudku, složitější typ, který je nutno rozebrat a rozložit.*
- *Úloha, která se řeší těžko, řeší problém*
- *úloha řešící problém z více hledisek*
- *Úloha, ve které je před žáky postavený problém, který mají na základě již získaných znalostí vyřešit. Zároveň je vede k uchopení nového učiva.*
- *úloha s nedostatečným zadáním, které musí děti nějak doplnit - zjistit, doměřit, vyhledat, popřípadě doplnit nějakými znalostmi z jiných předmětů, nebo úlohy s přemírou údajů a děti musí vybrat jenom ty důležité*
- *úloha, která řeší životní situace a vyžaduje více aktivity žáků (musí vyhledat a zpracovat informace)*
- *úloha řešící zadání z reálného života*
- *složitější úlohy, kde se prolíná více oborů; úlohy jsou z praxe (reálného života, žáci se s problémem mohou setkat i mimo školu)*
- *Úloha, která vede žáky k bádání, prověřování... prostě hledání řešení nějakého problému - úkolu. Je nutno zapojit logické myšlení a využít veškerých znalostí, nejen z matematiky.*
- *úloha ze života - spíše prakticky zaměřená*
- *Jsou to úlohy, nad kterými se musí žáci zamýšlet*
- *u žáků podporují rozvoj myšlení, schopnosti řešit problémy a překonávat obtíže. Na začátku nemáme všechny potřebné informace k úspěšnému vyřešení problému. Vychází z reálné situace a žáci ji řeší na základě experimentu nebo vyhledávání informací, z žáků se tak stávají vědci, odborníci a badatelé. Vedou žáky k samostatnému uvažování, vyhledávání informací z různých zdrojů a vyvozování závěrů.*
- *úkoly na rozvoj logického myšlení*
- *netradiční úloha s originálním postupem řešení vyžadující hlubší promyšlení a proniknutí do zadání*
- *Slovní úloha*

- Úloha obsahující nějaký problém, chybí nějaké informace, k nimž je nutné se propracovat.
- žáci neznají předem dané schéma řešení, vymýšlí postup
- úloha s více parametry  
úloha na logiku
- slovní úloha
- V dnešní době = jakákoliv slovní úloha.
- Více početních operací v 1 příkladu.
- slovní úloha; úloha, která při řešení využívá nejen právě probírané učivo, ale i vlastní úsudek, či prostorovou představivost; bohužel na ně není ve výuce dost času; baví pouze nadanější žáky
- úloha, při které musí žáci tvořivě kombinovat znalosti, vědomosti a dovednosti z jiných oborů (předmětů)
- Úloha, která zahrnuje nějaký problém (úkol), který se má vyřešit. Pokud to je v matematice, tak matematickou cestou.
- Úloha z reálného života, kdy žáci jsou postaveni před zadání a úlohu mají vyřešit jakýmkoli způsobem. Hlavně musí zapojit logické myšlení či selský rozum.
- více žáků ji nedokáže samostatně vyřešit
- úlohu, která nastíní nějakou problematiku
- slovní úlohy
- Problémová úloha může být různého typu. Někdy je to jen neobvyklý způsob řešení, jindy úloha, kdy žák musí řešení "objevit" bez předchozí znalosti postupu řešení.
- Úloha, u které musí žáci složitější úvahou dojít k řešení. Musí zapojit logické myšlení a řešení je složitější.
- Úloha, která v sobě obsahuje více postupů, které se učí samostatně. Řešení úlohy spočívá v propojení těchto postupů dohromady.
- Úloha, kterou nelze řešit pomocí jednoduchého mechanicky naučeného algoritmu, ale která nutí děti logicky přemýšlet, využít více matematických jevů a souvislostí. nejlépe pokud taková úloha odpovídá reálné situaci.
- Úloha, ke které je potřeba znalost více učebních látek.
- Úloha, ktorá núti deti zamyslieť sa, hľadať informácie a vyvodzovať riešenie, nové poznatky.
- slovní úloha



- *Úloha, kterou žáci řeší s obtížemi na nějaké zadané téma.*
- *Každá úloha, kde prioritní je úvaha, vyhodnocení zadaných skutečností, logické zdůvodnění postupných kroků, které vedou k vyřešení takové úlohy.*
- *Nevěděla jsem, ale zjistila jsem: "Vychází z reálné situace a žáci ji řeší na základě experimentu nebo vyhledávání informací. Při řešení těchto úloh se z žáků stávají skuteční vědci, odborníci a badatelé. Učitelé vedou žáky k samostatnému uvažování, vyhledávání informací z různých zdrojů a vyvozování závěrů."*
- *Úloha, ve které žák musí použít myšlenkové pochody, není na první pohled zřejmý výsledek...*
- *Úloha, která vede žáky k řešení problémů.*
- *žák se učí používat logické myšlení a úloha bude ze života*
- *Úloha, kde žáci samostatně přicházejí na řešení, získávají informace o daném problému, překonávají obtíže.*
- *Komplexní úloha z praxe, která v sobě zahrnuje více matematických operací.*
- *Efektivní metoda podporující rozvoj myšlení, na začátku úlohy nemáme všechny potřebné informace k úspěšnému řešení problému.*
- *Má různé způsoby řešení, uplatní se několik různých postupů, nemusí být vždy ty naučené a používané v tradiční matematice.*
- *Skrytá úloha, s negací, "chyták"*
- *Úloha, při které musí žáci využít více početních úkonů či použít grafické znázornění. Úlohy, kde jsou nadbytečné či neúplné údaje. Úlohy, které nejdou vypočítat obyčejným příkladem. Zajímavé či netradiční úlohy.*
- *Úkol, pro jehož vypracování potřebujeme vědomosti a dovednosti z více oblastí (M, ČJ, přírodní vědy...), stanovujeme problém a cestu k jeho vyřešení. Úkol zasahuje do více oblastí.*
- *Úloha se zamyšlením, úvahou*
- *Problémové úlohy jsou např. slovní úlohy, kde žák využívá svých znalostí z více předmětů. Nepočítá drilem, ale musí si problém rozebrat a navrhnout řešení. Na co si přijde sám, to je velmi cenné pro další studium.*
- *nestandardní*
- *Úlohy vyžadující vyhledávání informací, poskytující více způsobu řešení, vyžadující experiment. Žáci pomocí nich objeví pravidlo,...*

- *Problémové úlohy by měly být praktické, žáci by měli při jejich řešení využívat zkušenost. Měli by při jejím řešení být schopni zobecnění, aplikace, analogie. Úlohy by měly rozvíjet abstraktní myšlení, logické uvažování.*
- *Je to úloha, jejíž řešení není zcela jednoduché. Žáci si nejdříve musí zjistit potřebné údaje, informace a postupně řešit daný úkol.*
- *logické úlohy*
- *úlohu, která nutí žáka přemýšlet, nelze snadno vyřešit, nese v sobě napětí a radost z jejího vyřešení*
- *úloha, kde je zadáný nějaký problém, nejlépe z reálného prostředí. žáci řeší úlohy podle svých zkušeností tak jak umí. učitel jim řešení nepředkládá*
- *Po důkladné analýze zadání musí žák využít k vyřešení úlohy kombinaci poznatků a matematických dovedností, případně si musí sám zjistit další nutné okolnosti nebo informace.*
- *Úloha jejíž řešení vyžaduje kreativní myšlení.*
- *Úloha má v řešení problém, kdy žáci vyhledávají určitá řešení, která zdůvodňují, navrhnou možnosti více řešení.*
- *Když děti nemůžou přijít na to, jak ji vyřešit.*
- *Taková úloha, kdy žák nemá na začátku všechny informace a sám s usměrňováním učitele objevuje cestu k cíli. Žák si hledá sám potřebné informace nebo řeší úlohu experimentem*
- *náročnější úloha než je běžné učivo, která nutí děti zapojit logiku, přemýšlet a hledat možná řešení*
- *Úloha, kterou žák není schopen vyřešit pomocí znalostí a zkušeností, které má. Musí si najít sám cestu k řešení a získat tak nové znalosti a dovednosti.*
- *Žáci řeší úkol ze života, řeší problémy různými metodami.*
- *tento týden vyplňuji už několikátý dotazník, ráda pomůžu....co ho tak lépe připravit...*
- *nestandardní úloha, k jejímuž řešení je třeba logická úvaha + matematický výpočet*
- *Žák na základě svých dovedností řeší úlohu z praxe. Vychází z reálné situace.*
- *Kde žáci musí více přemýšlet a nemají nalajnovaný postup.*
- *Vychází z reálných životních situací a žáci ji řeší na základě experimentu nebo vyhledávání informací. Učitelé tím vedou žáky k samostatnému uvažování a využívání vyhledaných informací z různých zdrojů a vyvozování závěrů.*
- *Úlohy propojené s praxí, několik početních úkonů.*

- Úloha, ve které dítě zná a umí propojit souvislosti mezi probraným učivem matematiky nebo musí zjistit některé údaje z jiných zdrojů.
- Úloha, která by žáky měla podnítit k přemýšlení, hledání řešení (více řešení). Problémová úloha často propojuje praxi a matematický výpočet.
- Úloha, která postaví žáka před řešení "problému" a přiměje ho k přemýšlení o tom, jak danou úlohu vyřešit. Odměnou mu za to není známka, ale pocit, že zvládl úkol vyřešit. Proto je možné využívat práci ve skupinách.
- Pod tímto pojmem si představuji úlohu, ve které budou děti řešit např. konkrétní úlohy z reálného života. /Kolik mi vrátí prodavač .....?/
  - nutí žáky zamýšlet se nad podstatou příkladu
  - nejednoznačné řešení
  - hledání různých řešení při změně vstupních hodnot
- úlohu ze života s více možnostmi otázek a námětů k úvahám
- Úloha, jejíž řešení by měli žáci najít na základě praxe, využitím "selského" rozumu, vědomostí dříve získaných, pomocí experimentu, samostatného vyhledání informací...
- úloha z reálného života, ve které žáci sami hledají řešení, zkoumají problém, srovnávají
- slovní úloha, při jejímž řešení je třeba spojit znalosti z více oblastí
- Problémová úloha je většinou zadána slovně, případně pomocí nějakého grafu. Obsahuje údaje, se kterými je nutné dále pracovat, abychom se dostali k výsledku. Občas některé údaje si musíme pro řešení úlohy nalézt z jiných zdrojů. Navíc při řešení často musíme postupovat více kroky, řešení nebývá "přímé".
- zapojit logiku, řešení příkladů z praxe, použití v návaznosti na jiné předměty
- Úloha vyžadující, aby žáci začali přemýšlet.
- slovní úloha, zaměřená na praktický život, žáci musí některé informace dohledávat, je složitější na postup a rozvíjí logické myšlení
- Úloha, kde musí žáci více přemýšlet a řešit určitý problém - slovní úloha s více tematickými celky.
- úloha, v níž žáci sami hledají způsob řešení
- Úloha, jejíž řešení vyžaduje rozsáhlejšího spektra matematických dovedností.
- Je to úloha, která vychází z nějakých reálných situací, jevů atp. Úlohy potom řeším s žáky na základě experimentu, vyhledání informací nebo modelování konkrétní situace. Třída-skupina-žák se potom dostává do pozice, že tu úlohu vyřešil jako první - vědec či

*experimentátor. Vede k samostatnému uvažování, vyhledávání info či vytváření hypotéz.*

- *Úloha, k jejímuž vyřešení nestačí pouze "bezduchá" aplikace naučeného, ale musí se u ní i přemýšlet.*
- *Úloha, nad kterou žáci přemýšlí a snaží se sami nalézt řešení*
- *úloha, nad kterou se žáci musí zamyslet, musí použít veškeré matematické znalosti, aby přišla na způsob řešení*
- *Logická zajímavá úloha, nad kterou žáci musí sami hledat řešení. Například magický čtverec nebo úlohy typu Klokan.*

Příloha 3: Celé znění odpovědí na otázku: "Pokud problémové úlohy zařazujete do výuky, odkud čerpáte příklady?"

### **Pokud problémové úlohy zařazujete do výuky, odkud čerpáte příklady?**

- *Z různých sbírek učebnic.*
- *www*
- *IT,olympiády,sbírky*
- *z internetu*
- *youtube.com, práce Vondrová*
- *kde se dá, z Pythagoriád, Matematických olympiád, z různých sbírek, časopisů*
- *vymyslím si svoje*
- *z učebnic, ze života, z reálných situací*
- *vybírám úlohy z učebnic, či pracovních sešitů*
- *z internetu*
- *vymyslím své projekty*
- *Ze starých dobrých knížek, z matematických olympiád a z Pythagoriád*
- *Ze starých Scio testů, Pythagoriád, Taktiků, matematických Klokánů*
- *z internetu a z vlastních zdrojů*
- *Klokán, Sbírka - očekávané výstupy z matematiky, Sbírka - Krupka*
- *Sbírky, vlastní úlohy*
- *Kde se dá. Učebnice, vlastní tvorba, web.*
- *učebnice a další různé publikace, také zábavné z časopisů*
- *ze starých učebnic*
- *učebnice, sbírky*
- *Z internetu*
- *internet, vlastní sbírky*
- *Matematické soutěže Klokán,Pythagoriáda,olympiáda, internet.*
- *Z různých starších učebnic, z internetu.*
- *Tvořím si vlastní.*
- *Různé sbírky matematických úloh*
- *vymyslím si je*
- *ze sbírek, z internetu*
- *Různé sbírky, Internet, vlastní úlohy*

- *Z internetu*
- *Z různých sbírek úloh.*
- *příklady Pythagoriád, matematických olympiád, příklady s " hvězdičkou " ze sbírek úloh, občas něco vymyslím*
- *sbírky příkladů, internet*
- *Z různých matematických zdrojů typu: zábavné úlohy v M, hravá matematika, úlohy pro bystré hlavy, z matematic. soutěží typu Pythagoriáda a Klokán apod.*
- *Internet, staré sbírky, staré olympiády....*
- *sbírka úloh - Běloun*
- *vymýšlím si je*
- *Internet, metodické příručky*
- *internet, učebnice Fraus*
- *internet, zdroje ze seminářů*
- *Učíme Hejného metodou.*
- *z Frause, vymýšlím vlastní, z příprav na 8-letá gymnázia*
- *Ze starých sbírek úloh. Bývají i přímo v metodikách pro učitele. A mám vlastní pro každý ročník ještě z vysokoškolského studia, kde jsme k nim byly vedeny .*
- *z matematického klokana*
- *internet, sbírky*
- *web*
- *Internet, příklady nasbírané za dobu své praxe*
- *Zadání matematických soutěží, vlastní zadání podle aktuálního dění ve škole (projekty), učebnice.*
- *pouze z učebnic*
- *z portálu [www.veskole](http://www.veskole), z Pythagoriád. Olympiád, Matem. klokánů, z časopisů...*
- *Vyhledávám si je v dostupných materiálech.*
- *Internet, knihy*
- *Učebnice Matematik, sbírky úloh, RVP metodický portál atd.*
- *Internet*
- *např. <http://www.novaskolabrno.eu/vyzkoušej-svuj-duvtip-6.aspx>*
- *Z vlastních zdrojů (příklady, které jsem v průběhu své dlouholeté praxe nasbírala) ; ze sbírek zaměřených na řešení problémů; z Internetu.*

- *Z internetu, zkušeností kolegů, učebnic.*
- *z praxe, ze života*
- *internet*
- *Většinou ze starších sbírek a upravuji si "hodnoty".*
- *různé sbírky , internet*
- *různé sbírky*
- *pomůcky, internet, vlastní nápad*
- *Vlastní náměty, web, kolegové, spolupráce s jinou školou.*
- *z internetu, učebnic, pracovních sešitů, vymýšlím je sama,...*
  - *různé zdroje: staré učebnice, pracovní sešity, výzkumy PISA, internet*
- *z různých materiálů, seminářů, i z učebnic, ale děti nejvíc baví aktuálně vymyšlené*
- *starší sbírky, metodiky matematiky, náměty z internetu, vlastní nápad*
- *internet*
- *Pracovní sešity z matematiky, úlohy matematických soutěží (Pythagoriáda, Pangea, Klokán).*
- *z různých sbírek, z časopisů, sama si něco připravím*
- *Některé učebnice obsahují probůěmpvé úlohy, většinou jsou označena (pro přemýšlivé, apod.)*
- *z různých starších verzí olympiád, z učebnic a pracovních sešitů různých vydavatelství*
- *Slouka, Odvárko, Sbírka úloh z matematiky pro bystré hlavy, Sbírka úloha z mat - SPN, Pracovní sešity Taktik....*
- *sbírky úloh, internet*
- *Většinou posbírané z různých sbírek a matematických soutěží.*
- *Vymýšlím vlastní verze, často s humorným podtextem. Úloha začíná např takto: "Asijský obchodník prodává kvalitní košile a trička .....  
Nebo vyhledávám na netu.*
- *sbírky, internet*
- *učebnice, různé soutěže (Pythagoriáda, Klokán), sbírky...*
- *Z internetu, různých sbírek.*

Příloha 4: Celé znění odpovědí na otázku: "Jaký je Váš názor na problémové úlohy v matematice?"

### **Jaký je Váš názor na problémové úlohy v matematice?**

- *Jsou nutné, ale zabírají příliš času. Žáci je bez pomoci nezvládnou.*
- *je to zajímavé*
- *kladný*
- *jsou důležité*
- *Z fakulty jsem byl z problémových úloh nadšený. V realitě jsou ovšem realizovatelné pouze ve třídách, které jsou na takovýto způsob výuky nastavené. Tzn. od sedmé třídy jsou naprosto nerealizovatelné, jinak by učitel z přístupu (=odporu a lenosti) žáků k problému, "zešedivěl" za jeden rok. =>*
- *většina žáků zvládá pouze základní učivo, pro některé nadané žáky, kteří neodešli na víceletá gymnázia, jsou zpestřením*
- *je nutné zvážit složení třídy a jejich schopnosti, je nutné mít dobře promyšlenou hodinu a vědět, co kteří žáci to zvládnou bez obtíží a podle toho je rozdělit zařazení do výuky je hodně náročné*
- *Ráda zapojím úlohy do výuky pro zpestření. Bohužel žáci sami často úlohy nezvládnou - často ani nechápou zadání, což souvisí s problémem porozumění textu (a dnes s tím žáci mají velké problémy, čtou a nevědí co). Dalším problémem je, že dnes žáci ztrácejí ochotu sami něco řešit, či nad něčím přemýšlet - pokud jim úloha nejde hned, radši ji neřeší a čekají, až jim to "naservíruje" někdo jiný. Ve třídách je vždy jen pár žáků, kteří se zapojí, ale v rámci celé třídy tyto úlohy nemají velký efekt.*
- *Je dobré je zařazovat, rozvíjí myšlení*
- *jsou prospěšné, děti se neptají "A k čemu nám to bude?" je jim to jasné..., jsou časově náročné*
- *Jsou dobré pro nadané žáky*
- *Mám je ráda, rozvíjejí logické schopnosti, souvztažnosti, představivost, učí trpělivosti, důslednosti, učí dotáhnout věci do konce, snažit se najít řešení - to vše se v životě hodí.*
- *rozvíjí logické myšlení*
- *Jsou málo dostupné, určitě potřebné*
- *Důležité*
- *Baví jen šikovné žáky, slabší odradí.*
- *rozvíjí myšlení, v některých probouzejí lásku k matematice*



- *jsou vhodné, třebaže je práce pro učitele nekonečná*
- *Jsou velmi důležité*
- *Jsou potřebné.*
- *Určitě ano, ale s přihlédnutím ke vědomostem a znalostem žáků.*
- *Bohužel na to není ve vyučování prostor a čas, hodí se to do kroužků*
- *Myslím si, že jsou dobré pro rozvoj logického myšlení.*
- *Pozitivní, měly by se zařazovat do výuky více. Nicméně bych jejich význam nepřeceňoval. Avšak nyní chybí na trhu nějaká kvalitní sbírka s problémovými úlohami.*
- *Je nutné je zařazovat do výuky, jedničkáři a dvojkaři by je měli zvládat vyřešit sami*
- *se současným stavem žactva a jejich zájmem o vzdělávání na běžné škole je těžké řešit nějaké problémové úlohy, když nezvládají ani běžné učivo*  
*osobně mám velmi ráda problémové úlohy, ale nemám je s kým řešit :-)*
- *u některých žáků jsou jakékoliv početní operace problémové úlohy*  
*šikovní žáci si u problémových úloh neumí logicky vyvodit početní operaci*
- *Problémové úlohy musí odpovídat obtížností věku a schopnostem žáků, jinak jejich zadávání je u žáků neoblíbené. Příliš lehké úlohy také žáky dlouho nebaví. Zvolit správnou obtížnost pro jednotlivé žáky je proto na celé problematice nejobtížnější. Pokud se to podaří, je učitel odměněn nezvyklým zájmem dětí a nečekaně usilovnou prací. Velmi dobře se dá využít i práce dvojic, či větších skupin.*
- *Musí na to být intelektové složení třídy a žáci musí mít zájem o učivo. Ve třídách, kde je složení dětí s horším intelektem je to spíš ztráta času.*
- *Určitě je dobré je zařazovat do výuky. Pomáhají žákům rozvíjet jejich matematické dovednosti a schopnosti.*
- *Jejich zařazení do výuky hodně záleží na složení třídy. Jsou třídy, kde je taková úloha pro děti výzvou a zpestřením hodiny a jsou třídy, kde je to většinou dětí nic neříká a pokud nelze úkol vyřešit jednoduše a rychle (nejlépe dosadit do vzorce a naklepat do kalkulačky), tak jejich většina žáků předem vzdává. Často takové úlohy připravuji pro děti, které "jsou napřed", aby se v hodinách matematiky nenudily.*
- *Žádný*
- *mají tam svoje místo a význam*
- *Jsou potřeba pro celkové vzdělávání žáků.*
- *Pro zpestření výuky dobrá věc.*

- *Vše, co rozvíjí exaktní myšlení člověka, je dle mého názoru velmi důležité. Neméně důležitý je ale i tzv. drill k upevnění získávaných poznatků - praktikují formou rozcviček na různá matematická témata.*
- *Žáci si spojí teorii s praxí a na základě tohoto spojení možná odpadnou otázky typu "k čemu mi to vlastně bude?".*
- *Viz předchozí odpovědi*
- *jsou stimulující...*
- *měly by být součástí pracovních sešitů a učebnic od 1. ročníku na ZŠ*
- *Jsou pro výuku matematiky přínosem, rozvíjejí u žáků tvořivé myšlení.*
- *Jsou podle mne přínosné, ale žáci v nich často matematiku vůbec nevidí. Nemají jasné řečeno udělej za a) .. za b)...Nevidí jasný algoritmus řešení a snadno se vzdávají.*
- *efektivní metoda, podporuje schopnosti řešit problémy a překonávat obtíže*
- *Jsou velmi důležité.*
- *Někteří žáci je vyřeší samostatně, ostatní si budou dávat pozor na porozumění zadání. Rozvíjí to logiku.*
- *Jsou zajímavé, vedou děti k většímu zamyšlení nad problémem, jdou vyřešit jinými metodami než jen výpočtem.*
- *Záleží na složení třídy a žácích*
- *kladný, rozvíjí to žáky, učí je uvažovat a myslet*
- *Pro výuku důležité, časově náročné.*
- *ano*
- *Bylo by krásné užívat je co nejčastěji, časový pres to ale nedovolí.*
- *Rozhodně patří do výuky.*
- *Řešení těchto úloh podporuje rozvoj myšlení, schopnost řešit problém, vyhledávání informací, propojení teorie s praxí. U otázky č. 7 - někteří jsou nadšeni, někteří je nemají rádi.*
- *mohou řešit žáci, kteří mají schopnost k logickému myšlení*
- *kladný, je mít více dětí, které nejsou líné přemýšlet*
- *myslím si, že je to úžasný způsob výuky matematiky. bohužel zatím se snažím tuto metodu využívat, ale je to poměrně náročné*
- *Jsou "kořením" matematiky - prostředkem k rozvoji logického myšlení a matematické (nejen) gramotnosti.*



- *Zařazování problémových úloh v matematice je nutné, záleží ale na skladbě žáků, ne všichni jsou schopni tyto úlohy řešit*
- *výuka je náročnější, tempo v hodině je pomalé žáci uvítají změnu (nějakou akci) v hodině, ale neradi přemýšlí - je pro ně jednodušší přijmout hotový výsledek*
- *patří do ní*
- *Velký problém je v textovém zadání úlohy, protože současní žáci podle mých pozorování a zkušeností neumí číst s porozuměním. Žáci se většinou naučí řešit číselně zadané početní úlohy, slovní úlohy jsou z výše uvedeného důvodu pro žáky velmi náročné.*
- *Dá to spoustu času připravit takovou úlohu a spoustu času příklad zabere i v hodině, protože se příklad stále rozvíjí, hledají se různé možnosti.....*
- *V běžném životě se setkáváme s takovým typem úloh, je dobré je zařadit do učiva, ale používám je jen na konci probraného celku, řešíme je společně. Většinu žáci nezvládnou.*
- *Jsou velmi přínosné pro rozvoj myšlení, ale v běžné hodině není dostatek času. Na běžných ZŠ jsou i podprůměrní žáci a ti je nezvládají. Musí se zaměřovat jinak a je to organizačně náročné.*
- *Součástí výuky.*
- *Zajímavé, ale dnešní žáci nemají na to je vyřešit - 1-2 žáci se snaží, zbytek nepracuje*
- *Určitě ano, ovšem "chytají" se pouze žáci, kteří mají zájem o poznání a vzdělávání. Žáci, kterým jdou "mechanické" pošty velmi snadno a jinak by se v hodinách matematiky většinu času nudili.*
- *Myslím, že jsou přínosem. Ale jako s kořením, nesmí se to přehánět. :-)*
- *Žáci nemají chuť je řešit, je to pro ně příliš složité.*
- *Při 4 h týdně, je na zařazování problémových úloh málo času.*
- *na řešení většího množství problémových úloh není čas, protože většinou hledání řešení zabere dost času, žáci tyto úlohy samostatně řeší s velkými obtížemi*
- *Žádný*

## ANOTACE

<b>Jméno a příjmení:</b>	Bc. Zuzana Michalovičová
<b>Katedra nebo ústav:</b>	Katedra matematiky, Pedagogická fakulta UP v Olomouci
<b>Vedoucí práce:</b>	doc. RNDr. Tomáš Zdráhal, CSc.
<b>Rok obhajoby:</b>	2016

<b>Název práce:</b>	Problémové úlohy ve výuce matematiky na základní škole
<b>Název v angličtině:</b>	Problems in teaching maths in primary school
<b>Anotace práce:</b>	<p>Tématem diplomové práce jsou problémové úlohy řešené v matematice na základní škole. Cílem tohoto typu úloh je, aby se žáci naučili samostatnosti, tvořivému myšlení a hlavně aby díky vlastnímu objevování postupů a kroků docílili toho, že opravdu přijdou „na kloub“ matematice a pochopí tak, k čemu jim matematika vlastně je. Hlavním cílem diplomové práce je charakterizovat vyučovací metody a to zejména metody heuristické, kam se řadí problémové úlohy. Empirická část pak obsahuje sborník příkladů problémových a dále dotazníkové šetření, které mělo za cíl zjistit povědomí učitelů matematiky na ZŠ o problémových úlohách, jaké zdroje využívají při hledání takovýchto úloh a zda tento typ úloh vůbec do svých hodin zařazují.</p>
<b>Klíčová slova:</b>	Konstruktivistické pojetí výuky, transmisivní pojetí výuky, problémové vyučování, problémové úlohy, motivace, samostatnost, výukové metody, základní škola, klasifikace

	výukových metod, klasické výukové metody, aktivizující výukové metody, komplexní výukové metody, průběh řešení problémů, cíle aktivizujících metod
<b>Anotace v angličtině:</b>	Theme of this thesis are challenging tasks resolved in math at elementary school. Main goal of this type of tasks is to teach students independence, creative thinking and especially thanks to discover through their own procedures and steps to achieve that really come to "hang on" and understanding to what for math really is. Main goal of this thesis is also describe teaching methods especially heuristic method, wich part are challenging tasks. Empiric part contins collection of examples and a survey, wich goal was monitore knowledge of elementary teachers of challenging tasks and what sources they use for find these tasks and also if they include this type of tasks in their lessons.
<b>Klíčová slova v angličtině:</b>	Constructivist approach to teaching transmissive concept of teaching , problem teaching , problematic tasks , motivation , independence , teaching methods , elementary school , classifications of teaching methods , teaching methods classic , activating teaching methods, comprehensive teaching methods, course of solving problems, targets activation methods
<b>Přílohy vázané v práci:</b>	<p><b>Příloha č. 1</b> – Dotazník</p> <p><b>Příloha č. 2-</b> Celé znění odpovědí na otázku: "Co si představujete pod pojmem "problémová úloha"?"</p> <p><b>Příloha č. 3-</b> Celé znění odpovědí na otázku: "Pokud problémové úlohy zařazujete do výuky, odkud čerpáte příklady?"</p> <p><b>Příloha č. 4-</b> Celé znění odpovědí na otázku: "Jaký je Váš</p>

	názor na problémové úlohy v matematice?"
<b>Rozsah práce:</b>	103
<b>Jazyk práce:</b>	Český jazyk