



# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

## ZPRACOVÁNÍ EXPERIMENTÁLNÍCH DAT PRO KALIBRACI MODELU IZOTROPNÍHO ZPEVNĚNÍ

EXPERIMENTAL DATA PROCESSING FOR CALIBRATION OF ISOTROPIC HARDENING MODEL

### BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Jakub Chlaň

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. František Šebek, Ph.D.

BRNO 2018





## Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	<b>Jakub Chlaň</b>
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Základy strojírenství
Vedoucí práce:	<b>Ing. František Šebek, Ph.D.</b>
Akademický rok:	2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

### Zpracování experimentálních dat pro kalibraci modelu izotropního zpevnění

#### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Seznamte se s cyklickým zatěžováním a možnostmi jeho vyhodnocování. Zpracujte rešerši na téma cyklického zpevnění/změkčení materiálu a připravte obecně použitelný skript pro zpracování naměřených dat. Jeho funkčnost demonstруйте na poskytnutých experimentech provedených na slitině hliníku AlCu4Mg1, pro kterou nakalibrujte model izotropního zpevnění.

#### Cíle bakalářské práce:

1. Vytvoření skriptu pro zpracování naměřených dat ve formě napětí-přetvoření. Zjištění maximálních a minimálních hodnot napětí a přetvoření v jednotlivých cyklech.
2. Kalibrace modelu izotropního zpevnění ze zpracovaných dat.

#### Seznam doporučené literatury:

KRISHNA, S., HASSAN, T., NACEUR, I. B., SAI, K. a CAILLETAUD, G.: Macro versus micro-scale constitutive models in simulating proportional and nonproportional cyclic and ratcheting responses of stainless steel 304. International Journal of Plasticity, roč. 25, č. 10, str. 1910-1949, DOI:10.1016/j.ijplas.2008.12.009, 2009

SCHIJVE, J.: Fatigue of Structures and Materials. Springer, Netherlands, 2009

ABDEL-KARIM, M.: An extension for the Ohno-Wang kinematic hardening rules to incorporate isotropic hardening. International Journal of Pressure Vessels and Piping, roč. 87, č. 4, str. 170-176, DOI:10.1016/j.ijpvp.2010.02.003, 2010

KHUTIA, N., DEY, P. P. a HASSAN, T.: An improved nonproportional cyclic plasticity model for multiaxial low-cycle fatigue and ratcheting responses of 304 stainless steel. *Mechanics of Materials*, roč. 91, č. 1, str. 12-25, DOI:10.1016/j.mechmat.2015.05.011, 2015

HALAMA, R., FUSEK, M. a PORUBA, Z.: Influence of mean stress and stress amplitude on uniaxial and biaxial ratcheting of ST52 steel and its prediction by the AbdelKarim-Ohno model. *International Journal of Fatigue*, roč. 91, č. 2, str. 313-321, DOI:10.1016/j.ijfatigue.2016.04.033, 2016

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2017/18.

V Brně, dne 29. 9. 2017



prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

---

## **Abstrakt**

Hlavným cieľom predloženej bakalárskej práce je vytvorenie univerzálne použiteľného skriptu, ktorý slúži na spracovanie dát z únavovej skúšky s cieľom kalibrovať model izotropného spevnenia. Teoretická časť práce sa venuje javu cyklického spevnenia/zmäkčenia, matematickým modelom spevnenia a v neposlednej rade priebehu únavových skúšok spolu s možnosťami ich vyhodnotenia. Zvyšok práce obsahuje postup tvorby algoritmu a ukážku jeho funkčnosti spracovaním údajov z únavových skúšok zliatiny AlCu4Mg1.

## **Kľúčové slová**

Cyklické spevnenie, cyklické zmäkčenie, modely spevnenia, únavová skúška, hysterézna slučka, cyklická deformačná krivka

## **Abstract**

The main aim of the present bachelor's thesis is to create a universally applicable script, which is used for the data processing of the fatigue test in order to calibrate the isotropic hardening model. The theoretical part is devoted to the phenomenon of cyclic hardening/softening, the mathematical models of hardening and last but not least, the practice of fatigue tests together with the possibilities of their evaluation. The rest of the work includes the algorithm creation procedure and demonstration of its functionality by processing data from fatigue tests of alloy AlCu4Mg1

## **Key words**

Cyclic hardening, cyclic softening, models of hardening, fatigue test, hysteresis loop, cyclic stress-strain curve

---



---

### **Bibliografická citácia**

CHLAŇ, J. *Zpracování experimentálních dat pro kalibraci modelu izotropního zpevnění*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 56 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. František Šebek, Ph.D.

---






---

### Čestné prehlásenie

Prehlasujem, že som bakalársku prácu na téma *Zpracování experimentálních dat pro kalibraci modelu izotropního zpevnění* vypracoval samostatne s použitím odbornej literatúry a prameňov uvedených v zozname použitých zdrojov.

V Brne dňa 23.5. 2018

  
.....  
Jakub Chlaň



---

## **Pod'akovanie**

Ďakujem týmto Ing. Františkovi Šebekovi, Ph.D za cenné pripomienky a rady, ktoré mi poskytol pri vypracovaní záverečnej práce.

---



---

## Obsah

1	ÚVOD.....	15
2	Ciele práce.....	16
3	Cyklická plastická deformácia.....	17
	3.1 Teória dislokácií.....	17
	3.2 Cyklické spevnenie/zmäkčenie.....	18
	3.3 Bauschingerov efekt .....	19
4	Modelovanie cyklického spevnenia/zmäkčenia .....	20
	4.1 Inkrementálna teória plasticity.....	20
	4.1.1 Aditívny zákon .....	20
	4.1.2 raničná podmienka plasticity.....	21
	4.1.3 Vývoj plochy plasticity .....	22
	4.1.4 Izotropné spevnenie.....	22
	4.1.5 Kinematické spevnenie .....	22
	4.1.6 Kombinované spevnenie .....	23
	4.2 Popis vybraných existujúcich modelov spevnenia .....	24
	4.2.1 Izotropné spevnenie.....	24
	4.2.2 Kinematické spevnenie .....	24
	4.2.3 Kombinované spevnenie .....	25
5	Únavové skúšky.....	26
	5.1 Skúšobné zariadenia .....	26
	5.2 Zaťažovací cyklus.....	27
	5.3 Zápis výsledkov únavovej skúšky .....	29
	5.4 Skúšobné vzorky.....	31
	5.5 Charakteristiky popisujúce cyklické zaťažovanie .....	32
	5.5.1 Hysterézna slučka.....	32
	5.5.2 Cyklická deformačná krivka .....	36
6	Tvorba algoritmu na spracovanej dát únavovej skúšky.....	38
	6.1 Popis požadovaných funkcií algoritmu.....	38
	6.2 Voľba vhodného softwaru na vytvorenie algoritmu .....	38
	6.3 Návrh základnej štruktúry algoritmu .....	38
	6.4 Spracovanie dát únavovej skúšky .....	40
	6.4.1 Voľba vhodného spôsobu číslovania cyklov.....	40
	6.4.2 Zmena číslovania zaťažovacích cyklov .....	43
	6.4.3 Zistenie maximálnych a minimálnych hodnôt požadovanej veličiny .....	44
	6.5 Vykreslenie závislostí a ich aproximácia.....	47
	6.5.1 Hysterézna slučka.....	47

---

6.5.2	Model izotropného spevnenia.....	47
6.5.3	Cyklická deformačná krivka.....	49
7	ZÁVER .....	52
8	ZOZNAM POUŽITÝCH ZDROJOV.....	53
9	ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV .....	55
10	PRÍLOHY .....	56

---

## 1 ÚVOD

Priebeh únavového procesu je veľmi dobre známy z praxe. Ak je konštrukcia alebo len jej súčasť vystavená časovo premenlivému pôsobeniu síl, postupne bude dochádzať k jej nevratnému rozrušovaniu, ktoré sa v samotnom závere viditeľne prejaví rastom makroskopickej trhliny a lomom. Tomu predchádzajú mikroskopické procesy prebiehajúce v štruktúre materiálu, ktorých dôsledkom sú zmeny mechanických, elektrických, magnetických a iných fyzikálnych vlastností materiálu. Tieto zmeny majú saturačný charakter, čo znamená, že sú najvýraznejšie na začiatku časovo premenného zaťažovania a s postupom času ich intenzita klesá. Po pomerne krátkej dobe v porovnaní s celkovou životnosťou zmeny ustanú úplne alebo sú len nevýrazné. To však platí len dovedy, kým sa nezačnú šíriť iniciované trhliny, ktoré aj naďalej menia mechanické vlastnosti telesa, avšak už nie v celom objeme. Platí, že veľkosť síl, ktoré zapríčinia porušenie materiálu vplyvom časovo premenlivého pôsobenia, môže byť mnohonásobne menšia ako veľkosť sily, ktorej statické pôsobenie by kov zniesol bez akýchkoľvek prejavov porušenia. Podobná zákonitosť platí aj pre veľkosť deformácie. Hodnota deformácie, ktorá má jednosmerný charakter, neopakuje sa a nemá na zmeny v štruktúre materiálu žiadny výraznejší vplyv, môže pri viacnásobnom opakovaní spôsobiť kumulatívne poškodzovanie končiacie lomom [1].

Porozumenie všeobecným zákonitostiam únavového deja a súvislostiam medzi jednotlivými časťami procesu je dôležité z viacerých významných dôvodov. Vďaka týmto poznatkom je možné správnym zásahom do štruktúry zvýšiť rezistenciu materiálu proti únavovému lomu, klasifikovať materiál podľa únavových vlastností a umožňujú tiež vytvárať modely na kvantitatívny opis procesu kumulatívneho poškodzovania v danom materiáli [2].

Významným zdrojom informácií o priebehu únavy konkrétneho materiálu sú riadené únavové skúšky. Dnešné skúšobné stroje poskytujú široké možnosti nastavenia, čo umožňuje zistiť deformačne-napät'ovú odozvu materiálu pri rôznych podmienkach cyklického namáhania. Dáta z únavových skúšok sa ďalej používajú na kalibráciu matematických modelov rôzneho chovania materiálov pri cyklickom namáhaní, ktoré sú implementované do moderných výpočtových softwarov.

---

## 2 Ciele práce

Ciele tejto bakalárskej práce sa dajú zhrnúť v troch bodoch:

1. *Spracovanie rešerše na tému cyklické spevnenie/zmäkčenie.* Cyklické zaťažovanie vyvoláva zmeny vlastností materiálu vedúce k jeho postupnej degradácii nasledovanej jeho porušením. Tieto zmeny sú najväčšie v počiatočnom štádiu únavového procesu, kedy môže dôjsť v závislosti od konkrétneho materiálu k zmene odporu materiálu voči deformácii.
2. *Oboznámiť sa s cyklickým zaťažovaním a možnosťami jeho vyhodnotenia.* Kvôli zisteniu reakcie daného materiálu na kmitavé namáhanie musí byť materiál podrobený únavovej skúške. Z dát zaznamenaných počas skúšky je možné získať závislosti medzi pôsobiacim napätím a pomernou deformáciou skúšobnej vzorky materiálu. Aproximáciou získaných závislostí sa určia konštanty pre matematické modely popisujúce odozvu materiálu na cyklické zaťažovanie.
3. *Vytvoriť algoritmus, na spracovanie dát z únavovej skúšky s cieľom kalibrovať model izotropného spevnenia.* Výsledky únavovej skúšky môžu byť v závislosti od použitej skúšobnej zostavy v rôznych formách. Cieľom je vytvoriť algoritmus, ktorý bude schopný spracovať dáta bez ohľadu na ich formu. Na preukázanie jeho funkčnosti budú z poskytnutých experimentálnych dát zistené maximálne a minimálne hodnoty napätia a pretvorenia pre každý zaťažovací cyklus skúšky. Zo získaných hodnôt budú určené materiálové konštanty pre model izotropného spevnenia Voce pre zliatinu hliníku AlCu4Mg1.



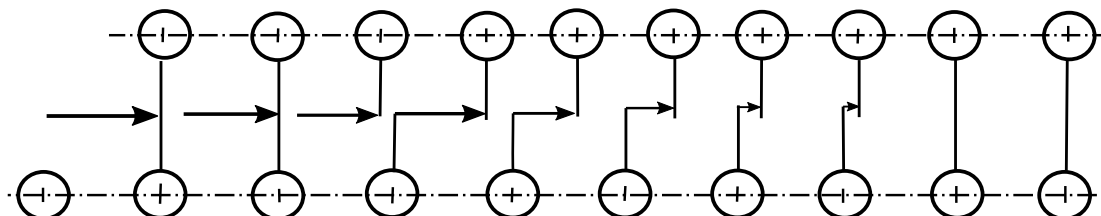
### 3 Cyklická plastická deformácia

Rozhodujúci faktor, riadiaci únavový proces je veľkosť amplitúdy plastickej deformácie. Mnohonásobné opakovanie aj veľmi malej plastickej deformácie vyvolá zmeny mechanických vlastností spôsobené zmenami v dislokačnej štruktúre [3].

#### 3.1 Teória dislokácií

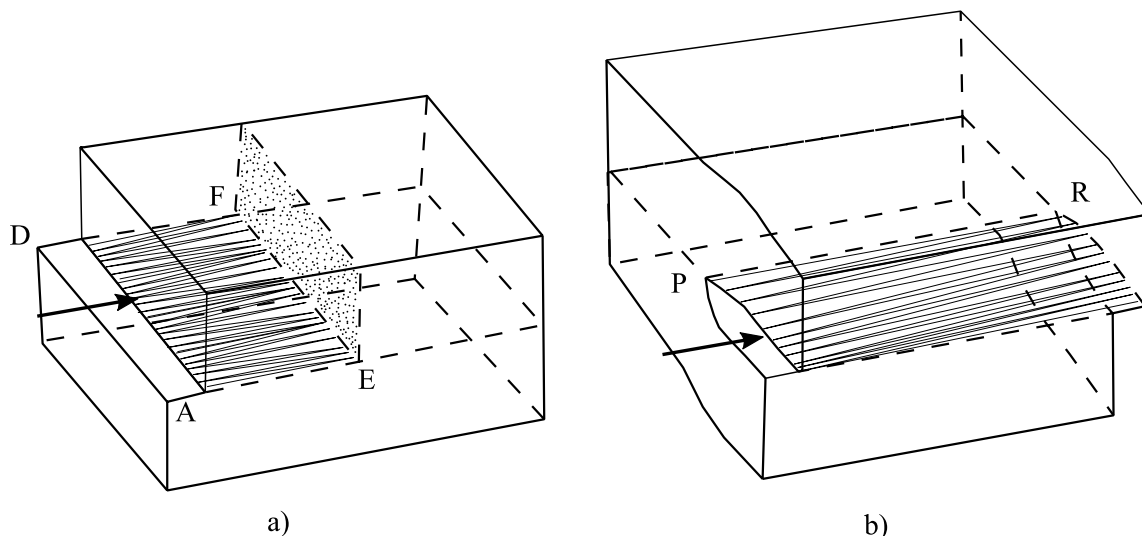
Skutočné kryštály nikdy nie sú dokonalé. Vyskytujú sa v nich odchýlky od periodického rozloženia hmoty a tiež od periodického rozloženia náboja. Porušenie periodicity v rozložení hmoty súvisí s odchýlkami od dokonalého pravidelného usporiadania atómov, ktoré je dané ideálnou kryštalickou mriežkou. Tieto poruchy v usporiadaní atómov sa nazývajú mriežkové poruchy. Niektoré vlastnosti ako napríklad teplota topenia, hustota, elastické konštanty, súčiniteľ objemovej rozťažnosti, sú nedokonalosťami skutočných kryštálov ovplyvnené len málo. Hovorí sa im štruktúrne necitlivé. Naopak napríklad neelastické mechanické vlastnosti, plastická deformácia, alebo difúzia v kovoch sú výrazne ovplyvnené mriežkovými poruchami. Tieto vlastnosti sa nazývajú štruktúrne citlivé. Mriežkové poruchy sa najčastejšie delia podľa geometrického hľadiska na poruchy bodové, čiarové, plošné, a priestorové.

Najvýznamnejšími poruchami z pohľadu cyklickej plastickej deformácie sú čiarové poruchy [4]. Čiarová porucha vzniká presunutím (dislokovaním) určitého množstva atómov pri sklzovom pohybe voči susednej vrstve – obrázok 3.1. Za najvýznamnejšie čiarové poruchy možno považovať dislokácie. Základnú teóriu dislokácií vyslovili v roku 1934 G. I. Taylor a E. Orowan, aby umožnili predstavu postupnej sklzovej deformácie a vysvetlili nesúhlas medzi teoreticky vypočítaným sklzovým napätím pre kryštál bez porúch a hodnotami experimentálne získanými na monokryštáloch. Teória dislokácií umožňuje racionálne vysvetlenie deformačného a lomového chovania kovových materiálov [4].



Obrázok 3.1: Posunutie vrstvy hranovou dislokáciou [5].

Základné dislokácie v jednoduchej kubickej mriežke sú hranová a skrútkovitá dislokácia. Pre lepšie pochopenie sú schematicky znázornené na obrázku 3.2. Na obrázku 3.2a je naznačený vznik hranovej dislokácie  $\overline{EF}$  posunutím časti kryštálu nad rovinou  $Aefd$  o jednu atómovú vzdialenosť. Na obrázku 3.2b je znázornený vznik skrútkovej dislokácie  $\overline{PR}$  ako výsledok posunutia jednej časti kryštálu proti druhej. Z týchto modelov vyplýva predstava dislokácie ako rozhrania medzi posunutou a neposunutou časťou kryštálu. Zároveň je zrejmé, že smer relatívneho posunutia vzhľadom k polohe rozhrania posunutej a neposunutej časti rozhoduje o hranovom alebo skrútkovom charaktere dislokácie [4].



Obrázok 3.2: Model dislokácie hranovej (a) a skrutkovej (b) [4].

### 3.2 Cyklické spevnenie/zmäkčenie

Odpor materiálu proti cyklickej deformácii môže v priebehu únavového procesu v závislosti na type materiálu, teplote a podmienkach zaťažovania rásť alebo klesať. Ak sa odpor zvyšuje jedná sa o cyklické spevnenie a ak sa znižuje jedná sa o cyklické zmäkčenie.

Tieto javy vznikajú účinkom interakcie už existujúcich a novo vznikajúcich štruktúrnych porúch v kove pri cyklickej plastickej deformácii v celom jeho objeme [1]. Cyklické spevnenie, prípadne zmäkčenie aj výsledné vlastnosti v saturovanom stave sú určené vznikom, pohybom a interakciou dislokácií medzi sebou alebo s inými typmi mriežkových porúch. Pretože pohyb dislokácie je ovplyvnený prítomnosťou precipitátov, cudzích častíc a hranicami zŕn, mení sa nie len hustota dislokácií a ich usporiadanie ale aj morfológia častíc a fáz [6].

Príčinou cyklického spevnenia je vznik stabilných dislokačných štruktúr s vysokou hustotou dislokácií, ktoré si navzájom prekážajú v pohybe [1].

Cyklické zmäkčenie je typické pre materiály už spevnené. Podstatou všetkých metód zvýšenia pevnosti je vytvorenie takej mikroštruktúry, ktorá obsahuje účinné prekážky pre pohybujúce sa dislokácie. Medzi najčastejšie metódy spevňovania patrí spevnenie deformačné, precipitačné, martenzitické alebo disperzné. K cyklickému zmäkčeniu v takto spevnených materiáloch dochádza vtedy, ak sú v priebehu deformácie odstránené alebo aspoň oslabené prekážky pre pohyb dislokácií. Vzniká tak nová dislokačná únavová štruktúra, pre ktorú je typický nárast hustoty voľných dislokácií, ktoré umožňujú deformáciu [1].

Veľký význam má aj energia vrstevnej chyby, ktorá určuje možnosť priečného sklzu a teda aj pohyblivosť dislokácií a ich usporiadanie. To je rozhodujúce hlavne u kovov a zliatin, ktoré tvoria bunky, ktorých veľkosť, charakter hraníc aj orientácia a rozloženie dislokácií sa v priebehu zaťažovania menia. Rozdielne podmienky sú u kovov s mriežkou kubickou, plošne alebo priestorovo centrovanou. Podľa energie vrstevnej chyby sa mení aj výsledná štruktúra materiálu v stave nasýtenia. Materiály s malou energiou vrstevnej chyby sú charakterizované rovinnými radami dislokácií. Pri kovoch s vyššou energiou vrstevnej chyby a pri vysokocyklovej únave je dislokačná štruktúra v nasýtenom stave tvorená zhlukmi alebo pásmi dislokácií, ktoré nie sú vzájomne prepojené. Pri rovnakých materiáloch, ale pri väčšej amplitúde deformácie sa vyskytuje bunková štruktúra. Pri cyklickom zmäkčení sa charakter stávajúcej štruktúry

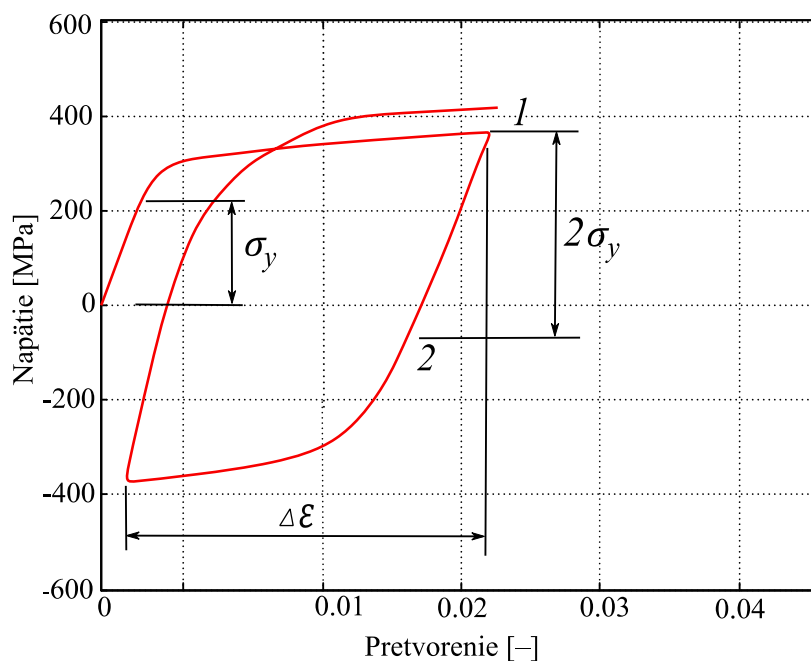
spravidla nemení. Zužujú sa hranice buniek a znižuje sa hustota dislokácií vnútri buniek aj v rovinných radách dislokácií [6].

Pri väčšine kovov intenzita zmien v štruktúre po istom počte cyklov klesá. Z tohto hľadiska je možné materiály deliť na dve skupiny [1]:

1. saturujúce materiály – na začiatku namáhania dochádza k veľkým zmenám vlastností materiálu, avšak po určitom počte cyklov sa tieto zmeny stávajú zanedbateľnými,
2. nesaturujúce materiály – k zmenám mechanických vlastností dochádza v priebehu celej životnosti [1].

### 3.3 Bauschingerov efekt

Deformačne-napät'ová odozva kovov podliehajúcich plastickej deformácii závisí nie len od aktuálneho stavu napätosti ale aj na histórii zaťažovania. Tá sa môže prejaviť zmenami napät'ovej odozvy, ako napríklad rozdiel medze sklzu  $\sigma_y$  v ťahu a tlaku. Túto skutočnosť popisuje Bauschingerov efekt. Všeobecne platí, že v dôsledku plastickej deformácie vzorku v jednom smere sa znižuje medza pre vznik plastickej deformácie v opačnom smere [7]. Na obrázku 3.3 je vidieť, že pri odľahčovaní zo stavu 1 sa materiál chová elasticky až do momentu, kedy je rozdiel medzi okamžitými hodnotami napätia v stavoch 1 a 2 rovný dvojnásobku medze sklzu. V stave teda 2 dochádza k plastickej deformácii pri menšom napätí ako  $\sigma_y$ .



Obrázok 3.3: Znáročenie Bauschingerovho efektu [8].

V praxi má existencia Bauschingerovho efektu využitie pri tvarovaní a valcovaní plechov. Tvarovanie alebo valcovanie prebieha v jednom smere a pracovné napätie môže mať smer opačný. Preto sa v praxi súčasť predom cielene deformuje v zmysle orientácie hlavného pracovného napätia. Tým vzniká reverzné napätie, ktoré má schopnosť po určitú dobu ovplyvňovať odolnosť materiálu. Pre porozumenie cyklického únavového chovania kovových materiálov je znalosť Bauschingerovho efektu dôležitá [7].

## 4 Modelovanie cyklického spevnenia/zmäkčenia

Z hľadiska bezpečnostného, ale aj ekonomického je v technickej praxi nutné numericky analyzovať konštrukciu alebo jej súčasť z pohľadu nízkokycklovej únavy. Práve v tejto oblasti dochádza k najväčším zmenám v štruktúre materiálu. Z toho dôvodu vzniklo v minulosti viacero materiálových modelov, ktoré umožňujú podrobný popis chovania materiálov v elastoplastickej oblasti.

### 4.1 Inkrementálna teória plasticity

Najčastejšie využívaný matematický nástroj pre modelovanie elastoplastickej odozvy materiálu je inkrementálna alebo aj prírastková teória plasticity, postavená na podmienkach a zákonoch uvedených v zbytku kapitoly [8].

#### 4.1.1 Aditívny zákon

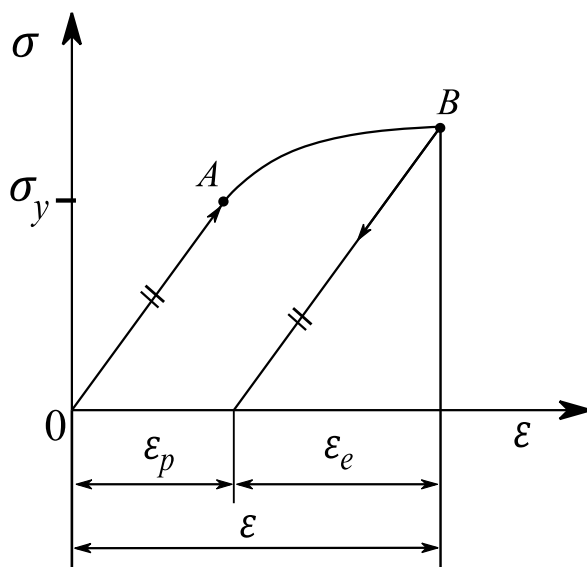
Prvý zákon sa dá najjednoduchšie znázorniť na pracovnom diagrame v prípade namáhania jednoosou napätosťou, kde vzniká nevratná plastická deformácia prekročením medze sklzu. Na obrázku 4.1 udávajú šípky priebeh zaťažovania a následného odľahčovania po prekročení medze sklzu. Odľahčovanie z bodu  $B$  prebieha po inej krivke ako zaťažovanie, čo znamená, že v telese vznikla plastická deformácia. Priamka odľahčovania je rovnobežná s časťou krivky zaťažovania  $\overline{OA}$ , odľahčovanie teda prebieha lineárne. Z obrázku 4.1 je očividné že celkové pretvorenie v napätom stave sa rovná súčtu jeho elastickej a plastickej zložky [9]. Platí teda, že:

$$\varepsilon = \varepsilon_p + \varepsilon_e, \quad (4.1)$$

kde  $\varepsilon$  je celkové pretvorenie,  $\varepsilon_e$  je elastická zložka pretvorenia a  $\varepsilon_p$  je plastická zložka pretvorenia. Pričom pôsobiace napätie a elastická zložka pretvorenia sú pre väčšinu materiálov v každom bode, aj nad úrovňou medze sklzu zviazané Hookovým zákonom:

$$\sigma = E\varepsilon_e, \quad (4.2)$$

kde  $E$  je Youngov modul pružnosti v ťahu.



Obrázok 4.1: Pracovný diagram pre jednoosú napätosť [9].

#### 4.1.2 Hraničná podmienka plasticity

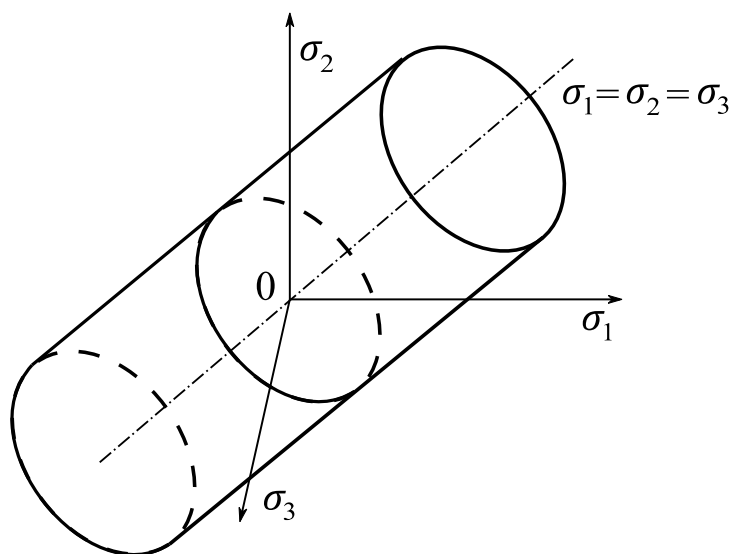
Podmienka plasticity tvorí hranicu medzi elastickým a plastickým chovaním materiálu, pričom počiatok plastického chovania je daný hodnotou medze sklzu  $\sigma_y$ . Ak pôsobiace napätie túto hodnotu neprekročí, materiál sa chová čisto elasticky, v prípade, že dosiahne hodnotu medze sklzu, začína sa prejavovať plastická zložka deformácie. Pri viacosej napätosti je pre sformulovanie podmienky plasticity potrebné vyjadriť napätosť tzv. redukovaným napätím  $\sigma_{ek}$ . Vo všeobecnosti teda môžeme podmienku plasticity vyjadriť nasledovne [10]:

$$f(\sigma) = \sigma_{ek} - \sigma_y = 0. \quad (4.3)$$

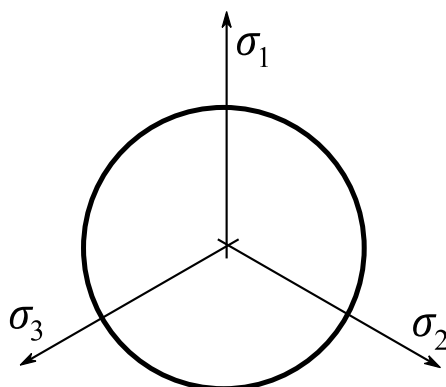
Existuje veľké množstvo podmienok plasticity, ktoré vystihujú chovanie určitých skupín materiálov. Pri húževnatých materiáloch môžeme aplikovať napríklad von Misesovu podmienku plasticity [10]. Tú možno vyjadriť pomocou hlavných napätí  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  v tvare:

$$\sigma_{ek} = \sqrt{[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2] / 2}. \quad (4.4)$$

Znázornenie podmienky plasticity v súradnicovom systéme hlavných napätí  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  (Haighov priestor) sa označuje ako plocha plasticity. Pri von Misesovej podmienke je plochou plasticity, tak ako je vidieť na obrázku 4.2, valec s osou zhodnou s priamkou  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ . Jej priemet v deviatorovej rovine (rovina kde platí  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \text{konšt.}$ ) je kružnica – obrázok 4.3 [8].



Obrázok 4.2: Plocha plasticity von Misesovej podmienky plasticity v priestore hlavných napätí [11].



Obrázok 4.3: Priemet plochy plasticity do deviatorovej roviny [8].

### 4.1.3 Vývoj plochy plasticity

Plocha plasticity môže počas zaťažovania meniť svoje rozmery, tvar aj polohu. Kým pri ideálnej elastoplastickom materiáli je plocha plasticity nemenná, pri materiáloch vykazujúcich spevnenie alebo zmäkčenie dochádza k vyššie spomínaným zmenám. Vzhľadom nato, že matematické modely musia byť schopné popísať odpovedajúce zmeny plochy plasticity, riadi sa jej chovanie počas zaťažovania určitými pravidlami spevnenia. Existujú tri pravidlá spevnenia, ktorým môže byť vývoj plochy plasticity podriadený a to izotropné, kinematické a kombinované [8].

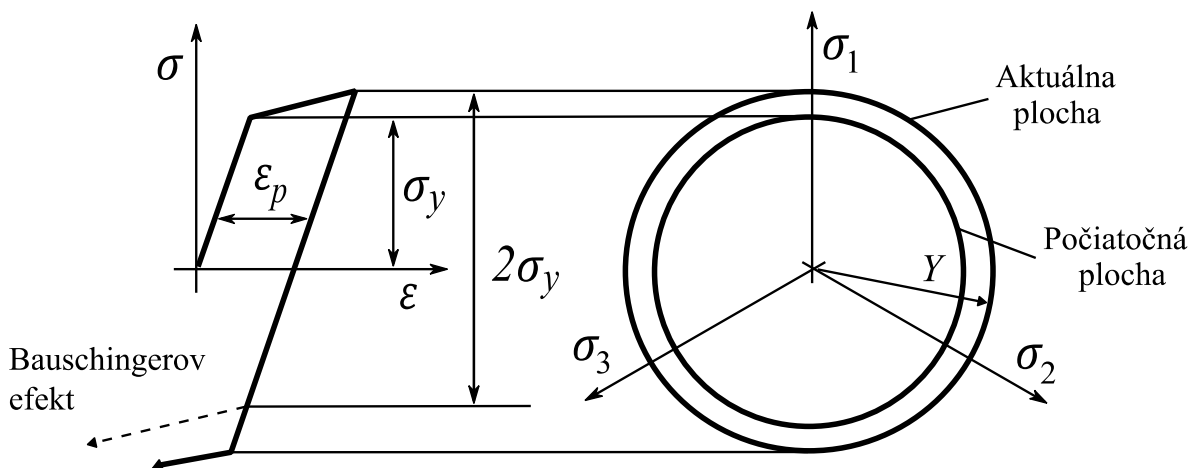
### 4.1.4 Izotropné spevnenie

Pri izotropnom spevnení si plocha plasticity zachováva svoj pôvodný tvar a jej stred zostáva v počiatku súradnicového systému. Dochádza však k jej zväčšovaniu rovnomerne vo všetkých smeroch. Pre von Misesovu podmienku plasticity to teda znamená, že sa bude meniť len polomer plochy plasticity. Podmienka pre izotropné spevnenie má vo všeobecnosti tvar [8]:

$$f(\boldsymbol{\sigma}, Y) = \bar{f}(\boldsymbol{\sigma}) - Y = 0. \quad (4.5)$$

V prípade izotropného spevnenia je teda podmienka závislá na pôsobiacom napätí a na skalárnej izotropnej premennej  $Y$ , ktorá súvisí so vznikom dislokačných štruktúr počas zaťažovania. Správny popis deformačného spevnenia polykrystalických materiálov je však zložitejší, okrem zmeny hustoty dislokácií je potrebné v matematických modeloch zachytiť aj zložitosť dislokačných štruktúr. Z tohto dôvodu je potrebné použitie viacerých vnútorných premenných.

Ďalším problémom pri modeloch len s izotropným spevnením je to, že nie sú schopné správne popísať Bauschingerov efekt. Táto skutočnosť je zrejماً z obrázku 4.4, kde na ľavej strane je znázornená deformačná odozva modelu plasticity s izotropným spevnením pri jednoosom silovom namáhaní a na pravej strane vývoj plochy plasticity. Je očividné, že pri odľahčovaní po predchádzajúcom prekročení medze sklzu  $\sigma_y$  dôjde k zmene plastickej deformácie až vtedy, keď napätie dosiahne zápornú maximálnu hodnotu z kladnej vetvy slučky.



Obrázok 4.4: Vývoj plochy plasticity v prípade izotropného spevnenia [12].

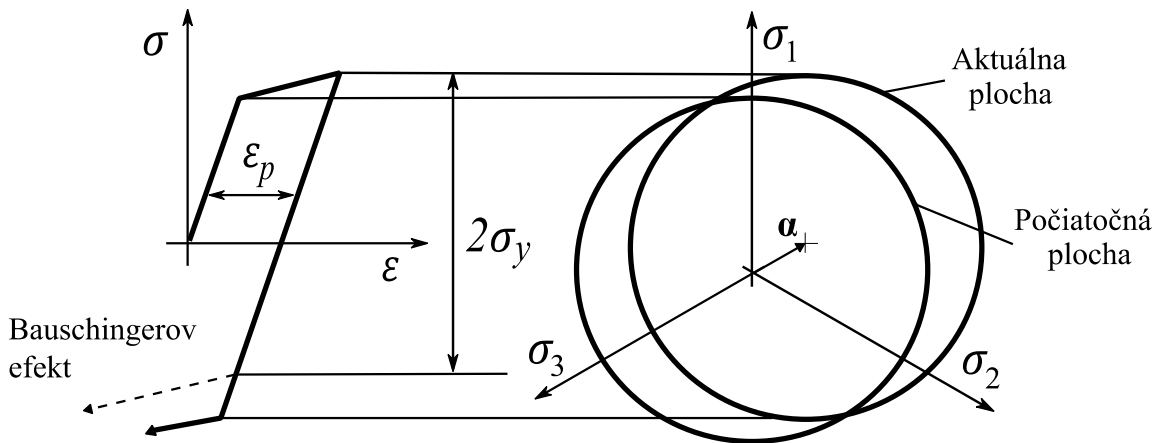
Výhradne izotropný model plasticity je schopný hodnoverne popísať monotónne zaťažovanie. Naopak popis chovania tvárnych materiálov pri cyklickom zaťažovaní je pri použití izotropného modelu spevnenia nedostačujúci [8].

### 4.1.5 Kinematické spevnenie

Kinematické pravidlo spevnenia riadi polohu plochy plasticity. Oproti izotropnému spevneniu, model len s kinematickým spevnením nemení veľkosť ani tvar plochy plasticity, ale nastáva jej

posúvanie v priestore hlavných napätí. Aktuálna poloha stredu plochy plasticity je definovaná vnútornou riadiacou premennou  $\alpha$ , teda kinematickým tenzorom napätia. Tenzor napätia má spojitosť s vnútorným napätím vznikajúcim v materiáli ako dôsledok vývoja dislokačných štruktúr.

Model plasticity s čisto kinematickým pravidlom spevnenia umožňuje verne zachytiť Bauschingerov efekt. V prípade jednoosého namáhania dôjde po prekročení medze sklzu a následnom odlahčovaní k zmene plastickej deformácie až pri odlahčení o  $2\sigma_y$  – obrázok 4.5. Odozvou modelu pre symetrické striedavé jednoosé zaťaženie je uzavretá hysterézná slučka [8].



Obrázok 4.5: Vývoj plochy plasticity v prípade kinematického spevnenia [12].

Pri čisto kinematickom spevnení môže byť podmienka plasticity vyjadrená v tvare:

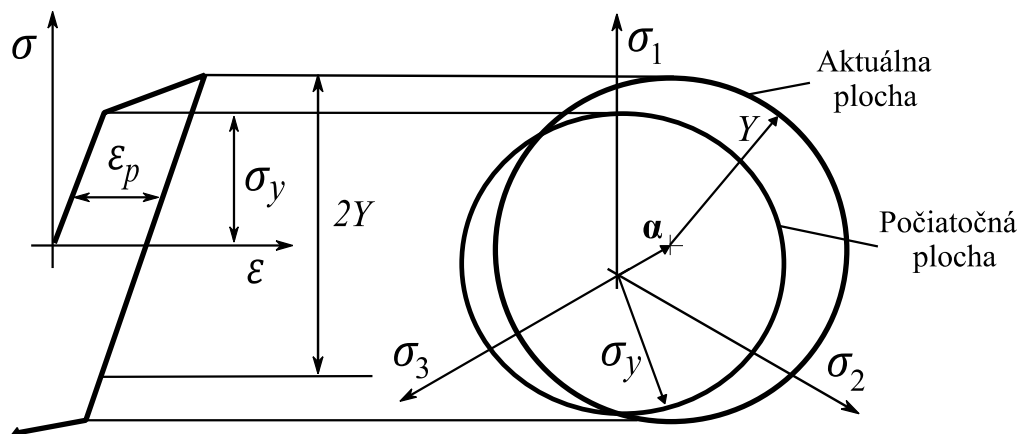
$$f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}) = \bar{f}(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha}) - \sigma_y = 0. \quad (4.6)$$

#### 4.1.6 Kombinované spevnenie

Ak materiál vykazuje odlišnú medzu sklzu pri statickej a cyklickej deformácii, je potreba v koncepte plôch plasticity uvažovať superpozíciu izotropného a kinematického pravidla spevnenia. V tom prípade sa hovorí o kombinovanom spevnení, kde je podmienka plasticity formulovaná ako [8]:

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\alpha}, Y) = \bar{f}(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha}) - Y = 0. \quad (4.7)$$

Na obrázku 4.6 je zobrazený vývoj plochy plasticity pri kombinovanom spevnení v priestore hlavných napätí. Je možné pozorovať, že dochádza k posúvaniu plochy plasticity ale aj k zmene jej veľkosti.



Obrázok 4.6: Vývoj plochy plasticity v prípade kombinovaného spevnenia [12].

Pomocou vhodnej superpozície kinematického a izotropného pravidla sa dajú správne popísať prechodné efekty, ktoré sa objavujú v počiatočných cykloch namáhania, cyklické spevnenie a zmäkčenie materiálu, cyklické tečenie (ratchetting) a ďalšie prejavy cyklickej plasticity [8].

## 4.2 Popis vybraných existujúcich modelov spevnenia

Jednotlivé teórie sa v inkrementálnej plasticite pre potrebu modelovania napätovo-deformačného chovania tvárnych materiálov odlišujú len v riadiacej rovnici pre zmenu kinematického tenzoru  $\alpha$  a izotropnej premennej  $Y$ . Týmto spôsobom vytvorené špeciálne prípady sa nazývajú modely spevnenia [8].

### 4.2.1 Izotropné spevnenie

#### Voceho model

V roku 1955 navrhol Voce model izotropného spevnenia, ktorý bol neskôr použitý v kombinácii s viacerými ďalšími modelmi (Swift, Hollomon) [14]. Voceho model má tvar:

$$dY = b(Q - Y)dp, \quad (4.8)$$

kde  $Q$  a  $b$  sú materiálové konštanty a  $dp$  je akumulovaná plastická deformácia daná vzťahom [15]:

$$dp = \sqrt{\frac{2}{3}d\epsilon_p : d\epsilon_p}. \quad (4.9)$$

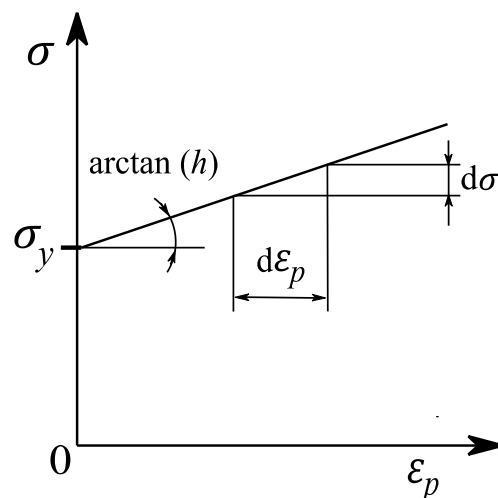
### 4.2.2 Kinematické spevnenie

#### Pragerov model

Najjednoduchší model pre kinematické spevnenie je Pragerov model z roku 1952. Zmena kinematického tenzoru je v tomto modeli lineárne závislá na prírastku plastickej deformácie [16]:

$$d\alpha = \frac{2}{3}C_1 d\epsilon_p, \quad (4.10)$$

kde  $C_1$  je parameter spevnenia, ktorý je rovný plastickému modulu  $h$ , udávajúcemu sklon aproximovanej deformačnej krivky v súradniciach  $\sigma - \epsilon_p$  – obrázok 4.7 [8].



Obrázok 4.7: Plastický modul  $h$  [8].



Pragerov model spevnenia je schopný správne zachytiť Bauschingerov efekt, avšak vedie len k lineárnym napät'ovo-deformačným charakteristikám. Tvárne materiály sa však pri cyklickom namáhaní chovajú väčšinou nelineárne [8].

### Armstrongov–Frederickov model

Model navrhnutý Armstrongom a Frederickom v roku 1966 je vhodný na opis Bauschingerovho efektu. Model Armstronga a Fredericka je tiež pre svoju jednoduchosť vhodný pre použitie v počítačových programoch. Je založený na predpoklade, že zmena mechanických vlastností kovov je riadená históriou zaťažovania. Zmena kinematického tenzoru je teda vyjadrená ako:

$$d\boldsymbol{\alpha} = \frac{2}{3} C d\boldsymbol{\varepsilon}_p - \gamma \boldsymbol{\alpha} dp, \quad (4.11)$$

kde  $C$  a  $\gamma$  sú materiálové konštanty [17]. Nevýhoda modelu spočíva v schopnosti zachytiť tvar hysteréznej slučky len v malom rozsahu rozkmitu plastickej deformácie [8].

### Chabocheov model

Ako vylepšenie Armstrongov–Frederickovho modelu navrhol Chaboche v roku 1979 vyjadriť kinematický tenzor pomocou  $n$  častí [13]:

$$\boldsymbol{\alpha} = \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\alpha}_i. \quad (4.12)$$

Pričom pre každú časť kinematického tenzoru platí [12]:

$$d\boldsymbol{\alpha}_i = \frac{2}{3} C_i d\boldsymbol{\varepsilon}_p - \gamma_i \boldsymbol{\alpha}_i dp. \quad (4.13)$$

Chabocheho model plasticity umožňuje správne zachytiť Bauschingerov efekt, tvar hysteréznej slučky, cyklickej deformačnej krivky a tiež cyklické tečenie [12].

## 4.2.3 Kombinované spevnenie

### Chabocheho kombinovaný model spevnenia

Chaboche navrhol aj kombinovaný model spevnenia, kde kinematický tenzor opäť vyjadril pomocou  $n$  častí a izotropné spevnenie definoval pomocou Voceho pravidla. Okrem toho upravil aj podmienku plasticity von Mises. Kým Voce zapísal podmienku v tvare:

$$f(\boldsymbol{\sigma}) - \sigma_y - Y = 0. \quad (4.14)$$

Chaboche ju napísal ako:

$$f(\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\alpha}) - \sigma_y - Y = 0. \quad (4.15)$$

Avšak pri tomto kombinovanom modeli spevnenia sa izotropná premenná  $Y$  po počiatočných cykloch kedy dochádza k cyklickému spevneniu/zmäkčeniu stabilizuje na hodnote konštanty  $Q$ . To znamená, že na tvar hysteréznej slučky má ďalej vplyv len kinematická časť [13].

## 5 Únavové skúšky

Skúšky únavy patria medzi skúšky dynamické. Ich výsledky zaznamenávajú odozvu materiálu pri pôsobení kmitavej sily, deformácie alebo teploty, ktorá periodicky mení svoju hodnotu z maxima na minimum [3]. Skúška prebieha dovtedy, kým nedôjde k porušeniu skúšobného telesa alebo sa neprekročí stanovený počet zaťažovacích cyklov. Dôležitosť únavových skúšok spočíva v skutočnosti, že väčšina konštrukcií je zaťažovaná časovo premenlivými silami. Veľké množstvo lomov v praxi je teda spôsobených práve únavou materiálu [18].

### 5.1 Skúšobné zariadenia

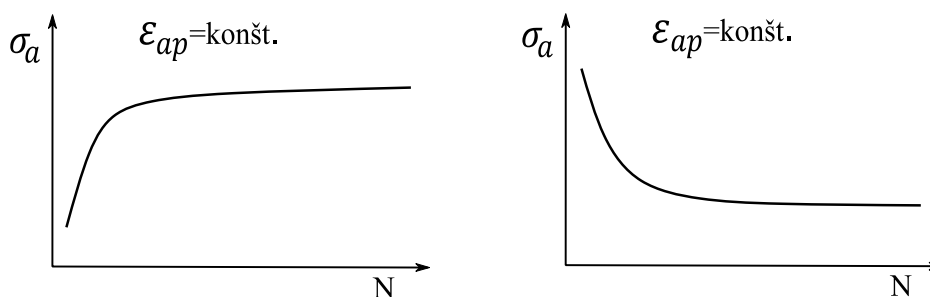
Únavové skúšky sú realizované pomocou skúšobných strojov, ktoré pri zvolených podmienkach skúšky vytvárajú a prenášajú cyklické zaťaženie na skúšobnú vzorku. Najdôležitejšou časťou skúšobného stroja je zaťažovacie zariadenie, z ktorého je s prihliadnutím na požadovaný druh deformácie, vhodnou konštrukciou prenesená zaťažovacia sila na skúšobné teleso. Okrem zariadenia na zaťažovanie musí stroj obsahovať aj zariadenie na meranie a záznam veličín, ktoré sú pre vyhodnotenie skúšky podstatné (napätie, pretvorenie) [3].

K základným premenným parametrom skúšok patria nasledovné:

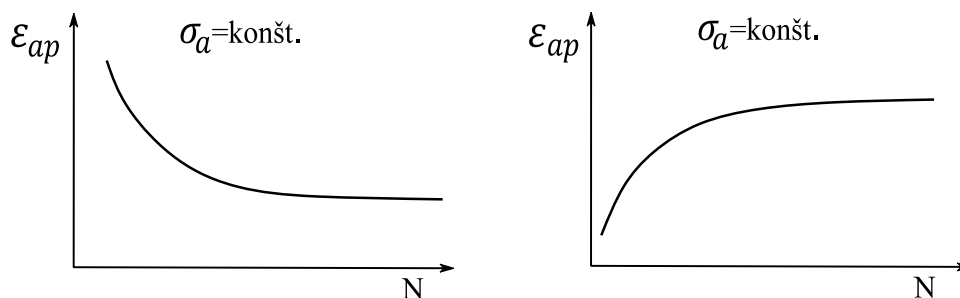
1. druh vyvolanej deformácie (ťah, tlak, ohyb, torzia a rôzne zložené stavy),
2. spôsob upevnenia vzorku (jednostranne votknutý, obojstranne podopretý, obojstranne votknutý),
3. tvar a veľkosť vzorku (laboratórne vzorky a hotové časti konštrukcií),
4. frekvencia zmien zaťaženia (s pomalým chodom s frekvenciou niekoľko cyklov za sekundu až po vysokofrekvenčné s frekvenciou niekoľko tisícok cyklov za sekundu),
5. riadená veličina (konštantná amplitúda napätia alebo pretvorenia) [19].

Podľa zvolenej riadenej veličiny sa rozoznávajú rôzne druhy cyklického zaťažovania. Riadená môže byť amplitúda napätia  $\sigma_a$ , amplitúda celkovej deformácie  $\epsilon_{ae}$ , prípadne amplitúda plastickej deformácie  $\epsilon_{ap}$ . Spôsob zaťažovania s konštantnou amplitúdou napätia sa nazýva *mäkký mód* a odozvou materiálu v tomto móde zaťažovania je zmena amplitúdy celkovej a plastickej deformácie. Naopak pri zaťažovaní s konštantnou amplitúdou deformácie je odozvou zmena amplitúdy napätia. Tento spôsob zaťažovania sa nazýva *tvrdý mód* [2].

V mäkkom móde zaťažovania sa cyklické spevnenie prejaví postupným klesaním amplitúdy deformácie. Naopak pri cyklickom zmäkčení amplitúda deformácie s počtom cyklov narastá. V tvrdom móde sa cyklické spevnenie prejaví rastom amplitúdy napätia s každým cyklom. Pri cyklickom zmäkčení naopak amplitúda napätia s počtom cyklov klesá – obrázok 5.1 a 5.2 [2].



Obrázok 5.1: Možné odozvy materiálu v tvrdom móde zaťažovania [2].

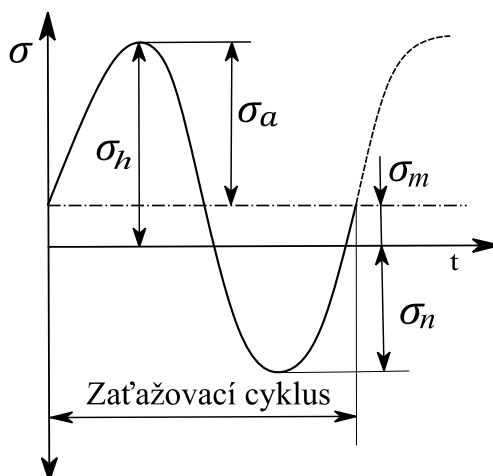


Obrázok 5.2: Možné odozvy materiálu v mäkkom móde zaťažovania [2].

Výsledky experimentu tvrdým zaťažovaním teda s konštantnou amplitúdou deformácie sú vhodné na popis hysteréznych slučiek a kalibráciu modelov kinematického alebo izotropného spevnenia. Mäkké zaťažovanie teda s konštantnou amplitúdou napätia je vhodné pre kalibráciu modelu ratchettingu.

## 5.2 Zaťažovací cyklus

Bez ohľadu na zvolené podmienky, prebieha únavová skúška vždy v zaťažovacích cykloch. Zaťažovací cyklus je priebeh napätia v časovom úseku, počas ktorého sa opakuje rovnaký priebeh napätosti. V rámci jedného cyklu dosiahne cyklické zaťaženie hodnotu svojho maxima aj minima [3]. Priebeh napätia počas cyklu môže byť sinusový, pílovitý, obdĺžnikový alebo iný. Keďže väčšina súčastí v reálnych podmienkach odoláva nepravidelnému cyklickému zaťažovaniu, môže byť medzi pravidelne sa opakujúce cykly vložený jeden alebo viac preťažovacích cyklov s vyššou amplitúdou napätia. Špeciálnym prípadom je zaťažovanie s premennou amplitúdou napätia, ktoré lepšie spĺňa podmienky reálneho stavu súčasti. Je realizované opakovaním zaťažovacích blokov obsahujúcich viac cyklov s rozdielnou amplitúdou [6]. Základné parametre zaťažovacieho cyklu sú zobrazené na obrázku 5.3.



Obrázok 5.3: Parametre zaťažovacieho cyklu:  $\sigma_a$  – amplitúda napätia,  $\sigma_m$  – stredné napätie,  $\sigma_h$  – horné napätie,  $\sigma_n$  – dolné napätie,  $t$  – čas [3].

Pričom horné napätie  $\sigma_h$  je najväčšia hodnota napätia, dolné napätie  $\sigma_n$  je najmenšia hodnota napätia a stredné napätie  $\sigma_m$  je stredná hodnota horného a dolného napätia, teda:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_h + \sigma_n}{2}. \quad (5.1)$$

Amplitúda napätia je rovná polovici rozdielu horného a dolného napätia:

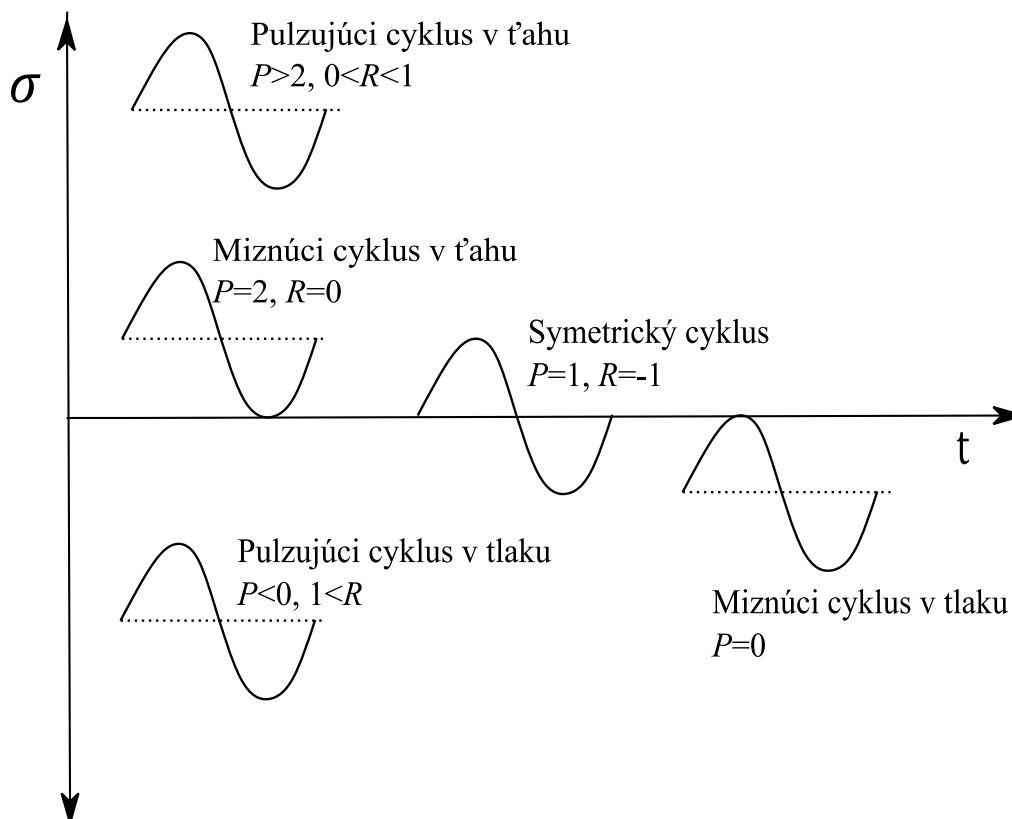
$$\sigma_a = \pm \frac{\sigma_h - \sigma_n}{2}. \quad (5.2)$$

Ďalšími charakteristikami zaťažovacieho cyklu sú súčinitele nesúmernosti cyklu  $R$  a  $P$ , ktoré sú dané vzťahmi:

$$R = \frac{\sigma_n}{\sigma_h}, \quad (5.3)$$

$$P = \frac{\sigma_a}{\sigma_m}. \quad (5.4)$$

V závislosti na veľkosti a znamienku stredného napätia  $\sigma_m$  sa zaťažovacie cykly ďalej rozdeľujú tak, ako je znázornené na obrázku 5.4 [3].



Obrázok 5.4: Rozdelenie zaťažovacích cyklov na základe hodnoty stredného napätia [3].

Podľa počtu cyklov je možné únavu rozdeliť do dvoch základných skupín:

1. Nízkocyklová únava – životnosť do  $10^5$  cyklov. Vzniká pri opakovanom namáhaní nad medzou sklzu, kedy dochádza k výrazným opakovaným plastickým deformáciám. Životnosť súčasti závisí na rýchlosti šírenia únavovej trhliny [18].
2. Vysokocyklová únava – životnosť nad  $10^5$  cyklov. Dochádza k opakovaniu elastickej deformácie. Na vznik trhliny je potrebný veľmi dlhý časový úsek. Po dosiahnutí kritickej veľkosti trhliny dochádza k náhlemu lomu [18].

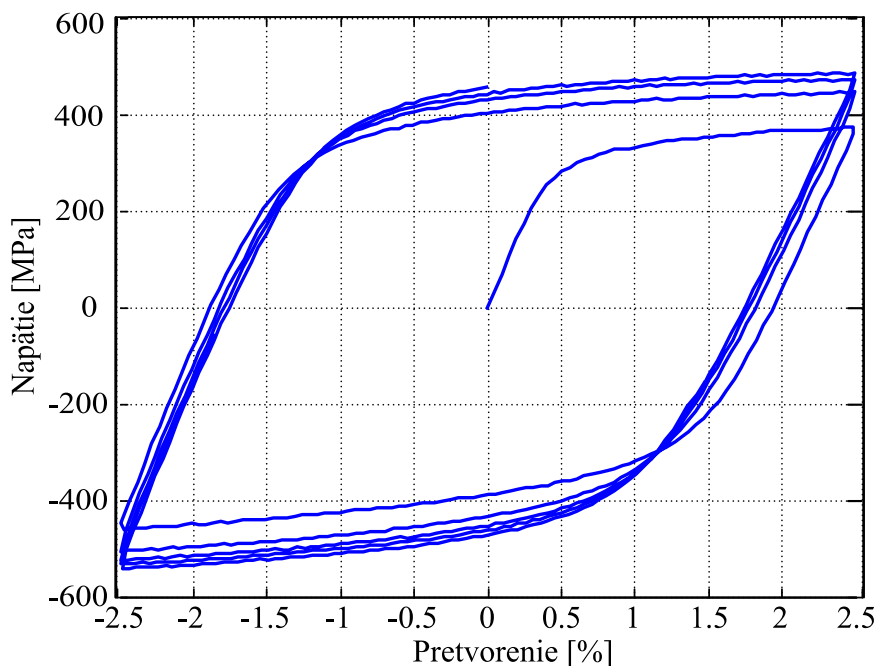
### 5.3 Zápis výsledkov únavovej skúšky

Medzi sledované veličiny pri únavovej skúške patrí predovšetkým pôsobiace napätie a pomerná deformácia vzorku. Skúšobné zariadenie zaznamená ich okamžité hodnoty niekoľko krát počas každého cyklu. Zaznamenané hodnoty sa postupne zapisujú do tabuľky, kde sa v každom stĺpci nachádzajú hodnoty inej veličiny. Počet stĺpcov závisí od počtu sledovaných veličín, medzi ktorými sa môže okrem pôsobiaceho napätia a pretvorenia vzorku nachádzať čas, hodnota plastického pretvorenia vzorku alebo poradové číslo cyklu. Počet riadkov tabuľky je závislý na frekvencii zápisu hodnôt meracieho zariadenia a doby trvania skúšky. Tabuľka 5.1 je ilustratívny príklad toho ako môže byť usporiadaný súbor dát z únavovej skúšky. Skutočný súbor obsahuje pochopiteľne podstatne väčšie množstvo riadkov.

Tabuľka 5.1: Príklad zápisu výsledkov únavovej skúšky.

Napätie [MPa]	Celkové pretvorenie [%]	Plastické pretvorenie [%]	Čas [s]	Poradové číslo cyklu
-1	-0,01	-0.01	0.000	1
30	0,04	0.01	0.252	1
67	0,09	0.01	0.504	1
105	0,14	0.02	0.757	1

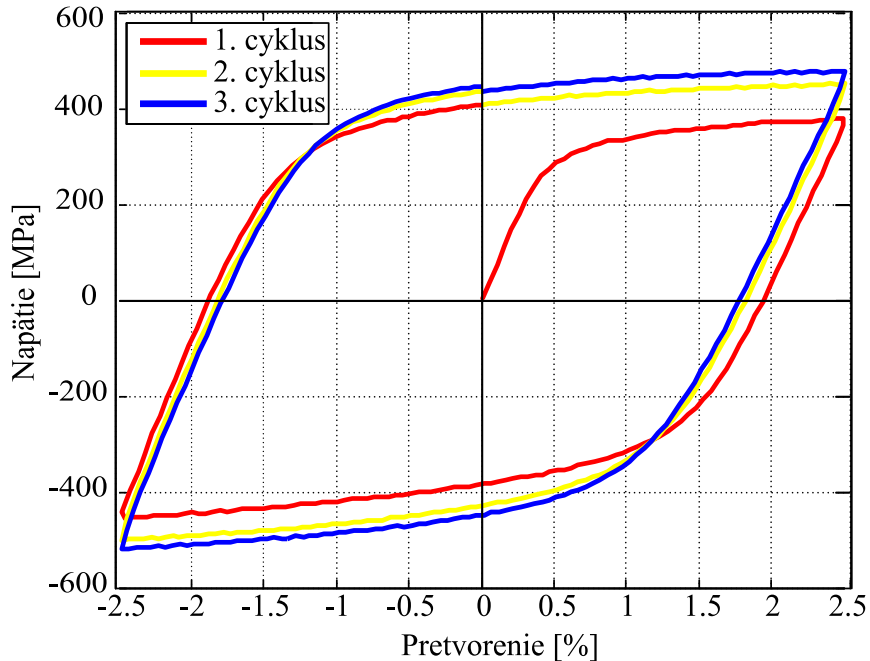
Graficky je možné priebeh skúšky cyklickým zaťažovaním zachytiť hysteréznymi slučkami jednotlivých cyklov vykreslenými zo získaných okamžitých hodnôt napätia a pretvorenia. Ukážka grafického znázornenia priebehu skúšky hysteréznymi slučkami je na obrázku 5.5. Podrobnejší popis hysteréznej slučky sa nachádza v odstavci 5.5.1 tejto práce.



Obrázok 5.5: Grafické znázornenie skúšky cyklickým zaťažovaním hysteréznymi slučkami.

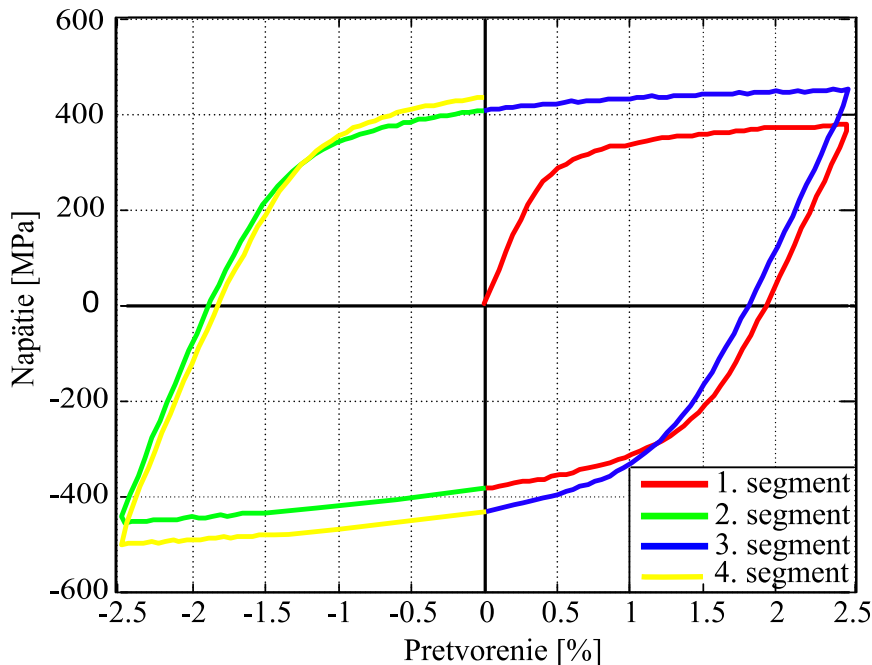
Pre ďalšie spracovanie dát zaznamenaných strojom pri únavovej skúške je spôsob ich zápisu dôležitý. Ten sa pri jednotlivých skúšobných strojoch môže odlišovať najmä číslovaním poradia jednotlivých zaťažovacích cyklov, prípadne iným poradím stĺpcov s hodnotami sledovaných veličín. Spôsob číslovania závisí predovšetkým od výrobcu skúšobného stroja. Z toho dôvodu existuje väčšie množstvo spôsobov číslovania. Na nasledujúcich obrázkoch sú popísané tri najčastejšie spôsoby číslovania zaťažovacích cyklov.

Obrázok 5.6 znázorňuje spôsob číslovania, pri ktorom dochádza k zvýšeniu poradového čísla cyklu v bode, kde pretína kladná vetva slučky zvislú osu grafu, teda vždy keď má pôsobiacie napätie kladnú hodnotu a celková deformácia je nulová.



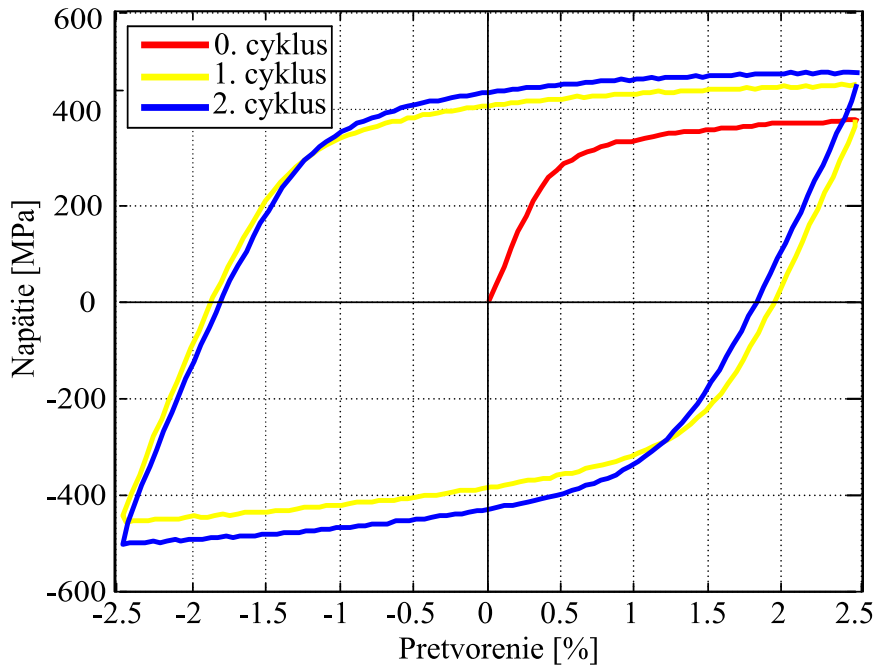
Obrázok 5.6: Zvýšenie poradové čísla cyklu prvým spôsobom.

Obrázok 5.7 zachytáva spôsob číslovania zaťažovacích cyklov rozdelením každého cyklu na dva segmenty. Hranicu medzi jednotlivými segmentami tvorí zvislá os grafu. Poradové číslo segmentu sa teda zmení vždy keď deformácia dosiahne nulovú hodnotu.



Obrázok 5.7: Číslovanie zaťažovacích cyklov rozdelením na segmenty.

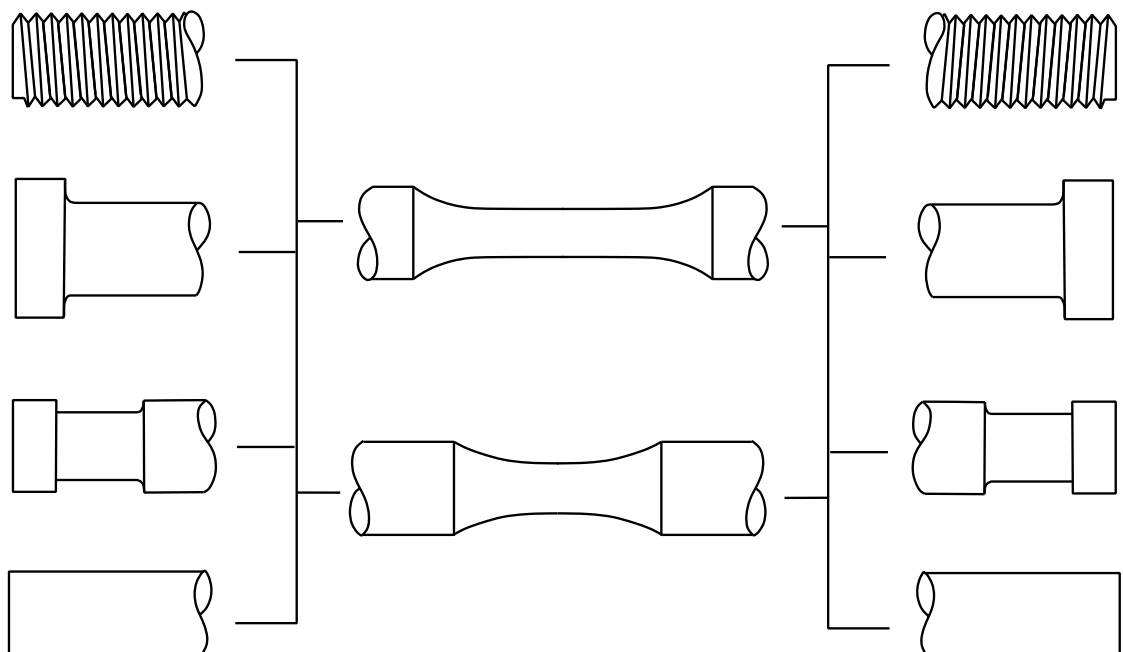
Na obrázku 5.8 je znázornené číslovanie zaťažovacích cyklov, kde je prvá štvrtina prvého cyklu označená ako nultý cyklus. Každý nasledujúci cyklus začína vždy v bode, v ktorom je dosiahnutá predpísaná kladná amplitúda riadenej veličiny.



Obrázok 5.8: Číslovanie zaťažovacích cyklov začínajúce nulovým cyklom.

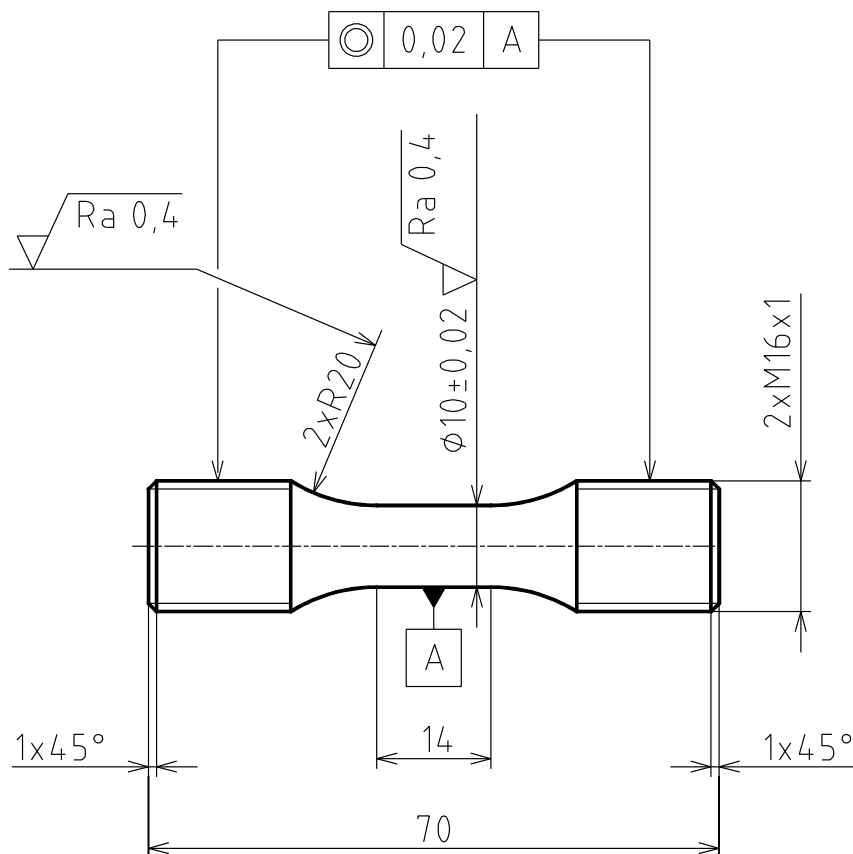
#### 5.4 Skúšobné vzorky

Druh skúšobného vzorku je závislý predovšetkým na tom, aká únavová vlastnosť má byť skúšaná a pomocou akého zariadenia bude skúška realizovaná. Typické skúšobné tyče majú spravidla kruhový prierez a skladajú sa zo skúšobnej časti a upínacích častí. Priemer skúšobnej časti je menší a smerom k upínacím častiam sa zväčšuje. To vyplýva z nutnosti zväčšenia pevnosti upínacích častí z dôvodu zamedzenia porušenia v týchto miestach. Tvar upínacích častí závisí na spôsobe uchytenia vzorku do skúšobného stroja. Môžu byť opatrené napríklad závitom alebo odsadením [19]. Príklad tvaru skúšobnej tyče a jej upínacích častí je na obrázku 5.9.



Obrázok 5.9: Príklady tvaru skúšobnej tyče a jej upínacích častí [18].

Presný tvar a spôsob obrobenia skúšobnej tyče sa odvíja od toho, ktorá vlastnosť je pri experimente skúmaná. Cieľom experimentu môže byť napríklad skúmanie vplyvu koncentrátoru napätia (vrub, drsnosť povrchu, tvar) na pevnosť. Tyč určená na takýto experiment môže po svojej dĺžke obsahovať napríklad ostrý prechod medzi rozdielnymi priermi alebo mať pri výrobe predpísanú vyššiu drsnosť povrchu ako tyč, ktorá slúži na skúmanie zmien vlastností materiálu v jeho objeme [18]. Pri experimentoch slúžiacich na vyhodnotenie únavy materiály bez vplyvu koncentrátoru napätia sa používajú tyče s väčším polomerom zakrivenia prechodu medzi skúšanou časťou a upínacou časťou, čím sa zníži koncentrácia napätia v tomto mieste. Povrch takýchto tyčí by mal byť leštený [3]. Obrázok 5.10 zobrazuje skúšobnú tyč s predpísanou drsnosťou, opatrenú závitom, ktorá je určená na skúšku únavy striedavým ťahom-tlakom.



Obrázok 5.10: Skúšobná tyč určená pre skúšku striedavým ťahom-tlakom.

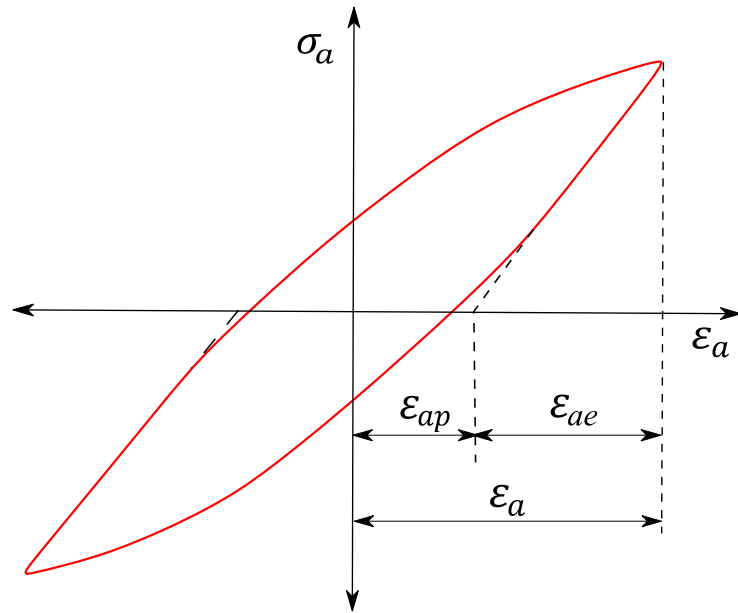
## 5.5 Charakteristiky popisujúce cyklické zaťažovanie

Pre opis cyklického zmäkčenia alebo spevnenia sú dôležité zmeny mechanických vlastností, ktoré charakterizujú odpor materiálu voči plastickej deformácii. Väčšinou sa jedná o charakteristiky, ktoré popisujú súvislosť medzi vonkajším napätím a pretvorením [1].

### 5.5.1 Hysterézná slučka

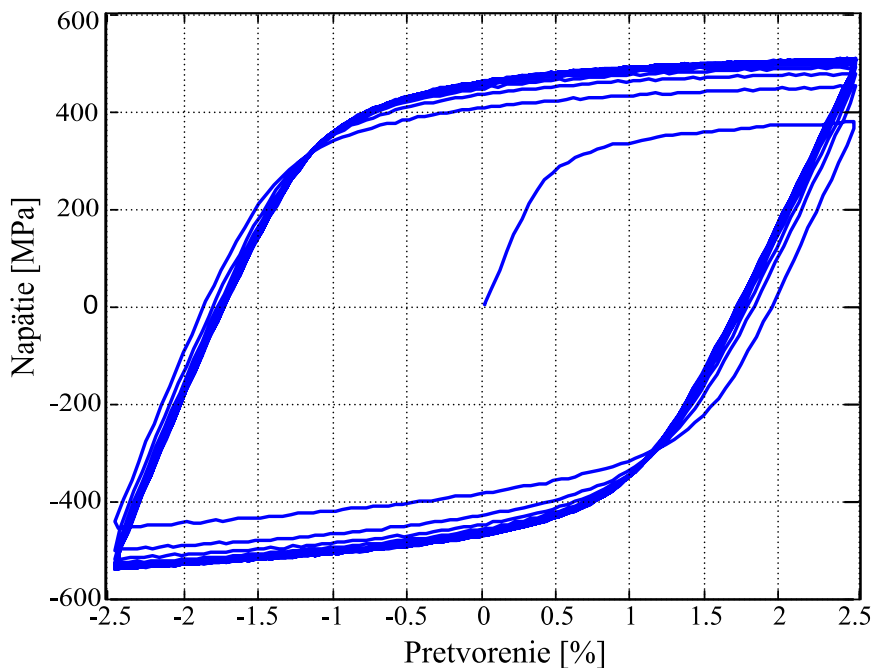
Pri únavovej skúške symetrickým pravidelným zaťažovaním vykazuje materiálová odozva hystereziu v podobe pomernej deformácie, ktorá sa dá zobrazit' hystereznou slučkou [21]. Najvhodnejší spôsob detekcie zmien mechanických vlastností pri zaťažovaní zaznamenávanie slučiek priamo pri chode skúšobného stroju. Hysterezná slučka je schematicky zakreslená na obrázku 5.11 [1].



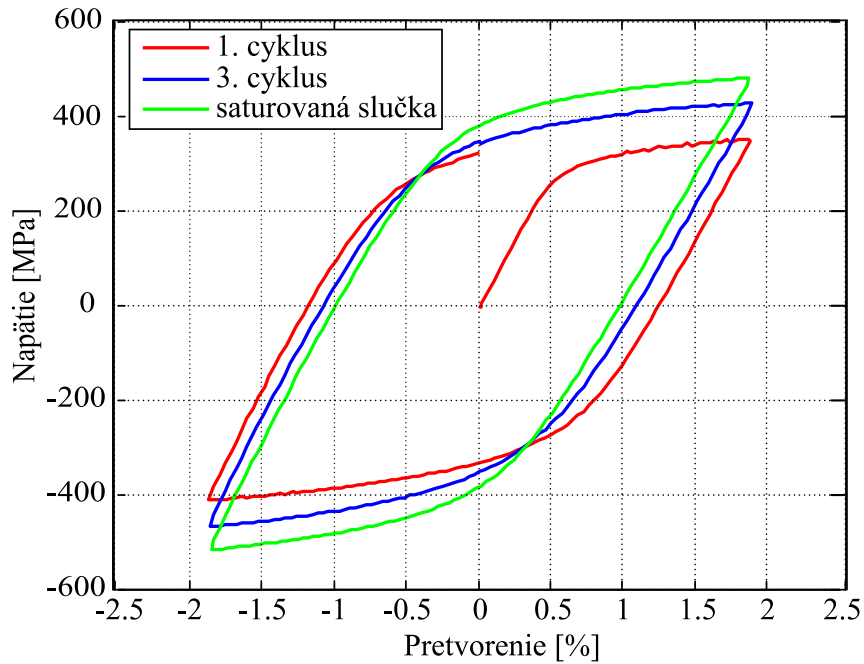


Obrázok 5.11: Parametre hysteréznej slučky [1].

Tvar hysteréznej slučky pri únavovej skúške závisí od odozvy materiálu na cyklické zaťažovanie a od riadenej veličiny zaťažovania. Ako je uvedené v úvode tejto práce, zmeny mechanických vlastností majú saturačný charakter. Amplitúdy napätia a deformácie dosiahnu už po malom počte cyklov saturovaných hodnôt, ktoré sa s ďalšími zaťažovaním menia len zanedbateľne. Táto skutočnosť je očividná z tvaru hysteréznej slučky na obrázku 5.12 kde je zobrazený priebeh únavovej skúšky tvrdým zaťažovaním materiálu, ktorý sa cyklicky spevňuje. Spôčiatku sa dá pozorovať výrazné navýšovanie napätia potrebného na spôsobenie deformácie s konštantnou amplitúdou. Postupne sa hysterézná slučka uzatvára a jej tvar sa ďalej nemení, alebo sú jej zmeny zanedbateľné. Takáto slučka sa nazýva saturovaná [2]. Pre materiály nevykazujúce saturáciu sa za saturovanú slučku považuje podľa konvencie slučka z polovice doby životnosti [20]. Rozdiel v tvare slučky pri počiatočných cykloch a tvare saturovanej slučky je znázornený na obrázku 5.13.

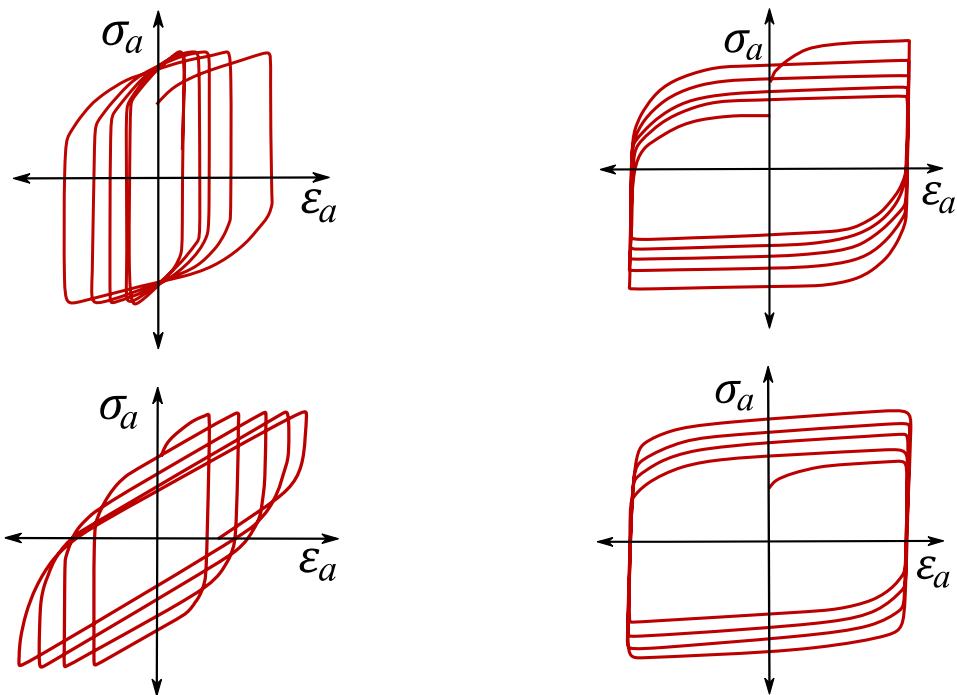


Obrázok 5.12: Postupná saturácia hysteréznej slučky.



Obrázok 5.13: Rozdielny tvar slučiek prvých cyklov a saturovanej slučky.

Odlíšne tvary hysteréznych slučiek pre tvrdý mód a mäkký mód zaťažovania sú zobrazené na obrázkoch 5.14 a 5.15.



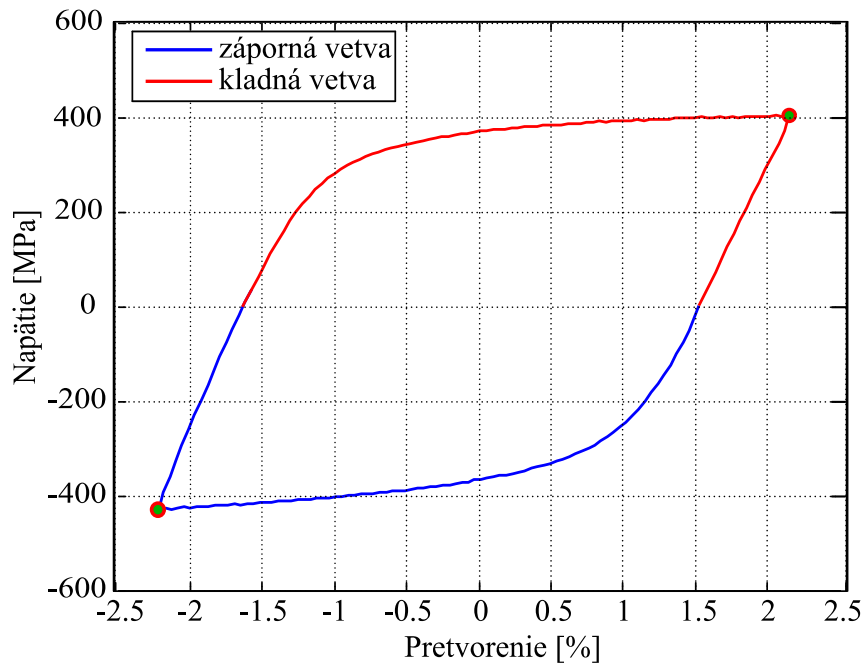
Obrázok 5.14: Tvar hysteréznej slučky pri zaťažovaní s konštantnou amplitúdou napätia pre materiál, ktorý sa cyklicky spevňuje (hore) a materiál, ktorý sa cyklicky zmäkčuje (dole) [12].

Obrázok 5.15: Tvar hysteréznej slučky pri zaťažovaní s konštantnou amplitúdou deformácie pre materiál, ktorý sa cyklicky zmäkčuje (hore) a materiál, ktorý sa cyklicky spevňuje (dole) [12].

Z tvaru hysteréznej slučky teda možno povedať, či sa skúšaný materiál cyklicky zmäkčuje alebo spevňuje.

Podľa znamienka pôsobiaceho napätia sa dá hysterézná slučka rozdeliť na zápornú a kladnú vetvu, tak ako je to zobrazené na obrázku 5.16. Pre podrobnejší popis cyklického

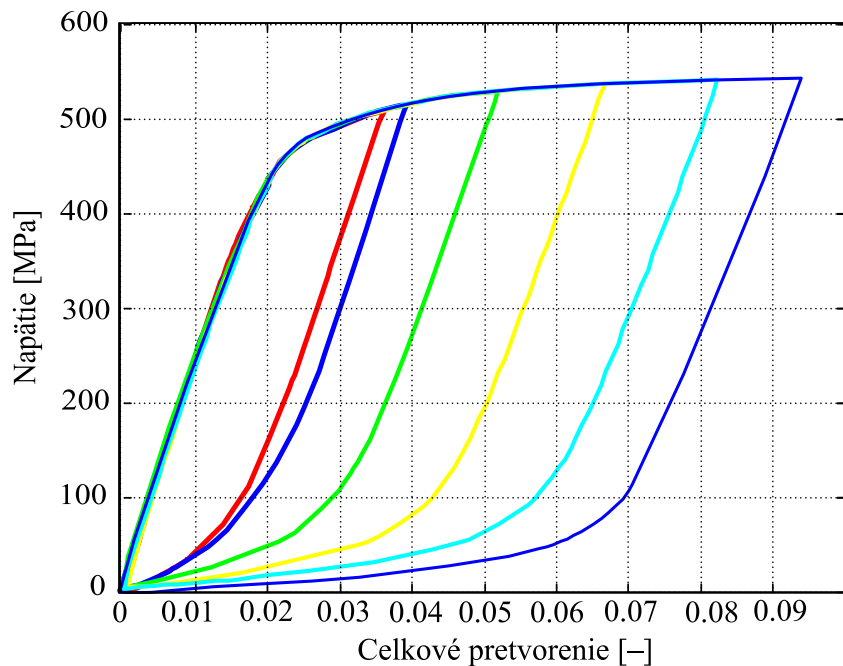
spevnenia/zmäkčenia sú podstatné vrcholy jednotlivých vetiev vyznačené na obrázku 5.16. Práve v nich sa totiž nachádzajú maximálne a minimálne hodnoty napätia alebo pretvorenia pre každý cyklus, ktoré patria medzi vstupné dáta pri kalibrácii modelov spevnenia.



Obrázok 5.16: Rozdelenie hysteréznej slučky na kladnú a zápornú vetvu.

### Masingovo chovanie

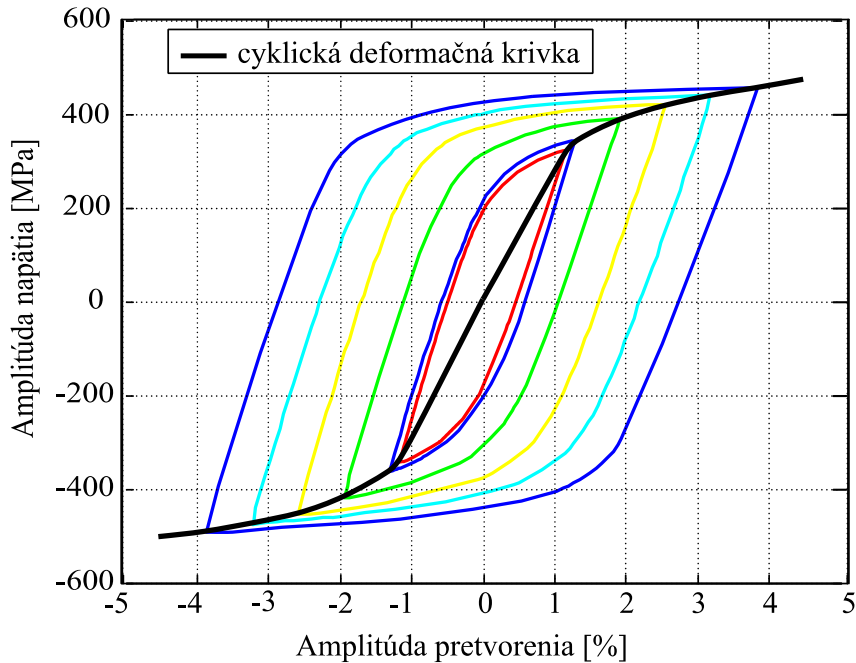
Charakteristické pre materiál, ktorý vykazuje Masingovo chovanie je, že sa horné vetvy jednotlivých hysteréznych slučiek, získané pri rôznych amplitúdach deformácií, po zarovnaní v dolných vrchoch prekrývajú. V ideálnom prípade z nich vznikne celistvá krivka – obrázok 5.17. Z mikroskopického hľadiska indikuje Masingovo chovanie stabilnú mikroštruktúru počas únavového procesu, avšak väčšina kovových materiálov ho nevykazuje [7].



Obrázok 5.17: Ukážka Masingovho chovania.

### 5.5.2 Cyklická deformačná krivka

Rôznym amplitúdam zaťažovania odpovedajú rôzne hysterézne slučky. Ak preložíme vrcholovými bodmi saturovaných hysteréznych slučiek pre rôzne amplitúdy zaťažovania krivku, dostaneme závislosť medzi amplitúdou napätia a amplitúdou pretvorenia v saturovanom stave – obrázok 5.18. Táto krivka sa najčastejšie v literatúre označuje ako cyklická deformačná krivka [2].



Obrázok 5.18: Cyklická deformačná krivka.

Experimentálne údaje získané na kovových materiáloch ukázali, že priebeh cyklickej deformačnej krivky sa dá pre potreby inžinierskej praxe opísať mocninovou funkciou [2]:

$$\sigma_a = K(\varepsilon_{ap})^n, \quad (5.5)$$

kde  $K$  je súčiniteľ cyklického spevnenia a  $n$  je exponent cyklického spevnenia. Ich hodnoty pre konkrétny materiál sa určia zo získaných experimentálnych dát [2].

Je však potrebné uvážiť, že amplitúda celkového pretvorenia sa skladá z elastickej a plastickej zložky, pričom elasticкую zložku je možné vyjadriť z Hookovho zákona ako:

$$\varepsilon_{ae} = \frac{\sigma_a}{E}. \quad (5.6)$$

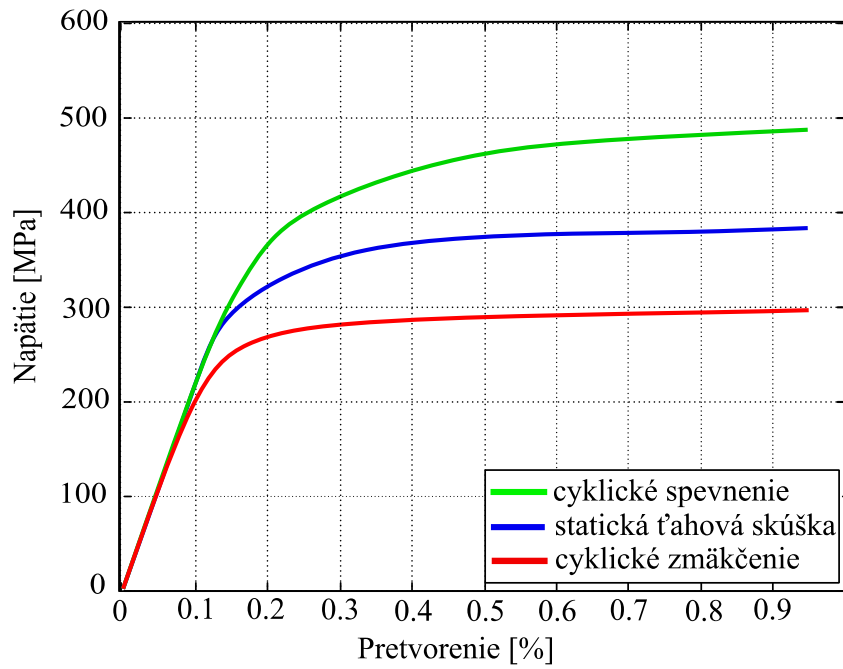
Súčtom oboch zložiek je možné získať Rambergov–Osgoodov vzťah pre aproximáciu cyklickej deformačnej krivky v tvare [22]:

$$\varepsilon = \varepsilon_{ae} + \varepsilon_{ap} = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K}\right)^{\frac{1}{n}}. \quad (5.7)$$

Hodnoty konštánt  $K$  a  $n$  sa opäť zistia z experimentálnych údajov [22].

Pre opis cyklických plastických vlastností materiálu je táto krivka veľmi dôležitou charakteristikou. Veľkú výpovednú hodnotu má jej porovnanie s ťahovým diagramom – obrázok 5.19. Ťahový diagram zobrazuje závislosť napätia a deformácie v prvom štvrt'cykle. Cyklická deformačná krivka zobrazuje tú istú závislosť po tom ako prebehlo cyklické zmäkčenie alebo spevnenie materiálu. Ich vzájomná poloha jednoznačne určuje odozvu materiálu na cyklické

zaťažovanie. Ak leží cyklická deformačná krivka pod krivkou ťahového diagramu znamená to že materiál sa cyklicky zmäkčuje, naopak ak leží nad krivkou ťahového diagramu, materiál sa cyklicky spevnil [1].



Obrázok 5.19: Vzájomná poloha jednosmernej a cyklickej deformačnej krivky v súradniciach napätie - pretvorenie [11].

---

## 6 Tvorba algoritmu na spracovanej dát únavovej skúšky

### 6.1 Popis požadovaných funkcií algoritmu

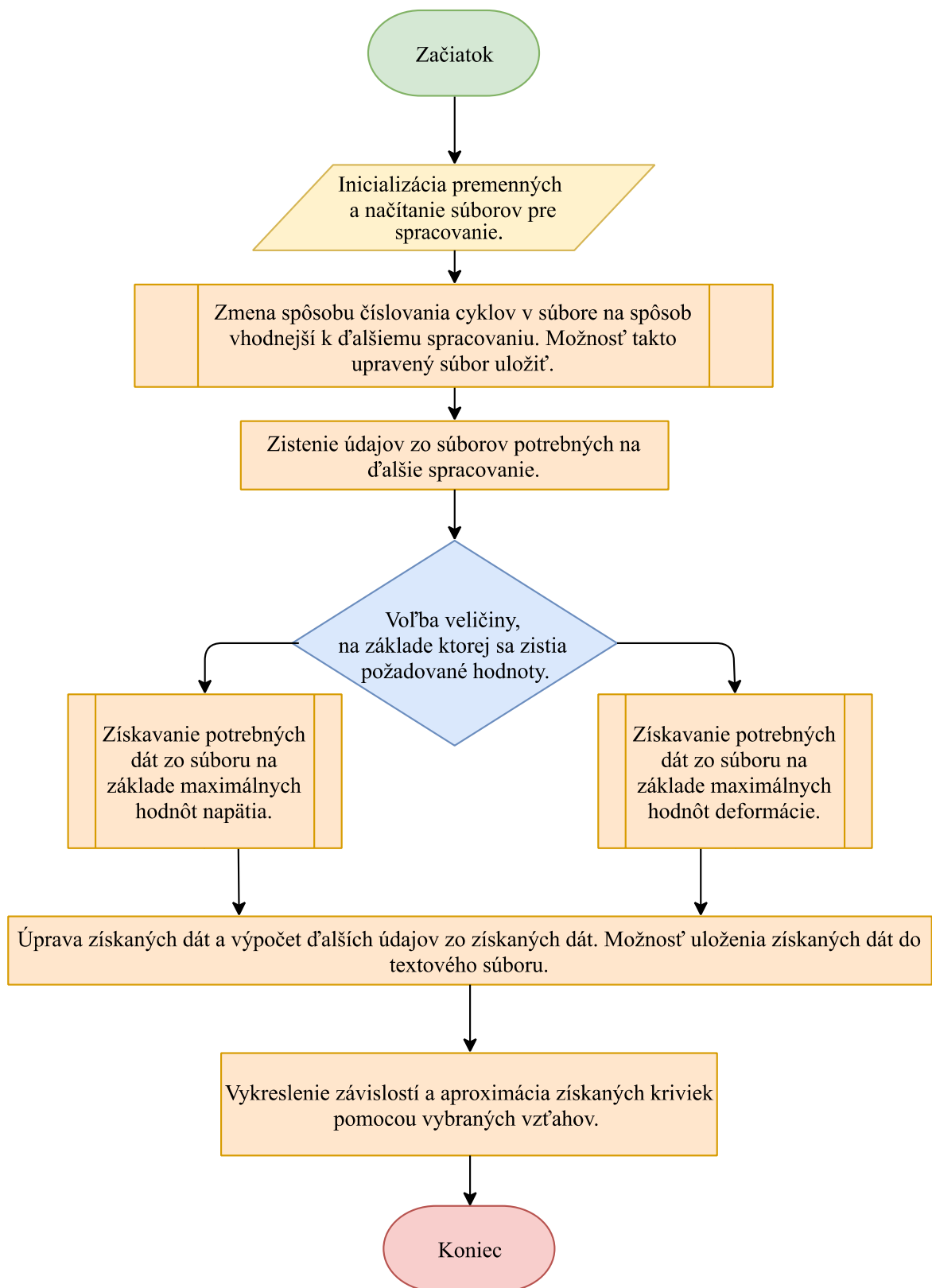
Algoritmus musí byť schopný upraviť vstupné dáta vo forme textových súborov obsahujúcich výsledky únavovej skúšky požadovaným spôsobom a získať z nich dáta potrebné pre ďalšie spracovanie bez ohľadu na to, na akom skúšobnom stroji bola skúška realizovaná. Zo získaných dát je potrebné vykresliť závislosti, ktoré budú aproximované vhodnými matematickými vzťahmi. Zmenené a získané dáta musí byť možné uložiť do nových textových súborov pre prípad ďalšieho spracovania iným algoritmom.

### 6.2 Voľba vhodného softwaru na vytvorenie algoritmu

Na vytvorenie algoritmu bol použitý software MATLAB vo verzii R2014a, vytvorený firmou MathWorks. Jedná sa o integrované programové prostredie a skriptovací jazyk, ktorý umožňuje počítanie s maticami, vykresľovanie 2D a 3D grafov, implementáciu algoritmov, počítačovú simuláciu, analýzu a prezentáciu dát a zostavovanie technických výpočtov [23]. Vďaka svojej jednoduchosti umožňuje užívateľovi sústrediť sa viac na obsah svojej práce ako na syntax kódu.

### 6.3 Návrh základnej štruktúry algoritmu

Vstupnými údajmi pre algoritmus sú výsledky únavovej skúšky vo forme textových súborov obsahujúcich tabuľky dát zaznamenaných strojom, tak ako je bližšie popísané v odstavci 5.3. Pre prípad, že bolo pre jeden materiál realizovaných viac únavových skúšok s rozdielnymi amplitúdami riadenej veličiny, musí algoritmus spracovať viacero súborov naraz. Keďže jednotlivé stroje sa odlišujú najmä spôsobom číslovania zaťažovacích cyklov, je jednou z hlavných funkcií algoritmu zaviesť jednotný spôsob číslovania zaťažovacích cyklov, ktorý je najvhodnejší pre ďalšie spracovanie. Užívateľ má možnosť súbory so zmeneným číslovaním uložiť pre prípad ďalšieho spracovania, ktoré sa netýka kalibrácie modelu izotropného spevnenia. Pre následnú kalibráciu modelu je potrebné zistenie maximálnych a minimálnych hodnôt buď napätia alebo pretvorenia vo vrcholoch hysteréznej slučky pre jednotlivé zaťažovacie cykly. Voľba veličiny, ktorej amplitúdy algoritmus zistí, je na užívateľovi a primárne závisí na chovaní materiálu počas skúšky. V oboch prípadoch je však potrebné priradiť k nájdenej hodnote zvolenej veličiny aj hodnotu druhej veličiny v tom istom bode hysteréznej slučky. Pred samotným prehľadávaním súboru s cieľom nájsť maximálne a minimálne hodnoty veličín, zistí algoritmus počet zaťažovacích cyklov zaznamenaných v súbore. Zo zistených dát sa jednoduchými operáciami dopočítajú ďalšie údaje potrebné na správne vykreslenie závislostí medzi pôsobiacim napätím a pretvorením počas cyklického zaťažovania, ktoré sú neskôr aproximované vhodnými matematickými modelmi. Ak chce užívateľ, aby boli vykreslené všetky závislosti vrátane cyklickej deformačnej krivky, musí algoritmu poskytnúť súbory dát z únavovej skúšky pre viacero amplitúd riadenej veličiny. Základná štruktúra algoritmu je pomocou vývojového diagramu znázornená na obrázku 6.1. Jednotlivé časti algoritmu sú podrobne vysvetlené v nasledujúcich odstavcoch.



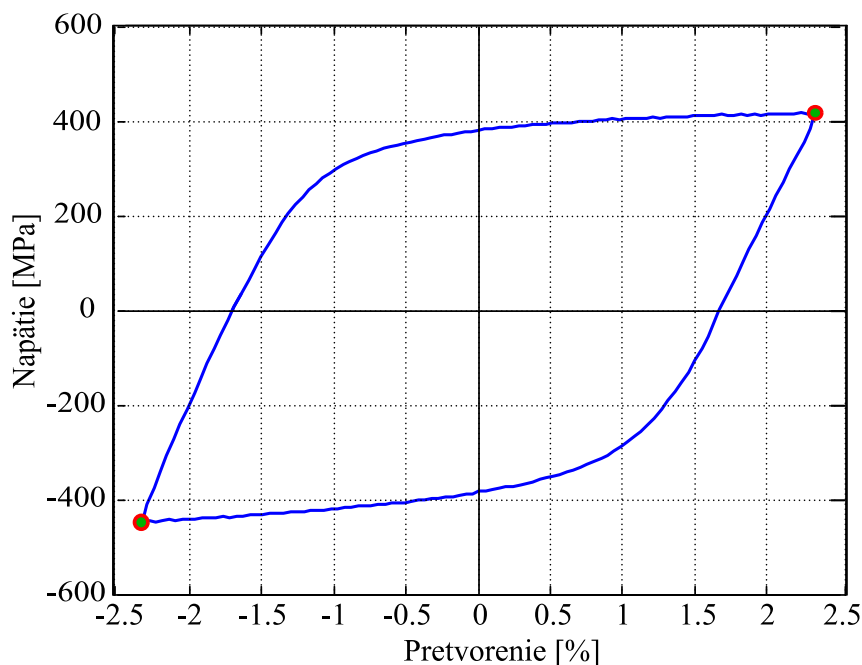
Obrázok 6.1: Vývojový diagram algoritmu na spracovanie dát únavovej skúšky a kalibráciu modelu izotropného spevnenia.

## 6.4 Spracovanie dát únavovej skúšky

Vstupné súbory môžu obsahovať výsledky únavovej skúšky tvrdým aj mäkkým zaťažovaním, avšak výsledky skúšky mäkkým zaťažovaním nie sú pre kalibráciu modelov spevnenia vhodné. Z toho dôvodu je algoritmus primárne určený pre spracovanie dát skúšky tvrdým zaťažovaním. Ak však užívateľ potrebuje zmeniť číslovanie cyklov, prípadne nájsť maximálne hodnoty napätia alebo deformácie v jednotlivých cykloch, môže využiť konkrétne časti algoritmu aj pre dáta zo skúšky mäkkým zaťažovaním.

### 6.4.1 Voľba vhodného spôsobu číslovania cyklov

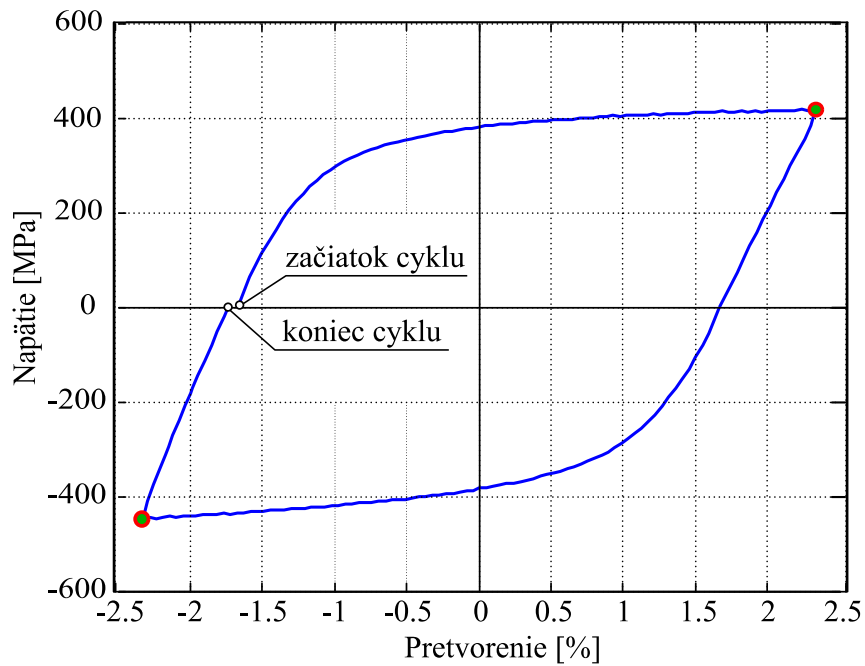
Ako už bolo spomenuté v odstavci 5.5.1 tejto práce, pri pohľade na hysteréznú slučku na obrázku 6.2 sa dá predpokladať že maximálne a minimálne hodnoty či už napätia alebo pomernej deformácie sa budú nachádzať práve v jej vrcholoch. Za vhodný spôsob číslovania zaťažovacích cyklov možno teda považovať taký, pri ktorom jeden cyklus obsahuje body práve jednej hysteréznej slučky a obsahuje tak vrchol kladnej aj zápornej vetvy hysteréznej slučky.



Obrázok 6.2: Vrcholové body hysteréznej slučky.

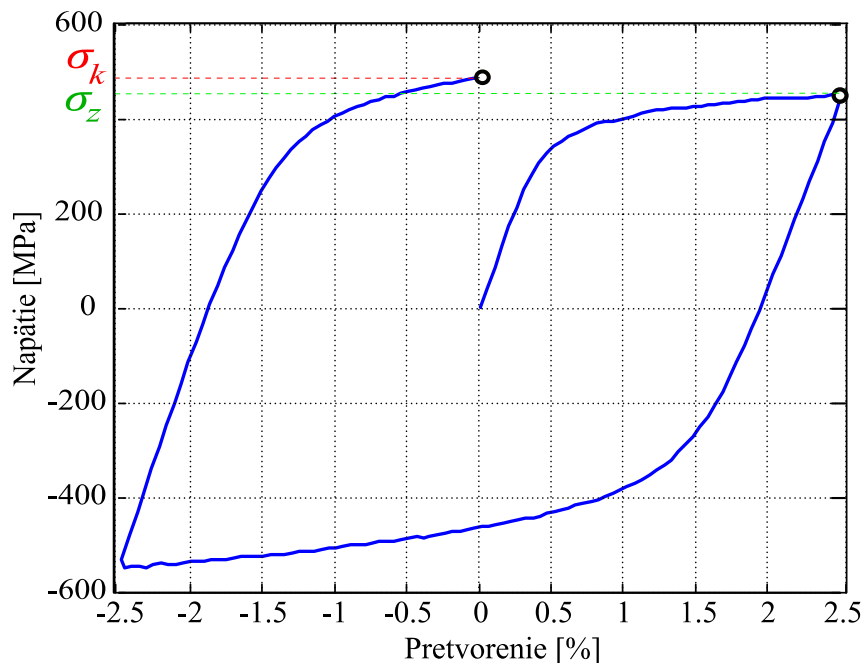
Najvhodnejším spôsobom číslovania zaťažovacích cyklov sa teda javí spôsob zobrazený na obrázku 6.3, pri ktorom dochádza k zvýšeniu poradového čísla cyklu v bode, kde sa hodnota pôsobiaceho napätia mení zo zápornej na kladnú. Teda v bode kde hysterézná slučka pretína vodorovnú os grafu v jej zápornej časti. Takto bude jeden cyklus obsahovať body práve jednej hysteréznej slučky a teda aj oba jej vrcholy.





Obrázok 6.3: Znáznorenie vybraného spôsobu číslovania zaťažovacích cyklov.

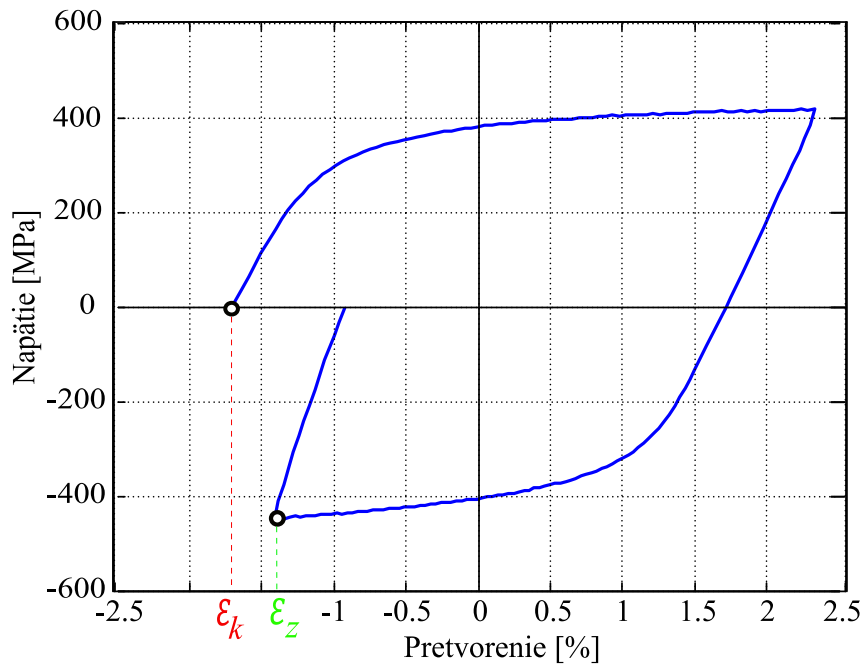
Pri únavovej skúške tvrdým zaťažovaním je odozvou materiálu, ktorý cyklicky spevňuje, nárast hodnoty amplitúdy napätia s každým cyklom. Ak je tento nárast dostatočne rýchly, môže nastať situácia znázornená na obrázku 6.4, kedy hodnota napätia  $\sigma_k$  odpovedajúca nulovej hodnote pretvorenia bude väčšia ako hodnota napätia vo vrchole kladnej vetvy hysteréznej slučky  $\sigma_z$ .



Obrázok 6.4: Znáznorenie polohy hodnôt napätia  $\sigma_k$  a  $\sigma_z$ .

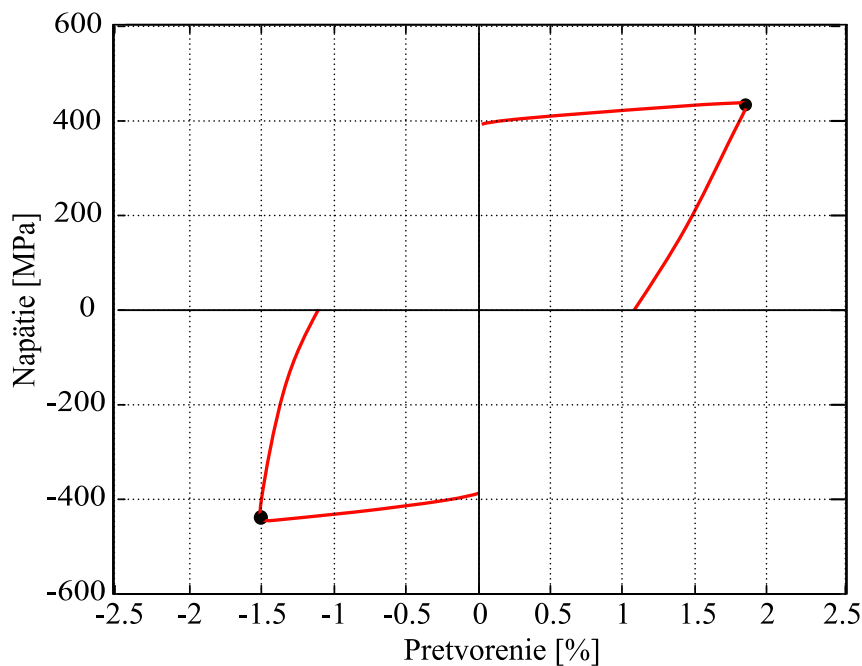
Pri zvolenom spôsobe číslovania je táto skutočnosť bezpredmetná pretože bod s hodnotou napätia väčšou ako  $\sigma_z$  patrí cyklu s vyšším poradovým číslom. Podobná situácia však môže nastať pri mäkkom móde zaťažovania pre pomernú deformáciu materiálu cyklicky zmäkčujú-

ceho. Situácia je zobrazená na obrázku 6.5. Hodnota  $\varepsilon_k$  z prvého bodu hysteréznej slučky daného cyklu je síce menšia ako hodnota  $\varepsilon_z$ , ale nenachádza sa vo vrchole zápornej vetvy hysteréznej slučky. Pre ďalšie spracovanie je nevhodné aby jeden cyklus obsahoval oba tieto body.



Obrázok 6.5: Znáznorenie polohy hodnôt pretvorenia  $\varepsilon_z$  a  $\varepsilon_k$ .

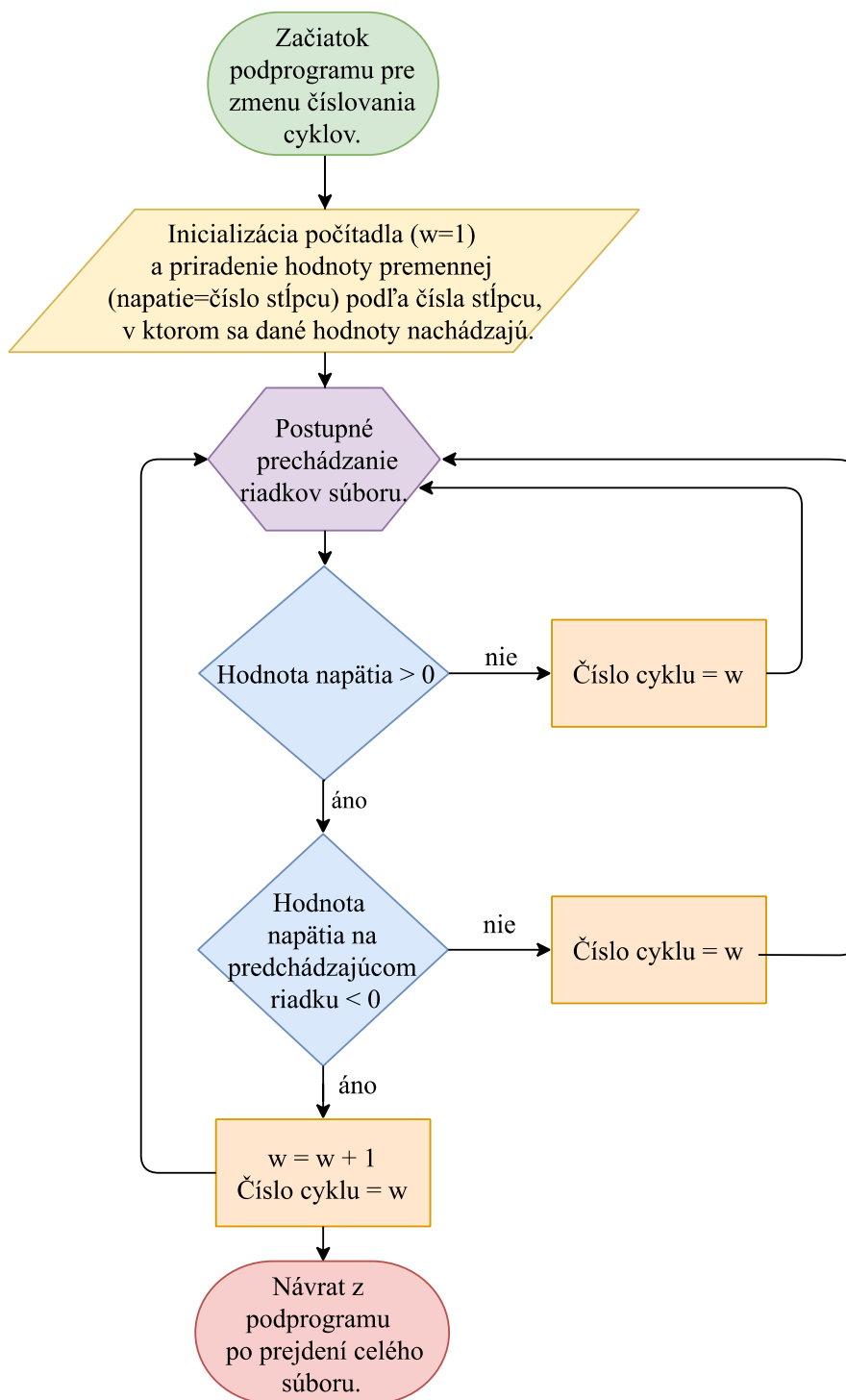
Z toho dôvodu pri ďalšom spracovaní súboru vynechá algoritmus body hysteréznej slučky v druhom a štvrtom kvadrante grafu. Tým je zaistené nájdenie požadovaných hodnôt napätia a pretvorenia vo vrcholoch hysteréznej slučky v ďalšej časti algoritmu. Prehľadávaná oblasť hysteréznej slučky je zobrazená na obrázku 6.6.



Obrázok 6.6: Oblasť hysteréznej slučky prehľadávaná nasledujúcou časťou algoritmu.

## 6.4.2 Zmena číslovania zaťažovacích cyklov

Algoritmus postupne prechádza riadky súboru a sleduje hodnotu napätia. Vôbec teda nezáleží na predchádzajúcom spôsobe číslovania. Vždy keď dôjde k zmene hodnoty napätia zo zápornej na kladnú, zvýši sa poradové číslo cyklu. Aby to bolo možné, musí užívateľ pred zahájením algoritmu číslo stĺpca, v ktorom sa nachádzajú hodnoty napätia. Nové očíslovanie cyklov sa zapisuje do stĺpca vytvoreného za posledným stĺpcom pôvodného súboru. Pôvodný spôsob číslovania je teda zachovaný pre prípadné porovnanie. Užívateľ má možnosť súbor so zmeneným číslovaním cyklov uložiť. Schematicky je táto časť algoritmu zobrazená pomocou vývojového diagramu na obrázku 6.7.



Obrázok 6.7: Vývojový diagram časti algoritmu slúžiacej na zmenu číslovania zaťažovacích cyklov.

Príklad zmeny číslovania z číslovania pomocou segmentov na spôsob používaný algoritmom je v tabuľke 6.1.

Tabuľka 6.1: Zmena číslovania zaťažovacích cyklov.

Napätie [MPa]	Celkové pretvorenie [%]	Plastické pretvorenie [%]	Pôvodné číslovanie	Nové číslovanie
1	0,01	0,01	1	1
13	0,02	0,02	1	1
24	0,55	0,50	1	1
15	0,35	0,34	1	1
3	0,14	0,14	1	1
-4	-0,16	-0,13	2	1
-10	-0,23	-0,22	2	1
-23	-0,50	-0,50	2	1
-13	-0,23	-0,20	2	1
-2	-0,11	-0,10	2	1
3	0,02	0,10	3	2
18	0,36	0,32	3	2
25	0,56	0,50	3	2
17	0,32	0,30	3	2
1	0,12	0,10	3	2
-2	-0,25	-0,16	4	2
-10	-0,37	-0,19	4	2
-27	-0,51	-0,50	4	2
-13	-0,23	-0,20	4	2
-3	-0,11	-0,10	4	2
3	0,01	0,20	5	3
12	0,39	0,25	5	3
28	0,61	0,35	5	3

### 6.4.3 Zistenie maximálnych a minimálnych hodnôt požadovanej veličiny

Na samotnom začiatku algoritmu zvolí užívateľ veličinu, ktorej amplitúdy má skript zistiť. Môže vybrať napätie alebo pretvorenie.

Bez ohľadu na druh materiálu sa podľa konvencie pokladá za saturovaný stav polovica doby únavového života [19]. Na zachytenie cyklického zmäkčenia alebo spevnenia teda postačia amplitúdy napätia alebo pretvorenia z prvej polovice zaťažovacích cyklov. Z toho dôvodu je potrebné, aby algoritmus zistil počet cyklov v súbore a riadok súboru, na ktorom sa nachádza posledná zaznamenaná hodnota pre cyklus s poradovým číslom rovnajúcim sa polovici celkového počtu cyklov. Algoritmus bude v ďalších krokoch súbor prehľadávať len po tento riadok.

Pred zahájením prehľadávania súboru vytvorí algoritmus maticu, do ktorej bude zapisovať zistené hodnoty, pričom jeden stĺpec matice slúži pre zápis maximálnych hodnôt prehľadavanej veličiny (napätie alebo pretvorenie) a iný stĺpec pre minimálne hodnoty. Do ďalších stĺpcov sú zapísané im odpovedajúce hodnoty druhej veličiny. V prípade prehľadávania hodnôt napätia sa teda do zvyšných stĺpcov zapisujú odpovedajúce hodnoty pretvorenia a naopak. Počas prehľadávania súboru algoritmus sleduje poradové číslo cyklu, podľa neho potom zapisuje výsledky do riadkov matice.

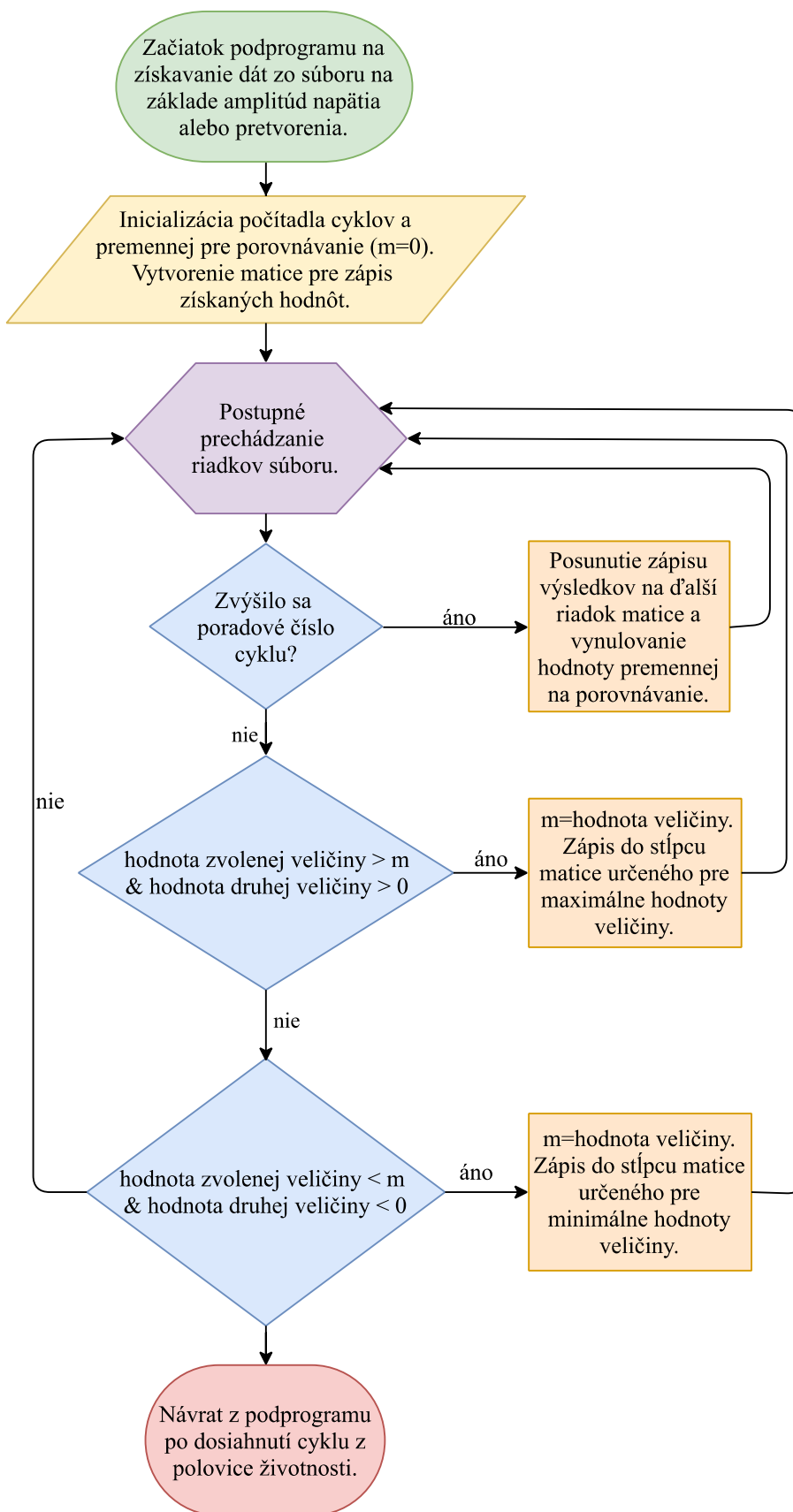
Hľadanie maximálnych a minimálnych hodnôt zvolenej veličiny prebieha súčasne postupným prechádzaním riadkov súboru a porovnávaním vytvorenej premennej s nulovou hodnotou s hodnotou zvolenej veličiny na danom riadku súboru. Ak je hodnota veličiny väčšia ako

hodnota premennej a zároveň je hodnota prehl'adavanej aj druhej veličiny kladná, premenná sa prepíše na hodnotu veličiny na danom riadku a zapíše sa do stĺpca matice výsledkov určeného pre maximálne hodnoty veličiny. Ak je hodnota veličiny menšia ako hodnota premennej a zároveň je hodnota prehl'adavanej aj druhej veličiny záporná, premenná sa prepíše na hodnotu veličiny na danom riadku a zapíše sa do stĺpca matice určeného pre minimálne hodnoty veličiny. Vzhľadom na spôsob číslovania cyklov budú hodnoty veličín v každom cykle najprv stúpať, čo znamená že sa bude prepisovať hodnota v stĺpci určenom pre maximálne hodnoty a to až do momentu kedy veličina nedosiahne svoje maximum a jej hodnoty nezačnú opäť klesať. V stĺpci určenom pre maximálne hodnoty teda zostane zapísaná hodnota maxima danej veličiny pre daný cyklus a začne sa prepisovať hodnota veličiny v stĺpci určenom pre minimálne hodnoty. Tá sa opäť prepisuje až do momentu kedy veličina nedosiahne svoje minimum a jej hodnoty nezačnú opäť stúpať. V stĺpci určenom pre minimálne hodnoty teda zostane zapísaná hodnota minima danej veličiny pre daný cyklus. Spolu s hodnotou prehl'adavanej veličiny sa do ďalšieho stĺpca matice zapisujú aj hodnoty druhej veličiny z rovnakého riadku súboru. Hodnoty sa postupne prepisujú v príslušných stĺpcoch matice stále na rovnakom riadku, až kým algoritmus nezistí, že sa zvýšilo poradové číslo cyklu. Zápis výsledkov sa potom posunie do ďalšieho riadku matice, hodnota premennej na porovnanie sa vynuluje a postup sa opakuje pre ďalší cyklus.

Kombináciou vyššie popísaného postupu a vhodného číslovania cyklov je zaistené získanie správnych údajov pre kalibráciu modelu izotropného spevnenia. Tabuľka 6.2 reprezentuje príklad výstupu tejto časti algoritmu pri prehl'adovaní hodnôt napätia. Dá sa pozorovať že amplitúda napätia sa s každým cyklom zvyšuje. Štruktúra tejto časti algoritmu je znázornená vývojovým diagramom na obrázku 6.8.

Tabuľka 6.2: Príklad výstupu z časti algoritmu slúžiacej na zistenie maximálnych hodnôt danej veličiny.

Poradové číslo cyklu	Maximálna hodnota napätia v danom cykle [MPa]	Minimálna hodnota napätia v danom cykle [MPa]	Hodnota pretvorenia odpovedajúca maximálnemu napätiu [%]	Hodnota pretvorenia odpovedajúca minimálnemu napätiu [%]
1	375	-462	2,47	-2,48
2	447	-506	2,49	-2,50
3	474	-524	2,50	-2,45
4	486	-533	2,49	-2,44
5	493	-538	2,49	-2,44
6	497	-541	2,49	-2,45
7	498	-543	2,48	-2,44
8	500	-544	2,39	-2,50
9	501	-544	2,49	-2,49
10	502	-544	2,49	-2,48
11	502	-543	2,44	-2,44



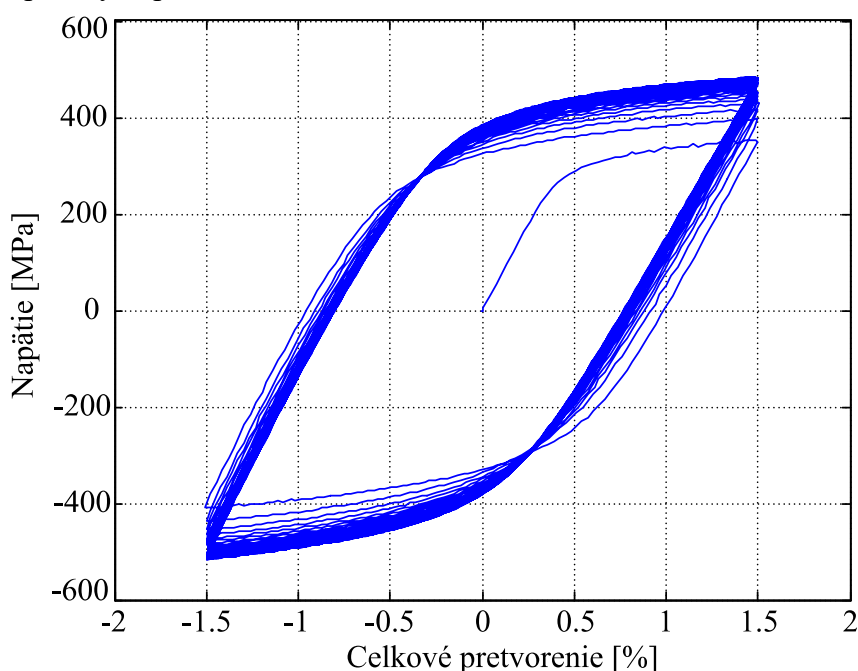
Obrázok 6.8: Vývojový diagram časti algoritmu slúžiacej na zistenie amplitúd zvolenej veličiny.

## 6.5 Vykreslenie závislostí a ich aproximácia

Na dôkaz funkčnosti predošlých častí algoritmu a vykreslenie závislostí popisujúcich odozvu materiálu na cyklické zaťažovanie bola použitá sada súborov dát z únavových skúšok striedavým ťahom–tlakom zliatiny hliníku AlCu4Mg1. Skúška bola vykonaná v tvrdom móde zaťažovania, pre rôzne amplitúdy pomernej deformácie. Odozvou materiálu teda bola zmena amplitúdy napätia s každým cyklom.

### 6.5.1 Hysterézná slučka

Každý načítaný súbor obsahuje dáta z únavovej skúšky v podobe pôsobiaceho napätia a celkového pretvorenia. Z nich je možné vykresliť priebeh skúšky v podobe hysterézných slučiek bez ohľadu na mód zaťažovania a spôsob číslovania zaťažovacích cyklov. Na ich vykreslenie teda nie je nutné dáta nijak upravovať. Obrázok 6.9 zobrazuje priebeh únavovej skúšky pri 1,5 % celkového pretvorenia. Je možné vidieť, že v prvých cykloch skúšky dochádza k výraznému zvyšovaniu amplitúdy napätia.



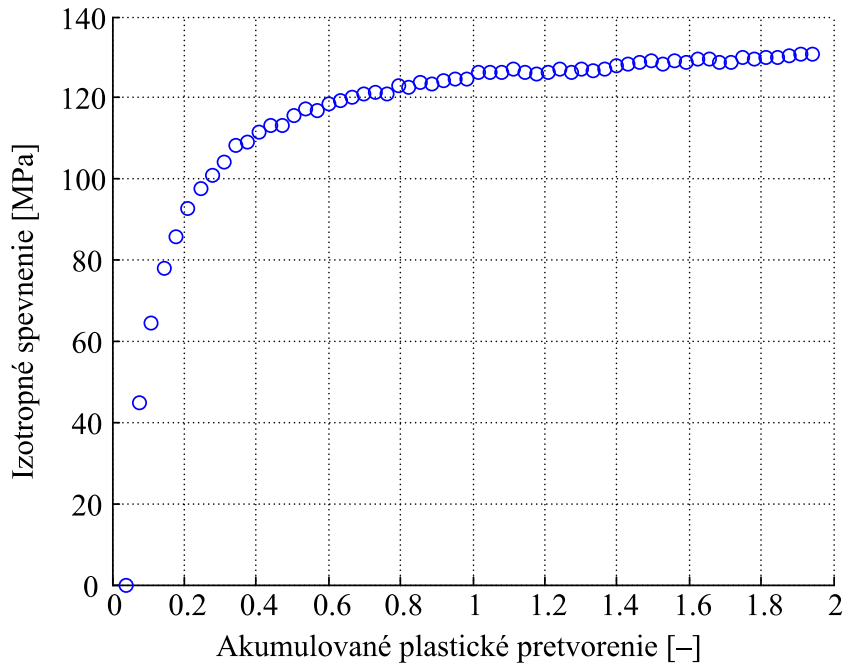
Obrázok 6.9: Priebeh únavovej skúšky pri 1,5 % celkového pretvorenia zliatiny AlCu4Mg1.

### 6.5.2 Model izotropného spevnenia

Pre popis cyklického spevnenia je použitý nelineárny izotropný model spevnenia Voce (4.8). Po jeho integrácii dostávame pre izotropné spevnenie vzťah [15]:

$$Y = Q(1 - e^{-bp}). \quad (6.2)$$

Materiálová konštanta  $Q$  je kladná pre materiál vykazujúci spevnenie a záporná pre materiál vykazujúci zmäkčenie. Pomocou tohto modelu je aproximovaná krivka, ktorá popisuje závislosť izotropného spevnenia a akumulovaného plastického pretvorenia. Príklad tejto závislosti pre únavovú skúšku pri 1,5 % celkového pretvorenia je na obrázku 6.10.



Obrázok 6.10: Krivka spevnenia.

Pre vykreslenie závislosti je najprv potrebné dopočítať hodnoty izotropného spevnenia a akumulovaného plastického pretvorenia z amplitúd napätia pre každý cyklus a z im odpovedajúcich hodnôt celkového pretvorenia. Tieto hodnoty zistil algoritmus v predchádzajúcej časti.

Hodnotu izotropného spevnenia pre každý cyklus vyjadruje izotropná premenná  $Y$ , ktorej hodnota pre každý cyklus sa rovná rozdielu kladnej amplitúdy napätia v danom cykle  $\sigma_s$  a kladnej amplitúdy napätia v prvom cykle  $\sigma_0$  [15]:

$$Y = \sigma_s - \sigma_0. \quad (6.3)$$

Z hodnôt celkového pretvorenia sú pre každý cyklus použitím aditívneho zákona (4.1) a Hookovho zákona (4.2) dopočítané hodnoty plastického pretvorenia ako [15]:

$$\varepsilon_{ap} = \varepsilon_a - \frac{\sigma_s}{E}. \quad (6.4)$$

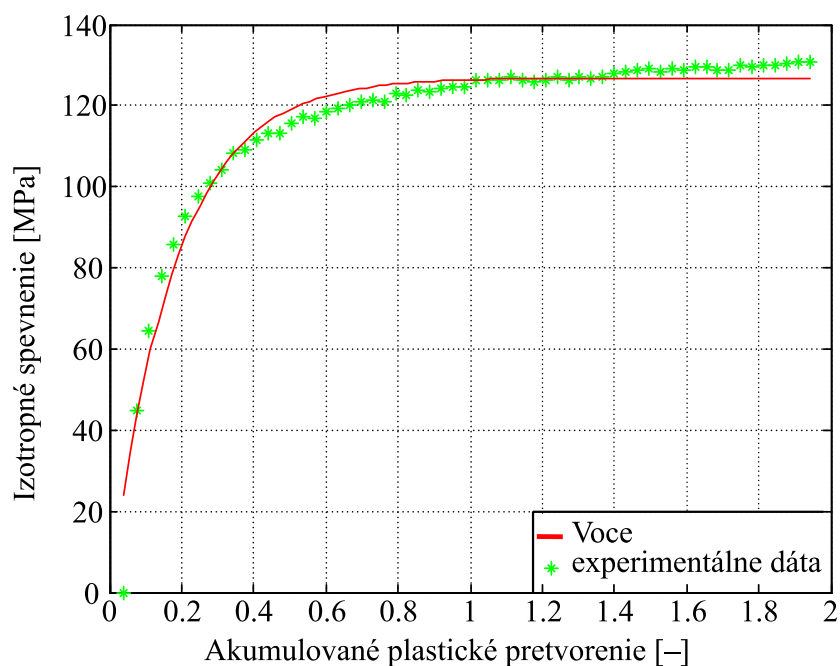
K plastickej deformácii však dochádza v ťahovej aj v tlakovej časti zaťažovacieho cyklu, preto treba vypočítať hodnoty plastického pretvorenia pre obe časti a sčítať ich absolútne hodnoty. K takto získanému rozkmitu plastického pretvorenia dochádza počas jedného cyklu dvakrát, preto je potrebné ďalej počítať s jeho dvojnásobkom. Pri cyklickom zaťažovaní nastáva akumulácia plastického pretvorenia, k hodnote jeho rozkmitu pre daný cyklus sa teda vždy pripočíta hodnota rozkmitu plastického pretvorenia predošlého cyklu. Týmto spôsob sa získajú hodnoty akumulovaného plastického pretvorenia  $p$ .

Použitím získaných hodnôt a modelu izotropného spevnenia Voce, je možné aproximovať danú krivku. Konštanty  $Q$  a  $b$  zo vzťahu (6.2) boli kalibrované pomocou nelineárnej metódy najmenších štvorcov. Obrázok 6.11 znázorňuje aproximáciu krivky a hodnoty konštant sa nachádzajú v tabuľke 6.1.

Tabuľka 6.1: Hodnoty konštant  $Q$  a  $b$ .

$Q$ [MPa]	$b$ [-]
127	5,56

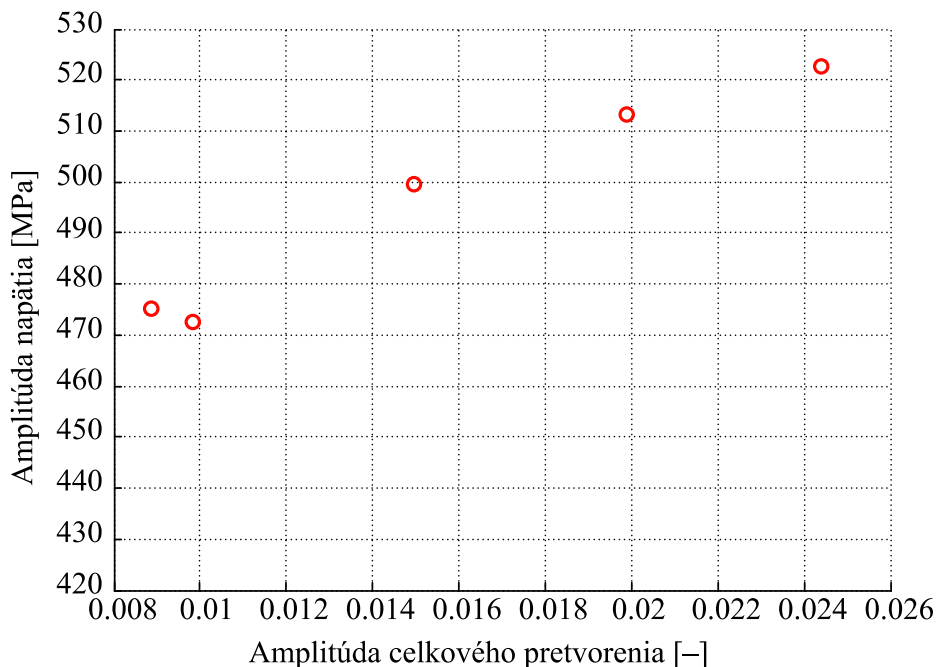




Obrázok 6.11: Kalibrácia modelu izotropného spevnenia Voce.

### 6.5.3 Cyklická deformačná krivka

Pre zobrazenie cyklickej deformačnej krivky sú potrebné dáta z únavových skúšok pri rôznych amplitúdach pretvorenia. Na obrázku 6.12 sa nachádzajú vrcholové body saturovaných slučiek pre jednotlivé amplitúdy. Súradnice týchto bodov boli zistené v časti algoritmu slúžiacej na zistenie amplitúd napätia. Jedná sa o maximálne hodnoty napätia a im prislúchajúce hodnoty pretvorenia z polovice životnosti.



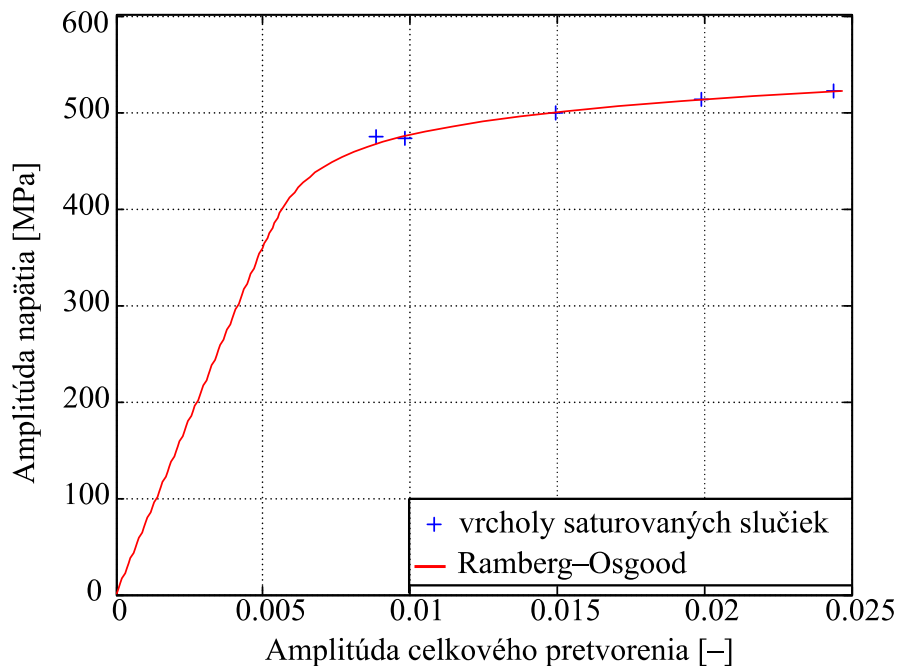
Obrázok 6.12: Vrcholové body saturovaných slučiek pre jednotlivé amplitúdy.

V prípade vykreslenia cyklickej deformačnej krivky v súradniciach napätie–celkové pretvorenie je možné ju aproximovať Rambergovým–Osgoodovým vzťahom (5.7). Hodnoty súčiniteľa  $K$  a exponentu  $n$  sa zistia preložením vrcholových bodov saturovaných slučiek meline-

árnou metódou najmenších štvorcov. Príklad aproximácie cyklickej deformačnej krivky Rambergovým–Osgoodovým vzťahom sa nachádza na obrázku 6.13 a hodnoty konštant  $K$  a  $n$  v tabuľke 6.2.

Tabuľka 6.2: Hodnoty konštant  $K$  a  $n$  pre Rambergov–Osgoodov vzťah..

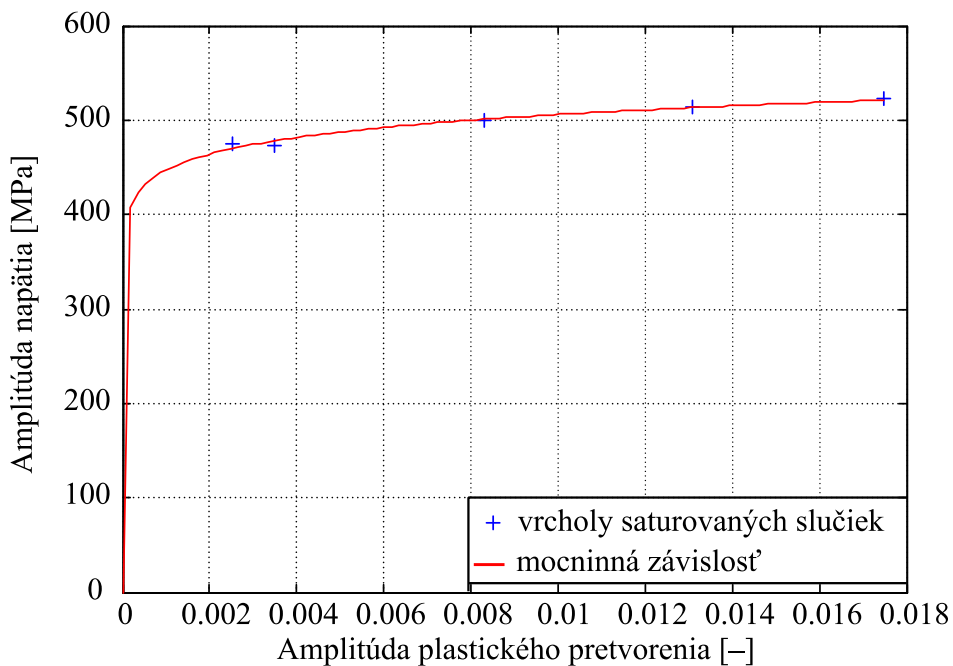
$K$ [MPa]	$n$ [-]
655	0,056



Obrázok 6.13: Aproximácia cyklickej deformačnej krivky Rambergovým–Osgoodovým vzťahom.

Tabuľka 6.3: Hodnoty konštant  $K$  a  $n$  pre mocninnú závislosť.

$K$ [MPa]	$n$ [-]
648	0,054



Obrázok 6.14: Aproximácia cyklickej deformačnej krivky mocninnou funkciou.

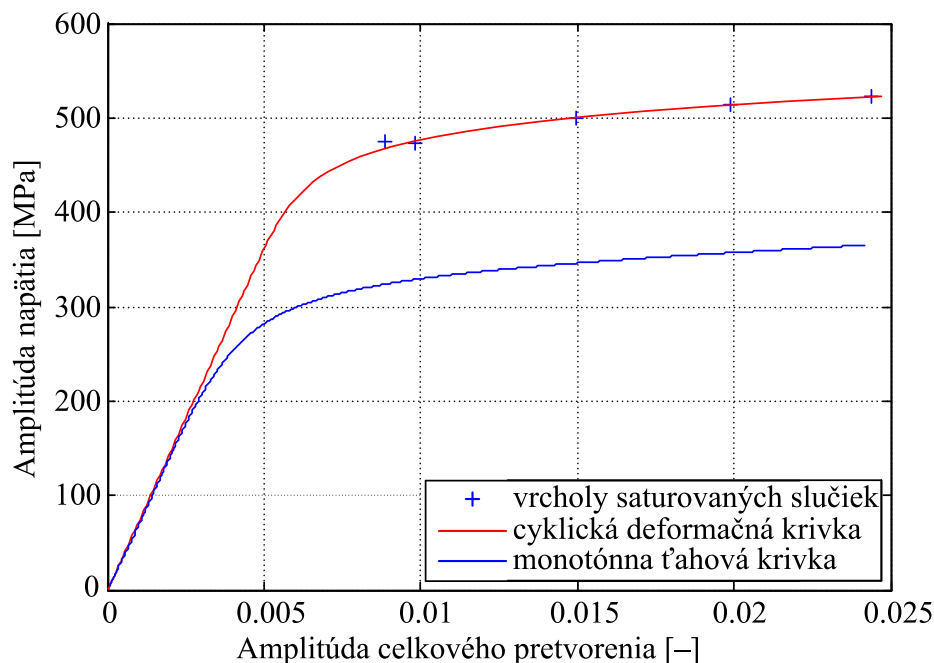
Pri zobrazení cyklickej deformačnej krivky v súradniciach napätie–plastické pretvorenie je možné aproximovať ju mocninnou funkciou (5.5). Pričom hodnoty konštant  $K$  a  $n$  sa opäť zistia nelineárnou metódou najmenších štvorcov. Výsledná krivka ja zobrazená na obrázku 6.14. Tabuľka 6.3 obsahuje hodnoty konštant  $K$  a  $n$ .

Preloženie vrcholov saturovaných slučiek dvomi rozdielnymi funkciami, ponúka možnosť porovnania presnosti jednotlivých aproximácií. V tabuľke 6.4 sa nachádzajú hodnoty percentuálnych rozdielov medzi experimentálnymi dátami a dátami získanými jednotlivými funkciami.

Tabuľka 6.4: Porovnanie aproximácií cyklickej deformačnej krivky.

Pôvodné dáta [MPa]	Dáta získané Mocninnou funkciou [MPa]	Percentuálny rozdiel [%]	Dáta získané Rambergovým–Osgoodovým vzťahom [MPa]	Percentuálny rozdiel [%]
475	470	1,1	468	1,5
472	478	-1,2	476	-0,7
500	501	-0,2	501	-0,2
513	513	0	514	-0,2
523	521	0,4	522	0,2

Obrázok 6.15 zobrazuje porovnanie cyklickej deformačnej krivky danej Rambergovým–Osgoodovým vzťahom (5.7) a monotónnej ťahovej krivky. Z ich vzájomnej polohy je očividné, že materiál sa reakciou na cyklické namáhanie cyklicky spevňuje.



Obrázok 6.15: Vzájomná poloha cyklickej deformačnej krivky a monotónnej ťahovej krivky.

---

## 7 ZÁVER

Obsah bakalárskej práce postupne naplňuje jednotlivé ciele vyplývajúce zo zadania. Hlavnou náplňou práce bolo vytvorenie algoritmu slúžiaceho na spracovanie dát únavovej skúšky pre následnú kalibráciu modelu izotropného spevnenia. Samotnej tvorbe algoritmu predchádzalo hlbšie oboznámenie sa s chovaním materiálov pri pôsobení cyklického namáhania a so spôsobmi jeho vyhodnotenia.

V rešeršnej časti práce boli najskôr vysvetlené pochody v štruktúre materiálu, dôsledkom ktorých sa materiál buď cyklicky spevňuje alebo zmäkčuje. Objasnenie tohto chovania je možné na základe teórie dislokácií uvedenej v odstavci 3.1. Matematický popis cyklického spevnenia/zmäkčenia je možný pomocou inkrementálnej teórie plasticity, ktorá bola bližšie popísaná v štvrtej kapitole. V rovnakej kapitole bol uvedený aj prehľad existujúcich matematických modelov spevnenia, ktorých znalosť bola potrebná najmä pri preukázaní funkčnosti algoritmu.

Pre vytvorenie správne fungujúceho algoritmu bolo nutné oboznámiť sa s priebehom únavovej skúšky a hlavne so spôsobom zápisu jej výsledkov. Tejto problematike sa venuje kapitola piata, ktorá zároveň obsahuje informácie o základných charakteristikách zachytávajúcich odozvu materiálu na kmitavé namáhanie v podobe hysteréznej slučky a cyklickej deformačnej krivky.

Posledná kapitola práce je venovaná tvorbe algoritmu. Prvá časť algoritmu úspešne rieši problém s možným rozdielnym číslovaním zaťažovacích cyklov v načítaných súboroch zavedením nového, adekvátnejšieho spôsobu číslovania. Nový systém číslovania možno považovať za vhodný najmä preto, že jeho použitím obsahuje jeden zaťažovací cyklus body práve jednej hysteréznej slučky a teda aj jej vrcholy. Na základe poradového čísla cyklu je teda možné získať požadované dáta pre jednotlivé cykly. Druhá časť algoritmu umožňuje kombináciou vhodných podmienok a nového spôsobu číslovania zistiť hodnoty zvolenej veličiny a im odpovedajúce hodnoty druhej veličiny vo vrcholoch hysteréznej slučky pre jednotlivé cykly.

Na záver bola dokázaná funkčnosť algoritmu vykreslením závislostí a kalibráciou modelu izotropného spevnenia. Dáta pre túto ukážku boli získané spracovaním sady súborov dát z únavových skúšok zliatiny hliníku AlCu4Mg1 v tvrdom móde, pričom každý súbor obsahoval výsledky skúšky s inou amplitúdou pretvorenia. Na vykreslenie hysteréznych slučiek a kalibráciu modelu izotropného spevnenia boli použité dáta únavovej skúšky s konštantnou amplitúdou celkového pretvorenia 1,5 %. Meniaci sa tvar hysteréznej slučky ukazuje, že materiál sa cyklicky spevňuje. Do každého súboru bol zavedený nový spôsob číslovania cyklov a následne boli zistené maximálne a minimálne hodnoty napätia a im odpovedajúce hodnoty pretvorenia pre jednotlivé cykly. Tieto hodnoty boli použité na kalibráciu modelu izotropného spevnenia Voce (4.8) pre danú zliatinu. Okrem toho algoritmus z výsledkov pre rozdielne amplitúdy pretvorenia získal súradnice vrcholov saturovaných hysteréznych slučiek. Tieto dáta boli aproximované mocninnou závislosťou (5.5) a Rambergovým–Osgoodovým vzťahom (5.7), čím boli získané cyklické deformačné krivky daného materiálu v rôznych súradniciach. Na zistenie, ktorá aproximácia vernejšie zachytáva priebeh cyklickej deformačnej krivky bolo prevedené porovnanie pôvodných dát a dát získaných jednotlivými funkciami. Výsledky porovnania zobrazené v tabuľke 6.4 však ukazujú, že pre daný materiál sú obe aproximácie podobne presné. Cyklická deformačná krivka materiálu bola na záver porovnaná s monotónnou ťahovou krivkou. Ich vzájomná poloha jednoznačne potvrdzuje, že materiál reaguje na cyklické zaťažovanie cyklickým spevnením.

---

## 8 OZNAM POUŽITÝCH ZDROJOV

- [1] KLESNIL, M., LUKÁŠ P. *Únava kovových materiálů při mechanickém namáhání*. Praha: Academia, 1975. 222 s. ISBN 509-21-857.
- [2] KLESNIL, M. *Cyklická deformácia a únava kovov*. Bratislava: VEDA, 1987. 383 s. ISBN 71-018-87.
- [3] VELES, P. *Mechanické vlastnosti a skúšanie kovov*. Bratislava: Alfa, 1985. 401 s. ISBN 063-552-89.
- [4] PLUHAŘ, J. *Fyzikální metalurgie a mezní stavy materiálu*. Bratislava: Alfa, 1987. 418 s. ISBN 04-411-87.
- [5] PTÁČEK, L. *Nauka o materiálu. I. 2. opr. a rozš. vyd.* Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2003. 516 s. ISBN 80-7204-283-1.
- [6] SEDLÁČEK, V. *Únava hliníkových a titanových slitin*. Praha: SNTL, 1989, 351 s. ISBN 80-03-00180-3.
- [7] HOLAS, J. *Bauschingerův efekt a cyklická plasticita u konstrukčních slitin hořčíku*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 42 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Josef Zapletal, Ph.D.
- [8] HALAMA, R. *Experimentální poznatky a fenomenologické modelování cyklické plasticity kovů*. Ostrava: Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra pružnosti a pevnosti, 2009. 141s. Habilitační práce.
- [9] PEŠINA, E. *Základy užití teorie plasticity*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1966. 184 s. ISBN 04-016-66.
- [10] JENÍK, I. *Identifikace parametrů elasto-plastických modelů materiálu z experimentálních dat*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2015. 87s. Vedoucí diplomové práce Ing. Petr Kubík.
- [11] ADEEB, S. *Plasticity: Mathematical modelling of plasticity*. University of Alberta, 2018. [online]. [cit. 22.04.2018]. Dostupné z: <<https://sameradeeb-new.srv.ualberta.ca/constitutive-laws/plasticity/mathematical-modelling-of-plasticity/>>
- [12] PARASKA, B. *Studie vlivu složitosti Chabocheho modelu plasticity na napjatost a deformaci u vysokotlaké nádoby*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 96 s. Vedoucí diplomové práce prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c..
- [13] CHABOCHE, J. L.; LEMAITRE, J. *Mechanics of Solid Materials*. Cambridge University Press, Cambridge, 1990
- [14] PIPARD, J.M., BALAN, T., ABED-MERAIM, F., LEMOINE, X.: *Elasto-visco-plastic modeling of mild steels for sheet forming applications over a large range of strain rates*. International Journal of Solids and Structures, roč.50, č. 16-17, str.2691-2700, DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2013.04.022, 2013
- [15] VOCE E. The relationship between stress and strain for homogeneous deformations. Journal of the Institute of Metals, 1948, Vol. 74, pp. 537–562.
- [16] PRAGER, W. *A New Method of Analysing Stresses and Strains in Work Hardening Plastic Solids*. Journal of Applied Mechanics, 1956, vol. 23, p. 493-496.
- [17] COSTA M. A. *Non-linear kinematic hardening model for multiaxial cyclic plasticity*. [PDF dokument] Louisiana State University and Agricultural and Mechanical College, 2002, 97

---

s. [cit. 09.05.2018]. Dostupný z :<[https://digitalcommons.lsu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=2649&context=gradschool\\_theses](https://digitalcommons.lsu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=2649&context=gradschool_theses)>.

- [18] SKÁLOVÁ, J., KOVAŘÍK R., BENEDIKT V. *Základní zkoušky kovových materiálů*. 4. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita, 2005. 175 s. ISBN 80-7043-417-1.
- [19] DYLAG, Z., ORLOŠ Z., VANDURA V.. *Únava materiálu a její zkoušení*. Praha: SNTL, 1968. 253 s. ISBN 04-226-68.
- [20] ASTM International. *E 606 – 92 Standard Practice for strain-controlled fatigue testing*. Norma pre únavové skúšky. Upravené vydanie 1998. West Conshohocken, United States.
- [21] RŮŽIČKA, M. *Kritéria a postupy při posuzování únavové pevnosti a životnosti konstrukcí*. [HTML dokument]. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní, Ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky. [cit. 05.05.2018] Dostupný z: <[http://mechanika2.fs.cvut.cz/sources\\_old/pzk/obsah.html](http://mechanika2.fs.cvut.cz/sources_old/pzk/obsah.html)>.
- [22] ZAPLETAL, J. *Nizkokyckové a vysokocyckové únavové vlastnosti ADI*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 100 s. Vedoucí disertační práce prof. Ing. Stanislav Věchet, CSc..
- [23] MATLAB *Programming Language* [online]. [cit. 01.05.2018]. Dostupné z: <<http://www.altiusdirectory.com/Computers/matlab-programming-language.php>>

## 9 ZOZNAM POUŽITÝCH SYMBOLOV

$\sigma_1$	[MPa]	hlavné napätie v Haighovom priestore
$\sigma_2$	[MPa]	hlavné napätie v Haighovom priestore
$\sigma_3$	[MPa]	hlavné napätie v Haighovom priestore
$\sigma_a$	[MPa]	amplitúda napätia
$\sigma_h$	[MPa]	horné napätie zaťažovacieho cyklu
$\sigma_m$	[MPa]	stredné napätie zaťažovacieho cyklu
$\sigma_n$	[MPa]	dolné napätie zaťažovacieho cyklu
$\sigma_y$	[MPa]	medza sklzu
$\sigma_{ek}$	[MPa]	redukované napätie
$\sigma_k$	[MPa]	napätie vo vrchole hysteréznej slučky
$\sigma_z$	[MPa]	nežiadúca hodnota napätia
$\sigma_s$	[MPa]	maximálne napätie pre daný cyklus
$\sigma_0$	[MPa]	maximálne napätie v prvom cykle skúšky
$\boldsymbol{\sigma}$	[MPa]	tenzor napätia
$\varepsilon$	[-]	celkové pretvorenie
$\varepsilon_e$	[-]	elastická zložka pretvorenia
$\varepsilon_p$	[-]	plastická zložka pretvorenia
$\boldsymbol{\varepsilon}_p$	[-]	tenzor plastickej deformácie
$\varepsilon_a$	[-]	amplitúda pretvorenia
$\varepsilon_{ae}$	[-]	amplitúda elastického pretvorenia
$\varepsilon_{ap}$	[-]	amplitúda plastického pretvorenia
$\varepsilon_k$	[%]	hodnota pretvorenia vo vrchole hysteréznej slučky
$\varepsilon_z$	[%]	nežiadúca hodnota pretvorenia
$\Delta\varepsilon$	[-]	rozkmít pretvorenia
$b$	[-]	materiálová konštanta
$E$	[GPa]	modul pružnosti v ťahu
$h$	[-]	plastický modul
$Q$	[MPa]	materiálová konštanta
$n$	[-]	exponent cyklického spevnenia
$K$	[MPa]	súčiniteľ cyklického spevnenia
$P$	[-]	súčiniteľ nerovnomernosti cyklu
$R$	[-]	súčiniteľ nerovnomernosti cyklu
$Y$	[MPa]	izotropná premenná
$\boldsymbol{\alpha}$	[MPa]	kinematický tenzor napätia
$p$	[-]	akumulovaná plastické pretvorenie
$C$	[MPa]	materiálová konštanta
$C_I$	[MPa]	parameter spevnenia
$\gamma$	[-]	materiálová konštanta
$N$	[-]	počet cyklov
$t$	[s]	čas

---

## 10 PRÍLOHY

CD nosič priložený k bakalárskej práci obsahuje nasledujúce prílohy:

- skript pre spracovanie dát získaných pri únavovej skúške materiálu vo formáte .m (Matlab R2014a),
- súbory obsahujúce dáta získané z únavových skúšok v tvrdom móde zliatiny AlCu4Mg1 pre rôzne amplitúdy dĺžkového pretvorenia vo formáte .dat,
- výstup z algoritmu v podobe textových súborov, v ktorých je zavedený nový spôsob číslovania zaťažovacích cyklov (NoveCislovanie\_.txt),
- výstup z algoritmu v podobe textových súborov, ktoré obsahujú maximálne a minimálne hodnoty napätia a pretvorenia pre jednotlivé cykly a z nich dopočítané údaje použité pri kalibrácii modelu izotropného spevnenia (VYSLEDOK\_.txt).