



## Diplomová práce

# Vytvoření mechatronické kostky typu Cubli

*Studijní program:*

N0714A270010 Mechatronika

*Autor práce:*

**Bc. Kristian Šmíd**

*Vedoucí práce:*

Ing. Lukáš Hubka, Ph.D.

Ústav mechatroniky a technické informatiky

Liberec 2024



## Zadání diplomové práce

# Vytvoření mechatronické kostky typu Cubli

*Jméno a příjmení:*

**Bc. Kristian Šmíd**

*Osobní číslo:*

M22000057

*Studijní program:*

N0714A270010 Mechatronika

*Zadávající katedra:*

Ústav mechatroniky a technické informatiky

*Akademický rok:*

2023/2024

### Zásady pro vypracování:

1. Seznamte s existujícími modely mechatronické kostky a analyzujte použitý HW.
2. Seznamte se s BLDC motory a možnostmi jejich řízení (v kontextu požadavků na pohon setrvačníků).
3. Navrhněte a sestavte mechatronickou kostku, která má ve třech stěnách ovládané setrvačníky. Pokuste se o design, který umožní interní umístění většiny HW.
4. Sestavte matematický simulační model pro testy algoritmů řízení (překlopení přes hranu, stání na hraně).
5. Navrhněte algoritmus řízení setrvačníků, který dokáže kostku překlopit přes libovolnou hranu a udržet na hraně.

*Rozsah grafických prací:* dle potřeby dokumentace  
*Rozsah pracovní zprávy:* 40 až 50 stran  
*Forma zpracování práce:* tištěná/elektronická  
*Jazyk práce:* čeština

### **Seznam odborné literatury:**

- [1] Cubli – Institute for Dynamic Systems and Control ETH Zurich. [online]. [cit. 2.10.2020]. Dostupné z <https://idsc.ethz.ch/research-dandrea/research-projects/archive/cubli.html>.
- [2] MAYR, Johannes, Franz SPANLANG a Hubert GATTRINGER. Mechatronic design of a self-balancing three-dimensional inertia wheel pendulum. Mechatronics [online]. 2015, 2015(30), 10 [cit. 2020-10-02]. Dostupné z: doi:<https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2015.04.019>.
- [3] Erik Björke. Erik Björke: DEVELOPED A NONLINEAR MECHATRONIC CUBE [online]. 2016 [cit. 2020-10-02]. Dostupné z: <https://ebjerke.com/portfolio-Master.html>.
- [4] Development of a Nonlinear Mechatronic Cube. Hackaday.io: Development of a Nonlinear Mechatronic Cube [online]. 2020 [cit. 2020-10-02]. Dostupné z: <https://hackaday.io/project/10324-development-of-a-nonlinear-mechatronic-cube>.
- [5] JEŽEK, Michal. Realizace inverzního kyvadla typu Cubli, Brno, 2019. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/116781>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav automatizace a informatiky.

*Vedoucí práce:* Ing. Lukáš Hubka, Ph.D.  
Ústav mechatroniky a technické informatiky

*Datum zadání práce:* 12. října 2023  
*Předpokládaný termín odevzdání:* 14. května 2024

L.S.

prof. Ing. Zdeněk Plíva, Ph.D.  
děkan

doc. Dr. Ing. Jaroslav Hlava  
garant studijního programu

V Liberci dne 12. října 2023

## Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci jsem vypracoval samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé diplomové práce a konzultantem.

Jsem si vědom toho, že na mou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé diplomové práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li diplomovou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS/STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má diplomová práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědom následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

# Vytvoření mechatronické kostky typu Cubli

## Abstrakt

Tato diplomová práce se zabývá vývojem balancujícího robota ve tvaru krychle, který využívá setrvačníky k udržení stability. Práce se zaměřuje na návrh konstrukce robota, výběr vhodného hardwaru a implementaci softwarových algoritmů pro řízení a stabilitu robota. Teoretický úvod pojednává o současném stavu poznání a BLDC pohonech a jejich řízení. Následně je odvozen matematický model systému společně se simulačním schématem. Další část je zaměřena na zvolený HW, konstrukci systému a návrh jeho řízení. Závěrem je výsledný systém podroben experimentům, které doplňuje diskuze o dosažených výsledcích.

**Klíčová slova:** PID, regulační kaskáda, balancující robot, setrvačnick, 3D tisk, BLDC, modelování systému

# Cubli Mechatronic Cube Construction and Control

## Abstract

This master's thesis focuses on the development of a cube-shaped balancing robot that utilizes reaction wheels to maintain stability. The work involves designing the robot's structure, selecting suitable hardware, and implementing software algorithms for control and stability. The theoretical introduction discusses the current state of the system knowledge, BLDC motors and their control. Subsequently, a mathematical model of the system is derived, along with a simulation diagram. The next section focuses on the chosen hardware, system construction, and control design. Finally, the resulting system undergoes experiments, complemented by a discussion of the achieved results.

**Keywords:** PID, control cascade, balancing robot, reaction wheel, 3D print, BLDC, system modeling

## Poděkování

Chtěl bych poděkovat panu Ing. Lukáši Hubkovi, Ph.D za odborné vedení práce a cenné rady, které mi pomohly tuto práci zkompletovat.

Dále bych chtěl poděkovat své přítelkyni Lucii a rodině za podporu v celém průběhu studia.

# Obsah

Seznam obrázků . . . . .	10
Seznam grafů . . . . .	11
Seznam tabulek . . . . .	12
Seznam zkratek . . . . .	13
Seznam použitých veličin . . . . .	15
<b>Úvod</b>	<b>16</b>
<b>1 Současný stav poznání</b>	<b>17</b>
1.1 The Cubli: cube that can jump and balance . . . . .	17
1.2 Development of a nonlinear mechatronic cube - The jumping and balancing cube . . . . .	18
1.3 Realizace inverzního kyvadla typu Cubli . . . . .	19
1.4 PID Regulated Balancing Cube . . . . .	19
1.5 Shrnutí . . . . .	20
<b>2 BLDC pohony</b>	<b>21</b>
2.1 Konstrukce . . . . .	21
2.2 Řízení . . . . .	22
2.2.1 Lichoběžníkové . . . . .	24
2.2.2 Sinusové . . . . .	24
2.2.3 FOC . . . . .	25
<b>3 Matematický model</b>	<b>27</b>
3.1 Základní fyzikální princip . . . . .	27
3.2 Odvození rovnic . . . . .	27
3.3 Stavový popis . . . . .	28
3.4 Estimace parametrů . . . . .	29
3.4.1 Celý systém . . . . .	30
3.4.2 Setrvačnick . . . . .	31
3.5 Simulační obvod . . . . .	34
3.5.1 Okrajové podmínky . . . . .	34
3.5.2 Vložený šum . . . . .	34
3.5.3 Změna polohy těžiště . . . . .	34
3.6 Analýza překlopení . . . . .	35

<b>4</b>	<b>Konstrukce systému</b>	<b>38</b>
4.1	Rám . . . . .	38
4.1.1	Spoje . . . . .	39
4.2	Akční modul . . . . .	39
4.2.1	Kostra . . . . .	40
4.2.2	Setrvačnick . . . . .	40
4.2.3	Brzda . . . . .	41
4.2.4	Spojení s enkodérem . . . . .	43
4.3	Další díly . . . . .	43
<b>5</b>	<b>Použitý hardware</b>	<b>45</b>
5.1	Blokové schéma zapojení . . . . .	45
5.2	Řídicí procesor . . . . .	45
5.3	Jednotka řízení rychlosti motoru . . . . .	46
5.4	Enkodér . . . . .	46
5.4.1	Inkrementální enkodéry . . . . .	46
5.4.2	Princip kapacitních enkodérů . . . . .	47
5.5	BLDC motor . . . . .	48
5.6	Inerciální měřicí jednotka . . . . .	48
5.6.1	MEMS . . . . .	48
5.6.2	Filtrace dat . . . . .	49
5.7	Servopohon brzdy . . . . .	51
5.8	Baterie . . . . .	52
<b>6</b>	<b>Elektrické zapojení</b>	<b>53</b>
6.1	Napájení . . . . .	53
6.2	Zvuková signalizace . . . . .	53
6.3	Měření stavu baterie . . . . .	54
6.4	Deska plošných spojů . . . . .	54
<b>7</b>	<b>Řízení systému</b>	<b>56</b>
7.1	PID . . . . .	57
7.2	Dithering a PID . . . . .	59
7.3	Regulační kaskáda . . . . .	60
7.4	Kluzná balanční oblast . . . . .	61
<b>8</b>	<b>Software</b>	<b>63</b>
8.1	ESC . . . . .	63
8.1.1	SimpleFOC . . . . .	63
8.1.2	Typ řízení . . . . .	64
8.1.3	Obsluha enkodéru . . . . .	65
8.2	Hlavní procesor . . . . .	66
8.2.1	Balancování . . . . .	66
8.2.2	Překlopení přes hranu . . . . .	66
8.2.3	Vizualizace . . . . .	68



8.2.4	Komunikace . . . . .	69
<b>9</b>	<b>Testování</b>	<b>70</b>
<b>10</b>	<b>Závěr</b>	<b>74</b>
	<b>Použitá literatura</b>	<b>81</b>
<b>A</b>	<b>Přílohy</b>	<b>82</b>
A.1	Obsah vloženého balíku do IS/STAG TUL . . . . .	82
A.2	Schéma zapojení . . . . .	83

## Seznam obrázků

1.1	Originální projekt Cubli. . . . .	17
1.2	Blokové schéma elektronického zapojení Cubli [13]. . . . .	18
2.1	Konstrukce BLDC motorů [40]. . . . .	22
2.2	Průběh točivého elektromagnetického pole statoru [11]. . . . .	23
2.3	Zapojení řadiče BLDC motoru [7]. . . . .	23
2.4	Průběh napětí a proudu na vinutích při lichoběžníkovém řízení [8]. . . . .	24
2.5	Průběh napětí a proudu na vinutích při sinusovém řízení [8]. . . . .	24
2.6	Princip prostorového vektoru [41]. . . . .	25
2.7	Diagram FOC řízení [4]. . . . .	26
3.1	Definice stupňů volnosti. . . . .	27
3.2	Realizace změny polohy těžiště v simulaci. . . . .	35
4.1	Konstrukce systému. . . . .	38
4.2	Design stěny kostky. . . . .	39
4.3	Díly využití ke spojení stěn. . . . .	39
4.4	Konstrukce akčního modulu. . . . .	40
4.5	Konstrukce setrvačníku. . . . .	41
4.6	Konstrukce brzděného pásku. . . . .	42
4.7	Brzděný pásek zalitý silikonem ve formě. . . . .	42
4.8	Detailní montáž brzdy a servopohonu. . . . .	43
4.9	Uchycení enkodéru. . . . .	43
4.10	Díly pro montáž řídicích desek. . . . .	44
4.11	Díl k připevnění Li-Pol baterie. . . . .	44
5.1	Blokové schéma systému. . . . .	45
5.2	Jednotka elektronického řízení rychlosti motoru B-G431B-ESC1. . . . .	46
5.3	Kapacitní enkodér AMT103-V. . . . .	47
5.4	Porovnání rotorových disků enkodérů [32]. . . . .	47
5.5	Princip fungování Kalmanova filtru [36]. . . . .	50
5.6	Struktura FIFO fronty z DMP na MPU6050. . . . .	51
6.1	Schéma zapojení napájecí části obvodu. . . . .	53
6.2	Schéma zapojení periférií. . . . .	54
6.3	Deska plošných spojů. . . . .	54

7.1	Blokové schéma regulace s PID. . . . .	57
7.2	Blokové schéma regulace s PID a řízením žádané hodnoty. . . . .	59
7.3	Blokové schéma regulace s kaskádním zapojením PID a PI regulátoru. . . . .	60
8.1	Blokové schéma napětového řízení [30]. . . . .	64
8.2	Průběh hodnoty čítače v módu enkodéru [33]. . . . .	65
8.3	Blokový diagram programu balancování. . . . .	67
8.4	Vizualizace stavu systému a orientace v prostoru. . . . .	68
8.5	Vizualizace s možností jednoduchého ovládní. . . . .	68
9.1	Finální podoba systému. . . . .	70

## Seznam grafů

3.1	Naměřená závislost třetího momentu na rychlosti otáčení. . . . .	32
3.2	Analýza schopnosti překlopení pro systém s jedním setrvačником. . .	36
3.3	Analýza schopnosti překlopení pro systém se třemi setrvačniky. . . .	37
5.1	Porovnání metod zpracování dat z IMU. . . . .	51
7.1	Průběh regulace s PID regulátorem. . . . .	58
7.2	Průběh regulace s PID regulátorem s nepřesnou žádanou hodnotou. . .	58
7.3	Průběh regulace s PID a řízením žádané hodnoty. . . . .	60
7.4	Průběh regulace s kaskádním zapojením regulátorů. . . . .	61
7.5	Demonstrace kluzné balanční oblasti. . . . .	62
9.1	Balancování s reakcí na poruchu. . . . .	71
9.2	Průběh testování maximální odchylky stabilizace. . . . .	71
9.3	Balancování s reakcí na poruchu v podobě změny polohy těžiště. . . .	72
9.4	Překlopení kostky přes hranu. . . . .	73

## Seznam tabulek

3.1	Hodnoty parametrů pro výpočet momentu setrvačnosti systému. . . .	31
3.2	Hodnoty parametrů pro výpočet momentu setrvačnosti setrvačnicku. .	32
3.3	Výsledky experimentu pro estimaci tření setrvačnicku. . . . .	33
3.4	Výčet hodnot parametrů systému. . . . .	33
5.1	Parametry servopohonu MG90S. . . . .	52

## Seznam zkratek

<b>3D</b>	trojrozměrný
<b>ADC</b>	Analog-to-Digital Converter, analogově-digitální převodník
<b>ARM</b>	Advanced RISC Machine, architektura procesorů
<b>BEMF</b>	Back Electromotive Force, zpětná elektromotorická síla
<b>BLDC</b>	Brushless DC electric motor, bezkartáčový stejnosměrný motor
<b>CAD</b>	Computer Aided Design, počítačem podporované konstruování
<b>CAN</b>	Controller Area Network, komunikační sběrnice
<b>CNC</b>	Computer Numerical Control, číslicové řízení
<b>CPU</b>	Central Processing Unit, centrální procesorová jednotka
<b>CPR</b>	Count Per Rotation, počet změn na otáčku
<b>CSS</b>	Cascading Style Sheets, programovací jazyk
<b>DC</b>	Direct current, stejnosměrný proud
<b>DCA</b>	Digital-to-Analog Converter, digitálně-analogový převodník
<b>DMP</b>	Digital Motion Processing, Digitální zpracování pohybu
<b>DPS</b>	Deska Plošných Spojů
<b>ESC</b>	Electronical Speed Control, elektronické řízení rychlosti
<b>FDM</b>	Fused deposition modeling, typ 3D tiskáren
<b>FOC</b>	Field-Oriented Control, vektorové řízení
<b>GND</b>	elektrická zem
<b>GPIO</b>	General-purpose input/output, Univerzální vstupní/výstupní pin
<b>GPS</b>	Globální Polohový Systém
<b>HTML</b>	Hypertext Markup Language, značkovací programovací jazyk
<b>HW</b>	hardware
<b>I2C</b>	Inter-Integrated Circuit, sériová sběrnice
<b>I2S</b>	Inter-IC Sound, sériová sběrnice
<b>IMU</b>	Inertial Measurement Unit, inerciální měřicí jednotka
<b>LED</b>	Light Emitting Diode, světlo emitující dioda
<b>Li-Pol</b>	Lithium-polymerový akumulátor
<b>MCU</b>	Micro-Controller Unit, jednočipový počítač
<b>MEMS</b>	Mikro Elektro Mechanické Systém
<b>MOSFET</b>	Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor
<b>PETG</b>	polyethylene terephthalate glycol,
<b>PID</b>	Proporcionálně Integračně Derivační
<b>PLA</b>	Polylactic acid, kyselina polyléčná
<b>PM</b>	Permanentní magnety
<b>PPR</b>	Pulse Per Rotation, počet pultů na otáčku
<b>PWM</b>	Pulse Width Modulation, pulzně šířková modulace
<b>RC</b>	Radio Control
<b>RCM</b>	RC motor
<b>SCL</b>	Synchronous CLock, signál seriové komunikace
<b>SD</b>	Secure Digital, paměťová karta
<b>SDA</b>	Synchronous DAta, signál seriové komunikace

<b>SoC</b>	State of Charge, stav nabití baterie
<b>SPI</b>	Serial Peripheral Interface, sériové periferní rozhraní
<b>SW</b>	software
<b>THT</b>	Through-hole technology, způsob montáže součástek na DPS
<b>UART</b>	Universal asynchronous receiver-transmitter, sériová sběrnice
<b>USB</b>	Universal Serial Bus, univerzální sériová sběrnice
<b>VCC</b>	společné napětí
<b>VIN</b>	napájecí napětí
<b>Wi-Fi</b>	Wireless Fidelity, bezdrátový síťový protokol
<b>XML</b>	Extensible Markup Language, obecný značkovací programovací jazyk

## Seznam použitých veličin a jednotek

Symbol	Jednotka	Popis
$J_s$	$kg \cdot m^2$	Moment setrvačnosti setrvačnicku
$J_c$	$kg \cdot m^2$	Moment setrvačnosti celého systému
$\omega_s$	$rad \cdot s^{-1}$	Úhlová rychlost setrvačnicku
$\omega_c$	$rad \cdot s^{-1}$	Úhlová rychlost celého systému
$E_k$	$J$	Kinetická energie systému
$E_p$	$J$	Potenciální energie systému
$F_s$	$Nm \cdot rad^{-1}$	Třecí odpor setrvačnicku
$F_c$	$Nm \cdot rad^{-1}$	Třecí odpor systému
$m_c$	$kg$	Hmotnost systému
$l, l_1$	$m$	Vzdálenost těžiště v osách x a y od osy rotace
$l_2$	$m$	Vzdálenost poruchového hmotného bodu v osách x a y od osy rotace
$\varphi_d$	$rad$	Úhel natočení poruchového hmotného bodu od centrální osy
$K_t$	$Nm \cdot A$	Proudová konstanta motoru
$K_m$	$RPM \cdot V$	Motorová konstanta
$\varphi_c$	$rad$	Úhel natočení systému
$\dot{\varphi}_c$	$rad \cdot s^{-1}$	Rychlost systému
$\ddot{\varphi}_c$	$rad \cdot s^{-2}$	Zrychlení systému
$\varphi_s$	$rad$	Úhel natočení setrvačnicku
$\dot{\varphi}_s$	$rad \cdot s^{-1}$	Rychlost setrvačnicku
$\ddot{\varphi}_s$	$rad \cdot s^{-2}$	Zrychlení setrvačnicku
$g$	$m \cdot s^{-2}$	Gravitační zrychlení
$t_{brake}$	$s$	Doba zabrzdění setrvačnicku
$M_{brake}$	$Nm$	Brzdňý moment působící na setrvačnick



## Úvod

Balancující roboti představují fascinující oblast v oboru robotiky, která si získala značnou popularitu a zájem vědecké i laické veřejnosti. Jejich schopnost udržet stabilitu ve svých nestabilních polohách, při pohybu či při působení vnějších poruch je nejen technickým úspěchem, ale také inspirací pro vývoj nových technologií a přístupů v různých oblastech lidského působení. Zároveň tyto systémy slouží k rozšíření povědomí o schopnostech současného stavu technologie a řízení široké veřejnosti a mohou sloužit jako rozhodovací impulz pro někoho, kdo hledá svoji zájmovou oblast působení.

Jedním z hlavních faktorů rozšíření balancujících robotů je jejich potenciál v oblasti autonomní mobility. Schopnost udržet rovnováhu umožňuje těmto robotům navigovat ve složitých prostředích, jako jsou například tovární haly, sklady, různé areály nebo i prostředí mimořádných událostí, kde by přítomnost člověka byla riziková. Druhým důvodem je zdánlivá jednoduchost těchto systémů, která dokáže upoutat zájem odborníka i laika. Přičemž schopnost balancování může být docílena mnoha způsoby. Všichni balancující roboti ovšem spadají do skupiny tzv. inverzních kyvadel, které je možné stabilizovat mnoha přístupy. Nejznámější balancující systémy jsou pravděpodobně vozidla typu segway. Tyto k balancování využívají momentu působícího na kola, s jejichž pomocí jsou mimo jiné schopna pohybu. Dalšími možnými přístupy stabilizace inverzního kyvadla může být například změna polohy těžiště nebo využitím setrvačnicku.

Tato diplomová práce se zaměřuje na konstrukci a řízení balancujícího robota ve tvaru kostky s interním uložením HW, který využívá právě výše uvedené setrvačnický k udržení stability. Systém by měl v konečné fázi obsahovat tři setrvačnický a měl by být navržen a otestován algoritmus, který tyto setrvačnický může využít k překlopení přes hranu a balancování na hraně. Cílem práce je představit návrh a implementaci mechanismů a algoritmů, které umožní základní, avšak efektivní balancování robota ve tvaru krychle o délce hrany 15 cm. Práce se zabývá jak teoretickými principy, tak i praktickou realizací včetně návrhu konstrukce, výběru hardwaru a implementace řídicího softwaru. Robot má sloužit čistě jako demonstrační přípravek pro reprezentaci fakulty a mechatroniky jako oboru.

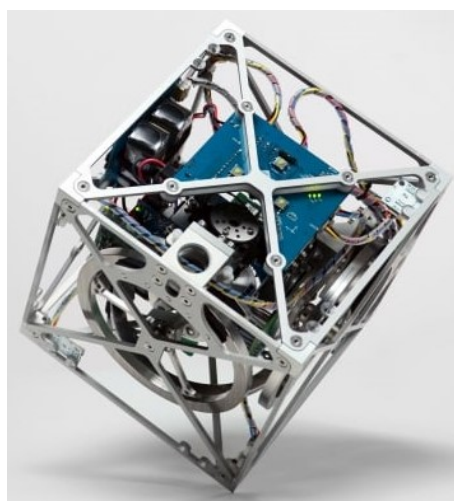
Na závěr práce bude provedeno experimentální ověření navržených a realizovaných řešení a zhodnocení dosažených výsledků v kontextu stanovených cílů.

# 1 Současný stav poznání

Na toto téma vzniklo již mnoho prací, ty nejzajímavější a nejrelevantnější jsem se ve své práci pokusil stručně shrnout. Sekce taktéž slouží pro přehled využitého HW a jako výčet chyb a problémů, které autory postihly.

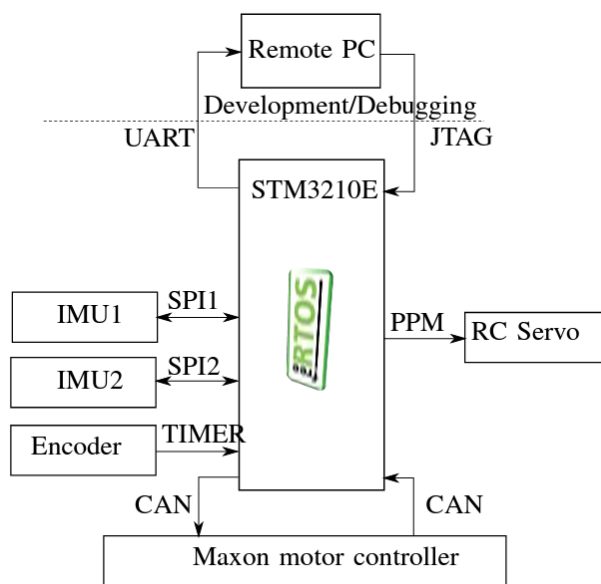
## 1.1 The Cubli: cube that can jump and balance

První zmínka o systému ve tvaru krychle, obsahující setrvačníky umožňující balancování na hraně či na rohu, vzešla již roku 2012 ze Švýcarského federálního institutu v Zurichu. Cílem práce bylo vyvinout inverzní kyvadlo řízené setrvačníky s relativně malou velikostí. První práce [12] představila koncept mechatronického systému a jedno-dimenzionální prototyp, který mohl simulovat balancování na hraně a prudkou změnou rychlosti setrvačníku i vyskočení na hranu. V dalších pracích [14], [23], [31] sahajících až do roku 2016 byl poté představen zbylý vývoj Cubli až do stavu, kdy je veškerá elektronika, kromě zdroje napájení, integrovaná do kostky o rozměrech  $15 \times 15 \times 15$  cm. Cubli dokáže vyskočit na hranu a následně i na roh. V této nestabilní poloze je schopná také setrvat. Finální verze Cubli (viz. obrázek 1.1) byla představena na YouTube formou videa již roku 2013. Ve videu můžeme vidět kompletní integraci všech komponentů do kostky a představení veškerých funkcí [21].



Obrázek 1.1: Originální projekt Cubli.

Vývoj Cubli zde však neskončil. V roce 2022 bylo zveřejněno video nástupce [16].



Obrázek 1.2: Blokové schéma elektronického zapojení Cubli [13].

Jedná se opět o systém balancující na rohu. Na rozdíl od předešlé generace Cubli je zde však balancování dosaženo pomocí pouze jednoho setrvačnicku. To, že je možné systém se dvěma stupni volnosti stabilizovat jedním setrvačnickem, umožňuje skutečnost, že konstrukce systému vykazuje značně rozdílné momenty setrvačnosti systému v různých směrech.

Veškerý použitý HW se v průběhu vývoje lehce obměňoval, nicméně nejnovější záznam pochází z této práce [14]. Základem Cubli je rám, který musí splňovat podmínky nízké hmotnosti a zároveň dostatečné pevnosti, aby odolal manévru vyskočení. V této práci byl z tohoto důvodu zvolen jako vhodný materiál hliník. Z hliníku byly taktéž vyrobeny tři setrvačnicku.

Blokové schéma zapojení elektronických komponent Cubli s jedním setrvačnickem je k vidění na obrázku 1.2. Základem je vývojová deska s procesorem STM32 ARM7 Cortex-M4, 168 MHz. Dále je zde pro odhad orientace v prostoru prostřednictvím sběrnice I2C připojeno 6 IMU (MPU6050), každá obsahující gyroskop a akcelerometr. Pro pohon setrvačnicků jsou využity průmyslové 50W bezkartáčové DC motory Maxon EC-45-flat. Motory jsou řízeny třemi DEC36/2 moduly připojenými sběrnici CAN k řídicímu procesoru. Taktéž byl v této práci [13] uveden servopohon HSG-5084MG sloužící k zabrzdění setrvačnicku při manévru vyskočení.

## 1.2 Development of a nonlinear mechatronic cube - The jumping and balancing cube

Další práci realizující podobný projekt je diplomová práce vykonaná na Švédské univerzitě [5]. Práce pojednává o kompletním designu a vývoji tří-dimenzionálního inverzního kyvadla ve tvaru krychle. Závěrem práce je funkční prototyp s jedním

setrvačnickem, který dovede vyskočit a balancovat na hraně. Práce uvádí úspěšnost manévru vyskočení a následného balancování 4 z 25.

Základem je opět rám kostky, práce přímo neuvádí využitý materiál, píše pouze, že stěny byly vytvořeny z několika kovových desek za pomoci CNC frézy. Dále uvádí hmotnost jednotlivých stěn 152 g, 123 g, 136 g a 98 g a nakonec hmotnost systému s jedním setrvačnickem o velikosti 2083 g.

V roli řídicí desky je zde využit opět vývojový kit, tentokrát STM32F4 s 32bitovým ARM Cortex-M4F procesorem. Tyto procesory dosahují frekvence až 180 MHz. Pro snímání orientace v prostoru je využita IMU MPU6050. Setrvačnick je zde obstarán opět motorem Maxon EC-45-Flat s řadičem ESCON-36-3-EC. Dále je zde využito RC servo TGY-616MG pro zastavení setrvačnicku.

### 1.3 Realizace inverzního kyvadla typu Cubli

Tato práce [18] měla za cíl realizovat prototyp pro jednu stěnu inverzního kyvadla typu Cubli. Výstupem je fyzický model jedné stěny Cubli, který je ovšem dle autora nemožné stabilizovat příčinou špatně zvolené řídicí jednotky motoru.

Většina dílů tohoto modelu byla tištěna na 3D tiskárně z materiálu PLA. Oproti řešení s kovem, jako tomu bylo v předchozích pracích, zaručuje tento přístup nižší hmotnosti za cenu menší pevnosti. Setrvačnick pro tento model byl vyroben z plechu laserovým řezáním. Řídicí desku zde autor zvolil Mbed LPC1768 s procesorem NXP LPC1768, 32bitovým ARM Cortex-M3 na kmitočtu 96 MHz. Setrvačnick byl poháněn motorem OCDAY 360 KV, doplněným o hallový sondy pro snímání úhlu natočení.

V této práci byly otestovány celkem 4 řadiče motoru. Qianson 360 W 30 A, SimonK 30 A, DC Brushless Motor Controller BLDC PWM Driver Board 6,5–50 V 380 W, 500 W DC12–36 V Brushless Motor Speed Controller BLDC Driver Board with Hall. Závěrem ovšem je, že ani jeden z těchto řadičů se pro řízení motoru se setrvačnickem k účelu balancování nehodí. Jedním z důvodů byla tzv. mrtvá zóna uprostřed rozsahu řídicího PWM signálu, která je zde zavedena, aby motor nekmital v blízkosti střední nulové hodnoty vlivem šumu. Dalším důvodem byla neschopnost řadičů prudké změny směru motoru, která je v tomto případě klíčová.

### 1.4 PID Regulated Balancing Cube

Poslední uvedená práce [6] opět pojednává o kompletním návrhu a realizaci inverzního kyvadla typu Cubli, a dále o stabilizaci na hraně pomocí PID regulátoru. Hlavním materiálem stěn je zde voleno akrylové sklo s tloušťkou 3 mm. Další rozdíl oproti ostatním pracím je ten, že se autor zaměřil pouze na jednu osu otáčení a pro pohon setrvačnicků, které se nacházejí ve dvou protilehlých stěnách, je zde volen klasický stejnosměrný motor. Tato volba, s přihlédnutím k ceně motoru umožňuje snížit celkové náklady, nicméně rozměry běžných DC motorů by značně komplikovaly návrh systému s třemi ovládanými setrvačnickami pro tři osy otáčení.

## 1.5 Shrnutí

Z výše uvedeného přehledu je zřejmé, že pro tento projekt je velmi důležitá volba komponentů. Práce, které se mohou pyšnit úspěchem, využívaly velice podobný HW. Jedná se o motory Maxon EC-45-Flat, řadiče ESCON-36-6-EC a rám kostky z pevného kovového materiálu, jako například hliník. Samozřejmě byl tedy podobný přístup první volbou i pro tuto práci, nicméně vzhledem k ceně motorů a řadiče se byla práce nucena vydat se jiným směrem, ekonomicky úspornějším. Navíc v současné době je běžná výroba prototypů z plastů, kupříkladu na 3D tiskárnách. Vzhledem k faktu, že takovýto postup umožňuje mnohem větší prostor pro chyby, ať už po finanční stránce, tak po praktické. Následkem toho je i zde upuštěno od kovů ve prospěch plastů.

## 2 BLDC pohony

Pokud vezmeme v úvahu požadavky na napájení z baterie a malé rozměry, nabízí se k pohonu setrvačnicku klasické DC kartáčové motory, bezkartáčové BLDC pohony a krokové motory. Dalšími požadavky na motor v kontextu pohonu setrvačnicku je relativně vysoký rozsah otáček a hladký chod při nízkých otáčkách.

Krokové motory jsou pro balancující roboty často využívány, převážně díky jejich snadné říditelnosti a polohovatelnosti bez potřeby senzoru natočení. Tyto motory ovšem vynikají převážně v nižších otáčkách a i v těch mají vysoký odběrový proud, jelikož (bez řízení proudu) neustále fungují v módu maximálního momentu bez závislosti na zátěži [3]. Tato skutečnost má vliv převážně na teplotu motoru a taktéž na výdrž systému při napájení z baterie.

Kartáčové DC motory vynikají svou nízkou cenou a snadnou říditelností. V případě potřeby obousměrného provozu je zde třeba pouze H-můstek. Potřeba mechanického komutátoru však vede k nižší účinnosti, vyšším provozním teplotám, větším rozměrům, vyšším operačním nákladům a většímu hluku oproti BLDC [20].

BLDC jsou ve své podstatě synchronní stroje, napájené stejnosměrným proudem. K jejich funkci je zapotřebí invertor, který ze stejnosměrného proudu vytváří proud střídavý, s jehož pomocí je generováno otáčivé magnetické pole, jež rotor následuje. Tato skutečnost nám zaručuje vysokou schopnost říditelnosti a tedy možnost dosažení potřebných vlastností. Z těchto důvodů byly shledány BLDC motory jako vhodné pro diskutovanou aplikaci.

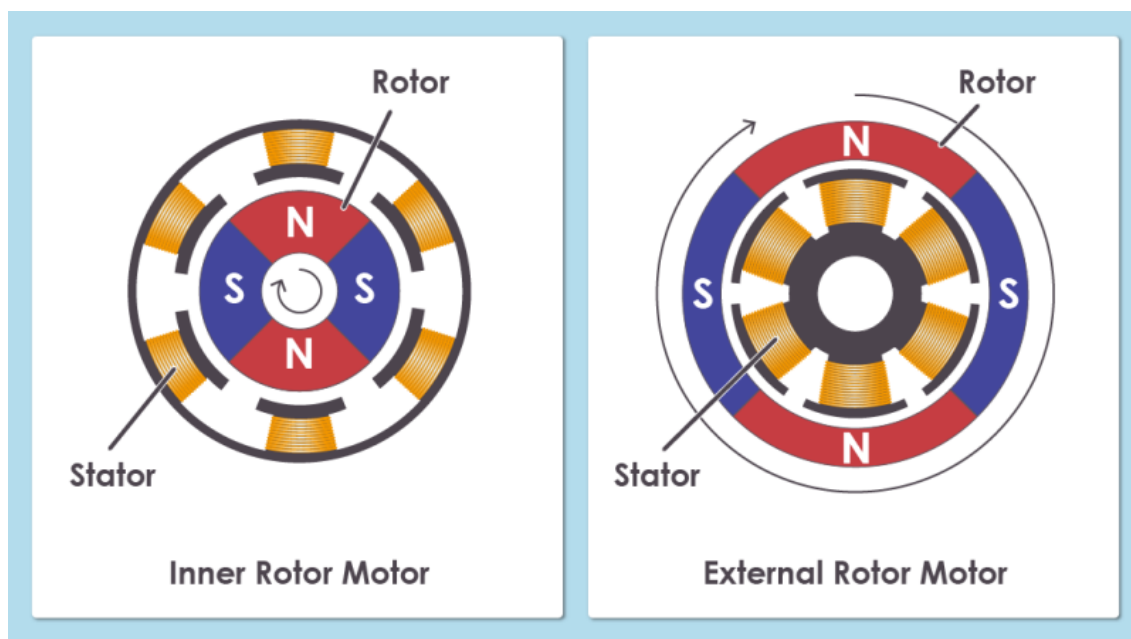
### 2.1 Konstrukce

BLDC motor se skládá z rotoru s permanentními magnety (PM) a statoru s elektromagnety. Nejčastěji jsou využívány tři sady elektromagnetů (tři fáze), zapojené do hvězdy. Pólové nástavce jsou uspořádány tak, že každá cívka tvoří sudý počet pólů a celkový počet nástavců pro tří-fázový motor je násobkem tří. Cívky jsou nejčastěji navinuty na magneticky měkkém materiálu, složeném z izolovaných plechů k omezení vířivých proudů. Dle způsobu navinutí cívek můžeme rozlišovat motory na sinusové a lichoběžníkové. Toto označení nám i říká, jaký bude mít tvar napětí indukované na cívkách vlivem otáčení rotoru.

Počet permanentních magnetů, tedy pólů rotoru ovlivňuje pracovní rychlosti a momenty motoru. Nižší počet pólů znamená nižší počet cyklů potřebných pro jednu otáčku rotoru, a tedy vyšší rychlosti otáčení pro danou frekvenci signálu. Tyto motory se hodí například k využití na letecké technice. Vyšší počet pólů naopak

dosahuje větších momentů a větší přesnosti natáčení. Proto jsou s výhodou využívány ve stabilizátorech kamer.

Na obrázku 2.1 je k vidění náčrt konstrukce BLDC motoru s šesti pólovými nastavci a čtyřmi póly (2 pólové páry), jedná se tedy o konfiguraci značenou jako 6N4P. Mimo běžně známé konstrukce motoru s interním rotorem je zde také vyobrazen motor s rotorem externím (jinak také out-runner). Díky této konstrukci je možné dosáhnout větší plochy vzduchové mezery, a tudíž většího magnetického toku, a tedy momentu pro stejnou zástavbovou velikost motoru [39].



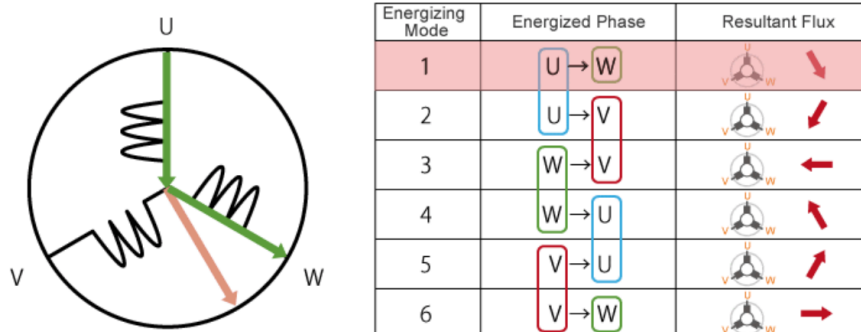
Obrázek 2.1: Konstrukce BLDC motorů [40].

## 2.2 Řízení

Řízení BLDC motorů je oproti kartáčovým motorům značně složitější. Zde je nutné přesně řídit směr a dobu toku proudu do jednotlivých fází. K tomuto je využíváno elektronického komutátoru (invertoru), známého spíše pod názvy řadič, driver či ESC. S pomocí řadiče jsou cívky statoru vhodně buzeny takovým způsobem, že vytváří rotující elektromagnetické pole (viz. obrázek 2.2), jež rotor s PM následuje. Ideálním stavem je udržování neustálé kolmosti mezi magnetickými poli rotoru a statoru. Ačkoliv je zde nutnost využití řadiče motoru částečně i nevýhodou, protože se jedná o relativně komplikovaná a drahá zařízení, tak právě možnost řízení elektronicky umožňuje více komutačních metod, jejichž výhody značně převyšují nevýhody.

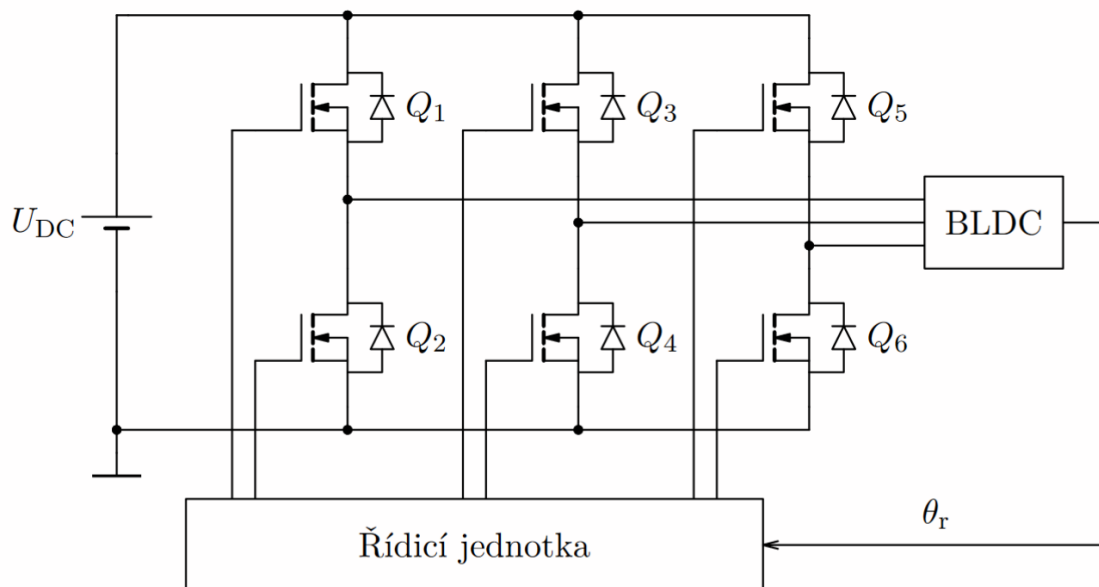
Přestože se BLDC motory dají řídit i bez znalosti natočení rotoru, je toto řízení značně neefektivní a musí zde z toho důvodu být senzor natočení. Nejčastěji jsou k tomuto účelu využity hallové sondy, ale využít se dá jakýkoliv rotační enkodér s dostatečným rozlišením či resolver. Dalším možným řešením je odhad úhlu

natočení rotoru na základě měření zpětné elektromotorické síly (BEMF), která je generována při průchodu PM v blízkosti cívky elektromagnetu [17]. Toto řešení je vhodné například pro vysokootáčkové aplikace, kdy je BEMF dostatečně silné a dá se snadno měřit.



Obrázek 2.2: Průběh točivého elektromagnetického pole statoru [11].

Řadiče BLDC motorů se povětšinou sestávají z polovodičového můstku z tranzistorů. Na obrázku 2.3 je k vidění schéma takového můstku, sestaveného z šesti tranzistorů. Z tzv. high-side připojených k VCC a low-side připojených k GND. Jednotlivé tranzistory jsou ovládány PWM signály z MCU. Pomocí PWM signálů je možné regulovat střední hodnotu napětí, přiváděného na fáze motoru. Dle tvaru proudů fází poté rozlišujeme několik možných druhů komutace.

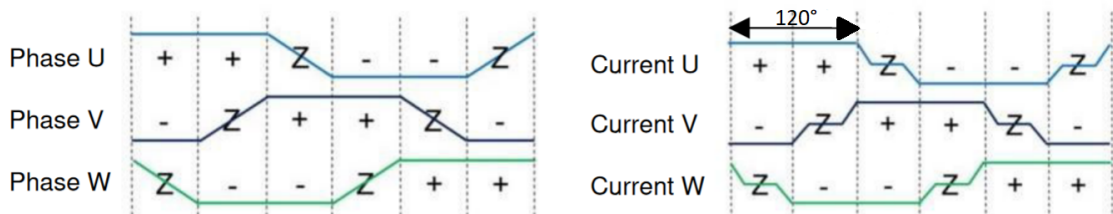


Obrázek 2.3: Zapojení řadiče BLDC motoru [7].



## 2.2.1 Lichoběžníkové

Lichoběžníkové, taktéž nazývané 6krokové řízení, je nejjednodušší formou řízení BLDC motorů. Podstata spočívá v postupném připojování fází k motoru v šesti krocích tak, že jedno vinutí je připojeno k VCC, druhé k GND a třetí je ve stavu vysoké impedance. Stav vysoké impedance je možné využít pro měření BEMF v případě bez-senzorového provozu. Průběh jednotlivých napětí a proudů na vinutích je znázorněn na obrázku 2.4.

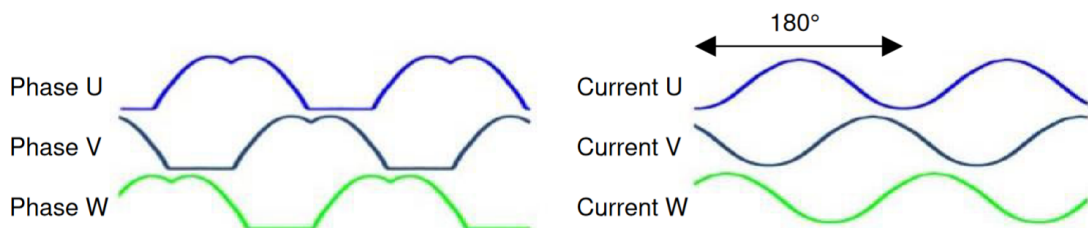


Obrázek 2.4: Průběh napětí a proudu na vinutích při lichoběžníkovém řízení [8].

Použitím tohoto druhu řízení můžeme získat maximum z motoru s lichoběžníkovým vinutím. To ovšem neznamená, že by se nedalo využít pro motor s vinutím sinusovým. Toto řízení má nejnižší výpočetní náročnost, je schopné produkovat vysoké momenty a rychlosti a minimalizuje ztráty při spínání MOSFET tranzistorů. Naopak jeho nízké rozlišení a neideální tvar proudu způsobují kolísání momentu (tzv. ripple) a hlučnější provoz motoru [8].

Z obrázku 2.4 můžeme vyčíst, že každá fáze je pod napětím vždy  $120^\circ$  elektrického úhlu. V praxi se taktéž můžeme setkat s lichoběžníkovým řízením (nebo také pseudo-sinusovým), kde jsou fáze pod napětím  $150^\circ$  elektrického úhlu. Toto řízení se vyznačuje lepším průběhem proudu, a tedy i momentů. Nicméně se však zmenšuje okno vysoké impedance sloužící k měření BEMF a řízení stále trpí na vyšší akustický a elektrický hluk.

## 2.2.2 Sinusové

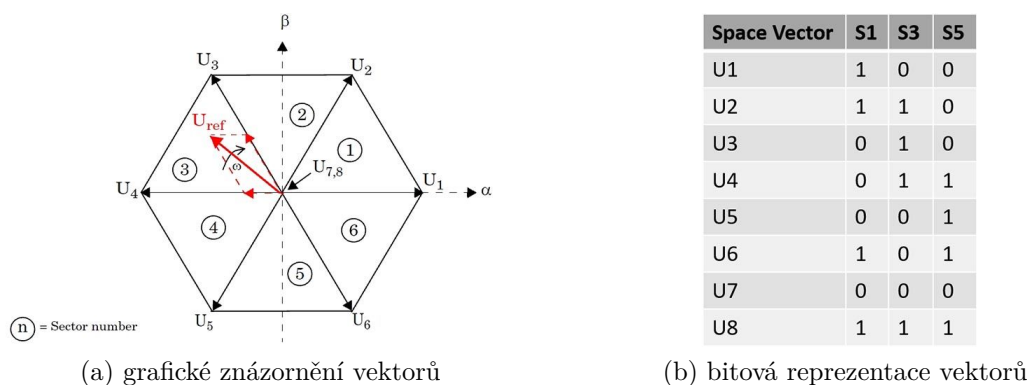


Obrázek 2.5: Průběh napětí a proudu na vinutích při sinusovém řízení [8].

Při využití sinusového řízení jsou všechna tři vinutí konstantně připojena k VCC či GND. Komutace probíhá pozvolna takovým způsobem, že průběh proudů jednotlivými fázemi kopíruje funkci sinus s periodou  $180^\circ$  elektrického úhlu. Výsledkem je

plynulá změna točivého magnetického pole bez prudkých změn proudu, což má vliv na hladký chod rotoru s konstantním momentem a velice tichým provozem. Opět se dá odvodit, že je toto řízení nejefektivnější při použití na motorech se sinusovým vinutím.

Na obrázku 2.5 jsou znázorněny průběhy napětí na fázích potřebných pro generování sinusových proudů. Tvar potřebného napětí je určen s pomocí prostorového vektoru, který využívá skutečnosti, že řídicí můstek (například na obrázku 2.3) se může nacházet, dle sepnutí tranzistorů, v osmi stavech. Těchto osm stavů reprezentuje osm vektorů a dělí celý sektor do šesti kvadrantů. Šest vektorů reprezentuje stav, kdy je generováno napětí na vinutích a dva vektory představují nulový stav bez napětí na vinutích. Aproximace vektoru s jakýmkoliv úhlem a magnitudou je docílena za pomoci kombinace těchto osmi vektorů takovým způsobem, že úhel výsledného vektoru je určen kombinací napěťových vektorů a magnituda je ovlivněna vektory nulovými [41]. Celý princip je zobrazen na obrázku 2.6, spínače S1, S3 a S5 reprezentují high-side tranzistory. Low-side jsou oproti nim vždy v negaci. Celková doba sepnutí každého tranzistoru je řízena pomocí PWM signálu. Tato skutečnost však způsobuje mnohem větší ztráty spínáním tranzistorů než u předešlé komutační metody.

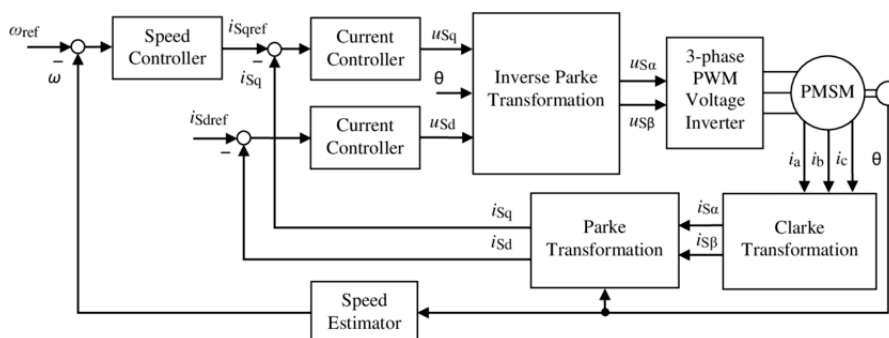


Obrázek 2.6: Princip prostorového vektoru [41].

Fakt, že jsou fáze připojeny k napětí konstantně znamená mimo jiné i to, že zde nejsou okna vysoké impedance pro měření BEMF. Pro bez-senzorový provoz je zde proto nutné implementovat jinou metodu. Například je možné ze známých parametrů motoru (proud, indukčnost, odpor a napětí) za pomoci diferenciální rovnice prvního řádu BMEF vypočítat a následně ho využít pro odhad úhlu natočení.

### 2.2.3 FOC

Obě předešlé komutační metody byly pouze méně či více hrubou aproximací ideálního stavu komutace. Tomu se nejvíce blíží metoda FOC (Field Oriented Control), též vektorové řízení, jehož cílem je vždy dodržovat ortogonalitu magnetického pole rotoru a statoru.



Obrázek 2.7: Diagram FOC řízení [4].

FOC obnáší sérii matematických operací, které z ní dělají relativně výpočetně náročnou metodu na implementaci a použití. Za pomoci Clarkovy a Parkovy transformace je nejprve ze tří fázových proudů vypočtena quadraturní (momentotvorná) a přímá (tokotvorná) složka proudu. V zájmu regulace je poté tokotvorná složka regulována na nulu a momentotvorná na žádanou hodnotu dle požadovaného momentu. Pomocí inverzní Clarkovy a Parkovy transformace jsou následně vypočteny požadovaná fázová napětí [4]. Blokový diagram řízení je k vidění na obrázku 2.7. Výsledkem řízení je velice efektivní regulace s hladkým a tichým chodem bez kolísání momentu za cenu vysoké výpočetní náročnosti a potřeby vysokého rozlišení senzoru natočení.

## 3 Matematický model

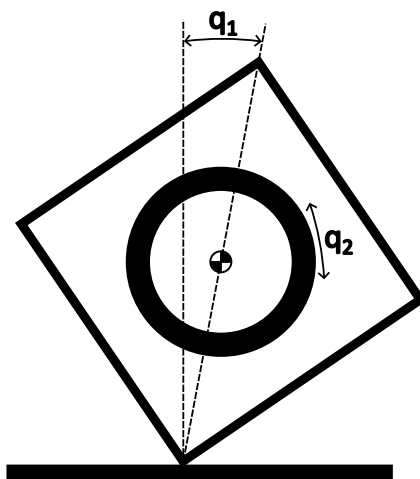
### 3.1 Základní fyzikální princip

Ve světě jsou setrvačníky relativně často využívány. V kontextu jejich využití se můžeme setkat s několika fyzikálními jevy, nicméně důvodem, proč je možné využít setrvačnick k stabilizačním účelům, je zákon zachování hybnosti, ze kterého můžeme odvodit vzorec 3.1.

$$J_s \cdot \omega_s = J_c \cdot \omega_c \quad (3.1)$$

Zde jsou  $J_s$  a  $J_c$  momenty setrvačnosti setrvačnicku a celku a  $\omega_s$  a  $\omega_c$  jsou jejich úhlové rychlosti. Jinak řečeno, působíme-li silou ovlivňující úhlovou rychlost setrvačnicku, musí se zákonitě měnit i úhlová rychlost celku [25].

### 3.2 Odvození rovnic



Obrázek 3.1: Definice stupňů volnosti.

K získání matematického modelu je zde využito Lagrangeových rovnic druhého druhu. Ty nám definují lagrangián  $L = E_k - E_p$  [22], jakožto rozdíl kinetické a potenciální energie systému a podobu výsledných Euler-Lagrangeových rovnic (viz. 3.2).

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} + M_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (3.2)$$

Rovnice je složena z příslušných derivací lagrangianu, derivace disipativní funkce  $R$  a vnějších působících sil  $M_i$ . Zobecněné souřadnice  $q_i$  musí být voleny tak, že popisují systém ve všech stupních volnosti. V našem případě to jsou  $q_1 = \varphi_c$  a  $q_2 = \varphi_s$ , kde  $\varphi_c$  je úhel natočení rámu kostky a  $\varphi_s$  je úhel natočení setrvačnicku. Definice těchto stupňů volnosti je k vidění na obrázku 3.1. Výsledkem tedy budou dvě diferenciální rovnice druhého řádu. Disipativní funkce je ve tvaru popsaném v rovnicích 3.3 a 3.4.

$$R = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} F_i \dot{q}_i^2 \quad (3.3)$$

$$R = \frac{1}{2} F_c \dot{\varphi}_c^2 + \frac{1}{2} F_s \dot{\varphi}_s^2 \quad (3.4)$$

Zde  $F_c$  představuje třecí sílu celého systému a  $F_s$  třecí sílu setrvačnicku. Potenciální a kinetická energie jsou definovány v rovnicích 3.5 a 3.6.

$$E_p = m_c \cdot g \cdot l \cdot \cos(\varphi_c) \quad (3.5)$$

$$E_k = \frac{1}{2} J_c \dot{\varphi}_c^2 + \frac{1}{2} J_s (\dot{\varphi}_c + \dot{\varphi}_s)^2 \quad (3.6)$$

Potenciální energie je dána hmotností systému  $m_c$ , úhlem natočení  $\varphi_c$ , ramenem těžiště  $l$  a gravitačním zrychlením  $g$ . Kinetická energie je složena z dílčích kinetických energií celku a samotného setrvačnicku, jehož rychlost pohybu je dána součtem rychlosti otáčení kolem své osy a rychlosti otáčení celé kostky kolem hrany.

Nakonec vnější působící síly  $M_i$  z rovnice 3.2 reprezentuje moment motoru. Tento moment působící na setrvačnick působí na kostku vždy v opačném směru. Následnými derivacemi a úpravami lze získat soustavu rovnic (rovnice 3.7 a 3.8) popisující dynamiku systému.

$$\ddot{\varphi}_c = \frac{m_c g l \sin(\varphi_c) + F_s \dot{\varphi}_s - F_c \dot{\varphi}_c - M}{J_c} \quad (3.7)$$

$$\ddot{\varphi}_s = \frac{M + \dot{\varphi}_c (F_c J_s) + \dot{\varphi}_s F_s (J_s + J_c) - m_c g l J_s \sin(\varphi_c)}{J_c + J_s} \quad (3.8)$$

Vstupní moment lze dále nahradit výrazem  $M = k_m \cdot u$ , kde  $u$  představuje řídicí veličinu a  $k_m$  převodní konstantu motoru.

### 3.3 Stavový popis

Pro získání stavového popisu byly nejprve rovnice linearizovány v okolí horní polohy, tedy  $(\varphi_c, \dot{\varphi}_c, \varphi_s) = (0, 0, 0)$ . Je zde využito předpokladu, že se systém bude pohybovat pouze v rozsahu malých úhlů a tedy  $\sin(\varphi) \approx \varphi$ .

Rovnice stavového popisu mají tvar:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (3.9)$$

kde  $x(t)$  a  $\dot{x}(t)$  je vektor stavů a jeho derivace, vektor  $u(t)$  jsou vstupy,  $y(t)$  výstupy, matice A je stavová (systémová) matice, B vstupní matice, C výstupní a D je matice vazeb vstupu na výstup. Vektory mají následující podobu:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \varphi_c \\ \dot{\varphi}_c \\ \dot{\varphi}_s \end{bmatrix}, u(t) = \begin{bmatrix} u \end{bmatrix}, y(t) = \begin{bmatrix} \varphi_c \\ \dot{\varphi}_c \\ \dot{\varphi}_s \end{bmatrix}$$

Matice jsou poté v takovémto tvaru:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{glm_c}{J_c} & -\frac{F_c}{J_c} & \frac{F_s}{J_c} \\ -\frac{glm_c}{J_c} & -\frac{F_c}{J_c} & -\frac{F_s(J_c+J_s)}{J_c J_s} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{k_m}{J_c} \\ \frac{k_m(J_c+J_s)}{J_c J_s} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### 3.4 Estimace parametrů

Zanedbáním, či zjednodušením různých fyzikálních jevů se dopouštíme při odvozování rovnic systému chyby, která má za následek rozdílné chování systému a modelu. Další nemalý vliv mají proměnné parametry, které vstupují do modelu. K optimalizaci těchto parametrů se často využívá optimalizačních funkcí, které hledají optimální hodnotu účelové funkce (v našem případě by to mohlo být např. minimum integrálního kritéria) [15]. Nicméně k tomuto je zapotřebí vhodně zvolený experiment, ve kterém měříme odezvu systému a modelu na známý vstupní signál. Jejich výstupy se změnou parametrů se snažíme sjednotit. Pro zde zkoumaný systém je ovšem takovýto experiment obtížné zvolit. Vzhledem k tomu, že je sám o sobě nestabilní, umožňuje nám snadno zkoumat pouze pád z horní polohy na svůj limit v podobě kontaktu stěny kostky s podložkou. Bylo proto na místě zvolit odlišný přístup, a to pokusit se parametry změřit či aproximovat co nejpřesněji.

Je také nutné zdůraznit, že výsledky následného hledání parametrů, a to především vztahených k rámu kostky, jsou estimované pro systém s jedním setrvačником. Bylo tak učiněno především z toho důvodu, že je vhodné nejprve vyšetřovat systém v jeho nejjednodušší podobě a následně na ni navazovat. Veškeré uvedené postupy jsou využitelné a byly použity i pro estimaci parametrů celkového systému.

### 3.4.1 Celý systém

#### Hmotnost $m_c$

Hmotnost celého systému je snadno měřitelná za pomoci běžné váhy. Byla využita váha s přesností na jednotky gramů. Naměřená hmotnost byla 843 g. Tato hmotnost se ještě může v průběhu lehce měnit, především vlivem rozdílné kabeláže.

#### Moment setrvačnosti $J_c$

Pro určení momentu setrvačnosti je možné vydat se několika směry. Prvním způsobem může být aproximace celého systému jednodušším geometrickým útvarem, a za pomoci známých parametrů vyčíslit moment setrvačnosti tohoto zjednodušeného modelu. Tímto se pravděpodobně dopustíme relativně velké chyby, nicméně se jedná o jednoduchý a rychlý způsob. Naopak přesnější metodou by mohlo být využití výpočetního softwaru, například CAD, ve kterém jsou takové funkce často dostupné. Zde je přesnost výsledku dána detailností popisu jednotlivých částí modelu, a to především znalostí jejich hmotností a rozložení.

Prvním způsobem je tedy využít předpokladu, že systém je dutá krychle o určité hmotnosti s danou tloušťkou stěny. Poté můžeme moment setrvačnosti, vzhledem k ose symetrie této duté krychle, vypočítat jako rozdíl momentů setrvačnosti dvou krychlí. Moment setrvačnosti krychle lze vypočítat dle vzorce 3.10.

$$J = m \cdot \frac{a^2}{6} \quad (3.10)$$

Kde  $a$  je délka hrany krychle a  $m$  její hmotnost. Dále sestavením a následným upravením rozdílu dvou momentů setrvačnosti vznikne vzorec 3.11.

$$\begin{aligned} J &= m_1 \cdot \frac{a^2}{6} - m_2 \cdot \frac{b^2}{6} \\ J &= d \cdot a^3 \cdot \frac{a^2}{6} - d \cdot b^3 \cdot \frac{b^2}{6} \\ J &= \frac{m(a^5 - b^5)}{6(a^3 - b^3)} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Tímto vzorcem ovšem získáme moment setrvačnosti vzhledem k ose symetrie. Na moment setrvačnosti, který se vztahuje k ose procházející jednou z hran, jej lze přepočítat pomocí Steinerovy věty [26] (viz. rovnice 3.12).

$$J_c = J + m x^2 \quad (3.12)$$

Hodnoty vstupujících parametrů a výsledné momenty setrvačnosti jsou uvedeny v tabulce 3.1. Mimo jiné je v tabulce uveden i výsledný moment setrvačnosti, určený za pomoci CAD softwaru.

Tabulka 3.1: Hodnoty parametrů pro výpočet momentu setrvačnosti systému.

Parametr	Hodnota
a	0,15 [m]
b	0,075 [m]
m	0,843 [g]
x	0,1061 [m]
J	0,0033 [kg · m <sup>2</sup> ]
$J_c$	0,0128 [kg · m <sup>2</sup> ]
$J_{c(CAD)}$	0,0120 [kg · m <sup>2</sup> ]

### Koeficient tření $F_c$

Odhad koeficientu tření systému je v tomto případě obzvláště komplikovaný. Tento koeficient vychází z podstaty, že je systém ukotven v bodě otáčení a tření vzniká právě zde, například v ložisku. Reálný systém ovšem ukotven není, a tak k žádnému tření nedochází. Proto lze tento koeficient chápat jako tření odporu vzduchu. Vzhledem k tomu, že odpor vzduchu je úměrný kvadrátu rychlosti se ovšem dá říci, že při malých rychlostech, dosažených při balancování, bude tento odpor zanedbatelný. Diskutovat bychom o něm ovšem mohli při vyskočení kostky, nicméně stále bude toto tření poměrově k jiným parametrům systému zanedbatelné. Z toho důvodu lze tento koeficient považovat za řádově velmi malý, případně nulový.

## 3.4.2 Setrvačnick

### Moment setrvačnosti $J_s$

K výpočtu momentu setrvačnosti by mohl být využit vzorec pro výpočet momentu setrvačnosti prstence 3.13.

$$J_1 = \frac{1}{2}m(r_1^2 + r_2^2) \text{ [kg} \cdot \text{m}^2] \quad (3.13)$$

Zde  $m$  je hmotnost a  $r_1$  a  $r_2$  jsou vnitřní a vnější průměr prstence. Moment setrvačnosti může být následně zpřesněn přičtením momentu setrvačnosti rotoru motoru. Rotor o hmotnosti 30 g byl aproximován obručí s totožnou hmotností a poloměrem 25 mm. Tento moment setrvačnosti lze vypočítat podle vzorce 3.14.

$$J_2 = m r^2 \quad (3.14)$$

Poté byl určen moment setrvačnosti opět za pomoci CAD softwaru, do kterého byly zadány typy materiálu jednotlivých částí, a následně vhodně odečten moment setrvačnosti kolem příslušné osy. V tomto případě je za přesnější výsledek považován ten z CAD SW, přičemž k němu byl přičten moment setrvačnosti motoru.



Tabulka 3.2: Hodnoty parametrů pro výpočet momentu setrvačnosti setrvačnicku.

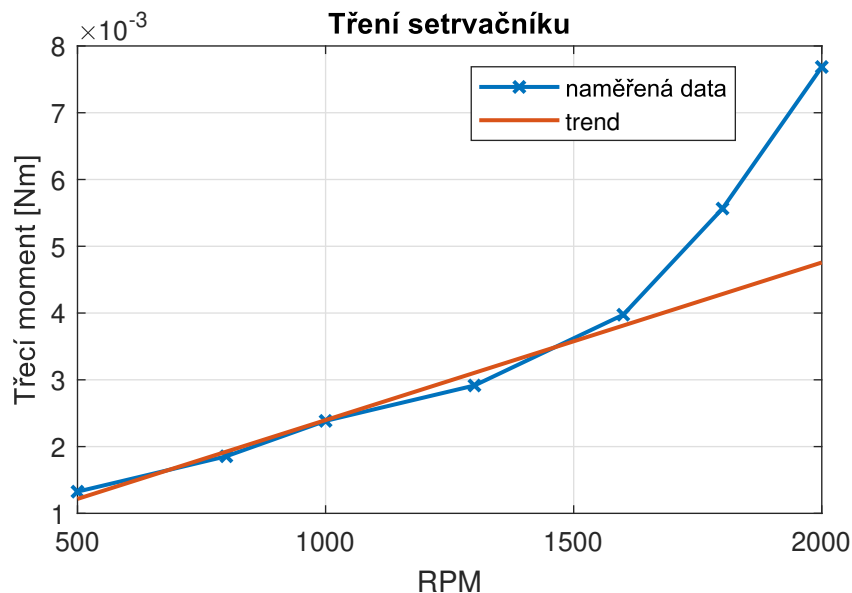
Parametr	Hodnota
$r_1$	0,045 [m]
$r_2$	0,055 [m]
m	103,6 [g]
$J_1$	261,59 [kg · mm <sup>2</sup> ]
$J_2$	18,75 [kg · mm <sup>2</sup> ]
$J_{1(CAD)}$	276,13 [kg · mm <sup>2</sup> ]
$J_s$	294,88 [kg · mm <sup>2</sup> ]

### Koeficient tření $F_s$

Pro estimaci koeficientu tření byl proveden jednoduchý experiment, podobný tomu zde [42]. Experiment vychází z myšlenky, že v případě, kdy se setrvačnick otáčí konstantní rychlostí, je proud motoru využíván pouze k překonání třecí síly setrvačnicku. Kostka byla tedy připevněna ke stolu v klidové poloze a pro několik rychlostí otáčení byl měřen proud motoru. Třecí moment lze poté vypočítat za pomoci proudové konstanty motoru  $K_t$  a měřeného proudu, podle rovnice 3.15. Naměřené hodnoty jsou uvedené v tabulce 3.3.

$$M_t = K_t \cdot i_m \quad (3.15)$$

$$K_t = 0,0265 [Nm \cdot A]$$



Graf. 3.1: Naměřená závislost třecího momentu na rychlosti otáčení.

Data jsou vynesena v grafu 3.1. Je zřejmé, že prvních pět hodnot sleduje lineární trend, taktéž vyneseny v grafu. Další hodnoty jsou již pravděpodobně ovlivněny vlivem odporu vzduchu. Členitá neaerodynamická struktura setrvačnicku s nijak nezakrytými maticemi se při vyšších otáčkách začíná chovat jako radiální ventilátor, což se projevuje exponenciálním růstem odporu vzduchu. Lineární část dat je tedy popsána polynomem prvního stupně, uvedeném v rovnici 3.16. Výsledný koeficient tření lze získat derivací tohoto polynomu, provedenou v rovnici 3.17. V tabulce 3.4 jsou uvedeny parametry systému s jedním setrvačnickem využívané v simulacích.

$$f(x) = 2,3604 \cdot 10^{-6} \cdot x + 3,6202 \cdot 10^{-6} \quad (3.16)$$

$$F_s = \frac{df(x)}{dx} \cdot \frac{2\pi}{60} = 2,3604 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{2\pi}{60} [Nm/rad] \quad (3.17)$$

Tabulka 3.3: Výsledky experimentu pro estimaci tření setrvačnicku.

RPM	Proud [A]	Třecí moment [mNm]
500	0,05	1,3
800	0,07	1,9
1000	0,09	2,4
1300	0,11	2,9
1600	0,15	4
1800	0,21	5,6
2000	0,19	7,7

Tabulka 3.4: Výčet hodnot parametrů systému.

Parametr	Popis parametru	Hodnota
$m_c$	Hmotnost celého systému	843 [g]
$J_c$	Moment setrvačnosti celého systému	0,0128 [kg · m <sup>2</sup> ]
$F_c$	Tření celého systému	0 [Nm/rad]
l	Vzdálenost těžiště v osách x a y od osy rotace	0,075 [m]
$J_s$	Moment setrvačnosti setrvačnicku	294,88 · 10 <sup>-6</sup> [kg · m <sup>2</sup> ]
$F_s$	Tření setrvačnicku	2,4718 · 10 <sup>-7</sup> [Nm/rad]

## 3.5 Simulační obvod

Pro účely testování metod řízení a překlopení přes hranu bylo vytvořeno simulační schéma v prostředí Simulink. Schéma bylo odvozeno z výsledných diferenciálních rovnic metodou snižování řádu derivace.

### 3.5.1 Okrajové podmínky

Výsledné diferenciální rovnice předpokládají možnost změny úhlu v celém rozsahu  $< 0; 2\pi > rad$ , což není ovšem u reálného modelu možné, jelikož je zde přítomné omezení ve formě podložky. Bylo tedy nutné definovat, jak se má model chovat při dosažení krajních hodnot  $q_1$  ( $\varphi_c$ ). Použití samotného omezení saturace integrátoru zde ovšem nestačí, protože i po dosažení např. úhlu  $\frac{\pi}{4} rad$  se na předcházejícím integrátoru bude stále integrovat rychlost ( $\dot{q}_1$ ). Bylo tedy nutné využít další přídatnou logiku, která v případě saturace integrátoru úhlu natočení kostky resetuje integrátor pro  $\dot{q}_1$ .

Další zavedené omezení bylo saturace rychlosti setrvačnicku, po jejímž dosažení již není schopen generovat moment, který je tedy opět po dosažení saturace příslušného integrátoru nulován.

### 3.5.2 Vložený šum

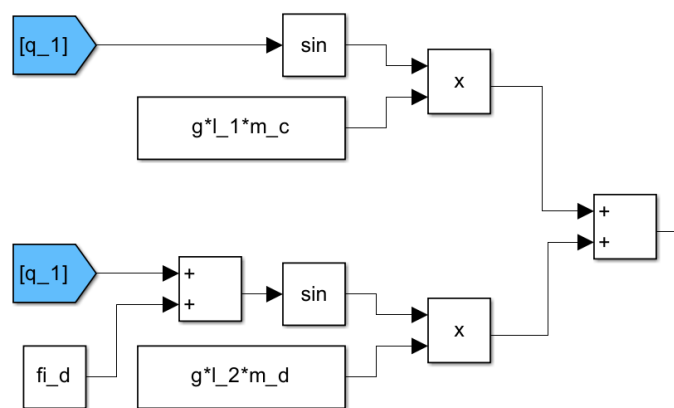
Ačkoliv model disponuje horní stabilní polohou, reálný systém je nestabilní. V horní poloze (stání na hraně) je nemožné jej bez vnější síly stabilizovat. Z tohoto důvodu bychom se při testování algoritmů řízení na takovémto modelu dopouštěli chyby, protože by bylo možné dosáhnout stabilního stavu s nulovou akční veličinou. Právě proto je k regulované veličině na výstupu přičítán malý šum, který způsobí nemožnost ustálit systém a řídicí veličinu zároveň.

### 3.5.3 Změna polohy těžiště

Pro větší variabilitu při testování řízení byla do modelu přidána možnost změny těžiště. Reálný model totiž nedisponuje těžištěm přesně uprostřed, a proto bylo vhodné zakomponovat tuto vlastnost i do modelu. Tohoto faktoru bylo docíleno za pomoci přidaného hmotného bodu promítnutého do potenciální energie systému. Uvažováním přidání hmotného bodu se základní vzorec pro potenciální energii 3.5 změní na vzorec 3.18.

$$E_p = m_c \cdot g \cdot l \cdot \cos(\varphi_c) + m_d \cdot g \cdot l_d \cdot \cos(\varphi_c + \varphi_d) \quad (3.18)$$

Zde  $m_d$  představuje hmotnost hmotného bodu,  $l_d$  délku ramene a  $\varphi_d$  offset úhlu ramene, na kterém se hmotný bod nachází. Ve výsledném simulačním schématu pak lze tuto změnu realizovat podobně jako na obrázku 3.2, kde je vyobrazen modelovaný člen diferenciální rovnice vycházející z potenciální energie. Tato změna se samozřejmě nepromítne do veškerých parametrů, například do momentu setrvačnosti systému. Tuto skutečnost však můžeme, vzhledem k povaze modelu, zanedbat.



Obrázek 3.2: Realizace změny polohy těžiště v simulaci.

### 3.6 Analýza překlopení

Simulace byla mimo jiné využita pro analýzu potřebných otáček, respektive rychlosti zabrzdění setrvačnicku pro překlopení kostky z jedné stěny na druhou. Manévr vychází z myšlenky, že při deceleraci setrvačnicku působí decelerační moment v opačném směru na celý systém. Tento moment lze vypočítat rovnicí 3.19.

$$M = J_s \cdot \ddot{\varphi}_s \quad (3.19)$$

Kde  $M$  je výsledný moment,  $J_s$  moment setrvačnosti setrvačnicku a  $\ddot{\varphi}_s$  jeho zrychlení respektive zpomalení. Průměrnou velikost  $\ddot{\varphi}_s$  lze vypočítat jako diferenci 3.20.

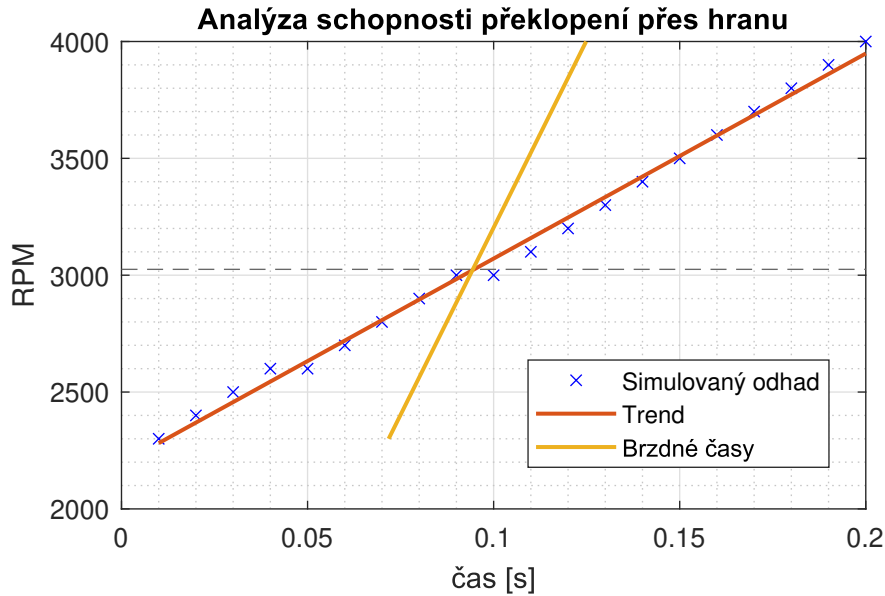
$$\ddot{\varphi}_s = \frac{\Delta \dot{\varphi}_s}{\Delta t} \quad (3.20)$$

Tímto způsobem byly vypočítány parametry pro momentový impuls vstupující do simulace. Byly vždy vyhledávány nejnižší možné otáčky setrvačnicku pro daný čas brzdění, které byly schopné simulovaný model překlopit. Čas byl volen v rozsahu od 10 ms do 200 ms.

Z rovnice 4.2 můžeme následně vyčíslit přibližnou velikost brzděného momentu a dále z rovnice 3.21 vyčíslit dobu, za jakou je brzda schopna zastavit setrvačnick s příslušnými otáčkami.

$$t_{brake} = J_s \frac{2\pi \cdot RPM}{60 \cdot M_{brake}} \quad (3.21)$$

Výsledná data jsou k vidění v grafu 3.2. Modře jsou v grafu vyneseny jednotlivé výsledky simulací, ze kterých byl následně zhotoven trend, jenž je vyobrazen oranžově. Žlutá čára poté značí dobu, za jakou je brzda schopna zastavit setrvačnick s příslušnými otáčkami. Průsečík těchto dvou polynomů dělí rozsah otáček horizontálně. Brzděním veškerých otáček v horním rozsahu (přibližně 3025 RPM a více) bychom měli docílit překlopení kostky s jedním setrvačnickem přes hranu.



Graf. 3.2: Analýza schopnosti překlopení pro systém s jedním setrvačником.

Ze získaných dat můžeme dále vypočítat ekvivalentní urychlující proud, což je proud potřebný pro vytvoření takového momentu, který by kostku překlopil zrychlením motoru, nikoliv brzděním setrvačnicku brzdou. Používali bychom tedy moment získaný brzděním otáček 3025 RPM za dobu 95 ms. Potom lze moment vypočítat dle rovnic 3.22 a 3.23.

$$\ddot{\varphi}_s = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3025}{60 \cdot 0,095} = 3334,49 \text{ [rad/s}^2\text{]} \quad (3.22)$$

$$M = 261,59 \cdot 10^{-6} \cdot 3334,49 = 0,983 \text{ [Nm]} \quad (3.23)$$

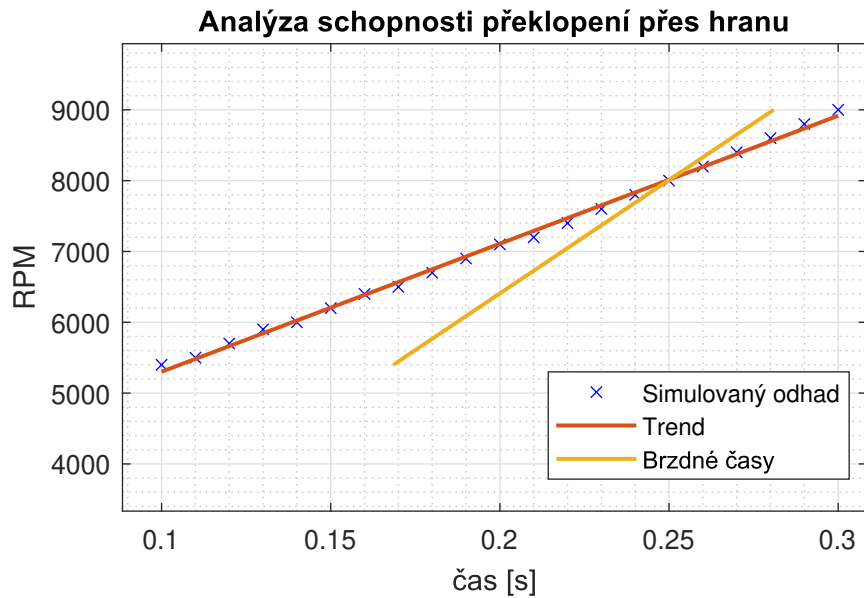
Ze znalosti proudové konstanty motoru vypočtené zde 5.1, lze pak snadno vypočítat potřebný proud pro vytvoření kýženého momentu.

$$I_m = \frac{M}{K_t} = \frac{0,983}{0,0265} = 37,1 \text{ [A]} \quad (3.24)$$

Tento proud je teoreticky dosažitelný, nicméně výrobce ESC udává, že horních proudových hranic (40 A) lze dosáhnout pouze je-li deska chlazena vzduchem z lopatek dronu. Kromě toho bylo po celou dobu vývoje, z důvodu ochrany komponentů, využíván k napájení laboratorní zdroj s nadproudovou ochranou, který je schopný dosáhnout proudu maximálně 3 A. Nakonec maximální proud využitého motoru je udáván na 30 A. Je pravděpodobné, že by motor tuto krátkodobou zátěž vydržel, nicméně dokumentace k tomuto typu motoru není příliš kvalitní a často se liší od prodejce k prodejci. Z těchto důvodů byl pro překlopení kostky přes hranu využit přístup s brzdou.

V konečné fázi byly do analýzy zadány parametry systému se všemi třemi setrvačnicku. Výsledná data jsou k vidění v grafu 3.3. Z těchto dat vyplývá, že pro překlopení tohoto systému se současným setrvačnickem a brzdou, by již byly třeba

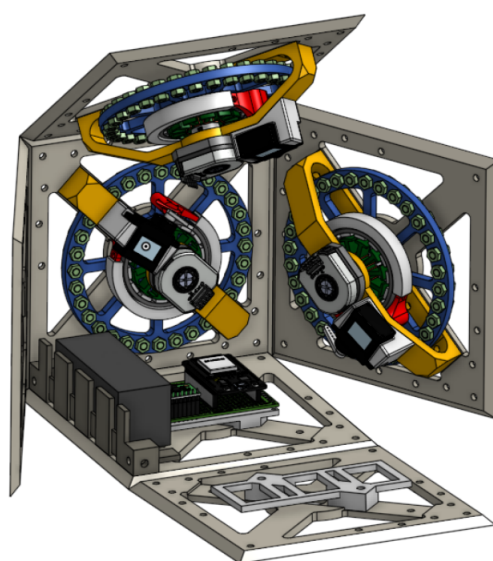
otáčky přibližně 8000 RPM. Tyto otáčky, mimo fakt, že již nespádají do rozsahu dosažitelných otáček využitých motorů, by taktéž mohly přinášet problémy pro nepřesně vyvážené setrvačníky. Proto byly veškeré experimenty překlopení prováděny na systému s jedním setrvačníkem.



Graf. 3.3: Analýza schopnosti překlopení pro systém se třemi setrvačníky.

## 4 Konstrukce systému

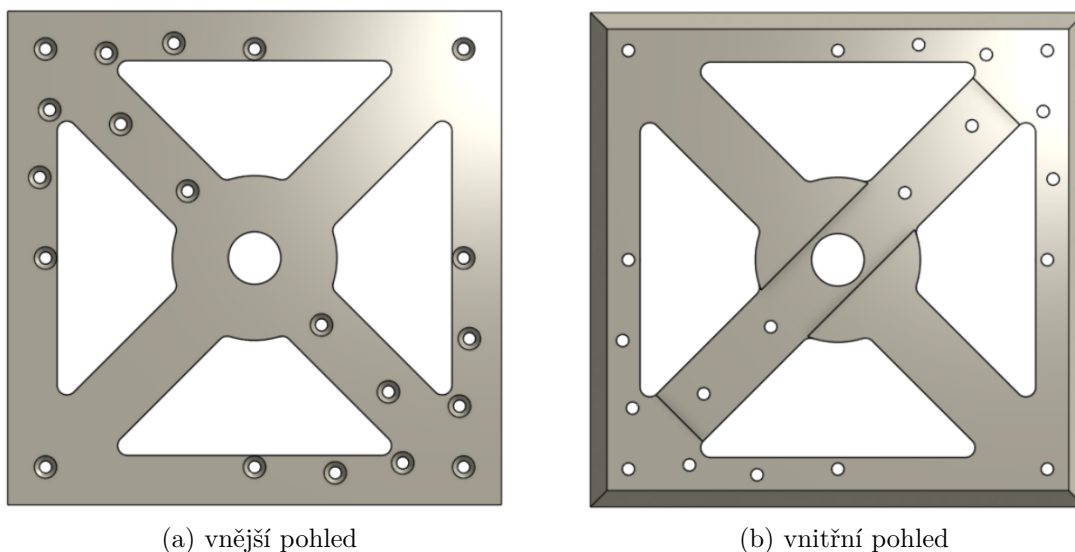
Konstrukce systému byla designována v softwaru Onshape. Byl zde proveden návrh všech neelektrických komponentů umožňující kompletní integraci hardwaru dovnitř kostky. Všechny komponenty byly tisknuty na FDM tiskárně z materiálu PLA, případně PETG. Základní uspořádání systému je k vidění na obrázku 4.1.



Obrázek 4.1: Konstrukce systému.

### 4.1 Rám

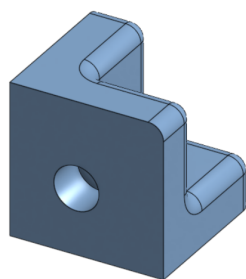
Základní rám kostky se skládá z šesti identických stěn (viz. obrázek 4.2) o hmotnosti přibližně 44 g. Délka hrany je 15 cm, základní tloušťka stěny je 5 mm ovšem na jedné úhlopříčce je 1,5 mm ubráno v místě, kde je upevněn akční modul. Stěny jsou opatřeny otvory pro spojení do krychle a pro připevnění dalších modulů. Otvory mají sražení pro zápusťné šrouby. Sražení je taktéž přítomno na hranách stěn, díky čemuž se spojí do téměř dokonalé ostré hrany.



Obrázek 4.2: Design stěny kostky.

### 4.1.1 Spoje

Spojení stěn bylo realizováno za pomoci rohu, tisknutém z materiálu PETG. Díl je vyobrazen na obrázku 4.3.a. Do každé ze tří stěn rohu byla páječkou zalisována vložka pro šroub se závitem M3 (viz. 4.3.b). Stěny byly těmito rohy spojeny vždy jedním šroubem v každém rohu stěny. Pro případ potřeby byly ve stěnách další otvory pro přídatné spojové díly, nicméně v průběhu všech experimentů nebylo více těchto dílů potřeba.



(a) design spojovacího dílu



(b) využití vložky

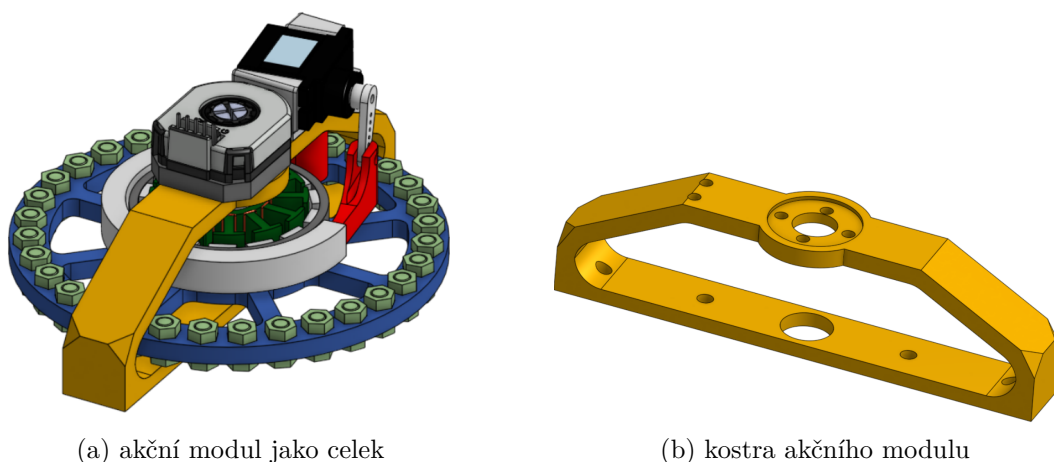
Obrázek 4.3: Díly využití ke spojení stěn.

## 4.2 Akční modul

Akční modul obsahuje veškeré pohyblivé části systému, tedy motor se setrvačnickem a servopohon brzdy. Pro umožnění balancování kostky na každé hraně, pří-



padně v budoucnu i na rohu musí systém obsahovat tři takovéto identické moduly. Konstrukce akčního modulu je k vidění na obrázku 4.4.a. Hmotnost jednoho plně osazeného modulu včetně servopohonu, enkodéru a všech maticek je 265 g.



Obrázek 4.4: Konstrukce akčního modulu.

### 4.2.1 Kostra

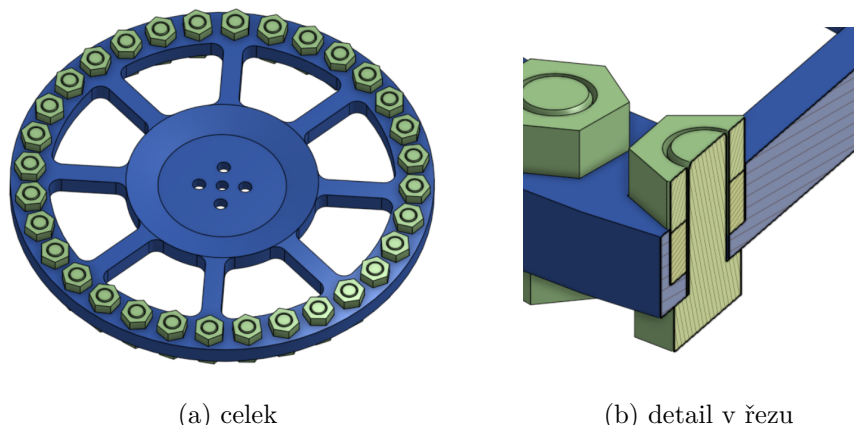
Kostra akčního modulu je jednoduchý portál (viz. 4.4.b) umožňující montáž všech potřebných komponentů. Připevnění ke stěnám kostky je realizováno opět závitovými vložkami, tepelně nalisovanými do kostry. V horní části uprostřed kostky jsou otvory pro montáž motoru a enkodéru. Nakonec jsou na jedné straně otvory pro připevnění servopohonu a brzdy.

### 4.2.2 Setrvačnick

Požadavky na setrvačnick zahrnují co největší moment setrvačnosti při zachování co nejmenší hmotnosti. Ze vzorce pro výpočet momentu setrvačnosti 4.1 vyplývá, že největší příspěvky mají hmoty vzdálené dále od středu otáčení. Optimální setrvačnick by tedy měl mít minimum hmoty uprostřed a největší váhu po svém obvodu.

$$J = \sum_{i=0}^{\infty} m_i r_i^2 \quad (4.1)$$

Tělo setrvačnicku bylo opět tištěno na 3D tiskárně. Ovšem vzhledem k tomu, že využitý materiál (PLA) má relativně nízkou hustotu, bylo třeba vytvořit setrvačnick kombinací více materiálů. Z tohoto důvodu bylo tělo designováno s otvory, do kterých je možné umístit matice M4 s šrouby. Do každého otvoru je možné umístit až dvě matice s jedním šroubem. To umožňuje upravovat moment setrvačnosti setrvačnicku dle potřeb, nicméně s ohledem na to, že výsledný model byl relativně těžký, využilo se setrvačnicku s plným obsazením otvorů. Setrvačnick byl připevněn přímo k rotoru motoru s pomocí čtyř šroubů. Konstrukce setrvačnicku spolu s detailním uložením matic a šroubu je k vidění na obrázku 4.5.



(a) celek

(b) detail v řezu

Obrázek 4.5: Konstrukce setrvačnicku.

### 4.2.3 Brzda

Pro brzdění setrvačnicku je možné využít mnoho metod. V původní práci byl představen systém zastavení pomocí tvarové brzdy [13]. K brzdnému účinku došlo díky kolizi výstupku na setrvačnicku a bariéry připevněné k servopohonu. Výhodou tohoto řešení je, že k zastavení dojde víceméně okamžitě, a to generuje dostatek momentu pro překlopení. Nicméně taktéž zde dochází k velkým rázům, a vysoké koncentraci energie do malého bodu, což není vhodné pro konstrukci vyrobenou z PLA na 3D tiskárně.

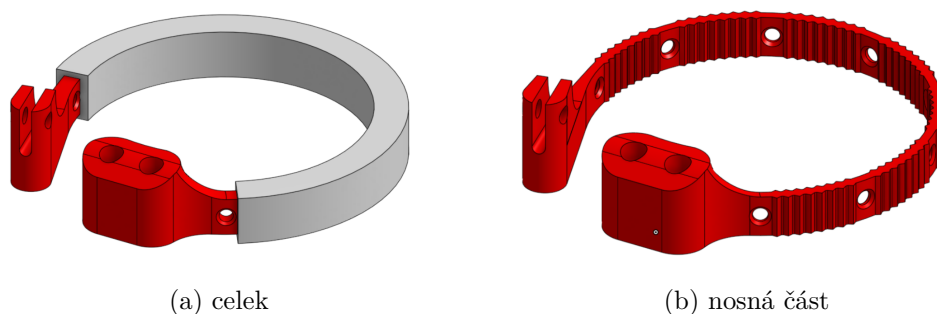
Druhým způsobem využitým například zde [5], je brzdění pomocí špalíkových brzd, podobným těm na cyklistickém kole. Toto řešení se jeví jako jedno z nejoptimálnějších, protože je zde možné řídit působící moment jak rychlostí setrvačnicku tak brzdným časem. Nicméně je zde třeba kontaktní plocha na setrvačnicku a relativně velké množství prostoru, což nejlépe umožňuje konstrukce kostky z kovu, který umožňuje malou tloušťku stěn. Podobně je na tom konstrukce setrvačnicku, která je ve zmíněné práci taktéž z kovu.

Další řešení brzdy bylo představeno v práci [18], kde je k zastavení setrvačnicku využito elektromagnetu působícího na setrvačnick z magnetického materiálu. Ve zprávě ovšem není uvedeno, jak robustně takový systém funguje.

V této práci bylo využito principu pásové brzdy. Ten je založen na konstrukci, kde je okolo rotační části systému umístěn pogumovaný pružný pás a v okamžiku brzdění je tento pás utážen okolo rotoru, na který poté působí brzdný moment definovaný vztahem 4.2.

$$M = r \cdot F(e^{\mu\beta} - 1) \quad (4.2)$$

Kde  $M$  je výsledný brzdý moment,  $r$  průměr rotoru,  $F$  brzdná síla servo motoru,  $\mu$  koeficient tření a  $\beta$  úhel opásání. Taková brzda se vyznačuje svými samosvornými schopnostmi, kdy při brzdění pohyb rotoru brzdu stahuje ještě více. Hlavní nevýhodou tohoto řešení je, že tento typ brzdy umožňuje brzdění pouze v jednom směru otáčení [27]. Naopak výhodami jsou jednoduchá konstrukce a velice skladné zástavbové rozměry.

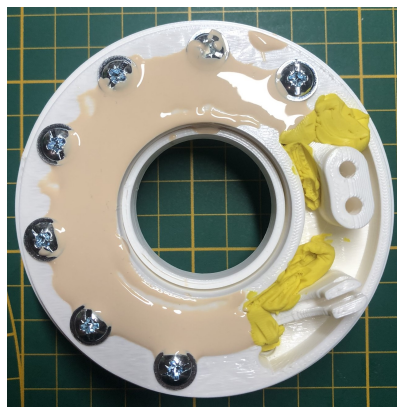


Obrázek 4.6: Konstrukce brzdného pásku.

### Realizace

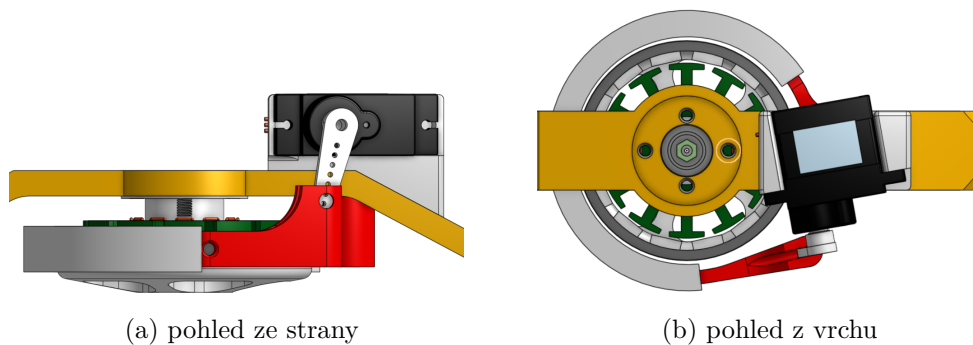
Konstrukce brzdného pásku je k vidění na obrázku 4.6. Jeho nosná část 4.6.a je tisknutelná na 3D tiskárně, je tedy snadná na výrobu, levná, relativně pružná a zároveň dostatečně pevná. Nosná část má v sobě designované otvory a povrch je strukturovaný pro lepší uchycení druhé části brzdy tvořené silikonem. Silikonová vrstva je zde pro zvýšení koeficientu tření mezi rotorem a brzdou. Využit byl dvousložkový kaučuk Lukopren N1522 s tvrdostí na shorově stupnici 53–55 °ShA [9].

Silikon byl nanášen s pomocí formy tištěné taktéž na 3D tiskárně (viz. 4.7). Nosný pásek byl do formy umístěn, zajištěn plastelínou a zalit namíchaným silikonem s katalyzátorem. Po vytvrdnutí byla spodní část formy oddělena uvolněním šroubů a celý pásek ošetřený silikonem mohl být vytlačen ven.



Obrázek 4.7: Brzdny pásek zalitý silikonem ve formě.

Nosný pásek je opatřen dvěma otvory pro kovové vložky s závitem M3, které jsou poté využity k montáži na rám akčního členu systému. Brzda je společně s držákem servomotoru připevněna dvěma šrouby. Umístění brzdy se servopohonem je k vidění na obrázku 4.8.



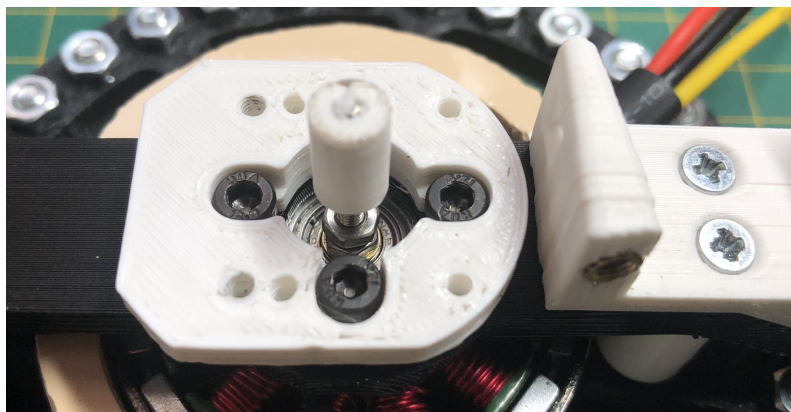
(a) pohled ze strany

(b) pohled z vrchu

Obrázek 4.8: Detailní montáž brzdy a servopohonu.

#### 4.2.4 Spojení s enkodérem

Pro spojení rotoru motoru s enkodérem byl využit vnitřní závit ložiska na zadní straně motoru sloužící k připevnění rotoru ke statoru. Přítomný šroub byl nahrazen závitovou tyčí, na kterou byly umístěné dvě matky s jednou pružnou podložkou mezi, která zamezuje jejich povolení. Tyto matky realizují tvarové spojení rotoru se státorem. Na konec závitové tyče byla nalisována tištěná redukce sloužící k spojení rotoru s enkodérem. Závitová tyč byla navíc k rotoru zajištěna lepidlem na závity, aby nedocházelo k jejímu uvolňování vlivem vibrací a rázů. Detail tohoto provedení je k vidění na obrázku 4.9. Mimo jiné je na tomto obrázku také vidět, jakým způsobem je připevněna brzda a držák servopohonu (stříbrné šrouby vpravo) a samotný motor setrvačnicku s plochou pro enkodér (černé šrouby uprostřed).

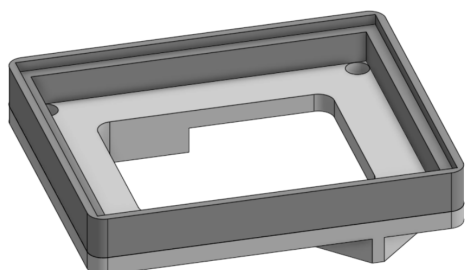


Obrázek 4.9: Uchycení enkodéru.

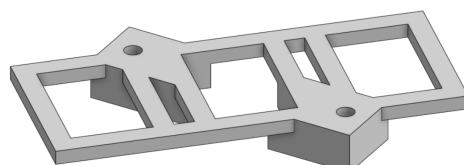
### 4.3 Další díly

Pro kompletní a modulární umístění veškerého HW dovnitř kostky bylo navrženo a vytisknuto několik dalších dílů. Spadají do nich uchycení servopohonu (obrázky 4.8 a 4.9) a díl pro uchycení enkodéru (k vidění na obrázku 4.9). Dále jsou to díly

sloužící k připevnění řídicích desek, které je možné připevnit do slotů pro akční modul na stěnách kostky. Na obrázku 4.10.a se nachází díl umožňující připevnění desky s MCU, IMU a měničem napětí společně s distanční podložkou. Na obrázku 4.10.b je vyobrazen díl sloužící k připevnění až tří ESC jednotek pomocí stahovacích pásek. Nakonec díl viditelný na obrázku 4.11 slouží k připevnění Li-Pol baterie systému pomocí stahovacích pásek a zároveň nahrazuje dva spojové rohové díly.

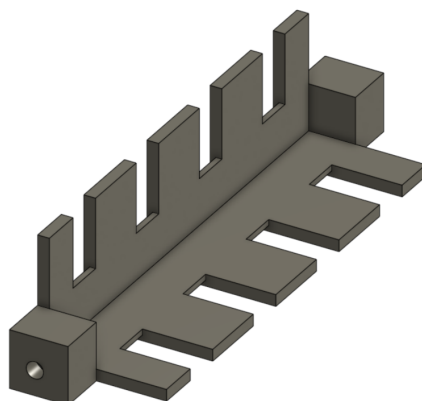


(a) podstava pro hlavní řídicí DPS



(b) podstava pro ESC

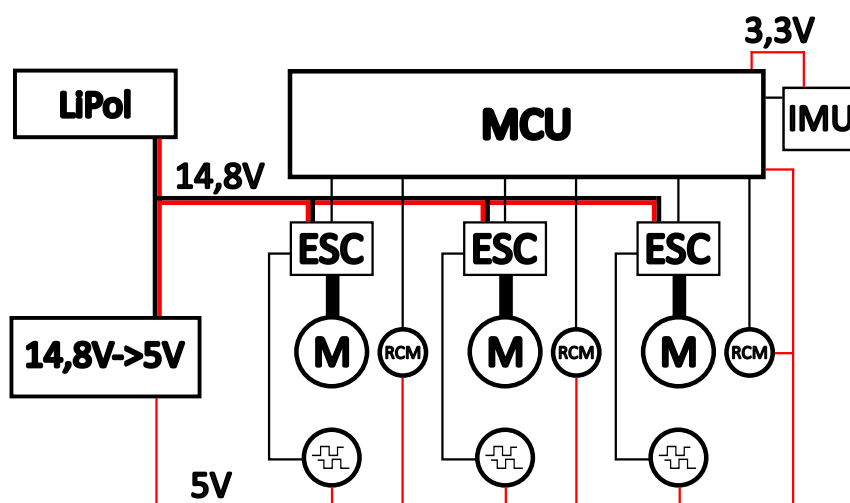
Obrázek 4.10: Díly pro montáž řídicích desek.



Obrázek 4.11: Díl k připevnění Li-Pol baterie.

## 5 Použitý hardware

### 5.1 Blokové schéma zapojení



Obrázek 5.1: Blokové schéma systému.

Na obrázku 5.1 je vyobrazeno blokové schéma elektronické části kostky. Obvod by se dal rozdělit na několik částí. Napájecí část se skládá z baterie a převodníku napětí. Řídicí část obvodu obsahuje MCU a IMU a akční část obsahuje motor pro pohon setrvačníku, jednotku řízení rychlosti (ESC), RC servopohon (RCM) pro brzdění setrvačníku a enkodér pro snímání rychlosti otáčení setrvačníku. Dále jsou v obrázku zakresleny celkem tři napájecí větve. Výkonová část, tedy motory setrvačnicků jsou napájeny přímo z baterie napětím 14,8 V. Toto napětí je měničem sníženo na 5 V a dále slouží k napájení desky s procesorem, RC servo motorů a enkodérů. Jednotka IMU je napájena pracovním napětím ESP32 procesoru, tedy 3,3 V.

### 5.2 Řídicí procesor

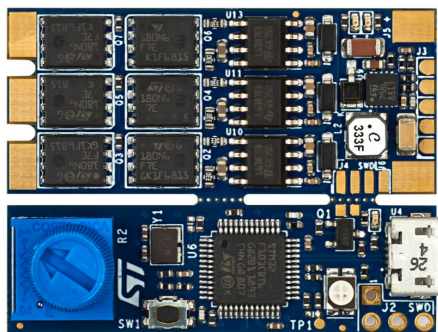
Do role hlavní řídicí jednotky byla zvolena vývojová deska ESP32-DevKit V1 s modulem ESP-WROOM-32. Modul obsahuje dvě jádra, která mohou být řízena nezávisle a frekvence CPU dosahuje až 240 MHz. Dále umožňuje komunikaci skrz Wi-Fi

a Bluetooth a poskytuje mnoho dalších periférií, jako kapacitní dotykové senzory, rozhraní pro SD kartu, ADC, DCA, Ethernet, SPI, UART, I2C a I2S. Modul obsahuje celkem 30 GPIO.

Operační napětí modulu je 3,3 V, nicméně napájení může být realizováno přes micro-USB port či VIN pin, k nimž je připojen napěťový regulátor, který reguluje napětí v rozsahu 5–20 V na právě 3,3 V.

## 5.3 Jednotka řízení rychlosti motoru

Pro řízení motoru je využit vývojový kit B-G341-ESC1, založený na mikrokontroleru STM32G431CB. Kit slouží k řízení tří-fázových BLDC motorů proudem až 40 A. Deska se skládá z hlavní výkonové části a dceřiné desky obsahující ST-link V2-1, který umožňuje snadné připojení micro-USB a programování. Dceřiná deska může být posléze oddělena, tím se ale možnost programování komplikuje. Na obrázku 5.2 je ESC jednotka vyobrazena. Mimo jiné deska poskytuje možnost připojení senzoru natočení (HALL, inkrementální, SPI), CAN rozhraní pro komunikaci a bočníkové rezistory pro měření fázových proudů.



Obrázek 5.2: Jednotka elektronického řízení rychlosti motoru B-G431B-ESC1.

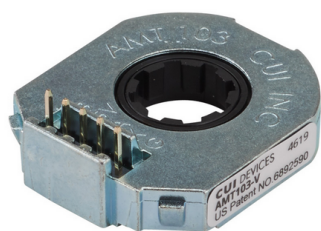
## 5.4 Enkodér

Pro snímání otáček byl využit enkodér AMT103-V (viz. obrázek 5.3.a). Jedná se o kapacitní inkrementální kvadrurní enkodér s index pinem. Enkodér má relativně kompaktní rozměry a dostatečné rozlišení, které lze posuvnými přepínači nastavit v rozsahu 48–2048 pulzů na otáčku (PPR – Pulse Per Revolution).

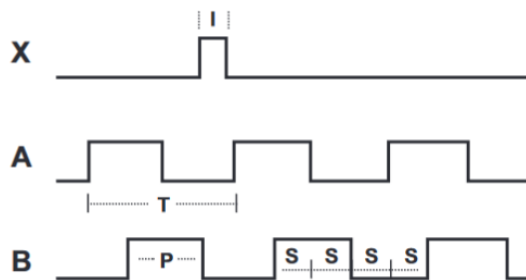
### 5.4.1 Inkrementální enkodéry

Výstupem z inkrementálního enkodéru je série pulzů podobná tomu na obrázku 5.3.b. Ze znalosti počtu pulzu na mechanickou otáčku poté můžeme určit relativní úhel natočení a rychlost. Například při 2048 PPR je úhel natočení mezi jednotlivými





(a) vzhled



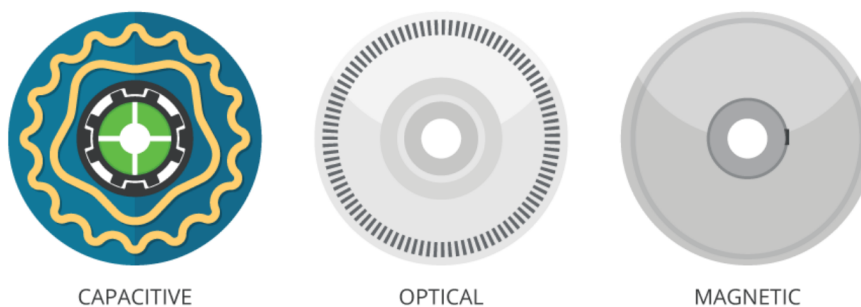
(b) průběh signálů na jednotlivých fázích

Obrázek 5.3: Kapacitní enkodér AMT103-V.

pulzy přibližně  $0,176^\circ$ . Pokud v inicializační proceduře nalezneme i pozici indexového pulzu X, můžeme pak relativně přesně určovat i absolutní polohu rotoru. Dále můžeme za pomoci fázového posunutí signálu A a B určit i směr otáčení.

Přesnost inkrementálního enkodéru můžeme zvýšit využitím kvadraturního režimu enkodéru. V tomto režimu nejsou počítány pouze náběžné hrany signálu A a B, nýbrž i sestupné. Je tedy detekována každá změna signálu. V tomto režimu poté mluvíme o CPR (Counts Per Revolution), kde  $CPR = 4 \cdot PPR$ . Výsledkem toho je možnost snížit nejmenší rozeznatelný úhel enkodéru s 2048 PPR až přibližně na  $0,0439^\circ$ .

## 5.4.2 Princip kapacitních enkodérů



Obrázek 5.4: Porovnání rotorových disků enkodérů [32].

Enkodér fungující na kapacitním principu se skládá z rotoru, stacionárního vysílače a stacionárního přijímače (porovnání rotorů enkodéru je k vidění na obrázku 5.4). Rotor obsahuje sinusový vzor, který při otáčení ovlivňuje vysokofrekvenční signál z vysílače. Signál je modulován předvídatelným způsobem a rozdíly kapacitance jsou měřeny a vyhodnoceny přijímačem. Kapacitní enkodéry jsou oproti optickým robustnější a odolnější vůči nečistotám, poskytují vysokou přesnost, široký rozsah pracovních teplot, kompaktní rozměry, nízký odběr, ale především umožňují manuální nastavení PPR, což u optických možné není [32].



## 5.5 BLDC motor

Pro pohon setrvačnicku byl využit motor 5010 BLDC out-runner v konfiguraci 12N14P (tedy 14 pólů a 12 pólových nástavců). Označení 5010 je určeno rozměry motoru, jedná se totiž o motor s vnějším průměrem 50 mm a výškou z profilu 10 mm. Volba tohoto motoru byla založena na vyšším počtu pólů, respektive nižší motorově konstantě, která pro tento motor činí 360 KV. Motory s větším počtem pólů mají hladší chod při nižších otáčkách a větší moment, což je při tomto typu využití žádoucí.

Značení 360 KV je rychlostní konstanta motoru. Udává počet otáček motoru (v RPM) bez zátěže pro připojené napětí 1 V (peak-peak). Z této hodnoty můžeme dále dle vzorce 5.1 vypočítat momentovou konstantu motoru udávající produkovaný moment na 1 A.

$$K_t = \frac{60}{2 \cdot \pi \cdot K_v} = \frac{60}{2 \cdot \pi \cdot 360} = 0,0265 [Nm \cdot A] \quad (5.1)$$

## 5.6 Inerciální měřící jednotka

Ke snímání orientace systému v prostoru byla využita inerciální měřící jednotka (IMU – Inertial Measurement Unit). Konkrétně modul s čipem MPU6050. Jedná se o modul kombinující 3osý akcelerometr, 3osý gyroskop a řídicí a vyhodnocovací obvody. Tvoří tak systém známý jako MEMS. V kontextu této práce nám zmíněná konfigurace umožňuje snímání absolutních hodnot náklonu kolem os x a y a relativní snímání okolo osy z.

### 5.6.1 MEMS

MEMS (Mikro-Elektro Mechanické Systémy) označuje obecně spojení běžně známých mikro-elektronických systému (senzorů, řídicí a vyhodnocovací techniky) a mikro-mechanických systémů (mechanických elementů, akčních členů), vytvořených různými technologiemi na jednom křemíkovém substrátu [37].

#### Akcelerometr

Akcelerometr sloužící ke snímání lineárního zrychlení v prostoru se skládá z tří hmot pružně spojených s rámem. Osy pohybů těchto hmot jsou na sebe kolmé, díky čemuž senzor pokrývá celý tří-dimenzionální prostor. Při působení dynamických účinků na senzor dochází vlivem setrvačnosti k relativnímu pohybu hmot vůči rámu. Tento pohyb je snímán jako rozdíl kapacity kondenzátorů vzniklých z rámu a pohyblivých hmot [24]. MPU6050 může takto snímat zrychlení ve volitelném rozsahu od  $\pm 2g$  do  $\pm 16g$ . Je nutné podotknout, že takovýto akcelerometr snímá i přirozené gravitační zrychlení.

S pomocí akcelerometru je možné odhadnout výslednou orientaci systému v prostoru za pomoci vzorců 5.2 a 5.3.

$$Angle_x = atan2(a_y, a_z) \quad (5.2)$$

$$Angle_y = atan2(-a_x, \sqrt{a_y^2 + a_z^2}) \quad (5.3)$$

Metoda vychází z klidového stavu akcelerometru (v případě, že na senzor působí pouze gravitační zrychlení), a proto je při rychlých dynamických účincích zatížena chybou. Dále akcelerometry postihují chyby ve formě trvalého ofsetu, který je nutné od výsledku odečíst a vysokofrekvenčního šumu. Kromě toho též není možné pouze z akcelerometru určit úhel natočení kolem osy z.

## Gyroskop

Gyroskop sloužící k měření rychlosti otáčení funguje na principu Coriolisovy síly. Konstrukci tvoří konstantně vibrující hmota, pružně připevněná k rámu ve dvou osách. V případě klidového stavu vibruje tato hmota pouze ve směru jedné osy. Pokud ovšem dojde k otáčivému pohybu, začnou na hmotu působit Coriolisovy síly, které způsobí vibraci hmoty v obou směrech. Velikost tohoto posunutí je opět snímána jako změna kapacity kondenzátorů [24]. Citlivost gyroskopu může být nastavena od  $\pm 250$  do  $\pm 2000$  stupňů za sekundu.

Vzhledem k tomu, že gyroskop poskytuje přímo informaci o rychlosti otáčení v daném směru, je relativně snadné pouhou integrací této hodnoty získat relativní úhel natočení. V případě diskrétního času například podle vzorce 5.4

$$Angle_x = Angle_x + gyro_x \cdot \Delta t \quad (5.4)$$

Výstup z gyroskopu je ovšem běžně zatížen chybou v podobě časově proměnného ofsetu. Tento ofset se do výsledného úhlu natočení postupně integruje a způsobuje tzv. gyroskopický drift, který zapříčiňuje, že samotné využití gyroskopu není možné.

### 5.6.2 Filtrace dat

Z výše uvedených chyb je zřejmé, že samotný akcelerometr či gyroskop nejsou pro vyhodnocení orientace v prostoru vhodné, a proto se využívají mnohé metody (filtry), které kombinují výhody těchto dvou senzorů a eliminují jejich nevýhody.

#### Komplementární filtr

Nejjednodušší možný filtr kombinuje výstupy z akcelerometru a gyroskopu díky horní a dolní propusti. Data z akcelerometru jsou vzhledem k jeho malé přesnosti při rychlých změnách filtrována dolní propustí, data z gyroskopu naopak. Diskrétní podoba filtru, odvozená například zde [5], má podobu vzorce 5.5.

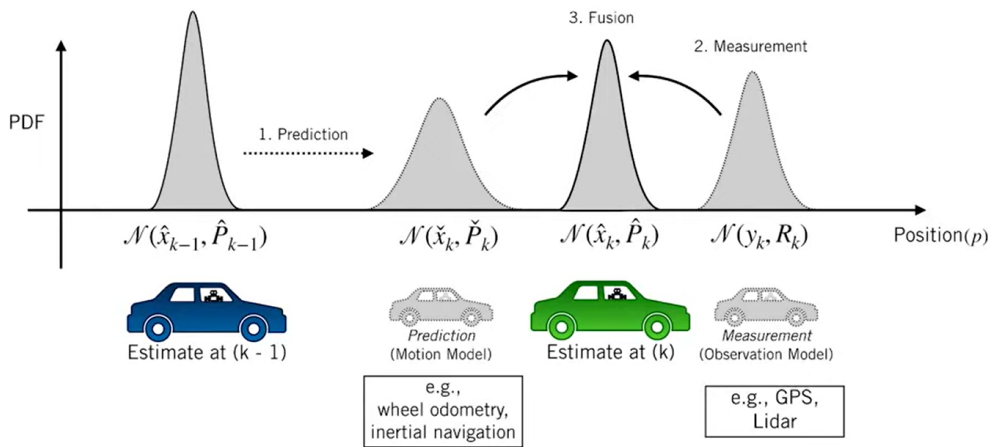
$$\theta_{[n+1]} = \theta_{acc,[n]} \cdot \alpha + (1 - \alpha) \cdot [\theta_{[n]} + T \cdot \theta_{gyro,[n]}] \quad (5.5)$$

Kde  $\theta$  je výsledná hodnota úhlu,  $\theta_{acc}$  odhad úhlu z akcelerometru,  $\alpha$  filtrační koeficient a  $\theta_{gyro}$  odhad úhlu z gyroskopu. Filtrační koeficient se běžně nastavuje kolem hodnoty 0,99.

## Kalmanova filtrace

Další pokročilejší metodou filtrace je Kalmanův filtr. Jednoduše se jedná o predikční algoritmus využívající se v mnoha aplikacích, jako například filtraci stacionárních signálů, odstranění bílého i barevného šumu, zpřesnění měřených hodnot, odhad budoucnosti a podobně [38].

Kalmanův filtr je často využíván k odhadu či korekci veličin, které nelze přesně měřit. Činí tak ve dvou krocích, z nichž prvním je predikce a druhý korekce. V predikci je nejprve odhadnuta sledovaná veličina na základě modelu (například odometrie, výstup z IMU, ...) a dále je provedena korekce této veličiny na základě modelu pozorovatele (Lidar, GPS, gyroskop) [36]. Tento princip je také vyobrazen na obrázku 5.5.



Obrázek 5.5: Princip fungování Kalmanova filtru [36].

## DMP

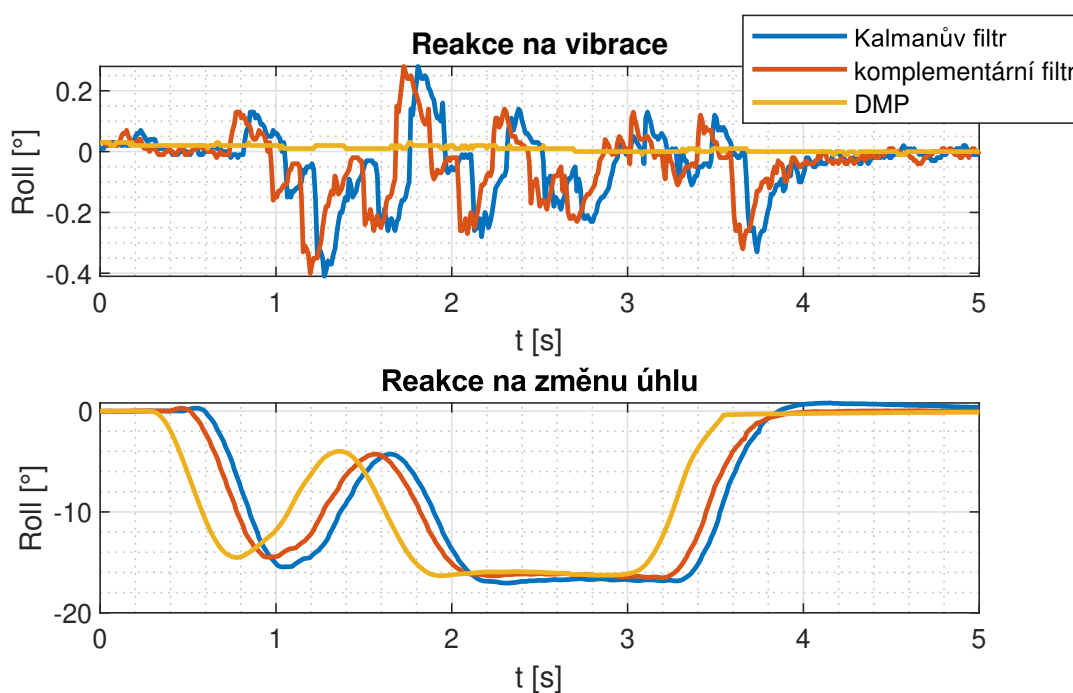
Výše uvedené filtrační metody je samozřejmě možné realizovat na hlavním MCU, to ovšem znamená postupně vyčíst všechny potřebné hodnoty z registrů IMU a následně vypočítat a filtrovat potřebné úhly. Tato metoda zabírá výpočetní prostor MCU. Dalším důležitým faktorem je rozhodnutí, jak přesná data potřebujeme, tudíž jaký filtr využít. Spousta IMU včetně MPU6050 však poskytuje integrovaný DMP (Digital Motion Processor), ve kterém jsou realizovány všechny aritmetické operace, včetně vypořádání se s ofsety. Konkrétně data DMP na MPU6050, uložená ve frontě FIFO, obsahují informaci o orientaci v prostoru ve formě kvaternionu [28], data z akcelerometru a gyroskopu (struktura fronty viz. obrázek 5.6).

Na obrázku 5.1 jsou vyobrazeny průběhy signálu z různých filtračních metod. Na signál byl aplikován komplementární filtr dle vzorce zde 5.5 a Kalmanův filtr, implementovaný v knihovně zde [2]. Poslední signál pochází z DMP nacházející se na desce IMU. V horním grafu je vyobrazena reakce na vibrace, kde signál z DMP vykazuje velice dobrou odolnost. Na druhou stranu signály z filtrů jsou relativně dosti citlivé. V dolní části je vyobrazena reakce na změnu úhlu, kde signál z DMP



Obrázek 5.6: Struktura FIFO fronty z DMP na MPU6050.

vykazuje opět nejlepších výsledků. Signál z komplementárního filtru má téměř stejný průběh, nicméně je o přibližně 200 ms opožděný. Kalmanův filtr poté reaguje ještě pomaleji, navíc signál z něj obsahuje drobné překmity. Nakonec oba signály z filtrů reagují při pohybu jedním směrem nejprve v opačném směru. Tato odchylka je sice pouze okolo  $0,1^\circ$ , ale v konečném důsledku i takto malá nepřesnost může způsobit, že se regulace odvozená od této veličiny stane nestabilní. Z výše uvedených výsledku vyplynulo, že nejvhodnější pro aplikaci na systém je využití signálu z DMP.



Graf. 5.1: Porovnání metod zpracování dat z IMU.

## 5.7 Servopohon brzdy

Pro svírání brzdy bylo využito RC servo. Tyto servopohony jsou dostupné v mnoha velikostech a samozřejmě i ve velice drobných, což je pro diskutované využití s omezeným prostorem příhodné. Řízení těchto pohonů je realizováno prostřednictvím

PWM modulace, kde střídání PWM signálu udává absolutní úhel natočení motoru v rozsahu 0–360°, případně 0–180°. Parametry vybraného servopohonu jsou uvedeny v tabulce 5.1.

Tabulka 5.1: Parametry servopohonu MG90S.

	4,8 V	6 V
Moment [kg/cm]	1,8	2,2
Rychlost [s/60°]	0,1	0,08
Rotační úhel [°]	180	
Hmotnost [g]	13,4	

## 5.8 Baterie

Pro napájení systému bylo taktéž nutné zvolit vhodný přenosný zdroj napětí. V dnešní době se vyskytují převážně v modelářské technice Lithium-Polymerové baterie. Jejich hlavní výhodou je možnost konstrukce tenkých měkkých článků o různých tvarech. Proto jsou vhodné pro využití v aplikacích s omezeným prostorem. Dalšími výhodami jsou nízká samovybíjecí schopnost, vysoká energetická hustota a dlouhá životnost [10].

Nominální napětí článku Li-Pol baterie je 3,6 V, avšak v závislosti SoC (State of charge – stav nabití) se toto napětí může pohybovat kdekoliv v rozsahu od 2,7 V do 4,2 V. Při překročení těchto hraničních hodnot často dochází k nenávratnému poškození článku. Li-Pol články se pro získání vyšších napětí zapojují do větších celků. V tomto případě pak mluvíme o bateriích 2S pro dva články sériově, 3S pro tři články sériově atd. Kapacita článků v Ah je poté dána objemem samotného článku, případně spojením více článků paralelně (2P, 3P, ...).

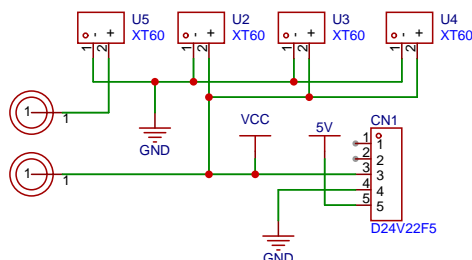
Pro diskutovaný systém byla zvolena baterie Drone LIPO 1350 mAh 4S. Jedná se tedy o baterii se čtyřmi články zapojenými sériově, jejichž celkové napětí se pohybuje v rozsahu 12 – 16,8 V. Baterie má hmotnost 170 g a rozměry 84 x 34,3 x 30,7 mm.

## 6 Elektrické zapojení

Elektrické zapojení systému bylo nakresleno v softwaru EasyEDA. Kompletní schéma je k vidění v příloze A.2. Schéma je rozděleno na několik dílčích částí z nichž některé jsou popsány níže.

### 6.1 Napájení

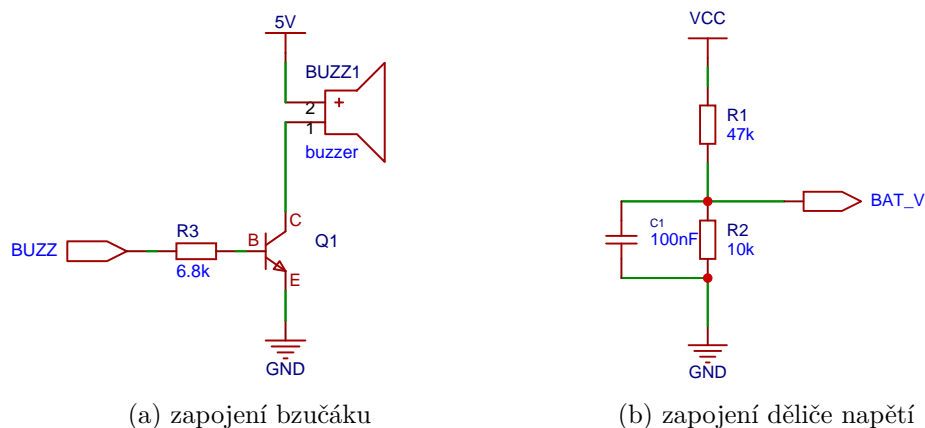
Napájení je realizováno z baterie konektorem XT60. Tytéž konektory byly zvoleny pro připojení ESC jednotek jednotlivých motorů. Mezi napájecím konektorem a zbytkem obvodu je cesta přerušena otvory pro připojení vodičů hlavního vypínače. Tato část je k vidění na obrázku 6.1. Napětí z baterie je také připojeno na kolíkovou lištu sloužící k připojení modulu měniče napětí. V tomto případě byl využit modul D24V22F5, který vstupní napětí 5,3–36 V stabilizuje na napětí 5 V. Modul je schopen dodávat do obvodu až 2,5 A.



Obrázek 6.1: Schéma zapojení napájecí části obvodu.

### 6.2 Zvuková signalizace

Pro účely zvukové signalizace byla deska opatřena aktivním piezoelektrickým bzučákem. Schéma zapojení bzučáku je k vidění na obrázku 6.2.a. Je řízen bipolárním NPN tranzistorem, spínaným jedním z programovatelných pinů procesoru.

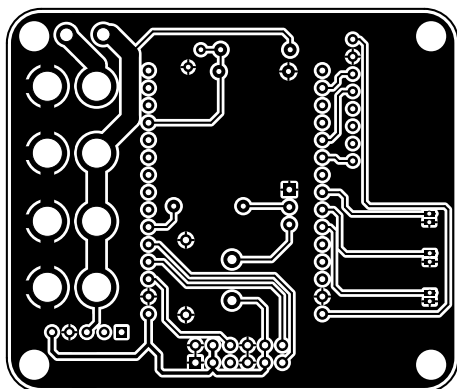


Obrázek 6.2: Schéma zapojení periférií.

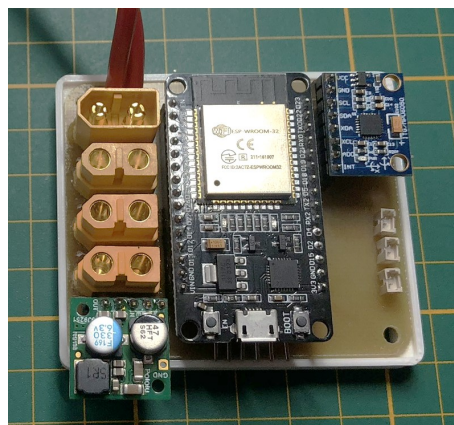
### 6.3 Měření stavu baterie

Vzhledem k tomu, že Li-Pol baterie může být poškozena přílišným vybíjením, je vhodné monitorovat stav jejího nabití. Toho zde bylo docíleno měřením napětí baterie analogovým vstupem MCU. Tyto vstupy však mají pracovní napětí maximálně 3,3 V, proto bylo napětí baterie před připojením na GPIO sníženo děličem napětí. Napětí baterie v rozsahu 12–16,8 V je tedy sníženo na napětí 2,105–2,947 V. Zapojení děliče je k vidění na obrázku 6.2.b.

### 6.4 Deska plošných spojů



(a) strana spojů DPS



(b) osazená DPS

Obrázek 6.3: Deska plošných spojů.

K systému byla v prvotní fázi vyrobena DPS z prototypového plošného spoje. Tato deska poskytovala možnost připojení a řízení pouze jednoho motoru se setr-

vačnikem. Nakonec byl ovšem v SW EasyEDA navržen plošný spoj vycházející ze schématu [A.2](#). Tato deska již poskytuje možnost připojení a řízení všech motorů. Navržená DPS je jednostranná využívající pouze technologii THT. Stranu spojů této desky společně s osazenou deskou lze vidět na obrázku [6.3](#).



## 7 Řízení systému

K řízení kostky při balancování na hraně bylo testováno několik algoritmů. Základ všech je ovšem regulátor typu PID, který se skládá ze tří členů. Tyto členy transformují vstupující regulační odchylku na akční zásah. Základní tvar takového regulátoru by mohl být psán jako v rovnici 7.1.

$$u(t) = K_1 e(t) + K_2 \int_0^t e(t) dt + K_3 \frac{de(t)}{dt} \quad (7.1)$$

Zde můžeme vidět, že se akční zásah skládá z prostého násobení, integrace a derivace regulační odchylky. Jednotlivými vahami  $K_1$ ,  $K_2$  a  $K_3$  pak určujeme intenzitu dílčích příčinění.

Pro implementaci PID regulátoru na MCU bylo ovšem nutné znát jeho diskretní podobu. V ní zůstává proporcionalní člen nezměněn, z integrace se stane sumace a z derivace diference. Takový regulátor někdy bývá značen jako PSD (Proporcionalně-Sumačně-Derivační), nicméně zde zůstaneme u značení PID. Tvar diskretního PID regulátoru je v rovnici 7.2.

$$u_{[n]} = K_1 e_{[n]} + K_2 \sum_{k=1}^n T e_{[k]} + K_3 \frac{e_{[n]} - e_{[n-1]}}{T} \quad (7.2)$$

Pro implementaci na MCU je zde zdánlivě problematická pouze sumační část, která v základním tvaru vyžaduje zapamatování všech předchozích hodnot regulační odchylky. Toto ovšem není nutné, stačí si pamatovat pouze jednu hodnotu, a to předchozí velikost sumy, ke které následně přičteme novou hodnotu regulační odchylky. Dále můžeme předpokládat, že čas vzorkování je konstantní a tím pádem můžeme hodnotu periody sloučit s konstantami  $K_2$  a  $K_3$ . Tento postup nám způsobí, že výsledné konstanty regulátoru nastavené v simulaci budou řádově odlišné od reálných, avšak se znalostí vzorkovací periody není obtížné je přepočítat. Kromě toho se práce nesnaží o co nepřesnější model, a z toho důvodu bude nezbytné ladit regulátor přímo na systému. Model slouží především k testování řídicích algoritmů a odhadu řádu konstant regulátoru. Výsledná struktura implementovatelná na MCU by tedy mohla mít tvar jako v rovnici 7.3.

$$u_{[n]} = K_1 e_{[n]} + K_2 (e_{sum} + e_{[n]}) + K_3 (e_{[n]} - e_{[n-1]}) \quad (7.3)$$

Ačkoliv PID regulátor v simulaci běžně funguje bezchybně, v reálných signálech se často vyskytuje šum. Tento šum nijak zvlášť neovlivní proporcionalní a integrační člen, nicméně způsobí, že derivační člen je ve své základní podobě často nepoužitelný.

Tudíž pokud je derivační člen využit, přidává se k němu často dodatečná filtrace. Dalším řešením může být úplné nahrazení jinou veličinou, která ovšem disponuje stejným charakterem. Kupříkladu v této práci bylo využito namontovaného IMU obsahující gyroskop, který nám přímo udává rychlost změny úhlu. Výsledná podoba implementovaného regulátoru má tedy tvar popsany v rovnici 7.4.

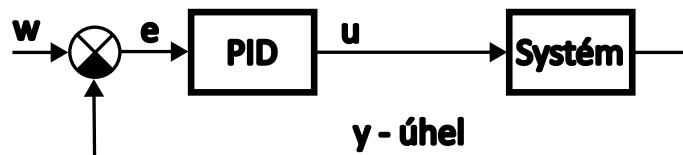
$$u_{[n]} = K_1 e_{[n]} + K_2 (e_{sum} + e_{[n]}) + K_3 \cdot gyro_{filtred} \quad (7.4)$$

$$gyro_{filtred} = \alpha \cdot gyro + (1 - \alpha) \cdot gyro_{filtred} \quad (7.5)$$

Výstup z gyroskopu bylo ovšem taktéž nutné filtrovat, podobně jako v rovnici 7.5, kde byla zvolena alfa o velikosti 0,74.

## 7.1 PID

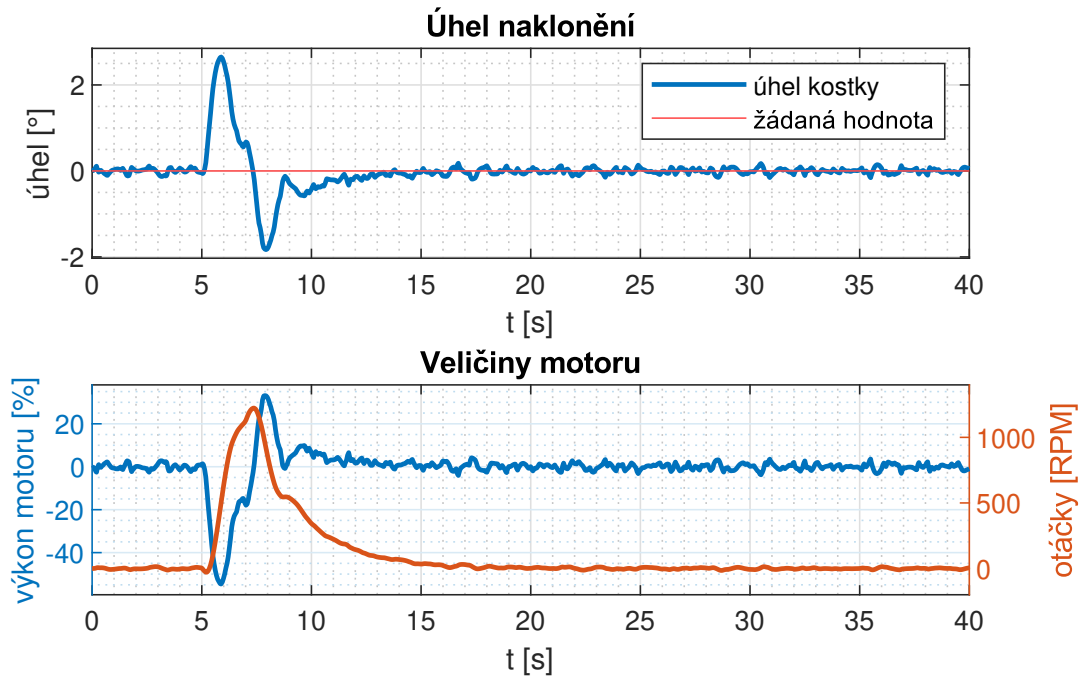
První testovaný řídicí algoritmus obsahoval pouze jediný PID regulátor, který byl zapojený do běžné zpětnovazební smyčky. Tento regulátor má na vstupu regulační odchylku úhlu a výstupem přímo řídí napětí na motoru.



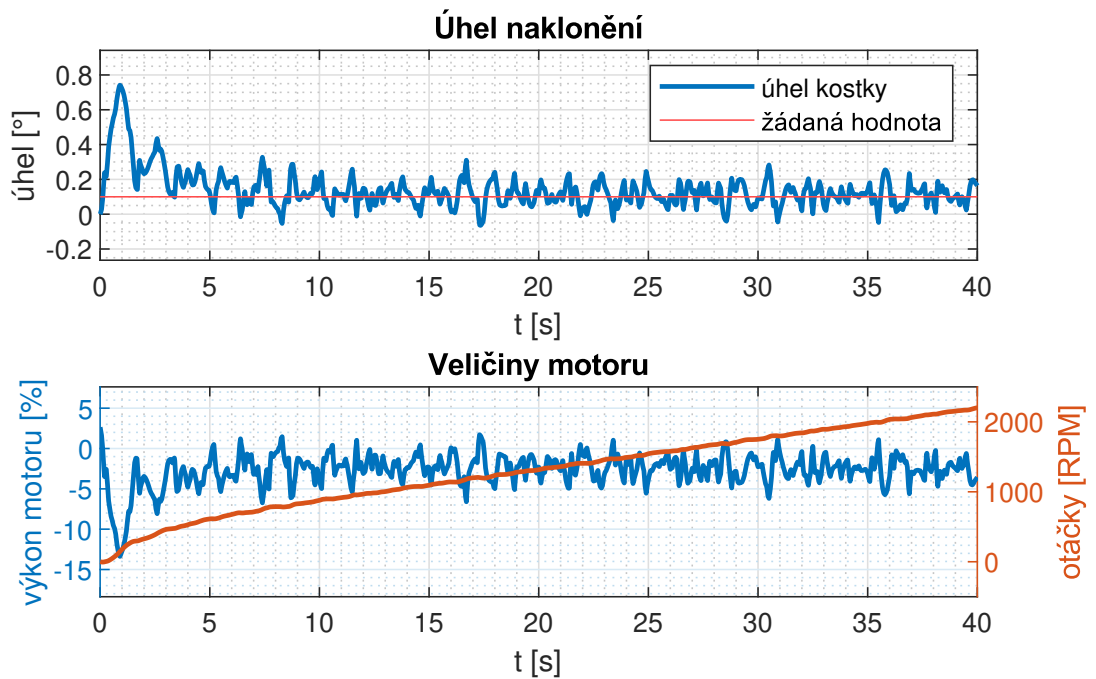
Obrázek 7.1: Blokové schéma regulace s PID.

Regulace byla nastavena a testována na simulačním obvodu popsaném v kapitole 3. V případě tohoto modelu je žádanou hodnotou  $w = 0$ . Průběh regulované veličiny, společně s žádaným výkonem motoru pro regulaci PID regulátorem, je k vidění na obrázku 7.1. V horní části je vyobrazen úhel natočení systému společně s žádanou hodnotou. V dolní je poté napětí na motoru v rozsahu  $-100-100\%$  společně s otáčkami setrvačnicku. Je zřejmé, že regulovaný obvod je stabilní a schopný vypořádat se s poruchou, vyskytující se v čase  $t = 5\text{ s}$ . Dochází zde sice ke kmitání kolem žádané hodnoty, což je ale způsobeno vlivem přidaného šumu, který přibližuje model realitě.

V regulaci, která je uvedena výše, známe přesnou polohu ekvilibria. Běžně by ovšem k takovému výsledku byla potřeba velice přesná kalibrace. Ve skutečnosti bude žádaná veličina nastavena přibližně v blízkosti ekvilibria, což může v konečném důsledku vyvolávat problémy. V grafu 7.2 jsou k vidění průběhy simulovaných veličin v případě, že je žádaná veličina vzdálená pouze  $0,1^\circ$  od reálného ekvilibria. Z grafu vyplývá, že systém se sice dokáže stabilizovat, ovšem pouze v konečném čase. Vzhledem k tomu, že snahou je stabilizovat systém mimo své ekvilibrium, bude nutné, aby na něj bylo neustále působeno momentem v jednom směru. Tento moment působící na systém samozřejmě neustále působí i na setrvačnicku, jehož otáčky se zvyšují. Nakonec přirozeně dojde k saturaci setrvačnicku a systém se stane nestabilním.



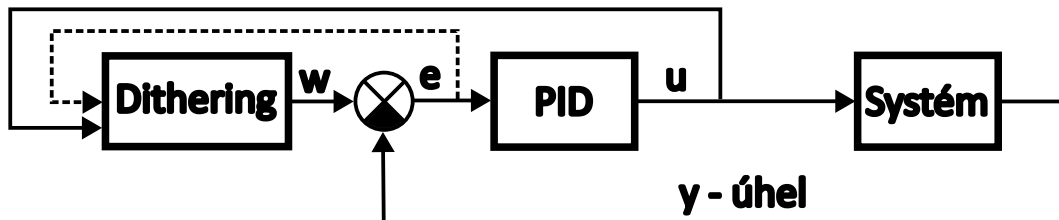
Graf. 7.1: Průběh regulace s PID regulátorem.



Graf. 7.2: Průběh regulace s PID regulátorem s nepřesnou žádanou hodnotou.

## 7.2 Dithering a PID

Výše uvedené problémy naznačují, že pro aplikaci na reálný systém by bylo vhodné aplikovat příklad komplexnějšího řízení. Jedním z jednodušších způsobů může být přidání řízeného šumu na žádanou hodnotu (nazýváno také dithering). Tento postup byl využit například zde [1]. Blokové schéma takového řízení je k vidění na obrázku 7.2. V principu se jedná o zpětnou vazbu, odvozenou od žádané hodnoty výkonu motoru, případně regulační odchylky, na základě které je následně upravena žádaná hodnota úhlu.



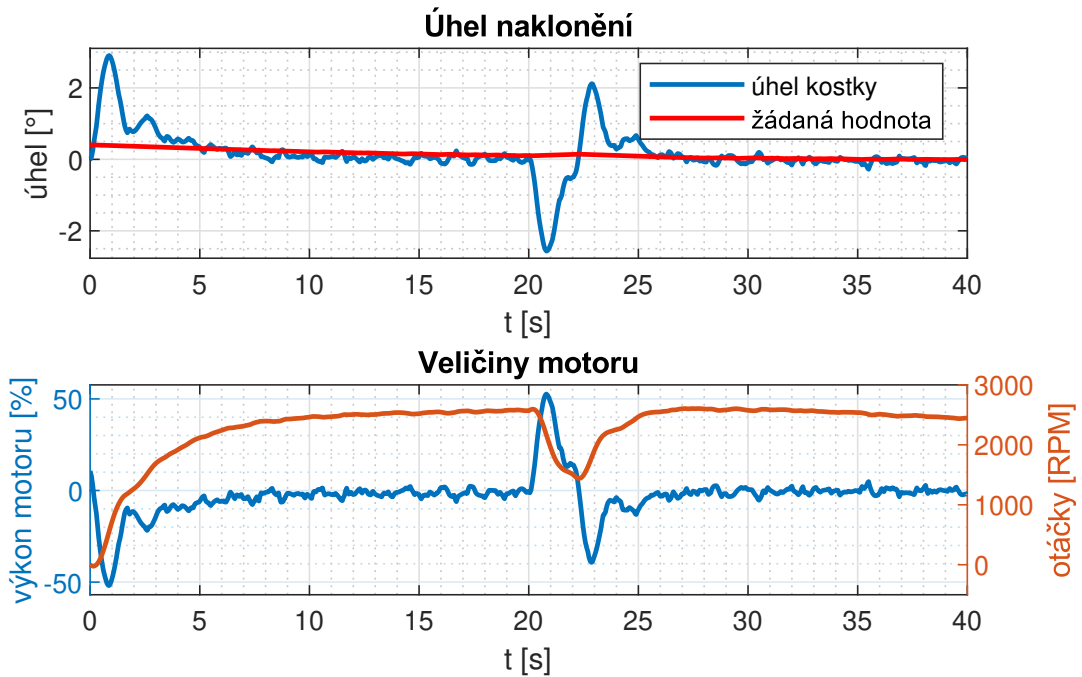
Obrázek 7.2: Blokové schéma regulace s PID a řízením žádané hodnoty.

```
1  if (u < 0) {  
2      w -= 0.0001;  
3  }  
4  else {  
5      w += 0.0001;  
6  }
```

Zdrojový kód 7.1: Příklad algoritmu řízení žádané hodnoty

Příklad algoritmu, který je skrytý v bloku dithering, je k vidění ve zdrojovém kódu 7.1. V zásadě je k žádané hodnotě pouze přičten či odečten inkrement na základě znaménka rozhodovací veličiny, v tomto případě řídicí veličiny. Nastavitelným parametrem poté může být velikost tohoto inkrementu.

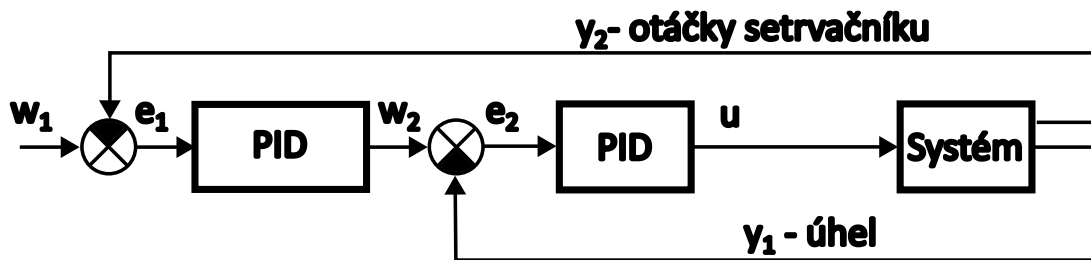
Průběh veličin systému řízeného PID regulátorem v kombinaci s ditheringem je k vidění na grafu 7.3. Počáteční žádaná hodnota byla nastavena na  $0,4^\circ$ . V prvních pěti sekundách je k vidění pozvolná změna žádané hodnoty až k  $0^\circ$ . Regulace se tedy vypořádala s nepřesně zadanou žádanou hodnotou. Dále je zřejmé, že schopnost modelu odolat poruše v čase  $t = 20\text{ s}$  zůstává nezměněna. Nicméně, ačkoliv je regulace stabilní, klidová rychlost setrvačníku se nepohybuje v blízkosti 0 RPM. Je možné, že tato vlastnost se na reálném systému vyskytovat nebude, protože ačkoliv otáčky nulové nejsou, řídicí veličina se v blízkosti nuly pohybuje. Proto uvedené chování může být způsobeno zanedbáním některých vlivů při odvozování matematického modelu.



Graf. 7.3: Průběh regulace s PID a řízením žádané hodnoty.

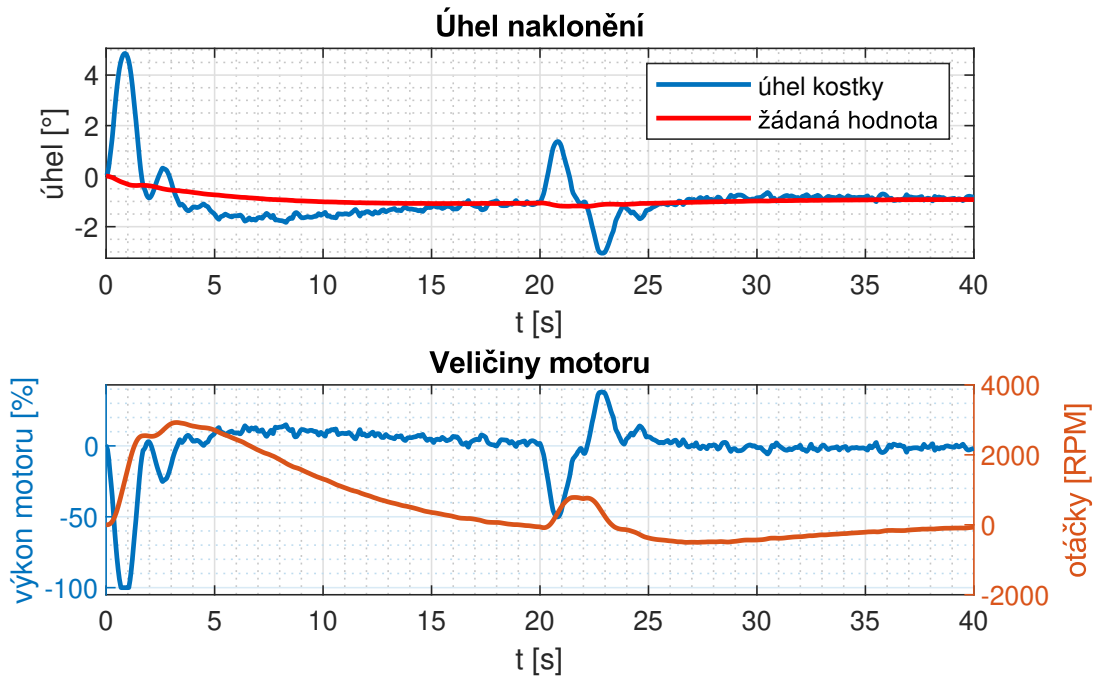
### 7.3 Regulační kaskáda

Posledním navrhovaným typem řízení je kaskádní regulace, jež je složena ze dvou PID regulátorů. V tomto případě vnější smyčka reguluje žádaný úhel systému v závislosti na otáčkách setrvačníku. Tento žádaný úhel systému následně vstupuje do druhé vnitřní smyčky, fungující stejným způsobem, jež byl popsán výše. Žádaná veličina  $w_1$  jsou poté žádané otáčky setrvačníku, v našem případě tedy 0 RPM.



Obrázek 7.3: Blokové schéma regulace s kaskádním zapojením PID a PI regulátoru.

V grafu 7.4 je k vidění průběh regulace v systému s posunutým těžištěm. Těžiště modelu bylo posunuto způsobem uvedeným v sekci 3.5.3. Lze jej reprezentovat jako přidání hmotného bodu o hmotnosti  $m_d = 20\text{ g}$ , s ramenem  $l_d = 0.075\text{ m}$  a úhlem natočení  $\varphi_d = \varphi_c + \pi/4\text{ rad}$ . Z grafu vyplývá, že toto řízení vyřešilo problematiku předchozího přístupu. V prvních sekundách rychlost setrvačníku sice prudce roste,



Graf. 7.4: Průběh regulace s kaskádním zapojením regulátorů.

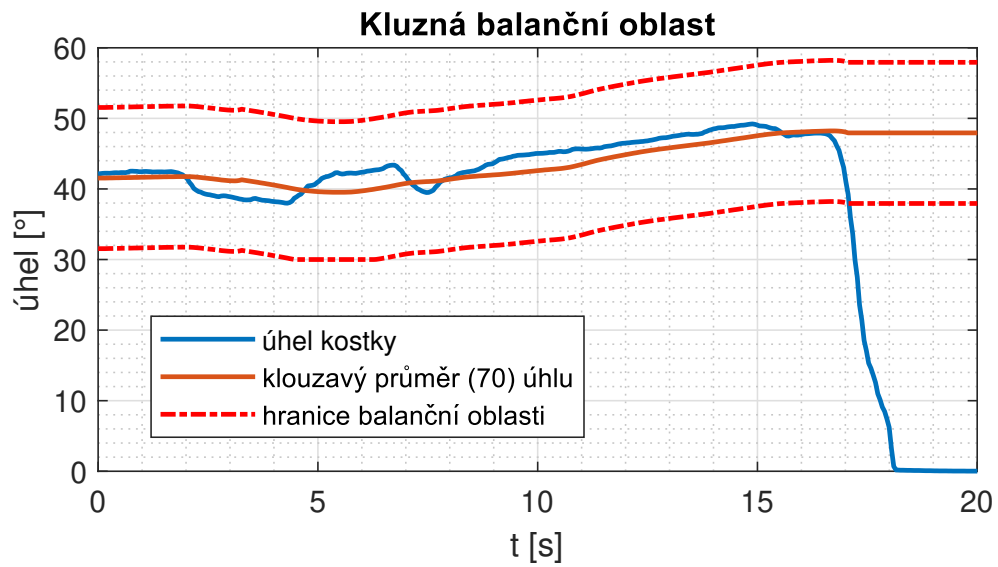
nicméně se stejně tak mění rychle žádaný úhel až do chvíle, kdy se přiblíží k ekvilibriu. V důsledku toho se otáčky setrvačnicku pozvolna sníží až k nule. S poruchou je model schopný vypořádat se zrovna tak, kdy jsou otáčky setrvačnicku přibližně po 15 s od poruchy opět téměř nulové.

## 7.4 Kluzná balanční oblast

Ideálně vyvážený systém má těžiště uprostřed kostky. Z toho důvodu by se na každé hraně ekvilibrium nacházelo ve  $45^\circ$  (měřeno od podložky). Výsledný systém ovšem takto ideálně vyvážený není. Při vývoji se navíc často pracovalo s kostkou obsahující pouze jeden setrvačnick, kde rozložení komponentů uvnitř (převážně baterie) způsobilo, že se balanční bod nacházel pro různé hrany v rozsahu  $45^\circ \pm 10^\circ$ . Je tedy nutné, aby kdekoliv v tomto rozsahu byla kostka schopná balancovat, a to i v případě změny těžiště. Zároveň by ve chvíli, kdy dojde k přílišnému nárůstu odchylky, mělo dojít k vypnutí motorů. Toho lze docílit vytvořením dostatečně široké fixní balanční oblasti nebo využitím sofistikovanějšího přístupu.

V této práci bylo využito kalibrace (více v sekci 8.2.1) v kombinaci s kluzným balančním rozsahem. Ten se v první iteraci odvíjí od ručně kalibrovaného bodu. Dále poté od vypočtené průměrné hodnoty úhlu systému z posledních sedmdesáti hodnot. Výsledné hranice balanční oblasti jsou poté získány přičtením a odečtením poloviny šířky požadovaného rozsahu. V grafu 7.5 je funkce této oblasti k vidění. V experimentu nebyl spuštěn pohon, systémem bylo pohybováno pouze ručně. Je zřejmé, že jakmile pomyslná stabilizace započne (přibližně v čase 2 s), začne se měnit

i hodnota klouzavého průměru a s ním hranice oblasti. Ve chvíli, kdy je jedna z těchto hranic překročena se výpočet průměru a stabilizace ukončí (čas 17 s).



Graf. 7.5: Demonstrace kluzné balanční oblasti.

## 8 Software

Pro správnou funkci systému je nepostradatelný, stejně tak jako hardware, i software. Bylo nutné vytvořit firmware pro ESC řídicí pohon setrvačnicku a pro ESP32 reprezentující hlavní procesor. Programování obou bylo realizováno v jazyce C++ v prostředí Visual Studio Code. Signály sloužící k ladění a analýze byly vyčítány pomocí USB po sériové sběrnici a vykreslovány rozšířením pro VScode pod názvem Teleplot.

### 8.1 ESC

Firmware ESC je relativně přímočarý. Byla zde využita knihovna SimpleFOC [29] umožňující snadné řízení motorů díky různým algoritmům. V programu je v první řadě provedena inicializace jednotlivých objektů jako driveru, motoru a enkodéru. Následně byla nastavena metoda řízení. Poté již byla dle přijímaného PWM signálu z ESP32 nastavována řídicí veličina.

#### 8.1.1 SimpleFOC

Jedná se o open-source projekt umožňující snadné programování řadičů BLDC či krokových motorů. Nevyvratitelnou výhodou je, že implementuje FOC algoritmus a jeho aproximace do uživatelsky přívětivých funkcí a objektů, které jsou vhodné jak pro začátečníky tak pro pokročilé.

Síla této knihovny tedy spočívá v tom, že již není nutné vytvářet vlastní algoritmy řízení. K Jednotlivým komponentům lze přistupovat jako k objektům. Například definice motoru a řadiče je v ukázce zdrojového kódu 8.1. Zde byl definován sedmi pól-párový motor společně s řadičem, jehož definiční funkci stačilo pouze zadat čísla výstupů procesoru na jednotlivé řídicí tranzistory.

```
1 BLDCMotor motor = BLDCMotor(7);  
2 BLDCDriver6PWM driver = BLDCDriver6PWM(UH, UL, VH, VL, WH, WL);
```

Zdrojový kód 8.1: Definice motoru a řadiče pomocí knihovny simpleFOC.

Dále je již možné přistupovat k vlastnostem jednotlivých objektů a nastavit tak například vstupní napětí řadiče, či maximální napětí na cívkách motoru. Definiční typu řízení lze poté realizovat podobně jako v kódu 8.2, kde bylo zvoleno řízení momentu napětím na cívkách motoru společně s momentovým typem řízení.



```

1 motor.torque_controller = TorqueControlType::voltage;
2 motor.controller = MotionControlType::torque;

```

Zdrojový kód 8.2: Nastavení typu řízení.

Běh motoru může být nadále zajištěn zdrojovým kódem 8.3, vloženým do hlavní smyčky programu. Zde slouží první příkaz pro provedení jednotlivých výpočtů algoritmu řízení, druhým je nastaveno napětí na cívkách motoru a třetí příkaz realizuje samotný pohyb.

```

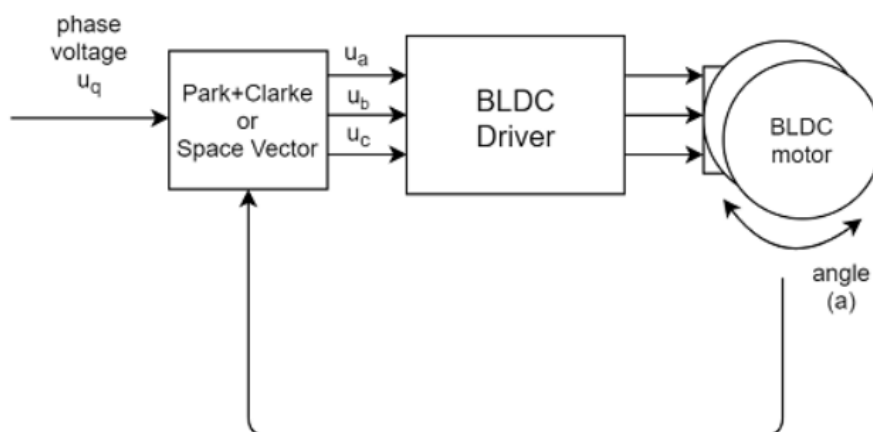
1 motor.loopFOC();
2 motor.target = 4;
3 motor.move();

```

Zdrojový kód 8.3: Zprostředkování pohybu motoru.

## 8.1.2 Typ řízení

V tomto projektu byl volen nejjednodušší typ řízení, a to v napětovém režimu. Nastavení bylo tedy realizováno podobně jako v kódu 8.2. Toto řízení posléze umožňuje řídit BLDC motor podobně jako běžný kartáčový motor nastavením velikosti vstupního napětí. Blokové schéma řízení je na obrázku 8.1. V principu algoritmus ze



Obrázek 8.1: Blokové schéma napětového řízení [30].

znalosti úhlu natočení rotoru a žádaného napětí  $U_q$  vypočítá jednotlivá požadovaná fázová napětí tak, aby bylo magnetické pole statoru v pravém úhlu s magnetickým polem rotoru [30]. Je zřejmé, že se opravdu jedná o princip velice podobný kartáčovým motorům, avšak zde je komutace realizována elektronicky a tím pádem častěji.

Toto řízení, vzhledem k tomu, že není nutné měření fázových proudů, je možné implementovat na jakýkoliv programovatelný HW určený pro řízení BLDC motorů. Dále je velice rychlé, snadné a přesto stále poskytuje plynulý chod, převážně na nižších otáčkách. Navíc zde oproti ostatním metodám není žádný regulátor, který by do celkového regulačního obvodu mohl při nesprávném nastavení vnášet nestabilitu

respektive kmitání. Z těchto důvodů nebylo nutné využít komplikovanější metodu řízení.

### 8.1.3 Obsluha enkodéru

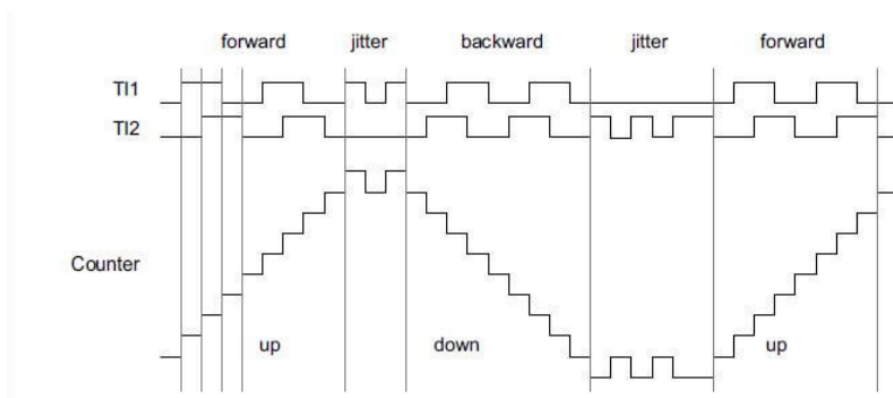
Princip určení rychlosti otáčení z jednotlivých pulzů enkodéru spočívá ve znalosti úhlu natočení a časovým rozestupem mezi jednotlivými hranami. Kdybychom zaznamenávali časy hran v běžném toku programu, vlivem větší komplexity programu a konečného času obsluhy jiných rutin bychom se mohli dopouštět chyby a určená rychlost otáčení by neodpovídala realitě. Proto je nutné provést obsluhu rutiny zaznamenáním času okamžitě s příchodem hrany. K tomuto může posloužit přerušení či časovač příslušného MCU.

#### vnější přerušení – HW interrupt

Vnější přerušení slouží právě k tomu, aby nebyl procesor zbytečně zatěžován neustálým kontrolováním hodnoty proměnné, například logickou úrovní vstupu. Zároveň když k žádanému stavu dojde, je nutné, aby byla rutina, která je s tím spojená, provedena okamžitě. V případě enkodéru jsou tedy nastaveny příslušné piny jako piny vnějšího přerušení a v okamžiku změny stavu dojde k obsluze rutiny pro výpočet rychlosti a úhlu natočení motoru.

Tento způsob obsluhy enkodéru je běžně využíván, nicméně v případě vysokého PPR, respektive CPR, může docházet k přerušení příliš často a obsluha enkodéru zahltí MCU, které poté nemusí stíhat obsluhu algoritmu řízení motoru. Proto je možné, že pro získání vyšších otáček bude nutné snížit PPR, za cenu nižšího rozlišovacího úhlu.

#### Časovač ve funkci enkodéru



Obrázek 8.2: Průběh hodnoty čítače v módu enkodéru [33].

Časovače jsou v MCU běžně využívány k přesnému odměřování času či generování signálů, nicméně je možné je využít i k obsluze enkodéru. Časovač ve funkci

enkodéru není připojen k hodinám MCU, budícím signálem se totiž stává právě signál generovaný enkodérem. Čítač časovače takto potom počítá hrany a směr čítání určuje směr otáčení, jak je vidět na obrázku 8.2. Největší výhodou je, že se vše děje na úrovni hardwaru a při potřebě znalosti rychlosti je třeba pouze přčíst hodnotu čítače. Toto řešení tak téměř vůbec nezatěžuje MCU a umožňuje dosáhnout vyšších hodnot otáček.

## 8.2 Hlavní procesor

Struktura programu ESP by se dala zjednodušeně rozdělit na inicializační proceduru a tři části hlavní smyčky. V inicializaci jsou definované proměnné, inicializována IMU a spuštěn server. V každém cyklu hlavní smyčky je poté kontrolován a případně obslužen požadavek na brzdění. Dále je obsluhována smyčka s periodou 50 ms, ve které je vyčtena orientace systému. V případě, že se kostka nachází v blízkosti balančního bodu je provedena i obsluha regulátorů. Poslední část programu s periodou 1 s slouží ke kontrole napětí baterie přivedeném na analogový vstup přes napěťový dělič.

### 8.2.1 Balancování

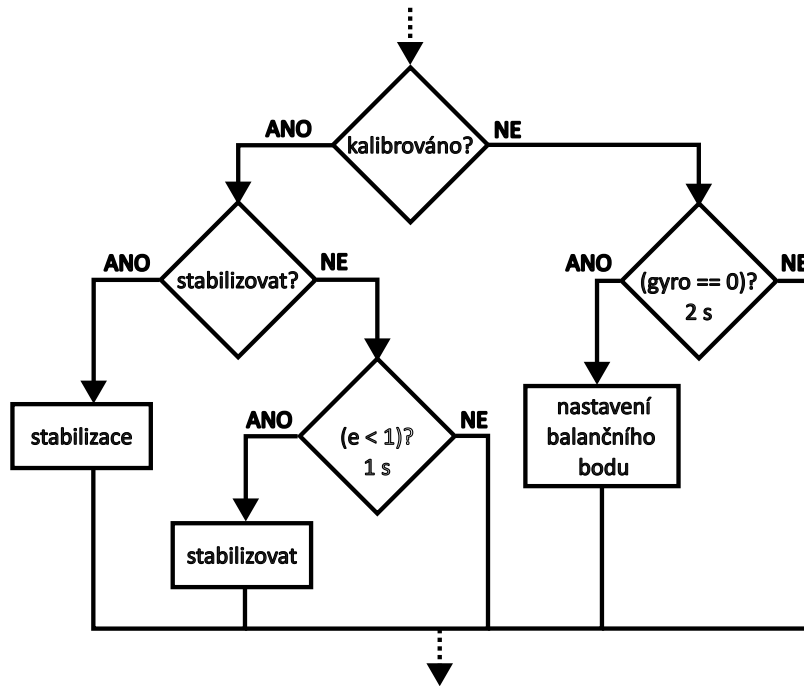
Proces pro uvedení kostky do stavu balancování zahrnuje kalibraci, stabilizaci blízko kalibrovaného bodu a následné balancování. Kalibrace je nutná vždy po spuštění systému, případně chceme-li, aby kostka balancovala na jiné hraně, než na kterou byla kalibrována poprvé (ve vizualizaci je možné kalibrovaný bod resetovat). Vlivem nepřesného vyvážení se totiž těžiště kostky nenachází uprostřed. Z toho důvodu je pro každou hranu balanční bod odlišný, a to především pro verzi kostky s jedním setrvačником. Kalibrace proběhne v případě, že se ustálí gyroskop příslušné osy a kostka se zároveň nachází v balančním rozsahu po dobu dvou sekund. Následné balancování je spuštěno v případě, že se odchylka úhlu pohybuje v určitém rozsahu (například  $\pm 1^\circ$ ) po dobu jedné sekundy. Diagram pro tuto část je k vidění na obrázku 8.3.

### 8.2.2 Překlopení přes hranu

Algoritmus překlopení je v současné době poloautomatický a je nutné jej ovládat přes sériovou sběrnici nebo skrze vizualizaci. Toto řešení bylo voleno jako v současné době nejvhodnější, vzhledem k tomu, že je tento manévř stále problematický a je třeba dalšího vývoje především po HW stránce.

Ve vizualizaci tak lze tlačítkem pro override povolit řízení motorů právě z vizualizace. Následně je možné navolit vhodný motor, který má být aktivní. Posuvným jezdcem lze nastavit výkon tohoto motoru a směr otáčení lze měnit tlačítkem. V poslední řadě je možné tlačítkem pro brzdu setrvačnik zabrzdit.

Zabrzdnění setrvačniku je rozděleno do tří fází. V té první je nejprve nastavena hodnota úhlu natočení servopohonu. Je zde počítáno s konečnou rychlostí servomo-



Obrázek 8.3: Blokový diagram programu balancování.

toru, je tedy nutné pro maximální brzdňý účinek požadavek na nulové napětí na motoru pozdržet. V opačném případě by mohly otáčky motoru klesnout ještě před účinkem brzdy vlivem tření a odporu vzduchu, který začíná být v těchto otáčkách znatelný, jak bylo dokázáno v části 3.4.2. Naopak stáhla-li by se brzda kolem motoru příliš brzy, napětí na vinutích by stále působilo momentem ve směru otáčení setrvačníku, a proto by byl brzdňý manévř znovu oslaben. V programu je proto po spuštění servopohonu podmíněna další akce uplynutím času 15 ms. Je totiž předpokládáno, že část brzdy přijde do kontaktu již před žádaným úhlem natočení a dojde tak k samosvornému účinku brzdy. Následně je tedy nastaveno napětí motoru na nulu a po uplynutí dalších 200 ms je brzda uvolněna. Část programu realizující tuto funkci je k vidění ve zdrojovém kódu 8.4.

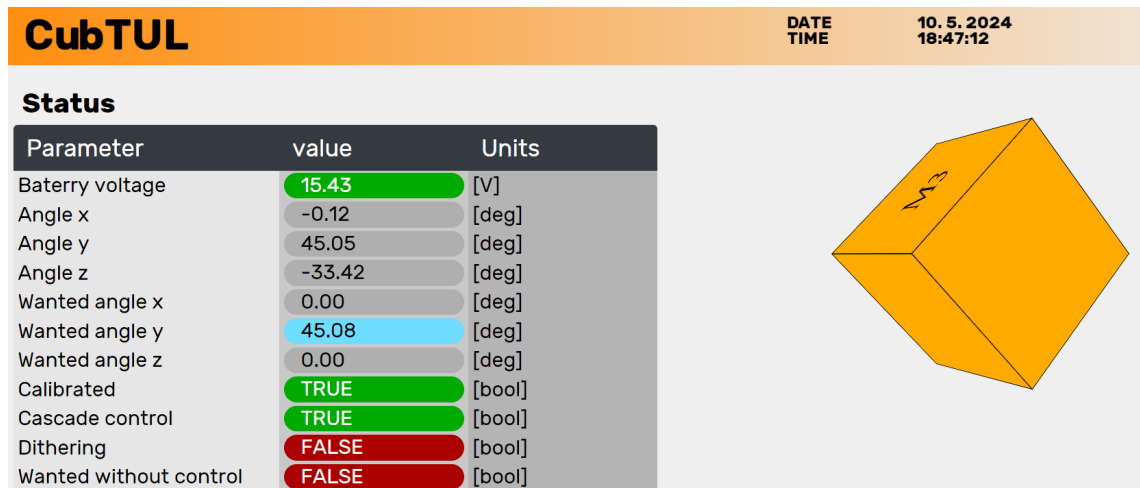
```

1 if(braking){
2     if(t_brake == 0){
3         t_brake = millis();
4     }
5     brake.write(30); //Tighten brake
6     if(millis() - t_brake > 15){
7         ledcWrite(M1_pwm, 511); //Set reaction wheel motor voltage to 0 V
8     }
9     if(millis() - t_brake > 200){
10        t_brake = 0;
11        braking = false;
12        brake.write(0); //Release brake
13    }
14 }
  
```

Zdrojový kód 8.4: Řízení brzdy setrvačníku.

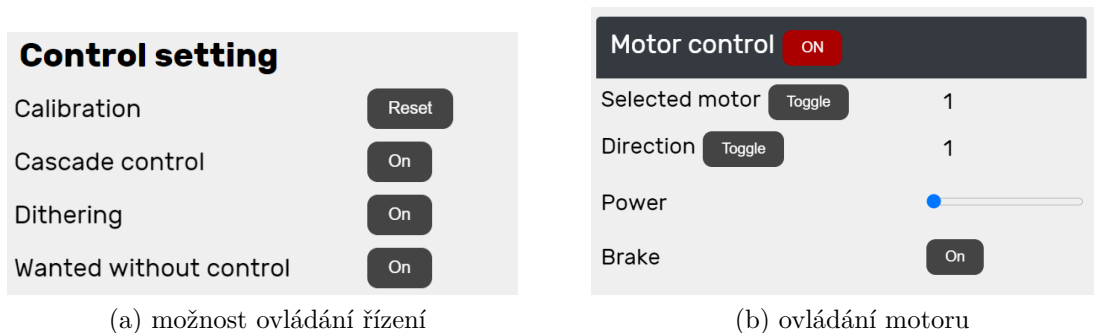
### 8.2.3 Vizualizace

Pro systém byla zhotovena jednoduchá vizualizace především pro sledování stavu baterie. Vizualizace je ve formě webové stránky, založené na demonstračním programu [19]. Prostředí je přístupné na adrese 192.168.1.1 po připojení k Wi-Fi síti systému. Struktura a vzhled stránky jsou vytvořeny v HTML a CSS. Následná odezva v reálném čase byla realizována pomocí JavaScriptu. Hlavní program předává hodnoty proměnných pomocí textového řetězce, strukturovaného v jazyce XML. Jednotlivé proměnné jsou zde označeny identifikátory, dle kterých jsou poté v JavaScriptu rozeznány a rozděleny do příslušných elementů.



Obrázek 8.4: Vizualizace stavu systému a orientace v prostoru.

Vizualizaci lze rozdělit na tři části. V té první, zobrazené na obrázku 8.4, jsou vypsané některé zajímavé proměnné jako napětí baterie, úhly natočení kolem jednotlivých os, žádané hodnoty aj. Taktéž je zde vyobrazeno který z řídicích režimů je zrovna aktivní. Vedle tabulky s těmito hodnotami je současně vizualizována orientace systému v prostoru na jednoduché krychli.



Obrázek 8.5: Vizualizace s možností jednoduchého ovládní.

V druhé části nazvané *Control* je umožněno jednoduché ovládní systému. Tlačítkem *reset* lze resetovat kalibraci a připravit tak systém na kalibraci nové žádané

hodnoty, případně dalšími tlačítky lze přepínat mezi jednotlivými řídicími režimy popsaným v kapitole 7. Tato část vizualizace je na obrázku 8.5.a

V poslední části *Motor control*, zobrazené na obrázku 8.5.b, je poté možné ovládat výkon a směr otáčení jednotlivých motorů, případně jejich brzdy. V první řadě je nutné tuto sekci povolit tlačítkem v hlavičce, a poté lze například provést potřebné kroky pro překlopení systému přes hranu.

## 8.2.4 Komunikace

### I2C

Komunikace typu I2C byla využita mezi ESP32 a IMU. Jedná se o sériový protokol, založený na dvou vodičové sběrnici skládající se z datového vodiče SDA a hodinového SCL. Umožňuje poloduplexní komunikaci mezi více zařízeními, z nichž každé má svoji unikátní adresu. Rychlosti této komunikace se pohybují od 10 kbps do 3,4 Mbps [35].

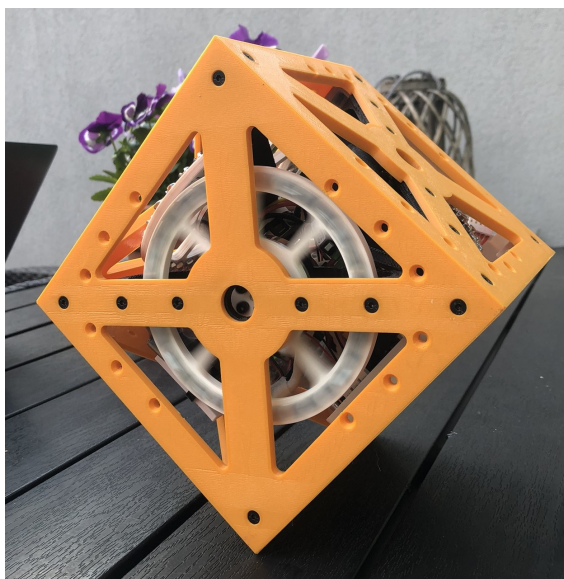
### PWM

Pro přenos řídicí veličiny z ESP32 do ESC bylo využito jednoduchosti pulzně šířkové modulace. PWM je běžně využívána pro regulaci vstupního výkonu do zařízení, jako například řízení jasu LED, času otevření tranzistoru či výkonu motoru. Toho je docíleno změnou šířky pulzu dvoustavového signálu při využití dostatečně velké fixní frekvence. Poměr mezi stavem vypnuto a zapnuto v jedné periodě je nazýván střída a pohybuje se tedy v rozmezí 0–100 %. Mimo jiné je tedy možné využít PWM pro přenos jednoduché informace mezi zařízeními.

Byla využita 10bitová PWM o frekvenci 500 Hz. Do takovéto PWM můžeme uložit  $2^{10}$  hodnot, tedy 1024. Rozsah byl rozdělen na polovinu a hodnotě 511 byl přiřazen neutrální stav. K řídicí veličině z regulátoru je poté přičten offset o velikosti právě 511. Tímto zapříčiníme, že hodnoty 0–511 reprezentují rozsah výkonu motoru 100–0 % v jednom směru otáčení a hodnoty 511–1023 rozsah 0–100 % v tom druhém. Na přijímací straně pak už jen zbývá definovat, co tento rozsah, tedy 0–100 % znamená. V našem případě se jednalo o rozsah napětí 0–4 V. Toto řešení však postihovala chyba ve formě spontánně se objevujících extrémních hodnot PWM (0 a 1023). Tyto chyby se objevovaly zřídka, avšak zapříčiňovaly, že se na jeden vzorkovací cyklus nastavila maximální rychlost motoru. Tento jev způsoboval prudké trhání setrvačником, které znemožňovalo balancování. Proto bylo aplikováno snadné řešení a tyto dvě hodnoty byly z rozsahu vyřazeny. Jinak řečeno, v případě, že se objevila jedna z těchto dvou hodnot, nedojde k aktualizaci řídicí veličiny. Takto sice došlo ke zmenšení celkového počtu hodnot, avšak i tak výsledná změna napětí na jeden bit činí dostatečně malých 7,8 mV (pro 0–4 V).

## 9 Testování

Výsledný systém byl nakonec podroben sérii testů. Konfigurace kostky využívaná v následujících experimentech sestávala z jednoho setrvačnicku s kompletním HW včetně baterie uvnitř kostky. Z kapitoly 7 vyplynulo, že neoptimálnějším řízením je kaskádní regulace, proto byla využita i pro následující experimenty. Je nutné zdůraznit, že v této fázi byl výkon setrvačnicku omezen maximálním napětím 4 V. Bylo tak učiněno z důvodu ochrany komponentů a do budoucna je možné tuto hranici navýšit a zlepšit tak výkonnost systému. Veškeré experimenty byly realizovány na tvrdé řezací pracovní podložce, na které relativně snadno došlo k prokluzu působením vnější síly na kostku. Na obrázku 9.1 je k vidění finální podoba systému. Funkcionalita kostky je taktéž představena ve videu [34].



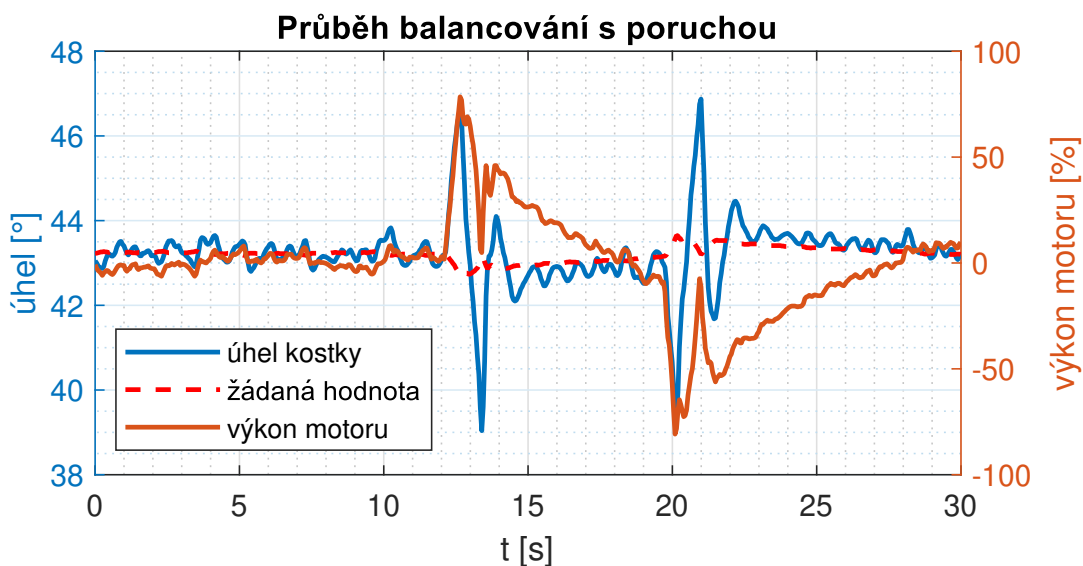
Obrázek 9.1: Finální podoba systému.

### Balancování a reakce na poruchy

Prvním experimentem bylo testování doby, po kterou je systém schopný stabilizace. Experiment byl po 20 minutách bezproblémového balancování ukončen a bylo tak vyhodnoceno, že algoritmus balancování funguje bezchybně.

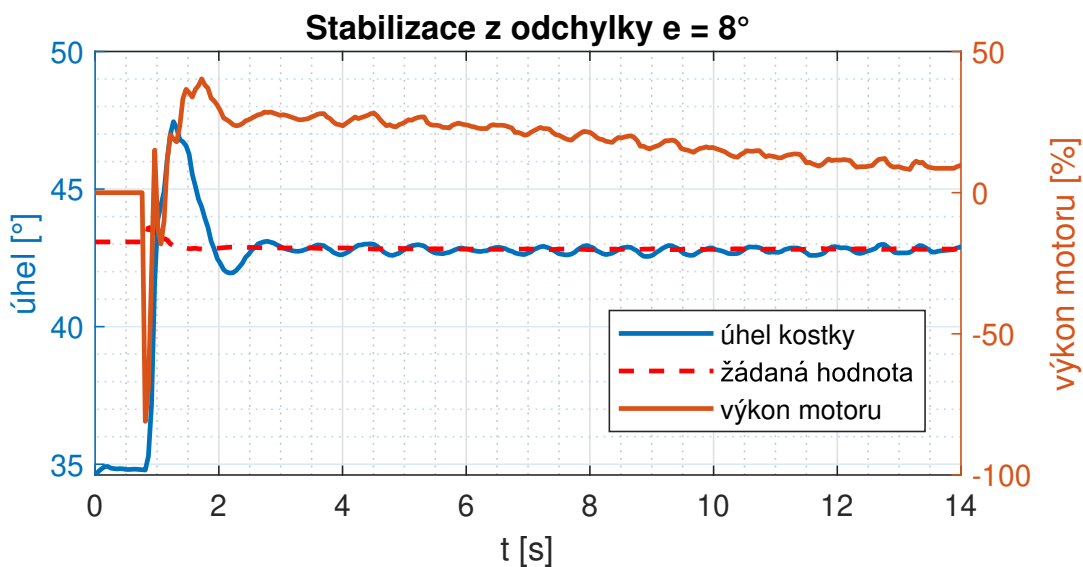
Dále v grafu 9.1 je k vidění průběh balancování s reakcí na poruchy. Poruchy byly realizovány v podobě vychýlení z ekvilibria rukou. Je zřejmé, že si systém poradil

s výchylkou přibližně  $3^\circ$  a využil pro tento akční zásah 80 % výkonu motoru. Lze tedy předpokládat, že by byla úspěšná i regulace s většími poruchami, nicméně by již hrozila saturace setrvačnicku.



Graf. 9.1: Balancování s reakcí na poruchu.

### Maximální odchylka stabilizace



Graf. 9.2: Průběh testování maximální odchylky stabilizace.

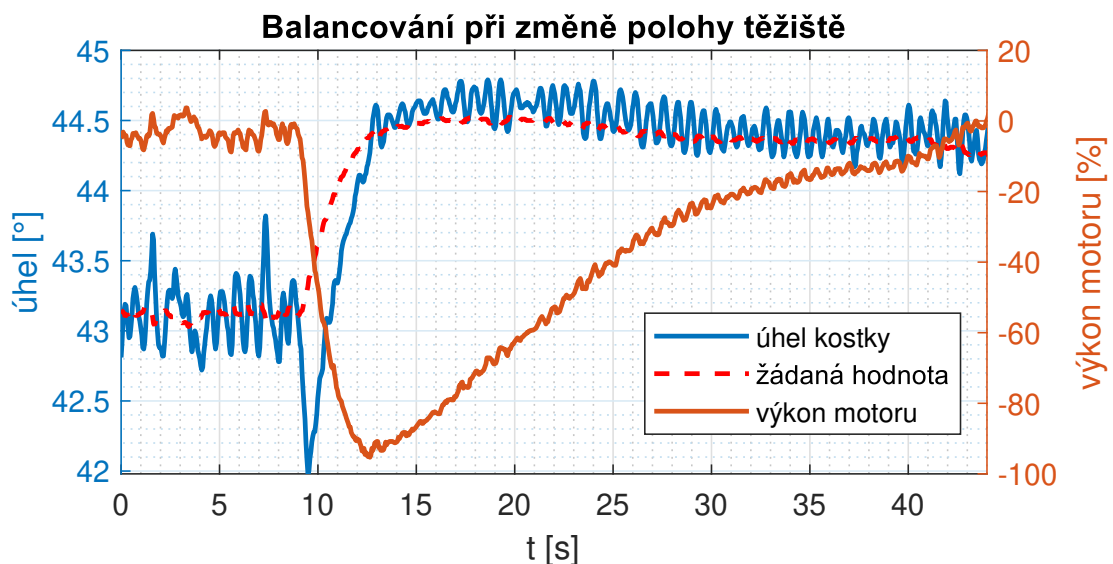
Další experiment testoval, s jakou maximální odchylkou na počátku stabilizace je systém schopný se vypořádat. V podstatě se jedná o manévř vyskočení s následnou stabilizací, pouze za využití zrychlení setrvačnicku. Systému byla tedy rozšířena



aktivační oblast až na  $e_{max} = \pm 9^\circ$ . V grafu 9.2 je potom průběh experimentu vyobrazen. Stabilizace byla spuštěna ve chvíli, kdy byl úhel systému  $35^\circ$ . Následně se systém zrychlením motoru dostal až do svého ekvilibria v  $43^\circ$ . Systém byl tedy schopný o vyskočení o  $8^\circ$  s využitím přibližně 80 % výkonu motoru. Tato vlastnost usnadňuje následné umístění systému ke stabilnímu bodu, které nemusí být tak přesné.

### Reakce na změnu těžiště

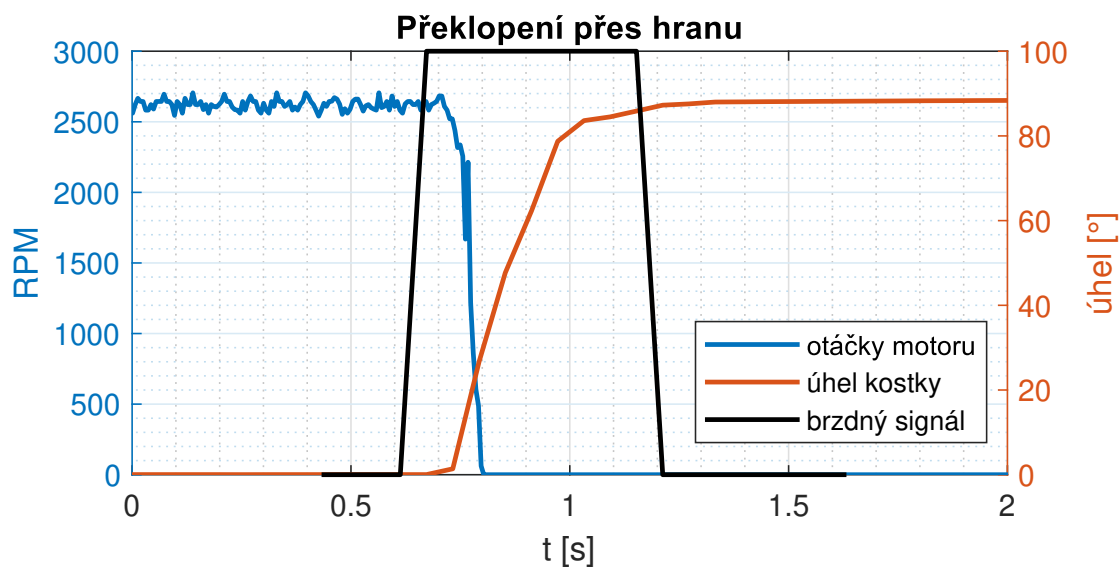
Jak bylo demonstrováno v sekci 7.3, aplikovaný algoritmus řízení by měl být schopný vypořádat se s nepřesně zadaným bodem ekvilibria, a dokonce i se změnou tohoto bodu v průběhu balancování. Pro otestování tohoto byl realizován experiment, ve kterém byla kostka uvedena do balancujícího stavu a následně bylo na hranu systému zavěšeno závaží o hmotnosti přibližně 14 g. Reakci systému na tuto poruchu lze vidět v grafu 9.3. V první fázi samozřejmě dochází k prudkému nárůstu požadovaného výkonu motoru, protože se systém snaží udržet mimo své současné ekvilibrium. Regulační kaskáda na to ovšem reaguje změnou žádané hodnoty úhlu, což vede ke stabilizaci a opětovnému přiblížení otáček k nule. Je zřejmé, že přidaná hmotnost 14 g otestovala systém do blízkosti svých limitů, maximální požadovaný výkon motoru byl totiž 95 %. Ekvilibrium se pak změnilo z hodnoty  $43,1^\circ$  na  $44,4^\circ$ , tedy o  $1,3^\circ$ . Limity systému by samozřejmě šly navýšit posunutím omezení napětí na motoru, případně pak zesílením vnější smyčky regulační kaskády. Zde se ovšem jedná o kompromis mezi schopností reagovat na změnu ekvilibria a velikostí ustálených kmitů systému v klidovém stavu, které s větší agresivitou regulátoru narůstají.



Graf. 9.3: Balancování s reakcí na poruchu v podobě změny polohy těžiště.

## Překlopení přes hranu

Posledním experimentem bylo otestování schopnosti překlopení systému přes hranu za pomoci zabrzdění setrvačníku. V sekci 3.6 bylo stanoveno, že pro překlopení systému s jedním setrvačníkem jsou potřeba otáčky přibližně 3025 RPM. Nicméně systém byl v době tohoto experimentu odlehčen o dvě stěny a baterii, tedy o hmotnost 258 g. Na základě toho byly i požadované otáčky nižší. V grafu 9.4 je tedy vidět průběh experimentu s počátečními otáčkami 2700 RPM. Je patrné, že experiment dopadl kladně a systém se podařilo překlopit přes hranu. Bylo tedy dokázáno, že algoritmus překlopení je funkční. Dále bylo překlopení testováno i na kompletním systému s jedním setrvačníkem. Výsledkem bylo opět úspěšné překlopení, které je k vidění ve videu [34].



Graf. 9.4: Překlopení kostky přes hranu.

## 10 Závěr

### Shrnutí

Začátek práce byl věnován důkladnému průzkumu existujících prací, který posloužil jako užitečný přehled chyb a problémů, jež se v průběhu vývoje daného tématu objevily. Tento rozbor napomohl k lepšímu porozumění kontextu a identifikaci klíčových oblastí, na které je třeba zaměřit pozornost v následujících fázích výzkumu či vývoje. Vyhodnocení dosavadního poznání poskytlo základ především pro volbu vhodného HW, který byl častou příčinou neúspěchu ostatních.

Druhá část práce se pak zaměřila na průzkum bezkartáčových stejnosměrných motorů a různých metod jejich řízení. Tato analýza se zaměřila na konstrukci těchto pohonů, jejich vlastnosti a principy fungování. Studium různých typů řízení BLDC motorů poskytl ucelený pohled na možnosti manipulace s tímto typem pohonu a jeho aplikace v kontextu daného problému. Tato část práce přinesla důležité poznatky pro další výběr a optimalizaci řízení BLDC pohonů s cílem dosáhnout hladkého a tichého chodu s možností dynamického řízení v obou směrech.

Následně bylo provedeno odvození matematických rovnic a vytvoření simulačního schématu zkoumaného systému. Proces odvození rovnic zahrnoval analýzu fyzikálních principů ovlivňujících chování systému a formulaci matematických vztahů popisujících jeho dynamiku. Následně byla provedena estimace parametrů modelu, což bylo klíčové pro přiblížení chování simulace a reálného systému. Zde byl zvolen přístup měření a aproximace těchto parametrů, namísto pokročilejších optimalizačních funkcí. Výsledný model byl tedy hrubou simulací reality, nicméně dostatečně posloužil pro testování řídicích principů a i pro relativně přesné odhadnutí potřebných otáček setrvačníku pro překlopení systému. Další postupy zahrnovaly řešení chování modelu v koncových polohách, přiblížení modelu realitě za pomoci uměle vloženého šumu a změnu ekvilibria modelu. Tato část práce poskytuje důležité nástroje pro porozumění dynamiky zkoumaného systému a umožňuje simulovat jeho chování a reakci za různých podmínek a scénářů.

V práci byl taktéž představen kompletní design konstrukce zkoumaného systému a vybraný hardware. V designu konstrukce byly vyřešeny problémy v podobě kompletní integrace HW dovnitř systému, spojování jednotlivých dílů, snadné výroby na 3D FDM tiskárnách, modulárnosti, dostatečné pevnosti a relativně nízké hmotnosti. Design do určité míry umožňuje paralelní konstrukci systému, která usnadňuje opravy a výměny součástí popřípadě jednotlivých modulů. V práci byl mimo jiné navrhnout postup pro snadnou výrobu pásové brzdy s malou zástavbovou velikostí a hmotností, a přesto dostatečným výkonem pro překlopení systému přes hranu.

Následně představený hardware, který jak se ukázalo umožnil funkci systému, byl vybírán především na základě dalšího výzkumu a rešerše v první kapitole. Kompletní systém se třemi setrvačníky byl ve finální fázi zkonstruován.

Dále byly diskutovány metody řízení pro udržení kostky v nestabilním bodě na hraně. Byly zde představeny tři přístupy, jejichž základ vždy tvořil regulátor typu PID. Jednotlivé přístupy na sebe navazují a následující je navržen vždy tak, aby se snažil vyřešit problémy předchozího. Poslední přístup typu regulační kaskády byl tedy schopen balancování modelu v nestabilním bodě, ale i vypořádání se s nepřesnou kalibrací a změnou polohy ekvilibrí v průběhu balancování. V neposlední řadě zde bylo představeno řešení kluzné balanční oblasti, která umožňuje pozvolnou změnu hranic této oblasti, a tedy balancování v širokém rozsahu bodů ekvilibrí a zároveň včasného přerušování regulace v případě přílišného nárůstu regulační odchylky.

Mimo jiné byla představena struktura softwaru implementovaného jak na ESC tak na ESP32. Pro ESC byl navržen program využívající knihovnu SimpleFOC. Díky tomu je možné efektivní řízení BLDC motoru na základě přijímané informace, uložené v PWM signálu z řídicího procesoru ESP32. Taktéž byla představena struktura řízení jednotlivých funkcí systému, implementovaná na procesoru ESP32, ke kterým patří balancování a překlopení přes hranu. Mimo jiné byla představena i navržená vizualizace umožňující monitoring některých zajímavých hodnot (napětí baterie, stav logických proměnných, úhly, ...) a jednoduché ovládání a řízení. Ve vizualizaci je tedy možné přepínat mezi jednotlivými představenými typy řízení a demonstrovat tak jejich neduhy na reálném systému nebo v případě potřeby ovládat a testovat jednotlivé motory. Taktéž je zde možné zvolit příslušný motor a projít poloautomatickým procesem, který za určitých podmínek umožňuje překlopení kostky přes hranu.

V rámci poslední fáze byly provedeny experimenty zaměřené na ověření schopností systému s jedním setrvačníkem. Experimenty se zaměřovaly na balancování a reakci na poruchy, identifikaci maximální odchylky stabilizace, adaptace na změny těžiště a schopnost překlopení kostky přes hranu. Výsledky testů ukázaly, že navržený systém dosahuje při balancování vysoké úrovně stability a robustnosti. Maximální odchylka, za které byl systém schopný stabilizace, dosahovala  $\pm 8^\circ$ . Systém byl schopen reagovat na změny těžiště, způsobené zavěšením závaží o hmotnosti až 14 g na hranu. Při testování reakce na poruchy byla zaznamenána promptní a efektivní odezva systému. Systém ve všech případech vykazuje snahu o regulaci otáček setrvačníku k nule. Taktéž byla při testování překlopení přes hranu dokázána funkčnost navrženého algoritmu a brzdy.

## Návrhy do budoucna

Ačkoliv se podařilo navrhnout a postavit funkční systém, který je schopný balancování a překlopení přes hranu, jedná se spíše o prototyp, který může posloužit jako dobrý odrazový můstek pro další vývoj. Systém nabízí možnosti vývoje ve všech jeho směrech od konstrukce po software. Ty nejkritičtější v současné době jsem zde shrnul a navrhl možná řešení.

## **Rám kostky**

Současný design rámu se jeví jako dostatečně pevný a robustní na to, aby další iterace rámu kostky mohla dosahovat nižších hmotností. Možnými změnami by mohla být hustota výplně při tisku (současně 25 %), případně upravení designu, například zmenšením základní tloušťky jednotlivých stěn či šířky výztuží.

Největší robustnosti by poté mohlo být docíleno vyrobením rámu například z hliníku. Toto by znatelně zvýšilo strukturní pevnost, nicméně pravděpodobně i hmotnost celého systému. S hmotností poté úzce souvisí potřebný moment setrvačnosti setrvačnicku.

## **Setrvačnick**

Současný setrvačnick je snadno vyrobitelný, levný a umožňuje variabilitu momentu setrvačnosti, přidáváním či odebráním maticek. Tato vlastnost se ale ve výsledku ukázala být postradatelná, protože pro současnou hmotnost systému s jedním setrvačnickem nejlépe vyhovuje plně osazený setrvačnick a pro systém se třemi setrvačnickými je i plně osazený setrvačnick nedostatečný (především pro překlopení přes hranu). Proto by do budoucna bylo vhodné minimálně setrvačnick vyrobít z těžšího materiálu, například CNC obráběním. Takto vyrobený setrvačnick by vykazoval lepší vyváženost a jeho moment setrvačnosti by mohl být dostatečný i pro překlopení systému se třemi setrvačnickými.

## **Brzda**

Navržená brzda se projevila jako ideální prototyp s nízkou cenou, snadnou výrobou a dobrou funkčností, ale také nedokonalostí. Největším problémem této brzdy je různý brzdny moment pro různé směry otáčení. To způsobuje, že se kostka může překlápět přes hranu pouze v jednom směru, v závislosti na montáži brzdy. Dalším možným postupem by by tedy mohl být návrh jiného typu brzdy, například na principu brzdnych špalíčků. Zajímavé by bylo prozkoumat možnosti elektrického brzdění a odvádění přebytečné energie do výkonového rezistoru. Zde by mohl být vysoký potenciál v možnosti precizního řízení brzdneho momentu, nicméně je nutné myslet na to, že touto formou není možné setrvačnick zastavit úplně.

## **Deska plošných spojů**

Další možnou oblastí vývoje by mohla být DPS. Současná deska je navržena pro modulární typy jednotlivých částí, což značně ovlivňuje její minimální velikost. Pro docílení nejlepší možné kompaktnosti by bylo možné provést kompletní návrh DPS na úrovni součástek.

## **Spojení motoru s enkodérem**

Největším problémem systému by v současnosti mohlo být propojení motoru s enkodérem. Toto propojení je realizováno závitovou tyčí, která se při překlápění kostky přes hranu působením sil namáhá a dochází k ohýbání. To následně způsobuje, že

rotor enkodéru tře o stator. Toto tření by do budoucna molo způsobit uvolnění závitové tyče z rotoru i přes aplikaci lepidla na závity. Uvolnění by pak mohlo mít za následek prokluz enkodéru a možné zničení ESC, popřípadě motoru. Dočasným možným řešením by mohla být aplikace nerozebíratelného lepidla, to ovšem neřeší problém s ohýbáním této osy. Proto bylo pro další postupy navrženo několik možných řešení.

Při potřebě využití stávajících enkodéru by prvním řešením mohla být úprava designu a konstrukce tak, aby vzdálenost mezi enkodérem a rotorem byla co nejmenší. Potom by osa spojující tyto dvě části mohla být kratší a méně náchylná na ohýbání. Vhodnější úprava by mohla být provedena takovým způsobem, aby byl enkodér spojen se setrvačником ze strany setrvačniku. Důsledkem toho by odpadla potřeba využití osy, na které k ohybu dochází.

Dalším možným způsobem by mohlo být využití enkodéru na principu Hallova jevu. Tyto enkodéry využívají magnetického provázání s rotorem namísto mechanického a jejich rozměry jsou často velmi malé a umožňují tak snadnou implementaci kamkoliv do konstrukce. Zde je ovšem nutné podotknout, že principy založené na třech Hallových sondách nabudou pravděpodobně dosahovat dostatečného rozlišení a je nutné využít ty, které poskytují informaci o absolutní pozici rotoru s preferencí rychlejší komunikace SPI oproti I2C (umožňuje dosáhnou vyšších otáček). V tomto případě by ovšem bylo nutné nahradit i ESC, které v současné době nepodporuje enkodéry s SPI komunikací. Dle některých zdrojů je možné po několika úpravách SPI komunikaci na současném ESC využít, nicméně toto řešení je značně komplikované. Je vidět, že se jedná o relativně komplexní systém, a že je při výběru HW nutné, aby každý kus dosahoval potřebných parametrů a byl kompatibilní s ostatními.

## **Orientace v prostoru**

V současnosti je v systému využita IMU MPU6050, která kombinuje akcelerometr a gyroskop k získání orientace v prostoru. Toto řešení umožňuje dostatečně přesně určit dva ze tří potřebných úhlů. Ačkoliv dělá DMP integrované na desce IMU výbornou práci a poskytuje pomocí blíže nespecifikované filtrace všechny tři úhly, rotace kolem osy  $z$  vykazuje problematické chování. Toto chování má podobu občasného samovolného nárůstu hodnoty úhlu, což ve výsledku znemožňuje balancování na hranách rovnoběžných s osou  $z$ . Jedním z možných řešení by mohlo být využití IMU obsahující mimo jiné magnetometr, umožňující stabilní určení rotace kolem osy  $z$ . Případně v originální práci The Cubli [14] bylo využito šest MPU6050, na každé stěně jedno. Zde však není detailně vysvětleno, jak tyto IMU spolupracují. Bylo by tedy možné zaměřit se na pochopení a implementaci takového řešení pro preciznější určení orientace systému v prostoru a umožnit tak v budoucnu balancování na rohu.

## Použitá literatura

- [1] ADAMS, V. Hunter. Tuning the reaction wheel PID controller [online]. [B.r.] [cit. 2024-04-16]. Dostupné z: <https://vanhunteradams.com/Pico/ReactionWheel/Tuning.html>.
- [2] *Arduino-KalmanFilter* [online]. [cit. 2024-04-18]. Dostupné z: <https://github.com/jarzebski/Arduino-KalmanFilter>.
- [3] BHAMRA, Charan. Comparative Study: Stepper Motors vs. Brushless DC Motors. *EZmotion* [online]. [B.r.], s. 1 [cit. 2024-03-11]. Dostupné z: <https://www.ezmotion.co/comparative-study-stepper-motors-vs-brushless-dc-motors>.
- [4] BIDA, Vladislav, Dmitriy SAMOKHVALOV a Fuad AL-MAHTURI. PMSM vector control techniques — A survey. In: 2018, s. 577–581. Dostupné z DOI: [10.1109/EIConRus.2018.8317164](https://doi.org/10.1109/EIConRus.2018.8317164).
- [5] BJERKE, Erik a Björn PEHRSSON. Development of a nonlinear mechatronic cube - The jumping and balancing cube. In: 2016. Dostupné také z: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:123995757>.
- [6] BRANDMAIER, Sebastian a Denis RAMSDEN. *PID Regulated Balancing Cube* [online]. STOCKHOLM, 2020 [cit. 2024-05-06]. Dostupné z: <https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1462091/FULLTEXT01.pdf>. Bachelor's Thesis. KTH ROYAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY.
- [7] BRÁZDIL, Petr. *Diplomová práce České vysoké učení technické v Praze F3 Fakulta elektrotechnická Katedra mikroelektroniky Model BLDC motoru pro bezsenzorovou regulaci* [online]. Praha, 2021 [cit. 2024-03-13]. Dostupné z: [https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/95474/F3-DP-2021-Brazdil-Petr-diplomova\\_prace.pdf?sequence=-1%5C&isAllowed=y](https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/95474/F3-DP-2021-Brazdil-Petr-diplomova_prace.pdf?sequence=-1%5C&isAllowed=y). Diplomová práce. České vysoké učení technické v Praze.
- [8] Brushless-DC Motor Driver Considerations and Selection Guide. *Texas instruments* [online]. 2022 [cit. 2024-03-13]. Dostupné z: [https://www.ti.com/lit/an/sluaes1a/sluaes1a.pdf?ts=1710144727044%5C&ref\\_url=https%5C%253A%5C%252F%5C%252Fwww.google.com%5C%252F](https://www.ti.com/lit/an/sluaes1a/sluaes1a.pdf?ts=1710144727044%5C&ref_url=https%5C%253A%5C%252F%5C%252Fwww.google.com%5C%252F).
- [9] BUREŠ, Jiří. Shore - zkouška tvrdosti dle Shorea [online]. [B.r.] [cit. 2024-03-27]. Dostupné z: <http://www.converter.cz/jednotky/tvrdest-shore.htm>.
- [10] Co je to Li-pol baterie? *DRON PRO* [online]. 2023 [cit. 2024-04-18]. Dostupné z: <https://dronpro.cz/co-je-to-li-pol-baterie>.

- [11] Controlling BLDC Motors. *Renesas* [online]. [B.r.] [cit. 2024-03-11]. Dostupné z: <https://www.renesas.com/us/en/support/engineer-school/brushless-dc-motor-02-inverter-pmw>.
- [12] GAJAMOHAN, Mohanarajah et al. The Cubli: A cube that can jump up and balance. In: *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* [online]. IEEE, 2012, s. 3722–3727 [cit. 2024-02-27]. ISBN 978-1-4673-1736-8. Dostupné z DOI: [10.1109/IROS.2012.6385896](https://doi.org/10.1109/IROS.2012.6385896).
- [13] GAJAMOHAN, Mohanarajah et al. The Cubli: A cube that can jump up and balance. In: *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. 2012, s. 3722–3727. Dostupné z DOI: [10.1109/IROS.2012.6385896](https://doi.org/10.1109/IROS.2012.6385896).
- [14] GAJAMOHAN, Mohanarajah et al. The Cubli: A reaction wheel based 3D inverted pendulum. In: *2013 European Control Conference (ECC)*. 2013, s. 268–274. Dostupné z DOI: [10.23919/ECC.2013.6669562](https://doi.org/10.23919/ECC.2013.6669562).
- [15] HLINĚNÝ, Petr. *Optimalizační Úlohy (IA102 “OU”)* [online]. Brno, 2005 [cit. 2024-03-20]. Dostupné z: <https://is.muni.cz/el/fi/podzim2005/IA102/um/OU-text05.pdf>. výukový text. Masarykova univerzita.
- [16] HOFER, Matthias. *The One-Wheel Cubli* [online]. [cit. 2024-04-22]. Dostupné z: <https://www.youtube.com/watch?v=LM74EBbetGU>.
- [17] ICE, Charlie. Bezsenzorové řízení BLDC motorů pro široké využití. *DPS* [online]. 2013, č. 4, s. 1 [cit. 2024-03-11]. Dostupné z: <https://www.dps-az.cz/clanky/id:2700/bezsenzorove-rizeni-blcd-motoru-pro-siroke-vyuziti>.
- [18] JEŽEK, Michal. *REALIZACE INVERZNÍHO KYVADLA TYPU CUBLI* [online]. Brno, 2019 [cit. 2024-05-06]. Dostupné z: [https://www.vut.cz/www\\_base/zav\\_prace\\_soubor\\_verejne.php?file\\_id=193020](https://www.vut.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=193020). Diplomová práce. VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ.
- [19] KASPRZAK, Kris. ESP32-WebPage. *GitHub* [online]. [B.r.] [cit. 2024-05-04]. Dostupné z: [https://github.com/KrisKasprzak/ESP32\\_WebPage](https://github.com/KrisKasprzak/ESP32_WebPage).
- [20] LAW, Erin. Brushless DC (BLDC) Motors vs. AC Motors and DC Brushed Motors - Everything You Need To Know. *Cence* [online]. 2022, s. 1 [cit. 2024-03-11]. Dostupné z: <https://www.cencepower.com/blog-posts/ac-electric-motors-vs-dc-brushless-motors>.
- [21] MOHANARAJAH, Gajamohan. *The Cubli: a cube that can jump up, balance, and 'walk'* [online]. [cit. 2024-04-22]. Dostupné z: [https://www.youtube.com/watch?v=n\\_6p-1J551Y](https://www.youtube.com/watch?v=n_6p-1J551Y).
- [22] MORIN, David. *Introduction to Classical Mechanics* [online]. Cambridge: Cambridge University Press, 2008 [cit. 2024-03-21]. ISBN 978-0-511-37723-5. Dostupné z: <https://objectstorage.ap-mumbai-1.oraclecloud.com/n/bmzytd5z5pt3/b/Class12/o/1653331658-ncert-6.pdf>.



- [23] MUEHLEBACH, Michael, Gajamohan MOHANARAJAH a Raffaello D'ANDREA. Nonlinear analysis and control of a reaction wheel-based 3D inverted pendulum. In: *52nd IEEE Conference on Decision and Control*. 2013, s. 1283–1288. Dostupné z DOI: [10.1109/CDC.2013.6760059](https://doi.org/10.1109/CDC.2013.6760059).
- [24] RAJA, Dilip. MEMS - Here is Everything you need to know about Micro Electro Mechanical Systems. *Circuit digest* [online]. 2024 [cit. 2024-03-25]. Dostupné z: <https://circuitdigest.com/tutorial/what-is-mems-various-mems-devices-and-applications>.
- [25] REICHL, Jaroslav a Martin VŠETIČKA. Zákon zachování hybnosti. *Encyklopedie fyziky* [online]. 2012, s. 1 [cit. 2024-03-20]. Dostupné z: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/33-zakon-zachovani-hybnosti%5C#>.
- [26] REICHL, Jaroslav a Martin VŠETIČKA. Steinerova a Königova věta. *Encyklopedie fyziky* [online]. [B.r.] [cit. 2024-04-05]. Dostupné z: <http://fyzika.jreichl.com/main.article/view/105-steinerova-a-konigova-veta>.
- [27] ROMANISHIN, John W., Kyle GILPIN a Daniela RUS. M-blocks: Momentum-driven, magnetic modular robots. In: *2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*. 2013, s. 4288–4295. Dostupné z DOI: [10.1109/IROS.2013.6696971](https://doi.org/10.1109/IROS.2013.6696971).
- [28] ROSE, D. Rotation Quaternions, and How to Use Them [online]. 2015 [cit. 2024-03-27]. Dostupné z: <https://danceswithcode.net/engineeringnotes/quaternions/quaternions.html>.
- [29] *SimpleFOC* [online]. [cit. 2024-04-07]. Dostupné z: <https://github.com/simplefoc/Arduino-FOC>.
- [30] SimpleFOC Docs [online]. [B.r.] [cit. 2024-04-07]. Dostupné z: [https://docs.simplefoc.com/torque\\_control](https://docs.simplefoc.com/torque_control).
- [31] SINGH, Rupam, Vijay Kumar TAYAL a Hemandar Pal SINGH. A review on Cubli and non linear control strategy. In: *2016 IEEE 1st International Conference on Power Electronics, Intelligent Control and Energy Systems (ICPE-ICES)*. 2016, s. 1–5. Dostupné z DOI: [10.1109/ICPEICES.2016.7853425](https://doi.org/10.1109/ICPEICES.2016.7853425).
- [32] SMOOT, Jeff. Capacitive, Magnetic, and Optical Encoders – Comparing the Technologies. *CUI DEVICES* [online]. [B.r.] [cit. 2024-03-21]. Dostupné z: <https://www.cuidevices.com/blog/capacitive-magnetic-and-optical-encoders-comparing-the-technologies>.
- [33] STM32 Timer Encoder Mode: estimate position and velocity. *STEPPE SCHOOL* [online]. 2023 [cit. 2024-03-21]. Dostupné z: <https://www.stepschool.com/pages/blog/stm32-timer-encoder-mode>.
- [34] ŠMÍD, Kristian. *Balancing cube with reaction wheels* [online]. [cit. 2024-05-10]. Dostupné z: [https://youtu.be/c0FP6WWIy\\_8](https://youtu.be/c0FP6WWIy_8).
- [35] TIŠNOVSKÝ, Pavel. Komunikace po sériové sběrnici I2C. *ROOT* [online]. 2009 [cit. 2024-04-08]. Dostupné z: <https://www.root.cz/clanky/komunikace-po-seriove-sbornici-isup2supc/>.

- [36] TV, Machine Learning. *Kalman Filter - Part 1* [online]. [cit. 2024-04-22]. Dostupné z: <https://www.youtube.com/watch?v=LioOvUZ1MiM>.
- [37] VOJÁČEK, Antonín. MEMS - díl 1. - Co to je a jak to vypadá ? *Vývoj hw* [online]. 2006 [cit. 2024-03-25]. Dostupné z: <https://vyvoj.hw.cz/clanek/2006111901>.
- [38] VOJÁČEK, Antonín. Co je to Kalmanova filtrace ? *Automatizace hw* [online]. 2007 [cit. 2024-03-26]. Dostupné z: <https://automatizace.hw.cz/clanek/2007042901>.
- [39] What is an Outrunner Motor? *MAGNETIC INNOVATIONS* [online]. [B.r.], s. 1 [cit. 2024-03-11]. Dostupné z: <https://www.magneticinnovations.com/faq/outrunner-motor/>.
- [40] What is BLDC motor? *ABLIC* [online]. [B.r.], s. 1 [cit. 2024-03-11]. Dostupné z: <https://www.ablic.com/en/semicon/applications/bldc-motor/what-blcdc-motor/>.
- [41] What Is Space Vector Modulation? *Matlab* [online]. [B.r.] [cit. 2024-03-13]. Dostupné z: <https://www.mathworks.com/discovery/space-vector-modulation.html>.
- [42] WU, Junfeng. Parameters estimation of BLDC motor for energy storage system. In: *Proceedings of the 10th World Congress on Intelligent Control and Automation*. 2012, s. 4190–4194. Dostupné z DOI: [10.1109/WCICA.2012.6359180](https://doi.org/10.1109/WCICA.2012.6359180).

## A Přílohy

### A.1 Obsah vloženého balíku do IS/STAG TUL

- Text práce
- Projekt se zdrojovým kódem pro ESC
- Projekt se zdrojovým kódem pro ESP32
- Simulační model
- Zdrojový kód pro analýzu potřebných otáček pro překlopení
- Odkaz na konstrukci systému
- Soubory pro 3D tisk
- Schéma zapojení DPS
- Výrobní data DPS

## A.2 Schéma zapojení

