UNIVERZITA HRADEC KRÁLOVÉ

FILOZOFICKÁ FAKULTA

KATEDRA FILOZOFIE A SPOLEČENSKÝCH VĚD

PROPOJENOST MATEMATIKY A FILOZOFIE

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Autor: Kateřina Coufalová

Studijní program: B1101 - Matematika

Studijní obor: Matematika se zaměřením na vzdělávání - Společenské vědy se zaměřením na vzdělávání

Forma studia: prezenční

Vedoucí práce: Doc. Mgr. Martin Paleček, Ph.D.

Hradec Králové, 2019

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracovala (pod vedením vedoucího bakalářské práce) samostatně a uvedla jsem všechny použité prameny a literaturu.

V Hradci Králové dne

Podpis autorky

Anotace

Coufalová, Kateřina. *Propojenost matematiky a filozofie*. Hradec Králové: Filozofická fakulta, Univerzita Hradec Králové, 2019, 51s. Bakalářská práce.

Ačkoliv se obecně má za to, že matematika a filozofie spolu nemají mnoho společného, protože se jedná o zcela rozdílné vědní oblasti, tato práce se pokusí prokázat pravý opak. Toto tvrzení bude doloženo analýzou vybraných děl velkých filozofů, kteří byli zároveň i velkými matematiky, jakými byli Thalés z Milétu, Pýthagorás ze Samu, René Descartes, Blaise Pascal, Gottfried Wilhelm Leibniz nebo Bernard Bolzano. Práce ukáže, že nejen jejich jmény jsou spojeny obě vědní oblasti, ale že sami autoři ve svých dílech obě vědy propojovali.

Klíčová slova: filozofie, matematika, propojení věd

Annotation

Coufalová, Kateřina. *Mathematics and philosophy interconnection*. Hradec Králové: Philosophical Faculty, University of Hradec Králové, 2019, 51pp. Bachelor Thesis.

Although it is generally believed that mathematics and philosophy do not have much in common because they are completely different fields of science, this work will attempt to prove the opposite. This statement will be supported by an analysis of selected works by great philosophers who were also great mathematicians such as Thales of Miletus, Pythagoras of Samu, Rene Descartes, Blaise Pascal, Gottfried Wilhelm Leibniz or Bernard Bolzano. The work will show that not only their names are connected by both scientific fields, but that the authors themselves have linked both sciences in their works.

Keywords: philosophy, mathematics, interconnectedness of sciences

Obsah

1 Úvod

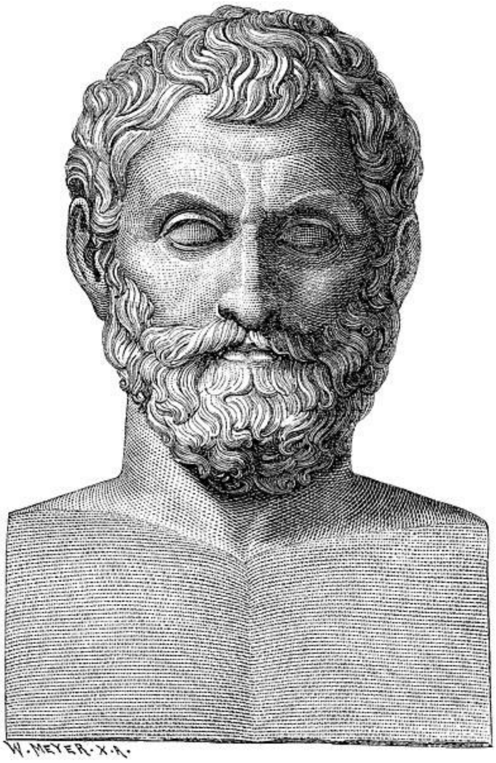
Bakalářská práce Propojení matematiky a filozofie je teoretická práce, která se pokusí ukázat, že ačkoliv se má obecně za to, že matematika a filozofie spolu nemají mnoho společného, že tomu tak zdaleka není.

Práce ukáže, že matematika a filozofie nejsou propojeny pouze autory, kteří byli velkými filozofy a zároveň významnými matematiky. Pro práci jsem vybrala Thaleta z Milétu, Pythagora se Samu, René Descarta, Blaise Pascala, Gottfrieda Wilhelma Leibnize a Bernarda Bolzana, kdy ukážu nejen jejich významné přínosy ve filozofii a v matematice, o kterých se učí především na středních a dále pak na vysokých školách, ale také konkrétní ukázky z jejich děl, jak oni sami propojovali filozofii a matematiku, jakým způsobem ovlivnila matematika jejich filozofické myšlení a naopak, jako například u Bernarda Bolzana, který tvrdil, že matematická metoda se nemusí nutně využívat na matematické disciplíny, ale je uplatnitelná ve všech vědních disciplínách, včetně filozofie, a že nejen matematika, ale i filozofie je založena na rozumovém poznání.

Při tvorbě práce byly použity zejména primární zdroje dostupné v českém jazyce či překladu, pokud byly zachovány a veřejně zpřístupněny. Dále zdroje sekundární jak z oblasti filozofie, tak matematiky.

Práce je rozčleněna do šesti hlavních části podle vybraných autorů, chronologicky seřazených a každá kapitola autora je rozdělena na pět menších celků – život autora, dílo, přínos ve filozofii, přínos v matematice a jejich propojení matematiky s filozofií.

2 **Thales z Milétu** (620 – 625 př. n. l. – 546 př.n.l.) [1]



2.1 Život

Thales z Milétu byl řecký učenec, který se zabýval ontologií, matematikou a dalšími vědními obory. Sami Řekové ho označovali „otcem vědy“. Řadí se mezi „sedm mudrců“, což je označení pro sedm údajně nejmoudřejších Řeků. [2]

Život měl dlouhý a pestrý. Narodil se mezi roky 620 – 625 př. n. l. a zemřel roku 546 př. n. l.[3]. Thales přišel z řecké kolonie Milétu ležící západní pobřeží Malé Asie.[4] Než se Thales začal věnovat vědě, hodně cestoval a nějakou dobu se angažoval i v politice[5]. Při cestování poznal různé kultury a myšlenky, které pak přinesl do Řecka.[6] Kvůli finančnímu zajištění se nějaký čas věnoval obchodování.[7] Z Thaletových spisů se žádný nedochoval, čerpat tedy lze jen z legend a záznam o něm najdeme také v Aristotelově *Metafyzice*, kterou napsal dvě stě let po smrti Thaleta.[8]

2.2 Počátky filozofie

Zpočátku filozofie zahrnovala přírodovědná, teologická, magická i etická vysvětlení světa. Až raní řečtí myslitelé jako byl Thales, Hérakleitos, Anaxagoras, Pythagoras a další chápali filozofii z dnešního úhlu pohledu.[9] Při pohledu do historie na počátky filozofie narazíme na jména tří učenců z tzv. Milétské školy. Hlavním představitelem je právě Thales a následovně jeho dva žáci Anaximandros a Anaximénes. Thales je považován za zakladatele odvětví filozofie zabývající se přírodními jevy a podstatou světa. Na otázku co je podstatou

---

[1] *Thales z Milétu* [online], [cit. 22. 2. 2019], Wikipedie. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Thal%C3%A9s_z_Mil%C3%A9tu
[2] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 41
[3] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 41
[4] KING, Peter J. Sto filozofů, s. 14
[5] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 41
[6] KING, Peter J. Sto filozofů, s. 14
[7] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 41-42
[8] KING, Peter J. Sto filozofů, s. 14
[9] POPKIN, Richard Henry. Filozofie pro každého, s. 357

světa přinesl Thales odpověď, že voda. Jako první přišel s představou světa složeného z jednoduchého materiálu, bez nadpřirozena nebo božské účasti. Volba vody nebyla náhoda, jevila se mu jako nejtvárnější, neboť existuje ve třech skupenství.[10] Navíc jako obyvatel přístavního města spatřoval v moři, potažmo vodě životadárnou sílu.[11] Věřil, že všechny objekty jsou variantou vody. Je-li voda ohřívána, stává se párou. Z toho vyvodil, že všechna plynná jsoucna, jako je např. atmosféra, lze popsat jako zředěnou vodu. Přirozeně je voda tekutina, tedy cokoliv plovoucího je z vody. A je-li voda dostatečně ochlazena, stává se z ní těleso (led). Je obdivuhodné, jak z tak mála informací, dokázal objasnit tak rozličné věci jako jsou plynné, kapalné a tuhé vlastnosti země. [12] tohle je málo. Je potřebí nějak zdůvodnit, proč filozofie a matematika. Je něco, co by obě disciplíny spojovalo?

2.3 Matematika a technické vědy

Thales je považován za prvního opravdového vědce, neboť vytvořil racionální popis přirozeného světa, který není založený na pověrách. Seznámil Řeky s geometrií,[13] která do té doby měla pro Řeky hlavně praktické využití, pro řešení problémů každodenního života, při vyměřování pozemků, staveb apod.[14] dokázal, že průměr protne kružnici na dvě shodné části.[15] S průměrem kružnice pracuje i v dalším tvrzení, které je obecně známo jako Thaletova věta:

Věta: Je dána úsečka *AB* se středem *S*. Body *A, B spolu* s množinou všech bodů roviny, pro něž platí $|\sphericalangle AXB| = 90°$, tvoří kružnici $k\left(S; \frac{1}{2}|AB|\right)$.

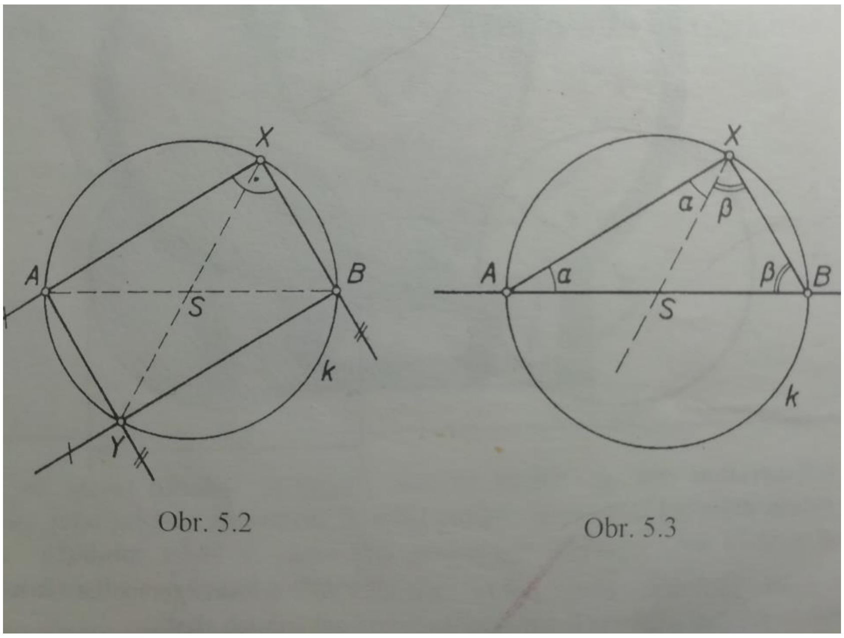
Důkaz: Označme X vrchol libovolného pravoúhlého trojúhelníku s přeponou *AB*. Sestrojme bodem *A* rovnoběžku s přímkou *XB* a bodem *B* rovnoběžku s přímkou *XA*. Tyto přímky se protínají v bodě *Y*. Rovnoběžník *AXBY* je obdélníkem. Protože v obdélníku jsou úhlopříčky shodné a půlí se, leží body *X, Y na* kružnici $k\left(S; \frac{1}{2}|AB|\right)$.

Tímto jsme dokázali $|\sphericalangle AXB| = 90° \Rightarrow X \epsilon k$.

Ukažme, že věta platí i obráceně:

[10] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 42
[11] ADAMOVÁ, Lenka, Dudák Vladislav a Václav VENTURA. Základy filosofie, etiky, s. 49
[12] POPKIN, Richard Henry. Filozofie pro každého, s. 357
[13] KING, Peter J. Sto filozofů, s. 14
[14] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 34
[15] KING, Peter J. Sto filozofů, s. 14

Pro každý bod $X \in k\left(S; \frac{1}{2}|AB|\right)$ platí $|AS| = |SX| = |SB|$. Rovnoramenné trojúhelníky AXS, BXS mají u základen shodné úhly α, β. Protože součet vnitřních úhlů v trojúhelníku ABX je $180°$, je $2(\alpha + \beta) = 180°$, neboli $(\alpha + \beta) = 90°$. Úhel AXB má tedy velikost $90°$.[16]



[17]

Kromě této věty spočítal podle délky stínu výšku pyramid, ale také dráhu Slunce a dobu rovnodennosti.[18] Na den 28. května r. 585 př. n. l. úspěšně předpověděl zatmění Slunce.[19] Dále sestavil kalendář s 365 dny, kterým přes malé úpravy je používán dodnes, vypracoval tabulky s předpovědí počasí a sestrojil vodní hodiny.[20]

Kromě matematiky se zabýval mimo jiné i kosmologií a tvrdil, že Země je válec nebo kotouč, a nad ní i pod ní je voda – Země plave na vodě a ze shora na ní prší. Kromě toho je voda základním principem, či složkou vesmíru.[21] Zemětřesení je bouře pod hladinou.[22]

2.4 Souvislost mezi matematikou a filozofií

Jelikož je zrod filozofie spojován s kladením otázek po příčinách a důvodech jevů v přírodě, dalo by se říci, že Thaletovo propojení filozofie s matematikou spočívá ve snaze racionálně - matematicky, v jeho případě spíše geometricky, vysvětlit a zdůvodnit právě jevy

[16] KUŘINA, František. 10 pohledů na geometrii, s. 92-93
[17] KUŘINA, František. 10 pohledů na geometrii, s. 92
[18] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 41
[19] KING, Peter J. Sto filozofů, s. 14
[20] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 41
[21] KING, Peter J. Sto filozofů, s. 14
[22] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 42

běžného života a odpovědět tak rozumově na otázky, na které byla doposud odpověď převážně mýtická. Odpovědi na otázky související se Zemí, jako je tvar, velikost anebo zemětřesení, potřeboval nějak zdůvodnit a pro důkazy sahá k matematice, resp. ke geometrii.

3 **Pythagoras ze Samu** (570 př. n. l. – 500 př.n.l.) [23]

3.1 Život

Pythagoras ze Samu byl řecký matematik a filozof[24] Ostrov Samu opustil z obavy před vládou tyrana Polykrata a odstěhoval se do řecké kolonie v jihoitalském Krotonu. Zde založil rodinu i slavnou školu pythagorejců.[25] Jeho učení známe pouze prostřednictvím jeho žáků, mezi nimiž bylo i dost žen. Jednou z nich byla i jeho žena Theana,[26] která sama se matematikou zabývala.[27]

Pythagorejci byla zvláštní skupina, trochu filozofická škola se širším záběrem – hlavně matematika, ale i další přírodní vědy, astronomie, hudba, lékařství. Pythagoras byl mezi svými žáky přirozená autorita a stál u zrodu všech podstatných myšlenek pythagorejské školy.[28]

3.2 Filozofie

V Pythagorově učení se prolíná filozofie s mystikou.[29] Pythagoras se domníval, že existuje reinkarnační cyklus, že v člověku je nesmrtelná duše, a pokud člověk bude studovat a žít správným způsobem života, může dosáhnout stavu, kdy se duše očistí a z tohoto koloběhu vysvobodí a připojí se ke společné světové duši, dosáhne harmonie s kosmem.[30] Pythagoras věřil, že svět a jeho harmonii můžeme poznávat, jen když se mu připodobníme, tedy při kultivaci a harmonii naší duše.[31]

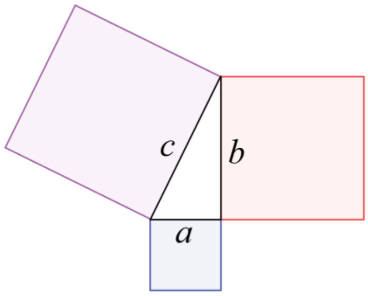
Základem veškerého světa a bytí je pro Pythagora číslo. Vše je podle něj matematicky vyjádřitelné. Dospěl k objevu, že každá věc je matematicky vyjádřitelná. Objev vyjádřitelnosti v abstraktním světě matematiky je tak fascinující, že není divu, že to Pythagoru vedlo k mysticizmu.

[23] *Pythagoras ze Samu* [online], [cit. 6. 3. 2019], Antika. Dostupné z: http://antika.avonet.cz/article.php?ID=1910
[24] TOMÁŠ, Milan. Filosofie a přírodní vědy, s. 137
[25] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 43
[26] KING, Peter J. Sto filozofů, s. 15
[27] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 43
[28] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 43
[29] ADAMOVÁ, Lenka, Dudák Vladislav a Václav VENTURA. Základy filosofie, etiky, s. 50
[30] KING, Peter J. Sto filozofů, s. 15
[31] ADAMOVÁ, Lenka, Dudák Vladislav a Václav VENTURA. Základy filosofie, etiky, s. 50-51

3.3 Matematika

Systematičnost do matematiky přinesl až Pythagoras, který začal z praktické vědy pomalu vytvářet abstraktní, začal zobecňovat.[32]

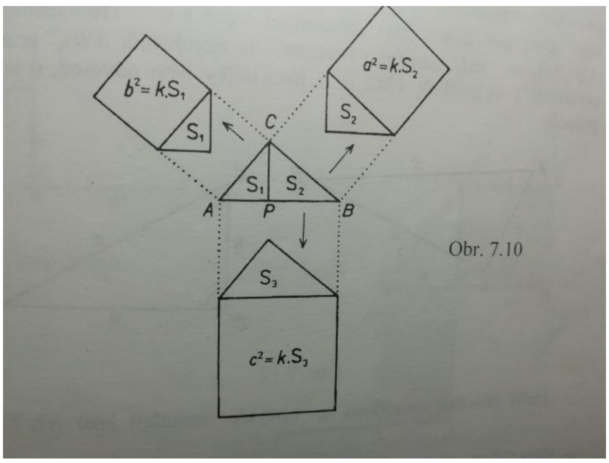
S Pythagorem je jednoznačně spojena jeho slavná věta o obsahu pravoúhlého trojúhelníku. Věta už sice intuitivně existovala dříve před Pythagorem, on byl ale první, kdo jí dokázal. Věta má nejvíce známých důkazů, než kterákoliv jiná věta, já uvedu dva.



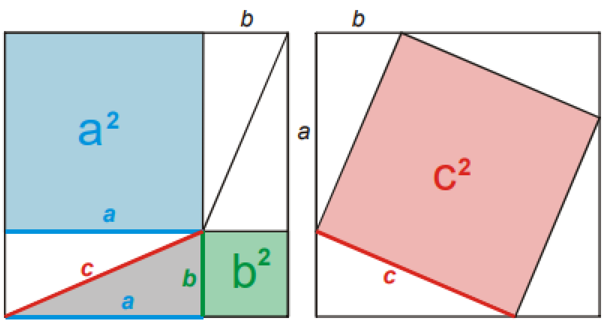
Věta: Obsah čtverce nad přeponou c pravoúhlého trojúhelníku se rovná součtu obsahu čtverců nad oběma odvěsnami a, b. Neboli $c^2 = a^2 + b^2$ [33]

Důkaz:

1) Důkaz matematika G.Polya: Označíme S_1, S_2, S_3 po řadě obsahy trojúhelníků ACP, BCP, ABC. Platí $S_1+S_2 = S_3$. Sestrojíme-li čtverce nad stranami trojúhelníku ABC podle obr. 7.10, dostaneme tři podobné útvary, které jsou sjednocením pravoúhlého trojúhelníku a čtverce nad jeho přeponou. Protože poměr přepony a výšky k přeponě je u každého z těchto trojúhelníků týž, je obsah každého ze sestrojených čtverců k násobkem obsahu příslušného trojúhelníku. Vynásobíme-li číslem k rovnost $S_1+S_2 = S_3$, dostaneme $k\,S_1+ k\,S_2 = k\,S_3$ neboli $a^2 + b^2 = c^2$.[34]



2) Z obrázku vidíme, že všechny pravoúhlé trojúhelníky jsou shodné. Vnitřní čtverce v levém obrázku odpovídají čtvercům nad odvěsnami libovolného z trojúhelníků, vnitřní čtverec v pravém obrázku odpovídá čtverci nad



32 MRÁZEK, Jiří. Taje matematiky, s. 140

33 PICKOVER, Clifford A. Matematická kniha, s. 40

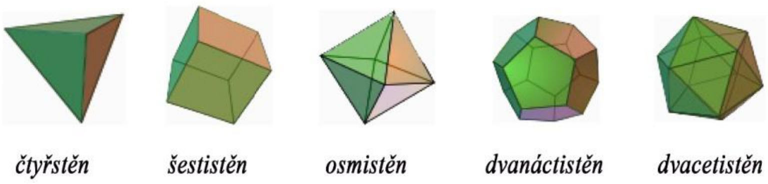
34 KUŘINA, František. 10 pohledů na geometrii, s. 147

přeponou libovolného z trojúhelníků. Obsah obou velkých čtverců (obrázků) je shodný, obsah všech trojúhelníků je také shodný a proto se obsah červeného čtverce shoduje se součtem obsahů modrého a zeleného čtverce, tedy Pythagorova věta platí. Tento důkaz je úplný. Trojúhelníky jsou pravoúhlé, ale nejsou rovnoramenné. Čtverec v pravém obrázku můžeme „otáčet“ a tím měnit tvar pravoúhlého trojúhelníku (a samozřejmě tím měnit i levý obrázek).[35]

Pythagoras – to není jen Pythagorova věta:

Obecně známý pojem jsou i Pythagorejské trojúhelníky. Jedná se opět o pravoúhlé trojúhelníky, jejichž strany mají celočíselné rozměry. Zajímavý trojúhelník je „3-4-5“, kde přepona je délky 5. Je to totiž jediný Pythagorejský trojúhelník, který má délky stran vyjádřené třemi po sobě následujícími čísly, a také jediný trojúhelník s celočíselnými stranami, jejichž součet (12) se rovná dvojnásobku jeho obsahu (6).[36]

[37]



Objevil poslední dva pravidelné mnohostěny – dvanáctistěn a dvacetistěn (z celkových pěti pravidelných mnohostěnů jsou ještě krychle, čtyřstěn a osmistěn).[38] Pravidelným tělesům se říkalo kosmická, neboť Pythagorovci tvrdily, že živly sestávají z nejmenších dílů, v případě ohně varu pravidelného čtyřstěnu, vzduch se skládá z malých osmistěnů, voda z dvanáctistěnů a zemský živel tvoří krychle. Je tedy vidět, že Pythagoras a jeho žáci věřili, že cokoliv lze převést na čísla a nehledali jen čísla vztahy mezi čísly (teorie čísel), ale hledali co za stojí za těmi vztahy a zákonitostmi. Hledali harmonii čísel vesmíru, domnívali se, že celý vesmír lze vyjádřit celými čísly.[39]

---

[35] KRYNICKÝ, Martin. Důkazy Pythagorovy věty. *Matematika ZŠ.realisticky.cz*. [online], [cit. 25. 4. 2019], Dostupné z http://www.realisticky.cz/kapitola.php?id=37

[36] PICKOVER, Clifford A. Matematická kniha, s. 40

[37] *Pět platónských těles*[online], [cit. 6. 3. 2019], Svět je jinak. Dostupné z: https://www.svetjejinak.cz/news/tajemstvi-mandaly-kvet-zivota-cast-3/

[38] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 44

[39] MRÁZEK, Jiří. Taje matematiky, s. 136 - 137

Propracoval teorii čísel – součet po sobě jdoucích lichých čísel počínaje jedničkou je vždy druhá mocnina: 1+3 = 4 (= 2^2); 1+3+5 = 9 (=3^2); 1+3+5+7 = 16 (= 4^2) … nebo že součet dvou po době jdoucích lichých čísel je dělitelný čtyřmi: 1+3 =4; 5+7=12, … 33+35 = 68 …[40]

Při výzkumu dělitelnosti čísel objevili prvočísla, zpřehlednili aritmetický, geometrický a harmonický průměr, zavedli systém měr a vah.[41] Odhalil matematické vztahy v hudební harmonii. Ukázal, že vibrující struny vytvářejí harmonické souzvuky (akordy), jestliže vzájemné poměry délek znějících strun lze vyjádřit celými čísly. [42] Také objevil vztah mezi délkou struny a výškou tónu.[43]

Přesný úplný logický důkaz položili jako základ matematiky. Za co si jistě Pythagoras úctu zaslouží je jeho důsledná (geometrická) metoda přístupu k řešení problémů. Schopnost logicky analyzovat problém a dokázat správnost řešení dělá vědu vědou (nejen matematiku).[44]

3.4 Souvislost mezi matematikou a filozofií

Pythagoras věřil v reinkarnaci lidské duše a v jeho filozofii můžeme vidět spojitost s mystikou. Věřil, že co nemá tvar, jakoby nebylo, neboť se nedá nijak vymezit či rozlišit od jiných věcí. Každé jsoucno má tedy nějaký tvar a mez. Při úvaze jak je možné tuto mez určit a popsat, došel k závěru, že každá hranice má svůj rozměr, který je měřitelný, a tudíž vyjádřitelný číslem. Základem všech věcí se tak pro Pythagora stává číslo, které chápal jako geometrickou veličinu vyjadřující vztah mezi jednotlivými věcmi a jejich částmi. Číslem lze vyjádřit nejenom rozměr – tvar, ale i kvalitu. Na základě souladných vztahů stojí celý vesmír, který vydává tzv. „hudbu sfér," kterou vnitřně cítíme díky smyslu pro číslo a harmonii. Tento cit ale nemá každý.[45]Pro Pythagora byla čísla něčím božským, jelikož jsou čistá a neovlivnitelná. Uctíval spolu se svými stoupenci čísla od jedné do deseti a věřili, že čísla jsou nadaná životem a mají telepatickou formu vědomí.[46]Dospěl k závěru, že celý vesmír jako celek lze vyjádřit matematickými pojmy, zaměřil se tak namísto hledání pralátky světa na jeho vysvětlení matematickým způsobem. Ve snaze vše vysvětlit, ale nebyly vždy výklady numerických vztahů logické a Pythagoras si vypomáhal mystikou například v tvrzení, že

[40] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 44
[41] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 45
[42] PICKOVER, Clifford A. Matematická kniha, s. 44
[43] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 44
[44] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 45
[45] ADAMOVÁ, Lenka, Dudák Vladislav a Václav VENTURA. Základy filosofie, etiky, s. 50
[46] PICKOVER, Clifford A. Matematická kniha, s. 44

nebeská tělesa obíhají kolem jednoho centra, a protože číslo deset chápali jako číslo ideální a mystické, rozhodli se tvrdit, že kolem centra obíhá deset těles (včetně Slunce). [47]

[47] KING, Peter J. Sto filozofů, s. 15

4 **René Descartes** (1596 – 1650)[48]

4.1 Život

René Descartes byl významný francouzský matematik a filozof 17. století. Střídavě označován za „otce novověké filozofie“ a „otce moderní matematiky“[49]

Vystudoval první jezuitskou kolej ve Francii, kde se seznámil s Marinem Mersennem, později významným vědcem, se kterým zůstali přáteli po celý život.[50]

Když René Descartes r. 1614 ukončoval studium, už neměl důvěru k žádným vědám kromě matematiky.[51] „*Měl jsem zálibu zvláště v matematice pro jistotu a zřejmost jejích argumentů. (...) Divil jsem se, že když je její základ tak pevný a bezpečný, nebylo na ní vystavěno nic vznešenějšího.*[52] Vzdělával se především v humanitních oborech, (z filozofie především Aristotelskou), a učiteli byl přesvědčován, že jen tak bude znát vše důležité do života. Na konci studií už ale tento názor nesdílel. „*Cítil jsem se zmaten tolika pochybnostmi a omyly, že se mi zdálo, že se svého studia nemám jiný užitek než stále jasnější poznání své nevědomosti (...) a dospěl jsem k přesvědčení, že věda, v jakou jsem, veden druhými, předtím doufal, na světě vůbec neexistuje*.“[53] Období mezi roky 1618-1621 strávil v holandském a pak v bavorském vojsku, se kterým prošel mj. i Čechy (nelze s jistotou tvrdit, že se zúčastnil bitvy na Bílé hoře, jak je často uváděno).[54] Kvůli nepříznivé situaci pro bádání a vědu, odešel na přelomu let 1628-1629 z Francie (kde fakticky vládl kardinál Richelieu) do Holandska, kde zůstal po dvacet let. Ve čtyřicátých letech se začaly stupňovat útoky proti jeho učení a byl proti němu vyvolán soudní proces. Přednášení jeho myšlenek na univerzitách bylo zakázáno. Útoků se Descartes nezbavil do konce života.[55] Na konci této dekády je pro své znalosti pozván královnou Kristinou do Švédska, kde 11. února 1650 zemřel na zápal plic. Jeho ostatky byly převezeny do Francie až r. 1666, od roku 1819 jsou uloženy v kostele Saint Germain-des-Prés.

---

[48] HALS, Frans. Portrét Reného Descarta. [online]. [cit. 15. 2. 2019]. Dostupný z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Ren%C3%A9_Descartes

[49] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 108

[50] BEČVÁŘ, Jindřich. René Descartes, s. 4-5

[51] BEČVÁŘ, Jindřich. René Descartes, s. 5

[52] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 12

[53] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 10-11

[54] BEČVÁŘ, Jindřich. René Descartes, s. 6-9

[55] BEČVÁŘ, Jindřich. René Descartes, s. 14-15

4.2 Dílo

Nechtěl, aby jeho spisy byly publikovány ještě za jeho života, aby reakcemi na ně neztrácel čas, který chtěl věnovat sebevzdělávání. Připouštěl sice, že člověk má přispívat k dobru druhých lidí, a že „*nebýt nikomu prospěšný znamená být vlastně bez ceny, ale je pravda, že naše starost má sahat dále než do přítomnosti*," ale lepší je činit takové věci, které více prospějí pozdějším generacím. Na druhou stranu reakce na jeho díla by mu pomáhala nalézat chyby. „*A více lidí také vidí více než jeden člověk*," a pomáhalo by mu také svými dalšími objevy, když by začali využívat jeho poznatků.[56] Nenáviděl slávu, protože dle jeho slov „*maří pokoj, kterého si cením nade vše*."[57] Netoužil být ani váženým mužem v očích světa.[58]

Na konci dvacátých let napsal metafyzický spis *Úvahy o první filozofii*, který se stal později základem stejnojmenného díla. Nabídl jej i univerzitě, ale byl odmítnut. Také sepisoval *Pravidla pro vedení rozumu* – snažil se najít a zformulovat pravidla pro logické uvažování a správného myšlení. Spis však nedokončil. Byl poprvé vydán až po jeho smrti. Lze v něm sledovat vývoj Descartova myšlení. Na přelomu třicátých let se věnoval spisu *Svět*, kde poprvé vykládá své poznatky o kosmogonii a fyzice, avšak kvůli procesu s Galileim se rozhodl jej nevydat.[59]

Přichází červen 1637 a René Descartes poprvé vydává ve francouzštině (nikoli v latině, jak bylo tehdy zvykem) své velké dílo *Rozprava o metodě*, která měla velkou odezvu. Spolu se třemi díly *Dioptrika, Meteory a Geometrie* tvořila jeden celek. Celé dílo mělo původně nést název P*lán všeobecné vědy schopné povznést naši povahu na nejvyšší stupeň dokonalosti, potom Dioptrika, Meteory a Geometrie. Rozprava o metodě* je úvodem Descartovy nové metody k jeho třem praktickým knihám. Podává zde stručný výklad své nové metody poznání pravdy, koncept své filozofie a nákres nové vědy.[60] Proč psal ve francouzštině místo v jazyce vědců – latině, zdůvodňoval tím, že „*ti, kteří užívají pouze svého zcela čistého přirozeného rozumu, posoudí, jak doufám, mé názory lépe než ti, kteří věří jen starým knihám*."[61]

Roku 1641 vychází Descartovi v Paříži latinsky psaná kniha *Úvahy o první filozofii*, sestávající ze šesti úvah. V červenci 1944 vychází Descartovo největší dílo *Základy filozofie*,

[56] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 49-51
[57] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 54
[58] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 57
[59] BEČVÁŘ, Jindřich. René Descartes, s. 10-12
[60] BEČVÁŘ, Jindřich. René Descartes, s. 12-13
[61] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 56

kde vykládá svou teorii poznání, fyziku, astronomii v souvislosti s metafyzikou, názory na vznik a uspořádání světa.[62]

4.3 Myšlenky ve filozofii

Zabýval se teorií pravdy a poznání. Dospěl k závěru, že všechny naše poznatky lze zpochybnit.[63] Do dějin filozofie se zapsal tím, že vytvořil metafyziku, jejímž důsledkem byl dualizmus duše a těla. A právě od něj pochází výrok „*Cogito, ergo sum- Myslím, tedy jsem,*“ který jej tolik proslavil[64]

Descartes hledal absolutně jistý a pravdivý základ veškerého poznání.[65] Chtěl umět rozlišit pravdu od lži, aby měl jasno ve svém jednání a mohl tak bezpečně projít životem.[66]

K pochybnostem o pravdivém poznání jej dovedlo studium filozofie, neboť viděl, že i když v její historii byli velcí filozofové, není ve filozofii nic, v čem by nebylo sporu a tedy nic, o čem by se nedalo pochybovat. Všímal si rozmanitosti názorů filozofů na jednu a tutéž věc a došel k názoru, že už není nic, co by šlo považovat za pravdivé.[67] Za nepravdivé považoval cokoliv, v čem by se mohla objevit pochybnost. Jako pravdivé chápal něco, o čem se nepochybuje. [68] Při svých úvahách vycházel z platonského rozlišení mezi dóxa (míněním) a epistéme (poznáním). Aby něco bylo poznáním, musí mít trvalou platnost. Matematické a geometrické zákony se mu zdály, že toto splňují, a proto se rozhodl na geometrické metodě vybudovat i svou filozofii. Chyba je ovšem už v předpokladu, že matematické poznání je trvalé a neměnné. Přitom se domníval, že schopnost rozlišovat pravdu a lež, neboli mít zdravý rozum je přirozená vlastnost všech lidí odlišující je od zvířat. Různost názorů si vysvětloval tím, že: „*vedeme své myšlenky po různých cestách a neuvažujeme o stejných věcech,*“ a dojít k pravdě lze pouze po správné cestě.[69] Rozhodl se nevěřit ničemu, co vychází pouze ze zvyku a ovlivňuje tak schopnost řídit se jen rozumem.[70] Klamat nás mohou i naše smysly.[71] Uvědomil si, že pro úplně pravdivé poznání je potřeba „zapomenout“ na všechny dosavadní poznatky a nahradit je novými, které budou vycházet jen z jeho rozumu.[72] Zpochybnil tak úplně vše, krom své (lidské) existence, která se stala základem poznání a od které odrazil:

[62] BEČVÁŘ, Jindřich. René Descartes, s. 15-19
[63] POPKIN, Richard Henry. Filozofie pro každého, s. 251
[64] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 108
[65] POPKIN, Richard Henry. Filozofie pro každého, s. 251
[66] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 14
[67] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 13
[68] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 28
[69] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 9
[70] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 14
[71] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 28
[72] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 16-17

„Uvědomil jsem si, že po celou dobu, kdy jsem si chtěl myslet, že všechno je nepravdivé, bylo naprosto nutné, abych byl něco já, který myslím. A viděl jsem, že tato pravda – myslím, tedy jsem – *je tak pevná a jistá, že jí nemohou otřást ani nejpodivnější argumenty skeptiků. Proto jsem usoudil, že ji mohou bez obav přijmout jako první princip filozofie, kterou hledám.“*[73] Byl si jist, že tato myšlenka je nezpochybnitelná, schopnost pochybovat - myslet je důkaz existence.[74] V důkazu svého tvrzení odděluje lidskou duši od těla, tělo a duše jsou podle něj na sobě nezávislé. Vysvětluje, že pokud by přestal myslet, tak by neexistoval. Z toho usoudil, že je substance, pro kterou je přirozené pouze myšlení, pro svou existenci tak nepotřebuje žádný prostor a je nezávislá na čemkoli materiálním. Duše z nás činí to, čím jsme, úplně se odlišuje od těla, a i pokud by zaniklo tělo, duše by nepřestala existovat, nepřestala by být tím, čím je.[75]

Jeho pochybování jej dovedlo i k důkazu o existenci boha, neboť to, že člověk pochybuje, z něj dělá bytost nedokonalou. To ho vedlo k pátrání, odkud se vzala myšlenka o něčem dokonalejším, než je člověk. Byl si jist, že to pochází z něčeho dokonalejšího, než je člověk. Bylo si jist, že je nemožné, aby myšlenka vzešla z ničeho nebo aby se zrodila v člověku, protože dokonalé nemůže být následkem nedokonalého a nemůže na něm ani záviset. Jediné východisko spatřoval v bohu, který je symbolem všeho dokonalého,[76] a který Descartovi sloužil jako garant dokonalosti, (nejednalo se o boha Křesťanů). Cokoliv méně dokonalého je na bohu závislé, nic nemůže bez boží vůle existovat[77] a vše, co je v člověku, pochází od boha.[78] Problém s vírou v boží existenci zdůvodňoval tím, že lidé smýšlejí jen o věcech, které si dokáží představit.[79]

Důkaz boha mu pomohl v objasnění, jak tedy dvě na sobě nezávislé části jako je tělo a duše jsou spojeny v jedno. Zdůvodnil to tím, že přirozené funkce těla, která jsou stejná jako u zvířat, probíhají nezávisle na našem myšlení. A pak: „*bůh stvořil rozumnou duši a spojil ji s tělem*.[80] Existence duše nezávisí na tělu, a tak ani neumírá společně s tělem. Neznalý žádného jiné možnosti zániku duše, prohlásil duši za nesmrtelnou.[81]

[73] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 28
[74] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 29
[75] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 29
[76] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 29-30
[77] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 30
[78] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 32
[79] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 31
[80] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 37
[81] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 45

4.4 Dílo v matematice

Jeho kniha *Geometrie* byla psána odborným matematickým jazykem. V první části ukazuje základní myšlenku analytické geometrie – tj. vyjádření geometrických problémů algebraickými rovnicemi, ve druhé části se zabývá klasifikací křivek a algebraické metodě popisu normál ke křivkám. Třetí část je věnována teorii algebraických rovnic a metodám jejich řešení geometrickými konstrukcemi.[82]

Pro lepší pochopení vztahů v geometrii, představil si vše jako přímky. Pro zapamatování či shrnutí několika vztahů najednou bylo nutné znázornit je nějakými, nejlépe krátkými numerickými symboly. Z geometrické analýzy a z algebry se rozhodl převzít to nejlepší a opravit v nich každou chybu.[83] Karel Šprunk v komentáři k překladu Descartova díla *Rozprava o* metodě vysvětluje, že: *„Descartes provedl sjednocení aritmetiky a geometrie tím, že základní vztahy číselné vyjádřil geometricky vesměs jako poměry délek úseček: geometrický výraz a^2 není čtverec a a^3 není krychle, ale úsečka určité délky.“*[84] Sám Descartes pak zdůvodňuje, jak ho napadlo tyto matematické disciplíny propojit: Z geometrické analýzy starých autorů a algebry autorů soudobých měl dojem, že se zabývají velmi abstraktními otázkami, které nelze, jak se mu zdálo, nijak použít. Práce v analýze, která byla vázána na geometrické obrazce, mu přišla velmi rozumově namáhavá a v algebře spatřoval složitost v množství zákonů a symbolů. Dle jeho slov *„se z ní stalo zmatené a temné umění, které zatěžuje ducha, nikoli věda, která ducha kultivuje.“* To ho vedlo k hledání nové metody, která by spojovala z obou oborů to nejlepší, ale nebyla tak složitá.[85]

Předmět zkoumání geometrie chápal jako spojité těleso neboli jako neomezený prostor, který lze dělit na různé části, které se mohou pohybovat nebo různě přenášet, což se v geometrii předpokládá. Prošel několik nejjednodušších důkazů a zjistil, že jejich jistota vychází ze zřejmosti. Například pro trojúhelník, je zřejmé, že součet jeho vnitřních úhlů se rovná součtu dvou pravých. To ovšem nedokazuje, že nějaký trojúhelník existuje.[86]

4.4.1 Kartézská soustava souřadnic

Jméno Reného Descarta je pro mnohé synonymum kartézské soustavy souřadnic užívající v analytické geometrii. Nejedná se o zkomoleninu jeho jména, nýbrž odvození od jeho příjmení v latině Cartesius[87]

[82] BEČVÁŘ, Jindřich. René Descartes, s. 14
[83] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 20
[84] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 63-64
[85] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 19
[86] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 31
[87] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 108

Definice: Dvojice číselných os *x, y* v rovině, pro které platí:

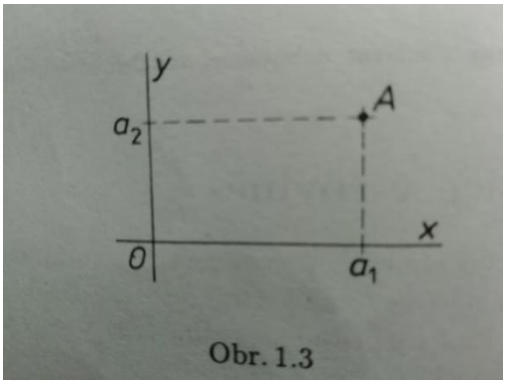
1. obě osy jsou navzájem kolmé,
2. jejich průsečíku *O* odpovídá na obou osách číslo 0

se nazývá kartézská soustava souřadnic v rovině a označuje se *Oxy*. Bod *O* se nazývá počátek kartézské soustavy souřadnic a přímky *x, y* se nazývají souřadnicové osy. (Obr.1.3)[88]

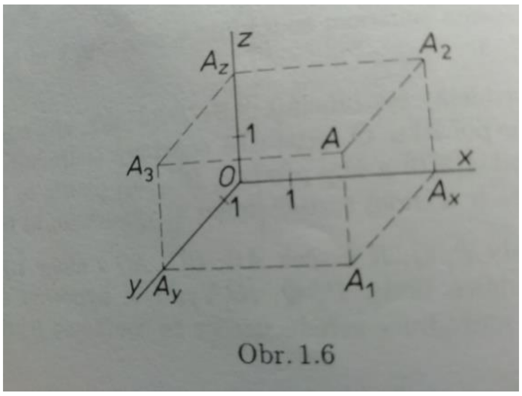
Definice: Trojice číselných os *x, y* v prostoru takových, že:

1. každé dvě z nich jsou navzájem kolmé,
2. všechny procházejí jedním bodem *O*,
3. bod *O* odpovídá na všech osách číslu 0

se nazývá kartézská soustava souřadnic v prostoru a označuje se *Oxyz*. Bod *O* se nazývá počátek kartézské soustavy souřadnic a přímky *x, y, z* se nazývají souřadnicové osy. Roviny určené dvojicemi souřadnicových os se nazývají souřadnicové roviny. (Obr. 1.6)[89]



Obr. 1.3



Obr. 1.6

V Descartově díle *Geometrie* ovšem souřadnice v tomto podání nenajdeme – chybí druhá osa i kolmost. Je zde ale popsána metoda, jak vnést algebru do geometrie – tj. hlavní myšlenka analytické geometrie[90] (což je matematická disciplína, která vyjadřuje pozice geometrických útvarů v souřadnicovém systému a tyto polohy pak algebraicky analyzuje).[91] V *Geometrii* nenajdeme ani jiný systém souřadnic.[92] Za návod k sestavení soustavy souřadnic můžeme považovat postup při řešení jisté úlohy, kdy si jednu z úseček, které se mají nalézt, považuje za hlavní a označí ji *x*, a druhou úsečku označí *y*.[93] Descartes se v ní věnuje zobrazování algebry geometrickou formou a geometrických tvarů algebrou. Domníval se, že algebraické

[88] KOČANDRLE, Milan a Leo BOČEK. Matematika pro gymnázia: analytická geometrie, s. 9
[89] KOČANDRLE, Milan a Leo BOČEK. Matematika pro gymnázia: analytická geometrie, s. 12
[90] BEČVÁŘ, Jindřich. René Descartes, s. 32
[91] PICKOVER, Clifford A. Matematická kniha, s. 136
[92] PICKOVER, Clifford A. Matematická kniha, s. 136
[93] DESCARTES, René. *Geometrie,* s. 13

kroky v důkazech by měly jít vyjádřit geometricky.[94] Nastínil základní myšlenku využití souřadnic, ukázal souvislost mezi křivkami v rovině a algebraickými rovnicemi o dvou neznámých.[95] Geometrické obrazce jsou nahrazeny rovnicemi a místo rýsování konstrukcí se počítají soustavy rovnic.[96] Body v rovině lze vyjádřit pomocí reálných čísel.

4.4.2 Proměnná a funkce

Zavedl poprvé pojem funkce a proměnné veličiny. Neznámé veličiny označujeme x, y, z.[97] Descartes při rozvíjení metody souřadnic došel k posunu v chápání proměnné veličiny a funkční závislosti. Závisle proměnnou byla např. délka úsečky, která se rovnoběžně posouvala a jejíž koncový bod vytvářel křivku, nezávisle proměnnou byla vzdálenost krajního bodu této úsečky od pevně zvoleného bodu, která určovala okamžitou polohu pohybující se úsečky. Tím, že neužíval druhou osu, závisle proměnná mohla nabývat i záporných hodnot, nezávisle proměnná byla vždy kladná. [98]

4.4.3 Odmocniny a mocniny

Descartes objasnil, jak je to s odmocninami, přesněji řečeno s jejich zápornými hodnotami (druhá odmocnina z kladného čísla může být kladná i záporná). Druhou odmocninu definoval jako funkci, která kladná čísla zobrazuje na kladná čísla. Kořen rovnice: $x^2 = a$ může být kladný i záporný. Neboli že existuje $\sqrt{a}$ i $-\sqrt{a}$ Díky němu píšeme zkráceně $\pm\sqrt{a}$.

V 16. století bývala neznámá označována jako *rebus*, druhá odmocnina *quadratus* a třetí jako *cubus*, rovnost byla obvykle zapisována slovně, on rovnítko začal psát symbolem,[99] díky němu už nemusíme psát x·x nebo x·x·x, ale zkráceně x^2 nebo x^3. Pro Descarta není součin dvou čísel nebo druhá mocnina plocha, ale zase jenom číslo. A součin třech čísel nebo třetí mocnina není objem, ale také číslo. Počítání s mocninami se tak stalo snadnější, nebylo podstatné, co v geometrii znamenají, jsou to pořád jen čísla.[100]

[94] PICKOVER, Clifford A. Matematická kniha, s. 136
[95] BEČVÁŘ, Jindřich. René Descartes, s. 32
[96] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 109
[97] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 108
[98] BEČVÁŘ, Jindřich. René Descartes, s. 33-34
[99] BEČVÁŘ, Jindřich. René Descartes, s. 30
[100] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 109

4.5 Jak Descartes ve svém díle propojuje matematiku a filozofii?

Během svého života vytvořil metodu, díky které lze, dle jeho přesvědčení, rozvíjet poznání. Nejvíce si na ní cenil, že při každé úvaze používá svůj vlastní rozum nejlépe, jak jen dokáže a že není úzce použitelná jen s jednou vědou, například filozofií, ale že je uplatnitelná, pokud se dodrží její pravidla, na problémy každé vědní disciplíny, ku příkladu i matematiky, jak to udělal při řešení problémů algebry. Uvědomil si, že všechny principy této metody vychází z filozofie.[101] Descartes se domníval, že velké množství pravidel vede k jejich neznalosti, a tedy míjejí se účinkem. Proto postavil svou metodu pouze na čtyřech pravidlech logiky a věřil, že při jejich striktním dodržování, zcela postačí:

1) Nikdy nepřijímat jako pravdivé nic, co bych nepoznal s evidencí jako pravdivé – tj. pečlivě se vyhýbat ukvapenosti a zaujatosti, a pronášet soud jen o tom, co by se představovalo mému duchu tak jasně a zřetelně, že bych neměl důvod o tom pochybovat
2) Každý problém, který bych zkoumal, rozdělit do tolika částí, jak je jen možno a třeba k jejich lepšímu řešení.
3) Ve svých myšlenkách postupovat v náležitém pořadí – začít předměty nejjednoduššími a nejsnáze poznatelnými, postupně stoupat jako po stupních až k poznání věcí nejsložitějších a předpokládat řád i mezi věcmi, které po sobě přirozeně následují.
4) Všude sestavovat výčty tak úplné a přehledy tak obecné, abych měl jistotu, že jsem nic neopomněl [102]

Tuto metodu postavil na znalostech z geometrie, kde našel zalíbení, jak napsal, v jednoduchosti a prostotě argumentů a jejich řetězcích, s nimiž geometrové dojdou k nejtěžším závěrům. Tato skutečnost jej přivedla k myšlence, že tak musí nutně fungovat všechny věci, které mohou být předmětem lidského poznání.[103] Byl si tak jistý správností geometrických důkazů, že je přirovnal i k důkazu boha: *„Fakt, že bůh existuje, je stejně jistý, jako jakýkoliv důkaz v geometrii“.*[104]

Snažil se dokázat, že filozofie je postavená na stejných logických principech jako matematika, neboť nejprve se má člověk cvičit v logickém myšlení v úlohách z matematiky a pak tento návyk aplikovat i na myšlenky filozofie. Filozofii chápal jako strom, jemuž nejprve vyrostou kořeny, a tím je myšlena metafyzika (poznání základních vlastností Boha,

---

[101] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 21
[102] DESCARTES, René. Rozprava o metodě: jak vést správně rozum a hledat pravdu ve vědách, s.19
[103] DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 20
[104]DESCARTES, René. Rozprava o metodě, s. 31

netělesnost duše apod.), poté z kořenů vyroste kmen, což je fyzika (založena na znalostech matematiky) a nakonec větve rostoucí z kmene - všechny ostatní vědy, které se redukují do hlavních třech, a to medicíny, mechaniky a etiky, a to takové etiky, která předpokládá úplné poznání všech věd ostatních. A stejně tak, jako je hlavním užitkem stromu ovoce sbírané z větví, je hlavní užitek filozofie závislý na těch částech, které můžeme poznat jako poslední.[105]

[105] DESCRTES, René. Autorův list překladateli Principů filozofie do francouzštiny, který může posloužit jako předmluva, s. 190

5 **Blaise Pascal** (1623 – 1662)[106]

5.1 Život

Blaise Pascal byl francouzský filozof, matematik, přírodovědec a náboženský myslitel 17. st.[107]

Pascal pocházel z velmi vzdělané rodiny, jeho otec pracoval jako předseda berního soudu a mj. byl dobrým matematikem. I starší Blaisova sestra Gilberte měla nadání pro matematiku a patřila k nejvzdělanějším ženám své doby. Pascal byl velmi nadané dítě. Již v šestnácti letech napsal *Pojednání o kuželosečkách,* o tři roky později zkonstruoval první počítací stroj, kterých později sestavil celkem 14 různých typů.[108] Pascalův život sužovalo nervové onemocnění, kdy ho trápily bolesti hlavy a kloubů.[109]

Přírodní vědy pro něj znamenaly zpočátku zejména fyziku. Zabýval se vlastnostmi plynů a kapalin, studoval tlak vzduchu, ale i vakuum.[110] Vzduchoprázdnu se věnoval od svých třiadvaceti let. Italský fyzik Torricelli vynalezl rtuťový barometr a dokázal zdůvodnit, co způsobuje stoupání vody i vzduchu v trubicích, ale nedokázal objasnit, jak se může beze ztráty měnit tlak vzduchu, to dokázal vysvětlit až Pascal, totiž že tlak vzduchu závisí na nadmořské výšce. I nadále se pak věnoval fyzice. Ve svých statích *Rovnováha vzduchu* a *Tíže kapalin* objevil základní zákon hydrostatiky a princip hydraulického lisu.[111] Zdůrazňoval důležitost experimentu pro vznikající přírodovědu, a logického myšlení. V tomto směru jej můžeme považovat za následovníka Descarta či Galilea. Bývá spolu s nimi označován za zakladatele novodobé přírodovědy.

Kvůli svým poznatkům o vzduchoprázdnu se dostal do konfliktu s jezuity, kteří mluvili o tzv. strachu z prázdna neboli že v přírodě neexistuje nicota a prázdno, neexistuje prostor čí místo, které by nebylo ničím vyplněno, ve kterém by nebylo nic.[112] Roku 1651

---

[106] Quesnel, Francois II. *Portrét Blaise Pascala*. [online], [cit. 6. 3. 2019]. Wikipedie. Dostupný z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Blaise_Pascal
[107] POPKIN, Richard Henry. Filozofie pro každého, s. 219
[108] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 7-8
[109] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 192
[110] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 193
[111] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 8
[112] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 8-9

zdědil rodinné jmění a začal se mj. oddávat hře v kostky, což ho přimělo zabývat se počtem pravděpodobnosti.[113] Zemřel v pouhých devětatřiceti letech, 19. srpna 1662.[114]

5.2 Dílo

V Pascalově životě hrálo významnou roli náboženské hnutí Jansenismus, což je opoziční hnutí uvnitř katolictví. Hlásají (mezi nimi i Pascal, který představuje nejradikálnější křídlo), že člověk neví, zda je svým narozením určen ke spasení či zatracení, a proto se mají chovat tak, jako by měli spasení dosáhnout, dalo by se říci, že zavádějí upravené učení o predestinaci, předurčení. Jansenisté založili v Port-Royal slavnou školu, kterou prošel i Pascal. Škola se nacházela nedaleko Versailles a jejím stoupencům se přezdívalo „samotáři," jelikož se zřekli světa, avšak nebyli kněžími ani mnichy a škola je do toho nijak nenutila. Mezi členy školy převažovali měšťané, ale i šlechtici, biskupové nebo právě i kněží. V letech 1710-1712 byla škola na rozkaz krále zlikvidována.[115] Pascal se sem dostal díky své mladší sestře, která v Port-Royalu vstoupila do kláštera. Na obranu Jansenismu proti novoscholastice Pascal napsal (ne pod svým jménem) 18 dopisů – *Listů provinciálovi* jako polemiku proti jezuitům, které četl i sám král.[116] Pascal chtěl přispět k překonání kalvinismu a protestantismu vůbec. *Listy* byly papežem odsouzeny a zakázány, na příkaz krále byly knihy spáleny a jejich tiskař uvězněn v Bastille.[117]

Dílo *Myšlenky* jsou doplněním *Listů*. Pracoval na nich od roku 1658 až do své smrti.[118]

Uvědomoval si beznadějnost své snahy obhájit náboženství pomocí rozumu, a tak na obhajobu použije cit. Oddělil od sebe oblast rozumu a víry, vědy a náboženství. Poznání nemůže být ovlivněno nikým – ani člověkem ani bohem. Fakta a zkušenosti jsou základy věd.[119] Později začal pochybovat i o náboženství a rozumu, k čemuž ho dovedlo pozorování, že v přírodě můžeme vidět věci, které podle něj jistě stvořil bůh, ale pak také ty, které nejsou dílem boží, nemohl věřit, že tedy bůh jistě existuje, ani že jistě neexistuje.[120] Při svých dialektických a logických úvahách se dotkl induktivního a deduktivního poznání: *„Uvádíme příklady, abychom na nich dokázali jiné věci, a kdybychom naopak chtěli dokázat příklady samy, uvedli bychom ony jiné věci, aby jim sloužily jako příklady."*[121]

113 MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 193
114 NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 34
115 NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 13
116 NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 11-15
117 NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 16-17
118 NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 17
119 NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 20
120 PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 124
121 PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 83-84

V roce 1658 uveřejnil pod pseudonymem první oběžník o cykloidě, kde vyhlašuje soutěž matematiků o vyřešení dvou úloh týkající se cykloidy. Sám Pascal se při řešení přiblížil k diferenciálnímu a integrálnímu počtu. (Díky tomu se k derivacím dostal i Leibniz)[122]

V témže roce vznikají práce *Umění přemlouvat* a *Geometrický duch.*

Dílo *Myšlenky* vyšly poprvé až po jeho smrti, v letech 1669-1670 pod názvem *Myšlenky pana Pascala o náboženství a o některých jiných námětech, které byly po jeho smrti nalezeny mezi jeho rukopisy*. Jsou oceňovány nejen po stránce filozofické, ale i literární. [123]

5.3 Filozofie

Hlavní pozornost Pascala směřovala k člověku a tím, co je pro člověka hlavní – k pravdě, kterou usilovně hledal a byl přesvědčen, že pravda je jednoduchá.[124]

Z původního záměru díla *Myšlenky* stihl realizovat jen malou část, pokusil se totiž o smíření vědy a náboženství, rozumu a víry, přestože si uvědomoval nemožnost tohoto činu.[125] Rozpor mezi vědou - rozumem a vírou - náboženství, položil jako neřešitelný ve snaze zachovat tak existenci vědy i náboženství. Střed mezi vědou a náboženstvím se mu nepodařil najít.[126] Odmítl zdůvodňovat náboženství pomocí rozumu a logiky. Zdroj pravdy křesťanství spatřuje v lidském citu a srdci.[127]Víra podle Pascala spočívá v cítění boha srdcem, nikoli rozumem.[128] Věří v sílu lidského myšlení,[129] ve kterém, podle něj, spočívá lidská důstojnost, protože myšlení je svou podstatou vznešené,[130] ale zároveň si uvědomoval jeho složitost.

Dále užívá pojem usuzování citem, tedy vytvořit si úsudek jedním pohledem bez zjišťování principů. Pravdu lze poznat nejen rozumem, ale také srdcem, na jehož poznání by měl rozum vyvozovat závěry,[131] měl by tuto pravdu přijmout, i když jí neumí zdůvodnit.[132]

Podle Pascala není věda absolutním poznáním (rozdíl oproti názoru Descarta)[133] a pomocníkem poznání jsou smysly (rozdíl oproti Descartovi – jediný zdroj pravdy je rozum,

---

[122] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 33
[123] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 34-35
[124] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 35
[125] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 17
[126] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 32
[127] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 17
[128] PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 58
[129] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 17
[130] PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 47
[131] PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 59
[132] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 18
[133] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 19

smyslům nelze důvěřovat).[134] Řeč rozumu má být založena na srdci, tedy smyslech a zkušenosti (opět rozdíl od Descarta, který využívá metafyzických principů).[135] Rozvahy, zda nám rozum může podat absolutní poznání či nikoliv, vedly Pascala ke skepsi. Díky rozumu totiž víme, že je nekonečně mnoho věcí, které přesahují naše chápání. Skepsi překonává pomocí srdce, ze kterého podle něj rozum vychází. [136] *„Srdce má své rozumy, o kterých rozum nic neví.“*[137]

Při rozvíjení filozofie mu byla jeho dialektika spíše na obtíž. Když hledal odpověď na svou otázku, co je člověk v přírodě, odpověděl, že veškeré nicotě je člověk střed mezi vším a ničím. Všechno vzniklo z ničeho a směřuje k nekonečnu.[138] Opět můžeme vidět spojitost s Descartem - oba se odvolávají na nekonečnost, avšak Pascal jí vnímá jako transcendentní člověku a odsuzuje tak lidské úsilí o ovládnutí a přeměnu světa.[139]

Díky zkušenosti a pozorování dospěl k metafyzickému určení člověka. Z renesance přejímal velikost a vznešenost člověka, avšak díky době, ve které žil (třicetiletá válka, protireformační hnutí…) vnímal člověka jako mrzkého tvora. A odtud plyne jeho učení o dvojaké povaze člověka, která odpovídá představám matematicko-přírodovědným a společenským.[140] Pokládá si otázku, co vlastně člověk je? Člověk, podle něj, je „s*oudce všech věcí, nejapný zemní červ, správce pravdy, stoka nejistoty a bludu, sláva i odpad vesmíru.“* Pokládá si řečnickou otázku, kdo na tohle dokáže odpovědět. Měl za to, že toto přesahuje veškerou lidskou filozofii, že na to není odpovědi a z toho vyvozuje, že člověk je tvor dvojaký.[141] Ačkoli mluví o lidské malosti a ubohosti, nebere člověka jako nemohoucího. Myslí to jako neschopnost člověka poznáním obsáhnout celý svět v jeho malých i velkých nekonečnostech, protože svět je nevyčerpatelný. Poznání nelze stanovit hranice. Pascal odporoval tvrzení, že lidské myšlení může být omezené a prostoduché. Člověk dle jeho názoru žije uprostřed velké a malé nekonečnosti[142] a *„plujeme širým prostředkem, ustavičně nejistí a zmítaní, hnaní od kraje ke kraji.“*[143] A je důležité, aby člověk našel střed mezi oněmi nekonečnostmi, protože v tom spočívá velikost člověka.[144] Pascal zdůrazňoval, že podstatou lidského bytí je neustálý pohyb: *„Pro člověka není nic tak nesnesitelné, jako být v naprostém*

---

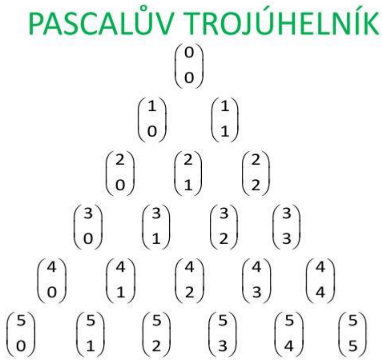
[134] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 21
[135] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 22
[136] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 19
[137] PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 58
[138] PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 106
[139] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 23
[140] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 27,28
[141] PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 116-117
[142] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 28
[143] PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 109
[144] PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 99

klidu, bez vášní, bez zájmů, bez rozptýlení, bez úsilí." Pokud člověk ustrne v pohybu, pocítí svou zbytečnost, bezmoc, prázdnotu, opuštění. Začne se nudit, cítit se sklíčený, smutný, zahořklý, nespokojený i zoufalý.[145] A ačkoliv člověk potřebuje neustálý pohyb a dění kolem sebe, stejně tak potřebuje pevné, trvalé místo, svůj základ[146] Člověka je tedy bytost potřebujíc neustálý pohyb, neustále hledající poslední pravdu, ke které ale nikdy nedojde. Tragickým štěstím pro člověka je neutuchající hledání pravdy, které ale nelze dosáhnout ani ve vědě, ani v náboženství.[147] Lidská mysl není schopna poznat úplně veškeré poznání, vševědoucnost patří pouze bohu, její opak – nevědění patří zvířatům a lidské vědění je mezi tím. Opět lze vidět Pascalovo využití teorie středu, která je centrem jeho myšlení.[148] Lze se domnívat, že Pascalovo vidění člověka jako rozporuplnou bytost, jej přivedlo k jansenismu, které tomuto jeho pohledu nejlépe vyhovovalo.[149] Vidí člověka jako ubohého, ale zároveň vznešeného *„poněvadž ubohost vyplývá ze vznešenosti a vznešenost z ubohosti. Tato dvojakost člověka je tak zjevná…"*[150]

5.4 Matematika

Pascal, rovněž jako Descartes a další racionalisté, bere geometrii jako vzor vědeckého poznání. [151] Od roku 1654 se věnoval, kromě základů počtu pravděpodobnosti, schématem binomických koeficientů (dnes známé jako **Pascalův trojúhelník**)[152] Jedná se o jednu z nejproslulejších celočíselných struktur v historii matematiky. Pascal byl první, kdo o něm napsal pojednání, ale tato struktura je známa už ve 12. století a vědělo se o ní už ve starověké Indii a Číně.[153]

[145] PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 148
[146] PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 109
[147] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 32
[148] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 29
[149] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 30
[150] PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 94
[151] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 17
[152] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 10
[153] PICKOVER, Clifford A. Matematická kniha, s. 146



[154]

Kombinační čísla v levém obrázku jsou zapsaná ve tvaru $\binom{n}{k}$, kde n ,$k \in Z_0^+$, $k \leq n$. První řádek je pro $n=0$, druhý pro $n=1$ ...

Každé číslo v trojúhelníku je součtem dvou nejbližších čísel nad ním. Důkaz:

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

Všechny $k+1$-členné kombinace z $n+1$ prvků $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, a_{n+1}\}$ se rozloží do dvou disjunktních tříd podle toho, zda obsahují nebo neobsahují kombinace se zvoleným prvkem (třeba prvkem a_{n+1}); počet $k+1$ členných kombinací, které neobsahují prvek a_{n+1} je $\binom{n}{k+1}$; počet $k+1$ členných kombinací, které obsahují prvek a_{n+1} je $\binom{n}{k}$; neboť každou kombinaci, která obsahuje prvek a_{n+1}, dostaneme tak, že tento prvek zařadíme do k-členné kombinace prvků $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$[155]

Kombinací rozumíme neuspořádanou k-tici sestavenou z n prvků tak, že každý se v ní vyskytuje nejvýše jednou (lze ji také definovat jako k-prvkovou podmnožinu n-prvkové množiny)[156]

Matematici za tu dobu našli v Pascalově trojúhelníku podněty pro teorii pravděpodobnosti, rozvoj dvojčlenu $(x+y)^n$ (viz. Binomická věta: $(x+a)^n = a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + b^n$, kde a, b jsou libovolná čísla a n je číslo přirozené)[157] a různé aplikace teorie čísel. V Pascalově trojúhelníku byly odhaleny podivuhodné věci, jako například zvláštní geometrické struktury na diagonálách, existenci pravidelně se vyskytujících dokonalých čtverců s různými vlastnostmi šestiúhelníků, anebo že trojúhelník a jeho struktury lze rozšířit do záporných čísel a vyšších rozměrů.

---

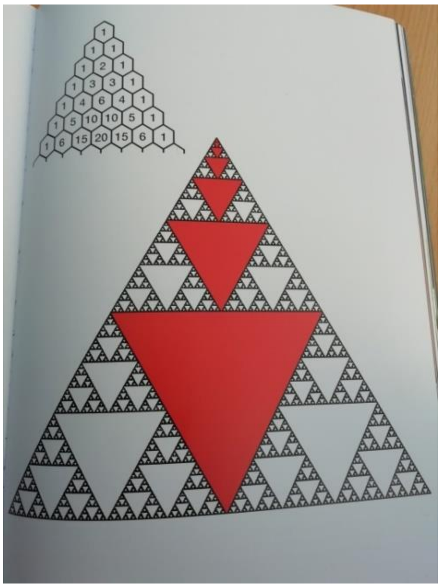
[154] *Pascalův trojúhelník.* [online], [cit. 29. 3. 2019]. Wikipedie. Dostupný z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Pascal%C5%AFv_troj%C3%BAheln%C3%ADk

[155] CALDA, Emil. Kombinatorika pro učitelské studium, s. 3-4

[156] CALDA, Emil. Kombinatorika pro učitelské studium, s. 3

[157] HRUŠKA, Karel aj. *Přehled elementární matematiky,* s. 171

Jestliže sudá čísla v trojúhelníku zaplníme a lichá nahradíme mezerami, vzniknou fraktály, jejichž spletité vzorce se budou opakovat v různých velikostech a měřítkách.[158]



Fraktální Pascalův trojúhelník. Počet políček v červených trojúhelnících je vždy sudý (6, 28, 120, 496, 2016…) a je zajímavé, že mezi těmito čísly jsou všechna dokonalá čísla (ta, kterou jsou součtem svých vlastních kladných dělitelů).[159]

5.5 Jak Pascal propojuje matematiku a filozofii

Pascal si uvědomuje složitost lidského myšlení a snaží se ho obecně charakterizovat. Z toho důvodu rozlišuje ducha geometrie a ducha srdce, jemnosti. Matematický duch z principů (může jich být hodně i málo) vyvozuje exaktní závěry. Je-li principů hodně, jedná se o ducha geometrického, který neumí vyvozovat závěr o určitých věcech a situacích. Je-li principů málo, jedná se o ducha logického. Protipólem je duch jemný. Jemnost spočívá v dobrém vidění principů, i když jsou skryté. Ty principy se užívají běžně a každý je vidí.[160] Pro jejich vidění není nutné velké úsilí, stačí se dobře dívat.[161] Rozdíl mezi duchem matematickým a srdečným tkví také v tom, že jemný duch pojme principy naráz jediným pohledem, kdežto matematický postupnou úvahou.[162] Kdyby nebylo rozdílu mezi těmito duchy, potom by *„všichni geometrové byli jemní, kdyby měli bystrý zrak… a všichni jemní duchové by byli geometry, kdyby svůj zrak dovedli upoutat k nezvyklým principům geometrie.“*[163] Že někdo není geometrem, je způsobeno tím, že není schopen věnovat se principům geometrie, a že geometrové nejsou jemní, spočívá v tom, že nedokáží vidět to, co je před nimi. Vštěpovat principy někomu, kdo je sám od sebe necítí, je nekonečně těžké.[164]

158 PICKOVER, Clifford A. Matematická kniha, s. 146
159 PICKOVER, Clifford A. Matematická kniha, s. 146
160 NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 18
161 PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 61
162 PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 62
163 PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 61
164 PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 61

Matematicko-fyzikální metody chtěl použít jako řešení v běžném životě. Došel k poznání, že geometrie se nedá využít při řešení životně důležitých otázek. Z toho důvodu se stává skeptický i k rozumu, a vědu prohlašuje za marnou a šílenou. To ho vedlo k hledání metody, která by byla mimo rozum, ale byla by jistým zdrojem poznání.[165] Člověk by podle Pascala měl být geometrem – neboli uznávat vědu, ale zároveň skeptikem a myslet na to, že rozum nemůže všechno poznat.[166] Snažil se ukázat, že smysly a zkušenosti si zaslouží důvěru: *„Srdce cítí, že prostor má tři rozměry a že čísla rostou do nekonečna, a rozum pak dokazuje, že zcela jistě neexistují dvě umocněná čísla, z nich jedno by bylo dvojnásobkem druhého.“*[167] Vzor poznání vidí v matematických vědách, ale zdrojem je zkušenost. [168]

Při utváření názoru na člověka jako takového vychází sice z náboženství, ale jeho pohled je spíše matematický, přírodovědecký a moralistický.[169]

[165] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 19
[166] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 20
[167] PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 59
[168] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 22
[169] NETOPILÍK, Jakub. Pascalův paradox. In PASCAL, Blaise. Myšlenky, s. 28

6 **Gottfried Wilhelm Leibniz** (1646 – 1716)[170]

6.1 Život

Gottfried Wilhelm Leibniz byl německý filozof, teolog, matematik, jurista a diplomat.[171]

Díky svému nadání a píli dosáhl výborných studijních výsledků – uměl latinsky a řecky již ve dvanácti letech, a na konci vysokoškolských studií v Lipsku měl veškeré vědomosti z oborů matematiky, filozofie, teologie, práva zakončil doktorátem. Svou diplomovou práci věnoval saskému kurfiřtovi, který ho poté zaměstnal jako právníka a postupně byl jím pověřen diplomatickými úkoly.[172] Odmítl profesuru na univerzitě a vstoupil do státních služeb, které nejprve vykonával u již zmíněného kurfiřta a potom následujících 40 let působil jako knihovník v Hannoveru. Ze začátku pracoval na revizi právních předpisů, navrhl prostředky na zabezpečení Německa a náboženské sjednocení, vypracoval plán na dobytí Egypta (zničení Turecka) za účelem odvedení pozornosti francouzského krále mimo Evropu, namísto ohrožování Německa. Ve Francii s tímto plánem neuspěl, ale seznámil se tam s významnými matematiky a fyziky, pracoval například s matematikem a astronomem Huygensem,[173] který Leibnize nadchl pro hlubší studium matematiky.[174] Podobnou cestu absolvoval také do Anglie. Když se stal r. 1676 knihovníkem a dvorním rádcem hannoverského rady, stal se Hannover jeho domovem až do smrti, i když i nadále hodně cestoval a vedle svých vědeckých pokroků vykonával administrativní práci.[175] V posledních dvou letech zažil nepřízeň svého dvora, jelikož došlo k obměně kurfiřtů, shledával se s nevolí a pohrdáním dvora. Zůstal naprosto opuštěn a zemřel 14. listopadu 1716.[176]

[170] Bernhard Christoph Francke. *Portrét filozofa Leibnize* [online], [cit. 6. 3. 2019]. Wikipedie. Dostupný z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Gottfried_Wilhelm_Leibniz
[171] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 176
[172] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 176
[173] SOBOTKA, Milan. Život a dílo Gottfrieda Wilhelma Leibnize, s. 8-9
[174] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 176
[175] KING, Peter J. Sto filozofů, s. 100
[176] SOBOTKA, Milan. Život a dílo Gottfrieda Wilhelma Leibnize, s. 15

6.2 Dílo

Při svém studiu se setkal s autory, jako byl Platón, Vergilius a Aristoteles, od kterých se naučil spojovat myšlení a obrazotvornost, se stejným zaujetím četl i novověké autory jako byl Bacon, Campanella, Kepler, Hobbes, Galileo nebo Descartes.[177] A právě Descartovi vyčetl, že dostatečně nevysvětlil přírodní jevy.[178] Mechanistický výklad novověkých filozofů ho přivedl ke studiu matematiky.[179] Jeho *Rozprava o umění kombinatoriky* je zajímavá mj. i tím, že jsou zde obsaženy zárodky jeho pozdějšího objevu diferenciálního počtu. [180]

V Paříži v r. 1676 objevil diferenciální počet, o jehož prvenství se pře s Newtonem. Newton objevil dříve novou metodu shodující se s diferenciálním počtem, avšak každý z autorů k tomu přistupuje jinak. Pro Newtona bylo východisko myšlenka rychlosti, kdežto Leibniz zavedl pojem nekonečně malé veličiny – nevychází tak z fyzikálních znalostí, jako spíš z matematických a filozofických. Jeho postup učinil novou metodu velmi užitečnou a navíc sblížil matematiku s fyzikou, a přiblížit je tak více realitě. Matematické analýze tak mohly být podrobeny přírodní jevy a bylo možné nahradit aproximaci elementárního počtu exaktní formulí. Kromě matematického přínosu měl objev význam i filozofický, protože v Leibnizově filozofii hraje důležitou roli myšlenka malých prvků všeho existujícího – monád.[181]

Z jeho filozofických pojednání a prací o univerzální charakteristice – rozklad na jednoduché pojmy, vzešla matematická logika. Vztah mezi označovaným a znaky označovacího systému, mezi součástmi označovaného a mezi součástmi znaků, myšlenka soustavy operačních pravidel přivedl Leibnize ke koncepci logiky, kde se odhlíží od obsahu vět, jejichž logické vztahy jsou uvažovány.[182]

Kromě diferenciálního a integrálního počtu a součtu některých nekonečných řad se zabýval i kombinatorikou. S Otto Menckem (německým vědec, působící na univerzitě v Lipsku) založil vědecký časopis, který vycházel sto let a díky článkům v něm uveřejněných se posouval vývoj matematiky a došlo také k přiblížení matematiky k podobě, jakou známe dnes.[183]

---

[177] SOBOTKA, Milan. Život a dílo Gottfrieda Wilhelma Leibnize, s. 7
[178] ADAMOVÁ, Lenka, Dudák Vladislav a Václav VENTURA. Základy filosofie, etiky, s. 82
[179] SOBOTKA, Milan. Život a dílo Gottfrieda Wilhelma Leibnize, s. 7
[180] SOBOTKA, Milan. Život a dílo Gottfrieda Wilhelma Leibnize, s. 8
[181] SOBOTKA, Milan. Život a dílo Gottfrieda Wilhelma Leibnize, s. 10-11
[182] SOBOTKA, Milan. Život a dílo Gottfrieda Wilhelma Leibnize, s. 13
[183] MAREŠ, Milan. Příběhy matematiky, s. 177

6.3 Filozofie

Své myšlenky nesepsal do mnoha knih, pouze do dvou, ale sepisoval je do tenkých svazků. Knihy vyšly dvě - *Nové eseje o lidském rozumu* (1705), *Theodicea* (1710). Ani v jedné knize není vyložen výklad jeho teorie, který lze nalézt v menším spise *Metafyzické pojednání* (1686), *Nová soustava přírody a komunikace substancí* (1695) a v *Monádologii* (1714),[184] kterou blíže představíme.

6.3.1 Monádologie

Svou filozofií se dostává do sporu s René Descartem, se kterým nesouhlasí, že skutečnost je určena pouze rozprostranitelností. Leibniz namítá, že k životu je potřeba ještě síla, aby věc například kladla nebo byla činná. Skutečnost tedy tvoří činné síly, silové body, které jsou neviditelné a jsou nejmenšími nedělitelné prapůvodní jednotkami. Řecké slovo pro jednotku je „monas“, odtud pojem monáda pro ony silové body.[185] Jedná se o bod duchovní, o metafyzické silové centrum, nikoli o bod prostorový ani fyzikální.[186]

Monáda je jednoduchá substance - nemá části, z toho vyplývá, že není rozprostranitelná, nemá tvar ani ji nelze dělit, a vstupuje jako prvek do složených věcí. Složené substance se skládají z jednoduchých. Monáda je atomem přírody a počátkem všech věcí. Vzniknout mohou pouze stvořením a zaniknout zničením, nemůže být jakýmkoli působením porušena nebo změněna. Nemůže se nic dostat do ní ani z ní, nemůže tak do ní vstoupit ani substance ani akcident. Přesto má nějaké vlastnosti, aby mohla být jsoucnem a mohla být rozlišitelná - neexistují dvě totožné monády. Přirozené změny monád se dějí z vnitřního principu, je třeba zvážit, co se v monádě mění. Každá změna se děje ve stupních, něco se mění a něco zůstává, to se může dít pouze v jednoduché látce. To, co působí změnu lze označit za žádostivost, kdy nedosáhne úplné, ale jen částečné percepce, ke které směřuje, a tak dochází k novým percepcím. Percepce nelze vysvětlit mechanickým (z tvarů a pohybů) důkazem. Jen percepce a jejich změny jsou v jednoduchých substancích. Všechny jednoduché substance lze nazvat entelechiemi a stvořené monády lze nazvat dušemi, pokud pod tím pojmem chápeme to, co má percepci a žádostivost. Pro rozlišení jsou monády a entelechie to, čemu náleží pouze percepce a duší nazveme ty, které mají kromě obyčejné percepce i pocity a vzpomínky. To ale neznamená, že jednoduchá substance by byla bez jakékoliv percepce.[187]

Každý přirozený stav jednoduché substance je pokračováním jejího předchozího stavu a obsahuje budoucnost. Paměť dává duším určitou nápodobu rozumu, ale odlišuje se od něj.

---

184 KING, Peter J. Sto filozofů, s. 100
185 WEISCHEDEL, Wilhelm. Zadní schodiště filozofie, s. 119 - 120
186 DYNNIK, Michail Aleksandrovič. Dějiny filosofie. I., s. 393
187 LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. Monádologie a jiné práce, s. 159

Ve tři čtvrtě případech se lidé chovají jako živočichové, protože percepce se díky paměti řetězí – jednají pouze na základě zkušeností. Od živočichů nás odlišuje rozum a vědy, díky kterým poznáváme nutné a věčné pravdy, a to nazýváme rozumnou duší či duchem. Poznáním nutných pravd povznáší lidi k myšlení a rozvaze, díky kterým si uvědomují své já, bytí substance jednoduché i složené, i boha, který je na rozdíl od lidí, kteří jsou v určitých oblastech omezeni, bezmezný. Rozumové poznatky spočívají na dvou velkých principech – princip sporu (díky kterému rozlišuje věci nepravdivé – je v nich spor, neobsahují-li spor, pak jsou pravdivé) a princip dostatečného důvodu, kdy bezdůvodně nevěříme, že něco existuje, nebo že to je pravdivé, i kdybychom ty důvody neznali. Stejně tak rozlišujeme dva druhy pravd, a to rozumové a faktové. Rozumové jsou nutné a jejich opak je nemožný, faktové pravdy jsou nahodilé a je možný jejich opak. Dostatečný důvod musí jít nalézt i u pravd faktových, díky vzájemné souvislosti stvořených věcí, ale musí ležet mimo souvislost nebo řadu zvláštních a nahodilých věcí, i kdyby byla jakkoli dlouhá. Poslední důvod věcí spočívá v nutné substanci, tedy v bohu. Bůh je důvod pro nás všech zvláštních věcí, a z toho lze vyvodit, že bůh existuje jen jeden, který je dostatečný, vše zahrnující a nutný – neexistuje nic, co by na něm nezáviselo, je tedy neomezený a obsahuje jakoukoli skutečnost a z toho vyplývá, že je absolutně dokonalý. Z toho lze vyvodit, že tvorové jsou dokonalí díky Bohu, a za své nedokonalosti si mohou sami. Bůh je zdroj všech jsoucen, bez něj by nebylo nic.[188] Faktové pravdy závisí na boží vůli, zatímco nutné pravdy závisí na jeho rozumu. Z toho lze vyvodit, že bůh je jedinou původní substancí a všechny stvořené monády jsou jeho dílem a jsou omezené. To, co je v monádách percipující a žádostivé odpovídá božskému poznání. Monáda je činná, pokud má zřetelné percepce, pokud je má zmatené, tak trpí. To, že na sebe dvě monády působí, nemyslíme tím, že fyzicky působí na svá nitra, ale jedná se boží zásah, a to je důvod činností i trpností monád. Každá monáda má právo činit si nárok na existenci, podle svého stupně dokonalosti, z toho vyplývá, že na světě existuje to nejlepší, co bůh mohl stvořit. Každá stvořená monáda je tak odrazem vesmíru. Své meze mají monády v různém druhu poznání předmětu. Zmateně se vztahují k nekonečnu, k celku jsou omezeny stupni zřetelných percepcí, a tím se od sebe odlišují. Duše dokáže v sobě číst jen to, co se v ní zřetelně děje a nedokáže v sobě naráz rozvinout všechny své peripetie, neboť míří do nekonečna. Ačkoliv každá stvořená monáda představuje celý vesmír, představuje především tělo, které jí bylo přiděleno a tvoří jeho entelechii. Jestliže tělo vyjadřuje celý vesmír, vyjadřuje jej i duše v onom těle. Tělo patřící monádě je jeho entelechií nebo duší. To tělo pak

[188] LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. Monádologie a jiné práce, s. 160-163

ve spojení se svou entelechií tvoří živého tvora, ve spojení s duší živočicha. Tělo je tak vždy organické a je to jakýsi druh božího stroje, nebo také přírodního automatu, který je dokonalejší než jakýkoli umělý automat a je strojem i ve svém nejmenší části, což je ten rozdíl mezi živým a umělým.[189]

Každá část hmoty v našem světě je dělitelná do nekonečna. Je tedy patrné, že i v nejmenší částečce hmoty existuje živý svět – živočichové, duše, entelechie, neboli ve vesmíru neexistuje nic prázdného, nic mrtvého, žádný zmatek a chaos. Lze tedy z toho všeho vyvodit, že každé tělo má svou řídící entelechii, která je v živočichově duši. A každá část tohoto živočicha má zase svou entelechii neboli řídící duši. Duše není nikdy najednou zbavena všech svých orgánů, duše mění své tělo jen pozvolna a ve stupních. (U živočichů je znám jev metamorfóza, nikdy ne metempsychóza neboli stěhování duší). Neexistují odloučené duše od těla, jen bůh je bez těla. Z toho lze vidět, že neexistuje úplné zplození a úplná smrt. Zplození je vývoj a zmohutnění, smrt je vývojová degradace a zmenšování. (V semenech rostlin a živočichů již před početím je obsaženo tělo, ale také duše a početím dostává živý tvor možnost se formovat a stávat se tak jiným druhem živočicha). Pokud se zplozením stává živočich živočichem vyššího stupně, nazveme jej semenným živočichem, ti, co setrvávají na stejné úrovni, vzniknou, rozmnoží se a zase zaniknou. A protože tedy nevzniká nic přirozeně, přirozeně tedy ani nic nezaniká a neumírá. Z toho vyplývá, že duše je nezničitelná, jen tělo živočicha chátrá a částečně se rozpadá. [190]

Nyní ukažme spojení nebo také souhlas těla a duše. *Duše se řídí svými vlastními zákony a tělo rovněž svými a setkávají se spolu díky předzjednané harmonii, která je mezi všemi substancemi, protože všechny jsou členy jednoho vesmíru*. Duše jednají podle zákonů finálních příčin, prostřednictvím žádostí, prostředků a účelů. Těla jednají podle zákonů působících příčin anebo pohybů. A oba tyto světy – působících a finálních příčin jsou ve vzájemné harmonii. Duše nemohou dodat tělům žádnou sílu, ale může změnit směr těla. Duše nemůže tělo ovlivňovat a naopak. Rozumní živočichové (mající rozumnou duši) mohou vzniknout i zaniknout pouze se světem, avšak jejich semenní živočichové mají obyčejné senzitivní duše, jakmile dojde ke skutečnému početí, dospějí k lidské přirozenosti a jejich senzitivní duše jsou pozvednuty na vyšší rozumovou úroveň a dostane se jim výsada být duchy. Rozdíl mezi duší a duchem tkví v tom, že obyčejná duše je obrazem veškerého stvoření, kdežto duch je obraz boha, neboli tvůrce a je schopen poznat systém vesmíru a alespoň částečně jej napodobit. Mohou tak vstupovat do vztahu s bohem, kdy bůh se k nim

[189] LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. Monádologie a jiné práce, s. 164-168
[190] LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. Monádologie a jiné práce, s. 168-169

chová jako otec ke svým dětem. Z toho vyplývá, že sbor všech duchů tvoří boží stát, tedy nejdokonalejší stát, který zahrnuje všechno, a je možný jen díky nejlepšímu vladaři, který v něm projevuje svou dobrotu, a jeho moudrost a moc se projevuje všude. Je to stát morální. *Žádný dobrý čin nezůstane bez odměny a žádný špatný bez trestu.* Pro dobré duchy (nejsou nespokojení, konají vždy svou povinnost, důvěřují prozřetelnosti, milují z čisté lásky boha a snaží se jej napodobit, spokojí se s božím rozhodnutím a se světem Bohem stvořeným, jakožto nejlepší celkem, který lze jen uspořádat a boha vnímají jako veškerý cíl a jedinou vůli, která nás může udělat šťastnými) se musí vše obrátit k dobrému.[191]

6.4 Matematika

Infinitezimální počet neboli obor matematiky, jehož hlavními pasážemi jsou diferenciální a integrální počet není objev Leibnize či Isaaca Newtona, „pouze" vybudovali ucelenou teorii, do které zahrnuli všechny roztříštěné objevy svých předchůdců a poskytli tak ucelený pohled na jednotlivosti, do té doby izolované. V 16. a 17. století se věnovalo studiu křivek. Pomocí infinitezimálních metod se studovaly konstrukce tečen, obsahy úsečí, objemy a povrchy těles vzniklých rotací úsečí, byla určována těžiště těchto útvarů. Infinitezimální postupy slavily ve druhé polovině 17. století velké úspěchy. V oblasti integrace byly použity ve formě sčítání nekonečného počtu nekonečně malých veličin, v oblasti derivování se objevilo jednotné hledisko, kterým se úlohy na určování tečen redukovaly na zkoumání nekonečně malých rozdílů veličin a jejich podílů. Bylo odvozeno několik formálních pravidel pro výpočet derivací, rozvíjely se metody související s nekonečnými řadami. Jednotný systém obecných pojmů se stanovenými pravidly však nebyl k dispozici. Chyběla symbolika, která by umožnila mechanické využívání pravidel. Teprve Newton a Leibniz sjednotili infinitezimální počet, dali mu pevný řád a výpočetní algoritmy.[192]

Nyní ukážeme, dle mého názoru, nejznámější a nejpoužívanější Leibnizovy poznatky v matematice:

[191] LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. Monádologie a jiné práce, s. 170-173
[192] SCHWABIK, Štefan, ŠARMANOVÁ, Petra. Malý průvodce historií integrálu, s. 35

6.4.1 Leibnizovo kritérium konvergence alternujících řad

$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = a_1 - a_2 + a_3 - \ldots$ je alternující řada. Nechť pro každé přirozené číslo n platí $a_n \geq a_{n+1} \geq 0$ a nechť $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. Potom je daná řada konvergentní a pro její součet s platí $a_1 - a_2 \leq s \leq a_1$[193]

V roce 1703 jistý mnich dostal řadu $\frac{1}{2}$ = 1-1+1-1+1… dosazením x = 1 do řady 1 - x + x^2- x^3+x^4…$\frac{1}{1-x}$. Leibniz podává toto zdůvodnění výsledku publikované v roce 1712 v Acta Eruditorum „*sudý člen je 0, lichý je 1 a tak to jde až do nekonečna, tedy součtem řady je průměrná hodnota (0 + l)/2 = 1/2*". Tuto řadu pak Leibniz nazve v dopise Bernoullimu jako advergentní, a vysvětluje ji jako řadu, kterou „*lze prodlužovat až do té míry, že se bude její součet stále lišit od jistého konečného reálného čísla jen o veličinu, která je menší než libovolně zadané číslo*". Tímto způsobem tedy Leibniz definoval termín advergentní (sbíhavá) řada. V roce 1714 podává Leibniz v dopise Johannu Bernoullimu i obecnou podmínku pro konvergenci alternující řady, dnes známé pod jeho jménem.[194]

6.4.2 Symbolika

Leibniz zformuloval základy svého infinitezimálního počtu na podzim roku 1675. Předložil pravidla pro řešení úloh tečen a kvadratur, vztah mezi integrováním a derivováním a zavedl novou symboliku. Pokusil se vysvětlit vztahy mezi nekonečně malými veličinami vyšších řádů tvrzením, že nebeská klenba se má k zemi jako země k zrnku prachu, a země opět se má k zrnku prachu jako zrnko prachu k magnetické částečce. Mínil tím zřejmě, že x je jako nebeská klenba, dx země, $(dx)^2$ zrnko prachu, $(dx)^3$ magnetická částečka, a pokládal tedy ve svých úvahách $(dx)^2$ za nulovou veličinu. V práci z roku 1693 Leibniz ukázal, že problém kvadratur se převádí na problém nalezení funkce a odvodil vztah $\int_0^x f(x)dx = F(x), když\ \frac{dF(x)}{dx} = f(x)$, jestliže F(0) = 0. V tomto tvrzení lze nalézt dvě důležitá fakta: souvislost mezi integrálem a derivací a vztah pro výpočet určitého integrálu jako rozdílu funkčních hodnot primitivní funkce. Leibniz zdůrazňoval potřebu symboliky sloužící pro lepší pochopení jeho algoritmů. V Paříži dne 29. října 1675 napsal, že bude užitečné místo „součtu všech l psát od nynějška $\int l$ (znak integrálu je odvozen z prvního písmene slova summa), a že vzniká nový druh počtu, nová početní operace, která odpovídá sčítání a násobení. Druhý

[193] FRANCOVÁ, Ladislava. Matematická analýza 2. (přednáška) Hradec Králové, UHK, 23. 4. 2018
[194] TROJOVSKÝ, Pavel. Kořeny a vývoj pojmu konvergentní číselná řada, s. 174

druh počtu vzniká, když z výrazu $\int l = a$ získáme $l = a\frac{y}{d}$ (d je první písmeno slova differentia). Jako totiž operace $\int$ zvětšuje rozměr, tak jej d zmenšuje. Znak $\int$ znamená pak součet, d diferenci. Svou symboliku Leibniz neustále vylepšoval, např. už v dopise z 11. listopadu 1675 změnil $\frac{y}{d}$ na *dy*. Leibniz sice zavedl operační symbol pro integrování, název integrál však pochází od Jakoba Bernoulliho. V jím založeném časopise Acta Eruditorum r. 1684 vydal práci *Nová metoda maxim a minim…, která* sehrála v rozvoji infinitezimálního počtu klíčovou roli. Tečna je podle něho přímka, která prochází dvěma body křivky, jež jsou nekonečně málo od sebe vzdáleny. Podle Leibnize lze tuto nekonečně malou vzdálenost vyjádřit vždy jako funkci diferenciálu dx[195]. Pro Leibnize je integrál „nekonečný součet diferenciálů.“[196]

Na konci 17. století začali bratři Bernoulliové a Leibniz používat termín funkce. O několik let dříve zavedl Leibniz termíny proměnná, konstanta a parametr. Pokud jde o názvy „diferenciální počet" a „integrální počet“, zavedl první z nich Leibniz už v roce 1684 a to místo dříve používaného názvu „přímá metoda tečen“ Název „integrální počet“ zavedl Leibniz roku 1698 po dohodě s Johannem Bernoullim, a to místo dřívějšího termínu „inverzní metoda tečen“ neboli „sumační počet“[197]

Srovnáme-li přístup Newtona a Leibnize k infinitezimálnímu počtu, který oba nezávisle objevili a rozvíjeli, pak lze vedle centrální společné myšlenky o vzájemné inverzi derivování a integrování pozorovat značné rozdíly,[198] jak jsme již uvedli výše. Jejich jména spojuje tzv. základní věta integrálního počtu neboli **Newton-Leibnizova věta:**

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Toto platí, jestliže funkce *f (x) je* spojitá na uzavřeném intervalu $\langle a, b\rangle$ a nechť funkce *F (x) je* primitivní funkce k funkci *f(x)* na intervalu $\langle a, b\rangle$. Místo $F(b) - F(a)$ lze psát $[F(x)]_a^b$ [199] Došlo k vzájemnému propojení metod integrování a diferencování. *F (x) je* primitivní funkce k funkci *f (x) na* intervalu $\langle a, b\rangle$ tj. taková, že platí $\frac{\mathrm{dF(x)}}{dx}$ = *f(x)* pro každé x ∈ $\langle a, b\rangle$. [200]

[195] SCHWABIK, Štefan, ŠARMANOVÁ, Petra. Malý průvodce historií integrálu, s. 43 - 44
[196] SCHWABIK, Štefan, ŠARMANOVÁ, Petra. Malý průvodce historií integrálu, s. 45
[197] SCHWABIK, Štefan, ŠARMANOVÁ, Petra. Malý průvodce historií integrálu, s. 46
[198] SCHWABIK, Štefan, ŠARMANOVÁ, Petra. Malý průvodce historií integrálu, s. 44
[199] FRANCOVÁ, Ladislava. Matematická analýza 2. (přednáška) Hradec Králové, UHK, 12. 3. 2018
[200] SCHWABIK, Štefan, ŠARMANOVÁ, Petra. Malý průvodce historií integrálu, s. 45

6.5 Propojení filozofie s matematikou

Při studiu v Jeně ho zaujala jistota matematických kombinací a rozhodl se prozkoumat zákony kombinací pojmů. V *Rozpravě o umění kombinatoriky* uvedl, že by pomocí analytického rozložení složených pojmů na jednoduché, které by se označily symboly, převedl všechny filozofické problémy na logický kalkul analogický matematickým kombinacím.[201]

V Leibnizových pracích se matematika objevuje v jeho filozofii několikrát. Prvotně je to pojem nekonečna, který se u něj prolíná jak v matematice, díky němuž se dostal k infinitezimálnímu počtu, tak ve filozofii, kde všude zdůrazňuje nekonečnost, ať už v možnostech boha, tak i v nekonečnosti duše a života.

Nyní ukažme konkrétní pasáže v jeho Metafyzickém pojednání, kdy pro důkaz filozofického tvrzení použil poznatky z matematiky a geometrie:

K důkazu, že bůh stvořil svět jako dokonalý řád, využil opět vlastností matematiky - bůh stvořil svět podle nejdokonalejšího řádu, což je řád nejjednodušší na hypotézy a nejbohatší na jevy. Tímto se podobá nějaké geometrické čáře, která je snadná na konstrukci, ale její vlastnosti a důsledky z nich plynoucí mají obrovský význam. Tvrdil, že z všeobecného řádu se nemůže nic vymykat. Jako příklad uvádí, že i náhodně nakreslené body na papíře lze spojit čárou, která je konstantní, jednoduše vymezená podle určitého pravidla a prochází všemi těmito body, a to dokonce ve stejném pořadí, jak byly nakresleny. A platí to i opačně. Pokud byla nakreslena jakákoli čára, lze najít pravidlo nebo rovnici pro všechny body, které na této čáře leží.[202]

Chybné používání forem nesmí vézt k odmítnutí pojmu, který je nutný pro poznání v metafyzice, bez kterého není možné správně pochopit nejvyšší principy, tak jako se geometr nesmí zaleknout složitosti, aby mohl dovést do konce všechny své důkazy[203]

Osud, který je předepsán nějaké bytosti, tedy vše, co se jí má stát, je bytosti vrozené nebo vyplývá z její podstaty, podobně jako vlastnosti kruhu z jeho definice.[204]

Úvaha, kdy Leibniz dokazuje, že je rozdíl mezi množstvím pohybu a silou, nemá podle něj význam jen pro fyziku a mechaniku, ale i pro metafyziku, kdy je tím podle něho vyvráceno, že by bůh mohl ve vesmíru zachovávat stále stejné množství pohybu. A přestože

[201] SCHWABIK, Štefan, ŠARMANOVÁ, Petra. Malý průvodce historií integrálu, s. 8
[202] LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. Monádologie a jiné práce, s. 59
[203] LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. Monádologie a jiné práce, s. 63
[204] LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. Monádologie a jiné práce, s. 65-66

lze přírodní fenomény vysvětlit pomocí matematiky nebo mechaniky, ukazuje se, že obecné principy přírody jsou více metafyzické než geometrické.[205]

Vyložil použití pojmů o finálních příčinách, netělesných přirozenostech a rozumové příčině ve vztahu k tělům i v matematice a fyzice, aby se pokusil ospravedlnit filozofii z nařknutí, že je bezbožná, a také aby vyzdvihl mechanické úvahy filozofů ke vznešenějším úvahám.[206]

Dále při vysvětlování rozlišování nutné a faktové pravdy, využil podobnosti s matematikou: U rozlišování nutné a faktové pravdy lze u nutných pravd ukázat její důvod, pomocí analýzy rozkladu na jednodušší ideje a pravdy. Tak matematici převádějí spekulativní poučky a praktické předpisy prostřednictvím analýzy na definice, axiomy a postuláty (původní principy). Dojde-li se k jednoduchým idejím, ke kterým neexistuje definice, nebo k původním principům, které nelze dokázat a důkaz u nich není potřeba. Jedná se totiž o identické věty, jejichž opak by byl sporný.[207]

---

[205] LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. Monádologie a jiné práce, s. 72-74
[206] LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. Monádologie a jiné práce, s. 79
[207] LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. Monádologie a jiné práce, s. 162

7 **Bernard Bolzano** (1781 – 1848)[208]

7.1 Život

Bernard Bolzano byl pražský německý matematik, logik, teolog, filozof a sociální myslitel.[209]

Narodil se r. 1781 jako čtvrtý z dvanácti dětí, otec procházel z Itálie, matka z Prahy. Jeho dobu poznamenala Velká francouzská revoluce a následné události. V roce 1805, kdy mu bylo pouhých 24 let, byl jmenován na místo profesora náboženství při pražské filozofické fakultě. Studenti ho nejprve přijali s nedůvěrou, brzy potom s nadšením. V témže roce byl promován doktorem a vysvěcen na kněze. Jeho hlavním cílem se stalo dokázat, že se křesťanství nepříčí rozumu, že je možné rozum i víru harmonicky spojit. Byl přijat za člena Královské české společnosti nauk. Bolzano byl hluboce věřící člověk, který uznával význam humanity a tolerance. Domníval se, že hlavním prostředkem k povznesení člověka je výchova. Svou popularitu nezískal jen přednáškami, ale i svými krátkými kázáními, zvanými exhorty, pro něž si vybíral témata na svou dobu velice citlivá – rovnost národů, ras a pohlaví, o potřebě lepšího sociálního řádu v souladu s nejvyšším mravním zákonem. Kvůli tomu na něj bylo posláno udání do Vídně a hrozilo mu odvolání, ale jeho dobré vztahy s domácí šlechtou ho od něj na čas uchránily. Roku 1818 byl ale definitivně odvolán, místo na univerzitě ztrácí a bylo mu zakázáno učit a kázat, a to až do konce života. Nelitoval toho, ale bral to jako příležitost soustředit se více na práci. Postupně připravil k vydání svá největší díla. Dožil v Praze u svého jediného přeživšího bratra. Zemřel 18. prosince 1848.[210]

[208] VILÍMEK, Jan. *Bernard Bolzano* [online], [cit. 26. 2. 2019], Wikipedie. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:Jan_Vil%C3%ADmek_-_Bernardo_Bolzano_HL.jpg
[209] BERKA, Karel. Bernard Bolzano, s. 5
[210] 72 jmen české historie, část Bernard Bolzano. Režie Maxmilián Petřík. TV, Česká televize, ČT1, Česká republika, 27. 11. 2009, dostupné z <https://www.ceskatelevize.cz/ivysilani/10169539755-dvaasedmdesat-jmen-ceske-historie/209572232200018-bernard-bolzano>

7.2 Dílo

Mezi jeho největší díla patří především monumentální čtyřsvazková logika. Kniha vyšla v roce 1837 pod názvem *Vědosloví* s podtitulem *Pokusy o zevrubné a větším dílem i nové vylíčení logiky se stálým zřetelem k jejímu dosavadnímu zpracování*. Kromě toho pracoval i na matematickém spise *Paradoxy nekonečna*. Vydána byla i jeho později zakázaná *Učebnice náboženské nauky* a jeho poslední spis *O nejlepším státě*. [211]

7.3 Dílo ve filozofii

Bolzano se ve svých dílech nejprve zabývá tím, co je to filozofie a filozofování. Filozofování je podle něho nazýváme každé přemýšlení, které se zaměřuje na souvislosti mezi důvody a důsledky, příčinami a účinky, a toto přemýšlení lze aplikovat v kterékoli vědě, protože takto uvažovat se dá o čemkoli.[212] Za odvětví filozofie bylo odjakživa považováno těchto pět odvětví: logika, metafyzika, etika, právní věda a státověda, a už jen z mravních důvodů by se s nimi měl každý člověk seznámit, aby se stával moudřejším a lepším. Vědy, ve kterých lze dosti filozofovat pak jsou náboženství, matematika a dějiny, na rozdíl od psychologie, antropologie a podobných věd, které jsou pouze rozšířením oněch pěti věd.[213] Filozofujeme, kdykoli přemýšlíme o objektivní souvislosti mezi pravdami, zabýváme se filozofií, pokud filozoficky přemýšlíme o předmětech, díky jejichž prostudování se staneme moudřejšími a lepšími a můžeme se nazývat filozofy, jestliže naše filozofické poznání z nás udělalo moudrého a dobrého člověka.[214] *„Filozofie je věda o objektivní souvislosti všech těch pravd, k jejichž posledním důvodům se snažíme podle možnosti proniknout, abychom se stávali moudřejšími a lepšími.“*[215]

Z jeho filozofické činnosti zde uvedeme úvahy o duši, vztah těla a duše, pojmy determinismus a indeterminismus, a pohled na mravnost.

7.3.1 Jednoduchost a totožnost naší duše

Podle Bolzana je metafyzika poučení o bohu, duši, nesmrtelnosti, zkrátka o všem, co lze pochopit pouze pojmy.[216] Vše, co reálně existuje, buď existuje samo pro sebe – nazývá jej substancí, anebo jako vlastnost substance neboli adherence. Substancí je jakási hmota, z níž se

---

[211] 72 jmen české historie, část Bernard Bolzano. Režie Maxmilián Petřík. TV, Česká televize, ČT1, Česká republika, 27. 11. 2009, dostupné z <https://www.ceskatelevize.cz/ivysilani/10169539755-dvaasedmdesat-jmen-ceske-historie/209572232200018-bernard-bolzano>
[212] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 50
[213] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 58-59
[214] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 66
[215] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 69-70
[216] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 59

předměty skládají, vlastností pak například barva, vůně váha…[217] Pro každou adherenci existuje jedna nebo více substancí, na které je adherence umístěna. Jestliže v jednu chvíli substance má nějakou vlastnost a v dalším momentě už ji nemá, dochází ke změně na substanci.[218] Z existence lidských myšlenek, počitků apod. vyplývá, že má člověk duši, která není adherencí, ale jedinou jednoduchou nedělitelnou substancí, neboť jen v jednoduché substanci se může odehrávat jednotlivá představa nebo jednotlivý soud.[219] Duši nemá jenom člověk, ale každá bytost, která má představivost nebo citlivost.[220] V tomto smyslu Bolzano rozeznává nekonečně mnoho duší, protože nejen tělo člověka a živočicha je nějak organizováno. Organizaci můžeme vidět ve všech tělesech např. i v krystalech, výjimku tvoří kapaliny. Z toho vyplývá, že ve světě není nic neživého.[221] To, že není duše složená, dokazuje, že může myslet.[222] Jednu a tutéž duši si zachováváme po celý život, neboť i ve stáří si dokážeme vybavit představy - vzpomínky z dětství.[223] Pokud si někdo nedokáže na dětství vzpomenout, anebo se náhle změní jeho projevy chování, není to důkaz, že by v něm nyní byla jiná duše než dříve. Je to pouze projev zvláštních změn v organismu, kdy na něj nyní okolní svět působí jinak než předtím.[224] Substance existují od věčnosti, pojem substance sám o sobě vylučuje vznik a zánik. Vznik a zánik se vztahuje pouze na jejich adherence – vlastnosti. [225] Vytváření v čase není nic jiného než účinek boží vůle, která trvá odpradávna, nikdy nekončící a způsobuje nekonečnost substancí.[226]

7.3.2 Vztah těla a duše

„Tělo je nástroj, který zprostředkovává styk duše s ostatními bytostmi.[227]“ Tělo je nástroj, který duše používá bezprostředně, a tu část těla, která je v bezprostředním vzájemném působení s duší nazveme duševní orgán, což je souhrn substancí, které bezprostředně působí na duši.[228] Pokud řekneme, že duše sídlí v těle, myslíme tím, že duše je ve vnitřním spojení s tělem, a to tak, že může v těle změny vnímat a vyvolávat.[229] Výkonnost našeho ducha není přímo závislá na dokonalosti těla. Toto lze tvrdit v dětství, kdy se duše dítěte přímo rozvíjí

---

[217] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 160-161
[218] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 162
[219] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 166,186,188,191
[220] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 187
[221] BERKA, Karel. Bernard Bolzano, s. 95
[222] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 193
[223] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 188-189
[224] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 190
[225] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 219
[226] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 219
[227] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 262
[228] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 262-264
[229] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 192

s jeho tělesným vývojem, avšak není pravda, že by starci s ochabující fyzickou zdatností ochabovala i mysl, naopak až do smrti můžeme neustále rozšiřovat své vědomosti.[230]

7.3.3 Determinismus a indeterminismus

Lidská žádostivost, touha a přání se zaměřují na to, co je pro člověka příjemné nebo neužitečné. Jestliže je člověku něco příjemné nebo užitečné, začne to žádat. Zda budeme podle toho jednat, záleží na lidském rozumu, jestli to považuje za správné nebo nikoli. Pokud rozum něco „schválí“ za rozumné a mravně v pořádku, stane se z přání chtění. Pokud nám rozum „neschválí“ to, co si přejeme, většinou to nezrealizujeme. Což je důkaz toho, že chtění a přání není synonymum. Nezáleží jen na žádostivosti, ale také na vůli, což není to samé jako žádostivostí. Pokud vůle a rozum jsou v souladu, pak je naše vůle mravně dobrá, pokud naše vůle jde za přáním, ale odporuje rozumu, pak se jedná o vůli mravně špatnou.[231] Otázkou zůstává, co je důvodem – co ovlivňuje naši vůli, že jednou jednáme podle přání a jednou podle rozumu. Pokud se domníváme, že občas mohou vznikat rozhodnutí, která nemají určující důvod, můžeme se nazývat indeterministy.[232] Bezdůvodné rozhodnutí bývá používáno jako důkaz toho, že naše vůle je svobodná.[233] Takto pojatá svoboda ale neruší povinnost usilovat o ctnost.[234] Nemůžeme říkat, že je silnější rozum než žádostivost či naopak, protože se jedná o dvě zcela druhově rozdílné veličiny. Z toho vyplývá, že pokud jednáme jednou podle rozumu a jindy podle přání, děje se tomu bez určujícího důvodu.[235] Žádný takový důvod nelze najít.[236] Pokud nám hrozí za naše správné jednání odměna a za špatné jednání trest, pak v mnoha případech nedojde na volbu mezi přáním a povinností, a pokud dojde, bude lákadlo menší, než kdyby nenásledovaly odměny či tresty. [237]

Opačný názor k indeterminismu nazýváme determinismus. Věta dostatečného důvodu (vše musí mít nějaký důvod) by mohla platit o všem, co se děje v čase. Neboli, všechno má nějaký důvod existence a také vše, co vzniká, má svou příčinu vzniku, kvůli které vzniká. Naši vůli určují nějaké pohnutky, a svobodu samu o sobě lze chápat jako důvod, ze kterého pocházejí rozhodnutí naší vůle.[238] Cit neboli bezprostřední vjem nám říká, že tu něco je, má-li

---

230 BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 200
231 BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 270-272
232 BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 272-273
233 BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 274
234 BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 276
235 BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 275
236 BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 276
237 BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 277
238 BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 278-279

to však nějaký důvod či nikoli poznáme jen díky úsudkům.[239] Pokud řekneme, že jsme se rozhodli svobodně, je tím myšleno, že jsme se rozhodli bez nátlaku, anebo to lze chápat, že rozhodnutí proběhlo bez řádného vnitřního rozkolu.

Pokud si děláme výčitky pramenící z našeho jednání, indeterminista to vysvětlí tak, že rozhodnutí bylo bez určujícího důvodu, determinista řekne, že to bylo rozhodnutí mravně špatné a důvod byl v člověku samém.[240] Nelze se vymlouvat na to, že jsme nemohli konat jinak, jestliže důvod našeho jednání je v lidské špatnosti a ne v nějakém vnějším nátlaku.[241] Čím více budeme myslet na pozitiva, co nám náš čin přinese, tím více budeme chtít čin uskutečnit, máme-li ale pochopit nesprávnost našeho jednání musíme si připustit nesoulad mezi zamýšleným činem a mravy. Také bychom měli myslet na to, jakou škodu by mohl náš čin způsobit. Nemůžeme se potom divit, že čím víc toužíme něco udělat, tím méně jsme schopni vidět jeho nesprávnost.[242] V determinismu může vyvolat rozpaky jeho pojetí odpovědnosti. Jak je možné, že jednou naše chování hodnotíme kladně a jindy záporně. Determinista na to odpoví, že potřebuje-li naše vůle pro všechno určující důvod, tak důvod, který nás nabádá udělat něco špatného, je silnější než naše povinnost. A proč nemá být potrestán špatný čin, který jsme spáchali z pouhé nevědomosti? Trest je totiž uplatnitelný jen tam, kde může být zlo trestem napraveno, tedy pokud jsme způsobili něco špatného úmyslně. Trest zasluhuje jen takový čin, který pramení ze špatné lidské vlastnosti, a to právě proto, aby se tato špatná vlastnost zlepšila.[243]

Sám Bolzano se nepřiklání ani k determinismu ani k indeterminismu. „*Ať už si každý vybere ten* (názor)*, který se mu zdá nejpravděpodobnější a zároveň nejbezpečnější pro jeho ctnost, nebo nechá celou záležitost nerozhodnutou, jako já sám…*[244]

7.3.4 Mravnost

Bolzano neztotožňuje mravní dobro s užitečností, pokud užitečností myslíme prospěch jedince. Nesouhlasí s tím, že blaženost je to samé, co smyslová rozkoš, staví se proti Kantovu kategorickému imperativu (jednej tak, aby se tvé jednání stalo vzorem pro ostatní), a nesouhlasí ani s názorem, že dobré je to, co chce bůh. Pro něj je nejvyšší zákon mravnosti, zájem obecného blaha. Tento zákon platí pro mravní jednání každého jedince. Zákon Bolzano formuluje slovy: „*Ze všech možných způsobů jednání vol vždy takový, který při zvážení všech*

239 BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 279
240 BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 280
241 BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 280
242 BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 281
243 BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 282-283
244 BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 285

důsledků nejvíce přispěje k blahu celku, lhostejno ve kterých jeho částech.“ Pro své vlastní chování z něj vytvořil zásadu: *„Šťastným být a jiné blažit, toť úkol člověka.“* Nejvyššímu mravnímu zákonu se má podřizovat i bůh sám, a musí tento zákon platit, i kdyby neexistoval bůh. Co není v souladu s mravností, není ani krásné ani vznešené.[245]

7.4 Přínos v matematice

Svou první matematickou práci věnoval geometrii. Pokusil se dokázat Eukleidův postulát o rovnoběžkách na základě podobnosti trojúhelníků. Výsledná věta však byla ekvivalentní s Euklidovým postulátem. V tomto důkazu se tedy mýlil, nemohl dokazovat Eukleidův postulát v závislosti na ostatních větách eukleidovské geometrie. Nezávislost postulátu o rovnoběžkách na ostatních základních větách euklidovské geometrie až ruský matematik Nikolaj L. Lobačevskij.[246] Jeho hlavní přínos byl ve zpracování základní partie teorie reálných funkcí a předjímání myšlenky teorie množin. Podal přesné definice pojmů proměnné veličiny, funkce, spojitosti v bodě (zprava i zleva), rozlišení otevřeného a uzavřeného intervalu[247]

Domnívám se, že mezi jeho nejznámější a dnes v matematické analýze nejpoužívanější věta spojená s jeho jménem je o konvergenci posloupností, neboli Bolzano-Cauchyova podmínka.

V *Ryze analytickém důkazu* se Bolzano snaží dokázat tvrzení o spojitosti funkce, které se do té doby používalo, a jež se dokazovalo pouze geometrickým způsobem, se kterým nebyl Bolzano spokojen, považoval ho za nedostačující, neboť i když považujeme geometrické tvrzení, na které se odvoláváme, jako jisté, samozřejmé a nepotřebné důkazu, mělo by mít jasné odůvodnění. Snaží se tedy dokázat, že: *„...že každá spojitá funkce proměnné x, kteráž pro jistou hodnotu tohoto x jest positivní, pro jinou pak negativní, musí pro nějakou, mezi oběma ležící hodnotu, státi se nulou.“*[248] Jinak řečeno: Každá funkce, která je spojitá na určitém intervalu, kde v jednom krajním bodě nabývá kladných hodnot a v druhém krajním bodě záporných hodnot, bude alespoň v jednom bodě tohoto intervalu funkční hodnota rovna nule. Graf takové funkce je tedy čára spojující bod pod osou x s bodem nad osou x, nutně tedy prochází i osou x, kde funkční hodnota funkce se rovná nule.[249] Bolzano uvádí tuto větu

[245] BERKA, Karel. Bernard Bolzano, s. 97-100
[246] BERKA, Karel. Bernard Bolzano, s. 43
[247] BERKA, Karel. Bernard Bolzano, s. 44
[248] BOLZANO, Bernard. Ryze analytický důkaz, s. 9
[249] TRLIFAJOVÁ, Kateřina. Bolzanova měřitelná a dnešní reálná čísla, s. 76

v jiném lehce zbytečně zkomplikovaném tvaru: Jsou-li f, g dvě funkce spojité v uzavřeném intervalu [a,b] a je-li f(a) < g(a) a f(b) > g(b), existuje uvnitř tohoto intervalu aspoň jedno číslo x tak, že f(x) = g(x). Z této věty jasně vyplývá, že úsečka, která částečně probíhá pod osou a částečně nad osou, jí musí někde protnout. Bolzano zdůrazňuje, že takto to ale nestačí, že je tvrzení nutné dokázat jako důsledek spojitosti. Spojitost definoval stejně, jako o něco později jeho současník, francouzský matematik A. Couchy.[250] Bolzano tady zformuloval klíčovou (nutnou a postačující)[251] podmínku, dnes užívanou jako Bolzano-Cauchyova pro konvergenci nekonečné posloupnosti $\{a_n\}$ neboli, že její členy se k sobě přibližují.[252] Cauchy jí uvádí o čtyři roky později.[253] *„Mohou-li se členové nějaké řady jejím prodloužením státi vždy menšími a tak malými, jak libo, jest vždy veličina stálá, jíž se hodnota řady blíží dalším prodloužením tak velice, jak se vůbec chce."*[254] $(\forall k > 0)(\exists m > 0)(\forall n > m)\left(|a_n - a_m| < \frac{1}{k}\right)$. Bolzano tvrdí, je-li tato podmínka splněna, pak existuje limita této posloupnosti X, tj. hodnota, k níž se všechny členy přibližují. $(\forall k > 0)(\exists m > 0)(\forall n > m)\left(|a_n - X| < \frac{1}{k}\right)$. Tedy existuje bod, kde funkce nabývá nulové hodnoty - protne osu x. Toto tvrzení se nazývá věta o úplnosti a i dnes je považována za charakteristiku reálných čísel. Provést důkaz nebylo v tu dobu možné, protože reálná čísla nestála na ještě tak pevném základu [255]

V souvislosti s výše uvedenou větou, dokazuje existenci infima funkce na uzavřeném intervalu: *„Nepřísluší-li nějaká vlastnost M všem hodnotám proměnné veličiny x, nýbrž jen těm, kteréž jsou menší nežli jakési u: existuje vždy veličina U, která jest největší z těch, o nichž možná tvrditi, že všechny menší x mají vlastnost M.“*[256] Číslo U je totiž právě infimem oněch čísel, jež nemají vlastnost M. Hlavní větu dokazuje pak Bolzano následovně: *„Mění-li se dvě funkce proměnné x, fx a φx bud pro všechny hodnoty veličiny x aneb aspoň pro všechny, jež leží mezi α a β, podle zákona spojitosti, platí-li dále $f\alpha > \varphi\alpha$ a $f\beta > \varphi\beta$: jest vždy nějaká mezi α a β ležící hodnota x, pro niž platí $fx = \varphi x$“*[257] Jinak řečeno: budiž x infimum oněch čísel y intervalu [a, b], pro něž je f(y) ≥ g(y); potom se lehko dokáže, že f(x) = g(x). Z neznámých důvodů rozlišuje Bolzano zcela zbytečně několik případů podle znamení

---

250 JARNÍK, Vojtěch. Bolzano a základy matematické analýzy, s. 33
251 JARNÍK, Vojtěch. Bolzano a základy matematické analýzy, s. 33
252 TRLIFAJOVÁ, Kateřina. Bolzanova měřitelná a dnešní reálná čísla, s. 76
253 JARNÍK, Vojtěch. Bolzano a základy matematické analýzy, s. 33
254 BOLZANO, Bernard. Ryze analytický důkaz, s. 9
255 TRLIFAJOVÁ, Kateřina. Bolzanova měřitelná a dnešní reálná čísla, s. 76-77
256 BOLZANO, Bernard. Ryze analytický důkaz, s. 27
257 BOLZANO, Bernard. Ryze analytický důkaz, s. 33

čísel a, b a tím značně komplikuje důkaz. Jedná se ale jen o neobratnost, nikoliv o nesprávnost.[258]

Z jeho dalšího díla z pokročilejší matematické analýzy - *Functionenlehre,* vydaném až o patnáct let později, je významná jím definovaná funkce, která je dnes známá pod jeho jménem - *Bolzanova Funkce,*[259] což je spojitá funkce, která není monotónní v žádném intervalu, a která v žádném bodě jisté množiny všude husté nemá konečnou derivaci.[260] (Dnes víme, že tato funkce nemá derivaci v žádném bodě vůbec, ale Bolzano to nedokázal a také to nikde netvrdí.)[261] V tomto díle dále podává systematický výklad nauky o spojitosti a o derivaci funkcí jedné reálné proměnné. Definice spojitosti je zde podána formálně dokonaleji než v Analytickém důkazu; mimoto zde Bolzano definuje spojitost v bodě (též zprava a zleva), kdežto dřívější definice (v Analytickém důkazu i u Cauchyho) mluvily pouze o spojitosti v intervalu. Především dokazuje Bolzano obecné věty o spojitých funkcích, tj. odvozuje vlastnosti, které lze dedukovat ze spojitosti funkce. Dále pak větu o existenci největší a nejmenší hodnoty spojité funkce v uzavřeném omezeném intervalu.[262]

7.5 Jeho propojení matematiky a filozofie

Jarník uvádí, že Bolzano sám říká, že se o matematiku zajímá hlavně jako o odvětví filozofie a cvičení v správném myšlení. Domnívá se, že Bolzano byl plně úspěšným tam, kde jeho zájem byl sice vzbuzen filozofickými úvahami, jež ho vedly k volbě programu a metody, ale kde se při realizaci programu obešel bez úvah čistě filozofických a mohl pracovat jen na matematické bázi — jak je tomu právě v jeho pracích o základech analýzy. Naproti tomu tam, kde přímo používá některých svých metafyzických představ — jako např. v geometrii — nedosahuje Bolzano plného úspěchu právě tak jako na druhé straně tam, kde je třeba mnoha znalostí a schopností specificky odborně-matematických.[263]

Bolzano propojuje matematiku s filozofií zejména v důkazech svých filozofických názorů, kdy příklady svých tvrzení dokazuje právě na matematice. To se ukazuje již při prvotní otázce, co Bolzano rozumí filozofií. Říká, že se nejedná o jakékoliv přemýšlení, ale pouze o takové, kdy cílem je nalezení nové pravdy, kdy přemýšlíme o důvodech, příčinách, důsledcích nebo účincích,[264] i když zpravidla je za filozofická zkoumání nepovažujeme.

[258] JARNÍK, Vojtěch. Bolzano a základy matematické analýzy, s. 34
[259] JARNÍK, Vojtěch. Bolzano a základy matematické analýzy, s. 34
[260] BERKA, Karel. Bernard Bolzano, s. 44-45
[261] JARNÍK, Vojtěch. Bolzano a základy matematické analýzy, s. 34
[262] JARNÍK, Vojtěch. Bolzano a základy matematické analýzy, s. 35
[263] JARNÍK, Vojtěch. Bolzano a základy matematické analýzy, s. 36-37
[264] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 48

Takže když například matematik se začne ptát, proč je přímka nejkratší čára spojující dva body, a nikoli jestli tomu tak je, můžeme říci, že začal filozofovat.[265]

Matematiky a čísel využívá i na příkladu vlastností a substance. „*Mluvíme o vlastnostech i u věcí, které nejsou skutečné, jako například u čísel, když říkáme, že každé číslo má tu vlastnost, že lze vždy nalézt nějaké ještě větší, než je toto číslo samo.*“[266]

Aby vysvětlil princip vzájemného působení těla a duše, využívá znalostí z geometrie: V geometrii se říká, že dvě tělesa na sebe navzájem působí, dotýkají-li se alespoň v jednom bodě, zároveň ale platí i úmluva, že mezi rozdílnými místy nebo body vždy existuje nějaký odstup, stejně jako je tomu u vzájemného působení těla a duše. [267]

Pro důkaz současného konce příčiny a účinku ve filozofii uvádí, že podle některých matematiků těleso jednou uvedené silou do pohybu, se bude pohybovat věčně tím směrem a tou samou rychlostí jako ve chvíli, kdy na něj naposledy působila ona síla. To ovšem platí jen do té doby, dokud mu cestu nezkříží jiné těleso, které by změnilo jeho směr svou přitažlivostí.[268]

7.5.1 Filozofie matematiky

Podle Bolzana není matematická metoda použitelná pouze na matematické disciplíny, ale je uplatnitelná ve všech vědních disciplínách, včetně filozofie. Bolzano dokazuje, že matematika se projevuje i v oblasti společenských věd, jako příklad dokládá matematizaci psychologie. Důsledné uplatňování matematické metody přispívá k vystižení objektivních souvislostí mezi vědeckými poznatky na základě příslušných důsledkových vztahů. V tom spatřuje hlavní účel filozofického založení matematiky a podle toho vzoru i dalších věd. Bolzano například nesouhlasí s německým osvícenským filozofem Immanuelem Kantem, že by matematika byla rozumová věda díky stavbě pojmů, která je zprostředkovaná čistými názory. Nesouhlasí s konstrukcemi pojmů díky názorům. Souhlasí s Kantem, že matematika je konstruována pojmy, ale z matematických i filozofických důvodů odmítá, že by závisela na čase a prostoru. Chce prokázat, že nejen filozofie, ale i matematika je založena na rozumovém poznání. Vymezením toho, co je názor (tj. jednoduchá představa o jediném předmětu), a co je pojem (tj. nejednoduchá představa o více než jednom předmětu), chce dokázat, že čas a prostor jsou pojmy. Uvědomuje si, že podle mnoha matematiků, jsou geometrické konstrukce závislé na názoru, ale Bolzano tvrdí, že i v geometrii lze všechna tvrzení dokázat pojmy. Podle Bolzana

[265] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 48-49
[266] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 161
[267] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 207
[268] BOLZANO, Bernard. Výbor z filozofických spisů, s. 217

není matematika založena na názoru a filozofie na pojmovém poznání, tvrdí, že filozofie se opírá o názor a věty matematiky jsou analytické pojmové pravdy. Nesouhlasí s Kantem, že matematika se dokazuje demonstrativně a filozofie diskurzivně, podle něho je v obou vědách potřeba postupovat stejným způsobem, a to pomocí pojmových důkazových prostředků, a nejen podle názorů.

8 Závěr

Cílem této bakalářské práce bylo ukázat, že matematika a filozofie nejsou dvě zcela oddělené oblasti, ale že je spojují nejen jména autorů, kteří svými poznatky přispěli jak do filozofie, tak významně zasáhli i do vývoje matematiky, ale že i sami autoři obě vědy ve svých úvahách propojovali.

Pro pochopení jejich filozofického smýšlení bylo nutné přiblížit i jejich životní osudy, které tvoří první kapitolu u každého autora. Je zajímavé, že ačkoli byly jejich poznatky v obou vědách velkým přínosem, žádný z novověkých autorů se nedočkal ocenění během svého života, některé autory bylo zakázáno vydávat a pro své učení byli i značně perzekuováni. Pro příklad uveďme Bolzana, kterému bylo zakázáno učit i kázat. Leibniz byl opovrhovaný a zatracovaný, Descartes pro politické poměry v zemi raději Francii opouští a některé své poznatky raději nepublikuje.

Významnou úlohu při filozofických úvahách u všech autorů sehrálo náboženství a bůh, kdy se snaží dokázat jeho existenci jak z filozofického hlediska, tak i matematickými důkazy.

Většinu autorů vedlo ke spojení věd kladení si filozofických otázek, pro které potřebovali neotřesitelné důkazy, které spatřovali právě v matematice. Uvedení autoři propojovali obě vědy v důkazech jejich tvrzení, kdy filozofické názory připodobňují poznatkům z matematiky a své filozofické tvrzení podpírají matematickými důkazy. Hlavními znaky propojenosti jsou u Thaleta potřeba racionálních odpovědí na filozofické otázky týkající se Země a přírody, u Pythagora fascinace číslem, kdy je podle něj možné vše číselně vyjádřit, Descartes vytvořil logickou metodu, kterou lze uplatnit jak v matematice, tak ve filozofii, Pascal uvažoval o člověku jako o dvojaké bytosti a v metodě, která by zaručovala pravdivé poznání, rozlišuje taktéž dvojakost ducha, a to jemného a matematického. Leibniz v obou vědách pracuje s nekonečnem, díky kterému se v matematice dopracoval k infinitezimálnímu počtu a ve filozofii viděl nekonečnost v bohu, duši a životě, a Bolzano ukazuje, že matematická metoda je uplatnitelná i ve filozofii.

9 Seznam použitých pramenů a literatury:

72 jmen české historie, část Bernard Bolzano. Režie Maxmilián Petřík. TV, Česká televize, ČT1, Česká republika, 27. 11. 2009, dostupné z https://www.ceskatelevize.cz/ivysilani/10169539755-dvaasedmdesat-jmen-ceske-historie/209572232200018-bernard-bolzano

ADAMOVÁ, Lenka, Dudák Vladislav a Václav VENTURA. *Základy filosofie, etiky*: základy společenských věd: pro střední školy. 3., upr. vyd. Praha: Fortuna, 2001. ISBN 80-7168-772-3.

BEČVÁŘ, Jindřich. *René Descartes*: milovník rozumu. Praha: Prometheus, 1998. Velké postavy vědeckého nebe. ISBN 80-7196-082-9

BERKA, Karel. *Bernard Bolzano*. Praha: Horizont, 1981

BOLZANO, Bernard. *Ryze analytický důkaz poučky že mezi dvěma hodnotami, jež poskytují opačně označené výsledky, leží nejméně jeden reálný kořen rovnice*. Přeložil František Josef Studnička. [online] *Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky*, Praha: 1881, s. 1-38. [cit. 5. 3. 2019] Dostupné z: https://dml.cz/bitstream/handle/10338.dmlcz/122127/CasPestMatFys_011-1882-1_1.pdf

BOLZANO, Bernard. *Vlastní životopis*. Přeložila Marie Pavlíková. Praha: Odeon, 1981.

BOLZANO, Bernard. *Výbor z filozofických spisů*. Přeložil Jaromír Loužil. Praha: Svoboda, 1981

CALDA, Emil. *Kombinatorika pro učitelské studium*. Praha: Matfyzpress, 1996. ISBN 80-85863-13-8.

DESCARTES, René. *Rozprava o metodě*: jak vést správně rozum a hledat pravdu ve vědách. Přeložil Karel ŠPRUNK. Praha: OIKOYMENH, 2016. Knihovna novověké tradice a současnosti. ISBN 978-80-7298-212-7.

DESCRTES, René. Autorův list překladateli Principů filozofie do francouzštiny, který může posloužit jako předmluva. Přeložili Milovan Ješič a Martin Škára. *Filozofia.* [online]. Bratislava: Filozofický ústav SAV, 2010, Roč. 65, č. 2. [cit. 23. 4. 2019]. s. 184-192. ISSN 2585-7061. Dostupné z: http://www.klemens.sav.sk/fiusav/filozofia/?q=sk/autorov-list-prekladatelovi-principov-filozofie-do-francuzstiny-ktory-moze-posluzit-ako-predhovor

DESCARTES, René. *Geometrie*. Přeložil Jiří Fiala. Praha: Oikoymenh, 2010. 978-80-7298-313-1

DYNNIK, Michail Aleksandrovič. Dějiny filosofie. I. Praha: Státní nakladatelství politické literatury, 1959., s. 393

FRANCOVÁ, Ladislava. Matematická analýza 2. (přednáška) Hradec Králové, UHK, 12. 3. 2018

FRANCOVÁ, Ladislava. Matematická analýza 2. (přednáška) Hradec Králové, UHK, 23. 4. 2018

HRUŠKA, Karel aj. *Přehled elementární matematiky*. 4. vyd. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1964.

JARNÍK, Vojtěch. *Bolzano a základy matematické analýzy*. [online] První vydání. Praha: Jednota československých matematiků a fysiků, 1981. [cit. 5. 3. 2019] Dostupné z:https://dml.cz/handle/10338.dmlcz/400344

KING, Peter J. *Sto filozofů:* život a dílo největších světových myslitelů. Přeložila Květa Palowská. Praha: Metafora, 2007. ISBN 978-80-7359-088-8

KOČANDRLE, Milan a Leo BOČEK. *Matematika pro gymnázia*: analytická geometrie. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1996. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-7196-120-5.

KRYNICKÝ, Martin. Důkazy Pythagorovy věty. Matematika ZŠ.realisticky.cz. [online], [cit. 25. 4. 2019], Dostupné z http://www.realisticky.cz/kapitola.php?id=37

KUŘINA, František. *10 pohledů na geometrii*. Praha: Matematický ústav Akademie věd České republiky, 1996. ISBN 80-85823-21-7.

LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm. *Monádologie a jiné práce*. Přeložil Jindřich Husák. Praha: Svoboda, 1982

MAREŠ, Milan. *Příběhy matematiky*: stručná historie královny věd. Příbram: Pistorius & Olšanská, 2008. ISBN 978-80-87053-16-4.

MRÁZEK, Jiří. *Taje matematiky*. Praha: Práce, 1986

PASCAL, Blaise. *Myšlenky* (výbor). Přeložil Miloslav Žilina. Praha: Odeon, 1973

PICKOVER, Clifford A. *Matematická kniha*: od Pythagora po 57. dimenzi: 250 milníků v dějinách matematiky. Praha: Argo, 2012. Zip (Argo: Dokořán). ISBN 978-80-257-0705-0.

POPKIN, Richard Henry. *Filozofie pro každého*. Praha: Ivo Železný, 2000. ISBN 80-240-0257-4.

SCHWABIK, Štefan, ŠARMANOVÁ, Petra. *Malý průvodce historií integrálu*. [online] Praha: Prometheus, 1996. ISBN 80-7196-038-1. [cit. 24. 3. 2019] Dostupné z: https://dml.cz/handle/10338.dmlcz/400855

TOMÁŠ, Milan. *Filosofie a přírodní vědy:* (stručný slovník přírodovědců, jejichž dílo ovlivnilo filozofii, a filozofů, kteří přispěli k rozvoji přírodních věd). Hradec Králové: Gaudeamus, 1996. ISBN 80-7041-276-3.

TRLIFAJOVÁ, Kateřina, (ed). *Osamělý myslitel Bernard Bolzano*. Praha: Filosofia, 2006. ISBN 80-7007-226-1.

TROJOVSKÝ, Pavel. *Kořeny a vývoj pojmu konvergentní číselná řada*. Podle Kline M., Mathematical Thought from Ancient to Modem Times, New York, 1972 In: BEČVÁŘ, Jindřich (ed.), FUCHS, Eduard (ed.): *Člověk-umění-matematika*. Sborník přednášek z letních škol Historie matematiky. [online] Praha: Prometheus, 1996, [cit. 24. 3. 2019] Dostupné z: https://dml.cz/handle/10338.dmlcz/400568

WEISCHEDEL, Wilhelm. *Zadní schodiště filozofie.* Přeložil Jiří Horák. Vranov nad Dyjí: Votobia, 1992. ISBN: 80-85619-36-9