



Pedagogická
fakulta
Faculty
of Education

Jihočeská univerzita
v Českých Budějovicích
University of South Bohemia
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Bakalářská práce

**Přijímací zkoušky z matematiky na 4- leté střední školy z pohledu
základní školy**

Vypracovala: Jitka Vrchotová

Vedoucí práce: RNDr. Libuše Samková, Ph.D.

České Budějovice 2020

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem svoji bakalářskou práci na téma Přijímací zkoušky na 4- leté střední školy z pohledu základní školy vypracovala samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své bakalářské práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejich internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby stejnou elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č.111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací These.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích

Anotace

V této práci se zabývám přijímacími zkouškami z matematiky na čtyřleté střední školy. Uvádím zde seznámení se způsobem sestavování přijímacích testů podle daných kritérií. Součástí je také malá sbírka příkladů spolu s řešeními, zaměřená na procvičení typických či obdobných příkladů k testu. Tato práce může sloužit jako podpůrná studijní pomůcka při přípravě k přijímacím testům.

Klíčová slova: přijímací zkoušky, matematika

Annotation

In this work I deal with entrance exams from mathematics for four-year high school. There is a familiarization with the method of compiling admission tests according to given criteria. It also includes a small collection of examples, together with solutions, aimed at practicing typical or professional test examples. This work can serve as a study aid in preparing for admission test.

Keywords: entrance exams, mathematics

Poděkování

Ráda bych touto cestou poděkovala vedoucí práce paní RNDr. Libuši Samkové, Ph.D. za odborné vedení, cenné rady a trpělivost během psaní této kvalifikační práce.

Obsah

Úvod.....	6
1. Přijímací zkoušky na střední školy	8
2. Základní informace o přijímacích zkouškách	8
3. Podoba přijímacích zkoušek	8
4. Obsah jednotné přijímací zkoušky z matematiky	10
5. Typy úloh.....	12
5.1. Otevřené úlohy.....	12
5.1.1. Široce otevřené úlohy.....	12
5.1.2. Úlohy se stručnou odpovědí.....	12
5.2. Uzavřené úlohy	13
5.2.1. Dichotomické úlohy.....	13
5.2.2. Úlohy multiple-choice s výběrem z alternativ	13
5.2.3. Přiřazovací úlohy	14
5.3. Konstrukční úlohy.....	14
6. Studijní opory.....	16
7. Vývoj přijímacího řízení během posledních let	18
8. Vybrané matematické téma: Úpravy algebraických výrazů	20
9. Sbíрка řešených příkladů.....	25
1. Příklady – Sbíрка úloh z matematiky pro základní školu	26
2. Příklady- Testy z matematiky ‘99.....	35
3. Příklady- Testy z matematiky 2002	41
4. Příklady - Vybrané příklady z testů k přijímacím zkouškám mezi roky 2017-2019	47
Shrnutí.....	50
Seznam použité literatury	51

Úvod

Téma mé bakalářské práce, Přijímací zkoušky na střední školy z pohledu školy základní, jsem si vybrala hned z několika důvodů. Tím jedním důvodem je, že já sama jsem přijímací zkoušky na střední školu neabsolvovala, jelikož bylo období, kdy se konaly pouze na umělecky zaměřené školy. Dalším důvodem byla zvědavost, jak vůbec přijímací zkoušky vypadají, z jakých kapitol se tvoří a jak si s tím žáci dokáží poradit. A neposledním důvodem bylo najít nějaký dokument, spis či úryvek, ve kterém by se daly najít nějaké základní informace o přijímacím řízení, zkouškách na jednom místě, bez zbytečného přeskakování po webových stránkách.

V první části práce bych ráda ukázala a seznámila čtenáře se základními předpoklady přijímacích zkoušek, jaké vlastnosti má mít žák osvojen. Porovnat požadavky k přijímacím zkouškám daných rámcovým vzdělávacím plánem a předpokladem znalostí od společnosti Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, která se zabývá testováním žáků právě při přijímacích řízeních. Pokusit se najít a ukázat rozložení testových příkladů ve smyslu zastoupení otázek otevřených, uzavřených či s hodnocením postupu výpočtu příkladů, které bychom měli nalézt v souhrnných závěrečných zprávách pro jednotnou přijímací zkoušku na střední školy. Nastínit, jaké jsou k dispozici studijní materiály a možnosti přípravy k didaktickému testu. Podívat se trochu do historie a zkusit popsat vývoj přijímacího řízení v průběhu poslední dvaceti let.

Druhá část práce bude věnována konkrétní oblasti z přijímacích zkoušek tedy úpravě algebraických vzorečků. Toto téma jsem vybrala proto, že existuje spousta sbírek, učebnic a příkladů, ale ne všechny tyto odkazy obsahují postupy řešení. Ráda bych sestavila jakousi malou sbírku příkladů na dané téma, jelikož jsem názoru, že komentovaných příkladů na jakoukoli přípravu, jak k přijímacím testům, průběžným písemným testům ve škole a podobných zkoušek, není nikdy dostatek. Tedy zadání příkladů převezmu z již existujících sbírek, cvičebnic a testů a vypracuji k nim komentovaný postup řešení, který by mohl sloužit jako pomůcka při přípravě k přijímacím testům na střední školy.

Závěrem bych ráda zhodnotila celkový dojem ze sestavování přijímacích testů a sestavení mé sbírky příkladů. Také bych chtěla zodpovědět nějaké otázky například,

zda je správné a stále reálné celostátně tvořit přijímací testy na střední školy. Nebylo by lepší vrátit se k dřívějšímu řešení, aby si každá střední škola tvořila vlastní přijímací testy za standartně daných podmínek.

Bylo by dobré, kdyby se přijímací zkoušky nestaly pouhopouhým strašákem pro většinu žáků základních škol. Ukázat, že přijímací zkoušky jsou zcela přirozenou součástí vyučování a příprava na ně není nijak odstrašující a že pozornost a procvičování při výuce matematiky na základních školách je prvním a hlavním krokem ke zdárnému složení těchto zkoušek.

A. TEORETICKÁ ČÁST

1. Příjímací zkoušky na střední školy

Přijímací zkouška je jedním z prvních kroků k výběru námi zvolené střední školy a k našemu budoucímu povolání. Pro mnoho dětí je to velmi důležitý krok, který není jednoduché rozhodnout. I z toho důvodu, že strach z přijímacích zkoušek je mnohdy velkým stresujícím faktorem, zda uspěje. Ovšem je to zkouška, na kterou se žák dokáže sám i s pomocí školního vyučování, přípravných testů a dalších cvičných příkladů celkem dobře připravit.

2. Základní informace o přijímacích zkouškách

Přijímací zkoušky jsou stanovené ve školském zákoně na základě §60 odstavec 5 zákona číslo 561/2004 Sbírky, o předškolním, základní, střední, vyšším odborném a jiném vzdělávání a dále pak ve znění pozdějších předpisů. Podrobnosti o zkouškách jsou nadále stanoveny prováděcím předpisem (vyhláškou) číslo 353/2016 Sbírky, o přijímacím řízení ke střednímu vzdělávání a dále pak ve znění pozdějších předpisů.

Tato přijímací zkouška je součástí prvního kola přijímacích zkoušek na střední školy, přesněji do všech maturitních oborů.

3. Podoba přijímacích zkoušek

Přesnou podobu přijímacích zkoušek z matematiky najdeme ve vyhlášce č. 353/2016 Sb., o přijímacím řízení ke střednímu vzdělávání ve znění vyhlášky č. 243/2017 a vyhlášky č. 244/2018 Sb. A tj. §4 Forma, obsah a rozsah jednotné zkoušky:

1) Písemné testy jednotné zkoušky obsahují uzavřené testové úlohy s nabídkou odpovědi, otevřené testové úlohy bez nabídky odpovědi, případně široce otevřené úlohy s hodnocením postupu řešení.

2) testy jednotné zkoušky v rozsahu

- a) *Učiva stanoveného pro první stupeň základní školy u osmiletých oborů vzdělávání*
- b) *učiva do sedmého ročníku základní školy daného poměrným vzdělávacím obsahem Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání u šestiletých oborů vzdělávání*
- c) *učiva celého Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání u ostatních oborů vzdělávání*

Testy jsou koncipovány na maximální počet bodů 50.

Hodnocení výsledků jednotné přijímací zkoušky se odvíjí od splnění kritérií přijímacího řízení a podílí se nejméně 60 procenty. Do celkového hodnocení je započítán lepší výsledek ze vzdělávacího oboru z písemného testu z Českého jazyka a literatury a z písemného testu ze vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace. (Zákon č.561/2004 s., § 60d)

Další hodnocení a stanovení kritérií pro přijetí je na ředitelích škol. Proto můžeme vidět, značné odlišení mezi bodovými hranicemi různých středních škol skrze celou republiku. Čili může se velmi od sebe lišit například střední odborná škola a čtyřleté gymnázium.

Povolenými pomůckami jsou černá nebo modrá propisovací tužka, zakázány jsou fixy, gumovací pera a podobné potřeby. Povoleny jsou také rýsovací potřeby a obyčejná tužka.

Časový limit pro test z matematiky je nastaven na 70minut, pro děti se zvláštními potřebami je čas prodloužen.

4. Obsah jednotné přijímací zkoušky z matematiky

Sestavování jednotné přijímací zkoušky z matematiky má za úkol instituce Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání (dále jen Centrum). Tato instituce vychází z vyhlášky 244/2018 Sb. §4, že jsou testy koncipovány z celého učiva podle Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání (dále jen RVP ZV), ze kterých tedy vychází.

Centrum má na svých webových stránkách k dispozici konkrétní přehled specifikací k dané přijímací zkoušce tedy Specifikace k jednotné přijímací zkoušce-specifikace požadavků pro písemný test z matematiky (popřípadě českého jazyka). Tento dokument obsahuje přesně určené body učiva, které má mít žák osvojen, pro úspěšné složení zkoušky. Matematika a její aplikace jsou zde rozděleny na čtyři kategorie a to jsou: Číslo a proměnná, Závislosti, vztahy a práce s daty, Geometrie v rovině a prostoru a nestandardní aplikační úlohy a problémy. Každá tato kategorie, chcete-li kapitola, je dále přesněji rozdělena na upřesňující body pro lepší orientaci ve znalostech.

V testu přijímací zkoušky by se nemělo objevit nic jiného než je právě uvedeno v dokumentu Specifikací požadavků k přijímací zkoušce.

RVP ZV

Celé znění Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání můžeme nalézt na webovém portálu Ministerstva školství mládeže a tělovýchovy (www.msmt.cz) v záložce určené pro Základní a základní umělecké vzdělávání. V tomto dokumentu nalezneme všechny vzdělávací oblasti, jaké by si měl žák během studia osvojit. Konkrétně pro nás oblast Matematika a její aplikace, která je rozdělena do čtyř částí tedy, Číslo a proměnná, Závislosti, vztahy a práce s daty, Geometrie v rovině a prostoru, nestandardní aplikační úlohy a problémy. Každá tato oblast vzdělávání je dále rozdělena na část s výstupy, které se od žáka očekávají, ta jest základní. Doplněné o minimální doporučenou úpravou očekávaných výstupů žáka v rámci podpůrných opatření, a také se zde nachází několik bodů učiva, ve kterých si lze předepsané výstupy procvičit.

Porovnání specifikace podle Centra a RVP ZV

Při první pohledu na tyto dva dokumenty můžeme vidět první znatelný rozdíl, a to je délka a upřesnění. RVP ZV vychází ze stručně popsaných předpokladů znalostí učiva, kdež to Centrum má svou specifikaci pevně pod kontrolou a uvádí ve svém dokumentu podrobně rozebrané odvětví matematických témat, aby předešla omylům a nedostatkům při přípravě k přijímacím zkouškám.

Z mého pohledu pro přípravu k přijímacím zkouškám je lepší vzít s k ruce dokument Centra právě pro jeho konkrétnost a možnost si procvičit všechny jeho body s vědomím, že tyto body se velmi pravděpodobně v testu vyskytnou právě v tomto znění, nežli při obecných podmínkách stanovených RVP ZV.

5. Typy úloh

V didaktickém testu přijímacích zkoušek nalezneme hned několik typů úloh: otevřené, uzavřené a konstrukční (geometrické) úlohy. Chrása (2016, s.182) ve své publikaci konkrétně rozděluje typ otevřených úloh na široce otevřené a se stručnou odpovědí. Uzavřené úlohy dělí na takzvané dichotomické, s možností výběru správně odpovědi, přiřazovací a uspořádací.

5.1. Otevřené úlohy

Již podle názvu můžeme odvodit, že se jedná o úlohy, kde je důležité zapsat postup řešení nebo nejen samotný výsledek, záleží na zadání příkladu. Tento typ bývá nejčastěji a nejvíce zastoupen v testech, nejen přijímacího typu.

5.1.1. Široce otevřené úlohy

Úloha, u které se hodnotí celý postup řešení. V testu u těchto typů úloh je vynecháno místo, které se předpokládá, že žák svými poznatky zaplní.

Příklad:

Najděte řešení rovnice a запиšte podmínky řešitelnosti (napište celý postup řešení příkladu):

$$\frac{2x - 3}{3x + 1} = 5x$$

5.1.2. Úlohy se stručnou odpovědí

U těchto úloh se uvádí pouze stručná krátká odpověď, tedy odpovídáme pouze znakem, číslem, jednoslovným pojmem a podobně. Chrása (2016, s.183) rozlišuje ještě podtyp úlohy na produkční a doplňovací. Produkční úlohy doplňujeme přesným zněním daného problému například zákona, věty, vzorce a úlohy doplňovací, jak již příznačný název napovídá, doplňujeme za vynechané místo číslici, symbol apod.

Příklad produkčního typu:

Napište Pythagorovu větu.....

Příklad doplňovacího typu:

$$32 - \square + 5 = 35$$

5.2. Uzavřené úlohy

Úlohy, kde je řešení skryto mezi vícero odpověďmi, ze kterých máme možnost výběru.

5.2.1. Dichotomické úlohy

Dichotomické úlohy, jinak známé jako uzavřené úlohy patří oproti otevřeným úlohám většinou k jednoduchým úlohám. Tyto úlohy jsou doplněny o možnost výběru z odpovědí ANO-NE, tedy, zda je tvrzení pravdivé či nikoli.

Příklad dichotomické úlohy:

Pravoúhlý trojúhelník má dva pravé úhly. ANO-NE

Součet vnitřních úhlů v trojúhelníku je rovem 180° . ANO-NE

5.2.2. Úlohy multiple-choice s výběrem z alternativ

Multiple-choice úlohy neboli úlohy s možným výběrem odpovědí. Tyto úlohy mají dvě části-zadání, otázku a možnost výběru odpovědi. Proto rozlišujeme úlohy tzv. s jednou správnou odpovědí nebo s více správnými možnostmi odpovědí.

Příklad úlohy typu tzv. jedna správná odpověď:

$$5 + 7 =? \quad \text{a) } 10 \quad \text{b) } 12 \quad \text{c) } 15$$

Příklad úlohy typu tzv. více správných možností:

$$\frac{5}{2} - 1 =? \quad \text{a) } \frac{3}{2} \quad \text{b) } 4 \quad \text{c) } \frac{4}{2} \quad \text{d) } 1,5$$

Při plnění tohoto typu úloh musíme správně číst zadání, jelikož může nastat i případ, kdy budeme hledat nesprávnou odpověď.

Příklad s hledáním nesprávné odpovědi:

Který úhel **není** ostrý: a) 30° b) 15° c) 60° d) 120°

5.2.3. Přiřazovací úlohy

Tyto úlohy se skládají ze zadání a vícero možností odpovědí, tedy například pokud mám zadány tři otázky, odpovědí na výběr mám alespoň ze čtyřech možných. Ne vždy se počet zadaných otázek shoduje s počtem odpovědí, často jsou mezi odpověďmi zařazeny i chybné úvahy.

Příklad přiřazovací úlohy:

Přiřaďte správnou odpověď:

- | | |
|------------------------|-------------------|
| 1) $3 + 4 =$ | a) 45 |
| 2) $15 - 9 =$ | b) 7 |
| 3) $\frac{1}{2} + 6 =$ | c) 1,5 |
| | d) 6 |
| | e) $\frac{13}{2}$ |

5.3. Konstrukční úlohy

Přesněji se jedná o geometrické konstrukční úlohy. Nejčastěji se jedná o částečné grafické zadání, ke kterému dostaneme doplňující otázky typu dorýsujte zbylé body, najděte body, dorýsujte konstrukci nebo o standartní zadání typu sestrojte konstrukci, výšku, úhlopříčku a podobně.

Příklad konstrukční úlohy:

Narýsujte trojúhelník ABC , kde strana $a = 3 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $c = 5 \text{ cm}$.

Zastoupení úloh v přijímací testu

Proto abychom mohli porovnávat zastoupení různých typů úloh v testu, si musíme nejdříve najít souhrnné závěrečné zprávy k jednotným přijímacím zkouškám. Budeme porovnávat zprávy z roku 2017, 2018 a 2019. Všechny tyto informace nalezneme na webovém portálu Centra¹ v záložce Závěrečné zprávy.

Jako první porovnáme počet úloh, počet bodů a časový limit. Počet úloh v testu je 16 (2017,2018) a v roce 2019 bylo 14 úloh, celkový počet bodů se rovná u všech 50 a časový limit je stanoven na 70 minut (to máme dané v zákoně). Dále porovnáme zastoupení typů úloh v testu:

	2017	2018	2019
Otevřené	11	11	8
Svazek dichotomických	1	1	1
Úlohy multiple-choice	3	3	4
Přiřazovací úlohy	1	1	1

Můžeme vidět, že dichotomické a přiřazovací úlohy jsou konstantně zastoupeny. Bude to nejspíše tím, že jsou považovány za jednodušší typy úloh. Střední zastoupení mají úlohy multiple-choice, dají se považovat za středně obtížné, jelikož máme při řešení možnost z výběru odpovědi. Nejvíce jsou zastoupeny otevřené úlohy. U těchto úloh se žák musí soustředit na správně vyplněné políčko s řešením. Bývají velmi pěkně bodově ohodnoceny. Nesmíme zapomenout, že se v testu také vyskytuje jedna až dvě konstrukční úlohy, které jsou hodnoceny mezi pěti a šesti body za úlohu.

¹ Konkrétní webová stránka z Centra: <https://data.ceremat.cz/menu/data-a-analyticke-vystupy-jednotna-prijimaci-zkouska/zaverecne-zpravy>

6. Studijní opory

Studijní opora neboli studijní materiály nezbytné k získání a osvojení si vědomostí a znalostí jedince.

- První možností studijního materiálu k přijímacím zkouškám jsou především dostupné testy z let minulých. Tyto testy jsou společně s výsledky a zápisovými archy dostupné na webových stránkách Centra. Můžeme si takto vyzkoušet zadání hned několika verzí testu s možností kontroly výsledků i cvičným zápisem do archů odpovědí. Tyto materiály jsou dobré pro získání představy, jak by mohl vypadat didaktický test, který bude následovat.
- Další možností jsou různé sbírky příkladů z matematiky a učebnice, které se během vyučování používali při výuce. Tato možnost je jednou z nejobvyklejších metod přípravy k přijímacím zkouškám. Propočítání několika příkladů ze sbírek, s kontrolou správnosti, procvičení si příkladů ze sešitu matematiky, které se procvičovali v hodině a podobně.
- Motivovaná autorská videa na internetu zaměřená na výpočet, chcete-li řešení, přijímacích testů. Tato varianta je velmi oblíbená v posledních několika letech. Jde především o to, že autor videa komentuje celý svůj postup řešení. To je pro mnohé oblíbenější, jelikož dostaneme zpětnou vazbu o postupu řešení příkladu. Žák může společně s autorem průběžně pracovat a kontrolovat si svůj postup, a to vše i z domova.
- Přípravné kurzy k přijímacím zkouškám jsou už dnes naprosto běžné. Můžeme nalézt lekce pro jednotlivce i pro menší skupiny. Jedná se o obdobnou přípravu jako při vyučování. Lektor procvičuje s žáky různé typy příkladů, testů i formou cvičení a her.
- Speciálně zaměřené/tvořené sbírky přímo určené k přijímacím zkouškám. Na trhu se nachází hned několik desítek typů a druhů zaměřené na toto téma. Součástí těchto knih jsou postupy řešení příkladů a také výsledky.

- Kolektivní propočítávání testů spolu se spolužáky, rodinnými členy a podobně. Vzájemné sdílení problémů a výsledků s možností přímé konzultace vedoucí k nalezení řešení. Tato varianta je velmi individuální za předpokladu možnosti kontroly správnosti příkladu.

7. Vývoj přijímacího řízení během posledních let

Pokud se podíváme například na přelom osmdesátých a devadesátých let na vypadající školství, máme zde školský zákon z roku 1984, tedy zákon č.29/1984 Sb., o soustavě základní a střední škol, ve znění pozdějších předpisů. Tento zákon platil až do výše zmíněného zákona v roce 2004. Podle § 18 mají právo na střední školách studovat žáci a uchazeči „*podle schopností, vědomostí, zájmů a zdravotní způsobilosti.*“ Co se týče přijímacích zkoušek, jsou přijímáni všichni žáci a další uchazeči, kteří splnili povinnou školní docházku a také splnili podmínky přijímacího řízení, tedy prokázali vědomosti, schopnosti a zájem pro daný obor. Tento zákon byl také několikrát novelizován (například č.522/1990 Sb., č.138/1995 Sb., č.132/2000 Sb. a dále).

Aktuálně je v platnosti školský zákon č.561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání, který vešel v platnost 10. listopadu 2004 s účinností od 1.1.2005, ve znění pozdějších předpisů. Ten od své platnosti prošel několika desítkami úprav novelami (vice než čtyřiceti).

První větší změnou ohledně přijímacího řízení proběhlo v roce 2008 zákonem č.243/2008 S., kterým se mění zákon č.561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání, ve znění pozdějších předpisů. Podle § 60 pro přijímání do prvního ročníku vzdělávání ve střední škole je rozhodnuto, že přijímací řízení vyhlašuje ředitel škol, počet přijímacích kol není omezený, ředitel školy stanovuje kritéria přijímacího řízení, dále rozhoduje o konání či nekonání zkoušek, počet přijatých uchazečů a podobně.

Jednou z další novelizace, která má za součást i novelizaci přijímacího řízení, je například zákon č.472/2011 Sb., kterým se mění zákon č.561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání, ve znění pozdějších předpisů. Tento zákon upravuje § 60 do znění například, že uchazeč může podat maximálně dvě přihlášky na střední školy, přihlášky podává zletilý uchazeč nebo zákonný zástupce, hodnocení uchazečů ukončí ředitel školy do třech pracovních dnů a podobně.

Poslední zásadní změnou je přijetí jednotné přijímací zkoušky na střední školy a to vyhláškou č.353/2016 Sb., o přijímacím řízení ke střednímu vzdělávání v platnosti a účinnosti od 31. října 2016. V této vyhlášce je určeno prostřednictvím Centra, jako provozovatele, zadavatele jednotných testů, datum konání přijímacích zkoušek, zkušební dokumenty ke zkoušce, délka trvání, potřebné pomůcky a podobně.

B. PRAKTICKÁ ČÁST

8. Vybrané matematické téma: Úpravy algebraických výrazů

Jelikož přijímací zkoušky se skládají ze znalostí především celého druhého stupně, vybrala jsem si jako část ke zpracování téma ÚPRAVY ALGEBRAICKÝCH VÝRAZŮ A PRÁCE S NIMI. Na základní škole mne probírání tohoto tématu velmi zaujalo, a proto jsem se k němu rozhodla tímto způsobem vrátit. Jedná se o krásné logické kroky, schované vzorce, práce se zlomky a mnohočleny a mnoho dalších věcí.

Pokud se podíváme na sestavené příklady na toto téma, například si vezmeme k ruce poslední didaktické testy a procvičovací testy k přijímacím zkouškám a najdeme si námi zvolené téma, dokážeme si odvodit základní znalosti a dovednosti, které bychom mohli při vypracování příkladů potřebovat.

Za jednu z mnoha základních znalostí se dá požadovat práce s mnohočleny. Zjednoduší mnohočlen vytčením, rozkladem na závorky nebo naopak násobením dvou mnohočlenů. Znalost vzorečků pro usnadnění práce s mnohočleny a to jsou $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

Ukažme si cvičné případy:

a) Zjednoduš výraz: $4a^2 + 6a^3 - 2a$

Vidíme, že společný prvek je $2a$, proto ho můžeme vytknout

$$4a^2 + 6a^3 - 2a = 2a(2a + 3a^2 - 1)$$

b) Vynásob mezi sebou výrazy: $(3a + 5) * (b - 2)$

Násobím takovým způsobem, že prvním výrazem první závorky roznásobím druhou závorku a druhým výrazem první závorky roznásobím také celou druhou závorku, ukážeme si:

$$(3a) * (b - 2) = 3ab - 6a$$

$$(5) * (b - 2) = 5b - 10$$

A nyní tyto dva průběžné výsledky sečteme

$$(3ab - 6a) + (5b - 10) = 3ab - 6a + 5b - 10$$

Takto to vypadá příklad v jednom kroku (řádku)

$$(3a + 5) * (b - 2) = 3ab - 6a + 5b - 10$$

c) Uprav za pomoci vzorců

a. $(4b^2 - 16a^2) = (2b - 4a) * (2b + 4a)$

b. $(3a + 2b)^2 = (3a)^2 + 2 * 3a * 2b + (2b)^2 = 9a^2 + 12ab + 4b^2$

c. $(3a - 2b)^2 = (3a)^2 - 2 * 3a * 2b + (-2b)^2 = 9a^2 - 12ab + 4b^2$

Dále můžeme pokračovat například prací se zlomky. Dokážeme správně sčítat a odečítat dva zlomky, roznásobíme zlomek závorkou, krátíme ve zlomku, a to vše i s mnohočleny. Zvládneme určit podmínky výrazu (řešení zlomku), když víme, že jmenovatel se nesmí rovnat nule. Pokud se čítec rovná nule, řešení existuje a tím je nekonečno.

d) Roznásob daný výraz výrazem v závorce

a. $\frac{2a+3b+4}{5} * (a + 1)$; pro lepší orientaci si výraz $(a + 1)$ převedeme na zlomek tím, že čitatele zvolíme 1 a vznikne nám

$$\frac{2a + 3b + 4}{5} * \left(\frac{a + 1}{1}\right)$$

A nyní již násobíme čitatele s čitatelem a jmenovatele se jmenovatelem, sečteme výrazy, které nám vznikly v čitateli či jmenovateli a dostaneme výsledek

$$\begin{aligned} \frac{(2a + 3b + 4)(a + 1)}{5} &= \frac{2a^2 + 2a + 3ab + 3b + 4a + 4}{5} \\ &= \frac{2a^2 + 6a + 3ab + 3b}{5} \end{aligned}$$

e) Urči podmínky výrazu tak, aby měl smysl

$$\text{a. } \frac{1}{a+3}$$

$$a + 3 \neq 0 \quad /-3$$

$$a \neq -3$$

$$\text{b. } \frac{2+b}{2b+3}$$

$$2b + 3 \neq 0 \quad /-3$$

$$2b \neq -3 \quad /2$$

$$b \neq -\frac{3}{2}$$

$$\text{c. } \frac{1}{a-b}$$

$$a - b \neq 0 \quad /b$$

$$a \neq b$$

$$\text{d. } \frac{2a+b}{4a+3ab}$$

$$4a + 3ab \neq 0 \quad /-4a$$

$$3ab \neq -4a \quad /3a$$

$$b \neq -\frac{4a}{3a}$$

Ještě určíme hodnotu pro a

$$4a + 3ab \neq 0$$

$$a(4 + 3b) \neq 0 / (4 + 3b)$$

$$a \neq 0$$

$$\text{e. } \frac{1+2a}{(a+2b)(3+a)}$$

$$(a + 2b)(3 + a) \neq 0$$

Určím podmínky každé závorky, tedy první závorka

$$a + 2b \neq 0 \quad /-2b$$

$$a \neq -2b$$

Druhá závorka

$$3 + a \neq 0 \quad /-3$$

$$a \neq -3$$

Nyní jsme si odvodili či odhadli předpoklady základních znalostí, které jsou od nás očekávány při přijímacím testu. Podíváme se na definici znalostí podle Rámcového

vzdělávacího programu, který nám říká, „že žák, matematizuje jednoduché reálné situace s využitím proměnných, určí hodnotu výrazu, sčítá a násobí mnohočleny, provádí rozklad mnohočlenu na součin pomocí vzorců a vytýkáním.“

Pokud si porovnáme naše příklady s RVP, vidíme, že náš předpoklad byl téměř splněn.

Doplňme si jen bod, který nám chybí, tedy bod o využití matematiky v jednoduchých reálných situacích, což je například úloha typu: *V košíku jsou jablka a hrušky. Hrušek je o 5 více než jablek. Kolik je v košíku jablek a hrušek, pokud si Pavel vzal na svačinu jednu hrušku a dvě jablka?*

Zapišeme si informace, které známe ze zadání

- Celkový počet jablek = J
- Celkový počet hrušek = H , víme, že hrušek je o 5 více, tedy $H = J + 5$
- Dohromady jablek a hrušek = $J + H \rightarrow D = J + H$
 - Upravíme rovnici $D = J + H \rightarrow D = J + J + 5$
$$D = 2J + 5$$
- Pavel si vzal jednu hrušku a dvě jablka, což je o tři kusy méně z celkového počtu

$$D = (2J + 5) - 3$$

Upravíme a dostaneme výsledek

$$D = 2J + 2 \rightarrow D = 2(J + 1)$$

Můžeme ještě přidat porovnání se Specifikacemi k jednotným přijímacím zkouškám podle Centra², které nám říká, „že žák vysvětlí pojem proměnná, výraz s proměnnou, člen výrazu, rovnost dvou výrazů, jednočlen, mnohočlen, zapiše slovní text pomocí výrazů s proměnnými a opačně, vypočte hodnotu výrazu pro dané hodnoty proměnných, provádí početní operace- sčítání, odčítání, násobení s mnohočleny, kde výsledný mnohočlen je nejvýše druhého stupně, provádí rozklad mnohočlenu na součet pomocí vytýkání, umocní dvojčleny a rozloží dvojčleny na součin pomocí vzorců $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$, určí hodnotu výrazu“

Vidíme, že Centrum má blíže specifikované podmínky, které právě vycházejí z Rámcového vzdělávacího programu. Stejně jako v předchozím porovnání jsme

² Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání-Centrum

prošli většinu požadavků. Doplníme si chybějící bod, tedy bod o výpočtu hodnoty proměnné.

- Vypočti hodnotu proměnné pro $a = 2$

- $x = \frac{3a}{5} + 4$

$$x = \frac{3 * 2}{5} + 4 \rightarrow x = \frac{6}{5} + 4$$

$$x = \frac{6 + (4 * 5)}{5} \rightarrow x = \frac{26}{5}$$

- Vypočti hodnotu pro $a = -2$

- $x = \frac{5a-3}{2} - \frac{1+a}{3}$

$$x = \frac{5 * (-2) - 3}{2} - \frac{1 + (-2)}{3}$$

$$x = \frac{-10 - 3}{2} - \frac{-2}{3}$$

$$x = \frac{-13}{2} + \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{(-13) * 3 + 2 * 2}{6}$$

$$x = \frac{-39 + 4}{6}$$

$$x = -\frac{35}{6}$$

Nyní jsme se seznámili s podobou bodu o úpravách algebraických výrazů. Porovnali jsme požadavky podle RVP a Centra s naším odhadem dle předchozích testů a myslím, že můžeme kladně zhodnotit zjištění, že jedna z možností přípravy k přijímacím zkouškám, testům, může být právě přes již připravené testy z minulých ročníků.

9. Sbírka řešených příkladů

V praktické části práce jsem utvořila malou sbírku řešených příkladů s komentovaným postupem. Postupně jsem prošla tři sbírky příkladů a také přijímací testy z matematiky na 4-leté střední školy posledních let a náhodně vybrala několik příkladů, na kterých si ukážeme a procvičíme potřebné znalosti či chcete dovednosti, které by měli studenti základních škol získat k danému tématu.

Jako první jsem zařadila Sbírku úloh z matematiky pro základní školu od pana PaedDr. Františka Bělouna. Tuto sbírku jsem propočítala už během studia na základní škole. Byla to naše doporučená sbírka k procvičování ke zvoleným učebnicím matematiky, které pan učitel považoval za málo procvičující.

Dále mám zařazené dvě knihy zabývající se přímo přijímacími testy na střední školy. Nazývají se Testy z matematiky 1999 a 2002. Jsou to sbírky testových zadání přijímacích zkoušek k roků 1998 a 2001 skrze celou republiku a střední školy. Někdo by mohl namítat, že už jsou příliš zastaralé či historické, ale za mne tomu tak určitě není. Testy v těchto letech byly koncipovány jinak, než na jaké jsme zvyklí dnes, ale podstata zadávání, postupu řešení a výsledků příkladů se však během času nijak výrazně neproměnila. Najdeme v nich testové zadání zkoušek nejen pro gymnázia, ale i pro obchodní akademie či střední odborné školy.

Poslední částí jsem zvolila řešení vybraných příkladů z posledních let konání přijímacích zkoušek. Je to podoba de facto nejpřívětivějších možností zadávání úloh pro budoucí roky. Příklady jsou z konceptu zadávání podle Centra ve spolupráci s RVP ZV.

K řešení příkladů se pokusím přiložit jednoznačný komentář, postup výpočtu a podobně, aby byl čtenář v obraze dění a necítil se být zmaten.

1. Příklady – Sbíрка úloh z matematiky pro základní školu

1.1. Ve třídě je d dívek a chlapců je o 2 méně. Kolik je ve třídě žáků, chybějí-li 2 dívky a 1 chlapec? (Běloun, 1998, str. 65/7)

Začněme, co už víme: dívek d , chlapců o 2 méně než dívek $\rightarrow d - 2$

a) Kolik je ve třídě žáků?

Sečteme počet dívek a chlapců tedy $d + (d - 2)$

Upravíme: $d + d - 2 = 2d - 2$

Vytkneme dvojku a dostaneme konečný výsledek, kolik je ve třídě žáků: $2(d - 1)$

b) Chybějí 2 dívky a 1 chlapec

Původně dívek $\rightarrow d$; nyní dívek $\rightarrow d - 2$

Původně chlapců $\rightarrow d - 2$; nyní chlapců $\rightarrow (d - 2) - 1$

Pokračujeme jako v předchozím případě, tedy sečteme dívky a chlapce a upravíme:

$$(d - 2) + (d - 2) - 1 = d - 2 + d - 2 - 1 = 2d - 5$$

Výsledkem je výraz: $2d - 5$

1.2. Krabíčka se šesti kusy mýdla stojí v Kč. Kolik korun stojí 5 kusů mýdla? (Běloun, 1998, str. 65/8)

Ze zadání víme:

$$6ks = v \text{ Kč}$$

Zjistíme, kolik stojí 1 kus:

$$6 = v$$

Vydělím obě strany 6 a získáme cenu za 1 kus:

$$\frac{6}{6} = \frac{v}{6}$$

$$1 = \frac{v}{6}$$

Chceme-li získat cenu za kusů pět, musíme obě strany rovnice vynásobit 5:

$$1 * 5 = \frac{v}{6} * 5$$

Výsledek:

$$5 = \frac{5v}{6}$$

1.3. Do jazykového kurzu angličtiny se přihlásilo m žen a mužů o n méně než žen. Kolik osob se zúčastnilo kurzu, jestliže chyběli 3 muži a 2 ženy? (Běloun, 1998, str.65/př1)

Víme: žen..... m ; mužů $(m - n)$

a) Kolik osob je v kurzu?

$$\text{Sečteme ženy i muže} \rightarrow m + (m - n) \rightarrow 2m - n$$

b) Chybí 3 muži a 2 ženy

Tedy ženy $m - 2$ a muži $(m - 2) - (n - 3)$

Sečteme oba výrazy:

$$(m - 2) + [(m - 2) - (n - 3)]$$

Upravíme roznásobením závorek:

$$m - 2 + m - 2 - n + 3$$

A výsledek:

$$2m - n - 1$$

2. Určete hodnotu výrazu:

$$2.1. \frac{2x-1}{3} - \frac{4-x}{2} \quad ; \text{ pro } x = 4; 0; -2; \frac{1}{2} \text{ (pozn.) (Běloun, 1998, str.67/22 a)}$$

a) Pro $x = 4$

$$\frac{2 * 4 - 1}{3} - \frac{4 - 4}{2} = \frac{7}{3} - \frac{0}{2}$$

Výsledek:

$$\frac{7}{3}$$

b) Pro $x = 0$

$$\frac{2 * 0 - 1}{3} - \frac{4 - 0}{2} = \frac{-1}{3} - \frac{4}{2}$$

Upravíme sloučením na stejného jmenovatele:

$$\frac{-2 - 12}{6} = \frac{-14}{6}$$

Výsledek:

$$\frac{-7}{3}$$

c) Pro $x = -2$

$$\frac{2 * (-2)}{3} - \frac{4 - (-2)}{2}$$

Upravíme dále tím, že roznásobíme čitatele a určíme stejného jmenovatele:

$$\frac{-4}{3} - \frac{4 + 2}{2} = -\frac{4}{3} - \frac{6}{2}$$

$$\frac{-12 - 18}{6} = -\frac{30}{6}$$

Výsledek:

$$-5$$

d) Pro $x = \frac{1}{2}$

$$\frac{2 * \frac{1}{2} - 1}{3} - \frac{4 - \frac{1}{2}}{2}$$

Upravím podle stejných postupů jako u předchozího příkladu, roznásobím čitatele, v čitateli určím společného jmenovatele:

$$\frac{\frac{1}{4} - 1}{3} - \frac{\frac{8 - 1}{2}}{2} = \frac{-\frac{3}{4}}{3} - \frac{\frac{7}{2}}{2}$$

Dále upravuji dle znalostí úpravy/dělení lomených výrazů (jmenovatele násobím převrácenou hodnotou čitatele):

$$-\frac{3}{4} * \frac{1}{3} - \frac{7}{2} * \frac{1}{2} = -\frac{1}{4} - \frac{7}{4}$$

Výsledek:

$$-\frac{8}{4} = -2$$

3. Zjednodušte výraz

3.1. $17m - 4,5n + 5 - 11,4m + 2,1n - 6$ (pozn.) (Běloun, 1998, str.68/25a)

Prvním krokem je, že si k sobě přiřadím členy se stejnou proměnnou a provedu algebraickou operaci (sečtu/odečtu apod.):

$$17m - 11,4m - 4,5n + 2,1n - 6 + 5 = 5,6m - 2,4n - 1$$

Tím jsme dostali výsledek: $5,6m - 2,4n - 1$

3.2. $3m^2 - 2m^3 + 4m + 12 - m^2 - m^3 + 7 - 3m$ Správnost výsledku ověřte pro $m = 5$ dosazením. (Běloun, 1998, str.68/26)
--

Postupuji jako v předchozím případě, tedy přiřadím k sobě členy se stejnou proměnnou:

$$-2m^3 - m^3 + 3m^2 - m^2 + 4m - 3m + 12$$

Upravím a dostanu výsledek:

$$-3m^3 + 3m^2 + m + 12$$

4. Upravte

4.1. $(3a + 6)(3 - 8b) + (4a + 2)(6b - 9)$ (pozn.) (Běloun, 1998, str.70/45a)

Roznásobím závorky:

$$9a - 24ab + 18 - 48b + 24ab - 36a + 12b - 18$$

Upravím, viz příklad 3. 1. výše:

$$9a - 36a - 24ab + 24ab - 48b + 12b + 18 - 18$$

Výsledek: $-27a - 36b$

4.2. $\left(\frac{x}{2} + \frac{3}{4}\right)^2$ (pozn.) (Běloun, 1998, str.71/47c)
--

Pro řešení tohoto příkladu je potřeba znát rozkládání pomocí vzorců, tedy: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, aplikuji:

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 2 * \left(\frac{x}{2} + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

Dále je pak potřebná znalost umocňování zlomků:

$$\frac{x^2}{4} + x + \frac{3}{2} + \frac{9}{16}$$

Upravím- roznásobím, sečtu a máme výsledek:

$$\frac{x^2}{4} + x + \frac{33}{16}$$

5. Rozložte na součin

5.1. $8xy - 12y^2$ (pozn.) (Běloun, 1998, str.72/52a)

Vytknu výraz $4y$ a získám výsledek:

$$4y(2x - 3y)$$

5.2. $9v^2s^2 - 4r^2v^2 - 9u^2s^2 + 4u^2r^2$ (pozn.) (Běloun, 1998, str.72/58b)

Při prvním pohledu vidíme na vytčení více variant, zvolím si vytčení mnohočlenů se stejnou číslicí:

$$9v^2s^2 - 9u^2s^2 - 4r^2v^2 + 4u^2r^2$$

Z prvních dvou mnohočlenů vytknu výraz $9s^2$, ze zbylých dvou vytknu $4r^2$:

$$9s^2(v^2 - u^2) - 4r^2(v^2 - u^2)$$

Nyní jsme získali stejné výrazy v závorce, které také vytknu:

$$(v^2 - u^2)(9s^2 - 4r^2)$$

Vidíme podobnost se vzorečkem $a^2 - b^2$, rozložíme a zjistíme výsledek:

$$(v - u)(v + u)(3s - 2r)(3s + 2r)$$

6. Pro které hodnoty proměnné má výraz smysl

6.1. $\frac{8y-7}{y^2-9}$ (pozn.) (Běloun, 1998, str.73/61a)
--

Výraz má smysl, pokud se jmenovatel nerovná nule:

$$y^2 - 9 \neq 0$$

$$(y - 3)(y + 3) \neq 0 \rightarrow y \neq \pm 3$$

6.2. $\frac{3x-7y}{5x+9y}$ (pozn.) (Běloun, 1998, str.74/62c)

Výraz má smysl, pokud se jmenovatel nerovná nule:

$$5x + 9y \neq 0$$

$$5x \neq -9y$$

$$x \neq -\frac{9}{5}y$$

7. Rozšiřte výraz výrazem v závorce

7.1. $\frac{x+5}{4x}(x-2)$ (pozn.) (Běloun, 1998, str.75/67e)

Výraz dosadím do zlomku za x :

$$\frac{(x-2)+5}{4(x-2)}$$

Roznásobím závorku a sečtu, výsledek:

$$\frac{x - 2 + 5}{4x - 8} = \frac{x + 3}{4x - 8}$$

8. Kračte a zapište, kdy má výraz smysl

8.1. $\frac{2a^2+3ab}{6ab+9b^2}$ (pozn.) (Běloun, 1998, str.77/74a)

V čitateli vidíme, že můžeme vytknout výraz a , ve jmenovateli výraz $3b$:

$$\frac{a(2a + 3b)}{3b(2a + 3b)}$$

V čitateli i jmenovateli máme stejnou závorku, kterou také zkrátíme a získáme výsledný výraz:

$$\frac{a}{3b}$$

Podmínky určíme z námi utvořeného vytčeného lomeného výrazu, protože vytýkáni nemění hodnotu výrazu (dbáme na to, že jmenovatel nesmí být nulový):

$$3b(2a - 3b) \neq 0 \rightarrow 3b \neq 0 \rightarrow b \neq 0$$

$$2a - 3b \neq 0 \rightarrow 2a \neq 3b \rightarrow a \neq \frac{3}{2}b$$

9. Za použití předchozích cvičných příkladů zjednodušte, upravte, určete, kdy má daný výraz smysl (pokud to půjde) apod.

9.1. $x - 3 + \frac{1}{x-3}$ (pozn.) (Běloun, 1998, str.80/81a)

Určíme si podmínky ze jmenovatele:

$$x - 3 \neq 0 \rightarrow x \neq 3$$

Výrazy sjednotíme společným jmenovatelem a roznásobíme, sečteme:

$$\frac{x(x - 3) - 3(x - 3) + 1}{x - 3} = \frac{x^2 - 3x - 3x + 9 + 1}{x - 3} = \frac{x^2 - 6x + 10}{x - 3}$$

$$9.2. \frac{x+4}{x-4} + \frac{x^2+4x}{16-x^2} \quad (\text{pozn.}) \quad (\text{Běloun, 1998, str.80/84c})$$

Z výrazu $x^2 + 4x$ lze vytknout neznámá x , na výraz $16 - x^2$ použijeme rozklad vzorečkem $(a^2 - b^2)$:

$$\frac{x+4}{x-4} + \frac{x(x+4)}{(4-x)(4+x)}$$

Určíme podmínky:

$$x - 4 \neq 0 \rightarrow x \neq 4$$

$$4 - x \neq 0 \rightarrow x \neq 4 - \text{jž známe}$$

$$4 + x \neq 0 \rightarrow x \neq -4$$

V pravém zlomku máme v čitateli i jmenovateli stejnou závorku, kterou zkrátíme, zlomky následně převedeme na stejného jmenovatele, sečteme:

$$\frac{x+4}{x-4} + \frac{x(x+4)}{(4-x)(4+x)} = \frac{x+4}{x-4} + \frac{x}{4-x} = \frac{x+4-x}{x-4}$$

Výsledek:

$$\frac{4}{x-4}$$

$$9.3. \frac{m-5n}{3m-2n} * (2n-3m) \quad (\text{pozn.}) \quad (\text{Běloun, 1998, str.81/př10c})$$

Stanovím podmínky:

$$3m - 2n \neq 0 \rightarrow 3m \neq 2n \rightarrow m \neq \frac{2}{3}n$$

Z pravého výrazu vytknu mínus jedna a zkrátím ho se jmenovatelem:

$$\frac{(m-5n) * (2n-3m)}{3m-2n} = \frac{(m-5n) * (-1)(-2n+3m)}{3m-2n} = -m + 5n$$

Další úpravy jsou už zbytečné, jelikož je výraz $5n - m$ výsledkem řešení.

Nyní jsme si prošli některé příklady ze *Sbírký úloh z matematiky pro základní školu*. Tato sbírka je jednou z mnoha možností při výuce matematiky na druhých stupních základních škol, sloužící jako doplňkový materiál.

Během počítání těchto případů jsme si celkově zopakovali danou látku, procvičili jsme si znalosti jako například rozkládání závorek podle známých vzorečku, úpravy zlomků, vytýkání členů z mnohočlenů a další znalosti, které jsme si osvojili během vyučování a které je dobré znát a využít k přípravě k přijímacím zkouškám.

V dalších částech se podíváme již na konkrétní příklady, které se vyskytovaly v testech k přijímacím zkouškám v letech minulých.

2. Příklady- Testy z matematiky '99

1. Daný výraz zjednoduš (Mikušová, c1998, str. 19/G2/1): $\frac{2(x-5)+3x}{4-x^2}$

Využiji rozložení podle vzorce $a^2 - b^2$, čítelel roznásobím a sečtu:

$$\frac{2(x-5)+3x}{(2-x)(2+x)} = \frac{2x-10+3x}{(2-x)(2+x)} = \frac{5x-10}{(2-x)(2+x)}$$

Čítelel upravím vytknutím pětky, výslednou závorku zkrátím se jmenovatelem a získáme výsledek:

$$\frac{-5(-x+2)}{(2-x)(2+x)} = -\frac{5}{2+x}$$

1.1. Urči, pro která x výraz nemá smysl

$$(2-x)(2+x) \neq 0$$

$$(2-x) \neq 0 \rightarrow x \neq 2$$

$$(2+x) \neq 0 \rightarrow x \neq -2$$

1.2. Urči hodnotu výrazu pro $x = 0,5$

Dosadím do zadání:

$$\frac{2(x-5)+3x}{4-x^2} = \frac{2(0,5-5)+3*0,5}{4-0,5^2}$$

Roznásobím, sečtu a dostanu výsledek:

$$\frac{2\left(\frac{1}{2}-5\right)+3*\frac{1}{2}}{4-\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1-10+\frac{3}{2}}{4-\frac{1}{4}} = \frac{-9+\frac{3}{2}}{\frac{7}{4}}$$

Přepíšu na zlomkové tvary, upravím: -2

$$\frac{-\frac{15}{2}}{\frac{1}{2}*\frac{3}{2}} = \frac{-15}{2} * \frac{4}{3} = 10$$

$$-\frac{5}{2+x} = -\frac{5}{2+\frac{1}{2}} = -\frac{5}{\frac{4+1}{2}} = -5 * \frac{2}{5} = 2$$

2. Zjednoduř daný výraz a urči, pro které hodnoty proměnné x nemá smysl

(Mikuřová, c1998, str. 27/G12/1): $\frac{x}{1+\frac{1}{1+x}}$

Podmínky tohoto výrazu:

Nesmím zapomenout na celý jmenovatel:

$$1 + \frac{1}{1+x} \neq 0$$

$$\frac{1+x+1}{1+x} \neq 0 \rightarrow \frac{2+x}{1+x} \neq 0$$

$$x \neq -1$$

$$x \neq -2$$

Výraz sis přepíř:

$$x: \left(1 + \frac{1}{1+x}\right)$$

Závorku určím stejný jmenovatelem, roznásobím, sečtu:

$$x: \left(1 + \frac{1}{1+x}\right) = x: \left(\frac{1+x}{1+x} + \frac{1}{1+x}\right) = x: \frac{2+x}{1+x} = x * \frac{1+x}{2+x} = \frac{x(1+x)}{2+x}$$

3. Vypočítej a urči podmínky řeřitelnosti (Mikuřová, c1998, str. 39/G25/4):

$$\frac{25-10a+a^2}{7a} * \frac{a^2+5a}{25-a^2}$$

Povřimnu si použitých vzorců a upravím:

$$\frac{(5-a)^2}{7a} * \frac{a(a+5)}{(5-a)(5+a)} = \frac{5-a}{7}$$

Podmínky:

$$7a \neq 0 \rightarrow a \neq 0$$

$$(5 - a)(5 + a) \neq 0$$

$$a \neq \pm 5$$

4. Zjednoduř výraz a urči, pro která x má výraz smysl (Mikuřová, c1998, str.

$$47/G33/2): \frac{x^2-1}{x^2} * \frac{x}{x-1} : \frac{x+1}{5}$$

Ve výrazu je schován vzorec $a^2 - b^2$, dále pak krátíme výrazem x a $(x - 1)$:

$$\frac{(x-1)(x+1)}{x^2} * \frac{x}{x-1} : \frac{x+1}{5} = \frac{x+1}{x} : \frac{x+1}{5}$$

Dělíme lomený výraz tak, že ho násobíme jeho převrácenou hodnotou:

$$\frac{x+1}{x} * \frac{5}{x+1} = \frac{5}{x}$$

5. Výraz zjednoduř a správnost výpočtu ověř dosazením (Mikuřová, c1998, str.

$$62/OA1/1) (m = -3): \left(m + 1 + \frac{1}{m-1}\right) : \left(1 + \frac{1}{m^2-1}\right)$$

V závorkách sjednotíme jmenovatel a roznásobíme:

$$\left(\frac{m(m-1) + 1(m-1) + 1}{m-1}\right) : \left(\frac{m^2 - 1 + 1}{m^2 - 1}\right) = \left(\frac{m^2 - m + m - 1 + 1}{m-1}\right) : \left(\frac{m^2}{m^2 - 1}\right)$$

Využijeme vzorec $a^2 - b^2$, sečteme výrazy ve jmenovateli a lomené výrazy vydělíme:

$$\frac{m^2}{m-1} : \frac{m^2}{(m-1)(m+1)} = \frac{m^2}{m-1} * \frac{(m-1)(m+1)}{m^2}$$

Pokrátíme výrazem m^2 a $(m - 1)$, získáme výsledek:

$$\frac{m^2}{m-1} * \frac{(m-1)(m+1)}{m^2} = m + 1$$

Ověření správnosti dostaneme dosazením za $(m = -3)$ do našeho upraveného vzorce:

$$m + 1 = -3 + 1 = -2$$

A dosazením za m do zadání:

$$\begin{aligned} \left(m + 1 + \frac{1}{m-1}\right) : \left(1 + \frac{1}{m^2-1}\right) &= \left(-3 + 1 + \frac{1}{-3-1}\right) : \left(1 + \frac{1}{(-3)^2-1}\right) \\ &= \left(-2 - \frac{1}{4}\right) : \left(1 + \frac{1}{8}\right) \end{aligned}$$

$$\left(\frac{-8}{4} - \frac{1}{4}\right) : \frac{9}{8} = -\frac{9}{4} * \frac{8}{9} = -2$$

Po dosazení za neznámou jsme zjistili, že jsme se dopočítali správného výsledku.

6. Je dán výraz (Mikušová, c1998, str. 71/OA10/3): $\frac{2-4x+2xy-y}{4x^2-1}$

6.1. Zjednoduš daný výraz užitím postupného vytýkání a vzorců

V čitateli vytknou z výrazu $(2 - 4x)$ dvojku, z výrazu $(2xy - y)$ vytknou y , jmenovatel rozložím podle vzorečku $a^2 - b^2$:

$$\frac{2 - 4x + 2xy - y}{4x^2 - 1} = \frac{2(1 - 2x) + y(2x - 1)}{(2x - 1)(2x + 1)}$$

Abychom mohli vytknout v čitateli závorku, vybereme první a z ní ještě vytkneme mínus jedničku:

$$\frac{-2(-1 + 2x) + y(2x - 1)}{(2x - 1)(2x + 1)} = \frac{(2x - 1)(-2 + y)}{(2x - 1)(2x + 1)}$$

Zkrátím výrazem $(2x - 1)$ a získám výsledek:

$$\frac{(2x - 1)(-2 + y)}{(2x - 1)(2x + 1)} = \frac{y - 2}{2x + 1}$$

6.2. Stanov, kdy má daný výraz smysl

Výraz má smysl pokud:

$$4x^2 - 1 \neq 0 \rightarrow (2x - 1)(2x + 1) \neq 0$$

$$2x - 1 \neq 0 \rightarrow x \neq \frac{1}{2}$$

$$2x + 1 \neq 0 \rightarrow x \neq -\frac{1}{2}$$

7. Zjednoduř daný výraz a udej, kdy má smysl (Mikuřová, c1998, str. 75/OA14/1):

$$\left(\frac{1}{a+1} - \frac{2a-1}{a^2-1}\right) * \left(\frac{1}{a} + 1\right)$$

Pouřijí vzoreček $a^2 - b^2$, v závorkách vytvoříme společného jmenovatele:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{a+1} - \frac{2a-1}{a^2-1}\right) * \left(\frac{1}{a} + 1\right) &= \left(\frac{1}{a+1} - \frac{2a-1}{(a+1)(a-1)}\right) * \left(\frac{1}{a} + 1\right) \\ &= \frac{(a-1) - (2a-1)}{(a+1)(a-1)} * \frac{1+a}{a} \end{aligned}$$

Roznásobíme nově vzniklé závorky a sečteme výrazy v čitateli:

$$\frac{(a-1) - (2a-1)}{(a+1)(a-1)} * \frac{1+a}{a} = \frac{a-1-2a+1}{(a+1)(a-1)} * \frac{1+a}{a} = \frac{-a}{(a+1)(a-1)} * \frac{1+a}{a}$$

Nyní zkrátíme výrazy $(a+1)$, a :

$$\frac{-1}{a-1}$$

Výraz má smysl pokud:

$$a \neq 0$$

$$a + 1 \neq 0 \rightarrow a \neq -1$$

$$a^2 - 1 \neq 0 \rightarrow (a+1)(a-1) \neq 0 \rightarrow a \neq \pm 1$$

8. Uprav a udej podmínky řešitelnosti (Mikuřová, c1998, str. 80/SPŠ5/2.var. 2):

$$\left(\frac{r+s}{r-s} + \frac{r-s}{r+s}\right) : \left(\frac{r}{s} + \frac{s}{r}\right)$$

V závorkách dáme zlomky na společného jmenovatele a nově vzniklé závorky v čitatelech roznásobím:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{(r+s)(r+s) + (r-s)(r-s)}{(r-s)(r+s)} \right) : \left(\frac{r^2 + s^2}{sr} \right) \\ & = \left(\frac{r^2 + rs + sr + s^2 + r^2 - rs - sr + s^2}{(r-s)(r+s)} \right) : \left(\frac{r^2 + s^2}{sr} \right) \end{aligned}$$

V čitateli sečteme výrazy se stejnou neznámou:

$$\left(\frac{2r^2 + 2s^2}{(r-s)(r+s)} \right) : \left(\frac{r^2 + s^2}{sr} \right)$$

Z výrazu $2r^2 + 2s^2$ vytkneme dvojku a dělíme lomené výrazy:

$$\frac{2(r^2 + s^2)}{(r-s)(r+s)} * \frac{rs}{r^2 + s^2}$$

Vidíme, že můžeme krátit výrazem $r^2 + s^2$ a dále jmenovatel prvního zlomku upravíme podle vzorce $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$:

$$\frac{2}{(r-s)(r+s)} * \frac{rs}{1} = \frac{2}{r^2 - s^2} * \frac{rs}{1} = \frac{2rs}{r^2 - s^2}$$

Podmínky řešitelnosti určím z prvního kroku naší úpravy:

$$\left(\frac{(r+s)(r+s) + (r-s)(r-s)}{(r-s)(r+s)} \right) : \left(\frac{r^2 + s^2}{sr} \right)$$

$$(r-s)(r+s) \neq 0 \rightarrow r \neq \pm s$$

$$sr \neq 0 \rightarrow s \neq 0; r \neq 0$$

3. Příklady- Testy z matematiky 2002

1. Zjednoduř a urči podmínky (Červinková, c2001, str. 29/G11/1b):

$$\left(\frac{a+1}{a+2} - \frac{a-1}{a-2}\right) : \frac{2a}{4-a^2}$$

Podmínky výrazu ze zadání (jmenovatel se nesmí rovnat nule):

První:

$$a + 2 \neq 0$$

$$a \neq -2$$

Druhá:

$$a - 2 \neq 0$$

$$a \neq 2$$

Třetí (vycházíme z převráceného zlomku):

$$2a \neq 0$$

$$a \neq 0$$

Nejprve zjednoduším závorku na levé straně tím, že zlomky převedu na stejného jmenovatele:

$$\left(\frac{a+1}{a+2} - \frac{a-1}{a-2}\right) = \frac{(a+1)(a-2) - [(a-1)(a+2)]}{(a+2)(a-2)}$$

Roznásobím, sečtu či odečtu závorky v čitateli:

$$\frac{a^2 - 2a + a - 2 - (a^2 + 2a - a - 2)}{(a+2)(a-2)} = \frac{-2a}{(a+2)(a-2)}$$

Jmenovatel upravím podle vzorečku $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$:

$$\frac{-2a}{(a^2 - 4)}$$

Nyní si upravený výraz dosadím do původního zadání na levou stranu:

$$\frac{-2a}{(a^2 - 4)} : \frac{2a}{4 - a^2}$$

Pokračuji dělením zlomků tak, že levou stranu opíši a ve zlomku na pravé straně převrátím čitatele za jmenovatel a zároveň z výrazu $(4 - a^2)$ vytgnu mínus jedna:

$$\frac{-2a}{(a^2 - 4)} * \frac{4 - a^2}{2a} = \frac{-2a}{(a^2 - 4)} * \frac{-(-4 + a^2)}{2a}$$

Vidím, že můžu krátit křížem, jelikož ve jmenovateli na jedné straně a čitateli na straně druhé mám výraz $(a^2 - 4)$ a $2a$, dostanu výsledek:

$$-\frac{1}{1} * \left(-\frac{1}{1}\right) = 1$$

2. Je dán výraz (Červinková, c2001, str. 31/G14/6): $\left(a - \frac{b^2}{a}\right) : \frac{ab^2 + b^3}{ab} + 1$

2.1. Urči jeho hodnotu, je-li $a = 1$, $b = -3$

Do výrazu dosadím neznámé:

$$\left(1 - \frac{(-3)^2}{1}\right) : \frac{1 * (-3)^2 + (-3)^3}{1 * (-3)} + 1$$

Upravím a dostanu výsledek:

$$\left(1 - \frac{(-3)^2}{1}\right) : \frac{1 * (-3)^2 + (-3)^3}{1 * (-3)} + 1 = (1 - 9) : \frac{9 - 27}{-3} + 1$$

$$(-8) : \frac{-18}{-3} + 1 = -\frac{8}{7}$$

2.2. Výraz zjednoduš a udej, za jakých podmínek má smysl

$$\left(a - \frac{b^2}{a}\right) : \frac{ab^2 + b^3}{ab} + 1$$

V závorce určím společného jmenovatel, z výrazu $ab^2 + b^3$ mohu vytknout b^2 :

$$\left(\frac{a^2 - ab^2}{a}\right) : \left(\frac{b^2(a+b)}{ab} + 1\right)$$

Dále mohu ve zlomku $\frac{b^2(a+b)}{ab}$ krátit výrazem b :

$$\left(\frac{a^2 - ab^2}{a}\right) : \left(\frac{b(a+b)}{a} + 1\right)$$

Pravou závorku upravím na společného jmenovatele:

$$\left(\frac{a^2 - ab^2}{a}\right) : \left(\frac{b(a+b) + a}{a}\right)$$

Lomený výraz dělím takovým způsobem, že ho násobím výrazem s jeho převrácenou hodnotou:

$$\left(\frac{a^2 - ab^2}{a}\right) * \left(\frac{a}{b(a+b) + a}\right)$$

Vidím, že mohu krátit výrazem a , tím získáme výsledek:

$$\frac{a^2 - ab^2}{b(a+b) + a}$$

2.3. Proved' kontrolu dosazením za a, b do zjednodušeného výrazu

Dosadím do upraveného vzorce, je-li $a = 1, b = -3$

$$\frac{a^2 - ab^2}{ab + b^2 + a} = \frac{1 - 1(-3)^2}{1(-3) + (-3)^2 + 1} = \frac{-8}{7}$$

3. Umocni a uprav (Červinková, c2001, str. 34/G17/1): $[(x+y)^2 + (x-y)^2]^2$

Všimneme si, zde použitých $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ a postupně je použijeme od středu hranaté závorky:

$$[(x + y)^2 + (x - y)^2]^2 = (x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy + y^2)^2$$

V závorce sečteme/odečteme výrazy se stejnou neznámou a opět aplikujeme výše zmíněný vzorec:

$$(2x^2 + 2y^2)^2 = 4x^4 + 8x^2y^2 + 4y^4$$

Vytkneme čtyřku a dostaneme výsledek:

$$4(x^4 + 2x^2y^2 + y^4)$$

4. **Vypočítej a stanov podmínky existence výrazu** (Červinková, c2001, str.

51/G36/1): $\frac{3a^2 - ab^2}{a^3b} : \frac{3a - b^2}{4a^2b}$

Lomený výraz dělím takovým způsobem, že ho násobím výrazem s převrácenou hodnotou, z výrazu $3a^2 - ab^2$ vytknu proměnnou a :

$$\frac{3a^2 - ab^2}{a^3b} : \frac{3a - b^2}{4a^2b} = \frac{a(3a - b^2)}{a^3b} * \frac{4a^2b}{3a - b^2}$$

Provedu krácení křížem, tedy krátím výraz $3a - b^2$, a^2b a získám:

$$\frac{4a}{a}$$

Nyní ještě vykrátím a a získám výsledek: 4

Podmínky určím z:

$$\frac{a(3a - b^2)}{a^3b} * \frac{4a^2b}{3a - b^2}$$

Tedy:

$$a^3 \neq 0 \rightarrow a \neq 0;$$

$$b \neq 0;$$

$$3a - b^2 \neq 0 \rightarrow 3a \neq b^2 \rightarrow a \neq \frac{b^2}{3}$$

5. Zjednoduř výraz a uveď podmínky řeřitelnosti (Červinková, c2001, str.

$$84/SOŠ15/4): \left(\frac{z}{z-1} - \frac{3z-1}{z^2-1} \right) * \left(1 + \frac{1}{z} \right)$$

V prvním bodě si všimneme, že výraz $(z^2 - 1)$ nám připomíná vzoreček $(a^2 - b^2) = (a - b)(a + b)$ a dle něho výraz upravíme:

$$\left(\frac{z}{z-1} - \frac{3z-1}{(z-1)(z+1)} \right) * \left(1 + \frac{1}{z} \right)$$

V závorkách upravíme zlomky na společný jmenovatel:

$$\left(\frac{z(z+1) - (3z-1)}{(z-1)(z+1)} \right) * \left(\frac{z+1}{z} \right)$$

Následuje roznásobení závorek ve jmenovateli a součet vzniklých členů:

$$\left(\frac{z^2 + z - 3z + 1}{(z-1)(z+1)} \right) * \left(\frac{z+1}{z} \right) = \left(\frac{z^2 - 2z + 1}{(z-1)(z+1)} \right) * \left(\frac{z+1}{z} \right)$$

Vidíme, že ve jmenovateli a čitateli máme stejný výraz $(z + 1)$ a tím můžeme krátit.

Dále pak upravíme číťatel podle vzorečku $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$:

$$\left(\frac{z^2 - 2z + 1}{(z-1)} \right) * \left(\frac{1}{z} \right) = \frac{z^2 - 2z + 1}{z(z-1)} = \frac{(z-1)^2}{z(z-1)}$$

Naposledy zkrátíme závorky a získáme výsledek:

$$\frac{z-1}{z}$$

Nesmíme zapomenout na podmínky řešení:

$$z \neq 0$$

$$(z-1) \neq 0 \rightarrow z \neq 1$$

$$(z+1) \neq 0 \rightarrow z \neq -1$$

6. Uprav a udej podmínky, pro které má výraz smysl (Červinková, c2001, str.

$$95/SOŠ31/1): \frac{x-1}{x^3-x}$$

Ze jmenovatele si vytkneme x :

$$\frac{x-1}{x^3-x} = \frac{x-1}{x(x^2-1)}$$

Všimneme si použití vzorce $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ a výraz rozložíme:

$$\frac{x-1}{x(x^2-1)} = \frac{x-1}{x(x+1)(x-1)}$$

Nyní můžeme krátit výrazem $(x-1)$ a máme výsledek:

$$\frac{1}{x(x+1)}$$

Pro určení podmínek použijeme náš upravený (rozložený) výraz $\frac{x-1}{x(x+1)(x-1)}$:

$$x \neq 0$$

$$x+1 \neq 0 \rightarrow x \neq -1$$

$$x-1 \neq 0 \rightarrow x \neq 1$$

7. Stanov podmínky, za kterých má výraz smysl (Červinková, c2001, str.

$$108/SOŠ45/6): \quad \frac{m^2}{m+1} : \frac{m^2}{m-1}$$

Upravím si výraz pro lepší určování podmínek. Využiji znalosti dělení lomených výrazů:

$$\frac{m^2}{m+1} * \frac{m-1}{m^2}$$

Podmínky:

$$m+1 \neq 0 \rightarrow m \neq -1$$

$$m^2 \neq 0 \rightarrow m \neq 0$$

4. Příklady - Vybrané příklady z testů k přijímacím zkouškám mezi roky 2017-2019

1. Zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky) (Testová zadání k procvičování, IT³ 2019 DT⁴, str.3/4):

$$1.1. a - a^2 + 2 - 2(a + 1)(a - 1)$$

Jako první si roznásobím závorky:

$$a - a^2 + 2 - 2(a^2 - a + a - 1) = a - a^2 + 2 - 2a^2 + 2a - 2a + 2$$

Srovnám si výrazy se stejnou mocninou k sobě a sečtu:

$$-a^2 - 2a^2 + a + 2a - 2a + 2 + 2 = -3a^2 + a + 4$$

$$1.2. \left(n - \frac{5}{2}\right) : 2 + \left(\frac{1}{2} - n\right)^2$$

První závorku odečtu, druhou závorku mocním dle vzorečku $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$\left(\frac{2n + 5}{2}\right) : 2 + \left(\frac{1}{4} - 2 * \frac{1}{2} * n + n^2\right) = \left(\frac{2n + 5}{2}\right) : 2 + \left(\frac{1}{4} - n + n^2\right)$$

Dělím lomený výraz dvojkou tak, že ho násobím jeho převrácenou hodnotou:

$$\left(\frac{2n + 5}{2}\right) * \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - n + n^2 = \frac{2n + 5}{4} + \frac{1}{4} - n + n^2$$

Všechny výrazy sečtu:

$$\frac{2n + 5}{4} + \frac{1}{4} - n + n^2 = \frac{2n + 5}{4} + \frac{1}{4} - \frac{4n}{4} + \frac{4n^2}{4} = \frac{4n^2 - 2n + 6}{4}$$

V čitateli vytknu dvojku a zkrátím jí zlomek:

$$\frac{4n^2 - 2n + 6}{4} = \frac{2(2n^2 - n + 3)}{4} = \frac{2n^2 - n + 3}{2}$$

³ IT-ilustrační test

⁴ DT-didaktický test

2. Zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky) (Testová zadání k procvičování, IT⁵ 2018 DT⁶, str.3/4):

$$2.1. [(a - 4a)^2 - 3a(3a + 2)]^2$$

Máme složenou závorku. Budeme postupovat pomalu ze středu hranaté závorky směrem ven. Jako první upravím výraz $(a - 4a)^2$ podle námi známého vzorečku

$$(a - 4a)^2 = a^2 - 8a^2 + 16a^2$$

Dále upravím výraz $3a(3a + 2)$ roznásobením

$$3a(3a + 2) = 9a^2 + 6a$$

Nyní zpátky dosadíme do zadání a získáme

$$[a^2 - 8a^2 + 16a^2 - (9a^2 + 6a)]^2$$

Sečteme závorku a dále upravíme dle vzorce

$$\begin{aligned} [a^2 - 8a^2 + 16a^2 - (9a^2 + 6a)]^2 &= [a^2 - 8a^2 + 16a^2 - 9a^2 - 6a]^2 \\ &\rightarrow (-6a)^2 = 36a^2 \end{aligned}$$

Výsledek je $36a^2$

3. Zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky) (Testová zadání k procvičování, TRT⁷ 2017 DT⁸, str.3/4):

$$3.1. 2n * (3 - n) + 2 * (3n * n) - n * (3 * n)$$

Vidíme, že v tomto případě budeme násobit závorky proměnnou nebo výrazem

$$2n * (3 - n) + 2 * (3n * n) - n * (3 * n) = 6n - 2n^2 + 2 * (3n^2) - 3n^2$$

Upravujeme dále roznásobením závorek a sečtením výrazů se stejnou neznámou

$$6n - 2n^2 + 2 * (3n^2) - 3n^2 = 6n - 2n^2 + 6n^2 - 3n^2$$

⁵ IT-ilustrační test

⁶ DT-didaktický test

⁷ TRT-testy z řádných termínů

⁸ DT-didaktický test

$$6n - 2n^2 + 6n^2 - 3n^2 = n^2 + 6n$$

Výsledek $n^2 + 6n$ můžeme ještě upravit vytčením n

$$n(n + 6)$$

Shrnutí

V této práci jsem se snažila přiblížit pohled na přijímací zkoušky na střední školy. V první části jsem se zabývala strukturou přijímacích zkoušek. Tím, jak se sestavují a z čeho jsou čerpány podmíněné znalosti. Obsahový záběr přijímaček nám ukázal, jak velké znalosti musí mít žák osvojen pro správné vypočítání testu. Porovnávala jsem požadavky Centra a RVP ZV. Zjistila jsem, že při přípravě k přijímacím zkouškám je dobré mít přehled o obou těchto dokumentech. Přesto stále platí, že dokument Centra vychází přímo z RVP ZV a nic nad tento rámec v testu zastoupeno nebude. Rozdělila jsem úlohy na základní typy (otevřené, uzavřené a další). U každého typu jsme si ukázali pár názorných příkladů. Dále jsme se podívali na sestavení testů z posledních let a zkusili porovnat v čem se liší. Mnoho rozdílů jsme nenašli. Jednoduše řečeno, testy jsou velmi podobné, jak v bodové rovině, tak v rozdělení úloh. Vyplývá z toho, že při přípravě k přijímacím testům, je dobré si některé minulé testy propočítat jako procvičování. Posledním úkolem, který jsem chtěla představit byl historický vývoj posledních let. Tato kapitola byla pro mne velmi obtížná. Chtěla jsem v několika bodech ukázat průběh přijímacího řízení od přelomu osmdesátých a devadesátých let. Vybrala jsem několik významných bodů (z mého pohledu), kde jsem uvedla příklady změn v přijímacím řízení.

Druhá část se zaměřila z větší části na tvoření sbírky vypracovaných příkladů. Na začátku jsem se věnovala tématu úprava algebraických vzorců. Nejdříve jsme si na několika příkladech ukázali, co by zřejmě mohlo téma obsahovat a po našem odhadu jsme se podívali na definici a zjistili jsme, že náš odhad byl skoro přesný. Dále jsme si doplnili zbylé body, na které jsme zapomněli a získali jsme tím prvotní odhad požadavků k vybranému tématu. Poté jsem se zaměřila na vypracování úloh z různých sbírek. Během vypracovávání jsem se snažila psát, co nejsrozumitelněji postup výpočtu příkladu. Při vypracovávání příkladů jsem se vracela s poznámkami do sešitů základní školy, abych lépe porozuměla, jak výkladově popsat postup řešení.

Během vypracovávání jsem se snažila vybírat optimální příklady skrze všechny úrovně od těch jednodušších až po ty těžké. Při vyhledávání informací jsem vyzkoušela hledání v zákonech, různých webových stránkách a zkoušela si ověřovat správnost zdrojů.

Seznam použité literatury

Internetové zdroje

1. Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání. *Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání* [online]. Praha: Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, c2019 [cit. 2020-01-05]. Dostupné z: <https://www.ceremat.cz/>
2. Jednotná přijímací zkouška. *Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání* [online]. Praha, c2019 [cit. 2020-01-05]. [akt. 2020-07-10] Dostupné z: <https://prijimacky.ceremat.cz/menu/specifikace-pozadavku-k-jpz>
3. Specifikace požadavků k jednotné přijímací zkoušce – čtyřleté obory a obory nástavbového studia. *Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání* [online]. Praha: Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, c2019 [cit. 2020-01-05]. [akt. 2020-07-10] Dostupné z: https://prijimacky.ceremat.cz/files/files/dokumenty/specifikace-pozadavku/JP17_Specifikace_pozadavku_MA-ctyrlete-obory.pdf
Dostupné z: <https://prijimacky.ceremat.cz/menu/specifikace-pozadavku-k-jpz/ctyrlete-obory>
4. RVP pro základní vzdělání: Upravený rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. *Národní ústav pro vzdělání* [online]. Praha, c2011-2020 [cit. 2020-01-05]. [akt. 2020-07-10] Dostupné z: <http://www.nuv.cz/t/rvp-pro-zakladni-vzdelavani>
5. RVP pro základní vzdělání: RVP ZV_2017_červen.pdf. *Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy* [online]. c2013-2020, 2017 [cit. 2020-01-05]. [akt. 2020-07-10] Dostupné z: <http://www.msmt.cz/file/43792/>
6. Jednotná přijímací zkouška: Testová zadání k procvičování. *Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání* [online]. Praha, c2019 [cit. 2020-01-05]. [akt. 2020-07-10] Dostupné z: <https://prijimacky.ceremat.cz/menu/testova-zadani-k-procvicovani>
7. Jednotná přijímací zkouška: Testová zadání k procvičování – čtyřleté obory a nástavbová studia – matematika. *Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání* [online]. Praha, c2019 [cit. 2020-01-05]. [akt. 2020-07-10] Dostupné z: <https://prijimacky.ceremat.cz/menu/testova-zadani-k-procvicovani/ctyrlete-obory-matematika>

8. Jednotná přijímací zkouška: Přijímačky bez obav-Úlohy z matematiky. *Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání* [online]. Praha: Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, c2019 [cit. 2020-07-10]. Dostupné z: <https://prijimacky.ceremat.cz/menu/jednotna-prijimaci-zkouska/prijimacky-bez-obav/typicke-ulohy-matematika>
9. Jednotná přijímací zkouška: Právní předpisy. *Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání* [online]. Praha: Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, c2019 [cit. 2020-01-05]. [akt. 2020-07-10] Dostupné z: <https://prijimacky.ceremat.cz/menu/pravni-normy>
10. Jednotná přijímací zkouška: Obsah a podoba jednotných testů. *Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání* [online]. Praha: Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, c2019 [cit. 2020-01-05]. [akt. 2020-07-10] Dostupné z: <https://prijimacky.ceremat.cz/menu/jednotna-prijimaci-zkouska-2019/zakladni-informace/obsah-a-podoba-testu>
11. VYHLÁŠKY KE ŠKOLSKÉMU ZÁKONU: Vyhláška č. 353/2016 Sb., o přijímacím řízení ke střednímu vzdělávání, ve znění účinném od 1. 11. 2018. *Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy* [online]. Praha, c2013-2020 [cit. 2020-01-05]. [akt. 2020-07-10] Dostupné z: <http://www.msmt.cz/dokumenty-3/vyhlasky-ke-skolskemu-zakonu>
12. ŠKOLSKÝ ZÁKON: Zákon č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání, Školský zákon ve znění účinném od 15. 2. 2019. *Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy* [online]. Praha, c2013-2020 [cit. 2020-01-05]. [akt. 2020-07-10] Dostupné z: <http://www.msmt.cz/dokumenty-3/skolsky-zakon-ve-zneni-ucinnem-od-15-2-2019>
13. Zákon č. 472/2011 Sb.: Zákon, kterým se mění zákon č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon), ve znění pozdějších předpisů. *Zákony pro lidi: Sbírka zákonů* [online]. © AION CS, s.r.o, 2010- 2020, 30.12.2011 [cit. 2020-07-10]. Dostupné z: <https://www.zakonyprolidi.cz/cs/2011-472>
14. Zákon č. 82/2015 Sb.: Zákon, kterým se mění zákon č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání

- (školský zákon), ve znění pozdějších předpisů. *Zákony pro lidi: Sbírka zákonů* [online]. © AION CS, s.r.o, 2010- 2020, 17.04.2015 [cit. 2020-07-10]. Dostupné z: <https://www.zakonyprolidi.cz/cs/2015-82>
15. Zákon č. 29/1984 Sb.: Zákon o soustavě základních a středních škol (školský zákon). *Zákony pro lidi: Sbírka zákonů* [online]. © AION CS, s.r.o, 2010- 2020, 04.04.1984 [cit. 2020-07-10]. Dostupné z: <https://www.zakonyprolidi.cz/cs/1984-29/zneni-20041001>
16. Zákon č. 243/2008 Sb.: Zákon, kterým se mění zákon č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání (školský zákon), ve znění pozdějších předpisů. *Zákony pro lidi: Sbírka zákonů* [online]. © AION CS, s.r.o, 2010- 2020, 04.07.2008 [cit. 2020-07-10]. Dostupné z: <https://www.zakonyprolidi.cz/cs/2008-243>
17. Vyhláška č. 95/1984 Sb.: Vyhláška ministerstva školství České socialistické republiky o přijímání ke studiu ve středních školách. *Zákony pro lidi: Sbírka zákonů* [online]. © AION CS, s.r.o, 2010- 2020, 14.09.1984 [cit. 2020-07-10]. Dostupné z: <https://www.zakonyprolidi.cz/cs/1984-95>
18. Souhrnné závěrečné zprávy. *Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání* [online]. Praha: Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, c2019 [cit. 2020-07-10]. Dostupné z: <https://data.ceremat.cz/menu/data-a-analyticke-vystupy-jednotna-prijimaci-zkouska/zaverecne-zpravy>

Testová zadání k procvičování – čtyřleté obory a nástavbová studia – matematika (testy v podobě pdf-Centrum pro zjišťování výsledků)

1. Testová zadání k procvičování – čtyřleté obory a nástavbová studia – matematika: Testy z řádných termínů 2017-Zadání didaktického testu [PDF, 2,04 MB]. *Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání* [online]. Praha: Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, c2019 [cit. 2020-01-05]. [akt. 2020-07-10] Dostupné z: https://prijimacky.ceremat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/4lete-mat/MA_9_A_120417.pdf
2. Testová zadání k procvičování – čtyřleté obory a nástavbová studia – matematika: Ilustrační testy 2018-Didaktický test [PDF, 135 kB]. *Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání* [online]. Praha: Centrum pro zjišťování výsledků

vzdělávání, c2019 [cit. 2020-01-05]. [akt. 2020-07-10] Dostupné z: https://prijimacky.ceremat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/4lete-mat/DT_M9_4_lety_obor.pdf

3. Testová zadání k procvičování – čtyřleté obory a nástavbová studia – matematika: Testy z řádných termínů 2019-Zadání didaktického testu [PDF, 364 kB]. *Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání* [online]. Praha: Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, c2019 [cit. 2020-01-05]. [akt. 2020-07-10] Dostupné z: <https://prijimacky.ceremat.cz/files/files/dokumenty/jednotna-prijmaci-zkouska/2019/MAT-didakticky-test-1term.pdf>
4. Testová zadání k procvičování – čtyřleté obory a nástavbová studia – matematika: Ilustrační testy 2019-Didaktický test [PDF, 241 kB]. *Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání* [online]. Praha: Centrum pro zjišťování výsledků vzdělávání, c2019 [cit. 2020-01-05]. [akt. 2020-07-10] Dostupné z: https://prijimacky.ceremat.cz/files/files/dokumenty/testova-zadani/4lete-mat/JPZ2019_IT_MA_4lete_test_M9PID19C0T01.pdf

Literatura

- BĚLOUN, František. *Sbírka úloh z matematiky pro základní školu*. 8., upr. vyd. Praha: Prometheus, 1998. Učebnice pro základní školy (Prometheus). ISBN 80-719-6104-3.
- BUŠEK, Ivan a Emil CALDA. *Matematika pro gymnázia: základní poznatky z matematiky*. 3. upr. vyd. Praha: Prometheus, 1999. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-719-6146-9.
- ČERVINKOVÁ, Petra. *Testy z matematiky 2002: [příprava na přijímací zkoušky na čtyřleté střední školy] : [115 originálních testů ze 115 středních škol, 1065 příkladů, úkolů a řešení s bodováním ...]*, 1. Brno: Didaktis, c2001. ISBN 80-86285-30-8.
- EISLER, Jaroslav. *Matematika od pětky do osmičky*. 1. vyd. Havlíčkův Brod: Fragment, 1994. ISBN 80-85768-26-7

- HUDCOVÁ, Milada a Libuše KUBIČÍKOVÁ. *Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ, SOU a nástavbové studium*. 2. vyd. Praha: Prometheus, c2000. ISBN 978-80-7196-318-9.
- CHRÁSKA, Miroslav. *Metody pedagogického výzkumu: základy kvantitativního výzkumu*. 2., aktualizované vydání. Praha: Grada, 2016. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-5326-3
- MALÍK, Michal, Jana PRESOVÁ, Veronika ŠOLCOVÁ a Roman NEDOROST. *Hravá matematika 8: pracovní sešit pro 8. ročník ZŠ a víceletá gymnázia: v souladu s RVP ZV*. Praha: Taktik, 2014. ISBN 978-80-87881-20-0.
- MIKUŠOVÁ, Mária. *Testy z matematiky '99: [příprava na přijímací zkoušky na čtyřleté střední školy] : [101 originálních testů z 76 středních škol, 798 příkladů, úkolů a řešení s bodováním ...]*. 1. Podivín: Didaktis, c1998. ISBN 80-902-4404-1.
- *Obvody a obsahy obrazců: Povrchy a objemy těles*. Praha: Kupka, 2007. ISBN 978-80-87020-26-5.
- DULÍČEK, Lukáš. *Vývoj právní regulace středního školství na našem území*. Brno, 2013/2014. Diplomová práce. Masarykova univerzita v Brně, Právnická fakulta, Katedra dějin státu a práva
- ČERTEKOVÁ, Hana. *Přijímací řízení do středních škol*. Brno, 2017. Bakalářská práce. Mendelova univerzita v Brně, Institut celoživotního vzdělávání