



Ekonomická  
fakulta  
Faculty  
of Economics

Jihočeská univerzita  
v Českých Budějovicích  
University of South Bohemia  
in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích

Ekonomická fakulta

Katedra aplikované matematiky a informatiky

Diplomová práce

# Optimalizace portfolia

Vypracoval: Bc. Patrik Lojda

Vedoucí práce: doc. RNDr. Jana Klicnarová, Ph.D.

České Budějovice

2020

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

(PROJEKTU, UMĚLECKÉHO DÍLA, UMĚLECKÉHO VÝKONU)

Jméno a příjmení: **Bc. Patrik LOJDA**

Osobní číslo: **E17496**

Studijní program: **N6208 Ekonomika a management**

Studijní obor: **Účetnictví a finanční řízení podniku**

Název tématu: **Optimalizace portfolia**

Zadávací katedra: **Katedra aplikované matematiky a informatiky**

### Z á s a d y p r o v y p r a c o v á n í :

Cílem práce je seznámit se s různými přístupy k optimalizaci portfolia a vyhodnotit pozitiva a negativa jednotlivých přístupů.

Metodický postup:

1. Student se seznámí s různými přístupy k optimalizaci portfolia.
2. Na modelových datech navrhne různými postupy optimální strukturu portfolia pro zvoleného modelového klienta.
3. Na základě výše popsané simulace vyhodnotí jednotlivé přístupy.
4. Student navrhne vhodný postup optimalizace portfolia pro zvoleného klienta.

Rozsah grafických prací: dle potřeby

Rozsah pracovní zprávy: 50 - 60 stran

Forma zpracování diplomové práce: tištěná

Seznam odborné literatury:


1. Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2015). *Introduction to operations research*. New York: McGraw-Hill.
2. Jablonský, J (2002). *Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*. Praha: Profesional Publishing.
3. Kohout, P. (2010). *Investiční strategie pro třetí tisíciletí. 6. přepracované vydání*. Praha: GRADA.
4. Musílek, P. (2002). *Trhy cenných papírů*. Praha: Ekopress.

Vedoucí diplomové práce: RNDr. Jana Klicnarová, Ph.D.

Katedra aplikované matematiky a informatiky

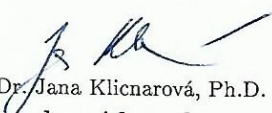
Datum zadání diplomové práce: 19. ledna 2018

Termín odevzdání diplomové práce: 12. dubna 2019

17   
doc. Ing. Ladislav Rolínek, Ph.D.

děkan

JIHOČESKÁ UNIVERZITA  
V ČESKÝCH BUDĚJOVICÍCH  
EKONOMICKÁ FAKULTA  
Studentská 13 (1)  
370 05 České Budějovice

  
RNDr. Jana Klicnarová, Ph.D.

vedoucí katedry

V Českých Budějovicích dne 15. března 2018

## Prohlášení k diplomové práci

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci jsem vypracoval samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47 zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to - v nezkrácené podobě/v úpravě vzniklé vypuštěním vyznačených částí archivovaných Ekonomickou fakultou - elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích dne 29.dubna 2020

.....

Bc. Patrik Lojda

**Chtěl bych poděkovat paní doc. RNDr. Janě Klicnarové, Ph.D. za odborné vedení, trpělivost a vstřícnost, kterou mi v průběhu zpracování mé diplomové práce věnovala.**

## Obsah

1. Úvod.....	3
2. Literární rešerše.....	4
2.1. Aktiva .....	4
2.2. Akcie .....	4
2.2.1. Tržní hodnota akcie.....	4
2.2.2. Tržní kapitalizace.....	6
2.2.3. Štěpení akcií.....	6
2.2.4. Výnosnost akcií.....	7
2.2.5. Riziko akcií.....	8
2.2.6. Burzy cenných papírů.....	8
2.2.7. Akciový index.....	10
2.3. Pokladniční poukázka – treasury bill .....	13
2.4. Korelační analýza.....	13
2.5. Regresní analýza .....	15
2.6. Teorie portfolia .....	16
2.6.1. Markowitzův model .....	17
2.6.2. Přípustná množina a optimální portfolio .....	20
2.6.3. Jednoduchý indexní model .....	22
2.6.4. Model oceňování kapitálových aktiv - CAPM .....	23
2.6.5. Faktorové modely.....	28
3. Metodika.....	30
4. Praktická část.....	31
4.1. Výběr dat .....	31
4.2. Korelační analýza na vybraných datech.....	32
4.3. Tvorba optimálních portfolií.....	34
4.3.1. Markowitzův model .....	34
4.3.2. Markowitzův model – maximální výnosnost, minimální riziko.....	34
4.3.3. Markowitzův model – měsíční výnosnost 1,25%.....	36
4.3.4. Markowitzův model – opatrnostní koeficient.....	38
4.3.5. Markowitzův model – tangenciální portfolio .....	42
4.3.6. CAPM – přímka CML.....	45
4.3.7. CAPM – přímka SML .....	49
4.3.8. Famův-Frenchův třífaktorový model .....	53
4.3.9. Výsledky portfolií na datech z roku 2019 .....	54

4.4. Tvorba vlastního optimálního portfolia.....	56
5. Závěr.....	59
6. Summary.....	61
7. Seznam použitých zdrojů.....	62
7.1. Tištěné zdroje:.....	62
7.2. Elektronické zdroje: .....	62
8. Seznam grafů a tabulek .....	64
8.1. Seznam grafů: .....	64
8.2. Seznam tabulek: .....	64

## 1. Úvod

Lidé zacházejí se svými finančními prostředky různě podle svého přesvědčení. Někteří téměř všechnen svůj příjem použijí na spotřebu a jiní raději preferují tvorbu úspor. Protože finanční prostředky podléhají inflaci, je žádoucí své úspory chránit před jejich postupným znehodnocováním. Jedním z možných řešení je investování právě do akcií.

Dříve investování a obchodování na burzách bylo spojováno s burzovními makléři v oblecích a fyzickým místem, kde mezi sebou obchodovali tváří v tvář. V dnešní době informačních technologií se i tyto obchody nevyhnuly vývoji, některé fyzické burzy jsou zavírány a přechází se na elektronické. To samozřejmě vede k větší dostupnosti pro širší okolí a otázkám, do jakých cenných papírů a jakou finanční částku investovat, aby výsledné portfolio dosahovalo požadovaných výsledků.

Cílem této práce je seznámit se s přístupy, jak své portfolio vhodně optimalizovat a vytvořit tak portfolio podle očekávání investora. První část je určena pro nabytí vědomostí a vysvětlení základů, které jsou použity v druhé části při tvorbě jednotlivých modelů. Než nastává samotná tvorba, vyskytuje se v práci kapitola zaměřená na výběr jednotlivých akcií a zjišťování vztahů mezi nimi, které by mohly hrát důležitou roli při sestavování výsledného portfolio. Samotná tvorba modelů je použita na skutečných datech vybraných akciových společnostech mezi lety 2014 a 2018, kde rok 2019 je ponechán pro otestování vytvořených portfolio. Jednotlivé poznatky z celé práce jsou použity v následující kapitole při tvorbě vlastního portfolio, které se zaměří na preference zvoleného klienta.



## 2. Literární rešerše

### 2.1. Aktiva

Pod pojmem aktivum si lze představit spoustu věcí, avšak mají jedno společné, při koupi vzniká vlastnické právo. Základní myšlenka je taková, že investor dané aktivum nakoupí, aby mu přinášelo určité příjmy např. nájemné, pachtovné, dividendy, kupónové platby, nebo dané aktivum v budoucnu prodal za vyšší cenu a realizoval vyšší výnosy oproti původním nákladům. Mezi nejčastější instrumenty patří akcie, dluhopisy, podílové listy, futures kontrakty, ale také majetek hmotné podstaty. Zejména nemovitosti a sběratelské předměty spojené s určitou historickou nebo uměleckou hodnotou např. mince, obrazy, automobily, šperky, známky, knihy atd. (Čámský, 2007)

### 2.2. Akcie

Akcie je obchodovatelný cenný papír spojený s kapitálovou obchodní společností, konkrétně akciovou společností, kde právě držení tohoto cenného papíru garantuje práva s ním spojená. Jde o hlasovací právo na valné hromadě, každý akcionář má možnost podílet se na řízení společnosti. Dále jde o právo podílu na zisku, akciová společnost se zavazuje vyplácet dividendu svým akcionářům. Ostatní práva a povinnosti spojené s podílem v akciové společnosti jsou například upravené v Novém občanském zákoníku zákon č. 89/2012 Sb. a v zákoně č. 90/2012 Sb. zákonu o obchodních korporacích.

Česká legislativa rozděluje akcie podle druhu na akcie kmenové a prioritní. S kmenovou akcií není spojeno speciální právo, kdežto s prioritní ano. Prioritní akcie je spojena s přednostním právem podílu na zisku a likvidačním zůstatku. Tento benefit je však vykoupěn absencí hlasovacího práva na valné hromadě, pokud to však není ve stanovách upraveno jinak. Suma jmenovitých hodnot prioritních akcií bez hlasovacího práva ze zákona nesmí přesáhnout 90 % základního kapitálu. Jestliže s akcií není spojena nominální hodnota, jedná se o kusové akcie. Všechny kusové akcie mají stejné váhy při hlasování, když není ve stanovách upraveno jinak. Účetní hodnota se vypočte jako základní kapitál akciové společnosti vydělený počtem emitovaných kusových akcií. (Cipra, 2005)

#### 2.2.1. Tržní hodnota akcie

Cena akcie neboli tržní hodnota, za kterou je možné cenný papír nakoupit nebo prodat se nerovná účetní hodnotě. V ceně se odráží mnoho faktorů. Od prosperity akciové

společnosti, zvyšování stability a konkurenceschopnosti v odvětví až po technologický pokrok a mimořádné události v celém odvětví nebo dokonce ve světové ekonomice. Analýzou těchto faktorů se zabývá fundamentální analýza, která zkoumá, jak jednotlivé aspekty ovlivňují tržní cenu. Vedle výše zmíněné analýzy existují také technická a psychologická analýza. Hlavní náplní technické analýzy je sledování minulých vývoje a hledání určitých pravidel, které se na trhu vyskytují. Například střídání trendů, cyklů, výskyt různých svíčkových formací, trendových kanálů, linií podpor a rezistencí a mnoho dalších pro predikci budoucího vývoje. Psychologická analýza se zabývá chováním investorů a celých davů na finančních trzích. (Cipra, 2005)

Ne všechny akcie jsou veřejně obchodovatelné na kapitálovém trhu a cenu nezbyvá než odhadnout pomocí současné hodnoty:

$$PV = \frac{D_1}{1+i} + \frac{D_2}{(1+i)^2} + \dots \quad (1)$$

kde  $PV$  odhad ceny akcie,  
 $D_t$  dividendy v roce  $t$ ,  
 $i$  předpokládaná roční úroková míra.

Metoda přepočítává jednotlivé budoucí příjmy z držení akcie na ekvivalent, který se příjmům rovná dnes, protože sto korun českých má v současnosti vyšší hodnotu než za rok. Součet přepočítaných příjmů se nazývá současná hodnota akcie a slouží pro odhad tržní hodnoty akcie. K přepočítání neboli diskontování slouží úroková míra, která vyjadřuje relativní odměnu věřiteli za poskytnutí svých finančních prostředků dlužníkovi. U akcií se předpokládá nekonečné držení cenného papíru, proto je potřebné vzorec č.1. za určitých podmínek upravit do následující podoby:

$$PV = \frac{D}{i} \quad (2)$$

Přepsaný vzorec lze použít za předpokladů, kdy dividendy  $D$ , jakožto určitá odměna za držení akcie, je vyplácena pravidelně a stále ve stejné výši a úroková míra  $i$  je konstantní. Naopak v případě, kdy dividendy rostou každým rokem určitým tempem například z důvodu protiinflační valorizace, tak je nutno upravit vzorec do následujícího tvaru:

$$PV = \frac{D_0 * (1 + g)}{1 + i} + \frac{D_0 * (1 + g)^2}{(1 + i)^2} + \dots = \frac{D_0 * (1 + g)}{i - g} \quad (3)$$

kde  $D_0$       dividendy v nultém roce,  
 $g$           roční míra růstu dividendy.

Podmínkou vzorce je, aby roční míra růstu dividend byla nižší než předpokládaná roční úroková míra a jmenovatel ve vzorci tak nebyl záporný. (Cipra, 2005)

### 2.2.2. Tržní kapitalizace

Pro měření velikosti společností se nepoužívá pouze výše jejich aktiv, nýbrž tržní kapitalizace společnosti. V podstatě jde o součet všech akcií, které jsou v oběhu, vynásobené cenou dané akcie. Pokud by nejmenovaná akciová společnost se pyšnila 10 miliony akcií v oběhu, přičemž by se jedna akcie nyní obchodovala za 20 amerických dolarů, pak by dnes tržní kapitalizace společnosti dosahovala 200 miliónu amerických dolarů. Za společnosti s velkou tržní kapitalizací se označují takové, které přesahují hodnotu 10 miliard amerických dolarů a jsou obvykle významnými hráči ve svých zavedených odvětvích. Investice do těchto společností nemusí vést k vyšším výnosům, ale jsou spíše charakteristické výplatou dividend a nižším rizikem. Společnosti se střední tržní kapitalizací mezi 2 a 10 miliardami jsou spojovány s vyšším rizikem a větším růstovým potenciálem. Mezi společnosti s malou tržní kapitalizací spadají zbylé, které nepřekročí hranici 2 miliard amerických dolarů. Všeobecně jsou považovány za nejrizikovější a jsou náchylnější na zpomalení ekonomiky. (Chen, 2020)

Mezi největší společnosti na světě se řadí Microsoft s tržní kapitalizací k 31. prosinci 2019 ve výši 1200 miliard amerických dolarů. Na druhém místě se nachází společnost Apple s 1049 miliardami a na třetím Amazon s 920 miliardami amerických dolarů.

### 2.2.3. Štěpení akcií

Štěpení akcií je proces, který zvýší počet akcií a zároveň nezmění velikost základního kapitálu. Častým důvodem bývá, že cena akcie příliš vzroste a vedení společnosti si přeje, aby akcie byly obchodovatelné i pro drobnější investory. Důvodů pro štěpení může být více, například i psychologický faktor a dokazování jisté prosperity společnosti. Štěpení "2 za 1" nahradí stávající akcie dvojnásobným počtem, avšak každé s poloviční nominální hodnotou. (Cipra, 2005)

## 2.2.4. Výnosnost akcií

Výnos akcie se skládá ze dvou složek. První je běžný výnos, označován také jako dividendový výnos. Je to jistá peněžní odměna, kterou je odměněn majitel akcie za vložení svých peněžních prostředků do akciové společnosti. Druhou složkou je kapitálový výnos, představující změnu tržní hodnoty akcie za určitý časový interval. Jestliže poklesne cena akcie, kapitálový výnos bude záporný. Výnosnost je relativní vyjádření výnosu:

$$r = \frac{MV_t - MV_{t-1} + D}{MV_{t-1}} \quad (4)$$

kde  $r$  celková výnosnost akcie za časové období  $t$ ,  
 $MV_t$  tržní hodnota na konci období,  
 $MV_{t-1}$  tržní hodnota na začátku období,  
 $D$  dividendy za časové období. (Cipra, 2005)

Očekávaná výnosnost lze počítat dvěma způsoby. V případě, že jsou k dispozici budoucí výnosy s odhadnutou pravděpodobností výskytu, označováno jako ex ante:

$$\bar{r} = \sum_{i=1}^n r_i * p_i \quad (5)$$

kde  $\bar{r}$  očekávaná výnosnost,  
 $r_i$  výnosnost  $i$ -té varianty,  
 $p_i$  pravděpodobnost výskytu varianty  $i$ . ( $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ )

Jestliže vycházíme z historických hodnot, očekávaná výnosnost se zjistí aritmetickým průměrem výnosností minulých období označováno ex post:

$$\bar{r} = \frac{\sum_{i=1}^n r_i}{n} \quad (6)$$

kde  $\bar{r}$  očekávaná výnosnost,  
 $r_i$  výnosnost za období  $i$   
 $n$  počet období. (Jindřichovská, 2001)

### 2.2.5. Riziko akcií

Nejjednodušší možností, jak kvantifikovat riziko, je zjistit rozpětí hodnot pouhým rozdílem nejmenší a největší hodnoty. Nevýhodou je velká náchylnost na výskyt extrémních hodnot, proto se pro zjištění velikosti rizika používá míra rozptýlení hodnot výnosností od aritmetického průměru:

$$s^2 = \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2 * p_i \quad (7)$$

kde  $s^2$  rozpětí,

$\bar{r}$  očekávaná výnosnost,

$r_i$  výnosnost i-té varianty,

$p_i$  pravděpodobnost výskytu varianty i. ( $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ )

Pro výpočet rozptylu z historických hodnot se použije vzorec ex post:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}{n - 1} \quad (8)$$

Při výpočtu rozptylu ze všech hodnot by se ve jmenovateli nacházelo samostatné  $n$ , jenže při tomto výpočtu jde pouze o odhad z výběru hodnot a tím je výpočet zatížený určitou chybou. Ze statistiky je známo, že aby se jednalo o nestranný odhad, musí být ve jmenovateli použit tvar  $n - 1$ .

Jednotky odhadovaného rozptylu jsou druhé mocniny původních jednotek, v tomto případě druhá mocnina procenta. Pro snadnější interpretování se v ekonomii používá směrodatná odchylka s jednotkami v procentech, která není nic jiného než odmocnina rozptylu:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2}{n - 1}} = \sqrt{s^2} \quad (9)$$

kde  $s$  odhad směrodatné odchylky neboli výběrová směrodatná odchylka. (Hendl, 2012)

### 2.2.6. Burzy cenných papírů

Trh cenných papírů lze rozdělit různými způsoby. Z hlediska instrumentů na trhy akciové, dluhopisů a finančních derivátů. Další rozdělení je podle faktoru času na peněžní

a kapitálové. Všechny trhy, kde držíme instrument déle než jeden rok, značíme jako kapitálové trhy. Dále rozdělujeme trhy na primární a sekundární. Nově emitované akcie prodávané poprvé spadají do primárních trhů, zbytek do sekundárních. Sekundární trhy je dále možné dělit na burzovní a mimoburzovní neboli OTC trhy (over-the-counter). Hlavním rozdílem je, že OTC trhy nejsou regulovány burzovním zákonodárstvím a obchody probíhají přímo mezi institucemi. Ve spojených státech se většina akcií obchoduje na Newyorské burze cenných papírů NYSE a na elektronickém trhu NASDAQ. (Musílek, 2011)

Akcíím obchodovaných na burzách se říká registrované nebo kótované akcie. Aby mohla být daná akcie obchodovatelná na určité burze, musí splnit předem dané podmínky burzy. Není pravidlo, aby jednotlivé akcie museli být obchodovány pouze na jedné burze a lze s akcií jedné společnosti obchodovat na více burzách současně. (Musílek, 2011)

NYSE je největší burzovní trh na světě, který vznikl již v roce 1792. Fyzicky sídlí ve městě New York na Wall Street, obchoduje se zde prezenčně a disponuje celou řadou specialistů. Největší “slávu“ burza zaznamenala v roce 1929 známou jako krach na Newyorské burze. (Kenton, 2020)

NASDAQ je globální elektronický trh určený pro nákup a prodej cenných papírů. Burzovní trh byl vytvořen Národní asociací obchodníků s cennými papíry (NASD), aby investorům umožnil obchodovat na rychlém počítačovém trhu, který zahájil svou činnost 8. února 1971. Pojem Nasdaq se také používá k označení akciového indexu složeného z více než 3 000 akcií kótovaných na burze Nasdaq, který zahrnuje přední světové společnosti zabývající se technologiemi, jako jsou Apple, Google, Microsoft, Oracle, Amazon a Intel. (Chen, 2020)

V České republice největším a nejstarším organizátorem trhu s cennými papíry je burza cenných papírů Praha, a.s. (BCPP) a její založení sahá do roku 1871. Zpočátku se obchodovalo nejen s cennými papíry, ale také s komoditami. Největší rozmachu se těšila v meziválečném období, ačkoli se zde obchodovalo výlučně s cennými papíry. Období prosperity však přerušil příchod druhé světové války a následný příchod komunismu znamenal pro burzu konec obchodování na více než 50 let. Znovu se zde začalo obchodovat 6. dubna 1993, kdy se na parketu burzy uskutečnily první obchody. (Burza cenných papírů Praha, 2020)

Mezi největší burzy světa sídlící v Evropě se řadí Londýnská burza (LSE) a evropská burza Euronext se sídlem v Amsterdamu. Londýnská burza je jednou z nejstarších burz na světě, její historii lze sledovat více než 300 let a zároveň byla největší burzou na světě až do začátku první světové války. Následně toto postavení ztratila ve prospěch dříve zmíněné NYSE. V roce 2007 se sloučila s milánskou burzou Borsa Italiana. Burza Euronext byla založen 22. září 2000 jako sloučení Amsterodamské burzy, Bruselské burzy a Pařížské burzy. V následujících dvou letech získala portugalskou burzu (BVL) a londýnskou burzu (LIFFE), která se zabývá obchodováním futures kontraktů a opcí.

Na asijském kontinentu mají největší zastoupení burzy v Honkongu, Šanghaji a Tokyu. Honkongská burza byla založena v roce 1891, polovina zde kótovaných společností pochází z Číny a v roce 2017 burza uzavřela své fyzické obchodování a přesunula se na elektronické obchodování. Počátky šanghajske burzy sahají až do roku 1866, ale po čínské revoluci v roce 1949 byla pozastavena až do roku 1990. Akcie se na burze dělí na dvě skupiny, první se obchoduje v místní měně a druhá skupina v amerických dolarech pro zahraniční investory. Největší asijská burza byla založena v Tokiu roku 1878. Nejprve tvořily většinu burzovního obchodu státní dluhopisy, zlato a stříbro, ale s růstem a modernizací japonské ekonomiky začalo obchodování s akciemi převládat. Po druhé světové válce v letech od 1945 do 1949 byla burza spolu s ostatními japonskými burzami zavřena až do své reorganizace americkými okupačními úřady. (Shukla, 2019)

### 2.2.7. Akciový index

Akciový index je nedílnou součástí akciových trhů a slouží především jako měřítko průměrné výnosnosti trhu, oproti kterému investoři mohou porovnávat své výsledky. Jestliže investoři zavírají své obchody s většími výnosy, než kterých dosahuje trh, mluví se o nich, že překonaly trh (z angl. beat the market). Akciový index je v podstatě shluk akcií obchodované převážně na jednom trhu. Sloučí tak vybrané akcie do jednoho čísla, které reprezentuje, co se právě na daném trhu či trzích děje. Pro větší přehlednost často obsahují indexy ve svém názvu i název burzy, ke které se váží.

Výpočty toho indikátoru se liší na indexy souhrnné a výběrové. Souhrnným indexem obsahuje všechny akcie registrované na dané burze a příkladem je NASDAQ Composite, který obsahuje všechny akcie na trhu NASDAQ. Druhou skupinou jsou

indexy výběrové, u kterých je již patrné z názvu, že půjde jen o několik vybraných akcií. Příkladem toho indexu je jeden z nejznámějších indexů DJIA, který se skládá v současné době z 30 akcií společností registrovaných na NYSE.

Dále se indexy dělí podle toho, jakým způsobem se počítají. Jestliže se volí pouze prosté průměrování, ač jde o aritmetické nebo geometrické, nebo jde o vážený průměr. Mezi indexy prostého průměrování se řadí DJIA a Nikkei 225. Nevýhodou těchto indexů je, že neberou v potaz tržní kapitalizaci a jsou vypočítané pouze z ceny jedné akcie. Pokud poroste cena všech akcií, poroste také akciový index. Může se ale stát, když poklesne akcie společnosti s téměř se zanedbatelnou tržní kapitalizací a vysokou cenou na zlomek své hodnoty, ačkoli ostatní společnosti se budou těšit růstu. V tomto případě může akciový index vykazovat pokles, i přes to, že suma tržních kapitalizací společností vzroste. Tento nedostatek odstraňuje vážený aritmetický, který jako váhy používá počet akcií v oběhu. Mezi nejznámější indexy tohoto typu patří NASDAQ Composite, S&P 500, FTSE, DAX, atd.

Nejznámějším a nejstarším indexem je Dow Jones Industrial Average (DJIA), který vytvořil Charles Dow v roce 1896 a publikuje se od 26. května téhož roku. Původně obsahoval 12 akcií průmyslových podniků, v roce 1916 byl rozšířen na 20 akcií a v roce 1928 na konečných 30 akcií. Akcie jsou vybírány do indexu tak, aby pokryly všechny sektory americké ekonomiky mimo veřejné služby a dopravu. Původně se DJIA vypočítal tak, že se provedl aritmetický průměr z cen dvanácti akcií. Snadný výpočet byl plusem v dobách, kdy se akcie společností v indexu neštěpily a společnosti nekrachovaly. Jenže problém nastal, když se začaly štěpit akcie nebo když akciový index obměňuje své složení, a proto byl do výpočtu indexu přidán koeficient  $d_t$ :

$$DJIA_t = \frac{1}{d_t} \sum_{i=1}^{30} P_{i,t} \quad (10)$$

kde  $d_t$  koeficient v čase  $t$ ,  
 $P_{i,t}$  cena akcie  $i$  v čase  $t$ .

Tento koeficient  $d_t$  se následně při každém štěpení jednotlivé akcie obsažené v indexu nebo při změně složení indexu musí přepočítat podle vzorce č.11. Přepočítáním koeficientu se vyřeší problém ve spojitosti indexu, kdy při takovýchto změnách zůstane hodnota indexu stejná:



$$d_{t+1} = d_t \frac{\sum_{i=1}^{30} P_{i,t+1}}{\sum_{i=1}^{30} P_{i,t}} \quad (11)$$

kde  $d_t$  koeficient v čase t před změnou,  
 $d_{t+1}$  koeficient v čase t po změně,  
 $P_{i,t}$  cena akcie i v čase t před změnou,  
 $P_{i,t+1}$  cena akcie i v čase t po změnou.

V případě vyplácení dividend se koeficient nepřepočítává a index se tváří, jako by dividendy neexistovaly.

Další známý akciový index se nazývá Standard & Poor's 500 zkráceně S&P 500 a zároveň považován za přesnější z důvodu počítání pomocí váženého aritmetického průměru cen akcií. Vybráno je 500 největších akciových společností na americkém trhu, které dohromady představují asi 70% celkové tržní kapitalizace amerického trhu.

$$S\&P\ 500 = k_t \sum_{i=1}^{500} P_{i,t} n_{i,t} \quad (12)$$

kde  $k_t$  koeficient v čase t,  
 $P_{i,t}$  cena akcie i v čase t,  
 $n_{i,t}$  počet akcií i v oběhu.

Třetím nejznámějším a zároveň souhrnným indexem z amerického trhu je NASDAQ Composite, který zahrnuje všechny akcie obchodované na trhu NASDAQ. Index byl vyvinut v roce 1971 a počáteční hodnota je datována k 5. únoru na hodnotě 100 bodů. Jde také o vážený průměr cen akcií, jako tomu bylo u S&P 500.

Z řad akciových indexů z evropského kontinentu patří k nejznámějším Evropský index Euro Stoxx 50, německý index DAX tvořený z 30 akcií německých společností, britský index FTSE 100 a francouzský index CAC 40. Všechny tyto indexy jsou vypočítané váženým aritmetickým průměrem cen akcií.

Mezi nejznámější na asijské půdě se řadí japonský index Nikkei 225 složený z 225 akcií společností, který byl vytvořen v roce 1950. Počítá jej obyčejným aritmetickým průměrem cen akcií mediální společnost Nihon Keizai Shimbun. (Jílek, 2009)

### 2.3. Pokladniční poukázka – treasury bill

Pokladniční poukázka je krátkodobý cenný papír emitovaný státem za účelem financování krátkodobého deficitu. Poněvadž dluhopis emituje stát, považuje se za téměř bezrizikový, směrodatná odchylka je rovna nule. Poukázky nejsou spojené s kuponem a jsou obchodovány na diskontní bázi. Z toho vyplývá, že jsou nakoupeny za nižší cenu, než je nominální hodnota. Výnosem je rozdíl hodnot:

$$r_{T-bill} = \frac{NV - AV}{AV * \frac{t}{360}} \quad (13)$$

kde  $r_{T-bill}$  roční výnosnost pokladniční poukázky,  
 $NV$  nominální hodnota,  
 $AV$  aukční (nákupní) cena,  
 $t$  počet dnů do splatnosti. (Cipra, 2005)

### 2.4. Korelační analýza

Při sestavování portfolia je žádoucí, aby jednotlivé instrumenty mezi sebou byly záporně korelované nebo se aspoň korelační koeficient pohyboval kolem hodnoty nula. Očekávaný zisk to neovlivní, ale ovlivní to riziko celého portfolia, protože korelační koeficient kvantifikuje vztah mezi danými skupinami hodnot a popisuje vzájemnou závislost. Pokud se hodnota blíží jedné, znamená to, že v situacích, kdy hodnota z první skupiny nabývá vyšších hodnot oproti svému průměru, nabývá i hodnota z druhé skupiny vyšších čísel oproti svému průměru. V opačném případě, kdy velikost korelačního koeficientu se blíží mínus jedné, jsou vyšší hodnoty z první skupiny doprovázeny nižšími hodnotami z druhé skupiny. Pro hodnoty korelačního koeficientu blízké nule je charakteristické, že mezi první a druhou skupinou není žádná závislost.

Kovariace a korelační koeficient se zabývají pouze lineární závislostí dvou skupin, ale neřeší, která z nich je závislá na té druhé. Touto problematikou se následně zabývá regresní analýza, která vytváří model, který následně slouží pro predikci hodnoty závislé proměnné podle velikosti nezávislé proměnné. (Hendl, 2012)

Výpočet výběrové kovariace vypadá následovně:

$$cov(x, y) = \frac{1}{n - 1} * \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y}) \quad (14)$$

kde  $cov(x, y)$  výběrová kovariance mezi hodnotami  $x$  a  $y$ .

Z této rovnice vyplývá, že výběrový rozptyl je speciální případ výběrové kovariance, při které poměříme hodnoty se sebou samými  $cov(x, x) = s^2$ . (Hebák & Hustopecký, 1987)

Nejznámějším korelačním koeficientem v měření závislosti je pro svou jednoduchost Pearsonův korelační koeficient. Mezi nedostatky koeficientu se řadí velká náchylnost na vzdálené hodnoty od průměru, proto je možné modifikovat Pearsonův korelační koeficient a tyto výjimečné případy do výpočtu nezahrnout. Jinou modifikací vznikl Spearmanův korelační koeficient pořadí, který není náchylný na výskyt odlehklých hodnot. Mezi další se řadí Kendallův koeficient pořadové korelace. Při výpočtu se seřadí hodnoty vzestupně podle první proměnné a zjišťuje se, zdali druhá proměnná má také vzestupný charakter či nikoliv. Pearsonův korelační koeficient je v podstatě jen standardizovaná kovariance, která nabývá hodnot z intervalu (-1;1):

$$cor(x, y) = \frac{cov(x, y)}{s_x s_y} = \frac{1}{s_x s_y} * \frac{1}{n - 1} * \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y}) \quad (15)$$

kde  $cor(x, y)$  Pearsonův výběrový korelační koeficient hodnot  $x$  a  $y$ ,  
 $s_x$  výběrová směrodatná odchylka hodnot  $x$ ,  
 $s_y$  výběrová směrodatná odchylka hodnot  $y$ .

Výsledky korelačních koeficientů se mohou řadit do tzv. pásem síly asociace, které určují, jak moc jsou skupiny hodnot mezi sebou závislé. Pásma jsou spíše orientační a všechny závěry vytvořené pouze z výsledků korelačního koeficientu by měli být podloženy i jinými statistickými charakteristikami. (Hendl, 2012)

Tabulka 1 Pásma asociace korelačních koeficientů

Síla asociace	$ cor(x,y) $
malá	0,1 - 0,3
střední	0,3 - 0,7
velká	0,7 - 1,0

Zdroj: Vlastní zpracování

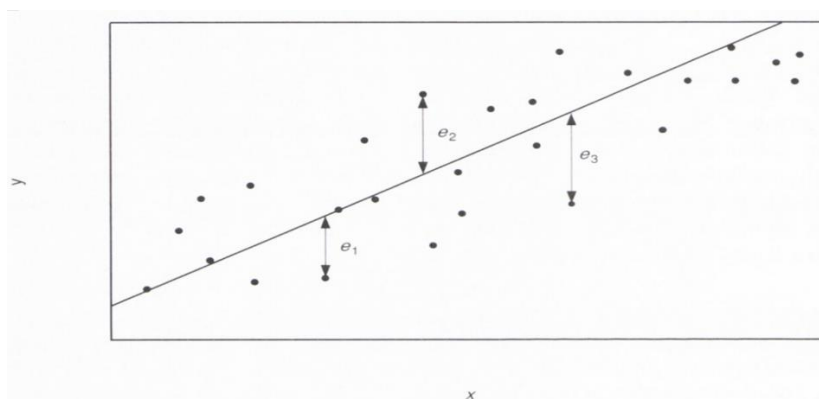
## 2.5. Regresní analýza

Jak již bylo zmíněno v kapitole předchozí, korelační analýza se zabývá velikostí vzájemné závislosti dvou hodnot a regresní analýza se snaží tento vztah popsat. Řeší se vztah jedné proměnné nazývané závislou nebo cílovou, která je závislá na jiné proměnné označované jako ovlivňující nebo nezávislá. Nezávislá proměnná nemusí být nutně jen jedna, ale může jich být hned několik.

Na následujícím příkladu uvedu tuto problematiku. Představme si, že jsme na cyklostezce, na které prochází nebo projíždí, ať už na kolečkových bruslích nebo jízdních kolech, lidé. Počet lidí zde budeme brát jako závislou proměnnou na několika faktorech a chtěli bychom vědět, kolik lidí se zde objeví i zítra. Určitě cítíme, že jeden z faktorů neboli nezávislých proměnných by měla být venkovní teplota. Pokud by byla na zítřek příznivá předpověď počasí, dalo by se z toho usuzovat, že zítra potkáme hodně lidí. V tomto případě by korelační koeficient byl například 0,7 a to by odráželo situaci, že při vyšších venkovních teplotách bychom potkávali více lidí. Pomocí regresní analýzy bychom dokázali i spočítat podle předpovědi počasí kolik lidí potkáme, samozřejmě s nějakou chybovostí, poněvadž venkovní teplota asi nebude jediný faktor, který ovlivňuje závislou proměnnou. A právě odpovědí, kolik lidí dneska potkáme, když je dneska venku 25°C, se zabývá regresní analýza.

Jakým způsobem je závislá proměnná vysvětlována nezávislou záleží na regresní funkci. Variant je hned několik, avšak nejnámější a nejjednodušší je lineární regrese, kdy nezávislá proměnná roste stejným tempem jako závislá proměnná. V tomto případě, kdyby se závislé a nezávislé proměnné zobrazily v grafu, ležely by body zhruba okolo jedné pomyslné přímky, která by se táhla přes celý graf viz následující graf č.1.

Graf 1 Regresní přímka proložena grafem hodnot



Zdroj: Hendl, 2012

Výsledkem regresní analýzy je pak přímka ve tvaru:

$$y = a + bx \quad (16)$$

kde  $y$  odhad závislé proměnné,  
 $a, b$  vypočtené koeficienty pomocí regresní analýzy,  
 $x$  nezávislá proměnná.

Odhad závislé proměnné nikdy nebude odpovídat přímo naměřeným datům a tuto chybu v grafu č.1. představuje vzdálenost  $e$  tzv. reziduální hodnota. Nejčastěji se používá k nalezení nejoptimálnější regresní přímky metoda nejmenších čtverců, která se snaží minimalizovat reziduální hodnoty  $e$  a tím dosáhnout nejlepší přesnosti modelu. Díky zjištěnému vztahu je pak možné predikovat hodnotu závislé proměnné pomocí hodnot nezávislé proměnné, kterou již známe. (Hendl, 2012)

## 2.6. Teorie portfolia

Ať už v investičním světě nebo v obecném životě lidé všeobecně preferují jistotu před rizikem. Neradi vsázejí vše na jednu kartu a lidé vnímají diverzifikaci, jako řešení problému. Smyslem diverzifikace je rozdělení investování na více částí, které jsou na sobě nezávislé a v případě, že pak jedna část se potýká s neúspěchem, zbývající části můžou být průměrné nebo dokonce nadprůměrné a tím nezapříčiní konec investování. Investoři spekulují a nakupují svá aktiva za vidinou zisku. Jak jsme si již řekli výše, snaží se riziko neúspěchu diverzifikovat, jinými slovy rozložit, a proto investují do více různých aktiv najednou. Výsledný soubor aktiv se v ekonomii nazývá portfolio, které se vyznačuje svou výnosností a s ní spojeným rizikem.

Začátek vzniku teorie portfolia se datuje do roku 1952, ve kterém Harry Markowitz vystupuje na svět se svou prací "Portfolio Selection" publikovanou v časopise zabývající se ekonomikou, financemi a podnikáním "The Journal of Finance". Markowitz ukázal, jak je možné vytvořit efektivní hranici portfolií, která je zobrazovaná konkávní spojitou křivkou. Každý její bod odpovídá maximální výnosnosti, které je možné dosáhnout vhodným rozdělení vah v portfoliu při dosažení určitého rizika měřeného směrodatnou odchylkou výnosů. Na svou dobu byla Markowitzova metoda matematicky náročná a její aplikace v praxi byla obtížná. To dalo vzniku jednoduchému indexnímu modelu (single index model), který vyvinul William Sharpe v roce 1963.

Model měl nižší nároky na výpočet korelačních koeficientů než jeho předchůdce, protože je založen na korelaci jednotlivého aktiva vůči trhu, nikoliv na korelacích aktiv mezi sebou.

Ve stejném desetiletí vznikl model oceňování kapitálových aktiv známý pod zkratkou CAPM (capital asset pricing model). Ten na sobě nezávisle vyvinuli William Sharpe v roce 1964, John Lintner v roce 1965 a Jan Mossin v roce 1966. Model je založený na kovariaci aktiva s široce diverzifikovaným tržním portfoliem např. akciovým indexem, který představuje trh. CAPM je poměrně široce používaným nástrojem, přestože má hodně odpůrců a silně se diskutuje o jeho platnosti. (Jílek, 2009)

Na bázi CAPM, kde se jednotlivé aktivum vztahuje k výnosnosti celého trhu, vznikají i další modely, označované jako faktorové modely. Předpokladem je, že cena aktiva je závislá na určitém faktoru či faktorech a při následné změně faktorů musí dojít ke změně cen aktiv. Mezi známější můžeme zařadit Fama-Frenchův model a teorii arbitrážního oceňování. (Sharpe et al., 1994)

Minimálně za zmínku stojí i Blackův-Littermanův model zveřejněný v roce 1992 Fisherem Blackem a Robertem Littermanem. Tato dvojice američanů rozšiřuje původní Markowitzův model o názory investorů či odborníků, které původní model neumí do svých výpočtů zahrnout. (Black & Litterman, 1992)

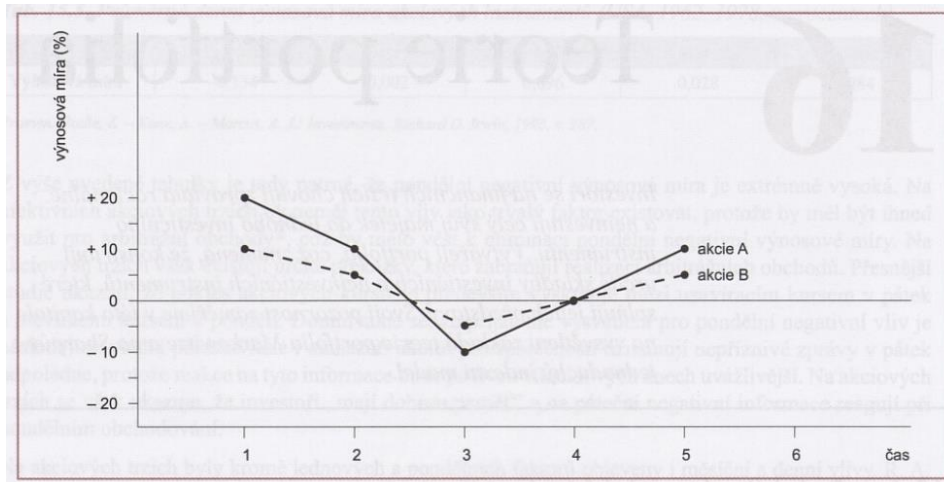
### 2.6.1. Markowitzův model

Ačkoli všichni tušili, že je vhodné diverzifikovat svůj majetek do různých skupin aktiv, tak až v roce 1952 Harry Markowitz první odpověděl na věčnou otázku, zda je celkové riziko portfolia rovno součtu rizik individuálních aktiv, kterými je tvořeno portfolio. Markowitz jako první ukázal, jakým způsobem diverzifikace redukuje celkové riziko a proč je tedy vhodné smýšlet o portfoliu. Že dodatečně přidané aktivum není nezávislé na ostatních aktivech v portfoliu a zapříčiní tak změnu celkové výnosové míry a především rizika. Výše celkového rizika se pak bude odvíjet podle velikosti korelace výnosových měr mezi novým a původními aktivy. Z tohoto důvodu se model snaží vybírat instrumenty mezi sebou spíše záporně korelované, aby se snížilo celkové riziko portfolia.

V grafu č.2 se nachází perfektně korelované výnosové míry dvou druhů akcií, což odráží situaci, že akcie A bude vykazovat vyšší výnosovou míru právě tehdy, když ji bude vykazovat i druhá akcie. Z hlediska minimalizace rizika nemá pro investora smysl

vytvářet portfolio z takto korelovaných instrumentů, protože efekt portfolia je podobný, jako kdyby vložil své prostředky do jedné akcie.

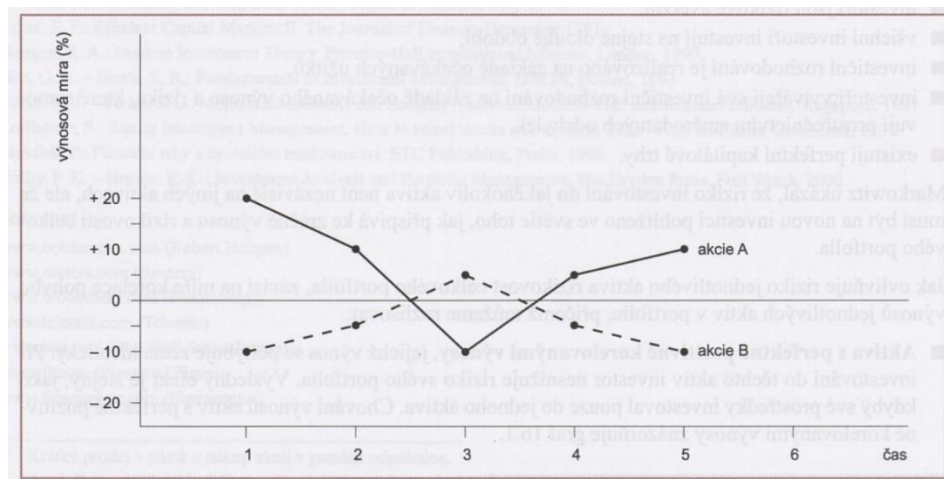
Graf 2 Akcie s perfektně korelovanými výnosy



Zdroj: Musílek, 2011

Opačná situace nastává, když akcie jsou perfektně negativně korelované jako v grafu č.3. Akcie se chovají protichůdně, když jedna klesá, druhá naopak roste. Tento jev je ideální pro sestavení portfolia, poněvadž částečný neúspěch první je vyvážen úspěchem druhé a naopak.

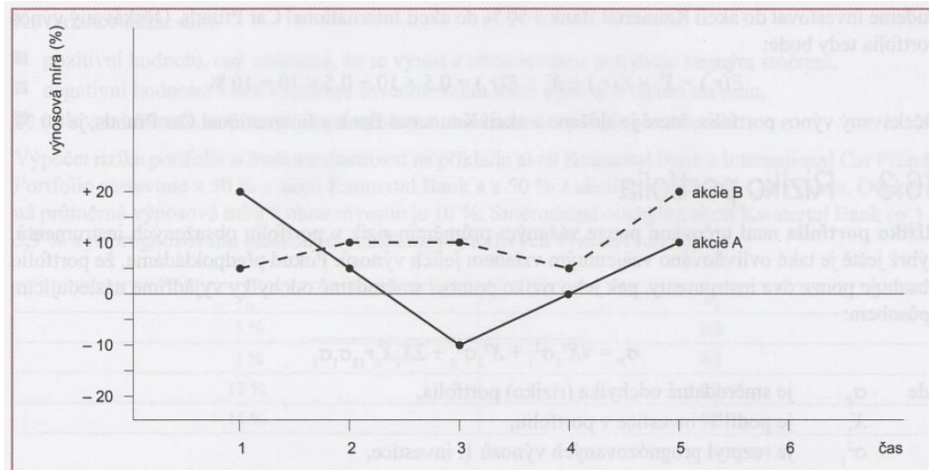
Graf 3 Akcie s perfektně negativně korelovanými výnosy



Zdroj: Musílek, 2011

Třetí základní situace nastává, když nejsou akcie mezi sebou korelovány, a to je právě znázorněno v grafu č.4. V tomto případě není mezi akciami patrný žádný vzorec chování. (Musílek, 2011)

Graf 4 Akcie s nekorelovanými výnosy



Zdroj: Musílek, 2011

Očekávaná výnosnost portfolia sestaveného z dvou a více akcií se vyjádří jako vážený průměr všech individuálních výnosností zastoupených v portfoliu, kde váhu představuje relativní podíl aktiva v portfoliu:

$$r_p = \sum_{i=1}^n w_i r_i \quad (17)$$

kde  $r_p$  očekávaná výnosová míra portfolia,  
 $w_i$  relativní podíl i-tého aktiva v portfoliu,  
 $r_i$  očekávaná výnosová míra i-tého aktiva v portfoliu.

Riziko portfolia se nezjistí obdobně, jako tomu bylo u výnosové míry, nýbrž je zde nutno brát v potaz jejich vzájemný vztah za sledované období, který určí korelační koeficient. Výsledné riziko n složkového portfolia:

$$s_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{cor}_{i,j} s_i s_j} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{cov}_{i,j}} \quad (18)$$

kde  $s_p$  riziko portfolia,  
 $w_i$  relativní podíl i-tého aktiva v portfoliu,  
 $w_j$  relativní podíl j-tého aktiva v portfoliu,  
 $\text{cor}_{i,j}$  výběrová korelace mezi aktivy i a j,  
 $s_i$  výběrová směrodatná odchylka i-tého aktiva,



$s_i$  výběrová směrodatná odchylka j-tého aktiva,  
 $cov_{i,j}$  výběrová kovariance mezi aktivy i a j. (Jílek, 2009)

Jelikož kovariance a korelace se sebou úzce souvisí, je možné se setkat s oběma tvary výpočtu rizika. Následně je zde pro představu postupu výpočtu uvedena pomocná matice při výpočtu rizika tříslložkového portfolia:

Tabulka 2 Pomocná matice pro výpočet rizika tříslložkového portfolia

	Akcie 1	Akcie 2	Akcie 3
Akcie 1	$w_1 w_1 cov_{1,1}$	$w_1 w_2 cov_{1,2}$	$w_1 w_3 cov_{1,3}$
Akcie 2	$w_2 w_1 cov_{2,1}$	$w_2 w_2 cov_{2,2}$	$w_2 w_3 cov_{2,3}$
Akcie 3	$w_3 w_1 cov_{3,1}$	$w_3 w_2 cov_{3,2}$	$w_3 w_3 cov_{3,3}$

Zdroj: Vlastní zpracování

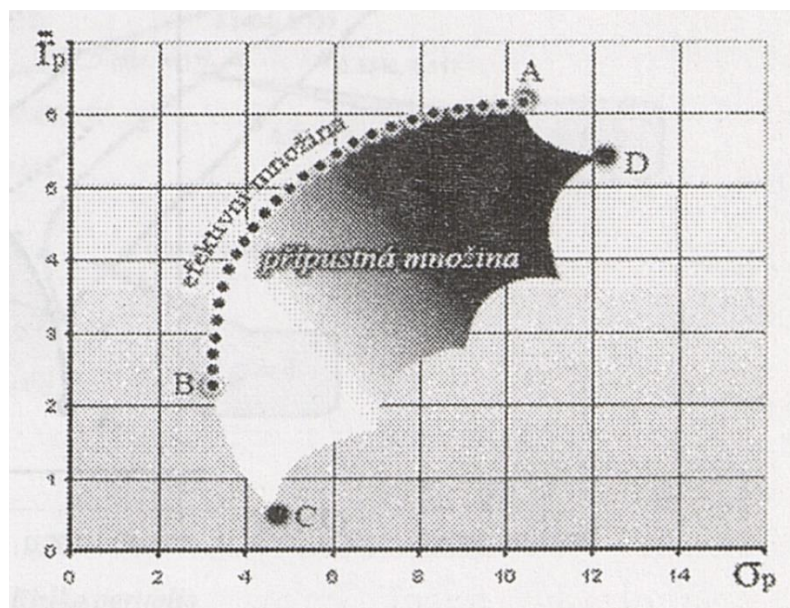
Riziko tříslložkového portfolia se vyjádří jako odmocnina součtu všech buněk z matice:

$$s_p = \sqrt{w_1^2 cov_{1,1} + w_2^2 cov_{2,2} + w_3^2 cov_{3,3} + 2 w_1 w_2 cov_{1,2} + 2 w_1 w_3 cov_{1,3} + 2 w_2 w_3 cov_{2,3}} \quad (19)$$

### 2.6.2. Přípustná množina a optimální portfolio

Přípustnou množinou se zde rozumí jakákoliv kombinace vah jednotlivých aktiv, které jsou zahrnuty v portfoliu. Množina je sestavena z nekonečně mnoha portfolií a každé portfolio vykazuje určitou očekávanou výnosovou míru a míru rizika. Investora však nebude zajímat celá tato množina, ale jen její část, označovaná jako efektivní množina. Body z této množiny jsou charakteristické tím, že právě pro určitou výši očekávané výnosnosti nabízejí minimální riziko a zároveň pro určitou výši rizika maximální očekávanou výnosnost viz graf č.5. (Sharpe & Alexander, 1999)

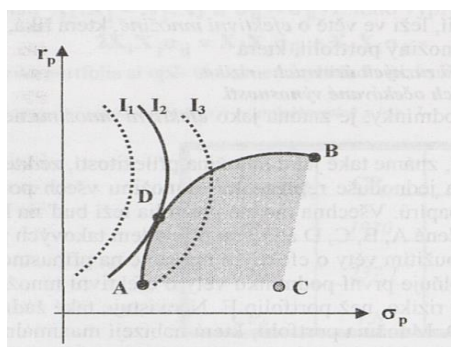
Graf 5 Přípustná a efektivní množina všech portfolií



Zdroj: Čámský, 2007

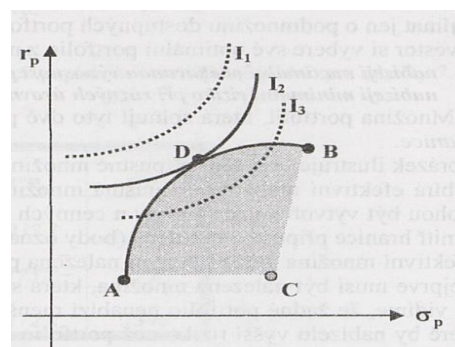
Nyní nastává problém, jakou strukturu portfolia z efektivní množiny si vybrat. Existuje zde nekonečně mnoho bodů, po celé délce efektivní množiny. Optimální portfolio však bude mít každý racionální investor jinde a záleží na jeho postoji k riziku. Investorovi preference při výběru se dají vyjádřit pomocí indiferenčních křivek, kdy body ležící na jedné křivce přinášejí stejný užitek. Křivky posunuté doleva představují vyšší užitek a ty vpravo od křivky menší užitek. Sklon křivky je ovlivněn výší averze jednotlivých investorů vůči riziku s tím, že averznější investoři mají své křivky strmější viz graf č.6 ti méně averznější viz graf č.7. Optimální portfolio pro daného investora se nachází v bodě, kdy jeho indiferenční křivka se dotýká efektivní množiny. (Čámský, 2007)

Graf 6 Indiferenční křivky investora s větší averzí k riziku



Zdroj: Čámský, 2007

Graf 7 Indiferenční křivky investora s menší averzí k riziku



Zdroj: Čámský, 2007

Další možností, jakým způsobem vybrat optimální portfolio z efektivní množiny je použití Sharpeho poměrového ukazatele, který vztahuje výnosnost na jednotku rizika, ale tato problematika spadá spíše do modelu oceňování kapitálových aktiv neboli CAPM. (Brealey et al., 2014)

### 2.6.3. Jednoduchý indexní model

Jednoduchý indexní model je odpovědí na problém spojený s výpočtem rizika portfolio v Markowitzově modelu. Tímto problémem se stal výpočet velkého počtu korelačních koeficientů, který byl na dřívější dobu příliš časově náročný, protože je potřeba vypočítat dohromady  $(n^2 + n)/2$  koeficientů pro  $n$  složkové portfolio. V roce 1963 W. Sharpe vytvořil model, který neposuzoval jednotlivé investice mezi sebou, ale vůči tržnímu indexu a tím zredukoval počet potřebných korelačních koeficientů na počet  $n$ . Výnosnost aktiva se vyjádřil vztahem:

$$r_i = A_i + \beta_i r_m + e_i \quad (20)$$

kde  $r_i$  výnosnost i-té investice,  
 $A_i$  nezávislá výnosnost i-té investice na trhu,  
 $\beta_i$  citlivost výnosnosti i-té investice na výnosnosti tržního indexu,  
 $r_m$  výnosnost tržního indexu,  
 $e_i$  reziduální chyba.

W. Sharpe tímto matematickým vyjádřením tvrdí, že část výnosnosti je závislá na tržní situaci. Závislost je označována písmenem  $\beta$  a právě těchto vztahů k tržnímu indexu využívá, při výpočtech korelačních koeficientů mezi jednotlivými investicemi:

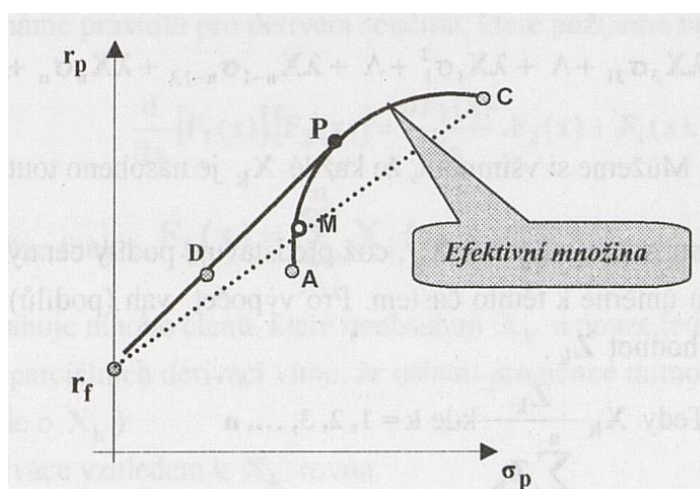
$$cor_{i,j} = \frac{\beta_i \beta_j s_m^2}{s_i s_j} \quad (21)$$

kde  $cor_{i,j}$  korelace mezi investicemi i a j,  
 $\beta_i$  citlivost výnosnosti i-té investice na výnosnosti tržního indexu,  
 $\beta_j$  citlivost výnosnosti j-té investice na výnosnosti tržního indexu,  
 $s_m^2$  rozptyl výnosnosti tržního indexu,  
 $s_i$  směrodatná odchylka výnosnosti i-té investice,  
 $s_j$  směrodatná odchylka výnosnosti j-té investice. (Musílek, 2011)

## 2.6.4. Model oceňování kapitálových aktiv - CAPM

Model oceňování kapitálových aktiv navazuje na teorii Markowitz a vytvořili jej na sobě nezávisle Sharpe, Lintner a Mossin. Základním kamenem modelu je kombinace optimálního portfolia a bezrizikového aktiva. Za bezrizikové aktivum je zde považován státní dluhopis, který s sebou nese bezrizikovou výnosnost označovanou jako  $r_f$ . Kombinací investování do optimálního portfolia a bezrizikového aktiva je následně možné dosáhnout lepších výsledků než jen do samotného optimálního portfolia viz graf č.8. (Čámský, 2007)

Graf 8 Kombinace optimálního portfolia a bezrizikové úrokové míry



Zdroj: Čámský, 2007

Bod  $r_f$  představuje variantu, kdy investor všechny své finanční prostředky investuje do bezrizikového aktiva a bod P, kdy jsou všechny prostředky investovány do původního optimálního portfolia. Bod D reprezentuje rozdělení investice do bezrizikového aktiva a optimálního portfolia na efektivní množině. Výnosnost této kombinace se vypočítá váženým průměrem obou výnosností:

$$r_p = w_f r_f + w_{opt} r_{opt} \quad (22)$$

- kde  $r_p$  výnosnost portfolia,  
 $w_f$  relativní podíl bezrizikového aktiva v portfoliu  $r_p$ ,  
 $w_{opt}$  relativní podíl optimálního portfolia P v portfoliu  $r_p$ ,  
 $r_f$  výnosnost bezrizikového aktiva,  
 $r_{opt}$  výnosnost optimálního portfolia P.

Výpočet rizika výsledného dvousložkového portfolia se značně zjednoduší z důvodu vypadnutí členů z rovnice obsahující směrodatnou odchylku bezrizikového aktiva, které se rovná nule, a následným úpravám:

$$s_p = \sqrt{w_{opt}^2 COV_{opt,opt}} = \sqrt{w_{opt}^2 s_{opt}^2} = w_{opt} s_{opt} \quad (23)$$

kde  $s_p$  riziko portfolia,  
 $w_{opt}$  relativní podíl optimálního portfolia P v portfoliu  $r_p$ ,  
 $s_{opt}$  riziko optimálního portfolia P. (Jílek, 2009)

Další důležitou otázkou zůstává, jakým způsobem vybrat optimální portfolio P, tedy bod na efektivní množině původních portfolií. Nejčastěji je nazýván tangenciálním portfoliem, protože když jej hledáme, maximalizujeme tím úhel, který svírá osa x a přímka protínající body  $r_f$  a P. (Čámský, 2007)

Sharpeho poměrový ukazatel byl vyvinut pro srovnávání výnosností dvou investic s rozdílným rizikem:

$$Sr = \frac{r - r_f}{s} \quad (24)$$

kde  $Sr$  Sharpeho poměrový ukazatel – Sharpe ratio,  
 $r$  výnosnost investice,  
 $r_f$  výnosnost bezrizikového aktiva,  
 $s$  riziko investice.

Tangens a Sharpeho poměrový ukazatel se vyznačují totožnou rovnicí, takže v podstatě se hledá bod na efektivní množině, který vykazuje nejvyšší Sharpeho poměrový ukazatel. (Brealey et al., 2014)

Novou efektivní množinou portfolií se stává přímka, která prochází bodem  $r_f$  a tangenciálním portfoliem P. Jestliže investor zvolí bod nalevo od bodu P, jde o tzv. zápůjční portfolio, kde část svých úspor investuje do bezrizikového aktiva. Opakem bude výpůjční portfolio pro body napravo od P, kdy v podstatě si investor vypůjčí peníze za bezrizikovou sazbu a investuje je do rizikových aktiv. Tím zvýší výnosnost svého portfolia na úkor vyšší rizikovosti.

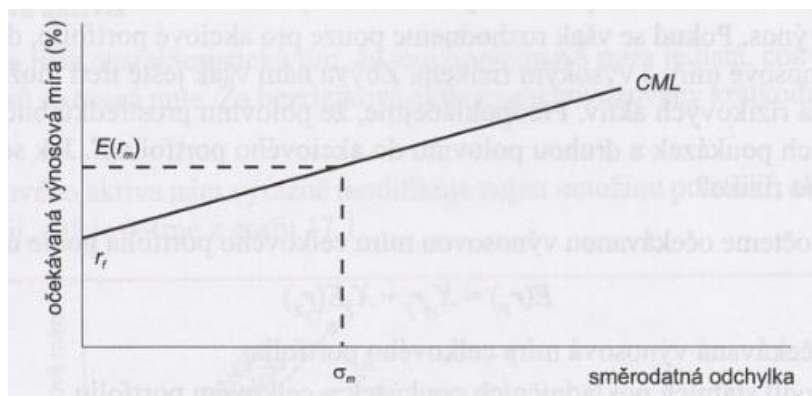
Za předpokladu, že všichni investoři mají homogenní očekávání, stejné informace a stejnou bezrizikovou sazbu, pak jakákoliv kombinace portfolia P a bezrizikového aktiva bude ležet na stejné přímce a zároveň bod P se nazve tržním portfoliem. Výše výnosnosti je závislá na velikosti dosahovaného rizika a tato rovnice se nazývá přímka kapitálového trhu, kde výnosnost můžeme označit jako určitou odměnu za podstoupené riziko:

$$r_p = r_f + \frac{r_m - r_f}{s_m} s_p \quad (25)$$

kde  $r_p$  výnosnost portfolia,  
 $r_f$  výnosnost bezrizikové investice,  
 $r_m$  výnosnost tržního indexu,  
 $s_m$  riziko tržního indexu,  
 $s_p$  riziko portfolia. (Čámský, 2007)

Na grafu č.9 je zobrazena přímka kapitálového trhu a nyní záleží pouze na investovi, který bod zvolí jako své optimum. Investoři s větší averzí k riziku, a tudíž se strmějšími indifferenčními křivkami budou volit optimální portfolio, které se bude nacházet spíše vlevo. Odvážnější investoři budou volit body optima naopak vpravo. Mohou využít výpůjčních portfolií a dosáhnout vyšších výnosností, avšak za cenu většího rizika. (Musílek, 2011)

Graf 9 Přímka kapitálového trhu



Zdroj: Musílek, 2011

Pro pokračování je nutné zahrnout i rozdělení celkového rizika na tzv. systematické a jedinečné. Systematickým se rozumí takové riziko, které je spojeno s globálními událostmi a je neovlivnitelné. Jedinečné či individuální je následně spojeno s každým instrumentem zvlášť a nevyplývá z ekonomického systému. Investor

diverzifikací je schopen správným rozdělením portfolia jedinečné riziko snížit, avšak systematické nikoliv. Samotný trh je spojený pouze se systematickým rizikem a neexistuje na něm jedinečné riziko. (Veselá, 2011)

Jakým způsobem se podílejí na celkovém riziku právě tyto dvě složky je vysvětlováno vztahem:

$$s_i = \sqrt{\beta_i^2 s_m^2 + s_{ei}^2} \quad (26)$$

kde  $s_i$  celkové riziko i-tého aktiva vyjádřené výběrovou směrodatnou odchylkou výnosových měř,  
 $\beta_i s_m$  beta faktor i-tého aktiva násobený výběrovou směrodatnou odchylkou výnosových měř trhu představuje systematické riziko i-tého aktiva,  
 $s_{ei}$  individuální riziko i-tého aktiva. (Jílek, 2009)

Dále je nutné zavést proměnnou, která vyjádří citlivost jednotlivé akcie vůči chování trhu:

$$\beta_i = \frac{cov_{i,m}}{s_m^2} \quad (27)$$

kde  $\beta_i$  beta faktor vyjadřující citlivost i-tého aktiva na výnosnost trhu,  
 $cov_{i,m}$  výběrová kovariance mezi výnosnostmi i-tého aktiva výnosnosti trhu,  
 $s_m^2$  výběrový rozptyl výnosnosti trhu.

Velikost beta faktoru následně určuje, jak dané aktivum je závislé na trhu. Beta faktor rovný jedné představuje situaci, kdy se výnosová míra aktiva chová stejně, jako výnosová míra trhu. Jestliže je beta faktor vyšší než jedna, aktivum roste a klesá rychleji než trh. Naopak pokud je beta faktor nižší a zároveň kladný, rozumí se tím, že roste nebo klesá pomaleji než trh. Pro záporný koeficient se pak aktivum pohybuje opačným směrem než trh. Pomocí beta faktoru je také možno rozlišovat na aktiva defenzivní, která mají beta faktor nižší než jedna, a ofenzivní, které mají vyšší hodnotu beta faktoru. (Musílek, 2011)

Teorie přímky trhu cenných papírů předpokládá, že každému aktivu by měl být přiřazená výnosnost vzhledem k jeho vztahu vůči trhu udávaného beta faktorem. Očekávaná rovnovážná výnosnost je obdobná tvaru přímky CML:

$$r_i^e = r_f + (r_m - r_f)\beta_i \quad (28)$$

kde  $r_i^e$  očekávaná rovnovážná výnosnost i-tého aktiva,  
 $r_f$  výnosnost bezrizikové investice,  
 $r_m$  výnosnost tržního indexu,  
 $\beta_i$  beta faktor vyjadřující citlivost i-tého aktiva na výnosnost trhu.  
 (Sharpe et al., 1994)

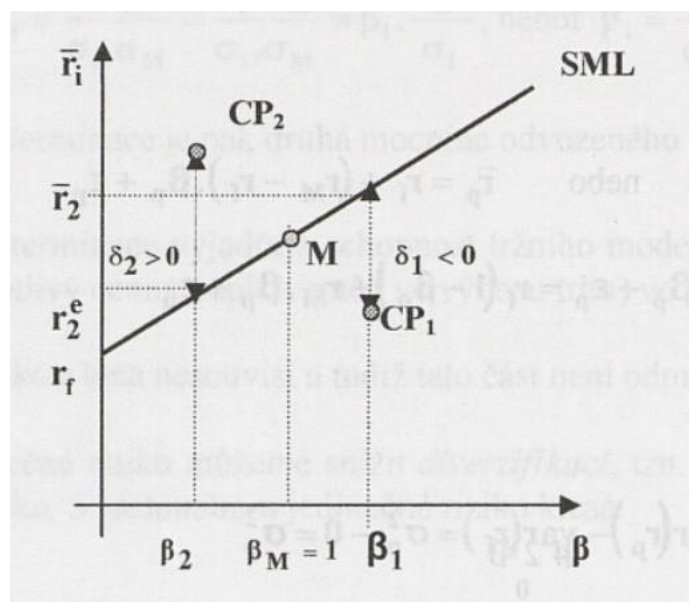
Rozdíl mezi očekávanou rovnovážnou a skutečnou výnosností se využívá jako hodnocení, zda dané aktivum dosahuje vyšší výnosnosti úměrné jeho riziku vyjádřené rovnicí:

$$\alpha_i = r_i - r_i^e \quad (29)$$

kde  $\alpha_i$  výnosnost i-tého aktiva nezávislá na výnosnosti trhu,  
 $r_i$  skutečná výnosnost i-tého aktiva,  
 $r_i^e$  očekávaná rovnovážná výnosnost i-tého aktiva.

Jestliže se koeficient alfa rovná nule, znamená to, že aktivum je správně ohodnoceno. Pro situace, kdy alfa je větší než nula, dosahuje aktivum vyšších výnosností, než odpovídá jeho riziko a pro menší je tomu opačně viz následující graf č.10. (Čámský, 2007)

Graf 10 Přímka trhu cenných papírů



Zdroj: Čámský, 2007



Jestliže se sestaví portfolio z n aktiv, pak právě beta faktor sestaveného portfolio lze vyjádřit váženým průměrem beta faktorů aktiv v něm obsaženém:

$$\beta_p = \sum_{i=1}^n w_i \beta_i \quad (30)$$

kde  $\beta_p$  beta faktor vyjadřující citlivost portfolio na výnosnost trhu,  
 $w_i$  relativní podíl i-tého aktiva v portfolio,  
 $\beta_i$  beta faktor vyjadřující citlivost i-tého aktiva na výnosnost trhu.

S použitím beta faktoru portfolio s výše uvedenými vzorci lze analogicky vypočítat očekávanou rovnovážnou výnosnost a systematické riziko portfolio. U výpočtu jedinečného rizika smýšlet o váženém průměru nelze. Za předpokladu, že do každého aktiva je investováno stejně a jejich individuální rizika nejsou mezi sebou korelované, platí:

$$s_{ep} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{n}\right)^2 s_{ei}^2} \quad (31)$$

kde  $s_{ep}$  individuální riziko portfolio,  
 $s_{ei}$  individuální riziko i-tého aktiva.

Uvádí se, že čím větší počet aktiv v portfolio, tím je výsledné jedinečné riziko zanedbatelnější. Pomyslná hranice úplného zanedbání se nachází kolem 20 aktiv v portfolio. (Čámský, 2007)

### 2.6.5. Faktorové modely

Faktorové modely se často nazývají indexové modely. V podstatě se snaží vysvětlit výnosnost cenného papíru, které jsou citlivé na určitý faktor či index. Nejznámějším faktorem je CAMP model, ale faktorů může být několik, ať už z řad ekonomických nebo mimoekonomických. (Čámský, 2007)

Dále se rozdělují podle počtu faktorů ovlivňujících výnosnost cenného papíru na jednofaktorové, dvoufaktorové až n-faktorové. Mezi známější vícefaktorové modely patří Famův-Frenchův třífaktorový model, který Eugene F. Fama spolu s Kennethem R. Frenchem publikovali v roce 1992. Model byl založen na bázi CAMP a rozšiřuje jej o další dva faktory. Prvním faktorem představuje velikost společnosti, která se měří tržní

kapitalizací. Druhý faktor představuje poměr účetní hodnoty společnosti vůči tržní hodnotě společnosti označovaný BE/ME. (Fama & French, 1992)

Uvádí, že portfolia složené z akcií menších společností dosahují v průměru vyšších výnosností. Větší důraz kladou na poměr BE/ME, kdy portfolia složené z akcií společností s nižšími hodnotami tohoto poměru se setkávají s vyšší výnosností v dlouhém časovém horizontu. Akcie s nižší hodnotou BE/ME jsou označovány jako růstové a s vyšší hodnotou poměru BE/ME jako hodnotové.

První faktor označovaný SMB (small minus big) se vypočítá jako průměr portfolií složený z akcií malých společností mínus průměr portfolií složených z akcií velkých společností. Druhý faktor HML (high minus low) se zjistí, když od sebe odečteme průměr portfolií s vysokým poměrem BE/ME a nízkým poměrem BE/ME. (Fama & French, 1995)

### 3. Metodika

Cílem této práce je seznámit se s různými přístupy k optimalizaci portfolia, na modelových datech navrhnout různými postupy optimální strukturu portfolia, vyhodnotit jednotlivé přístupy a navrhnout vhodný postup optimalizace portfolia pro zvoleného klienta. Zvoleného klienta představuje investor, který hledá možnosti, jak své úspory investovat, aby nebyly znehodnocovány inflací. Důležité kritérium tvoří vysoké výnosnosti, které bývají vykoupěny vysokým rizikem možné ztráty, ale spíše se očekává střední cesta, kdy optimální portfolio přinese určitý výnos s odpovídajícím rizikem.

V teoretické části byla nejprve probrána problematika týkající se akcií, korelační a regresní analýzy, teorie portfolia, Markowitzova modelu, teorie kapitálového trhu a faktorových modelů.

Začátek praktické části se zabývá výběrem akcií, rozdělených do několika skupin, na kterých je provedena korelační analýza. Důvodem je najít vzájemné vztahy, které by mohly být důležité při sestavení portfolia. Dále je vysvětleno na několika případech, jakým způsobem lze použít Markowitzův model optimalizace portfolia a maximalizovat tím investorův užitek. Poslední Markowitzův model hledá tzv. tangenciální portfolio, které je následně spojeno s přímkou kapitálového trhu CML, jenž spadá do modelu oceňování kapitálových aktiv CAPM. Za pomoci přímky trhu cenných papírů SML a třífaktorového Fama-Frenchova modelu jsou vybrány nejlépe ohodnocené akcie, ze kterých jsou sestavena další optimální portfolia. Všechna optimální portfolia jsou tvořena na vybraných akciích za období 2014 až 2018 a rok 2019 je zde ponechán pro zpětně otestování jednotlivých přístupů. Za pomoci získaných poznatků je vytvořeno optimální portfolio pro zvoleného klienta.

Jednotlivé portfolia jsou tvořena v softwaru Microsoft Excel s pomocí doplňku známého jako Řešitel, který je nezbytnou součástí pro optimalizační úlohy.

## 4. Praktická část

### 4.1. Výběr dat

Nejdříve je potřeba získat základní data, tedy aktiva, ze kterých budeme sestavovat portfolio. Pro účely této práce bylo vybráno 35 akcií jednotlivých společností z celého světa z šesti různých odvětví ekonomiky. Vybírání společností z různých koutů světa bylo motivováno snahou vyhnout se akciím jen z lokální ekonomiky a důvodem výběru z více odvětví byla snaha o rozmanitost akcií.

První skupina je tvořena společnostmi zaměřené na počítače a vše kolem nich. Do této skupiny spadají Advanced Micro Devices (AMD) a Intel Corporation (INTC) zabývající se výrobou a vývojem procesorů. Dále Micron Technology (MU) zabývající se výrobou různých druhů pamětí. Western Digital Corporation (WDC) je výrobce pevných disků a integrovaných obvodů. Dalším je společnost zabývající se polovodiči Marvell Technology Group (MRVL). Poslední dvě společnosti z této skupiny není snad ani potřeba představovat, jde o Apple Inc. (AAPL) a Microsoft Corporation (MSFT).

Druhá skupina se zabývá těžbou nebo zpracováním zemního plynu nebo ropy. Do této skupiny spadá ruská společnost Gazprom (OGZPY), americká ExxonMobil Corporation (XOM), čínské China Petroleum & Chemical Corporation (SNP) a Sinopec Shanghai Petrochemical Company Limited (SHI), britsko-německá Royal Dutch Shell (RDS-B) a francouzská Total S.A. (TOT).

Do třetí skupiny spadají společnosti zabývající se přepravou lidí nebo zboží. United Parcel Service, Inc. (UPS) a FedEx Corporation (FDX) jsou americké společnosti specializované na přepravu zásilek a balíků. Dále tři železniční společnosti, americká Union Pacific Corporation (UNP) a japonské Central Japan Railway Company (CJPRY) a East Japan Railway Company (EJPRY). Skupinu uzavírají dvě čínské letecké společnosti China Southern Airlines Company Limited (ZNH) a China Eastern Airlines Corporation Limited (CEA).

Čtvrtá skupina se skládá ze společností poskytující finanční služby. Bank of America Corporation (BAC) a JPMorgan Chase & Co. (JPM), které sídlí v USA. HSBC Holdings plc (HSBC), Barclays PLC (BCS) a Lloyds Banking Group plc (LYG) sídlící v Londýně.

Pátou skupinu tvoří společnosti působící na poli automobilového průmyslu. Z USA jsou to Ford Motor Company (F) a General Motors Company (GM) a německé Bayerische Motoren Werke AG (BMWYY), Daimler AG (DDAIF) a Volkswagen AG (VWAGY).

Šestá skupina je složena ze společností zabývajících se spotřebním zbožím. Z amerických společností je to The Coca-Cola Company (KO) a PepsiCo, Inc. (PEP) zabývajících se potravinářstvím a The Procter & Gamble Company (PG) podnikající především v oblasti drogistického zboží. Na Evropské půdě je tomu švýcarský Nestlé S.A. (NSRGY) zaobírající se potravinářstvím a britsko-nizozemský The Unilever Group (UN) působící navíc i na drogistickém trhu.

Všechny výše zmíněné akcie se obchodují v amerických dolarech, aby se eliminoval problém s měněním se kurzem jednotlivých měn. Tato data společně s daty akciového indexu S&P 500 byly staženy z internetové stránky Yahoo Finance: <https://finance.yahoo.com/> a jednotlivé výnosnosti akcií jsou počítány z měsíčních závěrečných hodnot upravené o vyplacené dividendy a štěpení akcií z let 2014 až 2019. Data spojené se státními dluhopisy pro výpočet bezrizikové výnosové míry byly stáhnuty z oficiálních webových stránek vlády Spojených států amerických: <https://www.treasury.gov/resource-center/data-chart-center/interest-rates/Pages/TextView.aspx?data=billrates> . Pro výpočet byly použity roční dluhopisy mezi lety 2014 a 2018.

#### 4.2. Korelační analýza na vybraných datech

Jak již bylo zmíněno v teoretické části, při výběru jednotlivých akcií do portfolia se snažíme nalézt takové, které se chovají protichůdně, abychom snížili riziko celého portfolia. Proto byla sestavena matice korelačních koeficientů všech akcií mezi sebou a tržních indexů DJIA a S&P 500.

Výsledky korelačních koeficientů se pohybují z valné většiny v kladných číslech při hodnotách od 0 do 0,6, což odráží, že vývoje akcií se v jednotlivých měsících chovají do jisté míry podobně. Průměr korelačních koeficientů, když do průměrů nepočítáme korelační koeficienty akcií se sebou samými, které leží na diagonále matice, pak výsledek se rovná 0,226. Pro lepší vnímání byly korelační koeficienty barevně rozlišeny podle stupně asociace z kapitoly 2.4., ale jednotlivé hranice jsou pouze orientační, jak uvádí ve své knize doc. Hendl. Zeleně jsou vybarveny buňky s žádnou asociací. To znamená v absolutní hodnotě menší než 0,1. Pro mírnou závislost jsou to hodnoty nižší než 0,3 a barva žlutá. Nižším hodnotám než 0,7 v absolutní hodnotě byla přiřazena oranžová barva a větším hodnotám červená. Výsledná tabulka je prostorově objemná, proto zde není uváděná celá, ale celá je dostupná na přiloženém CD.

Na následující tabulce č.3 jsou uvedeny korelační koeficienty mezi čtvrtou, pátou a šestou skupinou. Na první pohled je patrné, že korelační koeficienty uvnitř skupin jsou o poznání vyšší než ty ostatní, což se dalo do jisté míry předpokládat. Mezi skupiny, jejichž korelační koeficienty jsou uvnitř skupiny vyšší patří i druhá skupina zabývající se fosilními palivy. V první a třetí skupině se tento jev do takové míry nevyskytuje, což je možné pozorovat v tabulce č.4. Průměr korelací uvnitř všech skupin po vyřazení diagonály činí 0,389 a mimoskupinové dvakrát nižší s hodnotou 0,198.

Tabulka 3 Korelační koeficienty mezi skupinami 4,5 a 6

	JPM	HSBC	BAC	BCS	LYG	BMWY F	GM	DDAIF	VWAGY	PG	KO	NSRGY	UN	PEP	
JPM	1,000	0,405	0,884	0,503	0,414	0,386	0,378	0,502	0,356	0,342	0,079	0,175	-0,049	-0,017	0,172
HSBC	0,405	1,000	0,426	0,535	0,297	0,313	0,135	0,213	0,258	0,327	0,028	0,220	0,230	0,206	0,179
BAC	0,884	0,426	1,000	0,561	0,421	0,350	0,273	0,419	0,328	0,202	-0,041	0,030	-0,095	-0,080	0,080
BCS	0,503	0,535	0,561	1,000	0,625	0,170	0,216	0,244	0,155	0,200	-0,136	-0,022	-0,054	-0,107	-0,027
LYG	0,414	0,297	0,421	0,625	1,000	0,242	0,372	0,336	0,397	0,340	-0,042	0,193	0,082	0,035	0,056
BMWY F	0,386	0,313	0,350	0,170	0,242	1,000	0,389	0,469	0,801	0,635	-0,017	0,295	0,195	0,310	0,242
F	0,378	0,135	0,273	0,216	0,372	0,389	1,000	0,655	0,407	0,388	0,210	0,281	0,153	0,187	0,250
GM	0,502	0,213	0,419	0,244	0,336	0,469	0,655	1,000	0,509	0,433	0,172	0,317	0,133	0,085	0,194
DDAIF	0,356	0,258	0,328	0,155	0,397	0,801	0,407	0,509	1,000	0,642	0,045	0,340	0,333	0,347	0,285
VWAGY	0,342	0,327	0,202	0,200	0,340	0,635	0,388	0,433	0,642	1,000	0,037	0,295	0,107	0,150	0,213
PG	0,079	0,028	-0,041	-0,136	-0,042	-0,017	0,210	0,172	0,045	0,037	1,000	0,482	0,377	0,344	0,648
KO	0,175	0,220	0,030	-0,022	0,193	0,295	0,281	0,317	0,340	0,295	0,482	1,000	0,537	0,536	0,688
NSRGY	-0,049	0,230	-0,095	-0,054	0,082	0,195	0,153	0,133	0,333	0,107	0,377	0,537	1,000	0,584	0,579
UN	-0,017	0,206	-0,080	-0,107	0,035	0,310	0,187	0,085	0,347	0,150	0,344	0,536	0,584	1,000	0,525
PEP	0,172	0,179	0,080	-0,027	0,056	0,242	0,250	0,194	0,285	0,213	0,648	0,688	0,579	0,525	1,000

Zdroj: Vlastní zpracování

Tabulka 4 Korelační koeficienty mezi skupinami 1,2 a 3

	INTC	AMD	MU WDC	AAPL	MRVL	MSFT	OGZPY	XOM	SNP	SHI	RDS-B	TOT	UPS	FDX	UNP	CJPRY	EJPRY	ZNH	CEA	
INTC	1	0,14892	0,55706	0,44111	0,36944	0,03536	0,01599	0,10039	0,27483	0,28691	0,23257	0,29626	0,10762	0,24352	0,32675	0,182759	0,087264	0,220954	0,173852	0,129713
AMD	0,14892	1	0,1944	0,13814	0,27431	0,03588	0,23425	0,40521	0,37299	0,16707	0,24554	0,24963	0,3353	0,35808	0,276714	0,155102	0,064703	0,090559	0,137346	
MU	0,55706	0,1944	1	0,58974	0,36074	0,29455	0,1883	0,22443	0,24793	0,3096	0,11756	0,29385	0,25455	0,29765	0,40918	0,425878	-0,04765	0,169437	-0,02596	0,00817
WDC	0,44111	0,13814	0,58974	1	0,24682	0,24054	0,22208	0,10084	0,10824	0,38399	0,24585	0,16588	0,01876	0,26572	0,36402	0,313143	0,008948	0,307865	0,085781	0,088836
AAPL	0,36944	0,27431	0,36074	0,24682	1	0,27527	-0,0086	0,07113	0,08244	0,20126	0,16242	0,03511	0,17244	0,13414	0,38586	0,100492	0,158743	0,118807	0,123282	0,210042
MRVL	0,03536	0,27021	0,29455	0,24054	0,27527	1	0,08156	0,05511	-0,0052	0,04472	0,0566	0,06361	0,13631	0,11572	0,30032	0,34777	0,101599	0,043302	0,126743	0,131744
MSFT	0,01599	0,03588	0,1883	0,22208	-0,0086	0,08156	1	0,15051	-0,0187	-0,0332	-0,0346	0,04894	-0,0269	-0,0283	-0,1028	0,02356	0,096955	0,070031	-0,36304	-0,43724
OGZPY	0,10039	0,23425	0,22443	0,10084	0,07113	0,05511	0,15051	1	0,2988	0,43193	0,37843	0,31912	0,47284	0,28396	0,27782	0,255326	0,026203	0,125131	-0,06122	-0,10276
XOM	0,27483	0,40521	0,24793	0,10824	0,08244	-0,0052	-0,0187	0,2988	1	0,56817	0,15263	0,71944	0,49579	0,5921	0,43863	0,46924	0,300716	0,390835	0,038815	0,108928
SNP	0,28691	0,37299	0,3096	0,38399	0,20126	0,04472	-0,0332	0,43193	0,56817	1	0,59896	0,55559	0,56174	0,49765	0,46447	0,390281	0,360325	0,4442	0,338387	0,372968
SHI	0,23257	0,16707	0,11756	0,24585	0,16242	0,0566	-0,0346	0,37843	0,15263	0,59896	1	0,16239	0,29552	0,20795	0,22738	0,10186	0,143321	0,240013	0,48133	0,398994
RDS-B	0,29626	0,24554	0,29385	0,16588	0,03511	0,06361	0,04894	0,31912	0,71944	0,55559	0,16239	1	0,62496	0,3903	0,25985	0,379723	0,21513	0,401842	-0,05468	-0,01256
TOT	0,10762	0,24963	0,25455	0,01876	0,17244	0,13631	-0,0269	0,47284	0,49579	0,56174	0,29552	0,62496	1	0,32534	0,31685	0,297584	0,284414	0,384658	-0,0232	0,012041
UPS	0,24352	0,3353	0,29765	0,26572	0,13414	0,11572	-0,0283	0,28396	0,5921	0,49765	0,20795	0,3903	0,32534	1	0,70236	0,483858	0,137683	0,284094	0,169523	0,266682
FDX	0,32675	0,35808	0,40918	0,36402	0,38586	0,30032	-0,1028	0,27782	0,43863	0,46447	0,22738	0,25985	0,31685	0,70236	1	0,505749	0,130881	0,300783	0,349401	0,411944
UNP	0,18276	0,27671	0,42588	0,31314	0,10049	0,34777	-0,0236	0,25533	0,46924	0,39028	0,10186	0,37972	0,29758	0,48386	0,50575	1	0,14705	0,195639	0,064716	0,170154
CJPRY	0,08726	0,1551	-0,0477	0,00895	0,15874	0,1016	0,09696	0,0262	0,30072	0,36032	0,14332	0,21513	0,28441	0,13768	0,13088	0,14705	1	0,564024	0,202494	0,162884
EJPRY	0,22095	0,0647	0,16944	0,30786	0,11881	0,0433	0,07003	0,12513	0,39084	0,4442	0,24001	0,40184	0,38466	0,28409	0,30078	0,195639	0,564024	1	0,223862	0,200983
ZNH	0,17385	0,09056	-0,026	0,08578	0,12328	0,12674	-0,363	-0,0612	0,03881	0,33839	0,48133	-0,0547	-0,0232	0,16952	0,3494	0,064716	0,202494	0,223862	1	0,915672
CEA	0,12971	0,13735	0,00817	0,08884	0,21004	0,13174	-0,4372	-0,1028	0,10893	0,37297	0,39899	-0,0126	0,01204	0,26668	0,41194	0,170154	0,162884	0,200983	0,915672	1

Zdroj: Vlastní zpracování

V další tabulce s č.5 jsou obsaženy korelační koeficienty jednotlivých akcií vůči tržnímu indexu S&P500, který zde představuje trh. Jednotlivé akcie jsou pozitivně korelovány s výjimkou akcií společnosti Microsoft, kde se koeficient rovná hodnotě - 0,039. Tato hodnota naznačuje, že akcie výše zmíněné společnosti by se měly chovat nezávisle na vývoji akciového trhu.

Tabulka 5 Korelační koeficienty akcií a akciového indexu S&P 500

	S&P500		S&P500		S&P500		S&P500		S&P500		S&P500
INTC	0,431	OGZPY	0,253	UPS	0,643	JPM	0,644	BMWYY	0,511	PG	0,301
AMD	0,609	XOM	0,582	FDX	0,753	HSBC	0,373	F	0,493	KO	0,495
MU	0,457	SNP	0,608	UNP	0,514	BAC	0,557	GM	0,574	NSRGY	0,408
WDC	0,412	SHI	0,266	CJPRY	0,277	BCS	0,222	DDAIF	0,602	UN	0,428
AAPL	0,514	RDS-B	0,450	EJPRY	0,489	LYG	0,380	VWAGY	0,456	PEP	0,524
MRVL	0,312	TOT	0,443	ZNH	0,324						
MSFT	-0,039			CEA	0,422						

Zdroj: Vlastní zpracování

Z výše uvedených dat lze předpokládat, že když bude na trhu akcií převládat medvědí nálada, to znamená, že akciový index bude klesat, tak nejpravděpodobněji povede k poklesu hodnoty portfolia, jakkoliv vytvořeného z uvedených akcií.

V kompletní tabulce je také možné vyzorovat, že se korelační koeficienty akcií MSFT a PG oproti ostatním akciím pohybují často okolo hodnoty 0, což poukazuje, že by se měly zmíněné akcie chovat nezávisle vůči ostatním akciím.

### 4.3. Tvorba optimálních portfolií

#### 4.3.1. Markowitzův model

Markowitzův model se snaží správným rozdělením vah neboli podílů jednotlivých aktiv v portfoliu maximalizovat výnosnost a minimalizovat riziko celého portfolia. Tímto se sledují dva konfliktní cíle, protože s rostoucí výnosností roste taky riziko a naopak. Z měsíčních zavíracích cen jednotlivých akcií je vypočtena výnosnost jednotlivých akcií a směrodatná odchylka určující riziko. S použitím kvadratického programování je možno se zaměřit pouze na jednu funkci skládající se z několika proměnných za určitých podmínek. Mezi podmínky v Markowitzově modelu patří, aby jednotlivé váhy neboli podíly jakékoliv akcie v portfoliu nebyl záporný. Se zápornými podíly se můžeme setkat v obchodování a jde o strategii, která spekuluje na pokles ceny. V podstatě jde o případ, kdy se nejprve dané aktivum prodá, spekuluje se na pokles ceny a následně se nakoupí zpět, ale o tom se zde neuvažuje. Protože váhy jsou procentuální vyjádření, kolik z celkové částky se investuje právě do daného aktiva, je nutno zavést druhou podmínku. Součet vah se musí rovnat 100%, což představuje investování právě všech dostupných prostředků.

#### 4.3.2. Markowitzův model – maximální výnosnost, minimální riziko

Při hledání nejvýnosnějšího portfolia a zároveň se žádným způsobem neomezí velikost rizika, tak model vždy navrhne takové složení vah, kde 100% váhy bude u

nejvýnosnějšího aktiva. Když se použije model na zvolených datech, výsledné portfolio A bude mít stejnou měsíční očekávanou výnosnost a riziko jako akcie AMD, protože je tvořeno pouze z této akcie.

Tabulka 6 Výsledky portfolia A

Měsíční výnosnost portfolia A:	4,08%
Směrodatná odchylka (riziko) portfolia A:	17,32%

Zdroj: Vlastní zpracování

Při opačném scénáři, kdy investor nehledí na velikost výnosnosti a snaží se pouze minimalizovat riziko, vypadá model následovně:

$$\text{minimalizuj} \quad \sqrt{\sum_{i=1}^{35} \sum_{j=1}^{35} w_i w_j \text{cov}_{i,j}}$$

$$\text{za podmínek} \quad \sum_{i=1}^{35} w_i = 1$$

$$w_i \geq 0$$

Kde  $w_i$  a  $w_j$  jsou výše zmiňované váhy, u kterých je požadováno, aby nebyly záporné a v součtu se rovnaly 100%. Výsledné portfolio B dosahuje hodnot:

Tabulka 7 Výsledky portfolia B

Měsíční výnosnost portfolia B:	0,77%
Směrodatná odchylka (riziko) portfolia B:	2,20%

Zdroj: Vlastní zpracování

Tabulka 8 Relativní zastoupení akcií v portfoliu B

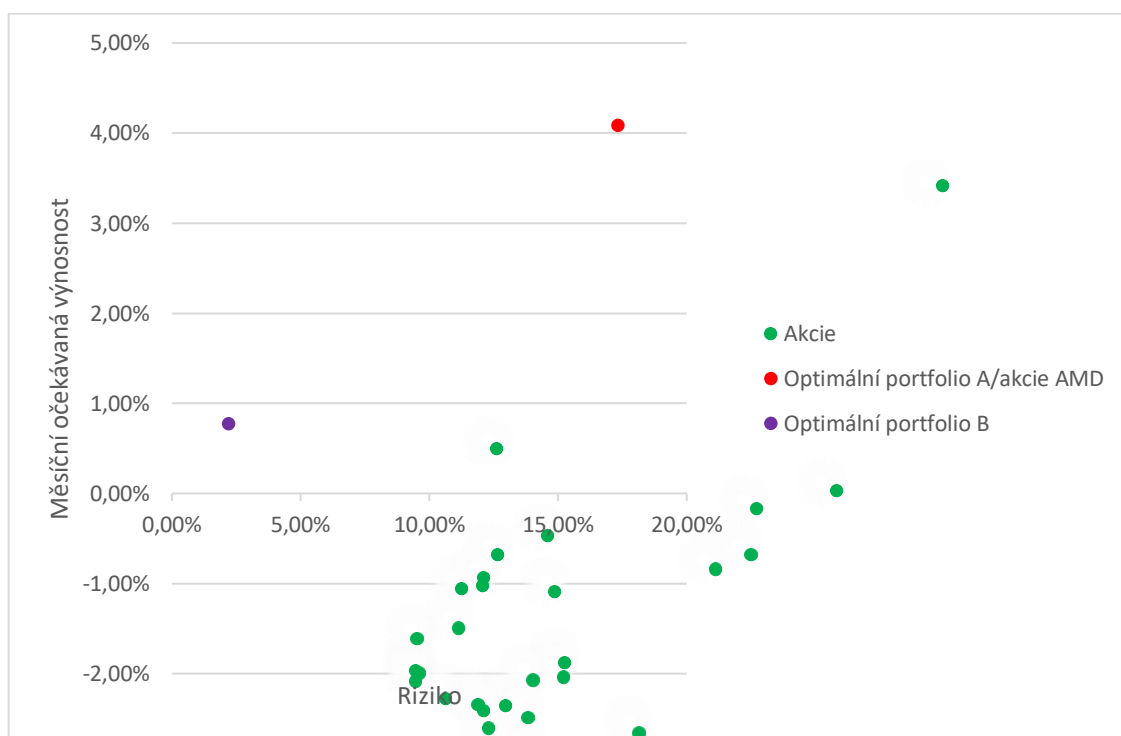
Akcie	Váha	Akcie	Váha	Akcie	Váha
INTC	4,88%	OGZPY	1,32%	UPS	0,00%
AMD	0,00%	XOM	2,11%	FDX	0,00%
MU	0,00%	SNP	0,00%	UNP	0,00%
WDC	0,00%	SHI	0,00%	CJPRY	15,25%
AAPL	0,00%	RDS-B	0,15%	EJPRY	0,00%
MRVL	0,80%	TOT	4,87%	ZNH	1,22%
MSFT	13,80%			CEA	0,27%
JPM	0,00%	BMWYY	0,00%	PG	26,50%
HSBC	0,52%	F	0,00%	KO	3,00%
BAC	2,81%	GM	0,00%	NSRGY	13,13%
BCS	6,33%	DDAIF	0,00%	UN	0,00%
LYG	3,05%	VWAGY	0,00%	PEP	0,00%

Zdroj: Vlastní zpracování



Nejméně rizikové portfolio, které je možné sestavit touto metodou dosahuje očekávané měsíční výnosnosti 0,77% a rizika ve výši 2,2%. Nejvíce je v portfolio zastoupena šestá skupina akcií společností zabývajících se spotřebním zbožím a největší podíl v portfolio dosahuje akcie PG ve výši 26,5%. V následujícím grafu č.11 jsou zobrazeny výsledky portfolio A, které je tvořeno pouze akcií AMD, a portfolio B. Lze si všimnout, že kombinací jednotlivých aktiv se dostalo portfolio B na menší riziko, než které by mohlo být získané investováním do jakékoliv akcie samostatně.

Graf 11 Optimální portfolio A a B



Zdroj: Vlastní zpracování

#### 4.3.3. Markowitzův model – měsíční výnosnost 1,25%

V předchozí části se neomezil druhý z konfliktních cílů, a tak se našly pouze oba extrémy. Nejvýnosnější portfolio A, které se skládá pouze z jedné akcie, a nejméně rizikové portfolio B. Nyní bude vytvořeno portfolio C, kdy jeden z těchto konfliktních cílů bude omezen určitou podmínkou. Konkrétně aby hledané portfolio dosahovalo určité minimální očekávané výnosnosti při minimalizaci výsledného rizika. Na podmínky lze nahlížet i z opačné stránky, kdy se investor snaží nalézt maximálně výnosné portfolio pro určitou hranici rizika, kterou nechce překročit. Jaký cíl omezit podmínkou a na jaké hodnotě pak záleží na preferencích investora.

Pro další výpočty bylo zvoleno, aby hledané portfolio C dosahovalo minimální měsíční výnosnosti ve výši 1,25% a za této dodatečné podmínky se hledá portfolio s nejnižším rizikem:

$$\text{minimalizuj} \quad \sqrt{\sum_{i=1}^{35} \sum_{j=1}^{35} w_i w_j \text{cov}_{i,j}}$$

$$\text{za podmínek} \quad \sum_{i=1}^{35} w_i = 1$$

$$w_i \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^{35} w_i r_i \geq 0,0125$$

Mezi již použité podmínky, jako je nezápornost vah a součet vah rovný 100%, přibyla i námi zadaná podmínka na požadovanou minimální očekávanou měsíční výnosnost výsledného portfolia ve výši 1,25%. Výsledky je pak možné pozorovat z následujících tabulek č.9 a 10:

Tabulka 9 Výsledky portfolia C

Měsíční výnosnost portfolia C:	1,25%
Směrodatná odchylka (riziko) portfolia C:	2,40%

Zdroj: Vlastní zpracování

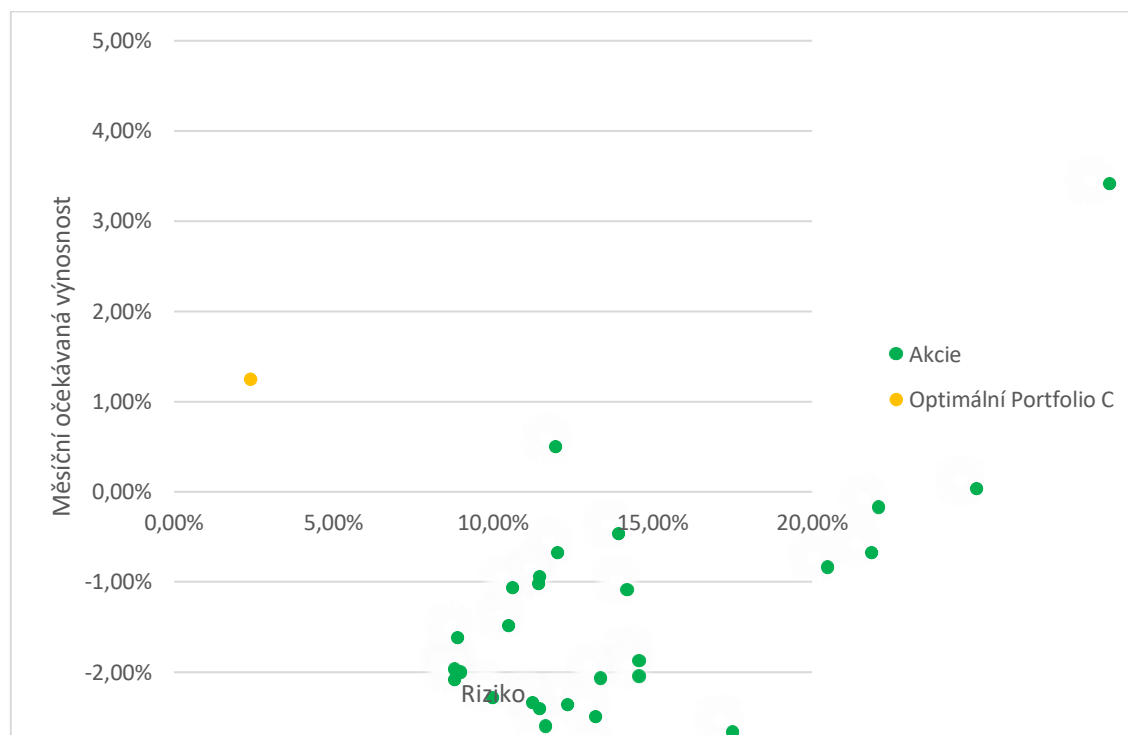
Tabulka 10 Relativní zastoupení akcií v portfoliu C

Akcie	Váha	Akcie	Váha	Akcie	Váha
INTC	6,84%	OGZPY	0,00%	UPS	0,00%
AMD	0,00%	XOM	0,00%	FDX	0,00%
MU	0,00%	SNP	0,00%	UNP	0,02%
WDC	0,00%	SHI	0,00%	CJPRY	14,08%
AAPL	1,93%	RDS-B	0,07%	EJPRY	0,14%
MRVL	0,21%	TOT	1,74%	ZNH	0,24%
MSFT	27,05%			CEA	5,36%
JPM	3,06%	BMWYY	0,02%	PG	20,09%
HSBC	2,66%	F	0,00%	KO	5,84%
BAC	4,48%	GM	0,00%	NSRGY	3,04%
BCS	0,00%	DDAIF	0,00%	UN	3,13%
LYG	0,00%	VWAGY	0,00%	PEP	0,00%

Zdroj: Vlastní zpracování

Hledané portfolio C dosahuje zadané výnosnosti a za nejmenšího možné rizika tak, aby leželo právě na efektivní hranici možných portfolií. Portfolio C již neupřednostňuje největší zastoupení akcie PG, ale větší důraz klade na akcie z první skupiny, konkrétně akcii MSFT, která tvoří 27,05% podíl portfolia. Při zanesení do grafu č.12. spolu s akciemi, dosahuje vytvořené portfolio C nižší riziko, než by mohlo být dosaženo investováním do jakékoliv jednotlivé akcie.

Graf 12 Optimální portfolio C



Zdroj: Vlastní zpracování

#### 4.3.4. Markowitzův model – opatrnostní koeficient

Zavedením tzv. opatrnostního koeficientu je možnost, jak modifikovat účelovou funkci a zaměřit se tak na oba protichůdné cíle současně. Opatrnostní koeficient nabývá hodnot od 0 do 1, kde hodnota představuje přesvědčení investora, do jaké míry přikládá důležitost riziku výsledného portfolia. Při nízkých hodnotách investora zajímá převážně očekávaná výnosnost portfolia a při vysoké hodnotě jej zajímá pouze riziko portfolia. V následujícím modelu je použita modifikovaná účelová funkce a opatrnostní koeficient ve výši 0,3, který představuje investora, kterému záleží na obou cílech, avšak na očekávané výnosnosti o něco více:

maximalizuj

$$(1 - 0,3) \sum_{i=1}^{35} w_i r_i - 0,3 \sqrt{\sum_{i=1}^{35} \sum_{j=1}^{35} w_i w_j cov_{i,j}}$$

za podmínek

$$\sum_{i=1}^{35} w_i = 1$$

$$w_i \geq 0$$

Výsledné portfolio D dosahuje hodnot viz následující tabulky č.11 a 12:

Tabulka 11 Výsledky portfolia D

Měsíční výnosnost portfolia D:	1,95%
Směrodatná odchylka (riziko) portfolia D:	3,54%

Zdroj: Vlastní zpracování

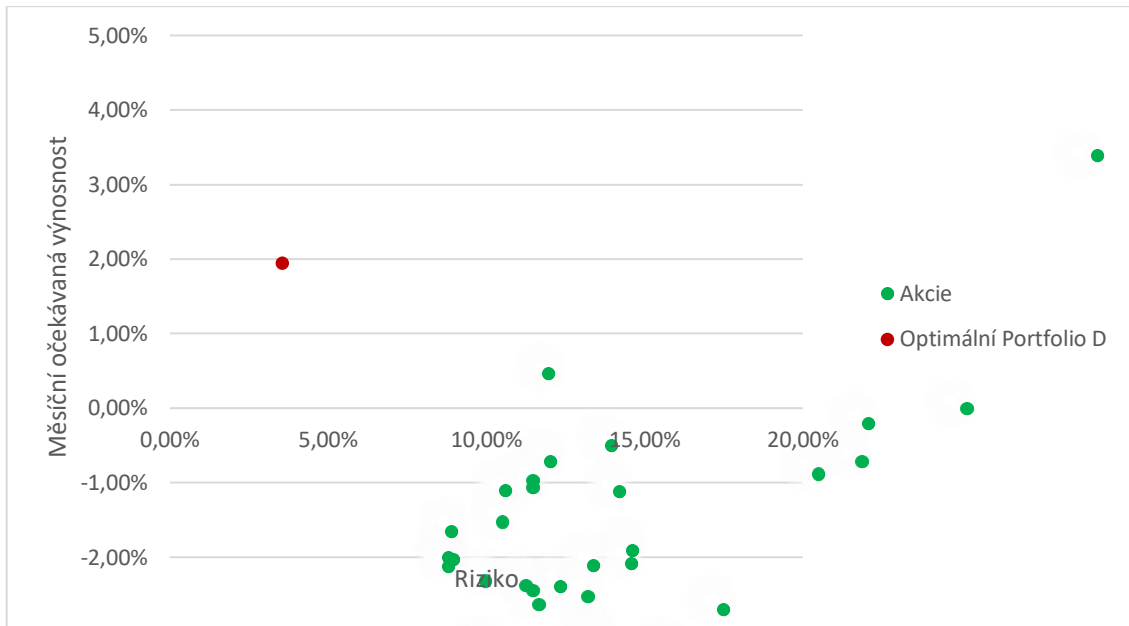
Tabulka 12 Relativní zastoupení akcií v portfoliu D

Akcie	Váha	Akcie	Váha	Akcie	Váha
INTC	9,49%	OGZPY	0,00%	UPS	0,00%
AMD	6,04%	XOM	0,00%	FDX	0,00%
MU	0,00%	SNP	0,00%	UNP	9,47%
WDC	0,00%	SHI	0,00%	CJPRY	2,72%
AAPL	5,58%	RDS-B	0,00%	EJPRY	0,00%
MRVL	0,00%	TOT	0,00%	ZNH	8,23%
MSFT	49,93%			CEA	3,08%
JPM	0,00%	BMWYY	0,00%	PG	0,00%
HSBC	0,00%	F	0,00%	KO	0,00%
BAC	0,00%	GM	0,00%	NSRGY	0,00%
BCS	0,00%	DDAIF	0,00%	UN	5,47%
LYG	0,00%	VWAGY	0,00%	PEP	0,00%

Zdroj: Vlastní zpracování

Když byl zadán opatrnostní koeficient 0,3, bylo tím řečeno, že je více upřednostňovaná očekávaná výnosová míra než riziko výsledného portfolia. Když se bude snižovat opatrnostní koeficient, bude se blížit výsledné portfolio k optimálnímu portfoliu A. Při zvyšování opatrnostního koeficientu bude výsledné portfolio směřovat druhým směrem k portfoliu B. Opět zde platí stejné pravidlo, výnosnost portfolia D je větší než výnosnost jednotlivých akcií se stejným rizikem viz graf č.13.

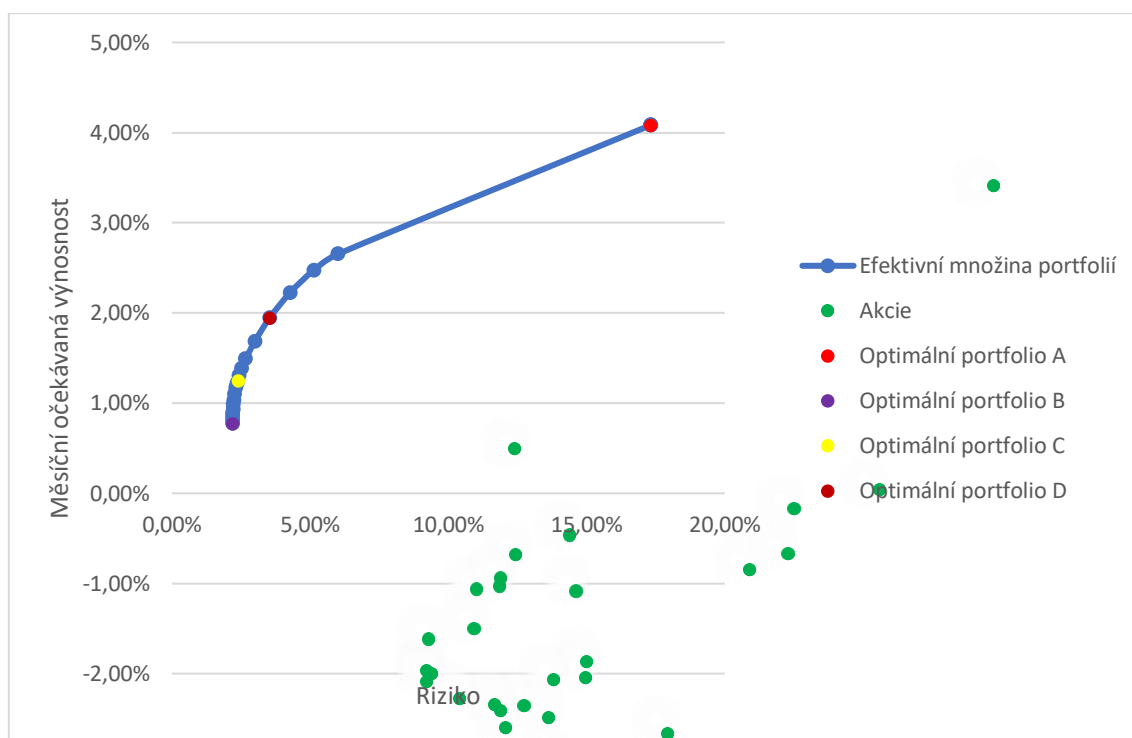
Graf 13 Optimální portfolio D



Zdroj: Vlastní zpracování

Jestliže snižováním a zvyšováním opatrnostního koeficient se lze přiblížit k extrémům, to je k portfoliu A a B. Je potom možné, pomocí této metody vypočítat a zakreslit do grafu efektivní množinu portfolií. Stačí jen, když se provede několik výpočtů s různými opatrnostními koeficienty. Pro tento výpočet bylo použito 21 výpočtů s opatrnostními koeficienty od 0 do 1 s rozestupy 0,05. Když se následně spojí vypočtená portfolia, vznikne tak efektivní množina portfolií viz graf č.14, do kterého byly také přidány optimální portfolia A, B, C a D.

Graf 14 Efektivní množina portfolií

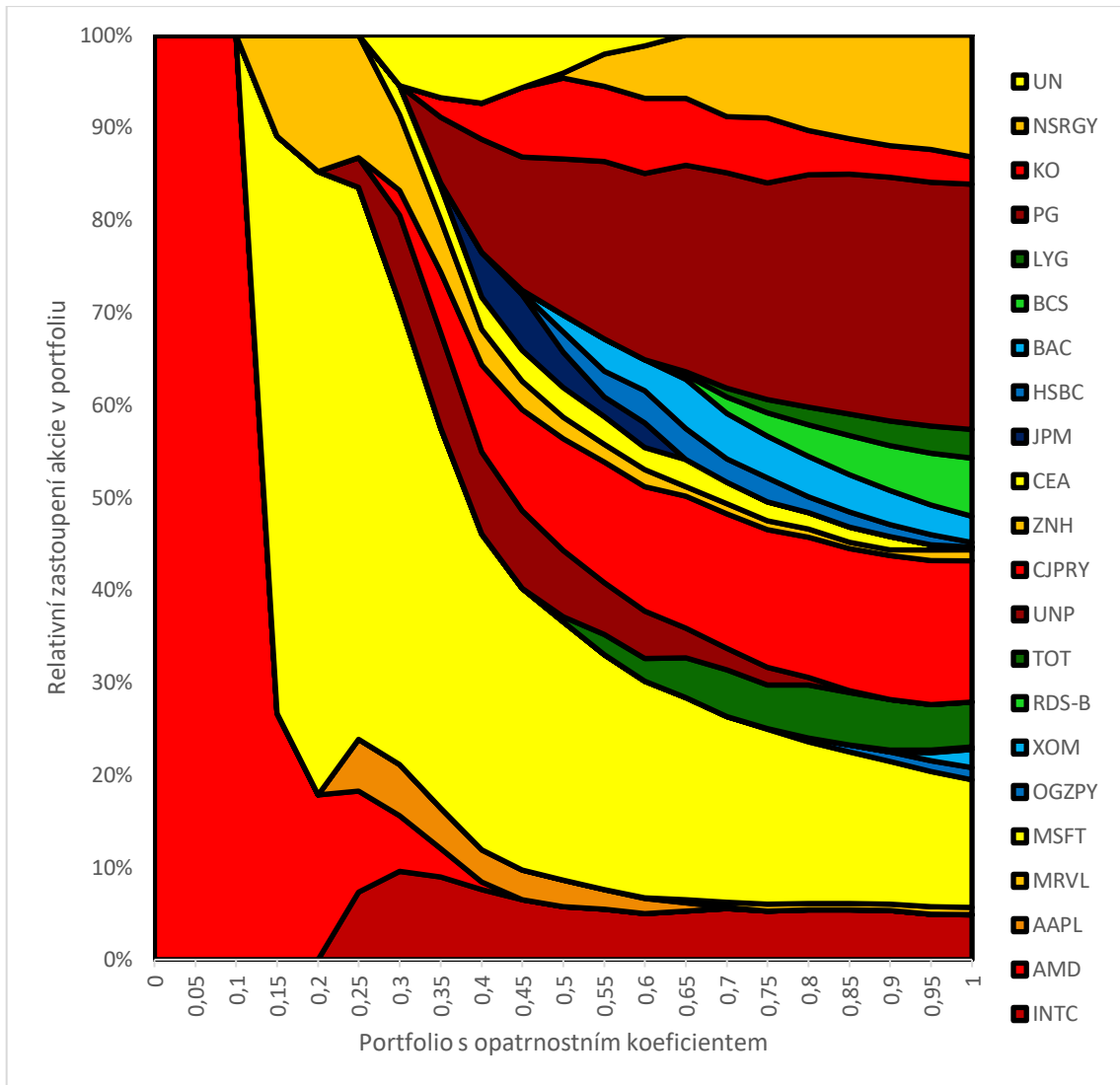


Zdroj: Vlastní zpracování

Na grafu č.14 lze spatřit vlastnosti efektivní množiny, že všechny použité akcie leží pod křivkou. Pro určitou výši výnosnosti neexistuje méně riziková varianta a tento vztah platí i obráceně. Pro stejně rizikové portfolio neexistuje výnosnější varianta. Na obou koncích jsou právě portfolia A a B, které jsou extrémní efektivní množiny. Změna výnosností a rizika se děje jen změnou vah u jednotlivých akcií, což krásně nastínil následující graf č.15 struktury akcií ve všech použitých 21 portfoliích.

Aby byly lépe rozlišitelné jednotlivé skupiny akcií, byly střídavě použity dvě skupiny barev. První skupina barev začíná žlutou barvou a končí červenou a druhá skupina začíná zelenou a končí modrou barvou. Levá strana grafu představuje nejvýnosnější portfolio A složené pouze z akcie AMD. Směrem doprava se začíná akcie AMD z portfolií vytrácet a nahrazuje ji akcie MSFT a INTC spolu s třetí skupinou akcií zahrnující dopravní společnosti. V portfoliu s opatrnostním koeficientem 0,3 se začínají objevovat akcie šesté skupiny a s rostoucím opatrnostním koeficientem získává tato skupina větší zastoupení v portfoliu na úkor první skupiny. Napravo se pak nachází portfolio s opatrnostním koeficientem 1, které je v podstatě nejméně rizikové portfolio B.

Graf 15 Relativní zastoupení akcií po celé délce efektivní množiny



Zdroj: Vlastní zpracování

#### 4.3.5. Markowitzův model – tangenciální portfolio

Tangenciální portfoliem se značí speciální případ, který bude použit i v následující kapitole. Jde o takové portfolio, které má největší výnosnost vztahenou na jednotku rizika a první možností, jak toto portfolio sestavit, je přímo upravit model na následující tvar:

$$\text{maximalizuj} \quad \frac{\sum_{i=1}^{35} w_i r_i - r_f}{\sqrt{\sum_{i=1}^{35} \sum_{j=1}^{35} w_i w_j \text{cov}_{i,j}}}$$

za podmínek  $\sum_{i=1}^{35} w_i = 1$

$$w_i \geq 0$$

Účelovou funkci v modelu tvoří Sharpeho poměrový ukazatel, který byl stvořen pro porovnání výnosností dvou investic, avšak s rozdílnými riziky, protože vztahuje očekávanou výnosnost portfolia na jednotku rizika. Ostatní podmínky zůstávají stejné, jako u předešlých modelů. Výsledné portfolio T má parametry:

Tabulka 13 Výsledky portfolia T

Měsíční výnosnost portfolia T:	1,69%
Směrodatná odchylka (riziko) portfolia T:	3,02%

Zdroj: Vlastní zpracování

Tabulka 14 Relativní zastoupení akcií v portfoliu T

Akcie	Váha	Akcie	Váha	Akcie	Váha
INTC	9,05%	OGZPY	0,00%	UPS	0,00%
AMD	3,13%	XOM	0,00%	FDX	0,00%
MU	0,00%	SNP	0,00%	UNP	10,26%
WDC	0,00%	SHI	0,00%	CJPRY	6,50%
AAPL	4,37%	RDS-B	0,00%	EJPRY	0,00%
MRVL	0,00%	TOT	0,00%	ZNH	5,56%
MSFT	41,36%			CEA	3,75%
JPM	0,34%	BMWYY	0,00%	PG	7,02%
HSBC	0,00%	F	0,00%	KO	1,78%
BAC	0,00%	GM	0,00%	NSRGY	0,00%
BCS	0,00%	DDAIF	0,00%	UN	6,87%
LYG	0,00%	VWAGY	0,00%	PEP	0,00%

Zdroj: Vlastní zpracování

Z tabulky č. 14 si lze všimnout, že optimální portfolio T upřednostňuje akcie z první skupiny v celkovém součtu 57,91%, z nichž největší zastoupení ve výši 41,36% dosahuje akcie MSFT. Zbytek akcií v portfoliu pak spadá do třetí a šesté skupiny.

Druhou metodou, jak tangenciální portfolio nalézt, je za použití již sestavených portfolií. Vybírá se z nich takové, které dosahuje nejvyšší hodnoty Sharpeho poměrového ukazatele. Nevýhodou je, že vybíráme z omezeného počtu portfolií, které se nejvíce přiblíží právě portfoliu T a vzniká určitá nepřesnost. Nejvyšší hodnoty Sharpeho



poměrového ukazatele dosahuje optimální portfolio s opatrnostním koeficientem 0,35 viz tabulka č.15. Podle výsledků na příloženém CD je rozdíl v Sharpeho poměrovém ukazateli 3 miliontiny ve prospěch portfolia T, který je zanedbatelný.

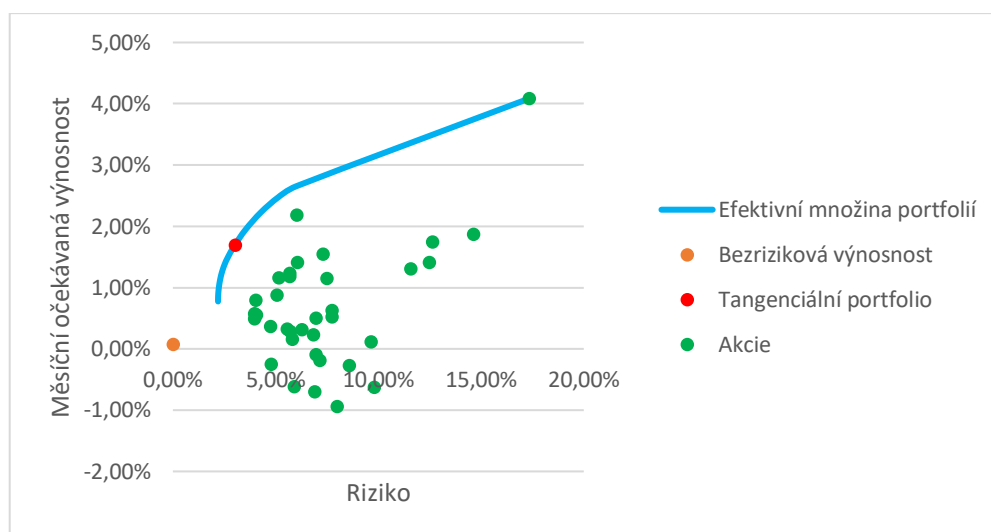
Tabulka 15 Sharpeho poměrový ukazatel po celé délce efektivní množiny

Optimální portfolio s opatrnostní koeficientem	Měsíční očekávaná výnosnost portfolia	Riziko portfolia	Sharpeho poměrový ukazatel
0	4,08%	17,32%	0,2311
0,05	4,08%	17,32%	0,2311
0,1	4,08%	17,32%	0,2311
0,15	2,65%	6,01%	0,4282
0,2	2,48%	5,14%	0,4665
0,25	2,23%	4,28%	0,5016
0,3	1,95%	3,54%	0,5274
0,35	1,69%	3,00%	0,5356
0,4	1,49%	2,67%	0,5285
0,45	1,39%	2,53%	0,5175
0,5	1,31%	2,44%	0,5030
0,55	1,23%	2,37%	0,4849
0,6	1,18%	2,33%	0,4706
0,65	1,10%	2,28%	0,4482
0,7	1,03%	2,25%	0,4240
0,75	0,99%	2,23%	0,4066
0,8	0,93%	2,22%	0,3852
0,85	0,89%	2,21%	0,3669
0,9	0,85%	2,20%	0,3513
0,95	0,81%	2,20%	0,3340
1	0,77%	2,20%	0,3159

Zdroj: Vlastní zpracování

Když zaneseme výsledek do grafu č.16. a pomyslně si spojíme bezrizikovou výnosnost s tangenciálním portfoliem, získáváme přímkou, která je tečnou na efektivní množinu portfolií. V tomto případě bude mít takto sestavená přímka nejvyšší možný sklon. Při optimalizačních úlohách se právě využívá tento sklon, označovaný úhlem tangens a z toho pochází termín tangenciální portfolio.

Graf 16 Optimální portfolio T

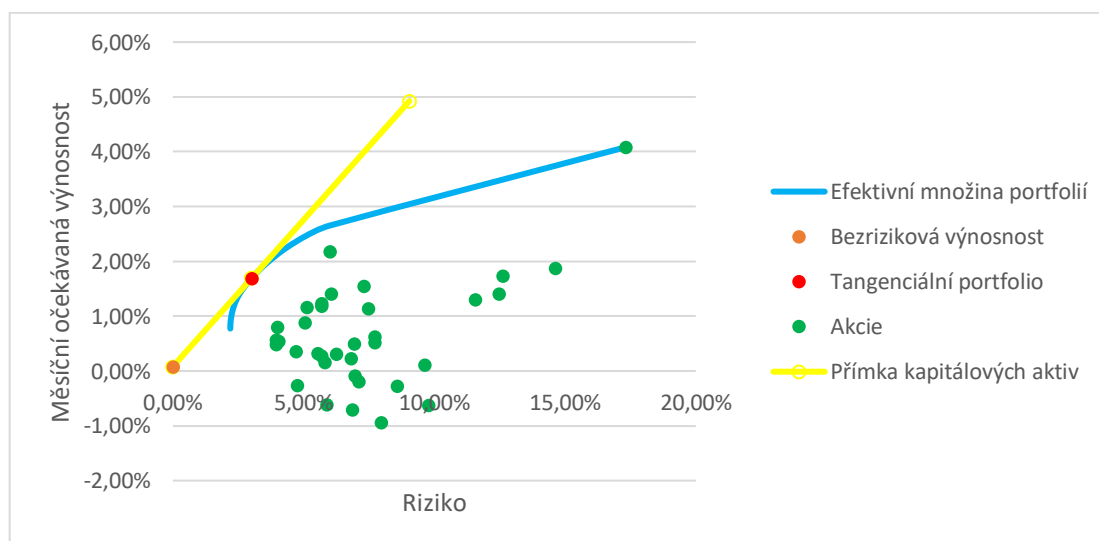


Zdroj: Vlastní zpracování

#### 4.3.6. CAPM – přímka CML

Přímka kapitálových aktiv je založena na teorii Markowitz, do které bylo přidáno bezrizikové aktivum, které dosahuje určité očekávané výnosové míry a nulového rizika. Teorie předpokládá, že je možné za bezrizikovou výnosovou míru investovat, ale zároveň si i půjčit finanční obnos a ten následně investovat do tangenciálního portfolia. Tím připouští i záporný podíl bezrizikového aktiva v portfoliu. Výsledné portfolia sestavené z kombinace bezrizikového aktiva a tangenciálního portfolia leží na přímce CML, čímž dosahují lepších výsledků než původní efektivní množina portfolií sestavená pouze z rizikových aktiv viz. graf č.17.

Graf 17 Přímka kapitálových aktiv



Zdroj: Vlastní zpracování

Na začátku bylo vytvořeno portfolio A s maximálním výnosem, portfolio B s minimálním rizikem a nyní budou vytvořeny lepší varianty pomocí přímky kapitálových aktiv. Portfolio A', které dosahuje stejné očekávané výnosnosti jako portfolio A, ale s nižším rizikem a portfolio B' se stejným rizikem jako portfolio B, ale s vyšší očekávanou výnosností.

V prvním případě se jedná o výpůjční portfolio, protože požadovaná výnosnost portfolio A' je vyšší než výnosnost tangenciálního portfolio. Bude potřeba si za bezrizikovou výnosovou míru půjčit a vše investovat do tangenciálního portfolio. Za použití vzorce č. 22 a předpokladu, že součet vah se rovná 100%, vznikají dvě rovnice o dvou neznámých:

$$4,08263\% = w_{A'T} * 1,69486\% + w_{A'Rf} * 0,07977\% \quad (32)$$

$$100\% = w_{A'T} + w_{A'Rf}$$

kde  $w_{A'T}$  relativní podíl tangenciálního portfolio v portfolio A'

$w_{A'Rf}$  relativní podíl bezrizikového aktiva v portfolio A'

Výsledný podíl tangenciálního portfolio se následně násobí rizikem tangenciálního portfolio podle vzorce č. 23 a je vypočteno riziko portfolio A' ve výši 7,47%.

V druhém případě se jedná o zápůjční portfolio, protože požadované riziko portfolio B' je nižší než riziko tangenciálního portfolio. Proto část bude investována do tangenciálního portfolio a zbytek do bezrizikového aktiva. Opět se vychází za předpokladu, že suma obou vah musí být 100%, a ze vzorce č.23, čímž se získají dvě opět dvě rovnice o dvou neznámých:

$$2,19634\% = w_{B'T} * 3,01525\% \quad (33)$$

$$100\% = w_{B'T} + w_{B'Rf}$$

kde  $w_{B'T}$  relativní podíl tangenciálního portfolio v portfolio B'

$w_{B'Rf}$  relativní podíl bezrizikového aktiva v portfolio B'

Výsledná očekávaná měsíční výnosnost se vypočítá podle vzorce č.22 a jednotlivé výsledky portfolio lze pozorovat z následující tabulky výsledků č.16:

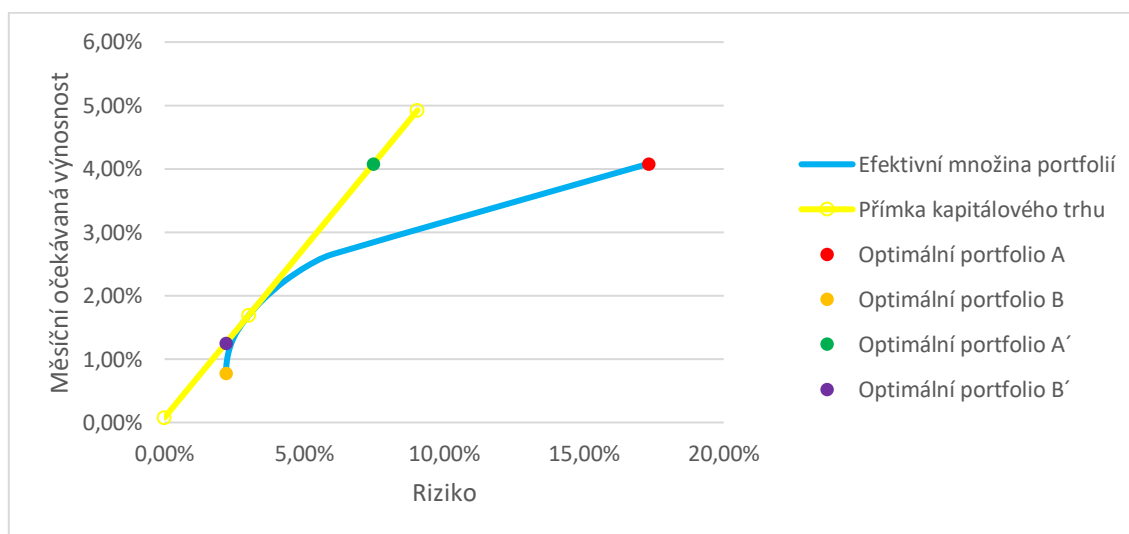
Tabulka 16 Výsledky portfolia A' a B' podle CML

Optimální portfolio	Měsíční očekávaná výnosnost	Riziko	Relativní podíl tangenciálního portfolia	Relativní podíl bezrizikového aktiva
A	4,08263%	17,32328%	-	-
B	0,77362%	2,19634%	-	-
T	1,69486%	3,01525%	100,00%	0,00%
A'	4,08263%	7,47300%	247,84%	-147,84%
B'	1,25622%	2,19634%	72,84%	27,16%

Zdroj: Vlastní zpracování

Portfolio B' se nazývá zápůjční, kdy se investuje 27,16% finančních prostředků do bezrizikového aktiva, zbylých 72,84% do tangenciálního portfolia a tím se dosáhne lepších výsledků, než u portfolia B. Portfolio A' se značí jako výpůjční, v podstatě se vypůjčí finanční prostředky za bezrizikovou výnosovou míru a následně se investují do tangenciálního portfolia, díky kterému dosáhne stejné výnosové míry, ale s nižším rizikem než v případě portfolia A. Všechny výše zmíněné optimální portfolia lze pozorovat v grafu č.18.

Graf 18 Optimální portfolio A' a B'



Zdroj: Vlastní zpracování

Druhou možností, jak vypočítat portfolio A'' a B'', je rozšíření modelu Markowitze o bezrizikové aktivum. Výpočty probíhají obdobným způsobem, jako v kapitole 4.3.3., kdy jeden cíl se pevně stanoví a pro druhý hledáme minimum nebo maximum. V případě hledání portfolia B'' se hledá nejvyšší očekávaná výnosnost za podmínek, aby součet vah byl rovný 100%, výsledné riziko portfolia se rovnalo 2,19634% a nezápornosti jednotlivých vah s výjimkou 36. aktiva:

maximalizuj  $\sum_{i=1}^{36} w_i r_i$

za podmínek  $\sum_{i=1}^{36} w_i = 1$

$$w_i \geq 0; \text{ pro } i = \{1, 2, \dots, 35\}$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{36} \sum_{j=1}^{36} w_i w_j \text{cov}_{i,j}} = 2,19634\%$$

V případě portfolia B'' dodatečná podmínka na nezápornost 36. aktiva neboli bezrizikového aktiva ničemu neuškodí. Problém ale nastává u portfolia A'', kde váha bezrizikového aktiva musí být záporná, aby bylo možné dosáhnout požadované výnosnosti portfolia. Při výpočtu portfolia A'' jde o minimalizační funkci výsledného rizika za předem uvedené očekávané výnosnosti portfolia v jedné z podmínek:

minimalizuj  $\sqrt{\sum_{i=1}^{36} \sum_{j=1}^{36} w_i w_j \text{cov}_{i,j}}$

za podmínek  $\sum_{i=1}^{36} w_i = 1$

$$w_i \geq 0; \text{ pro } i = \{1, 2, \dots, 35\}$$

$$\sum_{i=1}^{36} w_i r_i = 4,08269\%$$

V následující tabulce č.17 jsou zobrazeny výsledky portfolií vytvořené pomocí přímky kapitálových aktiv a přidáním bezrizikového aktiva přímo do modelu Markowitz. Jednotlivé výsledky jsou do jisté míry odlišné z důvodu zaokrouhlování, avšak princip výpočtu zůstává stejný u obou postupů.

Tabulka 17 Výsledky portfolia A'' a B''

Optimální portfolio	Měsíční očekávaná výnosnost	Riziko	Suma relativních podílů akcií	Relativní podíl bezrizikového aktiva
A''	4,08262%	7,47330%	247,952%	-147,952%
B''	1,25605%	2,19635%	73,463%	26,537%
A'	4,08263%	7,47300%	247,840%	-147,840%
B'	1,25622%	2,19634%	72,841%	27,159%

Zdroj: Vlastní zpracování

Nicméně použití bezrizikového aktiva v praxi je často diskutované téma a má mnoho odpůrců, kteří tvrdí, že bezriziková výnosová míra v podstatě neexistuje a vše je spojené s určitým rizikem. Dalším problémem je vypůjčování peněz za úrokovou míru, za kterou emituje stát své dluhopisy. Určitým kompromisem pak bývá model, kde jsou představeny dvě bezrizikové sazby, jedna pro zápůjční portfolio a druhá pro výpůjční portfolio.

#### 4.3.7. CAPM – přímka SML

Do této doby byla vidána směrodatná odchylka na horizontální ose většiny grafů, která představovala celkové riziko a nyní se budeme zabývat pouze jeho částí. Systematické riziko, jak již bylo zmíněno, představuje riziko celého trhu a nikoliv jednotlivce. Toto riziko se nedá ovlivnit, avšak dá se aspoň určit, do jaké míry jednotlivé aktiva tomu riziku podléhají. Jak moc jsou aktiva závislé na okolním dění je náplní této kapitoly.

Pro další výpočty bude situaci na trhu představovat akciový index S&P 500, vůči kterému je vypočítán koeficient beta u každé akcie. Koeficient beta byl již podrobně představen v teoretické části a jde v podstatě o jakési měřítko, do jaké míry jednotlivé akcie kolísají stejně jako trh.

Beta koeficient je vypočítán kovariancí mezi výnosovými měrami akcie a trhu dělenou rozptylem výnosových měr trhu. Akcie s hodnotami nižší než 1 se označují, jako defenzivní, protože mají menší tendenci kolísat v závislosti na trhu. Agresivní akcie jsou nazvány ty, které mají beta koeficient naopak vyšší. Kolísání v závislosti na trhu by nemělo být chápáno jako určité zlo. Při příznivých podmínkách by právě agresivnější akcie měly dosahovat vyšší výnosnosti.

Tabulka 18 Beta koeficienty akcií

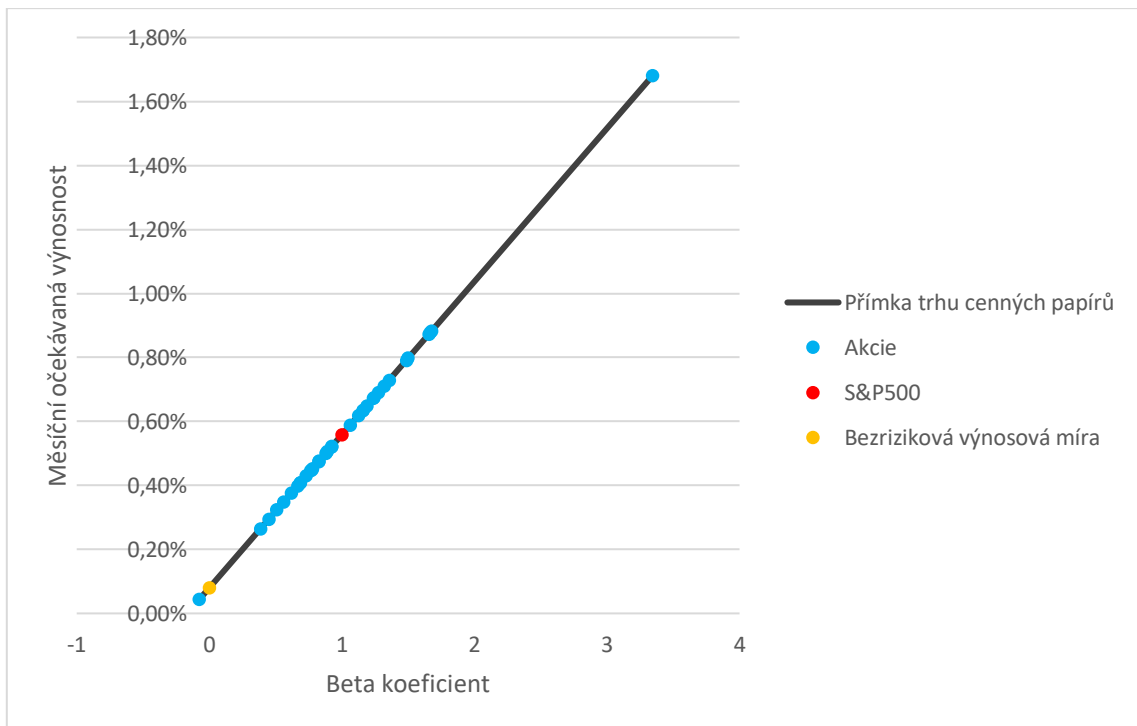
Akcie	Beta	Akcie	Beta	Akcie	Beta
INTC	0,8257	OGZPY	0,7718	UPS	1,1589
AMD	3,3449	XOM	0,8794	FDX	1,6583
MU	1,6769	SNP	1,4867	UNP	0,9252
WDC	1,2769	SHI	1,0641	CJPRY	0,4509
AAPL	1,1900	RDS-B	0,8921	EJPRY	0,7321
MRVL	0,7650	TOT	0,7791	ZNH	1,5004
MSFT	-0,0739			CEA	1,6691
JPM	1,1610	BMWYY	1,1272	PG	0,3876
HSBC	0,6860	F	0,9214	KO	0,6202
BAC	1,3201	GM	1,2416	NSRGY	0,5103
BCS	0,5601	DDAIF	1,3580	UN	0,6862
LYG	0,8273	VWAGY	1,2381	PEP	0,6660

Zdroj: Vlastní zpracování

V tabulce č.18 jsou vypočítány koeficienty beta pro zvolené akcie. Lze si všimnout, že nejvíce defenzivní akcie tvoří šestá skupina. Nejvíce závislé na trhu jsou akcie AMD a hodnota bety u akcií MSFT prozrazuje, že by se vývoj trhu neměl odrážet ve vývoji těchto akcií.

Dále teorie tvrdí, že jednotlivé akcie by měli dosahovat výnosností adekvátní jejich beta koeficientu. Očekávané rovnovážné výnosnosti takových akcií se rovnají součtu bezrizikové úrokové míry a prémie za riziko, kterou se zde myslí právě beta vynásobená výnosností trhu očištěné o bezrizikovou výnosnost. Pomocí beta koeficientů jednotlivých akcií, výnosnosti trhu a bezrizikového aktiva jsme schopni vypočítat očekávané rovnovážné výnosové míry jednotlivých akcií, které v grafu č.19 leží na přímce trhu cenných papírů. Beta koeficient akciového indexu je roven 1, bezriziková výnosová míra rovna 0 a následně tyto body protíná přímka trhu cenných papírů.

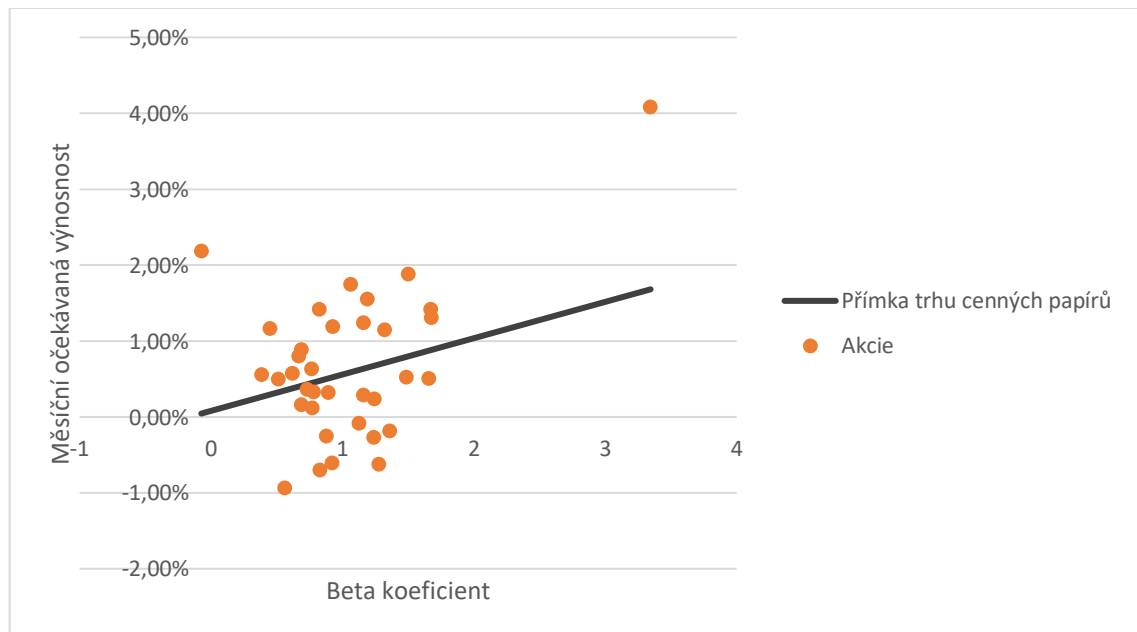
Graf 19 Přímka trhu cenných papírů



Zdroj: Vlastní zpracování

Očekávaná rovnovážná výnosová míra je spíše orientační a od skutečné se často velmi liší. Jestliže se do grafu přímky trhu cenných papírů zanesou akcie se skutečnými výnosovými měrami, jejich poloha vůči křivce bude mít vypovídací hodnotu.

Graf 20 Zvolené akcie a přímka trhu cenných papírů



Zdroj: Vlastní zpracování

Nad přímkou se v grafu č.20 nachází pouze takové akcie, které dosahují vyšších skutečných výnosových měr než je adekvátní vůči jejich beta koeficientům. Vzdálenost



jednotlivých akcií od přímky SML je označován písmenem alfa a v tomto případě dosahuje kladných hodnot. Investoři takové akcie hledají, aby si je zařadili do svých portfolií, proto jsou v následující tabulce č. 19 vypočteny hodnoty alfa pro zvolené akcie.

Tabulka 19 Hodnoty Alfa pro zvolené akcie

Akcie	Alfa	Akcie	Alfa	Akcie	Alfa
INTC	0,94%	OGZPY	-0,33%	UPS	-0,35%
AMD	2,40%	XOM	-0,75%	FDX	-0,37%
MU	0,42%	SNP	-0,27%	UNP	0,66%
WDC	-1,31%	SHI	1,16%	CJPRY	0,87%
AAPL	0,90%	RDS-B	-0,19%	EJPRY	-0,06%
MRVL	0,19%	TOT	-0,12%	ZNH	1,08%
MSFT	2,14%			CEA	0,54%
JPM	0,60%	BMWYY	-0,71%	PG	0,29%
HSBC	-0,25%	F	-1,13%	KO	0,20%
BAC	0,44%	GM	-0,44%	NSRGY	0,17%
BCS	-1,29%	DDAIF	-0,92%	UN	0,47%
LYG	-1,17%	VWAGY	-0,94%	PEP	0,40%

Zdroj: Vlastní zpracování

V tabulce je možné spatřit, že nejvíce vzdálené akcie, které jsou zároveň nad přímkou SML, se nachází v první skupině, konkrétně AMD a MSFT. Naopak nejhůře si vede pátá skupina zabývající se automobilovým průmyslem, kde jsou všechny pod přímkou.

Dále je za pomoci teorie CAMP a přímky trhu cenných papírů sestaveno optimální portfolio. Je zde několik důležitých informací, kterých se bude držet optimalizace následujícího portfolia. Výsledná beta portfolia je váženým průměrem beta koeficientů jednotlivých akcií a zároveň pomocí této bety je možné sestavit očekávanou rovnovážnou výnosnost portfolia a systematické riziko portfolia. Individuální riziko portfolia je možné vypočítat podle vzorce č.31 a za podmínky, že každá akcie v portfoliu představuje stejně veliký podíl.

Nejprve je zredukován počet akcií na dvacet, selekce je prováděna na základě velikosti alfy, kde se vyřazovaly akcie, které dosahovaly nejnižších hodnot.

Tabulka 20 20 vybraných akcií do portfolia E

Akcie	Alfa	Akcie	Alfa	Akcie	Alfa
INTC	0,94%	OGZPY	-0,33%	UPS	-0,35%
AMD	2,40%	XOM	-0,75%	FDX	-0,37%
MU	0,42%	SNP	-0,27%	UNP	0,66%
WDC	-1,31%	SHI	1,16%	CJPRY	0,87%
AAPL	0,90%	RDS-B	-0,19%	EJPRY	-0,06%
MRVL	0,19%	TOT	-0,12%	ZNH	1,08%
MSFT	2,14%			CEA	0,54%
JPM	0,60%	BMWYY	-0,71%	PG	0,29%
HSBC	-0,25%	F	-1,13%	KO	0,20%
BAC	0,44%	GM	-0,44%	NSRGY	0,17%
BCS	-1,29%	DDAIF	-0,92%	UN	0,47%
LYG	-1,17%	VWAGY	-0,94%	PEP	0,40%

Zdroj: Vlastní zpracování

Během výběru dvaceti akcií z původních pětaticeti byly vyřazeny akcie, které patřily do skupiny zabývající se ropným průmyslem. Ze skupiny působící na poli finančních služeb byly vyřazeny tři akcie a ze skupiny podnikající v automobilovém průmyslu nezůstala jediná akcie v portfoliu. Výsledné portfolio E je tvořeno z vybraných akcií s váhami 0,05 u každé a podle teorie CAPM dosahuje výsledků:

Tabulka 21 Výsledky portfolia E

	Beta koeficient	Očekávaná měsíční výnosnost	Celkové riziko	Systematické riziko	Individuální riziko
Optimální portfolio E	1,0100457	0,5632%	3,7064%	3,1856%	1,8945%

Zdroj: Vlastní zpracování

Další možností, jak s pomocí CAPM by bylo možné vytvořit portfolio, je cílit model na určitou velikost beta koeficientu portfolia, protože od ní se následně odvíjí očekávaná výnosnost a riziko systematické riziko výsledného portfolia.

#### 4.3.8. Famův-Frenchův třífaktorový model

Famův-Frenchův třífaktorový model je založený na základech CAPM modelu a rozšiřuje jej o další dva faktory SMB a HML, které jsou rozepsány v kapitole 2.6.5. Výpočet jednotlivých faktorů není předmětem práce a jsou použity vypočtené a volně dostupné faktory z webových stránek Tuckovy školy podnikání v Hanoveru na adrese: [https://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data\\_library.html](https://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html) . Jednotlivé beta koeficienty byly vypočítány jako kovariance výnosové míry akcie a faktoru dělená výběrovým rozptylem faktoru za období 2014 až 2018. Pomocí koeficientů jsou

vypočítané očekávané rovnovážné výnosnosti jednotlivých akcií, které jsou následně odečteny od skutečných výnosností, aby byly zjištěny koeficienty alfa. Následně je vybráno dvacet nejlépe ohodnocených akcií viz tabulka č.22.

Tabulka 22 20 vybraných akcií do portfolia F

Akcie	Alfa	Akcie	Alfa	Akcie	Alfa
INTC	0,91%	OGZPY	-0,131%	UPS	-0,32%
AMD	2,17%	XOM	-0,62%	FDX	-0,43%
MU	0,33%	SNP	-0,37%	UNP	0,71%
WDC	-1,49%	SHI	1,02%	CJPRY	0,77%
AAPL	0,54%	RDS-B	-0,11%	EJPRY	-0,24%
MRVL	0,05%	TOT	-0,133%	ZNH	0,61%
MSFT	2,21%			CEA	0,06%
JPM	0,73%	BMWYY	-0,69%	PG	0,21%
HSBC	-0,17%	F	-1,10%	KO	0,06%
BAC	0,64%	GM	-0,40%	NSRGY	-0,03%
BCS	-1,17%	DDAIF	-1,06%	UN	0,26%
LYG	-1,23%	VWAGY	-1,07%	PEP	0,25%

Zdroj: Vlastní zpracování

Vybrané akcie jsou obdobné jako u portfolia E, avšak lze pozorovat rozdíly ve druhé a třetí skupině. Portfolio F je vytvořeno z 20 vybraných akcií se stejným podílem a jednotlivé parametry jsou vypočtené obdobně jako u portfolia E, ale vztaženo na třífaktorový model:

Tabulka 23 Výsledky portfolia F

	Faktor MKT-RF	Faktor SMB	Faktor HML	Očekávaná měsíční výnosnost	Celkové riziko	Systematické (faktorové) riziko	Individuální riziko
Optimální portfolio F	0,9918905	0,18197909	-0,04101264	0,6716%	3,6878%	3,2864%	1,6731%

Zdroj: Vlastní zpracování

#### 4.3.9. Výsledky portfolií na datech z roku 2019

Všechna portfolia jsou vytvořena na měsíčních datech mezi lety 2014 a 2018 různými modely, proto je nesmyslné hodnotit portfolia mezi sebou podle výsledků, které dosáhly v modelu Markowitzze vytvořeného na datech z let 2014 až 2018. Právě pro tento případ zde zůstává rok 2019, aby bylo možné zhodnotit, jaké výsledky přinesou jednotlivá portfolia.

Tabulka 24 Výsledky portfolií v roce 2019

Portfolio	měsíční výnosnost 2014-2018	měsíční výnosnost 2019
A	4,08%	6,72%
B	0,77%	1,89%
C	1,25%	1,93%
D	1,95%	2,77%
T	1,69%	2,42%
A'	4,08%	5,75%
B'	1,26%	1,81%
E	1,25%	1,82%
F	1,23%	2,08%

Zdroj: Vlastní zpracování

V tabulce č.24 jsou uvedeny měsíční výnosnosti jednotlivých portfolií. Akciový trh v roce 2019 dosahoval nadprůměrných výsledků, proto je zde možné pozorovat vyšší měsíční výnosnosti u všech portfolií. Celkem 25 akcií z celkového počtu 35 dosahovalo za rok 2019 vyšších výnosností. Akcie s nižšími výnosnostmi patřily především do druhé a třetí skupiny, které jednotlivá portfolia neupřednostňovala.

Agresivnější portfolia A a A' dosahují nejvyšších výnosností, což je pochopitelné, když portfolio A je sestavené pouze z nejvýnosnější akcie AMD a portfolio A' tvoří tangenciální portfolio, které je tvořeno financováno z půjčky za bezrizikovou sazbu. V opačném případě, kdy akciový trh by zaznamenal pokles, se dá předpokládat, že nejcitelnější ztráty budou dosahovat právě zmíněná portfolia. Zbylá portfolia je možné označit jako defenzivní a ačkoli by před ztrátou neochránila, dopad by nebyl natolik katastrofální.

Další zajímavostí je zde, že portfolio F sestavené za pomoci třífaktorového modelu dosahuje vyšší výnosnosti než portfolio E. Z jednoho měření nelze vyvodit závěr, ale uvádí se, že třífaktorový Fama-Frenchův model lépe vysvětluje výnosnost jednotlivých aktiv, než přímka trhu cenných papírů.

#### 4.4. Tvorba vlastního optimálního portfolia

V této kapitole s pomocí jednotlivých postupů je vytvořeno optimální portfolio pro zvoleného modelového klienta. Hlavní cíl modelu se stává z investování do určitých aktiv a tím zabránit znehodnocením finančních prostředků vlivem inflace.

Nebyly zadány podmínky na hodnotu minimální výnosové míry nebo maximálního rizika výsledného portfolia, proto je hledáno tzv. tangenciální portfolio, které maximalizuje poměr výnosnosti vůči riziku. Avšak bude zadána podmínka pro maximální velikost jednotlivých vah akcií v portfoliu, protože při hledání optimálního portfolia T se modelovému klientovi nelíbil nadpoloviční součet vah první skupiny. To bylo zapříčiněno velikostí relativního podílu ve výši 41,36% u akcie MSFT. Nově přidaná podmínka tento problém odstraní, ale za cenu nižší výnosové míry portfolia a menšího poměru Sharpeho poměrového ukazatele. Výsledný model má následující tvar:

$$\text{minimalizuj} \quad \frac{\sum_{i=1}^{35} w_i r_i - r_f}{\sqrt{\sum_{i=1}^{35} \sum_{j=1}^{35} w_i w_j \text{kov}_{i,j}}}$$

$$\text{za podmínek} \quad \sum_{i=1}^{35} w_i = 1$$

$$w_i \geq 0$$

$$w_i \leq 0$$

Výsledné portfolio D dosahuje hodnot viz následující tabulky č.25 a 26:

Tabulka 25 Výsledky portfolia V

Měsíční výnosnost portfolia V:	1,44%
Směrodatná odchylka (riziko) portfolia V:	2,67%

Zdroj: Vlastní zpracování

Tabulka 26 Relativní zastoupení akcií v portfoliu V

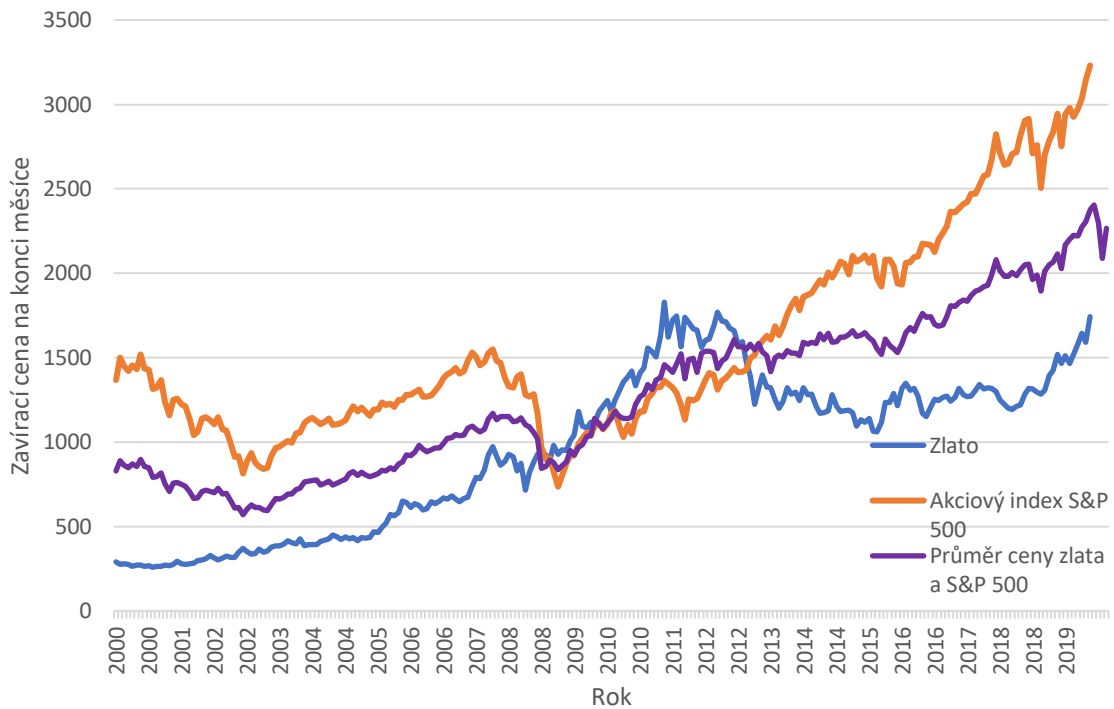
Akcie	Váha	Akcie	Váha	Akcie	Váha
INTC	9,74%	OGZPY	0,00%	UPS	0,00%
AMD	1,65%	XOM	0,00%	FDX	0,00%
MU	0,00%	SNP	0,00%	UNP	10,29%
WDC	0,00%	SHI	0,27%	CJPRY	14,04%
AAPL	5,21%	RDS-B	0,00%	EJPRY	0,00%
MRVL	0,00%	TOT	0,00%	ZNH	5,06%
MSFT	25,00%			CEA	0,02%
JPM	6,87%	BMWYY	0,00%	PG	12,44%
HSBC	0,00%	F	0,00%	KO	3,57%
BAC	0,29%	GM	0,00%	NSRGY	0,00%
BCS	0,00%	DDAIF	0,00%	UN	5,54%
LYG	0,00%	VWAGY	0,00%	PEP	0,00%

Zdroj: Vlastní zpracování

V tabulce č.26. je možné pozorovat, že suma vah první skupiny nedosahuje nadpoloviční většiny, které bylo zapříčiněno přidáním maximálních vah akcií v portfoliu ve velikosti 0,25. O kombinaci s bezrizikovým aktivem zde není uvažováno, hned z několika důvodů. V praxi neexistuje nikdo, kdo by byl ochotný vypůjčit své peníze za bezrizikovou sazbu. Sharpeho poměrový ukazatel zůstane nezměněn při různých kombinacích bezrizikového aktiva a tangenciálního portfolia. V drtivé většině dosahuje bezriziková sazba nižší hodnoty než samotná inflace, proti které je sestaveno toto portfolio. Při použití portfolia V a výnosových měř akcií z roku 2019 dosahuje portfolio měsíční výnosnosti 2,47%.

V předešlé kapitole bylo rozebíráno, že portfolia složené jen z akcií neochrání investora, jestliže akciový trh bude klesat. Možností, jak klienta ochránit před touto hrozbou, je zahrnutí různých druhů instrumentů do portfolia, nikoliv hledat sebelepší model optimalizace.

Graf 21 Vývoj cen zlata a S&P 500



Zdroj: Vlastní zpracování

V grafu č.21 je znázorněn vývoj ceny zlata a akciového indexu S&P 500 představující akciový trh. Z grafu si je možné všimnout, že tyto instrumenty se výrazně doplňují. Možností, jak se pojistit proti poklesu akciového trhu, je zahrnout do portfolia například zlato a jiné instrumenty, než jsou akcie společností. Proto další možností rozšíření této práce by mělo vést ve hledání jiných druhů aktiv, než jsou pouze akcie společností, protože sebelepší model optimalizace portfolia v tomto případě nepomůže.

## 5. Závěr

Tato práce je zaměřená na seznámení s tvorbou optimálního portfolia. V první části jsou rozebrány jednotlivé charakteristiky akcií až po burzy a akciové indexy. Nesmí zde chybět ani stručný úvod do regresní a korelační analýzy, která je nedílnou součástí při vytváření portfolia. Následuje samotná teorie Markowitze, jenž je základním kamenem této problematiky a této práce. Ať už se jedná o samotné výpočty očekávané výnosnosti a rizika portfolia nebo sestavení přípustné a optimální množiny možných portfolií. Dále je rozebírán model oceňování kapitálových aktiv (CAPM), který hraje svou roli při hodnocení jednotlivých kapitálových aktiv a sestavování portfolia. Taky je zde rozebrán Fama-Frenchův třífaktorový model, který je modifikací CAPM modelu.

Druhá část je nejprve zaměřena na výběr jednotlivých akcií, kterých bylo pro účely této práce vybráno celkem 35 z celého světa a rozdělené do šesti skupin dle odvětví. Záměrem tohoto rozdělení je, aby se předešlo určitému zkreslení vlivem jednotlivých ekonomik států nebo úspěšnosti v odvětví. Na datech je provedena korelační analýza, u které bylo cílem najít co nejlépe záporně korelované výnosnosti akcií. Z pozorování vyplynulo, že korelační koeficienty uvnitř určitého odvětví dosahují vyšších hodnot, což se do jisté míry očekávalo. Překvapením byl vývoj akcie společnosti Microsoft, u které se korelační koeficient často pohybuje okolo 0 jak vůči ostatním akciím, tak i vůči akciovému indexu S&P 500, který zde znázorňuje trh. Akcie je pak použita s poměrně velkým podílem po téměř celé délce optimální množiny portfolií vypočtené v kapitole 4.3.4. a viditelné v grafu č.15.

První modely pomocí teorie Markowitze se zabývají pouze minimalizací rizika a maximalizací očekávané výnosnosti výsledného portfolia. Tyto extrémy se nachází na krajích efektivní množiny portfolií. Další model je cílen na oba cíle současně, kde očekávaná měsíční výnosnost fixována ve výši 1,25% a následně je hledáno nejméně rizikové portfolio pro tuto výnosnost. Následuje model, do kterého byl přidán tzv. opatrnostní koeficient, který vytváří z obou cílů vážený průměr podle preferencí investora. Investor averznější k riziku dosahuje vyššího opatrnostního koeficientu a tím se i do účelové funkce promítá postoj k riziku a je mu sestaveno jiné portfolio než investorovi s nízkým opatrnostním koeficientem. Opatrnostní koeficient je použit i u dalších portfolií, kde za pomoci celkem 21 opatrnostních koeficientů je sestavena celá efektivní množina portfolií. Následuje model, u kterého se vybírá tangenciální portfolio, jenž dosahuje nejvyšší očekávané výnosové míry vztažené na jednotku rizika.



Další optimalizační kroky vedou k teorii CAPM, která přidává do modelu bezrizikové aktivum, díky kterému je možno dosáhnout lepší výsledků než za použití pouze rizikových akcií. První portfolia s bezrizikovým aktivem jsou hledané podle sestrojené přímkou kapitálového trhu (CML), jenž je kombinací tangenciálního portfolia a bezrizikového aktiva. V práci je uveden i postup, kde je přidáno bezrizikové aktivum přímo mezi akcie a optimální portfolio je hledané pomocí Markowitzova modelu.

Druhou přímkou teorie CAPM je přímkou trhu cenných papírů (SML), která je rovněž v práci použita. Přímkou je sestavena za myšlenkou určitého koeficientu beta, který udává, jakým způsobem reagují akcie na změnu akciového trhu a očekávaná rovnovážná výnosnost těchto akcií by měla odpovídat velikosti koeficientu. V praxi dosahují akcie odlišných výnosností a toho se využívá při výběru akcií do portfolia. Rozšířením je Fama-Frenchův třífaktorový model, který přidává další dva faktory do výpočtů a v práci je také použit.

Všechny zmiňované postupy při optimalizaci portfolia jsou sestaveny na základě dat z let 2014 až 2018 a rok 2019 byl ponechán pro zhodnocení jednotlivých přístupů. Všechna portfolia dosahovala vyšších měsíčních výnosností v roce 2019, než tomu bylo za předešlé roky. Vliv na to měl nadprůměrný růst akciového trhu, kde celkem 25 akcií z vybraných 35 dosahovalo nadprůměrných výkonů.

V kapitole 4.4. je vytvořeno vlastní portfolio za použití poznatků, které byly získány v průběhu práce. Rozhodl jsem se pro výpočet tangenciálního portfolia pomocí Markowitzova modelu. Důvodem byl nejvyšší poměr očekávané výnosové míry vztažené na jednotku rizika, avšak do podmínek bylo přidáno, aby jednotlivá akcie neměla v portfoliu větší zastoupení než 25%. V kapitole 4.3.5. se totiž stalo, že první skupina akcií dosahovala téměř 58% zastoupení v portfoliu, což bylo zapříčiněné váhou 41,36% akcií Microsoftu a já jsem chtěl tomuto předejít. Dále ve svém portfoliu neuvažuji o bezrizikovém aktivu, nejvíce z důvodu, že v praxi neexistuje nikdo, kdo by byl ochotný vypůjčit své peníze za bezrizikovou sazbu.

Problémem u všech portfolií je, že jsou sestavené pouze pomocí akcií, proto by následné kroky měly spíše směřovat k lepšímu výběru instrumentů. Hledat takové instrumenty, které nabývají na hodnotě právě, když akciový trh klesá a tím předejít možným ztrátám, pokud se celý akciový trh otočí do medvědího trendu.

## 6. Summary

This diploma thesis is focused on portfolio optimization for a selected client. As a first task, a set of 35 company shares are chosen out of 6 business areas in order to ensure variety. With the help of Markowitz theory, optimal portfolios are created. In the beginning, it is mainly about optimization tasks that focus on only one of the two conflicting goals. Followed by modifications of the optimization function and of course putting those portfolios in a graph. By adding a risk-free asset we create a capital market line that achieves better results than the original Markowitz theory. The thesis also uses a security market line for the evaluation of individual shares, from which the optimal portfolio is compiled. Fama-French three-factor model is also presented. The resulting portfolios are tested on the next year data and with the help of the acquired knowledge an optimal portfolio is created for the selected client.

Key words: shares, portfolio optimization, Markowitz theory, Capital asset pricing model

## 7. Seznam použitých zdrojů

### 7.1. Tištěné zdroje:

1. Brealey, R. A., Myers, S. C., & Allen, F. (2014). Teorie a praxe firemních financí (2., aktualiz. vyd, přeložil Vladimír GOLIK, přeložil Zdeněk MUŽÍK, přeložila Liběna STIEBITZOVÁ). BizBooks.
2. Cipra, T. (2005). Praktický průvodce finanční a pojistnou matematikou. Ekopress.
3. Čámský, F. (2007). Teorie portfolia (2., přeprac. a rozš. vyd). Masarykova univerzita.
4. Hebák, P., & Hustopecký, J. (1987). Vícerozměrné statistické metody s aplikacemi: celostátní vysokoškolská příručka pro studenty ekonomických fakult studijních oborů 62. Státní nakladatelství technické literatury.
5. Hendl, J. (2012). Přehled statistických metod: analýza a metaanalýza dat (4., rozš. vyd). Portál.
6. Jílek, J. (2009). Akciové trhy a investování. Grada.
7. Jindřichovská, I. (2001). Podnikové finance. Praha: Management Press.
8. Musílek, P. (2011). Trhy cenných papírů (2., aktualiz. a rozš. vyd). Ekopress.
9. Sharpe, W. F., & Alexander, G. J. (1999). Investments (6th Edition). Prentice Hall.
10. Sharpe, W. F., Alexander, G. J., & Šlehofer, Z. (1994). Investice (4. vyd). Victoria Publishing.
11. Veselá, J. (2011). Investování na kapitálových trzích (2., aktualiz. vyd). Wolters Kluwer Česká republika.

### 7.2. Elektronické zdroje:

1. Black, F., & Litterman, R. (1992). Global Portfolio Optimization. Retrieved April 17, 2020, from <http://www.sef.hku.hk/tpg/econ6017/2011/black-litterman-1992.pdf>
2. Burza cenných papírů Praha. (2020). Retrieved April 17, 2020, from <https://www.pse.cz/o-nas>

3. Chen, J. (2020). Market Capitalization. Retrieved April 17, 2020, from <https://www.investopedia.com/terms/m/marketcapitalization.asp>
4. Chen, J. (2020). Nasdaq. Retrieved April 17, 2020, from <https://www.investopedia.com/terms/n/nasdaq.asp>
5. Factory pro Fama-French model. (2020). Retrieved April 17, 2020, from [https://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data\\_library.html](https://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html)
6. Fama, E. F., & French, K. R. (1992). The Cross-Section of Expected Stock Returns. Retrieved April 17, 2020, from [https://www.ivey.uwo.ca/cmsmedia/3775518/the\\_cross-section\\_of\\_expected\\_stock\\_returns.pdf](https://www.ivey.uwo.ca/cmsmedia/3775518/the_cross-section_of_expected_stock_returns.pdf)
7. Fama, E. F., & French, K. R. (1995). Size and Book-to-Market Factors in Earnings and Returns. Retrieved April 17, 2020, from [https://www.ivey.uwo.ca/cmsmedia/3775516/size\\_and\\_book-to-market\\_factors.pdf](https://www.ivey.uwo.ca/cmsmedia/3775516/size_and_book-to-market_factors.pdf)
8. Kenton, W. (2020). New York Stock Exchange (NYSE). Retrieved April 17, 2020, from <https://www.investopedia.com/terms/n/nyse.asp>
9. Měsíční zavírací ceny vybraných akcií. (2020). Retrieved April 17, 2020, from <https://finance.yahoo.com/>
10. Shukla, V. (2019). Top 10 Largest Stock Exchanges In The World By Market Capitalization. Retrieved April 17, 2020, from <https://www.valuewalk.com/2019/02/top-10-largest-stock-exchanges/>
11. T-bills rates. (2020). Retrieved April 17, 2020, from <https://www.treasury.gov/resource-center/data-chart-center/interest-rates/Pages/TextView.aspx?data=billrates>

## 8. Seznam grafů a tabulek

### 8.1. Seznam grafů:

Graf 1 Regresní přímka proložena grafem hodnot.....	15
Graf 2 Akcie s perfektně korelovanými výnosy .....	18
Graf 3 Akcie s perfektně negativně korelovanými výnosy .....	18
Graf 4 Akcie s nekorelovanými výnosy .....	19
Graf 5 Přípustná a efektivní množina všech portfolií .....	21
Graf 6 Indiferenční křivky investora s větší averzí k riziku .....	21
Graf 7 Indiferenční křivky investora s menší averzí k riziku .....	21
Graf 8 Kombinace optimálního portfolia a bezrizikové úrokové míry .....	23
Graf 9 Přímka kapitálového trhu.....	25
Graf 10 Přímka trhu cenných papírů .....	27
Graf 11 Optimální portfolio A a B.....	36
Graf 12 Optimální portfolio C .....	38
Graf 13 Optimální portfolio D .....	40
Graf 14 Efektivní množina portfolií.....	41
Graf 15 Relativní zastoupení akcií po celé délce efektivní množiny .....	42
Graf 16 Optimální portfolio T.....	45
Graf 17 Přímka kapitálových aktiv .....	45
Graf 18 Optimální portfolio A' a B' .....	47
Graf 19 Přímka trhu cenných papírů .....	51
Graf 20 Zvolené akcie a přímka trhu cenných papírů .....	51
Graf 21 Vývoj cen zlata a S&P 500 .....	58

### 8.2. Seznam tabulek:

Tabulka 1 Pásma asociace korelačních koeficientů .....	14
Tabulka 2 Pomocná matice pro výpočet rizika tříslložkového portfolia.....	20
Tabulka 3 Korelační koeficienty mezi skupinami 4,5 a 6 .....	33
Tabulka 4 Korelační koeficienty mezi skupinami 1,2 a 3 .....	33
Tabulka 5 Korelační koeficienty akcií a akciového indexu S&P 500.....	34
Tabulka 6 Výsledky portfolia A.....	35

Tabulka 7 Výsledky portfolia B.....	35
Tabulka 8 Relativní zastoupení akcií v portfoliu B .....	35
Tabulka 9 Výsledky portfolia C.....	37
Tabulka 10 Relativní zastoupení akcií v portfoliu C.....	37
Tabulka 11 Výsledky portfolia D.....	39
Tabulka 12 Relativní zastoupení akcií v portfoliu D .....	39
Tabulka 13 Výsledky portfolia T .....	43
Tabulka 14 Relativní zastoupení akcií v portfoliu T.....	43
Tabulka 15 Sharpeho poměrový ukazatel po celé délce efektivní množiny .....	44
Tabulka 16 Výsledky portfolia A' a B' podle CML .....	47
Tabulka 17 Výsledky portfolia A'' a B'' .....	49
Tabulka 18 Beta koeficienty akcií.....	50
Tabulka 19 Hodnoty Alfa pro zvolené akcie .....	52
Tabulka 20 20 vybraných akcií do portfolia E.....	53
Tabulka 21 Výsledky portfolia E .....	53
Tabulka 22 20 vybraných akcií do portfolia F .....	54
Tabulka 23 Výsledky portfolia F .....	54
Tabulka 24 Výsledky portfolií v roce 2019.....	55
Tabulka 25 Výsledky portfolia V.....	56
Tabulka 26 Relativní zastoupení akcií v portfoliu V .....	57