

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI
PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Úskalí a problémy při využití Value at Risk pro výpočet kapitálového požadavku na solventnost pojišťovny



Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky
Vedoucí bakalářské práce: **RNDr. Ondřej Pavlačka, Ph.D.**
Vypracoval: **Ondřej Nevídal**
Studijní program: B1103 Aplikovaná matematika
Studijní obor: Matematika-ekonomie se zaměřením na bankovníctví
Forma studia: prezenční
Rok odevzdání: 2015

BIBLIOGRAFICKÁ IDENTIFIKACE

Autor: Ondřej Nevídal

Název práce: Úskalí a problémy při využití Value at Risk pro výpočet kapitálového požadavku na solventnost pojišťovny

Typ práce: bakalářská

Pracoviště: Katedra matematické analýzy a aplikací matematiky

Vedoucí práce: RNDr. Ondřej Pavlačka, Ph.D.

Rok obhajoby: 2015

Abstrakt: Tato bakalářská práce se zaměřuje na úskalí a problémy související s využitím Value at Risk pro výpočet kapitálového požadavku na solventnost pojišťovny. Práce nejprve představuje obor pojišťovnictví, následně pak míru rizika Value at Risk a úskalí spojená s jejím využitím pro řízení rizik. Na závěr práce jsou popsány a na názorných příkladech ilustrovány úskalí a problémy související s využitím Value at Risk pro výpočet kapitálového požadavku na solventnost pojišťovny.

Klíčová slova: pojišťovnictví, regulace, Value at Risk, Solvency II, solventnostní kapitálový požadavek

Počet stran: 46

Počet příloh: 0

Jazyk: český

BIBLIOGRAPHIC IDENTIFICATION

Author: Ondřej Nevídal

Title: The problems connected with the application of Value at Risk for computing Solvency Capital Requirement of an insurance company

Type of thesis: Bachelor's

Department: Department of Mathematical Analysis and Application of Mathematics

Supervisor: RNDr. Ondřej Pavlačka, Ph.D.

The year of presentation: 2015

Abstract: This bachelor thesis is focused on the problems connected with the application of Value at Risk for computing Solvency Capital Requirement of an insurance company. At the beginning the thesis, the field of insurance is presented. Subsequently, Value at Risk is described as the measure of risk. The final part of the thesis demonstrates on illustrative examples the difficulties and problems connected with applications of Value at Risk for computing Solvency Capital Requirement in insurance industry.

Key words: insurance industry, regulation, Value at Risk, Solvency II, Solvency Capital Requirement

Number of pages: 46

Number of appendices: 0

Language: Czech

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci zpracoval samostatně pod odborným vedením pana RNDr. Ondřeje Pavlačky, Ph.D. a všechny použité zdroje jsem uvedl v seznamu literatury.

V Olomouci dne

.....

podpis

Obsah

Úvod	7
1. Regulace v pojišťovnictví.....	8
1.1 Pojištění a pojišťovnictví	8
1.2 Důvody pro regulaci	10
1.3 Solvency I	12
1.4 Solvency II.....	16
2. Value at Risk	22
2.1 Metody výpočtu VaR.....	22
2.2 Nevýhody VaR	25
2.2.1 VaR necharakterizuje velmi málo pravděpodobné ztráty.....	25
2.2.2 VaR není subaditivní	26
2.2.3 VaR nepředpovídá budoucí vývoj	27
2.2.4 VaR neuvažuje náklady likvidace	27
2.3 Podmíněný Value at Risk	27
3. Konstrukce ilustrativních příkladů	29
3.1 Popis použitého modelu.....	29
3.2 Úskalí VaR na ilustrativních příkladech	32
3.2.1 Absence subaditivity	32
3.2.2 SCR vyšší u méně rizikového pojistného kmene	36
3.2.3 Pojistiteli se vzhledem k SCR nevyplatí zajištění	38
3.2.4 Závislost mezi smlouvami	39
Závěr.....	43
Literatura	44

Poděkování

Rád bych na tomto místě poděkoval vedoucímu mé bakalářské práce RNDr. Ondřeji Pavlačkovi, Ph.D. za velkou pomoc, ochotu, odborné vedení a za veškerý čas, který mi věnoval při konzultacích.

Úvod

Stejně jako většina oblastí lidského života prochází i oblast pojišťovnictví určitým vývojem. S tímto vývojem souvisí i nutnost změn v rámci regulace tohoto specializovaného odvětví finančnictví. V současnosti využívaná (pro všechny státy Evropské unie závazná) metodika regulace pojišťovnictví (Solvency I) byla zavedena v tehdejších státech Evropské unie již v roce 1970, což znamená, že její kořeny sahají do šedesátých let 20. století. Za těchto téměř padesát let se Evropa výrazně proměnila, a proto dospěly orgány Evropské unie k rozhodnutí vytvořit novou metodiku regulace Solvency II.

Základem metodiky Solvency II je tzv. kapitálový požadavek na solventnost (SCR), který je založen na předpokladu, že výše kapitálu neumožní s pravděpodobností minimálně 0,995 ruinování pojišťovny během následujících 12 měsíců. Z matematického hlediska se jedná o uplatnění míry rizika Value at Risk. V odborné finanční literatuře, která však není přímo zaměřena na pojišťovnictví, se již delší dobu diskutuje o úskalích a problémech, které použití VaR pro vyčíslení rizika přináší. V mé bakalářské práci se proto zaměřím na tuto problematiku v oblasti pojišťovnictví. Tématem této bakalářské práce jsou konkrétně úskalí a problémy při využití Value at Risk pro výpočet kapitálového požadavku na solventnost pojišťovny. Cílem práce je analyzovat matematické vlastnosti Value at Risk na ilustrativních příkladech z oblasti pojišťovnictví a poukázat na možné problémy, které to může pojišťovně způsobit.

Práce je rozdělena do tří kapitol. V první kapitole bude stručně představena oblast pojišťovnictví a základní pojmy, se kterými se následně v bakalářské práci setkáme. Dále bude v první kapitole popsána v současnosti používaná metodika regulace Solvency I, stejně tak jako nová metodika Solvency II, která by měla vstoupit v platnost v nejbližší době. V druhé kapitole bude popsána míra rizika Value at Risk, její matematické vlastnosti a způsoby výpočtu. Poslední, třetí kapitola, bude věnována popisu použitého simulačního modelu a zejména konstrukci ilustrativních příkladů z oblasti pojišťovnictví, na kterých budou ukázány nedostatky míry rizika VaR.

1. Regulace v pojišťovnictví

V mé bakalářské práci, která je zaměřená na úskalí a problémy při zavádění nové regulace do oblasti pojišťovnictví, představím v první kapitole krátce, co to pojištění je, základní pojmy z oblasti pojištění, současnou situaci v pojišťovnictví především z hlediska regulace (Solvency I) a pohled do blízké budoucnosti v oblasti regulace (Solvency II).

1.1 Pojištění a pojišťovnictví

Pojištěním rozumíme efektivní způsob tvorby a užití finančních rezerv k úhradě peněžních potřeb ekonomických subjektů, které jsou v jednotlivých případech výskytu náhodné, vcelku však odhadnutelné.[2] Jedná se o právní vztah, který zavazuje pojistníka platit pojistné a pojistitele (pojišťovnu) plnit pojistné plnění v případně nastání pojistné události, jež je definována v pojistné smlouvě. Následující část práce je vypracována podle literatury [2], [10].

O pojistném, které je uvedeno v předchozím odstavci, můžeme říct, že je to cena za pojistnou ochranu. Pojistné můžeme primárně dělit na jednorázové a běžné. Jednorázovým pojistným rozumíme pojistné stanovené na celou pojistnou dobu, přičemž pojistnou dobou rozumíme dobu, na kterou je pojištění sjednáno. Běžné pojistné se naopak platí pravidelně – měsíčně, čtvrtletně, pololetně nebo ročně. Interval mezi jednotlivými platbami se nazývá pojistné období. Pojistné dále dělíme na netto pojistné a brutto pojistné. Brutto pojistné je částka placená pojistníkem pojistiteli, jež obsahuje netto pojistné, kalkulované správní náklady a kalkulovaný zisk. Netto pojistné je ta část brutto pojistného, která je určena k pokrytí výdajů pojišťovny na pojistná plnění včetně tvorby rezerv. V oblasti regulace se často vyskytuje pojem předepsané hrubé pojistné. Předepsané hrubé pojistné zahrnuje veškeré částky splatné během účetního období podle pojistných smluv bez ohledu na skutečnost, že se tyto částky mohou vztahovat zcela nebo zčásti k dalšímu účetnímu období. Část předepsaného pojistného podle uzavřených pojistných smluv, která časově souvisí s probíhajícím účetním obdobím, se nazývá zasloužené pojistné.

Soukromé pojištění dělíme primárně na pojištění životní a pojištění neživotní. Tyto dvě oblasti budou krátce představeny v následujících dvou odstavcích.

Životní pojištění jsou taková pojištění, jež kryjí životní rizika. Životními riziky jsou smrt nebo dožití se určitého věku. Z teoretického hlediska mezi životní pojištění patří pouze

pojištění kryjící zmíněná dvě rizika. V praxi však pojišťovny k těmto dvěma rizikům přiřazují i další rizika neživotního charakteru, která na životní rizika úzce navazují, jsou to například rizika invalidity, nemoci nebo úrazu. Životní pojištění bývá sjednáváno jako obnosové, což znamená, že jeho účelem je získání obnosu, tj. dohodnuté finanční částky v důsledku pojistné události ve výši, která je nezávislá na vzniku nebo rozsahu škody.

Neživotní pojištění jsou taková pojištění, která kryjí jakákoli jiná rizika než životní. Do této oblasti patří pojištění vztahující se k osobám, například pojištění invalidity, úrazu nebo nemoci. Dále mezi neživotní pojištění řadíme majetková pojištění, pojištění související s finančními ztrátami, pojištění spojená s odpovědností za škodu a pojištění související s potřebou právní ochrany.

V této bakalářské práci se dále budeme setkávat zejména s pojištěním majetku, proto se s ním nyní blíže seznámíme.

Pojištění majetku zahrnuje krytí rizik, jejichž realizací dochází k přímým škodám na majetku. Mezi tato rizika patří živelní rizika, vodovodní rizika, havarijní rizika, rizika odcizení a vandalství a strojní rizika. Pojištění majetku patří mezi pojištění škodová, což znamená, že účelem je náhrada škody vzniklé v důsledku pojistné události. Následně je tak v oblasti pojištění majetku možné využít pojištění na novou cenu, pojištění na časovou cenu, kombinaci pojištění na novou a časovou cenu anebo pojištění na cenu obvyklou.

Stejně jako u všech ostatních škodových pojištění je i u pojištění majetku důležitá pojistná hodnota. Pojistná hodnota udává nejvyšší možnou majetkovou újmu, která může v důsledku pojistné události nastat. Pojistnou hodnotu využijeme k určení horní hranice pojistného plnění. Tuto hranici lze u soukromého pojištění majetku určit pojistnou částkou, jestliže je možné určit pojistnou hodnotu v době uzavření pojistné smlouvy, a cílem pojištění je pojistit si celou hodnotu tohoto majetku. Horní hranici pojistného plnění je možné určit také limitem pojistného plnění a to v případě, že se pojištění záměrně vztahuje pouze na část hodnoty pojištěného majetku. Takovému pojištění říkáme zlomkové.

Nedílnou součástí současného pojišťovnictví je i *zajištění* (cese). Zjednodušeně lze říct, že zajištění je pojištěním pojišťovny. Při zajištění se pojistitel dělí o riziko, které vyplývá z pojistných smluv uzavřených pojistitelem. Dělení rizika tedy probíhá mezi zajistníkem (prvopojistitel, cedent) a zajistitelem (cesionář). Důležitým faktem u zajištění je, že za závazky, vyplývající z pojistných smluv, stále plně odpovídá pojistitel. Podpisem zajistné

smlouvy mezi pojistitelem a zajistitelem žádný právní vztah mezi zajistitelem a pojistníkem nevzniká.

Zajištění se vyskytuje v několika různých formách, přičemž jednotlivé formy zajištění udávají způsob, jakým se zajistitel podílí na krytí rizik. První formou je zajištění proporcionální, které dále dělíme na zajištění kvótové a zajištění excedentní. Druhou formou jsou pak zajištění neproporcionální, mezi která řadíme zajištění škodního nadměrku, zajištění nadměrku škodovosti, zajištění ECOMOR a zajištění LCR. Ve třetí kapitole této práce se setkáme s jediným typem zajištění a to excedentním, proto si jej nyní blíže představíme.

Excedentní zajištění (surplus) je založeno na tom, že si prvopojistitel stanoví takzvaný vlastní vrub, který představuje velikost rizika vyjádřenou pomocí pojistné částky. Vlastní vrub potom představuje takovou pojistnou částku, jež je pro prvopojistitele únosná, a kterou bude kryt na vlastní vrub. Částky přesahující vlastní vrub vytvářejí tzv. excedent, který je roven velikosti rizika krytého zajistitelem. V rámcové zajistné smlouvě je také stanoven maximální rozsah krytí rizika zajištěním. Poměr, v němž si pojistitel a zajistitel rozdělí pojistné, stejně tak jako poměr, ve kterém se budou podílet na pojistném plnění, je dán jako poměr mezi vlastním vrubem pojistitele navýšeným o případnou částku přesahující maximální hodnotu excedentu a excedentem. Poměr mezi prvopojistitelem a zajistitelem je tedy u jednotlivých rizik různý, avšak v rámci jedné pojistné smlouvy je stejný. Excedentní zajištění je v současnosti nejvíce využívaná forma zajištění. Mezi jeho hlavní výhodu patří tvorba vlastní zajišťovací politiky prvopojistitelem.

Na závěr této podkapitoly ještě zmíníme jednu typickou vlastnost pojištění a to inverzi platebního cyklu. Provozování pojištění je proto spojeno s nakládáním s dočasně volnými (svěřenými) peněžními prostředky. Pojišťovací činnost je v České republice provozována zejména pojišťovny s právním statutem akciová společnost.

1.2 Důvody pro regulaci

Pojistitel, nejčastěji reprezentovaný pojišťovnou, je obvykle podnikatelským subjektem, což znamená, že vykonává svoji činnost za účelem dosažení zisku. Vlastníci pojišťovny a ostatní akcionáři proto očekávají co možná nejvyšší zhodnocení vložených finančních prostředků jako odměnu za poskytnutí kapitálu a podstoupení určitého rizika spojeného s podnikáním. Takto vložený kapitál se nazývá vlastním kapitálem pojišťovny a

je nezbytně nutný pro provozování pojišťovací činnosti, která je založena na přebírání pojistných rizik prostřednictvím uzavírání pojistných smluv s pojistníky. Vlastní kapitál pak slouží k pokrytí případných ztrát v případě, že kalkulované pojistné z nějakých nepředvídatelných okolností nepokrývá výši pojistných plnění vyplacených pojišťovnou. Vlastní kapitál dále slouží k výkonu vlastnických práv. V této kapitole byla využita literatura [2], [20], [26].

Důvěryhodnost a stabilita pojišťovnictví je jedním ze základních kamenů správného fungování ekonomiky. Mimo hospodářského hlediska je nezanedbatelný také společenský význam pojišťovnictví. Ze zkušeností vyplývá, že pouze prostřednictvím tržních mechanismů není možno požadované kvality v pojišťovacím odvětví dosáhnout.[26] Zejména proto stát nad pojišťovnictvím vykonává dohled prostřednictvím orgánů veřejné moci. Hovoříme o regulaci pojišťovnictví. Regulace je tvořena omezujícími a příkazujícími pravidly a to především v podobě právních předpisů upravujících pojišťovací činnost. Dohled nad dodržováním daných pravidel a vyvozování důsledků z jejich případného porušení je pak nazýván dohledem v pojišťovnictví. Dohled je v České republice vykonáván (stejně jako v případě bankovníctví) Českou národní bankou. Hlavním cílem dohledu je podle zákona o pojišťovnictví zachování finanční stability pojišťoven, ochrany pojistníků, pojištěných a oprávněných osob.

Při uzavření pojistné smlouvy je pojistitelem poskytován slib a záruka, že splní veškeré závazky, které z pojistné smlouvy vyplývají a to po celou dobu její platnosti. Z toho je patrné, že by pojistitel měl nepřetržitě disponovat dostatečným objemem volných, ničím nezatížených vlastních kapitálových zdrojů. Schopnost pojišťovny trvale zabezpečit vlastními zdroji úhradu závazků vyplývajících z uzavřených pojistných smluv v potřebné výši a potřebném čase se dle zákona o pojišťovnictví nazývá solventnost. Hlavním prostředkem pro dosažení solventnosti je dostatečná kapitálová vybavenost pojistitele. Ta je reprezentována vlastním kapitálem a výškou, respektive kvalitou technických rezerv. Míra schopnosti pojišťovny plnit svoje závazky je tak dána její kapitálovou vybaveností. Vyšší kapitálová vybavenost není příliš dobře vnímána akcionáři, protože může znamenat nižší zhodnocení. Zbytečné vázání finančních prostředků v rezervách totiž znemožňuje jejich investování.

Jednou ze zvláštností, se kterou se v pojišťovnictví setkáváme, je inverze platebního cyklu. To znamená, že pojistné je placeno dopředu, před samotným poskytnutím služby,

kteřou je v případě pojišťovnictví pojistná ochrana (případně výplata pojistného plnění). Během této doby může dojít k celé řadě neočekávaných událostí. Pojišťovna tak musí citlivě zacházet s vybranými finančními prostředky a to hned z několika důvodu. Provozní náklady pojišťovny jsou odhadovány pomocí matematicko-statistických metod, z čehož je patrné, že reálné náklady mohou být od těch očekávaných odlišné. Inkasované prostředky z pojistného by také měly být investovány tak, aby byla zaručena jejich dostatečná likvidita, tedy možnost rychlé přeměny v hotovost a to bez větších ztrát. V neposlední řadě musí pojistitel počítat s tím, že odhad jeho závazků se může lišit od skutečně poskytnutých pojistných plnění.

V posledních desetiletích lze v pojišťovnictví zaznamenat změnu metodiky dozoru z materiálního na finanční dozor. Jeho koncepce spočívá především ve sledování finančního zdraví pojišťovny.

1.3 Solvency I

Metodika Solvency I byla v Evropské unii zavedena již v roce 1970. Postupným rozšiřováním Evropské unie se tato metodika stala závaznou pro většinu zemí Evropy, včetně České republiky, a je platná i v době odevzdávání této práce, v roce 2015. Metodika Solvency I sleduje solventnost pojišťoven jako vztah mezi základním kapitálem a vlastními rezervami nepodléhajících závazkům na jedné straně a ročním objemem obchodu pojišťovny na straně druhé. Následující část práce je vypracována v souladu s literaturou [2], [8], [9], [10], [20], [26]

Požadavky na kapitálové zdroje jsou označovány jako požadovaná míra solventnosti. Požadovaná míra solventnosti představuje objem potenciálních závazků z pojišťovací činnosti nebo také minimální výši vlastních finančních prostředků, která je podle zákona dostatečná k soustavnému plnění závazků pojišťovny. Výpočet požadované míry solventnosti je rozdílný v oblasti neživotního pojištění a životního pojištění.

V **neživotním pojištění** se při výpočtu požadované míry solventnosti setkáváme s určitými specifiky. Prvním z nich je vliv kurzu koruny vůči euru (CZK/EUR). Protože se ve výpočtu požadované míry solventnosti pracuje s částkami v miliónech EUR, mezní hodnoty jsou stanoveny na 50 mil. EUR a 35 mil. EUR, převádí se tyto částky na Kč na základě kurzu CZK/EUR České národní banky k datu výkazu solventnosti. Tímto datem je obvykle konec příslušného účetního období. Druhým specifickým je použití dvou paralelních způsobů

výpočtu, přičemž za výslednou požadovanou míru solventnosti se bere vyšší z vypočtených hodnot.

První způsob – podle objemu pojistného:

Prvním krokem výpočtu je určení vyšší hodnoty z předepsaného hrubého pojistného a ze zaslouženého hrubého pojistného za příslušný rok a její snížení o částky odpovídající daním a poplatkům, které se vybírají s pojistným jako jeho součást. Hodnota získaná tímto postupem je označena, jako S . Následně je předepsané pojistné redukováno tak, že se započítá 18 % z pojistného do výše 50 mil. EUR a z částky převyšující 50 mil. EUR 16 %. V dalším kroku se zjištěný součet upravuje o vliv míry zajištění pomocí tzv. korekčního koeficientu, tj. podílu pojistných plnění na vlastní vrub k celkové výši pojistných plnění (PZ). Jestliže podíl pojistného plnění na vlastní vrub nedosahuje alespoň 50 % celkového pojistného plnění, uměle se na tuto hranici navýší. Nakonec je určen převodní kurz mezi korunou a eurem (K). Výpočet můžeme shrnout do tvaru:

$$[0,18 \cdot \min\{50\,000\,000 \cdot K; S\} + 0,16 \cdot \max\{0; S - 50\,000\,000 \cdot K\}] \cdot \max\{0,5; PZ\}.$$

Druhý způsob – podle průměrných nákladů na pojistná plnění:

Nejdříve se stanoví počet let, za která se budou údaje o hrubých pojistných plněních uvádět, tzv. délka referenčního období (T). Tato délka je rovna 7 let, jestliže pojišťovna provozuje v podstatné míře pojištění proti vichřici, úvěru, krupobití či mrazu, v ostatních případech je rovna 3 roky. Podstatnou mírou se rozumí, že objem předepsaného pojistného za dané pojistné odvětví dosáhl výše 4 % z celkového předepsaného pojistného za všechna provozovaná odvětví neživotních pojištění alespoň v jednom roce referenčního období, a současně objem předepsaného pojistného z tohoto pojistného odvětví překročil částku 1 mil. Kč za jeden rok během referenčního období. Pojišťovna, která provozuje pojišťovací činnost kratší dobu, než je předepsaná délka referenčního období, použije počet celých účetních období, za která jsou potřebné údaje k dispozici. Následně se provede součet objemu hrubých vyplacených pojistných plnění včetně podílu zajistitelů na pojistných plněních a včetně přírůstku rezervy na pojistná plnění, tento součet se vydělí počtem let, za která se pojistné plnění bralo v úvahu. Takto jsou zjištěna průměrná roční hrubá pojistná plnění za příslušné referenční období (S). Dále se průměrné pojistné plnění rozdělí na dvě části, a to na část do 35 mil. EUR, z níž se do výpočtu požadované míry solventnosti zahrne 26% a na

část nad 35 mil. EUR, z níž se do konstrukce zařadí 23%. Z takto vzniklé částky se pro výslednou hodnotu požadované míry solventnosti použije jen poměrná část odpovídající pojistnému plnění na vlastní vrub v referenčním období (PZ), nejméně však 50 %. Na závěr je opět určen převodní kurz mezi korunou a eurem (K). Výpočet lze shrnout do vzorce:

$$[0,26 \cdot \min\{35\,000\,000 \cdot K; S\} + 0,23 \cdot \max\{0; S - 35\,000\,000 \cdot K\}] \cdot \max\{0,5; PZ\}.$$

V **životním pojištění** je požadovaná míra solventnosti rovna součtu výsledků jednotlivých skupin odvětví životních pojištění. Takových skupin je šest. Riziko se u životního pojištění posuzuje podle objemu technických rezerv životního pojištění. Technické rezervy představují hodnotu budoucích úhrad předpokládaných závazků pojišťovny vyplývajících z uzavřených pojistných smluv.[2] Pro stanovení předpokládaných závazků se pak využívá zejména matematicko-statistických metod. Jednotlivé výpočty jsou v podobném tvaru jako u neživotního pojištění. Vzhledem k zaměření bakalářské práce především na oblast neživotního pojištění a rozsáhlosti těchto postupů je v této bakalářské práci uvádět nebudeme. Podrobný postup je upraven ve vyhlášce České národní banky. [9]

V metodice Solvency I se dále setkáváme s garančním fondem a disponibilní mírou solventnosti.

Disponibilní míra solventnosti představuje základní kapitál a rezervy nepodléhající závazkům. Disponibilní míra solventnosti se zjišťuje na základě účetní bilance pojišťovny. V oblasti neživotního pojištění se konkrétně jedná o splacený základní kapitál navýšený o rezervní fond, přenosy zisku a ztrát z předchozích účetních období, polovinu případných dodatečných příspěvků během účetního období, polovinu upsaného nesplaceného kapitálu a oceňovací rozdíly. Od tohoto součtu je na závěr odečtena hodnota dlouhodobého nehmotného majetku, čímž dostáváme konečnou hodnotu disponibilní míry solventnosti.

Garanční fond představuje bezpečnostní minimum vlastních zdrojů pojišťovny, které musí mít pojišťovna již v době svého vzniku. Je představován jednou třetinou požadované míry solventnosti, přičemž však nesmí být menší, než je zákonem stanovené absolutní minimum. Toto minimum se liší v závislosti na provozovaném odvětví a pohybuje se od 90 mil. Kč až po 120 mil. Kč v oblasti životního i neživotního pojištění. Povinnost tento fond vytvářet a udržovat vyplývá ze zákona č. 277/2009 Sb., o pojišťovnictví. V případě ruinování

pojišťovny jsou položky tvořící garanční fond přednostně použity na uspokojení nároků na výplatu pojistných plnění.

Pojišťovny podléhající dohledu ve skupině vykazují České národní bance výpočet upravené míry solventnosti, ve kterém jsou zohledněny jejich kapitálové vazby s jinými osobami. Cílem tohoto opatření je zabránit situaci, ve které by byly jedním kapitálem kryty kapitálové požadavky různých osob v rámci skupiny.

Porovnáváním hodnot požadované míry solventnosti, disponibilní míry solventnosti a garančního fondu se získá obraz pojišťovny, jenž je posuzován orgánem státního dozoru. Nastat mohou následující situace:

1. Je-li disponibilní míra solventnosti vyšší nebo rovna požadované míře solventnosti, je kapitálová vybavenost pojišťovny v pořádku. Jedná se o žádoucí stav.
2. Je-li disponibilní míra solventnosti menší než požadovaná míra solventnosti, ale současně vyšší než garanční fond, pak je kapitálová vybavenost pojišťovny ohrožena a dozorčí orgán musí s pojišťovnou situaci řešit. Řešením je nejčastěji ozdravný plán.
3. Klesne-li disponibilní míra solventnosti pod hodnotu garančního fondu, je kapitálová vybavenost nedostatečná a na pojišťovnu bude uvalena nucená správa. Mimořádná opatření jsou vyžadována i přesto, že pojišťovna může být v daném okamžiku likvidní.

Mezi výhody Solvency I patří především jednoduchost pochopení a použití a také nízké správní náklady spojené s vykazováním dle této metodiky. Další výhodou je i možnost zjištění všech požadovaných veličin na základě běžně dostupných dat.

Metodika Solvency I má však také řadu nedostatků. Hlavní nevýhodou je, že všechny ukazatele této metodiky vycházejí z objemu vybraného pojistného a nejsou tedy téměř založeny na riziku. Lze tedy říct, že pojišťovna, která bude opatrnější při tvorbě sazeb a bude požadovat vyšší předepsané pojistné za převzetí stejných rizik, bude nucena splnit vyšší požadovanou míru solventnosti. Dalším nedostatkem je jednostranné zaměření na solventnost. Tato metodika neklade žádné požadavky na kvalitu vlastních zdrojů. Solvency I také není dostatečně a stejnoměrně implementováno do zákonných norem některých států EU, což ohrožuje jednotný trh v evropském pojišťovnictví. Podle mnohých tak nezajišťuje

bezpečnost v pojišťovnictví a dostatečnou ochranu klientů. Tyto nedostatky vedly k počátku projektu Solvency II v roce 2001.

1.4 Solvency II

Projekt Solvency II představuje koncept budoucí regulace solventnosti v rámci pojišťovnictví, který vyžaduje systematický a komplexní přístup k řízení rizik. V bankovním sektoru byl podobný koncept realizován pod názvem Basel II již od roku 2004. Tyto dva sektory jsou si podobné zejména tím, že operují s cizími finančními prostředky. Původní implementace metodiky Solvency II měla proběhnout v roce 2008. K tomu však nedošlo a termín byl změněn nejprve na rok 2012 a následně na rok 2014. Podle současných informací by Solvency II měla vstoupit v platnost 1. 1. 2016.[14] Jedná se o klíčovou reformu pojišťovacího trhu vytvořenou evropskými orgány. Očekává se, že se po svém spuštění pravděpodobně stane celosvětovým standardem. Následující část práce je vypracována podle literatury [2], [6], [14], [15], [16], [18], [19], [20], [27].

Solvency II představuje v mnoha ohledech zásadní změnu oproti současné regulaci v pojišťovnictví. Metodika Solvency II usiluje zejména o stabilitu v pojišťovnictví, které má být dosaženo většími požadavky na kvalitní a funkční systém řízení rizik a na robustní systémy interní kontroly v komerčních pojišťovnách. Pojišťovny budou muset po zavedení Solvency II přihlížet ke všem skutečným rizikům, kterým je pojišťovna vystavena. Tato rizika jsou na základě metodiky Solvency II rozdělena do pěti skupin. Jsou to tržní rizika, pojistně technické riziko, úvěrové riziko, riziko likvidity a operační riziko. Skupiny rizik si popíšeme v následujících několika odstavcích.

Tržní riziko je u pojišťovny spojeno s možnou ekonomickou ztrátou v důsledku změny ceny nebo hodnoty aktiv způsobených kolísáním úrokových měr, změnou devizových kurzů či cen instrumentů finančního trhu. V oblasti neživotního pojištění je mezi tržní rizika řazena i problematika odbytu příslušných pojistných produktů, jež pojišťovna nabízí. Nedílnou součástí tržního rizika v pojišťovnictví je také riziko spojené s dopady inflace.

Pojistně technické riziko souvisí s výkyvy v hospodaření pojišťovny. Je výsledkem toho, že se výdaje pojišťovny mohou vyvíjet jinak, než se předpokládalo při kalkulaci pojistného. Existence pojistně technického rizika vyplývá ze skutečnosti, že pojišťovny provozují činnosti, které mají nahodilý charakter. Můžeme jej tedy definovat jako možnou odchylku mezi skutečnou a kalkulovanou výší pojistných plnění a ostatních výdajů

pojišťovny. Kladnou odchylku nazýváme jako technický zisk, zápornou odchylku potom jako technickou ztrátu.

Úvěrové riziko lze charakterizovat u pojišťoven jako riziko, že partneri pojišťovny nedostojí finančním závazkům, které vůči ní mají. Pojišťovny jsou vystaveny úvěrovému riziku ve spojitosti s tím, že významnou součástí jejich činnosti je investování technických rezerv. Při investování do cenných papírů může dojít k selhání jejich emitentů a tím i ztráty prostředků pojišťovny. Do skupiny úvěrových rizik dále řadíme i neplnění závazků ze strany zajistitelů. Zajištěním pojišťovna na jedné straně omezuje pojistně technické riziko, na druhé straně však zvyšuje úvěrové riziko.

Riziko likvidity je riziko možné ztráty, kterou pojišťovna může utrpět, není-li pojišťovna schopna efektivně vypořádat svá finanční aktiva za účelem vyrovnání svých finančních závazků. Riziko likvidity bývá často spojeno se špatnou strukturou aktiv pojišťovny, dále potom ztrátou vzniklou převodem finančních aktiv nebo náklady na získání dodatečných zdrojů.

Operačním rizikem se rozumí riziko ztráty v důsledku nedostatečnosti nebo selhání interních procesů, osob, systému nebo kvůli externím událostem. Významnost operačního rizika se v poslední době zvyšuje s rozšiřováním automatizovaných systémů a komunikačních sítí. Operační riziko je tvořeno především provozním a transakčním rizikem (nesprávné kontrolní a řídicí mechanismy, lidské omyly, technické chyby), rizikem systému (výpadky počítačové sítě, chyby v počítačových programech, ztráty při přenosu dat), rizikem právního prostředí (měnící se právní prostředí, změny ve státní regulaci, změny ve způsobu zdanění), rizikem spojeným s prodejem produktu, jehož vlastnosti nebyly klientovi dostatečně vysvětleny, nebo neodpovídá jeho potřebám.

S riziky souvisí i jejich možná diverzifikace, což v předchozím přístupu nebylo uvažováno.

Principy využití v Solvency II mají být kvantitativním a kvalitativním nástrojem pro hodnocení celkové solventnosti. Hlavním cílem této metodiky je ochrana pojistníků, pojištěných a oprávněných osob propojená s finanční stabilitou dohlížených pojišťovacích subjektů. Dalšími cíli metodiky Solvency II jsou zlepšení transparentnosti a porovnatelnosti v oblasti pojišťovnictví, dále spolupráce a výměna informací jednotlivých regulátorů. Těchto cílů má být dosaženo na základě možnosti kontroly pojistitelů, zda mají dostatečnou kapitálovou přiměřenost vzhledem k pojišťovaným rizikům.

Struktura Solvency II je postavena na třech pilířích.

I. pilíř

V prvním pilíři jsou zahrnuty kvantitativní požadavky. Definuje finanční zdroje, které pojišťovna musí mít, aby byla považována za solventní. Vychází z ocenění aktiv a závazků. Obsahuje pravidla pro výpočet technických rezerv, regulatorních kapitálových požadavků a požadavky na investiční politiku pojišťoven. V tomto pilíři je definován kapitálový požadavek na solventnost (SCR - Solvency Capital Requirement), který stanovuje hranici, od které se pojišťovna dostává do zostřené zájmu regulátora. SCR je založen na předpokladu, že výše kapitálu neumožní ruinování pojišťovny s pravděpodobností minimálně 0,995 v jednom roce, což odpovídá Value at Risk na 99,5% hladině spolehlivosti v jednom roce. Matematicky tento požadavek zapíšeme jako:

$$P(L > SCR) \leq 0,005,$$

kde L je náhodná veličina popisující ztrátu pojišťovny.

Po úpravě vztahu výše uvedeného vztahu dostaneme:

$$SCR \geq F^{-1}(0,995),$$

kde F je distribuční funkce náhodné veličiny L .

Vzhledem k tomu, že naším cílem je najít přesnou hodnotu SCR, která odpovídá dané pravděpodobnosti, nahradíme nerovnost rovností a SCR vyjádříme jako:

$$SCR = VaR_{0,995}(L) = F^{-1}(0,995).$$

Kapitálový požadavek na solventnost vychází z pojmu ekonomický kapitál, který v hodnocení pojistitele představuje součet hodnot v riziku (VaR – Value at Risk), z tržního, kreditního, pojistně technického a operačního rizika. První pilíř dále stanovuje minimální kapitálový požadavek (MCR - Minimum Capital Requirement), jenž představuje kritickou úroveň kapitálu, pod kterou se nesmí pojistitel dostat, protože by zájmy pojistníků byly vážně ohroženy. Výpočet MCR je stejně jako SCR založen na míře rizika Value at risk, liší se však hladina spolehlivosti, která je v tomto případě 85%. Hodnota MCR by měla být v rozmezí 25-45 % hodnoty SCR. V případě, že MCR není v dostatečné výši, hrozí pojistiteli odebrání licence. U výpočtu kapitálového požadavku je možno využít tři přístupů (standardní formule, částečný interní model, plný interní model). Pojišťovna si následně volí jeden z těchto přístupů. Ty se liší zejména náklady a přínosem pro management.

Standardní formule přináší pojišťovně výrazně nižší náklady oproti zbylým dvěma variantám. Je při ní naplněn požadavek regulátora. Mezi výhody patří významně vyšší porovnatelnost metodiky výpočtu s ostatními subjekty. Negativem je malá přidaná hodnota pro řízení pojišťovny.

Částečný interní model nabízí možnost zaměřit se na nejrizikovější oblasti a pro ně vytvořit interní model. Jeho použitím může dojít k určité úspoře požadovaného kapitálu. Nevýhodou jsou přidané náklady na vytvoření části interního modelu a možná nekonzistence s ostatními částmi.

Plný interní model umožňuje potenciálně vysokou přidanou hodnotu k řízení byznysu. Platí zde, že co si pojišťovna sama vytvoří, tomu lépe rozumí. Pozitivem jsou také možnost propojení s jinými finančními modely a potenciální úspora na kapitálovém požadavku. Negativem jsou náklady na implementaci a udržování modelu.

Nutné bude taktéž tržní ocenění investičního portfolia pro všechny cenné papíry bez výjimky. Z tržně oceněných aktiv a rezerv vyplývá zásadní důraz na řízení ALM (Asset-Liability Matching). ALM riziko je riziko toho, že aktiva a závazky nejsou vhodně vzájemně finančně sladěny. Hraje významnou roli zejména v oblasti životního pojištění.

V prvním pilíři jsou také definovány vlastní zdroje pojišťovny jako kapitál ke krytí SCR a MCR. Vlastní zdroje jsou tvořeny základními vlastními zdroji a doplňkovými vlastními zdroji. Jako základní vlastní zdroje označujeme přebytek aktiv nad pasivy navýšený o podřízené závazky s tím, že vlastní akcie jsou v tomto případě oceněny nulou. Příkladem takových zdrojů jsou splacený základní kapitál a emisní ážio. Doplňkové vlastní zdroje musí být schváleny dohledovým orgánem a tvoří je podrozvahové položky, kterými jsou například nesplacený základní kapitál, záruky nebo podpora mateřské společnosti.

V rámci Solvency II jsou položky vlastních zdrojů řazeny do tří tříd. Jsou to třídy označené jako Tier 1 (T1), Tier 2 (T2), Tier (T3), podle míry využitelnosti ke krytí kapitálových požadavků a kvality. Nejvyšší kvalitu mají vlastní zdroje v třídě T1, v T2 nižší a v T3 nejnižší. Základní vlastní zdroje mohou být řazeny do všech tří tříd, zatímco doplňkové pouze do třídy T2 nebo T3. Směrnice stanovují, že SCR musí být tvořen nejméně z 50 % kapitálem řazeným do třídy Tier 1.[15] Druhá polovina může být pokryta kapitálem ze tříd T2 a T3, s tím, že kapitál ze třídy T3 musí tvořit méně než 15 %. MCR musí být pokryt minimálně z 80 % kapitálem náležícím do třídy T1, zbylá část potom kapitálem třídy T2.

II. pilíř

Druhý pilíř představuje veškeré kvalitativní požadavky, které jsou kladeny na pojišťovny. Jedná se zejména o zásady řízení pojišťovny a požadavky na vnitřní kontrolní systém. Cílem je zvýšit úroveň harmonizace metod dohledu, stanovení základních principů, koordinace kontrolních mechanismů a jejich standardizace. Dalším cílem je také spolupráce bankovníctví a pojišťovnictví v oblasti dohledu. Základním dokumentem druhého pilíře je tzv. FLAOR (Forward Looking Assessment of Own Risk). V dřívějších fázích schvalovacího procesu byl dokument FLAOR označován jako ORSA (Own Risk and Solvency Assessment). [27] Jde o komplexní zhodnocení fungování risk managementu a kontrolních procesů v rámci pojišťovny společně s prověřením výsledků prvního pilíře. V případě použití interního modelu k výpočtu kapitálových požadavků slouží i k validaci tohoto modelu. Část, která obsahuje výsledky solventnostního požadavku a vlastního kapitálu, je doplněna o projekci na další období a o alokaci kapitálu na jednotlivé oblasti podnikání. Veškerá rizika, kterých si je pojišťovna vědoma a nejsou pokryty v prvním pilíři, by měla být v FLAOR dokumentu podrobně popsána.

III. pilíř

V rámci třetího pilíře jde o vlastní reporting dohledovému orgánu a publikaci výsledků. Je postaven na zvyšování transparentnosti trhu. Jeho cílem je poskytovat klientům pojišťovny, ratingovým agenturám a ostatním stranám obraz o rizikivosti pojišťovny.

Komparace regulace Solvency I a Solvency II

Solvency II poskytuje jednotnou metodiku pro všechna pojistná odvětví, zatímco Solvency I zvláště pro oblast životních a neživotních pojištění. Na rozdíl od Solvency I je solventnost pouze jednou ze součástí konceptu, dalšími jsou dohled a informační povinnost. Mění se bilanční pohled ze strany pasiv nově na obě strany bilance, jak na pasiva, tak aktiva. Bilanční položky mohou být také nově oceňovány jak účetním přístupem, tak tržním. Dalším rozdílem je, že Solvency I není téměř založena na riziku, zatímco Solvency II pokrývá riziko tržní, úvěrové, likvidity, operační a pojistně technické. Solvency II nabízí také možnost použití interních modelů při výpočtu solventnosti, zatímco Solvency I vyžadovala jednotný způsob výpočtu solventnosti. Místo dřívější požadované míry solventnosti a disponibilní míry solventnosti obsahuje Solvency II minimální kapitálový požadavek a solventnostní kapitálový požadavek. Poslední významný rozdíl můžeme spatřit ve vlastních zdrojích.

Solvency I nekladl důraz na jejich kvalitu, zatímco v metodice Solvency II jsou vlastní zdroje rozděleny do vrstev dle kvalitativních požadavků.

2. Value at Risk

Value at Risk (VaR) je jedním z nejrozšířenějších nástrojů sloužících pro řízení rizik ve finančních institucích. Poprvé byl použit koncem 80. let 20. století ve Spojených státech amerických finančními institucemi k měření rizika jejich portfolií. Spouštěcí událostí byl krach akciových trhů v roce 1987. K rozšíření metody Value at Risk přispěla zejména pravidla kapitálové přiměřenosti známá jako Basel I. vydaná v roce 1988 Basilejským výborem pro bankovní dohled. Následující část práce je vypracována podle lit. [3], [5], [6], [7], [17], [21], [22], [23], [24].

VaR_α , kde $\alpha \in (0, 1)$, je definovaný jako jednostranný α -kvantil negativních výsledků náhodné veličiny X za určitou dobu. Náhodná veličina X představuje určitou činnost, při níž se setkáváme s rizikem. Matematicky lze zapsat jako:

$$VaR_\alpha(X) = \inf\{x | P(X \leq x) > \alpha\}$$

Pro zjištění hodnoty VaR musíme specifikovat dva údaje. Prvním z nich je doba, na kterou se VaR počítá. Tato doba se nazývá horizont Value at Risk. Druhým údajem je hladina spolehlivosti označovaná jako α . Dalším údajem, který bývá uváděn, je měna, ve které je VaR vyjádřen.

Jako příklad můžeme uvést, že pokud máme $VaR_{0,99}$ daného portfolia rovný jednomu milionu korun, tak s pravděpodobností 0,99 hodnota ztráty nepřesáhne právě jeden milion korun v daném časovém horizontu.

2.1 Metody výpočtu VaR

K výpočtu VaR je v praxi používáno velké množství metod. V této podkapitole si představíme tři nejběžněji používané, kterými jsou metoda historické simulace, parametrické metody a metoda simulací Monte Carlo.

Metoda historické simulace

Metoda historické simulace je jednou z neparametrických metod k výpočtu VaR. Stejně jako ostatní neparametrické metody pro výpočet VaR je založená na předpokladu, že se blízká budoucnost bude vyvíjet stejně jako nedávná minulost. Riziko, kterému budeme čelit v budoucnosti, tedy odhadujeme za použití dat z nedávné minulosti. Navzdory tomuto

poměrně silnému předpokladu je metoda historické simulace nejčastěji používaná. Před použitím metody je nutné určit, která z dat jsou pro nás dostatečně aktuální a vyhovují k určení výše rizika na požadovanou časovou periodu.

Postup výpočtu VaR metodou historické simulace

1. V prvním kroku vytvoříme časovou řadu P/L_t portfolia tak, aby odpovídala struktuře rozložení jednotlivých aktiv v něm. P/L_t portfolia označuje zisk nebo ztrátu, které nám plynou z vlastnictví portfolia za jednu časovou jednotku. Matematicky je definován jako:

$$P/L_t = V_t - V_{t-1},$$

kde V_t je hodnota portfolia v čase.

Časová řada P/L_t má konstantní délku, což znamená, že nejnovější hodnota vždy vyřadí nejstarší.

2. Seřadíme P/L podle výšky ztráty a vytvoříme histogram
3. Najdeme takovou hodnotu P/L , která odděluje $(1 - \alpha)$ % nejhorších ztrát od ostatních hodnot. Jestliže tato hodnota přímo neexistuje, získáme ji interpolací mezi nejbližšími existujícími hodnotami ztrát.

Modifikací výše popsané metody historické simulace lze dospět k metodě vážené historické simulace, v které jsou pozorováním přiřazeny různé váhy podle několika kritérií.

Parametrické metody

Parametrické metody výpočtu VaR se používají mnohem více v akademické sféře než v praxi. Hlavním přínosem parametrických metod je to, že v sobě nesou další prakticky využitelné vlastnosti při měření rizika nejen v aplikaci na VaR. Přidaná hodnota této metody se nachází v parametrickém rozdělení pravděpodobností, o kterém předpokládáme, že je správné. Kvůli tomu je odhad VaR parametrickou metodou přesnější, avšak přesnost je limitována správností předpokladu o parametrech rozdělení.

U parametrických metod se setkáváme se dvěma základními přístupy. Prvním z nich je portfoliový přístup, ve kterém pracujeme s rozdělením P/L celého portfolia. Druhým přístupem je poziční přístup, v němž má každé aktivum v portfoliu vlastní rozdělení P/L .

Metoda Monte Carlo

Základní myšlenkou metody Monte Carlo neboli stochastické simulace je opakovaně simulovat z náhodného procesu cenu, výnos nebo jiný rizikový faktor portfolia, které je předmětem našeho zájmu. Pro potřeby určení VaR nám každá simulace určí možnou hodnotu našeho portfolia na konci časového horizontu, na který VaR počítáme. S rostoucím počtem uskutečněných simulací (nasimulovaných dat) se zkonstruovaná empirická distribuční funkce námi zvoleného rizikového faktoru bude přibližovat skutečné distribuční funkci, která je neznámá. Z nasimulovaných dat následně určíme empirický kvantil.[3]

Empirický kvantil definujeme následujícím způsobem: Necht' $p \in (0,1)$. Pak p – kvantil \tilde{x}_p je ta hodnota znaku, pro kterou platí, že nejméně $100 \cdot p$ procent čísel v souboru hodnot je menší nebo rovno \tilde{x}_p a nejméně $100 \cdot (1 - p)$ procent čísel v souboru hodnot je větší nebo rovno \tilde{x}_p . [4]

Při použití metody Monte Carlo je potřeba projít několika zásadních bodů.

1. V prvním bodě je vytvořen matematický model objektu analýzy. V tomto kroku je tedy zkonstruován vzorec, který říká, jak z hodnot jednotlivých rizikových faktorů spočítáme hodnotu uvažovaného kvantitativního kritéria. Současně je také nutné rozlišit veličiny na vstupní a výstupní.
2. Cílem druhého kroku je určení klíčových faktorů rizika. Jedná se tedy o vstupní veličiny, jež výrazně ovlivňují nejistotu výstupů simulace. Nejistota těchto faktorů se v simulaci respektuje, zatímco ostatní vstupní veličiny jsou následně v modelu chápány jako konstanty (obvykle volíme takové hodnoty faktoru, které jsou nejpravděpodobnější). Při určení klíčových faktorů je výhodné využít analýzu citlivosti.
3. Ve třetím kroku jsou stanoveny rozdělení pravděpodobností klíčových faktorů rizika, určených v předchozím bodě. V případě diskrétních faktorů můžeme rozdělení pravděpodobnosti stanovit přímo (vypíšeme hodnoty a jejich pravděpodobnosti) nebo zvolíme některé diskrétní rozdělení z teorie pravděpodobnosti. Takovými rozděleními jsou například Poissonovo nebo Binomické. V případě spojitých faktorů je obvykle volen určitý typ teoretického rozdělení (například Normální, Rovnoměrné nebo Exponenciální) a zadány jeho parametry. Při stanovení rozdělení klíčových

faktorů rizika se vychází buďto z historických dat, která se aproximují teoretickým rozdělením, nebo ze znalostí a zkušeností expertů v dané oblasti.

4. Dalším neméně důležitým bodem je stanovení statistické závislosti faktorů rizika. Statistická závislost vyjadřuje, že hodnoty určitých faktorů rizika mohou záviset na některých jiných faktorech. Závislost rizikových faktorů je nutné respektovat, v opačném případě by byly výsledky výrazně znehodnoceny.
5. Na závěr celého postupu přichází vlastní proces simulace s využitím speciálního softwaru, který může být čistě simulační nebo matematický. Software vygeneruje určitý počet scénářů a pro každý scénář stanoví výslednou hodnotu zvoleného kritéria. Scénářem rozumíme náhodou kombinaci hodnot jednotlivých rizikových faktorů. Simulační proces končí posledním krokem ze zadaného počtu, nebo dosažením zadané přesnosti výsledků simulace.

Metoda Monte Carlo pracuje stejně jako parametrické metody buď na pozičním, nebo portfoliovém přístupu.

2.2 Nevýhody VaR

Jak již bylo výše zmíněno, VaR patří k hojně využívaným nástrojům pro řízení rizik. S jeho použitím jsou však spojena určitá úskalí [6], s kterými bychom měli při interpretaci jeho výsledků počítat. Tato úskalí si představíme v této kapitole. V této podkapitole byla využita literatura [6], [22].

2.2.1 VaR necharakterizuje velmi málo pravděpodobné ztráty

První nevýhoda je spojena s možná největší výhodou VaR, kterou je to, že dává k dispozici jednu souhrnnou hodnotu popisující vystavení portfolia rizikům. Tato hodnota pak umožňuje interpretovat podstupovaná rizika řídicím orgánům podniku, či akcionářům. Proto je nutné, aby si všechny osoby, které s VaR pracují, uvědomovali, že nepředstavuje maximální možnou ztrátu, ani neříká nic o velikostech ztrát, které mohou nastat s nižší než zvolenou pravděpodobností. Tyto ztráty mohou VaR výrazně převyšovat a mohou být i dostatečně vysoké na to, aby byly pro společnost fatální. VaR spočítaný na jedné hladině pravděpodobnosti také neumí odlišit dvě portfolia s velmi rozdílným rizikovým profilem na nízkých hladinách pravděpodobnosti, ztráty z těchto dvou portfolií se stejným VaR se tak mohou výrazně lišit. Tomuto můžeme čelit vyčíslováním potenciálních ztrát na různých hladinách pravděpodobnosti. Někteří autoři se u VaR také zmiňují o tzv. pocitu falešného

bezpečí. [6] Ten souvisí s podvědomým vnímáním vysoké hodnoty pravděpodobnosti, např. 99%, s kterou ztráta nepřesáhne určitou částku, a to i přesto, že jsme pochopili skutečný význam VaR.

2.2.2 VaR není subaditivní

Míry rizika využívané ve finančním sektoru můžeme rozdělit na tzv. *koherentní míry rizika* a na míry rizika, které koherentní nejsou. Pojem koherentní míra rizika zavedli P. Artzner, F. Delbaen, J.-M. Eber a D. Heath v roce 1999, literatura [1]. Koherentní míru rizika definujeme následovně. Uvažujme množinu V reálných náhodných veličin. Koherentní mírou rizika nazveme takovou funkci $\rho : V \rightarrow \mathbf{R}$, která splňuje vlastnosti pozitivní homogenity, monotonie, translační invariance a subaditivity.

Pozitivní homogenita

$$\rho(\alpha X) = \alpha \rho(X), \text{ pro každé } \alpha \geq 0,$$

Monotónnost

$$\text{jestliže } P(X \leq Y) = 1, \text{ pak } \rho(X) \leq \rho(Y),$$

Translační invariance

$$\rho(X + K) = \rho(X) - k,$$

pro jakékoli deterministické portfolio K s garantovaným výnosem k ,

Subaditivita

$$\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y),$$

kde X, Y jsou libovolná portfolia a zobrazení ρ je míra rizika.

Value at risk splňuje první tři z výše uvedených vlastností. Pro VaR_α však obecně neplatí, že:

$$VaR_\alpha(X + Y) \leq VaR_\alpha(X) + VaR_\alpha(Y).$$

Tato vlastnost vlastně říká, že míra rizika dvou portfolií po jejich spojení by neměla být větší než součet jednotlivých měr rizika před spojením daných portfolií.

Value at Risk nesplňuje vlastnost subaditivity, jestliže zisky a ztráty z portfolia nelze popsat některým z eliptických rozdělení, kterými jsou například normální rozdělení nebo studentovo t-rozdělení pravděpodobnosti. Při práci s VaR tedy nelze s touto vlastností obecně počítat. V některých případech tak VaR odrazuje od diverzifikace rizik, jinak řečeno od rozrůžňování portfolia. Hodnotu VaR_α lze v některých případech snížit tím, že portfolio vhodně rozdělíme do několika subportfolií, pro něž vypočítáme VaR_α samostatně. Jejich

součtem můžeme v některých případech získat hodnotu nižší, než je hodnota VaR_α portfolia před rozdělením. Volně řečeno tedy VaR celkového rizikového portfolia nelze obecně omezit součtem VaR jednotlivých subportfolií.

2.2.3 VaR nepředpovídá budoucí vývoj

Ukazatel VaR je založen na řadě předpokladů, které nemusejí být vždy realistické. Základním předpokladem při výpočtu VaR bývá, že chování sazeb bude v budoucnosti přibližně stejné jako v nedávné minulosti. Vzhledem k neustálému vývoji finančních trhů je tento předpoklad poměrně odvážný. Finanční trhy reagují poměrně promptně na změny v rozpočtové a měnové politice, stejně tak jako na krizové události, jakými jsou například války nebo přírodní katastrofy, které mohou být pro finanční trhy zcela zásadní a navíc jsou často neočekávané a nepředvídatelné. Je tak zřejmé, že VaR, odhadovaný zejména z historických dat, takové změny není schopen ve většině případů včas identifikovat.

Pro omezení tohoto nedostatku bývá VaR doplňován testováním teoretických scénářů, které jsou mechanicky generovány nebo subjektivně sestaveny skupinou zkušených odborníků.

2.2.4 VaR neuvažuje náklady likvidace

Mezi další nevýhodu standardně používaných modelů pro výpočet VaR můžeme zařadit i to, že v nich často nejsou zohledněna rizika spojená s likvidací pozic. Tato rizika vznikají v souvislosti s tím, že VaR nebere v úvahu problémy širokého tržního rozpětí nebo dlouhý časový horizont. Portfolia jsou v modelech často oceňována pomocí středových cen, nebo pomocí tržního rozpětí. Ani v modelech s tržním rozpětím však není zohledněno možné překročení tohoto rozpětí, což může vést k výrazně vyšším ztrátám, než jaké může instituce podle odhadu VaR očekávat. Pokud bychom se snažili riziko eliminovat navýšením tržního rozpětí, kterými jsou portfolia oceněna, stal by se model velmi složitý a výsledky velmi těžko uchopitelné.

2.3 Podmíněný Value at Risk

Podmíněný Value at Risk (CVaR) byl představen v roce 1997 pod názvem Expected shortfall (očekávaný schodek, předpokládaný deficit) jako alternativní míra rizika k VaR. Podmíněný VaR je definován jako průměr ze ztrát, které přesahují, nebo jsou rovny hodnotě VaR daného portfolia. Matematicky jej můžeme definovat jako [23], [24]:

$$\text{CVaR}_\alpha(X) = E[X \mid X \geq \text{VaR}_\alpha(X)],$$

kde X je náhodná veličina popisující ztrátu portfolia a $\alpha \in (0, 1)$ je kvantil možných ztrát. Alternativně můžeme psát, že [25]:

$$\text{CVaR}_\alpha(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} z dF_X^\alpha(z),$$

kde

$$F_X^\alpha(z) = \begin{cases} 0 & \text{if } z < \text{VaR}_\alpha(X) \\ \frac{F_X(z) - \alpha}{1 - \alpha} & \text{if } z \geq \text{VaR}_\alpha(X). \end{cases}$$

Na rozdíl od VaR je tedy CVaR citlivý na rozložení ztrát na chvostu (tail) hustoty rozdělení pravděpodobností zkoumaného portfolia. Podmíněný Value at risk je koherentní mírou rizika, což znamená, že splňuje i podmínku subaditivity, čímž se také odlišuje od Value at risk. Zjednodušeně lze říct, že zatímco VaR odpovídá na otázku, jak moc špatně se může situace našeho portfolia vyvíjet, CVaR odpovídá na otázku, jakou ztrátu můžeme očekávat, pokud se bude tak špatně vyvíjet. CVaR používají podniky zejména pro interní měření rizika. [24]

3. Konstrukce ilustrativních příkladů

V závěrečné kapitole bakalářské práce se zaměříme na některé úskalí a problémy, které sebou ponese použití Value at Risk pro výpočet kapitálového požadavku na solventnost (SCR), se kterým se počítá v rámci prvního pilíře metodiky Solvency II, zaváděné v pojišťovnictví. Ilustrativní příklady budou z oblasti neživotního pojištění a budou konstruovány pomocí simulačního modelu popsaného v první části této kapitoly.

3.1 Popis použitého modelu

V následující kapitole bude v krátkosti představen simulační model, který byl použit pro konstrukci příkladů v bakalářské práci. Model byl vytvořen v programu Microsoft Excel na Přírodovědecké fakultě Univerzity Palackého v Olomouci v rámci projektu Aplikace teoretických postupů pro ocenění rizika při upisování pojistných smluv v oblasti velkých rizik, který byl finančně podpořený Nadačním fondem pro podporu vzdělávání v pojišťovnictví. Popis modelu je volně dostupný.[11] Následující část práce je vypracována podle literatury [4], [11].

Použitý simulační model umožňuje na základě vstupních dat o pojistném kmene vygenerovat zadaný počet scénářů škodních průběhů u jednotlivých pojistných smluv a následně vyčíslit hodnotu $PP_{0,995}$ (99,5% kvantilu pojistných plnění) a spočítat další vybrané charakteristiky celého pojistného kmene. Vstupními daty o pojistném kmene jsou počet smluv, jednotlivé pojistné částky, jednotlivé PML, pojistné sazby, zařazení jednotlivých smluv do rizikových kategorií a také parametry spoluúčastí. PML (probable maximum loss) označuje největší hodnotu majetku, respektive maximální možnou škodu z jedné pojistné události.

V modelu je uvažováno 9 rizikových kategorií, daných jako kombinace tří stupňů četnosti škod a tří stupňů závažnosti škod. Stupně četnosti i stupně závažnosti jsou pro jednoduchost označeny velkými písmeny M – malá, S - střední, V - velká. Kategorizace a použitá rozdělení pro modelování jednotlivých stupňů četnosti i závažnosti škod jsou pouze ilustrativní a to z důvodu špatné dostupnosti reálných dat z oblasti pojišťovnictví.

Stupně četností jsou modelovány Poissonovým rozdělením s třemi různými parametry. Poissonovo rozdělení mají náhodné veličiny, které nabývají hodnot $k = 0, 1, \dots$ s pravděpodobnostmi [4]:

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad \lambda > 0.$$

Pro stupeň M je parametr λ roven 0,07, pro stupeň S $\lambda = 0,12$ a pro stupeň V potom $\lambda = 0,17$. Vygenerované hodnoty u dané smlouvy v jednotlivých scénářích představují počet škod nastalých během jednoho roku.

Pro modelování rozdělení pravděpodobností třech stupňů závažnosti případných škody je zvolen následující postup. Hodnoty závažnosti škod jsou voleny z intervalu $\langle 0,1 \rangle$ a představují hodnotu podílu výše škody na velikosti PML u dané smlouvy. Pro každý stupeň je zvolena maximální hodnota typického (běžného) rozsahu podílu škody na PML, která je označena jako mez, a také pravděpodobnost, s níž bude tato mez překročena. Zvolené hodnoty jsou shrnuty v následující tabulce:

stupeň závažnosti	mez	pravděpodobnost překročení meze
M	0,0001	0,027
S	0,005	0,035
V	0,01	0,05

Tabulka 3.1: Meze a pravděpodobnost jejich překročení při různých stupních závažnosti.

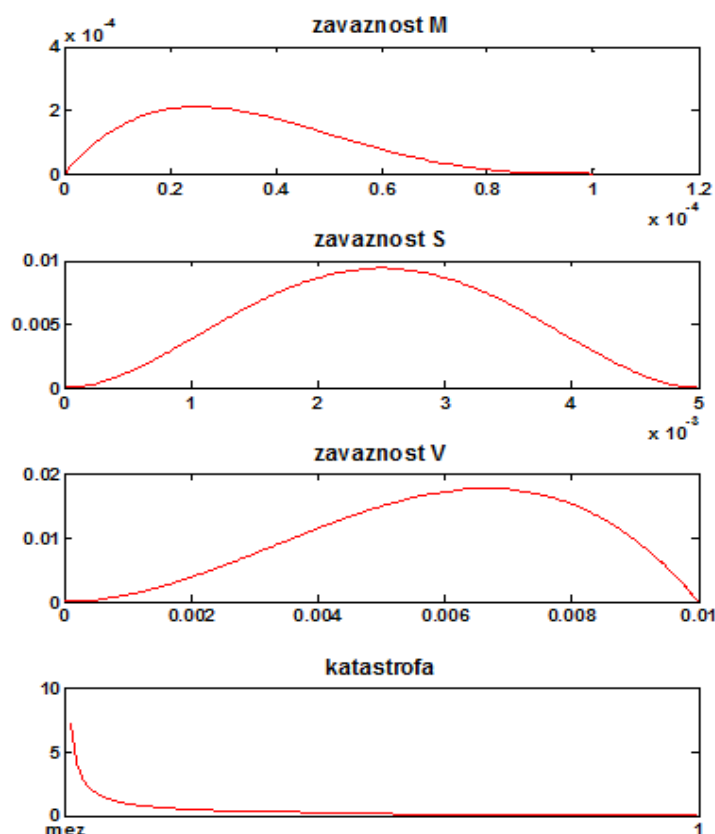
Překročení meze je bráno jako „katastrofická“ událost pro dané riziko (i když daná škoda u „katastrofické“ události ve skutečnosti nemusí pro pojišťovnu znamenat realizaci katastrofy). Pro typickou závažnost škody u jednotlivých stupňů závažnosti a pro katastrofickou událost jsou zvolena následující rozdělení pravděpodobnosti (beta rozdělení s modifikovanými horními mezemi), (viz *Obrázek 3.1*):

Beta rozdělení má náhodná veličina X nabývající hodnot z intervalu $(0,1)$, jejíž rozdělení pravděpodobnosti je určeno hustotou [12], [13]:

$$f(x) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1},$$

kde $\alpha, \beta > 0$ jsou parametry tohoto rozdělení a $B(\alpha, \beta)$ označuje beta funkci.

Pro stupeň závažnost M byla zvolena horní mez na hodnotě 0,0001 a parametry rozdělení $\alpha = 2, \beta = 4$, pro stupeň závažnosti S byla horní mez stanovena na hodnotě 0,005, parametry potom $\alpha = 3, \beta = 3$, a nakonec pro stupeň závažnosti V byla horní mez určena na hodnotě 0,01 a parametry $\alpha = 3, \beta = 2$. Pro případ nastání katastrofální události byly zvoleny stejné parametry $\alpha = 0,12, \beta = 1,5$ pro všechny stupně četnosti, dolní mez je potom rovna horní mezi normální škody (0,0001, 0,005, nebo 0,01), horní mez zůstala na hodnotě 1.



Obrázek 3.1: Beta rozdělení pravděpodobností s modifikovanými mezemi.

Při generování celkové výše škod z daného rizika se nejdříve vygeneruje počet škod na základě zvoleného stupně četnosti škod. Následně je určena výše jednotlivých škod v závislosti na stupni závažnosti a to tak, že se nejprve zjistí, zda je daná škoda typická nebo zda se jedná o katastrofickou škodu, a následně se vygeneruje z příslušného rozdělení hodnota podílu škody na PML. Vygenerovaná hodnota se dále vynásobí hodnotou PML u dané smlouvy. Není-li PML zadána, je místo ní brána hodnota pojistné částky.

Pro snazší a rychlejší práci jsou simulační procesy naprogramovány v Softwaru MATLAB. Byl zvolen takový postup, že pro jednotlivé kombinace stupňů četnosti a

závažnosti byly vygenerovány vzorové roční škodní průběhy s jednotkovými PML. Takto bylo vygenerováno 500 tisíc scénářů. Scénáře škodních průběhů konkrétní smlouvy získáme načtením vzorových ročních průběhů pro danou kategorii rizikovosti, které se náhodně přeuspořádají a vynásobí hodnotou PML u dané smlouvy. Pro určení scénářů škodního průběhu celého pojistného kmene za daný rok (500 tisíc) se pak získají sečtením škodních průběhů jednotlivých pojistných smluv. Ze získaných scénářů se poté určí požadované číselné charakteristiky: $PP_{0,995}$, průměrná škoda (z celého pojistného kmene), $CVaR_{0,995}$ (podmíněný $Var_{0,995}$) a směrodatná odchylka. V modelu pro jednoduchost předpokládáme, že netto pojistné je rovno průměrné škodě. Jinak řečeno předpokládáme, že částka, kterou pojišťovna zinkasuje od pojistníků na pojistném, je rovna průměrné výši vyplacených pojistných plnění. V praxi však bývá netto pojistné větší než průměrná škoda. Solventnostní kapitálový požadavek SCR je v modelu určen jako rozdíl kvantilu pojistných plnění ($PP_{0,995}$) a průměrné škody (pojistná plnění jsou náklady pojišťovny, netto pojistné (průměrná škoda) je výnos). Hodnota $CVaR_{0,995}$ představuje průměr z pojistných plnění, která překračují $PP_{0,995}$, tento průměr je následně snížen o netto pojistné (průměrnou škodu). Škodní průběhy jednotlivých smluv jsou pro jednoduchost považovány za nezávislé. V podkapitole 3.2.4 pak byla použita modifikace tohoto simulačního modelu, která nám umožní zkoumat situaci v případě závislosti mezi smlouvami.

3.2 Úskalí VaR na ilustrativních příkladech

V závěrečné části bakalářské práce si ukážeme možné problémy související s použitím ukazatele Value at Risk v pojišťovnictví a to na ilustrativních příkladech zkonstruovaných pomocí modelu popsaneho v předchozí kapitole. Zaměříme se především na porušení subaditivity v konkrétních případech a poněkud překvapivé výsledky hodnoty SCR při porovnání dvou odlišných pojistných kmenů. Uvedeme také situace, kdy se pojišťovně nevyplatí zajištění vzhledem k solventnostnímu kapitálovému požadavku. Na konci této podkapitoly se budeme věnovat příkladům, ve kterých mezi smlouvami a škodami z nich existují závislosti.

3.2.1 Absence subaditivity

Jak jsme se již zmínili v podkapitole 2.2.2, VaR obecně nepředstavuje koherentní míru rizika, protože nespĺňuje vlastnost subaditivity. Nesplnění této vlastnosti si můžeme v oblasti

pojišťovnictví představit například při následující situaci: Pojistitel rozdělí mezi jednotlivé underwritery (upisovatele pojistných rizik) kapitál, vůči kterému mohou upisovat pojistné smlouvy. V takovém případě není zaručeno, že požadavek na kapitál vyplývající z celkového pojistného kmene nebude větší než součet kapitálových požadavků, vyplývajících z jednotlivých pojistných kmenů.

V tabulkách výsledků budou uváděny hodnoty $PP_{0,995}$, SCR a průměrná škoda z pojistných smluv v daném pojistném kmeni. Hodnota SCR je přitom určena jako rozdíl $PP_{0,995}$ a průměrné škody. Pro názornost bude také uvedena hodnota míry rizika $CVaR_{0,995}$, která je koherentní mírou rizika a subaditivita by tak u ní porušena být neměla. V prvních sloupcích, které mají číselné označení, jsou vypočteny hodnoty charakteristik pro jednotlivé pojistné kmeny. Předposlední sloupec je tvořen řádkovým součtem charakteristik vypočtených u jednotlivých kmenů, což odpovídá výše popsanému případu, kdy pojistitel rozdělí kapitál, vůči kterému mohou být upisovány pojistné smlouvy, mezi jednotlivé underwritery. V posledním sloupci jsou naopak hodnoty charakteristiky takového pojistného kmene, který vznikne sjednocením všech dílčích pojistných kmenů.

Příklad č. 1:

V prvním příkladu byla sledována subaditivita u dvou stejných pojistných kmenů. Tyto kmeny byly tvořeny deseti tisíci smlouvami, přičemž u šesti smluv byla PML 16 milionů. Zbývající smlouvy měly PML rovnu 100 tisíc. U obou pojistných kmenů byla zvolena malá četnost a vysoká závažnost. Rizikovost pojistných kmenů tak byla poměrně nízká.

Pojistný kmen	1	2	Součet charakteristik pojistných kmenů	Celkový pojistný kmen
$PP_{0,995}$	1 845 454	1 841 161	3 686 616	5 312 638
Průměrná škoda	764 507	764 507	1 529 014	1 529 013
SCR	1 080 948	1 076 654	2 157 602	3 783 625
$CVaR_{0,995}$	4 885 650	4 890 431	9 776 081	7 645 354

Tabulka 3.2: Výsledky příkladu číslo 1

Z výsledků je patrné, že subaditivita je v tomto případě porušena. Tím, že místo jednoho velkého pojistného kmene o dvaceti tisících smlouvách jsou vytvořeny dva pojistné kmene o deseti tisících smlouvách, jsme snížili solventností kapitálový požadavek (SCR) na téměř polovinu původní hodnoty. Přijímané riziko je přitom pro pojistitele identické.

Hlavním důvodem porušení subaditivity je v tomto případě existence smluv s vysokou PML v pojistných kmenech. Pojistný kmen tak není homogenní, což je hlavním indikátorem toho, že může dojít k porušení subaditivity. Svou roli zde sehrávají i parametry četnosti a závažnosti. Pokud by četnost smluv byla v tomto příkladu vysoká, stejně jako závažnost, subaditivita by porušena nebyla.

Příklad č. 2:

V příkladu číslo dva byla subaditivita zkoumána na pěti pojistných kmenech. Všechny pojistné kmene byly tvořeny tisíci pojistnými smlouvami. Struktura pojistného kmene byla taková, že v prvním kmeni byla jediná smlouva s „velkou“ 10 milionovou PML, ve druhém pojistném kmeni byly takové smlouvy dvě, ve třetím tři, ve čtvrtém čtyři, a konečně v pátém pojistném kmeni již bylo smluv s 10 milionovou PML pět. Ostatní smlouvy v pojistných kmenech měly PML 100 tisíc. V tomto příkladu byla zvolena průměrná rizikovost pojistných kmenů, tedy stupeň četnosti i závažnosti byl střední.

Pojistný kmen	1	2	3	4	5	Součet charakteristik pojistných kmenů	Celkový pojistný kmen
PP _{0,995}	211 830	232 270	261 997	361 367	637 278	1 704 742	3 793 328
Průměrná škoda	66 853	72 875	78 898	84 920	90 942	394 488	394 488
SCR	144 976	159 394	183 100	276 447	546 336	1 310 254	3 399 439
CVaR _{0,995}	725 458	1 283 528	1 833 685	2 370 962	2 861 411	9 075 044	5 321 757

Tabulka 3.3: Výsledky příkladu číslo 2

Tabulka výsledků opět prozrazuje výrazné porušení subaditivity. Ukazuje se, že pokud jeden velký pojistný kmen s pěti tisíci pojistnými smlouvami, ve kterém je patnáct smluv s 10 milionovou PML a zbytek smluv s PML 100 tisíc, vhodně rozdělíme do pěti pojistných kmenů, jejichž struktura byla popsána výše, bude kapitál požadovaný regulátorem dle metodiky Solvency II více než dva a půl krát menší.

Příklad č. 2 ukazuje možnou cestu, jakou mohou jednotliví underwriteři snížit hodnotu SCR, což pro ně může být v případě přidělení určitého kapitálu výhodné. Jde o jakési „skrývání“ smluv s velkou PML do pojistných kmenů, které jsou tvořeny pojistnými smlouvami s násobně menší PML. Na druhou stranu však může být oklamán i vrcholný management pojišťovny, který ze samotného SCR nezíská úplný obraz o rizicích, která jsou pojišťována.

Pro porovnání si můžeme uvést, jak by vypadaly výsledky výše popsané situace, pokud bychom místo středních stupňů závažnosti i četnosti, tentokrát zvolili vysoký stupeň závažnosti i četnosti. Struktura pojistných kmenů by zůstala stejná.

Pojistný kmen	1	2	3	4	5	Součet charakteristik pojistných kmenů	Celkový pojistný kmen
PP _{0,995}	426 366	649 021	1 323 019	2 002 763	2 652 113	7 053 282	6 568 219
Průměrná škoda	188 095	205 039	221 983	238 927	255 871	1 109 917	1 109 917
SCR	238 270	443 981	1 101 036	1 763 836	2 396 242	5 943 365	5 458 302
CVaR _{0,995}	1 456 831	2 617 834	3 564 180	4 280 825	4 829 329	16 749 000	7 138 104

Tabulka 3.4: Výsledky modifikovaného příkladu číslo 2

Na výsledcích upraveného příkladu 2 vidíme, že po změně závažnosti a četnosti ze střední na vysokou již nebyla subaditivita porušena. SCR je tak vyšší při součtu výsledků jednotlivých pojistných kmenů.

Obecně lze říci, že jev, kdy je porušena subaditivita, může nastat v případě, kdy dílčí pojistné kmeny obsahují riziko (velká pojistná plnění), které se projeví jen s velmi malou pravděpodobností, obvykle menší než 0,5 %. Porušení subaditivity závisí zejména na pravděpodobnosti katastrofické události, zatímco rozdělení četností v tomto případě nehraje až takovou roli. Jak je patrné z uvedených příkladů, typicky se tento jev projeví u pojistných kmenů, které jsou nesourodé co do PML, kdy k velkému množství pojistných smluv se zhruba stejnou PML je přidáno několik málo smluv nesoucí výrazně větší riziko (vysoká PML). Ve většině případů nestačí jedna nebo dvě takové smlouvy, na druhou stranu jich nesmí být příliš mnoho.

3.2.2 SCR vyšší u méně rizikového pojistného kmene

Dalším úskalím, se kterým jsme se při simulování setkali, je situace, kdy výsledný kapitálový požadavek vyjde naopak, než by bylo žádoucí, tj. nižší u kmene s potenciálně vyšším rizikem.

Tabulka výsledků bude tentokrát tvořena sloupci, ve kterých budou charakteristiky jednotlivých pojistných kmenů. Z charakteristik budou uvedeny $PP_{0,995}$, průměrná škoda, SCR, $CVaR_{0,995}$ a směrodatná odchylka škod. SCR je opět rozdílem hodnoty $PP_{0,995}$ a průměrné škody.

Příklad č. 3

Pojistný kmen označený číslem 1 obsahuje deset tisíc pojistných smluv, které jsou z hlediska rizikivosti složeny ze zcela homogenních smluv (stejná rizikovitost i PML). PML pojistných smluv v prvním pojistném kmeni byla zvolena ve výši 250 tisíc. Pojistný kmen byl zařazen do kategorie rizikivosti 3, která označuje malou četnost, ale vysokou závažnost škod.

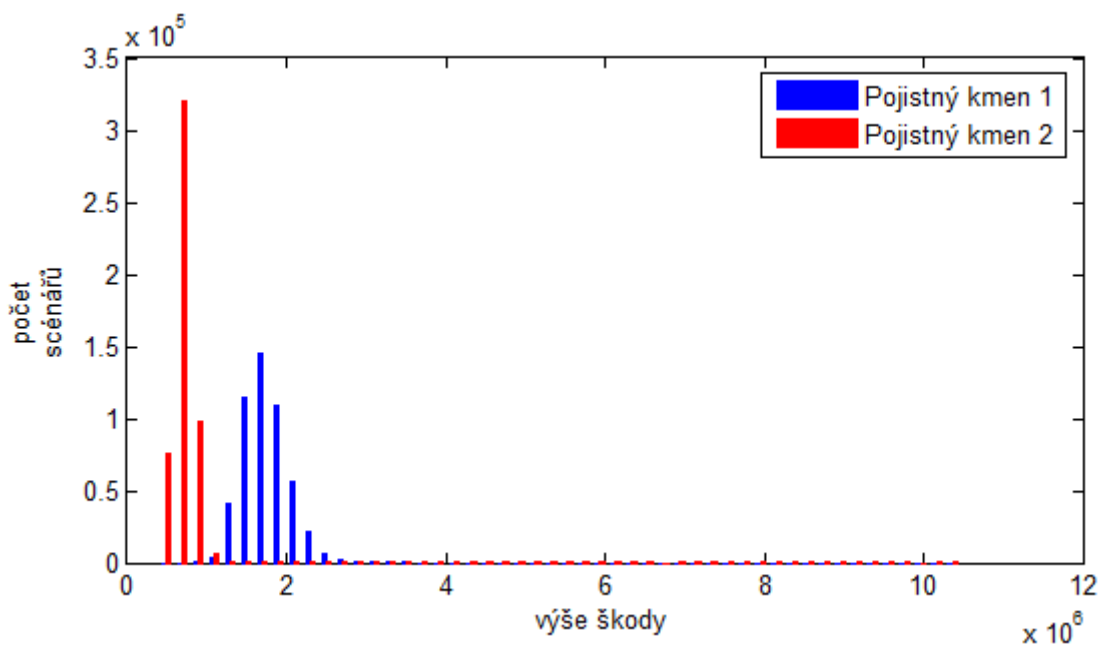
Pojistný kmen pod číslem 2 je tvořen, stejně jako pojistný kmen 1, deseti tisíci pojistnými smlouvami. Struktura kmene však není homogenní, co se PML týče. Všechny smlouvy s výjimkou jediné mají PML rovnu 100 tisíc, zatímco zbývající pojistná smlouva má PML rovnu 16 milionů. Pro tento pojistný kmen byla zvolena kategorie rizikivosti 9, což znamená vysokou četnost i závažnost škod.

Pojistný kmen	1	2
$PP_{0,995}$	2 581 232	2 306 083
Průměrná škoda	1 744 812	1 738 727
SCR	836 420	567 356
Směrodatná odchylka	275 692	328 454
$CVaR_{0,995}$	963 535	2 423 363

Tabulka 3.5: Výsledky příkladu číslo 3

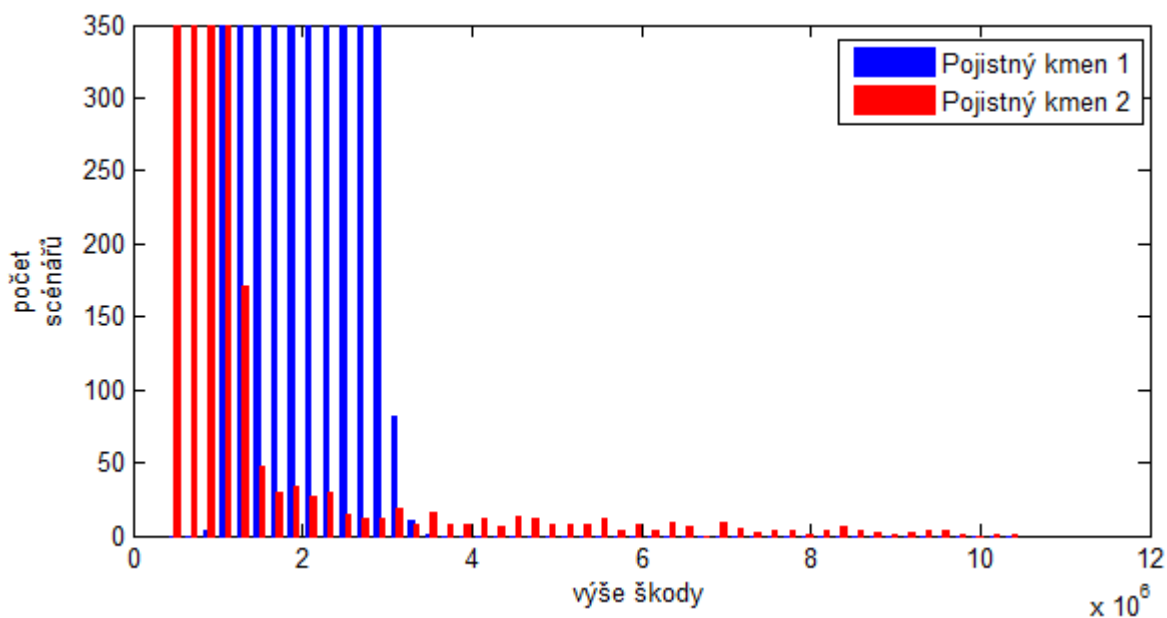
Ze zvolených hodnot PML a parametrů by se dalo očekávat, že více rizikovým bude pojistný kmen číslo 2, a tak, že i kapitálový požadavek SCR bude vyšší u tohoto pojistného kmene. V našem očekávání nás jenom utvrzuje porovnání hodnot ukazatele $CVaR_{0,995}$ a velikost směrodatné odchylky škod, které jsou u pojistného kmene 2 vyšší. Kapitálový

požadavek SCR však oproti očekávání vyšel vyšší u pojistného kmene 1. Celá situace je znázorněna na obrázku 3.1.



Obrázek 3.1: Histogram pojistných plnění příkladu číslo 3

Zřetelněji je však situace z příkladu 3 vidět, pokud upravíme histogram tím, že omezíme maximální zobrazovanou hodnotu osy y.



Obrázek 3.2: Upravený histogram pojistných plnění příkladu číslo 3

Z histogramu (Obrázek 3.2) je patrné, že pojistiteli hrozí z druhého pojistného kmene potenciálně výrazně vyšší ztráta než z prvního pojistného kmene. Ta se však ve VaR neprojeví, protože její pravděpodobnost je velmi malá.

3.2.3 Pojistiteli se vzhledem k SCR nevyplatí zajištění

V této podkapitole se zaměříme na další poněkud neočekávaný jev, který je spojený s excedentním zajištěním. V některých případech, ať již více či méně reálných, se může stát, že pojistitel, který se bude chovat odpovědněji a smlouvy s velkou PML si bude zajišťovat u zajišťovny pomocí excedentního zajištění, bude muset splňovat vyšší požadavek na solventnost SCR. Princip excedentního zajištění byl vysvětlen v první kapitole. V příkladech nebudeme uvažovat maximální rozsah krytí rizika zajištěním.

Příklad 4:

V příkladu číslo čtyři si na pojistném kmeni s deseti tisíci smlouvami ukážeme situaci, při které se pojistiteli nevyplatí zajištění smlouvy s velkou pojistnou částkou (z hlediska SCR). Pojistný kmen byl tvořen 9 999 smlouvami s PML ve výši 100 tisíc a jednou smlouvou s PML ve výši 100 miliónů. Nejprve tedy nasimulujeme situaci, kdy by pojistitel své smlouvy nezajišťoval (druhý sloupec tabulky). Poté budeme předpokládat, že pojistitel zajišťuje své smlouvy pomocí excedentního zajištění, přičemž vlastní vrub si zvolil na hranici 100 tisíc (třetí sloupec tabulky). Situace se zajištěním bude v tomto případě ekvivalentní tomu, že v pojistném kmeni je všech deset tisíc smluv s PML 100 tisíc. Při simulacích byla zvolena malá četnost a malá závažnost škod.

	Situace bez zajištění	Situace se zajištěním
PP _{0,995}	408 854	400 242
Průměrná škoda	162 216	147 483
SCR	246 637	252 760
CVaR _{0,995}	3 128 727	294 313

Tabulka 3.6: Zajištění při deseti tisíci smlouvách v PK

Z tabulky je patrné, že SCR je vyšší v případě, kdy pojistitel využije zajištění. Tato situace je způsobena tím, že při nízké závažnosti i četnosti škod nechá ukazatel VaR smlouvu s velkou PML téměř bez povšimnutí, zatímco průměrná škoda, která v modelu představuje

také inkasované pojistné, vzroste výrazně. Ukazatel CVaR naproti tomu signalizuje výraznou hrozbu pro pojišťovnu v případě, že zajištění nevyužije.

Příklad 5:

V příkladu číslo pět si excedentní zajištění ukážeme na pojistném kmenech o tisíci smlouvách, který obsahoval 997 pojistných smluv s PML 100 tisíc a tři smlouvy s PML 100 milionů. Nejprve tedy opět necháme pojistný kmen bez jakéhokoli zajištění. Pojistitel tedy inkasuje veškeré pojistné vyplývající z pojistných smluv, zároveň však musí hradit plnou výši škod z nastalých pojistných událostí (do výše PML). V druhém případě stanoví pojistitel vlastní vrub 100 tisíc. Tímto by pojistitel dosáhl homogenity pojistného kmene, což může být jednou z motivací pro zajištění. O pojistné u smluv s PML nad 100 tisíc se tedy pojišťovna dělí se zajištěním, stejně tak jako o případnou škodu nastalou z těchto smluv, přičemž poměr tohoto dělení je stejný. Při simulaci byla opět použita malá četnost i závažnost škod.

	Situace bez zajištění	Situace se zajištěním
PP _{0,995}	144 861	122 828
Průměrná škoda	58 949	14 748
SCR	85 912	108 080
CVaR _{0,995}	8 716 490	130 351

Tabulka 3.7: Zajištění při tisíci smlouvách v PK

Z tabulky výsledků je patrné, že při zajištění bude muset pojistitel splnit výrazně vyšší kapitálový požadavek než v případě, kdy zajištění využívat nebude.

Společným jmenovatelem výše popsaných situací, kdy se pojišťovně nevyplatí zajištění vzhledem k solventnostnímu kapitálovému požadavku, je překročení vlastního vrubu jen několika málo smlouvami. Toto překročení však musí být velmi výrazné. Další podmínkou je nízká závažnost škod, naopak četnost není rozhodující a může tak být i vyšší.

3.2.4 Závislost mezi smlouvami

V předchozí části práce jsme předpokládali, že se škody z jednotlivých pojistných smluv realizují nezávisle na sobě. Vzhledem k tomu, že v pojišťovnictví mohou nastat a nastávají situace, kdy škody z jednotlivých pojistných smluv nevznikají nezávisle, rozhodli jsme se tuto situaci prověřit i ve vztahu k solventnostnímu kapitálovému požadavku.

1. Mezi smlouvami v pojistném kmeni existují závislosti

V tomto případě jsme předpokládali, že škody nastávají současně a to bez ohledu na to jak velká škoda nastává. Vztah mezi smlouvami v pojistném kmeni je vyjádřen korelací mezi výslednými škodami. Tento případ je méně realistický, protože jsou zkorelované i malé škody, které se však běžně realizují nezávisle.

Příklad č. 6

V tomto příkladu si ukážeme výše zmíněnou situaci. Budeme mít dva pojistné kmeni s 10 tisíci pojistnými smlouvami, jejichž PML bude 100 tisíc. V prvním pojistném kmeni se budou škody z jednotlivých pojistných smluv realizovat nezávisle na sobě. Ve druhém pojistném kmeni se naopak generují zkorelované škody, přičemž korelační koeficient je roven přibližně 0,95. Při simulaci byla u obou pojistných kmenů zvolena malá četnost i závažnost škod.

Pojistný kmen	1	2
Průměrná škoda	147 483	147 483
PP _{0,995}	399 800	69 058
SCR	252 317	-78 425

Tabulka 3.8: Výsledky příkladu číslo 6

Z tabulky výsledků je patrné, že hodnota solventnostního kapitálového požadavku je nižší u pojistného kmene, ve kterém jsou smlouvy na sobě závislé. To je poněkud zvláštní, když si uvědomíme, že z tohoto kmene nám potenciálně hrozí velká ztráta. Tabulka také ukazuje, že hodnota SCR může být i záporná. Tento stav je způsoben tím, že průměrná škoda, která je v uvažovaném modelu považována také za celkové pojistné, má vyšší hodnotu než uvedený kvantil pojistných plnění.

Společným jmenovatelem případů, ve kterých má pojistný kmen s nezávislými smlouvami větší SCR, byla vysoká hodnota korelačního koeficientu a stupeň závažnosti škod M v použitém modelu. Četnost škod nemá v tomto případě zásadní vliv.

2. Škody nastávají současně pouze při nastání katastrofální události

Tato situace se oproti první liší tím, že škody nastávají současně pouze při nastání katastrofální události. Tento případ se více blíží realitě. Pod katastrofální událostí si můžeme

představit například povodně nebo zemětřesení, při kterých se dá očekávat, že škoda nastane u velkého počtu pojistných smluv současně a že škoda bude velmi vysoká.

Příklad č. 7

V příkladu číslo 7 budeme mít tři pojistné kmeny. Všechny tři pojistné kmeny budou tvořeny jedním tisícem smluv, přičemž PML jednotlivých pojistných smluv bude 100 tisíc. První pojistný kmen je tvořen nezávislými smlouvami. Druhý a třetí pojistný kmen budou mít následující charakter: v případě, že nastane katastrofická událost, realizují se maximální škody ze všech pojistných smluv v daném kmenu, pokud katastrofická událost nenastane, realizují se škody z jednotlivých pojistných smluv nezávisle na sobě. Rozdíl mezi těmito dvěma pojistnými kmeny je v tom, že ve druhém pojistném kmenu nastává katastrofická událost s pravděpodobností 0,0049, zatímco ve třetím pojistném kmenu s pravděpodobností 0,005. Pro všechny tři pojistné kmeny byla zvolena malá četnost i závažnost škod.

Pojistný kmen	1	2	3
Průměrná škoda	14 748	504 748	514 748
PP _{0,995}	122 148	199 938	50 119 266
SCR	107 400	-304 810	49 604 518

Tabulka 3.9: Výsledky příkladu číslo 7

Z tabulky výsledku simulace vyplývají dvě zásadní zjištění:

- a) Při porovnání prvních dvou kmenů můžeme vidět, že solventnostní kapitálový požadavek je výrazně nižší u pojistného kmene, ve kterém se při katastrofické události realizují maximální možné škody ze všech smluv. Tedy za pojistný kmen, který bychom jednoznačně označili za více rizikový, je požadován mnohem nižší SCR (v tomto případě dokonce záporný) než za pojistný kmen nezávislých smluv. Jak uvidíme dále, zásadní je u takových příkladů, aby pravděpodobnost katastrofy byla menší než 0,005.
- b) Naprosto klíčový je však fakt vyplývající z posledních dvou sloupců tabulky. Jak jsme již uvedli v popisu pojistných kmenů, pravděpodobnost nastání katastrofické události se u druhého a třetího pojistného kmene liší pouze o 0,0001. Při pohledu na tabulku je však patrné, že i takto minimální rozdíl stačil k naprosto odlišným výsledkům. Zatímco v druhém pojistném kmenu byla hodnota SCR dokonce záporná, ve třetím pojistném kmenu byla hodnota SCR téměř 50 milionů. Přitom například u

přírodních katastrofických událostí (povodně, zemětřesení) je prakticky nemožně odhadnout jejich pravděpodobnost s takovou přesností. Tato možná největší nevýhoda míry rizika VaR vyplývá z toho, že VaR neříká nic o velikosti ztrát, které mohou nastat s nižší než zvolenou pravděpodobností, takové riziko zůstane skryto.

Na zkonstruovaných příkladech v této kapitole jsme se snažili ukázat některé překvapující situace, se kterými se může pojišťovna setkat při výpočtu solventnostního kapitálového požadavku, definovaného v metodice Solvency II, a které pro ni mohou být potenciálně velmi nepříjemné, což platí zejména pro situace naznačené v prvních dvou příkladech. Patrně největší nevýhoda/úskalí VaR, která souvisí s tím, že VaR neříká nic o ztrátách, které nastávají s pravděpodobností menší, než je stanovená hladina VaR, byla představena v příkladu číslo 8.

Na závěr je třeba zmínit, že výsledky příkladů velmi závisí na nastavení parametrů simulačního modelu. Správnost zvolených parametrů bude hrát patrně klíčovou roli i v praxi.

Závěr

V první části bakalářské práce jsme se seznámili s pojišťovnictvím jako jednou z oblastí finančnictví. Důraz byl kladen zejména na oblast neživotního pojištění, konkrétně pojištění majetku, neboť simulační model, použitý pro konstrukci ilustrativních příkladů, byl vytvořen právě s ohledem na tento typ pojištění. Dále jsme v první části popsali důvody regulace pojišťovnictví a také dvě metodiky regulace, tu současnou Solvency I a také tu chystanou Solvency II, která má vstoupit v platnost v roce 2016.

V druhé části práce jsme podrobně představili míru rizika Value at Risk, která je jedním ze základních stavebních kamenů metodiky Solvency II. Představili jsme si metodu historické simulace, parametrické metody a metody Monte Carlo, které jsou hlavními metodami používanými při výpočtu VaR. V druhé části jsme se také seznámili s úskalími spojenými s využíváním Value at Risk pro řízení rizik. Konec druhé části byl věnován míře rizika podmíněný Value at Risk, která je alternativní mírou rizika k VaR.

Třetí část práce byla věnována konstrukci ilustrativních příkladů z oblasti pojišťovnictví. Na začátku této části byl popsán simulační model, který jsme dále využívali při konstrukci příkladů. Následně jsme již přistoupili přímo ke konstrukci ilustrativních příkladů, na nichž jsme prezentovali úskalí VaR, týkající se konkrétně oblasti pojišťovnictví. Uvedli jsme také problémy, které tato úskalí mohou pojišťovně případně přinést.

Podařilo se nám zkonstruovat příklady, ze kterých je patrné, že VaR obecně nespĺňuje vlastnost subaditivity. Nesplnění této vlastnosti může činit pro management značně rizikové rozdělení kapitálu mezi jednotlivé underwrittery. Zkonstruován byl také příklad, ve kterém byla hodnota solventnostního kapitálového požadavku vyšší u méně rizikového kmene, což není úplně logické. Na ilustrativních příkladech se nám také podařilo ukázat, že za určitých okolností (nízká závažnost škod, výrazné překročení vlastního vrubu několika málo smlouvami), se pojistiteli nevyplatí zajištění vzhledem k solventnostnímu kapitálovému požadavku. Prostor byl věnován i příkladům, ve kterých závazky vyplývající z jednotlivých pojistných smluv nejsou vzájemně nezávislé.

Při tvorbě mé bakalářské práce jsem si rozšířil a zdokonalil své vědomosti z oblasti pojišťovnictví a teorie pravděpodobnosti. Dalším cenným přínosem pro mě byla práce s matematickým softwarem MATLAB a tabulkovým procesorem MS Excel.

Literatura

- [1] Artzner, P., Delhaen, F., Eber, J.-M., Heath, D.: *Coherent measure of risk*. Mathematical Finance. 1999, 3, 203-228.
- [2] Ducháčková, E.: *Principy pojištění a pojišťovnictví*, 3.vydání, vydavatelství Ekopress, Praha, 2009
- [3] Hnilica, J., Fotr, J.: *Aplikovaná analýza rizika ve finančním managementu a investičním rozhodování*. GRADA Publishing, Praha, 2009
- [4] Hron, K., Kunderová, P.: *Základy počtu pravděpodobnosti a metod matematické statistiky*, 1. vydání, Univerzita Palackého v Olomouci, Olomouc, 2013
- [5] Polouček, Stanislav a kol.: *Bankovníctví*, 1. vydání, vydavatelství C. H. Beck, Praha, 2006
- [6] Strnad, Petr.: *Řízení tržních rizik pomocí value at risk – úskalí a problémy*. Ekonomické rozhledy. 2009, 1, 91-102. ISSN 0323-262X
- [7] Valová, I.: *Řízení rizik v intencích Basileje II*, Disertační práce v oboru „Finance“. Brno: Masarykova univerzita, Ekonomicko-správní fakulta, 2010
- [8] Vyhláška 96/2006, ze dne 9. 3. 2006, kterou se provádí některá ustanovení zákona o pojišťovnictví
- [9] Vyhláška 434/2009, ze dne 24. 11. 2009, kterou se provádějí některá ustanovení zákona o pojišťovnictví
- [10] Zákon č. 277/2009 Sb., o pojišťovnictví, v platném znění
- [11] *Aplikace teoretických postupů pro ocenění rizika při upisování pojistných smluv v oblasti velkých rizik* [online], dostupné z: <http://www.nfvp.cz/res/data/000152.pdf>, [citováno dne 20. 2. 2015]
- [12] *Beta distribution* [online], dostupné z: <http://mathworld.wolfram.com/BetaDistribution.html>, [citováno dne 8. 3. 2015]
- [13] *Beta rozdělení* [online], dostupné z: <http://www.eistat.cz/teorie/rozdeleni/spojita/beta/index.htm>, [citováno dne 8. 3. 2015]
- [14] *Introducing Solvency II* [online], dostupné z: <https://eiopa.europa.eu/Pages/Supervision/Insurance/Solvency-II.aspx>, [citováno dne 1.12.2014]

- [15] *Omnibus II brings more clarity: Transitional measures for own funds* [online], dostupné z: http://www.munichre.com/site/corporate/get/documents_E786737397/mr/assetpool.shared/Documents/5_Touch/_Publications/302-08331_en.pdf, [citováno dne 25. 1. 2015]
- [16] *Regulatorní opatření Solvency II v kontextu současné finanční krize* [online], dostupné z: <http://www.opf.slu.cz/aak/2012/04/Vavrova.pdf>, [citováno dne 20. 12. 2014]
- [17] *Řízení rizik* [online], dostupné z: <http://is.vsfs.cz/el/6410/leto2007>, [citováno dne 22. 1. 2015]
- [18] *Solvency II* [online], dostupné z <https://www.kpmg.com/US/en/IssuesAndInsights/ArticlesPublications/Documents/solvency-II.pdf>, [citováno dne 25. 1. 2015]
- [19] *Solvency II: Pillar 1 – Own funds* [online], dostupné z: <http://www.toezicht.dnb.nl/en/2/51-231327.jsp>, [citováno dne 25. 1. 2015]
- [20] *Solvantnost I a II v pojišťovnictví* [online], dostupné z: <http://www.vse.cz/cfuc/184>, [citováno dne 30. 11. 2014]
- [21] *Value at Risk* [online], dostupné z: <http://value-at-risk.net/value-at-risk>, [citováno dne 20.12. 2014]
- [22] *Value at Risk* [online], dostupné z: <http://www.macroption.com/value-at-risk-var-limitations-disadvantages/>, [citováno dne 22. 1. 2015]
- [23] *Value-at-risk versus expected shortfall: A practical perspective* [online], dostupné z: <http://epge.fgv.br/we/MFEE/GerenciamentodeRisco/2011?action=AttachFile&do=get&target=Artigo87.pdf>, [citováno dne 30. 1. 2015]
- [24] *VAR versus expected shortfall* [online], dostupné z: <http://www.risk.net/risk-magazine/technical-paper/1506669/var-versus-expected-shortfall>, [citováno dne 30. 1. 2015]
- [25] *VaR vs CVaR in Risk Management and Optimization* [online], dostupné z: http://www.ise.ufl.edu/uryasev/files/2011/11/VaR_vs_CVaR_CARISMA_conference_2010.pdf, [citováno dne 30.1.2015]

- [26] *Vykazování solventnosti pojišťoven* [online], dostupné z: http://www.risk-management.cz/clanky/vykazovani_solventnosti_pojistoven.pdf, [citováno dne 30. 11. 2014]
- [27] *Výnosnost kapitálu pojišťoven v regulaci Solvency II* [online], dostupné z: <http://www.ekonomikaamanagement.cz/cz/clanek-vynosnost-kapitalu-pojistoven-v-regulaci-solvency-ii.html>, [citováno dne 22. 1. 2015]