



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MATEMATIKY

INSTITUTE OF MATHEMATICS

ÚVOD DO METODY SIX SIGMA A JEJÍ VYUŽITÍ V PRAXI

INTRODUCTION TO SIX SIGMA METHOD AND ITS APPLICATION FOR PROCESS IMPROVEMENTS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Jakub Joska

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Josef Bednář, Ph.D.

BRNO 2019

Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav matematiky
Student: **Jakub Joska**
Studijní program: Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor: Matematické inženýrství
Vedoucí práce: **Ing. Josef Bednář, Ph.D.**
Akademický rok: 2018/19

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Úvod do metody Six sigma a její využití v praxi

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Bakalářská práce se zabývá popisem metody Six sigma a aplikací především statistických nástrojů, které jsou v této metodě využity, na konkrétní technický proces.

Cíle bakalářské práce:

Stručný popis metodologie Six sigma.
Formulace konkrétního problému z technické praxe .
Popis nástrojů vhodných k řešení problému.
Řešení popsaného problému s využitím daných nástrojů.

Seznam doporučené literatury:

MELOUN, M. a MILITKÝ, J. Kompendium statistického zpracování dat. Praha: Academica, 2002.
KUPKA, K. Statistické řízení jakosti. TriloByte, 1998.
MONTHOMERY, D. C. Introduction to Statistical Quality Control. Chapman Hall, 1990.
ANDĚL, J. Základy matematické statistiky. Praha: MATFYZPRESS, 2005.
Minitab User's Guide 2: Data Analysis and Quality tools. USA, 2000.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2018/19

V Brně, dne

L. S.

prof. RNDr. Josef Šlapal, CSc.
ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.
děkan fakulty

ABSTRAKT

První část bakalářské práce se zabývá popisem metody Six sigma a její nejčastěji používané metodiky DMAIC. Druhá část stručně uvádí do konkrétního příkladu z technické praxe – galvanického pokovování. Ve třetí části jsou popsány statistické nástroje využité k řešení zadaného úkolu, zvláště pak Pearsonův chí-kvadrát test nezávislosti. Poslední část práce obsahuje souhrn dat, samotný výpočet a výsledky analýzy dat.

Klíčová slova

Metoda Six sigma, DMAIC, zlepšování procesů, plánování výroby, chí-kvadrát test, galvanické pokovování

ABSTRACT

First part of the thesis deals with the description of Six sigma method and its most commonly used methodology DMAIC. The second part is a brief introduction of specific practical problem – electroforming. The third part describes the statistical tools used to solve the given task, especially the Pearson's chi-squared test of independence. The last part of the thesis contains a summary of data, calculation itself and data analysis results.

Key words

Six sigma method, DMAIC, process improvement, production planning, chi-squared test, electroforming

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

JOSKA, Jakub. *Úvod do metody Six sigma a její využití v praxi*. Brno, 2019. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/113043>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav matematiky. 39 s. Vedoucí práce Ing. Josef Bednář, Ph.D.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci na téma **Úvod do metody Six sigma a její využití v praxi** vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu, který tvoří přílohu této práce.

.....

Datum

.....

Podpis

PODĚKOVÁNÍ

Děkuji tímto panu Ing. Josefu Bednářovi, Ph.D. za cenné připomínky a rady, které mi poskytl při vypracování závěrečné práce.

OBSAH

Úvod	10
1 Úvod do metody Six sigma	11
1.1 Modely Six sigma	11
1.2 Základní pojmy a zkratky	12
1.3 Školení Six sigma.....	14
2 Model DMAIC	15
2.1 Fáze definovat.....	16
2.2 Fáze měřit	16
2.3 Fáze analyzovat.....	17
2.4 Fáze zlepšit	17
2.5 Fáze řídit.....	18
3 Popis konkrétního problému	19
3.1 Galvanické pokovování.....	19
3.2 Zkoumané aspekty	20
4 Nástroje využití k řešení konkrétního problému	21
4.1 Statistická hypotéza a její test.....	21
4.2 Chí-kvadrát test.....	23
4.3 Testování nezávislosti	24
5 Sběr dat	26
6 Analýza dat	28
6.1 Vliv pokovujícího materiálu	28
6.1.1 Manuální výpočet	28
6.1.2 Využití softwaru	31
6.2 Vliv strany destičky.....	32
6.3 Vliv aktuální směny	33
6.3.1 Vliv směny na kvalitu destiček pokovených různými prvky	34
6.3.2 Vliv směny na kvalitu různých stran destiček.....	35
6.4 Finální doporučení	35
Závěr	36
Seznam použitých zdrojů.....	37
Seznam použitých zkratk a symbolů	39

ÚVOD

Prosperita, konkurenceschopnost, produktivita, zisk, úspěch, efektivita. To všechno a spousta dalšího jsou slova, která v každém obchodníkovi bezesporu vyvolávají radost. V dnešním rychlém a uspěchaném světě plném konkurence však není lehké v byznysu držet krok, natož pak být před zbytkem startovního pole. Existuje spousta možností a postupů, jak na trhu svých cílů dosáhnout, ať už legálních či nelegálních, morálních či nemorálních, profesionálních či neprofesionálních. Rozhodneme-li se zůstat v mezích čisté hry, pak zjistíme, že existují zažité a ověřené strategie řízení, jejichž použití může nám i naší společnosti značně pomoci.

Jedna z nejznámějších a nejvíce využívaných filozofií, k níž se firmy napříč celým světem obracejí, je skrytá pod tajemným názvem Six sigma. Jde o metodu využívající jasně daného postupu, v rámci nějž jsou posbírány relevantní informace, data a fakta, ta jsou následně statisticky analyzována a implementací výsledků této analýzy bývá v ideálním případě dosaženo zlepšení celého spektra firemních procesů, ať už výrobních, logistických, či obchodních.

V této práci nahlédneme do útrob galvanovny, tedy společnosti zaměřující se na povrchové úpravy kovových výrobků, speciálně na galvanické pokovování. Pomocí aplikace metody Six sigma se pokusíme identifikovat a eliminovat příčiny chyb v popsaném procesu a tím zvýšit produktivitu podniku.

Pro zpracování dat bylo využito softwaru Minitab 17.

1 ÚVOD DO METODY SIX SIGMA

Prvním, kdo uvedl na svět metodu s názvem Six sigma, byla americká nadnárodní telekomunikační společnost Motorola, načež byly její myšlenky rozpracovány a obohaceny rukou firem GE a Allied Signal, dnes známou jako Honeywell. Postupně se techniky této metodiky rozšířily do celého světa a dnes představují soubor důležitých znalostí, jenž by měly být dodržovány ve společnostech, které chtějí neustále zlepšovat své interní fungování ve vztahu k požadavkům zákazníků.

Základem Six sigma byly statistické metody aplikované do řízení procesů. Samotná metodologie vznikla v průběhu vývoje těchto metod kombinací s dalšími nástroji kvality, jakožto nová filozofie vedení podniku.

Tuto metodologii lze dnes mimo jiné definovat jako komplexní, pružný podnikatelský proces sloužící k dosažení maximálního obchodního úspěchu firmy a založený na porozumění potřeb a očekávání zákazníků, disciplinovaném používání informací, dat a statistické analýzy. To vše je využíváno k řízenému zlepšování obchodních, výrobních, logistických a dalších procesů.

Mezi cíle patří zvýšení firemní produktivity, minimalizace nákladů, maximalizace zisku, efektivita využívání zdrojů a v neposlední řadě růst podílu společnosti na trhu. Six sigma se také snaží upravit firemní procesy tak, aby předcházely vzniku negativních jevů, jakými jsou ztráty, neshody, reklamace, apod. ^[4]

1.1 MODEL Y SIX SIGMA

Filozofii lze aplikovat na obrovské spektrum projektů, z čehož vyplývá, že ne pokaždé je postup její implementace totožný. V rámci zavádění bývá proto využíváno rozmanitého množství metodik, přičemž ke každému ze specifických problémů se vybere ta s neadekvátnějším přístupem. Ve většině případů se finální volbou stává cyklus DMAIC, jež si podrobně rozebereme ve druhé kapitole této práce.

Jistě by zde nebylo od věci zmínit ještě další často využívané metodiky:

- PDCA (= Plan, Do, Check, Act) je model, který byl původně vytvořen už v roce 1930 Walterem Shewhartem a následně pro zlepšování jakosti využit a rozpracován Edwardsem Demingem. Z názvu je zřejmé, že se skládá ze čtyř kroků – Plánuj, dělej, kontroluj, jednej. Model PDCA byl připraven především pro efektivní zlepšování a řešení výrobních procesů, aktivit a systémů. Cyklus DMAIC lze označit za metodu navazující právě na PDCA.^[10]
- DFSS je zkratka pro Design for Six sigma. Na rozdíl od metodiky DMAIC nejsou fáze nebo kroky DFSS univerzálně definované, spíše se jedná o určitý přístup než neměnnou metodiku. Hlavní odlišnost pak identifikujeme ve využití. Zatímco DMAIC bývá správnou volbou pro postupné zlepšení běžícího procesu, DFSS aplikujeme při návrhu procesu nového. Pro ukázkou jeden z populárních postupů DFSS je znám pod zkratkou DMADV, která káže definovat, měřit, analyzovat, navrhnout a ověřit (Define, Measure, Analyze, Design, Verify).^[9]

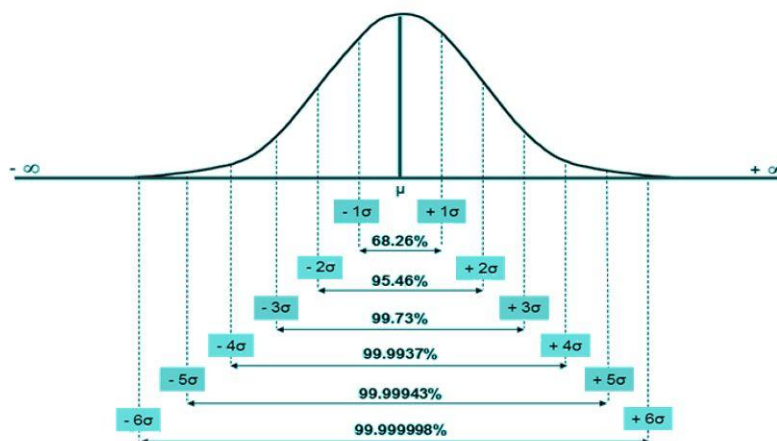
1.2 ZÁKLADNÍ POJMY A ZKRATKY

Samotné jméno metody vychází z označení směrodatné odchylky charakteristik procesu - Sigma. Na obrázku 1 níže lze vidět, jak jednotlivé úrovně - od jedné sigma až po našich kýžených šest sigma (anglicky six sigma) - pokrývají vždy odpovídající část plochy pod Gaussovou křivkou. V reálu toto znamená, že daný proces musí produkovat alespoň takovou část nezmetkovitých výrobků z celku, jakou část z plochy pod křivkou pokrývá požadovaná úroveň kvality sigma - pak můžeme tvrdit, že tento proces má tuto kvalitu.

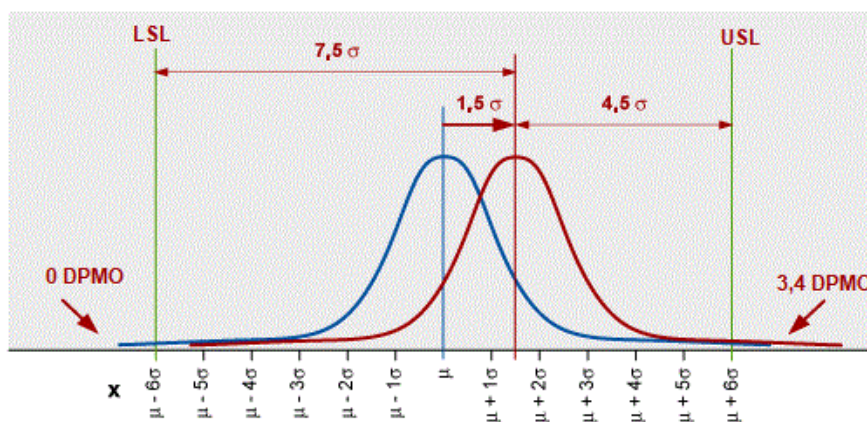
Obrázek 1 však není zrovna přesný, je totiž centralizovaný ke střední hodnotě získané z měření, což pro metodu Six sigma není výstižné. Empiricky bylo zjištěno, že Six sigma proces může z hlediska dlouhodobé variability tolerovat posun zhruba o 1,5 standardní odchylky (na směru posunu nezáleží) a stále udržovat bezpečný mantinel mezi procesním průměrem a jeho limitami. Toto posunutí, které nám značně pozmění procentuální efektivitu požadovanou pro dosažení každé z konkrétních úrovní sigma, je vyobrazeno a demonstrováno na obrázku 2.^[11]

K aplikaci tohoto ohodnocení využívá metoda Six sigma celou řadu zkratek, mezi nimi především DPMO a CTQ, případně pak LSL a USL.

- DPMO = Defects Per Million Opportunities – počet vad na milion příležitostí k vadě
- CTQ = Critical To Quality – označení parametru, který považujeme za kritický vůči kvalitě výrobku
- LSL = Lower Specification Limit – dolní toleranční limit daný hlasem zákazníka
- USL = Upper Specification Limit – horní toleranční limit daný hlasem zákazníka
- $1\sigma = 690\,000$ DPMO \Rightarrow efektivita 31%
- $2\sigma = 308\,000$ DPMO \Rightarrow efektivita 69,2%
- $3\sigma = 66\,800$ DPMO \Rightarrow efektivita 93,32%
- $4\sigma = 6\,210$ DPMO \Rightarrow efektivita 99,379%
- $5\sigma = 230$ DPMO \Rightarrow efektivita 99,977%
- $6\sigma = \text{Six sigma} = 3,4$ DPMO \Rightarrow efektivita 99,9997%



Obrázek 1: Hodnocení úrovně kvality sigma – centralizováno ^[13]



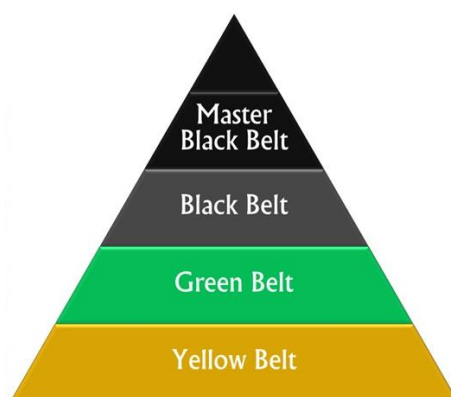
Obrázek 2: Hodnocení úrovně kvality sigma – posunuto ^[14]

1.3 ŠKOLENÍ SIX SIGMA

V případě, že se firma rozhodne metodu Six sigma na některý ze svých procesů aplikovat, je potřeba sestavit příslušný tým, který dostane práci na starosti. Takový tým se zpravidla skládá z různě zkušených členů, jejichž hierarchie je ve světě Six sigma jasně dána. Používá se dělení tzv. „Beltů“, podobně, jako tomu je v karate. Postupně od nejméně zkušených „Yellow Beltů“, kterých v týmu bývá nejvíce, až po „Master Black Belty“, kteří řídí i ty nejrozsáhlejší projekty. K označení odborníků těmito hodnotami slouží licencované certifikáty.

Všechny jednotlivé úrovně certifikátů, včetně jejich popisu a nejčastějších funkcí v projektovém týmu, jsou sestupně následující:

- **Master Black Belt:** Zabývá se školením, rozvojem metodiky Six sigma a koordinací projektů. Tato úroveň je přiřazována Black Beltům po určité době praxe nebo po ukončení stanoveného počtu projektů.
- **Black Belt:** Vysoce kvalifikovaný odborník ovládající všechny dovednosti pro vedení týmu Six sigma a zároveň nástroje statistické analýzy či průmyslového inženýrství. Nejčastěji pracuje ve své pozici na plný úvazek, je odpovědný za vedení projektů.
- **Green Belt:** Ovládá vybrané dovednosti pro vedení týmu Six sigma i vybrané nástroje statistické analýzy či průmyslového inženýrství. Pracuje jako člen projektového týmu, může být koučován Black Beltem.
- **Yellow Belt:** Technik, který má základní znalosti Six sigma metodiky vzešlé z často velmi krátkého školení. Nevede projekty, účastní se jich pouze jako člen týmu. ^[12]



Obrázek 3: Struktura certifikací Six sigma ^[15]

2 MODEL DMAIC

Metodika DMAIC vznikla v souvislosti se stálým rozvojem zlepšování, zvyšování úrovně bezpečnosti, kvality, či ochrany životního prostředí a představuje strukturovanou metodologii zaměřenou na řešení problémů. Má široké uplatnění napříč celou oblastí podnikání.

Tato struktura podporuje kreativní myšlení v rámci hranic, jakými jsou základní proces, výrobek nebo služba. Je-li zkoumaný proces tak narušený, že je k jeho zlepšení potřeba začít od samého začátku, nebo pokud je navrhován zbrusu nový výrobek, služba, či proces, pak je vhodné použít jinou metodiku, např. DMEDI (= Define, Measure, Explore, Develop, Implement).

Zpět ale k DMAIC, cennému nástroji, který napomáhá nalézt trvalá zlepšení dlouhotrvajících nebo složitých podnikatelských problémů. Pojďme si rozebrat, co vlastně tato zkratka představuje. Písmena v názvu jsou akronymem pro pět fází k úspěšnému zavedení změny nebo řízení projektu určeného ke zlepšování. ^{[1],[3]}

1. Definuj
2. Měř
3. Analyzuj
4. Vylepši
5. Kontroluj



Obrázek 4: Model DMAIC a jeho fáze ^[16]

2.1 FÁZE DEFINOVAT

V první fázi by společnost měla rozhodnout o rozsahu projektu, jeho cílech, výkonnostních a finančních ukazatelích. Zpravidla se v tomto kroku (krom definice cíle) popisuje proces, který má být zlepšen, získávají se informace o jeho chodu, popisuje se výsledný stav, jehož má být dosaženo a v neposlední řadě je složen tým pro samotné řešení projektu.

Co je tedy myšleno samotným názvem fáze „definovat“? Krom začátku a konce procesu, jeho vstupů a výstupů se definuje i podrobný plán, který by měl obsahovat jednotlivé činnosti, jež jsou třeba k odstranění problému. Cílem této fáze je jasné vymezení toho „co, kdo, proč, s kým, jak moc a do kdy“ bude zlepšováno.

Pro kompletnost uveďme, že mezi klíčové body této fáze patří průchod projektovou listinou zahrnující zvážení různých kompromisů, například v rámci čerpání zdrojů, ověření stanovení problému a cíle, ověření finančních přínosů projektu, vytvoření a ověření mapy procesu a rozsahu, vytvoření plánu komunikace a samozřejmě tvorba samotného plánu projektu, tedy stanovení rozpočtu a odpovídajících milníků. ^{[1],[3]}

2.2 FÁZE MĚŘIT

Důležitou roli při zlepšování hraje správné vymezení postupných kroků, kterých má být dosaženo a které povedou k naplnění definovaných cílů. Doložit plnění požadovaných výsledků je možné jen na základě předem definovaných měření a měřitelných ukazatelů. Tak je možné odlišit domněnky od skutečnosti.

Cílem fáze „měřit“ je důkladné porozumění současnému stavu procesu a sesbírání spolehlivých dat ohledně rychlosti procesu, kvality a nákladů, která jsou následně využita k odhalení zásadních příčin problémů. Je sledován výskyt vad, zaznamenávány vstupy a měřeny výstupy z procesu.

Mezi klíčové kroky druhé fáze tedy patří vytvoření a ověření mapy toku hodnoty, abychom získali podobu současného toku procesu, určení výstupů, vstupů a procesní proměnné vztahující se k našemu projektu. Dále jsou vytvořeny plány pro sběr dat a jejich analýzu, nastaveny základní úrovně, vypočítána průběžná doba a vyhodnocena způsobilost procesu. ^{[1],[3]}

2.3 FÁZE ANALYZOVAT

Získaná data je potřeba podrobně analyzovat a zjistit skutečný potenciál pro zlepšení. Základem je analýza příčin nedostatků, problémů, nespokojenosti apod. Zároveň je zjišťováno, zda je skutečně řešen původní problém.

Cílem fáze „analyzovat“ je vymezit a ověřit příčiny ovlivňující klíčové vstupní a výstupní proměnné vztahující se k cílům projektu, jinak řečeno kritické vstupní faktory mající významný vliv na výskyt vad.

Pro ujasnění, v rámci třetí fáze modelu DMAIC je v praxi provedena analýza hodnoty, tedy identifikace, zda krok přidává, či nepřidává procesu hodnotu, vypočítána účinnost cyklu procesu, analyzován tok procesu a data nasbírání v předchozí fázi. Následně zde bývají vysvětleny potenciální příčiny a následky pozorovaných účinků, těm je přidělena odpovídající priorita a konečně jsou tu také sbírána dodatečná data k ověření klíčových příčin. ^{[1],[3]}

2.4 FÁZE ZLEPŠIT

Nejlepším základem pro kvalitní zlepšení procesu je odstranění skutečných příčin jeho nedostatků a přesně tímto heslem se řídí i fáze „zlepšit“, čtvrtá v pořadí modelu DMAIC. Nastavují se zde nové parametry procesu a jeho optimalizace. Vše se dělá pro zvýšení spokojenosti zákazníka, ať externího nebo interního. Součástí zlepšování by mělo být i zlepšení nákladů, přínosů pro zákazníka. Jednotlivá řešení je možné otestovat v pilotním testu.

Cílem této fáze je poučit se z vybraných pilotních řešení a jejich tvorbou, vyzkoušením a implementací odstranit hlavní příčiny vzniku vad. Klíčovým krokem ve fázi „zlepšit“ je tedy tvorba potenciálního řešení, jeho vyhodnocení a následná optimalizace. Posléze je pilotní řešení reálně zavedeno a v ideálním případě může být potvrzeno dosažení projektových cílů porovnáním výsledků s výchozím stavem. ^{[1],[3]}

2.5 FÁZE ŘÍDIT

Dostali jsme se nyní do situace, kdy je problém úspěšně odstraněn nebo dosaženo zlepšení. Ještě je potřeba udělat poslední a závěrečný krok, všechny změny standardizovat do procesů nebo systému. Také se musíme přesvědčit, zda jsou změny řádně uplatňovány a zda jsou součástí běžných každodenních činností. Vhodné je stanovit období, ve kterém se sleduje dosažených výsledků a zisku z nového zlepšení.

Cílem fáze „řídit“, jinak také „kontrolovat“, je zabezpečení trvalého udržení zlepšeného stavu, dokončení práce na projektu a odevzdání procesu jeho vlastníkově i s patřičnými procedurami na již zmíněném ustálení vyšší hodnoty zisků.

Shrňme si tedy ještě po klíčových bodech průběh této bezpochyby příjemné poslední fáze cyklu metodiky DMAIC. V první řadě je důležité vytvořit podpůrnou dokumentaci k udržení úplného zavedení, dále zavedení zahájit a zajistit maximální výkonnostní zisk. Následně zavádění sledujeme, vytvoříme kontrolní plány procesu a přesuneme řízení na vlastníka. Ten by měl ve vlastním zájmu provést audit výsledků, načež je projekt dokončen a po několika měsících od ukončení je ověřen jeho finanční přínos společnosti a ohodnocena výkonnost z dlouhodobého hlediska.^{[1],[3]}

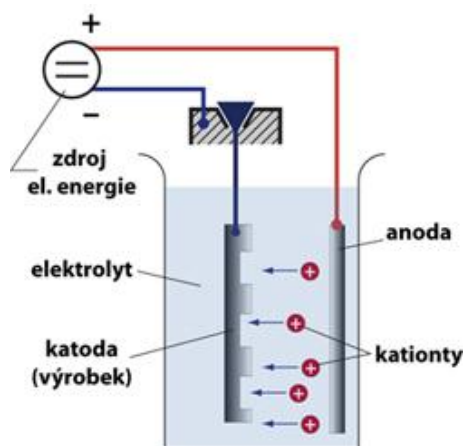
3 POPIS KONKRÉTNÍHO PROBLÉMU

Představme si konkrétní situaci, při níž metodu Six sigma aplikujeme a pokusíme se její pomocí dosáhnout lepších firemních výsledků. Máme společnost, řekněme jí pracovně třeba firma „XY“, která se v rámci svého oboru snaží zvýšit životnost, zlepšit elektrotechnické vlastnosti a vzhled kovových výrobků za pomoci povrchových úprav. Jednou z takových úprav, na které se firma XY zaměřuje, je galvanické pokovování a právě na tento proces se v rámci našeho projektu podíváme zblízka. Nyní si stručně řekněme, co to vlastně je, jaký výrobek považujeme za zmetek a jaké aspekty procesu budeme zkoumat.

3.1 GALVANICKÉ POKOVOVÁNÍ

Jedná se o pokovovací proces využívající stejnosměrný proud, kdy se nabití částice kovu v roztoku pohybují v elektrickém poli tak, aby vytvářely povlak na elektrodě. Kationty dané látky se na katodě redukují z roztoku a potahují vodivý předmět tenkou vrstvou materiálu. Tento proces se užívá především pro vytvoření vrstvy s požadovanými vlastnostmi (např. rezistence vůči korozi, otěru, ohrusu, pro kluzkost, estetické vlastnosti atd.) na povrchu, který tyto vlastnosti postrádá. Alternativně lze galvanické pokovování využít ke zvětšení příliš malých předmětů či výrobků.

Proces galvanického pokovování bývá obecně označován jako tzv. elektrodepozice a je analogický galvanickému článku, avšak funguje opačně. Jedna z variant, jak docílit správného pokovení, využívá anodu vyrobenou z kovu, která má být nanášena na předmět připojený ke katodě. Obě elektrody jsou ponořeny v elektrolytu obsahujícím jednu nebo více solí daného kovu, případně dalších nabitých částic, jež zajišťují průchod elektrického proudu. Na anodě se oxiduje použitý kov a přechází v podobě iontů do roztoku. Na katodě se rozpuštěný kov opět z iontů redukuje a vytváří vrstvu, pokovuje elektrodu. Rychlost, s jakou se anoda rozpouští, je rovna rychlosti, se kterou se pokovuje katoda; tato rychlost je přímo úměrná procházejícímu proudu. Ionty v elektrolytu (které se přetvářejí v kovový povlak na katodě) se nepřetržitě doplňují z anody. ^{[7],[19]}



Obrázek 5: Princip galvanického pokovování ^[17]

3.2 ZKOUMANÉ ASPEKTY

V praktické části naší práce budeme zkoumat pokovení jednoduchých obdélníkových destiček. Za zmetek, tedy nevyhovující výrobek, bude označen kus, jehož vrstva pokovení nebude dostatečně tlustá, případně kus, který bude jakkoliv vizuálně či funkčně poškozen (rýhy, koroze, hrbolky,...).

Kontrolou však neprojde ani destička s příliš tlustou vrstvou pokovení, jelikož i plýtvání materiálem se snažíme v rámci optimalizace procesu zamezit. Tento typ defektu se v rámci našeho testování nevyskytoval, nebylo tedy nakonec třeba jej uvažovat.

Nastalé vady byly sumarizovány do jednoho souboru, zkoumán byl pouze vliv vstupních faktorů na zmetkovitost destičky. V praxi bychom mohli navrhnout další test, v němž bychom různé vady oddělili a hledali jejich příčiny specificky, to však není podstatou této práce.

Při kontrole vzorků rozlišíme a ohodnotíme pokovení na obou stranách destičky zvlášť, stejně tak nás bude zajímat, zda se jedná o produkt ranní nebo odpolední směny a jaký materiál byl k samotnému pokovení použit. Po sesbírání všech potřebných dat přistoupíme k jejich analýze. Nyní si řekněme, jaké nástroje budeme k vyhodnocení potřebovat a popíšeme si je.

4 NÁSTROJE VYUŽITÉ K ŘEŠENÍ KONKRÉTNÍHO PROBLÉMU

4.1 STATISTICKÁ HYPOTÉZA A JEJÍ TEST

„Statistická hypotéza H je tvrzení o vlastnostech rozdělení pravděpodobnosti pozorované náhodné veličiny X s distribuční funkcí $F(x, \vartheta)$ nebo náhodného vektoru (X, Y) se simultánní distribuční funkcí $F(x, y, \vartheta)$ apod. Postup, jímž ověřujeme danou hypotézu, se nazývá „test statistické hypotézy“. Proti testované hypotéze H , nazývané také „nulová hypotéza“, stavíme tzv. alternativní hypotézu \bar{H} , kterou volíme dle požadavků úlohy. Jestliže H je hypotéza, že parametr ϑ má hodnotu ϑ_0 , píšeme $H: \vartheta = \vartheta_0$. Příklad $\bar{H}: \vartheta \neq \vartheta_0$ je dvoustranná alternativní hypotéza a $\bar{H}: \vartheta > \vartheta_0$, resp. $\bar{H}: \vartheta < \vartheta_0$, je jednostranná alternativní hypotéza. Hypotéza může být jednoduchá, jestliže uvažujeme jedinou hypotetickou hodnotu $\vartheta = \vartheta_0$ anebo naopak složená, např. $\vartheta \neq \vartheta_0$. Dále rozdělujeme hypotézy na parametrické, kdy jde o tvrzení o parametrech pozorované náhodné veličiny X , a na neparametrické, kdy jde o tvrzení o kvalitativních vlastnostech této náhodné veličiny.

Pro testování hypotézy $H: \vartheta = \vartheta_0$ proti nějaké zvolené alternativní hypotéze \bar{H} se konstruuje vhodná statistika $T(X_1, \dots, X_n)$, tzv. testové kritérium. Obor hodnot testového kritéria $T(X_1, \dots, X_n)$ se za předpokladu, že platí hypotéza $H: \vartheta = \vartheta_0$, rozdělí na dvě disjunktní podmnožiny: kritický obor W_α a jeho doplněk \bar{W}_α (viz obrázek 6). Kritický obor W_α se vzhledem k alternativní hypotéze \bar{H} stanoví tak, aby pravděpodobnost toho, že testové kritérium $T(X_1, \dots, X_n)$ nabude hodnotu z kritického oboru W_α , byla α (přesněji pro diskretní náhodnou veličinu T nejvýše α). Číslo $\alpha > 0$ je hladina významnosti testu a volíme ji blízkou nule, obvykle 0,05 (tak budeme α v této práci volit i my) anebo 0,01.

Rozhodnutí o hypotéze H pomocí pozorovaných hodnot náhodné veličiny X je pak založeno na následující konvenci. Jestliže tzv. pozorovaná hodnota testového kritéria $t = T(x_1, \dots, x_n)$ na získaném statistickém souboru (x_1, \dots, x_n) padne do kritického oboru, tedy $t \in W_\alpha$, zamítáme hypotézu H a současně nezamítáme hypotézu \bar{H} na hladině významnosti α . Jestliže naopak nepadne t do kritického oboru, tedy $t \in \bar{W}_\alpha$, nezamítáme hypotézu H a současně zamítáme hypotézu \bar{H} na hladině významnosti α . Nezamítnutí hypotézy H , resp. \bar{H} , neznamená ještě prokázání její platnosti, neboť jsme na základě realizace náhodného výběru získali pouze informace, které nestačí na její zamítnutí. Je-li to možné, je vhodné před přijetím dané hypotézy zvětšit rozsah statistického souboru a znovu hypotézu H testovat.

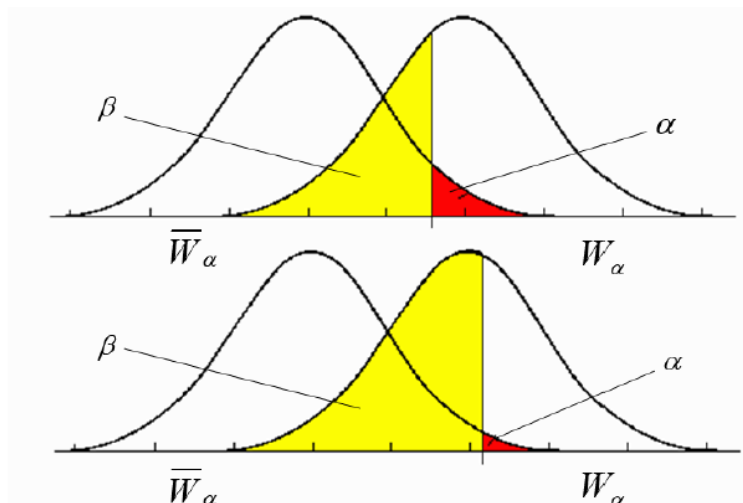
Při testování hypotézy H mohou nastat čtyři možnosti znázorněné v tabulce 1. Jestliže zamítáme neplatnou hypotézu anebo nezamítáme platnou hypotézu, je vše v pořádku, avšak při rozhodnutí o hypotéze H na základě testu se můžeme dopustit jedné ze dvou chyb:

1. Chyba prvního druhu nastane, jestliže hypotéza H platí, avšak $t \in W_\alpha$, takže hypotézu H zamítáme. Pravděpodobnost této chyby je hladina významnosti $\alpha = P(T \in W_\alpha/H)$.
2. Chyba druhého druhu nastane, jestliže hypotéza H neplatí, avšak $t \in \bar{W}_\alpha$, takže hypotézu H nezamítáme. Pravděpodobnost této chyby je $\beta = P(T \notin W_\alpha/\bar{H})$ a pravděpodobnost $1 - \beta = P(T \in W_\alpha/\bar{H})$ je tzv. síla testu.

Tabulka 1: Schéma možností výsledku testování hypotézy H ^[2]

H	PLATÍ	NEPLATÍ
ZAMÍTÁME	CHYBA 1. DRUHU	---
NEZAMÍTÁME	---	CHYBA 2. DRUHU

Hladina významnosti, tj. pravděpodobnost chyby prvního druhu α má ten praktický význam, že při mnoha opakovaných realizacích náhodného výběru (např. řádově v tisících) a současné platnosti testované hypotézy H se přibližně v $(100 * \alpha)\%$ testech této hypotézy zmýlíme, tedy zamítneme platnou hypotézu. Podobně když hypotéza H neplatí, tak se v přibližně $(100 * \beta)\%$ testech zmýlíme a zamítneme ji. Avšak snížením hladiny významnosti α se při nezměněném rozsahu statistického souboru n zvýší β a naopak, takže pro zvolenou hladinu významnosti α zajišťujeme snížení β zvýšením rozsahu n . Riziko chyb prvního i druhého druhu nelze v reálných úlohách eliminovat, pouze je můžeme snížit. Vztah mezi α a β je ilustrován na obrázku 6, kde pro jednoduchost je i alternativní hypotéza \bar{H} jednoduchá. Na tomto obrázku křivky vlevo odpovídají hustotě (pravděpodobnostní funkci) testovaného kritéria T při platnosti hypotézy H a křivky vpravo odpovídající hustotě (pravděpodobnostní funkci) testového kritéria T při platnosti hypotézy \bar{H} .



Obrázek 6: Ilustrace vztahu mezi α a β ^[2]

Vzhledem k tomu, že testové kritérium T je náhodná veličina, bývá obor \overline{W}_α ve tvaru intervalu, např. $\langle t_1; t_2 \rangle$, kde t_1, t_2 jsou kvantily statistiky T (tzv. kritické hodnoty), podobně jako u intervalových odhadů. Poznamenejme, že intervalové odhady lze přímo použít k testování statistických hypotéz. Např. při testu hypotézy $H: \vartheta = \vartheta_0$ proti alternativě $\bar{H}: \vartheta \neq \vartheta_0$ na hladině spolehlivosti α , můžeme místo testového kritéria vzít oboustranný intervalový odhad parametru ϑ se spolehlivostí $1 - \alpha$. Jestliže tento intervalový odhad obsahuje hodnotu ϑ_0 , hypotézu H nezamítáme na hladině významnosti α a naopak.“^[18]

4.2 CHÍ-KVADRÁT TEST

Jde o jakýkoliv test statistické hypotézy v matematické statistice, jehož testovací kritérium má rozdělení chí-kvadrát, pakliže je prokázána platnost nulové hypotézy. Tyto testy se často využívají pro testování hypotéz o diskrétních rozděleních, kdy se pracuje s četnostmi různých hodnot pozorovaných znaků. První chí-kvadrát test navrhl roku 1900 Karl Pearson.^[8]

Při práci s chí-kvadrát testem je obvykle vyžadována znalost počtu stupňů volnosti. Ten roste s počtem zkoumaných znaků pozorovaných veličin. Ve skutečnosti nám jde o porovnání vypočteného testovacího kritéria s kritickou hodnotou rozdělení chí kvadrát s tímto počtem stupňů volnosti, jeho kvantilem. Pokud je napočítaná testovací statistika vyšší než kritická hodnota, zamítneme nulovou hypotézu. Pro řešení praktických problémů se testy běžně počítají pomocí statistického počítačového programu, který přímo vypíše p-hodnotu, jejíž porovnání s hodnotou α (interpretovanou v 4.1) nám napoví, zda hypotézu zamítnout.

Takovéto testy jsou často asymptotické, lze je tedy používat až od jisté četnosti naměřených dat, jinak dojde k dosažení velmi nepřesných výsledků.^[8]

Mezi nejčastěji používané chí-kvadrát testy patří test nezávislosti dvou diskrétních znaků, test dobré shody či test homogenity. My budeme v naší práci využívat testování nezávislosti.

4.3 TESTOVÁNÍ NEZÁVISLOSTI

„Pearsonův chí-kvadrát test je základním a nejpoužívanějším testem nezávislosti v kontingenční tabulce. Nulovou hypotézou je zde tvrzení, že náhodné veličiny X a Y jsou nezávislé, což znamená, že pravděpodobnost nastání určité varianty náhodné veličiny X neovlivňuje nastání určité varianty náhodné veličiny Y . Vyjádřeno pomocí pravděpodobností tedy hypotéza nezávislosti znamená, že

$$p_{ij} = P(X = i \wedge Y = j) = P(X = i)P(Y = j) = p_i p_j; \quad \forall i; \quad \forall j,$$

$$i = 1, \dots, r,$$

$$j = 1, \dots, c.$$

Test je založen na myšlence srovnání pozorovaných četností (ty jsou dány pozorováním, experimentem) a tzv. očekávaných četností (kalkulovaných za předpokladu platnosti H) jednotlivých kombinací náhodných veličin X a Y . Označme n_{ij} počet subjektů, u nichž nastala situace, že náhodná veličina X je rovna hodnotě i a náhodná veličina Y je rovna hodnotě j . Dále definujme tzv. marginální četnosti příslušné i -té variantě veličiny X , respektive j -té variantě veličiny Y , jako

$$n_{i*} = \sum_{j=1}^c n_{ij}$$

$$n_{*j} = \sum_{i=1}^r n_{ij}.$$

Za platnosti nulové hypotézy lze očekávané četnosti jednotlivých kombinací, kdy $X = i$ a zároveň $Y = j$, které budeme značit e_{ij} , vypočítat pomocí výrazu

$$e_{ij} = np_{ij} = np_i p_j = n \frac{n_{i*}}{n} \frac{n_{*j}}{n} = \frac{n_{i*} n_{*j}}{n}.$$

Karl Pearson již v roce 1904 odvodil, že statistika

$$X^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(n_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

má za platnosti nulové hypotézy o nezávislosti chí-kvadrát rozdělení pravděpodobnosti s parametrem $(r-1)(c-1)$, tedy že platí $X^2 \sim \chi_{(r-1)(c-1)}^2$. Nulovou hypotézu o nezávislosti X a Y zamítáme na hladině významnosti α , když hodnota testové statistiky X^2 přesáhne příslušný $100(1-\alpha)\%$ kvantil rozdělení χ^2 , tedy když

$$X^2 \geq \chi_{(r-1)(c-1)}^2(1-\alpha).$$

Předpoklady Pearsonova chí-kvadrát testu, které musíme před výpočtem vždy ověřit, jsou následující:

- Jednotlivá pozorování sumarizovaná v kontingenční tabulce jsou nezávislá, tedy každý prvek výběrového souboru je zahrnut pouze v jedné buňce kontingenční tabulky.
- Alespoň 80% buněk kontingenční tabulky má očekávanou četnost (e_{ij}) větší než 5 a všechny buňky tabulky (tedy 100% buněk) mají očekávanou četnost (e_{ij}) větší než 2. Tento předpoklad souvisí s asymptotickými vlastnostmi statistiky X^2 a je to tedy stejně důležitý předpoklad jako např. předpoklad normality pozorovaných hodnot v případě skupiny t -testů.“^{[5],[20]}

V rámci Six sigma projektů bývá test nezávislosti chí-kvadrát využíván k identifikaci a ověření příčin vznikajících vad. Samotný chí-kvadrát je zde součtem kvadrátů rozdílů mezi očekávaným a pozorovaným počtem výskytů v každé kategorii. Tuhle konkrétní metodu testování hypotéz zvolíme, jsou-li přispívající vstupní faktory (X) i výsledek (Y) kategoriální/atributivní data.^[1]

5 SBĚR DAT

Nyní, když jsme si popsali nástroje potřebné k řešení zadaného problému, můžeme se pustit do samotné implementace metody. V galvanovně XY proběhl během dvou dní (10. a 12. dubna 2019) výběr a kontrola náhodných vzorků pokovených destiček. Vzorek byl vybírán dvakrát denně tak, aby vždy jedna část výběru pokryla práci ranní směny a část druhá výsledky směny odpolední. Kontrolována byla kvalita pokovení jak přední strany destičky (P), tak strany zadní (Z), zároveň byly vybrány vzorky ze všech tří používaných materiálů. V následující tabulce (viz tabulka 2) jsou shrnuta sesbíraná data, přičemž ve sloupečku „OK“ vidíme počet nezmetkovitých položek z daného vzorku a ve sloupečku „N_OK“ počet zmetků, tedy destiček, které neprošly kontrolou kvality.

Tabulka 2: Sesbíraná data

Pořadí	Datum	Směna	Strana	Čas odběru	Materiál	OK	N_OK
1	10. 4. 2019	Ranní	Z	9:30	1	580	5
			P			557	4
2			Z		2	597	5
			P			629	3
3			Z		3	589	9
			P			560	4
4		Odpolední	Z	14:00	1	556	5
			P			610	5
5			Z		2	567	10
			P			577	6
6			Z		3	574	4
			P			600	5
7	12. 4. 2019	Ranní	Z	7:45	1	623	2
			P			590	7
8			Z		2	583	5
			P			648	10
9			Z		3	640	3
			P			620	6
10		Odpolední	Z	13:30	1	613	15
			P			656	3
11			Z		2	613	14
			P			625	7
12			Z		3	633	13
			P			631	8

Jak bylo řečeno v kapitole 2.2, hlavním cílem fáze „měřit“ je porozumění současnému stavu procesu. Pojdme se na něj nyní krátce podívat z obecného hlediska a udělejme si obrázek o jeho současné kvalitě. Z dat vidíme, že bylo zkoumáno celkem 14 629 vzorků, z čehož 158 položek kontrolori označili za zmetek. Přepočteme-li tato čísla, dostaneme v řeči metody Six sigma 10 800 DPMO, což odpovídá efektivitě procesu 98,92%. Proces má sice do hranice 6σ (3,4 DPMO) daleko, dosahuje však kvality 3σ (66 800 DPMO) a nadějně se blíží 4σ (6 210 DPMO). Pojdme se nyní přesunout do fáze „analyzovat“, kde se pomocí Pearsonova chí-kvadrát testu pokusíme identifikovat vstupní faktory mající významný vliv na výskyt vad.

6 ANALÝZA DAT

Jak jsme již avizovali v úvodu práce, k analýze dat využijeme nejrozšířenější software ve světě Six sigma – Minitab, konkrétně jeho verzi Minitab 17.

Postupně budeme využitím dříve popsaného Pearsonova chí-kvadrát testu nezávislosti zjišťovat, zda je kvalita pokovených výrobků významně ovlivněna některým ze sledovaných faktorů – ranní/odpolední směna, strana destičky, pokovovací prvek.

Stejně jako to dělají profesionálové při řešení velkých Six sigma projektů, budeme se řídit tím, jaké hodnoty nám z připravené, a pro potřeby Minitabu upravené, tabulky sesbíraných dat vypočítá statistický software. Alespoň pro ukázkou si však v následující podkapitole 6.1 ukažme, jak by na lehkém příkladu kontingenční tabulky řádu 3x2 (případ testování vlivu materiálu na zmetkovitost) vypadal manuální výpočet. Ten následně s výsledky ze softwaru porovnáme a odsouhlasíme výstup.

6.1 VLIV POKOVUJÍCÍHO MATERIÁLU

6.1.1 MANUÁLNÍ VÝPOČET

Postup zvolme podle návodu, jak je popsán v kapitole 4.3. Nejprve si připravme kontingenční tabulku s nakumulovanými pozorovanými četnostmi. Pro připomenutí, vstupní hodnoty X jsou pro nás různé typy materiálu, označené čísly od 1 do 3. Výstupní hodnotou Y je buď „OK“, pakliže kus prošel kontrolou úspěšně, případně „N_OK“, jedná-li se o zmetkový výrobek.

	OK	N_OK	Celkem
Materiál 1	4785	46	4831
Materiál 2	4839	60	4899
Materiál 3	4847	52	4899
Celkem	14471	158	14629

Následně vytvoříme tabulku očekávaných četností e_{ij} , a to tak, že pro každou buňku vynásobíme řádkový součet sloupcovým součtem a výsledek vydělíme celkovým počtem pozorování.

Například první buňka tabulky:

$$e_{11} = \frac{n_{1*} \cdot n_{*1}}{n} = \frac{4831 \cdot 14471}{14629} = 4778,823$$

Celá tabulka očekávaných četností bude tedy vypadat následovně:

	OK	N_OK
Materiál 1	4778,823	52,177
Materiál 2	4846,089	52,911
Materiál 3	4846,089	52,911

Nyní rychle ověříme, že je splněn druhý předpoklad Pearsonova chí-kvadrát testu, tedy že alespoň 80% buněk kontingenční tabulky má očekávanou četnost větší než 5 a všechny buňky tabulky mají očekávanou četnost větší než 2. Na první pohled je vidět, že dokonce všechny očekávané četnosti jsou vyšší než 5, můžeme tedy s čistým svědomím pokračovat v testování.

Dalším krokem je vypočtení relativních kvadrátů rozdílů, v řeči Six sigma se někdy používá zdobnělého termínu „chí-kvadrátů“, jejichž součtem získáme kýženou hodnotu χ^2 .

Opět pro ukázkou, první buňka tabulky bude tedy vypočtena následovně:

$$a_{11} = \frac{(n_{11} - e_{11})^2}{e_{11}} = \frac{(4785 - 4778,823)^2}{4778,823} = 0,00798$$

A celá tabulka:

	OK	N_OK
Materiál 1	0,00798	0,73127
Materiál 2	0,01037	0,94978
Materiál 3	0,00017	0,01569

Výsledná hodnota testové statistiky se tedy rovná:

$$\chi^2 = 0,00798 + 0,01037 + 0,00017 + 0,73127 + 0,94978 + 0,01569 = 1,71526$$

Abychom zjistili, zda na základě tohoto výsledku hypotézu nezávislosti zamítneme, či nikoliv, musíme ze statistických tabulek zjistit hodnotu příslušného $100(1 - \alpha)\%$ kvantilu rozdělení χ^2 . Pro naše účely volíme $\alpha = 0,05$, dále pak pracujeme s tabulkou řádu 3×2 , bude nás tedy zajímat kvantil

$$\chi_{(r-1)(c-1)}^2(1 - \alpha) = \chi_{(3-1)(2-1)}^2(1 - 0,05) = \chi_2^2(0,95) = 5,991.$$

3. Kvantily χ^2_P Pearsonova rozdělení $\chi^2(k)$

$k \backslash P$	0,005	0,01	0,025	0,05	0,95	0,975	0,99	0,995
1	0,000	0,000	0,001	0,004	3,841	5,024	6,635	7,879
2	0,010	0,020	0,051	0,103	5,991	7,378	9,210	10,597
3	0,072	0,115	0,216	0,352	7,815	9,348	11,345	12,838
4	0,207	0,297	0,484	0,711	9,488	11,143	13,277	14,860
5	0,412	0,554	0,831	1,145	11,070	12,832	15,086	16,750
6	0,676	0,872	1,237	1,635	12,592	14,449	16,812	18,548

Obrázek 8: Výňatek ze statistických tabulek – kvantily Pearsonova rozdělení ^[2]

Protože námi vypočtená hodnota testové statistiky (1,71526) tuto kritickou mez nepřekročila, hypotézu nezávislosti nezamítáme. Tvrdíme tedy, že materiál použitý k pokovení nemá na zmetkovitost výsledného výrobku kritický vliv.

6.1.2 VYUŽITÍ SOFTWARE

Při využití softwaru je postup velice jednoduchý a zřejmý. Stanovíme program vstupní a výstupní proměnnou, uspořádáme data v tabulce podle potřeb, tedy rozdělíme skupiny zmetkovitých a nezmetkovitých výrobků, zvolíme požadovaný výstup a necháme program pracovat. Pakliže budeme požadovat průběžné výsledky na stejném principu, jako při manuálním postupu, dostaneme se k následující analýze testu hypotézy nezávislosti materiálu na zmetkovitosti:

Tabulated Statistics: Materiál; OK/NO_K
Using frequencies in Četnost

Rows: Materiál Columns: OK/NO_K

	nok	ok	All
1	46 0,314 52,2 0,73128	4785 32,709 4778,8 0,00798	4831 33,023
2	60 0,410 52,9 0,94965	4839 33,078 4846,1 0,01037	4899 33,488
3	52 0,355 52,9 0,01570	4847 33,133 4846,1 0,00017	4899 33,488
All	158 1,080	14471 98,920	14629 100,000

Cell Contents: Count
% of Total
Expected count
Contribution to Chi-square

Pearson Chi-Square = 1,715; DF = 2; P-Value = 0,424
Likelihood Ratio Chi-Square = 1,706; DF = 2; P-Value = 0,426

V tabulce vidíme pro každou buňku kontingenční tabulky:

1. pozorované četnosti
2. procento zastoupení buňky vzhledem ke všem pozorováním
3. očekávané četnosti
4. relativní kvadráty rozdílů

Po krajích tabulky jsou tradičně marginální četnosti a součty.

Pod tabulkou jsou klíčové výsledky chí-kvadrát testu, tedy:

1. hodnota testové statistiky X^2
2. p-hodnota

Provedením manuálního výpočtu nám vyšla hodnota testové statistiky $X^2 = 1,71526$. Z výsledku chí-kvadrát testu vypočteného programem Minitab 17 vidíme hodnotu 1,715. Po zohlednění jistých zaokrouhlení je tedy výsledek shodný.

Při testování dalších faktorů budeme již využívat pouze výstupu ze softwaru, řekněme si tedy, že pro zamítnutí hypotézy nezávislosti nám stačí přesáhnout hodnotou testové statistiky X^2 kritickou tabulkovou hodnotu příslušného $100(1 - \alpha)\%$ kvantilu rozdělení χ^2 . Pokud toto číslo nepřesáhneme, hypotézu nezamítáme. Druhou variantou je porovnání vypočtené p-hodnoty se zvolenou hladinou významnosti. Zde naopak pokud p-hodnotou přesáhneme hladinu významnosti α , hypotézu nezávislosti nezamítáme (viz nezamítnutá hypotéza výše, p-hodnota rovna 0,424, tedy přesahující $\alpha = 0,05$).

6.2 VLIV STRANY DESTIČKY

Tabulated Statistics: Strana; OK/NO_K

Using frequencies in Četnost

Rows: Strana Columns: OK/NO_K

	nok	ok	All
P	68 0,46 79,6 1,6932	7303 49,92 7291,4 0,0185	7371 50,39
Z	90 0,62 78,4 1,7196	7168 49,00 7179,6 0,0188	7258 49,61
All	158 1,08	14471 98,92	14629 100,00

Cell Contents: Count
% of Total
Expected count
Contribution to Chi-square

Pearson Chi-Square = 3,450; DF = 1; P-Value = 0,063

Likelihood Ratio Chi-Square = 3,460; DF = 1; P-Value = 0,063

$$X^2 = 3,450; p - \text{hodnota} = 0,063$$

$$\chi_{(2-1)(2-1)}^2(1 - 0,05) = \chi_1^2(0,95) = |z \text{ tabulek}| = 3,841$$

$$X^2 < \chi_1^2(0,95) \wedge p - \text{hodnota} > \alpha$$

Hypotézu nezávislosti nezamítáme. Vliv strany destičky prohlašujeme za nekritický vůči kvalitě.

6.3 VLIV AKTUÁLNÍ SMĚNY

Tabulated Statistics: Směna; OK/NO_K			
Using frequencies in Četnost			
Rows: Směna	Columns: OK/NO_K		
	nok	ok	All
O	95 0,65 79,4 3,0721	7255 49,59 7270,6 0,0335	7350 50,24
R	63 0,43 78,6 3,1021	7216 49,33 7200,4 0,0339	7279 49,76
All	158 1,08	14471 98,92	14629 100,00

Cell Contents: Count
 % of Total
 Expected count
 Contribution to Chi-square

Pearson Chi-Square = 6,242; DF = 1; P-Value = 0,012
Likelihood Ratio Chi-Square = 6,287; DF = 1; P-Value = 0,012

$$X^2 = 6,242; p - \text{hodnota} = 0,012$$

$$\chi_{(2-1)(2-1)}^2(1 - 0,05) = \chi_1^2(0,95) = |z \text{ tabulek}| = 3,841$$

$$X^2 > \chi_1^2(0,95) \wedge p - \text{hodnota} < \alpha$$

Hypotézu nezávislosti zamítáme. Vliv aktuálně aktivní směny prohlašujeme za významný vůči kvalitě.

V tuto chvíli bychom mohli fázi „analyzovat“ ukončit s tím, že jsme odhalili jediný faktor, na němž je zmetkovitost pokovených destiček závislá. Aby nám však neunikla nějaká kritická informace, pojďme si data rozdělit zvlášť po materiálech a podívejme se, zda nesouvisí menší výkonnost odpolední směny konkrétně s některým z nich. Následně provedme stejnou analýzu v konfliktu zmetkovitosti na přední, respektive zadní stěně produktu.

6.3.1 VLIV SMĚNY NA KVALITU DESTIČEK POKOVENÝCH RŮZNÝMI PRVKY

Tabulated Statistics: Směna; OK/N_OK; Materiál

Using frequencies in Četnost

Results for Materiál = 1

Rows: Směna Columns: OK/N_OK

	nok	ok	All
O	28 0,580 23,5 0,88186	2435 50,404 2439,5 0,00848	2463 50,983
R	18 0,373 22,5 0,91724	2350 48,644 2345,5 0,00882	2368 49,017
All	46 0,952	4785 99,048	4831 100,000

Cell Contents: Count
% of Total
Expected count
Contribution to Chi-square

Pearson Chi-Square = 1,816; DF = 1; P-Value = 0,178
Likelihood Ratio Chi-Square = 1,833; DF = 1; P-Value = 0,176

Results for Materiál = 3

Rows: Směna Columns: OK/N_OK

	nok	ok	All
O	30 0,61 26,2 0,55228	2438 49,77 2441,8 0,00592	2468 50,38
R	22 0,45 25,8 0,56068	2409 49,17 2405,2 0,00602	2431 49,62
All	52 1,06	4847 98,94	4899 100,00

Cell Contents: Count
% of Total
Expected count
Contribution to Chi-square

Pearson Chi-Square = 1,125; DF = 1; P-Value = 0,289
Likelihood Ratio Chi-Square = 1,130; DF = 1; P-Value = 0,288

Results for Materiál = 2

Rows: Směna Columns: OK/N_OK

	nok	ok	All
O	37 0,76 29,6 1,8352	2382 48,62 2389,4 0,0228	2419 49,38
R	23 0,47 30,4 1,7900	2457 50,15 2449,6 0,0222	2480 50,62
All	60 1,22	4839 98,78	4899 100,00

Cell Contents: Count
% of Total
Expected count
Contribution to Chi-square

Pearson Chi-Square = 3,670; DF = 1; P-Value = 0,055
Likelihood Ratio Chi-Square = 3,700; DF = 1; P-Value = 0,054

Z výše uvedených výsledků vidíme, že p-hodnota překročila námi stanovenou hladinu významnosti u všech testů napříč používanými materiály. Hypotézu nezávislosti zmetkovitosti na aktivní směně tedy nezamítáme ani v jednom případě, ačkoliv je záhodno podotknout, že u pokovujícího prvku s číslem označení 2 se hodnota testové statistiky kritické tabulkové hodnotě výrazně blíží. Přesto, že jí nakonec nedosahuje ($X^2 = 3,670$; $\chi_1^2(0,95) = 3,841$; $X^2 < \chi_1^2(0,95)$), není od věci na tuto skutečnost klienta upozornit.

6.3.2 VLIV SMĚNY NA KVALITU RŮZNÝCH STRAN DESTIČEK

Tabulated Statistics: Směna; OK/N_OK; Strana				Results for Strana = Z			
Using frequencies in četnost				Rows: Směna Columns: OK/N_OK			
Results for Strana = P				Results for Strana = Z			
Rows: Směna Columns: OK/N_OK				Rows: Směna Columns: OK/N_OK			
	nok	ok	All		nok	ok	All
O	34	3699	3733	O	61	3556	3617
	0,461	50,183	50,644		0,84	48,99	49,83
	34,4	3698,6			44,9	3572,1	
	0,0055759	0,0000519			5,8144	0,0730	
R	34	3604	3638	R	29	3612	3641
	0,461	48,894	49,356		0,40	49,77	50,17
	33,6	3604,4			45,1	3595,9	
	0,0057215	0,0000533			5,7761	0,0725	
All	68	7303	7371	All	90	7168	7258
	0,923	99,077	100,000		1,24	98,76	100,00
Cell Contents:	Count			Cell Contents:	Count		
	% of Total				% of Total		
	Expected count				Expected count		
	Contribution to Chi-square				Contribution to Chi-square		
Pearson Chi-Square = 0,011; DF = 1; P-Value = 0,915				Pearson Chi-Square = 11,736; DF = 1; P-Value = 0,001			
Likelihood Ratio Chi-Square = 0,011; DF = 1; P-Value = 0,915				Likelihood Ratio Chi-Square = 11,989; DF = 1; P-Value = 0,001			

Zde již vidíme o něco zajímavější analytické výsledky, které říkají, že dodatečné testování skutečně nebylo na škodu. U předních stěn destiček dosahuje hodnota testové statistiky X^2 zanedbatelné hodnoty 0,011, avšak na opačné straně jsou čísla znepokojující. Software odhalil při testu hypotézy nezávislosti tohoto souboru (zmetkovitosti zadní strany produktu na aktivní směně) p-hodnotu rovnu jedné tisícíně ($X^2 = 11,736$), což ani zdaleka nedosahuje na námi stanovenou hladinu významnosti $\alpha = 0,05$. Hypotézu nezávislosti tedy zamítáme a vliv faktoru označujeme za kritický vůči kvalitě.

6.4 FINÁLNÍ DOPORUČENÍ

Vliv aktuálně činné směny byl vyhodnocen jako jediný faktor kriticky ovlivňující výslednou kvalitu pokovené destičky. Následným testováním bylo zjištěno, že co se týče použitého materiálu, není rozdíl mezi směnami významný. Kritické neshody jsou pouze u kvality pokovení zadních stran destiček, kde odpolední směna za tou ranní velmi výrazně zaostává. Doporučením vycházejícím z fáze „analyzovat“ by tedy v tomto případě pro galvanovnu XY bylo odhalit, z jakého důvodu vyrábí odpolední směna významně více výrobků s nevyhovující zadní stranou, tento problém v rámci následující fáze „zlepšit“ odstranit a tím dosáhnout lepších výrobních výsledků.

ZÁVĚR

První část této práce měla za cíl stručně popsat metodu Six sigma a její základní modely a principy, uvést a osvětlit pojmy, bez nichž se při její aplikaci neobejdeme a dále pak podrobněji rozebrat jednotlivé kroky nejpoužívanější metodiky postupného zlepšování zavedených procesů známé pod zkratkou DMAIC.

Ve druhé části byla hlavním tématem formulace konkrétní úlohy z technické praxe, při jejímž řešení můžeme metodu Six sigma využít. Vybrán byl proces galvanického pokovování, tedy jednoho z nejrozšířenějších typů povrchových úprav ve světě strojírenství. Tato část práce obsáhla úvod do problematiky procesu, popis výrobků a výčet aspektů zkoumaných na vybraném vzorku.

V rámci další kapitoly jsme popsali princip statistické hypotézy a jejího testu, konkrétně pak Pearsonův chí-kvadrát test nezávislosti dvou diskrétních znaků, který byl využit k řešení formulovaného problému v praktické části práce. Následně byla aplikována druhá fáze metodiky DMAIC – „měřit“. Popsali jsme kontrolu, kterou každý z vybraných vzorků prošel, a uvedli jsme si sesbíraná data, pomocí nichž byl ohodnocen aktuální stav zkoumaného procesu.

Poslední oddíl této bakalářské práce pak zahrnuje samotnou analýzu dat, aneb třetí fázi modelu DMAIC. Nejprve jsme pro jeden zkoumaný faktor prošli výpočet a aplikaci Pearsonova chí-kvadrát testu manuálně, abychom si tento nástroj prošli prakticky krok po kroku a lépe tak porozuměli jeho funkci. Posléze jsme již k výpočtu hodnot testové statistiky využívali software Minitab 17, jehož výstup byl vždy podrobně popsán a výsledky vyhodnoceny.

Touto analýzou bylo zjištěno, že výrazně vyšší počet zmetkovitých výrobků produkuje odpolední směna, přičemž kritické rozdíly vznikají během pokovení zadních stran destiček. Na základě výsledků jsme učinili finální doporučení, které klientovi dává za úkol odhalit příčiny zjištěných neshod, odstranit je a docílit tak očekávaného zkvalitnění procesu.

V případě poptávky po pokračování s optimalizací by se nabízela implementace dalšího cyklu DMAIC, při němž bychom do dat zahrnuli více výstupů. Rozdělili bychom typy vad, analyzovali jejich četnost a pokusili se odhalit další nedostatky k odstranění. To už však není cílem této práce.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] GEORGE, Michael L. *Kapesní příručka Lean Six Sigma: rychlý průvodce téměř 100 nástroji na zlepšování kvality procesů, rychlosti a komplexity*. Brno: SC&C Partner, 2010. ISBN 978-80-904099-2-7
- [2] KARPÍŠEK, Zdeněk. *Matematika IV: statistika a pravděpodobnost*. 3., dopl. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2007. ISBN 978-80-214-3380-9
- [3] DMAIC - Model řízení Six Sigma projektu. *Svět produktivity* [online]. Prostějov: Svět produktivity, 2012 [cit. 2019-04-16]. Dostupné z: <http://www.svetproduktivity.cz/slovník/DMAIC-Model-řízení-Six-Sigma-projektu.htm>
- [4] Six Sigma. *Vlastní cesta* [online]. Brno: Vlastní cesta, 2012 [cit. 2019-04-16]. Dostupné z: <https://www.vlastnicesta.cz/metody/six-sigma-1/>
- [5] Testování nezávislosti (Pearsonův chí-kvadrát test). *Matematická biologie* [online]. Brno: Institut biostatistiky a analýz Masarykovy univerzity, 2006 [cit. 2019-04-16]. Dostupné z: <http://portal.matematickabiologie.cz/index.php?pg=aplikovana-analyza-klinickyh-a-biologickyh-dat--analyza-a-management-dat-pro-zdravotnicke-obory--testovani-hypotez-o-kvalitativnich-promennych--analyza-kontingencnich-tabulek--testovani-nezavislosti-pearsonuv-chi-kvadrat-test>
- [6] ANDĚL, Jiří. *Základy matematické statistiky*. Vyd. 3. Praha: Matfyzpress, 2011. ISBN 978-80-7378-162-0
- [7] RUML, Vladimír. MILOSLAV SOUKUP. *Galvanické pokovování*. Praha: SNTL, 1981, 321 s.
- [8] PEARSON, Karl. X. On the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from random sampling. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* [online]. 2009, **50**(302), 157-175 [cit. 2019-04-26]. DOI: 10.1080/14786440009463897. ISSN 1941-5982. Dostupné z: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/14786440009463897> (anglicky)
- [9] Design For Six Sigma (DFSS) vs DMAIC. *Capability.cz* [online]. Praha 8 - Karlín: ICG-Capability, 2017 [cit. 2019-05-09]. Dostupné z: <https://capability.cz/design-for-six-sigma-dfss-vs-dmaic/>
- [10] PDCA cyklus. *Vlastní cesta* [online]. Brno: Vlastní cesta, 2012 [cit. 2019-04-16]. Dostupné z: <https://www.vlastnicesta.cz/metody/pdca-cyklus-1/>
- [11] Six Sigma. *Lean Six Sigma* [online]. Praha 3: Lean Six Sigma, 2019 [cit. 2019-05-09]. Dostupné z: <https://lean6sigma.cz/six-sigma/>

- [12] Certifikace Six Sigma. *Interquality.cz* [online]. Praha 10: INTERQUALITY, spol. s r.o., 2019 [cit. 2019-05-15]. Dostupné z: <http://www.sixsigma-iq.cz/SLOVN%C3%8DKPOJM%C5%AE.aspx>
- [13] Hodnocení úrovně kvality sigma – centralizováno. In: *Six Sigma FAB* [online]. Jesenice u Prahy: ROI Management Consulting, 2012 [cit. 2019-05-18]. Dostupné z: <http://www.sixsigma-fab.cz/userfiles/image/Gauss.JPG>
- [14] Hodnocení úrovně kvality sigma – posunuto. In: *ISIXSIGMA* [online]. Caldwell: ISIXSIGMA, 2018 [cit. 2019-05-18]. Dostupné z: <https://www.isixsigma.com/wp-content/uploads/2016/12/Process-Mean-Shift-of-1.5-Sigma-and-Defect-Rate-Corresponding-to-4.5-Sigma-1.gif>
- [15] Struktura certifikací Six sigma. In: *The Leadership Network* [online]. Londýn: The Leadership Network, 2016 [cit. 2019-05-18]. Dostupné z: https://theleadershipnetwork.com/images/articles/L6S_2.jpg
- [16] Model DMAIC a jeho fáze. In: *Management mania* [online]. Plzeň: MANAGEMENTMANIA.COM, 2016 [cit. 2019-05-18]. Dostupné z: https://managementmania.com/uploads/article_image/image/44.png
- [17] Princip galvanického pokovování. In: *Galvanovnaomega.cz* [online]. Praha 9: Galvanovna Omega, 2012 [cit. 2019-05-18]. Dostupné z: http://www.galvanovnaomega.cz/pokov/princip_pokoveni.jpg
- [18] *Matematika IV: statistika a pravděpodobnost*. 4., přeprac. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2014, s. 123-125. ISBN 978-80-214-4858-2.
- [19] Galvanické pokovování. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2001- [cit. 2019-05-18]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Galvanick%C3%A9_pokovov%C3%A1n%C3%AD
- [20] ZVÁRA, Karel. *Biostatistika*. 2. vyd. Praha: Karolinum, 2003. Učební texty Univerzity Karlovy v Praze. ISBN 80-246-0739-5.

SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

DMAIC	Define, Measure, Analyze, Improve, Control – Jedna z metodik Six sigma projektů
GE	General Electric Company – Nadnárodní konglomerát se sídlem v USA
PDCA	Plan, Do, Check, Act – Jeden z původních modelů Six sigma projektů
DFSS	Design for Six sigma – Přístup aplikovaný při návrhu nového procesu
DMADV	Define, Measure, Analyze, Design, Verify – Jeden z postupů DFSS
DPMO	Defects Per Million Opportunities – Počet vad na milion příležitostí k vadě
CTQ	Critical To Quality – Parametr kritický vůči kvalitě výrobku
LSL	Lower Specification Limit – Dolní toleranční limit daný hlasem klienta
USL	Upper Specification Limit – Horní toleranční limit daný hlasem klienta
DMEDI	Define, Measure, Explore, Develop, Implement – Jedna z metodik Six sigma
XY	Pracovní název galvanovny
OK	Vyhovující vzorek
N_OK	Nevyhovující vzorek
P	Přední strana destičky
Z	Zadní strana destičky
σ	Sigma – směrodatná odchylka
X	Vstupní náhodná veličina
Y	Výstupní náhodná veličina
H	Statistická hypotéza, nulová hypotéza
\bar{H}	Alternativní hypotéza
(X,Y)	Náhodný vektor
F(x,y, ϑ)	Simultánní distribuční funkce náhodného vektoru
F(x, ϑ)	Distribuční funkce
x,y, ϑ	Parametry distribuční funkce
ϑ_0	Počáteční (testovaná) hodnota parametru ϑ
χ^2	Pearsonovo rozdělení chí-kvadrát
T(X_1, \dots, X_n)	Testové kritérium
W_α	Kritický obor
\bar{W}_α	Doplněk kritického oboru
α	Hladina významnosti testu
(x_1, \dots, x_n)	Statistický soubor
t	Pozorovaná hodnota testového kritéria
β	Pravděpodobnost chyby druhého druhu
n	Rozsah statistického souboru, počet měření
t_1, t_2	Kvantily statistiky T (kritické hodnoty)
r	Počet řádků kontingenční tabulky (počet vstupních faktorů)
c	Počet sloupců kontingenční tabulky (počet výstupních faktorů)
i, j	Konkrétní varianty náhodné veličiny (i pro X, j pro Y)
$p_i = P(X = i)$	Pravděpodobnost nastání $X = i$
p_{ij}	Pravděpodobnost nastání $X = i \wedge Y = j$
n_{ij}	Počet subjektů, u nichž $X = i \wedge Y = j$
n_{i*}	Marginální četnost i-té varianty veličiny X
n_{*j}	Marginální četnost j-té varianty veličiny Y
X^2	Testová statistika
a_{ij}	Část testové statistiky X^2 způsobená prvkem $X = i \wedge Y = j$
e_{ij}	Očekávaná četnost $X = i \wedge Y = j$