

Mendelova univerzita v Brně  
Provozně ekonomická fakulta

---

# **Využití lineárního programování při tvorbě výživového doporučení**

**Bakalářská práce**

Vedoucí práce:  
doc. Ing. Josef Holoubek, CSc.

Leoš Páleník

Brno, 2015



Na tomto místě bych chtěl poděkovat doc. Ing. Josefu Holoubkovi, CSc. za odborné rady při zpracování této práce.



### **Čestné prohlášení**

Prohlašuji, že jsem tuto práci: **Využití lineárního programování při tvorbě výživového doporučení**

vypracoval samostatně a veškeré použité prameny a informace jsou uvedeny v seznamu použité literatury. Souhlasím, aby moje práce byla zveřejněna v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách ve znění pozdějších předpisů, a v souladu s platnou *Směrnicí o zveřejňování vysokoškolských závěrečných prací*.

Jsem si vědom, že se na moji práci vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, a že Mendelova univerzita v Brně má právo na uzavření licenční smlouvy a užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 Autorského zákona.

Dále se zavazuji, že před sepsáním licenční smlouvy o využití díla jinou osobou (subjektem) si vyžádám písemné stanovisko univerzity o tom, že předmětná licenční smlouva není v rozporu s oprávněnými zájmy univerzity, a zavazuji se uhradit případný příspěvek na úhradu nákladů spojených se vznikem díla, a to až do jejich skutečné výše.

V Brně dne 22. května 2015

.....



## **Abstract**

PÁLENÍK, L. *The use of linear programming in the creation of a nutrition recommendations*. Bachelor thesis. Brno, 2015.

This thesis deals with the use of linear programming in the development of nutritional recommendations. The aim of this work is to minimize the cost of food in compliance with the recommended daily intake of nutrients. For this purpose will be created a diet that will meet the recommended daily nutritional intake of nutrients at once and will be the cheapest possible.

**Keywords:** Operations research, linear programming, simplex method, LINGO, nutritional recommendations, creating the menu.

## **Abstrakt**

PÁLENÍK, L. *Využití lineárního programování při tvorbě výživového doporučení*. Bakalářská práce. Brno, 2015.

Bakalářská práce se zabývá využitím metod lineárního programování při tvorbě výživového doporučení. Cílem této práce je minimalizovat náklady na stravování při dodržení příjmu doporučených denních dávek živin. Za tímto účelem bude vytvořen jídelníček, který bude splňovat doporučené denní dávky příjmu živin a zároveň bude co možná nejlevnější.

**Klíčové slova:** Operační výzkum, lineární programování, simplexová metoda, LINGO, výživové doporučení, vytvoření jídelníčku.





# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>Cíl a metodika práce</b>	<b>13</b>
2.1	Cíl práce . . . . .	13
2.2	Metodika práce . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Literární rešerše</b>	<b>15</b>
3.1	Stiglerova dieta . . . . .	15
3.2	Operační výzkum . . . . .	16
	Vývoj operačního výzkumu . . . . .	17
	Klasifikace disciplín operačního výzkumu . . . . .	17
	Modelování . . . . .	17
3.3	Matematické programování . . . . .	18
3.4	Lineární programování . . . . .	19
	Úlohy lineárního programování . . . . .	20
3.5	Simplexová metoda . . . . .	20
	Kanonický tvar . . . . .	20
	Test optimality . . . . .	21
	Přechod k novému bazickému řešení . . . . .	22
	Simplexová tabulka . . . . .	22
	Možnosti ukončení výpočtu simplexové metody . . . . .	23
3.6	Postoptimalizační analýza . . . . .	24
	Analýza citlivosti cenových koeficientů . . . . .	24
	Analýza citlivosti pravých stran . . . . .	24
3.7	Počítačové zpracování optimalizačních úloh . . . . .	24
	LINGO . . . . .	24
<b>4</b>	<b>Formulace matematického modelu</b>	<b>28</b>
4.1	Zdroje dat . . . . .	28
	Výživová doporučení . . . . .	28
	Složení potravin . . . . .	30
	Ceny potravin . . . . .	31
4.2	Formulace matematického modelu . . . . .	33
	Formulace nejlevnějších výživných potravin . . . . .	33
	Formulace jídelníčku . . . . .	36
<b>5</b>	<b>Řešení matematického modelu</b>	<b>41</b>
	Nejlevnější výživné potraviny . . . . .	41
	Jídelníček . . . . .	42
<b>6</b>	<b>Závěr</b>	<b>46</b>



# 1 Úvod

V současných českých podmínkách neexistuje výživové doporučení, které by minimalizovalo náklady na stravování a zároveň mělo matematicky ověřený obsah živin, potřebný pro zdravý stav lidského organismu. Mnoho lidí si totiž pod pojmem minimalizování nákladů na stravování představí pouze podřadné potraviny, které mnohdy mohou poškozovat lidské zdraví. V této práci půjde ovšem především o uspokojení všech základních živinových potřeb člověka. Nebude se tedy jednat o minimalizaci nákladů spojenou se zhoršující se kvalitou lidského zdraví, ale o optimalizaci nákladů za splnění všech základních živinových potřeb člověka.

V minulosti již podobné problémy byly řešeny. Nejspíše nejznámějším příkladem řešení minimalizace nákladů na nákup potravin pomocí metod lineárního programování byla tzv. Stiglerova dieta, které je věnována první sekce v literární rešerši. Výsledky této diety ovšem již nejsou aktuální a neodpovídají současným podmínkám. Tato práce ačkoliv vymyšlená nezávisle na této dietě, v mnoha ohledech a především postupem řešení s touto dietou souvisí.

Výživová doporučení se v minulosti značně měnila v souvislosti se zvyšujícími se poznatky o potravinách a jejich vlivu na lidské zdraví. Do poloviny 60. let 20. století se například doporučoval vysoký příjem bílkovin, tuků a málo vlákniny. Od té doby se naopak výživová doporučení zaměřují na rizika z nízkého příjmu vlákniny (Kudlová, 2009, s. 15-25).

Výživová doporučení mohou mít různou formu. Rozčlenit je můžeme následovně:

- referenční hodnoty příjmu/doporučené denní dávky,
- doporučené dávky potravin,
- verbální výživové doporučení pro obyvatelstvo,
- výživová doporučení založená na skupinách potravin.

Referenční hodnoty příjmu jsou celosvětové téměř stejné napříč jednotlivými státy a i v čase se téměř nemění. Ostatní výživová doporučení jsou v každém státě odlišné, vzhledem ke kulturním a sociálním rozdílům (Erdman, Macdonald a Heisel, 2012).

Tato práce bude vycházet z výživového doporučení ve formě doporučených denních dávek živin a jejím cílem bude navrhnout výživové doporučení v podobě doporučených dávek potravin. V této práci budu vycházet také z výživového doporučení pro obyvatelstvo České republiky (Společnost pro výživu, 2012) a dalších výživových doporučeních.

V práci bude řešen určitý kompromis, neboť při přidání více požadavků na výživu bude těžší najít kombinaci potravin, která splní všechny tyto požadavky a optimální řešení bude mít horší hodnotu účelové funkce, tedy výsledný jídelníček bude dražší, nebo dokonce úloha nebude mít přípustné řešení.

V této práci znázorním možnosti využití lineárního programování při tvorbě výživového doporučení pro člověka. Metody lineárního programování jsou běžně používané při tvorbě krmných směsí pro zvířata, v aplikaci pro tvorbu jídelníčků pro lidi ovšem ještě nenašly své využití. Toho chci touto prací alespoň částečně docílit, neboť jsem přesvědčen, že současné technologie, které dokáží počítat miliardy operací za vteřinu by měly být při správném naprogramování schopné sestavit ideální jídelníček pro kohokoli.

Tato práce se nebude zabývat jednotlivými živinami, jejich významem, ani jejich funkcí v lidském organismu. Čtenář se může tyto informace dozvědět například v knize Živiny a živinové potřeby člověka (Havlík a Marounek, 2013) nebo velice podrobně v anglické literatuře Present knowledge in nutrition (Erdman, Macdonald a Heisel, 2012).

## 2 Cíl a metodika práce

### 2.1 Cíl práce

**Hlavním cílem** práce je minimalizovat náklady na stravování při dodržení příjmu doporučených denních dávek živin.

**Prvním dílčím cílem** práce je nalezení nejlevnějšího možného složení potravin splňujícího denní doporučené dávky příjmu živin.

**Druhým dílčím cílem** práce je sestavení jídelníčku. Jídelníček bude sestaven na 5 jídel během jednoho dne s doporučeným rozložením energie v jednotlivých jídlech. Jídelníček bude originální v tom, že kromě matematicky ověřeného obsahu živin potřebných pro výživu člověka bude co možná nejlevnější.

### 2.2 Metodika práce

V první části této práce bude provedena literární rešerše zaměřená na získání teoretických poznatků využitelných při řešení zvoleného problému s důrazem na použitelné metody operačního výzkumu. Bude zde vysvětlena podstata operačního výzkumu a jeho disciplín matematického a poté lineárního programování. Pozornost bude věnována především simplexové metodě a počítačovému zpracování optimalizačních úloh programem LINGO.

Poté budou uvedeny věrohodné zdroje dat, ze kterých bude následně sestaven matematický model. K řešení této úlohy budeme potřebovat získat údaje o složení potravin, jejich ceny a především věrohodná výživová doporučení. Údaje o složení potravin nalezneme v databázi složení potravin ČR (Centrum pro databázi složení potravin, 2013), ve které jsou veřejně zpřístupněna data o složení 511 potravin. Ceny potravin budou získány z Českého statistického úřadu (2015a), který sleduje ceny pro 178 potravin a nápojů. Ke každé vhodné potravině, kterou budeme chtít zařadit do modelu budeme muset přepočítat její cenu na 100 g jedlého podílu, ve kterém jsou uváděny složení potravin, abychom měli všechny hodnoty ve stejných měrných jednotkách. Výživová doporučení budou čerpána z více zdrojů. Hlavním z nich budou referenční hodnoty příjmu (Nařízení Evropského parlamentu a Rady (EU) č. 1169/2011, 2011). V této práci budu vycházet také z výživového doporučení pro obyvatelstvo České republiky (Společnost pro výživu, 2012), případně dalších výživových doporučeních.

Do matematického modelu pro výpočet nejlevnějšího možného složení potravin splňujícího denní doporučené dávky příjmu živin jsem zařadil 84 potravin, ke kterým jsem měl dostupné jejich ceny i složení. Živin, ke kterým jsem měl dostupné data o jejich obsahu ve vybraných potravinách a informaci o jejich doporučeném denním příjmu jsem do modelu zařadil celkem 25 a energii. Navíc jsem zde sledoval energetický příjem ve dvou variantách, a to pro průměrnou ženu (2000 kcal) a průměrného muže (2500 kcal).

V matematickém modelu pro tvorbu jídelníčku jsem také sledoval 25 živin a energii. Zde jsem ovšem provedl pouze jenom jeden výpočet, a to pro energetický příjem průměrného muže (2500 kcal). Příjem energie jsem rozložil do jednotlivých jídel podle doporučení Společnosti pro výživu (2012). Do jednotlivých jídel jsem zařadil pouze ty potraviny, které jsem chtěl, aby se v něm mohly vyskytnout. Poté jsem na základě vlastního uvážení stanovil další požadavky, díky kterým by výsledný jídelníček měl více odpovídat stravovacím zvyklostem naší společnosti.

Řešení matematického modelu jsem provedl pomocí počítačového programu LINGO. Poté bude následovat interpretace získaných výsledků a uvedení kladů a nedostatků navrhovaného řešení.

## 3 Literární rešerše

### 3.1 Stiglerova dieta

V roce 1945 laureát Nobelovy ceny za ekonomii George Stigler předložil problém stanovení optimálního množství příjmu jednotlivých potravin z celkových 77 potravin tak, aby náklady na jejich nákup byli co nejmenší a obsah jejich živin přinejmenším dosahoval doporučených množství živin pro středně aktivního muže s váhou 70 kg stanovených Národní radou pro výzkum (Spojených států amerických) v roce 1943 (Garille and Gass, 2001, s. 1).

V té době ovšem ještě neexistovala metoda, kterou by se tento problém dal vyřešit (Dantzig, 1990, s. 45).

Stigler se ve svém článku "The cost of subsistence" (Stigler, 1945, s. 303-314) nejprve zabýval živinovými potřebami člověka a množstvím živin obsažených v jednotlivých potravinách. Poté uvedl možný způsob výpočtu daného problému a vypočítal minimální nákladovou dietu pro srpen 1939 a pro srpen 1944. Na závěr porovnal svou dietu s ostatními nízko nákladovými dietami (Stigler, 1945, s. 303).

Konkrétně sledoval 9 nutričních požadavků (v denním vyjádření), a to energii, bílkoviny, vápník, vitamin A, thiamin (vitamin  $B_1$ ), riboflavin (vitamin  $B_2$ ), niacin a kyselinu askorbovou (vitamin C).

Prvně ze seznamu 77 potravin vyřadil ty, které na \$ 1 obsahovaly méně všech živin, než některá ze zbývajících potravin a nebo byly výrazně horší v jejich důležitých živinách a pouze mírně lepší v ostatních živinách. Tímto způsobem zúžil seznam na 15 potravin a vyřadil z něj všechny druhy masa a vnitřností kromě jater, cukry, nápoje a patentované cereální výrobky. Dále vyřadil potraviny, které na \$ 1 obsahovaly méně živin, než kterákoliv lineární kombinace zbývajících potravin, čímž zúžil seznam na pouhých 9 potravin. Nutriční hodnoty každé z potravin byly vyjádřeny ve formě denní potřeby těchto živin. Různými kombinacemi potravin byly splněny požadované nutriční potřeby (Stigler, 1945, s. 303-314).

Výsledky Stiglerova výpočtu jsou uvedeny v tabulce níže. Původní hodnoty vypočítané v librách jsem přepočítal na kila (přepočet  $1lb. = 0,45359237kg$ ) a zaokrouhlil na celá čísla.

Tabulka 1: Minimální roční náklady na nákup potravin v srpnu 1939 a 1944

Potravina	Srpen 1939		Srpen 1944	
	Množství	Cena	Množství	Cena
Bílá mouka	168 kg	\$13,33	243 kg	\$34,54
Sušené mléko	26 kg	\$3,84	-	-
Hlávkové zeli	50 kg	\$4,11	49 kg	\$5,23
Špenát	10 kg	\$1,85	6 kg	\$1,56
Fazole	117 kg	\$16,80	-	-
Mouka na palačinky	-	-	61 kg	\$13,08
Vepřová játra	-	-	11 kg	\$5,48
Celkové roční náklady		\$39,93		\$59,88
Celkové denní náklady		\$0,109		\$0,164

(Stigler, 1945, s. 311)

Stigler netvrdil, že jeho řešení je optimální, ale uvedl spolehlivé důvody, kvůli kterým by se již nedalo o moc zlepšit (Stigler, 1945, s. 310).

Na podzim roku 1947 Jack Laderman jako zkoušku nově navrhnuté simplexové metody provedl první rozsáhlý výpočet v tomto oboru. Přitom použil Stiglerova data z roku 1939 a přibližně po 125 dnech práce na ručních kalkulačních strojích dospěl k optimálnímu řešení s hodnotou účelové funkce \$ 39,69. Stiglerův výpočet byl tedy od optima vzdálen pouze o \$ 0,24 (Dantzig, 1963, s. 625).

### 3.2 Operační výzkum

Operační výzkum, nebo také operační analýza či ekonomicko - matematické metody je vědní disciplína, respektive soubor relativně samostatných disciplín, zaměřených na různé typy rozhodovacích problémů (Rašovský a Šišláková, 1999, s. 7) (Jablonský, 2007, s. 7).

Operační výzkum je orientovaný na procesy rozhodování, které spočívají ve výběru jedné z několika alternativ (Dudorkin, 2002, s. 6).

”Cílem operačního výzkumu jsou závěry a doporučení, která slouží jako podklad pro co nejlepší řízení zkoumaných operací.” (Dudorkin, 2002, s. 5).

”Potřeba týmové práce při řešení rozsáhlejších úloh operačního výzkumu plyne z nutnosti aplikace metod a poznatků různých vědních oborů cestou spolupráce odborníků různých profesí (např. matematiků, programátorů, ekonomů, technických inženýrů, sociologů, psychologů apod.). I když týmová práce je často jediná možná a přináší široké spektrum netradičních řešení, může narážet na úskalí rozdílné odborné mluvy členů týmu a špatných mezilidských vztahů.” (Dudorkin, 2002, s. 6)



### Vývoj operačního výzkumu

Vznik operačního výzkumu není snadné přesně určit. Jeho počátky sahají do 30. a 40. let minulého století a jsou spojeny především s osobnostmi jako George B. Dantzig, či Leonid Kantorovič. Rozvoj operačního výzkumu nastal během 2. světové války a poté především během 50. let minulého století s poválečným ekonomickým rozvojem ve světě. Operační výzkum se vyvíjel především pro praktické potřeby a důležitým faktorem pro jeho vývoj byl rozvoj výpočetní techniky (Jablonský, 2007, s. 9).

### Klasifikace disciplín operačního výzkumu

Holoubek (2006, s. 6-7) klasifikuje operační výzkum následovně:

- matematické programování,
- síťová analýza,
- strukturní analýza,
- teorie zásob,
- teorie obnovy,
- teorie hromadné obsluhy,
- teorie her.

Jablonský (2007, s. 16) uvádí ještě:

- simulaci,
- Markovy rozhodovací procesy.

### Modelování

”Základním nástrojem operačního výzkumu je matematické modelování.” (Jablonský, 2007, s. 10).

Při řešení reálných rozhodovacích problémů pomocí operačního výzkumu se pracuje pouze s modely reálného systému, jenž jsou jeho zjednodušeným zobrazením (Dudorkin, 2002, s. 3).

Modely jsou systému v podstatných hlediscích vzhledem k vytčenému cíli velmi podobné, avšak v ostatních hlediscích se mohou od systému podstatně lišit (Rašovský a Šišláková, 1999, s. 11).

Jablonský (2007, s. 10) jako základní výhody modelového přístupu uvádí:

- umožnění strukturalizace systému a specifikace všech možných variant stavu systému,
- rychlost řešení,

- snadnou manipulaci a provádění experimentů,
- náklady na realizaci modelů.

Dudorkin (2002, s. 8) člení proces řešení úloh operačního výzkumu z časového hlediska následovně:

- 1) analýza a formulace úlohy,
- 2) sběr a zpracování informací,
- 3) konstrukce matematického modelu,
- 4) řešení modelu,
- 5) testování modelu,
- 6) interpretace výsledků,
- 7) implementace.

### 3.3 Matematické programování

Matematické programování je disciplínou operačního výzkumu zabývající se hledáním extrémních (maximálních, nebo minimálních) hodnot daných kritérií, definovaných ve tvaru kriteriální funkce  $n$  proměnných za splnění všech omezujících podmínek (Holoubek, 2006, s. 6) (Jablonský, 2007, s. 13).

Cílem matematického programování je poskytnutí informací sloužících k rozhodnutí o efektivním rozdělování omezených prostředků. Modelujeme v něm proměnné na množině hodnot reálných čísel (Janáček, 2003, s. 7).

Rašovský (1999, s. 14) upozorňuje na možnou záměnu pojmu "matematické programování" s pojmem "programování počítačů". Název programování podle něj pochází z povahy řešených úloh, kterou je hledání optimálních programů nějakých činností.

Gros (2003, s. 124) formuluje obecný tvar modelu matematického programování ve tvaru:

$$\max(\min)z = f(x) \tag{1}$$

$$g_i(x) \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, k \tag{2}$$

$$g_i(x) = b_i \quad i = k + 1, k + 2, \dots, k + p \tag{3}$$

$$g_i(x) \geq b_i \quad i = k + p + 1, k + p + 2, \dots, k + p + s \tag{4}$$

$$x \geq 0 \tag{5}$$

kde (1) představuje kriteriální funkci a (2) (3) (4) funkce jednotlivých omezujících podmínek. V modelu jsou také požadovány podmínky nezápornosti (5) (Holoubek, 2006, s. 6).

Pokud kriteriální funkce a všechny rovnice a nerovnice omezujících podmínek obsahují pouze lineární členy, jedná se o úlohu *lineárního programování* (Plevný a Žižka, 2010, s. 14).

V případě, že alespoň jedna z funkcí  $f, g_i$  je nelineární, jde o úlohu *nelineárního programování*. Mnoho praktických problémů lze přesněji popsat nelineárním programováním než lineárním programováním, ovšem kvůli jejich vyšší složitosti bývají často převedeny na úlohy lineárního typu (Rašovský a Šišlákova, 1999, s. 15).

Mezi další disciplíny matematického programování patří *stochastické programování*, ve kterém je obsažen náhodný faktor a *dynamické programování*, které se zabývá optimalizací časově návazných víceúrovňových procesů (Rašovský a Šišlákova, 1999, s. 15).

### 3.4 Lineární programování

Podle Holoubka (2006, s. 11) je lineární programování nejlépe propracovanou částí operačního výzkumu a snad nejčastěji používanou. Za její výhodu považuje existenci univerzálně použitelné a přitom relativně jednoduché metody.

Gros (2003, s. 124) formuluje model lineárního programování ve tvaru

$$\max(\min)z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad i = k + 1, k + 2, \dots, k + p \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i \quad i = k + p + 1, k + p + 2, \dots, k + p + s \quad (9)$$

$$x \geq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

Prvky tohoto modelu označujeme následovně:

- $c_j$  - cenové koeficienty účelové funkce,
- $x_j$  - optimalizované proměnné, jejichž hodnoty řešením modelu hledáme,
- $a_{ij}$  - strukturní (technické) koeficienty vyjadřující vztah mezi  $j$ -tou proměnnou a  $i$ -tou omezující podmínkou,
- $b_i$  - hodnoty pravých stran omezujících podmínek,
- $x_j \geq 0$  - podmínky nezápornosti.

(Jablonský, 2007, s. 23) (Gros, 2003, s. 124-125)

## Úlohy lineárního programování

Holoubek (2006, s. 13-16) jako nejběžnější typy problémů řešených lineárním programováním uvádí:

- kapacitní problém,
- problém optimálního rozmístění finančních prostředků,
- výživový (nutriční, směšovací) problém,
- řezný, krájecí problém,
- distribuční problém.

### 3.5 Simplexová metoda

”Simplexová metoda je zřejmě nepoužívanějším postupem pro hledání optimálních řešení úloh LP sestavených pro reálné problémy a obsahující i stovky až tisíce proměnných.” (Plevný a Žižka, 2010, s. 71).

Simplexová metoda slouží k nalezení optimálního řešení úloh lineárního programování. K jeho nalezení neprozkoumává všechna bazická řešení, ale v jednotlivých krocích přestupuje pouze k řešením s lepší hodnotou účelové funkce, v nejhorším případě k řešením se stejnou hodnotou účelové funkce. Díky tomu, že se metoda nevrací k horším řešením je náročnost řešení úloh touto metodou podstatně nižší. V případě optimálnosti zkoumaného řešení je výpočet ukončen, v opačném případě přejde k dalšímu bazickému řešení pomocí výměny jednoho bazického vektoru (Linda a Volek, 2010, s. 32).

Nepotřebnost prozkoumávat všechna přípustná řešení vychází ze základní věty lineárního programování, kterou uvádí Plevný a Žižka (2010, s. 77) následovně: ”Má-li úloha LP optimální řešení, potom je mezi jejími optimálními řešeními i bazické přípustné (tj. základní) řešení soustavy omezujících podmínek.”

Princip simplexové metody lze shrnout do několika kroků:

- 1) nalezení výchozího bazického řešení,
- 2) test optimality získaného bazického řešení,
  - v případě optimality daného řešení výpočet ukončíme,
  - v opačném případě pokračujeme k dalšímu kroku,
- 3) přechod k sousednímu bazickému řešení s lepší hodnotou účelové funkce,
- 4) návrat ke druhému kroku. (Plevný a Žižka, 2010, s. 77) (Holoubek, 2006, s. 33)

### Kanonický tvar

K použití simplexové metody potřebujeme převést úlohu lineárního programování do tzv. kanonického tvaru. Tento tvar nám zaručuje získání výchozího bazického řešení (Plevný a Žižka, 2010, s. 71) (Holoubek, 2006, s. 35).

Úloha lineárního programování je v kanonickém tvaru, pokud všechny její podmínky jsou ve tvaru rovnosti, hodnoty pravých stran podmínek  $b$  jsou nezáporné a na levé straně rovnic existuje čtvercová jednotková submatice (báze). Její rozměr je totožný s celkovým počtem vlastních omezujících podmínek v úloze (Plevný a Žižka, 2010, s. 72) (Holoubek, 2006, s. 35).

Úlohu převedeme do kanonického tvaru následovně:

- 1) Vynásobíme podmínky, ve kterých je hodnota pravé strany  $b$  záporná hodnotou  $-1$ .
- 2) Za účelem získání rovnosti na levou stranu nerovnic typu " $\leq$ " přičteme přídatnou (doplňkovou) proměnou, která vyjadřuje nespotřebované množství zdroje. U nerovnic typu " $\geq$ " přídatnou proměnou odečteme. V tomto případě vyjadřuje množství získané (spotřebované) nad stanovený limit. Pro neovlivnění hodnoty účelové funkce jsou koeficienty  $c_j$  u přídatných proměnných  $x_j$  rovny nule.
- 3) Do rovnic podmínek, ve kterých v matici koeficientů podmínek  $A$  neexistuje jednotkový sloupcový (bazický) vektor doplníme pomocné (umělé) proměnné. Tyto proměnné nemají ekonomický smysl a slouží pouze k vytvoření bazického (základního) řešení. Aby pomocné proměnné neovlivňovali hodnotu účelové funkce, musí mít nulovou hodnotu. Toho můžeme dosáhnout například pomocí dvoufázové simplexové metody, ve které se prvně vynulují pomocné proměnné (1. fáze) a až poté se řeší samotná úloha (2. fáze). V případě použití jednofázové simplexové metody pomocné proměnné penalizujeme u maximalizační úlohy velmi vysokými zápornými koeficienty a u minimalizační úlohy velmi vysokými kladnými koeficienty. Pokud ve výsledku nebude pomocná proměnná nulová, znamená to, že úloha nemá jediné přípustné řešení (Plevný a Žižka, 2010, s. 72-74).

Z takto získaného kanonického tvaru již snadno odvodíme základní řešení daného modelu. Obsahuje totiž pouze 2 druhy proměnných. Prvním z nich jsou základní proměnné, které jsou v příslušném základním řešení rovny hodnotám pravých stran. Těmito proměnným odpovídají jednotkové vektory. Ostatní proměnné označujeme jako nezásadní a jejich hodnoty jsou v základním řešení rovny 0 (Jablonský, 2007, s. 52).

### Test optimality

K otestování kvality bazického řešení slouží *indexní hodnota*  $\Delta_j$  nazývaná také jako *indexní číslo* nebo *hodnota delta*, kterou vypočítáme pomocí vztahu

$$\Delta_j = Z_j - C_j$$

ve kterém

- $C_j$  je koeficient účelové funkce  $j$ -té proměnné
- $Z_j = \vec{C}_B^T \cdot \vec{\alpha}_j$  je součin vektoru koeficientu účelové funkce bazických proměnných v transponované podobě a vektoru technicko-ekonomických koeficientů  $j$ -té proměnné

(Holoubek, 2006, s. 38)

Test optimality je u maximalizační úlohy splněn když hodnota všech indexních čísel u bazických proměnných je rovna nule a u nebazických je nezáporná, neboli  $\Delta_j = Z_j - C_j \geq 0$  (Holoubek, 2006, s. 39)

U minimalizační úlohy je test optimality splněn pokud hodnota všech indexních čísel u bazických proměnných je rovna nule a u nebazických je nekladná, neboli  $\Delta_j = Z_j - C_j \leq 0$  (Holoubek, 2006, s. 39)

### Přechod k novému bazickému řešení

#### 1) Volba vstupující proměnné

Záporné hodnoty  $\Delta_j$  značí možnost zvýšení hodnoty účelové funkce. Z důvodu, abychom k optimálnímu řešení dospěli co nejrychleji, u maximalizačních úloh do báze zařazujeme proměnnou s nejnižším záporným indexním číslem, neboli

$$\min \Delta_j \text{ pro } \Delta_j < 0$$

Kladné hodnoty  $\Delta_j$  značí možnost snížení hodnoty účelové funkce. Z důvodu, abychom k optimálnímu řešení dospěli co nejrychleji, u minimalizačních úloh do báze zařazujeme proměnnou s nejvyšším kladným indexním číslem, neboli

$$\max \Delta_j \text{ pro } \Delta_j > 0$$

(Jablonský, 2007, s. 56)

#### 2) Volba vystupující proměnné

Vystupující proměnnou určíme podle vztahu

$$\min \frac{\beta_i}{\alpha_{ir}} \text{ pro } \alpha_{ir} > 0$$

jedná se tedy o minimální podíl transformovaných hodnot pravé strany a kladných strukturních koeficientů u vstupující proměnné (Holoubek, 2006, s. 39) (Jablonský, 2007, s. 58).

#### 3) Transformace simplexové tabulky

V simplexové tabulce nazýváme *klíčovým políčkem* (pivotem) průsečík sloupce vstupující proměnné (klíčového sloupce) a řádku vystupující proměnné (klíčového řádku). Na tomto políčku potřebujeme získat hodnotu 1 a na ostatních políčkách klíčového sloupce hodnotu 0. Zároveň ovšem nesmíme porušit ostatní jednotkové vektory. Celý přepočítání v simplexové tabulce provedeme Gaussovou eliminační metodou (Jablonský, 2007, s. 58).

### Simplexová tabulka

Do výchozí simplexové tabulky snadno přepíšeme výchozí bazické řešení získané převedením úlohy do kanonického tvaru. V této tabulce potom její úpravou realizujeme vlastní výpočet nového bazického řešení (Plevný a Žižka, 2010, s. 78).

Pro každé bazické řešení vytvoříme novou simplexovou tabulku. Po konečném počtu kroků dospějeme k výsledné simplexové tabulce, v jejímž posledním řádku se kromě hodnoty účelové funkce nachází také tzn. *redukované ceny* a *stínové ceny* (Holoubek, 2006, s. 41) (Jablonský, 2007, s. 74).

Redukované ceny nalezneme pod strukturními proměnnými. Jejich kladná hodnota značí minimální potřebu zvýšení jednotkového přínosu strukturní proměnné potřebného k zavedení této proměnné do báze (Jablonský, 2007, s. 77).

Stínové ceny nalezneme pod nebazickými doplňkovými proměnnými. Můžeme je interpretovat jako marginální ocenění pravých stran. Značí tedy změnu hodnoty účelové funkce po změně pravé strany o jednu jednotku. Stínové ceny jsou i pod umělymi proměnnými, které byly přidány do rovnic. U nich ovšem bereme v úvahu pouze  $Z_j$ . Stínové ceny se nazývají také jako *duální ceny* nebo *duální hodnoty* (Jablonský, 2007, s. 74-75).

Existuje více možných způsobů jak uspořádat simplexovou tabulku. Jeden z nich je následující:

Tabulka 2: Simplexová tabulka

$\vec{C}_B^T$	báze	$\vec{b}$	$c_1$ $x_1$	$c_2$ $x_2$	$\dots$ $\dots$	$c_n$ $x_n$
$c_{i_1}$	$x_{i_1}$	$\beta_{i_1}$	$\alpha_{11}$	$\alpha_{12}$	$\dots$	$\alpha_{1n}$
$c_{i_2}$	$x_{i_2}$	$\beta_{i_2}$	$\alpha_{21}$	$\alpha_{22}$	$\dots$	$\alpha_{2n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$c_{i_m}$	$x_{i_m}$	$\beta_{i_m}$	$\alpha_{m1}$	$\alpha_{m2}$	$\dots$	$\alpha_{mn}$
0. krok	$z$		$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\dots$	$\Delta_n$

(Holoubek, 2006, s. 41) (Linda a Volek, 2010, s. 37)

### Možnosti ukončení výpočtu simplexové metody

Z výsledné simplexové tabulky můžeme vyčíst několik možných variant řešení úlohy:

**Nemá přípustné řešení** test optimality splněn, ale mezi bazickými proměnnými se vyskytuje kladná hodnota přídatné proměnné.

**1 BOŘ** (bazické optimální řešení) test optimality splněn,  $\Delta_j = 0$  se vyskytují pouze pod bazickými proměnnými.

**Více BOŘ** test optimality splněn,  $\Delta_j = 0$  jsou i pod některými nebazickými proměnnými. Chceme-li některou z těchto nebazických proměnných zařadit do báze, podaří se nám to, protože jsme schopni určit klíčový řádek.

**1 BOŘ, nekonečně mnoho nebazických** test optimality splněn,  $\Delta_j = 0$  jsou i pod nebazickými proměnnými. Chceme-li takovou proměnnou zařadit do báze, tak neuspějeme, protože v klíčovém sloupci jsou všechny hodnoty  $\alpha_{ij} \leq 0$ .

**Optimální řešení v nekonečnu** test optimality není splněn. Jsme schopni určit klíčový sloupec, ale nejsme schopni určit klíčový řádek, protože v klíčovém sloupci není žádné  $\alpha_{ij} > 0$ .

(Holoubek, 2006, s. 42)

### 3.6 Postoptimalizační analýza

Po vyřešení úlohy lineárního programování a nalezení jejího optimálního řešení můžeme přistoupit ještě k postoptimalizační analýze, neboli analýze citlivosti výsledného řešení. Ta nám poskytuje informace o tom, jak by se změnilo původní optimální řešení v případě změny koeficientů modelu této úlohy. Čím větší změny lze provést bez změny složení báze, tím je optimální řešení stabilnější (Plevný a Žižka, 2010, s. 101-102) (Holoubek, 2006, s. 51).

#### Analýza citlivosti cenových koeficientů

Při analýze citlivosti cenových koeficientů zjišťujeme o kolik by se mohli změnit cenové koeficienty účelové funkce a dané řešení by zůstalo stále optimální. Hledáme tedy interval stability cenových koeficientů (Plevný a Žižka, 2010, s. 103) (Jablonský, 2007, s. 80).

#### Analýza citlivosti pravých stran

Analýza citlivosti pravých stran nám umožňuje zjistit, v jakém intervalu se můžou pohybovat jednotlivé složky pravých stran optimálního řešení bez potřeby měnit bázi pro zachování přípustnosti daného řešení (Jablonský, 2007, s. 78).

### 3.7 Počítačové zpracování optimalizačních úloh

Podle Plevného a Žižky (2010, s. 19-21) se při praktickém řešení optimalizačních úloh neobejdeme bez vhodného počítačového softwaru. Počítačové zpracování je podle nich používáno v podstatě ve všech odvětvích operačního výzkumu řešících praktické problémy. Softwarové produkty člení na 2 skupiny:

- podporující optimalizační výpočty- do kterých řadí tabulkové procesory a jejich balíčky nástrojů pro řešení optimalizačních úloh. Do této skupiny náleží také systémy pro podporu rozhodování DSS (Decision Support Systems), které obsahují data a modely podporující rozhodování v podnikové praxi.
- specializovaný software- profesionální programy pro řešení úloh operačního výzkumu, mezi které patří například programy STORM, LINDO, LINGO, What'sBest a DecisionPro.

#### LINGO

LINGO je nástroj pro řešení optimalizačních úloh lineárního i nelineárního programování a jejich následnou analýzu. Umožňuje pracovat i s celočíselnými proměnnými a řešit soustavy lineárních i nelineárních rovnic (LINDO Systems Inc., 2013).



Podle Jablonského (2007, s. 160) je hlavní výhodou LINGO používání jeho vlastního modelovacího jazyka, jehož zápis je velmi podobný matematickému zápisu.

Tabulka 3: LINGO syntaxe

Matematický zápis	LINGO syntaxe
$Minimize$	MIN =
$\sum_{ij}$	@SUM(LINKS(I, J):
$COST_{ij}$	COST(I, J)
.	*
$VOLUME_{ij}$	VOLUME(I,J);

(LINDO Systems Inc., 2013, s. 29)

Proměnné jsou v programu LINGO automaticky nastavené jako nezáporné a spojité. Mohou tedy nabývat hodnot od nuly do nekonečna (LINDO Systems Inc., 2013, s. 81)

Zápis modelu začíná příkazem *MODEL* a končí příkazem *END* (LINDO Systems Inc., 2013, s. 23).

Poté následuje definice množin a jejich atributů. Tato sekce začíná příkazem *SETS* a končí příkazem *ENDSETS*. Můžeme zde používat primitivní množiny, které nejdou dále redukovat a odvozené množiny, které jsou definovány jednou nebo více množinami (LINDO Systems Inc., 2013, s. 45-46).

V další sekci, která začíná příkazem *DATA* a končí příkazem *ENDDATA* zadáváme vstupní data (LINDO Systems Inc., 2013, s. 129).

U větších datových souborů, které v praxi převládají je nepraktické zadávat data přímo v LINGU. Můžeme ale data importovat z tabulkových editorů, např. z Excelu. Pro tento účel slouží funkce @OLE, která je v LINGU dostupná pouze ve verzi pro Windows (LINDO Systems Inc., 2013, s. 441).

Syntaxe pro zápis @OLE pro import dat je následující:

$object\_list = @OLE(['spreadsheet\_file'], [range\_name\_list]);$

*object\_list* je seznam objektů modelu oddělených čárkami, který má být inicializován s tabulkovým editorem,

*spreadsheet\_file* je název souboru z tabulkového editoru, z kterého chceme získat data,

*range\_name\_list* je rozsah políček v listu tabulkového editoru, které importujeme. Každé políčko musí obsahovat právě jeden element pro každý atribut z *object\_list* (LINDO Systems Inc., 2013, s. 442).

Pokud model neobsahuje chyby, LINGO nás o průběhu výpočtu informuje pomocí *SolverStatus* okna zobrazeného a popsáno níže:



Obrázek 1: LINGO Solver Status.

Solver Status:

- Model Class- klasifikace modelu- "LP" (lineární) "QP" (kvadratický) atd.,
- State- informuje o stavu současného výpočtu. Počáteční stav je označen jako "Undetermined". Poté následuje "Infeasible", který značí nesplnění některých podmínek a "Feasible", u kterého jsou již splněny všechny podmínky, ale výpočet stále není optimální. O konečném řešení nás informuje "Local Optimum" jedná-li se o lokální optimum či "Global Optimum" v případě globálního optima. Po předčasném ukončení výpočtu uživatelem se zobrazí "Interrupted".
- Objective- současná hodnota účelové funkce,
- Infeasibility- počet porušujících omezujících podmínek,
- Iterations- počet interací (kroků výpočtu).

Extended Solver Status:

- Solver type- typ použitého řešitele- "B-and-B", "Global", "Multistart", "BNP",
- Best Obj- hodnota nejlepšího zatím nalezeného řešení,
- Obj Bound- teoretická hodnota účelové funkce,
- Steps- počet kroků, které vykonal extended solver,
- Active- počet aktivních podproblémů, které zbývají k analyzování.

Variables:

- Total- celkový počet proměnných v modelu,
- Nonlinear- celkový počet nelineárních proměnných,
- Integers- celkový počet celočíselných proměnných.

Constraints:

- Total- celkový počet omezujících podmínek,
- Nonlinear- celkový počet nelineárních omezujících podmínek.

Nonzeros:

- Total- celkový počet nenulových koeficientů,
- Nonlinear- celkový počet nenulových nelineárních koeficientů.

Generator Memory Used (K):

- paměť počítače využívaná systémem LINGO v daném okamžiku.

Elapsed Runtime (hh:mm:ss):

- celkový dosavadní čas výpočtu daného modelu.

(LINDO Systems Inc., 2013, s. 7-16)

## 4 Formulace matematického modelu

### 4.1 Zdroje dat

#### Výživová doporučení

V této části práce budou shrnuty výživová doporučení, které budou později použity při formulaci matematického modelu. Bude se jednat o referenční hodnoty příjmu, doporučené množství živin a doporučení pro správný stravovací režim.

Základní složky stravy:

Žádoucí příjem bílkovin pro dospělé je v rozmezí 10-20 E% (jejich celkového energetického příjmu) (European Food Safety Authority, 2015).

Doporučený příjem sacharidů je v rozmezí 45-60 E%. Horní tolerovaná hranice příjmu (UL) přidaných cukrů není stanovena, v určitých případech se ale uvádí hodnota 10 E% (European Food Safety Authority, 2010a). Kunová (2011, s. 32) uvádí, že by denní příjem vlákniny měl být 30 až 60 gramů.

Příjem tuků by měl pokrývat 20% až 35 % celkového energetického příjmu. Příjem nasyceným mastných kyselin a transmastných kyselin by měl být co možná nejnižší. U nasyceným mastných kyselin se uvádí jejich horní hranice příjmu 10 E% a u transmastných kyselin 1 E%. Příjem cholesterolu by neměl překročit hranici 300 mg/den (European Food Safety Authority, 2010b).

Spotřeba kuchyňské soli by měla být snížena pod 6 gramů za den (Společnost pro výživu, 2012).

”Pro běžnou ženu je uváděna hodnota GDA 2000 kcal a pro muže 2500 kcal.” (EUFIC, 2007) Vlastní výpočet z výše uvedených hodnot:

Tabulka 4: Doporučené množství živin pro ženu

	Minimální příjem	Maximální příjem
Bílkoviny	50 g	100 g
Tuky celkem	44,44 g	77,78 g
Nasycené mastné kyseliny	0 g	22,22 g
Sacharidy	225 g	300 g
Cukry	0 g	50 g
Transmastné kyseliny	0 g	2,22 g

Tabulka 5: Doporučené množství živin pro muže

	Minimální příjem	Maximální příjem
Bílkoviny	62,5 g	125 g
Tuky celkem	55,56 g	97,22 g
Nasyčené mastné kyseliny	0 g	27,78 g
Sacharidy	281,25 g	375 g
Cukry	0 g	62,5 g
Transmastné kyseliny	0 g	2,78 g

Vitaminy a minerální látky:

V následující tabulce jsou uvedeny vitaminy a minerální látky, které mohou být uváděny v Evropské unii při označování potravin a jejich referenční hodnoty příjmu:

Tabulka 6: Referenční hodnoty příjmu

Vitamin A ( $\mu\text{g}$ )	800	Vápník (mg)	800
Vitamin E (mg)	12	Fosfor (mg)	700
Vitamin C (mg)	80	Hořčík (mg)	375
Thiamin (mg)	1,1	Železo (mg)	14
Riboflavin (mg)	1,4	Zinek (mg)	10
Niacin (mg)	16	Měď (mg)	1
Vitamin B6 (mg)	1,4	Jód ( $\mu\text{g}$ )	150
Draslík (mg)	2000	Vitamin B5 (mg)	6

(Nařízení Evropského parlamentu a Rady (EU) č. 1169/2011, 2011)

Kromě minimálního potřebného množství příjmu vitaminů a minerálních látek můžeme narazit i na jejich maximální doporučená množství příjmu. Jedná se především o nejvyšší tolerovaný průměrný denní příjem, anglicky "Tolerable Upper Intake Level" (UL) vitaminů a minerálních látek, který pravděpodobně téměř nikomu nezpůsobuje nepříznivé zdravotní účinky. V případě zvýšení příjmu vitaminů a minerálních látek nad tuto hranici potenciálně vzniká riziko jejich negativních účinků. Předávkování vitaminy a minerálními látkami je možné především při nadměrném příjmu z doplňků stravy a suplementů. Pravděpodobnost rizik z nadměrného příjmu vitaminů a minerálních látek výrazně snižuje minimalizační povaha úloh řešených v této práci a omezení na množství základních živin, díky čemuž se nedá očekávat výrazné překročení doporučených denních dávek příjmu vitaminů a minerálních látek. (European Food Safety Authority, 2006) (Burdychová, 2009, s. 51).

Obecná doporučení:

Pro sestavení jídelníčku nám pomůže verbální doporučení Společnosti pro výživu (2012): "Je nutno dodržovat správný stravovací režim: jíst pravidelně - tři hlavní denní jídla s maximálním energetickým obsahem pro snídani 20 %, oběd 35 % a večeři 25 - 30 % a dopolední a odpolední svačinu s maximálně 5 - 10 energetickými % a pauzou přibližně 3 hodiny mezi jednotlivými denními jídly." (Společnost pro výživu, 2012)

### Složení potravin

Při výběru potravin bylo požadavkem jich do modelu zařadit co nejvíce, z důvodu vyšších možností výběru potravin a možného kvalitnějšího výsledného řešení. Pro vyšší přesnost při výběru potravin a k nim následné přiřazení cen jsem zvolil českou databázi složení potravin, i přes její nižší počet potravin oproti některým zahraničním databázím. Jak se ale ukáže dále, limitujícím faktorem této práce je především malé množství údajů o cenách potravin. Zdroje dat o složení potravin pro tuto práci jsem tedy čerpal z veřejně dostupné databáze složení potravin ČR verze 4.13 (Centrum pro databázi složení potravin, 2013). V této databázi jsou zpřístupněna data pro 511 potravin. U jednotlivých potravin je sledováno až 99 nutrientů utříděných do šesti skupin. Počet sledovaných nutrientů u každé potraviny je ovšem výrazně nižší v závislosti na dostupnosti zdrojů dat.

V databázi složení potravin ČR verze 4.13 (Centrum pro databázi složení potravin, 2013) chybí některé hodnoty informující o obsahu živin a proto je bylo potřeba doplnit ručně. U jedlé soli není v databázi uvedena hodnota o obsahu jódu. Ten se ovšem do soli v České republice přidává a jeho obsah v soli v České republice je 26 mg/kg (Havlík a Marounek, 2013, s. 60). Jód je v databázi uváděn v  $\mu\text{g}$ . Do položky informující o obsahu jódu ve 100 gramech jedlé soli tedy doplníme hodnotu 2 600.

Dále jsem ze slovenské online databáze potravin (Výskumný ústav potravinársky, 2015) doplnil následující hodnoty uváděné v miligramech, kromě jódu uváděného v mikrogramech:

Tabulka 7: Chybějící hodnoty v databázi

	Měď (mg)	Zinek (mg)	Jód ( $\mu$ g)	Vitamin B5 (mg)	Vitamin B6 (mg)
Játra vepřová	2,6	6,64	14	6,15	0,65
Celer bulvový	0,07	0,5	1,8	0,47	0,16
Zelí hlávkové, bílé	0,08	0,22	7	0,27	0,15
Cibule	0,08	1,06	2,8	0,14	0,13
Mrkev	0,12	0,46	11,3	0,27	0,17

## Ceny potravin

Abychom mohli minimalizovat náklady na stravování, potřebujeme ke každé potraviny přiřadit její cenu. Pro maximální věrohodnost a stálost cen jsem zvolil průměrné ceny potravin sledované Českým statistickým úřadem (2015a), který sleduje ceny pro 178 vybraných potravin a nápojů. Tyto údaje nejsou veřejně zpřístupněny, Český statistický úřad je vydává pouze na vyžádání. Celý soubor cenami potravin je přiložen jako příloha k této práci na CD pod názvem ceny\_1504. Z průměrných cen uvedených za každý měsíc jsem z důvodu očištění dat od sezónnosti vypočítal aritmetický průměr za předcházející rok. V této práci tedy budou brány v úvahu průměrné ceny potravin v České republice za období od května 2014 až dubna 2015.

Z databáze složení potravin ČR (Centrum pro databázi složení potravin, 2013) jsem vybral 84 potravin, které budu dále v modelu používat. Jejich seznam jsem přiložil na CD jako přílohu pod názvem shoda\_potravin.xlsx. Výběr jsem uzpůsobil především k přesnosti přiřazení cen k jednotlivým potravinám. Položky s rozdílnými názvy oproti těm ze statistického úřadu jsem do modelu zařadil až po e-mailové komunikaci ze dne 22.4.2015 s demografem Ondřejem Košatou z oddělení informačních služeb Českého statistického úřadu (Na padesátém 81, Praha 10). Do modelu jsem nezařadil žádný alkoholický nápoj ani cukrovinku. Mouku jsem se rozhodl do modelu nezařadit, protože se nedá sníst samotná a v modelu by tedy musely být nastavené všechny možné kombinace potravin, ve kterých by se mohla mouka vyskytovat. To je ovšem značně nesourodé a složitě proveditelné, neboť receptů pro vaření obsahující mouku je velice mnoho a v každém z nich může být mouka v jiném poměru k ostatním potravinám.

Český statistický úřad (2015a) sleduje ceny konzumních brambor raných a zimních společně, přičemž v měsíci dubnu a květnu zjišťuje přednostně ceny pozdních brambor a pokud se již na prodejnách nevyskytují pozdní brambory, tak zjišťuje

ceny raných brambor. V červnu zjišťuje ceny pouze raných brambor. (Český statistický úřad, 2015b). Ceny raných brambor v modelu tedy budou brány pouze za měsíc červen roku 2014 a ceny brambor zimních za období od května roku 2014 do dubna roku 2015 vyjma června roku 2014.

Údaje o obsahu živin v potravinách jsou v databázi složení potravin ČR (Centrum pro databázi složení potravin, 2013) vztaženy ke 100 g jedlého podílu. Ceny vybraných potravin z Českého statistického úřadu (2015a) jsou v měrných jednotkách: kg, ks, g, l. Proto, aby byly všechny hodnoty v modelu vztažené ke stejným měrným jednotkám budeme muset ceny potravin převést na 100 g jedlého podílu. K převodu cen potravin na jejich ceny za 100 g jedlého podílu využijeme jedlé podíly uváděné u každé potraviny v databázi složení potravin ČR (Centrum pro databázi složení potravin, 2013). Ceny všech potravin tedy vydělíme koeficienty pro jejich jedlé podíly. Pouze u položky lískové ořechy jsem cenu nepřepočítával koeficientem pro jedlý podíl, neboť cena získaná z Českého statistického úřadu (2015a) je již uvedena pro jádra lískových oříšků. V centru pro databázi složení potravin (2013) nemusí data nijak převádět, protože používají standardně zpracovaná data v jednotkách 100 g jedlého podílu (Macháčková, 2015).

Potraviny uváděné v kusech nemají ve všech případech obvyklou hmotnost. Například květák se může váhově velmi lišit podle odrůd, kvůli čemuž jsem se rozhodl ho do modelu nezařazovat. U některých potravin uváděných v kusech ovšem jsou známy jejich průměrné velikosti. Středně velké slepičí vejce váží v průměru 58 gramů (Boháčková, 2014). Brokolice se většinou prodává v 500 g kusech, tuto skutečnost potvrdila v e-mailové komunikaci dne 30.4.2015 i koordinátorka projektu databáze složení potravin ČR (Centrum pro databázi složení potravin, 2013) ing. Marie Macháčková (Ústav zemědělské ekonomiky a informací, Mánesova 75, Praha 2).

Převod z litrů na gramy byl proveden pro hustoty potravin uváděné v pokojové teplotě 20 °C.

- mléko polotučné =  $1032 \text{ kg} \times m^{-3}$  (Snášelová, Motyčková a Zikán, 2009),
- mléko odstředěné =  $1033 \text{ kg} \times m^{-3}$  (Snášelová, Motyčková a Zikán, 2009),
- mléko plnotučné =  $1029 \text{ kg} \times m^{-3}$  (Snášelová, Motyčková a Zikán, 2009),
- mléko acidofilní, min. 3 % tuku =  $1029 \text{ kg} \times m^{-3}$  (Snášelová, Motyčková a Zikán, 2009),
- mléko kefirové =  $1032 \text{ kg} \times m^{-3}$  (Snášelová, Motyčková a Zikán, 2009),
- smetana se sníženým obsahem tuku, (na vaření), %12 tuku =  $1\,021 \text{ kg} \times m^{-3}$  (Snášelová, Motyčková a Zikán, 2009),
- olej olivový =  $910 \text{ kg} \times m^{-3}$  (Bureš, 2013),
- olej slunečnicový =  $922 \text{ kg} \times m^{-3}$  (International Federation of Red Cross, 2002),



- olej řepkový, bezerukový =  $912 \text{ kg} \times \text{m}^{-3}$  (International Federation of Red Cross, 2002).

## 4.2 Formulace matematického modelu

### Formulace nejlevnějších výživných potravin

Bylo mým cílem v modelu sledovat co nejvíce živin, neboť splnění jejich doporučeného množství znamená uspokojení různých živinových potřeb člověka. Na druhou stranu nemohly být do modelu zařazeny všechny, neboť v databázi složení potravin ČR verze 4.13 (Centrum pro databázi složení potravin, 2013) u některých z nich chybí ve vybraných potravinách jejich hodnoty. K některým živinám ke kterým máme v databázi dostatek údajů ovšem naopak nemáme výživové doporučení k jejich příjmu. Zařazením živin, u kterých není ve vybraných potravinách jejich dostatečný obsah vzhledem k referenčním hodnotám příjmu, nebo nejsou tyto živiny u potravin uváděny vůbec by tedy vedlo k nepřípustnosti řešení.

Vitamin D nebudu v modelu uvažovat, neboť jeho hlavním zdrojem je sluneční záření, které ho při pravidelné expozici těla na slunci zajišťuje v dostatečném množství (Havlík a Marounek, 2013, s. 39).

Do modelu jsem zařadil 84 potravin a budu v něm sledovat 25 živin a energii. Vzhledem k velikosti modelu ho zde nebudu uvádět celý, ale uvedu vždy ke každé omezující podmínce jenom první 3 proměnné a poslední proměnnou. Data k celému modelu jsou uloženy na příloženém CD v souboru Potraviny.xlsx.

Účelová minimalizační funkce (11):

$$Z_{min} = 7,944666667X_1 + 4,02725X_2 + 16,67825X_3 + \dots + 32,89X_{84} \quad (11)$$

Omezující podmínky (12, 13, 14, 15, 16, 17, 18) platné pouze pro ženu (2000 kcal):

$$247,00X_1 + 242,00X_2 + 249,00X_3 + \dots + 406,00X_{84} = 2000[kcal] \quad (12)$$

$$50 < 6,00X_1 + 8,30X_2 + 12,90X_3 + \dots + 22,50X_{84} < 100[bilkoviny, g] \quad (13)$$

$$44,44 < 1,70X_1 + 1,60X_2 + 3,90X_3 + \dots + 21,90X_{84} < 77,78[tuky, g] \quad (14)$$

$$225 < 49,40X_1 + 46,50X_2 + 0,00X_3 + \dots + 17,60X_{84} < 300[sacharidy, g] \quad (15)$$

$$0,00X_1 + 0,00X_2 + 0,00X_3 + \dots + 0,00X_{84} < 50[cukrycelkove, g] \quad (16)$$

$$0,00X_1 + 0,00X_2 + 2,20X_3 + \dots + 12,70X_{84} < 22,22[\textit{nasycenemastnekyseliny}, g] \quad (17)$$

$$0,00X_1 + 0,00X_2 + 0,00X_3 + \dots + 0,00X_{84} < 2,22[\textit{trans} - \textit{mastnekyseliny}, g] \quad (18)$$

Omezující podmínky (19, 20, 21, 22, 23, 24, 25) platné pouze pro muže (2500 kcal):

$$247,00X_1 + 242,00X_2 + 249,00X_3 + \dots + 406,00X_{84} = 2500[\textit{kcal}] \quad (19)$$

$$62,5 < 6,00X_1 + 8,30X_2 + 12,90X_3 + \dots + 22,50X_{84} < 125[\textit{bilkoviny}, g] \quad (20)$$

$$55,56 < 1,70X_1 + 1,60X_2 + 3,90X_3 + \dots + 21,90X_{84} < 97,22[\textit{tuky}, g] \quad (21)$$

$$281,25 < 49,40X_1 + 46,50X_2 + 0,00X_3 + \dots + 17,60X_{84} < 375[\textit{sacharidy}, g] \quad (22)$$

$$0,00X_1 + 0,00X_2 + 0,00X_3 + \dots + 0,00X_{84} < 62,5[\textit{cukrycelkove}, g] \quad (23)$$

$$0,00X_1 + 0,00X_2 + 2,20X_3 + \dots + 12,70X_{84} < 27,78[\textit{nasycenemastnekyseliny}, g] \quad (24)$$

$$0,00X_1 + 0,00X_2 + 0,00X_3 + \dots + 0,00X_{84} < 2,78[\textit{trans} - \textit{mastnekyseliny}, g] \quad (25)$$

Omezující podmínky (26 až 44) pro celou populaci:

$$30 < 5,10X_1 + 4,30X_2 + 0,00X_3 + \dots + 24,00X_{84} < 60[\textit{vlaknina}, g] \quad (26)$$

$$0,20X_1 + 0,20X_2 + 0,09X_3 + \dots + 0,09X_{84} > 1,1[\textit{vitaminB1}, mg] \quad (27)$$

$$0,05X_1 + 0,08X_2 + 0,12X_3 + \dots + 0,11X_{84} > 1,4[\textit{vitaminB2}, mg] \quad (28)$$

$$1,00X_1 + 0,00X_2 + 1,00X_3 + \dots + 0,00X_{84} > 16[\textit{niacin}, \textit{mg}] \quad (29)$$

$$0,11X_1 + 0,00X_2 + 0,09X_3 + \dots + 0,00X_{84} > 1,4[\textit{vitaminB6}, \textit{mg}] \quad (30)$$

$$0,00X_1 + 0,00X_2 + 0,00X_3 + \dots + 0,00X_{84} > 80[\textit{vitaminC}, \textit{mg}] \quad (31)$$

$$0,22X_1 + 0,00X_2 + 0,00X_3 + \dots + 0,00X_{84} > 6[\textit{vitaminB5}, \textit{mg}] \quad (32)$$

$$0,00X_1 + 0,00X_2 + 168,00X_3 + \dots + 1,00X_{84} > 800[\textit{vitaminA}, \textit{RE}] \quad (33)$$

$$0,48X_1 + 0,00X_2 + 0,71X_3 + \dots + 0,20X_{84} > 12[\textit{vitaminE}, \textit{ATE}] \quad (34)$$

$$38,00X_1 + 24,00X_2 + 16,00X_3 + \dots + 409,00X_{84} > 375[\textit{horcik}, \textit{mg}] \quad (35)$$

$$143,00X_1 + 88,00X_2 + 147,00X_3 + \dots + 661,00X_{84} > 700[\textit{fosfor}, \textit{mg}] \quad (36)$$

$$165,00X_1 + 115,00X_2 + 165,00X_3 + \dots + 1955,00X_{84} > 2000[\textit{draslik}, \textit{mg}] \quad (37)$$

$$27,00X_1 + 97,00X_2 + 146,00X_3 + \dots + 127,00X_{84} > 800[\textit{vapnik}, \textit{mg}] \quad (38)$$

$$1,50X_1 + 1,50X_2 + 0,60X_3 + \dots + 8,00X_{84} > 14[\textit{zelezo}, \textit{mg}] \quad (39)$$

$$0,17X_1 + 0,00X_2 + 0,11X_3 + \dots + 0,00X_{84} > 1[\textit{med}, \textit{mg}] \quad (40)$$

$$1,20X_1 + 0,00X_2 + 1,13X_3 + \dots + 0,00X_{84} > 10[\textit{zinek}, \textit{mg}] \quad (41)$$

$$0,00X_1 + 0,00X_2 + 4,40X_3 + \dots + 0,00X_{84} > 150[\textit{jod}, \mu\textit{g}] \quad (42)$$

$$1,30X_1 + 1,30X_2 + 1,00X_3 + \dots + 0,10X_{84} < 6[\textit{sul}, \textit{g}] \quad (43)$$

$$0,00X_1 + 0,00X_2 + 0,00X_3 + \dots + 0,00X_{84} < 300[\textit{cholesterol}, \textit{g}] \quad (44)$$

Podmínky nezápornosti (45):

$$X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_{84} \geq 0 \quad (45)$$

## Formulace jídelníčku

Samotná tvorba jídelníčku je velice individuální záležitostí. Nemůžeme tedy sestavit jídelníček, který by vyhovoval každému. Ačkoliv se v běžné praxi sestavují jídelníčky především podle úsudku výživových poradců, či znalostech a preferencích samotných strávníků, můžeme sestavit jídelníček i pomocí metod lineárního programování. Budeme přitom potřebovat naprogramovat matematický model, který rozvrhne zařazení potravin do jednotlivých jídel. Použité metody lineárního programování nám přitom umožní nalézt takový jídelníček, který při splnění výživových doporučení bude co možná nejlevnější.

V modelu budu sledovat 25 živin a energii, kterou jsem rozložil do pěti denních jídel s doporučeným rozložením energie podle Společnosti pro výživu (2012).

Do každého jídla zahrnu jenom ty potraviny, které chci, aby se v něm mohly vyskytovat. Na to, kdy by se měli jíst které potraviny není ve společnosti jednoznačný názor a neexistují ani výživová doporučení, které by toto stanovovaly. Výběr jednotlivých potravin tedy provedu podle mého vlastního uvážení. Nebudu například zařazovat maso a hořčici na snídani.

Problém možného výskytu potravin či surovin, které samostatně nejsou běžné ke spotřebě můžeme vyřešit zakomponováním do nějakého receptu. To si ukážeme na příkladu mouky, kterou můžeme použít například do palačinek. K tomu, abychom zjistili cenu a složení 100 g jedlého podílu palačinek nám kromě jejich receptu stačí znát ceny a složení jednotlivých surovin, ze kterých vypočteme jejich vážený průměr, přičemž váhy budou značit kolikrát je jednotlivá potravina obsažena ve 100 g jedlého podílu výsledného jídla. Vypočtené hodnoty pro palačinky z receptu: 250 ml (258 g) polotučného mléka, 2 vejce (116 g = 103,24 g jedlého podílu), 160 g hladké mouky, 0,5 g soli a 5 ml (4,61 g) slunečnicového oleje naleznete společně s ostatními potravinami na přiloženém CD v souboru Jídelníček.xlsx.

Můžeme chtít i zakázat výskyt více potravin v jednom jídle. Když například chceme jíst pečivo, tak si na něj buď namažeme máslo, nebo margarín, ale téměř nikdy nepoužijeme oboje. S touto variantou můžeme počítat například tak, že ke každé potravíně přiřadíme strukturní koeficient, který bude mít takovou velikost vzhledem k množstvím, kterých může daná potravina nabývat, aby suma součinů strukturních koeficientů s množstvími jednotlivých potravin měla vůči pravé straně omezující podmínky řešení pouze v případě, kdy se ve výsledku vyskytuje nejvýše, a nebo právě jedna z nich. To bude v tomto příkladě znázorněno na sestavení večere, ve které budeme ke chlebu chtít přiřadit buď máslo, nebo tradiční pomazánkové, nebo margarín.

Individuální požadavky na jídelníček můžou být například následující:

- ke snídani: cokoliv z pečiva, mléčných nápojů, jogurtu, nebo tvarohu, ovoce, oříšků, medu, kakaa, palačinek a vajec,
- k dopolední svačině pouze ovoce nebo oříšky,

- k obědu 100 až 200 gramů masa, 10 až 30 gramů oleje a příloha, případně zelenina, koření a dochucovadla,
- k odpolední svačině mléčné výrobky, možno s pečivem nebo ovocem,
- k večeři 100 až 350 gramů zeleniny či luštěnin, 100 až 200 gramů pečiva s 20 až 30 gramy másla, margarínu, nebo tradičního pomazánkového, případně játra, mléčné výrobky, koření a dochucovadla.

Vzhledem k velikosti celého modelu ho zde nebudu uvádět celý, ale uvedu vždy ke každé omezující podmínce jenom první 3 proměnné a poslední proměnnou. Data k celému modelu jsou uloženy na příloženém CD v souboru Jídelníček.xlsx.

Minimalizační účelová funkce (46):

$$Z_{min} = 7,944666667X_1 + 4,02725X_2 + 1,877099483X_3 + \dots + 3,136833333X_{138} \quad (46)$$

Omezující podmínky (47 až 83):

$$247,00X_1 + 242,00X_2 + 46,00X_3 + \dots + 130,00X_{138} = 2500[kcal] \quad (47)$$

$$247,00X_1 + 242,00X_2 + 46,00X_3 + \dots + 138,00X_{25} = 500[kcal/snidane] \quad (48)$$

$$125 < 49,00X_{26} + 35,00X_{27} + 98,00X_{28} + \dots + 197,00X_{37} < 250[kcal/svacina] \quad (49)$$

$$247,00X_{38} + 242,00X_{39} + 352,00X_{40} + \dots + 130,00X_{75} = 875[kcal/obed] \quad (50)$$

$$125 < 247,00X_{76} + 242,00X_{77} + 46,00X_{78} + \dots + 58,00X_{97} < 250[kcal/svacina] \quad (51)$$

$$625 < 247,00X_{98} + 242,00X_{99} + 136,00X_{100} + \dots + 130,00X_{138} < 750[kcal/vecere] \quad (52)$$

$$62,5 < 6,00X_1 + 8,30X_2 + 3,30X_3 + \dots + 4,50X_{138} < 125[bilkoviny, g] \quad (53)$$

$$55,56 < 6,00X_1 + 8,30X_2 + 3,30X_3 + \dots + 6,60X_{138} < 97,22[tuky, g] \quad (54)$$

$$281,25 < 6,00X_1 + 8,30X_2 + 3,30X_3 + \dots + 12,40X_{138} < 375[\text{sacharidy}, g] \quad (55)$$

$$30 < 5,10X_1 + 4,30X_2 + 0,00X_3 + \dots + 1,70X_{138} < 60[\text{vlaknina}, g] \quad (56)$$

$$0,20X_1 + 0,20X_2 + 0,04X_3 + \dots + 0,10X_{138} > 1,1[\text{vitaminB1}, mg] \quad (57)$$

$$0,05X_1 + 0,08X_2 + 0,14X_3 + \dots + 0,20X_{138} > 1,4[\text{vitaminB2}, mg] \quad (58)$$

$$1,00X_1 + 0,00X_2 + 0,00X_3 + \dots + 0,00X_{138} > 16[\text{niacin}, mg] \quad (59)$$

$$0,11X_1 + 0,00X_2 + 0,00X_3 + \dots + 0,00X_{138} > 1,4[\text{vitaminB6}, mg] \quad (60)$$

$$0,00X_1 + 0,00X_2 + 1,10X_3 + \dots + 0,00X_{138} > 80[\text{vitaminC}, mg] \quad (61)$$

$$0,22X_1 + 0,00X_2 + 0,04X_3 + \dots + 0,00X_{138} > 6[\text{vitaminB5}, mg] \quad (62)$$

$$0,20X_1 + 0,20X_2 + 14,00X_3 + \dots + 0,00X_{138} > 800[\text{vitaminA}, RE] \quad (63)$$

$$0,48X_1 + 0,00X_2 + 0,04X_3 + \dots + 1,80X_{138} > 12[\text{vitaminE}, ATE] \quad (64)$$

$$38,00X_1 + 24,00X_2 + 10,00X_3 + \dots + 117,00X_{138} > 375[\text{horcik}, mg] \quad (65)$$

$$143,00X_1 + 88,00X_2 + 96,00X_3 + \dots + 170,00X_{138} > 700[\text{fosfor}, mg] \quad (66)$$

$$165,00X_1 + 115,00X_2 + 137,00X_3 + \dots + 165,00X_{138} > 2000[\text{draslik}, mg] \quad (67)$$

$$27,00X_1 + 97,00X_2 + 124,00X_3 + \dots + 95,00X_{138} > 800[\text{vapnik, mg}] \quad (68)$$

$$1,50X_1 + 1,50X_2 + 0,00X_3 + \dots + 0,90X_{138} > 14[\text{zelezo, mg}] \quad (69)$$

$$0,17X_1 + 0,00X_2 + 0,01X_3 + \dots + 0,00X_{138} > 1[\text{med, mg}] \quad (70)$$

$$1,20X_1 + 0,00X_2 + 0,32X_3 + \dots + 0,00X_{138} > 10[\text{zinek, mg}] \quad (71)$$

$$0,00X_1 + 0,00X_2 + 13,00X_3 + \dots + 0,00X_{138} > 150[\text{jod, } \mu\text{g}] \quad (72)$$

$$1,30X_1 + 1,30X_2 + 0,10X_3 + \dots + 1,90X_{138} < 6[\text{sul, g}] \quad (73)$$

$$0,00X_1 + 0,00X_2 + 0,00X_3 + \dots + 0,00X_{138} < 62,5[\text{cukrycelkove, g}] \quad (74)$$

$$0,00X_1 + 0,00X_2 + 0,97X_3 + \dots + 0,00X_{138} < 27,78[\text{nasycenemastnekyseliny, g}] \quad (75)$$

$$0,00X_1 + 0,00X_2 + 6,00X_3 + \dots + 0,00X_{138} < 300[\text{cholesterol, mg}] \quad (76)$$

$$0,00X_1 + 0,00X_2 + 0,00X_3 + \dots + 0,00X_{138} < 2,78[\text{trans-mastnekyseliny, mg}] \quad (77)$$

Oběd:

$$1 < X_{43} + X_{44} + X_{45} + X_{46} + X_{47} + X_{48} + X_{49} + X_{50} + X_{51} + X_{52} < 2 \quad (78)$$

$$10 < 100X_{53} + 100X_{54} + 100X_{55} + 100X_{56} + 100X_{57} < 30 \quad (79)$$

(78) zaručuje 100 až 200 gramů masa v obědu a (79) množství oleje mezi 10 a 30 gramy.

Odpolední svačina:

$$1 < X_{78} + X_{79} + X_{80} + X_{81} + X_{82} + X_{83} + X_{84} + X_{85} + X_{86} + X_{87} + X_{88} < 5 \quad (80)$$

(80) zaručuje mléčný výrobek v odpolední svačině.

Večeře:

$$0,8 < 4X_{113} + 4X_{114} + 4X_{119} < 1,2 \quad (81)$$

$$1 < X_{98} + X_{99} < 2 \quad (82)$$

$$1 < X_{123} + X_{124} + X_{125} + X_{126} + X_{127} + X_{128} + X_{129} + X_{130} + X_{131} + X_{132} + X_{133} < 3,5 \quad (83)$$

(81) zaručuje 20 až 30 gramů buď másla, nebo margarínu, nebo tradičního pomazánkového, (82) množství 100 až 200 gramů pečiva a (83) 100 až 350 gramů zeleniny.

Podmínky nezápornosti (84):

$$X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_{138} \geq 0 \quad (84)$$



## 5 Řešení matematického modelu

Výpočty matematických modelů byly provedeny v programu LINGO.

### Nejlevnější výživné potraviny

Výpočet nejlevnějšího možného složení potravin, které splní všechny sledované výživové doporučení jsem se rozhodl provést před tvorbou samotného jídelníčku díky jejímu snazšímu nalezení optimálního řešení a případné úpravě dat a změně formulace modelu. První výpočty prováděné s přísnějšími omezujícími podmínkami neměli žádné přípustné řešení. Z analýzy citlivosti výsledného řešení jsem zjistil, že přípustnost řešení narážela především na požadavky maximálního možného přípustného množství soli, bílkovin a energie a na nedostatek jódu, zinku a vitamínu B5. V případě uvolnění omezujících podmínek maximálního množství soli, bílkovin a energie již bylo nalezeno přípustné řešení, ovšem vzhledem k možným nežádoucím účinkům vyššího než požadovaného množství soli bychom už nezískali řešení splňující výživová doporučení. Zjistil jsem ale, že v databázi složení potravin ČR (Centrum pro databázi složení potravin, 2013), ze které jsem čerpal data o složení potravin, nebyly vyplněné hodnoty jódu, zinku a vitamínu B5 u některých jejich významných zdrojů. Jejich přehled můžete nalézt v tabulce 7 ve čtvrté kapitole této práce. Po jejich doplnění do modelu již bylo nalezeno optimální řešení pro obě hledané varianty denního příjmu energie (2000 kcal i 2500 kcal).

Nejlevnější možné uspokojení denních živinových potřeb pro energetický příjem 2000 kcal (průměrná žena) ze všech surovin v modelu bylo z potravin uvedených v následující tabulce a dosahovalo 29.68859 korun. Nejlevněji tedy lze uspokojit živinové potřeby průměrné ženy za zhruba 30 Kč za den.

Tabulka 8: Nejlevnější potraviny pro ženu

Potravina	Množství (g jedlého podílu)
Mouka pšeničná, hladká	268,2557
Játra vepřová	58,78062
Mléko odstředěné	17,49229
Sýr, Eidam, 30 % t. v s.	40,42888
Olej řepkový, bezerukový	15,65938
Olej slunečnicový	11,27086
Brambory zimní	529,7664
Zelí hlávkové, bílé	408,0514
Čočka	14,55623
Sůl jedlá	4,157811
Hořčice plnotučná	48,41708

Nejlevnější možné uspokojení denních živinových potřeb pro energetický příjem 2500 kcal (průměrný muž) ze všech surovin v modelu bylo z potravin uvedených v následující tabulce a dosahovalo 29.82241 korun. Vyšší požadované množství základních živin (bílkovin, tuku a sacharidů) o 25 % oproti požadavku pro denní energetický příjem 2000 kcal se výrazně neprojevilo do zvýšení hodnoty účelové funkce. To můžeme vysvětlit tím, že díky vyšším možným maximálním hodnotám základních živin mohly být do modelu zařazeny potraviny, které sice obsahují méně vitamínů a minerálních látek, ale zato jsou výrazně levnější. V tomto případě se jednalo především o vyšší množství mouky v modelu sestaveného na 2500 kcal.

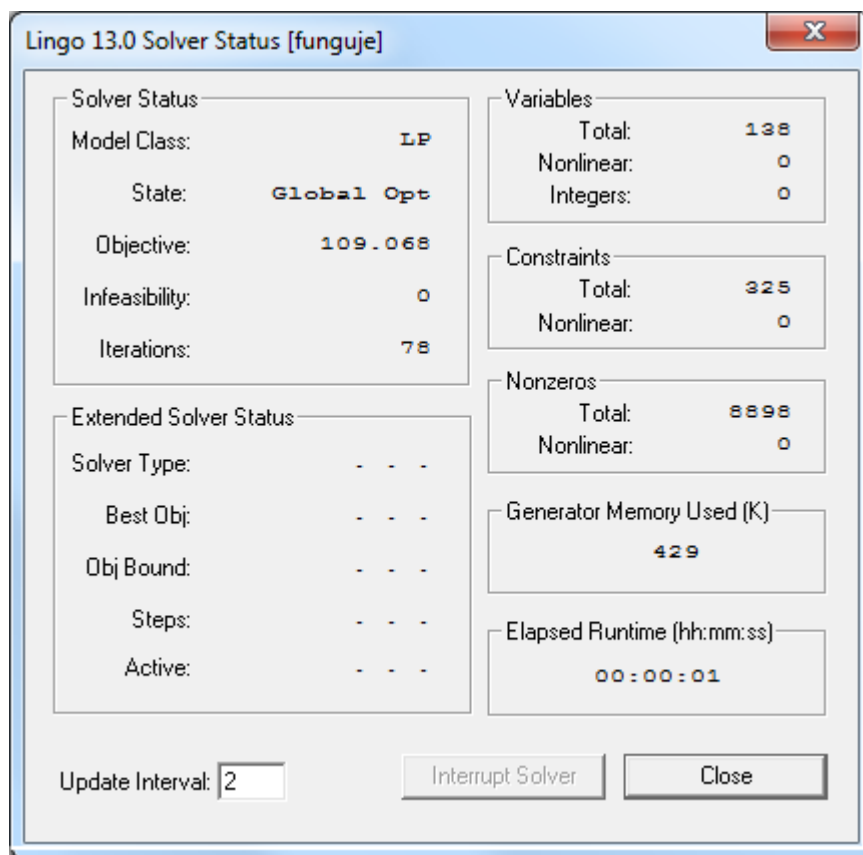
Tabulka 9: Nejlevnější potraviny pro muže

Potravina	Množství (g jedlého podílu)
Mouka pšeničná, hladká	398,9538
Játra vepřová	52,97767
Mléko odstředěné	40,94660
Sýr, Eidam, 30 % t. v s.	39,70352
Olej řepkový, bezerukový	41,76033
Olej slunečnicový	1,768483
Brambory zimní	480,7703
Zelí hlávkové, bílé	348,0000
Čočka	3,174805
Sůl jedlá	4,235416
Hořčice plnotučná	44,93459

## Jídelníček

Výsledky jídelníčku:

Podle očekávání minimální hodnota jídelníčku po zapojení dalších omezujících podmínek do modelu vzrostla, a to na 109,07 Kč za den. Při jiném složení omezujících podmínek by mohla být cena jídelníčku podstatně odlišná a mohla se blížit až ceně 30 Kč za den vypočtené v příkladě o nalezení nejlevnějšího možného složení potravin, které uspokojí denní doporučené množství příjmu živin. Složení těchto potravin ale nebylo v praxi použitelné, takže vyšší cena jídelníčku jako cena za uspokojení stravovacích návyků je odůvodnitelná.



Obrázek 2: Solver status okno pro výpočet jídelníčku.

Nalezení nejlevnějšího možného jídelníčku, který by splnil všechna omezení na něj kladená v předcházející kapitole zabrala programu LINGO pouze 1 vteřinu. Model přitom obsahoval 138 proměnných a 325 omezujících podmínek.

Tabulka 10: Jídelníček

<b>Snídaně</b>	
<b>Potravina</b>	<b>Množství (g jedlého podílu)</b>
Chléb pšenično-žitný, Šumava	118,4485
Tvaroh měkký jemný, 2,5 % tuku	64,30574
Pomeranče	256,8893
Prášek kakaový	2,823475
<b>Dopolední svačina</b>	
<b>Potravina</b>	<b>Množství (g jedlého podílu)</b>
Pomeranče	119,4928
Banány	137,7987
<b>Oběd</b>	
<b>Potravina</b>	<b>Množství (g jedlého podílu)</b>
Rýže loupaná	99,16674
Maso vepřové, plec	189,6618
Olej řepkový, bezerukový	30,00000
Mrkev	97,27910
<b>Odpolední svačina</b>	
<b>Potravina</b>	<b>Množství (g jedlého podílu)</b>
Mléko polotučné	15,84049
Tvaroh měkký jemný, 2,5 % tuku	222,6728
<b>Večeře</b>	
<b>Potravina</b>	<b>Množství (g jedlého podílu)</b>
Chléb pšenično-žitný, Šumava	81,75540
Játra vepřová	7,068390
Sýr, Lučina, 70 % t. v s.	41,05175
Olej řepkový, bezerukový	8,908391
Margarín se sníženým obsahem tuku (60%)	20,00000
Zelí hlávkové, bílé	326,1681
Sůl jedlá	2,285165

Výsledný jídelníček nemusíme interpretovat tak, že musí být přesně splněn každý den, neboť požadavky na denní příjem živin vyjadřují spíše průměrný příjem za určitý časový úsek, než striktní každodenní cíl (EUFIC, 2007). Vepřová játra tedy nemusíme k dodržení stanovených cílů jíst každý večer v množství 7,07 gramů, ale můžeme je sníst ve větším množství jednou za několik dní.

## 6 Závěr

Bakalářská práce se zabývala využitím metod lineárního programování při tvorbě výživového doporučení. Práce byla rozdělena na teoretickou a praktickou část spočívající ve formulaci a řešení matematického modelu. V teoretické části byl zprvu ukázán možný postup při tvorbě výživového doporučení pomocí metod lineárního programování, konkrétně tvorby diety minimalizující náklady na stravování. Poté byla vysvětlena podstata operačního výzkumu a metody lineárního programování použitelné při tvorbě výživového doporučení. Ještě před samotnou formulací matematického modelu byly uvedeny zdroje dat použité při tvorbě modelu. Jednalo se o již existující výživová doporučení, složení potravin a jejich ceny.

Jako nejslabší místo minimalizace nákladů na stravování pomocí metod lineárního programování se jeví ceny potravin. Oproti dalším vstupním údajům jsou vysoce proměnlivé v čase a liší se značně v každém obchodu, například podle aktuálních slev. Jak již bylo uvedeno v textu, v současné době nejsou zdroje dat k tvorbě jídelníčků optimalizovány pro využití metod lineárního programování a musí se různě přepočítávat.

V prvním výpočtu bylo vypočteno nejlevnější možné složení potravin, kterými lze uspokojit fyziologické potřeby člověka. Výpočet byl proveden pro hodnoty energetického příjmu 2000 kcal (průměrná žena) a 2500 kcal (průměrný muž). Tyto potraviny ovšem neodpovídaly běžným stravovacím zvyklostem naší populace. V dalším příkladu byl proto navržen jídelníček, ve kterém byly stanoveny možné stravovací zvyklosti jedince. Jídelníček byl vypočten pro hodnotu energetického příjmu 2500 kcal (průměrný muž) a rozdělen do pěti jídel za den s doporučeným rozložením energetického příjmu v jednotlivých jídlech. Do jednotlivých jídel byly v modelu zařazeny pouze ty potraviny, které by v něm jedinec mohl chtít spotřebovávat. Jednalo se tedy o velice individuální požadavky, které by šli naformulovat i velmi rozličným způsobem. Výsledný jídelníček vyšel podle očekávání vzhledem k vyššímu počtu omezujících podmínek podstatně dražší než jsou nejlevnější možné potraviny, kterými lze uspokojit fyziologické potřeby člověka.

Výsledný jídelníček nemůžeme považovat za nejlepší možný, protože do modelu bylo zařazeno pouze 84 potravin a jejich ceny se neustále mění. V průběhu každého týdne s příchodem rozdílných slev v obchodech by tedy byl výsledný jídelníček jiný. Výčet sledovaných živin také nebyl kompletní, některé důležité živiny neuvedené v modelu tedy nemuseli být v jídelníčku obsaženy v dostatečném množství.

Matematický model by se dal specifikovat i jinak za použití odlišných výživových doporučení, volbou jiných potravin, nebo jiného zdroje cen potravin. Poté by samozřejmě výsledné řešení bylo odlišné a optimální jídelníček by se lišil svým složením i cenou. Zařazením více potravin do modelu bychom nejspíše získali řešení s lepší hodnotou účelové funkce, tedy levnější možný jídelníček, neboť by se dala najít lepší kombinace potravin, která by splnila požadovanou výživovou doporučení.

Tvorba jídelníčků metodami lineárního programování není kvůli své složitosti a časové náročnosti v současné době běžná. Jednou specifikovaný model se ale dá

použit i v budoucnu, pouze s nutnou úpravou na aktuální ceny potravin. Výpočet jídelníčku v programu Lingo trval pouze 1 vteřinu. Navíc bylo nalezeno nejlevnější možné řešení a byly splněny všechny denní doporučené dávky živin. Z těchto důvodů považuji za vhodné využívat lineární programování při řešení nutričních problémů.

Pro aplikaci v praxi doporučuji zvýšit rozsah souboru. Především je potřeba zařadit více potravin, což limituje především obtížné získání jejich cen, které se neustále mění.

## 7 Literatura

- BOHÁČKOVÁ, BARBORA. *Vejce*. 1. vyd. Praha: Sdružení českých spotřebitelů pro Českou technologickou platformu pro potraviny, 2014. ISBN 978-80-905096-9-6.
- BURDYCHOVÁ, RADKA. *Preventivní výživa*. 1. vyd. Brno: Mendelova zemědělská a lesnická univerzita v Brně, 2009. ISBN 978-80-7275-280-4.
- BUREŠ, JIŘÍ. *Hustota - kapaliny*. [online]. [cit. 2015-05-12]. Dostupné z: <http://www.converter.cz/tabulky/hustota-kapalin.htm>.
- CENTRUM PRO DATABÁZI SLOŽENÍ POTRAVIN. *Databáze složení potravin ČR, verze 4.13* [online databáze]. Ústav zemědělské ekonomiky a informací a Výzkumný ústav potravinářský Praha, 2013 [cit. 19.4.2015]. Dostupné z: <http://www.nutridatabaze.cz/>.
- ČESKÝ STATISTICKÝ ÚŘAD. *ceny\_1504*. Praha, 2015a, nepublikováno.
- ČESKÝ STATISTICKÝ ÚŘAD. *Indexy spotřebitelských cen* [online]. Praha, 2015b [cit. 7.5.2015]. Dostupné z: [http://www.czso.cz/documents/10180/26822363/manual\\_isc\\_2015.pdf/](http://www.czso.cz/documents/10180/26822363/manual_isc_2015.pdf/).
- DANTZIG, GEORGE B. *Linear Programming and Extensions*. Princeton Press, Princeton, New Jersey, 1963.
- DANTZIG, GEORGE B. *The Diet Problem* [online]. Interfaces, Vol. 20, No. 4, The Practice of Mathematical Programming (Jul. - Aug., 1990), s. 43-47 [cit. 19.4.2015]. Dostupné z: <http://www.jstor.org/stable/25061369>.
- DUDORKIN, JIŘÍ. *Operační výzkum*. 4. vyd. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2002. ISBN 80-01-02469-5.
- ERDMAN, JOHN W, IAN MACDONALD A STEVEN H ZEISEL *Present knowledge in nutrition*. 10th ed. Ames: International Life Sciences Institute, 2012. ISBN 978-0-4709-5917-6.
- EUFIC. *Význam Směrnice pro doporučené denní dávky* [online]. 2007 [cit. 2015-05-12]. Dostupné z: [http://www.eufic.org/article/cs/artid/Making\\_Sense\\_of\\_Guideline\\_Daily\\_Amounts/](http://www.eufic.org/article/cs/artid/Making_Sense_of_Guideline_Daily_Amounts/).
- EUROPEAN FOOD SAFETY AUTHORITY. *Scientific Opinion on Dietary Reference Values for carbohydrates and dietary fibre* [online]. 2010a [cit. 2015-05-12]. Dostupné z: <http://www.efsa.europa.eu/en/efsajournal/doc/1462.pdf>.
- EUROPEAN FOOD SAFETY AUTHORITY. *Scientific Opinion on Dietary Reference Values for fats, including saturated fatty acids, polyunsaturated fatty acids, monounsaturated fatty acids, trans fatty*



- acids, and cholesterol* [online]. 2010b [cit. 2015-05-12]. Dostupné z: <http://www.efsa.europa.eu/en/ndatopics/docs/ndatolerableuil.pdf>.
- EUROPEAN FOOD SAFETY AUTHORITY. *Scientific Opinion on Dietary Reference Values for protein* [online]. [cit. 2015-05-12]. Dostupné z: <http://www.efsa.europa.eu/en/ndatopics/docs/ndatolerableuil.pdf>.
- EUROPEAN FOOD SAFETY AUTHORITY. *TOLERABLE UPPER INTAKE LEVELS FOR VITAMINS AND MINERALS* [online]. 2006 [cit. 2015-05-12]. Dostupné z: <http://www.efsa.europa.eu/en/ndatopics/docs/ndatolerableuil.pdf>.
- GARILLE, SUSAN GARNER AND SAUL I. GASS *Stigler's Diet Problem Revisited* [online]. *Operations Research*. Vol. 49, No. 1, January-February 2001, s. 1-13 [cit. 19.4.2015]. Dostupné z: <http://www.jstor.org/stable/222950>.
- GROS, IVAN. *Kvantitativní metody v manažerském rozhodování*. 1. vyd. Praha: Grada, 2003. ISBN 80-247-0421-8.
- HAVLÍK, JAROSLAV A MILAN MAROUNEK. *Živiny a živinové potřeby člověka*. 2. vyd. Praha: Česká zemědělská univerzita, 2013. ISBN 978-80-213-2374-2.
- HOLOUBEK, JOSEF. *Ekonomicko-matematické metody*. 2., nezměn. vyd. Brno: Mendelova univerzita v Brně, 2010. ISBN 978-80-7375-411-2.
- INTERNATIONAL FEDERATION OF RED CROSS. *Vegetables oils* [online]. [cit. 2015-05-12]. Dostupné z: <http://www.redcross.int/en/eric/eric/screen%20tome%201/05FOOscreen/143FOILVEGE.pdf>.
- JABLONSKÝ, JOSEF. *Operační výzkum: kvantitativní modely pro ekonomické rozhodování*. 3. vyd. Praha: Professional Publishing, 2007. ISBN 978-80-86946-44-3.
- JANÁČEK, JAROSLAV. *Matematické programování*. 2. vyd. Žilina: EDIS, 2003. ISBN 80-8070-054-0.
- KOŠATA, ONDŘEJ - e-mailový kontakt s Českým statistickým úřadem (oddělení informačních služeb Českého statistického úřadu, Na padesátém 81, Praha 10) dne 22.4.2015.
- KUDLOVÁ, EVA. *Hygiena výživy a nutriční epidemiologie*. 1. vyd. Praha: Karolinum, 2009. ISBN 978-80-246-1735-0.
- KUNOVÁ, VÁCLAVA. *Zdravá výživa*. 2., přeprac. vyd. Praha: Grada, 2011. ISBN 978-80-247-3433-0.

- LINDA, BOHDAN A JOSEF VOLEK. *Lineární programování*. 4. vyd. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2011.  
ISBN 978-80-7395-426-0.
- LINDO SYSTEMS INC. *LINGO User's Manual* [online]. ©2013 [cit. 8.2.2015]. Dostupné z: <http://www.lindo.com/downloads/PDF/LINGO14.PDF>.
- MACHÁČKOVÁ, MARIE - e-mailový kontakt s koordinátorkou projektu Databáze složení potravin ČR (Ústav zemědělské ekonomiky a informací, Mánesova 75, Praha 2) dne 30.4.2015.
- NAŘÍZENÍ EVROPSKÉHO PARLAMENTU A RADY (EU) č. 1169/2011. In: EUR-Lex [právní informační systém]. 25.10.2011 [cit. 7.5.2015]. Dostupné z: <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2011:304:0018:0063:CS:PDF>.
- PLEVNÝ, MIROSLAV A MIROSLAV ŽIŽKA. *Modelování a optimalizace v manažerském rozhodování*. 2. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2010.  
ISBN 978-80-7043-933-3.
- SNÁŠELOVÁ, JANA, MARKÉTA MOTYČKOVÁ A VLADIMÍR ZIKÁN. *HUSTOTA MLÉKA A SMETANY V ZÁVISLOSTI NA TEPLITĚ A OBSAHU TUKU* [online]. Výzkumný ústav mlékárenský s.r.o. [cit. 2015-05-12]. Dostupné z: <http://www.mlekarskelisty.cz/upload/soubory/pdf/2009/113;114.s..18-21.pdf>.
- SPOLEČNOST PRO VÝŽIVU. *Výživová doporučení pro obyvatelstvo České republiky* [online]. Praha, 2012 [cit. 8.5.2015]. Dostupné z: <http://www.vyzivaspol.cz/rubrika-dokumenty/konecne-zneni-vyzivovych-doporuceni.html>.
- STIGLER, GEORGE J. *The Cost of Subsistence*. Journal of Farm Economics. May 1945, Volume 27, Number 2, s. 303-314.
- RAŠOVSKÝ, MIROSLAV A HANA ŠIŠLÁKOVÁ. *Ekonomicko-matematické metody*. 1. vyd. Brno: Mendelova zemědělská a lesnická univerzita, 1999.  
ISBN 80-7157-412-0.
- VÝSKUMNÝ ÚSTAV POTRAVINÁRSKÝ. *Online potravinová databáze* [online databáze]. Národní poľnohospodárske a potravinárske centrum, 2015 [cit. 17.5.2015]. Dostupné z: <http://www.pbd-online.sk/>.

## Seznam tabulek

Tabulka 1: Minimální roční náklady na nákup potravin v srpnu 1939 a 1944	16
Tabulka 2: Simplexová tabulka	23
Tabulka 3: LINGO syntaxe	25
Tabulka 4: Doporučené množství živin pro ženu	28
Tabulka 5: Doporučené množství živin pro muže	29
Tabulka 6: Referenční hodnoty příjmu	29
Tabulka 7: Chybějící hodnoty v databázi	31
Tabulka 8: Nejlevnější potraviny pro ženu	41
Tabulka 9: Nejlevnější potraviny pro muže	42
Tabulka 10: Jídelníček	44