UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

KATEDRA MATEMATIKY

Diplomová práce

Jan Alexander Kuchař

Grafické a netradiční úlohy ve výuce matematiky na 1. stupni základních škol

Olomouc 2016 Vedoucí práce: Mgr. Jitka Hodaňová, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracoval samostatně a použil jsem jen uvedené prameny a literaturu.

V Olomouci dne ……………………………………

Jan Alexander Kuchař

Poděkování

Především bych chtěl poděkovat své vedoucí práce Mgr. Jitce Hodaňové, Ph.D. za cenné rady, vstřícný přístup a vedení při psaní diplomové práce. Dále také všem učitelům, kteří mi umožnili ve svých třídách provést výzkumné šetření a v neposlední řadě svým blízkým a rodině za velkou podporu po celou dobu studia.

Obsah

ÚVOD

Tématem této diplomové práce jsou grafické a netradiční úlohy ve výuce matematiky na 1. stupni základních škol. Toto téma jsem si zvolil především ze dvou důvodů. Prvním je ohled k mojí budoucí profesi učitele 1. stupně ZŠ, což zahrnuje mimo jiné také výuku matematiky. Druhým důvodem je pak to, že považuji jmenované typy úloh v rámci výuky matematiky za velmi přínosné. Bohužel jsem se za svých školních let s něčím takovým v hodinách matematiky vůbec nesetkal a v průběhu náslechových praxí, které jsem během studia absolvoval, se tento typ úloh vyskytoval spíše sporadicky. Nicméně jsem rád, že se v tomto směru situace pomalu zlepšuje.

Matematika je obecně považována za poměrně nepřitažlivou disciplínu. Tento názor se bezpochyby buduje již od prvních kontaktů dítěte se školní matematikou. Rutinní počítání a řešení stále stejného typu příkladů tomuto budoucímu postoji jedině nahrává. Setkal jsem se s učiteli, kteří by vlastní hodiny matematiky rádi „osvěžili“, jak sami říkají, něčím novým, jiným, pro děti přitažlivým, co by však stále mělo základ v matematickém učivu. Vyhledávání či vytváření takovýchto činností, úloh a námětů však může být časově velice náročné, což může tyto učitele odradit od jejich příprav a realizace. V této práci si kladu za stěžejní cíl, usnadnit práci učitelů tím, že vytvořím soubor grafických a netradičních úloh a námětů pro výuku matematiky. Jak již slovo grafické napovídá, půjde převážně o úlohy integrující v sobě jak prvky matematické, tak i prvky výtvarné. Spojení těchto dvou předmětů v sobě také promítá moji snahu o představení matematiky žákům z trochu jiného úhlu pohledu, než onoho tradičního. Tento můj postoj krásně shrnují slova profesora Hejného (Dítě, škola a matematika…, 2009): *„Matematika může mít i ráz hry; neměla by být drezurou, ale tvořivou prací.“*

Jak jsem již zmínil, hlavním cílem této, spíše prakticky zaměřené, práce je vytvoření souboru úloh a námětů, které jsou určené jak pro hodiny matematiky, tak pro integraci matematického učiva do hodin výtvarné výchovy a pracovních činností. Z důvodu obsáhlosti tohoto souboru jsem tuto část práce rozdělil do dvou. Kategorizaci a popisy spolu se stručnými ukázkami jednotlivých typů cvičení a námětů obsahuje teoretická část práce, samotnou sbírku úloh, rozdělenou dle kategorií popsaných v teoretické části, pak nalezneme v přílohách práce. Dále se teoretická část zaměřuje na matematiku z pohledu RVP ZV, na matematiku z pohledu žáka a dále také na charakteristiku a popis rovinných geometrických útvarů a výtvarných technik, tedy teoretického základu pro následné praktické ukázky činností.

Cílem empirické části práce je především zjistit současný stav vztahu žáků prvního stupně základní školy k matematice. Dále pak také jejich povědomost o vztahu matematiky k běžnému životu, tedy, zda žáci prvního stupně ZŠ vnímají vztah matematiky k různým odvětvím lidské činnosti a zda jsou schopni vnímat i jejich vlastní využívání matematických poznatků mimo prostředí školy.

1 Ukotvení matematiky v Rámcově vzdělávacím programu pro základní vzdělávání (RVP ZV)

Rámcový vzdělávací program je kurikulární dokument, který vymezuje *závazné rámce vzdělávání pro jeho jednotlivé etapy.*[1] *RVP ZV navazuje svým pojetím na RVP PV* (Rámcově vzdělávací program pro předškolní vzdělávání) *a je východiskem pro koncepci rámcových vzdělávacích programů pro střední vzdělávání.*[2] Dále vymezuje to, co je nezbytné a společné pro vzdělávání žáků všech základních škol, především pak základní učivo a očekávané výstupy v jednotlivých obdobích školní docházky. Období prvního stupně je v rámci očekávaných výstupů dále děleno na 2 období. První období zahrnuje školní docházku od 1. do 3. ročníku. Výstupy zařazené do tohoto období mají pouze orientační charakter. Oproti tomu výstupy zařazené ke druhému období, tedy 4. a 5. ročník prvního stupně, jsou již závazné (stejně tak i výstupy pro ročník devátý – druhý stupeň ZŠ). RVP ZV také *specifikuje úroveň klíčových kompetencí, jíž by žáci měli dosáhnout na konci základního vzdělávání.*[3] Zároveň také *podporuje komplexní přístup k realizaci vzdělávacího obsahu*[4] a umožňuje *volbu různých vzdělávacích postupů, odlišných metod, forem výuky a využití všech podpůrných opatření ve shodě s individuálními potřebami žáků.*[5]

Vzdělávací obsah základního vzdělávání je v RVP ZV orientačně rozdělen do devíti vzdělávacích oblastí.[6] Vyučovacímu předmětu matematika je věnována celá jedna vzdělávací oblast s názvem Matematika a její aplikace. Vzdělávací obsah této oblasti je rozdělen na čtyři tematické okruhy – Číslo a početní operace; Závislosti, vztahy a práce s daty; Geometrie v rovině a v prostoru; Nestandardní aplikační úlohy a problémy.

1.1 Číslo a početní operace

Cílem tohoto okruhu je osvojení aritmetických operací, *učí se získávat číselné údaje měřením, odhadováním, výpočtem a zaokrouhlováním. Seznamují se s pojmem proměnná a s její rolí při matematizaci reálných situací.*[7]

[1] *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* [online]. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2007. s. 9 [cit. 1016-01-01]. Dostupné z WWW:<http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV_2007-07.pdf>.
[2] *Tamtéž, s. 10*
[3] *Tamtéž, s. 10*
[4] *Tamtéž, s. 10*
[5] *Tamtéž, s. 10*
[6] *Tamtéž, s. 18*
[7] *Tamtéž, s. 29*

Očekávané výstupy – 1. období

žák

- používá přirozená čísla k modelování reálných situací, počítá předměty v daném souboru, vytváří soubory s daným počtem prvků
- čte, zapisuje a porovnává přirozená čísla do 1 000, užívá a zapisuje vztah rovnosti a nerovnosti
- užívá lineární uspořádání; zobrazí číslo na číselné ose
- provádí zpaměti jednoduché početní operace s přirozenými čísly
- řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje a modeluje osvojené početní operace

Očekávané výstupy – 2. období

žák

- využívá při pamětném i písemném počítání komutativnost a asociativnost sčítání a násobení
- provádí písemné početní operace v oboru přirozených čísel
- zaokrouhluje přirozená čísla, provádí odhady a kontroluje výsledky početních operací v oboru přirozených čísel
- řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje osvojené početní operace v celém oboru přirozených čísel

Učivo

- obor přirozených čísel
- zápis čísla v desítkové soustavě, číselná osa
- násobilka
- vlastnosti početních operací s přirozenými čísly
- písemné algoritmy početních operací

1.2 Závislosti, vztahy a práce s daty

V tomto tematickém okruhu se žáci učí uvědomovat si a rozpoznávat změny a závislosti běžných jevů. *Tyto změny a závislosti žáci analyzují z tabulek, diagramů a grafů,* *v jednoduchých případech je konstruují a vyjadřují matematickým předpisem nebo je podle možností modelují.*[8]

Očekávané výstupy – 1. období

žák

- orientuje se v čase, provádí jednoduché převody jednotek času
- popisuje jednoduché závislosti z praktického života
- doplňuje tabulky, schémata, posloupnosti čísel

Očekávané výstupy – 2. období

žák

- vyhledá, sbírá a třídí data
- čte a sestavuje jednoduché tabulky a diagramy

Učivo

- závislosti a jejich vlastnosti
- diagramy, grafy, tabulky, jízdní řády

1.3 Geometrie v rovině a v prostoru

V rámci tohoto tematického okruhu žáci pracují s geometrickými útvary, a to i v reálných situacích, tedy se zřetelem na objekty kolem nás. Dokážou určovat polohu objektu v rovině i v prostoru, porovnávají, odhadují, měří délku, obvod, obsah i velikost úhlu a zdokonalují svůj grafický projev. (RVP ZV, 2007)

Očekávané výstupy – 1. období

žák

- rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci
- porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky
- rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině

[8] *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* [online]. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2007. s. 29 [cit. 1016-01-01]. Dostupné z WWW:<http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV_2007-07.pdf

Očekávané výstupy – 2. období

žák

- narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici); užívá jednoduché konstrukce
- sčítá a odčítá graficky úsečky; určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran
- sestrojí rovnoběžky a kolmice
- určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu
- rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru

Učivo

- základní útvary v rovině – lomená čára, přímka, polopřímka, úsečka, čtverec, kružnice, obdélník, trojúhelník, kruh, čtyřúhelník, mnohoúhelník
- základní útvary v prostoru – kvádr, krychle, jehlan, koule, kužel, válec
- délka úsečky; jednotky délky a jejich převody
- obvod a obsah obrazce
- vzájemná poloha dvou přímek v rovině
- osově souměrné útvary
-

1.4 Nestandardní aplikační úlohy a problémy

Důležitou součástí matematického vzdělávání jsou Nestandardní aplikační úlohy a problémy, jejichž řešení může být do značné míry nezávislé na znalostech a dovednostech školské matematiky, ale při němž je nutné uplatnit logické myšlení.[9]

Očekávané výstupy

žák

- užívá logickou úvahu a kombinační úsudek při řešení úloh a problémů a nalézá různá řešení předkládaných nebo zkoumaných situací

[9] *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* [online]. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2007. s. 29 [cit. 1016-01-01]. Dostupné z WWW:<http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV_2007-07.pdf

- řeší úlohy na prostorovou představivost, aplikuje a kombinuje poznatky a dovednosti z různých tematických a vzdělávacích oblastí

Učivo

- číselné a logické řady
- číselné a obrázkové analogie
- logické a netradiční geometrické úlohy

2 Žák a matematika

Při výuce matematiky (stejně jako v kterémkoli vyučovacím předmětu) je třeba zohlednit vývojová specifika žáka daného věku i individuální rozdíly mezi žáky. V našem případě se budeme věnovat žákům mladšího školního věku, což je období od 6-7 let do 10-11 let dítěte. Langmeier označuje toto období za věk střízlivého realismu. Žák je ve věku přibližně 6 -11 let orientován na skutečnost. Snaží se porozumět věcem na základě toho, jaké doopravdy jsou, a to na rozdíl od předcházejícího nebo i následného období vývoje. Předškolák je ve svém poznávání světa zaměřen více na fantazii a svá přání, oproti tomu jedinci v období dospívání jsou soustředěni více na sebe, na své vnitřní prožitky než na okolní svět. Ten pak vnímají spíše z pohledu toho, jak by svět dle jejich představ měl vypadat. (Petrová in Šimíčková-Čížková, 2010)

Období mladšího školního věku je z pohledu vnímání žáka ve vztahu k matematice poměrně příznivé, neboť se žáci snaží pochopit okolní svět na základě skutečnosti. Exaktní povaha matematického učiva je v tomto směru „malým plusem“ ve prospěch matematiky. Podíváme-li se na *Srovnání obliby školy a matematiky pohledem mezinárodních šetření*[10], zjistíme, že s věkem žáků roste také neoblíbenost matematiky. Slovy Ulricha Grafa se pak může stát, že po opuštění školy *„máme všeobecně velmi snadno k vědám a zvláště k matematice pocit, jako po hodech: Už nikdy skopovou! Ale ve skutečnosti není matematika nejsušší, nýbrž nejfantastičtější ze všech věd.“*(Graf, 1943)

Dominantní vliv na vztah žáků ke škole i k jednotlivým vyučovacím předmětům má také subjektivní zkušenost. (Petrová in Šimíčková-Čížková, 2010) Pociťuje-li dítě úspěch a uspokojení ze své práce, bude se jeho pohled na školu i sebe sama vyvíjet zdravým a prospěšným způsobem. Oproti tomu, velice nepříznivé pro následný vývoj žáka je, pokud se vlivem trvalého neúspěchu sám identifikuje jako „špatný“ nebo „hloupý“ jedinec. Takový žák

[10] Výsledky šetření dostupné na : http://idea.cerge-ei.cz/files/DPuceni_muceni.pdf

rezignuje na jakoukoli snahu o vzdělávání se v daném směru. Pocit úspěchu je tedy velice důležitým faktorem, který pomáhá vytvářet pozitivní vztah k danému předmětu. Chyba by se nikdy neměla stát důvodem k posměchu, nýbrž příležitostí k lepšímu pochopení věci a možností, nejen pro chybujícího, se z daného omylu poučit.

Právě důsledné pochopení dané látky je pro žáka v předmětu matematiky nesmírně důležité. Výuku matematiky bychom mohli přirovnat k domečku z karet. Pokud žák dobře neporozumí právě probírané látce, bude mu v budoucnu tato znalost či dovednost chybět natolik, že se celý „domek“ rozpadne.

Proces učení v matematice sestává z pěti etap. (dle Hejný, 1999)

1. *Motivace*

Základem motivace je touha dítěte po poznání. Vychází z rozporu mezi „já nevím“ a „chci vědět“. S velmi vysokou motivací se můžeme setkat především u dětí předškolního věku. S nástupem do školy již zájem dětí poněkud opadá. Důležitým úkolem učitele proto je dokázat podat problém/situaci/látku tak, aby se žáci chtěli danou věc naučit, pochopit, vyřešit problém. Rozlišujeme také dva druhy motivací – vnitřní a vnější. Vnější motivací bývají zpravidla známky. Žák může toužit po výborných známkách, nebo se naopak bude obávat těch špatných, v čemž sehrává roli především postoj rodičů. Dále také snaha o zalíbení se učiteli, coby důležité autoritě, což je patrné především v nižších ročnících a s rostoucím věkem dítěte tato snaha opadá. Pro efektivnost učení je ovšem mnohem důležitější motivace vnitřní, tzn. dítě samo chce. Je-li učení dítěte hnáno motivací vnitřní, dochází jednak ke snadnějšímu učení, ale především k hlubšímu a trvalejšímu pochopení látky.

2. *Etapa separovaných modelů*

Zde se výrazně projevuje konkrétní myšlení dětí mladšího školního věku. Dítě chápe problém a jeho řešení na konkrétním příkladu, ví, že v „tomto“ případě „toto“ platí. V rámci této etapy je poměrně důležitá kvantita separovaných modelů, neboť na jejich základě dítě přechází do etapy třetí.

3. *Etapa univerzálních modelů*

U separovaných modelů si žák uvědomí jejich podobnost. Pozná, že může tyto konkrétní modely nahradit modelem univerzálním, který je zastoupí. Například v úlohách v prvním ročníku vidíme nakreslená 3 autíčka plus 2 autíčka, což žák vyřeší jako 5 autíček, nebo 3 pejsci plus 2 pejsci, tedy pejsků 5, žák tedy vnímá separované modely – důležitější jsou pro žáka právě pejsci a autíčka, nikoli jejich množství. Později je schopen nahradit tyto konkrétní předměty kuličkami na počitadle nebo prsty na rukou, přestože ani zdaleka nepřipomínají autíčko nebo psa.

4. *Etapa abstraktního poznání*

Do této etapy se dítě dostává díky tzv. *abstrakčnímu zdvihu*. Může nastat souběžně s tvorbou univerzálního modelu nebo později. Dítě již nepotřebuje manipulaci s konkrétními předměty, a to ani univerzálními, aby si dokázalo daný problém představit a vyřešit.

5. *Etapa krystalizace*

V této etapě je nová látka již natolik osvojena, že ji žák propojuje se známými poznatky. Je tedy schopen si zařadit nový poznatek do již vytvořené struktury a chápe, jak s těmito známými věcmi souvisí.

Jak je patrné již z jednotlivých těchto etap, u žáků prvního stupně nevycházíme při učení se novým poznatkům z definic, jako tomu může být na vyšších stupních vzdělávání. U dětí mladšího školního věku převládá typ konkrétního myšlení, teprve později, kolem desátého, jedenáctého roku života se představy žáků začínají pohybovat na úrovni abstrakce.

Podstatné je také to, jaký způsob příjmu informací je z hlediska efektivnosti pro žáky nejdůležitější. Nelešovská, Spáčilová (2005, s. 144) uvádí, že naprostá většina, celých 80 % informací je vnímáno zrakem, pouhých 12 % sluchem, 5 % hmatem a 3 % ostatními smysly.

Vizuální stránka výuky je tedy velmi důležitá. V mladším školním věku ovšem převládá globální způsob vnímání, což znamená, že si žák spíše všimne toho, co je výrazné, pestré a nápadné, než toho, co na první pohled tolik nezaujme, avšak pro daný problém je podstatné. V tomto ohledu je třeba soustavně žáka vést k analytickému způsobu vnímání. (Nelešovská, Spáčilová, 2005)

Při výuce (nejen) matematiky bychom měli ověřovat, zda žák daný problém skutečně pochopil. Myšlení, jak známo, bolí, je ale důležité, aby si žák o daném jevu či problému utvořil představu vlastní, představu, která bude reprezentovat předložené struktury. Bohužel nedostatek času při výuce matematiky, žene učitele k předávání „hotových“ informací. Žák o nich nemusí přemýšlet, přijme je, naučí se nazpaměť a při ověřování znalostí je hodnocen kladně. Žák formálně požadované znalosti má, ale nemusí jim rozumět. Takovýto způsob učení označujeme jako formalismus a Hejný (Hejný, Kuřina; 2009) jej přirovnává k nemoci. *„‚Bacil‘ formalismu snižuje žákovo intelektuální sebevědomí, vnucuje mu zhoubné a osudové* *přesvědčení, že jeho rozum nemá na to, aby svět, v němž žije, analyzoval a kriticky hodnotil. Je nucen spoléhat se na rozhodnutí jiných lidí a vyhýbá se situacím, které vyžadují použití intelektuálních schopností.*[11] Stejně jako nemoci, je nutno i formalismu v učení předcházet, pokud se ale projeví, je třeba jej diagnostikovat a léčit. Možnosti, jak v takovémto případě postupovat rozvádí ve své knize M. Hejný a F. Kuřina (Dítě, škola, matematika; 2009)

2.1 Možnosti různorodých činností v rámci učiva matematiky

V hodinách matematiky na prvním stupni základních škol je tradičním cílem naučit žáky v prvé řadě počítat a rýsovat. Základní početní operace jsou samozřejmě základem a nelze je opominout, nicméně pokud průběh hodin matematiky ustrne na opakované rutině, pak jen stěží mohou žáci v rámci tohoto předmětu objevit možnosti, které svět matematiky skýtá. Matematika není oddělena od běžného života, naopak. Matematika je propojena s mnoha odvětvími lidské činnosti, je všude kolem nás. Hudba, výtvarné umění, stavitelství, větvení žil a tepen v lidském těle nebo třeba šnečí ulita, matematika prochází vším. A právě tato její univerzálnost skýtá dokonalou příležitost k využití takových postupů v hodinách matematiky, které bychom zařadili spíše do hodin jiných předmětů (s ohledem na téma práce především výtvarné výchovy a pracovních činností). V této kapitole uvedu několik možností různorodých činností, které mohou přispět k potlačení rutinního průběhu vyučovacích hodin matematiky. (Konkrétní náměty pak obsahuje kapitola 5 a soubor úloh v přílohách práce.)

2.1.1 počítání

Procvičování početních operací tvoří základ hodin matematiky a nelze je opominout. Klasické příklady ve formě sloupečků lze čas od času obměnit za zajímavější grafickou podobu. Využívání početních omalovánek je již běžnou praxí. Další možnost skýtají početní šifry nebo například početní bludiště.

2.1.2 rýsování

Stejně jako u početních příkladů platí i u nácviku rýsování, že je důležitou tradiční složkou matematického vyučování. Je však třeba dbát na to, že v průběhu mladšího školního věku nemají žáci ještě zcela rozvinutou jemnou motoriku. Při rýsování se proto mohou setkat s nemalými obtížemi. Také proto by takováto činnost neměla netrvat příliš dlouho (rýsovat po celou vyučovací hodinu není v takovém případě vhodné). Také bychom měli k úrovni vývoje

[11] HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. 2., aktualiz. vyd. Praha: Portál, 2009. Pedagogická praxe (Portál). s. 155 . ISBN 978-80-7367-397-0.

jemné motoriky přihlížet při hodnocení přesnosti rýsování. Kromě tradičních úloh k rýsování přímo určených (např.: Narýsuj čtverec ABCD se stranou o délce 3 cm.), můžeme využít i cvičení netradičnějších. Jsou jimi například úlohy typu reprodukce ornamentu či vzoru, rýsování mandal dle předloh nebo fantazie, tvorba obrazů a la „moderní umění“ ad. Při takovýchto činnostech se dovednost žáků rýsovat a také jejich přesnost procvičuje a zvyšuje srovnatelně s úlohami tradičního typu, ovšem nenásilnější a pro některé žáky také příjemnější formou.

2.1.3 skládání a modelování

Modelování se také běžně využívá zejména v souvislosti s rovinnými útvary a tělesy. Vděčnými materiály jsou v tomto ohledu plastelína, špejle, alobal, párátka atp. Modelování sehrává důležitou roli v geometrické představivosti žáků, díky této činnosti žáci mohou zapojit maximum smyslů, čímž se učení stává snadnější a má trvalejší charakter. Zařadit sem také můžeme prosté skládání papíru, kterým lze demonstrovat mnohé útvary a jejich vztahy a vlastnosti. Kromě již zmíněných pomůcek do této kategorie spadají také nejrůznější stavebnice. I jejich využívání se ve školách pomalu stává pravidlem. Nejrůznějších stavebnic a her vhodných k rozvoji prostorové a geometrické představivosti je mnoho, uvedu proto pouze malý výčet: Magformers, Geomag, Ubongo, Make ´n´ break, Qubix, Brick by brick, Hexeto, hlavolamy řady SMART a mnoho dalších skládanek, stavebnic a her.

2.1.4 kresba, malba a další výtvarné techniky

Propojení matematiky s uměním je velice vděčné. Pomáhá nám a zejména žákům nahlížet na matematiku jinak než jako na „suchou a neoblíbenou“. Konkrétní výtvarné techniky, které lze využít na prvním stupni základních škol a propojit je i výukou matematiky uvádím ve čtvrté kapitole.

3 Rovinné útvary v matematice na 1. stupni základní školy

S rovinnými útvary se děti setkávají již v předškolním věku, a to zcela intuitivně. Řada dětských hraček je založena na rozlišování geometrických tvarů, přičemž daný tvar dítě chápe jako vlastnost konkrétního předmětu. Již v mateřských školách se děti učí útvary, se kterými se přirozeně setkávají, pojmenovat. Při výuce matematiky v prvním ročníku ZŠ tedy vycházíme z již utvořených představ, které dále rozvíjíme, zpřesňujeme a zdokonalujeme.

Podle RVP ZV řadíme mezi rovinné útvary, se kterými žák na 1. stupni základní školy pracuje, následující: lomená čára, přímka, polopřímka, úsečka, čtverec, obdélník, trojúhelník, kružnice, kruh, čtyřúhelník a mnohoúhelník.

3.1 Rovina

Abychom se mohli dále věnovat rovinným útvarům, je třeba si napřed určit termín rovina. V rámci školské matematiky se pohybujeme v euklidovské geometrii a rovinu zde značíme E_2. Rovina je tedy geometrický útvar, který má pouze dva rozměry, a který není v žádném směru nijak omezen. Prvkem roviny je **bod** a podmnožinou roviny **přímka**.

3.2 Bod

Bod je prvkem dané roviny (E_2) a nemá žádný rozměr. Značíme jej velkými tiskacími písmeny latinské abecedy (A, B, …).

Pro přiblížení pojmu bodu využíváme v prostředí nižších ročníků prvního stupně základních škol nejrůznějších modelů. Může jím být kulička z plastelíny, značka (puntík) na podlaze, hvězda na obloze a mnohé další. Ve vyšších ročnících prvního stupně se již setkáme s bodem jako s průsečíkem přímek. To vše jsou ovšem pouhé modely bodu. V reálném světě bod, coby prvek prostoru/roviny, spatřit nemůžeme. (Stopenová, 2001)

3.3 Lomená čára

Máme-li v rovině vzájemně různé body A_1, A_2, …, A_n, *pak můžeme vytvořit množinu úseček* A_1A_2, A_2A_3, …, $A_{n-1}A_n$. *Tuto množinu nazýváme lomenou čárou.*[12] Při zavádění pojmu lomené čáry vycházíme na prvním stupni ze znalosti úsečky. Lomenou čáru můžeme uvést jako sjednocení konečného počtu úseček, které neleží v jedné přímce a každé dvě bezprostředně sousedící úsečky mají společný právě jeden (krajní) bod. (Stopenová, 2001)

[12] Wikipedie. *Lomená čára.* [online]. 10.3.2013 [cit. 2016-01-01]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/Lomená_čára

3.4 Úsečka

S úsečkou se žáci seznamují dříve než s přímkou, která by jinak úsečku logicky předcházela, a to z toho důvodu, že úsečka je pro žáky nižších ročníků prvního stupně základních škol mnohem snadněji uchopitelná. Lze totiž, na rozdíl od přímky, vidět celé její znázornění. Úsečku tedy můžeme definovat jako průnik dvou opačných polopřímek, přičemž počáteční body polopřímek tvoří krajní body výsledné úsečky. Úsečku zapisujeme pomocí krajních bodů, př. AB. Dále se můžeme setkat i se zápisem pomocí malých písmen latinské abecedy, a to v případě, že popisujeme úsečku, která tvoří stranu jiného geometrického útvaru (např. strana čtverce nebo trojúhelníku). V případě, že hovoříme o délce dané úsečky, zapisujeme úsečku v absolutní hodnotě, př. |AB|= 5 cm.

*Ke každým dvěma bodům A, B prostoru E_3 existuje **jediná** taková **úsečka AB**, která je podmnožinou prostoru **E_3**. Body A, B náležejí úsečce **AB** a platí **AB = BA.*** (Stopenová, 2001)

3.5 Přímka

Přímka je nekonečně dlouhá přímá čára mající pouze jeden rozměr – délku. Jakékoli zobrazení „přímky" je pouze zobrazením její části. Z nekonečnosti přímky vyplývá, že ji nikdy nemůžeme zobrazit celou. Dvěma různými body dané roviny E_2 prochází právě jedna přímka, ta pak rozděluje rovinu na dvě poloroviny a tvoří jejich společnou hranici. Přímku značíme malým písmenem latinské abecedy (p, q, …) nebo symbolem ↔ spolu se dvěma body, jimiž daná přímka prochází, např. ↔ AB.

Přímka** **↔AB**, kde A je různé od B (A ≠ B), se nazývá sjednocení polopřímek **→AB, →BA. (Stopenová, 2001)

3.6 Polopřímka

Polopřímka →AB** je sjednocení úsečky AB a množiny všech bodů X ϵ **E_3,** pro které platí, že bod B leží mezi body A, X. Bod A nazýváme **počátek polopřímky →AB. (Stopenová, 2001)

Polopřímku tedy značíme pomocí šipky a dvou bodů, z nichž první je počátečním bodem polopřímky, druhý pak bodem, kterým polopřímka prochází, určuje tak její směr. Žákům pak při vyvozování polopřímky na základě znalosti úsečky říkáme, že →AB začíná v bodě A, a jde co nejdál za bod B – do nekonečna – což je naznačeno právě onou šipkou.

Na prvním stupni ZŠ se také setkáme s polopřímkami opačnými. Máme-li 3 kolineární body např. A, B, C, a bod B leží mezi body A a C, hovoříme o dvou opačných polopřímkách →BA a →BC. Jediným společným bodem těchto polopřímek je jejich počáteční bod, bod B.

3.7 Čtverec

Čtverec je jedním z rovinných útvarů, které dítě rozpozná již od raného věku. Má 4 vrcholy, 4 strany a 2 úhlopříčky, které se vzájemně půlí a svírají pravý úhel. Můžeme jej určit jako pravidelný čtyřúhelník (rovnostranný pravoúhelník), jehož všechny strany jsou stejně dlouhé, vždy dvě sousední strany svítají pravý úhel (90°) a vždy dvě protější strany jsou rovnoběžné. Konkrétní čtverec zapisujeme udáním jeho vrcholů (čtverec ABCD) a strany čtverce označujeme malými písmeny latinské abecedy. Obvod čtverce dostaneme sečtením délek jeho stran ($o = a + a + a + a$ / $o = 4a$) a obsah pomocí vzorce $S = a \cdot a$.

3.8 Obdélník

Obdélník je dalším pravidelným čtyřúhelníkem (nerovnostranný pravoúhelník). Má tedy 4 vrcholy, 4 strany a 2 úhlopříčky, které se vzájemně půlí ale nesvírají pravý úhel. Vždy dvě protější strany obdélníku jsou stejně dlouhé a vzájemně rovnoběžné. Vždy dvě vedlejší strany obdélníku svírají pravý úhel a mají rozdílnou délku. Konkrétní obdélník zapisujeme obdobně jako čtverec uvedením jeho vrcholů (obdélník ABCD) a strany obdélníku značíme malým písmenem latinské abecedy, a to podle označení vrcholu, který leží ve směru hodinových ručiček od příslušné strany. Obvod obdélníku získáme sečtením délek jeho stran ($o = a + b + c + d$ / $o = 2a + 2b$) a obsah pomocí vzorce $S = a \cdot b$.

3.9 Trojúhelník

Trojúhelník ABC můžeme definovat jako *průnik polorovin ABC, BCA, CAB; přitom body A, B, C jsou různé a neleží v jedné přímce.*[13] Trojúhelník zapisujeme pomocí symbolu Δ a udáním jeho vrcholů, př. Δ ABC. Strany trojúhelníku označujeme malými písmeny latinské abecedy, a to vždy podle názvu protilehlého vrcholu (např. proti vrcholu A leží strana a). Trojúhelník má 3 vrcholy, 3 strany a 3 vnitřní úhly, jejichž součet je 180°. Trojúhelníky můžeme rozdělit podle dvou kritérií – podle délek stran a podle velikosti vnitřních úhlů. Podle délek stran dělíme trojúhelníky na rovnostranné (všechny strany jsou stejně dlouhé), rovnoramenné (právě 2 strany jsou stejně dlouhé) a různostranné (žádné dvě strany nemají stejnou délku). Podle velikosti vnitřních úhlů dělíme trojúhelníky na ostroúhlé (všechny vnitřní úhly trojúhelníku jsou ostré, tedy menší než 90°), tupoúhlé (právě jeden vnitřní úhel trojúhelníku je tupý, tedy větší než 90°) a pravoúhlé (právě jeden vnitřní úhel trojúhelníku je pravý, tedy roven 90°). Pro sestrojení trojúhelníku musí platit trojúhelníková nerovnost, |AB|

[13] POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: planimetrie*. 4., upr. vyd. Praha: Prometheus, 2003, 206 s. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-7196-174-4.

< |BC| + |AC|. Trojúhelník má 3 těžnice, úsečky, které vedou z daného vrcholu do středu protilehlé strany. Průsečík těžnic se nazývá těžiště a značíme jej T. Každý trojúhelník má také 3 střední příčky, úsečky, které spojují středy všech tří stran a 3 výšky trojúhelníku, což jsou úsečky, jejichž krajními body jsou vrchol trojúhelníku a pata kolmice vedené tímto vrcholem k protilehlé straně. (Pomykalová, 2003)

3.10 Kružnice

Je dána rovina ρ (... $\mathbf{E_2}$) *s bodem S a úsečkou* ***AB***. ***Kružnicí k*** *o středu S a poloměru* ***AB*** *nazýváme množinou všech bodů X roviny ρ (*$\mathbf{E_2}$*), že platí úsečka* ***SX*** *je shodná s úsečkou* ***AB***. (Stopenová, 2001) Kružnicí tedy rozumíme množinu všech bodů, které mají stejnou vzdálenost (r) od daného bodu (S). Střed kružnice značíme velkým písmenem latinské abecedy, zpravidla písmenem S. Poloměr kružnice, značíme r, *je úsečka, jejímiž krajními body je střed kružnice S a libovolný bod kružnice*.[14] Tětivou kružnice rozumíme úsečku spojující libovolné dva body ležící na kružnici (ty zároveň kružnici dělí na dva oblouky). Nejdelší možnou tětivu dané kružnice nazýváme průměr. Je jím úsečka spojující libovolné dva body na kružnici, která zároveň prochází středem dané kružnice. Průměr kružnice je dvojnásobkem jejího poloměru. (Stopenová, 2001)

3.11 Kruh

Kruhem rozumíme množinu všech bodů, které mají od daného bodu S vzdálenost rovnu poloměru hraniční kružnice nebo menší. Jde tedy o část roviny, která je určena hraniční křivkou, kružnicí k. V souvislosti s kruhem se také setkáme s pojmy kruhová úseč a kruhová výseč. Kruhová úseč je částí kruhu, kterou určuje tětiva kruhu a příslušný kruhový oblouk. Kruhová výseč je částí kruhu, která je určena dvěma úsečkami XS a YS (kde S je středem kruhu a body X a Y (Y ≠ X) jsou libovolné body ležící na hraniční kružnici daného kruhu) a příslušným kruhovým obloukem.

3.12 Čtyřúhelník

N-úhelník, který má 4 vrcholy, 4 strany a 4 vnitřní úhly nazýváme čtyřúhelník. Čtyřúhelníky můžeme rozdělit do tří kategorií – různoběžníky, lichoběžníky a rovnoběžníky. Různoběžníky jsou takové čtyřúhelníky, jejichž žádné dvě strany nejsou rovnoběžné (obecný čtyřúhelník nebo deltoid). Lichoběžníky jsou takové čtyřúhelníky, jejichž právě dvě strany jsou

[14] STOPENOVÁ, Anna. *Matematika II. Geometrie s didaktikou*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2001. 62 str. ISBN 80-7067-978-6.

rovnoběžné a mezi rovnoběžníky řadíme pravoúhelníky čtverec a obdélník a kosoúhelníky kosočtverec a kosodélník, tedy ty čtyřúhelníky, jejichž protilehlé strany jsou vždy rovnoběžné. (Pomykalová, 2003) Čtyřúhelníky také můžeme rozdělit na konvexní a nekonvexní.

3.13 Mnohoúhelník

Uzavřená lomená čára spolu s částí roviny ohraničenou touto lomenou čárou se nazývá mnohoúhelník.[15] Rozlišujeme mezi nepravidelnými a pravidelnými mnohoúhelníky. Pravidelný mnohoúhelník je takový, jehož všechny strany mají stejnou délku a zároveň, jehož vnitřní úhly mají stejnou velikost. Pokud alespoň jedno z těchto kritérií neplatí, nazýváme příslušný mnohoúhelník nepravidelným. Mnohoúhelník o neznámém počtu vrcholů můžeme také nazvat n-úhelník, přičemž n udává počet vrcholů (např. n = 3 -> trojúhelník, n = 5 -> pětiúhelník). Mnohoúhelníky dělíme také dle konvexnosti na konvexní a nekonvexní.

[15] POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: planimetrie*. 4., upr. vyd. Praha: Prometheus, 2003, 206 s. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-7196-174-4.

4 Výtvarné techniky využitelné na 1. stupni základní školy

Výtvarnou technikou rozumíme realizaci uměleckého záměru nebo samotný postup při tvorbě díla (Zdeněk, 1987). V umění existuje nepřeberné množství technik a postupů, přičemž jejich volba závisí na preferencích a záměru autora. Ve školské praxi je však možnost výběru výtvarné techniky omezena jednak prostředím školy a jejími možnostmi, dále pak samotnými dětmi, jejich počtem a schopnostmi (s ohledem na věkové zvláštnosti žáka prvního stupně).

Výtvarné techniky, kterými se dále zabývám, jsem volil s ohledem na téma práce, tedy na jejich využitelnost ve výuce matematiky, zejména v oblasti geometrie.

4.1 Kresba

Kresba je *výrazový prostředek, založený na lineární stopě nástroje (pera, štětce) a materiálu (tuše, sépie), případně jen materiálu (tužka, rudka, uhel), přičemž výsledná kresba může působit jak kresebně, tj. lineárně, tak i malířsky, tj. s jemnými, tónově a valérově bohatými přechody.*[16]

Z pohledu dětského výtvarného projevu je kresba základní technikou, kterou děti používají již od raného věku, a to zcela spontánně. Na prvním stupni základní školy se kresba dítěte postupně zdokonaluje a techniku samotnou v rámci hodin výtvarné výchovy obohacujeme možností volby nejrůznějších nástrojů a materiálů.

Jako podkladový materiál, tedy plochu, na kterou kresba vzniká, můžeme využít prakticky cokoli - pergamenem počínaje, přes papyrus nebo textil a kamenem konče. V současnosti se však ve škole (a nejen tam) setkáme především s kresbou na papír. Kresbu dělíme z pohledu toho, jakým nástrojem či materiálem ji tvoříme. Mezi základní nástroje kresby patří následující: tužka, vosková tužka, pastelka, křídy, rudka, sépie, uhel, tušová malba a perokresba.

4.2 Malba

Na rozdíl od kresby, která vychází z linie, je malba založena na kombinaci barevných skvrn, ze kterých postupně vzniká hotové dílo. Další rozdíl mezi těmito dvěma technikami je ten, že možnosti malby jsou na prvním stupni základní školy mnohem omezenější. Zatímco nástroje a materiály kresby jsou v rámci výtvarné výchovy prakticky neomezené, v malbě se na

[16] BALEKA, Jan. *Výtvarné umění: výkladový slovník : (malířství, sochařství, grafika)*. Vyd. 1. Praha: Academia, 1997, 429 s. ISBN 80-200-0609-5.

prvním stupni základní školy dítě seznámí pouze s malbou akvarelovými a temperovými barvami.

4.3 Pastel

Rozlišujeme dva základní druhy pastelu, pastel měkký (suchý) a pastel olejový. Práce s oběma těmito druhy stojí na pomezí mezi kresbou a malbou. Přesněji řečeno, jde o techniku malby, jež se svým charakterem nejvíce blíží kresbě. (Zdeněk, 1987) Záleží na konkrétních žácích, jakým způsobem práci s pastelem pojmou.

4.4 Koláž

Koláží (fr. collage – nalepit) rozumíme *uměleckou kompozici, obecně jakékoliv dílo vzniklé seskupením různorodých částí do nového celku, např. nalepením různých výstřižků, obrázků a fotografií na společný podklad.*[17] *Podnětem ke koláži byl postup nazvaný G. Braquem a P. Picassem (1910) papiers collés (fr. k sobě slepovaný papír)*[18]*,* při kterém jsou využívány výhradně *ploché části, které jsou objekty samy o sobě.*[19] V pozdějších letech získala technika koláže rostoucí oblibu v různých uměleckých směrech. V duchu kubismu ji výše zmínění umělci spolu s J. Grisem rozšířili o třetí rozměr díky reliéfnosti složeného papíru a využitím nejrůznějších plastických materiálů. Mezi další umělecké směry, které koláž přijaly za svou, patří futurismus, dadaismus, pop-art a zejména surrealismus. (Baleka, 1997) Často se s koláží setkáme v kombinaci s kresbou nebo malbou.

Ať už koláž samotná nebo její kombinace s jinými výtvarnými technikami je velice vděčnou technikou pro práci s dětmi na prvním stupni ZŠ. Jejím prostřednictvím lze u dětí rozvíjet jednak jemnou motoriku, dále pak vizuální a prostorovou představivost, kompozici a fantazii.

4.5 Roláž

Roláž je zvláštním druhem koláže. Její princip spočívá v pravidelném prokládání pásků (případně jiných pravidelných útvarů) zpravidla dvou nebo více samostatných obrazů, případně více než jedné kopie jednoho a toho samého obrazu. Výsledné dílo vytváří velice zajímavý efekt.

---

[17] TABERIOVÁ, Terezie a Anna Goldmanová. Koláž. *Arts Lexikon.* [online]. 21.12.2012 [cit. 2015-12-26]. Dostupné z: *http://artslexikon.cz/index.php/Koláž*

[18] BALEKA, Jan. *Výtvarné umění: výkladový slovník : (malířství, sochařství, grafika)*. Vyd. 1. Praha: Academia, 1997, 429 s. ISBN 80-200-0609-5.

[19] TABERIOVÁ, Terezie a Anna Goldmanová. Koláž. *Arts Lexikon.* [online]. 21.12.2012 [cit. 2015-12-26]. Dostupné z: *http://artslexikon.cz/index.php/Koláž*

4.6 Dekoláž

Dekoláž, stejně jako roláž, je jedním ze zvláštních druhů koláže. Jde o několik vrstev různých obrazů nalepených na sebe, přičemž výsledného efektu docílíme postupným nepravidelným strháváním kusů jednotlivých vrstev.

4.7 Abstraktní koláž

Stejně jako kresbu nebo zejména malbu, lze i koláž pojmout jako abstrakci. V takovém případě výsledné dílo nezobrazuje konkrétní obraz, ale pomocí nejrozmanitějších útvarů, často geometrických tvarů, předává především emoční sdělení.

4.8 Frotáž

Frotáž (fr. frotter – setřít) je *tiskový postup spočívající na přiložení papíru na jakoukoli reliéfně strukturovanou předlohu a jeho přetírání tužkou, grafitem, křídou apod.*[20]

4.9 Dekalk

Dekalk nebo též dekalkomania představuje postup založený na obtisku. (Baleka, 1997) Může jít buďto o obtisky samostatných nástrojů, na které byla nanesena barva a slouží tudíž jako „razítka“ nebo o obtisk samotného podkladu s již nanesenou barvou, který tímto vytvoří souměrný otisk.

4.10 Muchláž (froasáž)

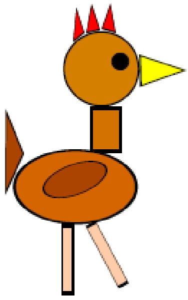
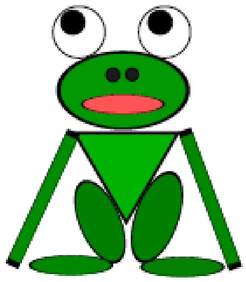
Jde o jednoduchou, avšak, z hlediska rozvoje fantazie a představivosti, velmi přínosnou výtvarnou techniku. Základ tvoří zmačkaný papír, na jehož povrchu zůstanou po opětovném vyhlazení patrné přehyby. Následný postup se pak už zcela odvíjí od fantazie autora, nebo se postupuje (ve školské praxi) v závislosti na zadání. Přetřením plochy papíru barvou, zvýrazněním vybraných přehybů nebo kombinací obojího lze vytvářet nejrozmanitější útvary, ať už jsou rázu čistě fantazijního nebo například geometrického.

4.11 Mozaika

Mozaika je dílo sestavené z jednotlivých malých kousků určitého materiálu, které sami o sobě nic nepředstavují. Na sestavení mozaiky lze použít nejrůznější materiály, jako jsou kámen, sklo, dřevo, kousky umělé hmoty, korálky nebo dokonce i kůže, a to libovolných tvarů i povrchů. Jednotlivé kousky mozaiky mohou být získávány řezem, osekáním nebo například

[20] BALEKA, Jan. *Výtvarné umění: výkladový slovník : (malířství, sochařství, grafika)*. Vyd. 1. Praha: Academia, 1997, 429 s. ISBN 80-200-0609-5.

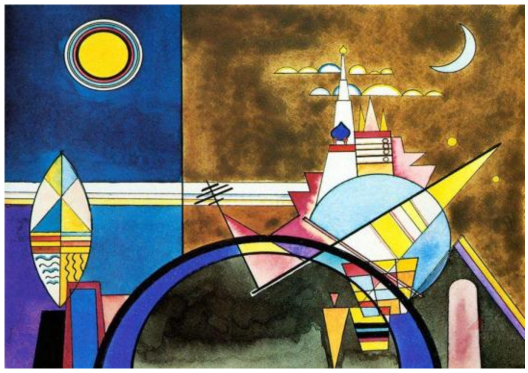
vypálením. Tyto jsou následně sestavovány do nerůznějších obrazců, a to jak ornamentálního, tak figurálního charakteru. Velikost jednotlivých dílků závisí na typu mozaiky. Můžeme se setkat s díly sestavenými z dlažebních kostek, ale také s takovými, které mají na 1 cm^2 neuvěřitelných 30 kamínků, jako je tomu v mozaice v Pompejích. (Baleka, 1997)

5 Grafické úlohy

5.1 Rozpoznávání geometrických útvarů

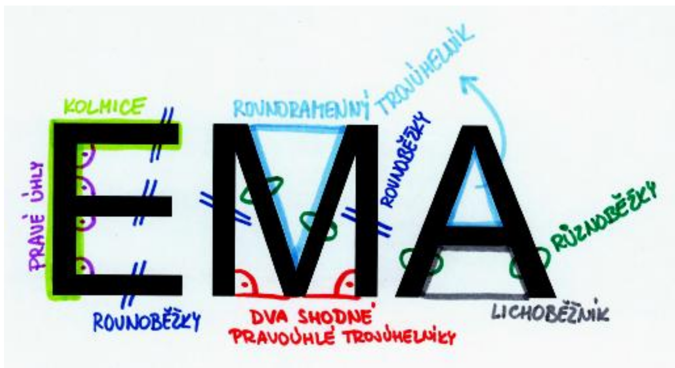
5.1.1 zvířátka a jiné obrázky



Obr. 1

V prvním ročníku prvního stupně ZŠ se můžeme setkat s tímto typem cvičení poměrně často, jde o jednoduché obrázky přiměřené věku dítěte, které jsou složeny ze základních geometrických útvarů. Úkolem žáka je tyto útvary rozpoznat a pojmenovat, případně i spočítat jejich množství. Tento typ cvičení lze využít také ve vyšších ročnících prvního stupně. Při určování tvarů přitom nemusíme vycházet pouze z obrázků k tomuto účelu primárně určených. Poměrně velké množství známých umělců, obzvláště v oblasti abstraktního umění, využívá ve své tvorbě geometrických obrazců. Vhodné jsou v tomto směru například obrazy ruského malíře a grafika Vasilije Kandinského (1866-1944) – viz obr. 1, nizozemského malíře Pieta Mondriana (1872-1944), švýcarského malíře a grafika Roberta S. Gessnera (1908-1982) nebo třeba českého malíře Františka Kupky (1871-1957). Propojení matematiky a umění ale nemusí končit určením a spočítáním obrazců. Díla (nejen) jmenovaných malířů mohou posloužit také jako inspirace pro vlastní tvorbu žáků. Takovéto cvičení dětem ukáže, že matematika není izolovanou disciplínou, ale že má s uměním mnoho společného.

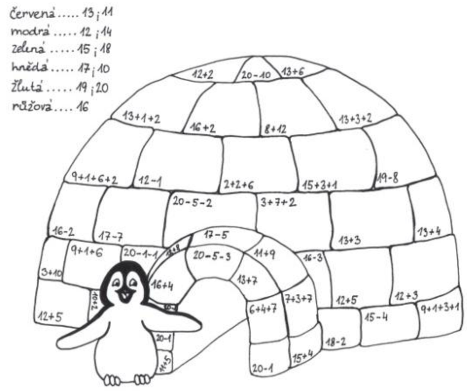
5.1.2 Ema



Cílem tohoto cvičení je přimět žáky přemýšlet o všech pro ně známých geometrických útvarech, tedy nejen o těch právě probíraných. Tato úloha má mimo onoho shrnujícího efektu také jistý motivační náboj, neboť pozornost je zde obrácena ke jménu konkrétního žáka. Může být samozřejmě využito jakékoli slovo (pro všechny žáky stejné) díky čemuž do úlohy vneseme soutěžního ducha, použijeme-li zadání „Kdo najde více geometrických útvarů?“, ovšem za účelem dlouhodobějšího efektu je žákovo jméno z hlediska vnitřní motivace vhodnější.

Zadání: Najdi ve svém jméně co nejvíce geometrických útvarů. Vyznač je a popiš.

5.2 Matematické omalovánky



S tímto typem úlohy se opět můžeme setkat poměrně často, a to zejména v prvním období prvního stupně základních škol. Cílem těchto cvičení je vizuálně nabourat dril počítání sloupečků. Žák je soustředěn na výtvarnou stránku činnosti, díky čemuž působí takovéto cvičení jako odpočinek, zároveň si ale v průběhu činnosti upevňuje potřebnou látku.

5.3 Osová souměrnost

Osová souměrnost nemusí být pouze základním učivem, lze ji využít prostřednictvím zajímavých úloh jako oživující a motivační prvek během hodin matematiky napříč všemi ročníky prvního stupně ZŠ. Vhodné je přitom v nejnižších ročnících vycházet z předmětů z okolí dítěte (obličej, lidská postava, motýli, dopravní značky, symetrické stavby ad.).

5.3.1 motýli, vlajky a dopravní značky

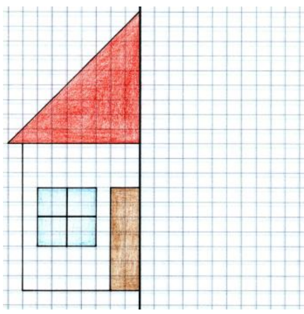
Obr. 5

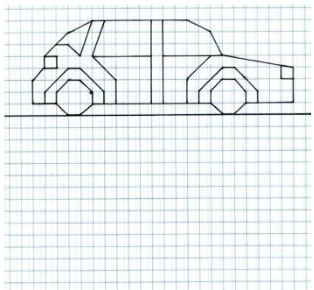
Prostřednictvím tohoto typu cvičení se mohou žáci i v nejnižších ročnících postupně seznamovat s pojmy jako jsou symetričnost, osa souměrnosti nebo rozdělení předmětu na dvě shodné poloviny. Zároveň také dochází k procvičování zrakové percepce. Po seznámení se s problematikou osové souměrnosti na podobném typu úloh pak mohou bezpečně přejít k náročnějším úlohám osové souměrnosti.

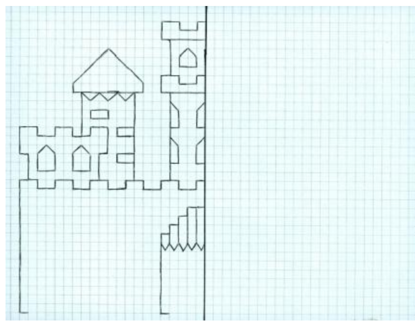
Obr. 2

5.3.2 jednoduché úlohy s osovou souměrností

V následujících úlohách již žáci pouze nevolí ze zadaných možností (vyber správnou polovinu motýla, najdi osově souměrnou dopravní značku/státní vlajku atd.), nýbrž vytvářejí vlastní dílo. Lze opět volit přiměřenou náročnost tvarů podle individuálních schopností a věku žáků.



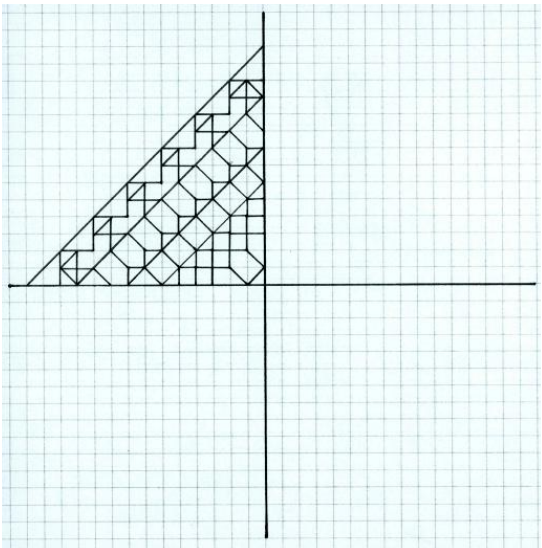


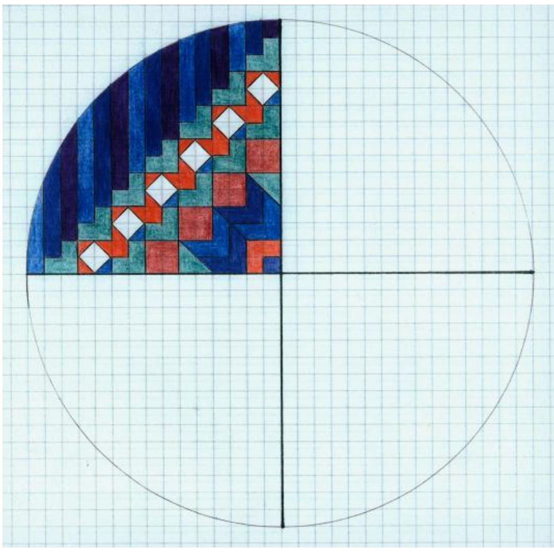


5.3.3 složitější úlohy s osovou souměrností

Pro některé žáky se může práce na cvičení s jedinou osou souměrnosti stát rutinní záležitostí. Vhodné zvyšování obtížnosti udrží zájem žáků o daný typ úloh a umožní jim objevit další estetickou stránku matematiky.

Druhou možností, jak oživit stále stejná cvičení osové souměrnosti, může být vlastní tvorba žáků. Na čtverečkovaný papír mohou žáci vyznačit osu, navrhnout vlastní polovinu obrazu a předat úlohu spolužákovi k vyřešení.





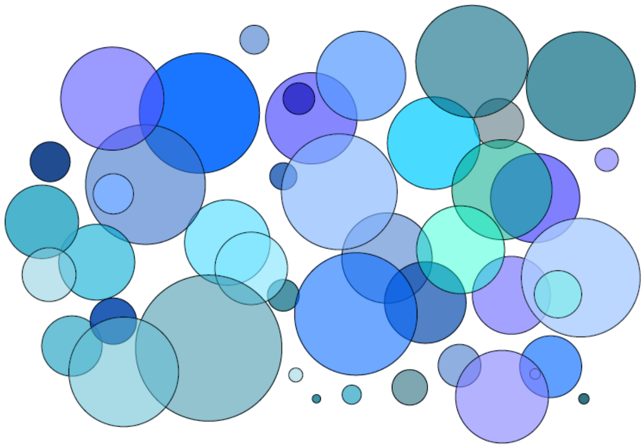
5.4 Konstrukční úlohy

Do této kapitoly jsem záměrně nezařadil konstrukční úlohy tak, jak je známe z běžných hodin matematiky, tedy „klasické“ rýsování do sešitu. Zvolil jsem úlohy, které mohou být pro žáky grafickým zpestřením i motivačním prvkem, přičemž nepostrádají možnost opakování a prohlubování geometrického učiva, ale také umožňují i samotný nácvik rýsovacích dovedností (například práce s kružítkem).

5.4.1 kružnice

Kružnice a kruh jsou základními geometrickými útvary, se kterými se děti setkávají již od předškolního věku. Dovednost narýsovat kružnici je součástí geometrického učiva již ve třetím ročníku prvního stupně. Přesto je práce s kružítkem pro některé děti poměrně náročná. Následující úlohy slouží jako náměty pro zdokonalení manipulace s kružítkem.

5.4.1.1 bubliny

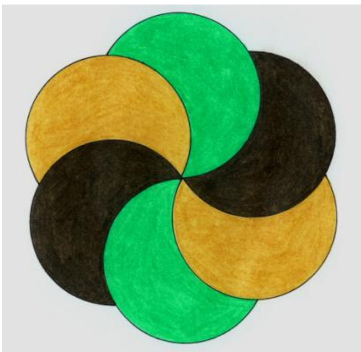


Tato úloha spočívá v nácviku práce s kružítkem. Není dán důraz na přesnost rýsování, nýbrž pouze na samotné zvládnutí kružítka a osvojení si manipulace s ním. Lze ve výtvarné výchově propojit například s tématem „vodní svět“ nebo tématem podobným.

Zadání: Narýsujte libovolný počet kružnic s libovolným poloměrem. Kružnice se mohou vzájemně překrývat. Vybarvěte dle fantazie.

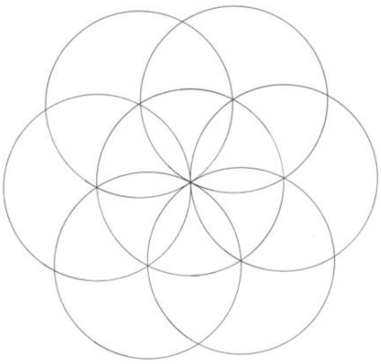
5.4.1.2 květ

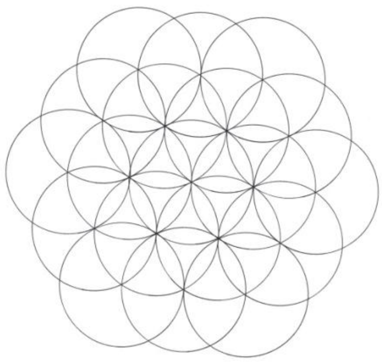
V této konstrukční úloze již hraje větší roli přesnost rýsování.

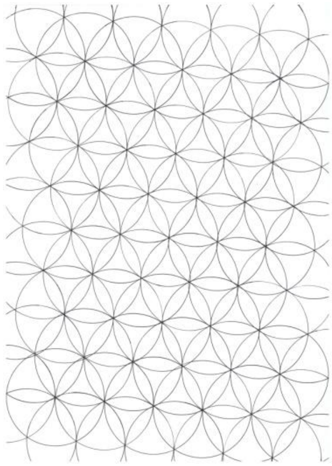


Zadání: Doprostřed stránky narýsuj kružnici o poloměru 4 cm. Narýsuj druhou kružnici s týmž poloměrem a se středem ležícím na křivce první kružnice. Středem třetí kružnice, stále s poloměrem 4 cm, je průsečík obou předešlých kružnic. Tento postup opakuj ještě 4krát. Vzniklý květ vybarvi dle fantazie/předlohy.

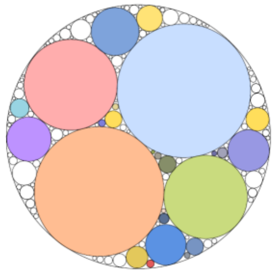
Dle zběhlosti žáků lze samozřejmě i u této úlohy modifikovat obtížnost. Mladší a méně zběhlí žáci se spokojí s jednoduchým květem, starší nebo šikovnější žáci mohou květy navazovat na sebe a vytvořit tak zajímavé obrazce, případně i pokrýt celou plochu, listu papíru. Takováto úloha však již vyžaduje poměrně vysokou přesnost v rýsování.







5.4.1.3 kružnice v kružnici



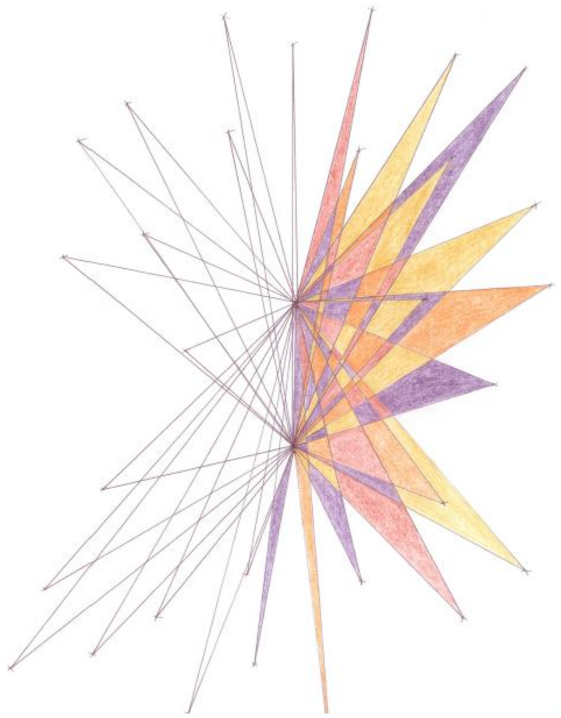
Zadání: Do zadané kružnice vrýsuj co nejvíce menších kružnic. Malé kružnice vkresli rukou. Vybarvi dle fantazie.

5.4.1.4 strom

Tato úloha je konstrukčně poněkud složitější a časově bude vyžadovat nejméně jednu celou vyučovací hodinu. Velmi přitom záleží na zběhlosti konkrétních žáků.

Zadání: viz přílohy

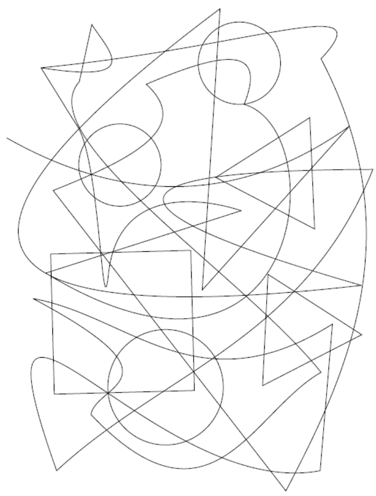
5.4.2 asymetrická hvězda



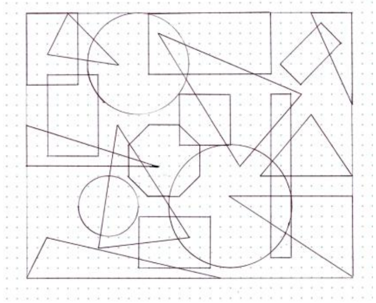
V této úloze se opět projeví schopnost přesně rýsovat a také individuální kreativita žáků.

Zadání: Vprostřed stránky si zvol dva body a spoj je. Kdekoli okolo těchto bodů si zvol libovolné množství dalších bodů. Pospojuj body tak, aby dva body vprostřed stránky byly dvěma vrcholy trojúhelníku a každý z okolních bodů postupně třetím vrcholem příslušného trojúhelníku. Zvol si čtyři libovolné barvy a pokus se vzniklou „hvězdu" vybarvit tak, aby se vždy stejně barevné části „hvězdy" stýkali nanejvýš ve vrcholech, nikoli však stranou tvaru.

5.4.3 křivky a lomené čáry

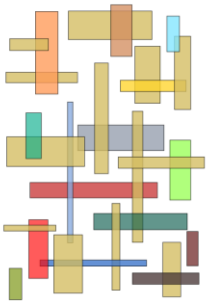


Typ tohoto cvičení lze využít napříč všemi ročníky prvního stupně ZŠ a to jak v hodinách matematiky, tak v hodinách výtvarné výchovy. Vycházíme při něm z výtvarné techniky froasáže, ovšem s tím rozdílem, že potřebné linie získáváme namísto „muchláním" papíru vytvořením změtí čar a tvarů. Můžeme využít různé varianty zadání, tedy křivky (volnou rukou), lomené čáry (uzavřené, otevřené), přímky, geometrické útvary (trojúhelník, čtverec, aj.). Vzniklou „změť čar" pak dále zpracováváme. Můžeme použít buďto opět kombinaci barev pro celou plochu díla nebo zvolit například pouze vyhledávání a vybarvování zadaných geometrických tvarů.



5.4.4 útvary – tečkovaný papír

Obdobou „pouhé změti čar“ může být vkreslování nebo rýsování geometrických tvarů do určené plochy na tečkovaném papíru.



5.4.5 čtverce a obdélníky

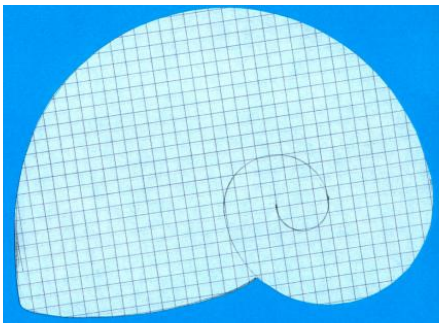
Tyto úlohy spočívají na stejném principu jako úloha bubliny (viz výše). Jsou určeny pro nácvik rýsování čtverců a obdélníků, pro upevnění této dovednosti a kreativní vyjádření žáka.

5.4.6 trojúhelníky 3D efekt

Základem tohoto cvičení je, stejně jako u úlohy výše, nácvik a upevnění dovednosti rýsovat, v tomto případě trojúhelníky. Následující konkrétní úlohu tohoto typu cvičení je však vhodnější realizovat spíše v hodině výtvarné výchovy. Díky využití vhodných odstínů konkrétní barvy lze docílit trojrozměrného efektu obrazu.

Zadání: Narýsuj kamkoli na papír jeden libovolný trojúhelník. Následně vyplň celou plochu papíru pomocí libovolných trojúhelníků a to tak, že vždy ke dvěma již existujícím vrcholům připojíš jeden vrchol nový. Hotové dílo vymaluj pomocí několika málo odstínů jedné barvy (od světlé po nejtmavší) a vytvoř tak efekt světla a stínu.

5.4.7 spirála - hlemýžď



Toto cvičení je zaměřeno opět na práci s kružítkem. Tentokrát však není předmětem zájmu kružnice, nýbrž spirála. Cílem je tedy seznámit žáky s jednoduchým postupem tvorby spirály.

Zadání: Narýsuj oblouk kružnice se středem ve vyznačeném bodě a poloměrem 1 cm. Tah kružítka veď dle směru vyznačeného šipkou a oblouk zakonči, jakmile dosáhneš naznačené přímky. Poté posuň hrot kružítka do počátku prvního oblouku (pata šipky) a narýsuj druhý oblouk, jehož poloměr je roven průměru předešlého oblouku. Jakmile dosáhneš přímky, přesuň opět hrot kružítka do počátku druhého oblouku a proveď oblouk třetí (opět s poloměrem, který je roven průměru oblouku předešlého). Toto zopakuj i u oblouku čtvrtého dokud nedosáhneš již vyznačené křivky. Dotvoř vzniklý útvar i jeho okolí dle fantazie.

5.4.8 básnička (dle Graf, 1943, s. 69)

Zadání: Přečti si básničku a na volné místo dopiš, o jaký útvar se asi jedná, co básnička popisuje. Dané útvary také narýsuj.

Byly dvě ________________, *(rovnoběžky)*

měly se velmi rády.

Běžely vedle sebe

přes lesy, pole, sady.

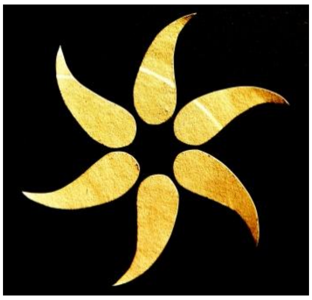
Běžely přes sto moří,

přes tisíc hor a dolů.

Darmo, ach, darmo, nikde

nesbíháte se spolu.

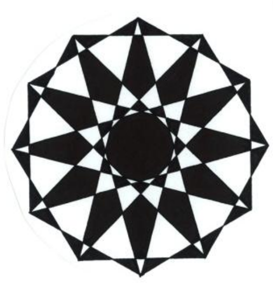
5.5 Ornamenty a mandaly



Ornamenty a mandaly jsou výborným prostředníkem mezi matematikou a uměním. Jejich tvorba žákům umožní toto spojení spatřit, ocenit a využít.

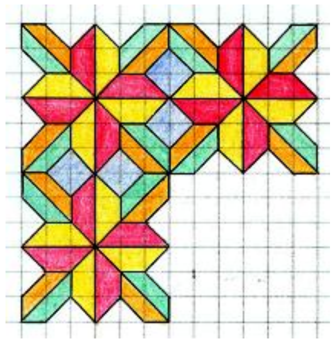
Označení **ornament** pochází z latiny, konkrétně z latinského slova *orno*, což znamená *zdobit*. Jedná se tedy o jistý ozdobný prvek. Jeho základ tvoří jednoduchý motiv, jehož pravidelným opakováním dostáváme vzor – ornament. Opakování motivu může být tvořeno otáčením (rozety), skládáním do pásů (frýz) nebo vyplněním celého pole (tapeta). (Voráčová, 2012) Ornamenty můžeme s dětmi tvořit různými způsoby. Nejjednodušší technikou je klasická kresba, dále lze využít malbu, práci s papírem (vystřižené základní motivy a jejich skládání do konečného ornamentu), tiskátka (koupená nebo vlastnoručně vyrobená například z brambor) nebo můžeme experimentovat s rýsovacími potřebami (pravítka, křivítka, šablony, kružítka). Další možností jak využít ornamentů je jejich vyhledávání v okolí dítěte. Takovýmto cvičením posilujeme schopnost dívat se kolem sebe, rozpoznávání vzorů a tvarů a především estetické cítění.

Mandaly jsou starověkým druhem umění. Samotné slovo mandala označuje v sanskrtu kruh, což je také typický tvar mandal. Objevují se zejména v hinduismu a buddhismu, kde jejich tvorba plní meditační funkci. S mandalami se ale setkáme v mnoha dalších kulturách napříč dějinami. Carl Gustav Jung se ve své knize *Mandaly, obrazy z nevědomí* zabývá mandalou coby uměleckou formou, která nám dává možnost nahlédnout do našeho nevědomí. Mandala, která je tvořena spontánně a nikoli dle „předpisu" má nesporný kladný vliv na naši psychiku. Setkáme se ale také s mandalami již předkreslenými, s obrysy, které stačí pouze vybarvit (současný trend relaxačních omalovánek, či takzvaných omalovánek pro dospělé). Přestože tato forma mandal v sobě nebude mít takový meditační a sebepoznávací potenciál, podporuje i tato tvorba duševní pohodu. Ať už mandaly člověk sám tvoří nebo „pouze" vybarvuje, přináší mu tato činnost klid a uvolnění.



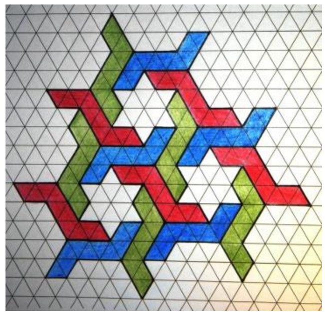
S žáky na prvním stupni základních škol se tvorbě mandal můžeme věnovat v obou podobách. Vybarvování pomáhá uvolnit napětí a podporuje smysl pro umělecké cítění, zatímco samotná tvorba vlastních mandal dětem dává nejen příležitost projevit se uměleckým směrem, ale je také příležitostí k propojení něčeho tak osobního jako je vlastní mandala s „chladnou" matematikou, což nám opět může pomoci s budováním kladného vztahu žáků k tomuto předmětu.

Vzorů a námětů na toto téma bychom našli mnoho a stačily by na vydání samostatné knihy. Cíl této práce, který jsem specifikoval v úvodu, mě nutí nezabývat se pouze ornamenty a mandalami. V přílohách (soubor úloh) proto uvádím pouze vybrané vzory. Zaměřil jsem se na vzory, které mohou žáci vytvořit pomocí základního rýsovacího vybavení. Některé úlohy jsou zaměřené na vypozorování postupu z předloženého vzoru a jeho následnou reprodukci, jiné na práci s mnohoúhelníky, respektive se vzory, které z konstrukcí pravidelných mnohoúhelníků vychází.



5.6 Dlaždice

Opakování určitého vzoru, jímž pokrýváme plochu, může sloužit pro zlepšení orientace v ploše, zdokonalení zrakové percepce a v neposlední řadě také k rozvoji kreativity. Jednou z možností jak tento typ cvičení využít pro práci na prvním stupni je zadat žákům vzor, který se snaží „dešifrovat" a následně reprodukovat. Můžeme volit od jednoduchých vzorů až po ty komplikované. Další možností



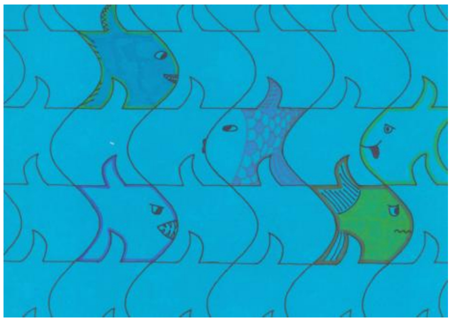
může být navržení vlastního vzoru samotnými žáky, což opět podporuje rozvoj jejich fantazie, kreativity a geometrické představivosti, případně nechat žáka navrhnout vzor dlaždice a pokrýt jimi pouze malou plochu, přičemž zbytek díla dotvoří některý z jeho spolužáků. Při návrzích vzorů můžeme využít nejrůznější sítě (čtvercovou, trojúhelníkovou, šestiúhelníkovou).

5.7 Teselace

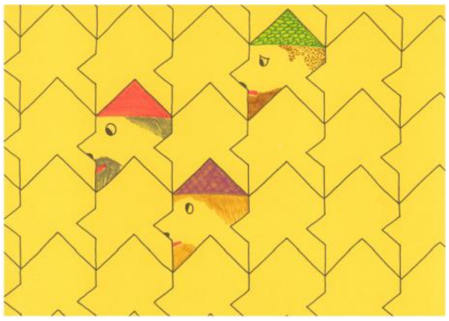
Obr. 3

Teselací rozumíme vyplnění prostoru útvary, a to tak, že mezi nimi nevznikají žádné mezery a přitom se útvary vzájemně nepřekrývají. (Voráčová, 2012) *Pro rovinnou teselaci používáme český pojem pokrývání roviny, někdy též mozaika nebo parketáž. Vyplňujícím útvarům říkáme cely nebo buňky.*[21]

Setkat se můžeme s teselacemi vytvořenými z pravidelných stejných útvarů (cihlová zeď, čtvercové nebo šestiúhelníkové dlaždice, včelí plástve), z útvarů pravidelných ale vzájemně různých (dlaždicový vzor složený například ze šestiúhelníků a čtverců) nebo z útvarů nepravidelných, které však mohou být též vzájemně shodné.



Teselace jsou hojně využívány v architektuře, umění (např. výzdoba budov) i v běžném životě (např. dláždění chodníku). Setkáme se s nimi ale i ve větším měřítku, jako jsou třeba hranice států, správní území nebo pozemkové parcely.



Dělením a vyplňováním prostoru se zabývali již antičtí matematikové, ale za první studii o teselacích je považována až práce Johanna Keplera z roku 1619. (Voráčová, 2012) Jeden z nejznámějších umělců, který se teselacím věnoval, byl nizozemský grafik Maurits Cornelis Escher. Jeho práce dala vzniknout výjimečnému stylu

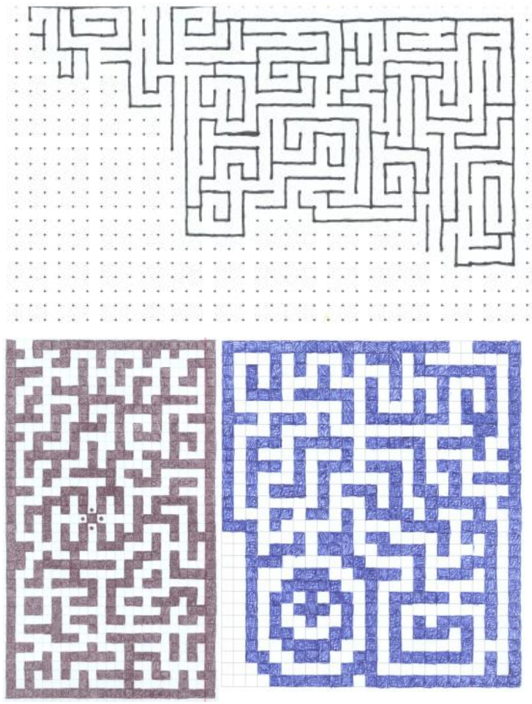
[21] VORÁČOVÁ, Šárka (ed.) a Lucia CSACHOVÁ. *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*. Vyd. 1. Praha: Academia, 2012, 252 s. Atlas (Academia). ISBN 978-80-200-1575-4.

teselací, tzv. escherovské teselace. (viz obr. 3)

Základem pro tvorbu jednoduché teselace je jakýkoli n-úhelník, jehož pomocí můžeme vyplnit plochu, nejčastěji tedy pravidelný šestiúhelník nebo čtverec. Celu vytvoříme tím, že tvar, který z jedné strany útvaru vyjmeme, musíme vložit ke straně protější, případně vedlejší. Celková plocha objektu tak zůstane zachována a jednotlivé cely do sebe zapadnou.

5.8 Orientace v ploše

5.8.1 bludiště

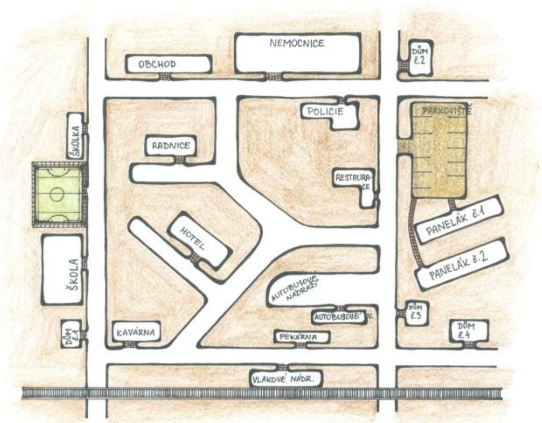


Práce s bludišti může být dvojího typu. Prvním je luštění již hotového bludiště. Takovýmto cvičením dochází jednak ke zlepšení samotné orientace v ploše, pak také k rozvoji zrakové percepce neboť pro rychlé a úspěšné vyluštění je třeba rozšířit zorné pole. Druhou možností, jak využít bludiště pro rozvoj žákových dovedností a schopností, je nechat mu vytvořit si vlastní bludiště. Tvorba bludiště je poměrně náročnou činností, a to jak na koncentraci, tak na prostorovou představivost a udržení správného směru.

Bludiště lze vytvářet na různých podkladech. Můžeme využít nejen čistý bílý (nelinkovaný) papír, ale také například tečkovaný papír, čtvercovou nebo trojúhelníkovou síť.

5.8.2 plánky

S plánky můžeme pracovat dvěma způsoby. Buďto je můžeme s dětmi tvořit (dotvářet) nebo pracovat s již hotovými. Plánky a jejich různé formy jsou dokonalým integrujícím prvkem, který nám pomůže propojit výuku matematiky, prvouky/vlastivědy a výtvarné výchovy (případně i anglického jazyka a pracovních činností). Při tvorbě plánků (například okolí školy) v rámci prvouky/vlastivědy se všechny tři výše jmenované předměty automaticky samy propojí. Možností jak s tímto motivem pracovat máme bezpočet, v této práci chci ale zmínit především dva, z nichž

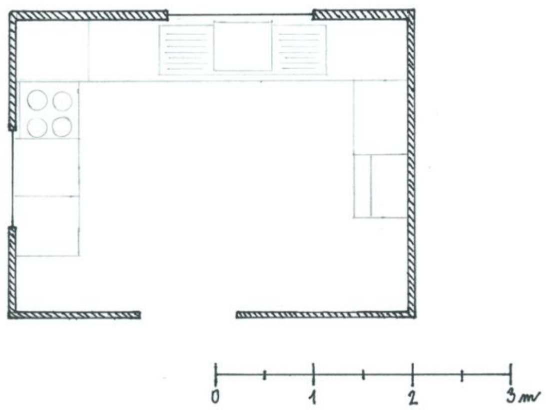


první je, řekněme, tradičnější, ten druhý pak pro hodiny matematiky z mého pohledu velice zajímavý.

5.8.2.1 hledání cesty

V rámci tohoto typu cvičení pracují žáci s již vytvořeným plánkem (nákresem/schématem), ze kterého získávají odpovědi na předložené otázky. Hledají nejkratší cesty, možnosti odbočení, vyznačují cestu dle kritérií atd. V příloze naleznete pracovní list s plánkem a konkrétními úkoly.

5.8.2.2 plánování kuchyně (dle Bolt, 1989, s. 58)



Toto cvičení je velmi komplexního charakteru a vhodné k realizování formou menšího projektu. Vyžaduje jak jistou úroveň schopností v oblasti finanční gramotnosti, sociálních dovedností v rámci spolupráce ve skupinách tak také schopnost v praxi aplikovat poznatky z geometrie.

Žáky rozdělíme do skupin nejlépe o počtu 3-4 žáci. Každá ze skupin bude mít k dispozici určitý rozpočet, který by při své práci neměla překročit, a také plánek – půdorys místnosti, kterou budou dále zařizovat jako kuchyň. Kromě rozpočtu a půdorysu bude mít každá skupinka k dispozici katalogy s cenami jednotlivých kusů vybavení. Úkolem každé skupiny bude vybavit kuchyni na základě tří požadavků. Zaprvé, kuchyň by se jim jako skupině měla líbit, měl by to být návrh funkčně i esteticky řešeného prostoru. Zadruhé, veškeré vybavení, které do kuchyně použijí, se do daného prostoru musí vejít. Žáci znají rozměry jak místnosti, tak i díky katalogům rozměry nábytku. A zatřetí, návrh by svojí cenou neměl překročit stanovený rozpočet (učitel si musí předem vše dobře promyslet a ideálně si celou úlohu sám i vyzkoušet, měl by znát, co přesně katalogy obsahují a rozpočet i rozměry místnosti těmto podmínkám při zadání úlohy přizpůsobit).

Jednodušší varianta tohoto úkolu spočívá v neomezeném rozpočtu. Je poměrně náročné sledovat během výběru vybavení kuchyně také mizející finanční prostředky.

(pozn.: Nemusíme se zaměřit pouze na kuchyň. Jakákoli jiná místnost je zrovna tak vhodná a skvělou motivací může být například zařizování vlastního pokoje dětí. Další možnost v rámci rozsáhlejšího projektu představuje zařizování celého domu. Místnosti si jednotlivé skupiny

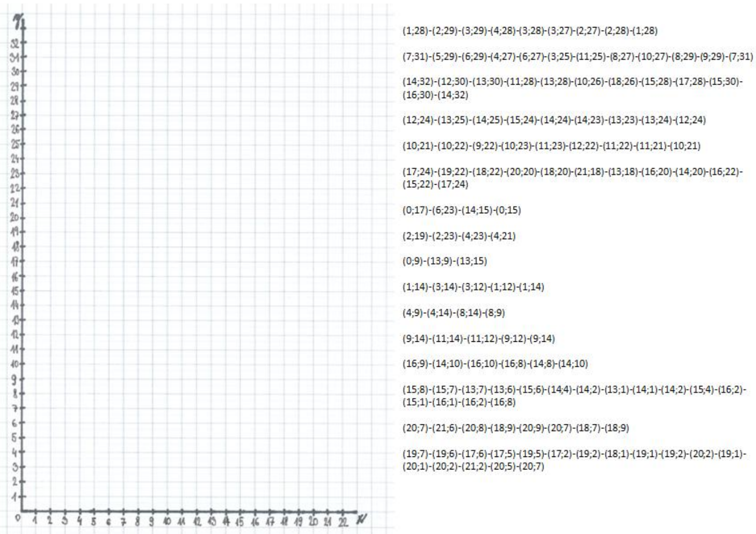
rozdělí, vypracují návrhy a v hodinách výtvarné výchovy a pracovních činností mohou celý projekt zpracovat po výtvarné stránce tak, aby byl vhodný k prezentaci.)

5.8.3 kartézský graf

Schopnost pracovat s grafy a orientovat se podle souřadnic je nejen důležitým učivem a předpokladem pro získávání nebo naopak utřídění rozličných informací. Porozumění systému souřadnic je také základem pro orientaci v jakékoli ploše, či v prostoru. Bez schopnosti pracovat se souřadnicemi bychom si dokonce nezahráli ani hru „Lodě“.

Pomocí kartézských souřadnic určujeme polohu daného objektu a to jak v prostoru (pomocí tří na sebe vzájemně kolmých os - přímek (x, y, z)), tak i v ploše (pomocí dvou na sebe kolmých os – přímek (x, y)).

Na prvním stupni ZŠ se souřadnicemi pracujeme zejména ve vlastivědě (orientace v mapě). V rámci (nejen) matematiky můžeme pro nácvik orientace dle souřadnic využít například motivačně laděných úloh, jejichž vyřešením žák získá „zakódovanou“ informaci nebo odhalí skrytý obrázek.



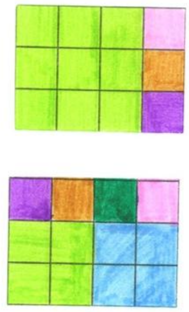
5.9 Dělení plochy

Dělení plochy je důležitým typem cvičení, které podporuje geometrickou představivost. Žák při řešení takovýchto úloh velmi intenzivně zapojuje představivost, neboť správné řešení nachází na základě vizualizace.

5.9.1 dělení plochy pomocí daného počtu čar (Rosecká, 1997, s. 1)

Zadání: Rozděl jedinou čarou obdélník na a) 2 trojúhelníky, b) 1 trojúhelník a 1 čtyřúhelník, c) 2 čtyřúhelníky, d) 1 trojúhelník a 1 pětiúhelník.

5.9.2 rozděl obrazec na co nejmenší počet čtverců (dle Dudeney, 1967)



Zadání: Obdélník o rozměrech 3x4 můžeme rozdělit na menší čtverce několika různými způsoby (viz obrázek vpravo). Rozděl dané obdélníky na čtverce tak, aby počet menších čtverců byl co možná nejmenší. Například obdélník 3x4 můžeme rozdělit na 12, 9, 6 nebo 4 menší čtverce. Určené kritérium tedy nejlépe splňuje možnost poslední – 4 menší čtverce.

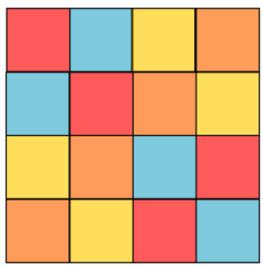
5.9.3 muchláž (froasáž)

Princip této techniky popisuji již v kapitole Výtvarné techniky využitelné na prvním stupni základní školy. Při seznámení dětí s touto technikou je vhodné prezentovat také vybrané práce umělců, kteří se technikou froasáže zabývají. Velký ohlas si během mých praxí vždy získala díla Ladislava Nováka. Žáci mohou ve vlastních froasážích zpracovávat rozličná témata, jednoduchým vyhledáváním geometrických tvarů počínaje, přes ornamenty a abstraktní vzory a vymyšlením nového druhu živočicha konče.

5.9.4 barevné nálady

V tomto cvičení si žáci procvičí tvorbu sítě. Daná síť má pokrývat určenou plochu, například list papíru. Můžeme využít jak sítě pravidelné, jejichž základ tvoříme pomocí rýsovacích potřeb (čtvercová), tak sítě nepravidelné, které tvoříme od ruky. Následně volíme kombinaci barev dle tématu, například barvy ročních období (zima viz obrázek vpravo). U žáků tímto podporujeme barevné cítění, rýsovací schopnosti případně dovednost kreslení rovných čar od ruky, což se zúročí při provádění náčtrů.

5.10 Umění kombinovat



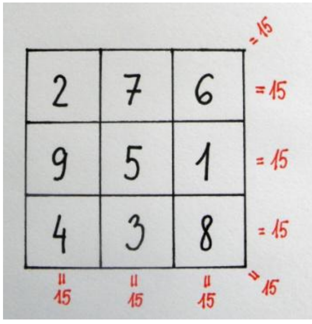
Na schopnosti kombinovat prvky tabulky dle jistých kritérií je založena logická hra sudoku. Pro děti na prvním stupni se takovýto typ cvičení může jevit jako poměrně obtížný. Zjednodušenou formu hry sudoku zvládnou bez větších obtíží i žáci prvního ročníku základní školy. Nácvik schopnosti kombinace tedy můžeme zařadit již v tomto období. Zvolíme-li přiměřenou obtížnost úlohy, můžeme vhodným a zajímavým způsobem rozvíjet logické myšlení dětí.

Jako prvky, se kterými budeme v takovémto typu úlohy pracovat, můžeme využít jakékoli znaky (číslice, písmena), jednoduché obrázky nebo třeba právě barvy. Vhodným podkladem je jednoduchá mřížka o počtu polí v závislosti na obtížnosti úlohy. Můžeme ale pracovat se samotnými kombinacemi barev na jakékoli libovolně dělené ploše. Téměř každou takovouto plochu můžeme vybarvit pomocí kombinace právě čtyř barev tak, aby se žádné dvě stranou sousedící plošky v barvě neshodovaly (viz například úlohy asymetrická hvězda nebo křivky a lomené čáry výše).

5.10.1 kombinace barev

Zadání: Vybarvi tabulku tak, aby daná barva byla v každém řádku i sloupečku pouze jednou. (viz obrázek výše)

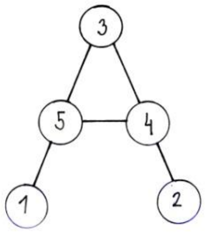
(pozn.: Bystřejší žáci již prvního ročníku jsou schopni vyplnit dle tohoto zadání mřížku 6x6. Bez větších obtíží sami přijdou na vzor, který vznikne postupným logickým vyplňováním mřížky.)



5.10.2 magické čtverce a magická písmena

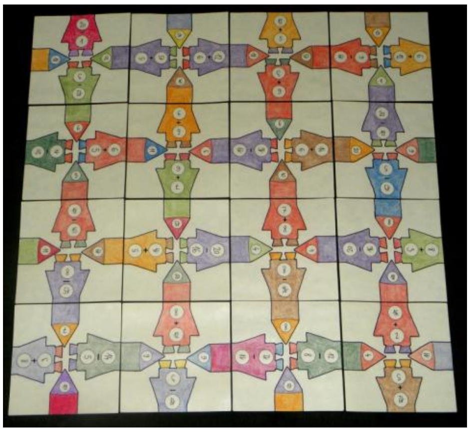
Magické čtverce jsou tvořeny čtvercovou mřížkou o počtu 3x3 polí a více. V každém poli je zapsáno jedno číslo ze zvolené posloupnosti a to tak, aby součet těchto čísel v každém sloupci, řádku i úhlopříčce byl stejný. Vezmeme-li si například čtvercovou mřížku 3x3 pole a zvolíme jako posloupnost přirozená čísla od jedné do devíti, bude součet tří čísel v každém z daných směrů právě patnáct. Velikost magického čtverce můžeme volit dle specifické schopnosti dané skupiny žáků a s ohledem k jejich věku. Ve vyšších ročnících již mohou žáci poměrně snadno za použití klíče vytvářet magické čtverce vlastní.

Klíč k vytváření magických čtverců je poměrně jednoduchý. Názorný postup uvádím v přílohách.



Magická písmena (případně i jiné tvary, například hvězdy) jsou obdobou magických čtverců. Jejich princip spočívá také ve shodném součtu daných čísel v jednotlivých směrech, které zde ovšem nejsou udány tabulkou, nýbrž liniemi daného tvaru. Čísla jsou v tomto případě zapsána v polích v místech průniku jednotlivých linií.

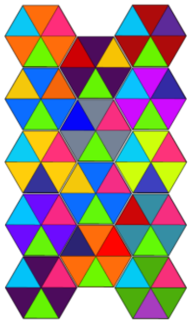
5.10.3 „rakety“



Následující úlohu jsem nazval rakety. Sadu těchto konkrétních karet jsem vytvořil pro účely pedagogické praxe, tak aby tematicky odpovídali právě probíranému učivu. Následně jsem jich využil ještě v několika dalších třídách napříč celým prvním obdobím prvního stupně ZŠ. Karty lze modifikovat dle obtížnosti učiva i úrovně dovednosti konkrétní skupiny dětí řešit podobný typ úlohy.

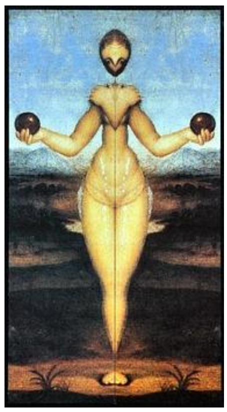
Principem úlohy je složit daný obrazec (v tomto případě čtverec 4x4 karty) přiložením jednotlivých karet k sobě. Na každé straně čtvercové karty je polovina rakety, která obsahuje buď určitý příklad, nebo výsledek. Každé dvě poloviny jedné rakety si vzájemně také odpovídají barvou. Správně složená raketa je tady ta, která obsahuje příklad se správným výsledkem a obě její poloviny nají shodnou barvu.

5.11 „Skládanky“



Materiály zařazené do této kategorie netvoří ani tak samostatné úkoly, jako spíše materiální pomůcku pro manipulativní činnosti zaměřené na seznamování se a upevňování práce s geometrickými obrazci. Prostřednictvím těchto „skládanek“ si žáci jednotlivé obrazce tzv. osahají a ověří si, které jiné obrazce lze složit z jakých útvarů menších. Do této kategorie patří mimo jiné také známé „skládanky“ ostomachion nebo tangram (viz kapitola Logické a strategické hry a hlavolamy).

5.12 Práce s papírem



Obr. 4

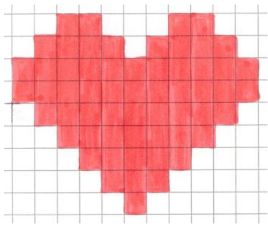
Dalšími manipulativními činnostmi, které souvisí s poznáváním tvarů a jejich možnostmi jsou následující úlohy.

5.12.1 koláže a roláže

Téma koláží a příbuzných technik je velice rozmanité. V praxi lze využít nepřeberné množství námětů v závislosti na probíraných tématech i věku a zručnosti žáků. V rámci této techniky se můžeme pohybovat mezi pracemi čistě geometricky zaměřenými až po velmi kreativní a „divoké“. K dispozici také máme velké množství nejrůznějších materiálů, počínaje klasickým papírem (čistý papír, noviny, časopisy, letáky ad.), přes textil, hliníkové fólie, balicí materiál, přírodniny až po prostorové objekty (krabičky, ruličky od toaletního papíru a kuchyňských utěrek, CD a mnohé další předměty).

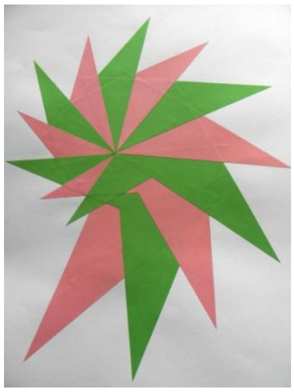
Můžeme se inspirovat v dílech slavných umělců. A to jak pracemi těch, kteří se koláží přímo zabývají (například Jiří Kolář – viz obr. 4), tak i těmi nejznámějšími umělci a jejich, i dětem dobře známými, pracemi, jako je třeba Mona Lisa Leonarda daVinci. Vytištěné reprodukce takovýchto děl pak můžeme s dětmi dále upravovat a přetvářet pomocí koláží.

5.12.2 barevné lepící papírky

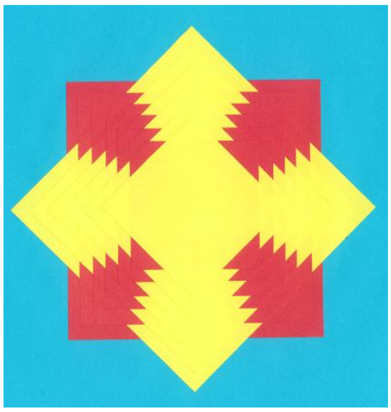


I s pomocí této jednoduché kancelářské pomůcky lze tvořit zajímavá díla a obrazce. Do čtvercové sítě si žáci vytvoří návrh objektu (prostý tvar, zvíře, mandala, robot ad.), který posléze pomocí lepících poznámkových papírků zrealizují na větší plochu (balicí papír, nástěnka, tabule). Je to jednoduché cvičení podporující kreativitu a fantazii žáků, ale také rozvíjí jejich orientaci v ploše.

5.12.3 rotace tvarů



V tomto typu cvičení je již dáván větší důraz na přesnost a lze jej propojit i s konstrukčními úlohami. U mladších ročníků můžeme využít pro získání přesných jednotlivých dílů obrazce šablony, ve starších ročnících si pak žáci dané díly sami narýsují dle zadání. Při samotném rýsování jednotlivých částí „skládanky“ je pro žáky snadnější odpovědět si na častou otázku „A k čemu mi to je?“ Vytváří estetickou hodnotu, kterou následně mohou dotvořit dle vlastní fantazie a nácvik rýsovacích dovedností se tak stává „pouhým“ prostředkem k uměleckému vyjádření. Žáci tedy zpřesňují své rýsovací dovednosti jinou formou než pouhým drilem.



Zadání: Narýsuj na každý ze dvou různě barevných papírů 6 čtverců. Největší z nich o straně 10 cm a každý další o straně vždy o 1 cm menší. Poté nalep jeden z největších čtverců na podklad a největší čtverec druhé barvy otoč vzhledem k prvnímu čtverci o 45° a nalep jej tak, aby středy obou čtverců ležely na sobě. Střídej barvy čtverců a lep čtverce na sebe od největšího k nejmenšímu tak, že každý čtverec je vzhledem k tomu předešlému otočen o 45°.

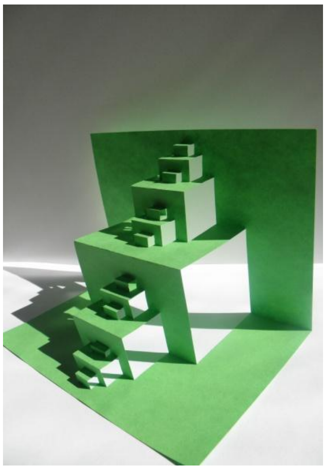
5.12.4 další geometrické náměty

Inspirací pro následující náměty k propojení geometrie a pracovních činností pro mě byly práce dětí ve školní družině ZŠ Hálkova Humpolec pod vedením Ivy Bělovské.

V rámci těchto námětů žáci procvičují, mimo výtvarnou stránku práce, dovednost správné manipulace s kružítkem.

(pozn.: Více prací z této kategorie v přílohách.)

5.13 Fraktály



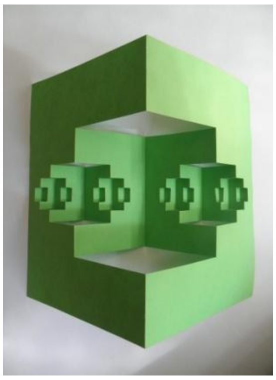
Fraktály jsou velice zajímavou složkou matematiky, a třebaže se nejedná o učivo, se kterým se běžně setkáme na prvním stupni základních škol, jejich vizuální efekt lze využít jako oživení výuky, motivační prvek či prostě jen jako důkaz, popírající nepřitažlivost matematiky.

Jednotná definice fraktálu v současné době neexistuje, obecně se ale udává, že fraktál je takový geometrický útvar, který se sám sobě podobá při jakémkoli měřítku. Jeho základní vlastností je tedy soběpodobnost.

Seznámení dětí s principem fraktálů se neobejde bez obrazového doprovodu. Na internetu lze v současné době nalézt množství počítačem vytvořených fraktálů, které samy o sobě jistě dobře poslouží jako motivační prvek. Dalším krokem k přiblížení fraktálů běžnému životu může být využití příkladů z biologie člověka nebo z přírody (květák, ostří listu, struktura mraků, povrch skal, větvení žil v těle živočichů ad.). Dále si můžeme představit známá zobrazení fraktálů, jako jsou Kochova křivka, Mandelbrotova množina, Sierpińského koberec nebo Sierpińského trojúhelník.

Po seznámení s principem jednoduchého fraktálu už žáci nebudou mít problém vyzkoušet si jeho tvorbu na vlastní kůži.

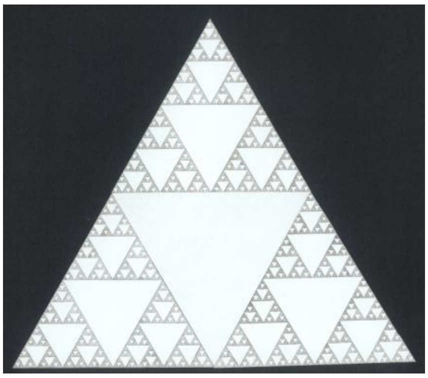
5.13.1 vyklápěcí pohlednice (dle Askew, 2012, s. 166-167)



Zadání: Vezmi list papíru a přelož ho na polovinu. Otoč papír přeloženou hranou k sobě a dvakrát ho nastřihni zhruba ve čtvrtině hrany zleva i zprava. Střih zakonči zhruba v polovině vzdálenosti k protějšímu okraji. Střední část, která vznikne nastřižením, přehni směrem vzhůru. Do přehnuté střední části proveď opět dva střihy, stejným způsobem jako prvně (ve čtvrtinách šířky – zleva, zprava, do poloviny vzdálenosti k okraji) a opět střední část přehni. Totéž zopakuj ještě dvakrát. Rozlož papír a vymáčkni všechny vystřižené části dopředu.

5.13.2 Sierpińského trojúhelník

Zadání: Rozděl zadaný rovnostranný trojúhelník pomocí středních příček na čtyři stejné rovnostranné trojúhelníky. Stejný postup aplikuj na všechny takto vzniklé trojúhelníky, které „směřují vzhůru". Tímto způsobem pokračuj, dokud nebudou trojúhelníky již příliš malé na vkreslení dalších.



Bude-li každý žák vycházet z trojúhelníku stejných rozměrů, můžeme po vystřižení sestavit z takto vzniklých menších jeden velký společný Sierpińského trojúhelník.

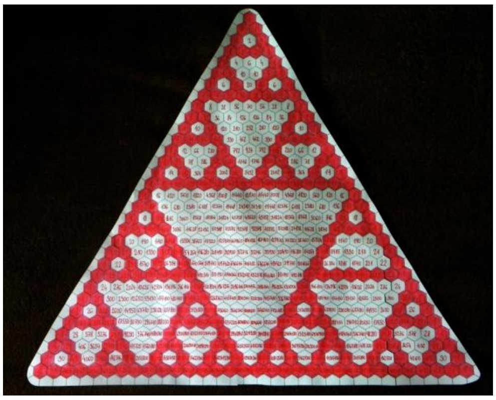
5.13.3 Pascalův trojúhelník

Pascalův trojúhelník, navzdory svému názvu, není objevem matematika B. Pascala. Pojmenován byl na jeho počest, nicméně první zmínky o podobném uspořádání čísel pocházejí již z 6. století (matematik a astronom Varahamhira - Indie). Později – v 10. století – se Pascalův trojúhelník objevuje v Persii (matematik Al-Karadži), v 11. století v Číně a v Evropě je již v 16. století prezentován v německé knize o aritmetice. (Willers, 2012)

Pascalův trojúhelník vytvoříme poměrně snadno. Každé nové číslo je součtem dvou čísel bezprostředně nad ním. Ramena trojúhelníku tvoří číslo 1, to z toho důvodu, že pokud je bezprostředně nad novým číslem pouze jediný člen, představíme si na místě druhého sčítance nulu.

V Pascalově trojúhelníku se ukrývají mnohé vzory a zajímavé posloupnosti. Jejich objevování může být velice poutavé, ne všechny možnosti, které nám tento útvar nabízí, jsou však využitelné na prvním stupni základních škol. Pro účely této práce jsem tedy vybral pouze některé.

5.13.3.1 Sierpińského trojúhelník



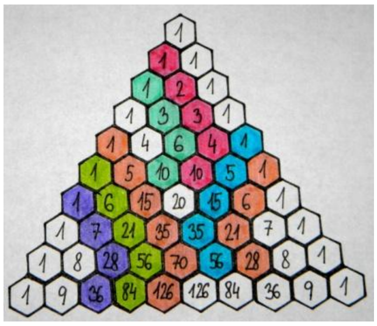
V návaznosti na předešlou úlohu – samotný Sierpińského trojúhelník – můžeme zařadit následující vzor.

Zadání: V Pascalově trojúhelníku vybarvi jednou barvou všechna lichá čísla (políčka se sudými čísly ponech prázdná). Podívej se na barevný vzor, který jsi vytvořil. Připomíná ti něco, co už znáš?

5.13.3.2 další vzory v Pascalově trojúhelníku

Budeme-li v Pascalově trojúhelníku vybarvovat čísla podle jiných kritérií, dostaneme samozřejmě různé vzory. Můžeme se soustředit například na násobky pěti. Další zajímavý vzor vznikne vybarvením násobků 4 a 6, násobků 3 nebo třeba i násobků 10. Možností kritérií i jejich kombinací je samozřejmě více a záleží pouze na žácích, zda je nadchne jejich objevování a porovnávání.

5.13.3.3 „hokejky“



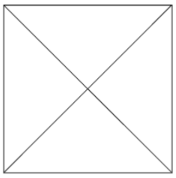
Tvary „hokejek“ objevíme v Pascalově trojúhelníku, když sečteme od libovolné „jedničky“ diagonálně libovolný počet čísel. Výsledek tohoto součtu objevíme o řádek níže vpravo nebo vlevo, vždy v opačném směru, než ve kterém postupujeme při sčítání.

5.14 Logické a strategické hry a hlavolamy

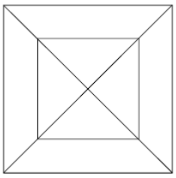
Hlavolamy a nejrůznější logické hry podstatně přispívají k rozvoji žáka. Příznivě ovlivňují schopnost vhledu dítěte na určitý problém, uplatňování logického myšlení nejen v matematických otázkách, porozumění složitějším úkolům díky jejich hlubšímu pochopení nebo třeba schopnost odhadu a rozpoznávání chyby. Takovýto typ úloh je nejen významným prostředkem rozvoje logického myšlení a schopnosti řešit problémové úlohy, ale nese v sobě také silný motivační náboj.

Do této kapitoly jsem zařadil hry a hlavolamy motivačního charakteru. Ne všechny tyto hry by se daly primárně zařadit do kategorie „grafické“, nicméně při řešení těchto úloh žáci (a nejen žáci) často využívají právě grafického postupu při metodě „pokus-omyl“. Kromě tradičnějších hlavolamů zde najdeme úlohy charakteru hádanek zaměřených na žákovu schopnost kombinace prvků a logického myšlení, ale také hry vyžadující tvorbu určité strategie.

5.14.1 kolik trojúhelníků, kolik čtverců

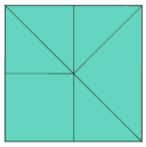


Zadání: Pokus se najít a spočítat všechny trojúhelníky a čtverce, které obrazec obsahuje.



Tento typ cvičení je využíván poměrně často. Můžeme narazit na různé vzory a všemožně kombinované obrazce. Na prvním stupni základních škol jsou takovéto úlohy dětmi řešeny zpravidla systematickým počítáním jednotlivých tvarů. Pro zajímavost ale můžeme žákům u jednoduchého typu této úlohy ukázat, že se lze ke správnému výsledku dopracovat rychlejší početní cestou (viz příloha).

5.14.2 skládankové hlavolamy



Principem těchto hlavolamů je složit z daných dílků určený tvar (zpravidla jím bývá čtverec). Několik různých variant takonýchto „skádanek“ uvádím v příloze.

5.14.3 tangram

Tangram je dnes již tradiční hlavolam pocházející z Číny. Skládá se ze sedmi dílků – pěti pravoúhlých trojúhelníků, jednoho čtverce a jednoho kosodélníku. Pravidla skládání tohoto hlavolamu jsou jednoduchá. Pro složení daného obrazce musíme využít všech sedmi dílků skládanky, a to tak, aby se žádné z těchto dílků vzájemně nepřekrývaly.

Existuje nepřeberné množství nejrůznějších obrazců, které lze z dílků tangramu složit – od obrazců představujících člověka, přes rozličná zvířata až po například dopravní prostředky.

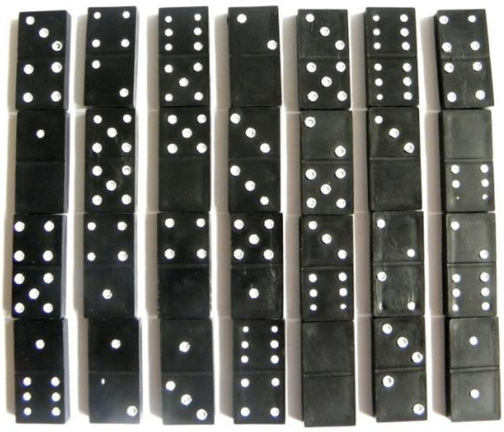
Tato hra je rychlá, snadno aplikovatelná v hodinách jakéhokoliv předmětu jako oddechová činnost. V hodinách matematiky lze tangram využít také k procvičování výpočtu obvodů nepravidelných tvarů (zadáme-li potřebné rozměry složeného tangramu).

5.14.4 domino

Domino je klasická hra obsahující v základní podobě 28 obdélníkových hracích kamenů. Každý z nich je rozdělen na 2 čtverce. Ty obsahují určitý počet teček zobrazených jako na hrací kostce (1 až 6). Oproti hrací kostce však v dominu existuje i prázdný čtverec symbolizující nulu. Hra domino má určitá pravidla, nicméně její kameny lze využít i jiným způsobem. Následujících pět úloh představuje možnosti netradičnějšího využití této známé hry.

5.14.4.1 domino obdélník (dle Dudeney, 1967, s. 197-198)

Pro účely prvního stupně základní školy jsem tuto hru malinko zjednodušil. Cílem hlavolamu je poskládat všechny dílky domina (28) do sedmi sloupečků a čtyř řad tak, aby byl součet všech teček v daném sloupečku právě 24 **nebo** součet všech teček v každém řádku 21.

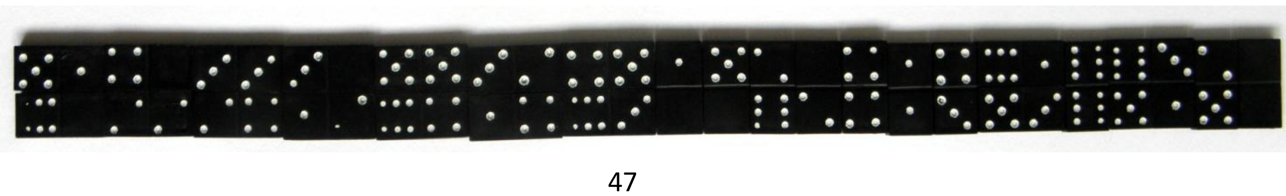


Pokud se někomu zdají tyto varianty příliš snadné, můžete se pokusit o obdélník o stejném počtu řad i sloupečků, ovšem s tím rozdílem, že cílem bude získat jak v každém sloupečku součet 24, tak zároveň v každém řádku 21.

(pozn.: Dílky domina stavíme „na výšku“. V rámci řad pak tedy počítáme jeden dílek domina jako dva sloupečky.)

5.14.4.2 domino sloupec (dle Dudeney, 1967, s. 198)

Tento hlavolam je založen na podobném sčítacím principu jako domino obdélník. Rozdíl spočívá v tom, že tentokrát se dílky domina rovnají do dlouhého sloupce pod sebe, přesněji řečeno do dvou sloupečků v jednom, neboť opět počítáme každou stranu domina zvlášť. Cílem je srovnat tento sloupec tak, aby pravá i levá strana dosahovaly v součtu teček stejného výsledku. *(pozn.: Z důvodu využití prostoru ponechám obrázek v řádku, nikoli sloupečku.)*

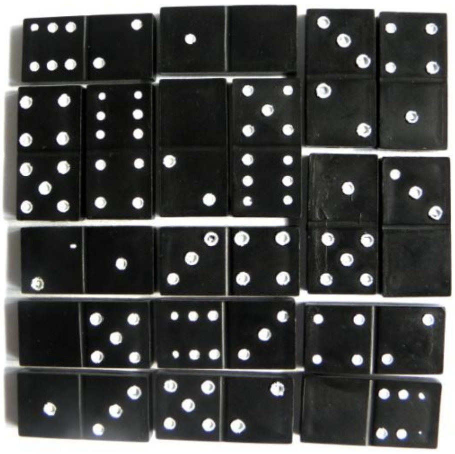


5.14.4.3 domino násobení (dle Dudeney, 1967, s. 197)

Tuto úlohu jsem opět pro cílovou věkovou skupinu poněkud zjednodušil. Pokud ale budou ve vyšších ročnících prvního stupně nadaní a bystří žáci, mohou vyzkoušet tento hlavolam v plném rozsahu.

Nejprve tedy popíši náročnější verzi. Princip hlavolamu vychází z písemného násobení. Cílem je složit do podoby příkladu písemného násobení čtyři díly domina. Každá polovina domina reprezentuje počtem teček příslušnou cifru. První řádek obsahuje trojciferné číslo (tři poloviny domina), druhý řádek pouze jednu cifru a poslední řádek, tedy výsledek, bude čtyřciferný. Všech 28 dílků domina lze takto sestavit do sedmi příkladů. Věřím, že i studenti středních a vysokých škol by s tímto hlavolamem měli určité problémy, proto pro účely prvního stupně navrhuji následující zjednodušení.

Po vysvětlení principu hlavolamu, případně názorné ukázce, bude žákům předloženo zadání všech sedmi příkladů. Z domina si tedy dle zadání sestaví příklady a z každé sady zbude čtrnáct kamenů, ze kterých následně sestaví správné výsledky k příslušným příkladům.



5.14.4.4 domino čtverec (dle Dudeney, 1967, s. 192)

Tento hlavolam není, na rozdíl od předešlých domino hlavolamů, založen na počítání, nýbrž na schopnosti kombinovat. Nebudeme tentokrát využívat celou sadu kamenů, ale pouze osmnáct z nich. Můžeme ještě před začátkem řešení vybrat libovolných osmnáct kamenů (vyjma párových kamenů, tedy 0-0, 1-1 atd.) a dále už pracovat jen s nimi, nebo můžeme začít pracovat s celou sadou a některé pouze nevyužijeme. Cílem hry je sestavit z osmnácti libovolně poskládaných kamenů čtverec, kde bude v každé řadě i v každém sloupci dané číslo pouze jedenkrát.

5.14.4.5 domino sčítací hra 37 (dle Dudeney, 1967, s. 186)

Následující hra je vhodná pro dva nebo více hráčů. Tentokrát není využití domina podmínkou. Stejně tak dobře můžeme použít například hrací kostky, nebo prostě jenom na papír napsat daná čísla (nebo nakreslit příslušný počet teček). Ať už využijeme cokoli, připravíme si na stůl pět kamenů (kostek, políček), z nichž každé bude obsahovat jedno číslo od jedné do pěti (v případě domina volíme kameny s kombinací 0-1, 0-2, 0-3 atd.). Dále si připravíme minci, figurku, kuličku ze zmačkaného papíru, nebo prostě cokoli malého, co můžeme umístit na vybrané pole s číslem. První hráč umístí na vybrané políčko minci a vysloví hodnotu daného pole (např. 2). Druhý hráč minci přemístí na libovolné **volné** pole a řekne příklad, kde sečte hodnotu předešlého pole s hodnotou pole jím vybraného (např. 2 plus 5 je 7). V dalším kole pak první hráč ve sčítání pokračuje. Vybere si například pole s hodnotou 1. Jeho příklad tedy bude 7 plus 1 je 8. Takto se hráči střídají, dokud nedosáhnou výsledku 37. Vítězem se stává hráč, který se ve svém posledním součtu trefí přesně do výsledku 37, případně pokud donutí svého spoluhráče k překročení této hranice (Tato situace může nastat, pokud máme například součet 36 a mince již ježí na poli s hodnotou 1. Hráč, který je na řadě, je nucen hranici 37 překročit, neboť minci musí přemístit na volné pole, tzn. s hodnotou větší než 1).

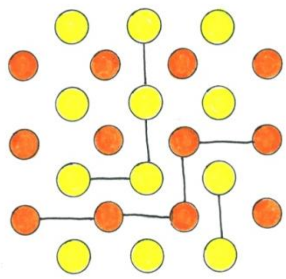
5.14.5 hry pro více hráčů

5.14.5.1 kruh mincí (dle Gardner, 1961, s. 55-56)

Pro tuto hru opět můžeme využít deset jakýchkoli malých předmětů (mince, hrací kostky, figurky, matičky ad.). Z předmětů, řekněme třeba právě z mincí, sestavíme kruh. Hráči se střídají v odebírání mincí. V každém tahu může každý hráč vzít buď jednu (libovolnou) nebo dvě mince. Pokud hráč bere dvě mince, musí být tyto vždy vedle sebe (bez volného místa po již sebrané minci mezi těmito). Vítězí hráč, který sebere poslední minci.

(pozn.: Pokud chceme hru trochu obměnit, využijeme jiný počet předmětů než právě deset. V této hře lze vybudovat strategii, kde při správně provedených tazích dokáže zkušený druhý hráč proti nezkušenému vždy vyhrát.)

5.14.5.2 „spojovačka“ (dle Gardner, 1961, s. 59-62)



Následující hra je dílem profesora matematiky na Brownově univerzitě Davida Galea a nese oficiální název *Bridg-It.* Hrací pole této hry obsahuje tečky dvou barev. Tečky jedné barvy tvoří obdélník 3x4 tečky od shora hrací plochy dolů. Tečky druhé barvy prolínají první obdélník a tvoří obdélník vlastní, ovšem zleva doprava. Hru hrají dva hráči, každý se snaží propojit tečky vlastní barvy skrz hrací pole z jedné strany svého obdélníku na stranu protilehlou. V každém tahu propojí vždy dvě tečky vlastní barvy. Takto vzniklá cesta nesmí protínat již vzniklou linii protihráčovu, což umožňuje blokovat cestu soupeře. Vítězí ten hráč, který jako první propojí protilehlé strany hrací plochy.

(pozn.: Velikost hrací plochy lze samozřejmě měnit. Popsaná hrací plocha 3x4 tečky je pouze ukázkou. Využít můžeme i obdélníky o velikosti 4x5, 5x6 atd.)

5.14.5.3 piškvorky a tic tac toe

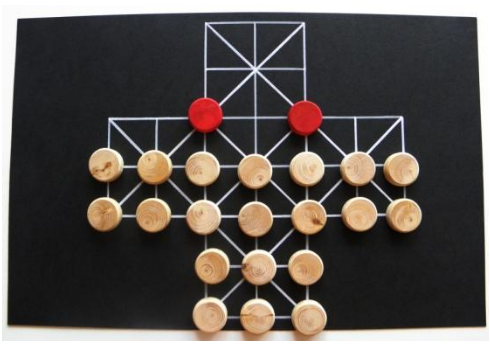
Tic tac toe se běžně překládá jako piškvorky. Ovšem rozdíl mezi tic tac toe a tím, co známe jako piškvorky v našich poměrech je poměrně podstatný. Obě hry jsou založeny na podobném principu, ovšem tic tac toe je hra prostorem, nutností soustředit se i počtem možných tahů poněkud omezena.

Klasické piškvorky se hrají na čtverečkovaném papíru, kde mezi sebou soupeří dva hráči. Tahy jednoho reprezentují křížky, taky druhého kolečka. Hráči se snaží tyto symboly umisťovat do hrací plochy tak, aby získali pět bezprostředně sousedících vlastních znaků (vodorovně, svisle nebo diagonálně) a zároveň zabránit soupeři učinit totéž. Vítězí hráč, který takovýto řetěz znaků získá jako první. Pokud oba hráči hrají soustředěně a jsou jejich schopnosti vyrovnané, může se jedna partie takovéto hry časově poněkud protáhnout. Takováto hra vyžaduje veliké soustředění a pozorovací a taktické schopnosti.

Hra tic tac toe je, jak jsem již naznačil, poněkud skromnějšího rozsahu. Tradičně se hraje na mřížce 3x3 čtverce, tedy pouhých devět polí. Počet hráčů i používané symboly jsou totožné s piškvorkami. Cílem v této hře je získat bezprostředně sousedící tři pole vlastních znaků. Kvůli omezenému počtu tahů však tato hra může skončit remízou, pokud oba hráči hrají rozumě. Pokud má však zkušenější hráč vybudovanou strategii, není pro něj problém zajistit si vítězství.

(pozn.: Obě varianty této hry, tedy tic tac toe i piškvorky nejsou omezeny pouze hrou na papír. V současné době je lze hrát i na počítačích a to jak proti „živému“ hráči, tedy člověku, tak i bez potřeby živého protihráče proti programu.)

5.14.5.4 ovčinec



Ovčinec je stará hra vyžadující neustálou koncentraci a jistou strategii. Pokud ovce hrají správně, dokážou bez větších problémů pokaždé zvítězit. Cílem hry je přemístit „ovce“ z jedné strany hrací plochy na protilehlou tak, aby nebyly „sežrány vlkem“. Pohyb figurek je možný pouze o jedno pole po vyznačených čarách, přičemž vlci (2) se smí pohybovat libovolným směrem, avšak ovce (20) se smí pohybovat pouze dopředu nebo stranou. Pokud vlk stojí vedle ovce tak, že by jí mohl po přímé linii přeskočit, musí tak učinit. Ovci tímto pohybem „sežere“ a vyřadí z další hry, pokud takový tah ignoruje, má hráč, který hraje za ovce právo (za předpokladu, že si toho po vlkově chybném kroku ihned všimne – zpětně nelze toto pravidlo uplatnit) daného vlka vyřadit ze hry. Vlci vítězí, pokud vyřadí ze hry více než sedm ovcí. Ovce vítězí, pokud se dostanou na protější stranu hracího pole alespoň v počtu 13 kusů (to znamená, že zaplní protější „výklenek“ a celou první řadu).

5.14.6 kombinační úlohy

5.14.6.1 panna nebo orel (dle Gardner, 1961, s. 67-68)

Při běžném házení mincí, které nám má pomoci se o něčem rozhodnout, mají obě strany mince stejnou šanci padnout. Na tom nic složitého není. Jako motivační úlohu můžeme však žákům předložit následující situaci.

P-P-P
P-P-O
P-O-P
P-O-O
O-P-P
O-P-O
O-O-P
O-O-O

Baví se dva přátelé Kuba s Pepou. Pepa navrhuje Kubovi následující sázku. „Hodím tři mince. Pokud na všech třech padne panna, dám já tobě deset korun, pokud na všech třech padne orel, dám také já tobě deset korun. Pokud padne jiná kombinace, dáš ty mně pětikorunu.“ Pomoz Kubovi rozhodnout se, zda je pro něj výhodné Pepovu nabídku přijmout.

Na obrázku vpravo vidíme kombinace, které můžou při hodu třemi mincemi padnout. Můžeme vidět, že pouze ve dvou případech by Pepa platil Kubovi. V šesti dalších případech však bude Kuba platit Pepovi. Přestože nabízí Pepa, že sám zaplatí Kubovi víc, přijmout takovou hru by nemuselo být pro Kubu výhodné.

5.14.6.2 dva domorodci (dle Gardner, 1961, s. 92-93)

Na Jednom zapomenutém ostrově žily dva kmeny domorodců. Lišili se od sebe dvěma způsoby. Zaprvé: členové jednoho z kmenů byli velmi vysocí, zatímco členové toho druhého kmene byli velmi malí. Zadruhé: členové jednoho z kmenů mluvili vždy pravdu, zatímco příslušníci druhého kmene říkaly vždy pouze lež. Jednoho dne zavítal na ostrov jakýsi cestovatel a zanedlouho narazil na jeho dva domorodé obyvatele. Jeden byl velmi vysoký, ten druhý velice malý. Cestovatel moc dobře věděl, jakým způsobem se od sebe obyvatelé ostrova liší. Věděl, že zde žijí dva naprosto odlišné kmeny. Najednou si ale nemohl vzpomenout, zda pravdu mluví ti vysocí nebo ti malí. A tak se obrátil na vysokého domorodce s jednoduchou otázkou: „Ty jsi ten, co říká pravdu?“ „Oopf!“ odvětil vysoký domorodec ve svém mateřském jazyce, neboť jiný jazyk neovládal. Cestovateli bylo jasné, že řekl buďto „ano“ nebo „ne“. Zeptal se proto malého domorodce, co jeho vysoký přítel řekl. „Řekl, že ano,“ odpověděl ten malý „ale je to velký lhář.“ Cestovatel z jejich odpovědí zrovna dvakrát moudrý nebyl. Jste bystřejší než náš cestovatel? Víte už, který z obou domorodců patří do kmene lhářů a který do kmene mluvícího pravdu?

(řešení: Na otázku, zda mluví pravdu, odpověděl vysoký domorodec „Oopf!“. Pokud vysoký patří do kmene pravdomluvných oopf by znamenalo ano. Pokud patří do kmene lhářů, musela by jeho odpověď být také ano. Když malý tlumočil, co vysoký odpověděl, řekl, že oopf znamená ano. Z toho vyplývá, že malý řekl pravdu. Malí domorodci na tomto ostrově tedy mluví pravdu, zatímco vysocí lžou.)

5.14.6.3 tři kravaťáci (dle Gardner, 1961, s. 98)

Pan Černý, pan Zelenka a pan Fiala jsou staří přátelé. Jelikož pracují nedaleko od sebe, často spolu chodí na obědy do nedaleké restaurace. Jednoho dne, když se opět sešli u oběda, poznamenal ten se zelenou kravatou: „Pánové, všimli jste si, že máme dnes na sobě kravaty, které mají barvy jako naše jména, i když tedy žádnému z nás neladí jeho kravata s vlastním jménem.“ „No jo, máš pravdu!“ zareagoval na toto prohlášení pan Fiala. Věděli byste, který z pánů má na sobě jakou kravatu?

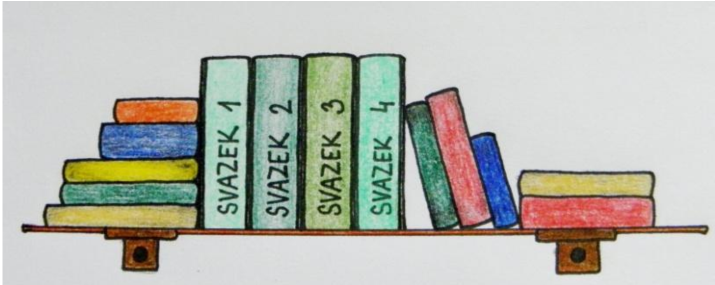
(řešení: Ten, kdo si všiml barevnosti kravat, byl muž se zelenou kravatou. Na jeho prohlášení překvapeně reagoval pan Fiala, který tudíž namohl mít na sobě zelenou kravatu, ale ani fialovou, neboť ta by odpovídala jeho jménu. Pro pana Fialu nám tedy zbývá pouze kravata černá. Pan Zelenka nemůže být mužem se zelenou kravatou, tudíž musí mít kravatu fialovou. Na pana Černého nám v tom případě zbývá pouze jediná možnost, a to kravata zelená.)

5.14.6.4 ponožky (dle Gardner, 1961, s. 3)

Představte si, že máme bednu s deseti červenými a deseti modrými ponožkami, pěkně ze sušičky, ale ještě neroztříděné. Je brzy ráno, absolutní tma a k tomu všemu nám praskla žárovka v pokoji. Musíte se obléknout po tmě. Pokud nechcete, aby vám celý den všichni s opovržením pokukovali po různobarevných ponožkách, jaký je nejmenší možný počet ponožek, které musíte z bedny vzít, abyste je později mohli někde na světle spárovat?

(řešení: Stačí si dvě obout a třetí vzít do kapsy. Pokud jste se netrefili potmě napoprvé do páru, nevadí. Třetí ponožka zajistí, že se budete později moci přezout do dvou stejně barevných. Proč stačí pouze tři ponožky? První, kterou potmě vylovíte, bude, řekněme, červená. Druhá pak, při vší smůle, určitě modrá. Zašátráte-li v bedně potřetí, určitě vylovíte buď červenou, nebo modrou. Ať už tak či tak, jeden stejnobarevný pár si s sebou určitě ponesete.)

5.14.7 „Knihomol“ (dle Gardner, 1961, s. 103)



Na obrázku vidíme polici s knihami. Samé skvělé čtení, a tak se do nich s chutí pustil i červík Knihomol. Prohlodávat cestu si začal na první straně svazku 1 a přímou cestou se dohlodal až na poslední stranu svazku 4. Jak dlouhou cestu červ Knihomol urazil, když víme, že každý z těchto čtyř velkých svazků je od první do poslední strany silný přesně 10 cm a tloušťka jedněch desek (přebalu) je 0,5 cm?

(řešení: Červ Knihomol urazil přesně 23 cm. Celkem se prohlodal předními deskami svazku 1, zadními deskami svazku 2, celým svazkem 2, předními deskami svazku 2, zadními deskami svazku 3, celým svazkem 3, předními deskami svazku 3 a zadními deskami svazku 4, kde následně skončil na jeho poslední straně.)

5.14.8 Zápalkové hlavolamy

Nejrůznější hlavolamy se zápalkami jsou oblíbenou zábavou, které je věnována řada publikací. Pomocí zápalkových hlavolamů můžeme vnést do hodin matematiky něco nového a zábavného, aktivitu, která však zároveň podporuje prostorovou představivost žáka, jeho schopnost kombinovat a představovat si nejrůznější obrazce.

Hlavolamů se zápalkami existuje nepřeberné množství. V příloze uvádím ty, které jsem již do hodin matematiky v průběhu praxí zařadil a to jako samostatnou práci nebo v rámci skupin. Vždy s pozitivním ohlasem.

(pozn.: Pokud ponecháme pro tyto aktivity zápalky v originálním balení, důrazně doporučuji oblepit krabičku čirou izolepou, čímž se znemožní škrtání zápalek, ale vizuální efekt zůstává stejný.)

6 Výzkumné šetření

6.1 Úvod a cíle výzkumného šetření

Matematika je již tradičně považována za jeden z nejméně oblíbených předmětů napříč všemi stupni vzdělávání. Tato práce je soustředěna na žáky prvního stupně základních škol, a to jak ve své teoretické, tak i v praktické části. Cílem výzkumného šetření je tedy zjistit skutečný názor žáků (v našem případě žáků 5. ročníku) základní školy na matematiku. Soustředím se především na dvě oblasti:

a) propojení matematiky s jinými odvětvími lidské činnosti (s ohledem na téma práce především výtvarného umění a stavitelství)

b) vztah žáků k matematice

Na základě těchto okruhů jsem určil následující výzkumné otázky:

a) Mají žáci 1. stupně ZŠ raději geometrickou nebo aritmetickou část učiva?

b) Dokážou si žáci 1. stupně ZŠ uvědomit vztah mezi uměním a matematikou?

c) Dokážou si žáci 1. stupně ZŠ uvědomit nutnost jistého matematického vzdělání v různých oborech lidské činnosti?

d) Uvědomují si žáci 1. stupně ZŠ, že i oni sami využívají matematiku i mimo prostředí školy?

e) Je skutečně matematika (na 1. stupni ZŠ) jedním z nejméně oblíbených předmětů?

6.2 Stanovení hypotéz

Na základě výše zmíněných výzkumných otázek jsem definoval následující věcné hypotézy.

H_1: Geometrická část učiva matematiky je u žáků 5. ročníku ZŠ více oblíbená než část aritmetická.

H_2: Žáci 5. ročníku ZŠ si uvědomují možné spojení mezi výtvarným uměním a matematikou.

H_3: Žáci 5. ročníku ZŠ si uvědomují potřebu využívání matematiky ve vybraných oborech lidské činnosti.

6.3 Nástroje výzkumného šetření

Ke sběru dat pro získání odpovědí na vytčené výzkumné otázky a následné ověření stanovených hypotéz jsem zvolil kvantitativní metodu, konkrétně dotazník. Nestandardizovaný dotazník, který jsem k tomuto účelu sestavil, obsahuje 10 položek. Z toho je 8 položek uzavřených a 2 položky polouzavřené (celý dotazník viz přílohy).

6.3.1 Sběr dat a výzkumný vzorek

Sběr dat formou tohoto dotazníku proběhlo v dubnu 2016 na základní škole Hálkova v Humpolci a účastnilo se jej 73 žáků ze tří pátých tříd. Dva dotazníky byly kvůli chybné formě vyplnění z dalšího zpracování vyloučeny. Výsledný výzkumný vzorek tedy sestává ze 71 respondentů.

Dotazníky jsem v jednotlivých třídách zadával osobně, abych předešel případným nestejným podmínkám při jejich vyplňování, dále také kvůli podání přiměřených doplňujících informací k jednotlivým položkám dotazníku.

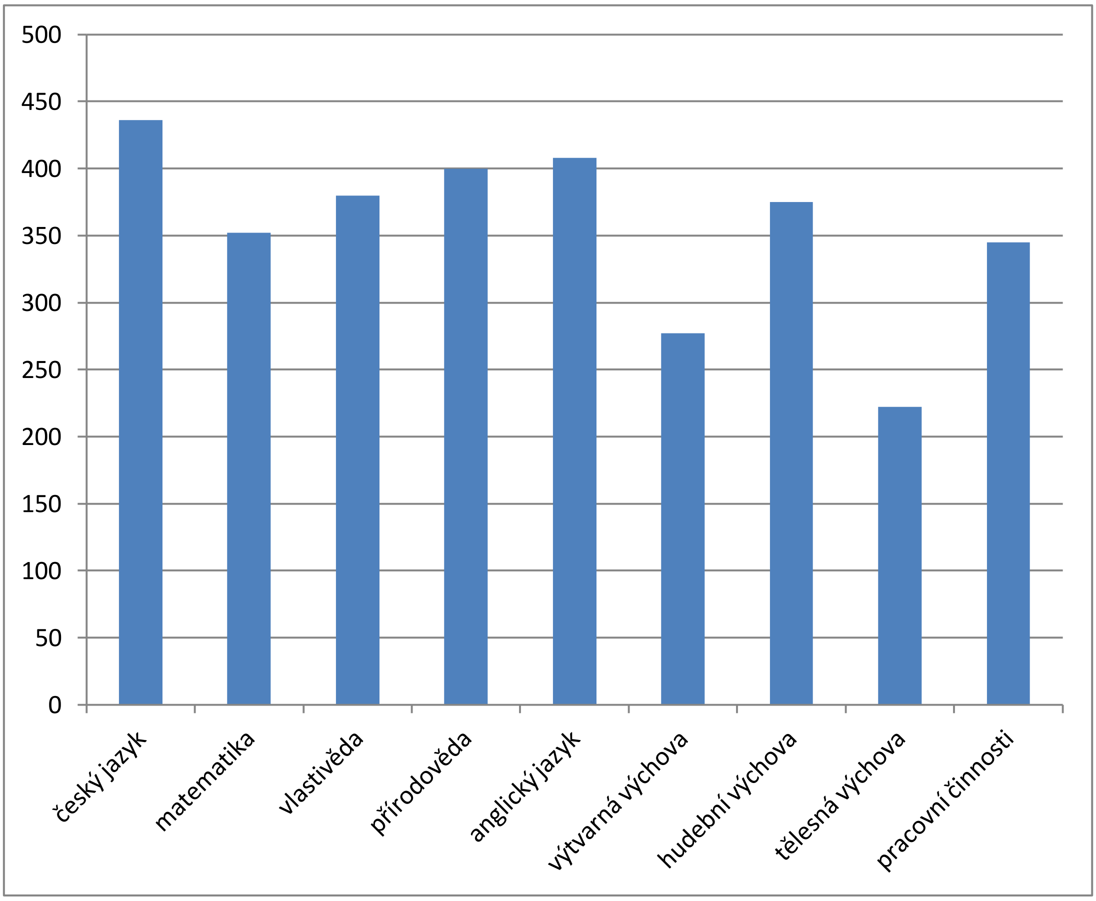
6.4 Analýza dotazníků

Položka č. 1

Které předměty máš nejraději? Přiřaď k předmětům čísla (1-9) dle oblíbenosti. 1 znamená nejoblíbenější, 9 nejméně oblíbené.

Tabulka 1

VYUČOVACÍ PŘEDMĚT	SOUČET PŘIDĚLENÝCH BODŮ	**VYUČOVACÍ PŘEDMĚT**	SOUČET PŘIDĚLENÝCH BODŮ
Český jazyk	436	Výtvarná výchova	277
Matematika	352	Hudební výchova	375
Vlastivěda	380	Tělesná výchova	222
Přírodověda	400	Pracovní činnosti	345
Angličtina	408		



Graf 1

Na tuto položku odpovědělo celkem 71 respondentů. Výsledků pro zhodnocení jsem docílil sečtením přiřazených bodů k danému předmětu. Celkem bylo tedy mezi 9 vyučovacích předmětů rozděleno 3195 bodů. Předmět s nejvyšším počtem přiřazených bodů je mezi žáky 5. ročníku ZŠ nejméně oblíben. Oproti tomu předmět s nejnižším skóre je předmětem nejoblíbenějším.

Z tabulky a grafu výše tedy vyplývá, že nejoblíbenějším předmětem žáků 5. ročníku ZŠ je tělesná výchova. Následuje výtvarná výchova, pracovní činnosti a poněkud překvapivě se již na čtvrtém místě z devíti objevuje matematika. Tím, že ji žáci zařadili mezi oblíbenější předměty, poněkud zpochybňují zažitý názor, že matematika patří mezi nejneoblíbenější předměty.

Položka č. 2

Který typ matematického cvičení máš nejraději?

a) příklady (sloupečky)

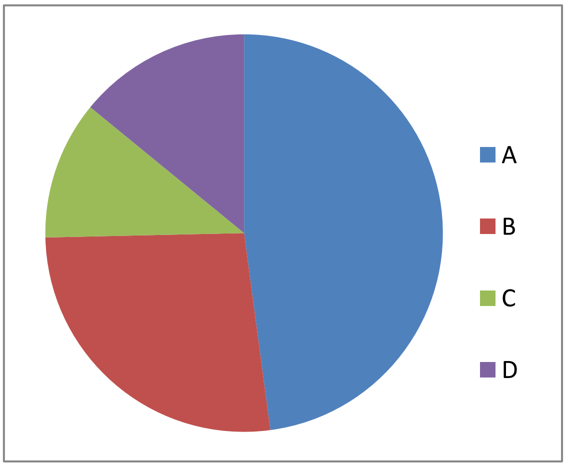
b) slovní úlohy

c) geometrie – rýsování

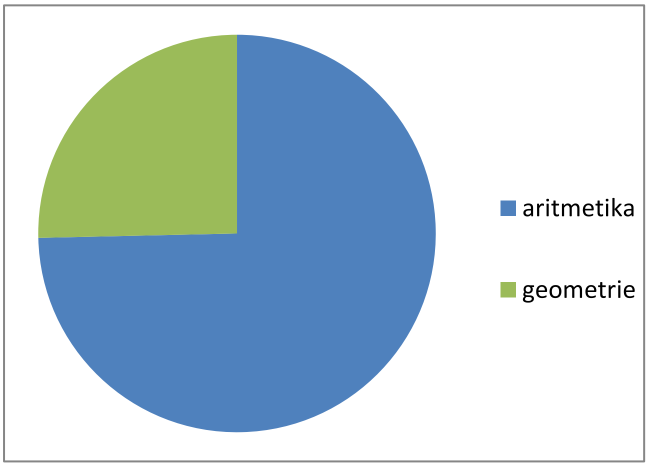
d) geometrie – jiné (grafické) úlohy

Tabulka 2

Možnosti výběru		Absolutní četnost	Relativní četnost v %	Absolutní četnost	Relativní četnost v %
aritmetika	A	34	47,89	53	74,65
	B	19	26,76		
geometrie	C	8	11,27	18	25,35
	D	10	14,08		
		Σ 71	Σ 100	Σ 71	Σ 100



Graf 2



Graf 3

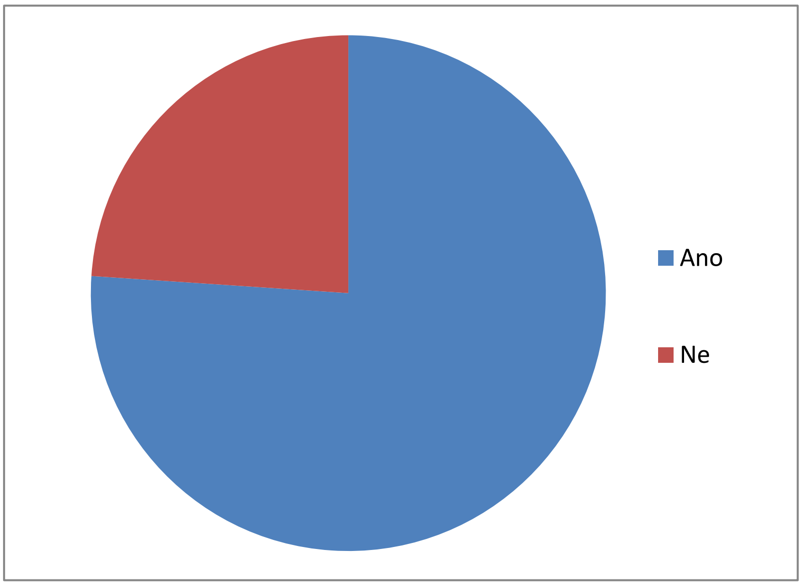
Tato položka zjišťovala, kterému typu matematického cvičení dávají žáci 5. ročníku ZŠ přednost. Z grafu 2 vyplývá, že téměř polovina respondentů upřednostňuje řešení klasických příkladů, tzv. sloupečků, a více než čtvrtina respondentů označila za oblíbený typ cvičení slovní úlohy. Graf 3 rozděluje 4 možnosti výběru odpovědí do dvou kategorií, tedy na aritmetiku a geometrii. Zde je patrné, že většina respondentů, téměř tři čtvrtiny, preferuje úlohy zaměřené na aritmetickou část učiva.

Položka č. 3

Využíváš matematiku i mimo školu? Pokud ano, napiš kdy a kde.

Tabulka 3

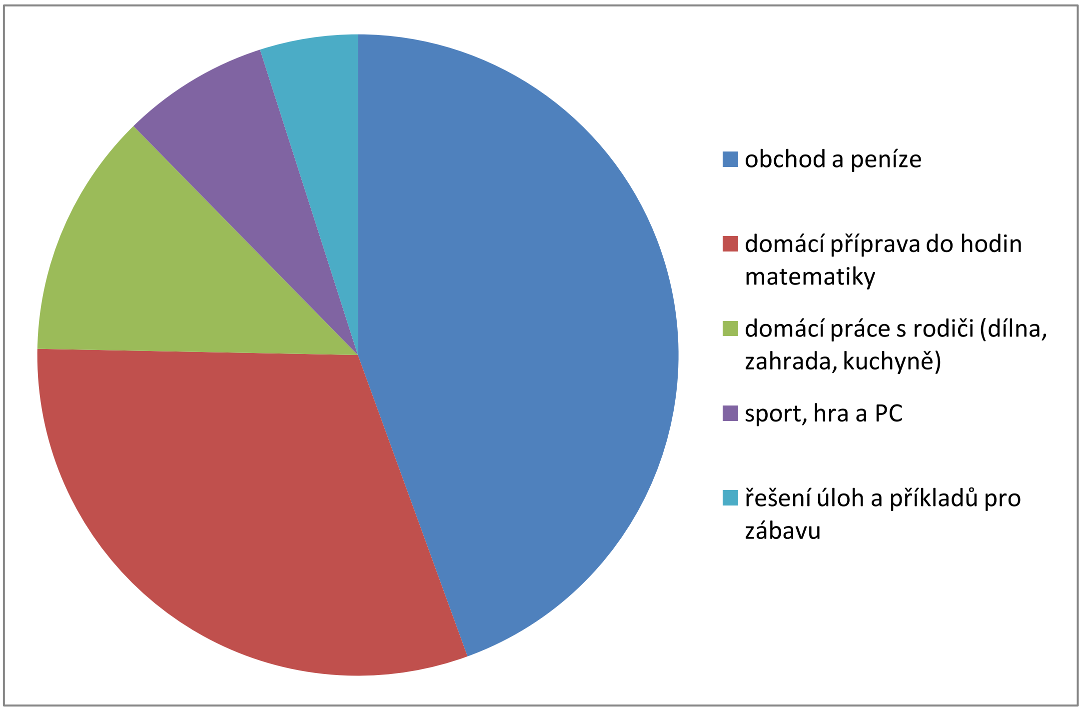
Možnosti výběru	Absolutní četnost	Relativní četnost v %
Ano	54	76,06
Ne	17	23,94
	Σ 71	Σ 100



Graf 4

Tabulka 4

Kategorie dodatečných odpovědí	Absolutní četnost
Obchod a peníze	36
Domácí příprava do hodin matematiky	25
Domácí práce s rodiči (dílna, zahrada, kuchyně)	10
Sport, hra a PC	6
Řešení úloh a příkladů pro zábavu	4



Graf 5

Cílem této položky dotazníku bylo zjistit, zda si žáci 5. ročníku ZŠ uvědomují, že i oni sami využívají poznatky z matematiky i mimo hodiny matematiky. Pokud ano, pak v jakých situacích.

Z grafu 4 vyplývá, že více než tři čtvrtiny respondentů využívají matematiku i mimo školu. Jejich následné doplňující odpovědi, ve kterých každý uvedl vždy alespoň jednu situaci, v níž matematiku využívá, jsem rozdělil do pěti kategorií. Kategorie s největší četností je obchod a peníze. Do této kategorie spadají odpovědi žáků typu: „Při nákupu.“ „V obchodě počítám, aby mě neošidili.“ „Přepočítávám si kapesné.“ ad. Tyto odpovědi tvoří více než třetinu doplňkových odpovědí. Žáci mají tedy zpravidla matematiku mimo vyučování spojenou právě s obchodem a penězi.

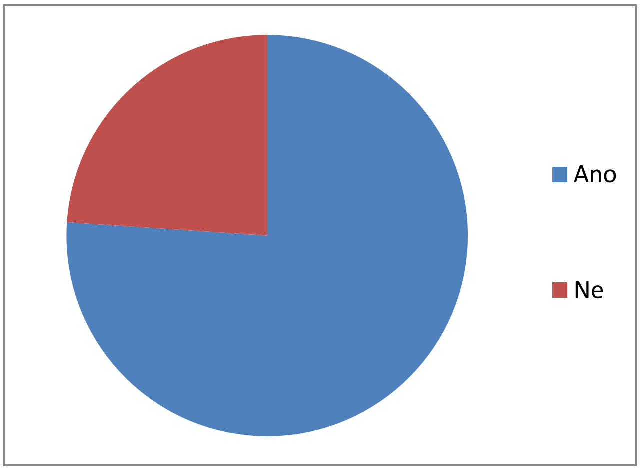
Téměř jedna třetina uvedených situací je však stále spjata se školní přípravou. Uvážíme-li tyto dvě nejpočetnější kategorie, pak můžeme dojít k závěru, že žáci 5. ročníku ZŠ vnímají matematiku převážně ve spojení se školou a obchodem.

Položka č. 4

Využívá matematiku automechanik?

Tabulka 5

	Absolutní četnost	Relativní četnost v %
Ano	54	76,06
Ne	17	23,94
	Σ 71	Σ 100



Graf 6

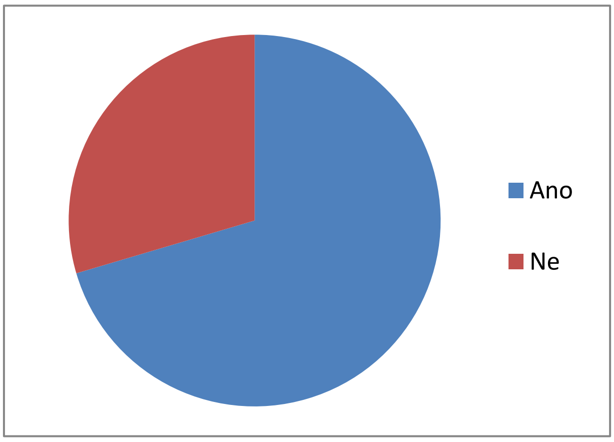
Otázky 4 až 7 jsou zaměřené na zjištění, zda si žáci 5. ročníku ZŠ uvědomují potřebu alespoň určitého matematického vzdělání ve vztahu k vybraným povoláním. Vycházel jsem z předpokladu, že se žáci často ptají: „A k čemu mi to bude?“ A že si tudíž matematiku s mnohými obory lidské činnosti vůbec nespojí. Zvolena proto byla 4 různorodá povolání, dvě vyžadující vysokoškolské vzdělání (architekt, lékař) a dvě vyučení se (automechanik, zedník).

Položka č. 5

Využívá matematiku lékař?

Tabulka 6

	Absolutní četnost	Relativní četnost v %
Ano	50	70,42
Ne	21	29,58
	Σ 71	Σ 100



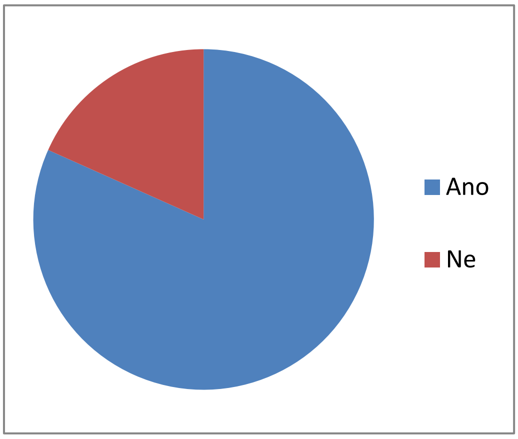
Graf 7

Položka č. 6

Využívá matematiku zedník?

Tabulka 7

	Absolutní četnost	Relativní četnost v %
Ano	58	81,69
Ne	13	18,31
	Σ 71	Σ 100



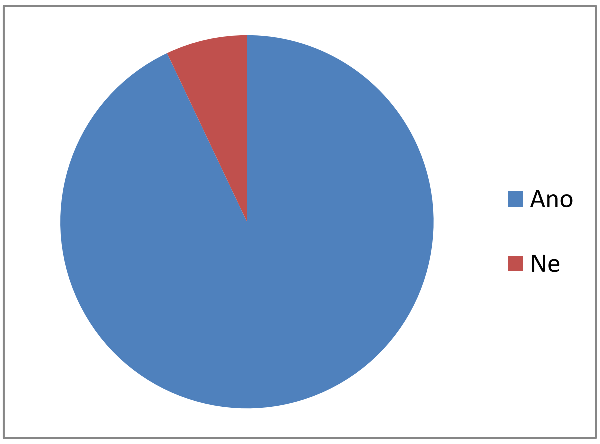
Graf 8

Položka č. 7

Využívá matematiku architekt?

Tabulka 8

	Absolutní četnost	Relativní četnost v %
Ano	66	92,96
Ne	5	7,04
	Σ 71	Σ 100



Graf 9

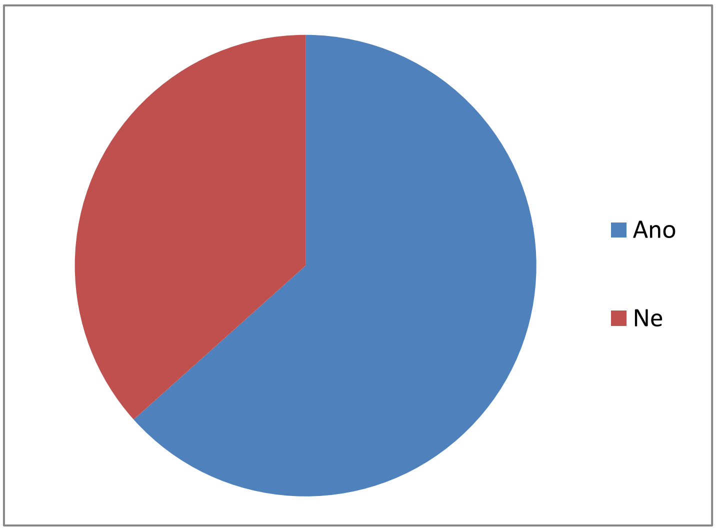
Z grafů 6 až 9 vyplývá, že si žáci 5. ročníku ZŠ skutečně uvědomují potřebu matematiky ve vybraných oborech lidské činnosti. Ve všech čtyřech případech bylo kladných odpovědí více než polovina. Nejpřesvědčivěji respondenti odpověděli u otázky č. 7, jak můžeme vidět v grafu 9. Více než 90 % tázaných žáků odpovědělo ano na otázku využití matematiky v práci architekta.

Položka č. 8

Může mít výtvarné umění něco společného s matematikou?

Tabulka 9

	Absolutní četnost	Relativní četnost v %
Ano	45	63,38
Ne	26	36,62
	Σ 71	Σ 100



Graf 10

O něco méně přesvědčivý výsledek (proti otázkám 4 až 7) získáme z grafu 10. Zde respondenti odpovídali na otázku spojení matematiky a výtvarného umění. Stále více než polovina tázaných žáků odpověděla kladně, tudíž určitou představu o možnosti prolínání těchto oborů mají.

Položka č. 9

Vyber z následujících možností tu, která ti nejvíce vyhovuje.

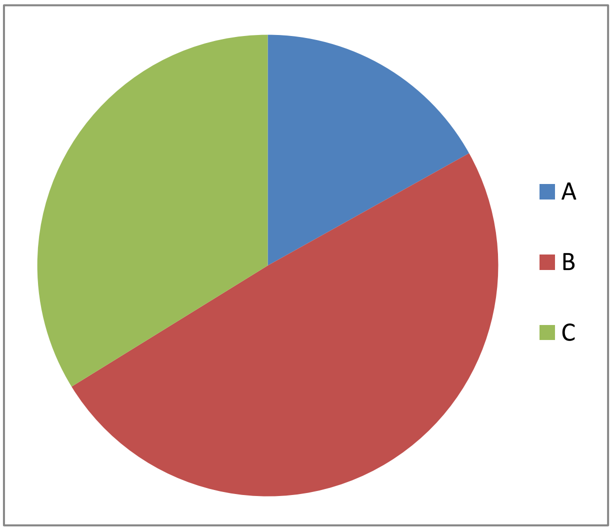
a) Matematika není zábava.

b) Matematika je zábava.

c) Matematika by mohla být zábava, kdyby ___________________________

Tabulka 10

	Absolutní četnost	Relativní četnost v %
A	12	16,9
B	35	49,3
C	24	33,8
	Σ 71	Σ 100



Graf 11

Z grafu 11 vyplývá, že navzdory zažitému faktu o neoblíbenosti matematiky, považuje téměř polovina respondentů matematiku za zábavu. Další podstatná část dotazovaných, celá jedna třetina, by si matematiku, coby zábavu, představit dokázala, kdyby se „něco“ změnilo.

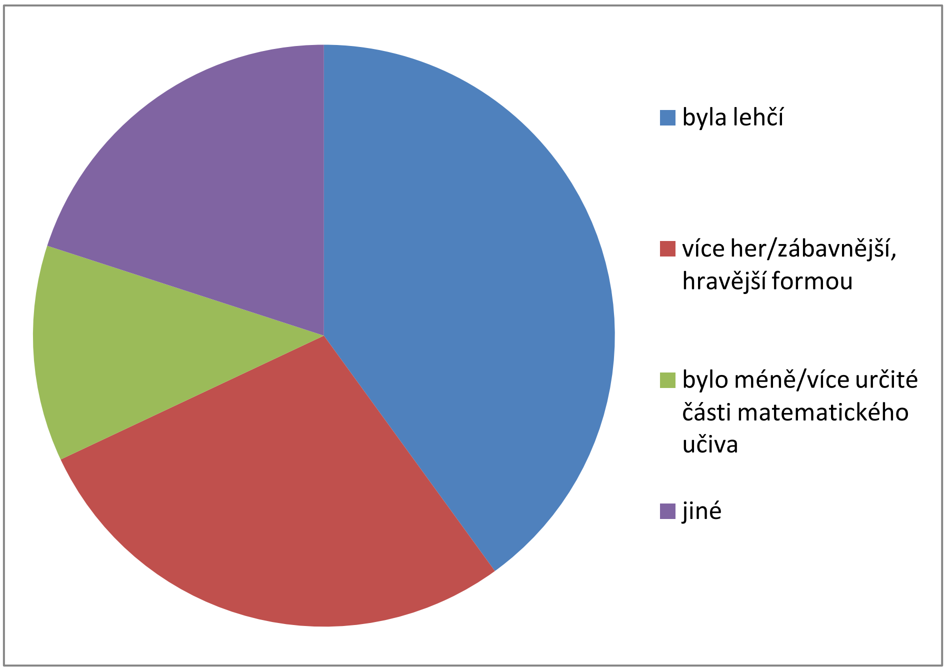
Kategorie dodatkových odpovědí při volbě možnosti „C“ a jejich četnosti představuje následující tabulka.

Tabulka 11

byla lehčí	10
více her/zábavnější, hravější formou	7
bylo méně/více určité části matematického učiva	3
jiné	5

Nejpočetnější kategorie nám jasně ukazuje, že respondenti považují matematiku obecně nebo některou její část (dle odpovědí zpravidla dělení) za velmi náročnou. Ve druhé kategorii se objevují odpovědi typu: „S námi hrála paní učitelka více her.“ „Kdybychom pořád jenom nepočítali.“ „Byly soutěže.“

Třetí kategorie (bylo méně/více určité části matematického učiva) zahrnuje odpovědi: „Bylo více geometrie.“, „Nebyla geometrie.“, „Jsme nerýsovali.“ Odpovědi spadající do kategorie „jiné“ pak nejsou zcela relevantní. Jsou to odpovědi typu: „Kdyby matematika nebyla.“, „Mohlo se spát.“ a podobné.



Graf 12

Položka č. 10

Matematiku se učím protože

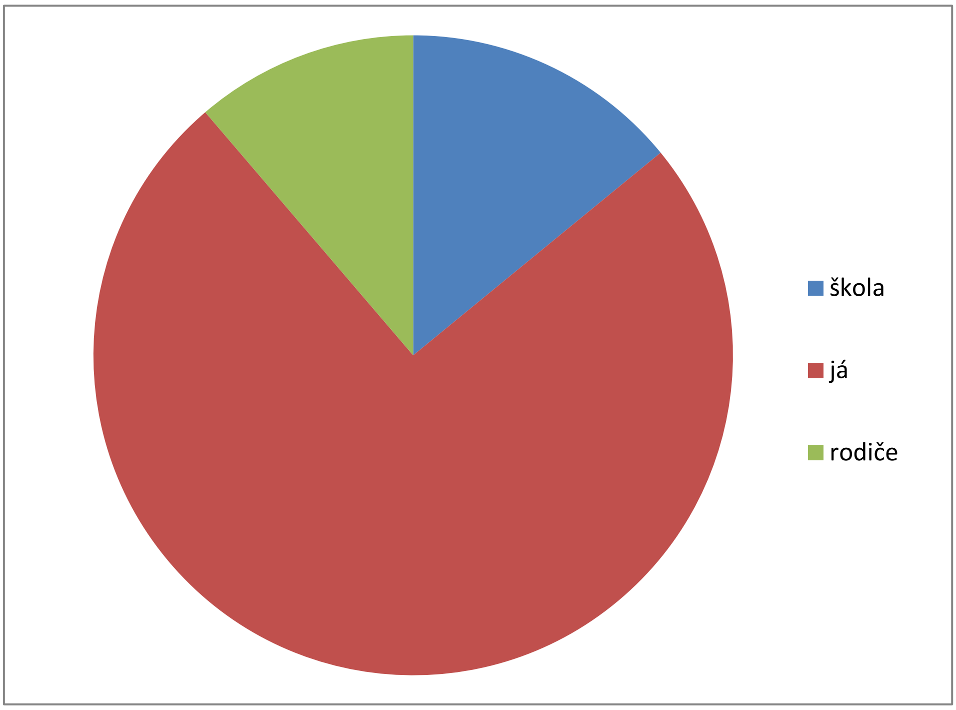
a) to po mě chtějí ve škole.

b) je potřeba a chci jí umět.

c) rodiče chtějí, abych se jí učil/a.

Tabulka 12

	Absolutní četnost	Relativní četnost v %
A	10	14,08
B	53	74,65
C	8	11,27
	Σ 71	Σ 100



Graf 13

Téměř tři čtvrtiny respondentů (viz graf 13) uvádí, že se matematiku učí kvůli sobě, z přesvědčení, že je matematika důležitá a chtějí jí umět. To je velice pozitivní zjištění, neboť právě vnitřní motivace je velice efektivní, přispívá k větší snaze žáků a usnadňuje schopnost učení se.

6.5 Ověření platnosti hypotéz

Za účelem statistického ověření platnosti hypotéz jsem na základě věcných hypotéz H_1, H_2, H_3 formuloval pro každou z nich hypotézy statistické – nulovou H_0 a alternativní H_A. Platnost těchto hypotéz ověřím za pomoci testu dobré shody chí-kvadrát, tedy testem, který určí, zda jsou četnosti u jednotlivých pozorovaných jevů statisticky relevantní, nebo jestli k rozdílu četností v jednotlivých kategoriích došlo na základě pouhé náhody s ohledem na složení vzorku respondentů.

O tom, zda při testu dobré shody chí-kvadrát přijmeme (nemůžeme odmítnout) nebo naopak odmítneme nulovou hypotézu, rozhoduje výsledek porovnání testového kritéria s kritickou hodnotou. Je-li testové kritérium menší než kritická hodnota, přijímáme (nemůžeme odmítnout) nulovou hypotézu. V tom případě je rozdíl mezi porovnávanými hodnotami pozorované četnosti statisticky nevýznamný. Pokud je testové kritérium větší nebo přinejmenším stejně velké jako kritická hodnota, pak nulovou hypotézu odmítáme. Výsledky pozorované četnosti jsou v tomto případě statisticky významné a lze z nich vyvodit patřičný závěr.

Testové kritérium vypočítáme pomocí vzorce:

$$\chi^2 = \Sigma \frac{(P-O)^2}{O}$$

Kde O je očekávaná četnost, tedy taková fiktivní četnost, která odpovídá nulové hypotéze, a P je pozorovaná četnost, tedy četnost odpovídající skutečnému stavu věci (četnost sběrem dat skutečně změřená).

Kritickou hodnotu pak stanovíme dle zvolené hladiny významnosti (v našem případě 0,05) a stupně volnosti, určeného v závislosti na počtu řádků (st. vol. = x – 1; x je počet řádků) v dané tabulce. (Chráska, 2007)

Ověření platnosti hypotézy H_1

H_1: Geometrická část učiva matematiky je u žáků 5. ročníku ZŠ více oblíbená než část aritmetická.

> **H_{01}**: Četnost žáků 5. ročníku ZŠ, pro které je geometrická část matematického učiva oblíbenější, než část aritmetická je stejná jako četnost žáků 5. ročníku ZŠ, pro které je oblíbenější aritmetická část matematického učiva.
>
> **H_{A1}**: Četnost žáků 5. ročníku ZŠ, pro které je geometrická část matematického učiva oblíbenější, než část aritmetická je jiná než četnost žáků 5. ročníku ZŠ, pro které je oblíbenější aritmetická část matematického učiva.

Tabulka 13

	Pozorovaná četnost (P)	Očekávaná četnost (O)	P - O	$(P – O)^2$	$(P – O)^2/ 2$
Aritmetika	53	35,5	17,5	306,25	8,627
Geometrie	18	35,5	-17,5	306,25	8,627
	Σ 71	Σ 71			**Σ 17,254**

Hodnota testového kritéria je: $\chi^2 = 17,254$

Kritická hodnota chí-kvadrát pro hladinu významnosti 0,05 a 1 stupeň volnosti je:

$$\chi^2_{0,05}(1) = 3,841$$

Hodnota testového kritéria $\chi^2 = 17,254$ je větší než kritická hodnota $\chi^2_{0,05}(1) = 3,841$, tudíž odmítáme nulovou hypotézu.

Po odmítnutí nulové hypotézy, která předpokládala srovnatelnou oblíbenost obou součástí matematického učiva na 1. stupni ZŠ, tedy geometrie a aritmetiky, se můžeme opět podívat na věcnou hypotézu H_1. Ta vycházela z předpokladu, že geometrie je u žáků 5. ročníku ZŠ oblíbenější. Na základě testu dobré shody chí-kvadrát víme, že rozdíl mezi oběma porovnávanými četnostmi je dostatečně statisticky významný. Podíváme-li se ale na rozložení hlasů „pro geometrii“ a „pro aritmetiku“ vidíme, že dotazovaní žáci mají mnohem raději aritmetickou část učiva. Základní věcná hypotéza „**H_1**: Geometrická část učiva matematiky je u žáků 5. ročníku ZŠ více oblíbená než část aritmetická.“ se tedy nepotvrdila.

Ověření platnosti hypotézy H_2

H_2: Žáci 5. ročníku ZŠ si uvědomují možné spojení mezi výtvarným uměním a matematikou.

> **H_{02}**: Četnost žáků 5. ročníku ZŠ, kteří si uvědomují možné spojení mezi výtvarným uměním a matematikou je stejný jako četnost žáků 5. ročníku ZŠ, kteří si toto spojení neuvědomují.
>
> **H_{A2}**: Četnost žáků 5. ročníku ZŠ, kteří si uvědomují možné spojení mezi výtvarným uměním a matematikou je vyšší než četnost žáků 5. ročníku ZŠ, kteří si toto spojení neuvědomují.

Tabulka 14

	Pozorovaná četnost (P)	Očekávaná četnost (O)	P - O	$(P – O)^2$	$(P – O)^2/ 2$
Ano	45	35,5	9,5	90,25	2,542
Ne	26	35,5	-9,5	90,25	2,542
	Σ 71	Σ 71			**Σ 5,084**

Hodnota testového kritéria je: $\chi^2 = 5,084$

Kritická hodnota chí-kvadrát pro hladinu významnosti 0,05 a 1 stupeň volnosti je:

$$\chi^2_{0,05}(1) = 3,841$$

Hodnota testového kritéria $\chi^2 = 5,084$ je větší než kritická hodnota $\chi^2_{0,05}(1) = 3,841$, tudíž odmítáme nulovou hypotézu.

Nulovou hypotézu jsme odmítli na základě výsledku testu dobré shody chí-kvadrát i v tomto případě. Opět se rozdíl mezi pozorovanými četnostmi ukázal být dostatečně významný. Vrátíme-li se k věcné hypotéze „**H_2**: Žáci 5. ročníku ZŠ si uvědomují možné spojení mezi výtvarným uměním a matematikou.“, můžeme říci, dle pozorovaných četností, že se tato potvrdila. Žáci 5. ročníku ZŠ si skutečně dokážou uvědomit spojení mezi těmito dvěma zdánlivě nesourodými obory lidské činnosti.

Ověření platnosti hypotézy H_3

H_3: Žáci 5. ročníku ZŠ si uvědomují potřebu využívání matematiky ve vybraných oborech lidské činnosti.

H_{03}: Četnost kladných odpovědí žáků 5. ročníku ZŠ v otázce využívání matematiky v daných profesích je stejná jako četnost záporných odpovědí v téže otázce.

H_{A3}: Četnost kladných odpovědí žáků 5. ročníku ZŠ v otázce využívání matematiky v daných profesích je vyšší než četnost záporných odpovědí v téže otázce.

Tabulka 15

	Pozorovaná četnost (P)	Očekávaná četnost (O)	P - O	$(P – O)^2$	$(P – O)^2/ 2$
Ano	228	142	86	7396	52,085
Ne	56	142	-86	7396	52,085
	Σ 284	Σ 284			**Σ 104,17**

Hodnota testového kritéria je: $\chi^2 = 104,17$

Kritická hodnota chí-kvadrát pro hladinu významnosti 0,05 a 1 stupeň volnosti je:

$$\chi^2_{0,05}(1) = 3,841$$

Hodnota testového kritéria $\chi^2 = 104,17$ je větší než kritická hodnota $\chi^2_{0,05}(1) = 3,841$, tudíž odmítáme nulovou hypotézu.

I v tomto třetím případě jsme odmítli nulovou hypotézu, tentokrát dokonce s velmi přesvědčivým výsledkem. Porovnáme-li pozorované četnosti s věcnou hypotézou H_3 (Žáci 5. ročníku ZŠ si uvědomují potřebu využívání matematiky ve vybraných oborech lidské činnosti.), můžeme říci, že tato se opět potvrdila. Zdá se tedy, že dotazovaní žáci chápou nutnost jistého matematického vzdělání napříč různými obory lidské činnosti.

6.6 Závěrečné zhodnocení výzkumného šetření

V úvodu výzkumného šetření jsem si stanovil 2 hlavní okruhy, kterými jsem se dále zabýval.

a) propojení matematiky s jinými odvětvími lidské činnosti (s ohledem na téma práce především výtvarného umění a stavitelství)

b) vztah žáků k matematice

Na základě těchto okruhů jsem si dále stanovil 5 výzkumných otázek, s nimiž pak souvisely i tři definované a ověřené hypotézy.

První z těchto otázek a také základem pro hypotézu H_1 byla otázka, zda mají žáci 1. stupně (v našem případě reprezentovaní žáky 5. ročníku) ve větší oblibě geometrickou nebo aritmetickou část matematického učiva. Pro zjištění odpovědi na tuto otázku byla v dotazníku zařazena položka č. 2. Geometrii i aritmetice zde byly přiřazeny vždy 2 položky výběru (viz Analýza dotazníku – položka č. 2 nebo zadaný dotazník v přílohách). Z odpovědí respondentů vyplývá, že největší oblibě se u žáků 5. ročníku ZŠ těší klasické počítání příkladů, tzv. sloupečky a to navzdory mému předpokladu, který počítal s větší oblíbeností geometrického učiva. Hypotéza H_1, která z tohoto předpokladu vycházela, tudíž nebyla potvrzena. Na základě výpočtu chí-kvadrátu v rámci ověřování statistické významnosti naměřených výsledků ve vztahu k této hypotéze můžeme říci, že původní hypotéza byla nejen vyvrácena, ale výsledky tohoto testu jsou dostatečně přesvědčivé k podpoře tvrzení, že žáci 5. ročníku mají ve větší oblibě aritmetickou část matematického učiva.

Druhou otázkou a výzkumným problémem pro mě bylo, zda si vybraní žáci uvědomují možný vztah mezi výtvarným uměním a matematikou. Toto je pro mě jednou z klíčových otázek výzkumu, neboť na vztahu matematiky a výtvarného umění je založena teoretická část této práce, a zejména pak soubor úloh, který jsem v rámci této práce sestavil je z větší části orientován právě na propojení výtvarného umění (výtvarné výchovy a pracovních činností) a matematiky. Pro zjištění, zda si žáci tento vztah uvědomují, byla do dotazníku zařazena položka č. 8. Již z grafu 10 v rámci analýzy dotazníku vyplývá, že více než polovina dotazovaných odpověděla na otázku možné existence vztahu mezi výtvarným uměním a matematikou kladně. Následné ověření hypotézy H_2 (Žáci 5. ročníku ZŠ si uvědomují možné spojení mezi výtvarným uměním a matematikou.) pomocí testu dobré shody chí-kvadrát nám potvrdilo, že rozdíl mezi pozorovanými četnostmi ohledně této otázky má dostatečný statistický význam. Můžeme tedy přijmout věcnou hypotézu H_2 a říci, že žáci 5. ročníku ZŠ již skutečně určité povědomí o propojení výtvarného umění a matematiky mají.

Další otázkou, kterou jsem se v rámci výzkumného šetření zabýval, a která byla také východiskem pro formulaci hypotézy H_3 (Žáci 5. ročníku ZŠ si uvědomují potřebu využívání matematiky ve vybraných oborech lidské činnosti.), je zda si žáci 5. ročníku ZŠ uvědomují potřebu určitého matematického vzdělání napříč různými obory lidské činnosti. V zadaném dotazníku na tuto otázku získávají odpovědi položky 4 až 7. V každé z těchto 4 položek je úkolem respondenta rozhodnout, zda je k výkonu jmenovaného povolání potřeba jisté úrovně matematických schopností. Odpovědi z těchto položek jsem následně upravil do pouhých dvou kategorií (kladné a záporné odpovědi). Celkem bylo zaznamenáno 284 odpovědí a test dobré shody chí-kvadrát následně dle pozorovaných četností kladných a záporných odpovědí opět prokázal dostatečný statistický význam v rozdílu těchto četností. Poměr mezi kladnými a zápornými odpověďmi byl v tomto případě dostatečně průkazný i bez tohoto ověření. Hypotézu H_3 tedy můžeme na základě přesvědčivých výsledků přijmout. Žáci 5. ročníku si uvědomují potřebu využití matematiky ve vybraných příkladech povolání.

Potřeba znalosti matematiky při výkonu různých povolání může být pro žáky 1. stupně ZŠ mírně abstraktní představa, proto jsem do dotazníku zařadil také položku zjišťující, zda si i žáci sami ve svém vlastním životě uvědomují využitelnost matematiky mimo školní prostředí. Touto otázkou se zabývala položka č. 3. Respondenti zde měli rozhodnout, zda využívají matematiku (oni sami) mimo školu. Analýza dotazníku, a této položky, nám ukázala, že si více než tři čtvrtiny respondentů uvědomují, že se s matematikou setkávají v různých situacích i mimo školu. Na základě doplňujících odpovědí, které dotazovaní žáci při volbě odpovědi „ano“ zaznamenali, můžeme shrnout, že převážná část těchto žáků spojuje matematiku mimo školu s obchodem a financemi. Kategorie s druhou nejvyšší četností odpovědí nicméně naznačuje, že mnoho žáků má matematiku silně spojenou právě se školním prostředím, neboť zde žáci uvádí odpovědi typu „počítám si příklady do školy“, „když mě mamka zkouší“ apod. Menší část dotazovaných žáků však jmenuje již mnohem zajímavější odpovědi spojené například s prací v kuchyni (vážení surovin při pečení), s prací na zahradě (spočítat si kolik je třeba osiva) nebo v dílně (stavíme s taťkou krb nebo s taťkou při spravování aut). Tři žáci dokonce uvádějí, že nejrůznější matematické úlohy a problémy řeší jen tak „pro zábavu“.

Poslední otázkou, kterou jsem si v rámci tohoto výzkumu vytyčil je ověření, zda je dle vžitého přesvědčení matematika skutečně tolik neoblíbeným předmětem. Zjištění vztahu žáků k matematice se v zadaném dotazníku věnují 2 položky. První spočívá v seřazení předmětů, respektive jejich obodování, dle oblíbenosti. Z výsledků vyplývá, že se matematika v žebříčku oblíbenosti nachází na 4. místě z devíti (viz analýza dotazníku, položka č. 1) Méně oblíbená než matematika je dokonce i hudební výchova. Jako nejvíce neoblíbený předmět je označen český jazyk a jako nejoblíbenější (bez většího překvapení) tělesná výchova. Označení matematiky jako čtvrtého nejoblíbenějšího vyučovacího předmětu, poměrně úspěšně zpochybňuje tradiční postavení matematiky, coby neoblíbeného a neatraktivního předmětu. K podobným závěrům lze dojít i na základě dotazníkové položky č. 9, ve které téměř polovina respondentů matematiku označuje za zábavu, nebo na základě položky č. 10, ve které se téměř tři čtvrtiny dotazovaných hlásí k názoru, že se matematiku učí, protože je potřebná a chtějí ji (sami) umět.

Závěr

Tato práce byla zaměřena na grafické a netradiční úlohy, které lze využít ve výuce matematiky nebo k integraci matematického učiva v hodinách výtvarné výchovy a pracovních činností napříč 1. stupněm základních škol. Primárním cílem bylo vytvoření souboru úloh a námětů, které poslouží učitelům coby „nápadník" pro využití v praxi. Kategorizací a popisy jednotlivých typů úloh se zabývá pátá kapitola teoretické části. Rozšiřující soubor úloh je z důvodu většího rozsahu zařazen v přílohách. Celkem práce nabízí téměř 100 různých úloh a námětů vhodných pro zpestření výuky matematiky, jako motivační prvky v těchto hodinách a také k rozšíření obzorů v pohledu žáků 1. stupně prostřednictvím „tak trochu jiné matematiky" na matematiku obecně.

Dílčím cílem teoretické části práce bylo poskytnout teoretickou oporu a východisko k jevům, se kterými se dále setkáme v praktických ukázkách prostřednictvím konkrétních úloh. Jádro těchto dalších kapitol teoretické části tvoří východiska pro matematické vzdělávání na prvním stupni základních škol a to prostřednictvím RVP ZV, dále pak se zde věnujeme žákům mladšího školního věku ve vztahu k výuce matematiky a v neposlední řadě představení a popisu základních matematických (vzhledem k tématu přesněji geometrických) a výtvarných pojmů se kterými se v práci dále setkáme.

V empirické části práce bylo cílem získat odpovědi na otázky týkající se dvou různých témat a to prostřednictvím dotazníkového šetření. V rámci prvního tématu jsme se zabývali otázkou pohledu žáka prvního stupně na matematiku ve vztahu k mimoškolní realitě. Jedním z cílů v této oblasti bylo zjistit, zda si žáci uvědomují nutnost jisté úrovně matematického vzdělání pro výkon vybraných různorodých profesí. Druhým cílem v této oblasti bylo zjistit, zda si žáci uvědomují, že i oni sami využívají matematiku mimo školní prostředí. Druhým tématem, na které jsme se v empirické části této práce zaměřili, bylo zjištění vztahu žáků k matematice a jejím částem – geometrii a aritmetice (učivo 1. stupně ZŠ).

Oba tyto okruhy byly zvoleny s ohledem na celkové téma práce, neboť úlohy a náměty, které zde byly hlavním cílem, jsou od počátku zamýšleny jako motivační cvičení, jejichž úkolem je zlepšit vztah žáků k matematice, ukázat žákům skrze propojení s výtvarnou výchovou nejen užitečnost v mnoha odvětvích lidské činnosti, ale také krásu matematiky, kterou by při využití pouze tradičních cvičení nemuseli vůbec zaznamenat.

Použitá literatura

[1] ZDENĚK, Mirko. *Základy výtvarné výchovy: Učebnice pro pedagogické fakulty*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1987, 291 s. Učebnice pro vysoké školy (Státní pedagogické nakladatelství).

[2] BALEKA, Jan. *Výtvarné umění: výkladový slovník : (malířství, sochařství, grafika)*. Vyd. 1. Praha: Academia, 1997, 429 s. ISBN 80-200-0609-5.

[3] POMYKALOVÁ, Eva. *Matematika pro gymnázia: planimetrie*. 4., upr. vyd. Praha: Prometheus, 2003, 206 s. Učebnice pro střední školy. ISBN 80-7196-174-4.

[4] VORÁČOVÁ, Šárka (ed.) a Lucia CSACHOVÁ. *Atlas geometrie: geometrie krásná a užitečná*. Vyd. 1. Praha: Academia, 2012, 252 s. Atlas (Academia). ISBN 978-80-200-1575-4.

[5] ASKEW, Mike a Sheila EBBUTT. *Geometrie bez (m)učení: od Pythagora k dobývání vesmíru: abeceda geometrie v každodenním životě : fascinující tvary a konstrukce*. 1. vyd. Praha: Grada, 2012, 176 s. ISBN 978-80-247-4125-3.

[6] WELTMAN, Anna. *Tohle není matika*. Překlad Martin Herodek. Ilustrace Edward Cheverton, Ivan Hissey. V Brně: Vydalo nakladatelství Computer Press ve společnosti Albatros Media a. s., 2015. ISBN 978-80-251-4570-8.

[7] DUDENEY, Henry Ernest a Martin GARDNER. *536 Puzzles & Curious Problems*. New York: Charles Scribner's Sons, 1967.

[8] BOLT, Brian, David HOBBS. *101 mathematics projects*. 3. print. Cambridge: Cambridge University Press, 1989. ISBN 9780521347594.

[9] GARDNER, Martin. *Entertaining mathematical puzzles*. New York: Dover, 1961. ISBN 0486252116.

[10] WILLERS, Michael. *Algebra bez (m)učení: od arabských matematiků k tajným šifrám: matematika v každodenním životě : fascinující čísla a rovnice*. Praha: Grada, 2012. ISBN 978-80-247-4123-9.

[11] BENTLEY, Peter. *Kniha o číslech: tajemství čísel a jejich vliv na náš svět*. Čestlice: Rebo, 2013. ISBN 978-80-255-0649-3.

[12] KRIŽALKOVIČ, Karol, Jiří HÁJEK, Eliška MALINOVÁ a Jiří DIVÍŠEK. *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989, 269 s. ISBN 8004204333.

[13] MEŠKO, Dušan, Dušan KATUŠČÁK a Ján FINDRA. *Akademická příručka*. České, upr. vyd. Martin: Osveta, 2006. ISBN 80-8063-219-7.

[14] GERGELITSOVÁ, Šárka. *Průvodce Geogebrou: počítač ve výuce nejen geometrie*. Praha: Generation Europe, 2011. ISBN 978-80-904974-3-6.

[15] CHRÁSKA, Miroslav. *Metody pedagogického výzkumu: základy kvantitativního výzkumu*. Praha: Grada, 2007. Pedagogika (Grada). ISBN 978-80-247-1369-4.

[16] NOVÁK, Bohumil. *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky 2: (pro studium učitelství pro 1. stupeň ZŠ)*. 1. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého, 2004, 66 s. ISBN 802440916x.

[17] STOPENOVÁ, Anna. *Matematika II. Geometrie s didaktikou*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2001. 62 str. ISBN 80-7067-978-6.

[18] CAPRA, Fritjof. *Tkáň života: nová syntéza mysli a hmoty*. Praha: Academia, 2004. ISBN 80-200-1169-2.

[19] JUNG, Carl Gustav. *Mandaly: obrazy z nevědomí*. Brno: Nakladatelství Tomáše Janečka, 1998. ISBN 80-85880-17-2.

[20] LICKS, H. E. *Recreations in Mathematics*. New York: D. Van Nostrand company, Inc., 1917.

[21] GRAF, Ulrich. *Kabaret matematiky*. I. vydání. Praha: Orbis, 1943.

[22] ŠIMÍČKOVÁ-ČÍŽKOVÁ, Jitka. *Přehled vývojové psychologie*. 3., upr. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2010. ISBN 978-80-244-2433-0.

[23] HEJNÝ, Milan a Darina JIROTKOVÁ. *Čtverečkovaný papír jako MOST mezi geometrií a aritmetikou*. Praha: Univerzita Karlova, 1999. ISBN 80-86039-92-7.

[24] HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. 2., aktualiz. vyd. Praha: Portál, 2009. Pedagogická praxe (Portál). ISBN 978-80-7367-397-0.

[25] NELEŠOVSKÁ, Alena a Hana SPÁČILOVÁ. *Didaktika primární školy*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2005. ISBN 80-244-1236-5.

Periodika:

[26] DOUBRAVA, Lukáš. Výuka matematiky je na dobré úrovni. *Učitelské noviny* [online]. 2008, **2008**(26) [cit. 2016-06-01]. Dostupné z: http://www.ucitelskenoviny.cz/?archiv&clanek=1194

[27] GARDNER, Martin. A Quarter-Century of Recreational Mathematics. *Scientific American*. **1998**(August), 8 s.

[28] *Kritické listy: Čtvrtletník pro kritické myšlení ve školách*. 2007, **2007**(26).

Online zdroje:

[28] TABERIOVÁ, Terezie a Anna Goldmanová. Koláž. *Arts Lexikon.* [online]. 21.12.2012 [cit. 2015-12-26]. Dostupné z: *http://artslexikon.cz/index.php/Koláž*

[29] *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.* [online]. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2007. 126 s. [cit. 2016-01-01]. Dostupné z WWW:<http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVPZV_2007-07.pdf>.

[30] Wikipedie. *Lomená čára.* [online]. 10.3.2013 [cit. 2016-01-01]. Dostupné z: *https://cs.wikipedia.org/wiki/Lomená_čára*

Pracovní sešity:

[31] ROSECKÁ, Zdena. *Vyzkoušej svůj důvtip!: příklady ze soutěží, miniolympiád a časopisů*. Ilustrace Jiří Růžička. Brno: Nová škola, c1997. ISBN 80-85607-47-6.

[32] ROSECKÁ, Zdena. *Já chci také rýsovat a měřit: geometrie pro 4. třídu : [učebnice pro základní školy]*. Ilustrace Jiří Růžička. Brno: Nová škola, c1997. Edice matematiky. ISBN 80-85607-31-X.

[33] ROSECKÁ, Zdena. *Jak je lehká geometrie: Pracovní sešit pro 5. ročník*. Brno: Nová škola, 1998. ISBN 80-85607-35-2.

[34] BRZOBOHATÁ, Jiřina. *Geometrie pro 5. ročník*. Praha: Pansofia, 1998. ISBN 80-85804-51-2.

[35] KASLOVÁ, Michaela a Dana FIALOVÁ. *Procvičujeme si..: Geometrie a slovní úlohy – Matematika ve 2. ročníku ZŠ*. Praha: SPN, a.s., 2004. ISBN 80-7235-245-8.

[36] KASLOVÁ, Michaela a Romana MALÁ. *Procvičujeme si..: Geometrie a slovní úlohy – Matematika ve 3. ročníku ZŠ*. Praha: SPN, a.s., 2004. ISBN 80-7235-278-4.

[37] KASLOVÁ, Michaela a Romana MALÁ. *Procvičujeme si..: Geometrie a slovní úlohy - Matematika ve 4. ročníku ZŠ*. Praha: SPN, a.s., 2005. ISBN 8-7235-285-7.

[38] ROSECKÁ, Zdena a [KRESBY JIŘÍ RŮŽIČKA]. *Zkus rýsovat s Kryšpínkem: geometrie pro 3. třídu : [pracovní sešit k učebnici Počítej a zamýšlej se]*. Brno: Nová škola, 1995. ISBN 8085607271.

[39] KASLOVÁ, Michaela a Romana MALÁ. *Procvičujeme si..: Geometrie a slovní úlohy - Matematika ve 4. ročníku ZŠ*. Praha: SPN, a.s., 2005. ISBN 8-7235-285-7.

Zdroje obrázků:

[Obr. č. 1] V. V. Kandinskij http://www.obrazynaplatne.cz/cz/katalog/slavni-maliri/wassily-kandinsky/Obraz-Vasilij-Kandinskij-VVK-40/

[Obr. č. 2] Obrázky dopravních značek z: *http://www.autoskolapodorlicko.cz/znacky/dz-c0_prikaz.html*

[Obr. č. 3] M.C. Escher. . [online]. 31.12.2013 [cit. 2016-01-23]. Dostupné z: *http://www.mcescher.com*

[Obr. č. 4] Koláže – Jiří Kolář http://www.galerieart.cz/kolar_vystava_kolaze_2010.htm

[Obr. č. 5] Motýli – upraveno z Atlas denních motýlů – Google Play

Všechny neočíslované obrázky – autor

V textu práce	4 obrázky převzaté (viz výše) 1 obrázek upraven z Atlas denních motýlů 11 obrázků (vytvořeno v grafickém programu Inkscape) autor 54 obrázků (scan + foto) autor
V přílohách	6 obrázků upraveno z Atlas denních motýlů 5 obrázků práce žáků 1. ročníku ZŠ Hálkova 41 obrázků (vytvořeno v grafickém programu Inkscape) autor 265 obrázků (scan + foto) autor

Seznam užitých zkratek

ad. – a další

aj. – a jiné

atd. – a tak dále

atp. – a tak podobně

č. – číslo

fr. – francouzsky

např. – například

obr. – obrázek

PC - počítač

pozn. – poznámka

RVP PV – Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání

RVP ZV – Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

s. – strana

tzn. – to znamená

tzv. – tak zvaný

ZŠ – základní škola

Seznam příloh

Soubor grafických a netradičních úloh a námětů

Příloha č. 1: Rozpoznávání geometrických útvarů

Příloha č. 2: Matematické omalovánky

Příloha č. 3: Osová souměrnost

Příloha č. 4: Konstrukční úlohy

Příloha č. 5: Ornamenty a mandaly

Příloha č. 6: Dlaždice

Příloha č. 7: Teselace

Příloha č. 8: Orientace v ploše

Příloha č. 9: Dělení plochy

Příloha č. 10: Umění kombinovat

Příloha č. 11: Skládanky

Příloha č. 12: Práce s papírem

Příloha č. 13: Fraktály

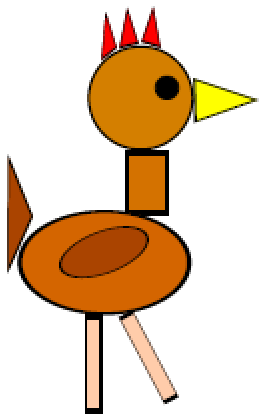
Příloha č. 14: Logické a strategické hra a hlavolamy

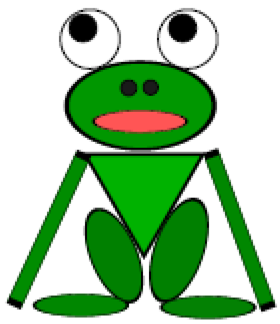
Příloha č. 15: Sítě a základy

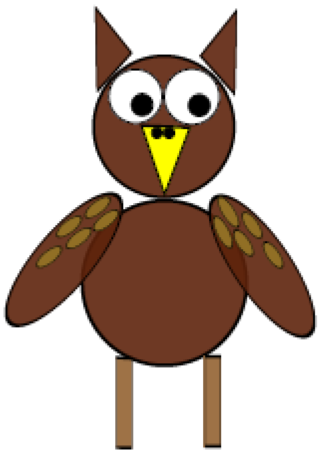
Příloha č. 16: Osy a základy

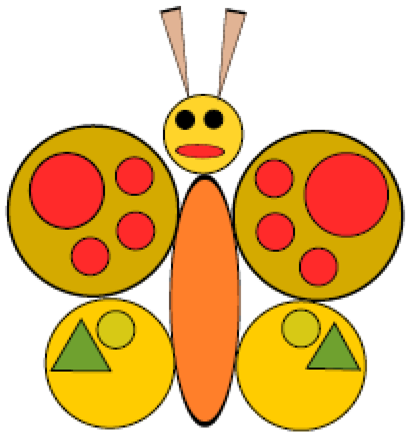
Příloha č. 17: Dotazník k výzkumnému šetření

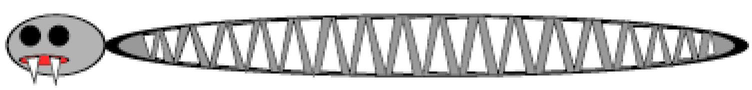
1) Z jakých geometrických tvarů jsou složeny následující obrázky zvířátek? Kolik najdeš v každém obrázku kruhů? Kolik čtverců, oválů, trojúhelníků a kolik obdélníků?



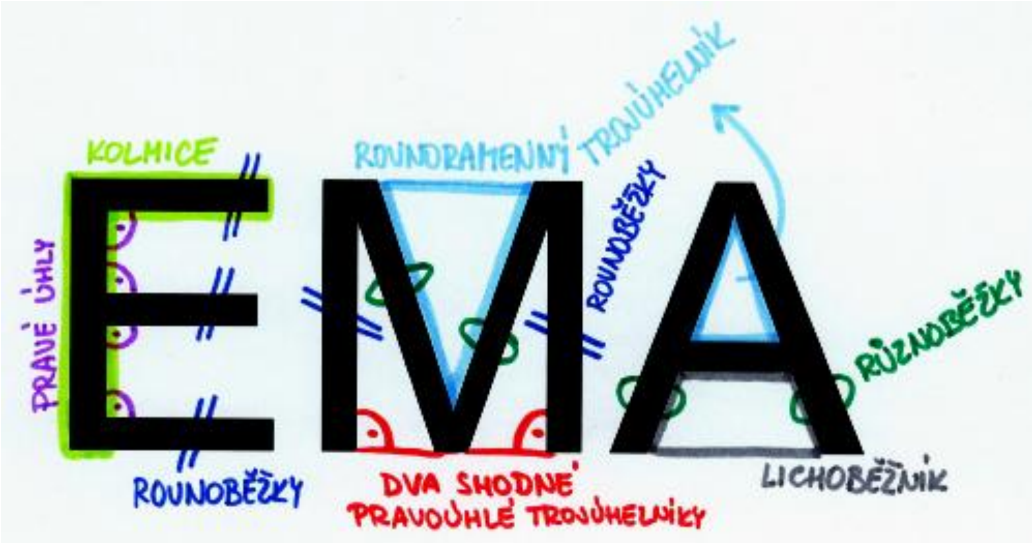




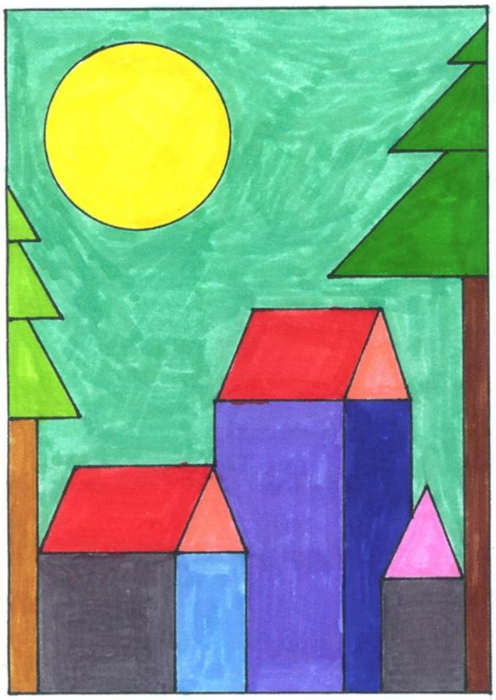


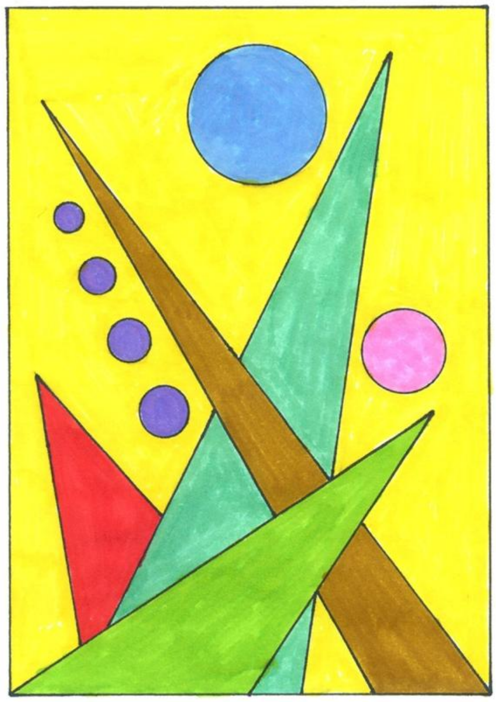


2) Najdi ve svém jméně co nejvíce geometrických útvarů. Vyznač je a popiš.



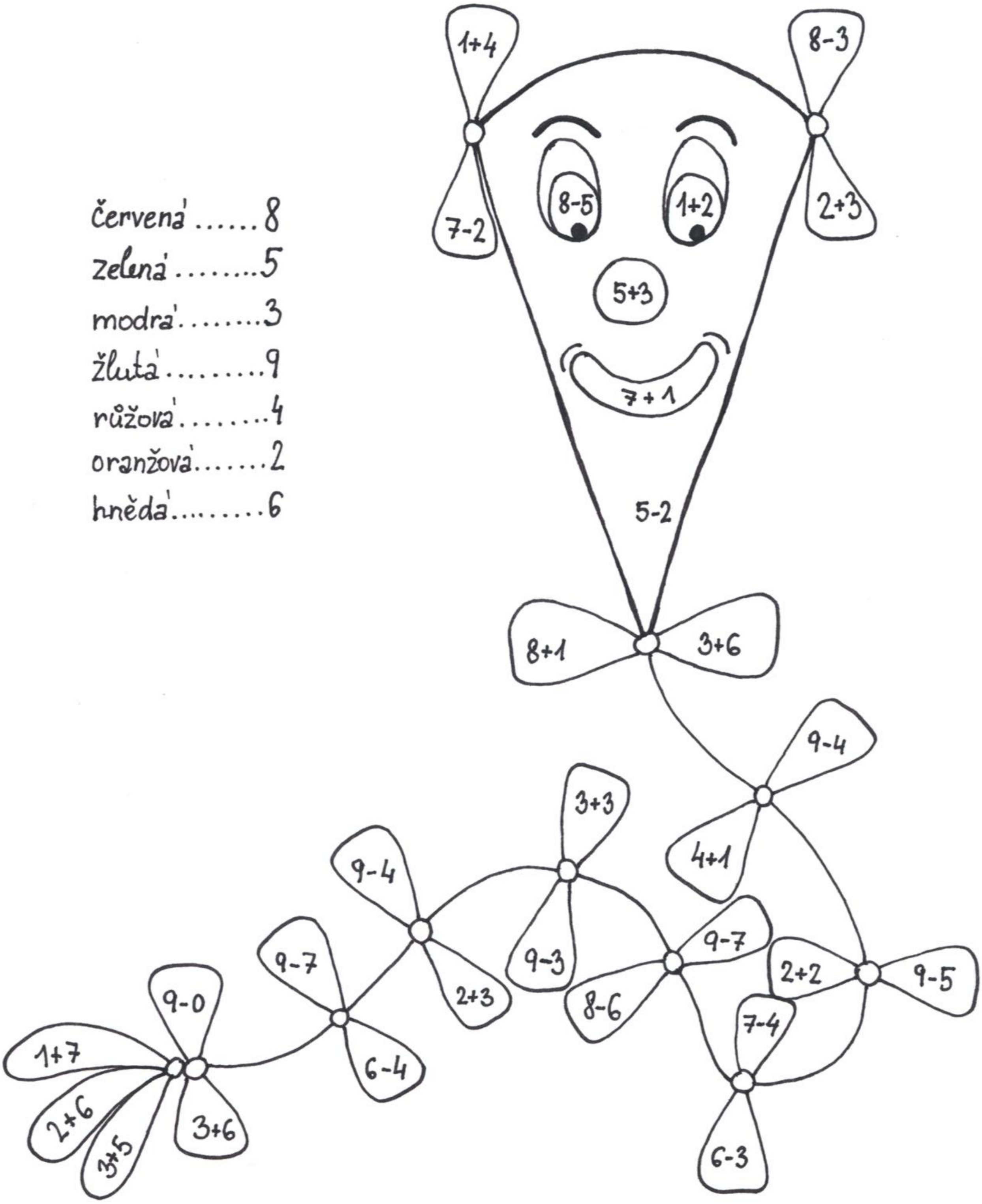
3) Najdi v obrázcích co nejvíce geometrických tvarů. Vypiš je k obrázkům a porovnej se spolužáky, kdo jich objevil víc. (*Vyznačte ve skupinách do zvětšeného obrazu co nejvíce geometrických útvarů, které v něm dokážete najít.)*



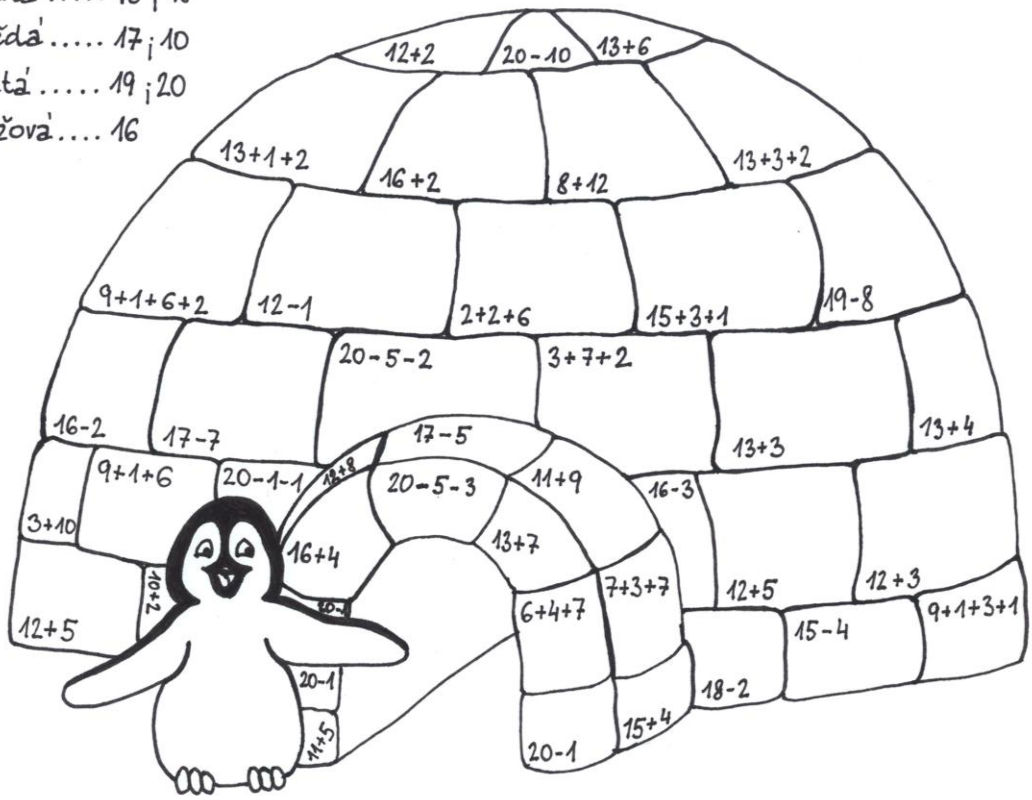


Vybarvi podle výsledků příkladu a barevného klíče:

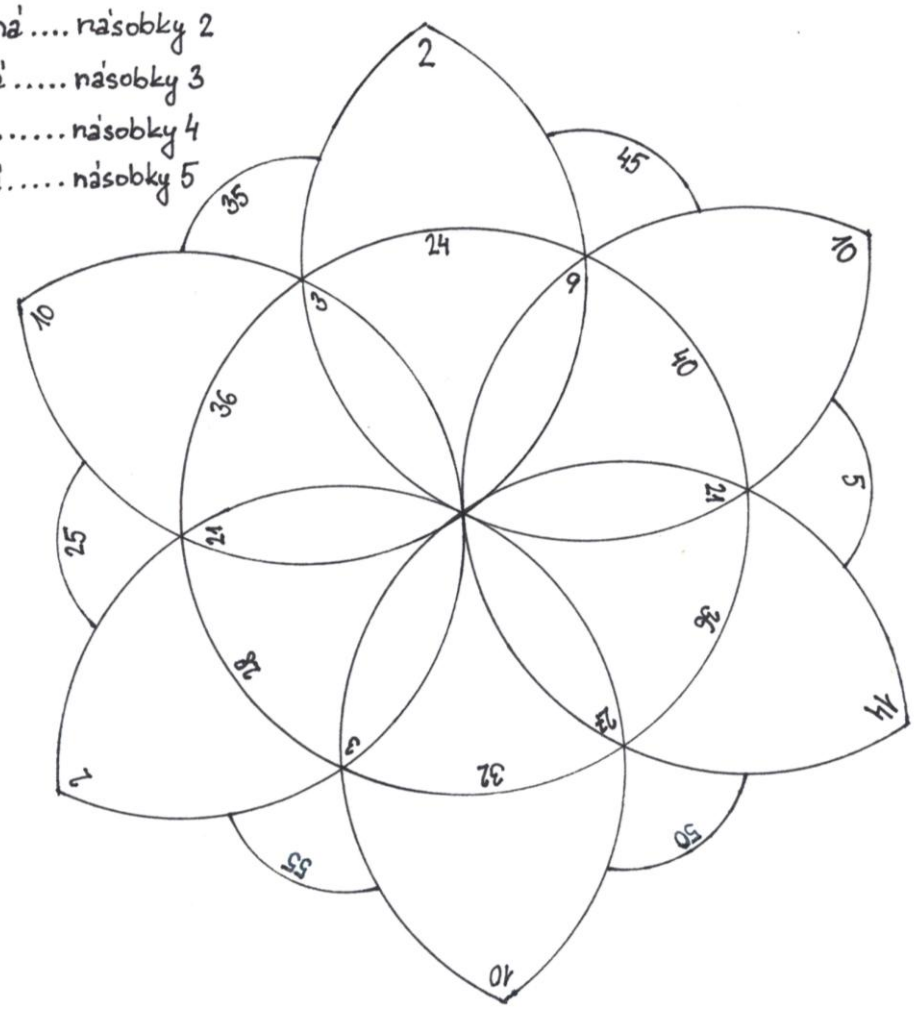
červená 8
zelená 5
modrá 3
žlutá 9
růžová 4
oranžová 2
hnědá 6



červená ..... 13 ; 11
modrá ..... 12 ; 14
zelená ..... 15 ; 18
hnědá ..... 17 ; 10
žlutá ..... 19 ; 20
růžová 16



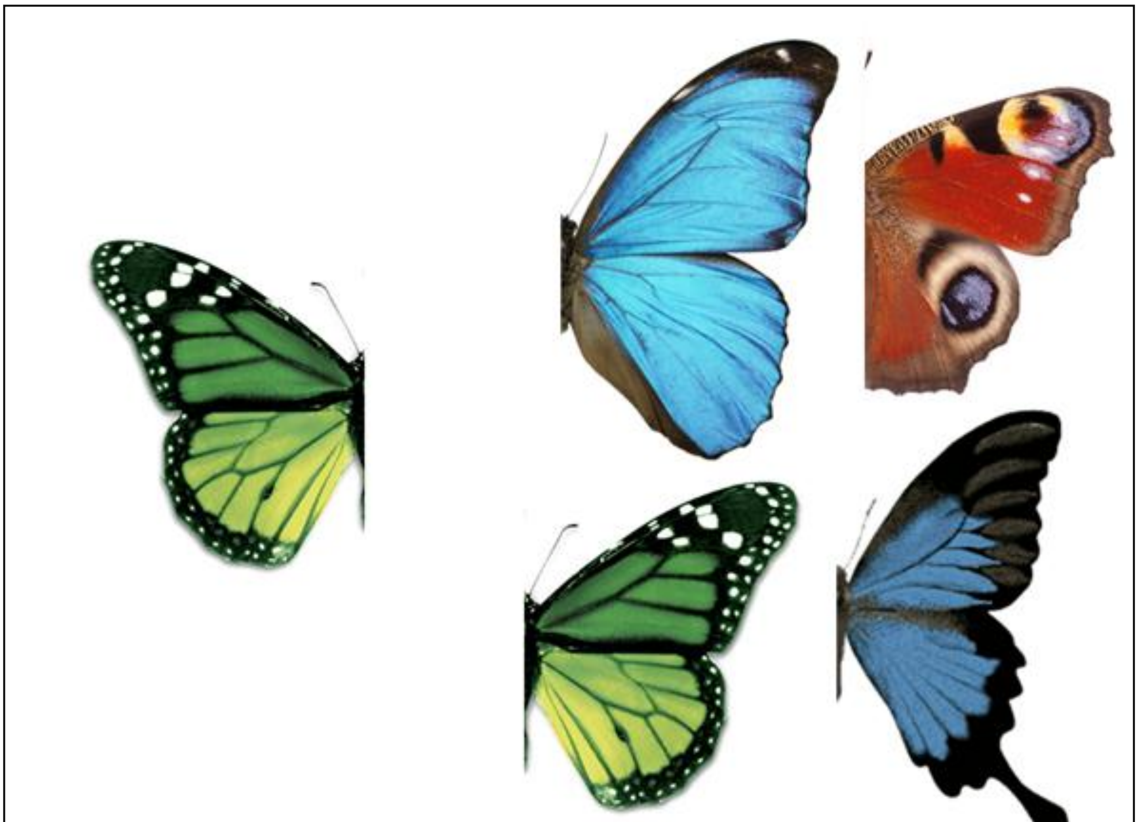
červená .... násobky 2
zelená ..... násobky 3
žlutá ...... násobky 4
modrá ..... násobky 5



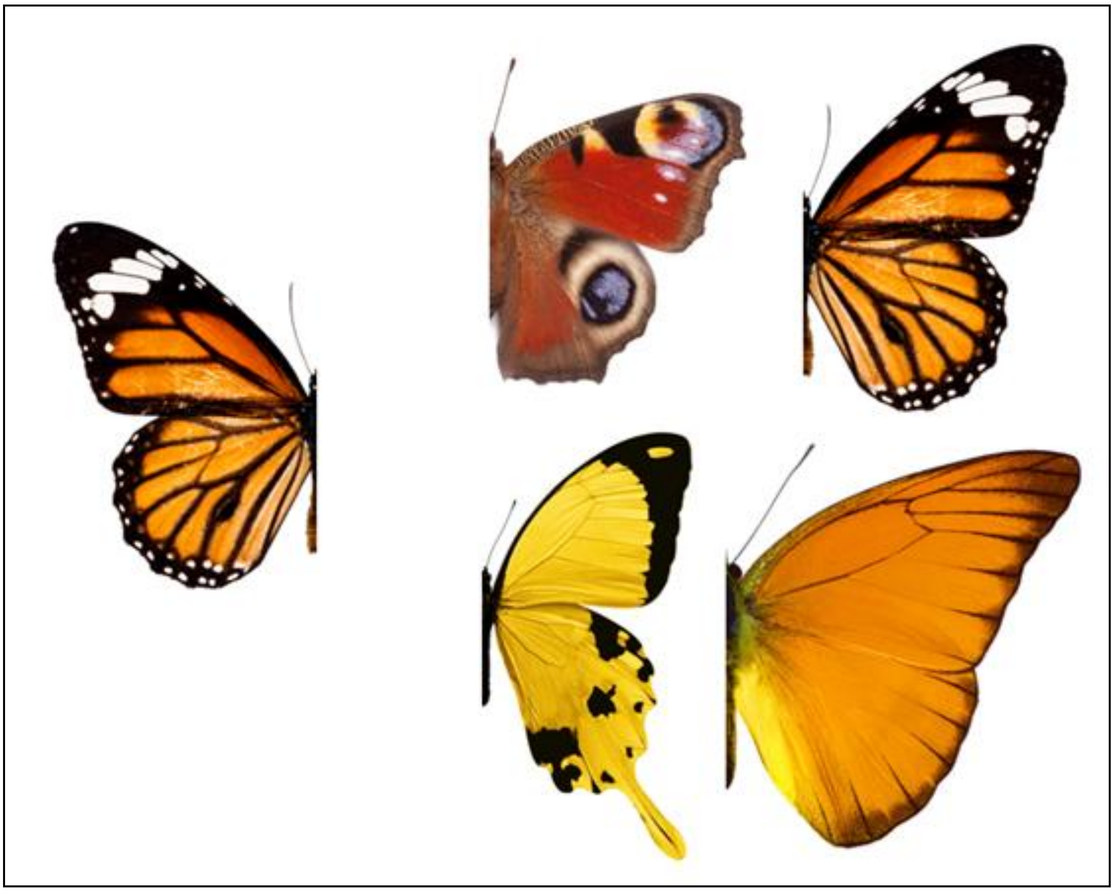
OSOVÁ SOUMĚRNOST

1) Vyber takové dopravní značky/vlajky, které lze rozdělit jednou čarou na dvě zrcadlové poloviny. Najdi a ukaž osy souměrnosti vybraných značek/vlajek.

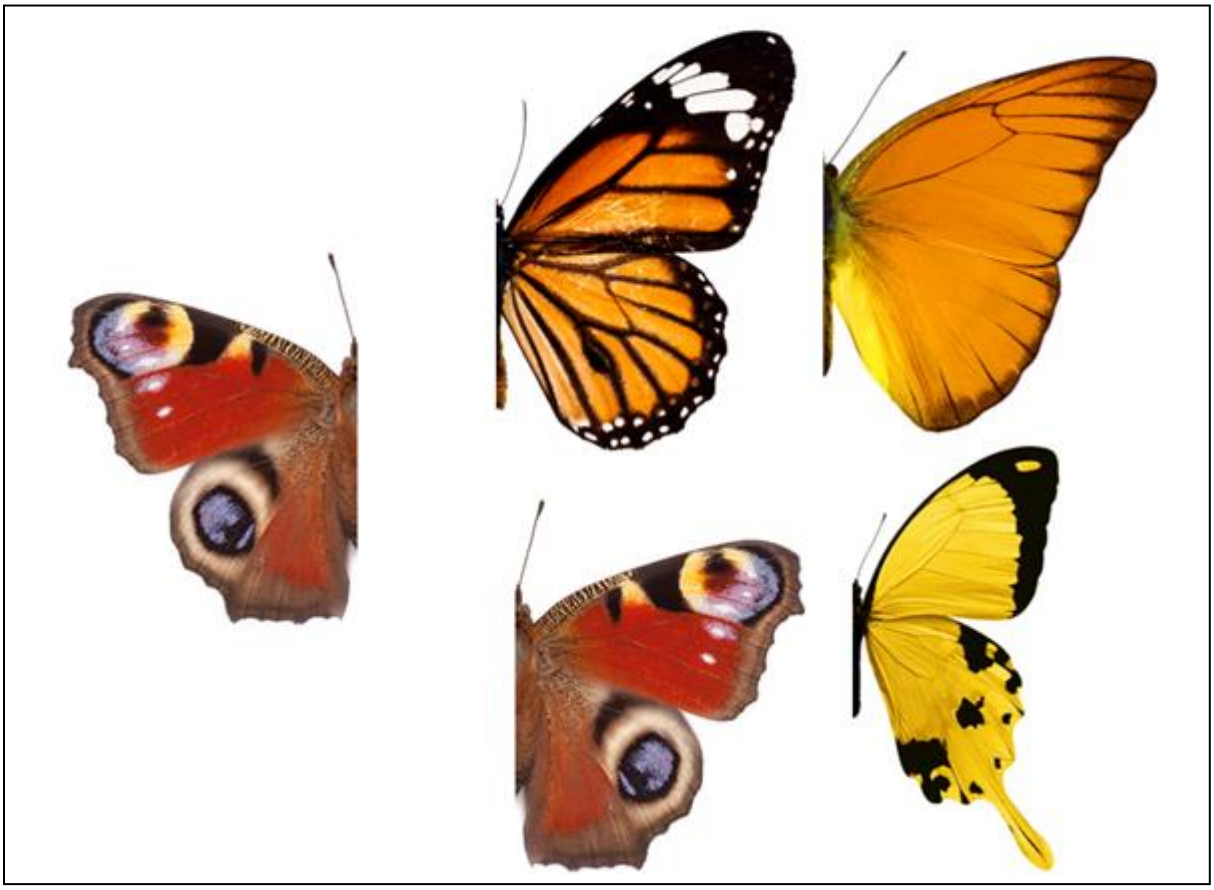
2) Přiřaď k sobě 2 poloviny jednoho motýla.

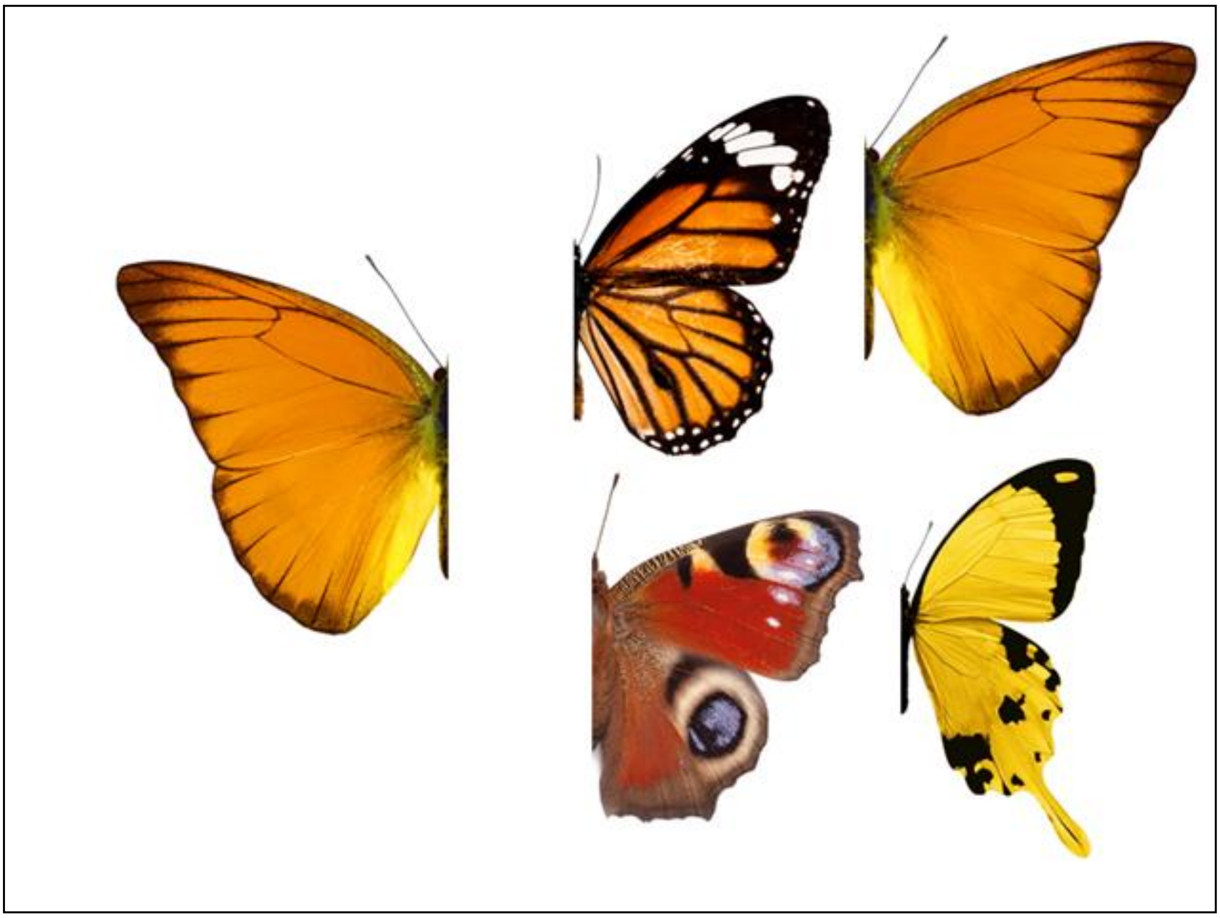


OSOVÁ SOUMĚRNOST

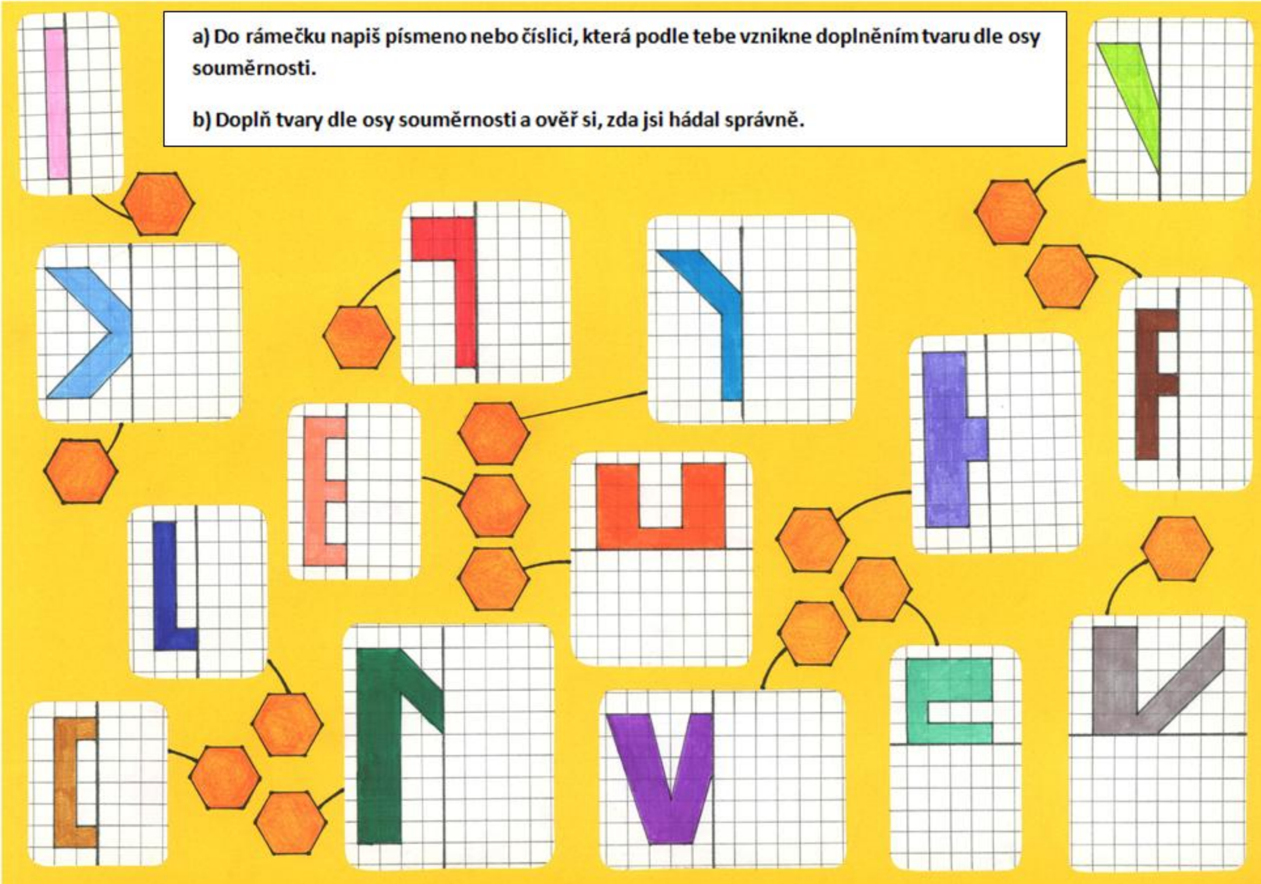


OSOVÁ SOUMĚRNOST

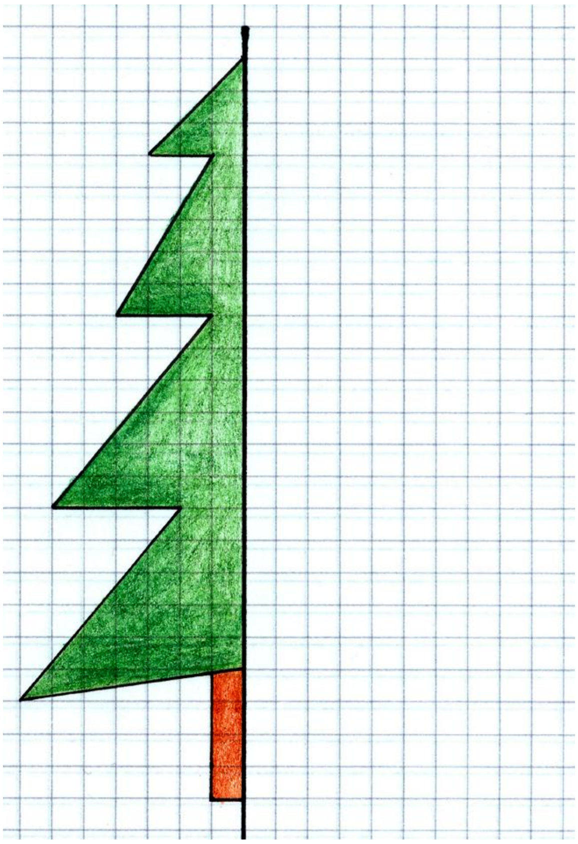


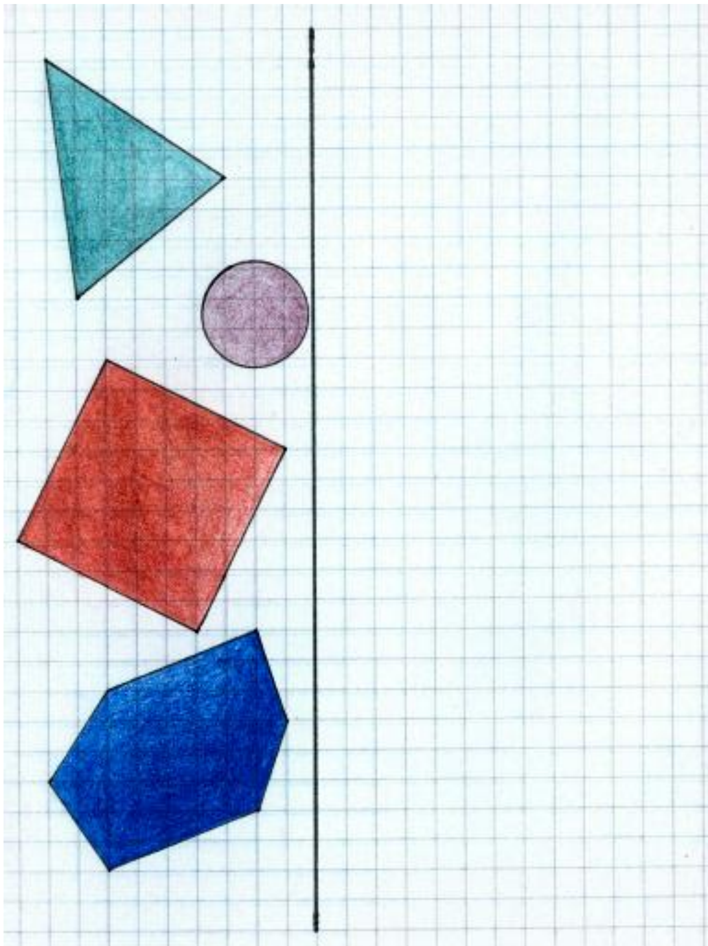


3) Osově souměrná písmena a číslice.

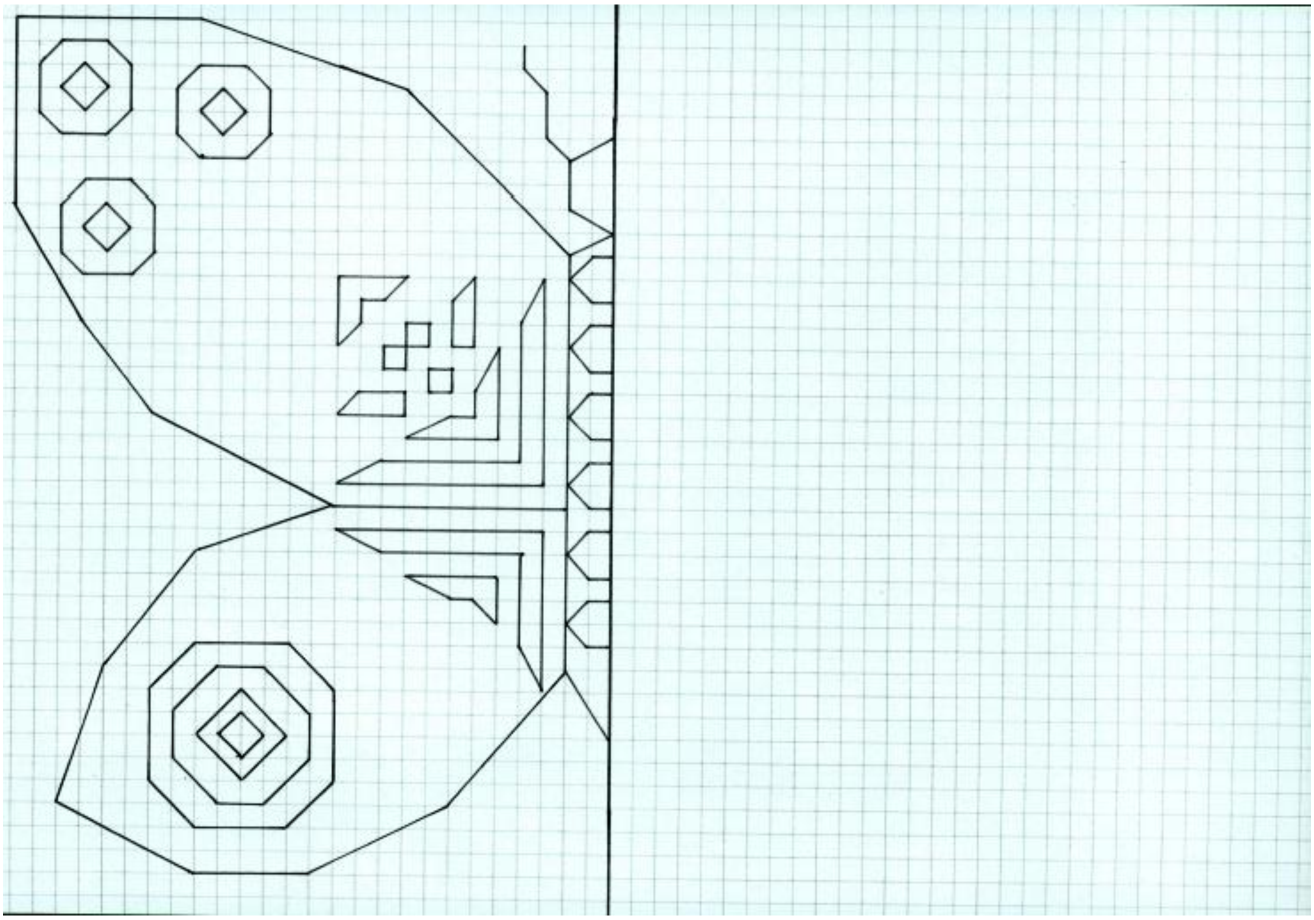


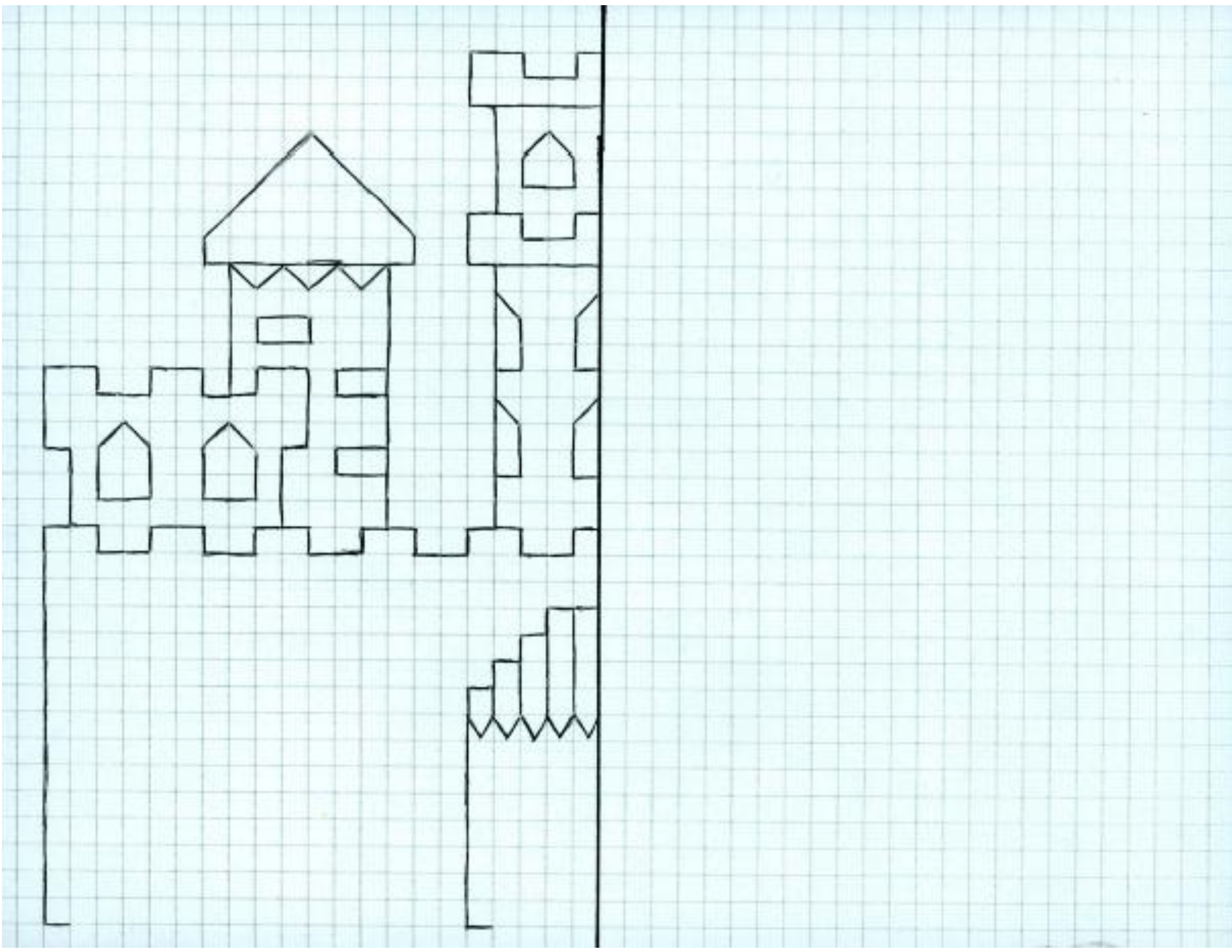
4) Dokresli obrázky dle osy souměrnosti.



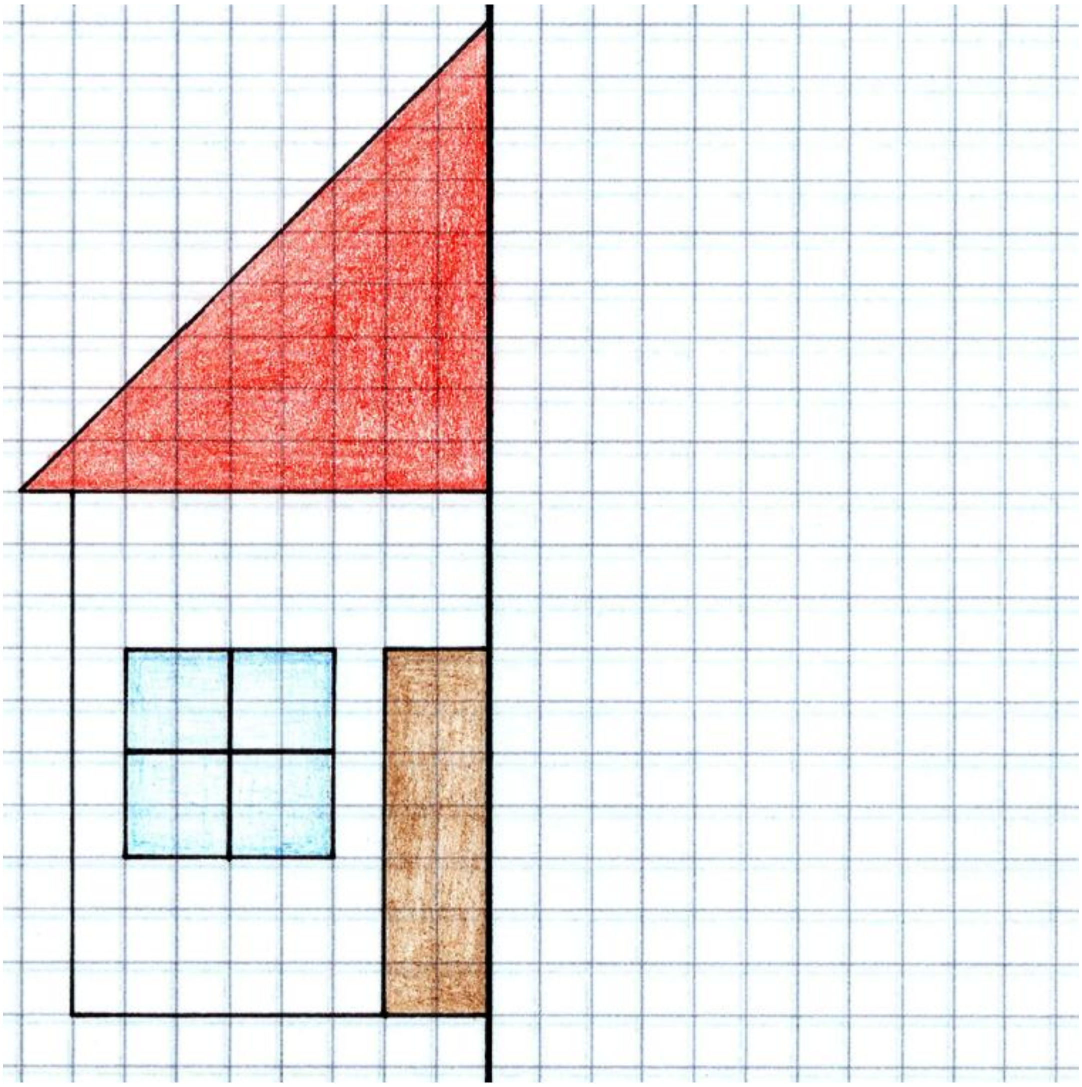


OSOVÁ SOUMĚRNOST

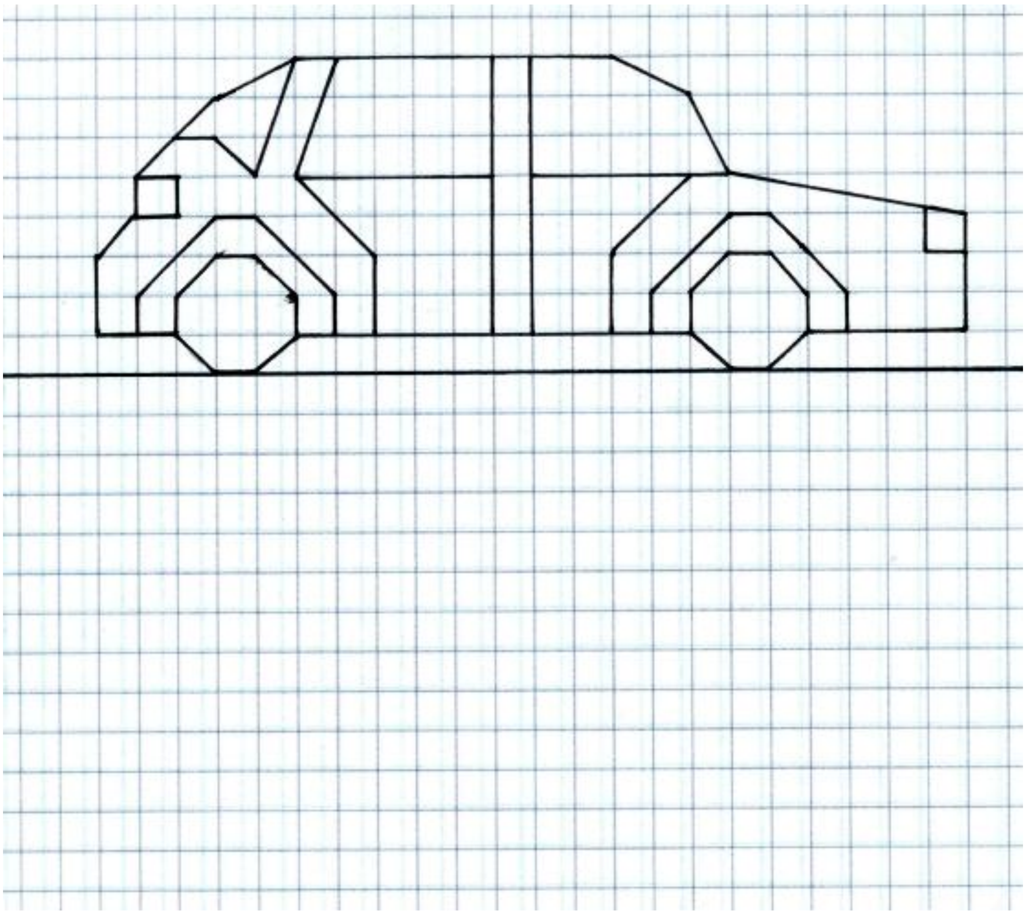


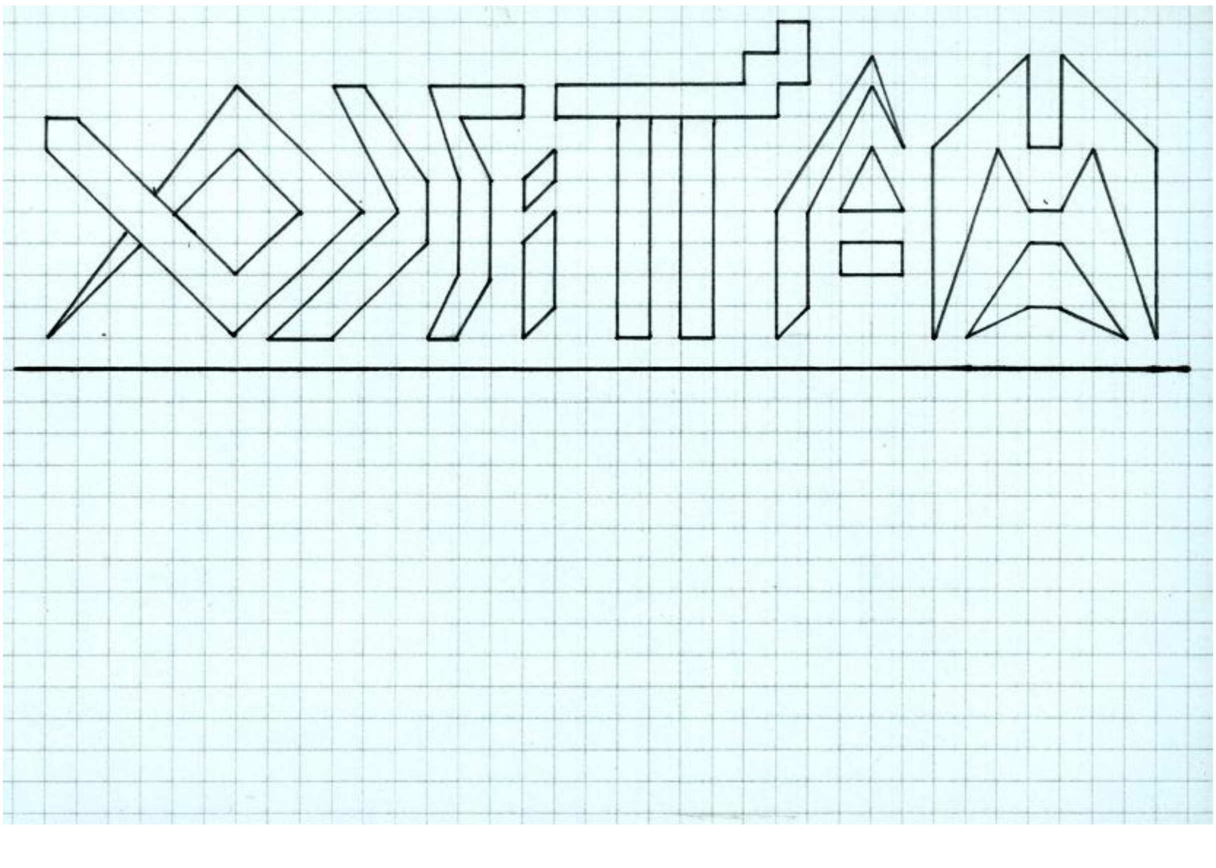


OSOVÁ SOUMĚRNOST

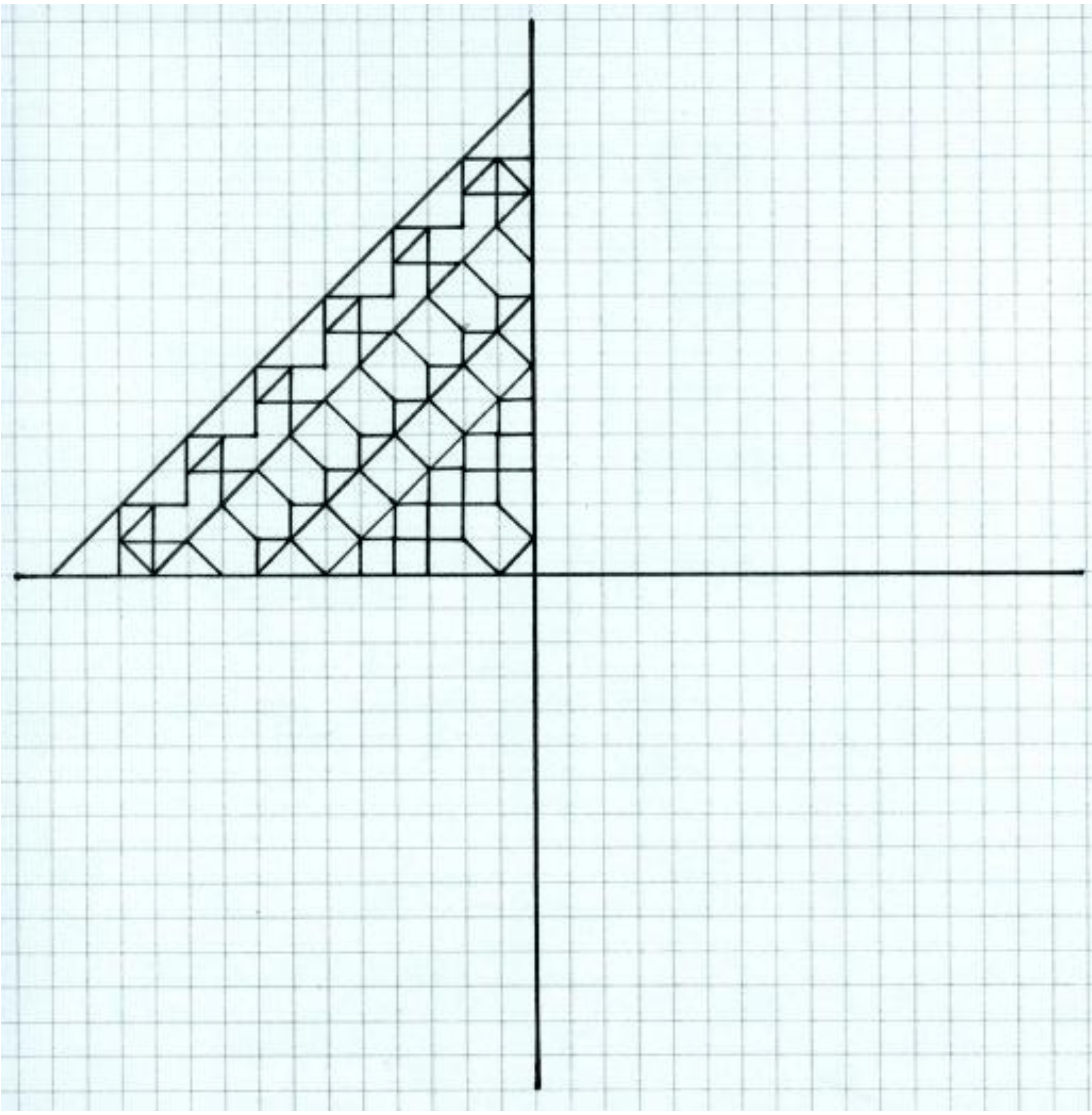


OSOVÁ SOUMĚRNOST

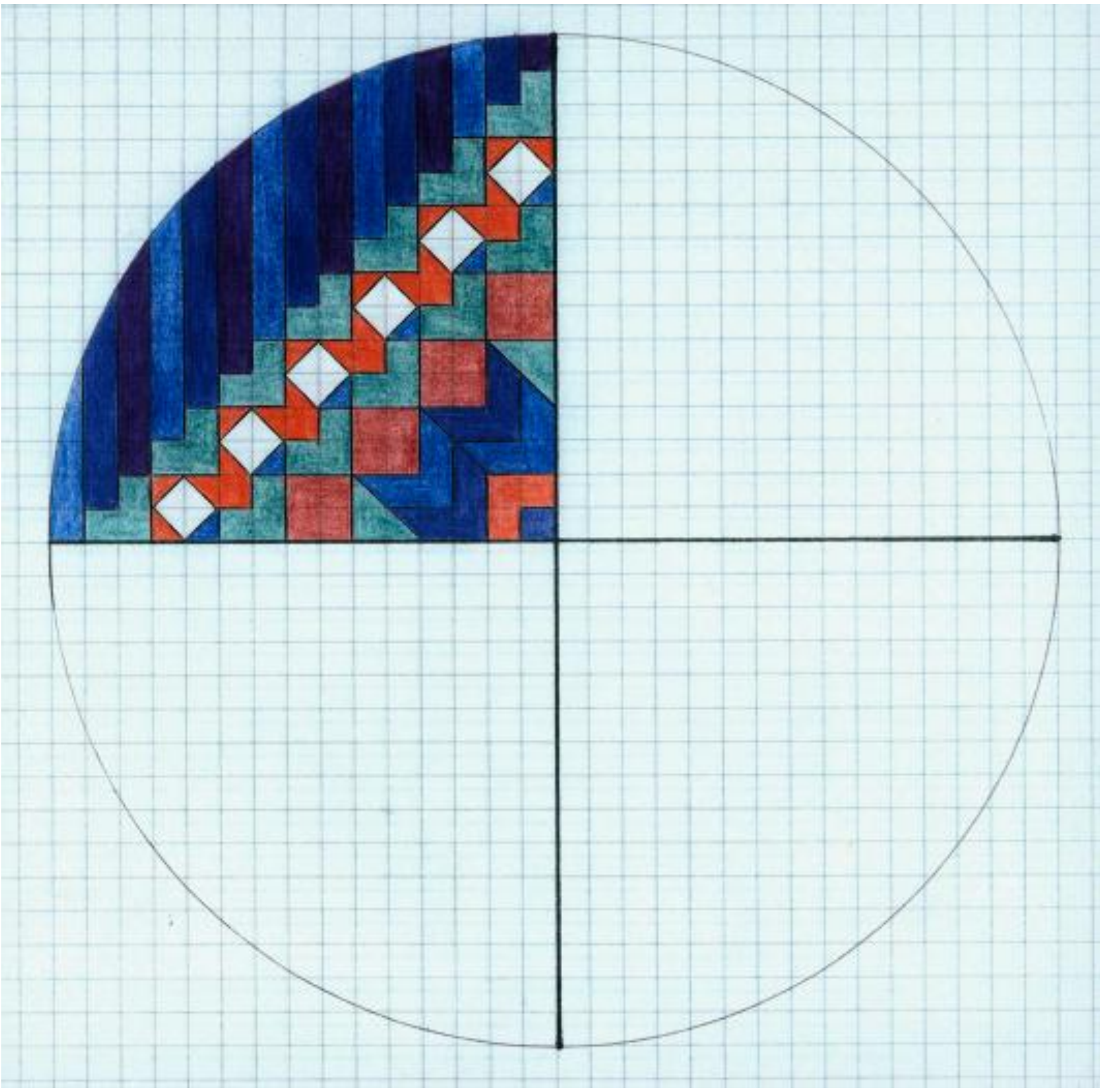




OSOVÁ SOUMĚRNOST

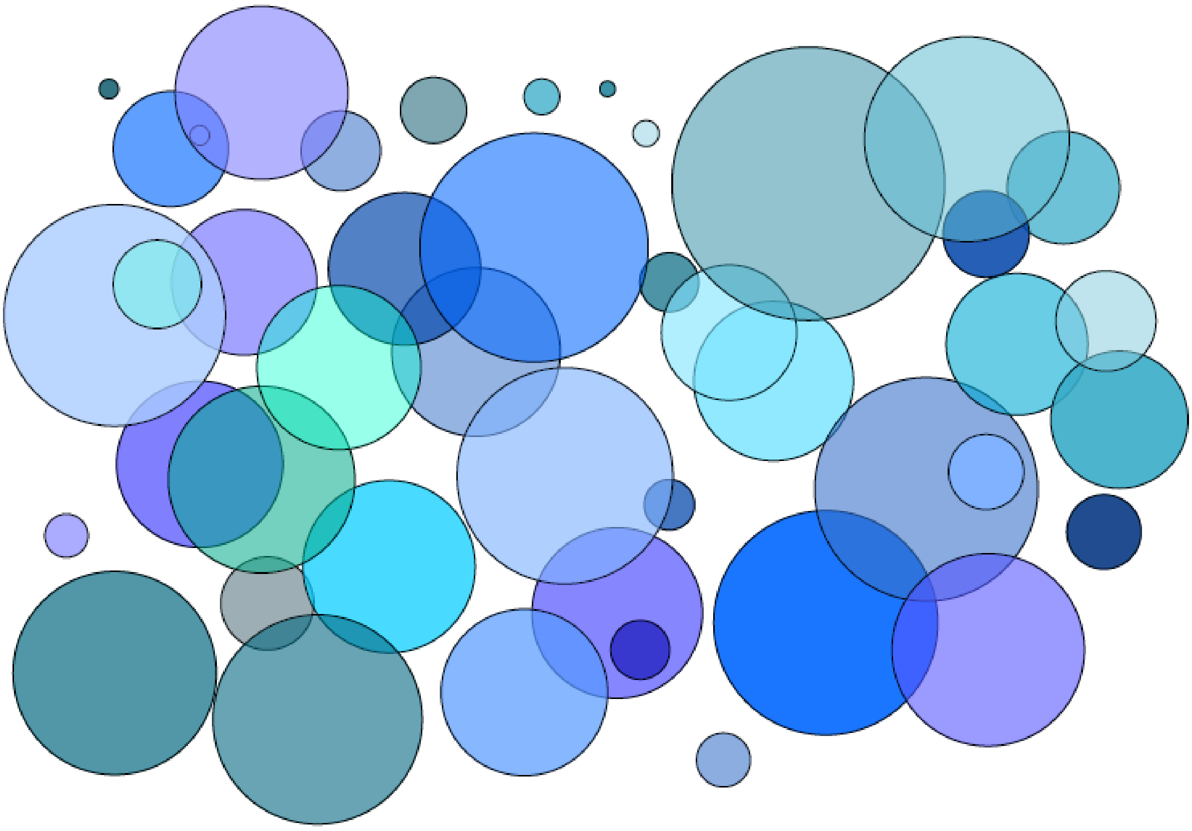


OSOVÁ SOUMĚRNOST

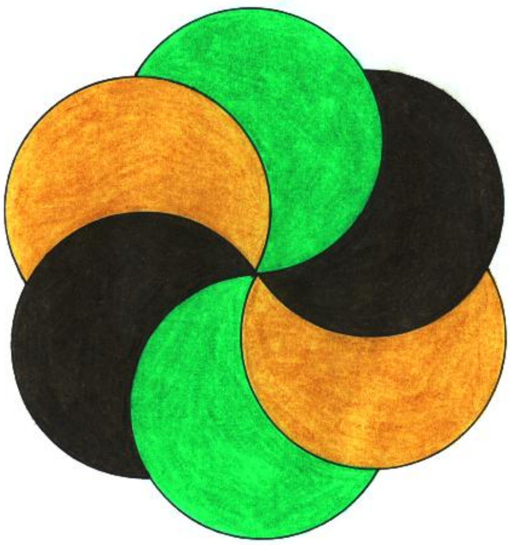


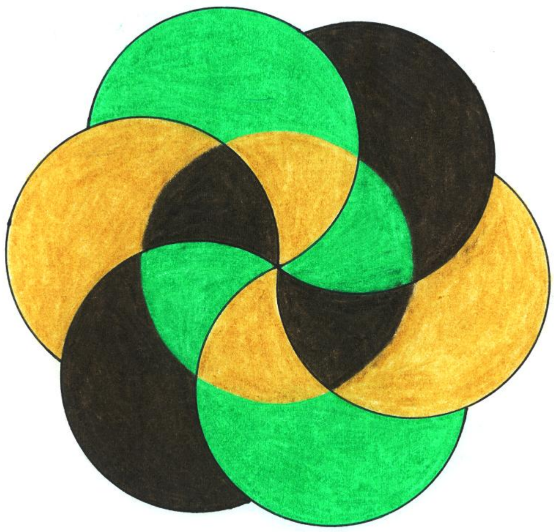
KONSTRUKČNÍ ÚLOHY

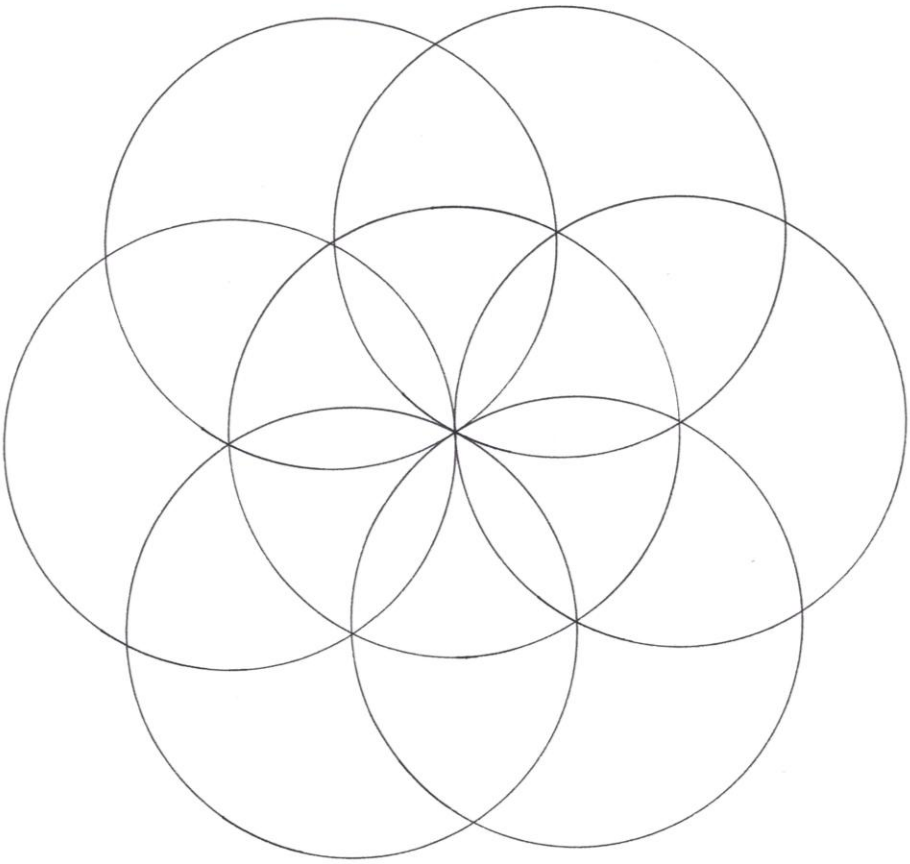
1) Bubliny: Narýsuj libovolný počet kružnic s libovolným poloměrem. Kružnice se mohou vzájemně překrývat. Vybarvi podle fantazie.



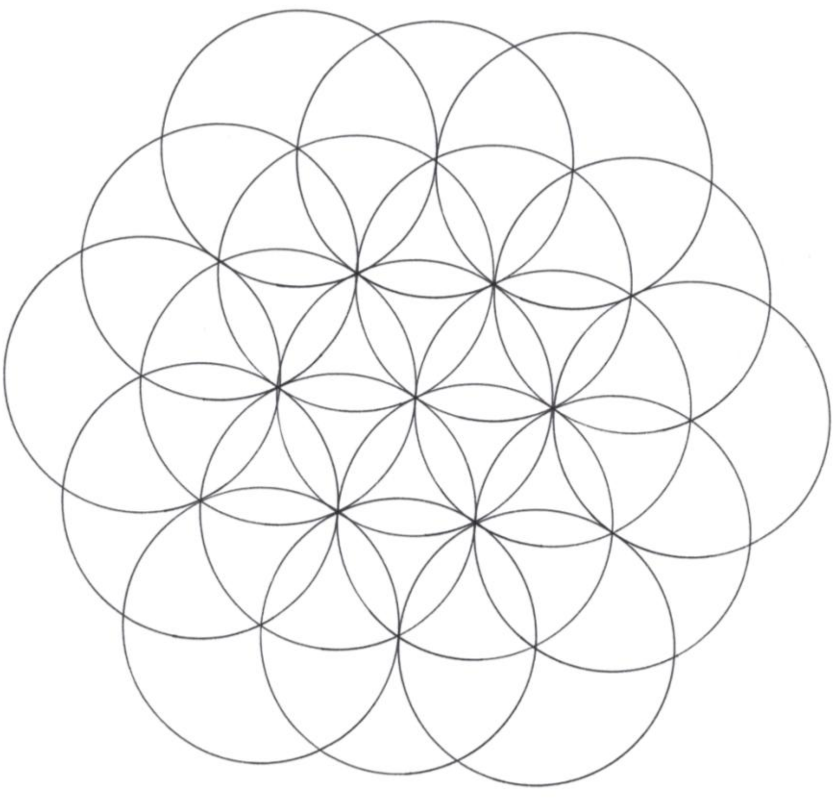
2) Doprostřed stránky narýsuj kružnici o poloměru 4 cm. Narýsuj druhou kružnici s týmž poloměrem a se středem ležícím na křivce první kružnice. Středem třetí kružnice, stále s poloměrem 4 cm, je průsečík obou předešlých kružnic. Tento postup opakuj ještě 4krát (dokud se opět nedostaneš ke druhé kružnici). Vzniklý květ vybarvi dle fantazie/předlohy.



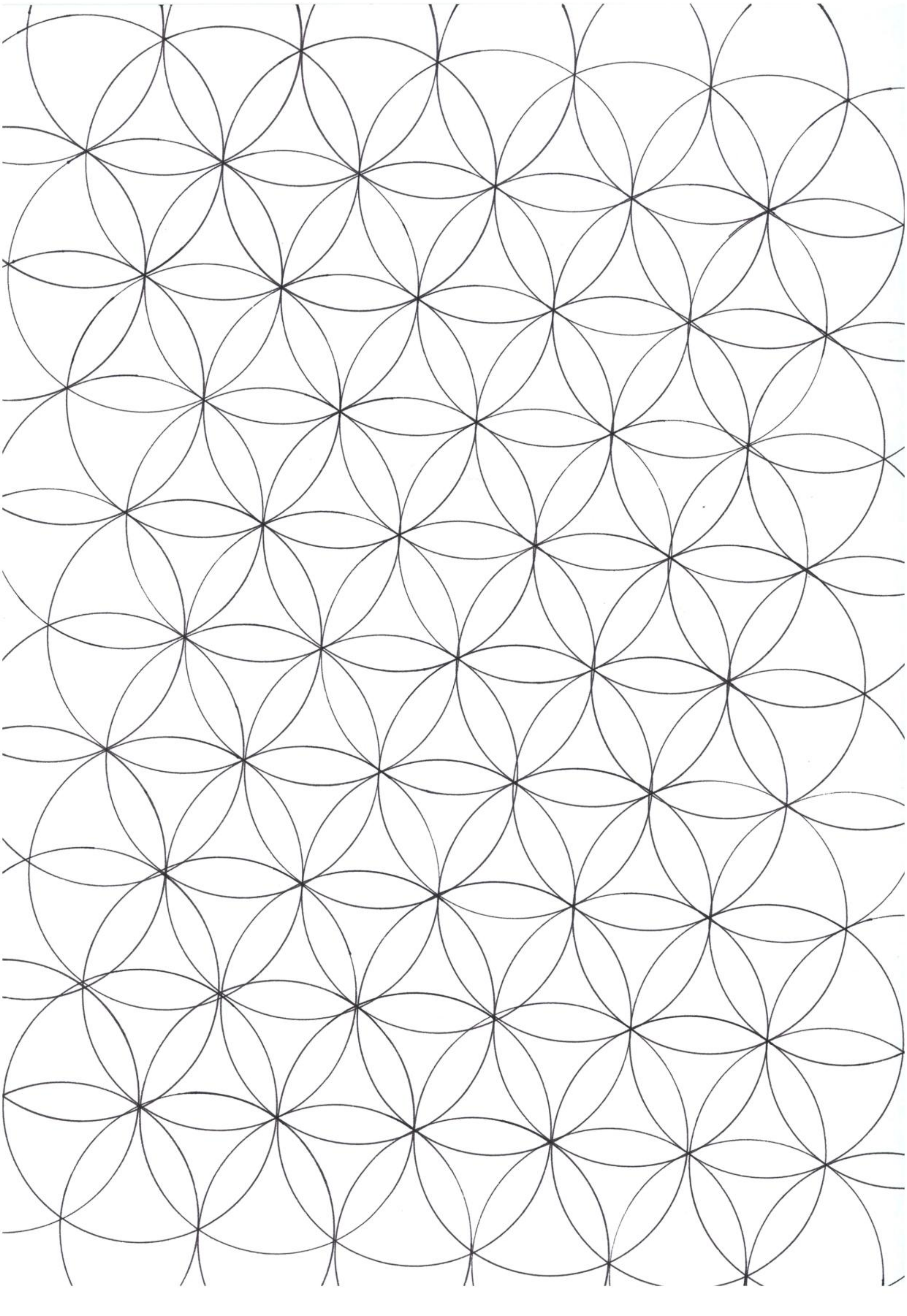




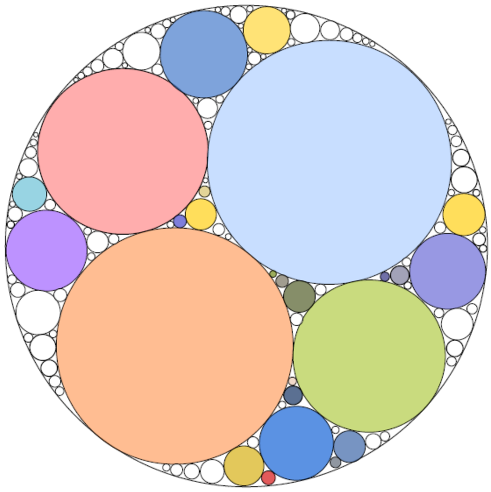
2) Pokus se již známý „květ“ rozšířit. Rýsuj kružnice o stále stejném poloměru a jako středy využívej průsečíky předešlých kružnic. Ve vzniklé síti vybarvi vzory dle fantazie.

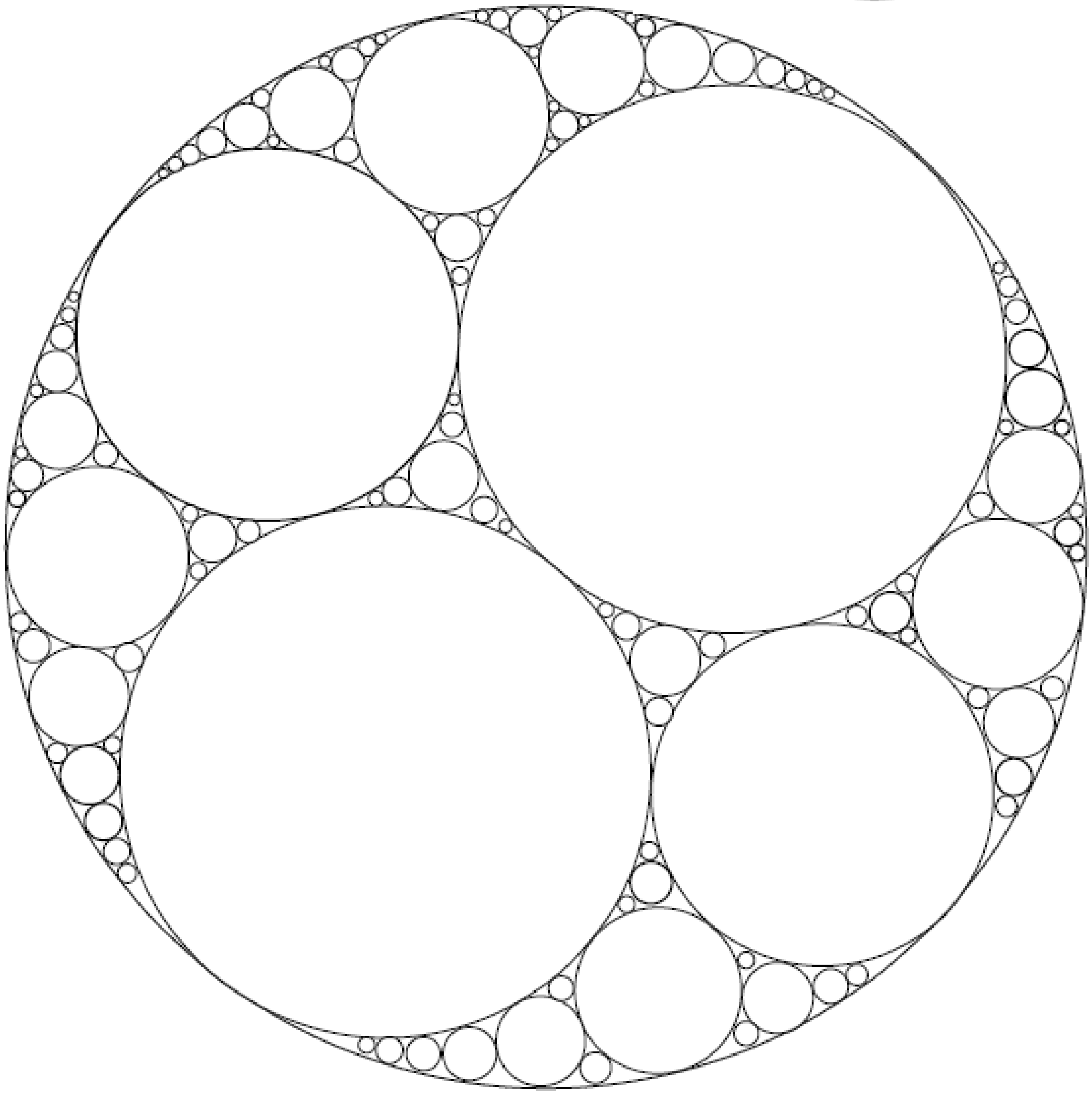


KONSTRUKČNÍ ÚLOHY



3) Do zadané kružnice vrýsuj/vkresli co nejvíce menších kružnic. Vybarvi podle fantazie.





4) Narýsuj dle zadání.

ZADÁNÍ:

1) AB; $|AB| = 14$ cm

2) X; $X \in AB$; $|AX| = 3$ cm

3) k_x (X; $|AX|$)

4) C; $C \in AB$; $C \in k_x$; $A \neq C$

5) Y; $Y \in AB$; $|YB| = 3$ cm

6) k_y (Y; $|YB|$)

7) D; $D \in AB$; $D \in k_y$; $D \neq B$

8) Z; $Z \in CD$; $|CZ| = |ZD|$

9) k_z (Z; $|AZ|$)

10) U; $U \in AZ$; $|UZ| = 3$ cm

11) V; $V \in ZB$; $|ZV| = 3$ cm

12) kružnicový oblouk UV (Z; $|ZU|$)

13) F; $F \in U\frown V$; $F \in k_y$

14) E; $E \in U\frown V$; $E \in k_x$

15) p; $p \perp AB$; $E \in p$

16) P; $P \in p$; $P \in AB$

17) k_e (E; $|EP|$)

18) k_f (F; $|EP|$)

19) G; $G \in k_e$; $G \in k_f$

20) k_g (G; $|EP|$)

21) H; $H \in k_g$; $H \in k_e$

22) I; $I \in k_g$; $I \in k_f$

23) k_h (H; $|EP|$)

24) k_i (I; $|EP|$)

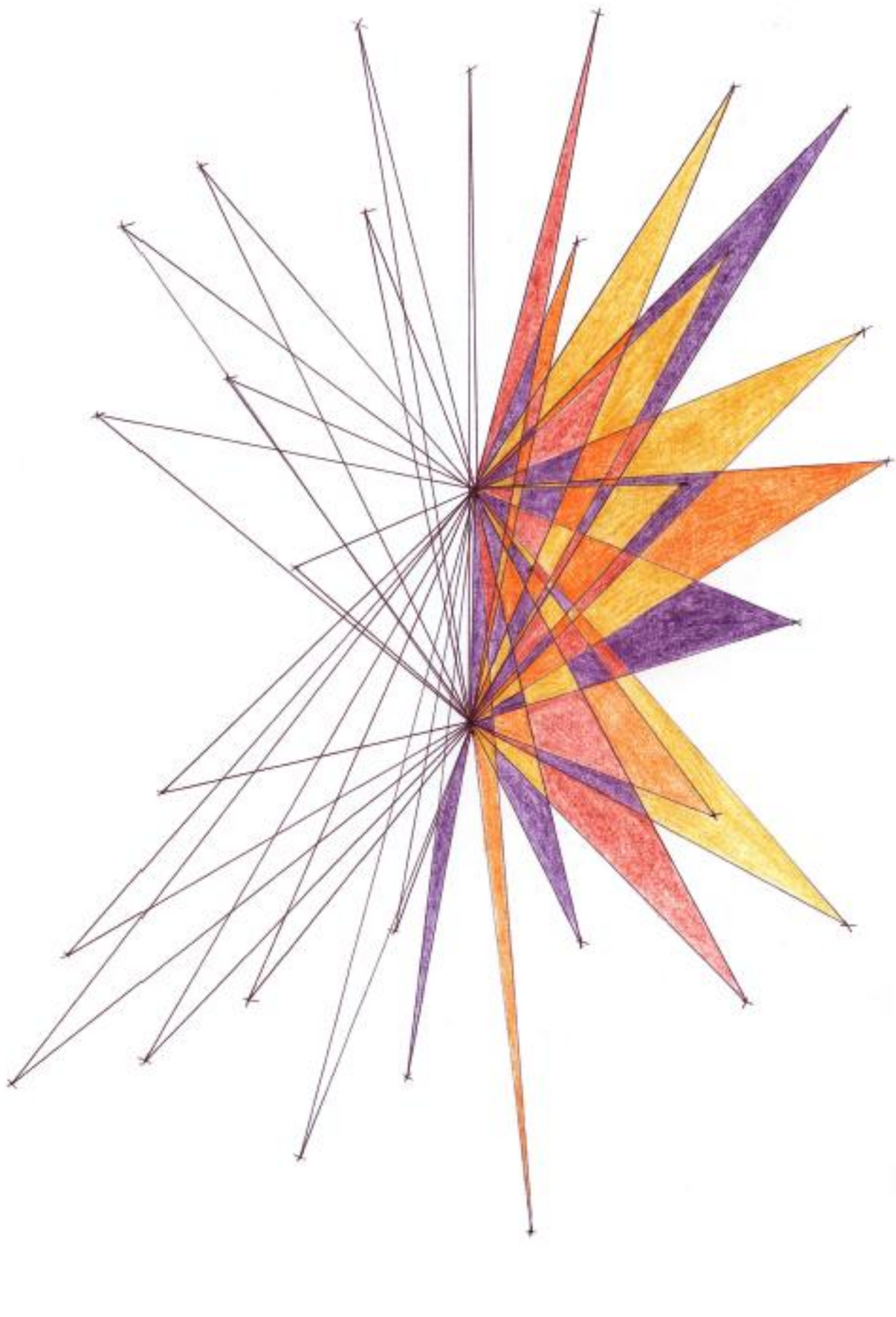
25) J; $J \in k_h$; $J \in k_i$

26) k_j (J; $|EP|$)

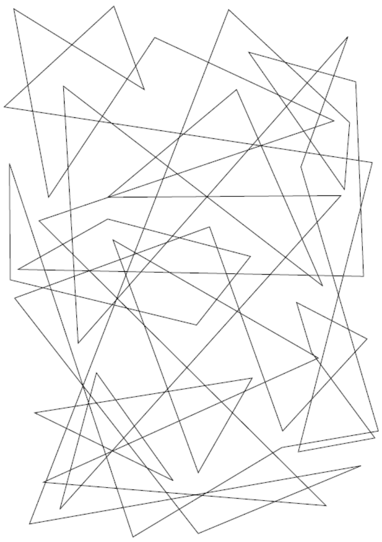
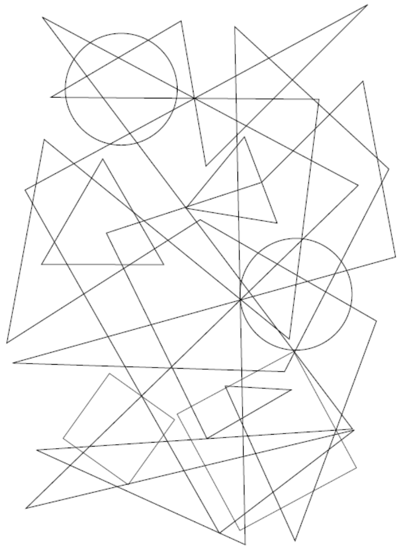
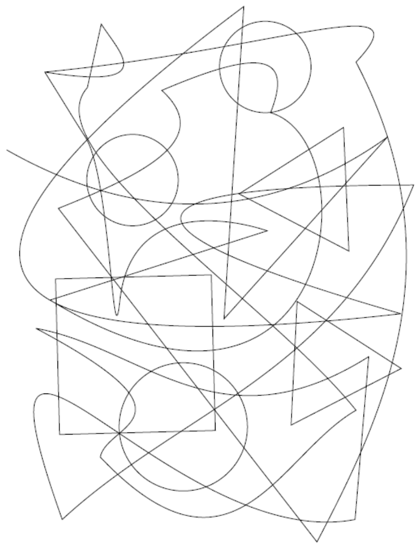
27) zvýrazni stromek dle předlohy a vybarvi

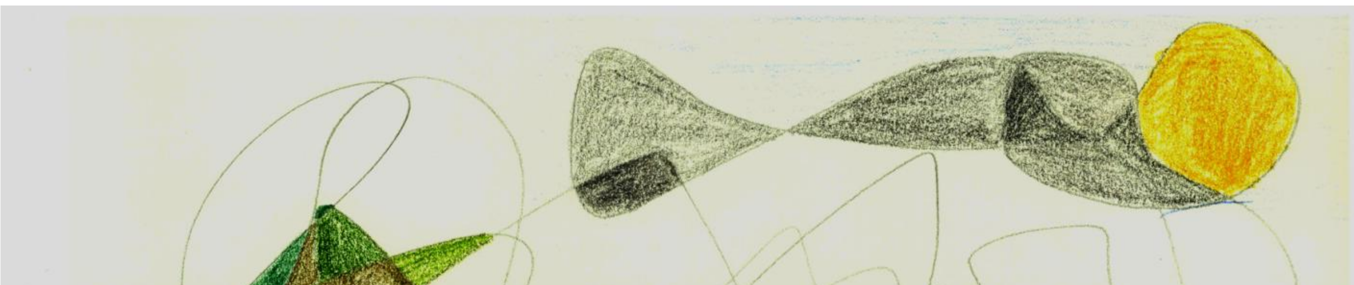
5) Vprostřed stránky si zvol dva body a spoj je. Kdekoli v okolí těchto bodů si zvol libovolné množství dalších bodů. Pospojuj body tak, aby dva body vprostřed stránky byly dvěma vrcholy trojúhelníku a každý z okolních bodů postupně třetím vrcholem daného trojúhelníku.

Zvol si čtyři libovolné barvy a pokus se vzniklou „hvězdu“ vybarvit tak, aby se vždy stejně barevné části „hvězdy“ stýkaly nanejvýš ve vrcholech, nikoli však stranou tvaru.

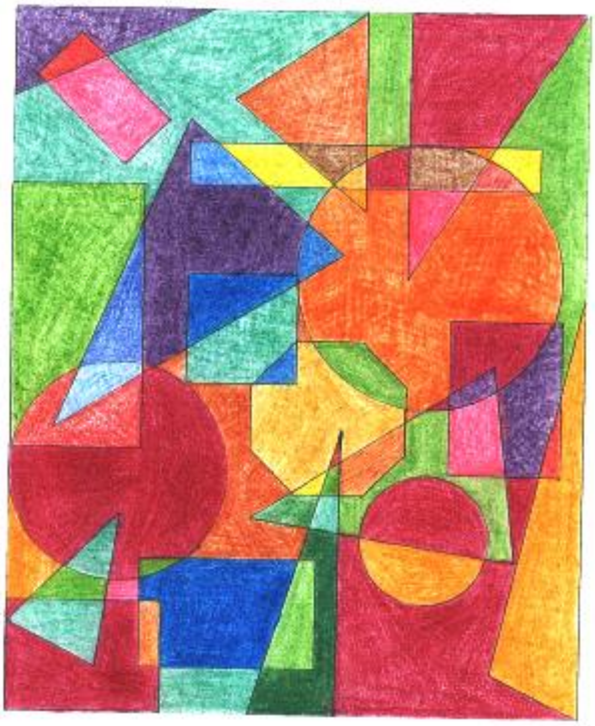


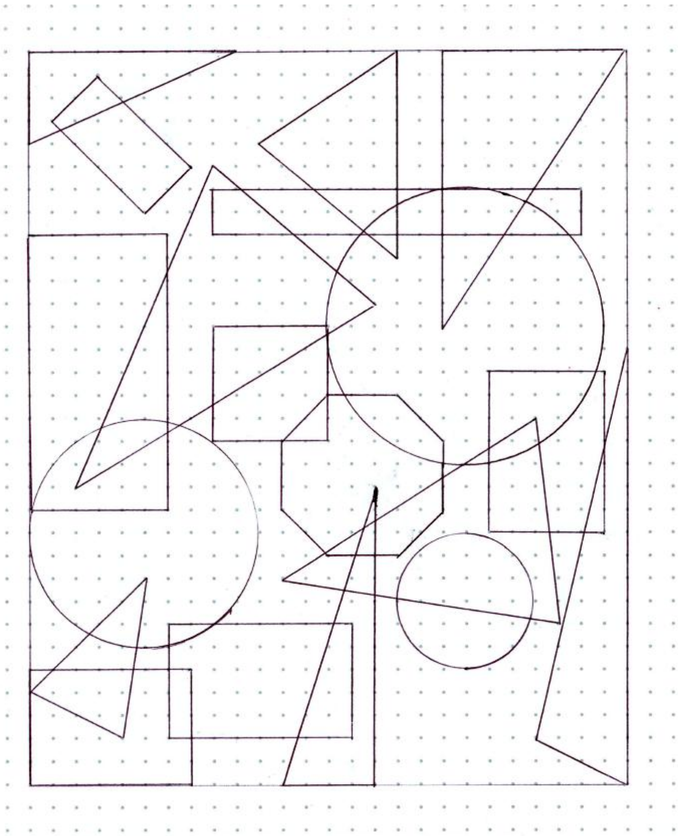
6) Křivky a lomené čáry. Tento typ cvičení je velice kreativní. Lze kombinovat čáry křivé, čáry lomené i jiné geometrické útvary (čtverec, trojúhelník, kruh,…). Ve výsledné změti čar pak můžeme vyhledávat konkrétní obrazy a obrazce, ale také vybarvit s čistě abstraktním záměrem.

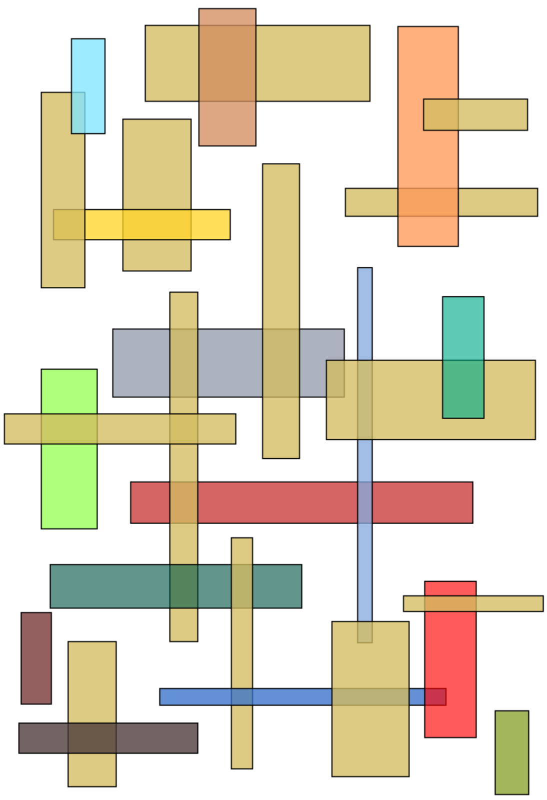


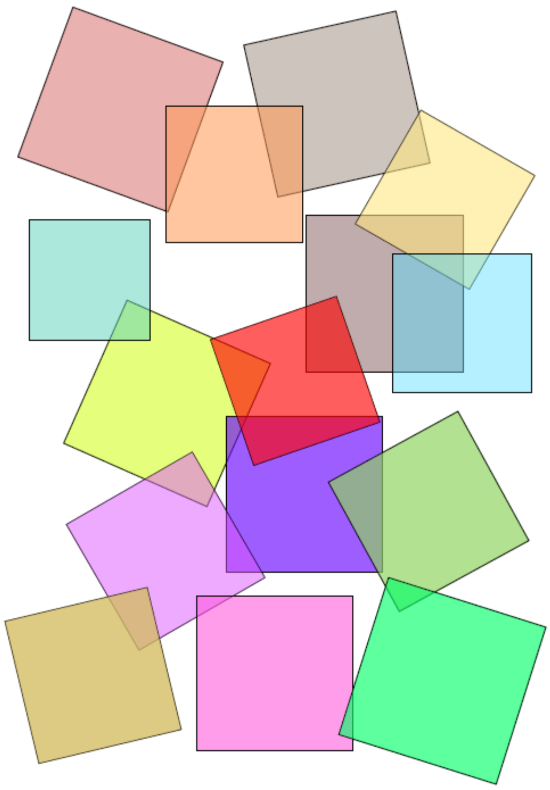
7) Konstrukce s využitím tečkovaného papíru.



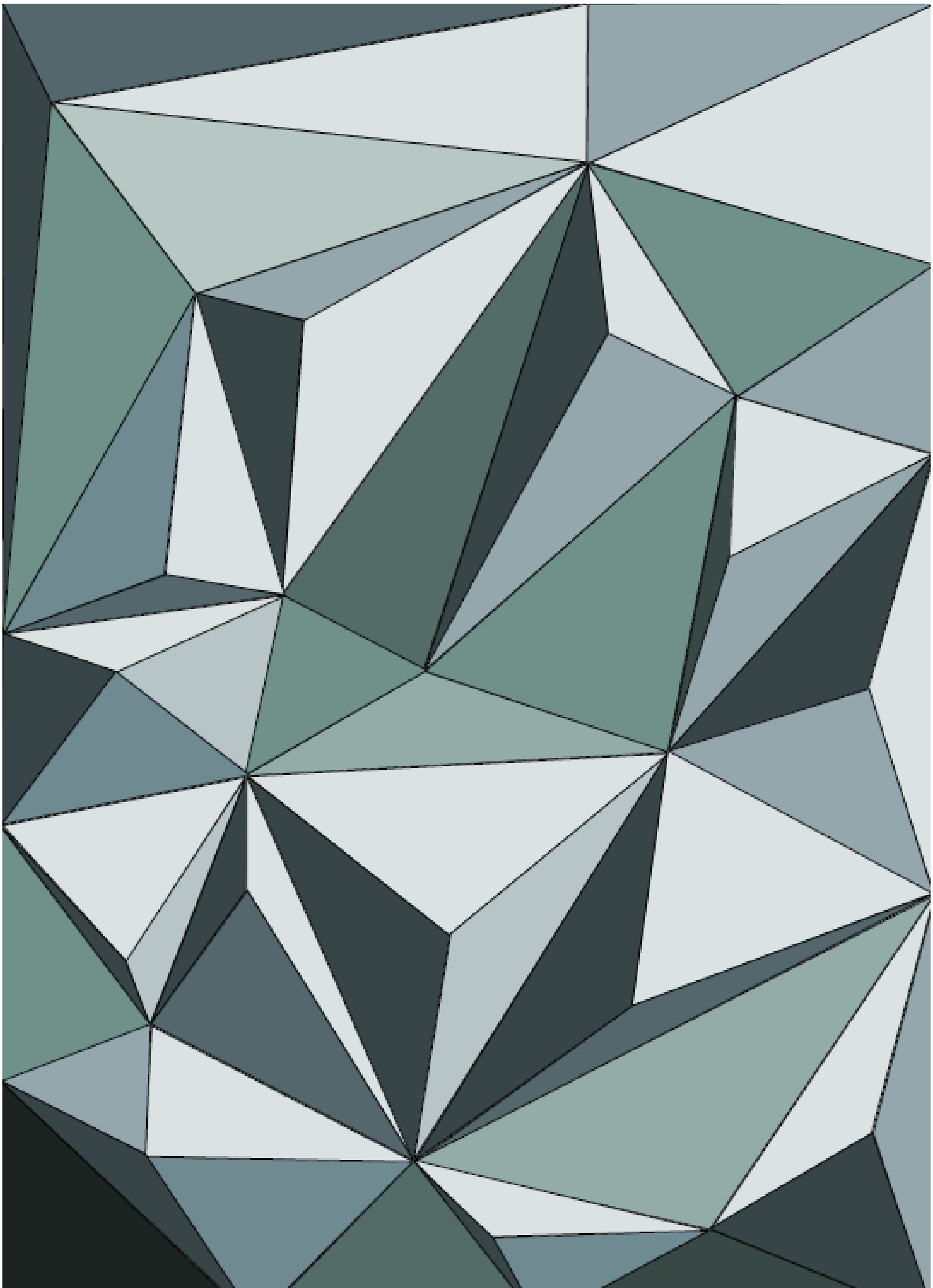


8) Čtverce a obdélníky (princip úlohy „bubliny").

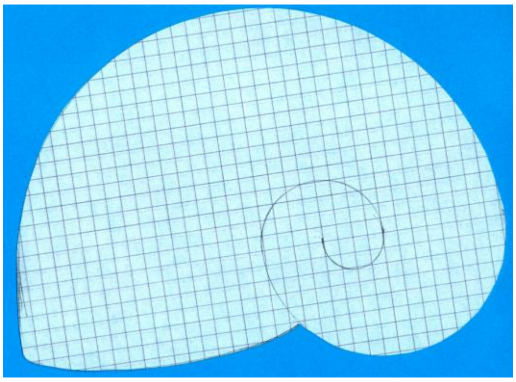


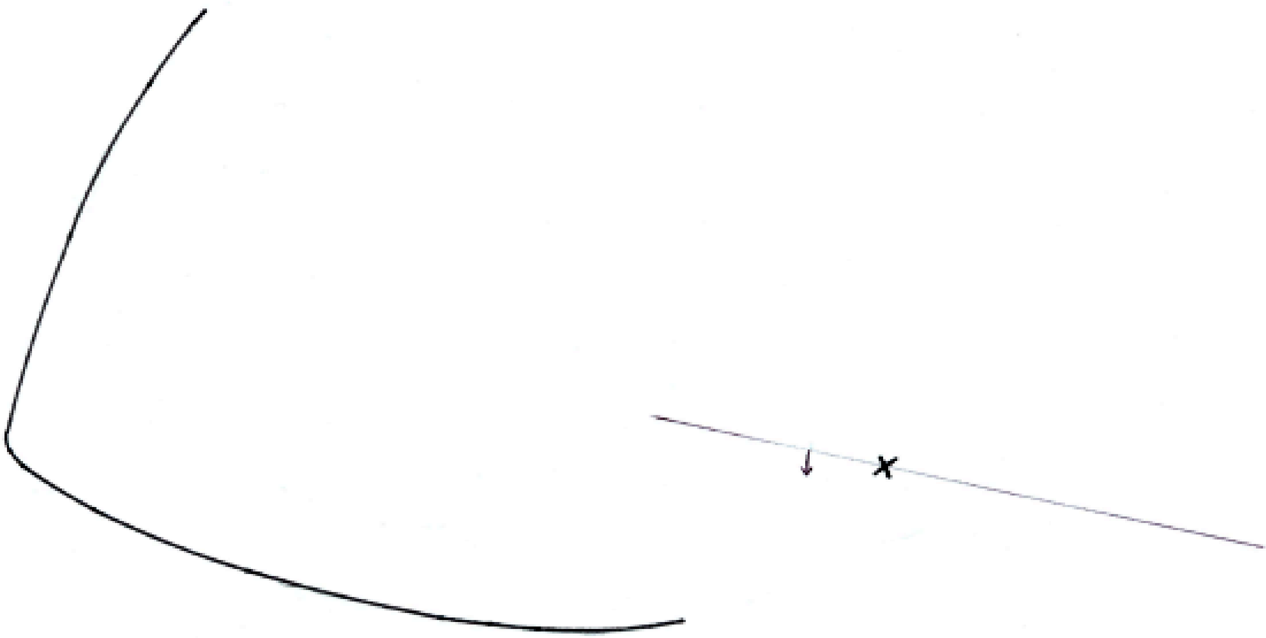


9) Narýsuj kamkoli na list papíru jeden libovolný trojúhelník. Následně vyplň celou plochu papíru pomocí libovolných trojúhelníků a to tak, že vždy ke dvěma již existujícím vrcholům připojíš jeden vrchol nový. Hotové dílo vybarvi za použití několika málo odstínů jedné barvy (například šedé – od světlé po nejtmavší) a vytvoř tak efekt světla a stínu.

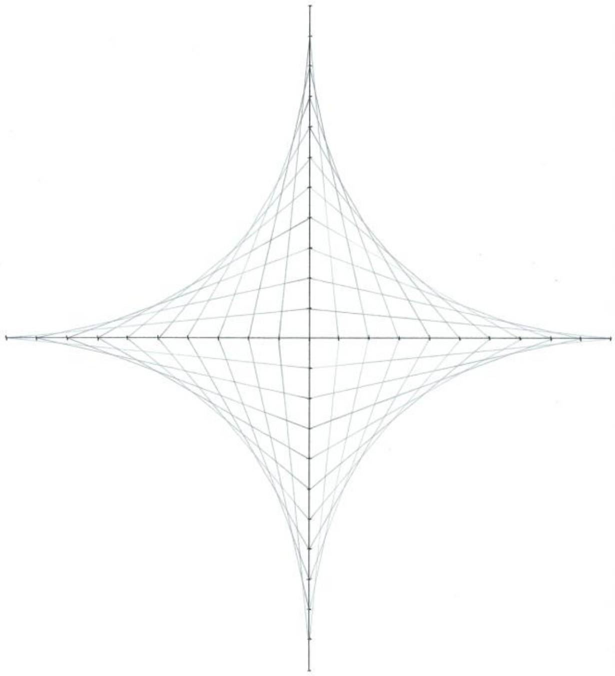


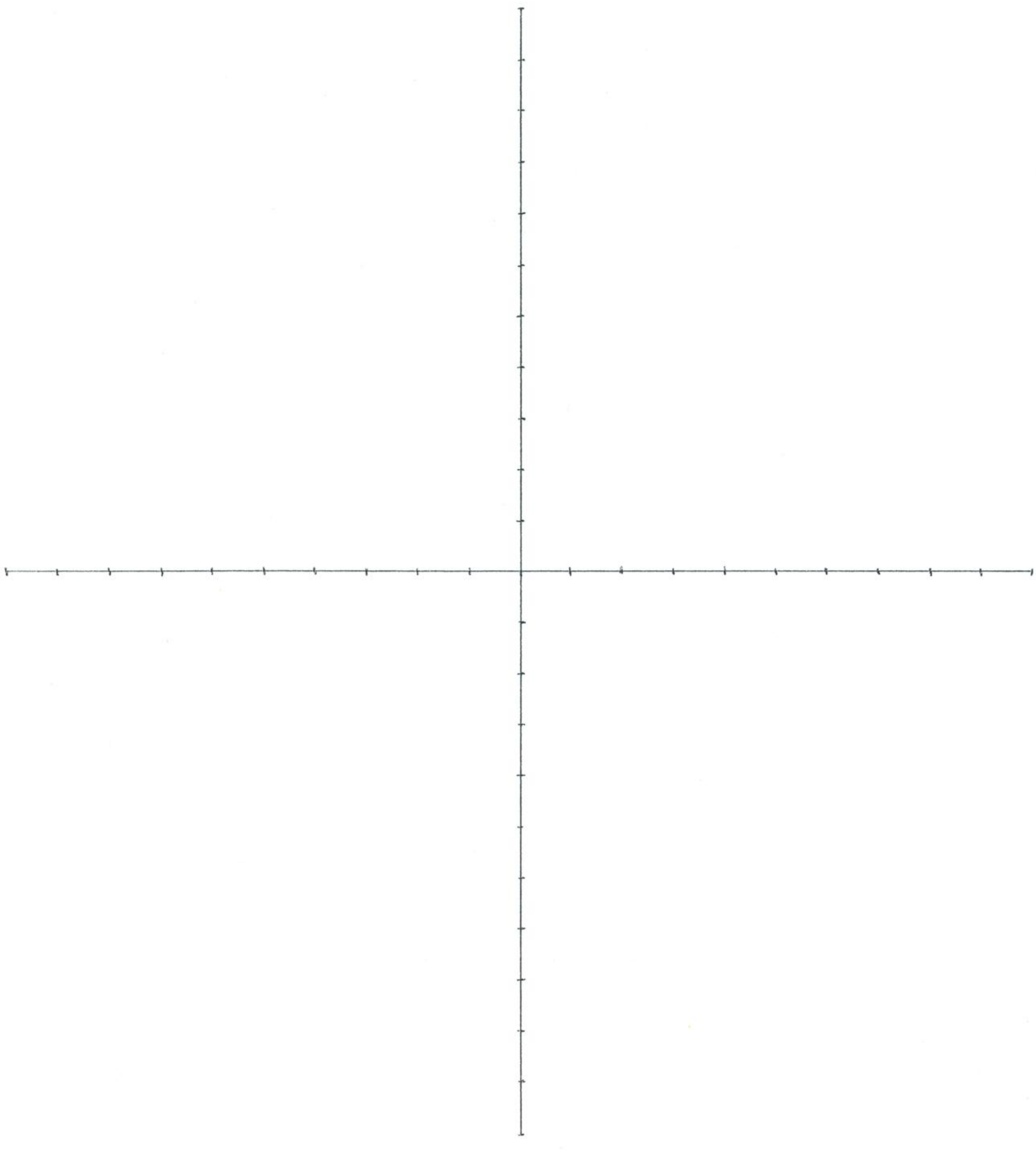
10) Narýsuj oblouk kružnice se středem ve vyznačeném bodě a poloměrem 1 cm (*dle zvětšení připraveného zadání nutno upravit, poloměr je roven vzdálenosti od vyznačeného bodu – středu – k patě vyznačené šipky).* Tah kružítka veď dle směru vyznačeného šipkou a oblouk zakonči, jakmile dosáhneš naznačené přímky. Poté posuň hrot kružítka do počátku prvního oblouku (pata šipky) a narýsuj druhý oblouk, jehož poloměr je roven průměru předešlého oblouku jakmile dosáhneš přímky, přesuň opět hrot kružítka do počátku druhého oblouku a proveď oblouk třetí (opět s poloměrem, který je roven průměru oblouku předešlého). Toto zopakuj i u oblouku čtvrtého, dokud nedosáhneš již vyznačené křivky. Dotvoř vzniklý útvar a jeho okolí dle fantazie.



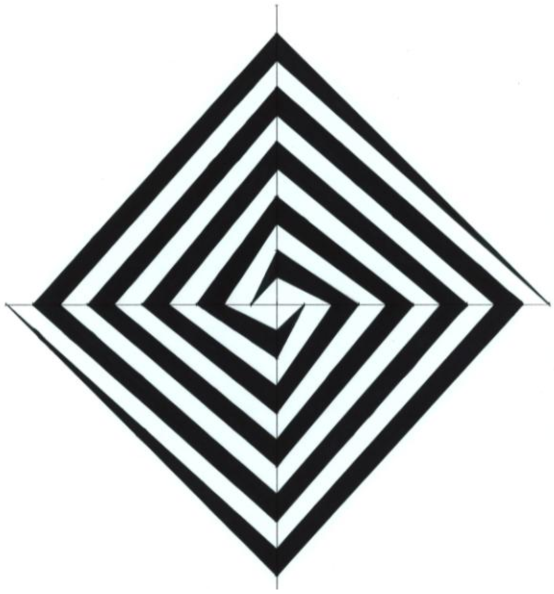


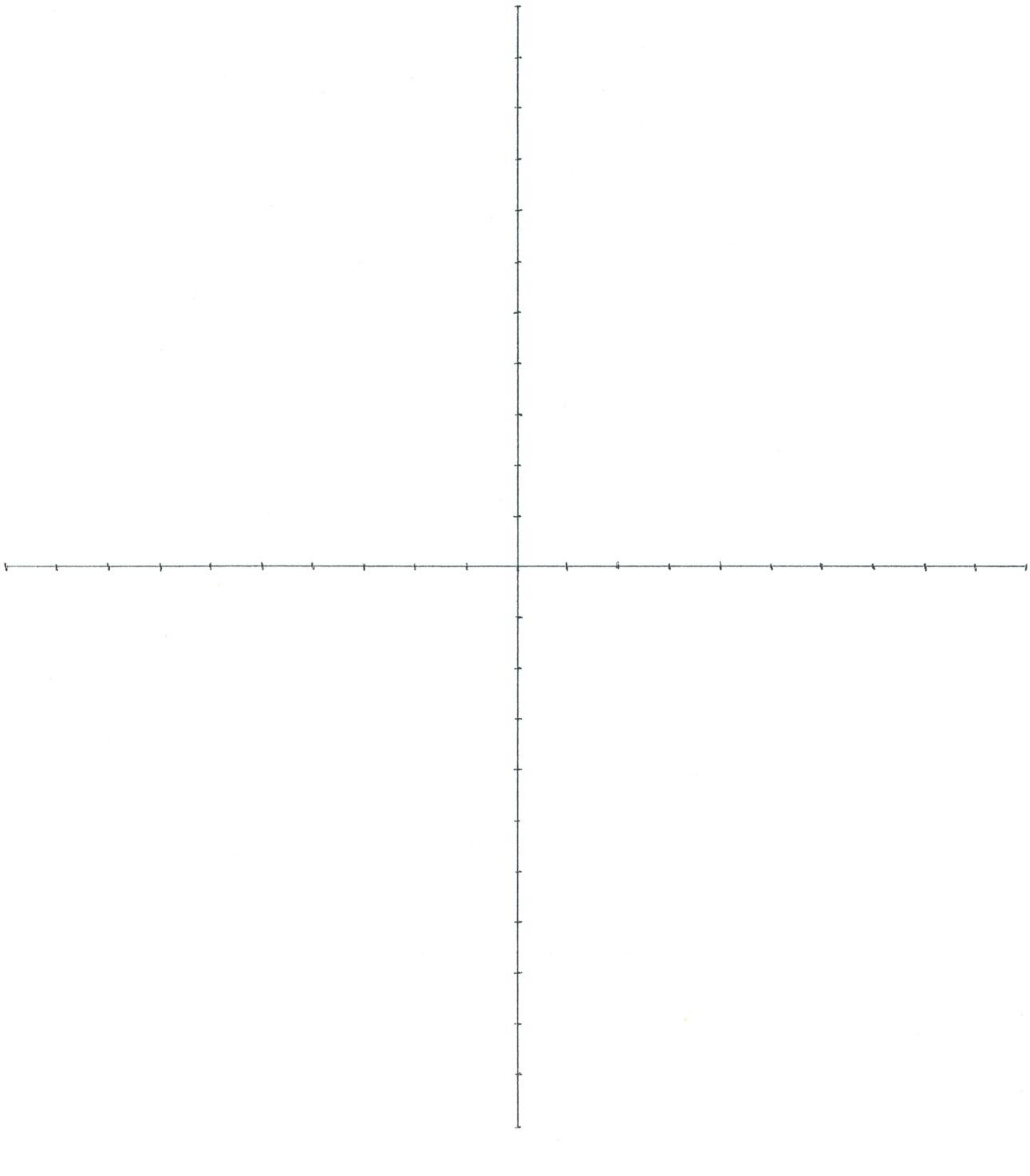
1) Narýsuj obrazec dle předlohy. (Vybarvi dle předlohy/fantazie.)

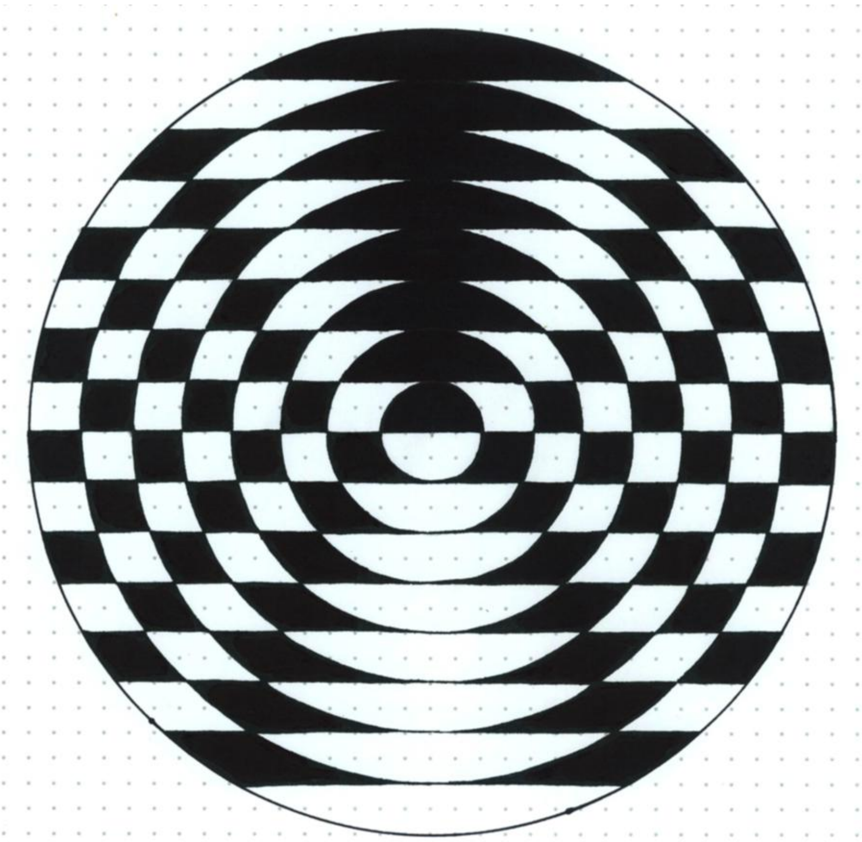


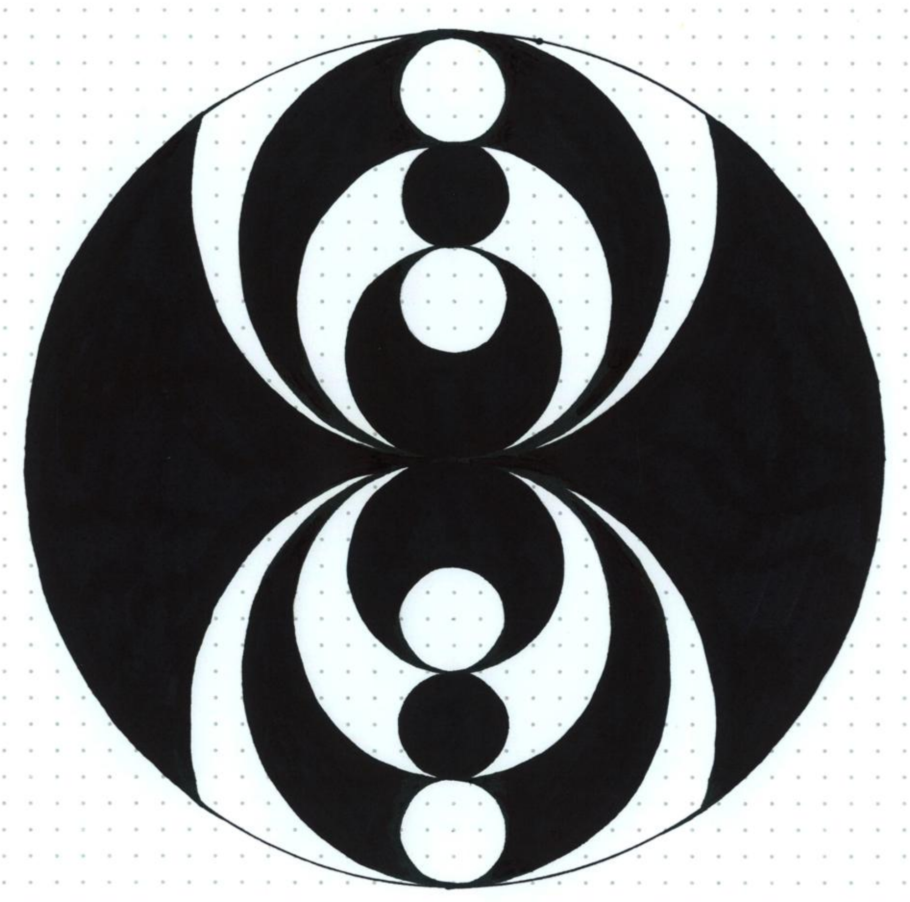


ORNAMENTY A MANDALY

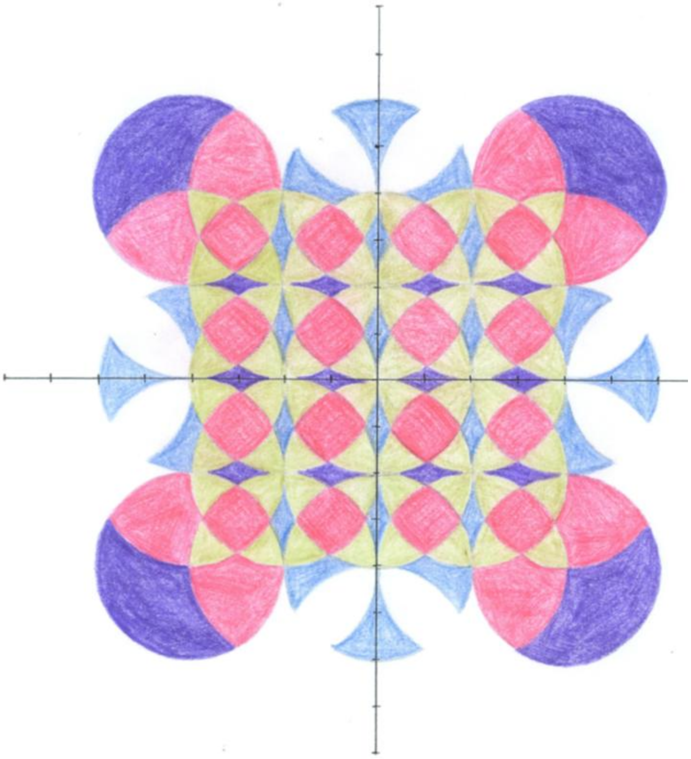


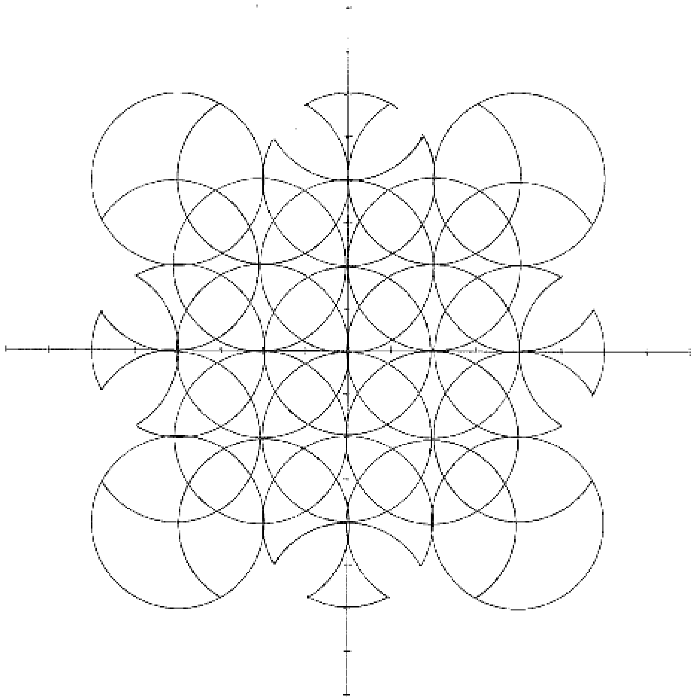


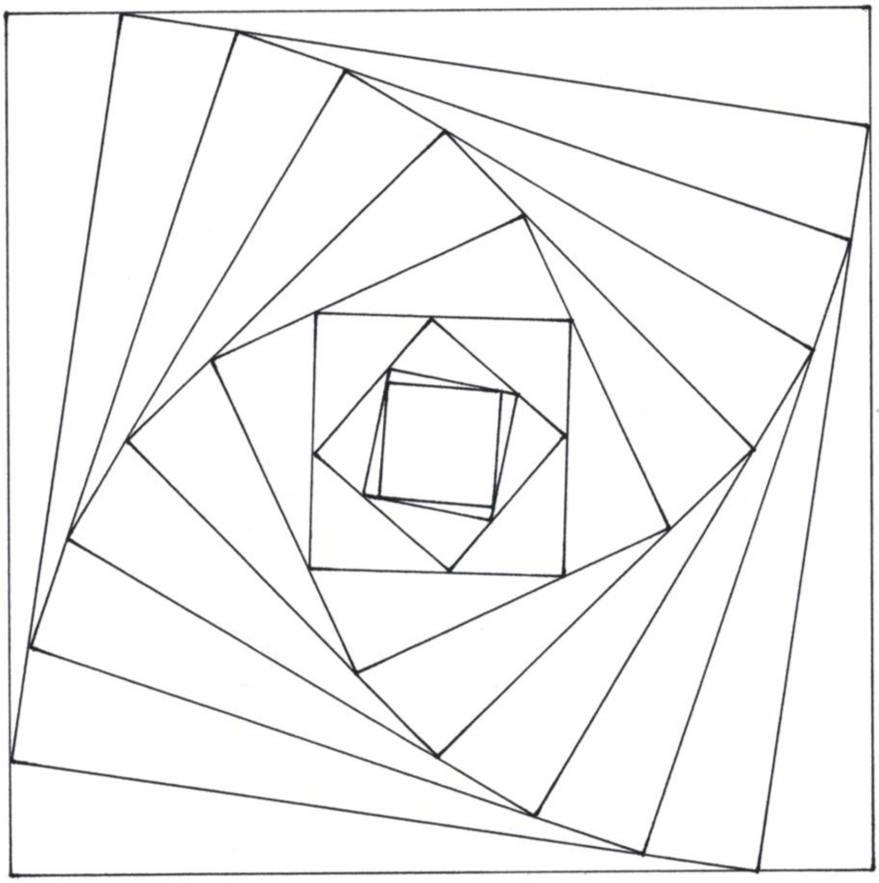


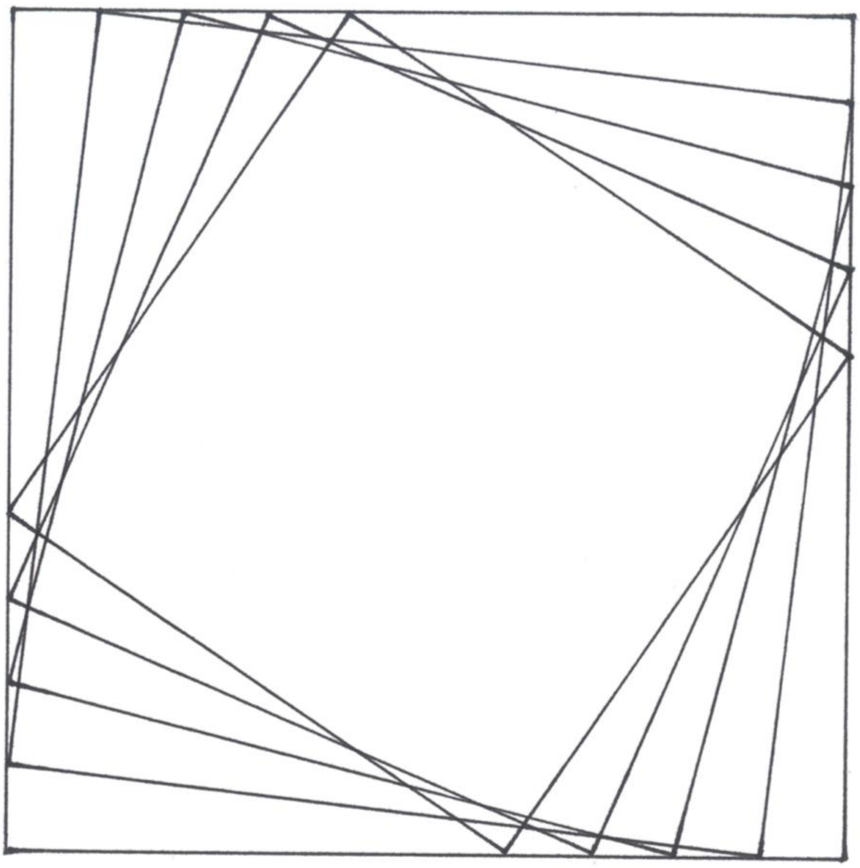


ORNAMENTY A MANDALY

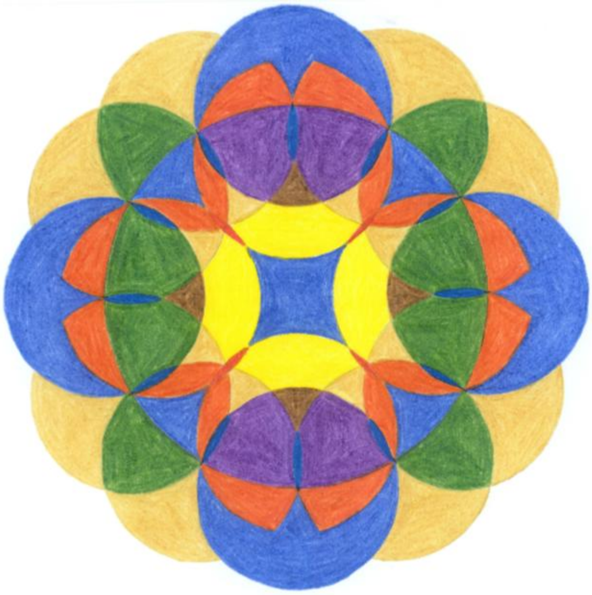
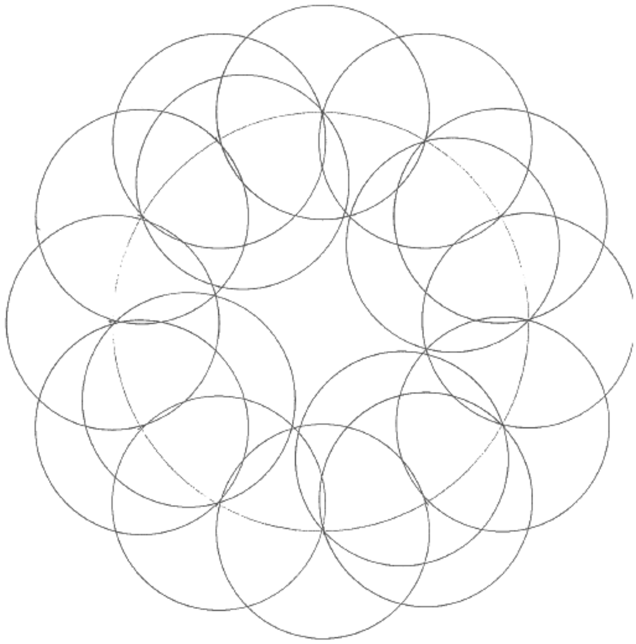


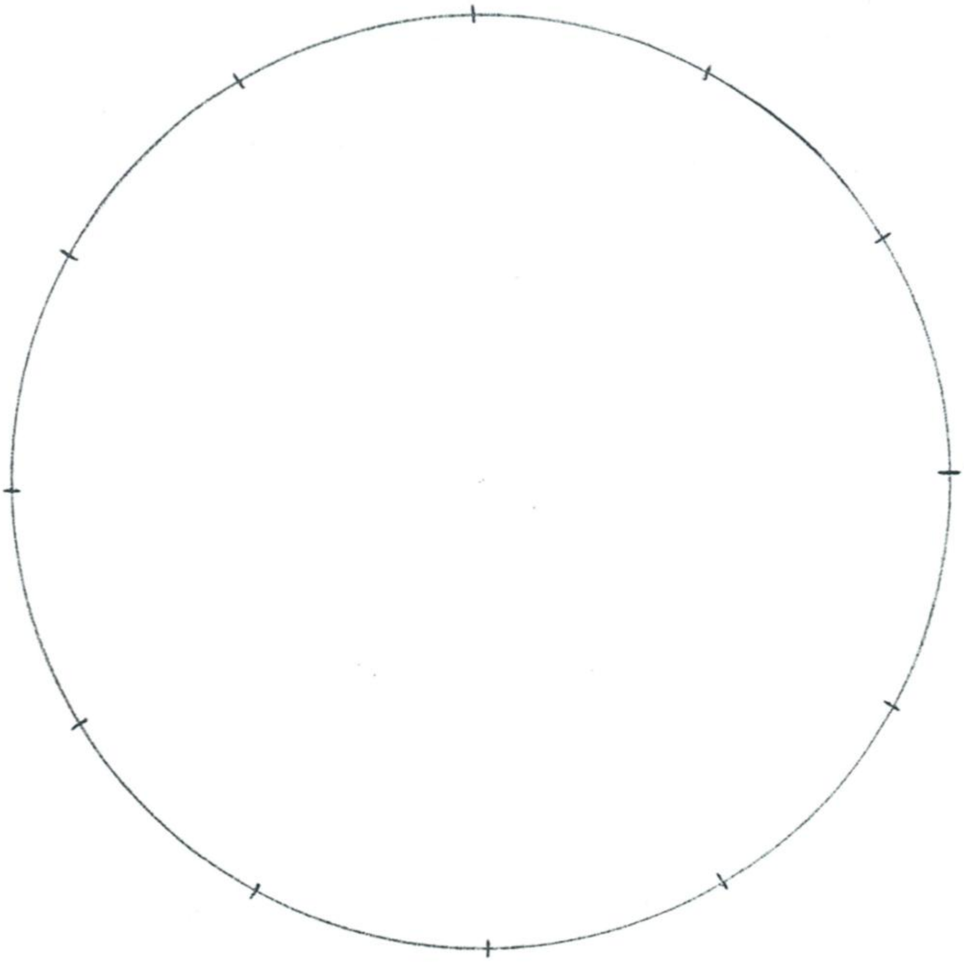




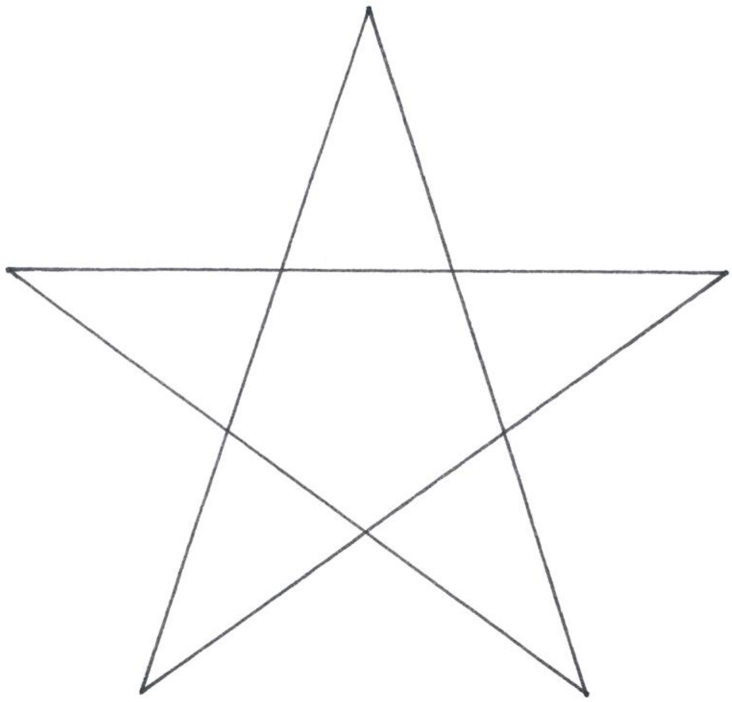


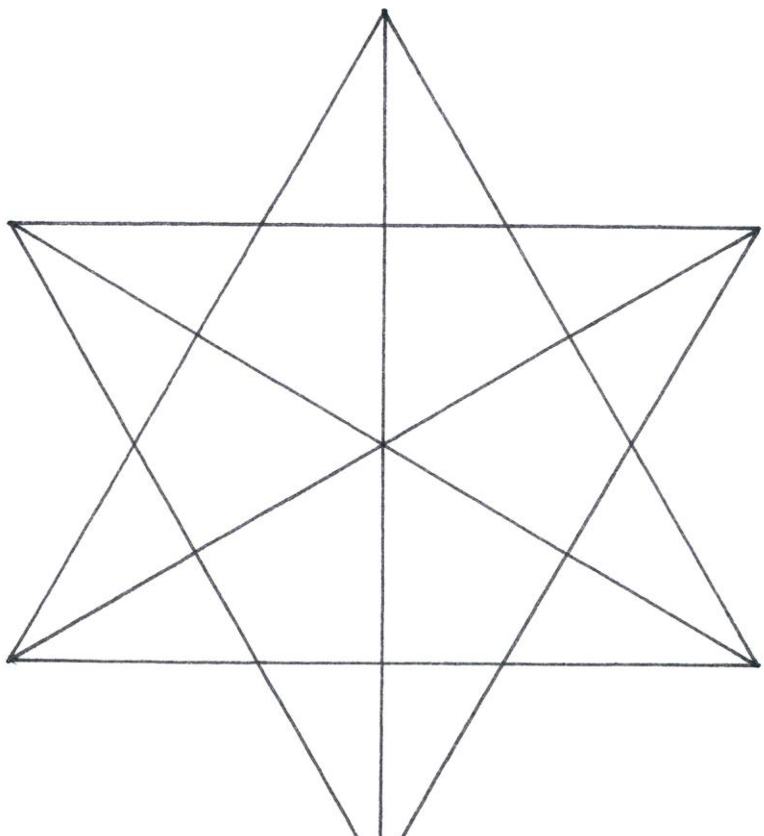
ORNAMENTY A MANDALY

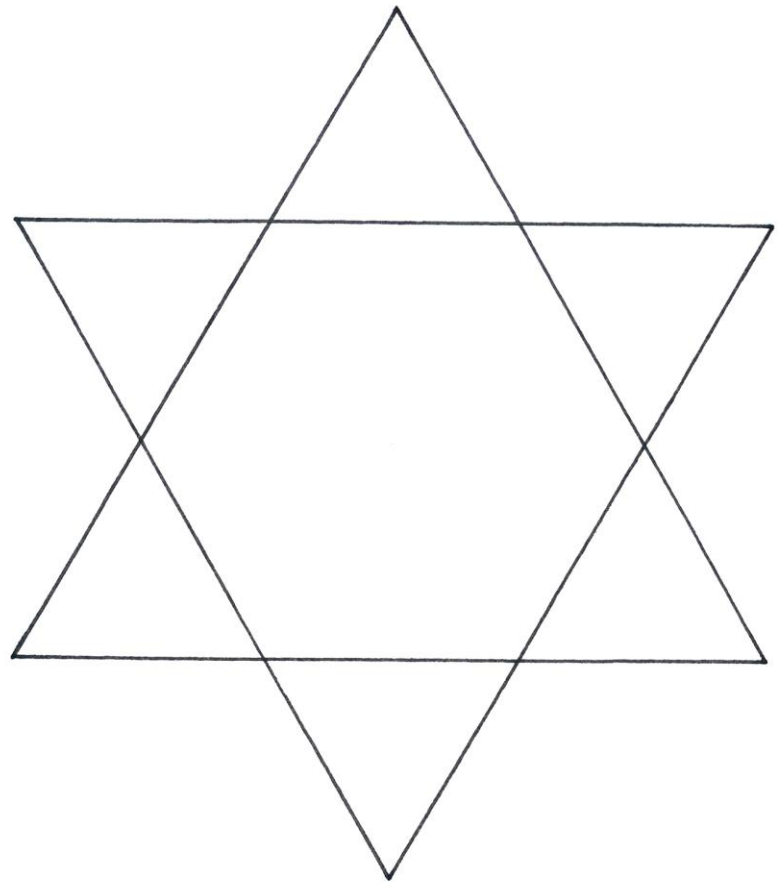
 

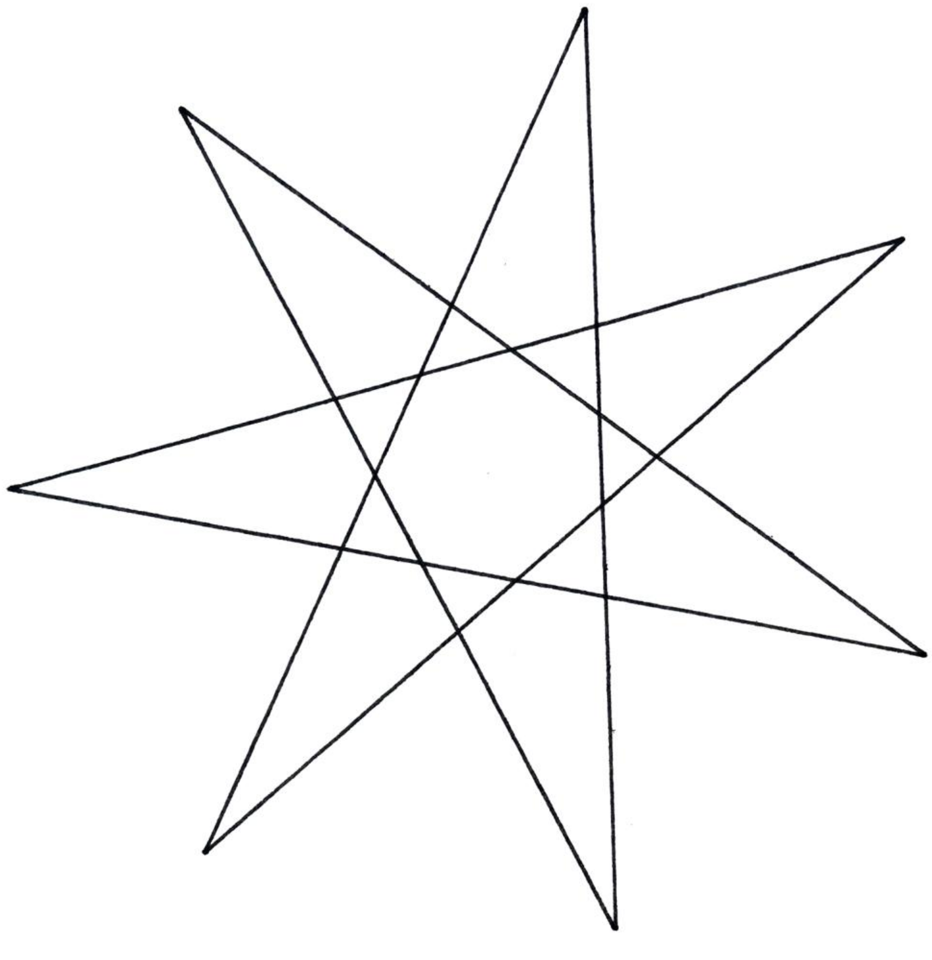


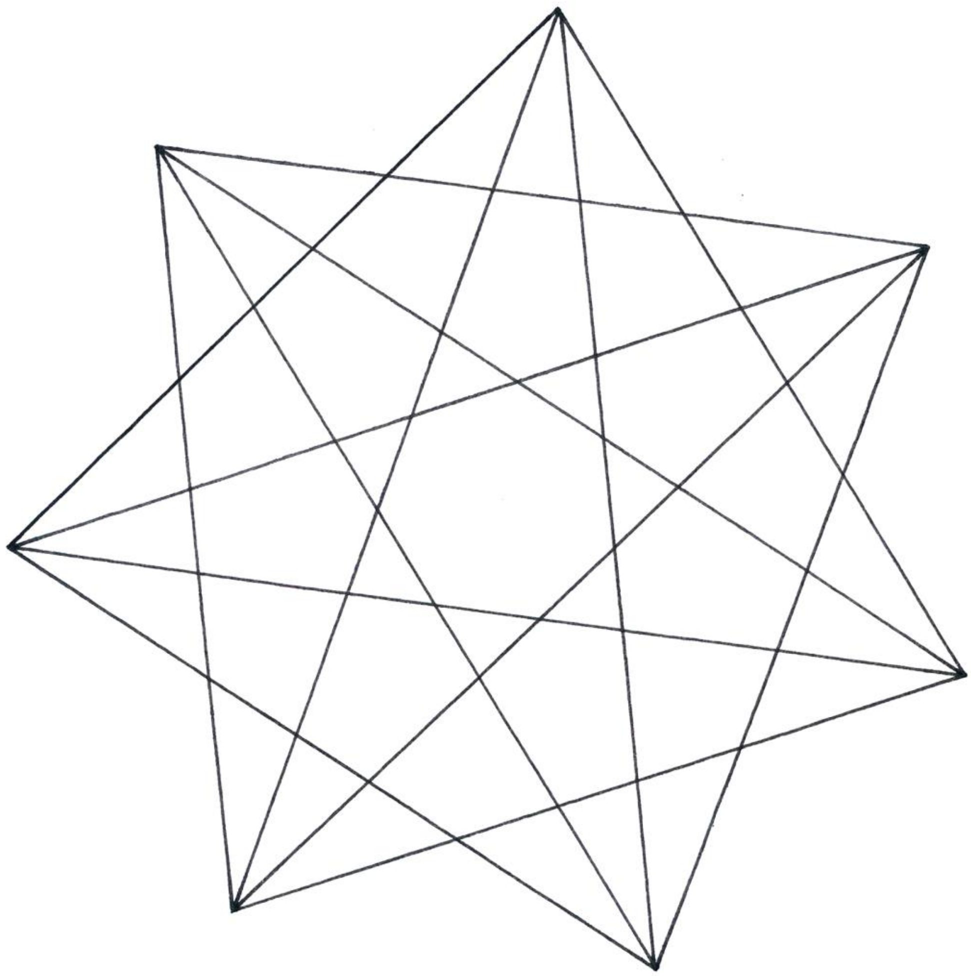
2) Dotvoř základy dle předlohy/fantazie. Využij libovolných rýsovacích potřeb, barev, materiálů.

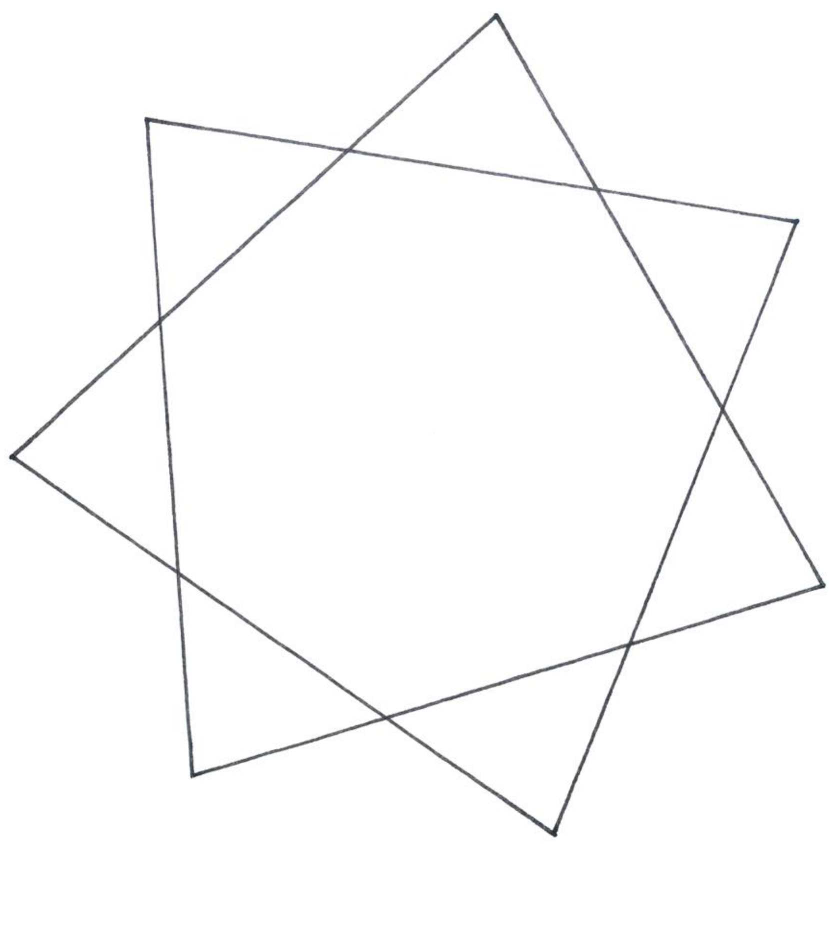




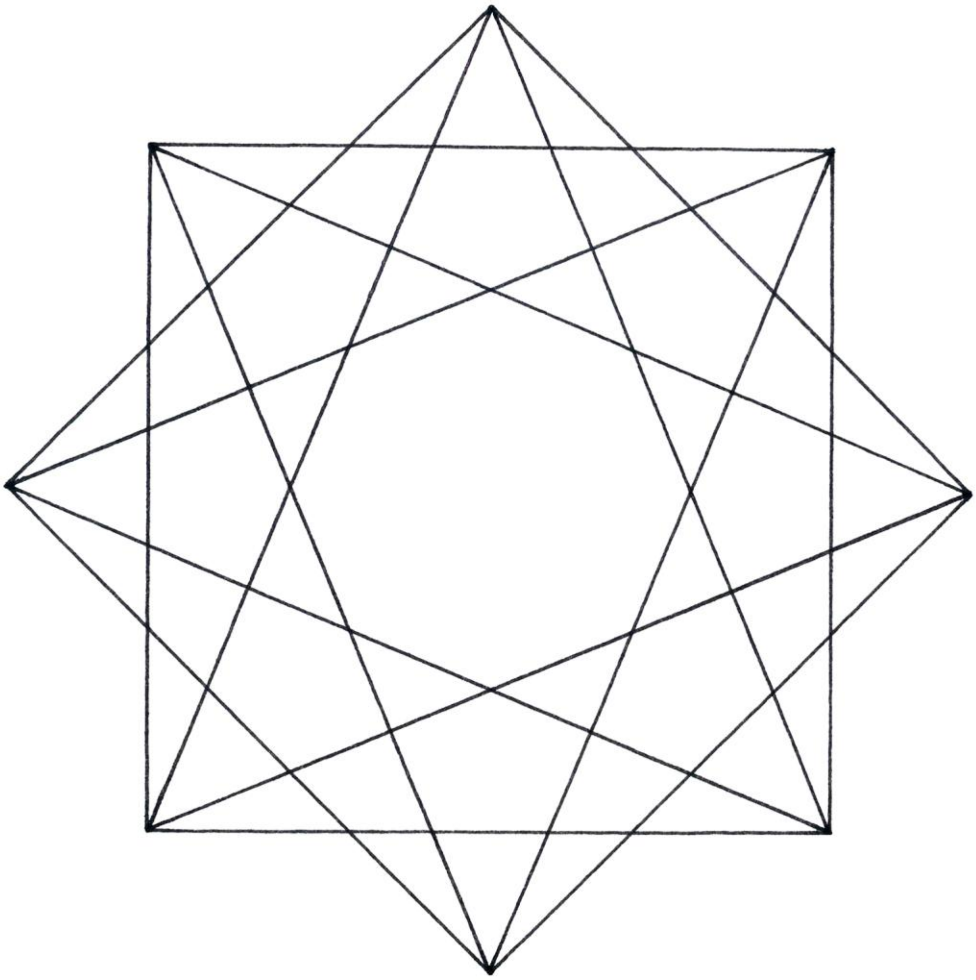


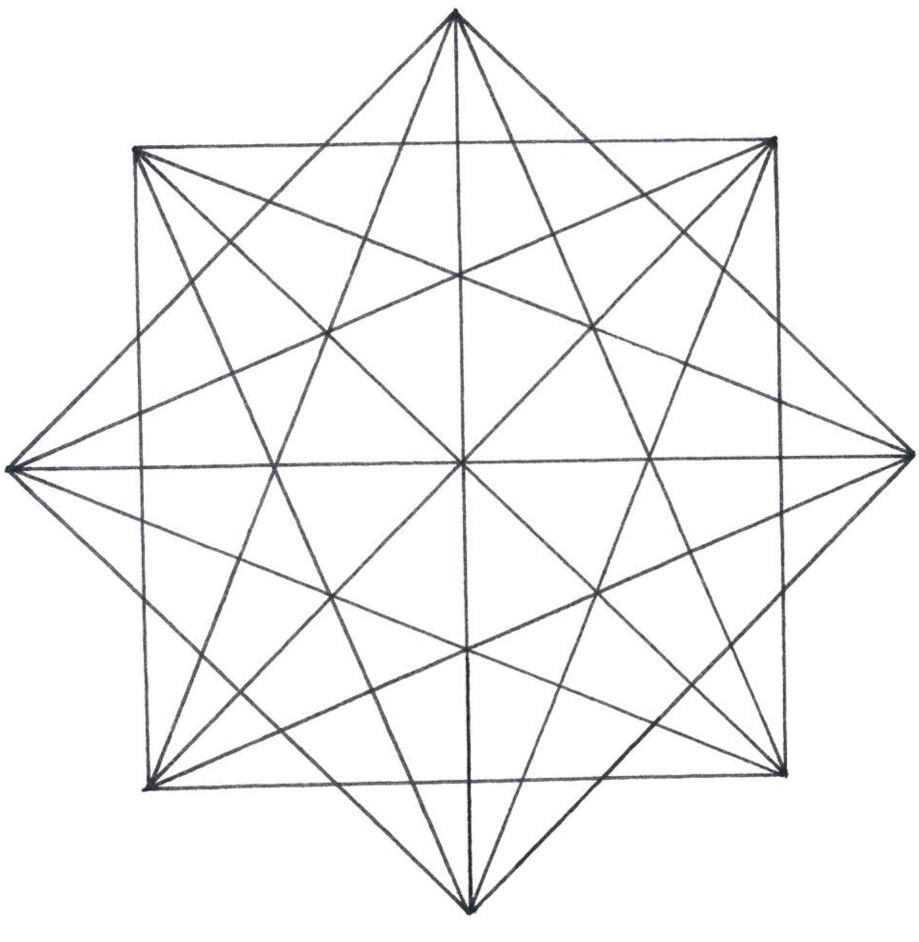


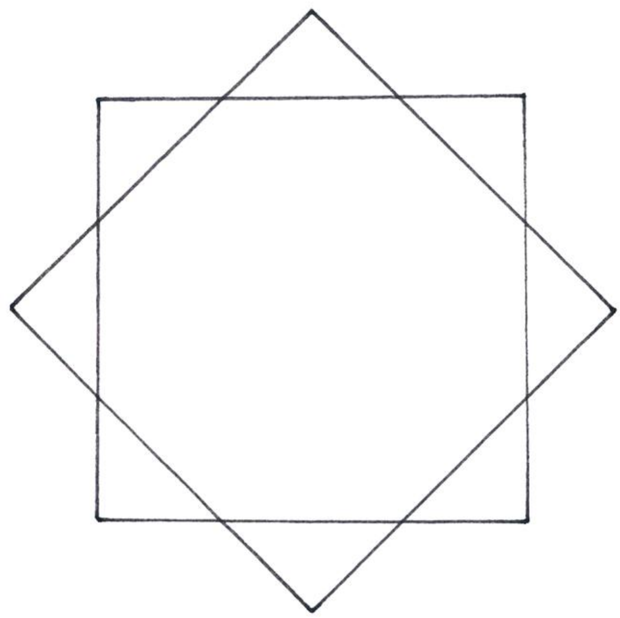


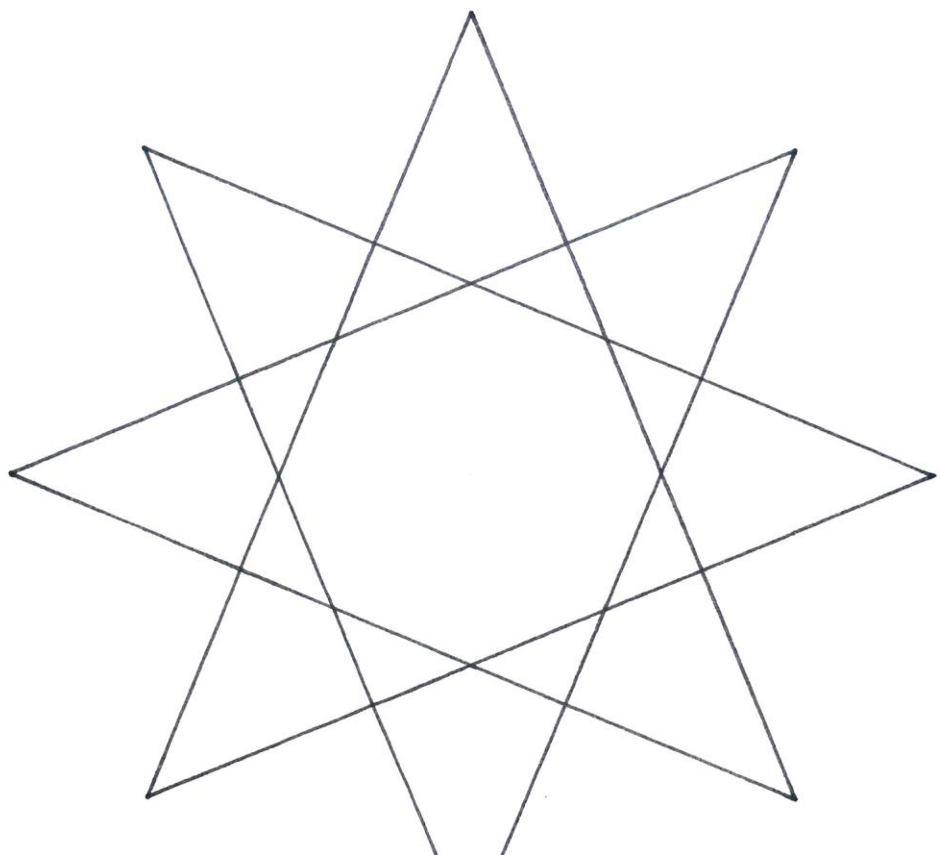


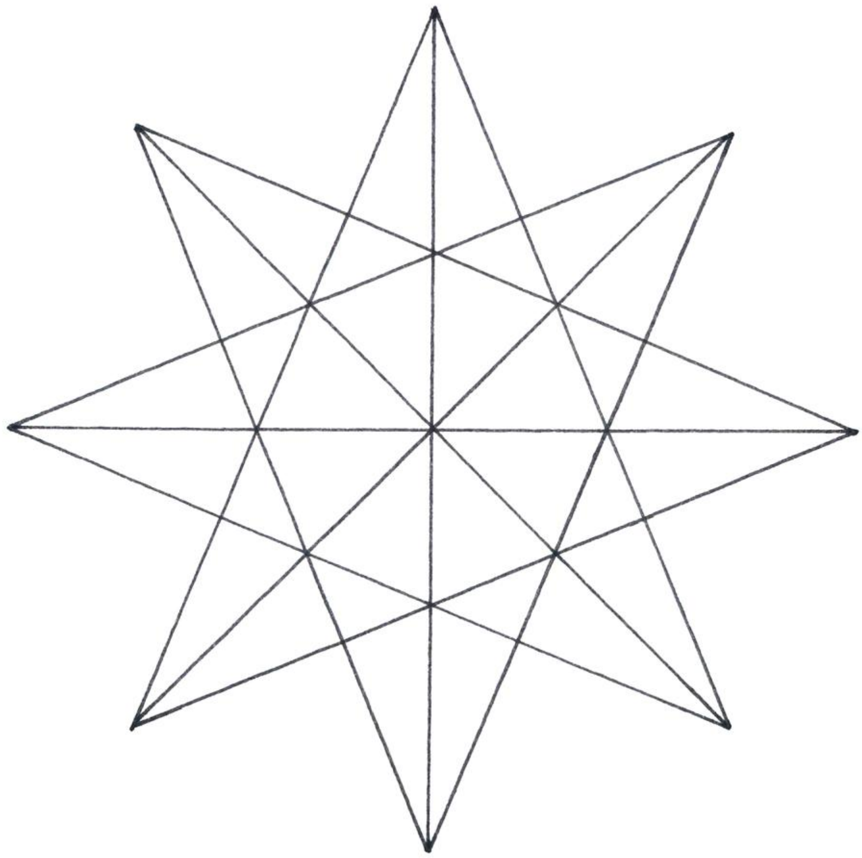
ORNAMENTY A MANDALY

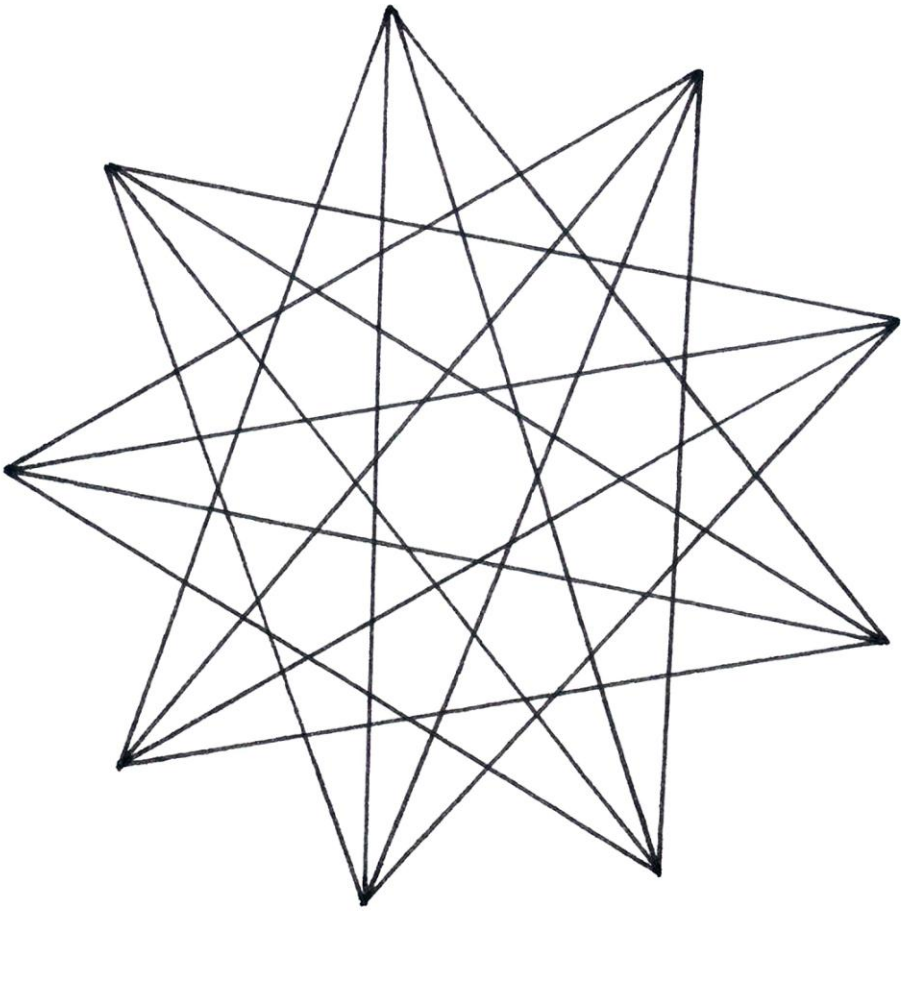


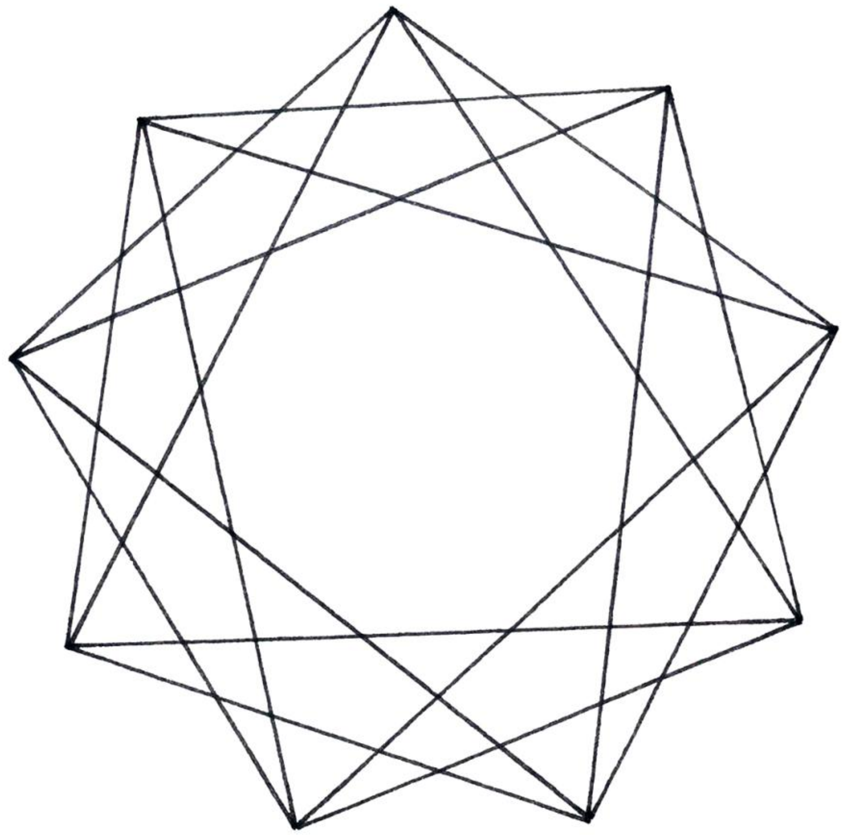


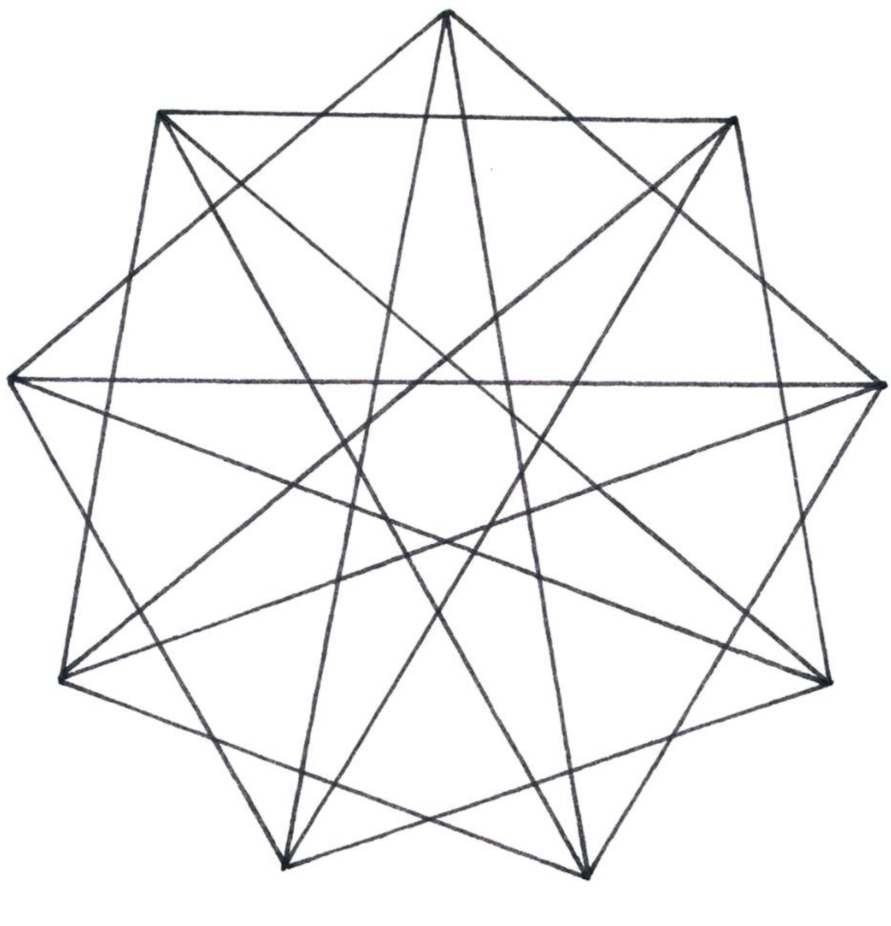


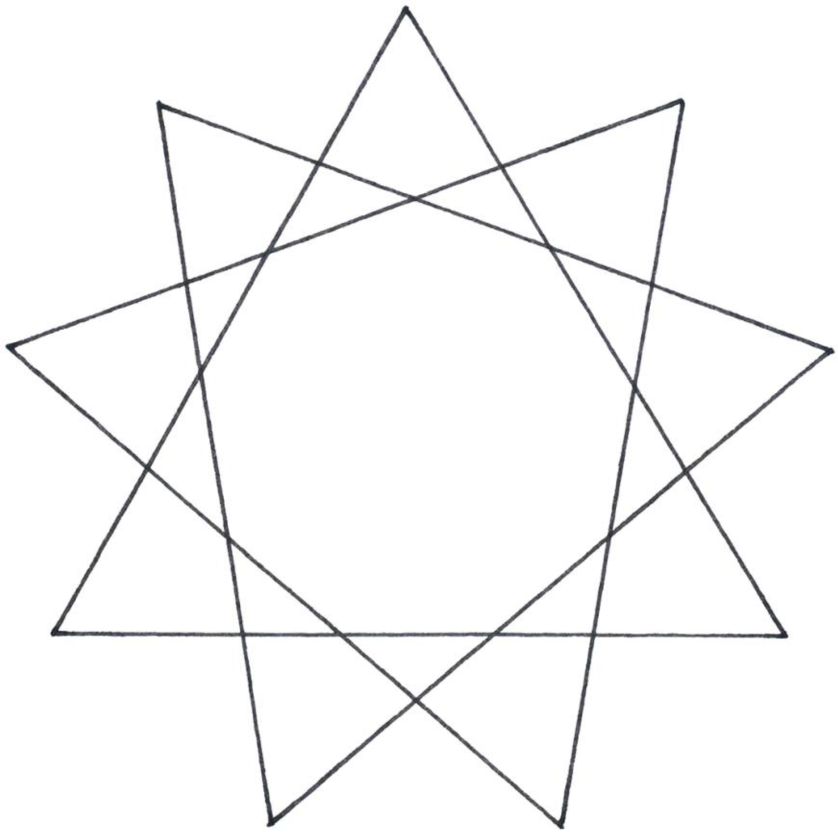


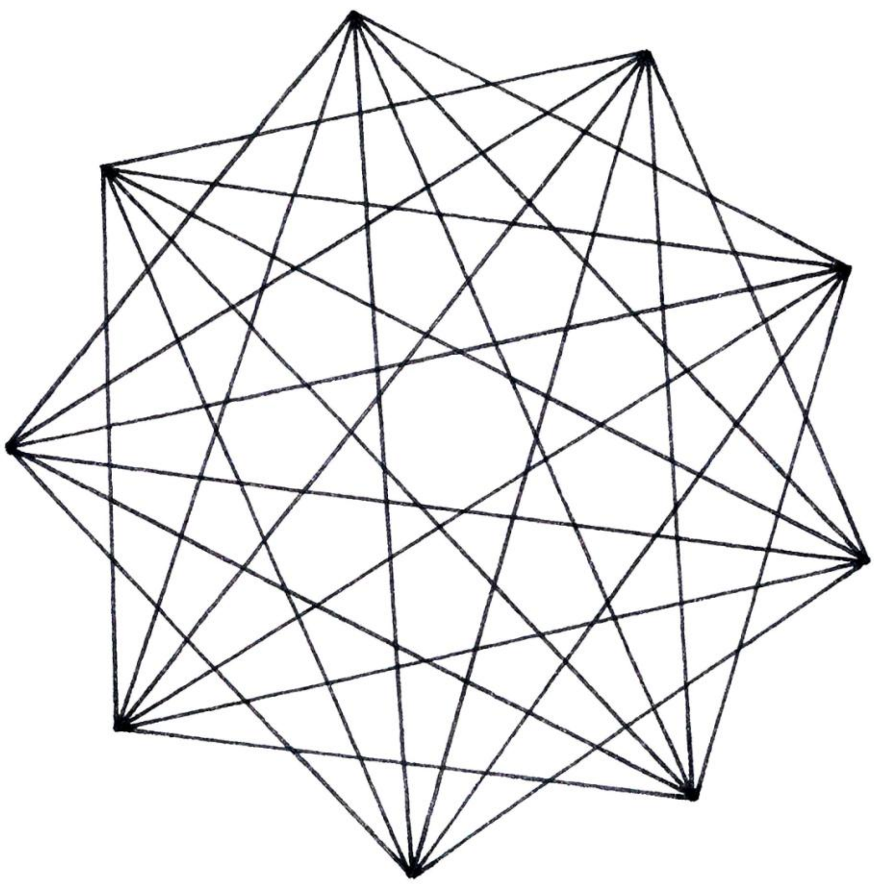


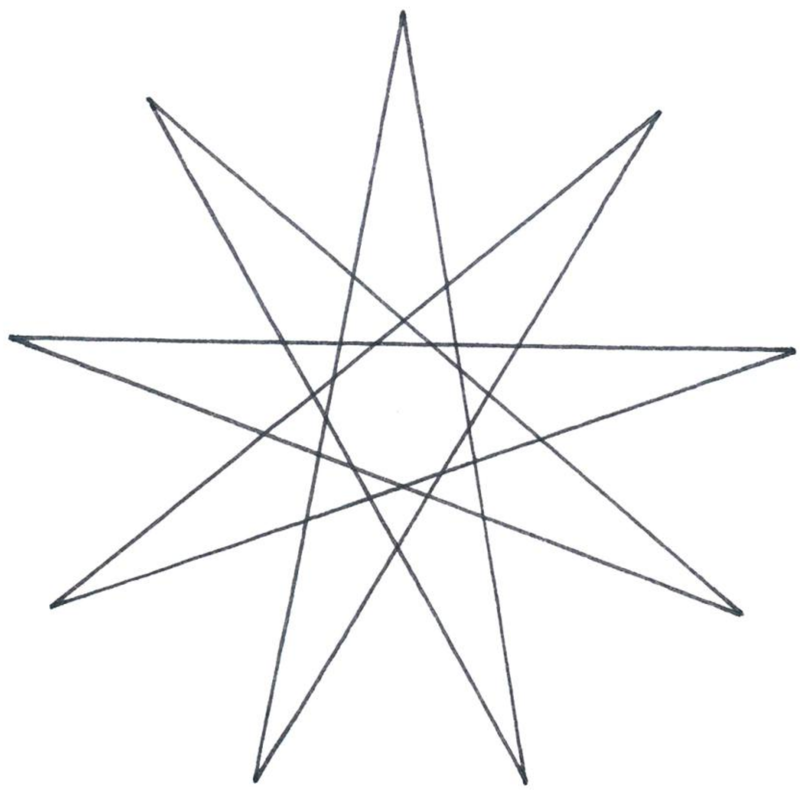


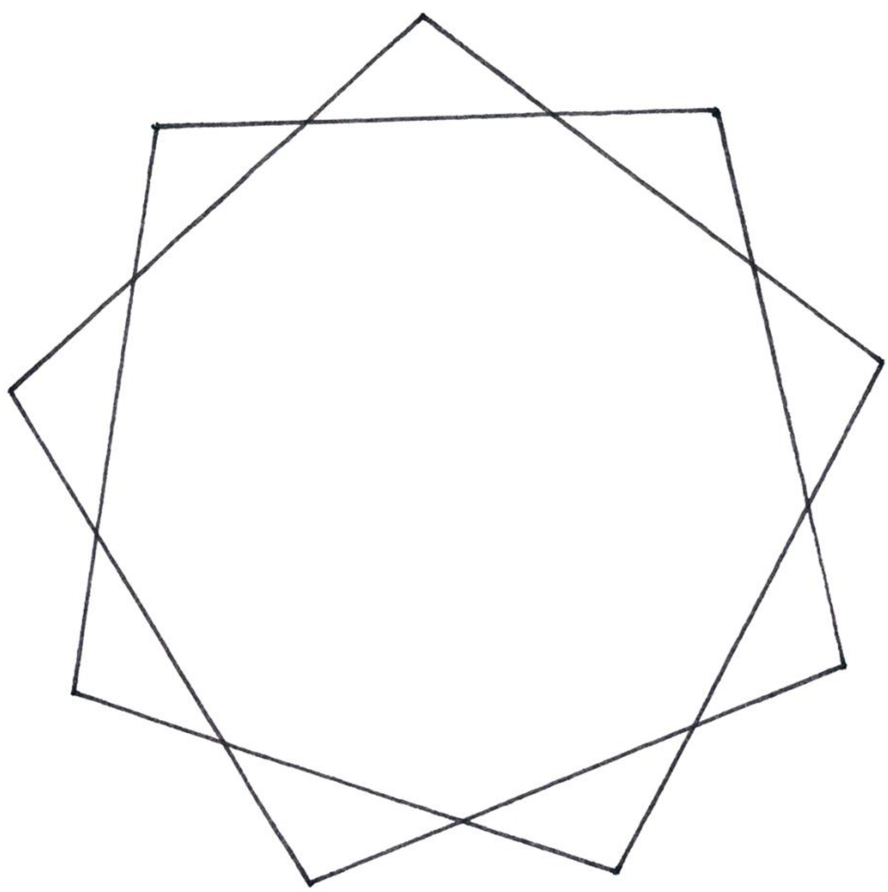


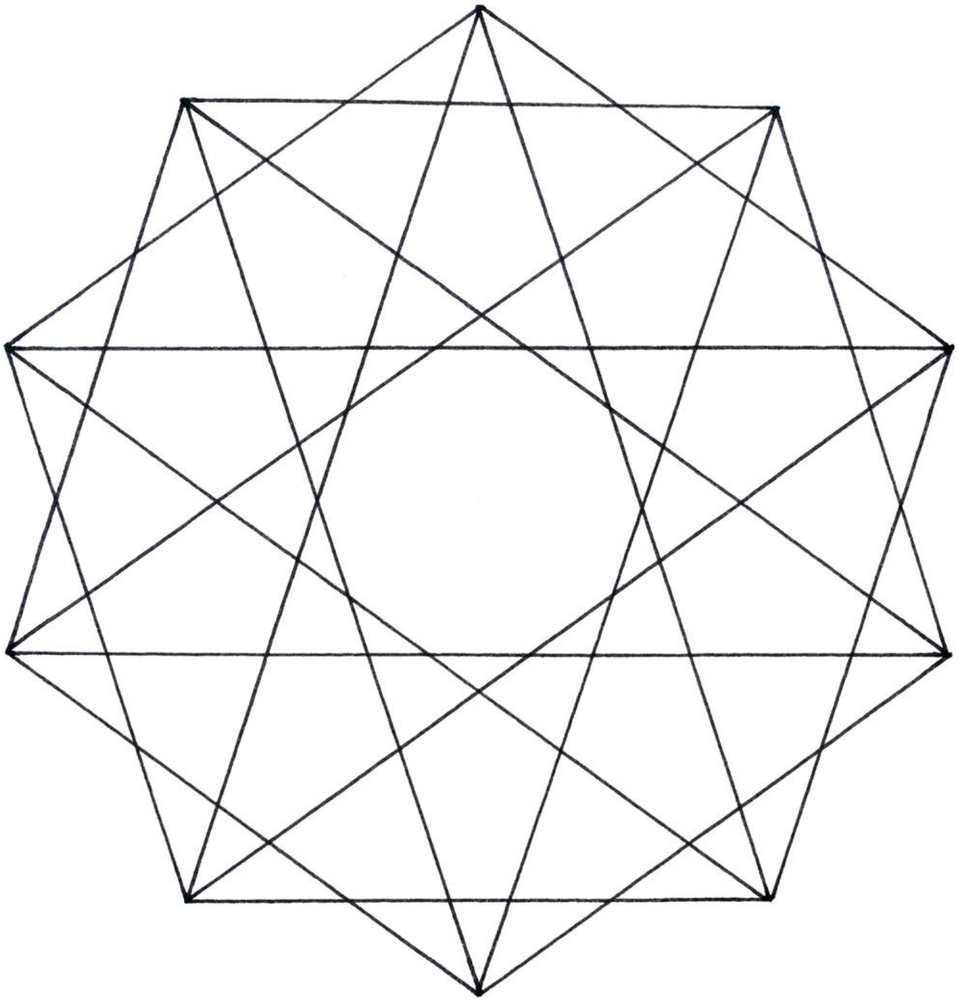


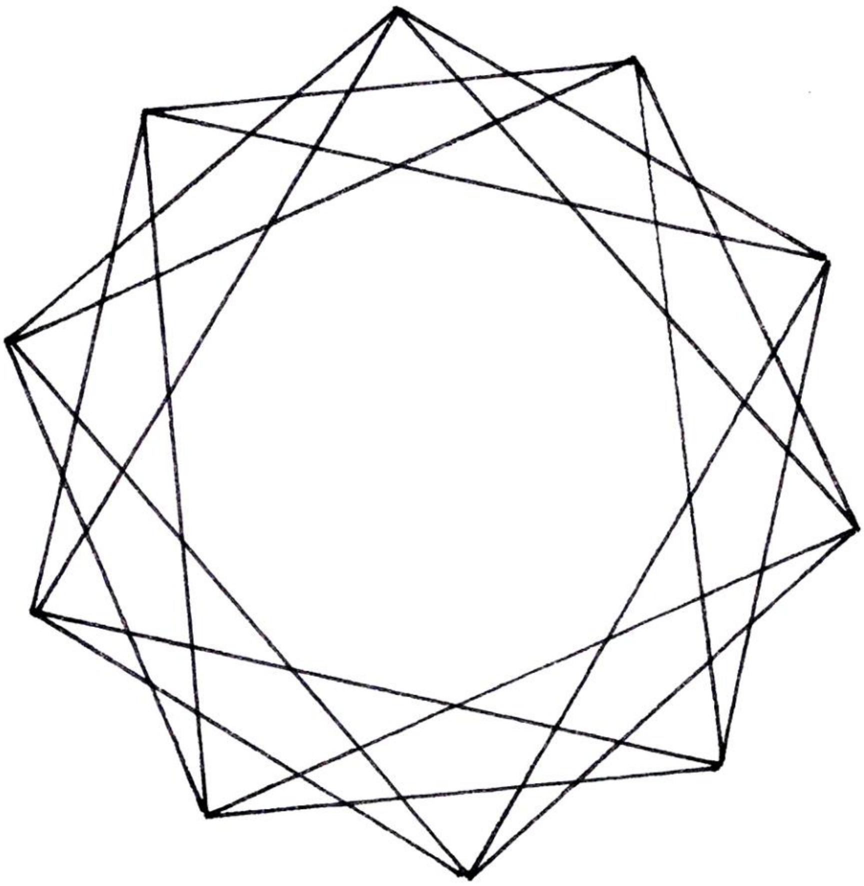


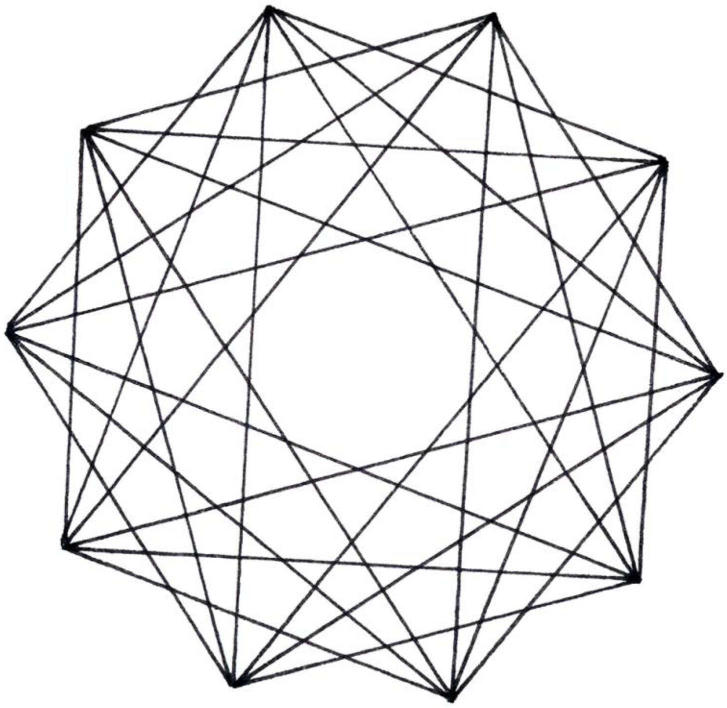


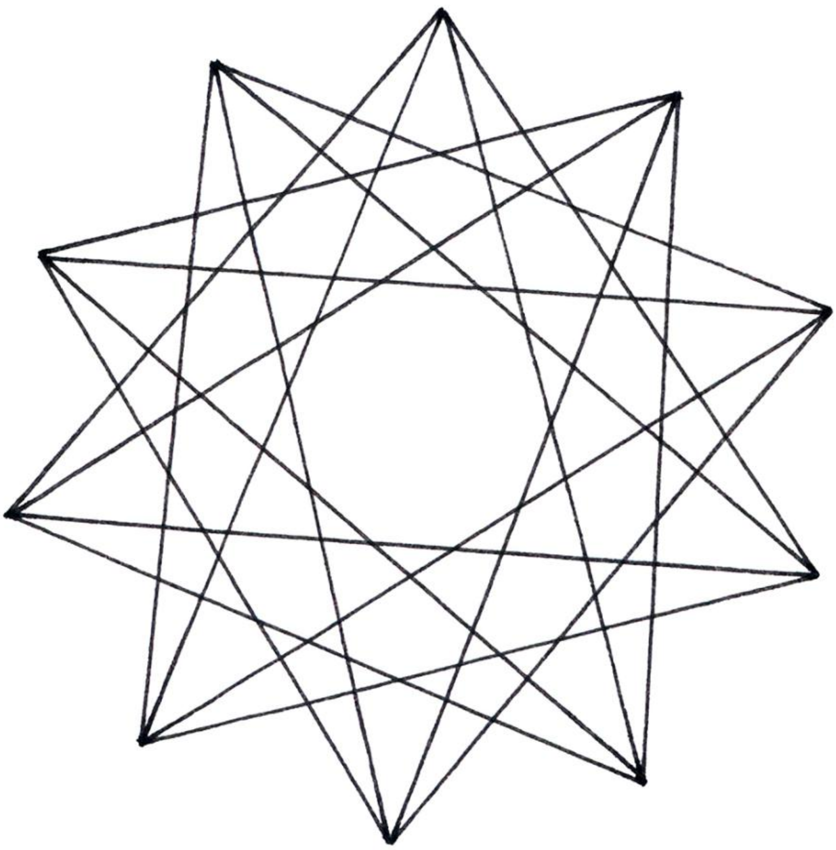


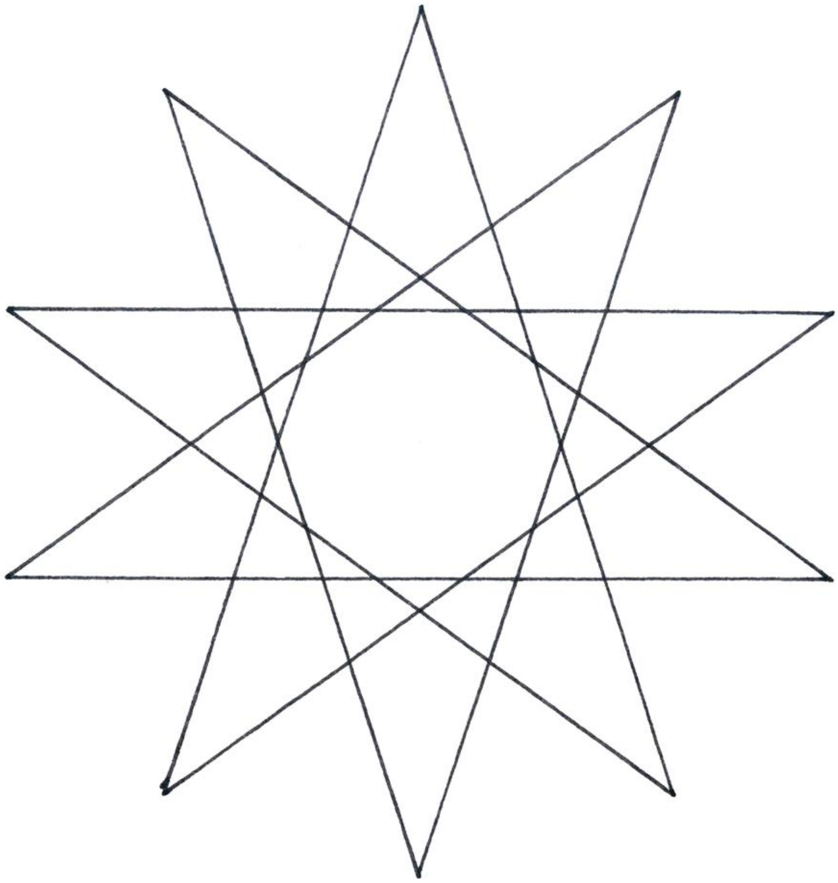


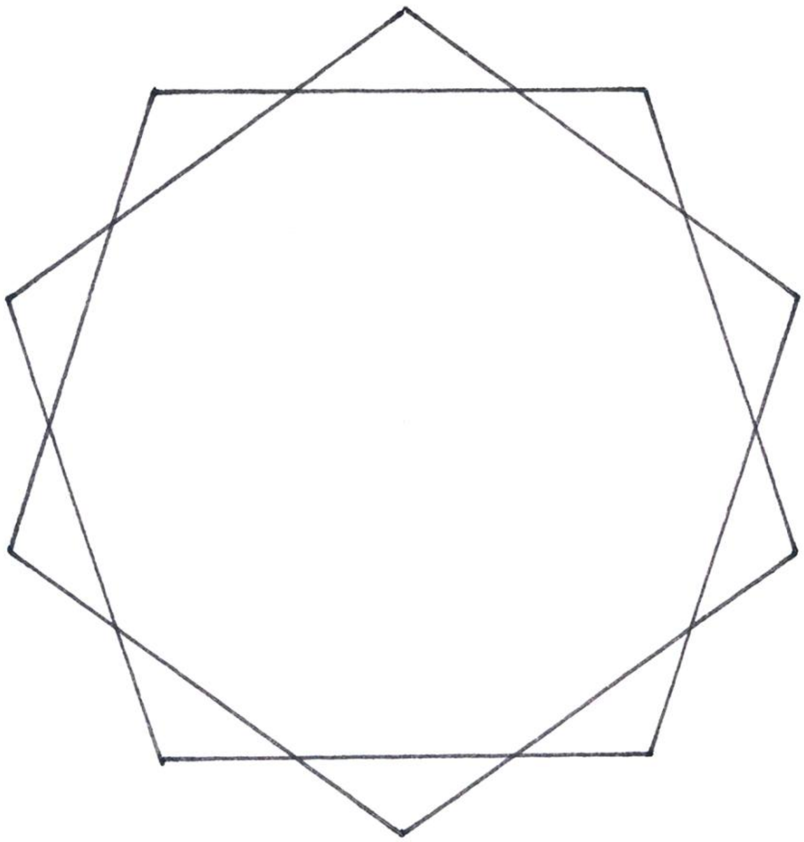


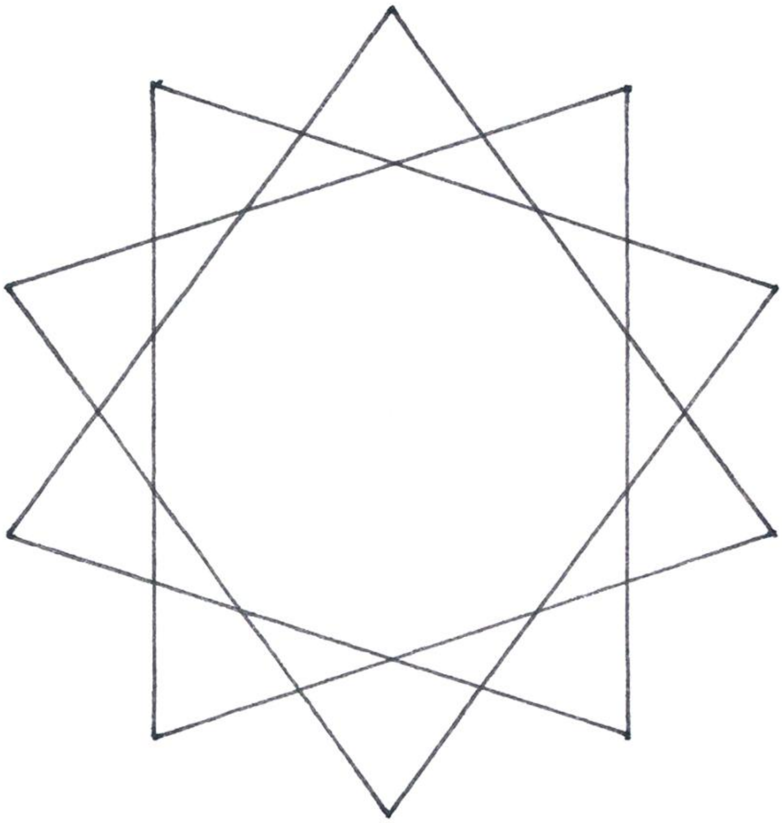


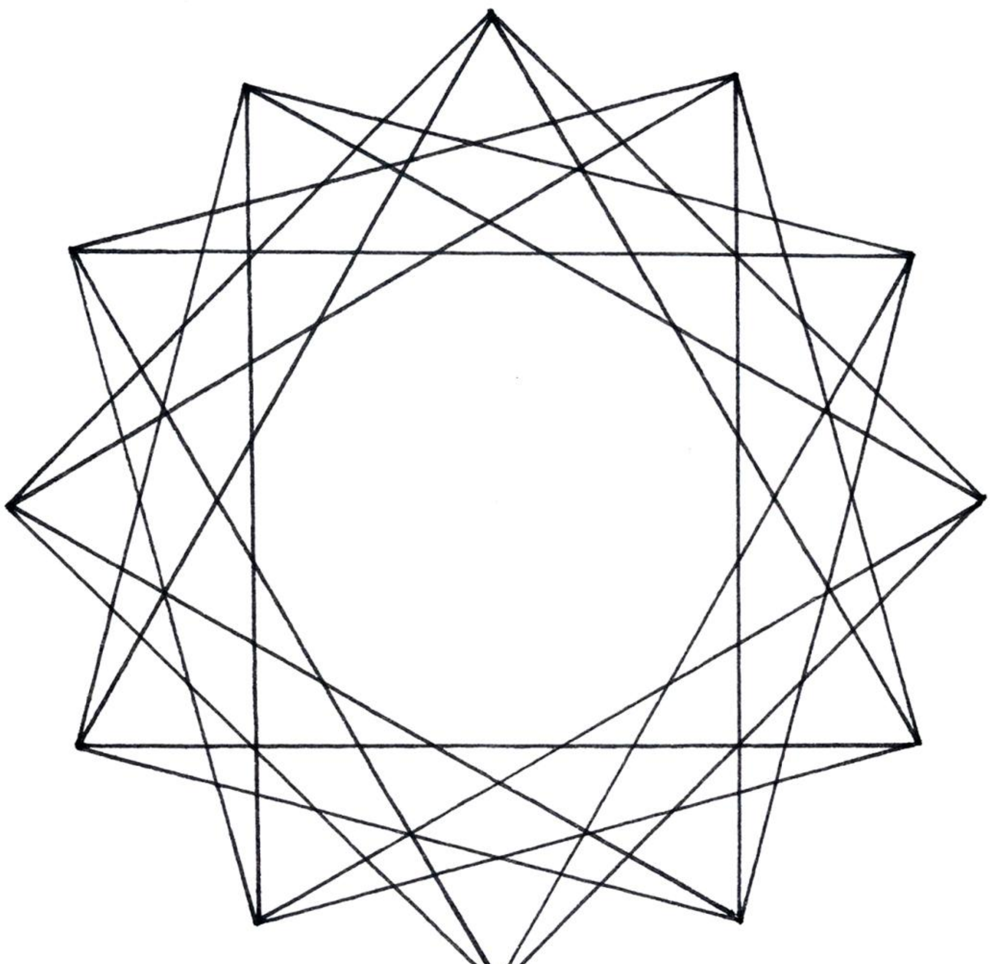




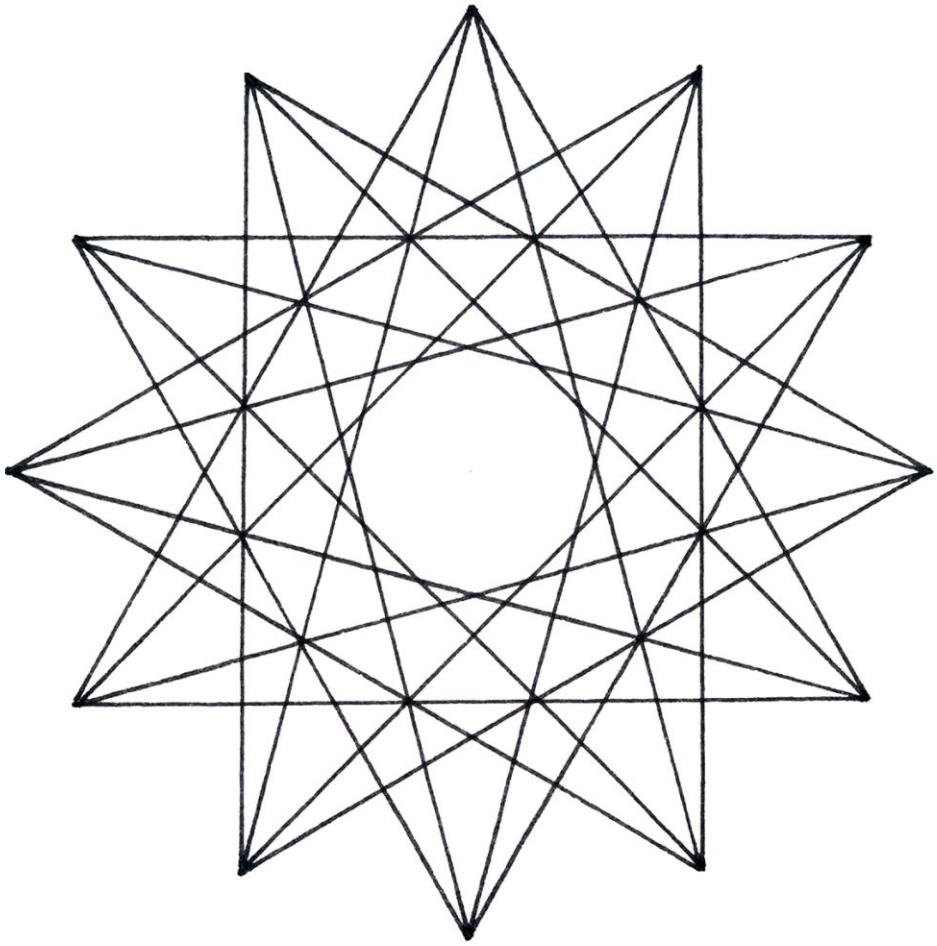


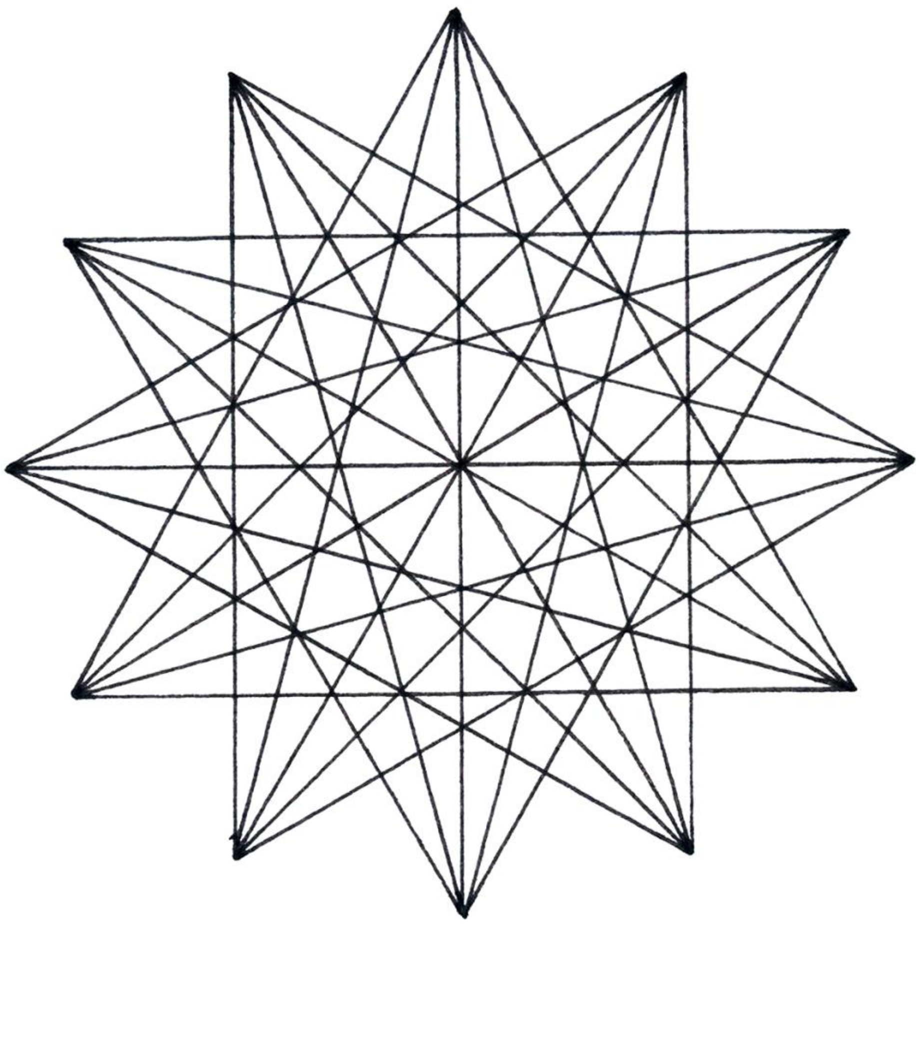


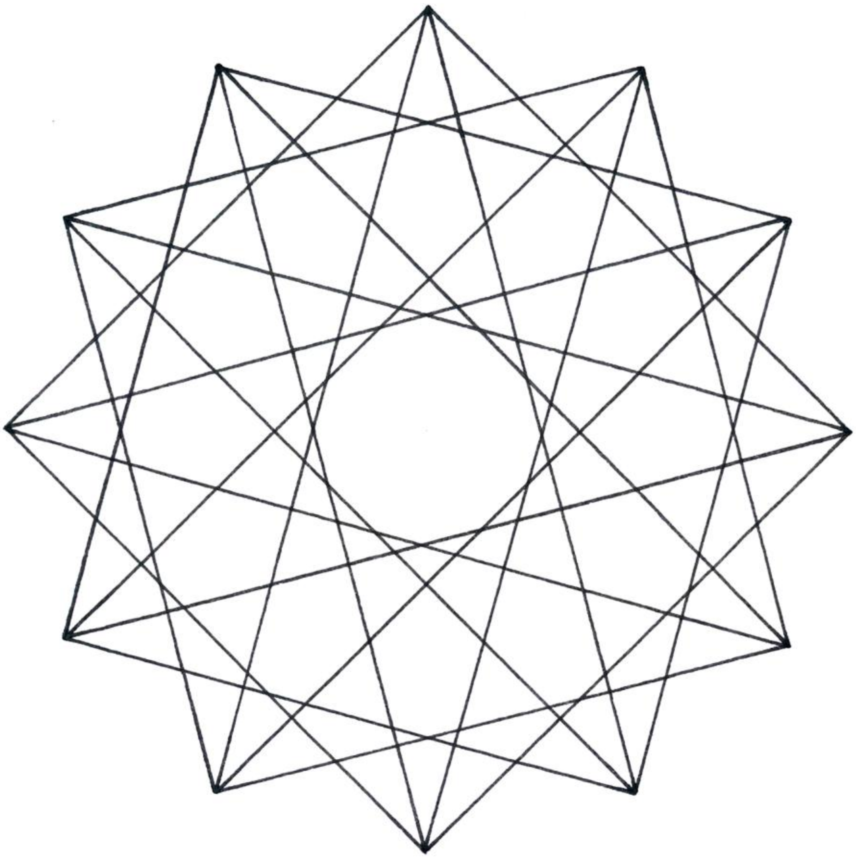


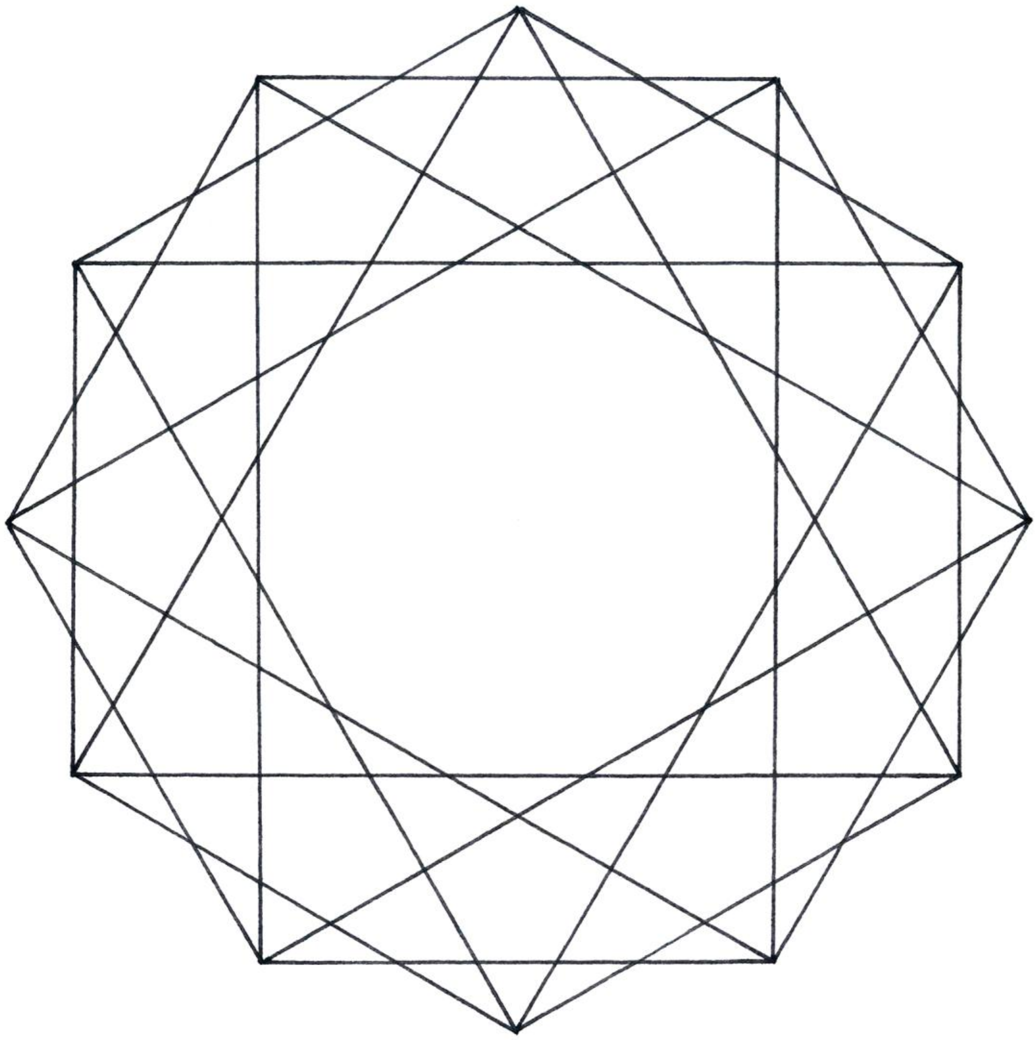


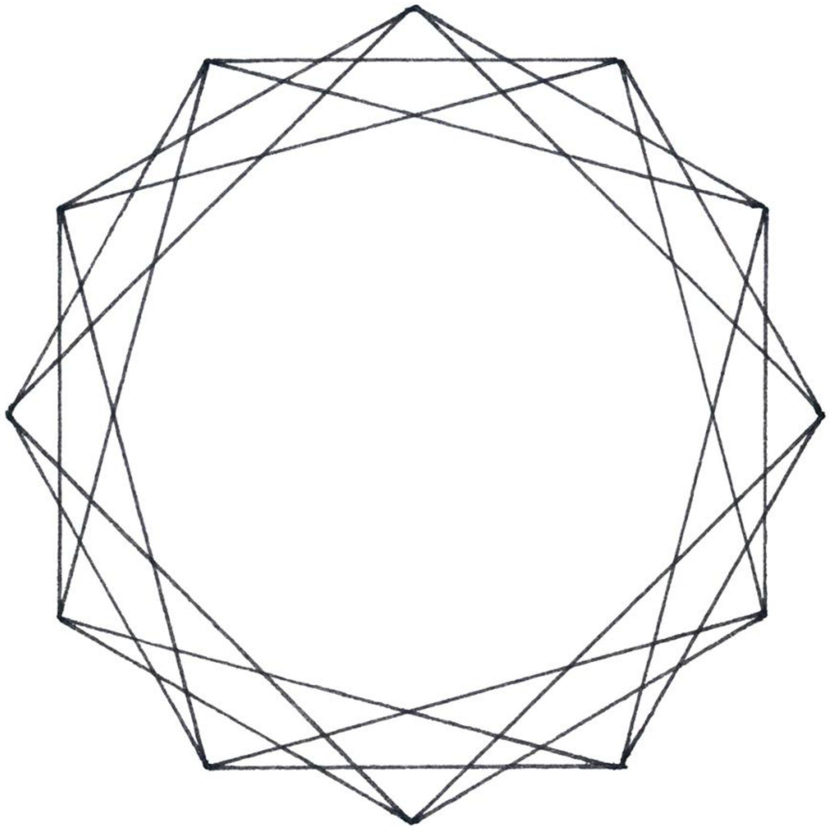
ORNAMENTY A MANDALY

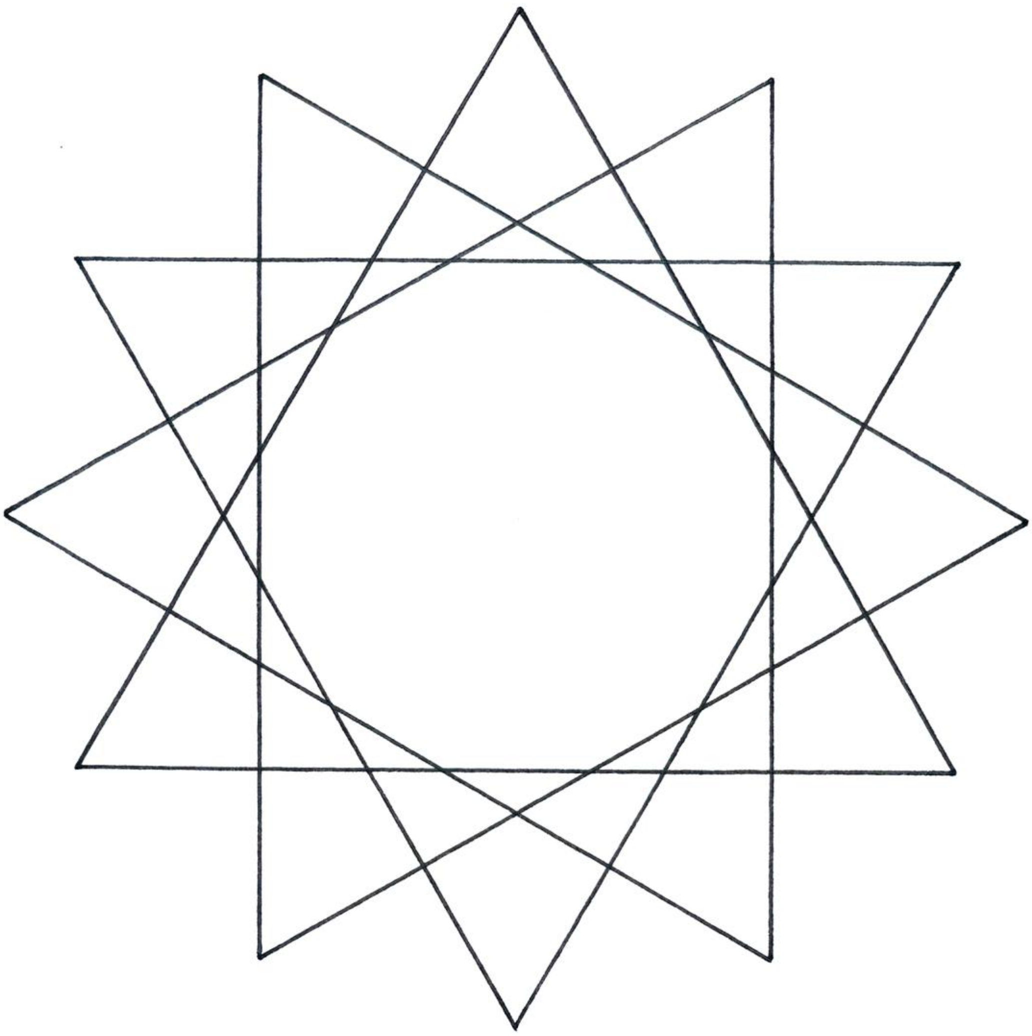




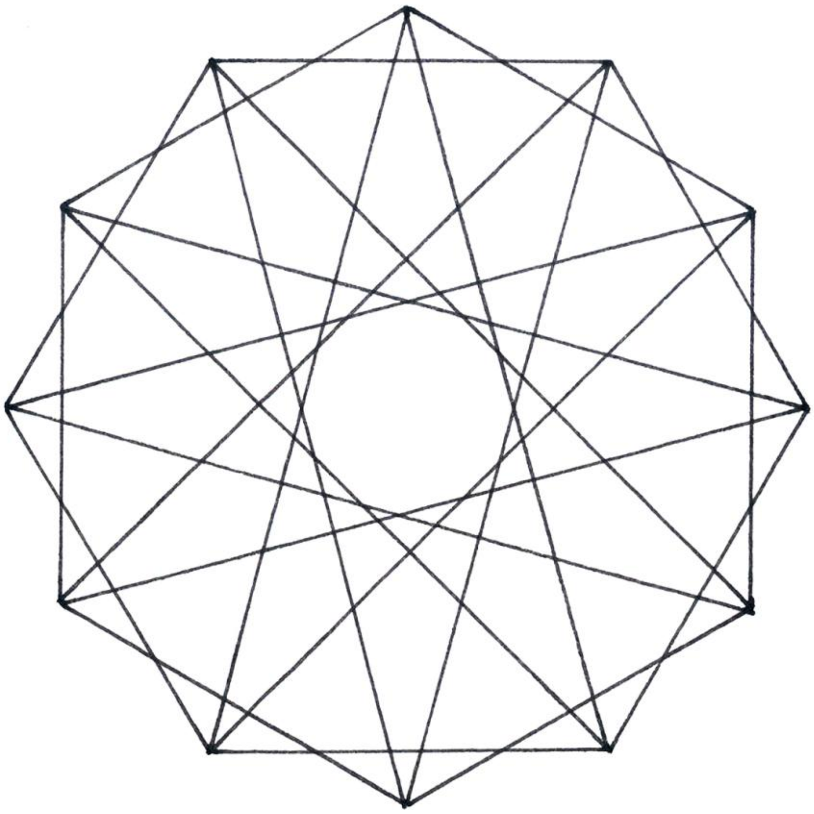


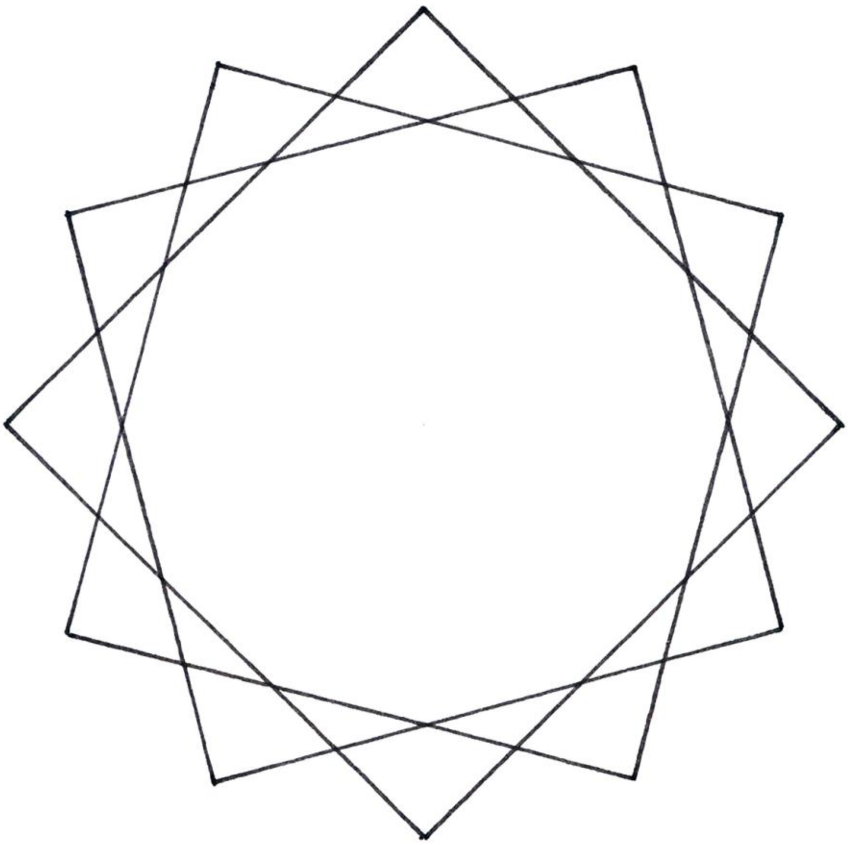




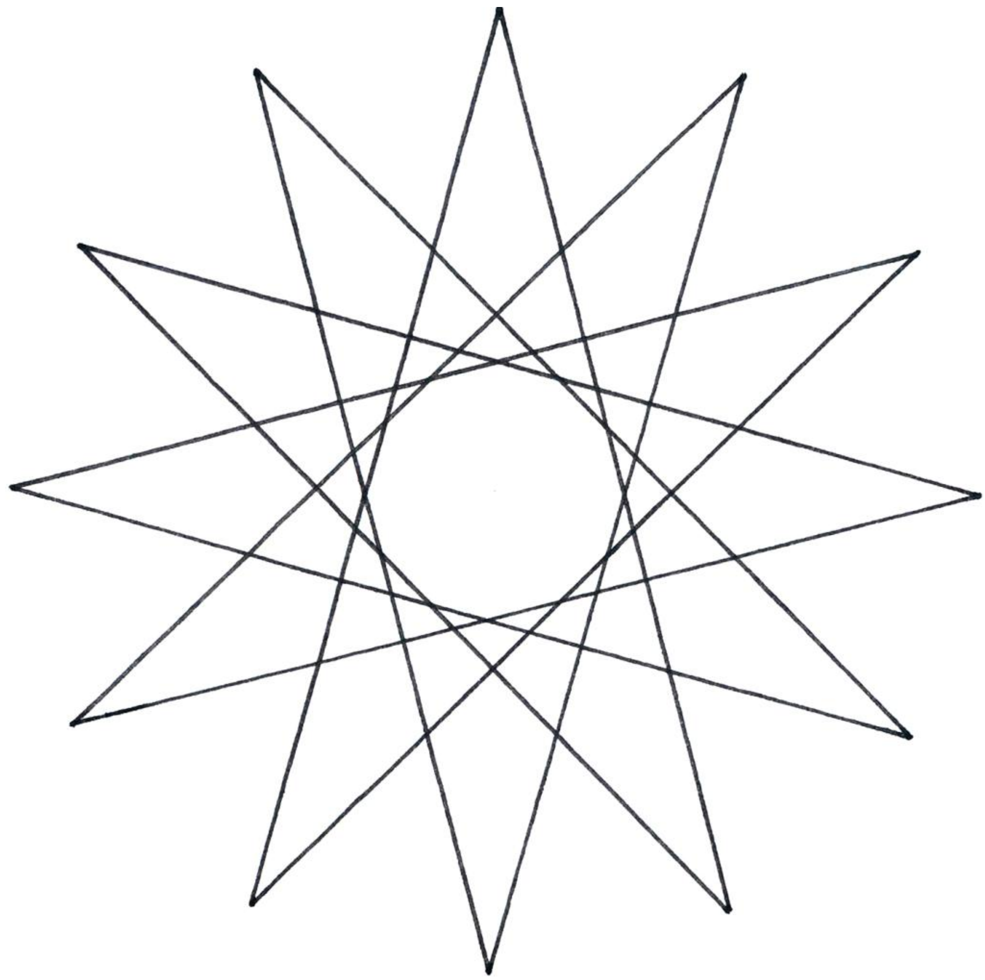


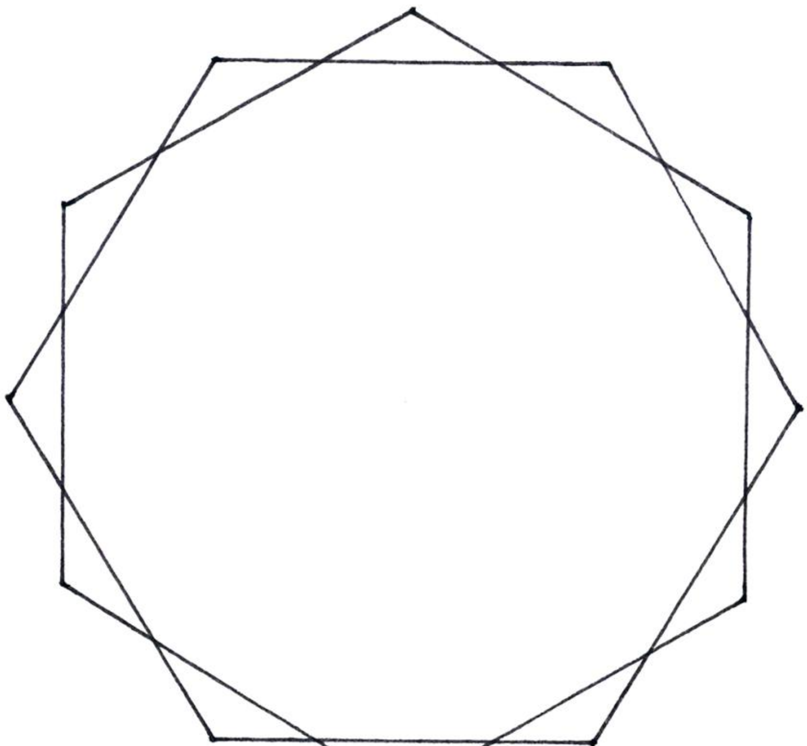
ORNAMENTY A MANDALY

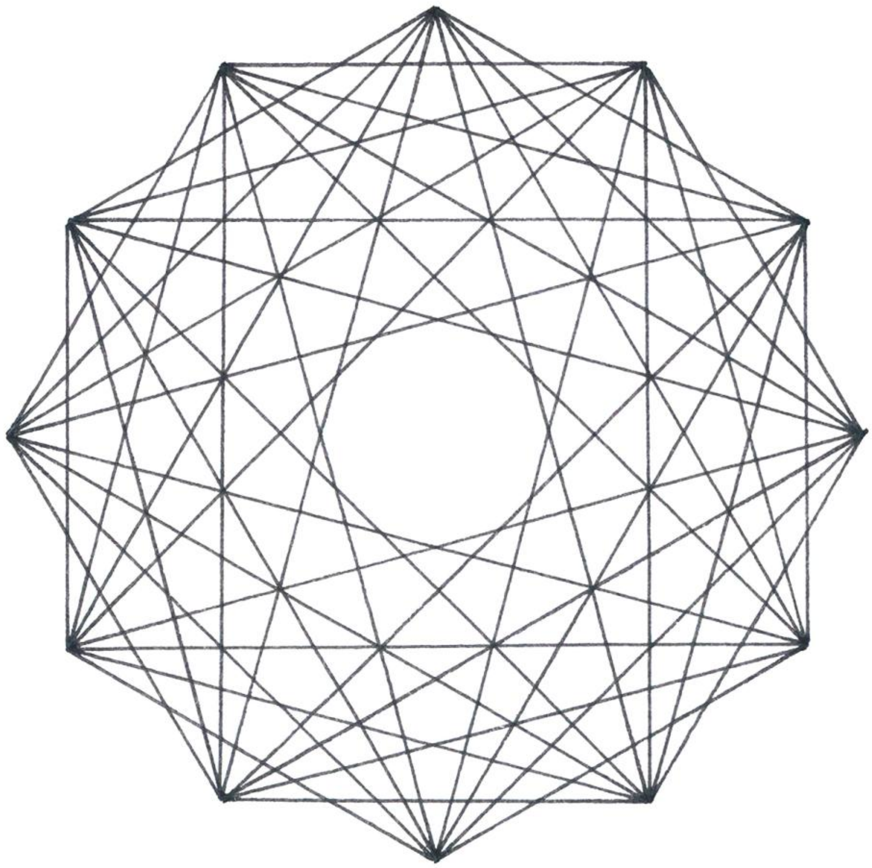


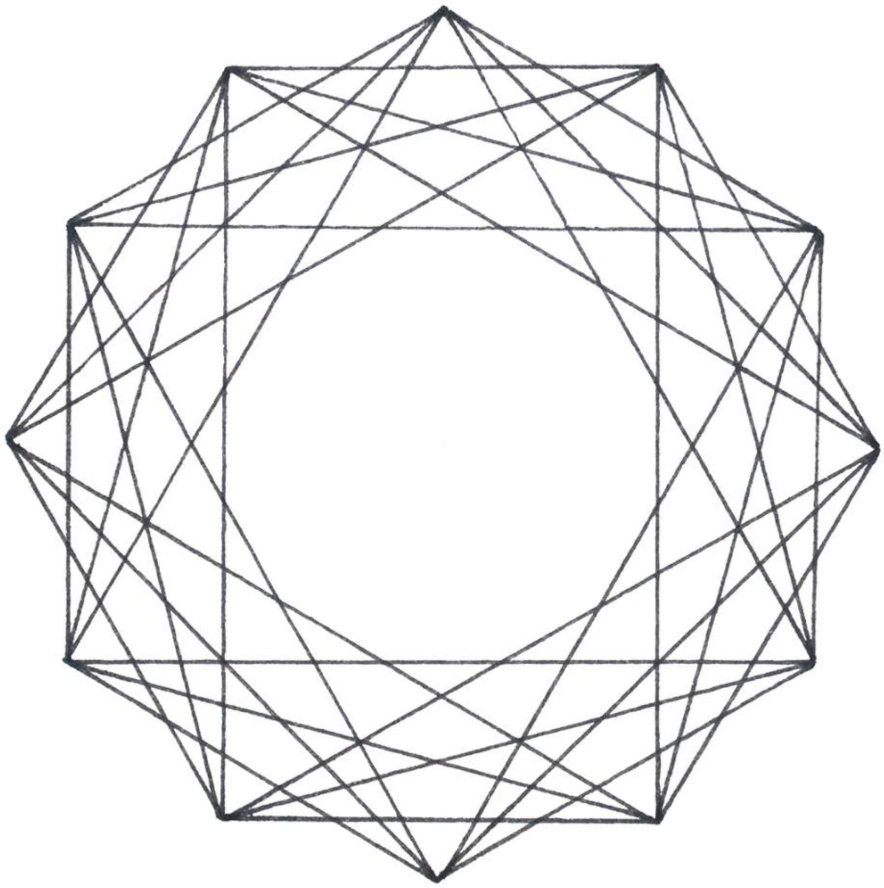


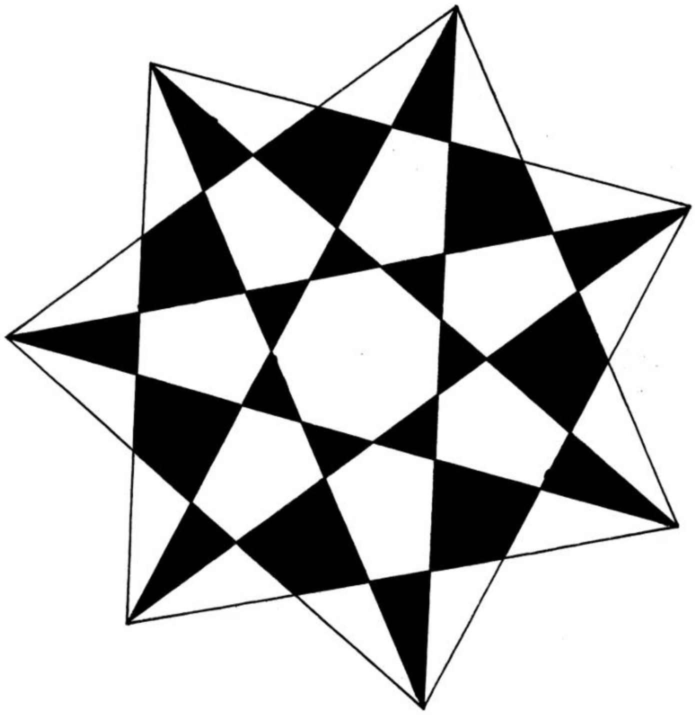
ORNAMENTY A MANDALY

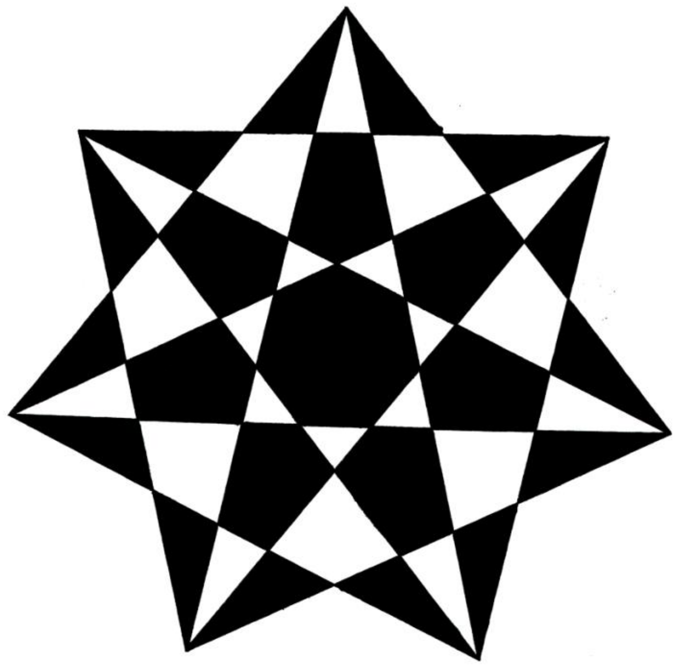


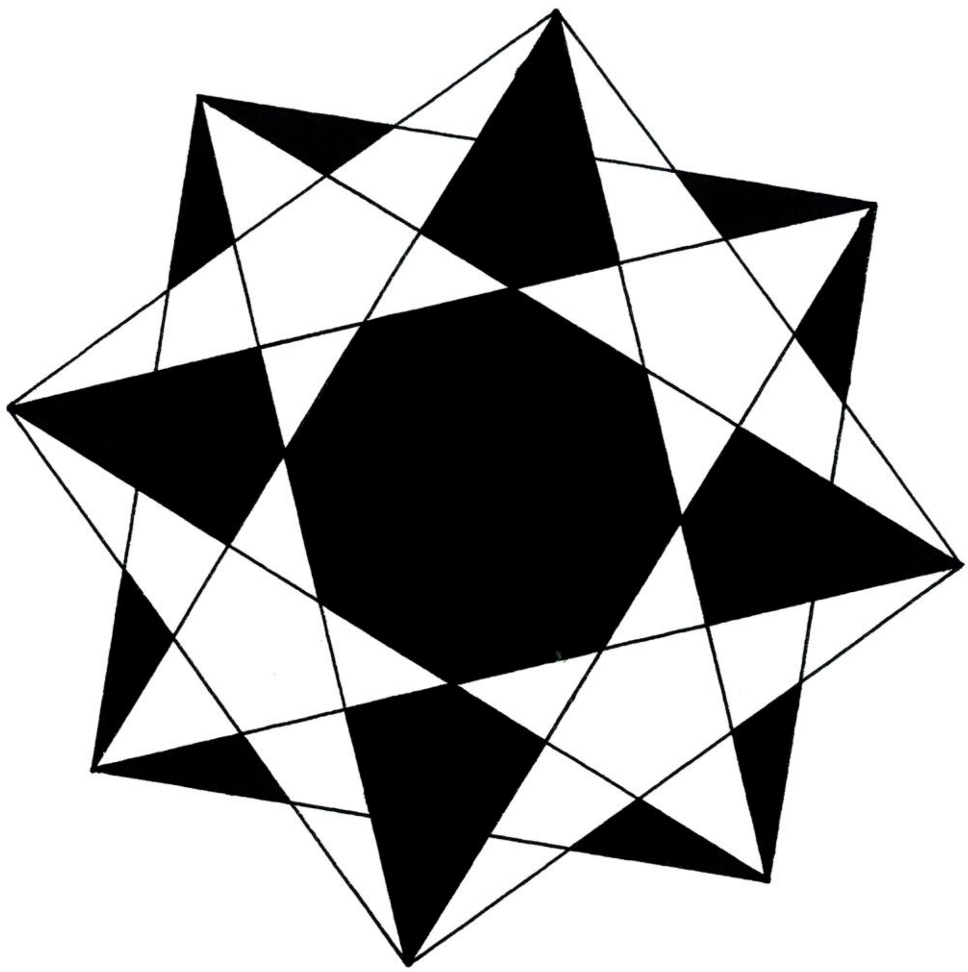


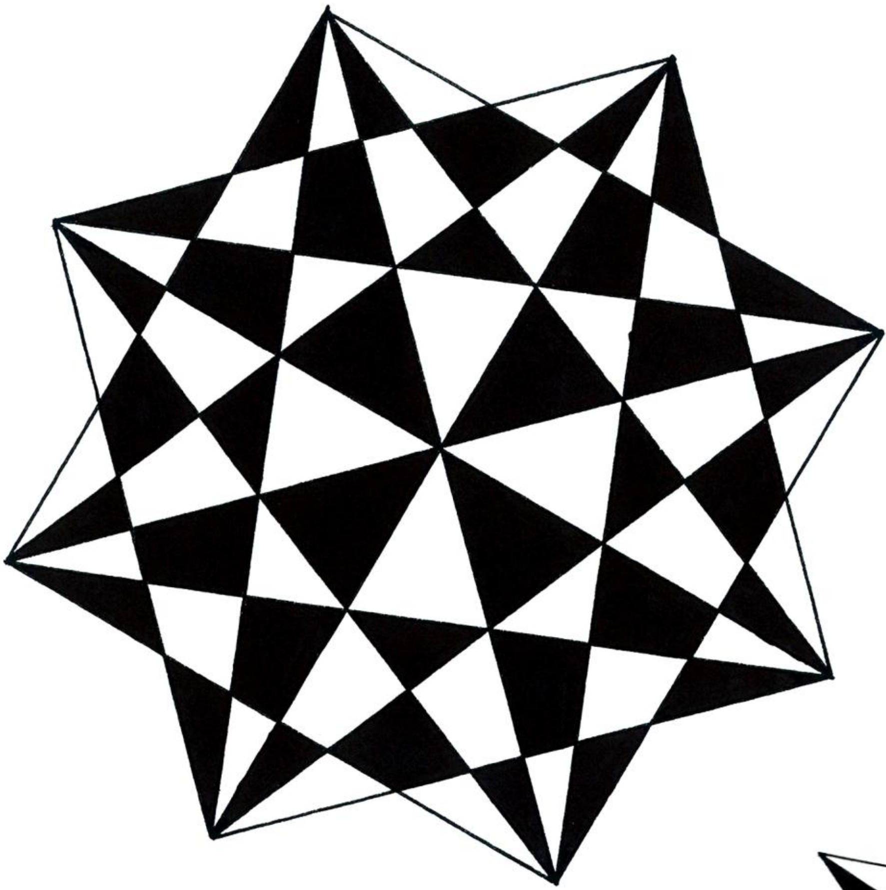


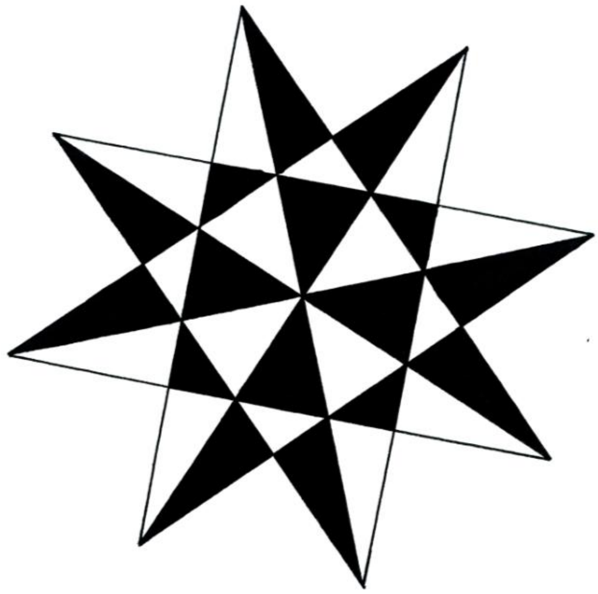


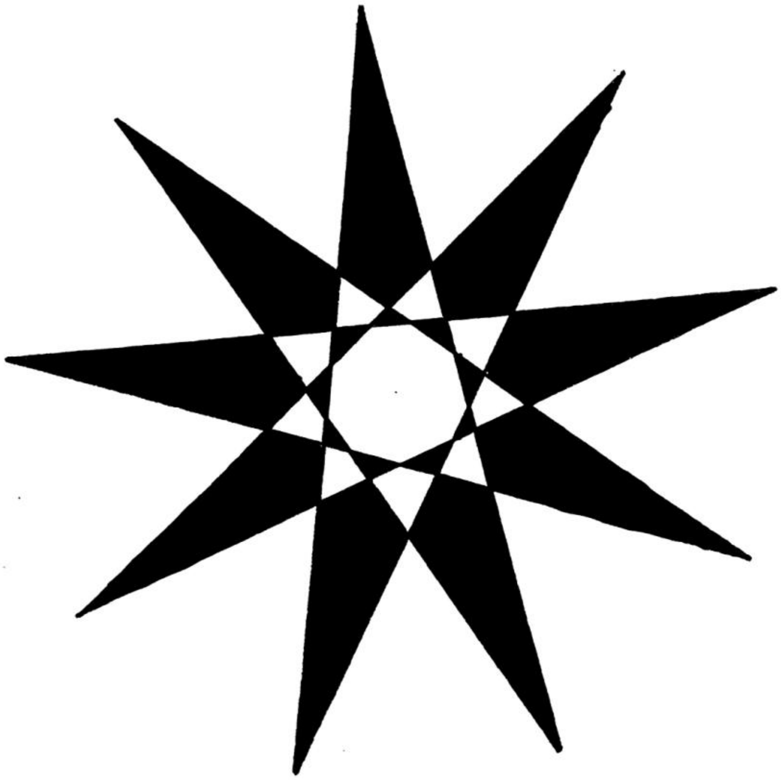


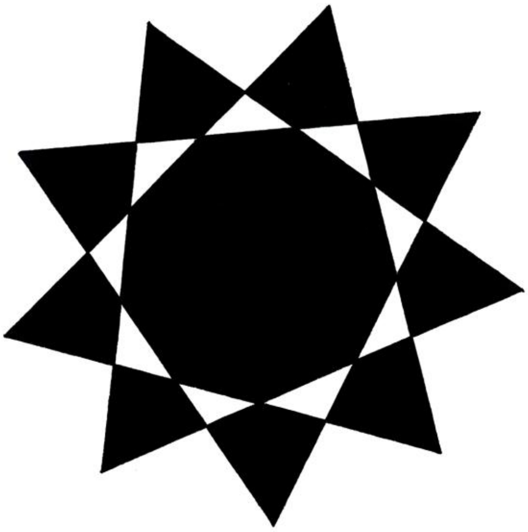


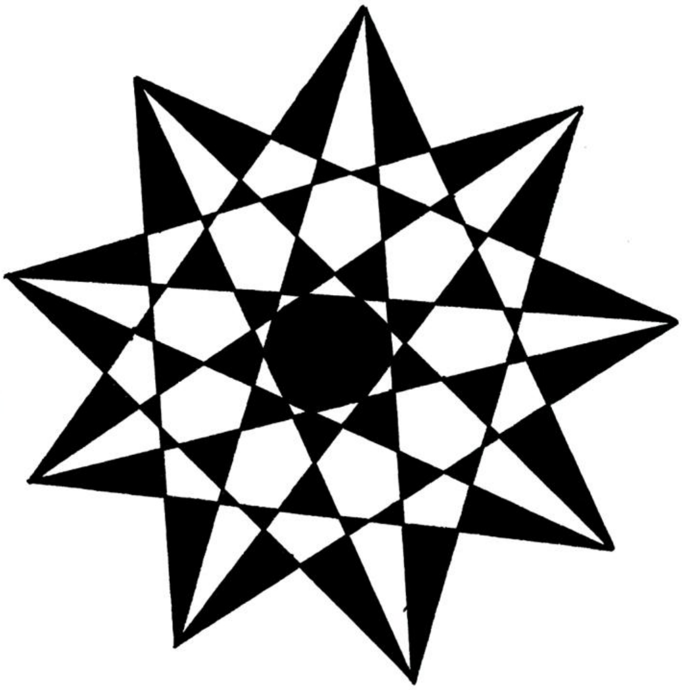


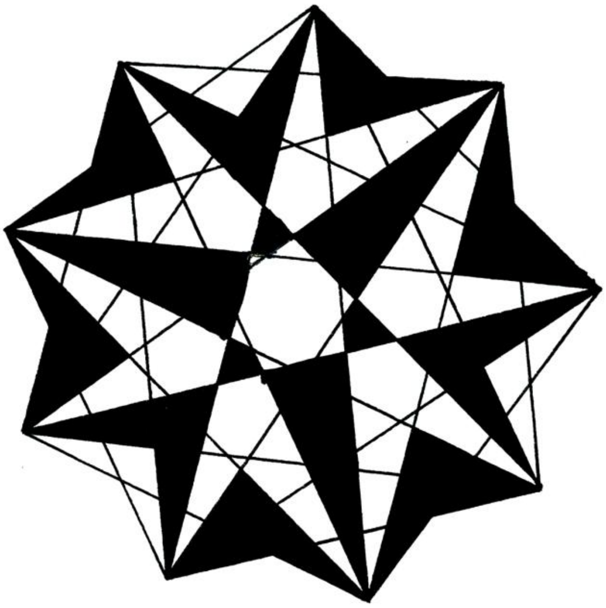


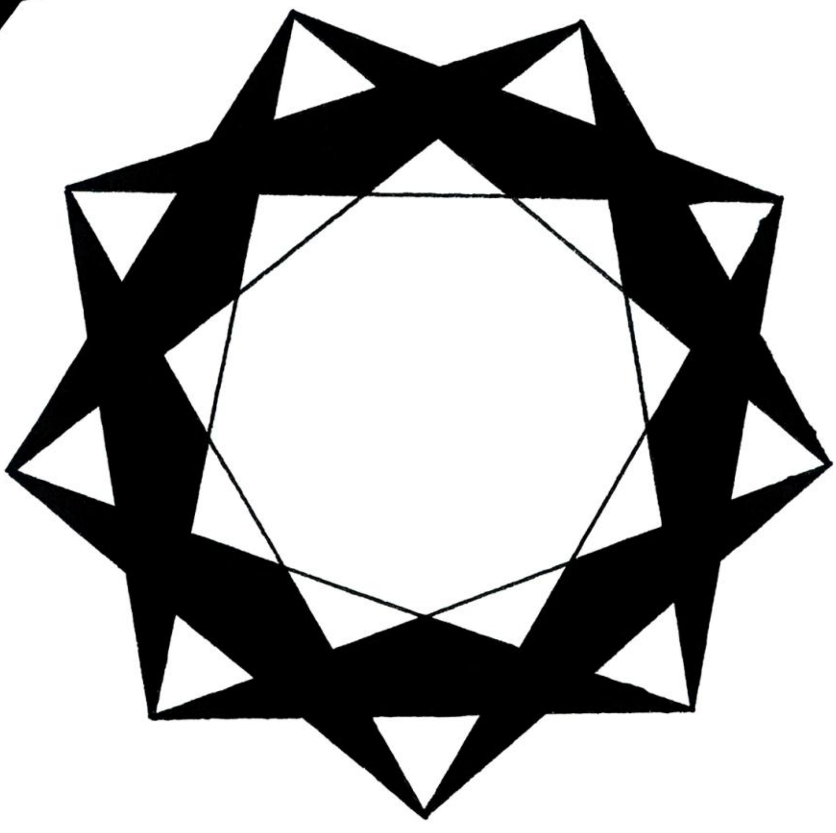


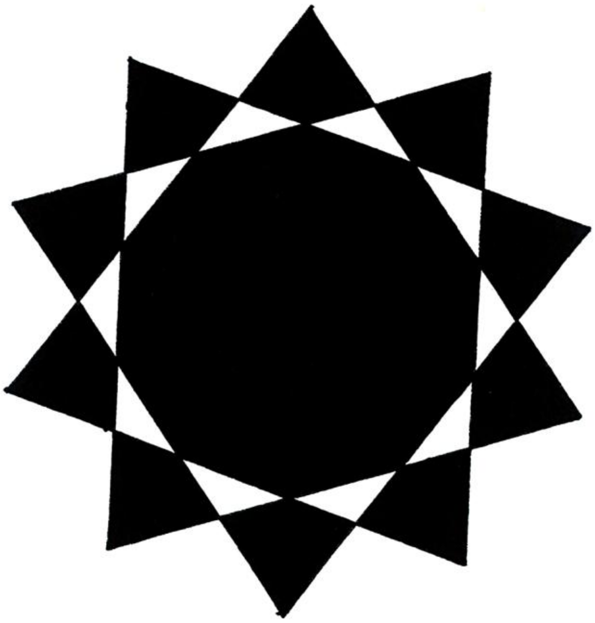


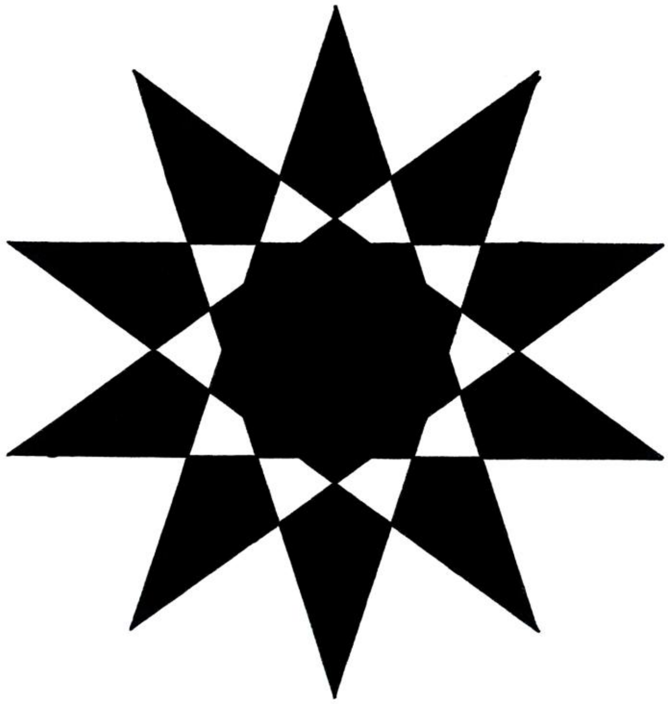


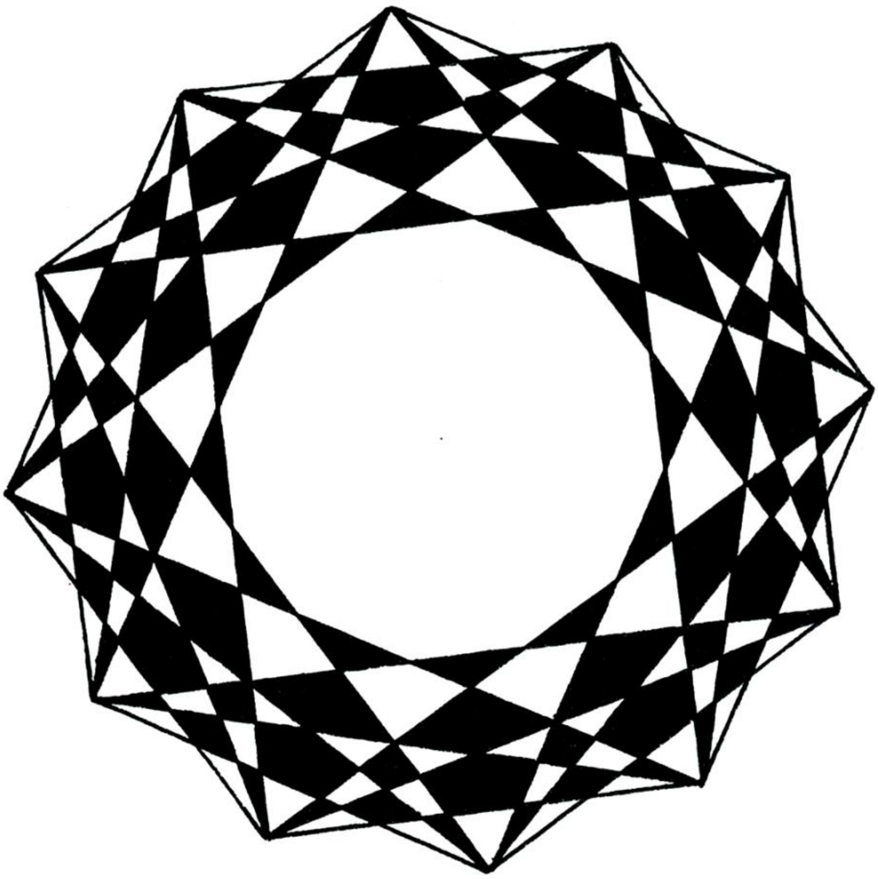


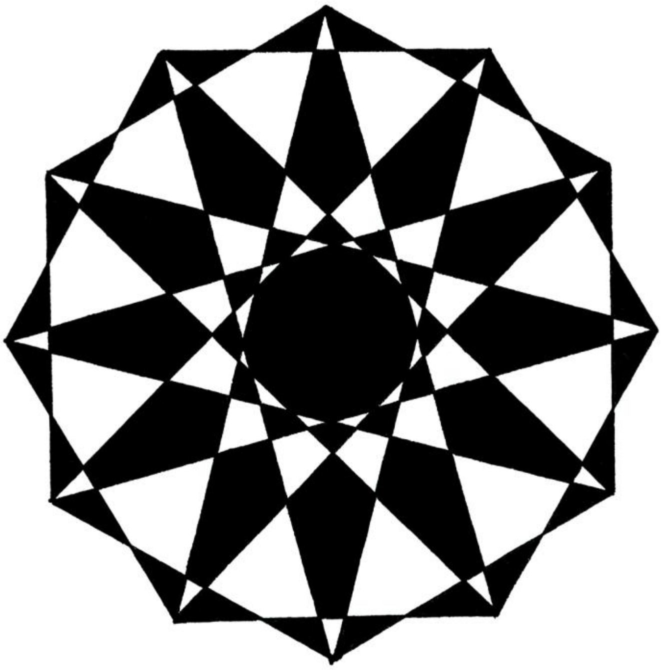


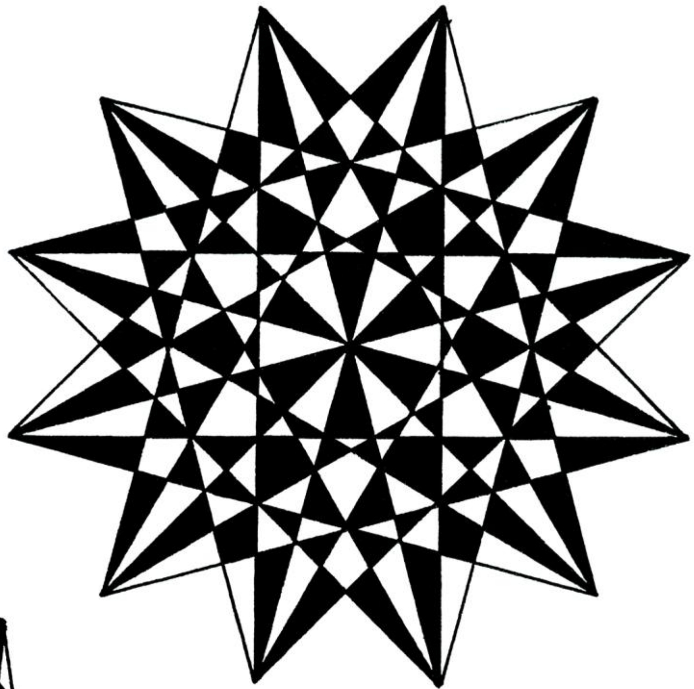


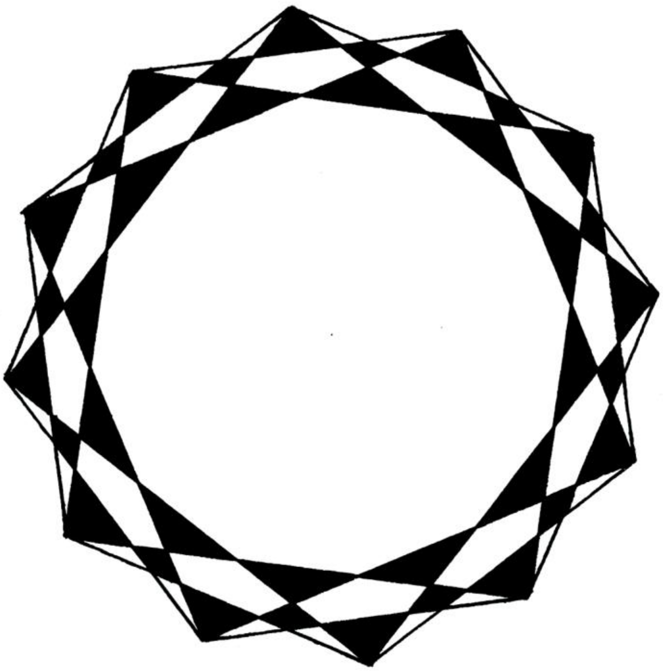


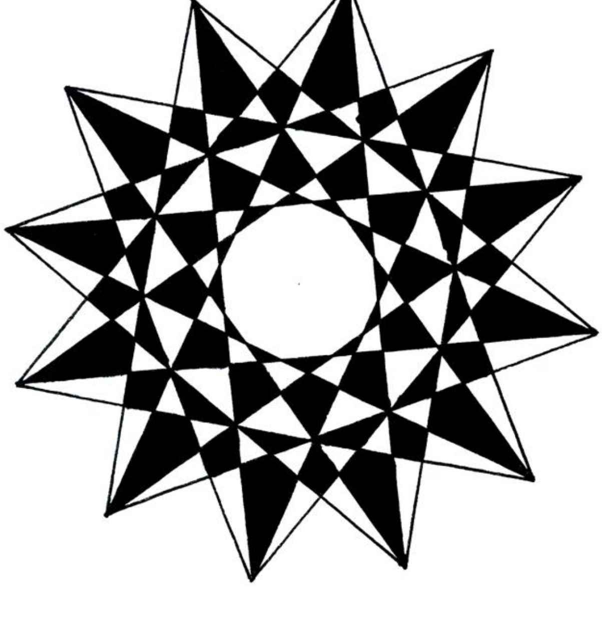


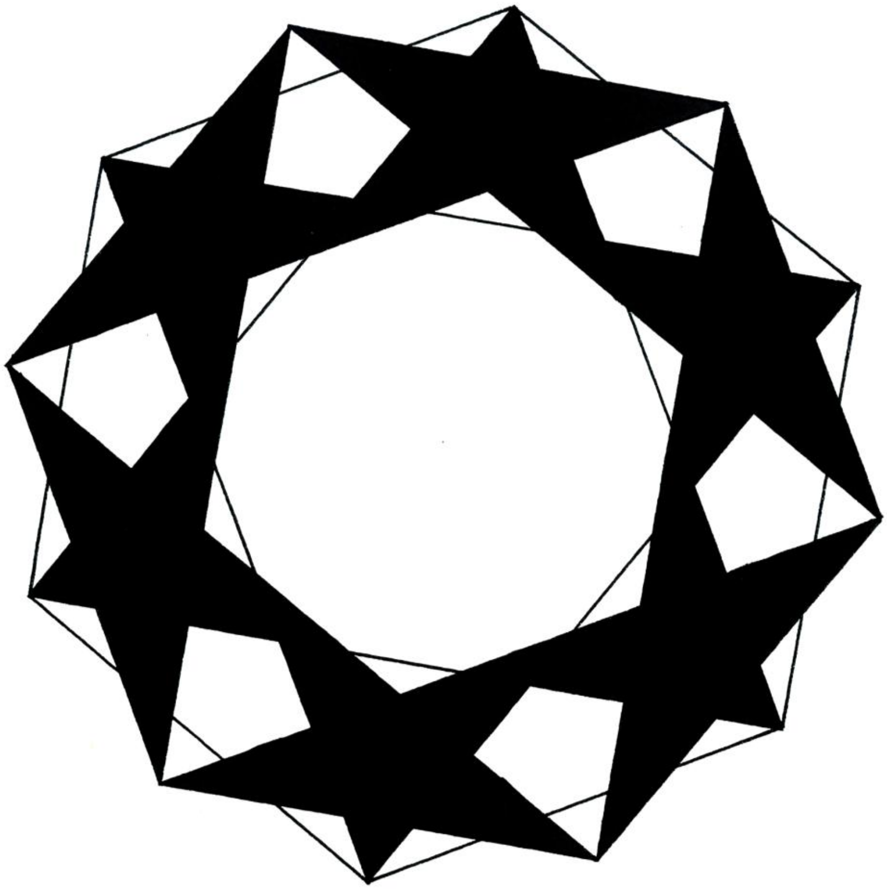


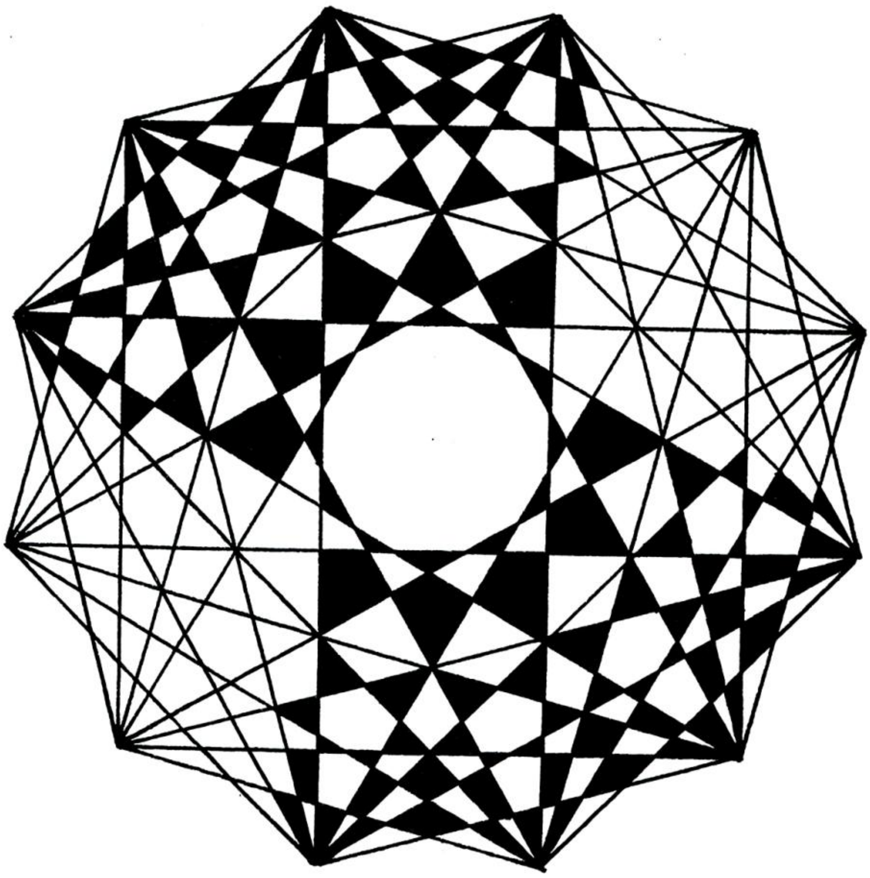


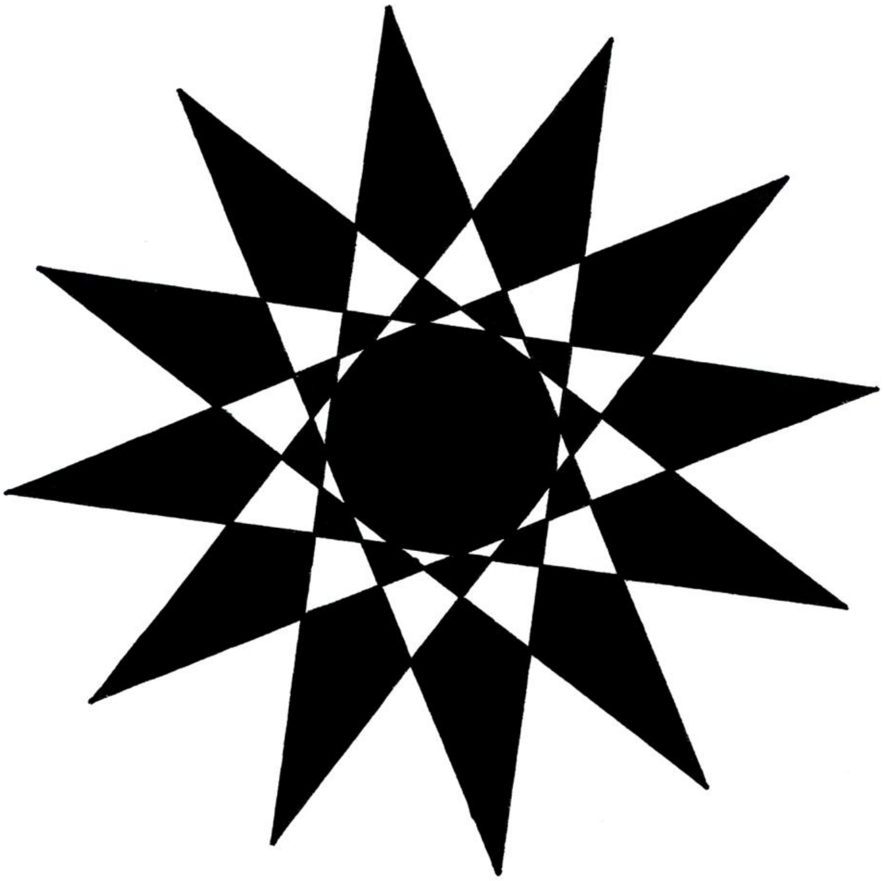


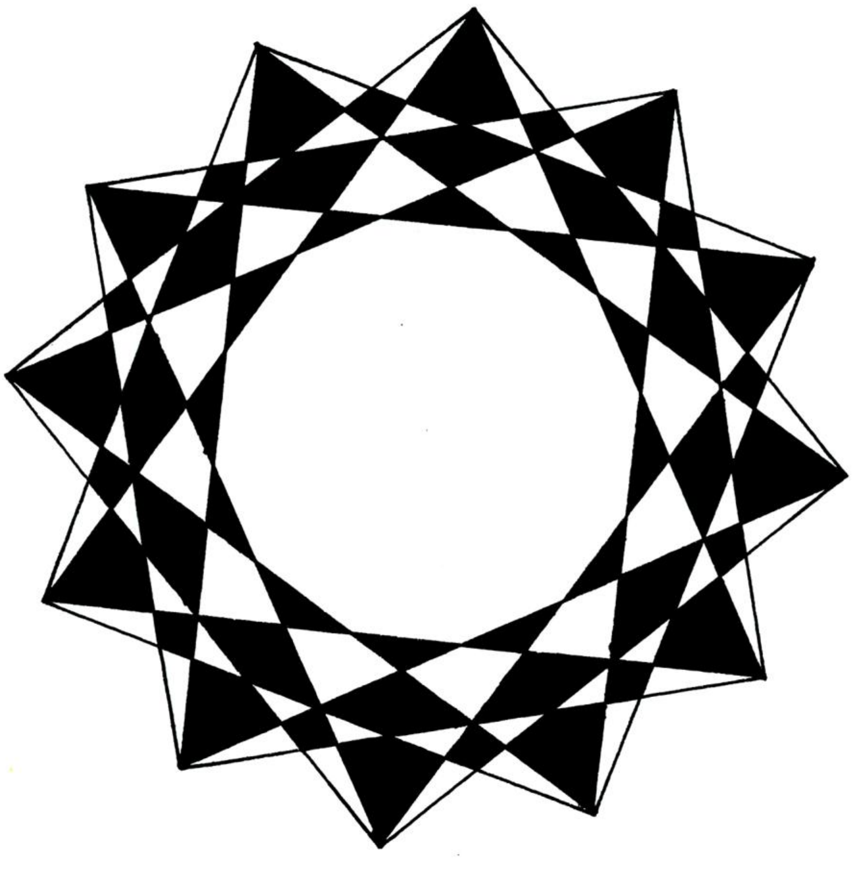




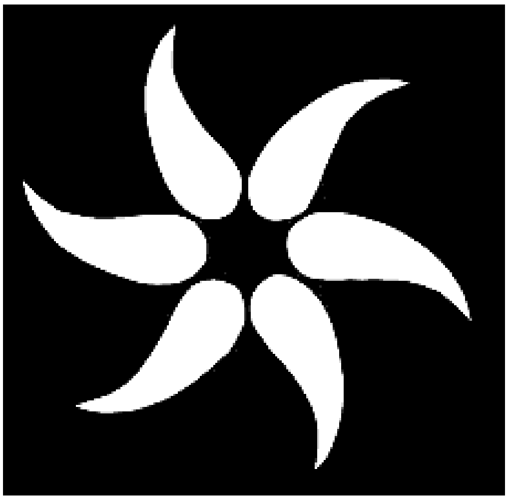


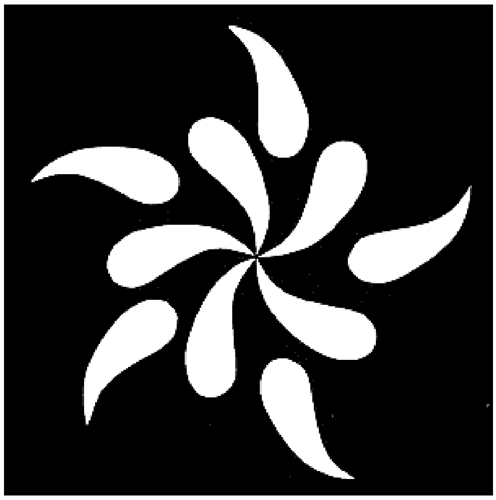






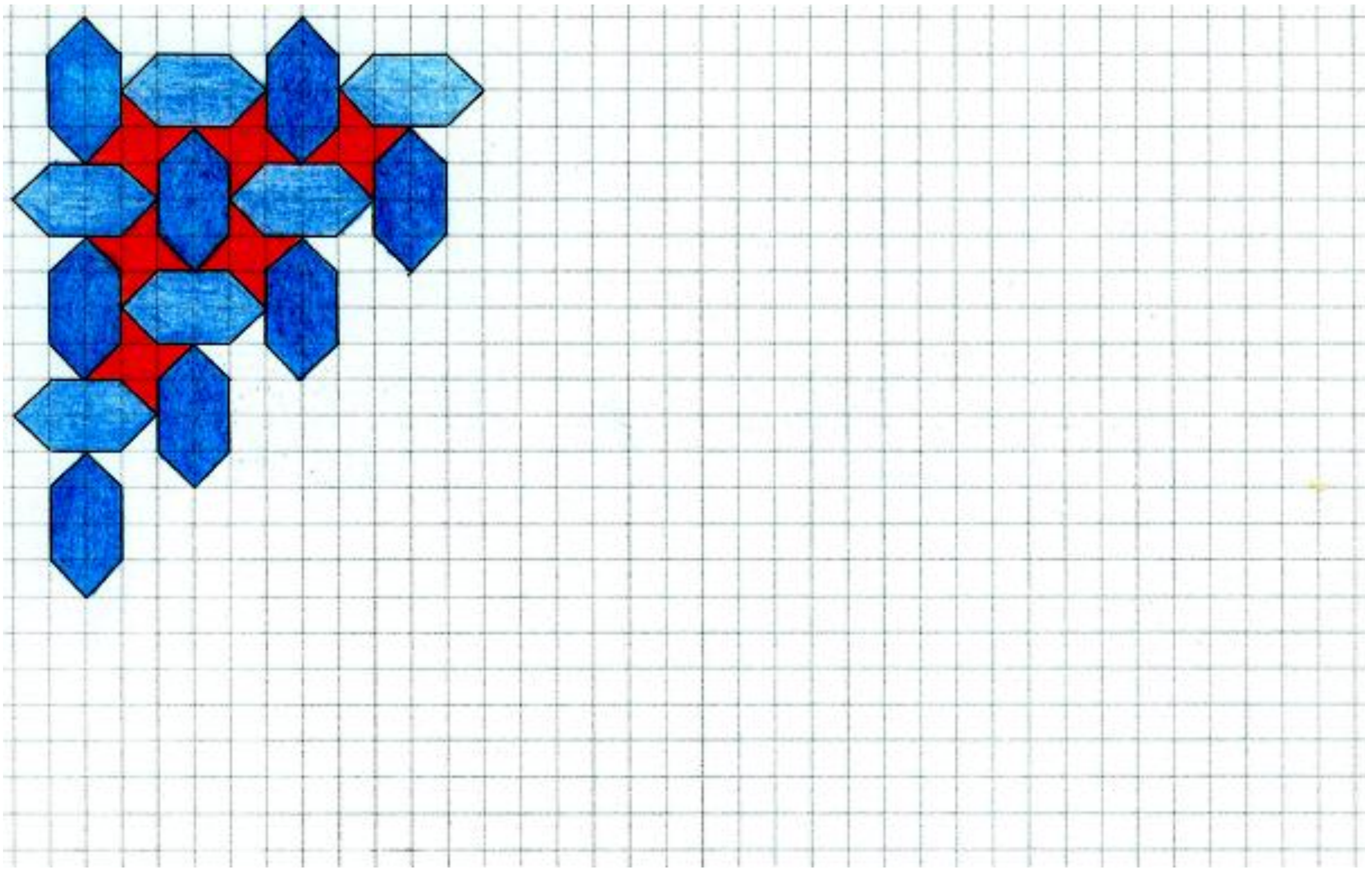
3) Nakresli a vystřihni z tvrdého papíru šablonu libovolného základního prvku ornamentu. Skládej, obkresluj, vystřihuj dle fantazie a tvoř vlastní ornamenty.

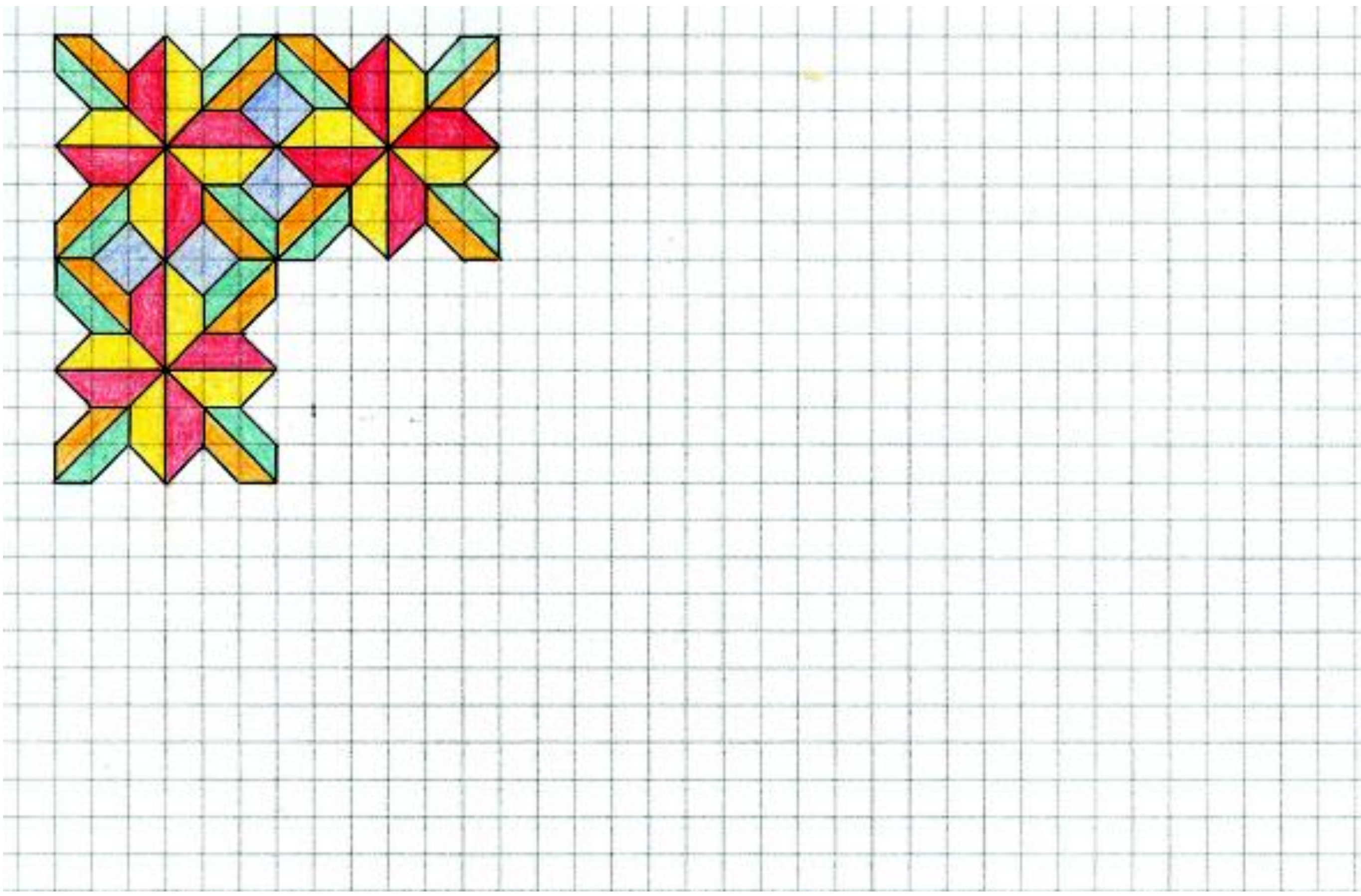




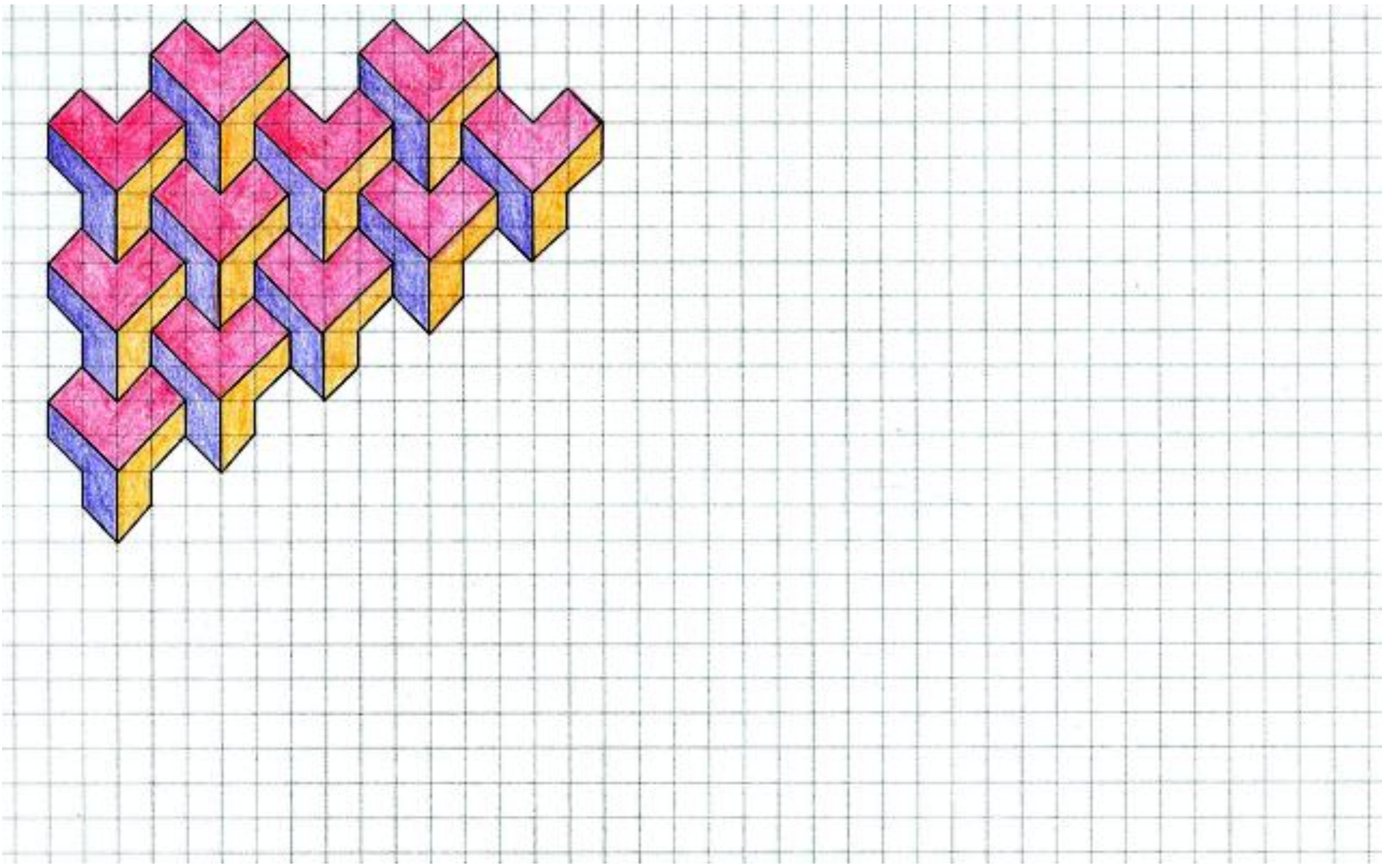
DLAŽDICE

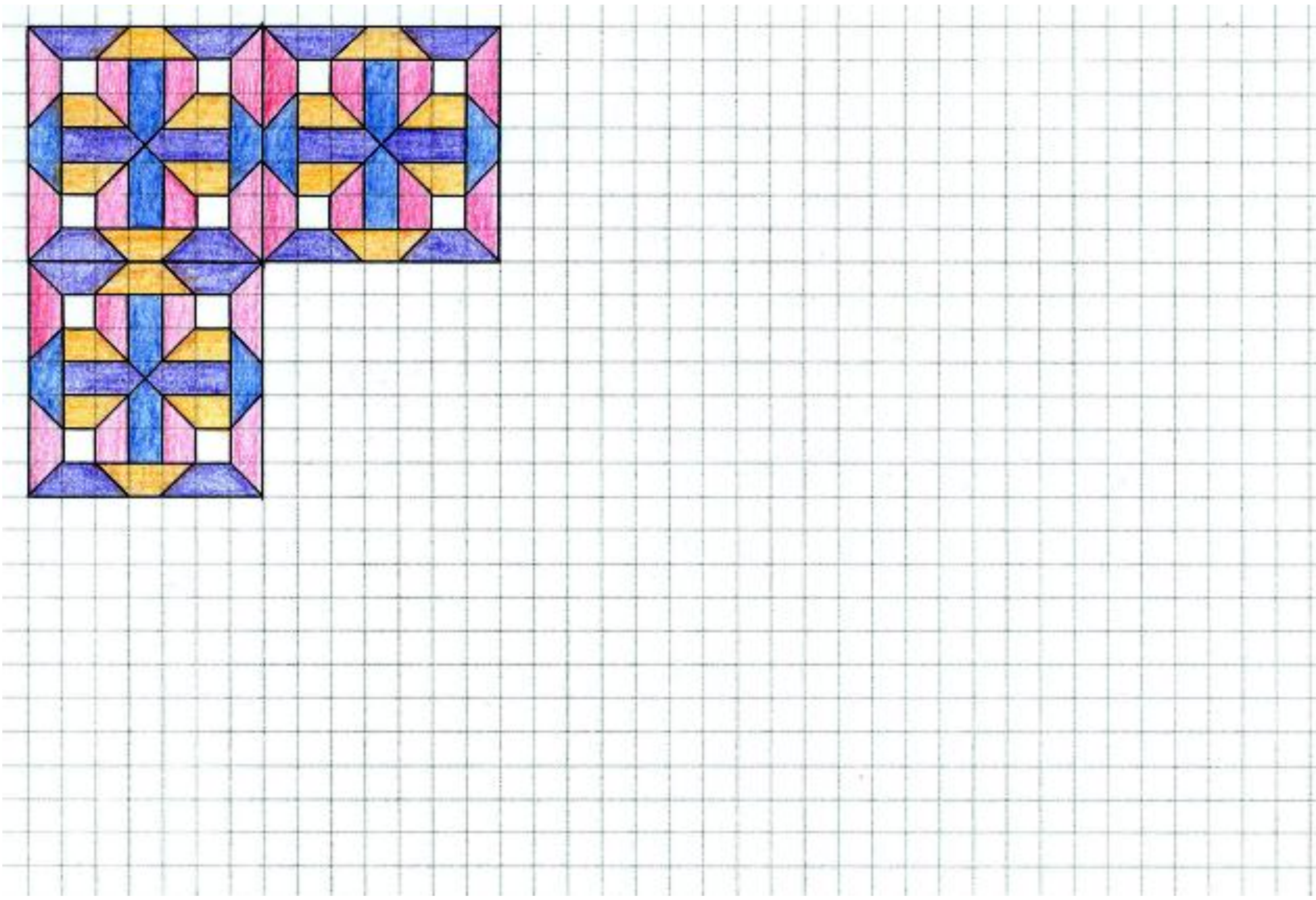
1) Pokračuj ve vzoru. ***(Navrhni ve vybrané síti vlastní vzor.)***



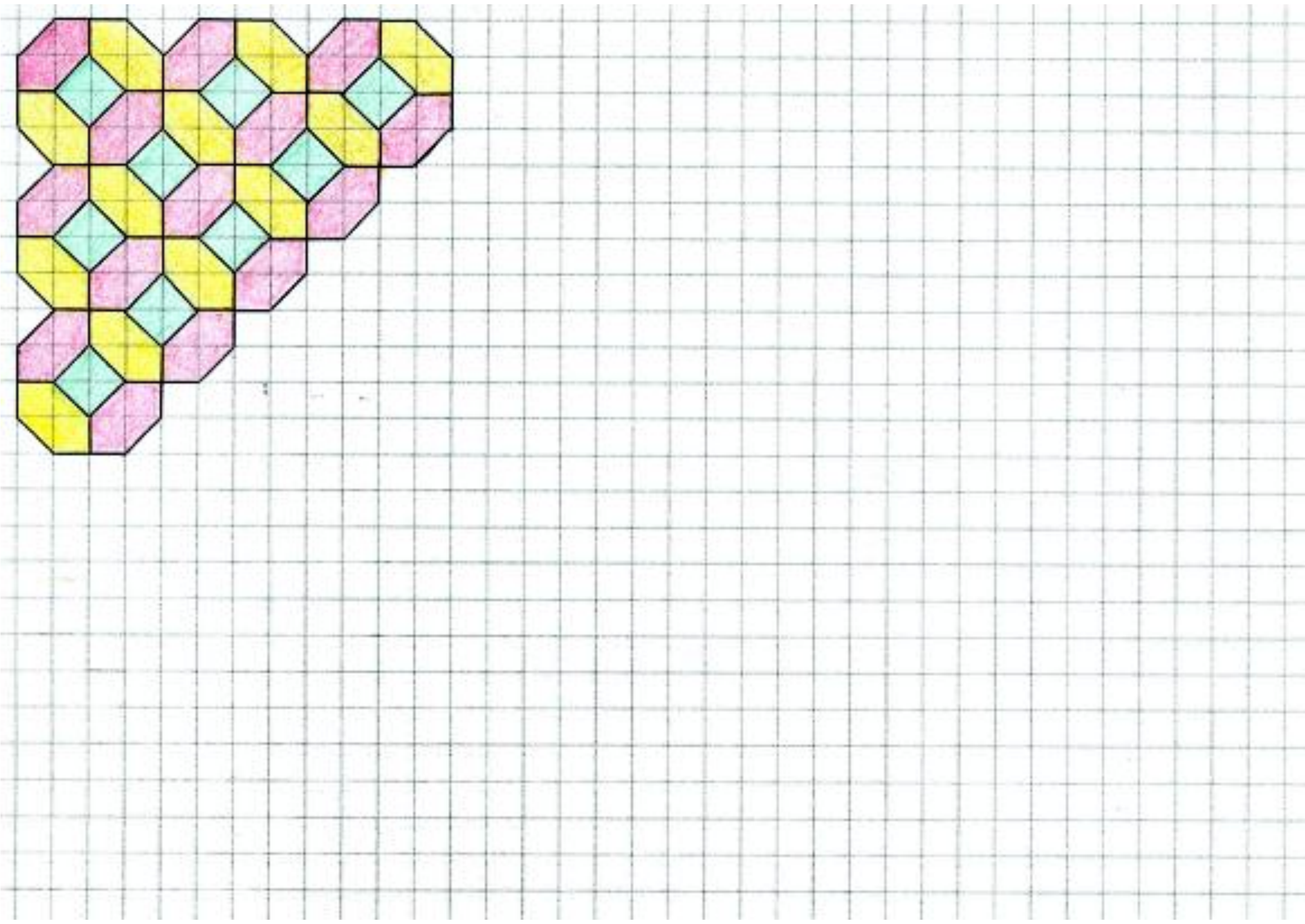


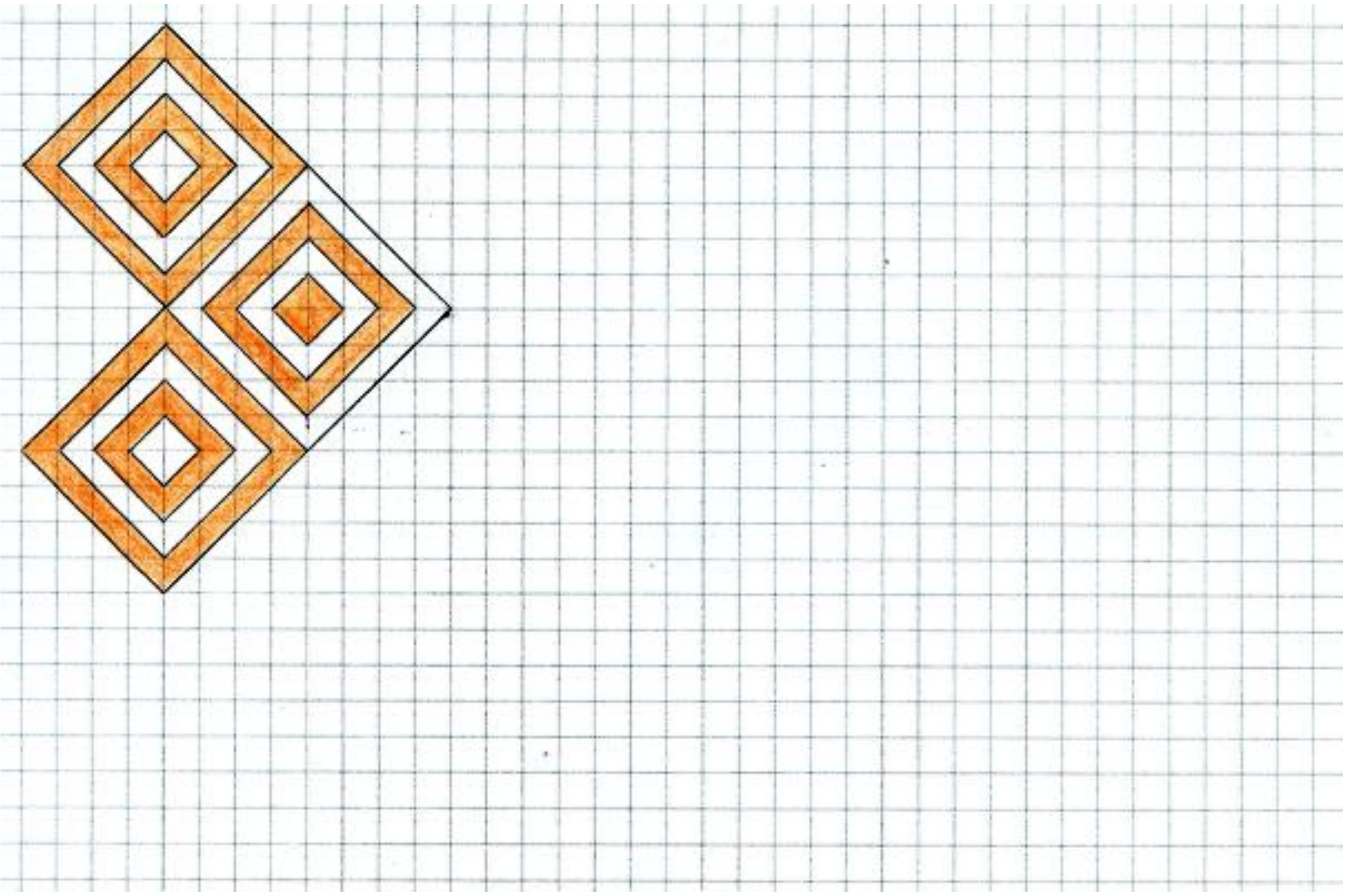
DLAŽDICE



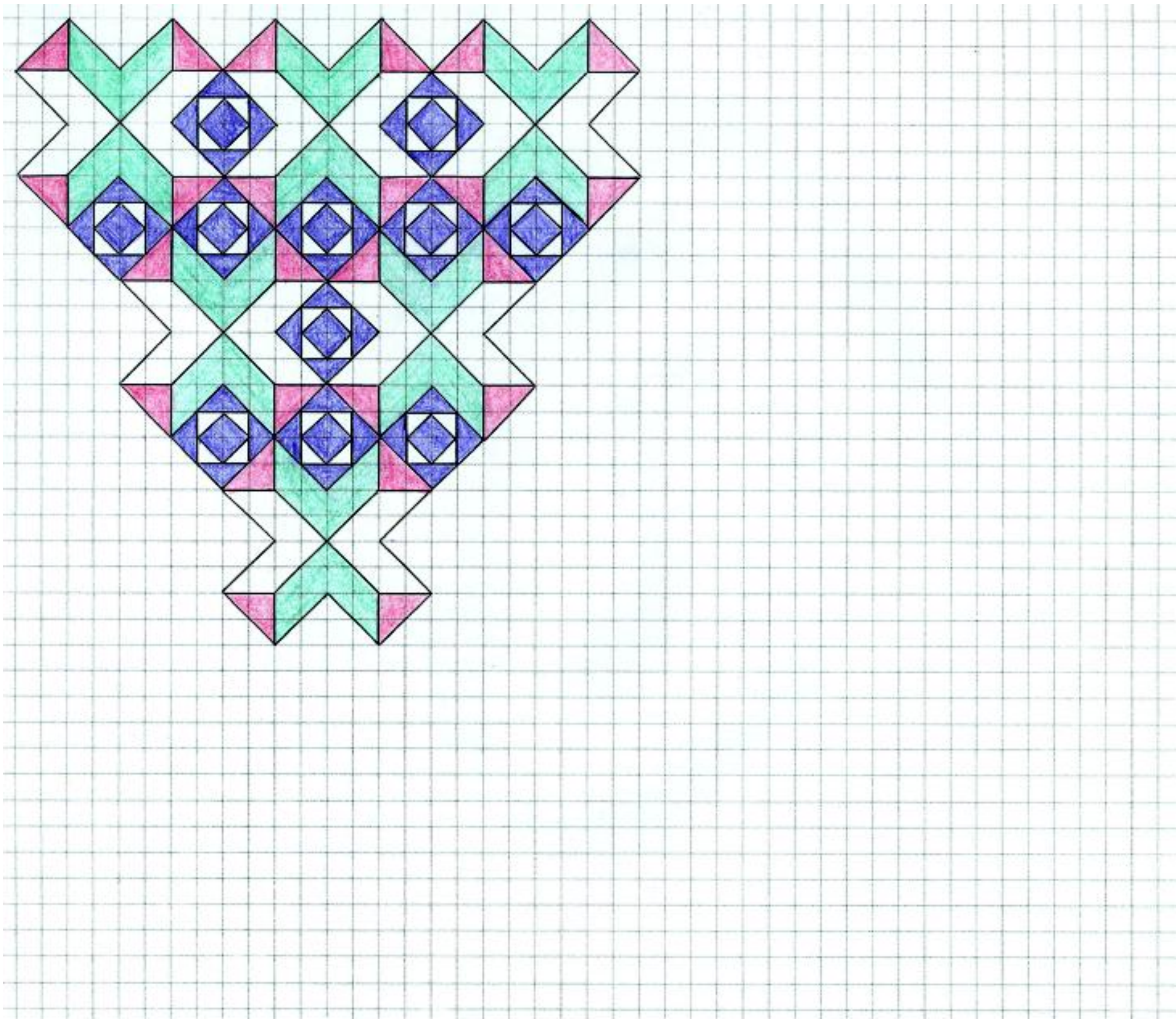


DLAŽDICE

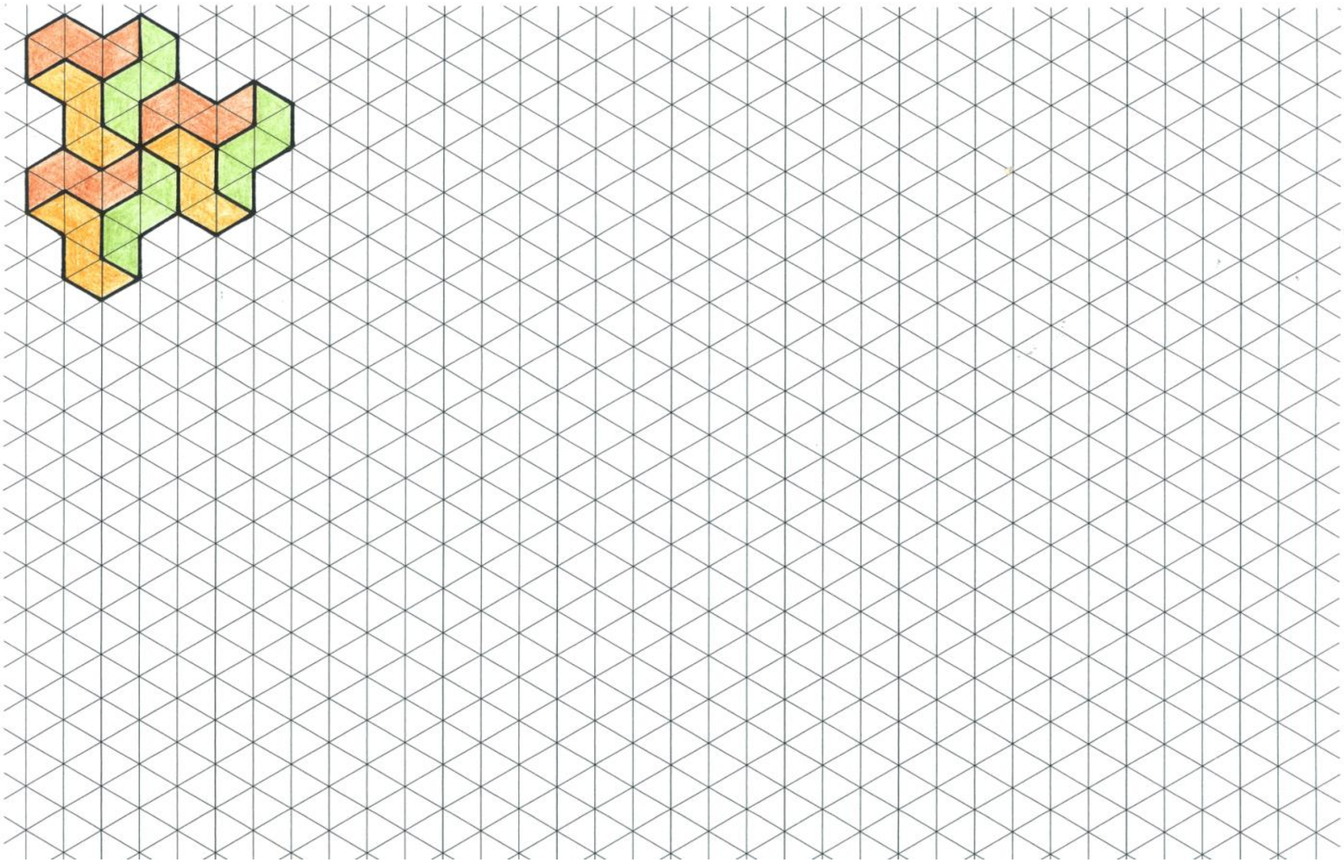


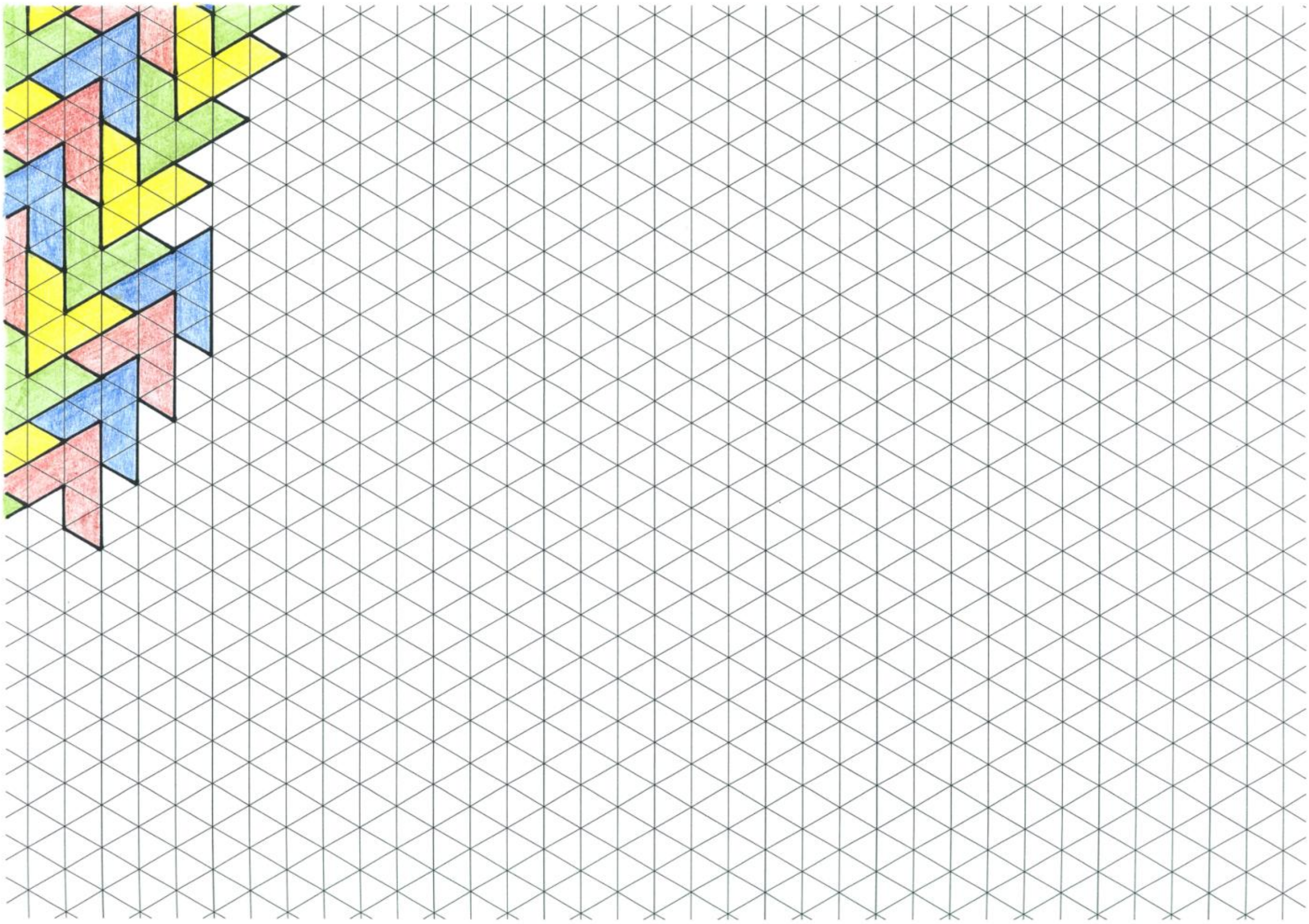


DLAŽDICE

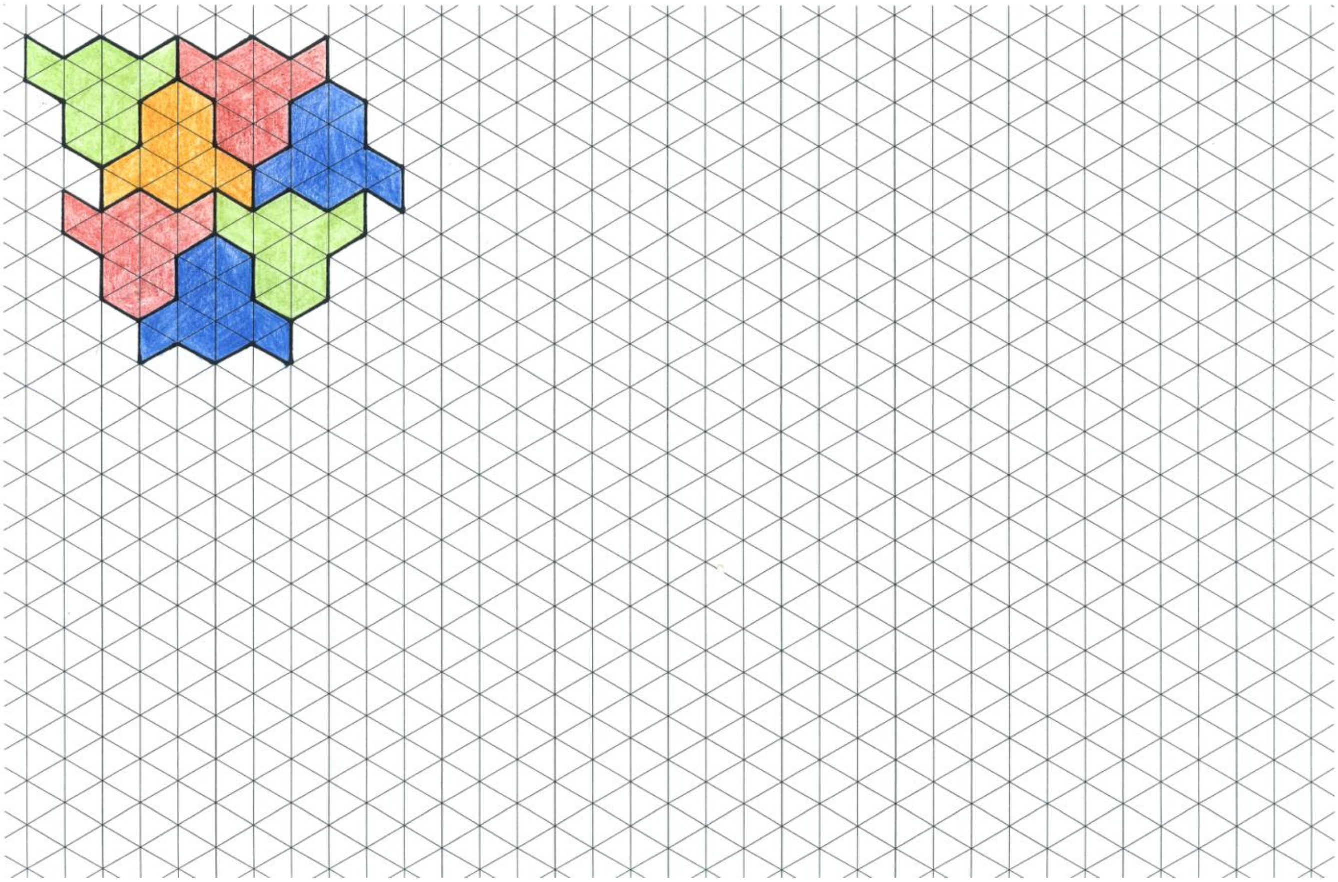


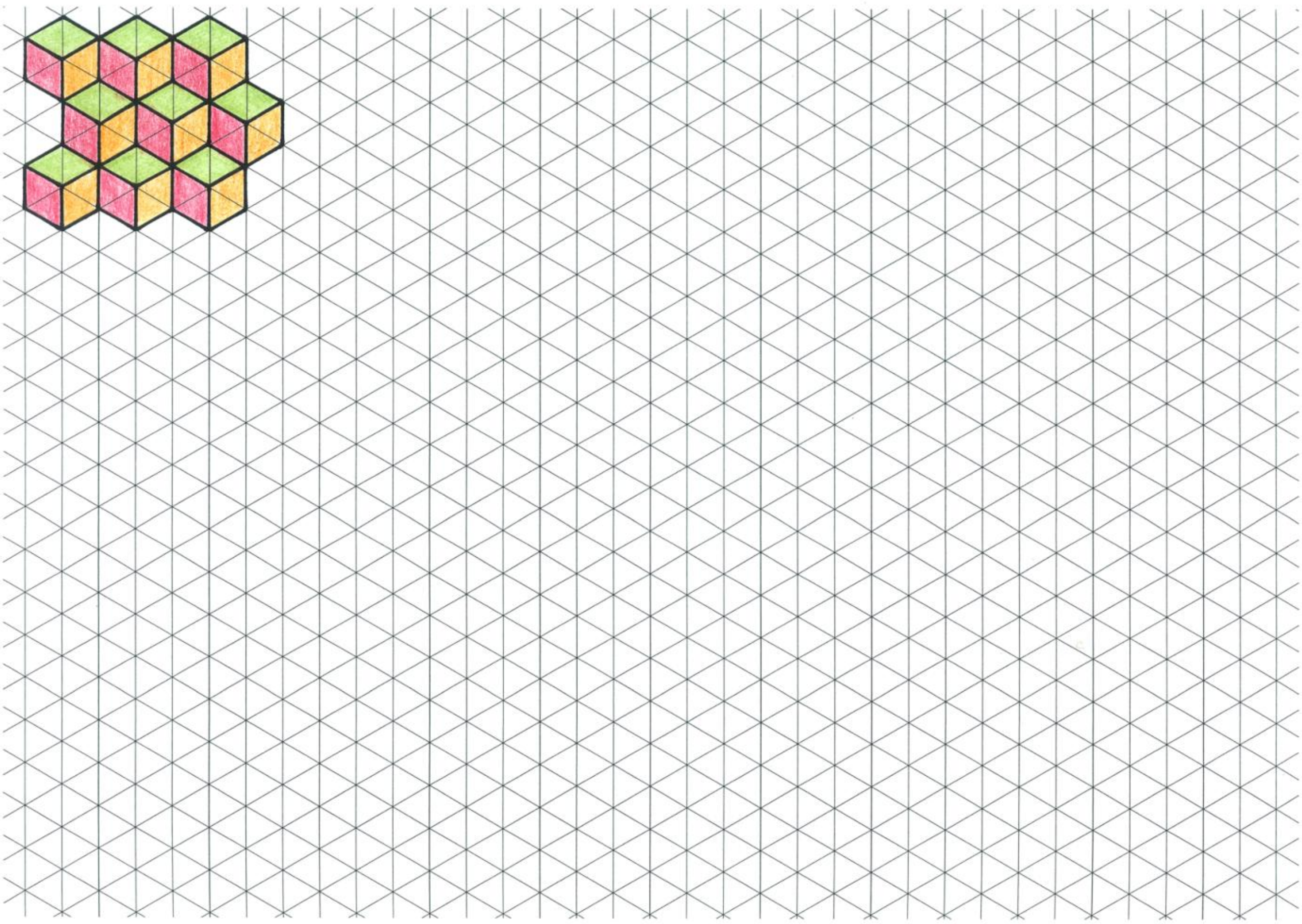
DLAŽDICE



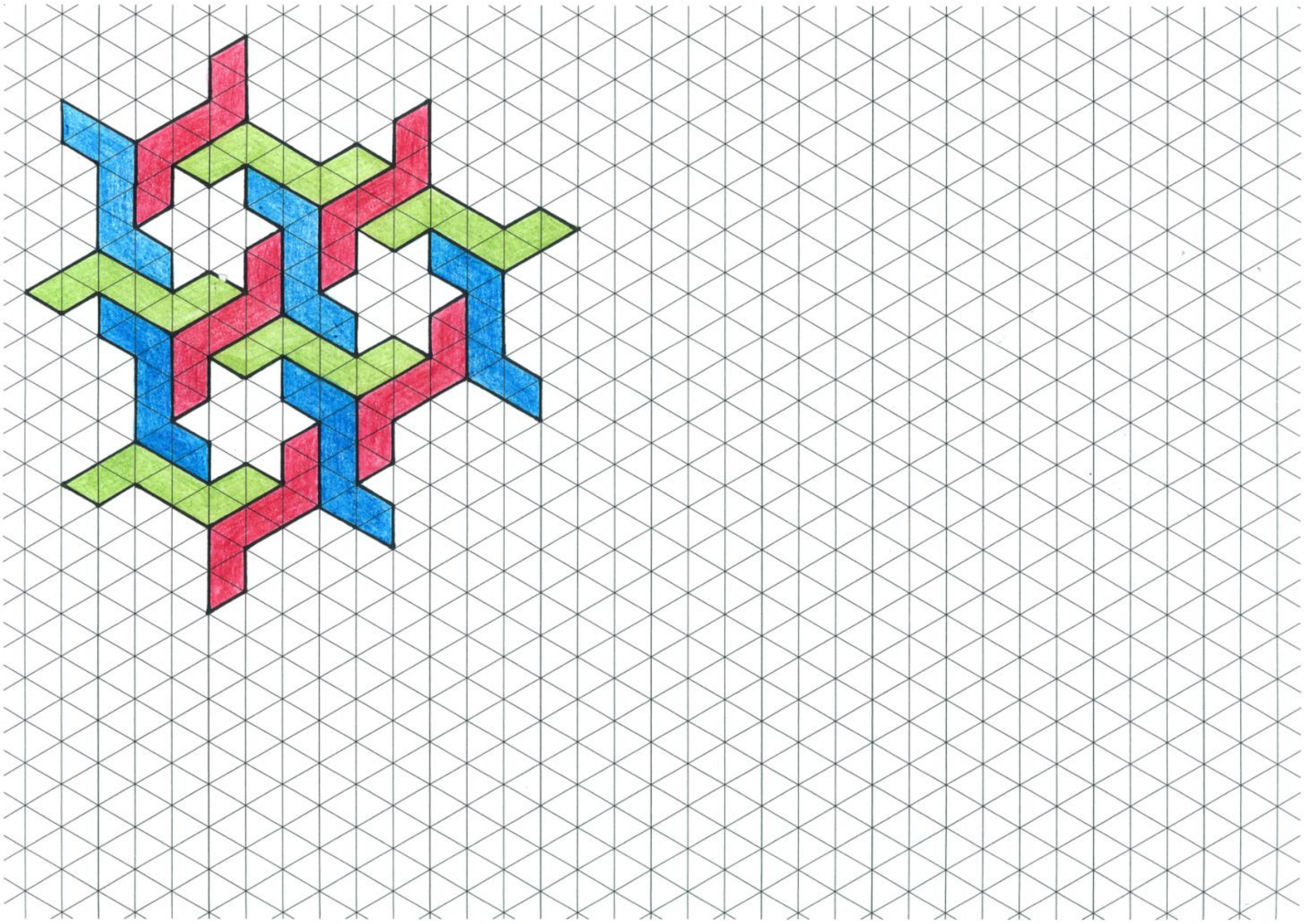


DLAŽDICE



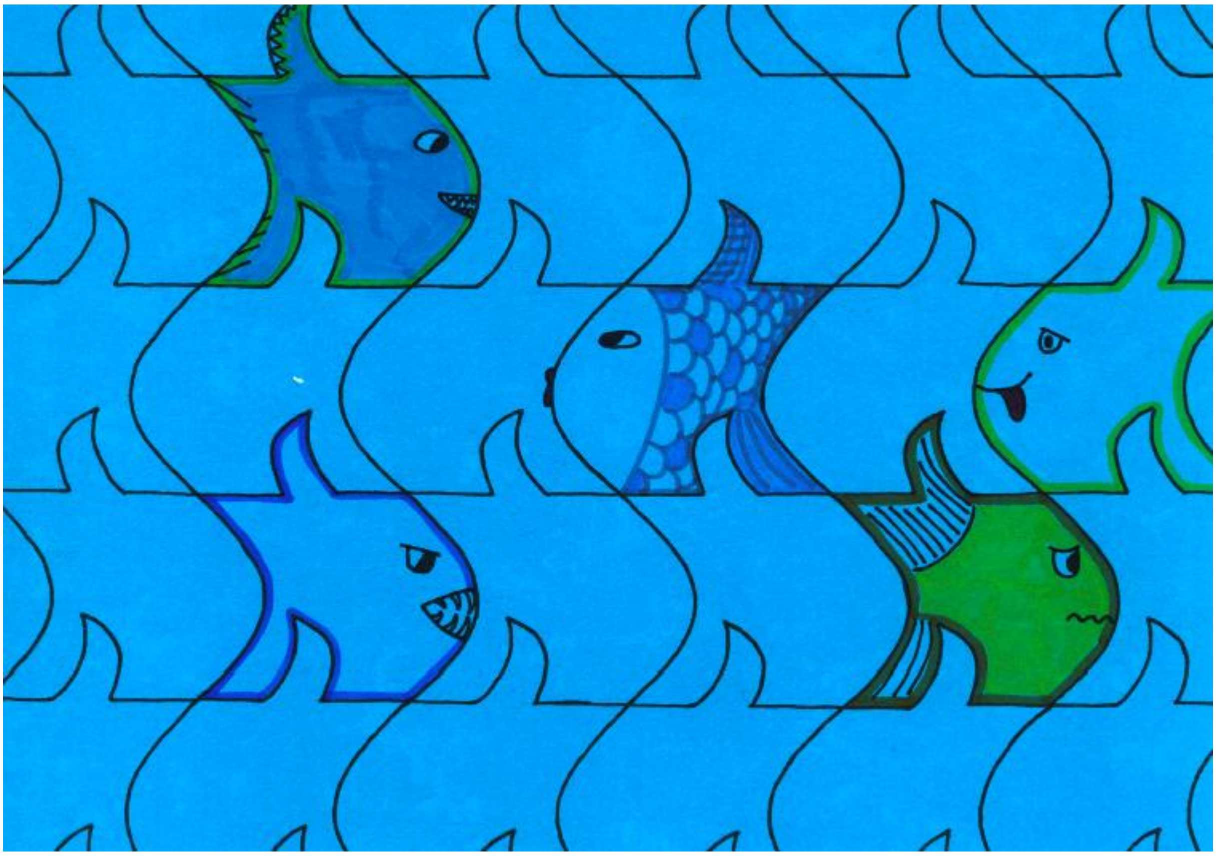


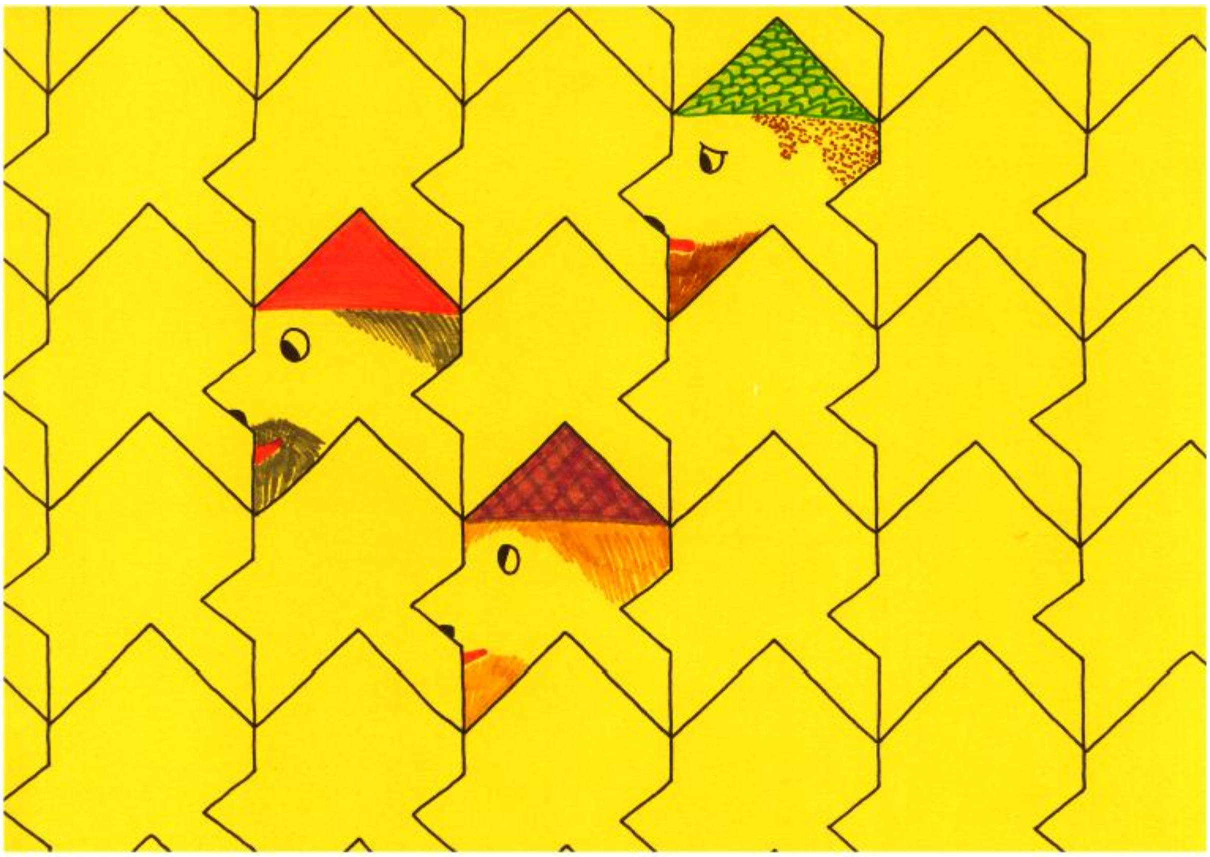
DLAŽDICE



TESELACE

1) Vystřihni z tvrdého papíru čtverec 5x5 cm. Odstřihni z jeho stran libovolné útvary, které následně izolepou připevni vždy ke straně protější, případně vedlejší. Vytvoř si tak šablonu. Tuto šablonu nyní pokládej a obkresluj na list papíru tak, aby její obrysy do sebe zapadaly jako puzzle. Podle toho, co ti výsledné tvary připomínají, dotvoř dle fantazie.





ORIENTACE V PLOŠE

1) Červenou pastelkou vyznač z domu č. 2 cestu do školy tak, abys ani jednou neodbočil vlevo.

2) Které z dětí má z domu nejblíže k vlakovému nádraží? Zakroužkuj jeho jméno.

Eva – dům č. 1

Martin – dům č. 2

Petr – dům č. 3

Anna – dům č. 4

3) Napiš, které dvě děti bydlí k sobě nejblíže, a které nejdále od sebe.

Nejblíže: ____

Nejdále: ____

4) Aniččin otec pracuje u policie. Každé ráno nejprve odveze Aničku do školy a poté jede do práce. Vyznač zeleně tuto ranní cestu Aniččina tatínka.

5) Martinovi zítra přijede vlakem na návštěvu babička. Martin s maminkou jí půjdou na nádraží přivítat. Martin se s maminkou domluvil, že se spolu po škole sejdou v kavárně, poté vyzvednou babičku na nádraží a než se všichni společně vrátí domů, chce jí Martin ukázat ještě nové hřiště u školy. Vyznač tužkou Martinovu cestu ze školy až domů.

6) Doplň dětem jejich příjmení podle nápověd dole. (Pozor! Příjmení je 5 a děti jsou pouze 4!)

ORIENTACE V PLOŠE

Anna ___________________

Martin __________________

Petr ____________________

Eva _____________________

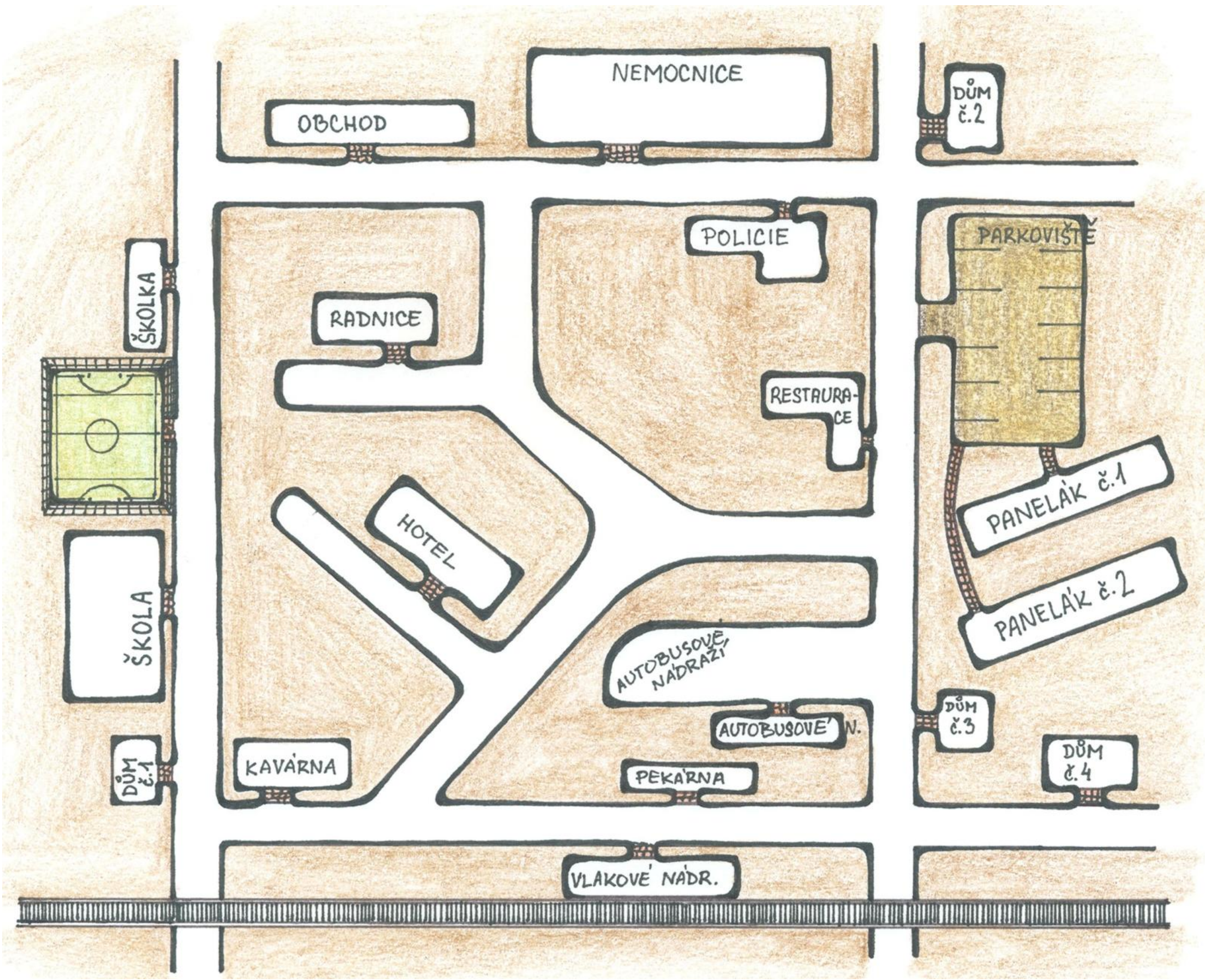
a) Pan a paní Novákovi bydlí vedle nemocnice.

b) Paní Suchá bydlí naproti autobusového nádraží.

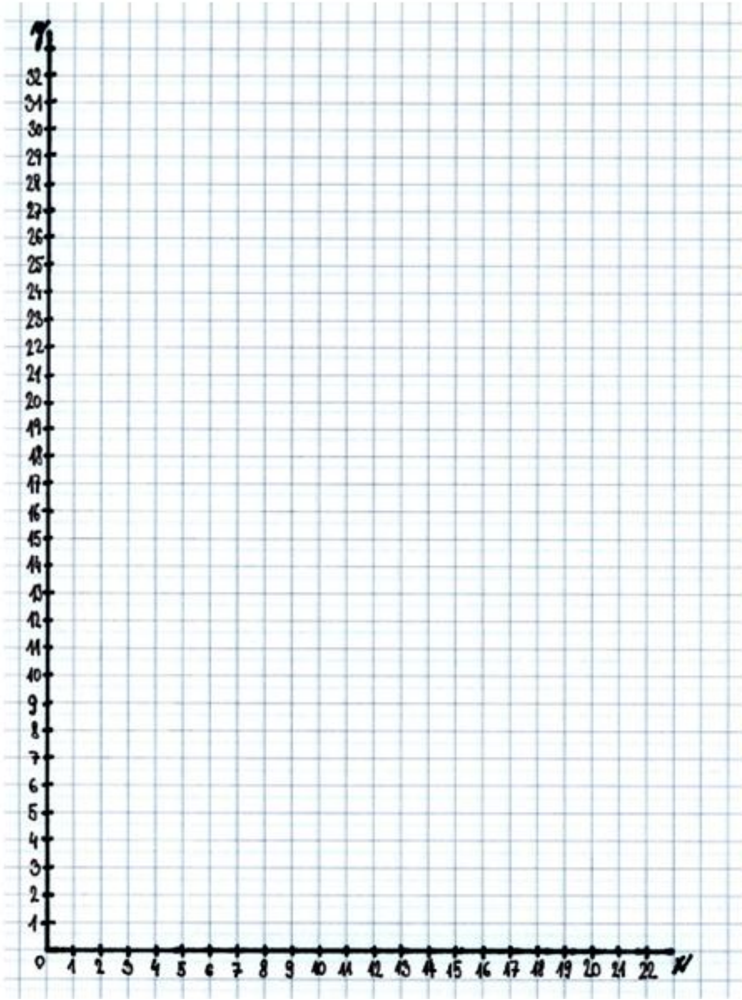
c) Paní Janáková je velkou kamarádkou své sousedky Lídy Suché.

d) Rodina Fialů bydlí u obchodu.

e) Trnkovi si každou sobotu zajdou do kavárny, kterou mají přes ulici.



Kartézský graf



(1;28)-(2;29)-(3;29)-(4;28)-(3;28)-(3;27)-(2;27)-(2;28)-(1;28)

(7;31)-(5;29)-(6;29)-(4;27)-(6;27)-(3;25)-(11;25)-(8;27)-(10;27)-(8;29)-(9;29)-(7;31)

(14;32)-(12;30)-(13;30)-(11;28)-(13;28)-(10;26)-(18;26)-(15;28)-(17;28)-(15;30)-(16;30)-(14;32)

(12;24)-(13;25)-(14;25)-(15;24)-(14;24)-(14;23)-(13;23)-(13;24)-(12;24)

(10;21)-(10;22)-(9;22)-(10;23)-(11;23)-(12;22)-(11;22)-(11;21)-(10;21)

(17;24)-(19;22)-(18;22)-(20;20)-(18;20)-(21;18)-(13;18)-(16;20)-(14;20)-(16;22)-(15;22)-(17;24)

(0;17)-(6;23)-(14;15)-(0;15)

(2;19)-(2;23)-(4;23)-(4;21)

(0;9)-(13;9)-(13;15)

(1;14)-(3;14)-(3;12)-(1;12)-(1;14)

(4;9)-(4;14)-(8;14)-(8;9)

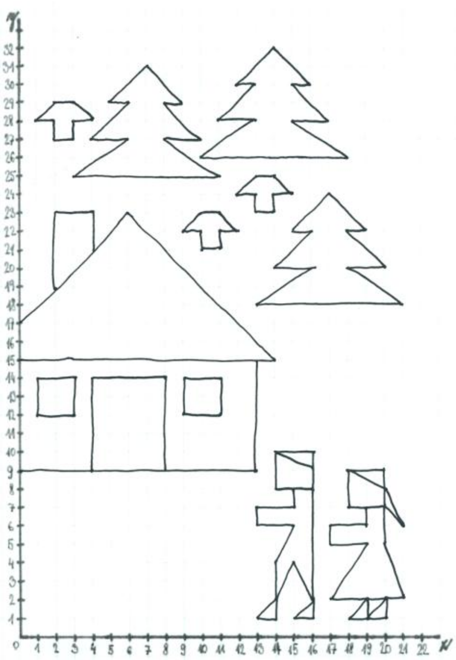
(9;14)-(11;14)-(11;12)-(9;12)-(9;14)

(16;9)-(14;10)-(16;10)-(16;8)-(14;8)-(14;10)

(15;8)-(15;7)-(13;7)-(13;6)-(15;6)-(14;4)-(14;2)-(13;1)-(14;1)-(14;2)-(15;4)-(16;2)-(15;1)-(16;1)-(16;2)-(16;8)

(20;7)-(21;6)-(20;8)-(18;9)-(20;9)-(20;7)-(18;7)-(18;9)

(19;7)-(19;6)-(17;6)-(17;5)-(19;5)-(17;2)-(19;2)-(18;1)-(19;1)-(19;2)-(20;2)-(19;1)-(20;1)-(20;2)-(21;2)-(20;5)-(20;7)



[1;28]-[2;29]-[3;29]-[4;28]-[3;28]-[3;27]-[2;27]-[2;28]-[1;28]

[7;31]-[5;29]-[6;29]-[4;27]-[6;27]-[3;25]-[11;25]-[8;27]-[10;27]-[8;29]-[9;29]-[7;31]

[14;32]-[12;30]-[13;30]-[11;28]-[13;28]-[10;26]-[18;26]-[15;28]-[17;28]-[15;30]-[16;30]-[14;32]

[12;24]-[13;25]-[14;25]-[15;24]-[14;24]-[14;23]-[13;23]-[13;24]-[12;24]

[10;21]-[10;22]-[9;22]-[10;23]-[11;23]-[12;22]-[11;22]-[11;21]-[10;21]

[17;24]-[19;22]-[18;22]-[20;20]-[18;20]-[21;18]-[13;18]-[16;20]-[14;20]-[16;22]-[15;22]-[17;24]

[0;17]-[6;23]-[14;15]-[0;15]

[2;19]-[2;23]-[4;23]-[4;21]

[0;9]-[13;9]-[13;15]

[1;14]-[3;14]-[3;12]-[1;12]-[1;14]

[4;9]-[4;14]-[8;14]-[8;9]

[9;14]-[11;14]-[11;12]-[9;12]-[9;14]

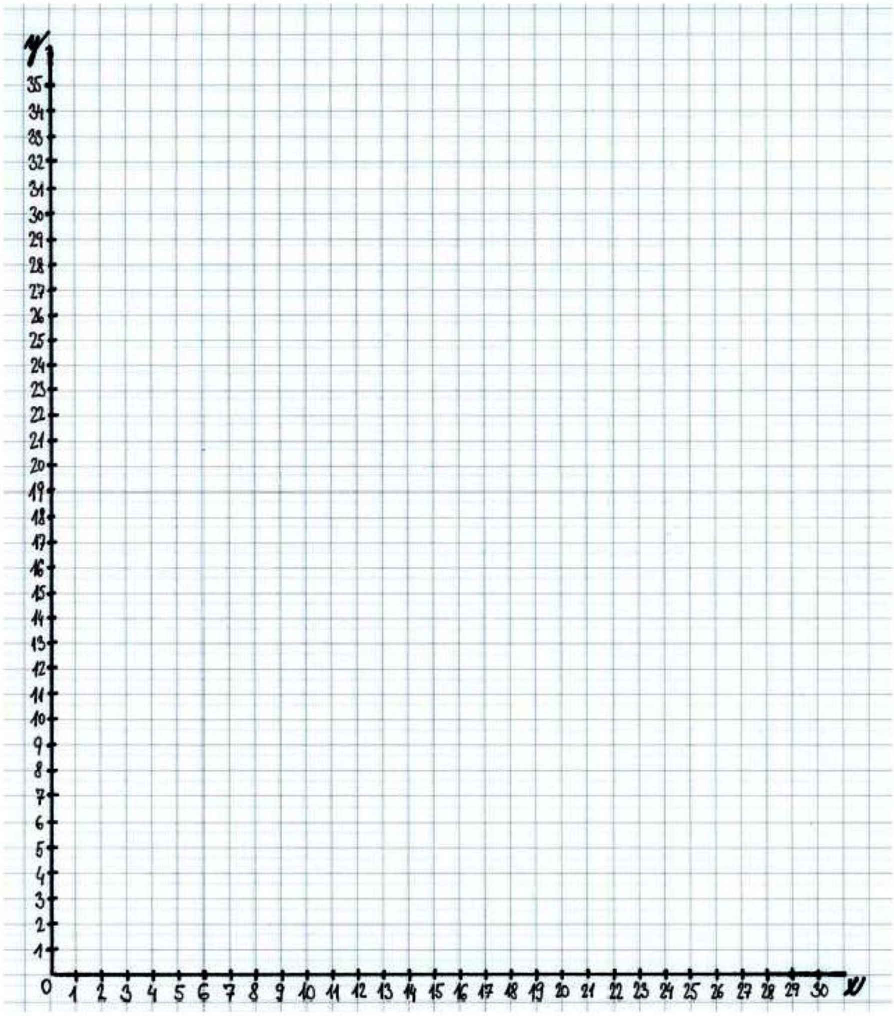
[16;9]-[14;10]-[16;10]-[16;8]-[14;8]-[14;10]

[15;8]-[15;7]-[13;7]-[13;6]-[15;6]-[14;4]-[14;2]-[13;1]-[14;1]-[14;2]-[15;4]-[16;2]-[15;1]-[16;1]-[16;2]-[16;8]

[20;7]-[21;6]-[20;8]-[18;9]-[20;9]-[20;7]-[18;7]-[18;9]

[19;7]-[19;6]-[17;6]-[17;5]-[19;5]-[17;2]-[19;2]-[18;1]-[19;1]-[19;2]-[20;2]-[19;1]-[20;1]-[20;2]-[21;2]-[20;5]-[20;7]

ORIENTACE V PLOŠE



[1;30]-[1;27]-[9;27]-[9;30]-[1;30]

[14;11]-[18;11]-[16;19]-[14;11]

[23;7]-[23;19]-[20;15]-[23;7]

[16;23]-[20;27]-[16;31]-[12;27]-[16;23]

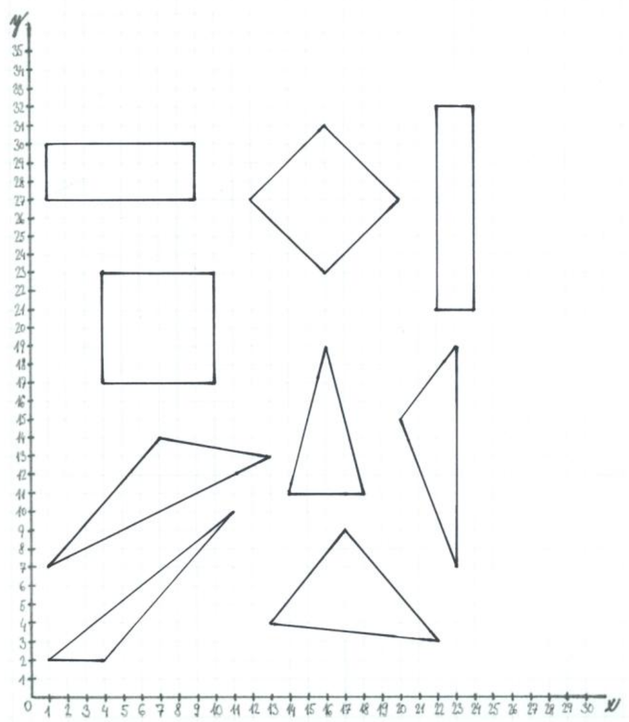
[1;7]-[13;13]-[7;14]-[1;7]

[22;21]-[24;21]-[24;32]-[22;32]-[22;21]

[1;2]-[4;2]-[11;10]-[1;2]

[4;17]-[10;17]-[10;23]-[4;23]-[4;17]

[17;9]-[13;4]-[22;3]-[17;9]



[1;30]-[1;27]-[9;27]-[9;30]-[1;30]

[14;11]-[18;11]-[16;19]-[14;11]

[23;7]-[23;19]-[20;15]-[23;7]

[16;23]-[20;27]-[16;31]-[12;27]-[16;23]

[1;7]-[13;13]-[7;14]-[1;7]

[22;21]-[24;21]-[24;32]-[22;32]-[22;21]

[1;2]-[4;2]-[11;10]-[1;2]

[4;17]-[10;17]-[10;23]-[4;23]-[4;17]

[17;9]-[13;4]-[22;3]-[17;9]

DĚLENÍ PLOCHY

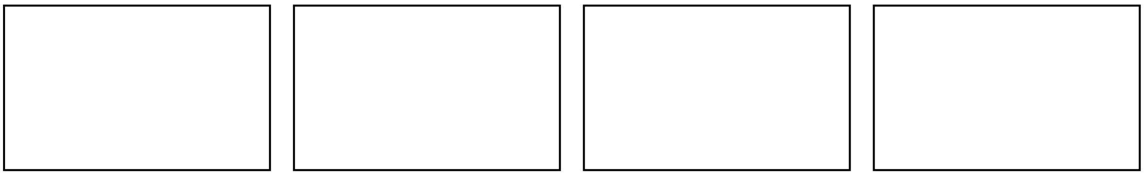
1) (Rosecká, 1997, s. 1) **Rozděl jedinou čarou obdélník na**

a) 2 trojúhelníky

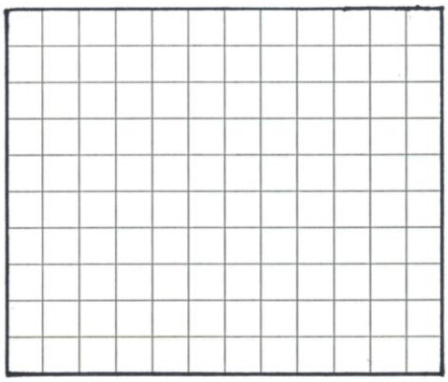
b) 1 trojúhelník a 1 čtyřúhelník

c) 2 čtyřúhelníky

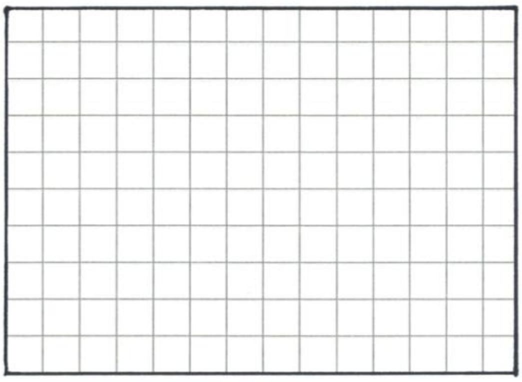
d) 1 trojúhelník a 1 pětiúhelník

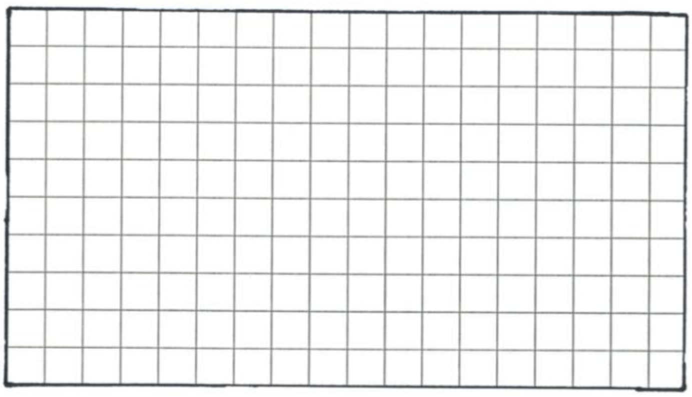


2) Následující útvary lze rozdělit na menší čtverce. Pokus se najít vždy nejmenší možný počet čtverců, ze kterých lze daný útvar složit. Vyznač je.

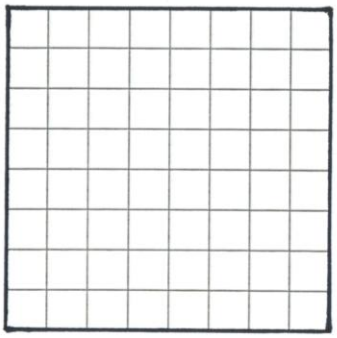


- *Dokážeš každý z těchto obdélníků rozdělit na méně než 10 čtverců?*
- *Dokážeš některý rozdělit pouze na 5 menších čtverců?*

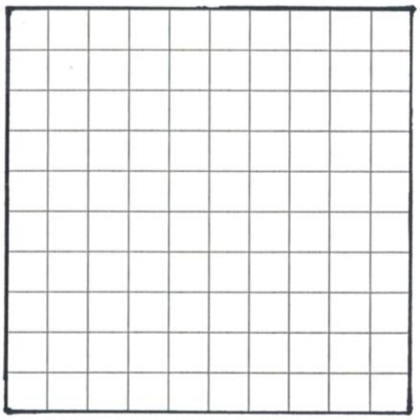




DĚLENÍ PLOCHY



• *Na jaký nejmenší počet menších čtverců dokážeš tyto čtverce rozdělit?*

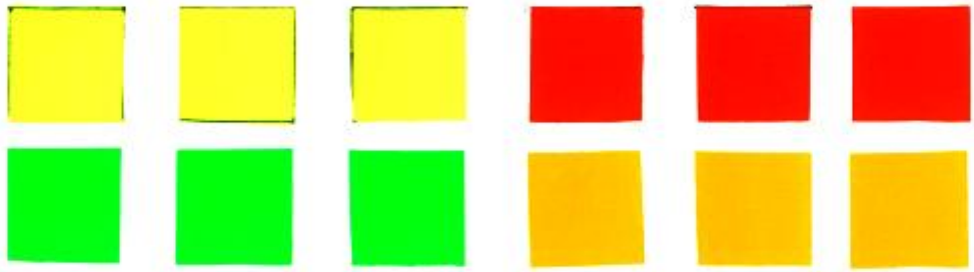


3) Muchláž (froasáž). Princip, postup a možnosti popsány v teoretické části práce.

4) Barevné nálady. (viz kapitola 5.9.4)

UMĚNÍ KOMBINOVAT

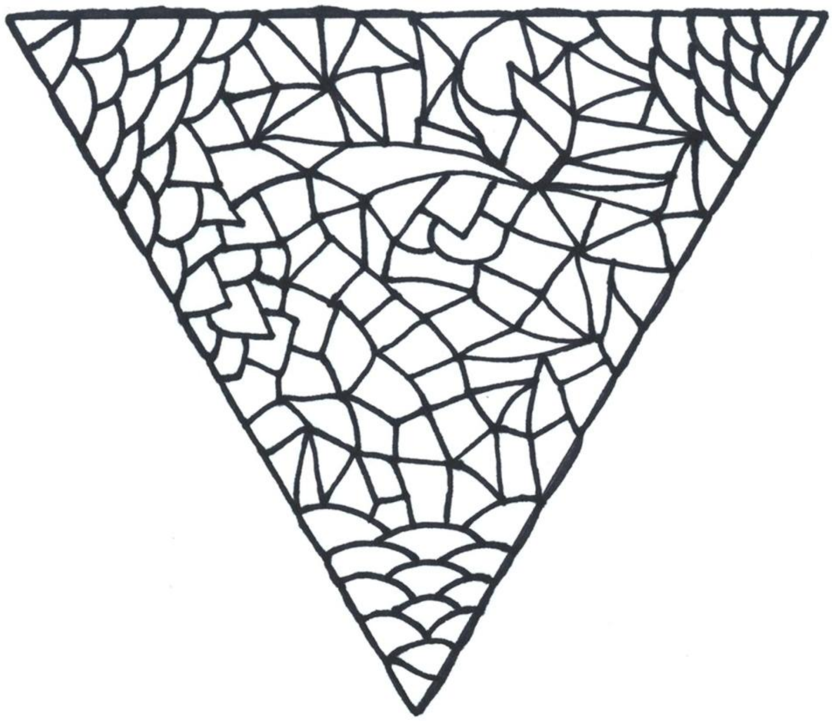
1) Vystřihej barevné čtverečky a nalep je do tabulky tak, aby se v žádném sloupci ani řadě žádná barva vyskytovala nanejvýš jedenkrát.

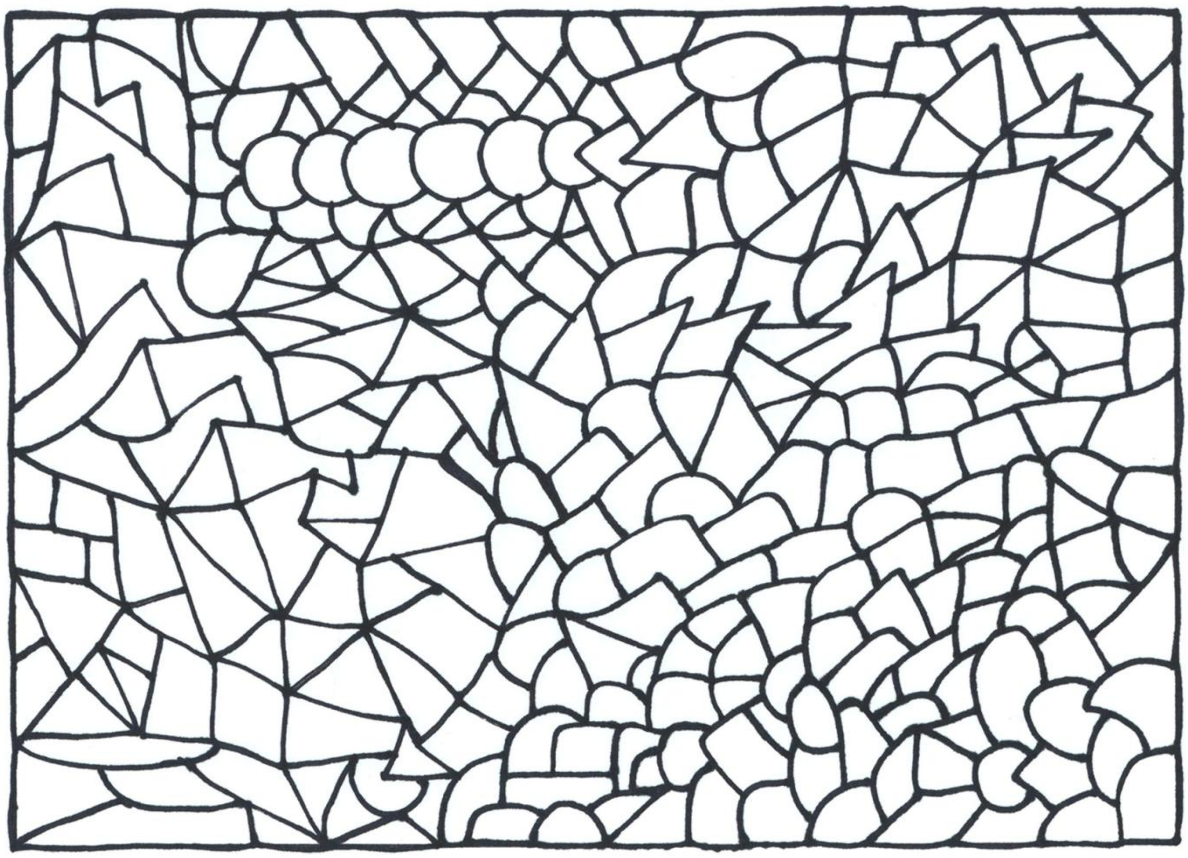


2) Vyber si 4 barvy/ 6 barev. Vybarvi každé pole tabulky jednou z barev tak, aby se v žádném sloupci ani řadě daná barva neopakovala.

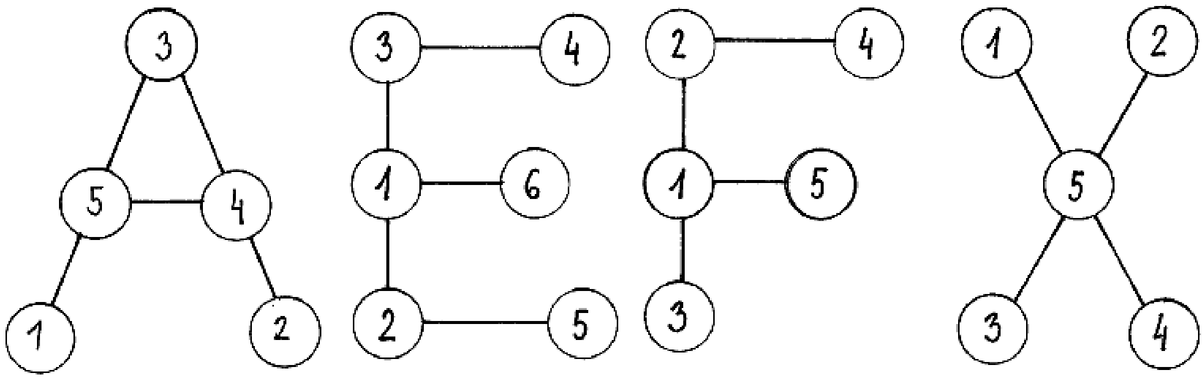
3) Vybarvi za pomoci pouhých čtyř barev tak, aby žádná dvě sousední políčka neměla stejnou barvu. (Pole dotýkající se pouze svými vrcholy se v barvě shodovat mohou.)

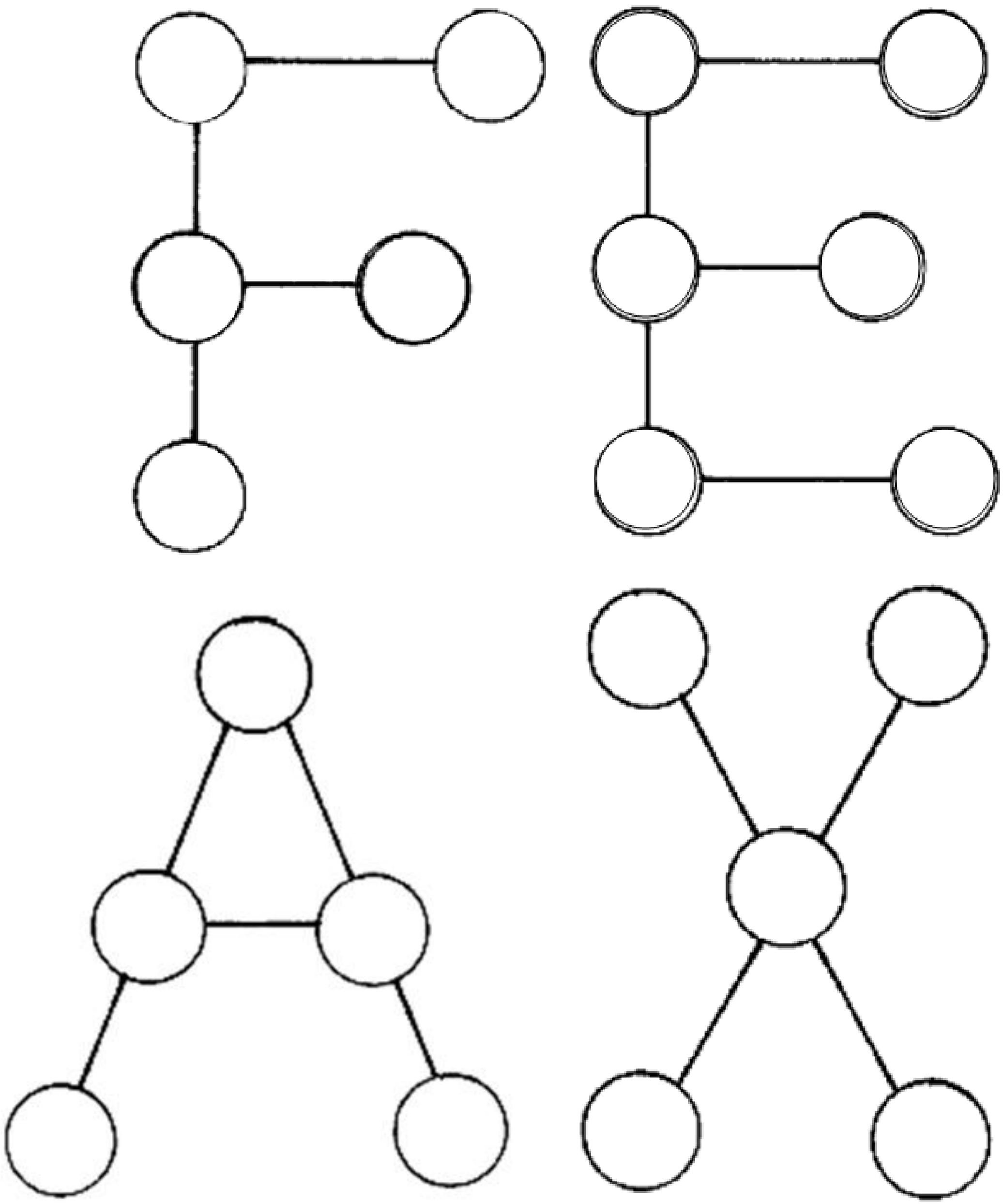
(Hra: Vybarvuj spolu s kamarádem. Každý má k dispozici dvě odlišné barvy, v každém tahu může jeden hráč vybarvit pouze jedno libovolné pole. Žádná dvě sousedící pole ale nesmí mít stejnou barvu. Kdo toto pravidlo poruší, prohrává.)



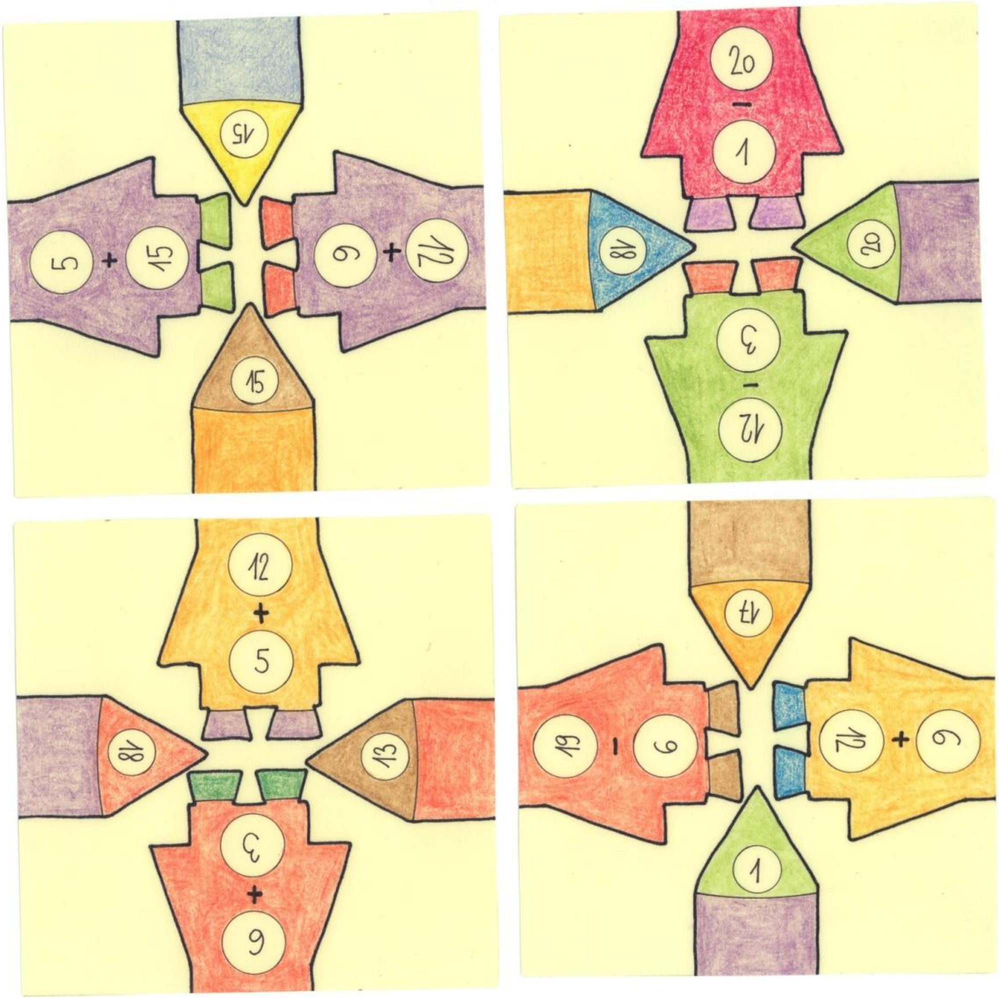


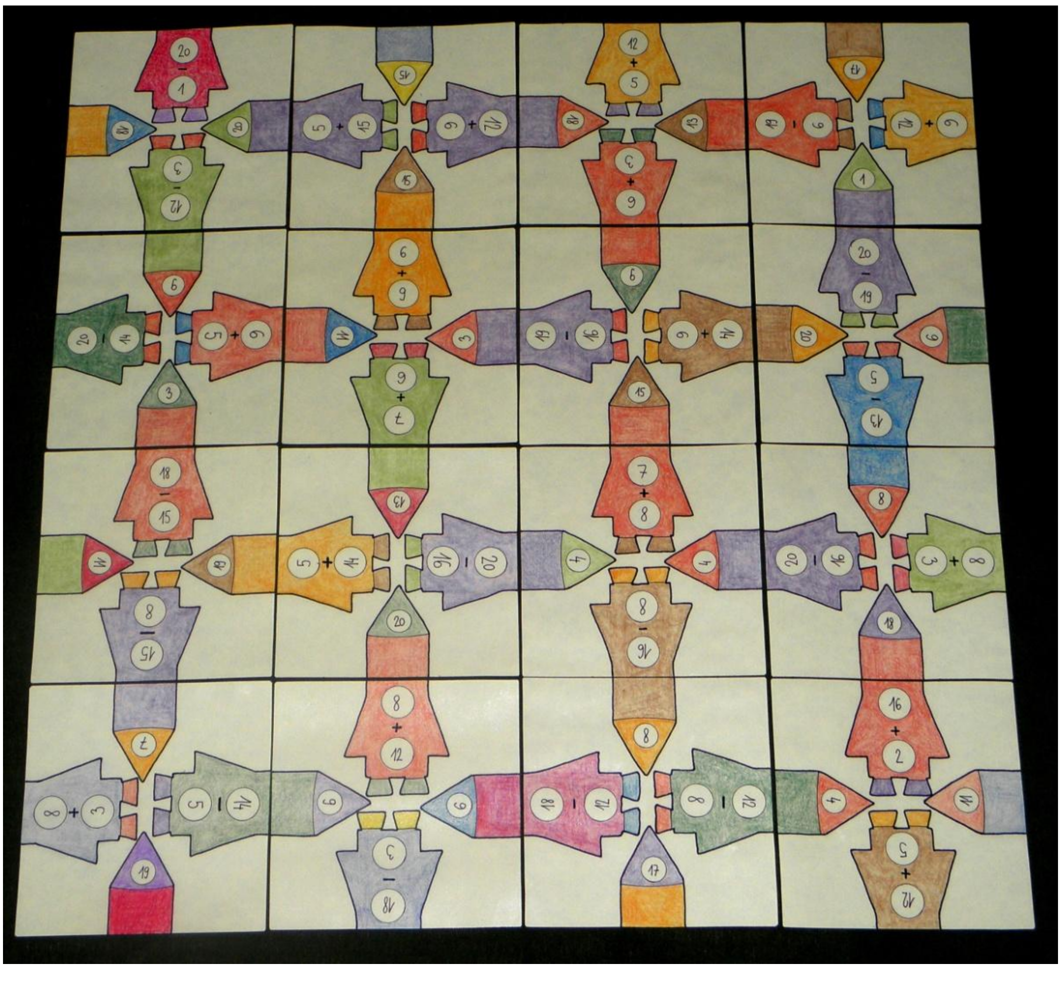
4) Magická písmena. Doplň do písmen čísla od jedné do x (x=počet polí v daném písmenu) tak, aby součet čísel v každé přímé linii písmena byl stejný.



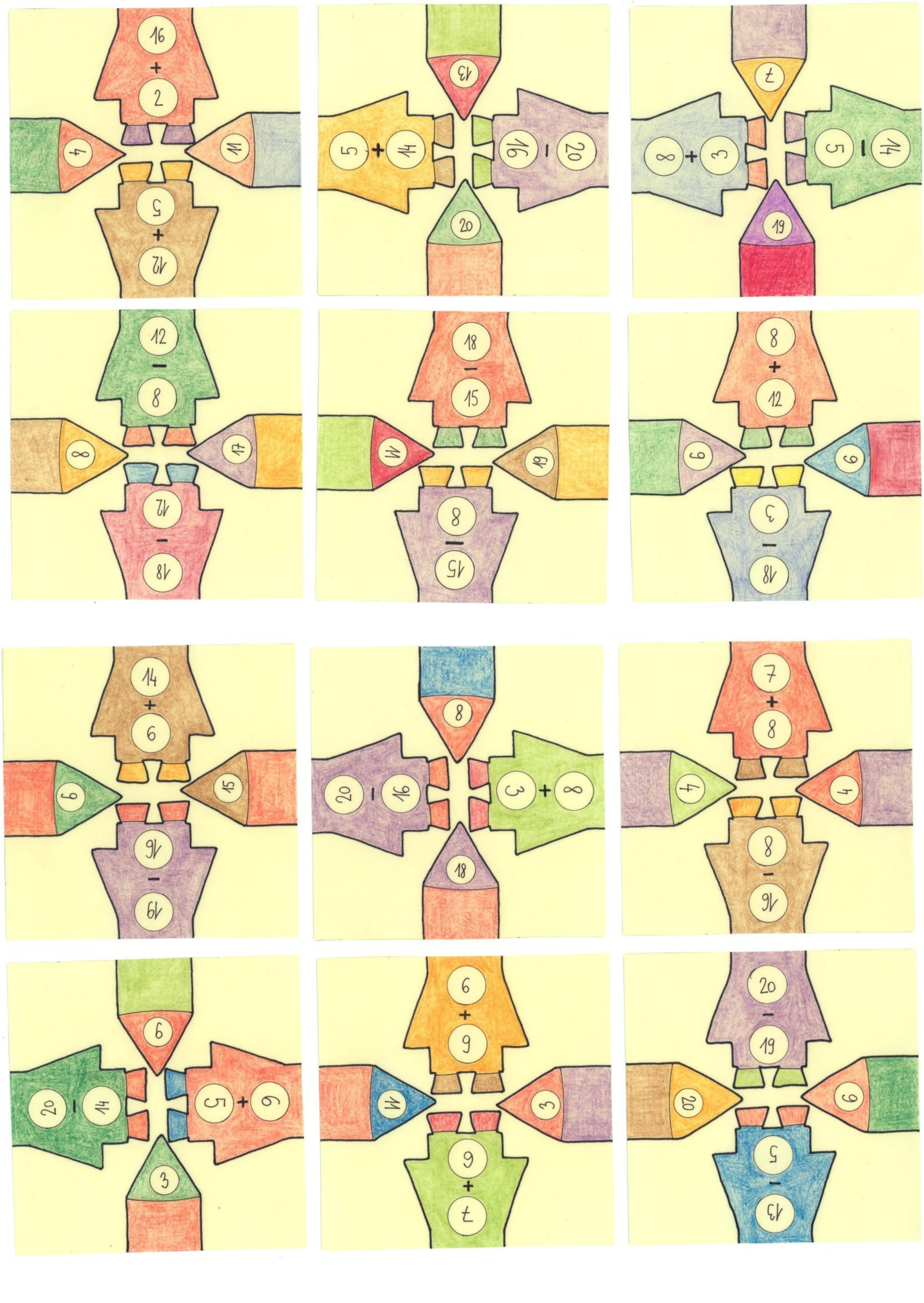


5) Poskládej karty s raketami do čtverce 4x4 tak, aby po spojení dvou karet vznikla celá raketa (přední + zadní část), aby tato raketa obsahovala správně vypočítaný příklad (přední část – příklad, zadní část – výsledek) a aby si obě poloviny rakety odpovídaly také barvou.





UMĚNÍ KOMBINOVAT



6) TVORBA MAGICKÉHO ČTVERCE

POSTUP:

1. ZVOLIT SI POSLOUPNOST

2. ZÁPIS DO TABULKY S POMOCNÝMI „OKÝNKY“

3. DOPLNIT FINÁLNÍ TABULKU

4. VYTVOŘIT VERZI MAGICKÉHO ČTVERCE PRO LUŠTITELE

5. UŽÍT SI LUŠTĚNÍ ☺

---

1. **Pro čtverec 3x3 pole volíme 9 prvků libovolné posloupnosti.**

			= 15
2	7	6	= 15
9	5	1	= 15
4	3	8	= 15
= 15	= 15	= 15	= 15

Např.:

♦ Řada devíti po sobě jdoucích přirozených čísel.

(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

(5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13)

(23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31)

♦ Libovolnou posloupnost přirozených čísel s vnitřním řádem (řada devíti přirozených čísel, kde rozdíl každých dvou po sobě bezprostředně jsoucích čísel je stejný)

(2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18)

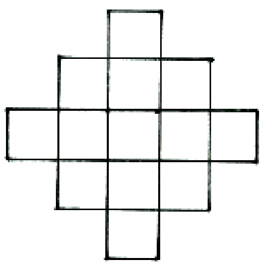
(12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108)

(35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75)

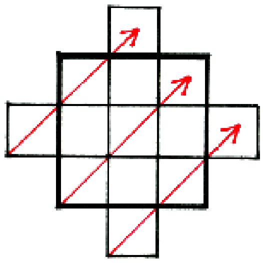
(12, 17, 22, 27, 32, 37, 42, 47, 52)

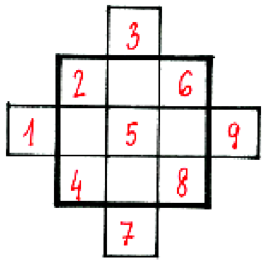
2. **Zapsat do tabulky s pomocnými „okénky“.**

Pro čtverec 3x3 pole vytvoříme následující pomocnou tabulku.



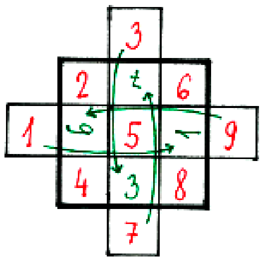
Zapisujeme čísla dle pořadí posloupnosti od nejmenšího k nejmenšímu ve vyznačeném směru.





3. **Doplnit finální tabulku.**

Při vyplňování finální tabulky vycházíme z pomocné mřížky. Hodnoty zapsané „uvnitř“ čtverce ponecháme na svých místech, zatímco hodnoty zapsané v pomocných „okénkách“ přepíšeme do volných polí vždy na protější stranu čtverce.



2	7	6
9	5	1
4	3	8

4) **Vytvořit verzi magického čtverce pro luštitele.**

V tomto kroku vycházíme z vyplněného magického čtverce. Děti by měly znát koeficient (součet) a musíme si dát pozor na to, která čísla z tabulky vypustíme. Čtverec musí být řešitelný!

5) **Vyřešit** ☺

Varianta 2

Můžeme zvolit také velikost mřížky větší, než 3x3. Pro větší čtverce volíme následující počet prvků posloupnosti:

4x4 ..... (16 prvků)

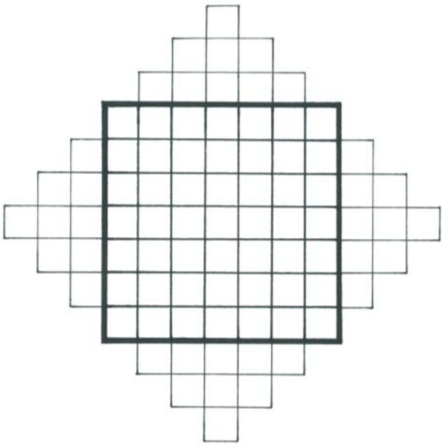
5x5 ..... (25 prvků)

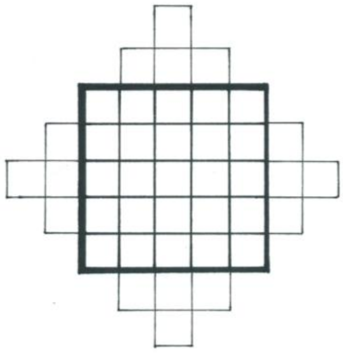
6x6 ..... (36 prvků) atd.

Pro „sudé“ tabulky 4x4 a větší již postup pro vytvoření není tak prostý. Pro žáky prvního stupně by tato úloha byla již příliš náročná. Z toho důvodu je lépe tabulky těchto velikostí s dětmi netvořit, ale „pouze“ řešit.

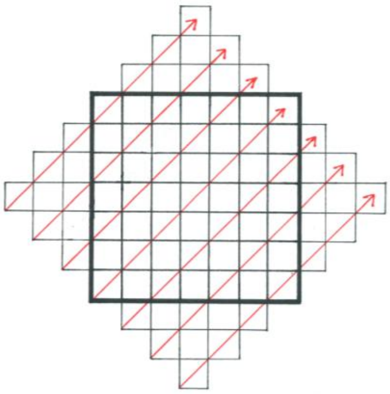
UMĚNÍ KOMBINOVAT

Pro „liché“ čtverce libovolné velikosti (5x5, 9x9, 123x123 – pro naše účely samozřejmě volíme přiměřenou velikost) existuje pomocná tabulka podobná té, kterou jsme si představili u čtverce velikosti 3x3.

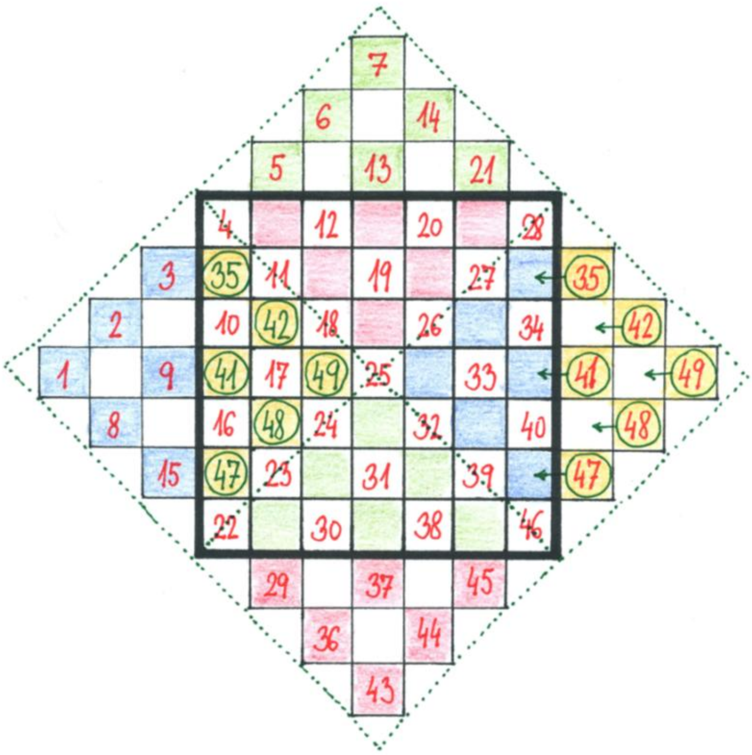




Zápis číselné řady je též obdobný. Viz směr šipek.



Při přepisu čísel z pomocné části tabulky do finální podoby čtverce, nepřenášíme tentokrát pouze 1 pole, nýbrž celý „trojúhelník“ na protilehlou stranu čtverce.



Máme-li magický čtverec k vyřešení a víme, že posloupnost mřížky tvoří řada bezprostředně po sobě jdoucích přirozených čísel od 1 do x (x=n * n), můžeme dle počtu polí mřížky určit konstantu daného čtverce, tedy hodnotu součtu, kterého má dosáhnout každá řada, sloupec i úhlopříčka.

Konstantu magického čtverce vypočítáme pomocí vzorce:

$$k = \frac{n(n^2+1)}{2}$$

k … konstanta

n … velikost strany čtverce (pro 3x3, n=3)

Pro účely prvního stupně ZŠ můžeme vzorec poněkud upravit:

$$k = \frac{n \cdot (n \cdot n + 1)}{2}$$

Př.: Máme magický čtverec 4x4 a potřebujeme znát jeho konstantu.

$$k = \frac{4(4^2+1)}{2}$$

$$k = \frac{4(17)}{2}$$

$$k = \frac{68}{2} = \underline{\underline{34}}$$

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

6a) Výběr řešených magických čtverců. Stačí si vybrat, upravit na luštitelskou verzi a řešit. ☺

(pozn.: U vyluštěných čtverců zkuste vybarvit buď všechna sudá, nebo všechna lichá čísla. Výsledkem budou zajímavé vzory.)

63	68	67
70	66	62
65	64	69

25	70	61
88	52	16
43	34	79

35	50	47
56	44	32
41	38	53

6	21	18
27	15	3
12	9	24

UMĚNÍ KOMBINOVAT

23	48	43
58	38	18
33	28	53

22	87	74
113	61	9
48	35	100

8	28	24
36	20	4
16	12	32

16	56	48
72	40	8
32	24	64

14	49	42
63	35	7
28	21	56

17	32	29
38	26	14
23	20	35

44	104	92
128	80	32
68	56	116

4	14	12
18	10	2
8	6	16

12	42	36
54	30	6
24	18	48

10	35	30
45	25	5
20	15	40

17	43	29	55	41
51	27	53	39	15
25	61	37	13	49
59	35	21	47	23
33	19	45	31	57

11	24	17	30	23
28	16	29	22	10
15	33	21	9	27
32	20	13	26	14
19	12	25	18	31

2	15	8	21	14
19	7	20	13	1
6	24	12	0	18
23	11	4	17	5
10	3	16	9	22

113	126	119	132	125
130	118	131	124	112
117	135	123	111	129
134	122	115	128	116
121	114	127	120	133

42	107	72	137	102
127	67	132	97	37
62	152	92	32	122
147	87	52	117	57
82	47	112	77	142

7	33	19	45	31
41	17	43	29	5
15	51	27	3	39
49	25	11	37	13
23	9	35	21	47

17	108	59	150	101
136	52	143	94	10
45	171	87	3	129
164	80	31	122	38
73	24	115	66	157

98	111	104	117	110
115	103	116	109	97
102	120	108	96	114
119	107	100	113	101
106	99	112	105	118

330	343	336	349	342
347	335	348	341	329
334	352	340	328	346
351	339	332	345	333
338	331	344	349	350

8	58	24	74	40	90	56
70	22	72	38	88	54	6
20	84	36	86	52	4	68
82	34	98	50	2	66	18
32	96	48	14	64	16	80
94	46	12	62	28	78	30
44	10	60	26	76	42	92

4	29	12	37	20	45	28
35	11	36	19	44	27	3
10	42	18	43	26	2	34
41	17	49	25	1	33	9
16	48	24	7	32	8	40
47	23	6	31	14	39	15
22	5	30	13	38	21	46

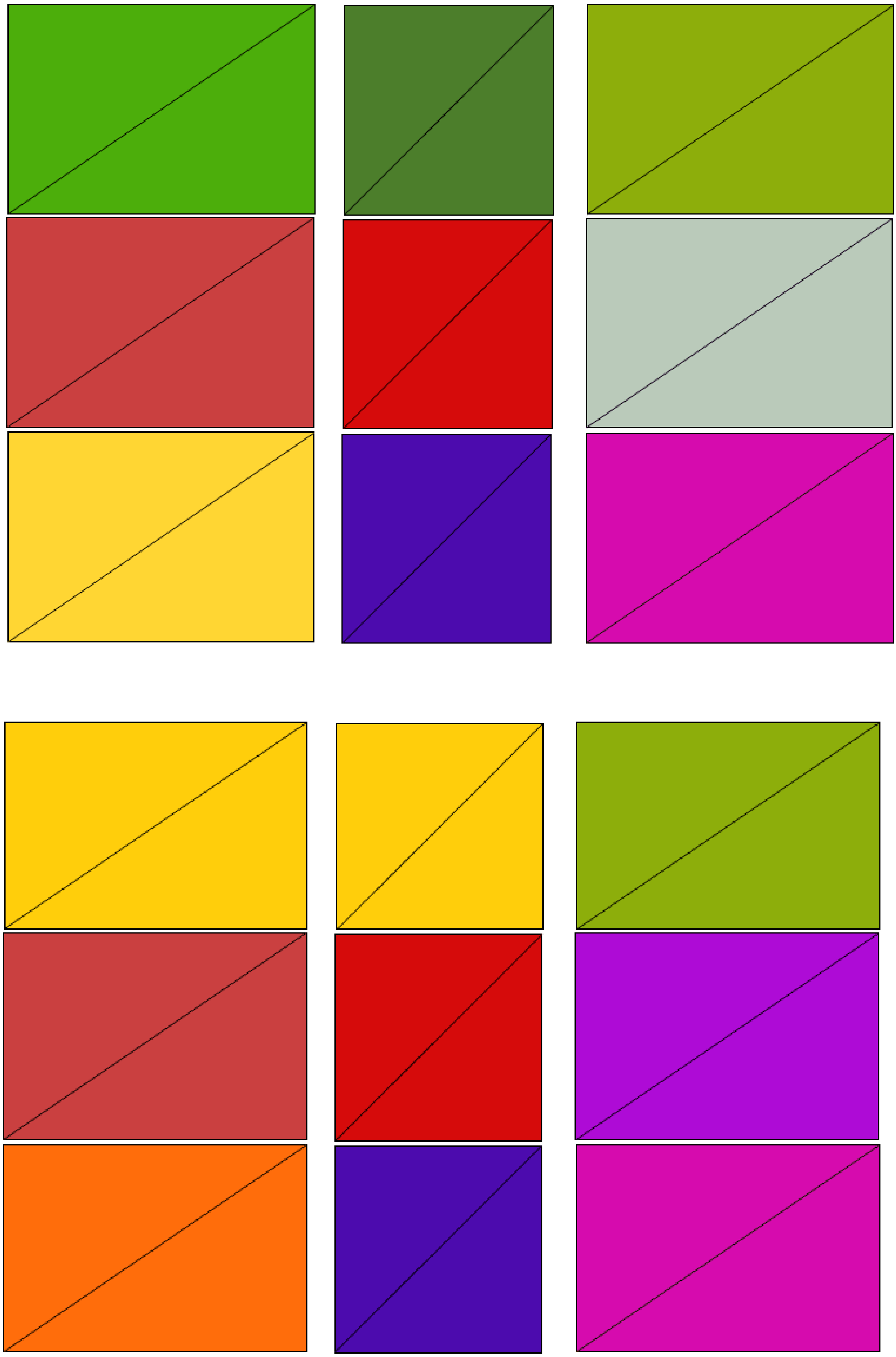
53	78	61	86	69	94	77
84	60	85	68	93	76	52
59	91	67	92	75	51	83
90	66	98	74	50	82	58
65	97	73	56	81	57	89
96	72	55	80	63	88	64
71	54	79	62	87	70	95

UMĚNÍ KOMBINOVAT

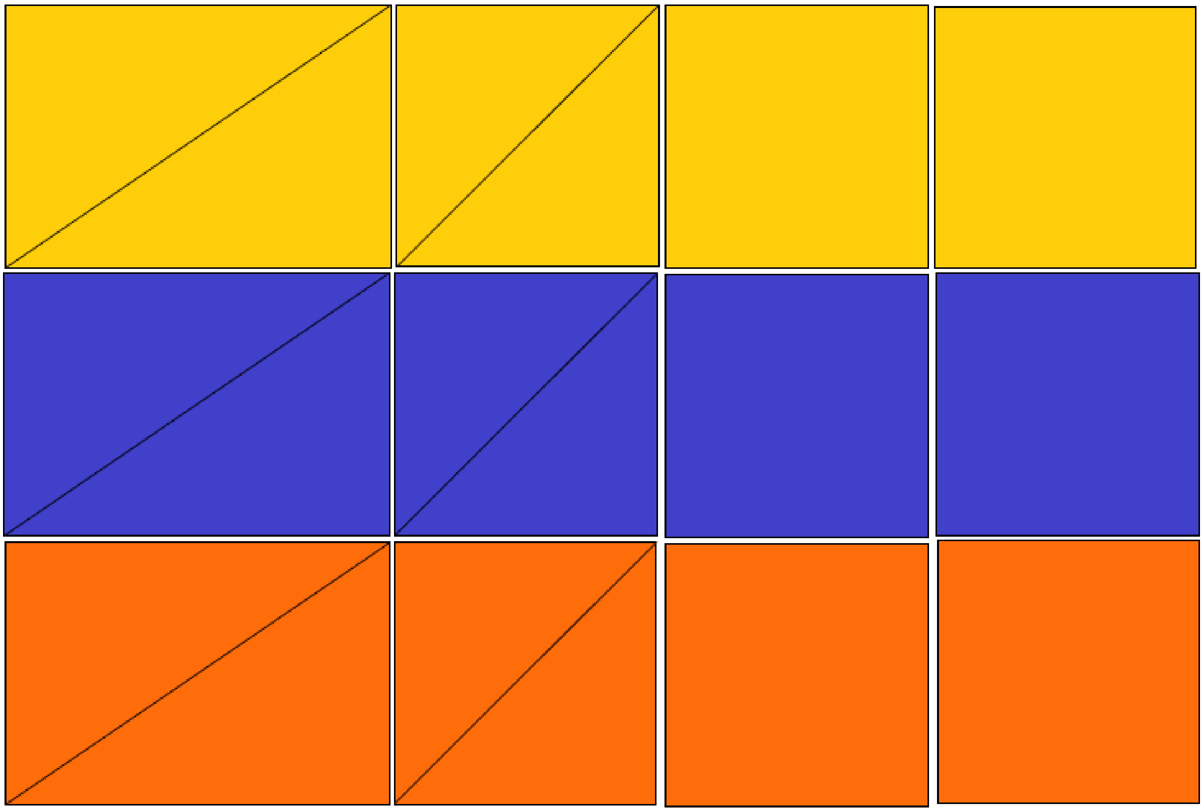
16	41	24	49	32	57	40
47	23	48	31	56	39	15
22	54	30	55	38	14	46
53	29	61	37	13	45	21
28	60	36	19	44	20	52
59	35	18	43	26	51	27
34	17	42	25	50	33	58

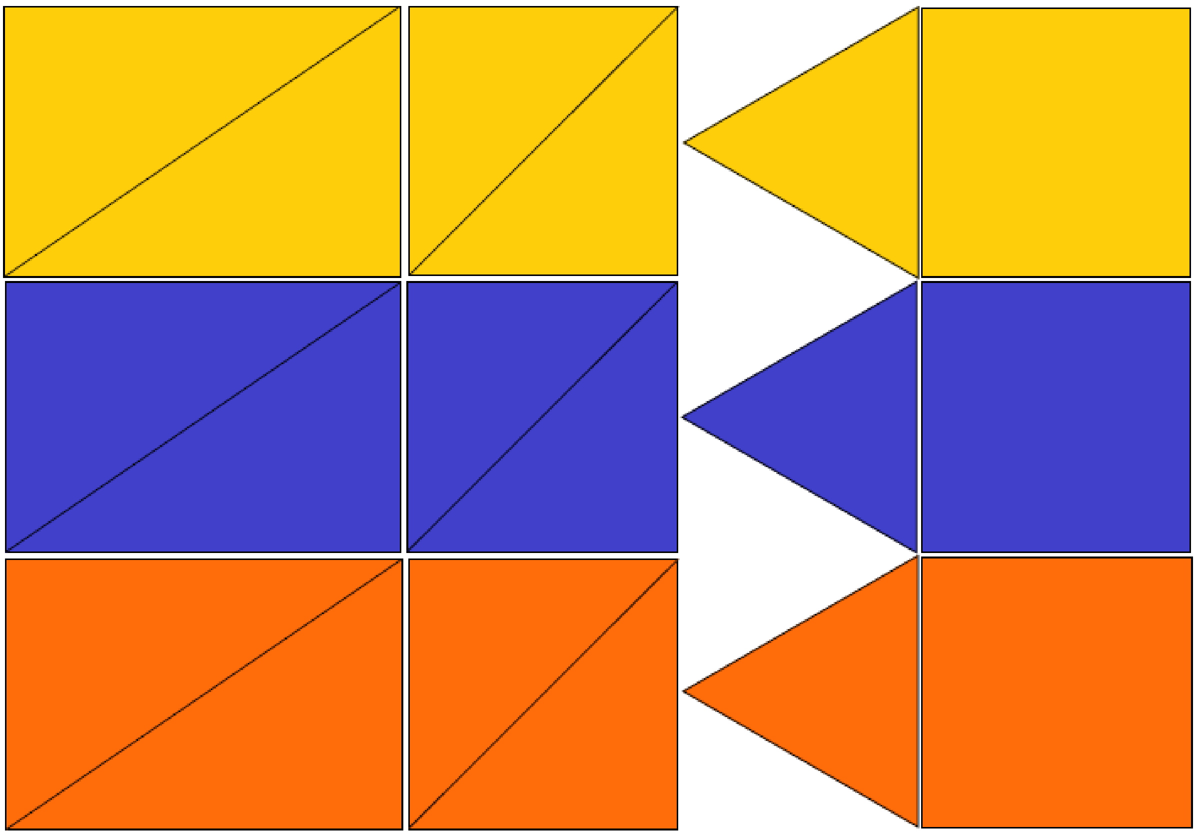
10	92	30	112	50	132	70	152	90
108	28	110	48	130	68	150	88	8
26	126	46	128	66	148	86	6	106
124	44	144	64	146	84	4	104	24
42	142	62	162	82	2	102	22	122
140	60	160	80	18	100	20	120	40
58	158	78	16	98	36	118	38	138
156	76	14	96	34	116	54	136	56
74	12	94	32	114	52	134	72	154

SKLÁDANKY

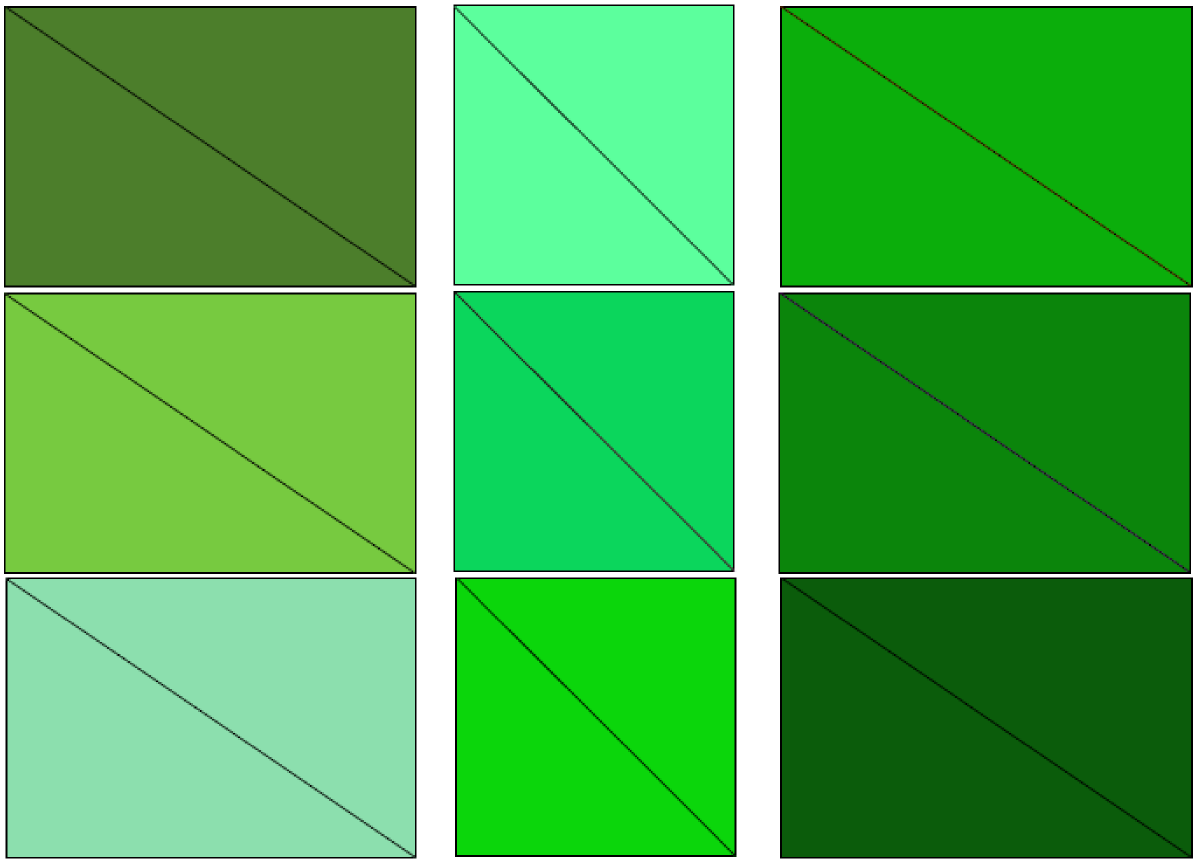


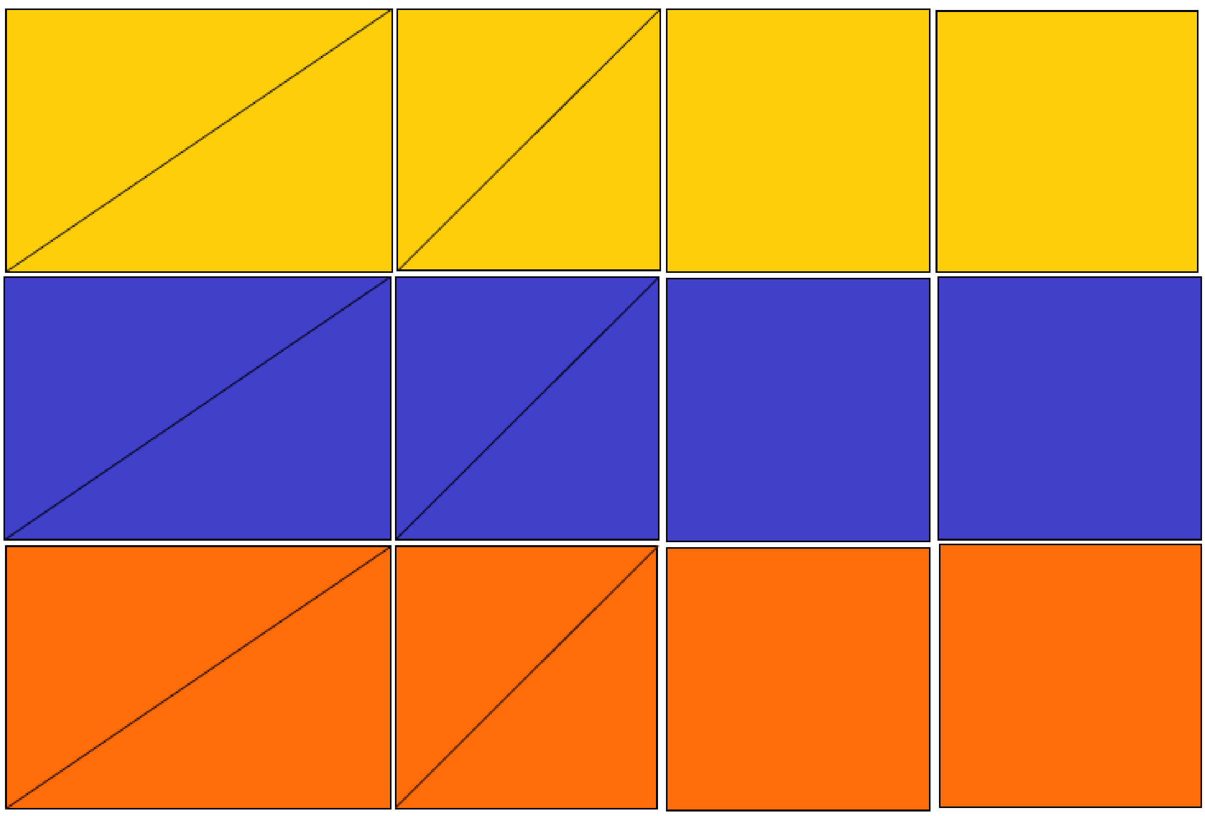
SKLÁDANKY



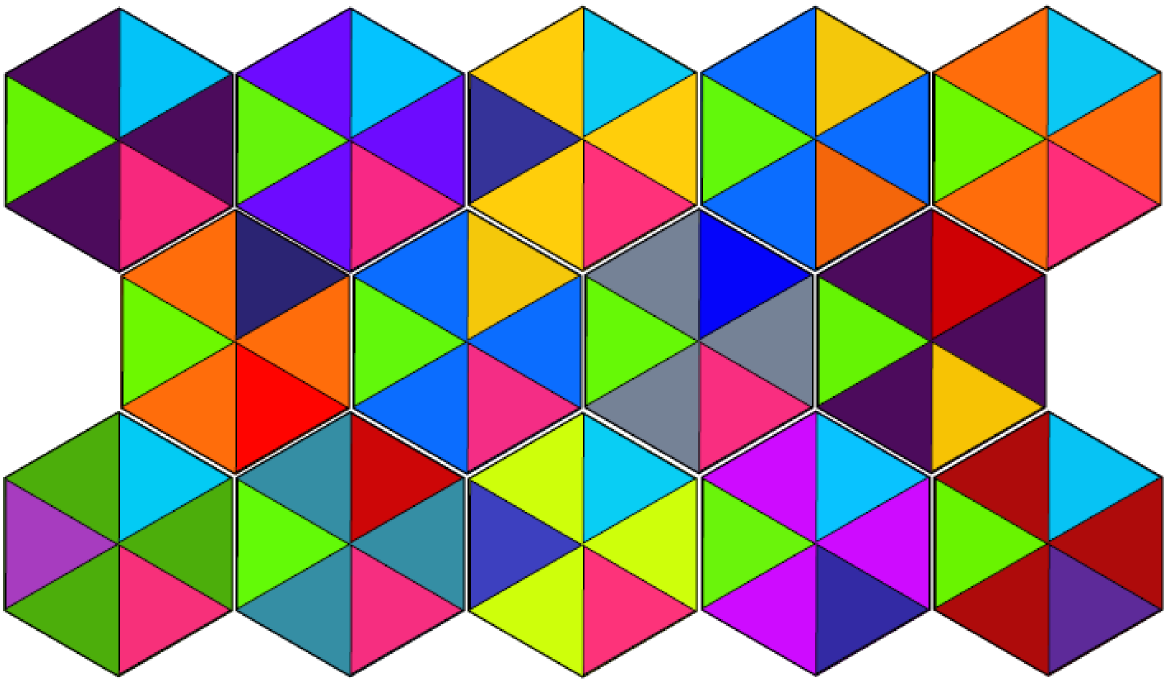


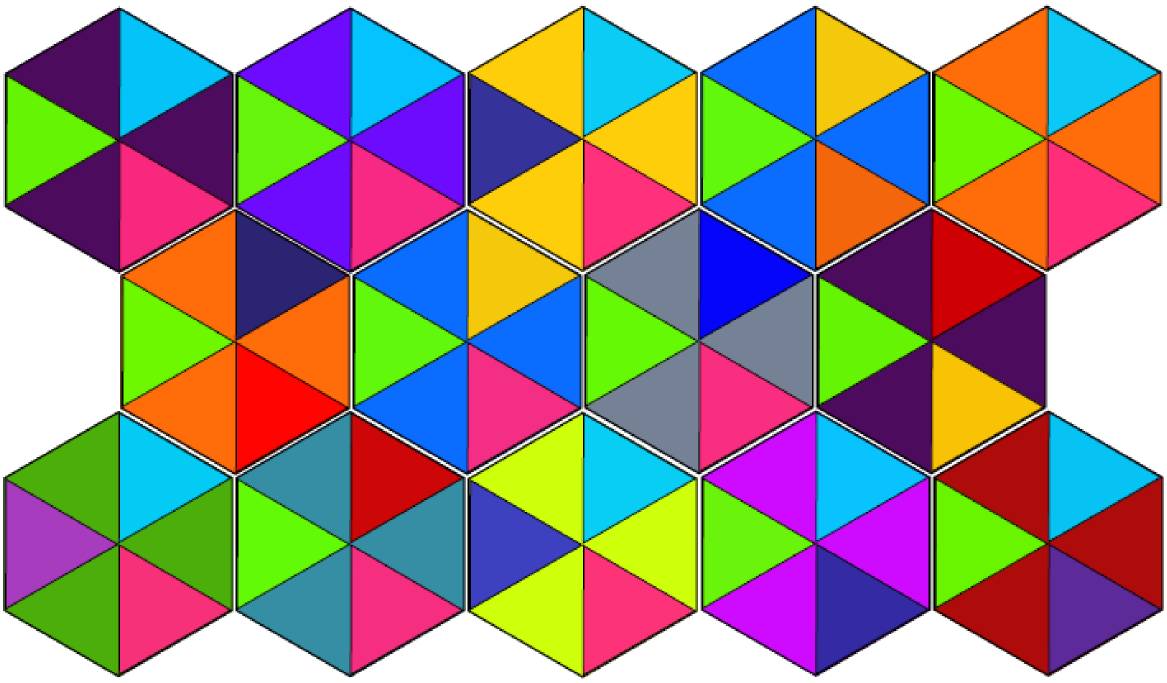
SKLÁDANKY



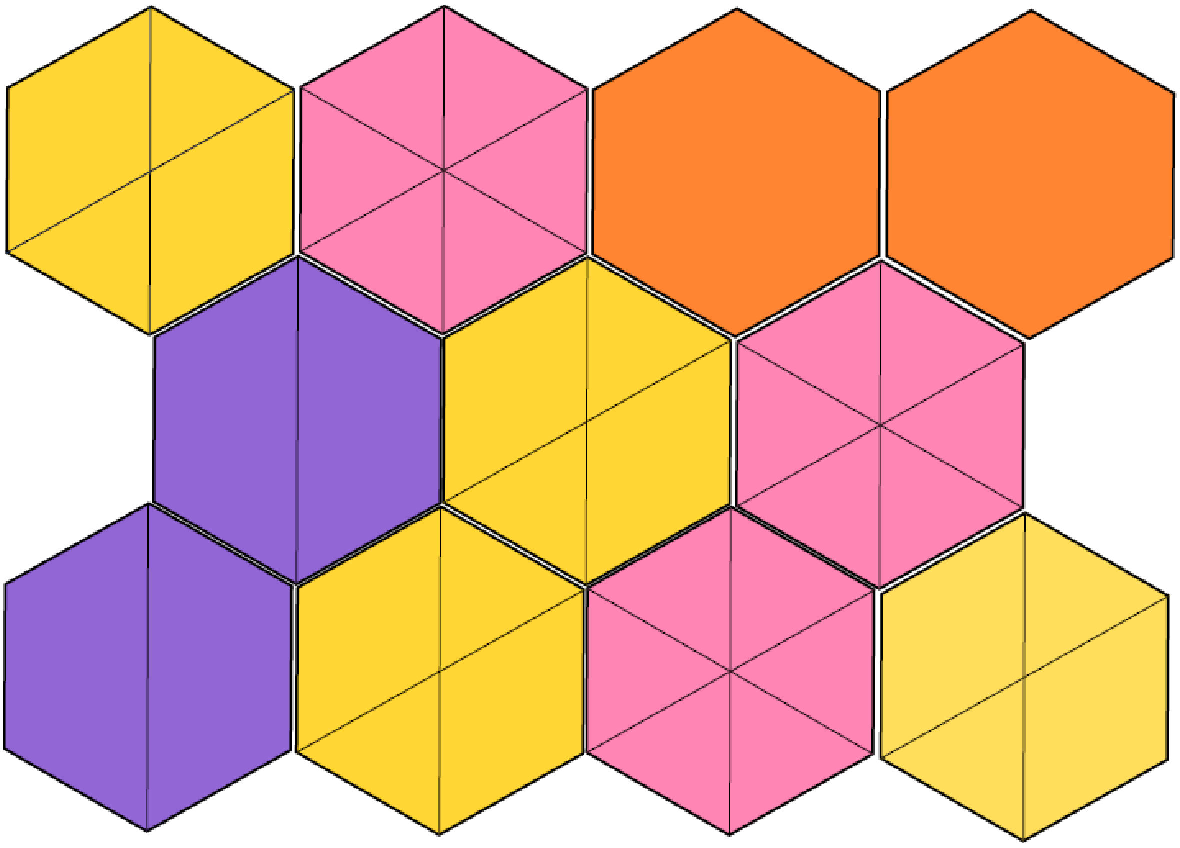


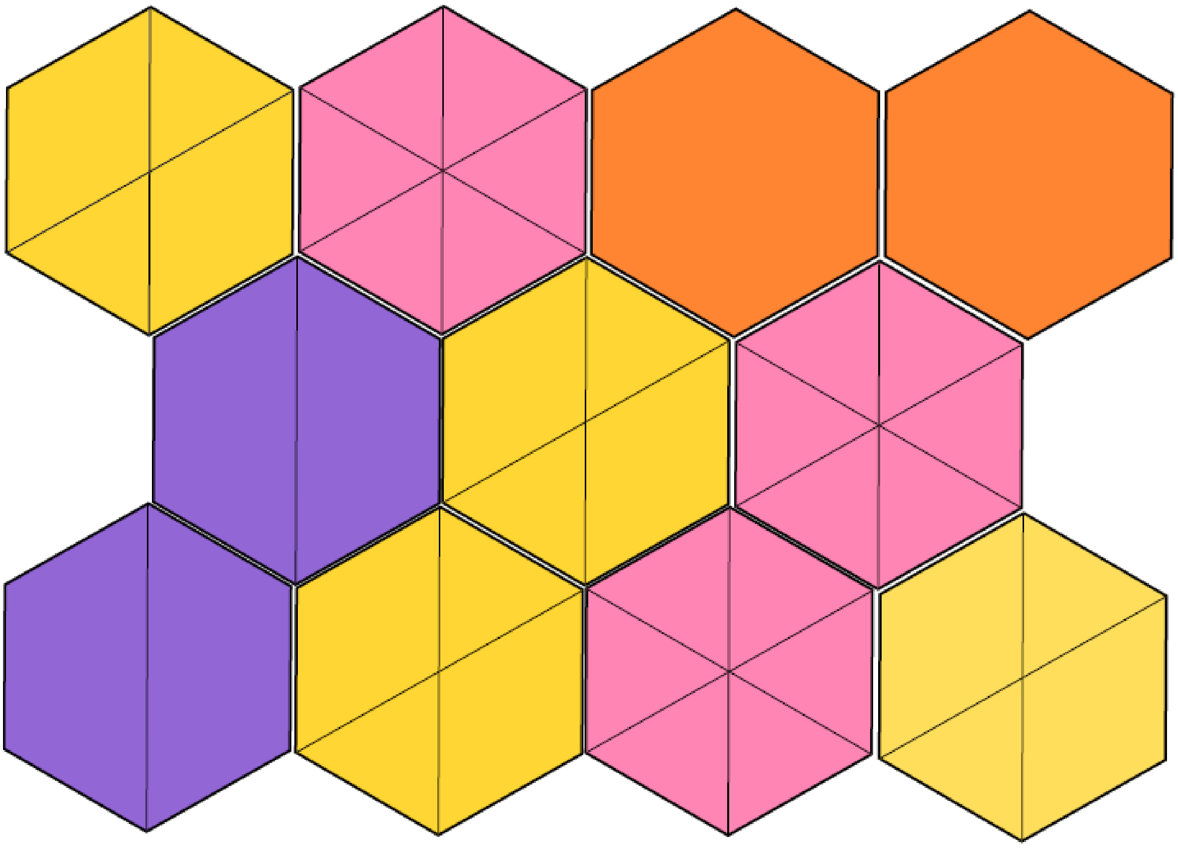
SKLÁDANKY



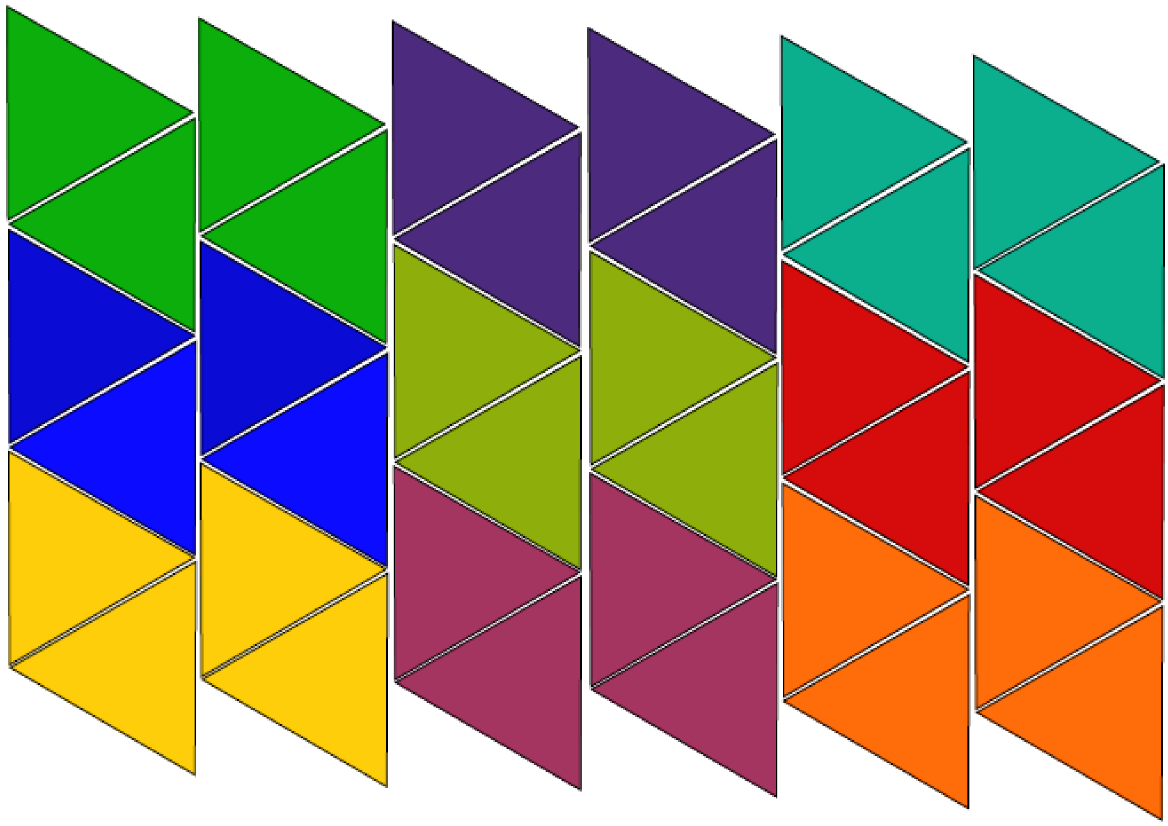


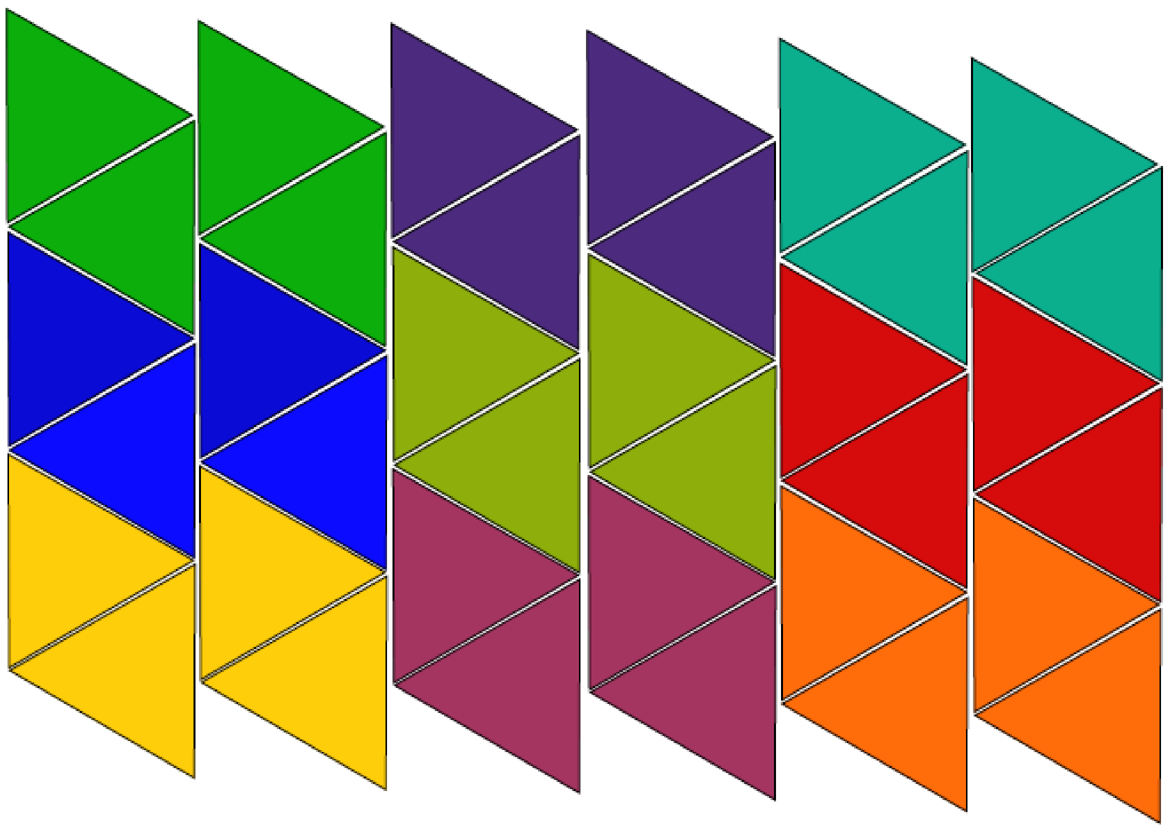
SKLÁDANKY



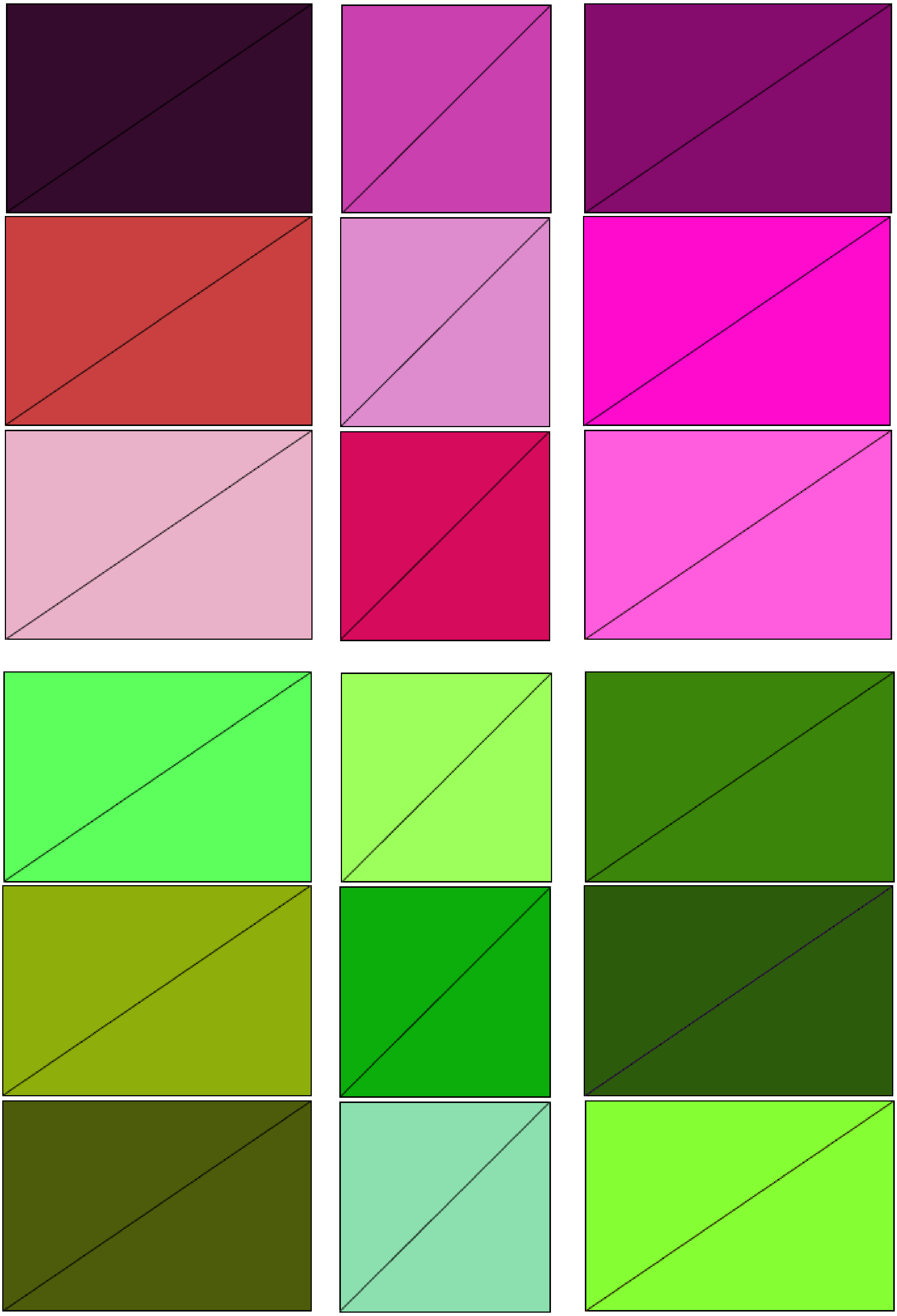


SKLÁDANKY

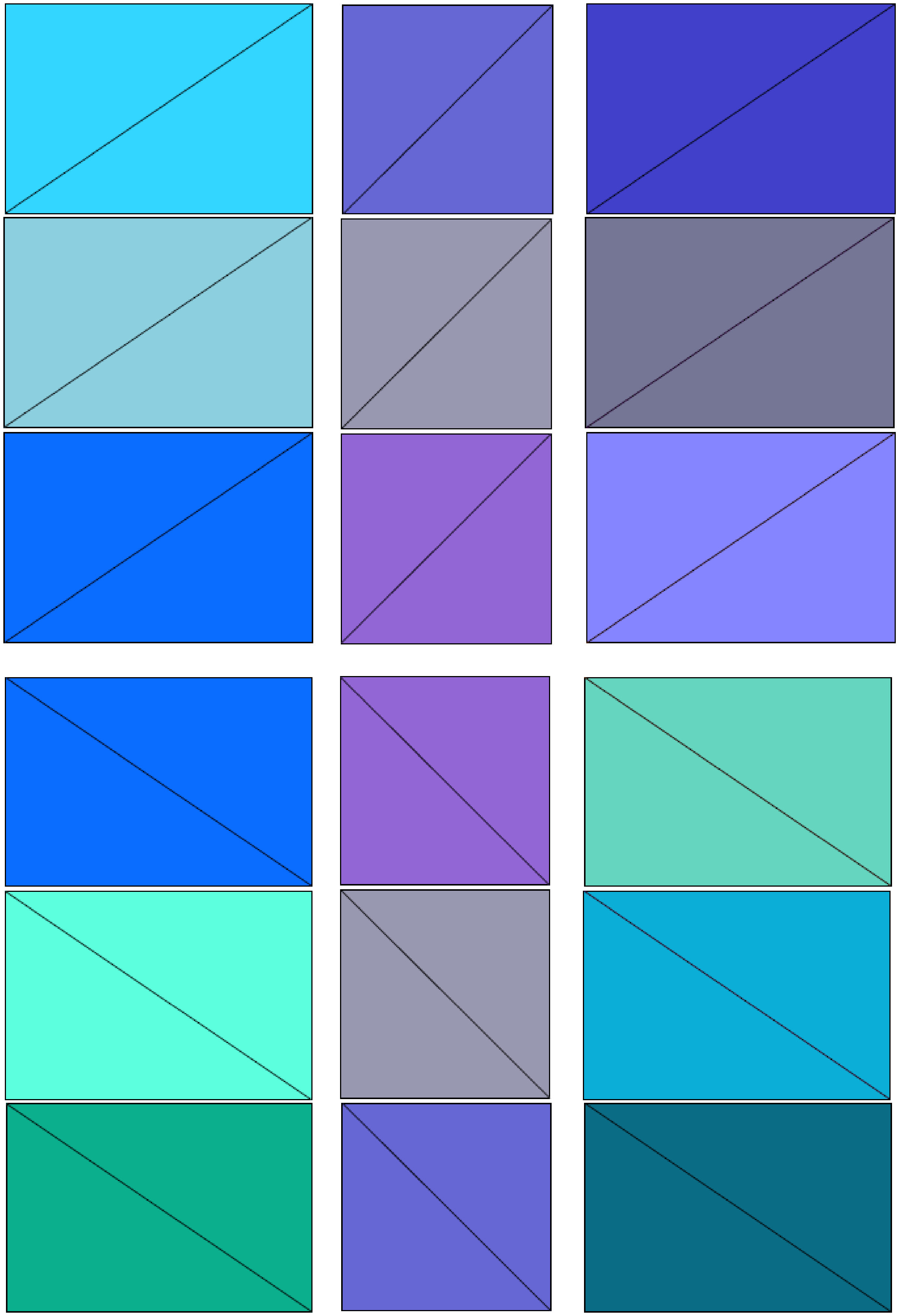




SKLÁDANKY

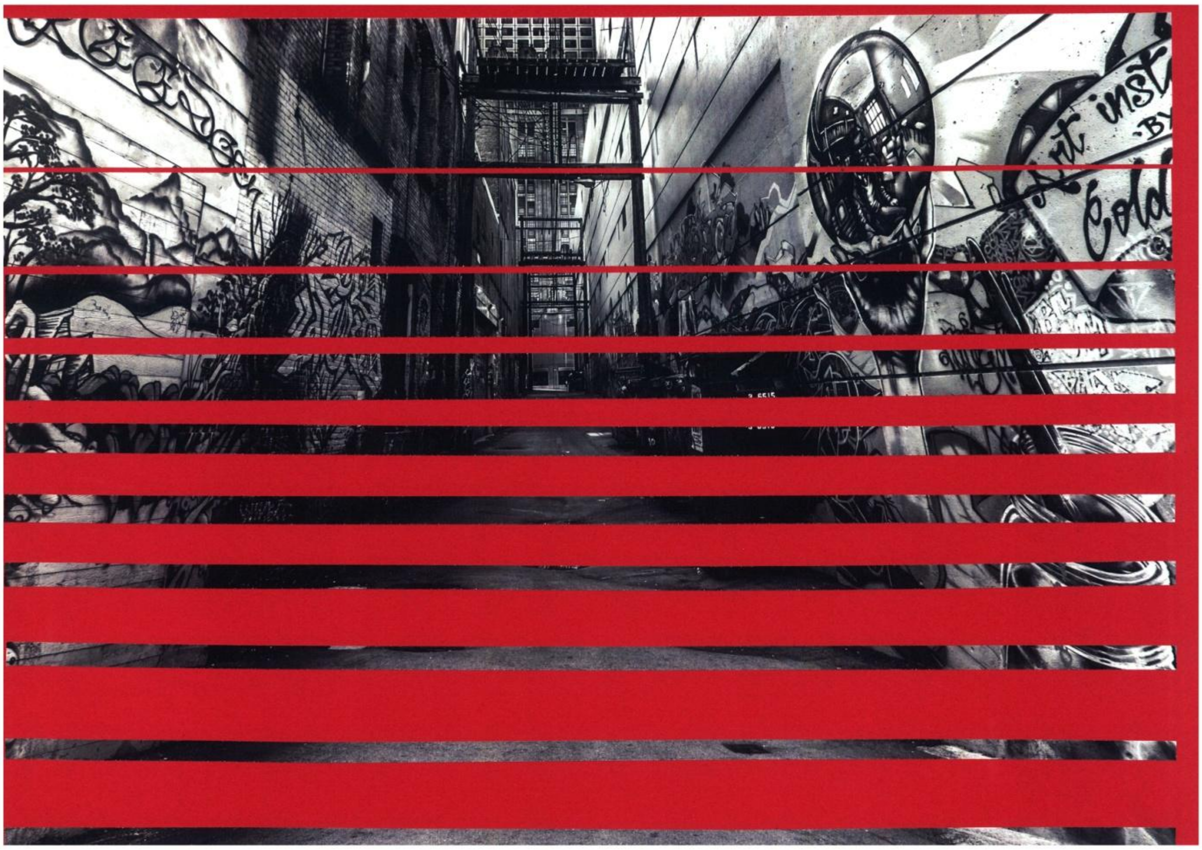


SKLÁDANKY

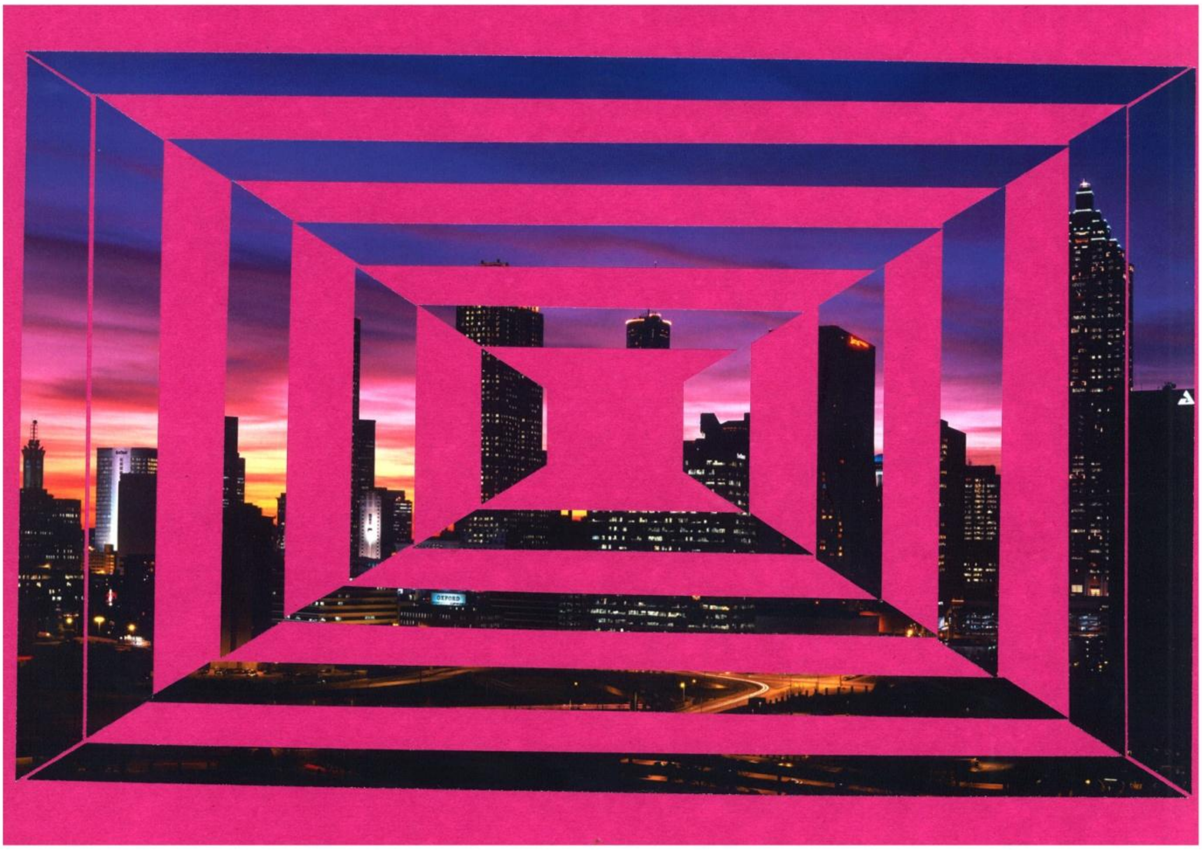


PRÁCE S PAPÍREM

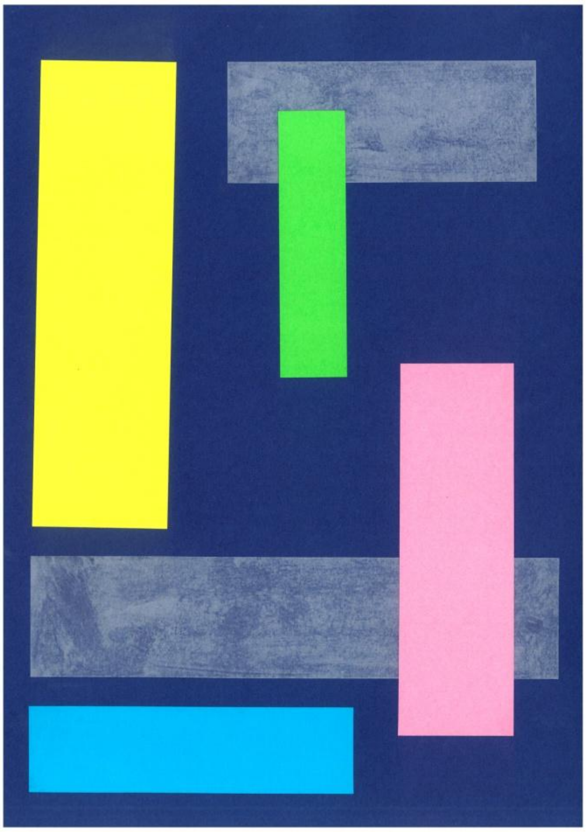
1) Koláže a roláže.

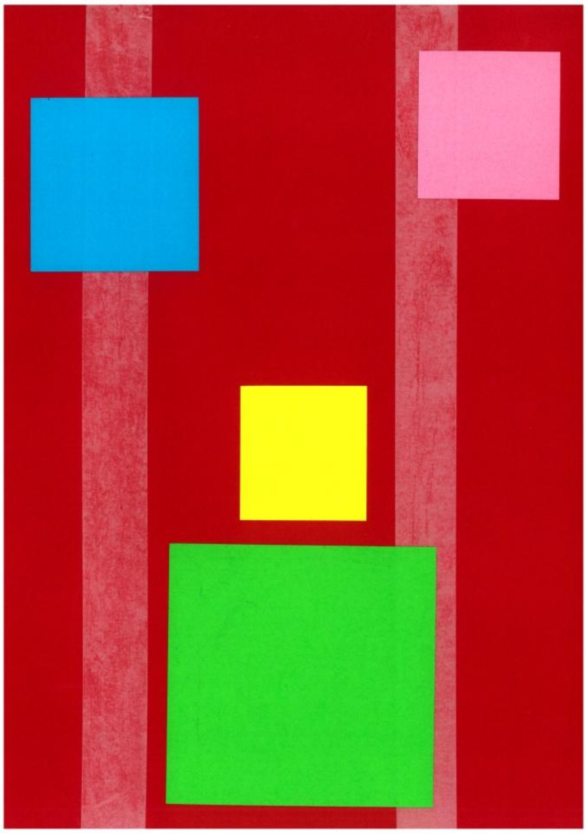


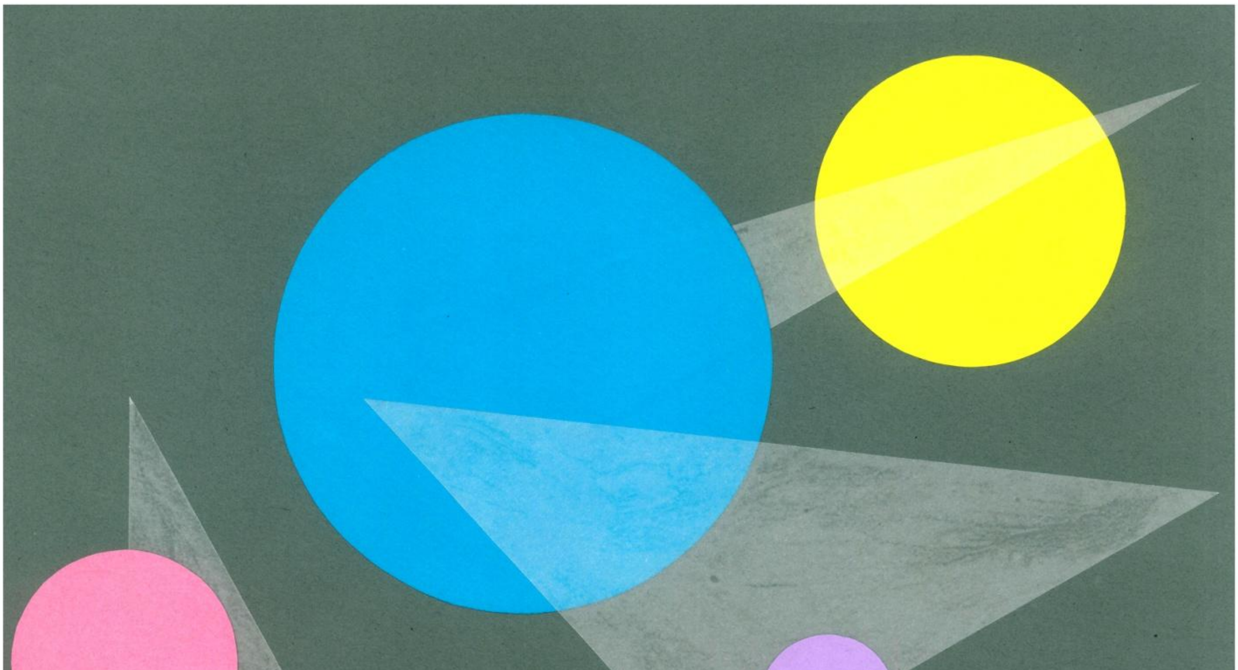
PRÁCE S PAPÍREM



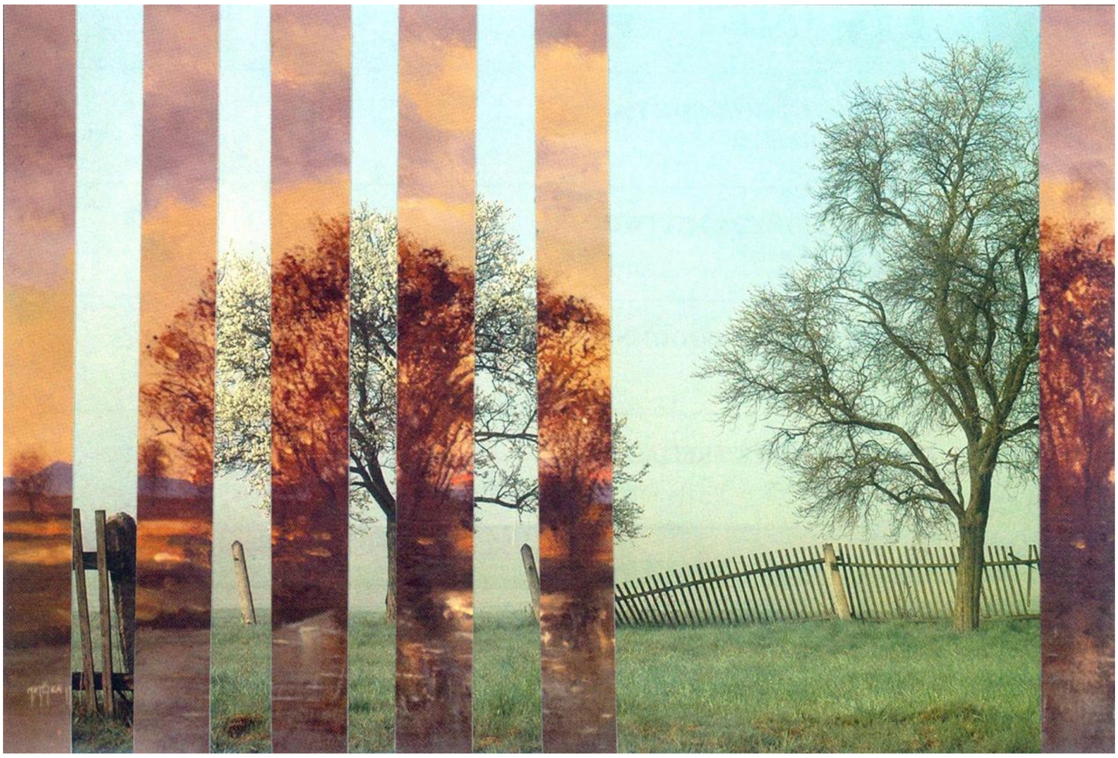
PRÁCE S PAPÍREM

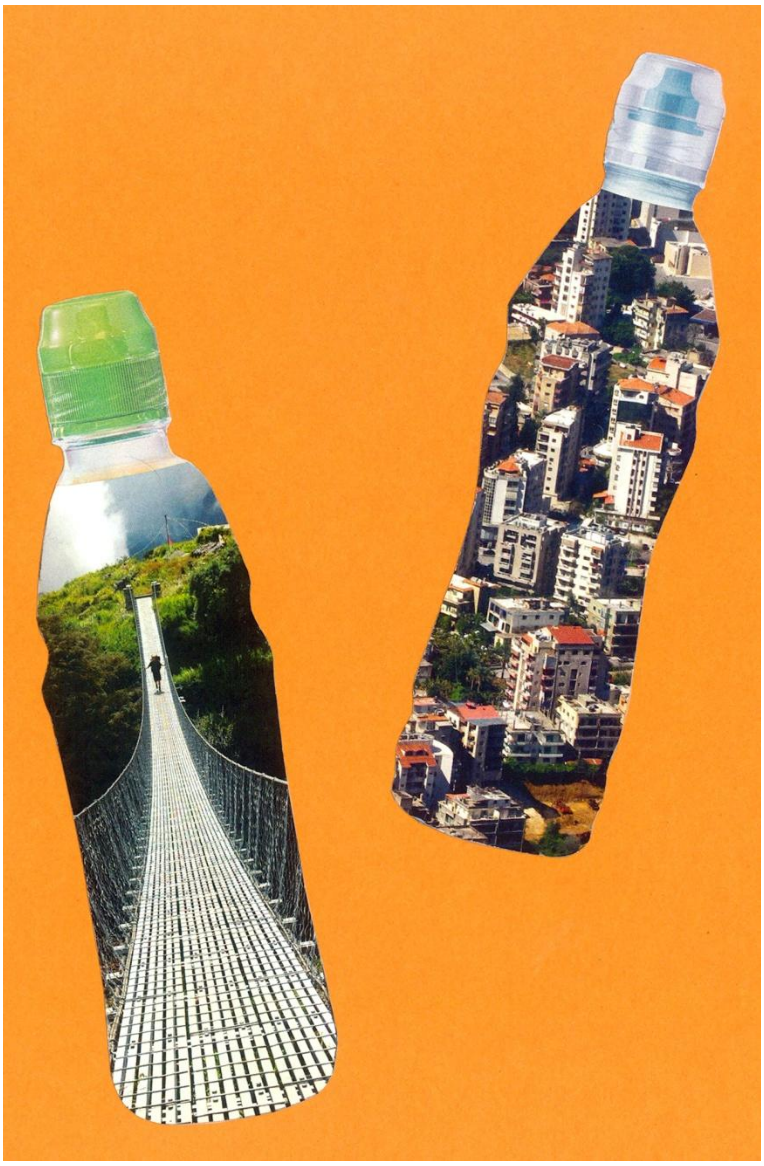




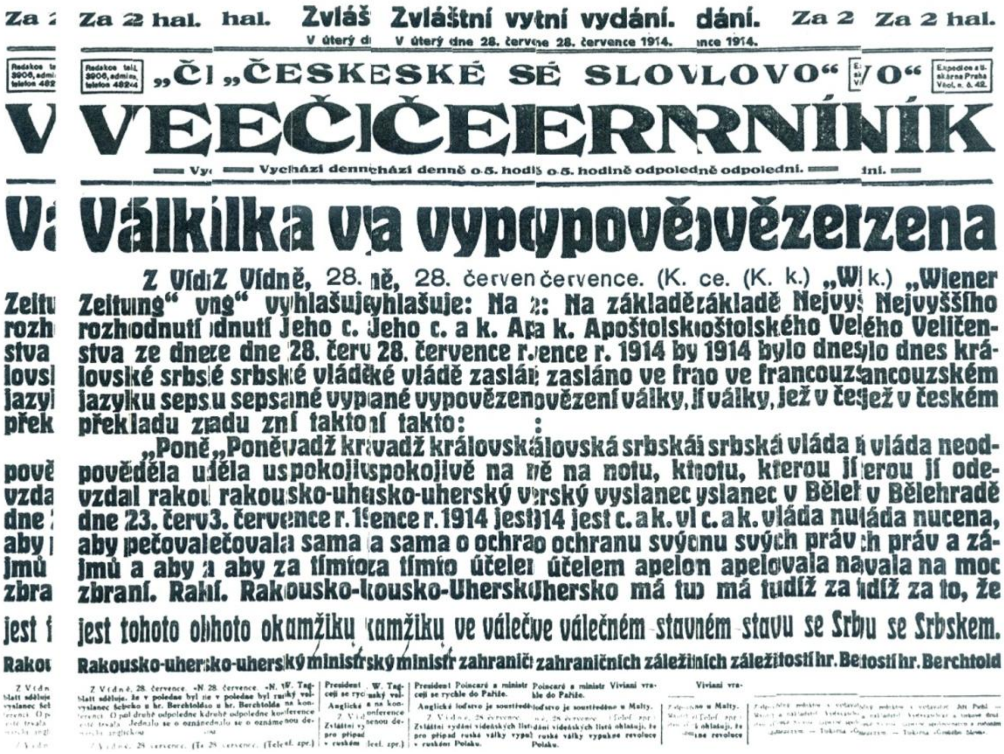


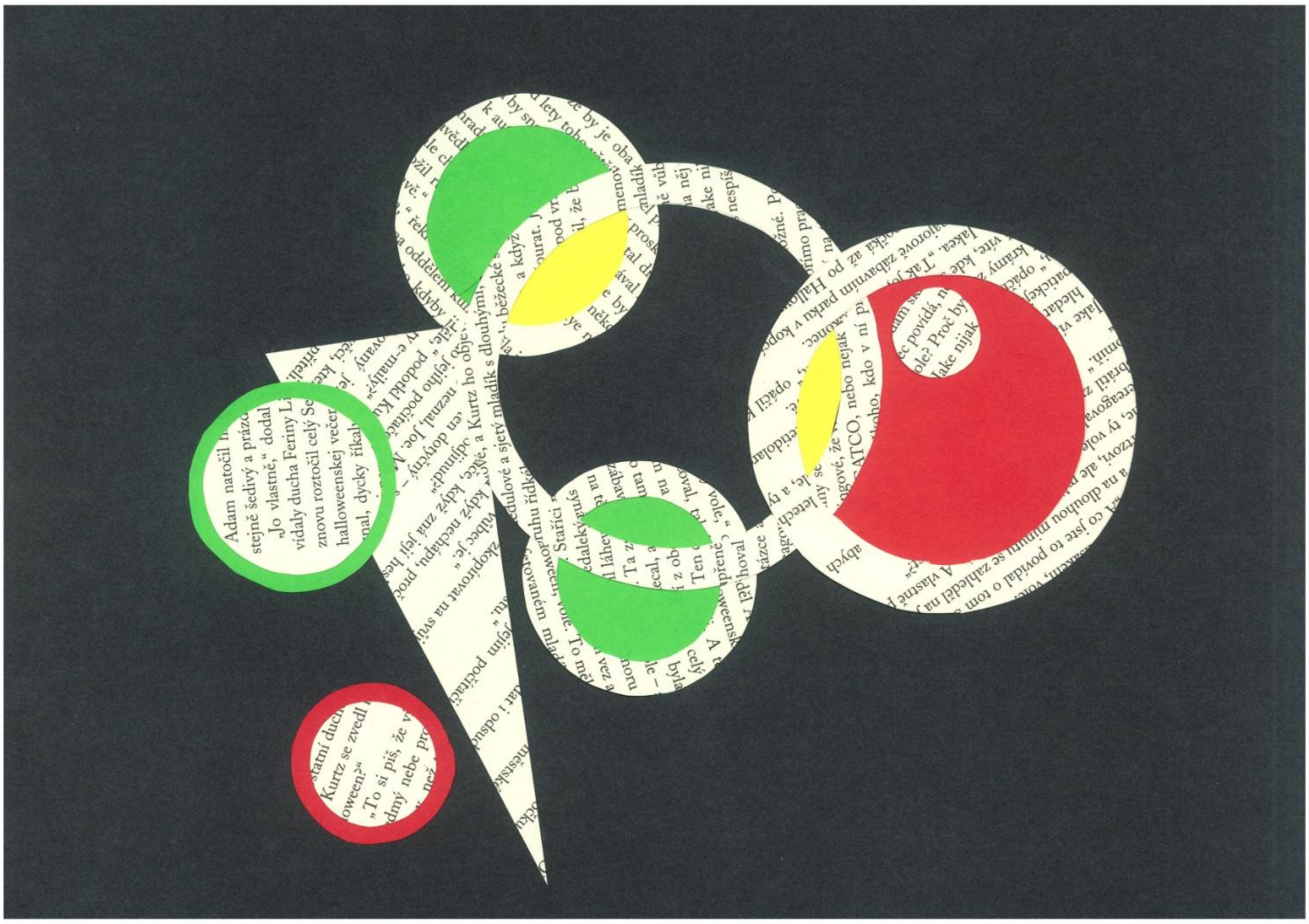
PRÁCE S PAPÍREM



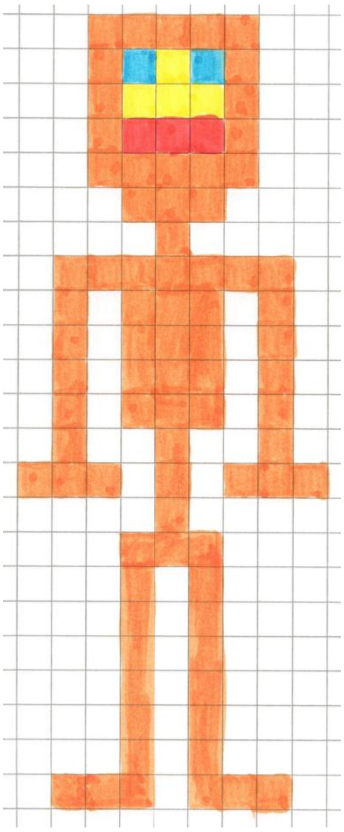


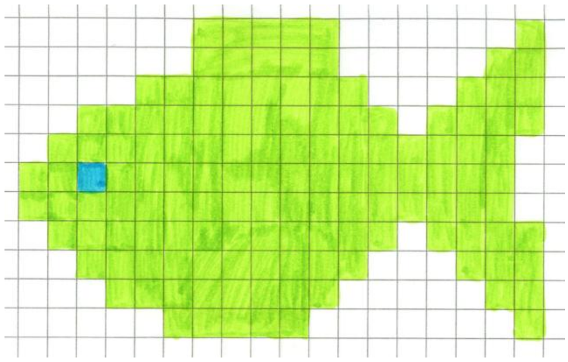
PRÁCE S PAPÍREM

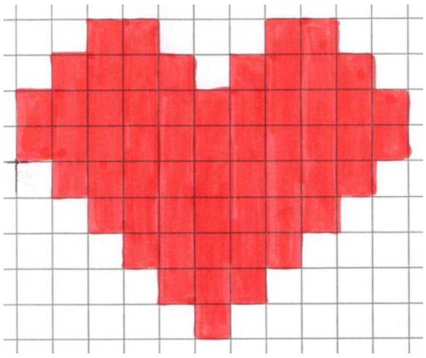




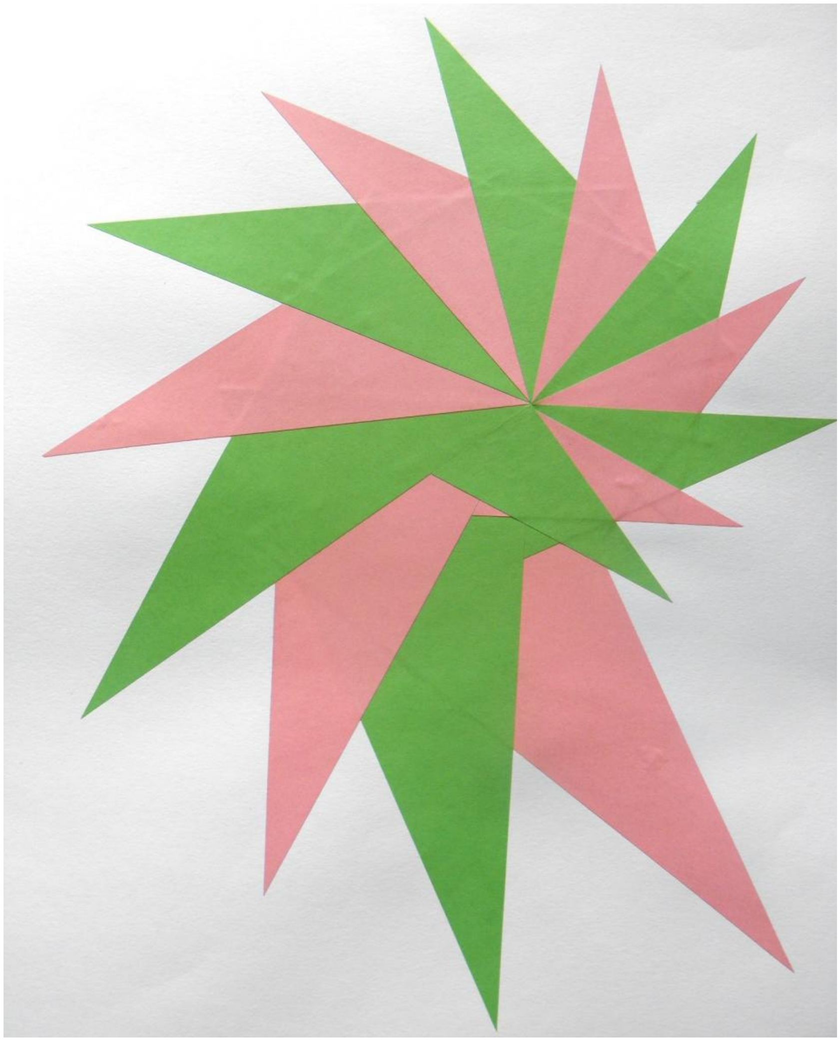
2) Barevné lepicí papírky. Do čtvercové sítě navrhni obrázek, který následně vytvoř z lepicích papírků.



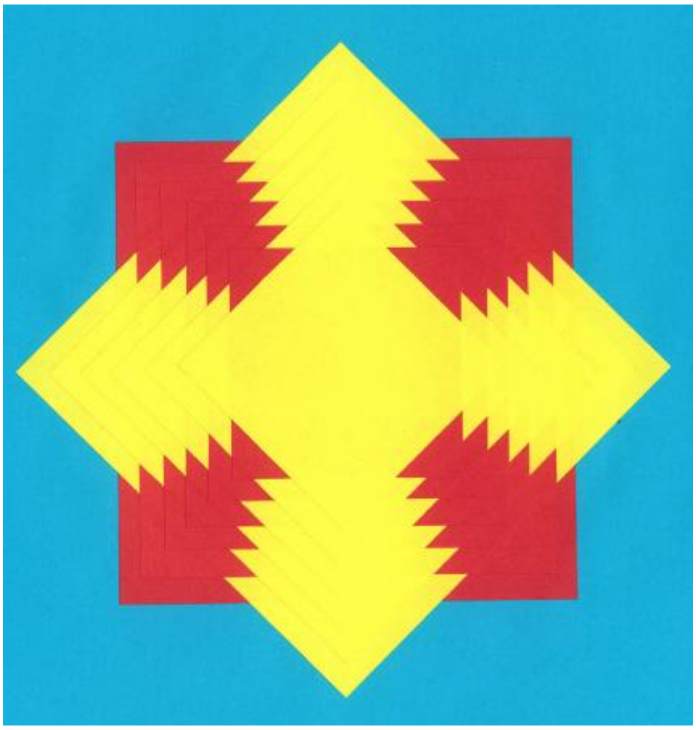




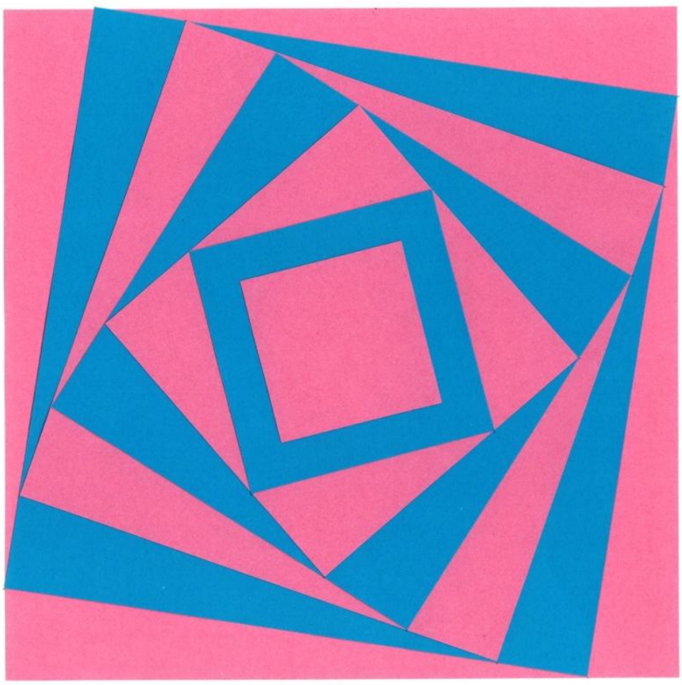
3) Z dvou různě barevných papírů vystřihej pravoúhlé trojúhelníky. V každé barvě bude 7 pravoúhlých trojúhelníků. Nejmenší z nich bude mít odvěsny o délkách 4 cm a 8 cm. Každý další trojúhelník bude mít kratší odvěsnu o 1 cm delší a delší odvěsnu vždy o 2 cm delší. Podívej se na předlohu a pokus se vytvořit ze svých trojúhelníků podobnou „spirálu“.



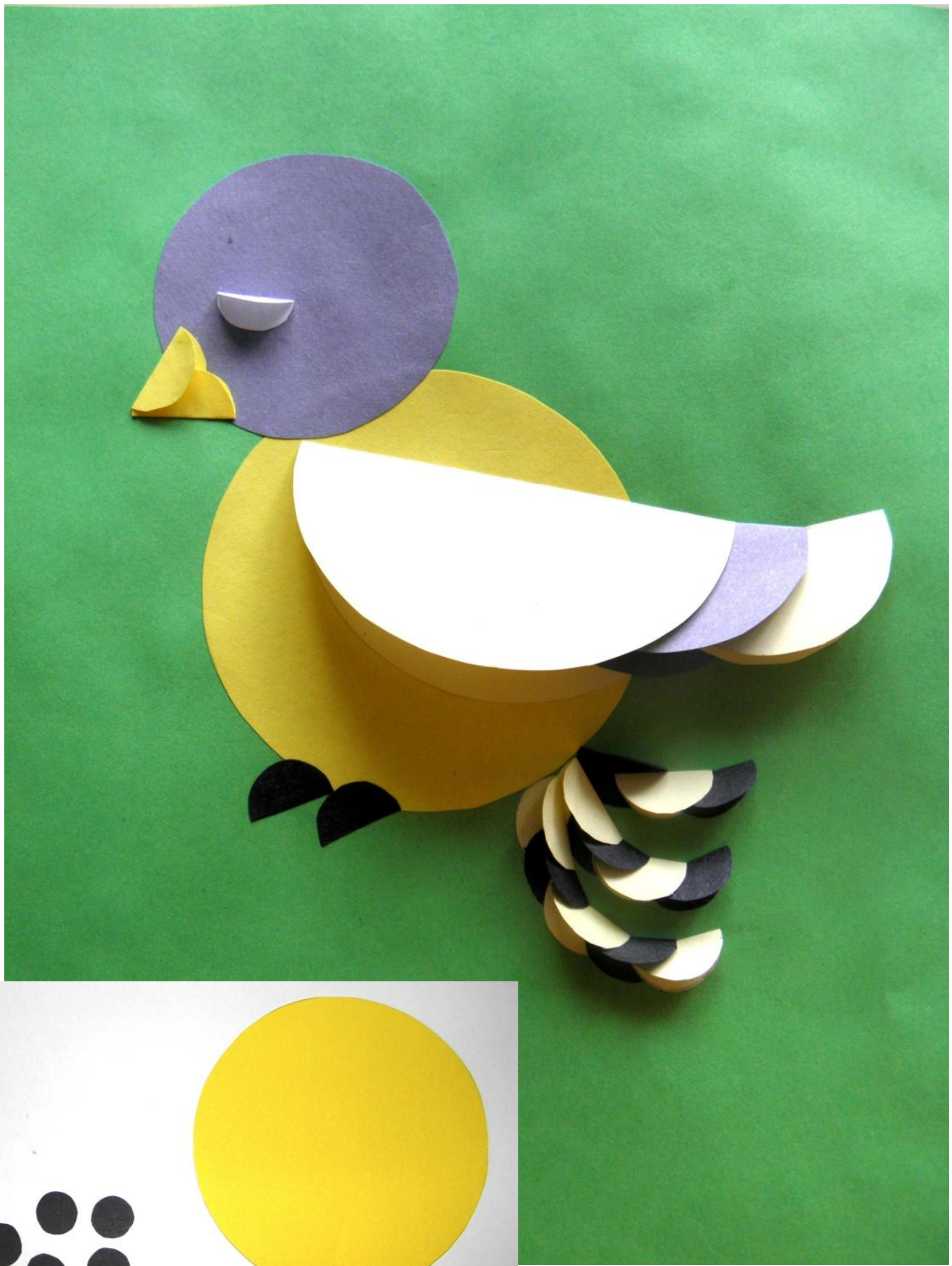
4) Narýsuj na každý ze dvou různě barevných papírů 6 čtverců. Největší z nich o straně 10 cm a každý další o straně vždy o 1 cm menší. Poté nalep jeden z největších čtverců na podklad a největší čtverec druhé barvy otoč vzhledem k prvnímu čtverci o 45° a nalep jej tak, aby středy obou čtverců ležely na sobě. Střídej barvy čtverců a lep čtverce na sebe od největšího k nejmenšímu tak, aby každý čtverec byl vzhledem k předchozímu otočen o 45°.

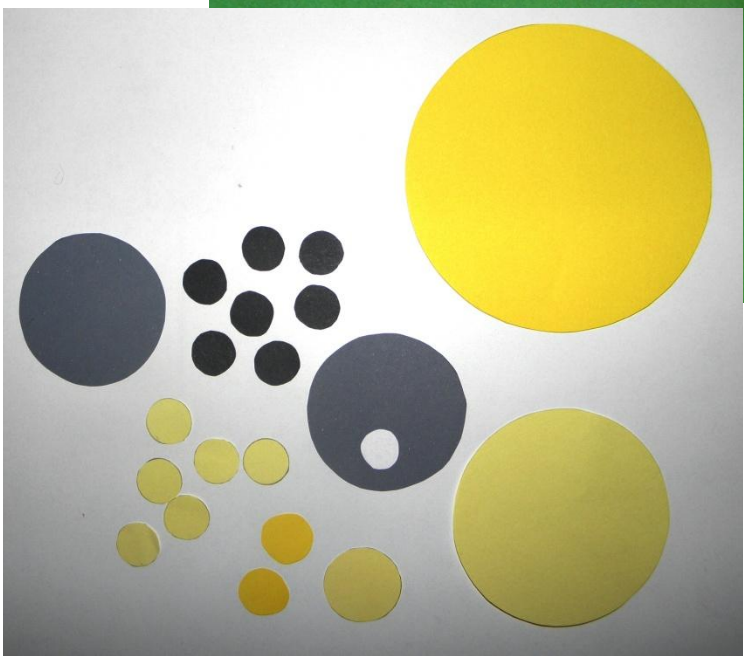


5) Ze dvou různě barevných papírů vystřihni celkem 7 čtverců. Největší z nich o straně 16 cm. Menší čtverec o straně 14 cm vystřihni z papíru druhé barvy. Střídej barvy papírů a rýsuj a vystřihuj čtverce, kdy každý další bude o straně o 2 cm menší než čtverec předešlý. Podívej se na předlohu a pokus se vytvořit obdobnou „spirálu“. (Počáteční rozměry i rozdíly mezi jednotlivými čtverci upravit dle potřeby.)

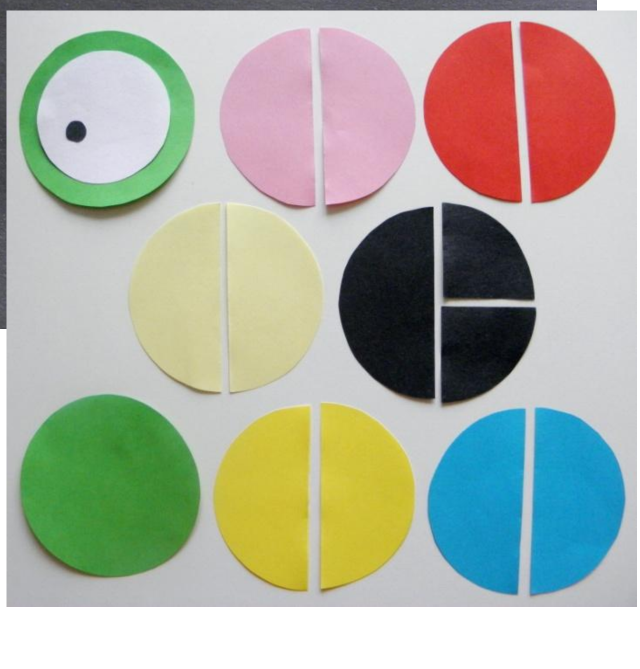


6) Následující náměty jsou zaměřené na tvoření v rámci pracovních činností. Mladší žáci mohou využívat šablon. Ve vyšších ročnících 1. stupně poslouží tyto náměty k procvičení rýsovacích dovedností.

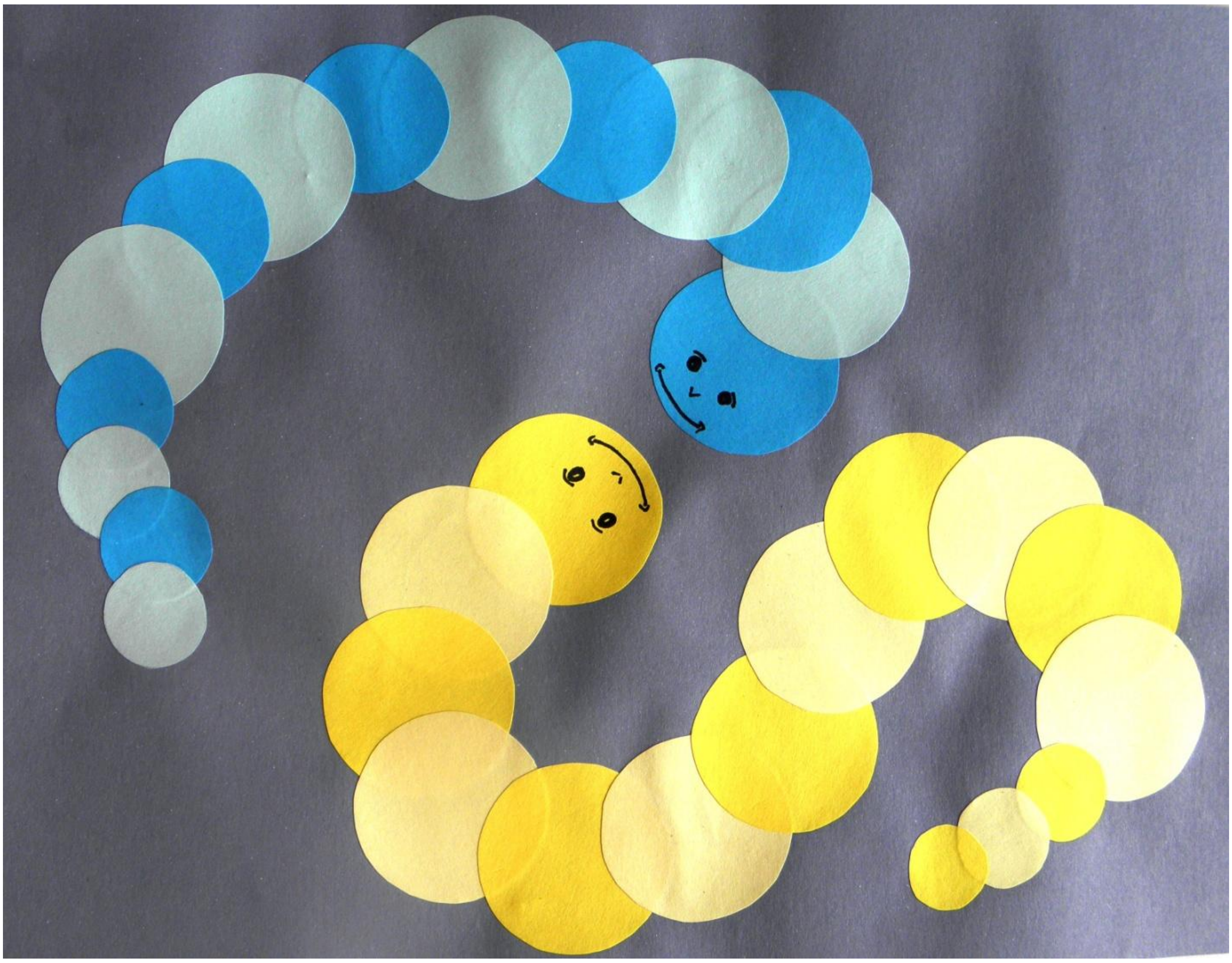


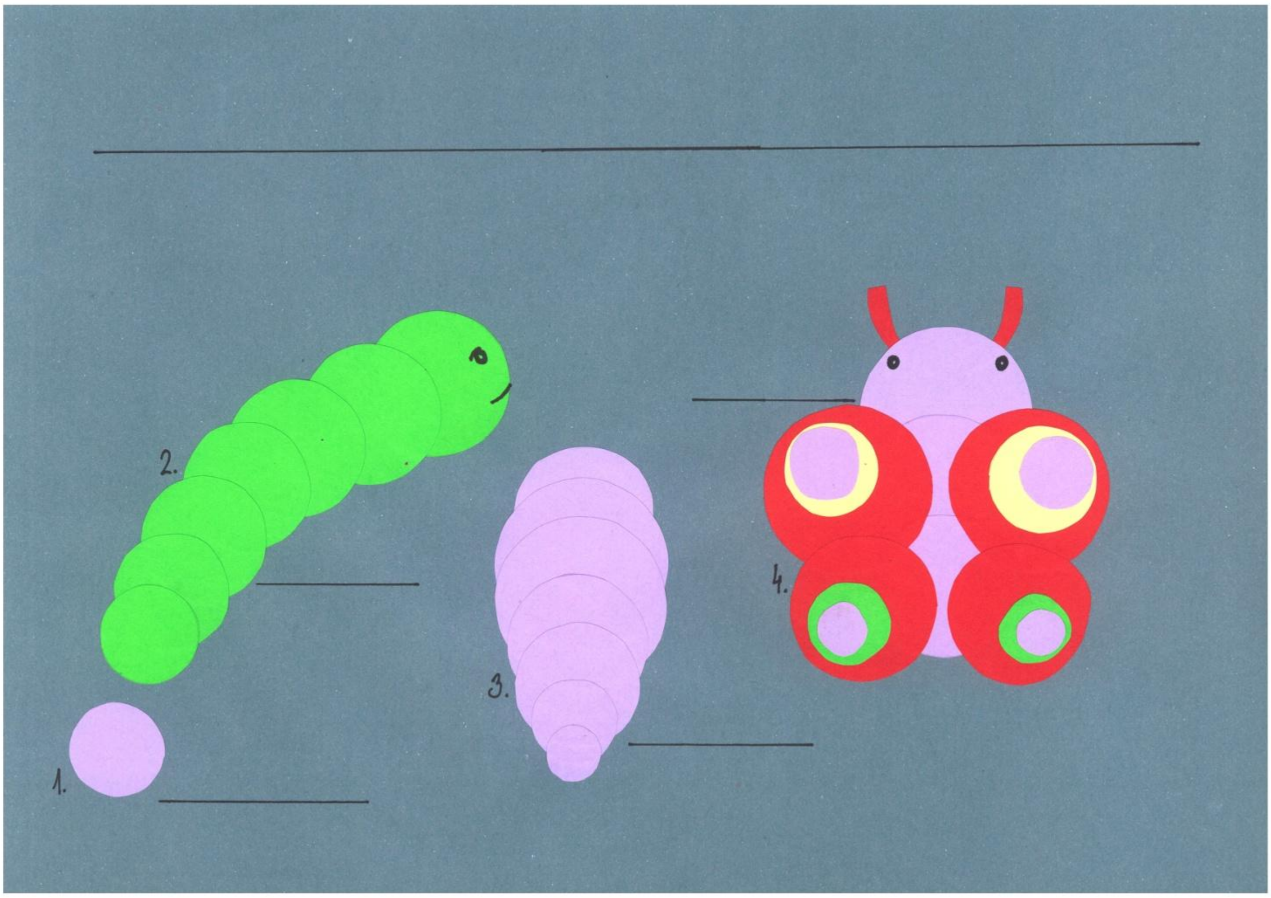


PRÁCE S PAPÍREM

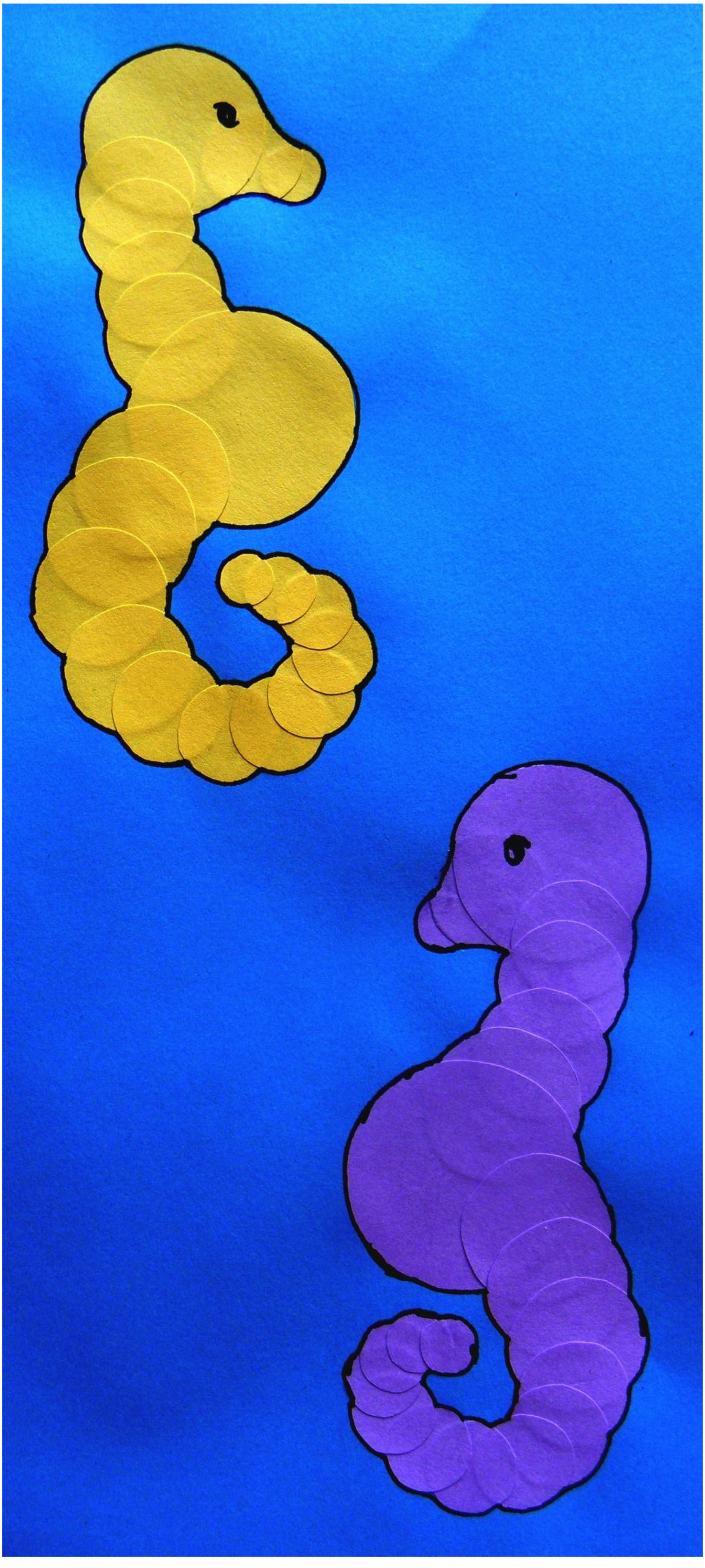


PRÁCE S PAPÍREM

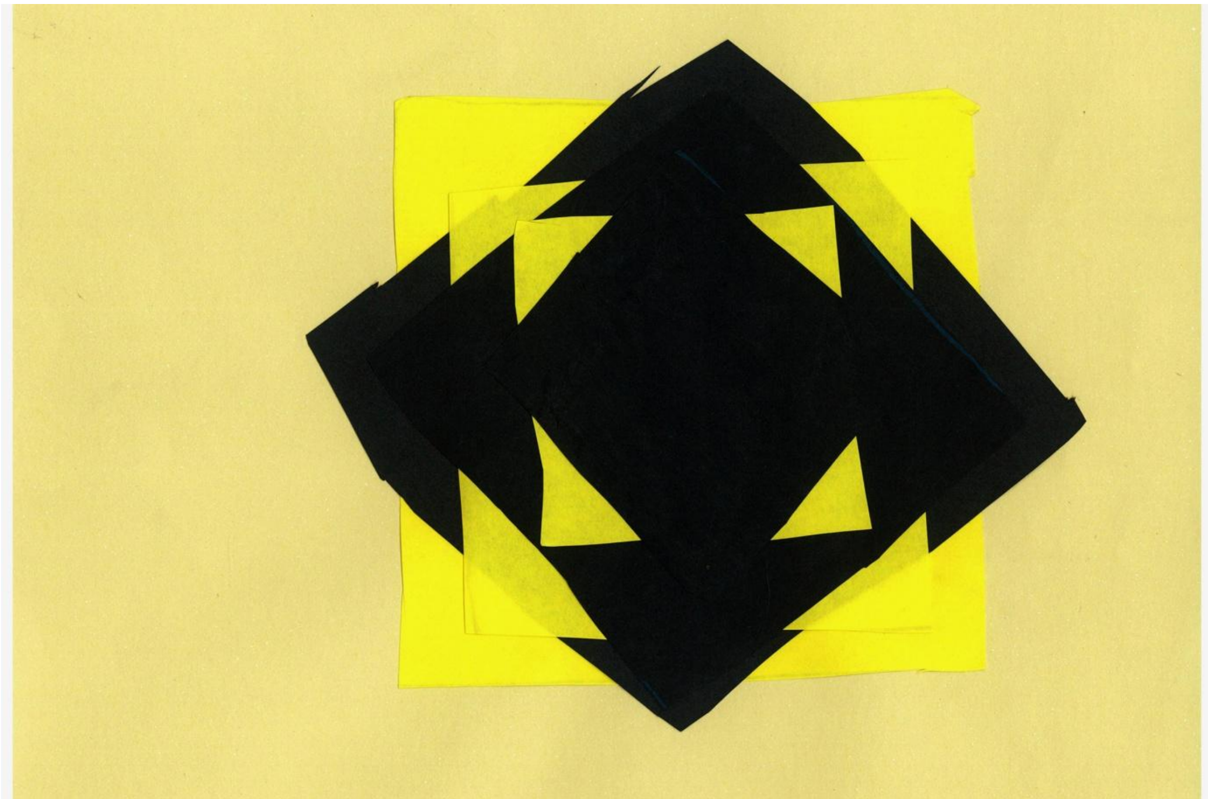




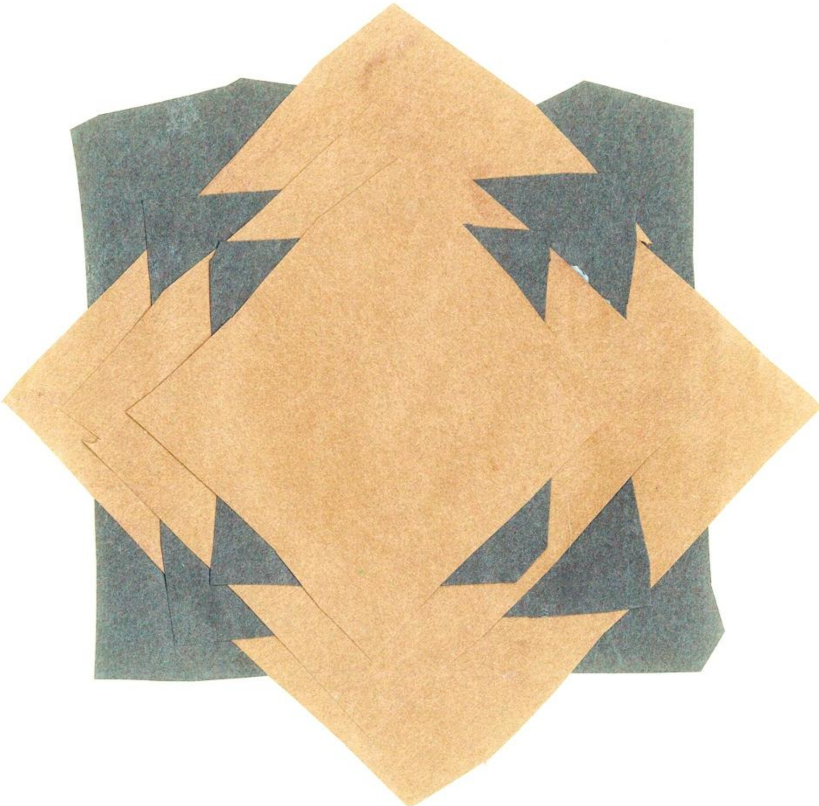
PRÁCE S PAPÍREM

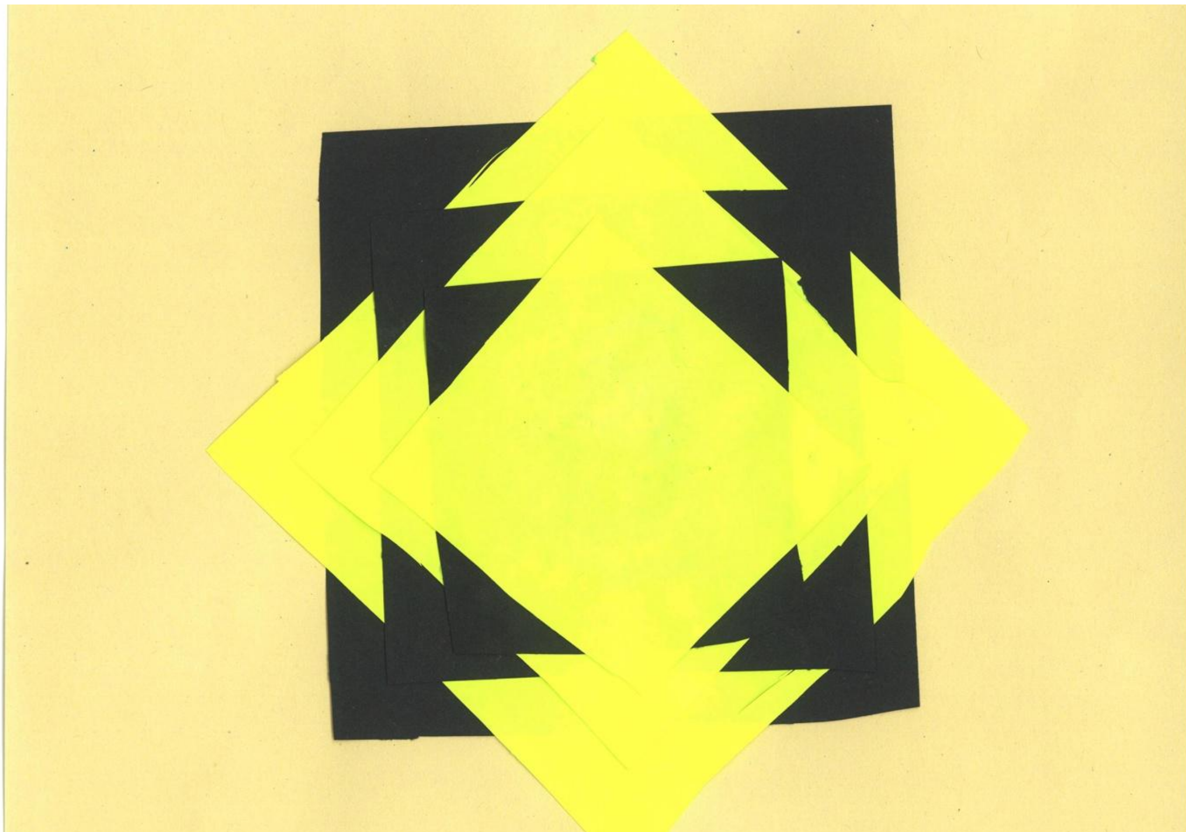


Práce 1. ročníku ZŠ Hálkova Humpolec

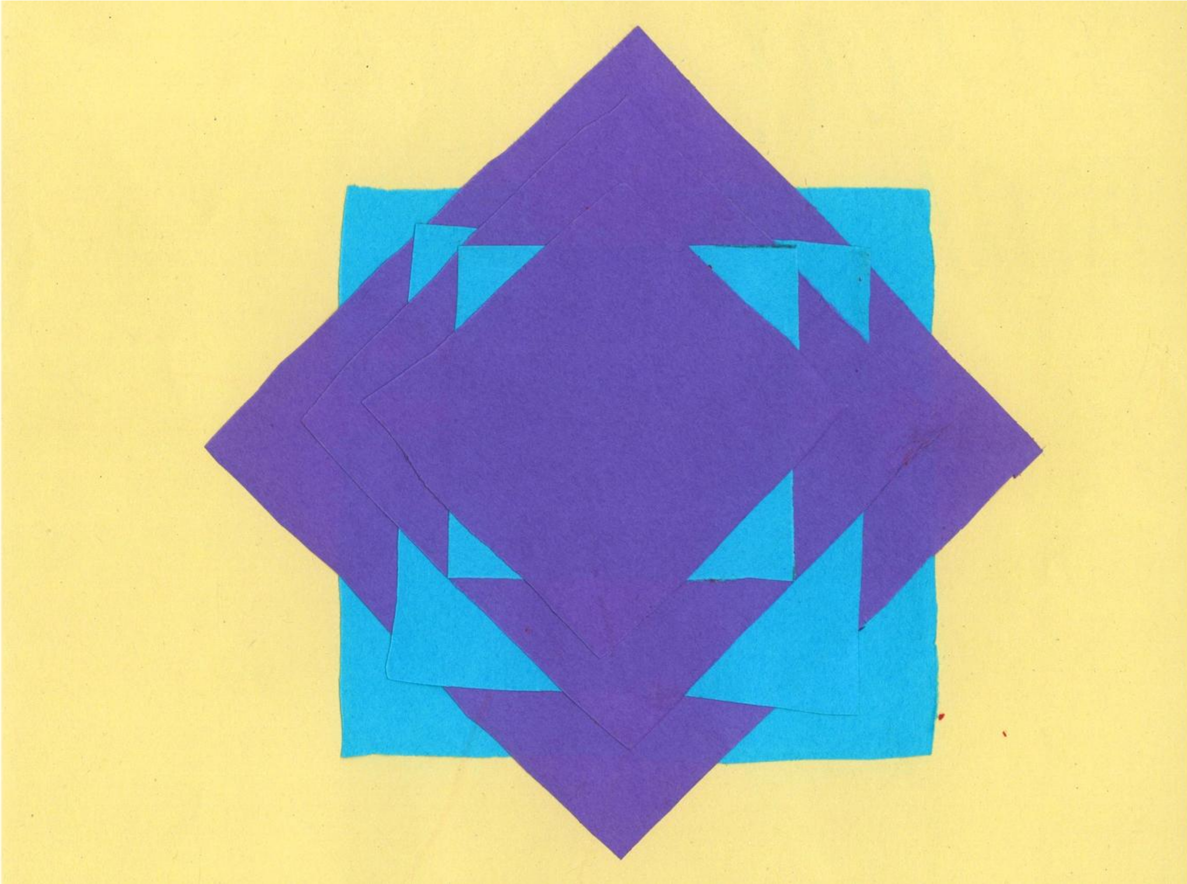


PRÁCE S PAPÍREM



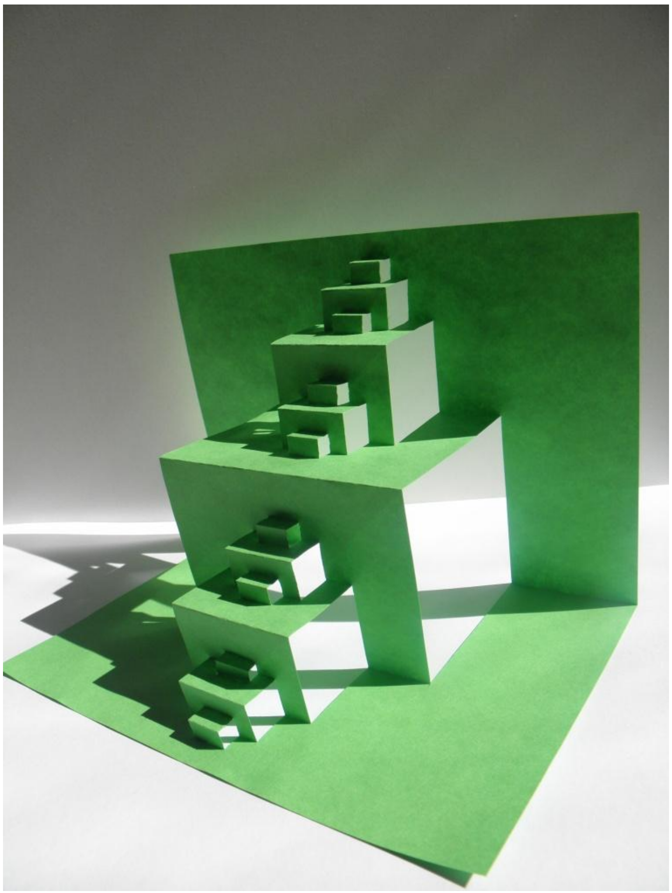


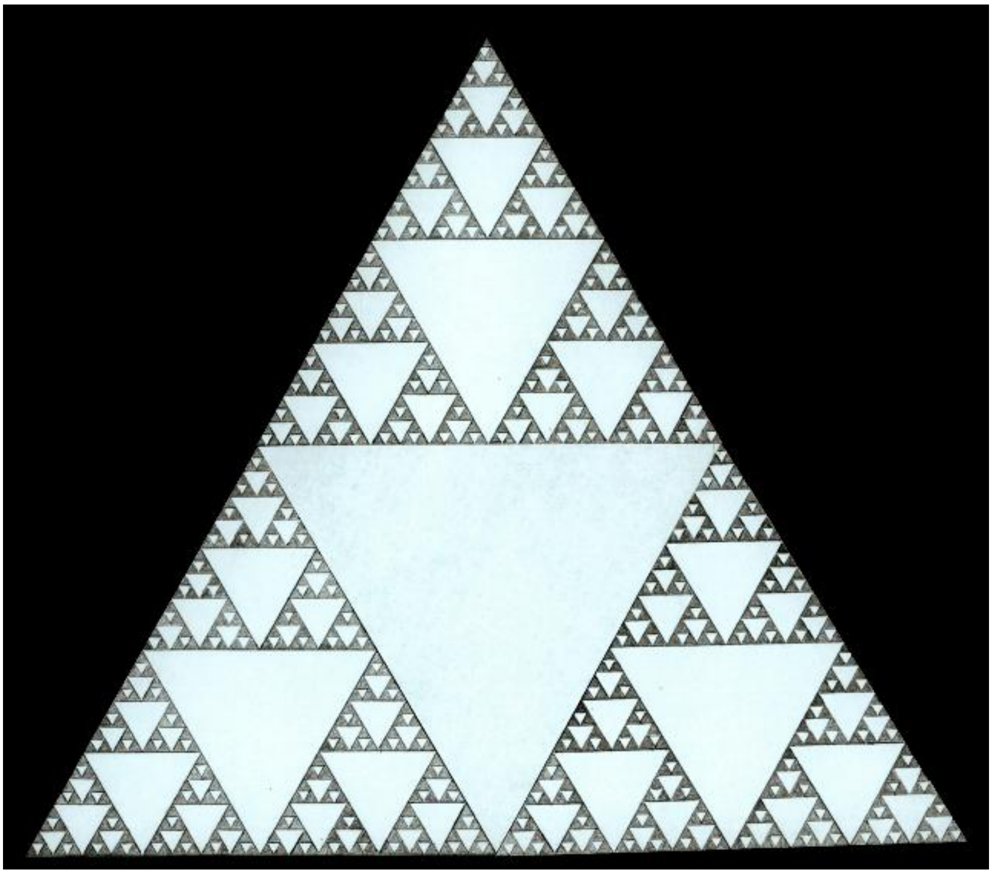
PRÁCE S PAPÍREM



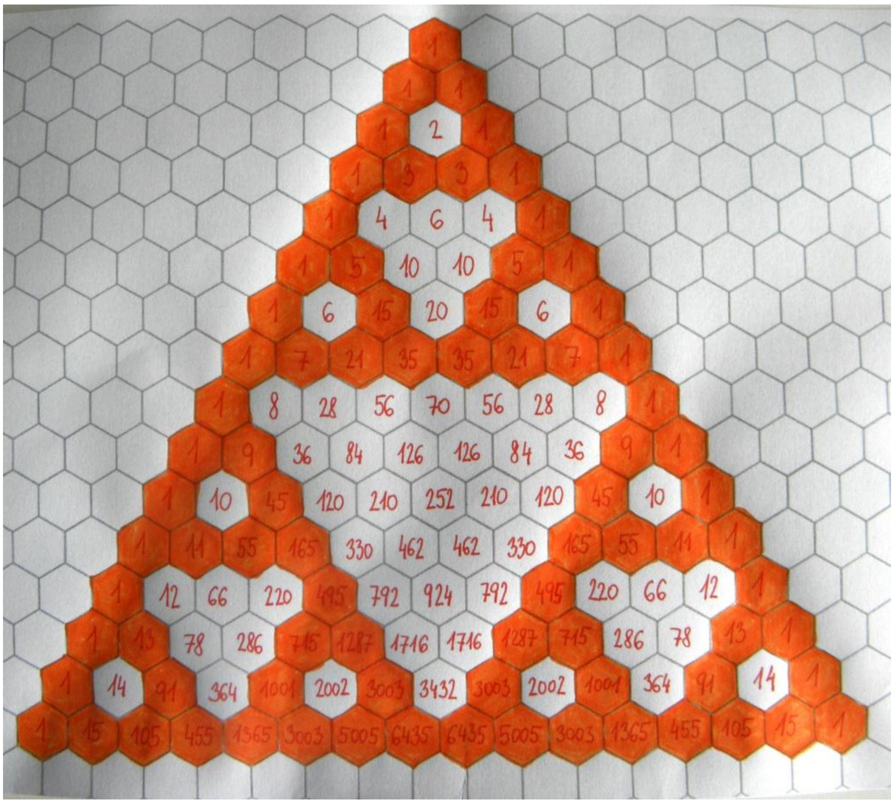
FRAKTÁLY

1) Vyklápěcí pohlednice – schody, Sierpińského trojúhelník a Pascalův trojúhelník. Jejich postupy tvorby a možnosti využití uvádím v kapitole 5.13.

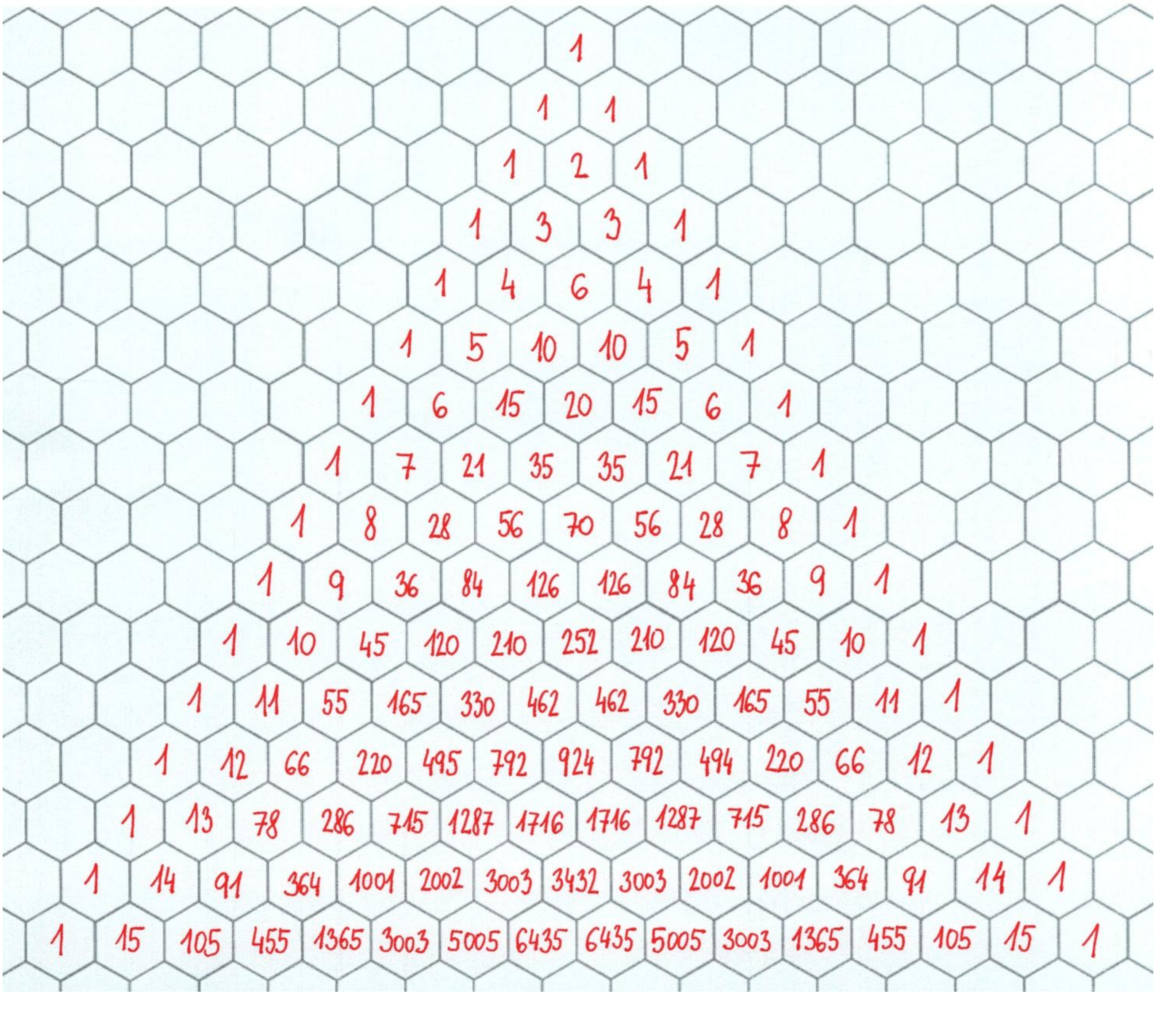




FRAKTÁLY

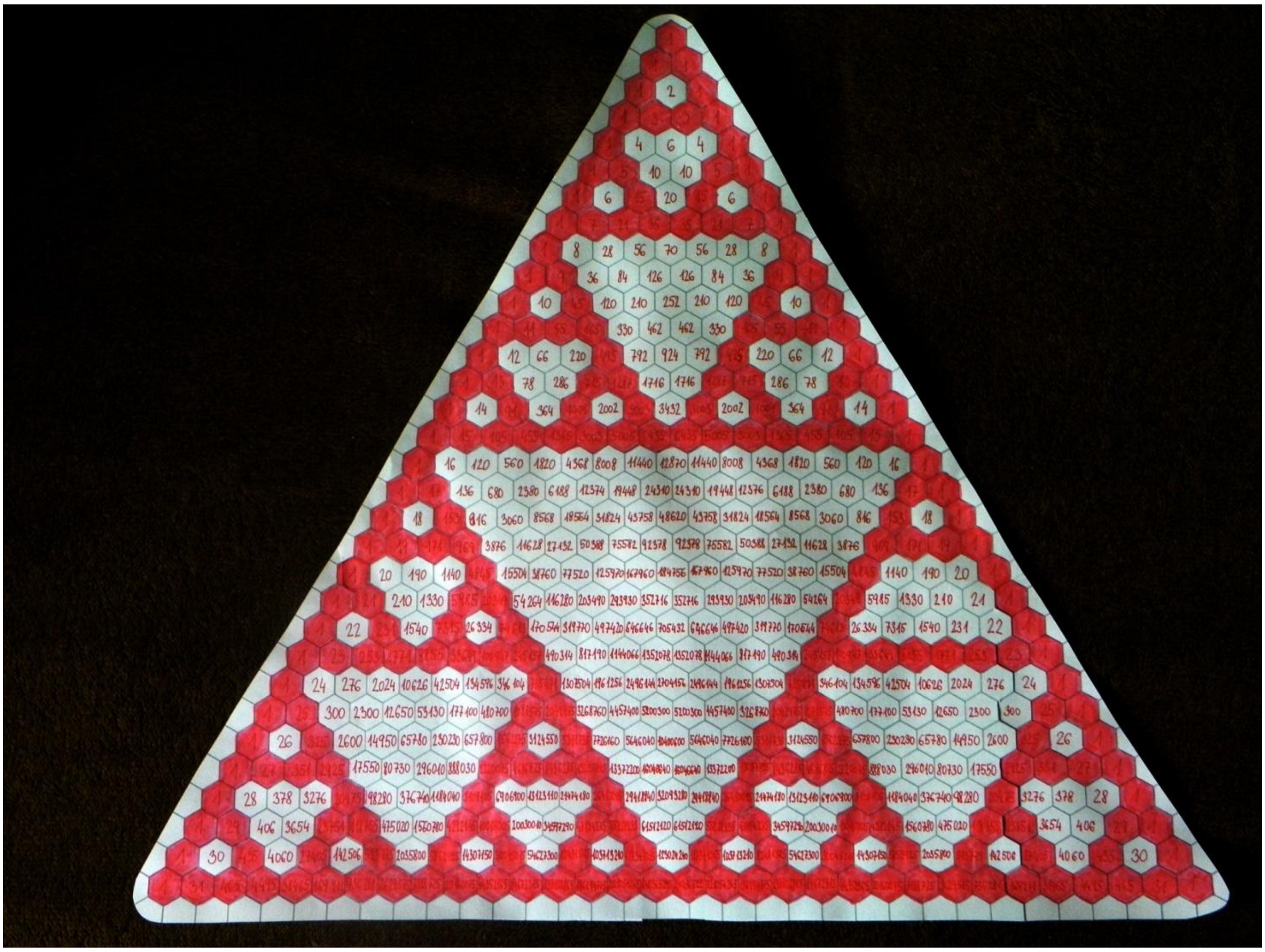


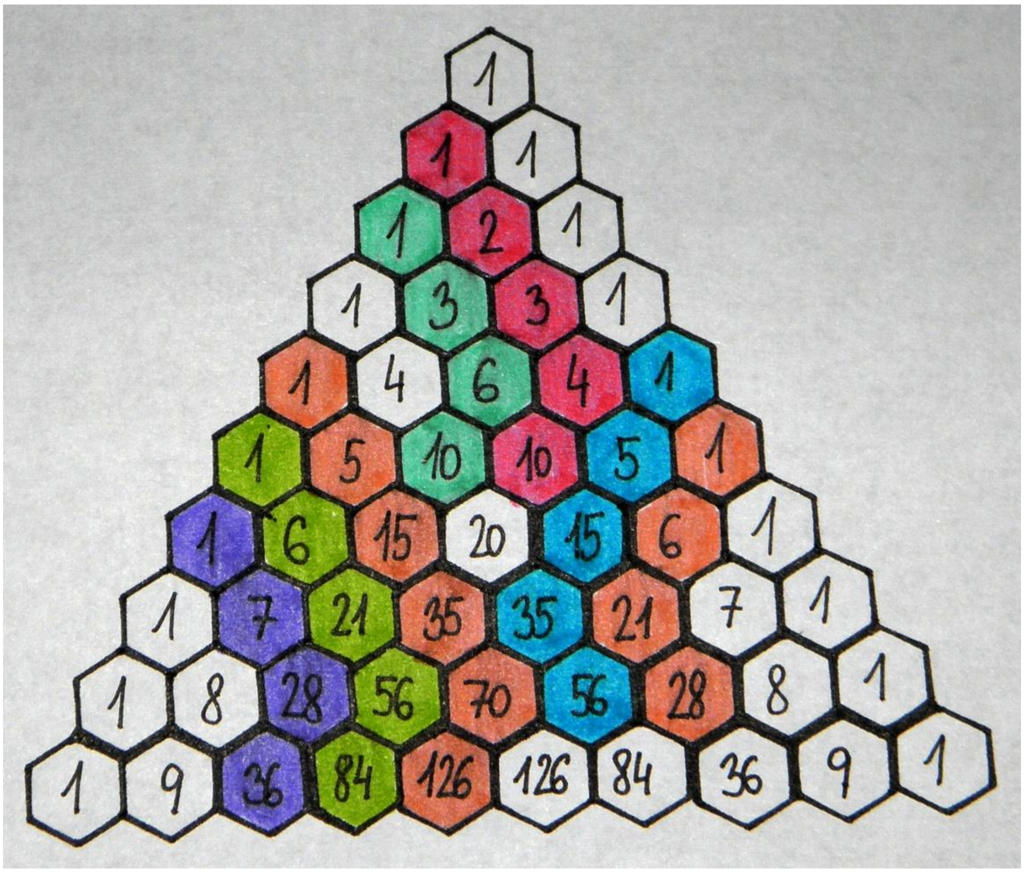
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1
1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1
1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1
1 15 105 455 1365 3003 5005 6435 6435 5005 3003 1365 455 105 15 1



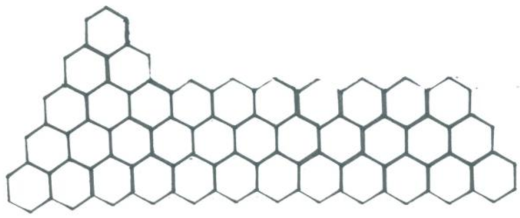
1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
1 12 66 220 495 792 924 792 494 220 66 12 1
1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1
1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1
1 15 105 455 1365 3003 5005 6435 6435 5005 3003 1365 455 105 15 1

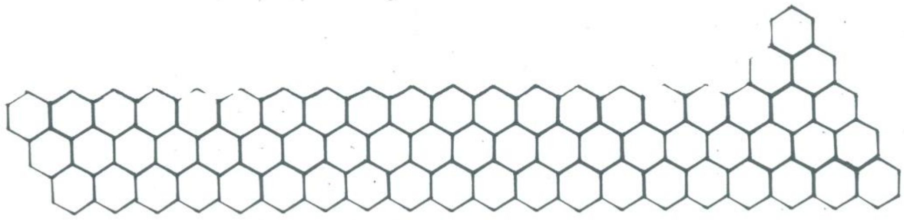
FRAKTÁLY

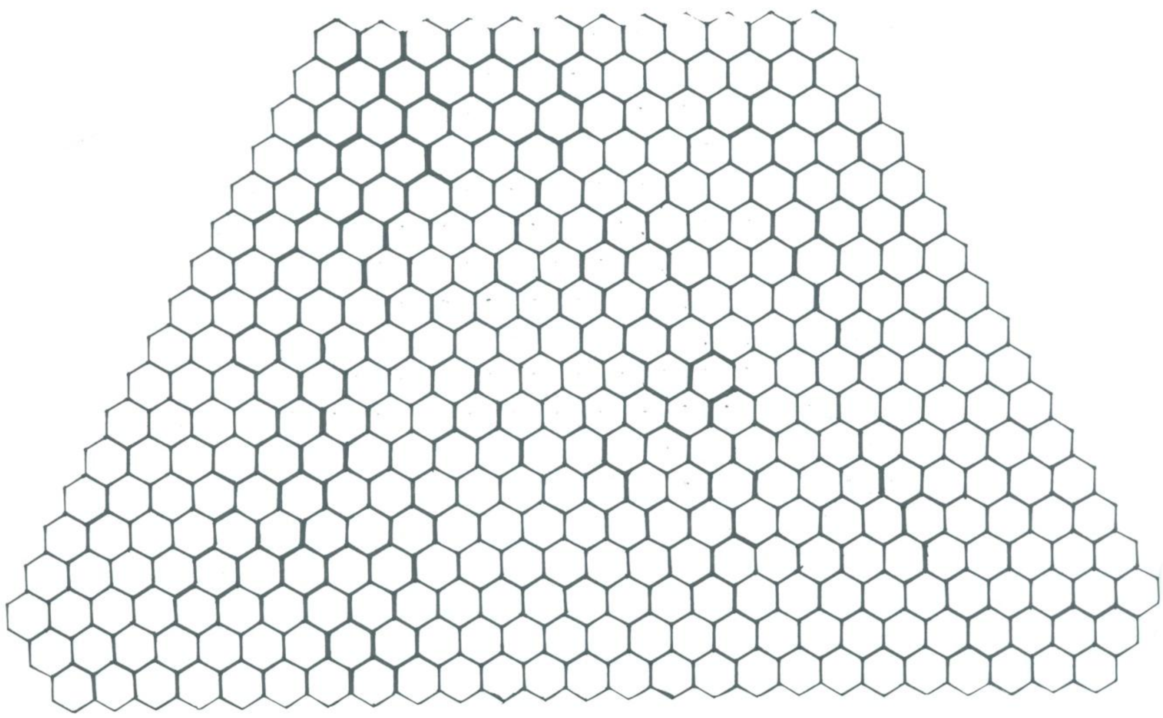



1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1
1 9 36 84 126 126 84 36 9 1

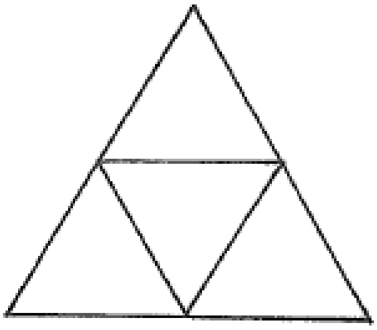
FRAKTÁLY





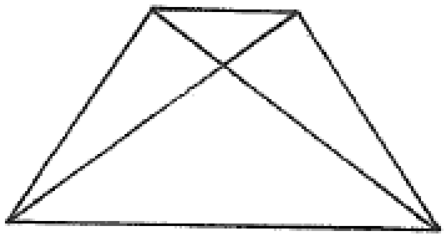


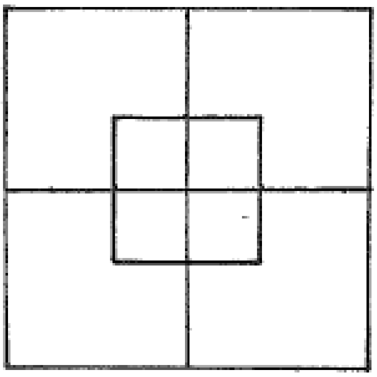
1) Kolik trojúhelníků/čtverců/obdélníků najdeš v daném útvaru.



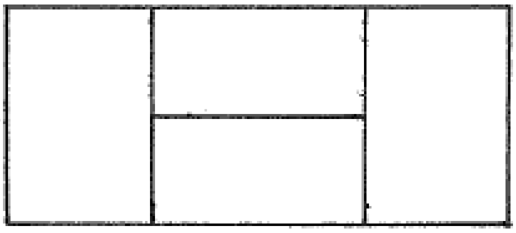
5

8





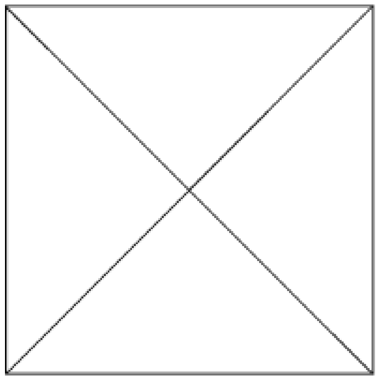
10

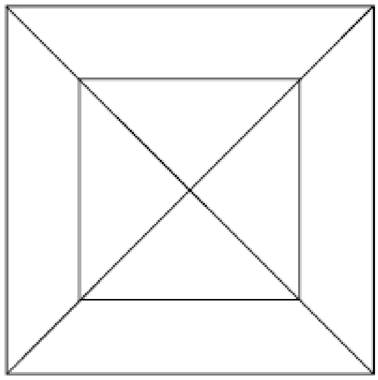


7

8 trojúhelníků

1 čtverec



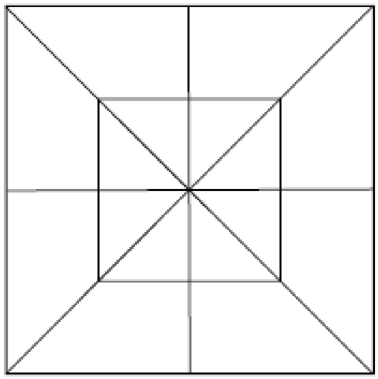


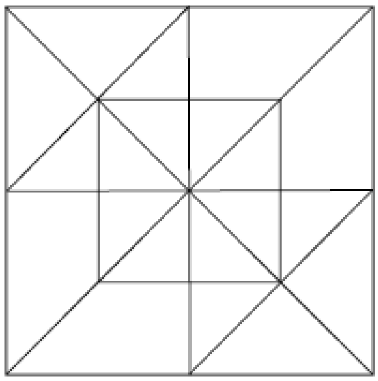
16 trojúhelníků

2 čtverce

32 trojúhelníků

10 čtverců





48 trojúhelníků

10 čtverců

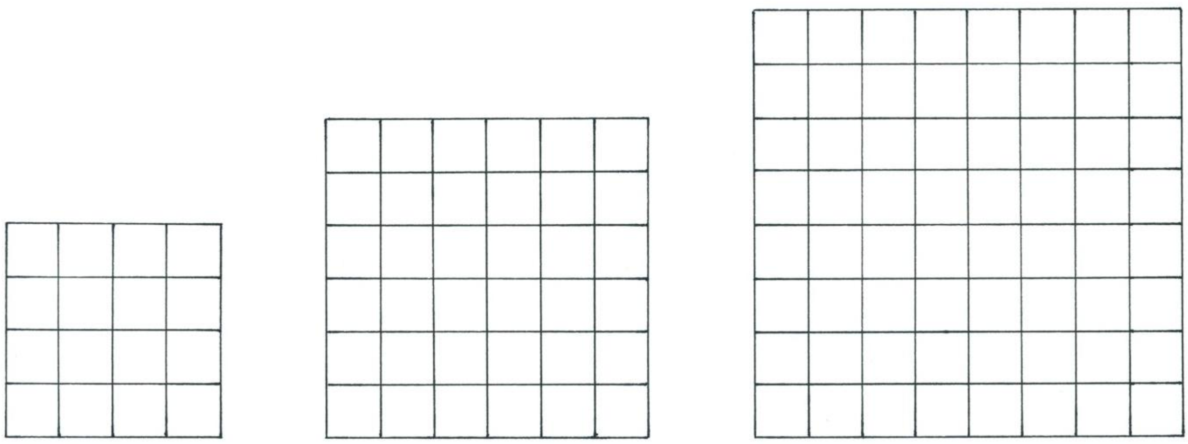
2) Kolik čtverců se ukrývá v těchto čtvercových sítích?

Žáci budou takovouto úlohu řešit pravděpodobně pomocí postupného počítání čtverců. Pro zajímavost jim můžeme ukázat také řešení pomocí jednoduchého vzorce.

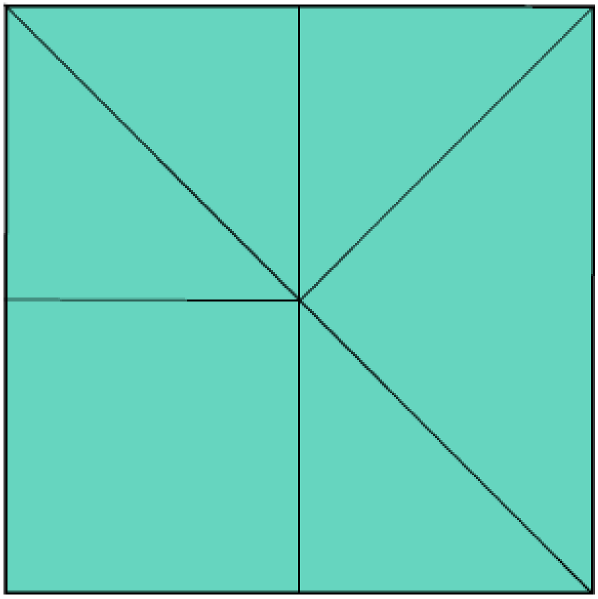
Pro čtverec 2x2 **1 + 2 • 2 = 5**

Pro čtverec 3x3 **1 + 2 • 2 + 3 • 3 = 14**

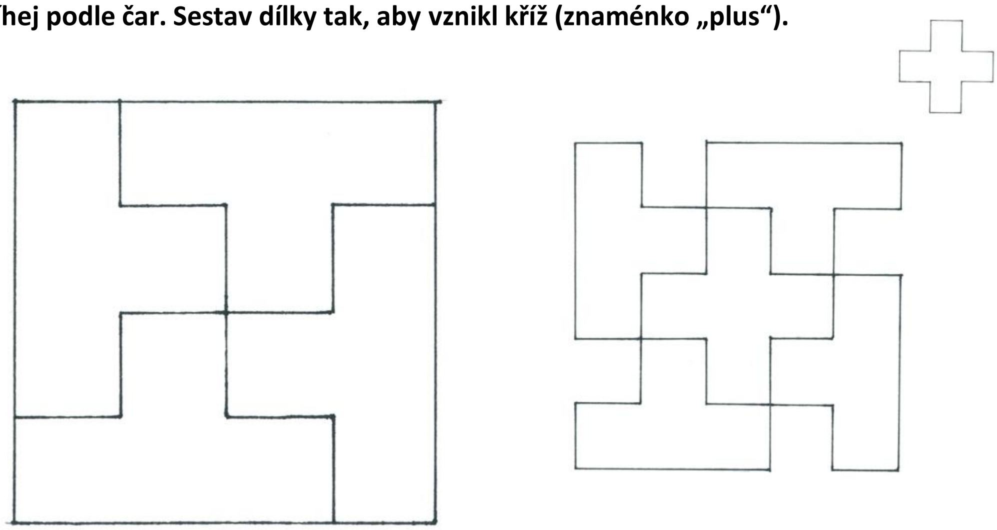
Pro čtverec 4x4 **1 + 2 • 2 + 3 • 3 + 4 • 4 = 30**



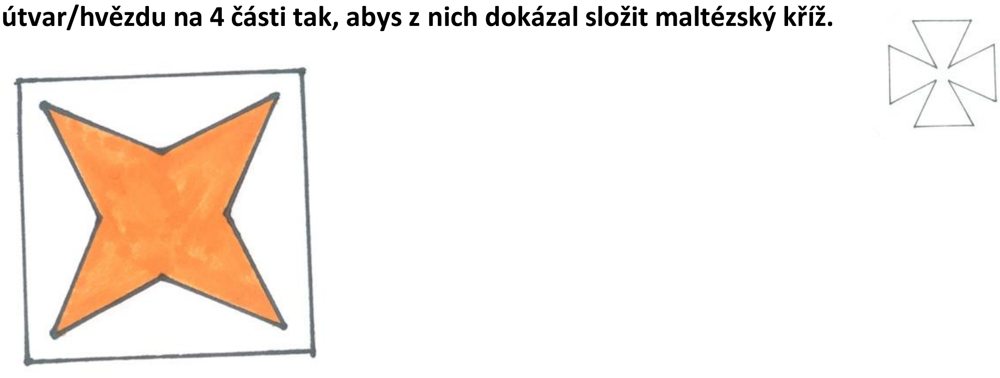
3) Rozstříhej podle čar, promíchej a sestav za využití všech dílků skládanky jeden trojúhelník. Až uspěješ, pokus se sestavit opět jeden čtverec.



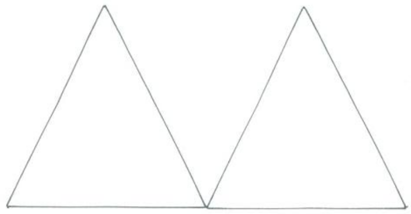
4) Rozstříhej podle čar. Sestav dílky tak, aby vznikl kříž (znaménko „plus“).



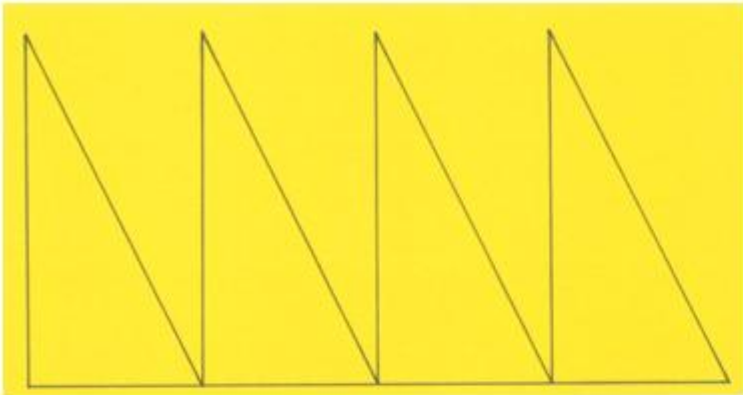
5) Rozstříhej tento útvar/hvězdu na 4 části tak, abys z nich dokázal složit maltézský kříž.



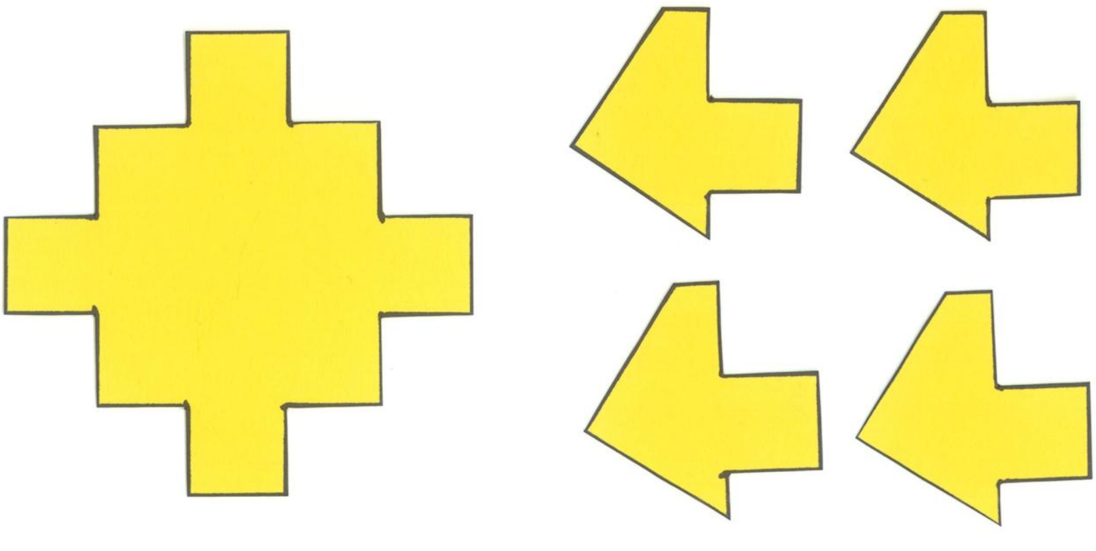
6) Máš dva rovnoramenné trojúhelníky. Proveď pouze jediný střih tak, abys ze vzniklých částí složil čtverec. *(řešení: Jeden trojúhelník rozstřihneme podél jeho výšky na 2 pravoúhlé trojúhelníky.)*



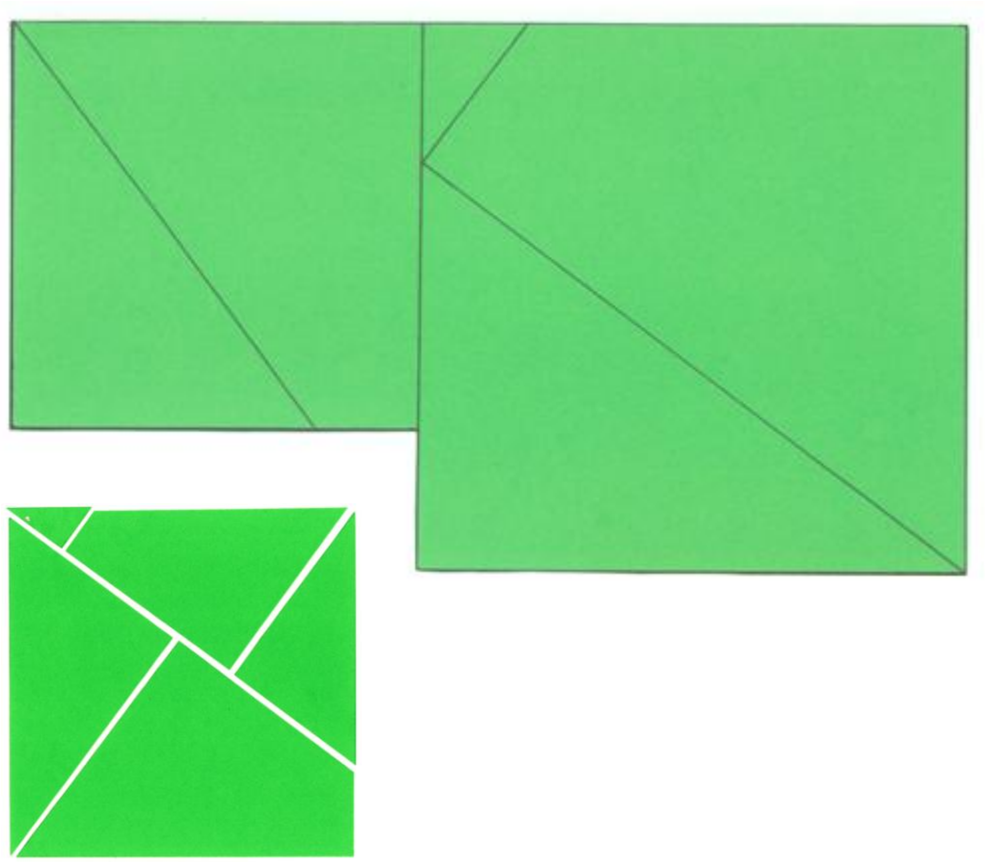
7) Vystříhej následující 4 pravoúhlé trojúhelníky a poskládej z nich čtverec.



8) Rozstřihni následující útvar na 4 (stejné) části tak, abys z nich poté mohl složit čtverec.

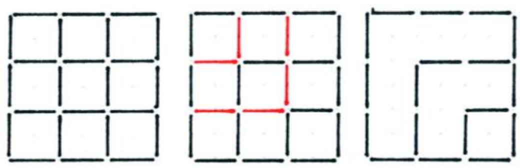


9) Rozstříhej podle čar a sestav ze všech vzniklých dílků jeden čtverec.

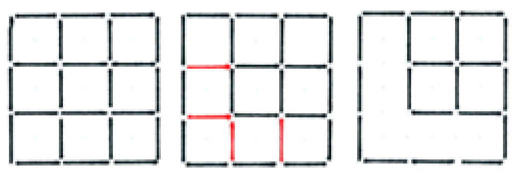


10) Zápalkové hlavolamy.

- **Odstraň právě 6 zápalek tak, aby vznikly 3 čtverce.**



- **Odstraň právě 4 zápalky tak, aby vzniklo 5 čtverců.**



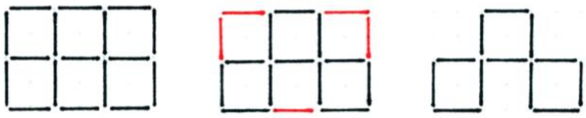
- **Přidej právě jednu zápalku, aby byl příklad správně.**

- **Přidej právě jednu zápalku, aby byl příklad správně.**

- **Přesuň právě 5 zápalek tak, aby byly obě misky vah v rovnováze.**

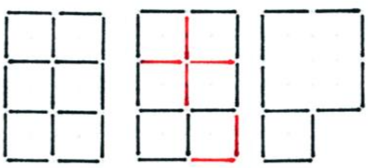
- **Odstraň právě 2 zápalky tak, aby vznikly 2 čtverce.**

- **Odstraň právě 5 zápalek tak, aby vznikly 3 čtverce.**

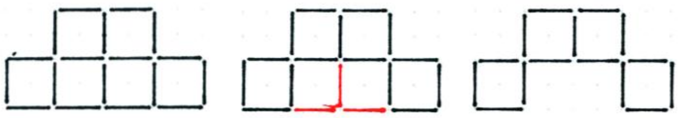


- **Odstraň právě 4 zápalky tak, aby vzniklo 5 trojúhelníků.**

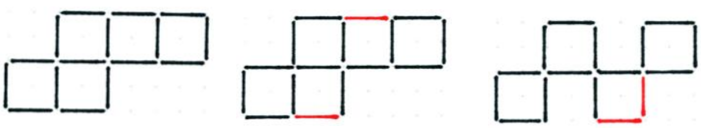
- **Odstraň právě 6 zápalek tak, aby vznikly 2 čtverce.**



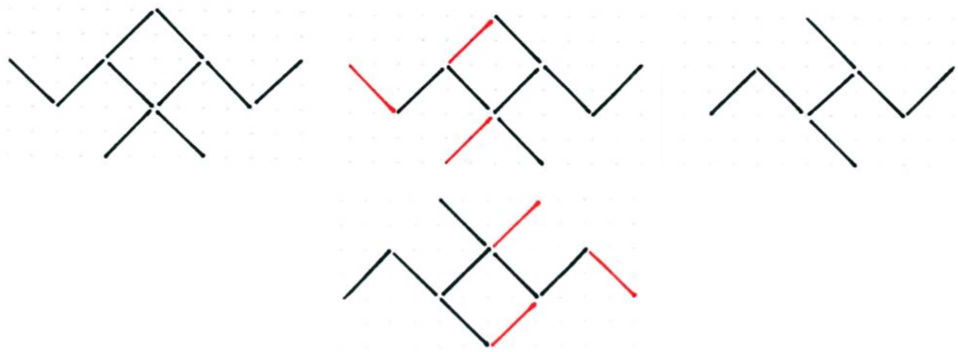
- **Odstraň právě 3 zápalky tak, aby vznikly 4 čtverce.**



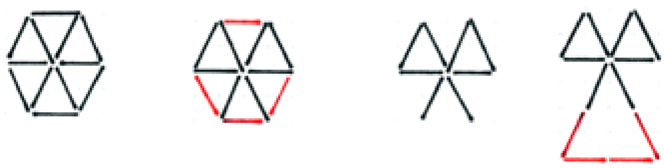
- **Přesuň právě 2 zápalky tak, aby vznikly 4 čtverce.**



- **Přesuň právě 3 zápalky tak, aby vlaštovka letěla na opačnou stranu (dolů).**

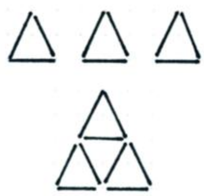


- **Přesuň právě 4 zápalky tak, aby vznikly 3 trojúhelníky.**

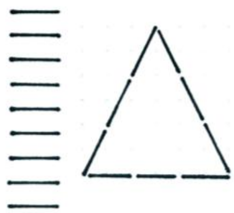


- **Přesuň jedinou zápalku tak, aby se domeček „díval“ na druhou stranu (doprava).**

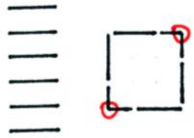
- **Postav z devíti zápalek 5 trojúhelníků.**



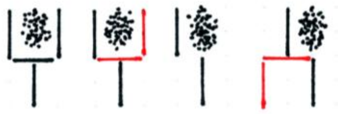
- **Postav z devíti zápalek jediný trojúhelník. (nelámat)**



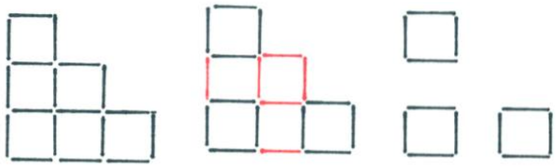
• **Postav ze šesti zápalek 1 čtverec. (můžeš lámat)**

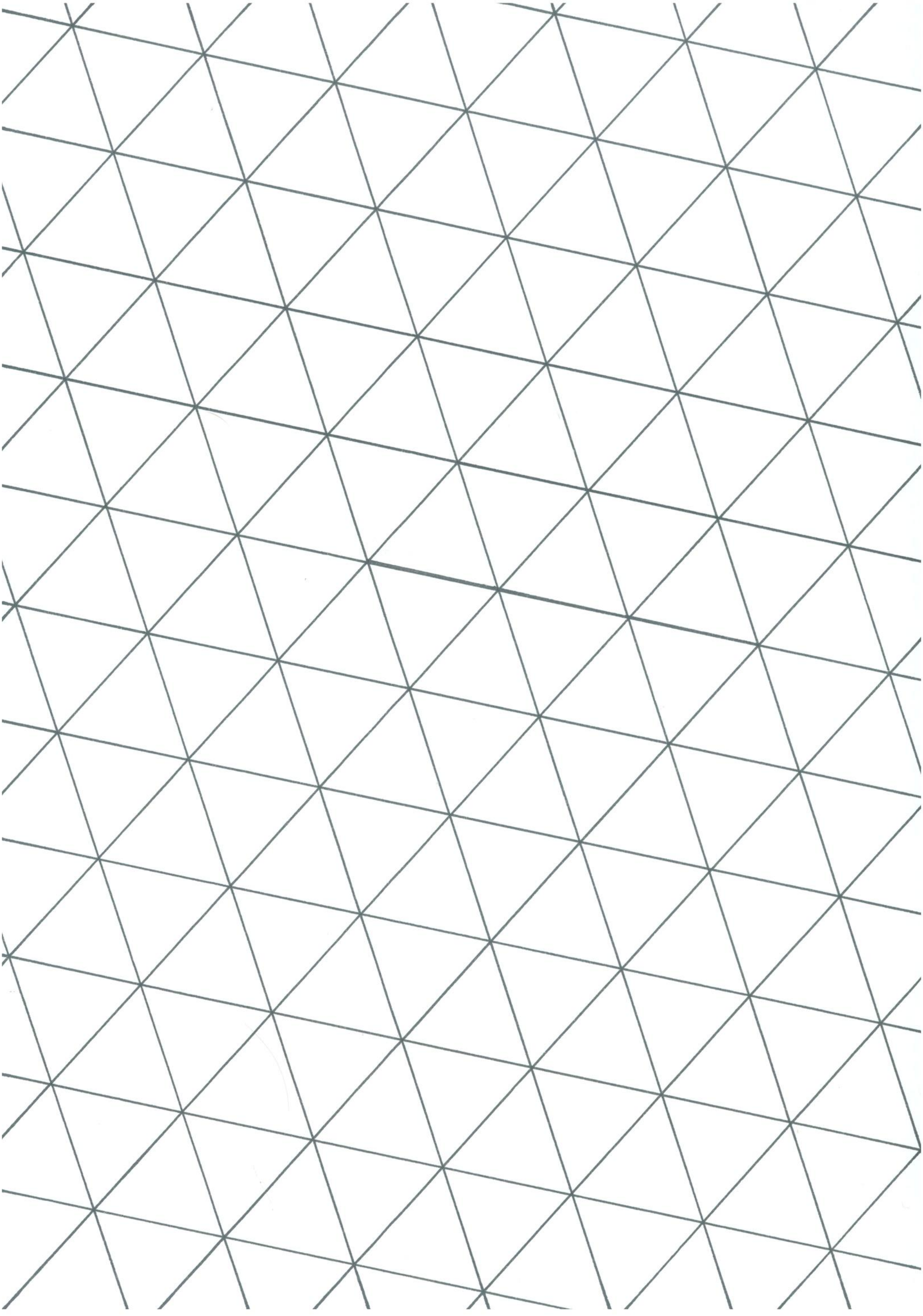


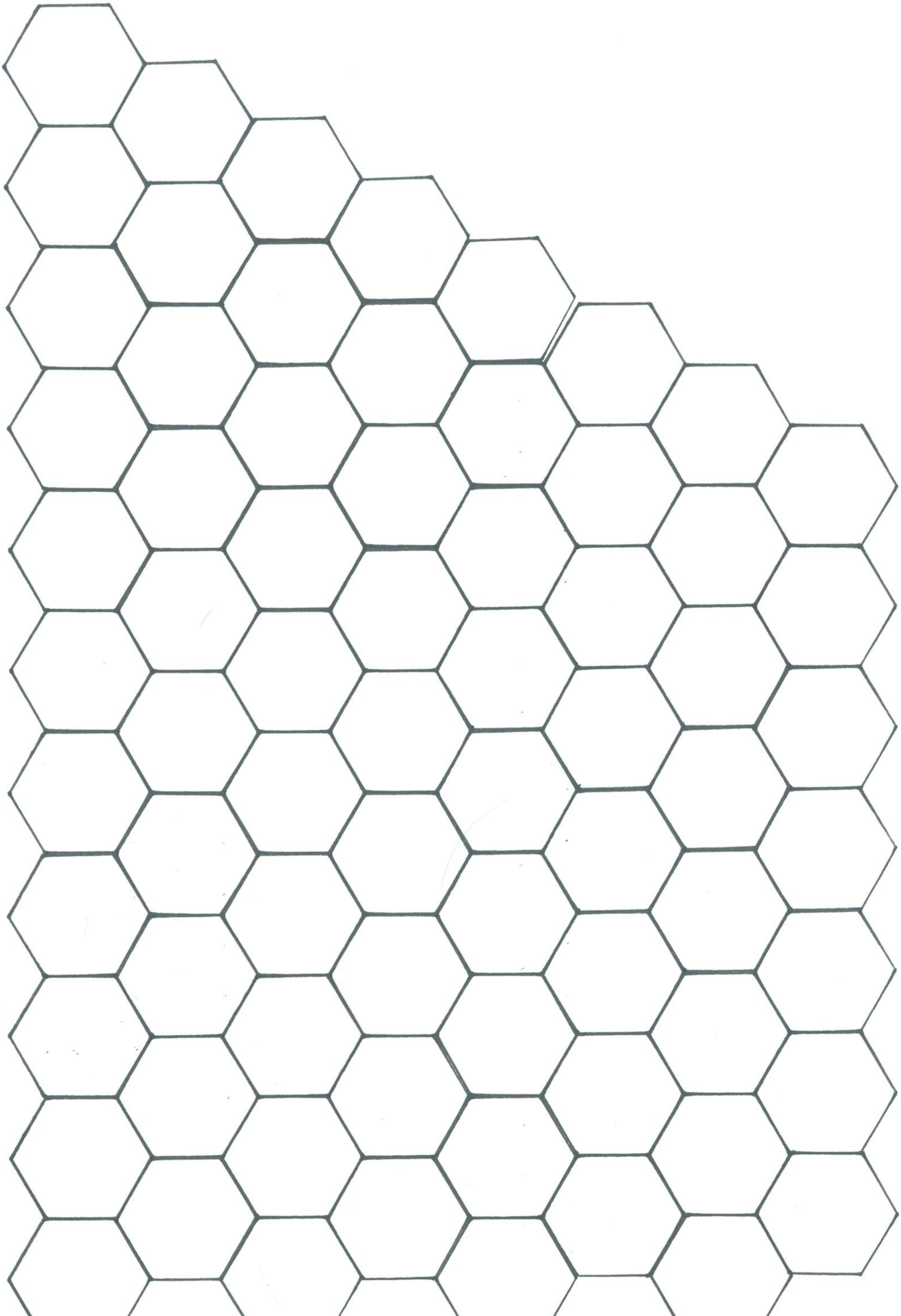
• **Přesuň právě 2 zápalky tak, aby smetí neleželo na lopatce.**

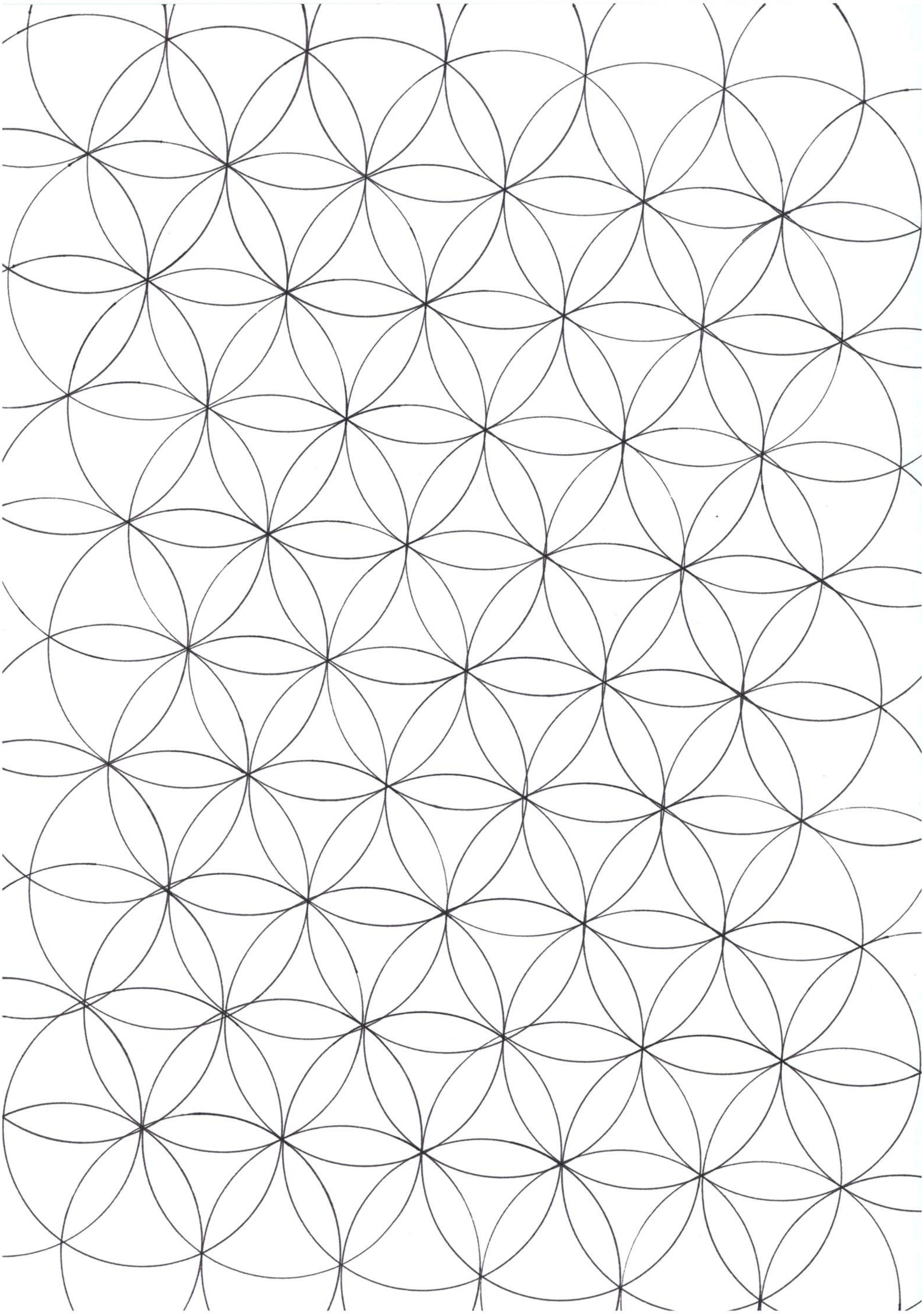


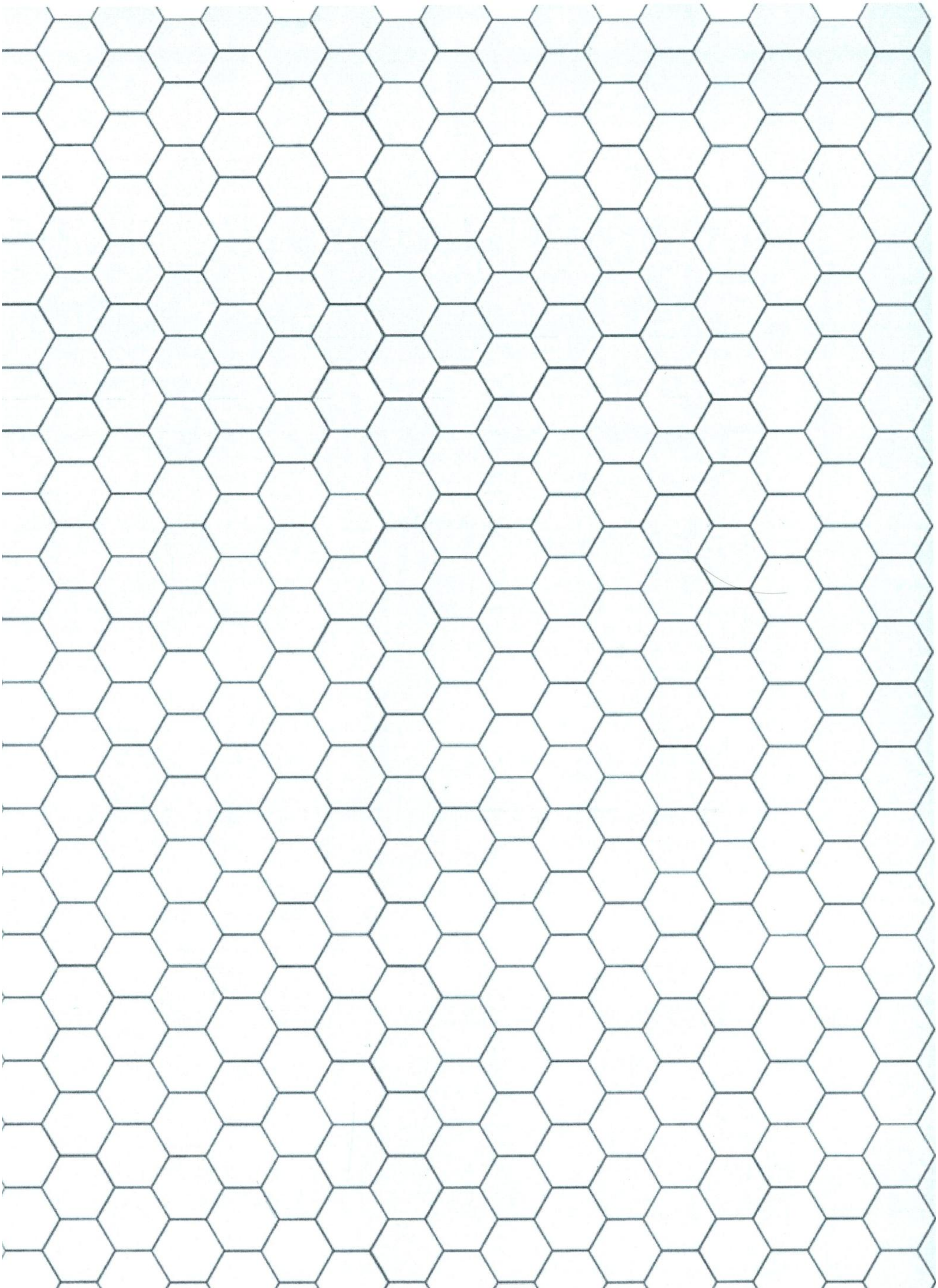
• **Odstraň právě 6 zápalek tak, aby vznikly 3 čtverce.**

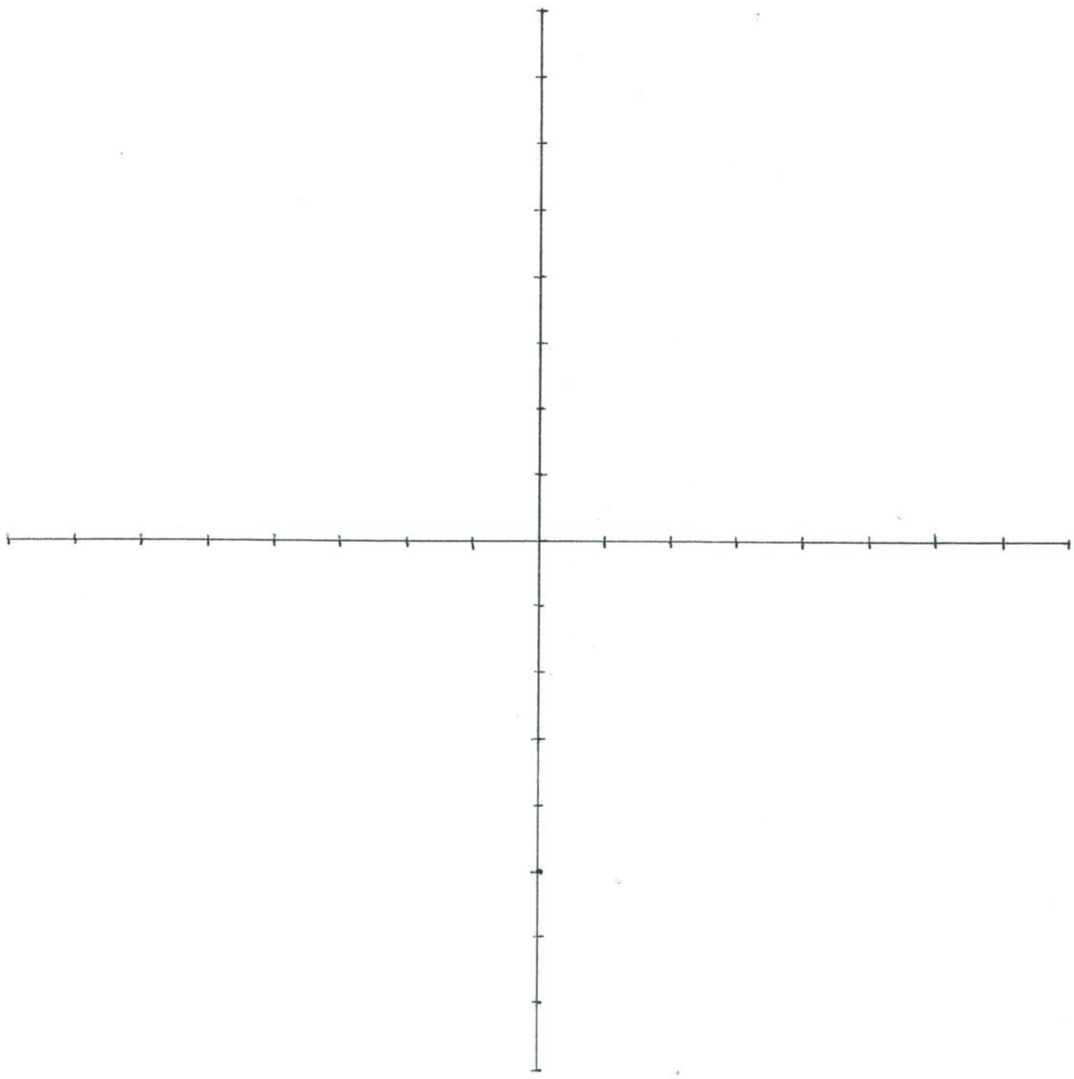


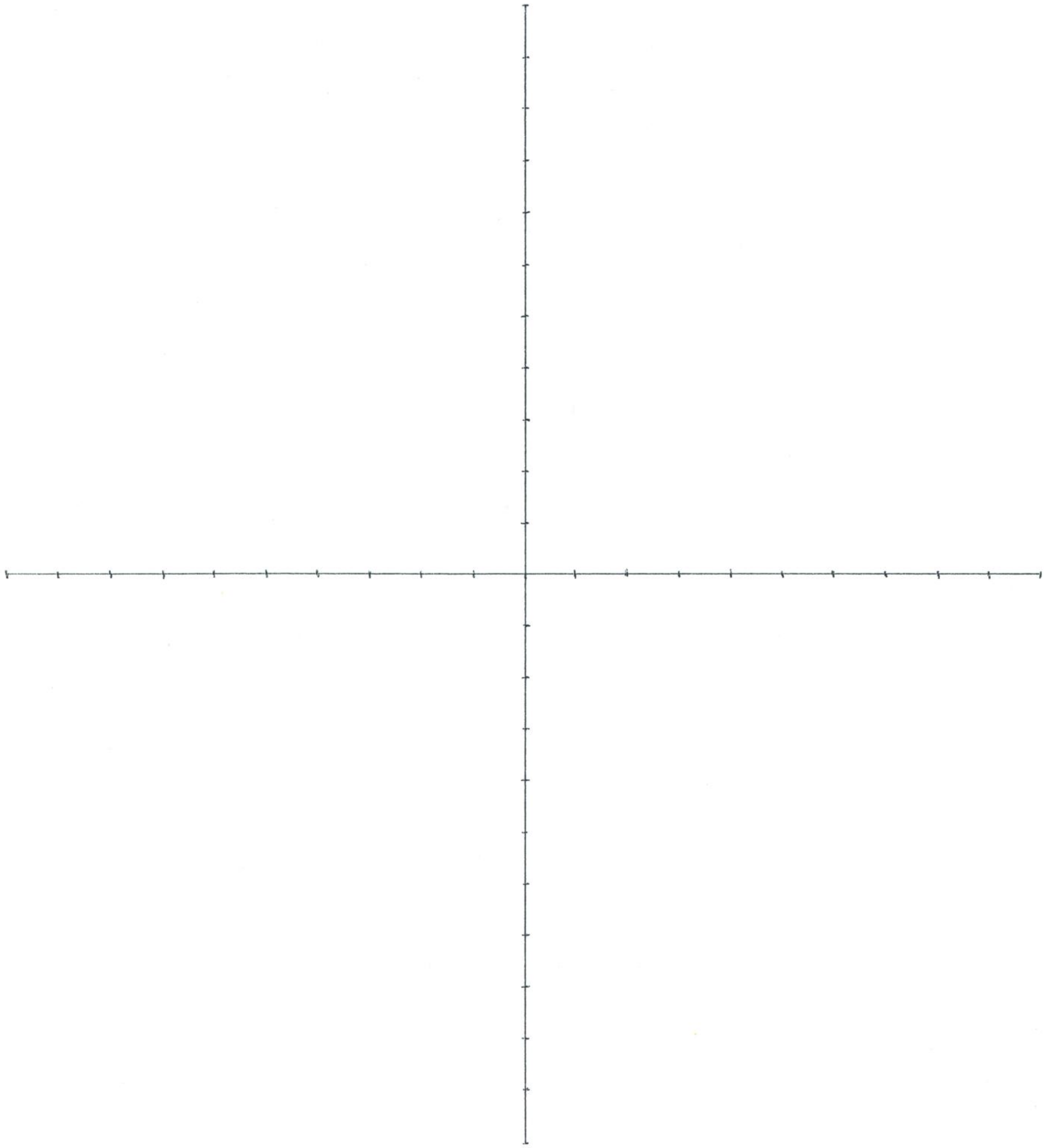


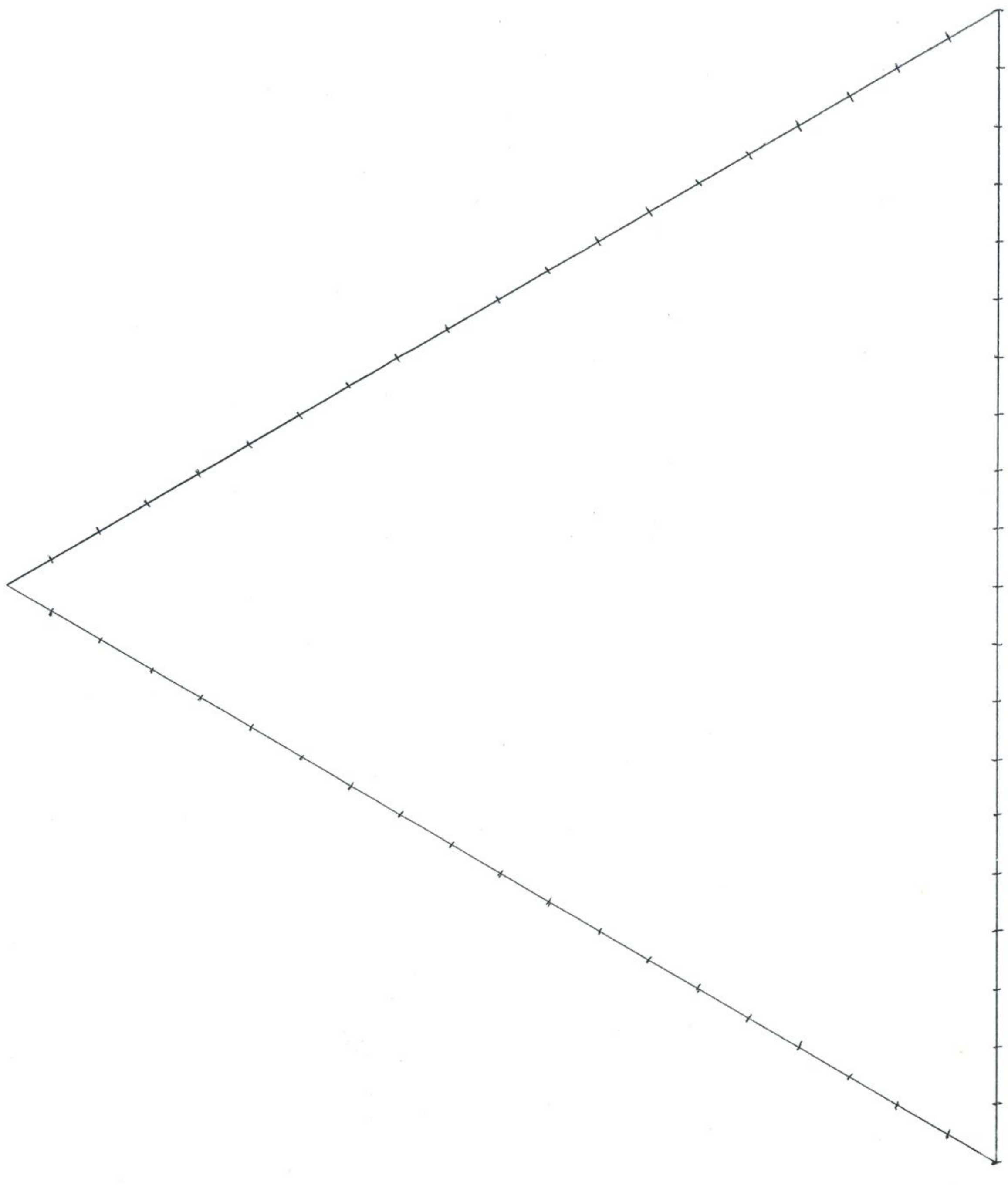


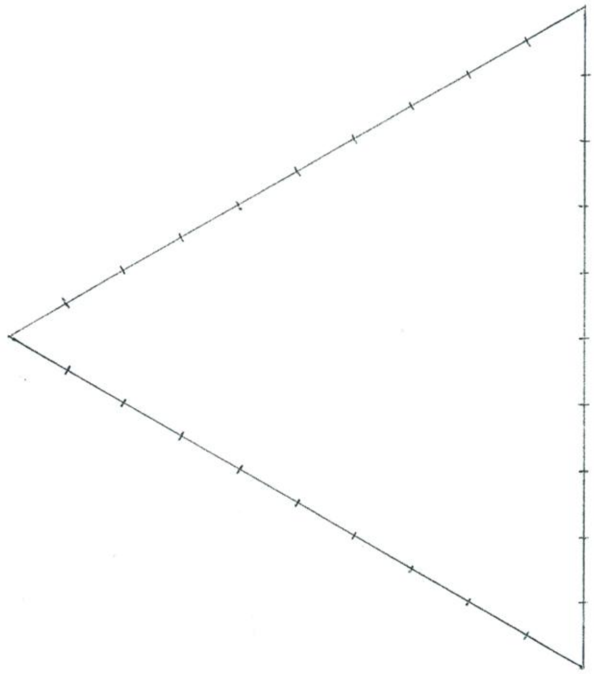


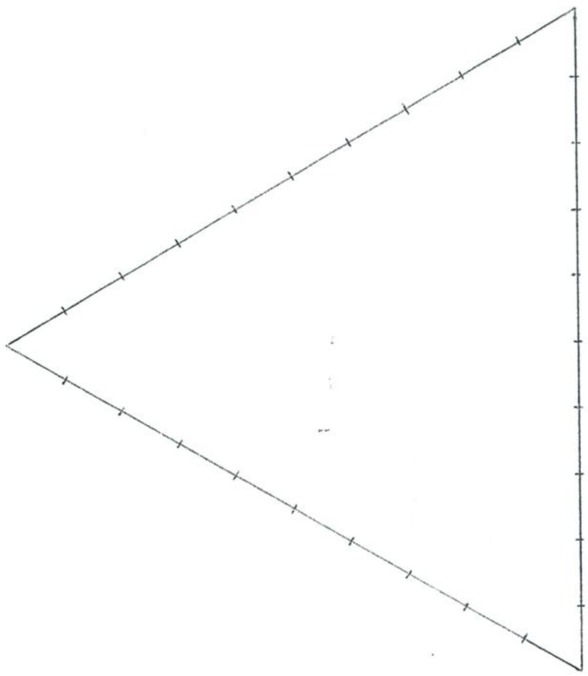


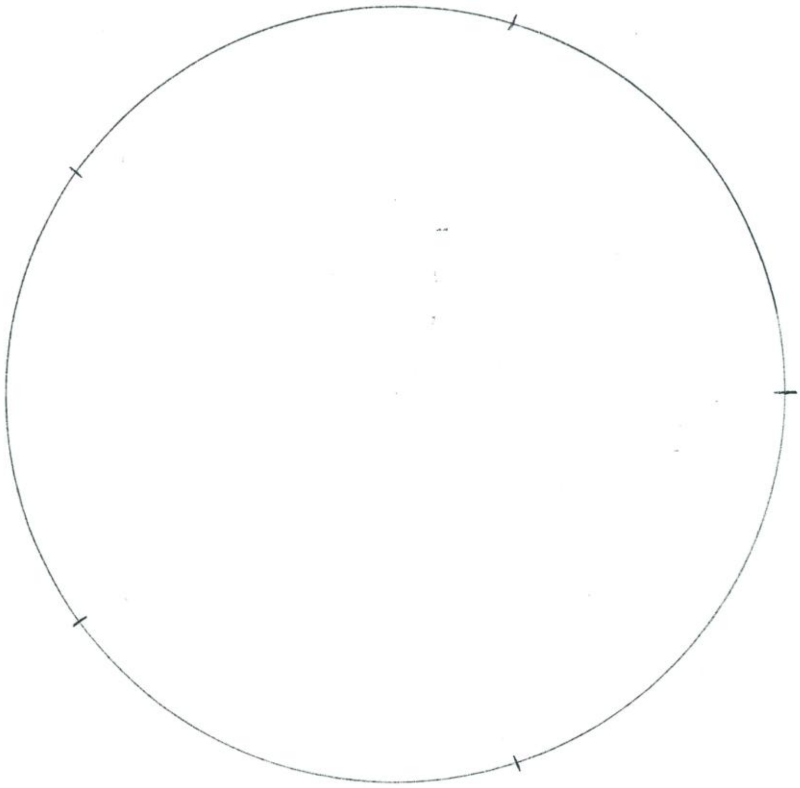


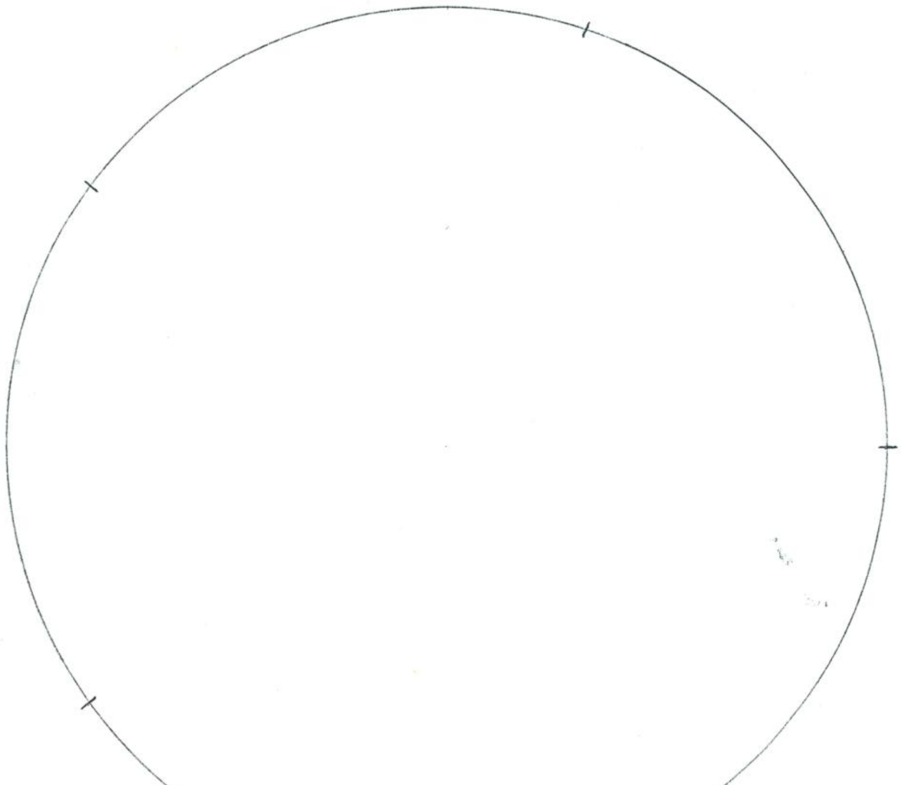


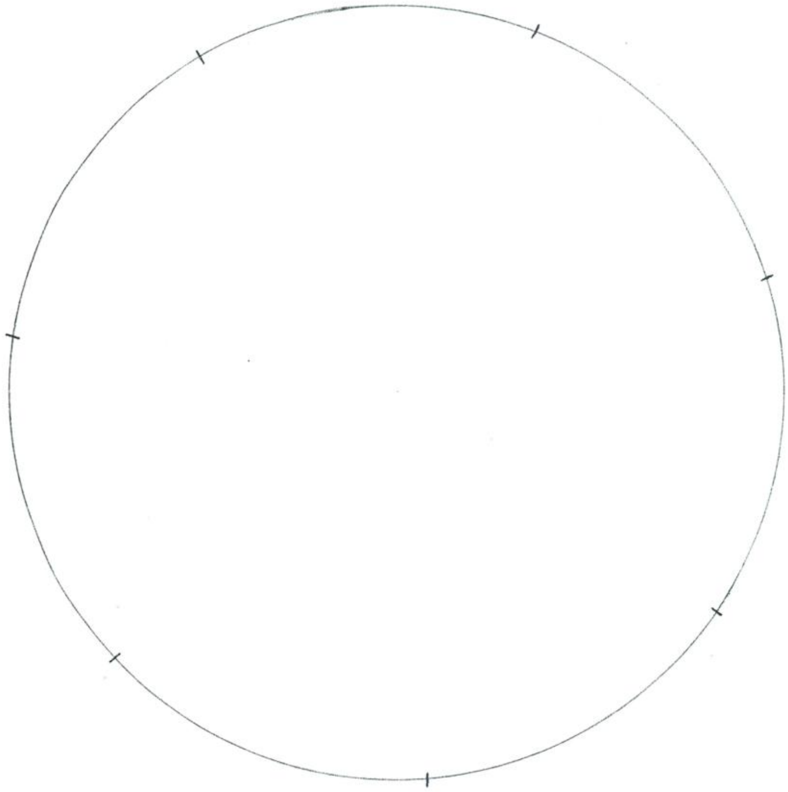


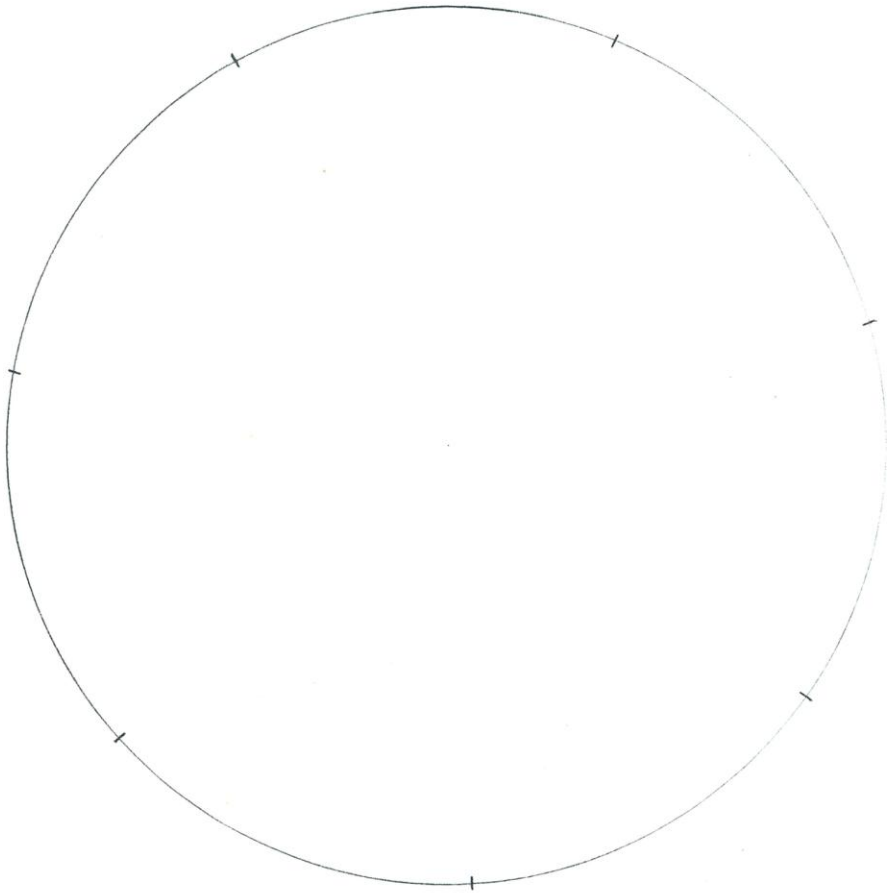


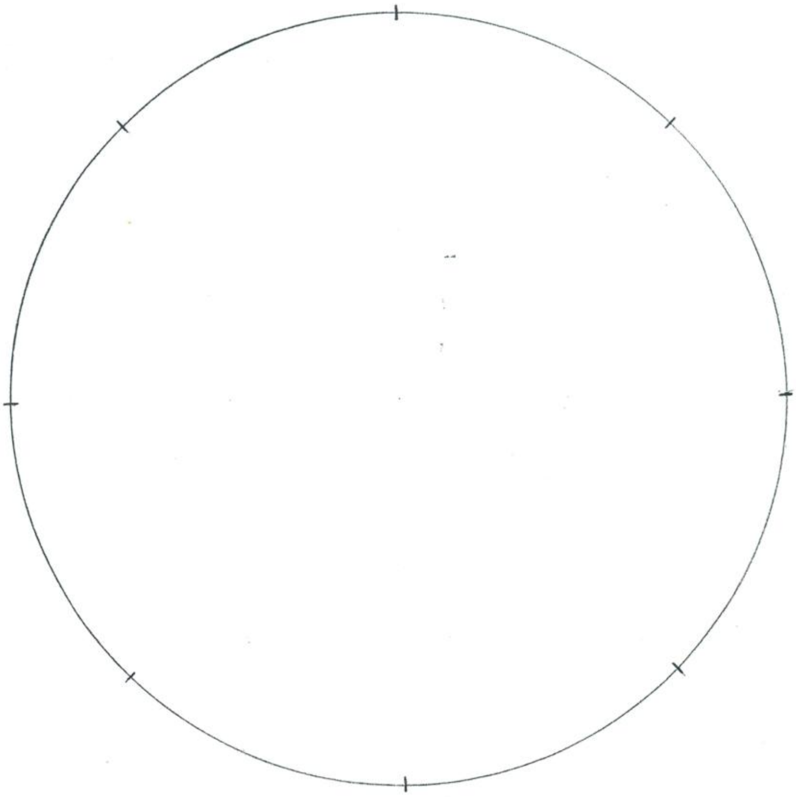


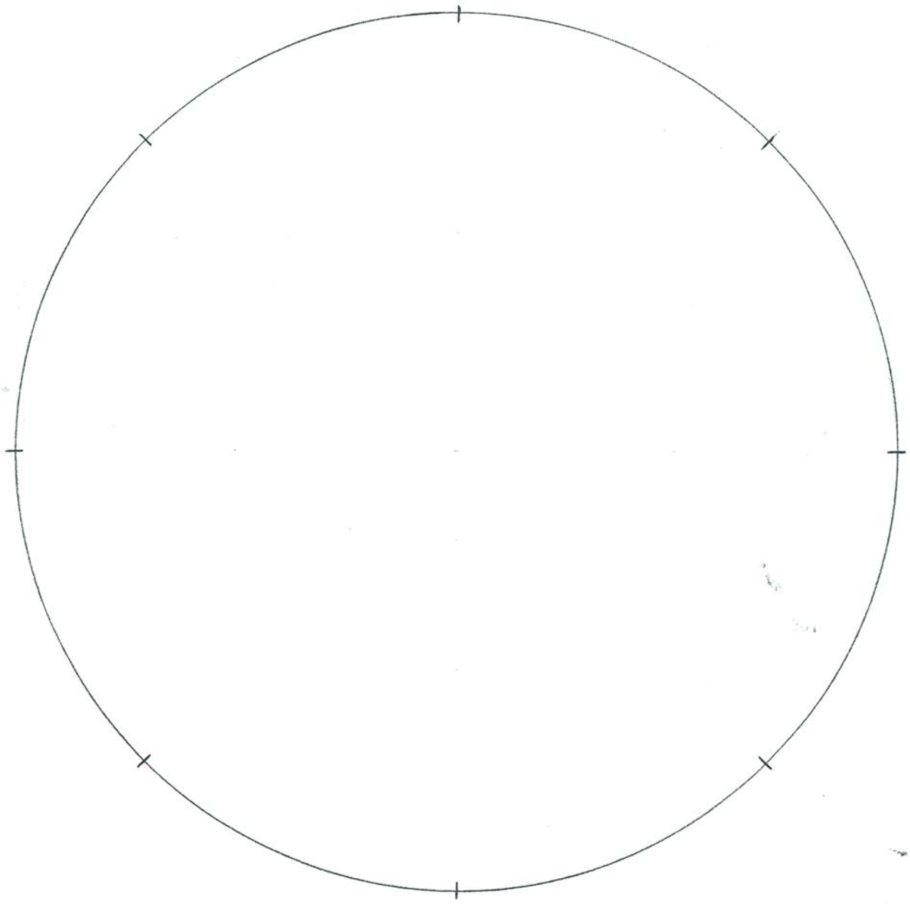


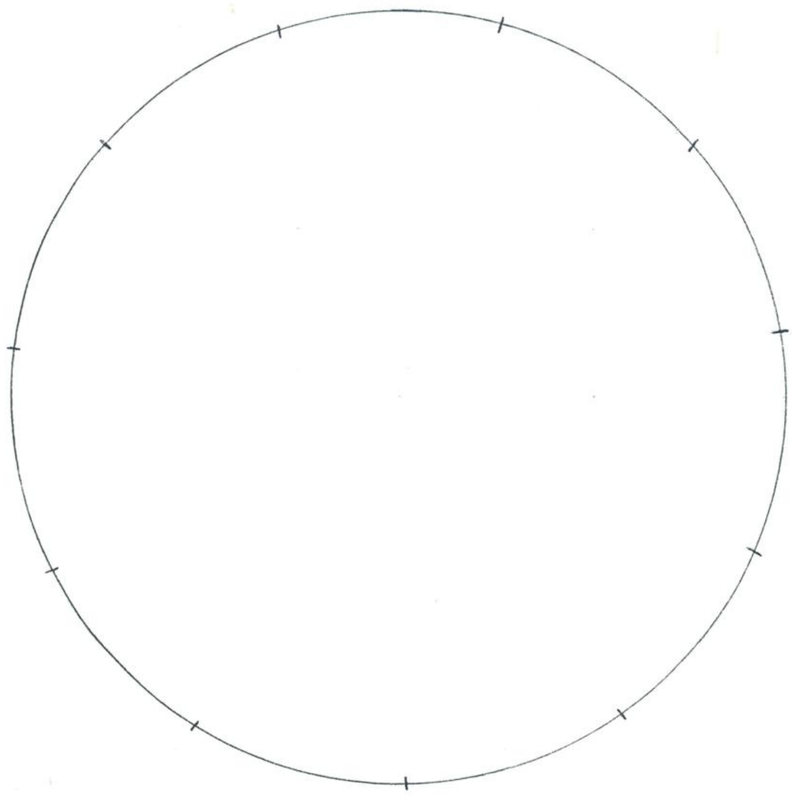


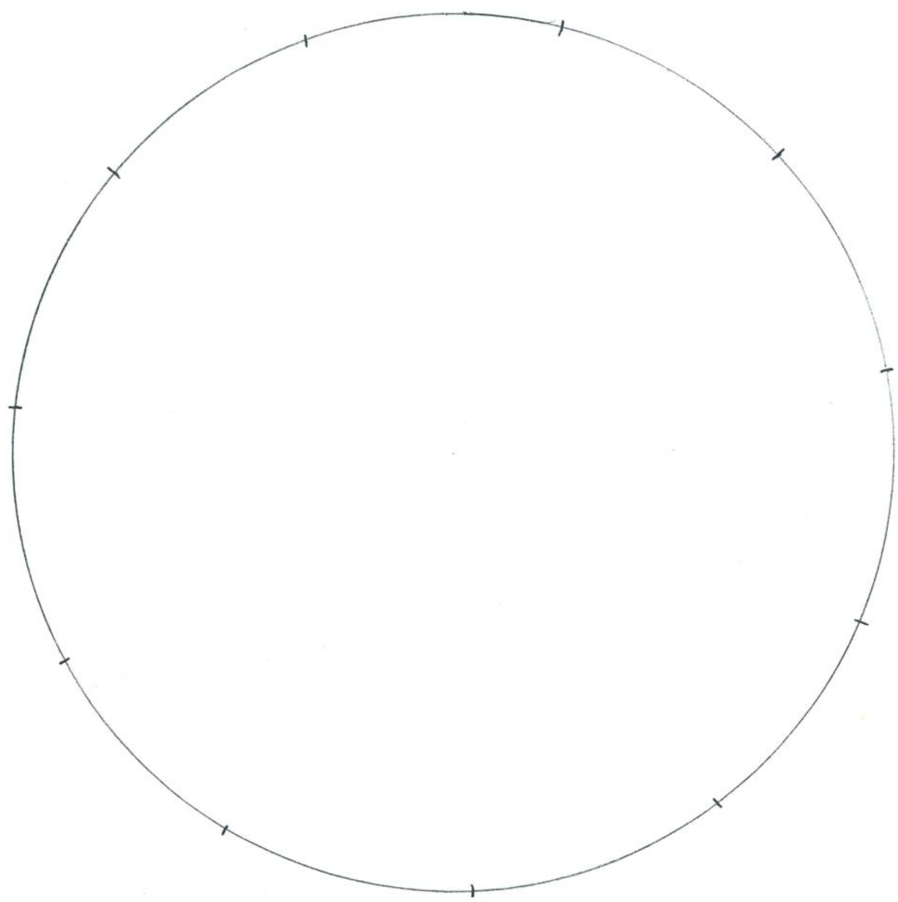


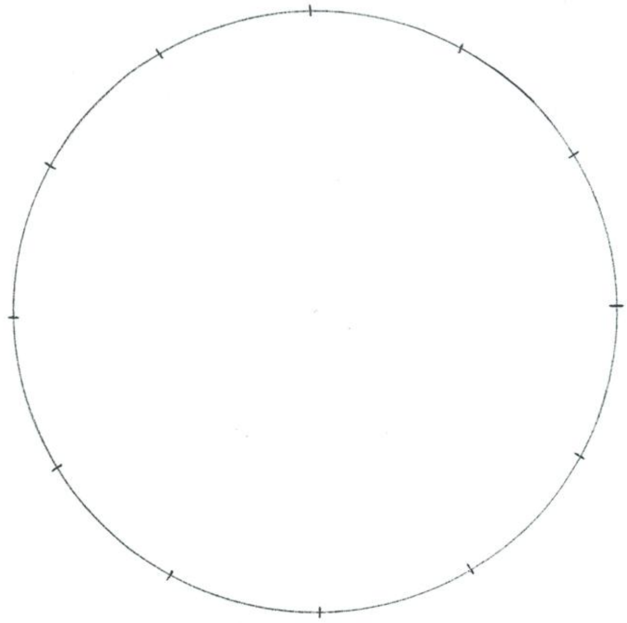


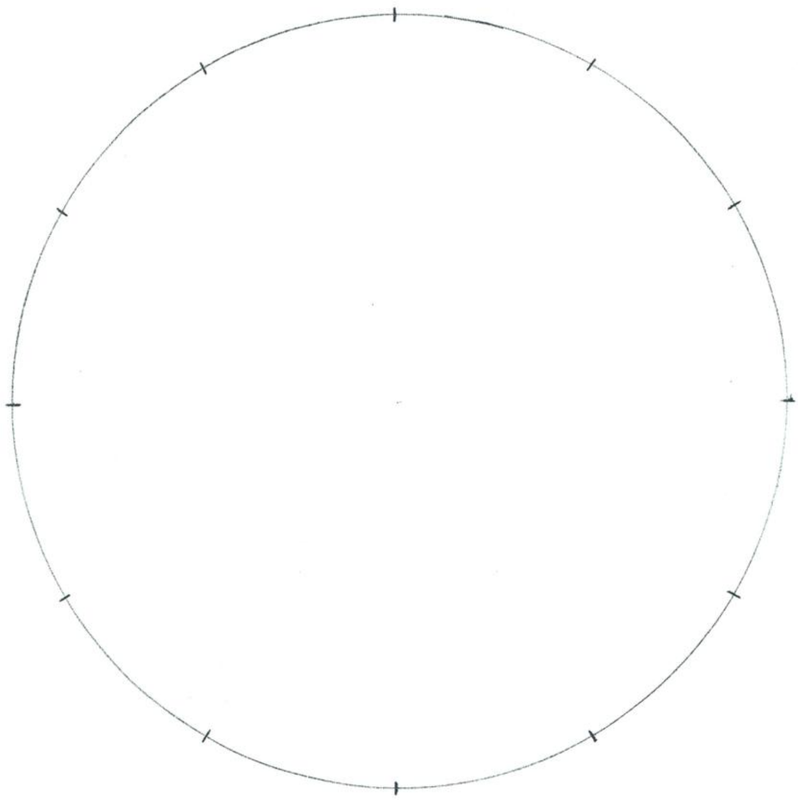












Dívka
Chlapec

1) **Které předměty máš nejraději? Přiřaď k předmětům čísla (1-9) dle oblíbenosti. 1 znamená nejoblíbenější, 9 nejméně oblíbené.**

český jazyk
matematika
vlastivěda
přírodověda
angličtina
výtvarná výchova
hudební výchova
tělesná výchova
pracovní činnosti

2) **Který typ matematického cvičení máš nejraději?** (*Příklady u jednotlivých možností jsou pouze na ukázku, NEMUSÍŠ JE ŘEŠIT.)*

a) **příklady (sloupečky)**

12 800 + 7 200 =
25 400 + 13 000 =
1 300 + 630 =

212	43	987
. 44	. 70	. 5

b) **slovní úlohy**

Vedoucí hotelu zakoupil 24 omyvatelných židlí po 156 Kč a 3 omyvatelné stoly po 798 Kč. Kolik korun za všechno zaplatil?

Myslím si číslo. Když ho třikrát zvětším, dostanu číslo 9. Které číslo si myslím?

Do vesnické školy chodí 37 chlapců a 35 děvčat. 58 dětí je místních, ostatní děti do školy dojíždějí. Kolik dětí do této školy dojíždí?

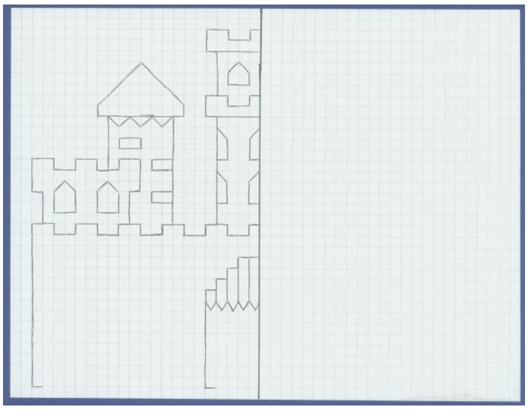
c) **geometrie - rýsování**

Narýsuj rovnoramenný trojúhelník UVZ, základna *z = 7 cm*, ramena *u = v = 5 cm.* Proveď náčrt, konstrukci. Vypočítej obvod Δ UVZ.

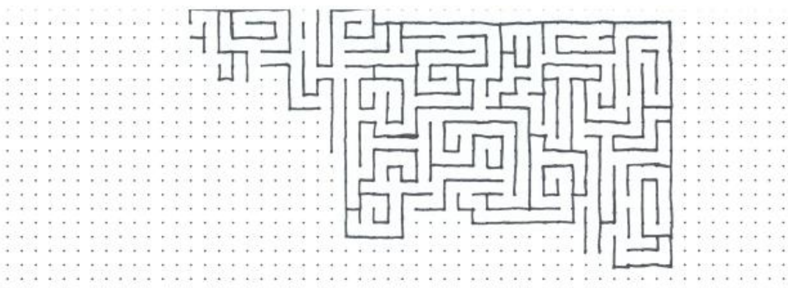
Narýsuj přímku *g* a mimo ni body B, C, D, E, F. Zvolenými body veď rovnoběžky s přímkou *g*.

d) **geometrie – jiné (grafické) úlohy**

Dokresli dle osy souměrnosti.



Pospojuj tečky na papíru tak, aby vzniklo bludiště.



3) **Využíváš matematiku i mimo školu? Pokud ano, napiš kdy a kde.**

a) ano

b) ne

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

____

4) **Využívá matematiku automechanik?**

a) ano

b) ne

5) **Využívá matematiku lékař?**

a) ano

b) ne

6) **Využívá matematiku zedník?**

a) ano

b) ne

7) **Využívá matematiku architekt?**

a) ano

b) ne

8) **Může mít výtvarné umění něco společného s matematikou?**

a) ano

b) ne

9) **Vyber z následujících možností tu, která ti více vyhovuje.**

a) Matematika není zábava.

b) Matematika je zábava.

c) Matematika by mohla být zábava, kdyby ____

10) **Matematiku se učím protože**

a) to po mě chtějí ve škole.

b) je potřeba a chci ji umět.

c) rodiče chtějí, abych se jí učil/a.

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Jan Alexander Kuchař
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	Mgr. Jitka Hodaňová, Ph.D.
Rok obhajoby:	2016

Název práce:	Grafické a netradiční úlohy ve výuce matematiky na 1. stupni ZŠ
Název v angličtině:	Graphic and unconventional tasks in maths lessons at primary school
Anotace práce:	Diplomová práce je zaměřena na grafické a netradiční úlohy a náměty využitelné v rámci výuky matematiky nebo také k integraci matematického učiva do vyučovacích hodin výtvarné výchovy a pracovních činností. Teoretická část práce je teoretickou oporou a východiskem k této problematice a obsahuje základní kategorizaci tohoto typu úloh. Empirická část se zabývá otázkami propojení matematiky a běžného života z pohledu žáka prvního stupně ZŠ, dále také jeho názory a vztahem k matematice. Praktickou část představuje soubor přibližně 100 úloh a námětů zaměřených na výuku matematiky s využitím prvků výtvarné výchovy a pracovních činností.
Klíčová slova:	Matematika, výtvarná výchova, grafické úlohy, soubor úloh výtvarné techniky, netradiční úlohy
Anotace v angličtině:	My final thesis is focused on graphic and unconventional tasks and subjects matter which can be used in maths lessons or for integration of maths curriculum into art lessons. The theoretical part contains background about this and categorization of these sort of tasks. The empirical part is focused on maths conection

	with common life in perspective of primary school child and his opinions and feelings about maths too. The practical part contains set of graphics and unconventional tasks and subjects matter focused on maths lessons with using elements of art.
Klíčová slova v angličtině:	Maths, art lesson, graphic tasks, tasks set, art techniques, unconventional tasks
Přílohy vázané v práci:	Příloha č. 1: Rozpoznávání geometrických útvarů Příloha č. 2: Matematické omalovánky Příloha č. 3: Osová souměrnost Příloha č. 4: Konstrukční úlohy Příloha č. 5: Ornamenty a mandaly Příloha č. 6: Dlaždice Příloha č. 7: Teselace Příloha č. 8: Orientace v ploše Příloha č. 9: Dělení plochy Příloha č. 10: Umění kombinovat Příloha č. 11: Skládanky Příloha č. 12: Práce s papírem Příloha č. 13: Fraktály Příloha č. 14: Logické a strategické hra a hlavolamy Příloha č. 15: Sítě a základy Příloha č. 16: Osy a základy Příloha č. 17: Dotazník k výzkumnému šetření
Rozsah práce:	79 + 138
Jazyk práce:	český