

Česká zemědělská univerzita v Praze

Technická fakulta

Návrh a realizace laboratorních úloh  
v ZÁKLADECH AUTOMATIZACE

diplomová práce

Vedoucí diplomové práce: Ing. Gunnar Künzel

Diplomant: David Kváča

PRAHA 2011

Česká zemědělská univerzita v Praze

Technická fakulta

Katedra elektrotechniky a automatizace

Akademický rok 2009/2010

## ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

**David Kváča**

obor Obchod a podnikání s technikou

Vedoucí katedry Vám ve smyslu Studijního a zkušebního řádu ČZU v Praze  
čl. 17 odst. 2 určuje tuto diplomovou práci.

Název práce: **Návrh a realizace laboratorních úloh v  
ZÁKLADECH AUTOMATIZACE**

### **Osnova diplomové práce:**

1. Úvod
2. Cíl práce a metodika
3. Zadání laboratorních úloh 7-12
4. Řešení jednotlivých úloh v prostředí MATLAB-Simulink
5. Řešení a návody do laboratorních cvičení 7-12
6. Hodnocení úloh
7. Závěr
8. Seznam literatury
9. Přílohy

Rozsah hlavní textové části: 40 - 60 stran

Doporučené zdroje:

KUBALČÍK, M.: Cvičení z předmětu Identifikace systémů. 1. vydání. Zlín: UTB – Fakulta aplikované informatiky, 2006. 97s. ISBN 80-7318-497-4.

SVÍTEK, M., BORKA, J.: Modelování systémů a procesů. 1. vydání. Praha: ČVUT, 2001. 135s. ISBN 80-01-02361-3.

DOSTÁL, P., GAZDOŠ, P.: Řízení technologických procesů. 1. vydání. Zlín: UTB – Fakulta aplikované informatiky, 2006. 98s. ISBN 80-7318-465-6.

PROKOP, R., MATUŠŮ, R.: Teorie automatického řízení – lineární spojité dynamické systémy. 1. vydání. Zlín: UTB – Fakulta aplikované informatiky, 2006. 102s. ISBN 80-7318-369-2.

Vedoucí diplomové práce: **Ing. Gunnar Künzel**

Termín zadání diplomové práce: listopad 2009

Termín odevzdání diplomové práce: duben 2011

*ne. Kolečková*  
-----  
Vedoucí katedry



*[Signature]*  
-----  
Děkan

V Praze dne: 30. 11. 2009

---

## **Prohlášení**

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně pod vedením Ing. Gunnara Künzela a použil jsem podklady uvedené v seznamu použité literatury.

v Praze dne .....

.....

podpis

## **Poděkování**

Zde bych rád poděkoval vedoucímu diplomové práce Ing. Gunnaru Künzelovi za jeho odborné vedení a cenné připomínky, které mi poskytl. Dále bych rád poděkoval Ing. Miroslavu Lindovi za obětavý přístup k mé osobě a za poskytnutí cenných rad a informací.

**Abstrakt:** Tato diplomová práce se zabývá řešením šesti úloh z různých oblastí regulační techniky. Měla by sloužit pro inovaci některých laboratorních cvičení na Technické fakultě. Je zaměřena na celkové vyřešení zadaných příkladů. Jednotlivé úlohy byly odladěny v programu MATLAB – Simulink a získané výsledky byly vyhodnoceny. Závěr práce tvoří návody k řešeným úlohám.

**Klíčová slova:** simulace, regulátor, vstup, výstup, přenos, simulink, Kirchhoffovy zákony

### **Design and realization laboratory experiments for Basic of Automatization**

**Summary:** This diploma thesis is about solving six problems in various areas of control engineering. It should be able to upgrade some laboratory exercises at the Technical Faculty. It is focused on the overall resolution of the given examples. Individual tasks were matched in the MATLAB - Simulink and the results were evaluated. The thesis creates instructions for the solved tasks.

**Key words:** simulation, regulator, input, output, transmission, simulink, Kirchhoff's laws

## Obsah

1.	Úvod.....	9
2.	Cíl práce a metodika řešení zadaných úloh .....	10
2.1	Úloha č. 7 – Proces hromadění materiálu na skládce.....	10
2.2	Úloha č. 8 – Nádrž s odčerpáváním kapaliny .....	11
2.3	Úloha č. 9 – Rekuperátor .....	12
2.4	Úloha č. 10 – Regulace nádrže s volným odtokem.....	12
2.5	Úloha č. 11 – Polohový servomechanismus .....	13
2.6	Úloha č. 12 – Navíjecí zařízení.....	14
2.7	Přehled nejvíce používaných bloků programu MATLAB – Simulink .....	14
3	Zadání a řešení jednotlivých úloh.....	17
3.1	Úloha č. 7 – Proces hromadění materiálu na skládce.....	17
3.1.1	Zadání .....	17
3.1.2	Cíl úlohy .....	17
3.1.3	Řešení úlohy .....	17
3.2	Úloha č. 8 – Nádrž s odčerpáváním kapaliny .....	21
3.2.1	Zadání .....	21
3.2.2	Cíl úlohy .....	21
3.2.3	Řešení úlohy .....	21
3.3	Úloha č. 9 – Rekuperátor pro ohřev vzduchu .....	25
3.3.1	Zadání .....	25
3.3.2	Cíl úlohy .....	25
3.3.3	Řešení úlohy .....	25
3.4	Úloha č. 10 – Regulace nádrže s volným odtokem.....	30
3.4.1	Zadání .....	30
3.4.2	Cíl úlohy .....	30
3.4.3	Řešení úlohy .....	31
3.5	Úloha číslo 11 – Polohový servomechanismus.....	39
3.5.1	Zadání .....	39
3.5.2	Cíl úlohy .....	39
3.5.3	Řešení úlohy .....	39

3.6	Úloha č. 12 – Navíjecí zařízení .....	45
3.6.1	Zadání .....	45
3.6.2	Cíl úlohy .....	45
3.6.3	Řešení úlohy .....	45
4.	Návody do laboratorních cvičení 7 – 12 .....	50
4.1	Úloha č. 7 – Proces hromadění materiálu na skládce.....	50
4.2	Úloha č. 8 – Nádrž s odčerpáváním kapaliny .....	50
4.3	Úloha č. 9 – Rekuperátor pro ohřev vzduchu .....	51
4.4	Úloha č. 10 – Regulace nádrže s volným odtokem.....	52
4.5	Úloha č. 11 – Polohový servomechanismus .....	53
4.6	Úloha č. 12 – Navíjecí zařízení .....	53
5.	Závěr .....	55
	Seznam použité literatury .....	56
	Seznam obrázků.....	57
	Přílohy.....	57



# 1. Úvod

Modelování neboli simulace je často používanou metodou. Využití nachází v odborné a vědecké praxi v mnoha oborech lidské činnosti. Cílem bývá pochopit pozorované jevy, napodobit chování zkoumaného systému, simulovat je na vlastním modelu a následně ovlivnit jeho chování požadovaným způsobem. Modelovaný systém lze formálně popsat a následně simulovat i v reálném čase na počítači a dále ho pozorovat. V modelování se používají matematické a fyzikální modely, které vycházející z analogií vztahů mezi fyzikálními veličinami.

V diplomové práci jsou řešeny nové úlohy pro inovaci laboratorních cvičení v předmětu Základy automatizace s využitím PC.

Práce navazuje na studii jiného diplomanta, který řeší úlohy č. 1 – 6. Proto jsou zde matematicky řešeny a následně namodelovány v programu MATLAB – Simulink zadané úlohy č. 7 – 12. V úvodní části jsou popsány cíle práce a metodika řešení úloh. Dále jsou zde pojmenovány a stručně vysvětleny základní bloky, které byly v programu používány. Další část je již čistě praktická. Jsou zde vyřešeny a namodelovány zadané příklady, vykresleny přechodové charakteristiky a vyvozeny závěry z každé úlohy. V následující části jsou popsány návody do laboratorních cvičení, jež jsou určeny pro studenty. Závěrečná část zhodnocuje výsledky celé práce.

## 2. Cíl práce a metodika řešení zadaných úloh

V diplomové práci jsou v souladu se zadáním řešeny následující úlohy.

### 2.1 Úloha č. 7 – Proces hromadění materiálu na skládce

**Manipulace** s materiály je nejrozšířenější pracovní operací v moderním průmyslu. Pohyb materiálu je popisován pojmem **tok materiálu**.

Tok materiálu nebo již přetvořeného výrobku může být spojitý nebo diskrétní, může se měnit periodicky kolem střední hodnoty nebo se mění úplně náhodně.

**Průtok** (průtoková rychlost) je definován jako množství materiálu, které projde daným místem za jednotku času. Lze vyjádřit **hmotnostní** nebo **objemový průtok**. Dalším pojmem je **zásoba** nebo **zádrž**, kde se materiál zastaví mezi výrobními operacemi. Zásoba je například skládka rudy při peci nebo stavební dřevo, hromada sypkého materiálu, nádrž (zásobník).

Z rozboru systému manipulace s materiálem vyplývá, že v čase se měnící průtok materiálu procesem a charakter operací a nádrží, ve kterých se materiál hromadí, by se měly zkoumat ve vzájemné souvislosti. Průtok v daném procesu a množství nahromaděného materiálu jsou vzájemně závislé.

**Nahromadění materiálu** se používá k působení proti nepravidelnostem průtoku. Mezi jednotlivé části výrobního procesu se zařazují nádrže, nádoby nebo zásobníky. Je to opatření proti takovým situacím, kdy není dostatek materiálu, který se přivádí do výrobního procesu. Nahromadění materiálu může být částí procesu samotného. Pod tímto typem nahromadění rozumíme zádrž. To je neoddelitelné od výrobního procesu.

Pro nahromadění materiálu je třeba určitý prostor. Proto množství materiálu, který se může nahromadit mezi dvěma výrobními operacemi, bývá omezeno využitelností volných ploch nebo objemů nebo náklady, spojenými se zabezpečením prostoru, skladovacích nádob a nádrží. Velká průtoková rychlost materiálu v průběhu procesu může končit ručním balením, které opět vyžaduje značnou plochu pro momentální zásobu nezabalených výrobků. Nejdůležitější je skutečnost, že změna hromadění, zádrže nebo zásoby je operace, která potřebuje čas. Zásobník se nedá naplnit, ani vyprázdnit okamžitě.

### Analýza úlohy z pedagogického hlediska :

Proces hromadění materiálu na skládce je popsán hmotnostní bilanční rovnicí v elementárním časovém intervalu  $dt$ . Řešení této jednoduché diferenciální rovnice I.řádu je dáno integrací v čase. Přitom je třeba respektovat případnou nenulovou počáteční podmínku v čase  $t = 0$ . Vstupem jsou přivážené nebo odvážené hmotnostní toky  $q_i$  a výstupem je celkové množství materiálu na skládce  $m(t)$ .

Vytvořený dynamický model převedeme do Laplaceovy transformace a realizujeme počítačový model v prostředí MATLAB – Simulink. Chování modelu pro různé typy vstupních průtoků lze vyjádřit graficky jako časový průběh procesu hromadění materiálu na skládce. Je třeba vidět, že tento proces hromadění není regulován. Regulace průtoku materiálu přes několik zásobníků, zapojených do série je již složitější úloha.

Výhodou modelu na PC je možnost klást různé otázky a formou opakovaného dialogu řešit různé režimy zadané skládky materiálu. Lze též vytvářet různé typy vstupních toků.

## **2.2 Úloha č. 8 – Nádrž s odčerpáváním kapaliny**

Nádrž s odčerpáváním kapaliny představuje hydraulickou regulovanou soustavu, do které přitéká tok kapaliny  $q_1$  a pomocí čerpadla odčerpáváme tok  $q_2$ , který je úměrný otáčkám čerpadla. Nádrž nemá samovolný odtok. Cílem je sledovat časový průběh výšky hladiny  $h(t)$  v závislosti na zadaném přítoku a odtoku  $q_2(t)$  daným čerpadlem pro různé režimy.

### Analýza úlohy z pedagogického hlediska :

Podobně jako v úloze č. 7, ale tentokrát pro kapaliny, platí obecná **hmotnostní bilanční rovnice** pro elementární časový úsek  $dt$  – tedy jde o diferenciální rovnici I.řádu. Vstupem je přítok a odtok, výstupem výška hladiny v nádrži v libovolném časovém okamžiku  $t$ . Počáteční výška **hladiny kapaliny** v nádrži může být  $h_0 \neq 0$ . Z analýzy chování vyplývá, že jde o regulovanou soustavu astatickou – tedy integračního charakteru.

Další postup je stejný jako v úloze č. 7. Simulační model umožňuje vyzkoušet různé typy přítoků (nejen skokový, ale i lineárně narůstající) a různě výkonná čerpadla.

## 2.3 Úloha č. 9 – Rekuperátor

Jedná se o tepelnou regulovanou soustavu II. řádu – nekmitavou, která zajišťuje ohřev vzduchu na výstupu. Vzduch prochází trubkou, která je obtékána kouřovými plyny (spalinami). Cílem je sestavit a řešit diferenciální rovnice dynamického chování rekuperátoru, tj. určit vztah mezi teplotou (stěny) trubky rekuperátoru a teplotou plynů na čase a dále mezi výstupní teplotou ohřívaného vzduchu a teplotou plynů na čase. Předpokládáme, že výměna tepla se uskutečňuje tzv. vedením.

### Analýza úlohy z pedagogického hlediska :

Procesy vedení tepla v rekuperátoru lze popsat na základě tepelné bilance. Vycházíme z rovností tepelných toků kouřové plyny – trubka a podobně z rovností tepelných toků trubka - vzduch.

Je výhodné ze zavedených konstrukčních parametrů (objemy, hustoty, měrné tepelné kapacity, vnější a vnitřní povrch trubky) zavést **časové konstanty**  $T_s$  pro trubku a  $T_v$  pro ohřívání vzduch. To umožňuje tyto časové konstanty identifikovat z naměřených přechodových charakteristik. Použitím Laplaceovy transformace určíme z diferenciálních rovnic **přenosové funkce**, které lze namodelovat v prostředí MATLAB – Simulink. Výhodou modelu je, že můžeme sledovat různé režimy rekuperátoru při různých variantách konstrukčních parametrů i koeficientů přestupu tepla stěnou trubky, hustoty trubky i vzduchu a měrné tepelné kapacity ohřívaného vzduchu a trubky.

## 2.4 Úloha č. 10 – Regulace nádrže s volným odtokem

Nejprve je třeba se zabývat formulací matematického modelu regulované soustavy – tedy nádrže s volným odtokem kapaliny. Regulovanou veličinou je **výška hladiny** v nádrži.

### Analýza úlohy z pedagogického hlediska :

Vzhledem k nelineární závislosti objemového odtoku  $q_2$  na výšce hladiny kapaliny je **chování regulované soustavy** popsáno nelineární diferenciální rovnicí I. řádu. V okolí pracovního bodu statické charakteristiky  $h = f(q)$  lze **nelineární model** linearizovat a pak uvažovat regulovanou soustavu jako setrvačnou I. řádu se zesílením  $k_1$  a časovou

konstantou  $T_1$ . Zapojením této regulované soustavy s regulátorem P nebo PI vznikne uzavřený **regulační obvod**. Cílem je sestavit **model** tohoto obvodu s využitím přenosů v Laplaceově transformaci a na základě blokového schématu provést počítačovou simulaci pro různé parametry regulačního obvodu. Lze měnit  $T_1$ ,  $k_1$ ,  $h_0$  soustavy a parametry P a PI regulátoru a vždy zaznamenat přechodové charakteristiky jak soustavy, tak celého regulačního obvodu v prostředí MATLAB – Simulink.

## 2.5 Úloha č. 11 – Polohový servomechanismus

**Polohový servomechanismus** je obvod, který umožňuje automatické sledování vstupního signálu signálem výstupním, aniž by byl zdroj vstupního signálu prakticky zatěžován. Výstupní signál má zpravidla podstatně vyšší výkonovou úroveň. Často bývá vstupní i výstupní signál například poloha (úhlové natočení).

Servomechanismy se používají například při natáčení radiolokačních antén, ovládání kormidel lodí nebo letadel, jako pohybová ústrojí v měřicích přístrojích, souřadnicových zapisovačích a podobně.

Cílem této úlohy je ukázat sestavení blokového schématu z reálného provedení konkrétního polohového servomechanismu a provést simulaci chování tohoto obvodu včetně **vyšetření stability**.

### Analýza úlohy z pedagogického hlediska :

Předpokládá se zadání přenosů v Laplaceově transformaci pro každý blok regulačního obvodu. Z blokového schématu uzavřeného regulačního obvodu určíme **přenos otevřeného a uzavřeného regulačního obvodu**. Tyto přenosy lze zadat v prostředí MATLAB – Simulink a určit přechodovou charakteristiku servomechanismu při různých parametrech jednotlivých členů regulačního obvodu.

Z charakteristické rovnice na základě Hurwitzova kritéria určíme podmínky stability a stanovíme kritické zesílení obvodu. V první variantě uvažujeme regulátor P – jako zesilovač, ve druhé variantě použijeme PI regulátor. Z provedených simulací lze porovnat chování přechodových procesů i staticky ustálený stav v tomto servomechanismu a nalézt optimální nastavení jeho parametrů.

## 2.6 Úloha č. 12 – Navíjecí zařízení

Z hlediska teorie řízení se tato **mechanická soustava s rotačním pohybem** chová jako setrvačný blok I. řádu se zesílením  $K$  a časovou konstantou  $T$ . Na základě momentové rovnováhy je třeba sestavit diferenciální rovnici, kde vstupem je moment motoru a zatěžovací moment a výstupem jsou buď úhlové otáčky nebo úhel natočení válce.

Pro řešení je vhodné využít Laplaceovy transformace a sestavit **blokové schéma modelu** rotační soustavy navijáku. Cílem je provést simulaci pohybu navíjecího zařízení pro různé parametry dle reálného zadání v prostředí MATLAB – Simulink.

### Analýza úlohy z pedagogického hlediska :

Z hlediska správné interpretace formulované diferenciální rovnice je třeba věnovat pozornost především parametrům jako je  $J$  - moment setrvačnosti,  $b_r$  – koeficient rotačního tlumení, možnostem jejich experimentálního určení a jejich fyzikálním jednotkám. S výhodou lze z konstrukčních parametrů určit časovou konstantu  $T$  a zesílení  $K$ .

V průběhu simulačních experimentů v prostředí MATLAB – Simulink lze ukázat vliv jednotlivých parametrů na časový průběh otáček nebo úhlového natočení.

## 2.7 Přehled nejvíce používaných bloků programu MATLAB – Simulink

Okno s knihovnou všech dostupných bloků se nám otevře ihned po spuštění programu Simulink. Bloky jsou rozděleny do podoblastí podle zařazení, jako jsou například výstupy, matematické operátory, zdroje, atd.

### a) Konstanta (Constant)



Tento blok nemá žádný vstup a má jeden výstup. Tím je konstanta, kterou zadáme pomocí parametru Constant value.

**b) Skok (Step)**



Blok bez vstupu s jedním výstupem. Realizuje skokovou změnu mezi hodnotami Initial value a Final value v čase Step time.

**c) Zesílení (Gain)**



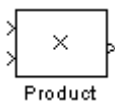
Vynásobí vstup konstantou.

**d) Integrátor (Integrator)**



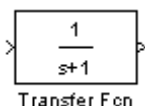
Tento blok integruje vstupní veličinu a předá ji na výstup.

**e) Násobení (Product)**



Vynásobí nebo vydělí vstupní veličiny a předá je na výstup. Počet a typ vstupních operací určuje parametr Number of inputs. Znaménko \* vyjadřuje násobení, znaménko / znázorňuje dělení. Pokud je parametr číselný, určuje počet vstupů pro násobení.

**f) Přechodová funkce, přenos (Transfer function)**



Blok je určený pro simulaci systému, popsaného přenosem. Číselník přenosu je Numerator coefficient, jmenovatel Denominator coefficient.

**g) Suma (Sum)**



Tento blok slouží pro sčítání nebo odečítání vstupních veličin, která poté předá na výstup. Parametr List of signs určuje počet a typ vstupních operací.

**h) Multiplexer (Mux)**



Spojení dvou a více vstupů do jednoho výstupu. Parametr Number of inputs udává počet vstupů.

**i) Osciloskop (Scope)**



Zobrazí vypočtená data.



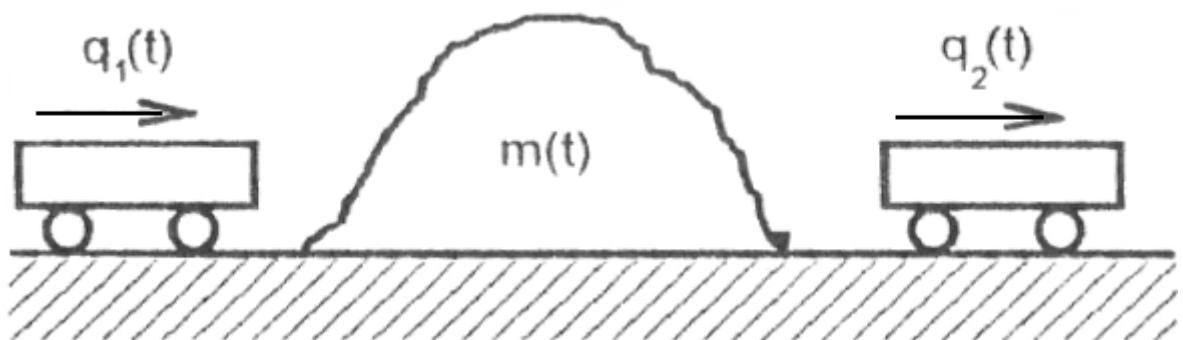
### 3 Zadání a řešení jednotlivých úloh

#### 3.1 Úloha č. 7 – Proces hromadění materiálu na skládce

##### 3.1.1 Zadání

**Materiál** se hromadí na skládce podle obrázku 1,  $m(t)$  je **celkové množství** materiálu na skládce [kg],  $q_1(t)$ , resp.  $q_2(t)$  jsou hmotnostní toky dovážené, resp. odvážené [ $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$ ].

Obr. 1 Proces hromadění materiálu na skládce



Zdroj :[1]

##### 3.1.2 Cíl úlohy

Analyticky popsat a simulačně ověřit proces hromadění materiálu na skládce.

##### 3.1.3 Řešení úlohy

a) Rovnice

Bilanční rovnice pro elementární přírůstek množství materiálu na skládce  $dm(t)$  za elementární časový přírůstek  $dt$  vypadá následovně

$$dm(t) = (q_1(t) - q_2(t))dt$$

po úpravě dostaneme lineární diferenciální rovnici 1. řádu

$$\frac{dm(t)}{dt} = q_1(t) - q_2(t) \quad (3.1)$$

množství materiálu na skládce nemůže být záporné  $\Rightarrow m(t) \geq 0$

v čase  $t = 0$  bylo na skládce určité počáteční množství materiálu

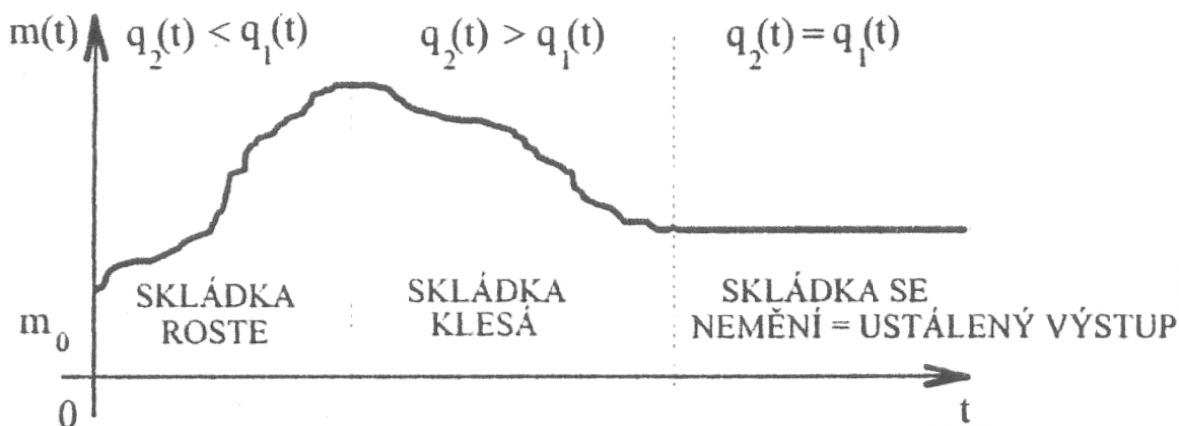
$$m(0) = m_0 \geq 0. \quad (3.2)$$

Integrací diferenciální rovnice (3.1), při uvažování počátečních podmínek dostaneme ekvivalentní vyjádření procesu hromadění materiálu na skládce.

$$m(t) = \int_0^t [q_1(\tau) - q_2(\tau)] d\tau + m_0. \quad (3.3)$$

Na základě tohoto vztahu můžeme snadno analyzovat vlastnosti procesu hromadění materiálu. To můžeme vidět na obr. 2.

Obr. 2 Časový průběh procesu hromadění materiálu na skládce



Zdroj: [1]

Z obrázku vidíme, že **ustálený výstup** můžeme zjistit při libovolném množství materiálu na skládce  $m_u \rightarrow 0$ , pokud  $q_1(t) = q_2(t)$ . Bude-li navíc  $q_{u1} = q_{u2} = \text{konst.}$ , pak vzniká ustálený stav celého procesu hromadění.

Je zřejmé, že závislost mezi množstvím materiálu na skládce  $m_u$  – výstupem, dováženým  $q_{u1}$  a odváženým  $q_{u2}$  množstvím – vstupy v ustáleném stavu neexistuje.

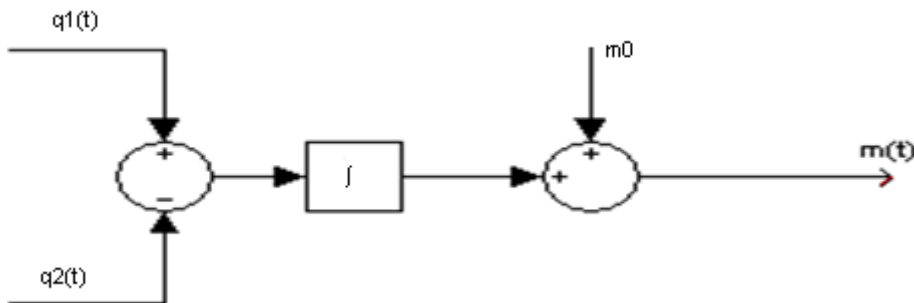
Pokud použijeme Laplaceovu transformaci na vztah (3.1) při počáteční podmínce (3.2) nebo na vztah (3.3), dostaneme

$$M(s) = \frac{1}{s} [Q_1(s) - Q_2(s)] + m_0. \quad (3.4)$$

$M(s)$ ,  $Q_1(s)$  a  $Q_2(s)$  jsou obrazy příslušných veličin  $m(t)$ ,  $q_1(t)$ ,  $q_2(t)$ ,  $s$  je komplexní proměnná v Laplaceově transformaci.

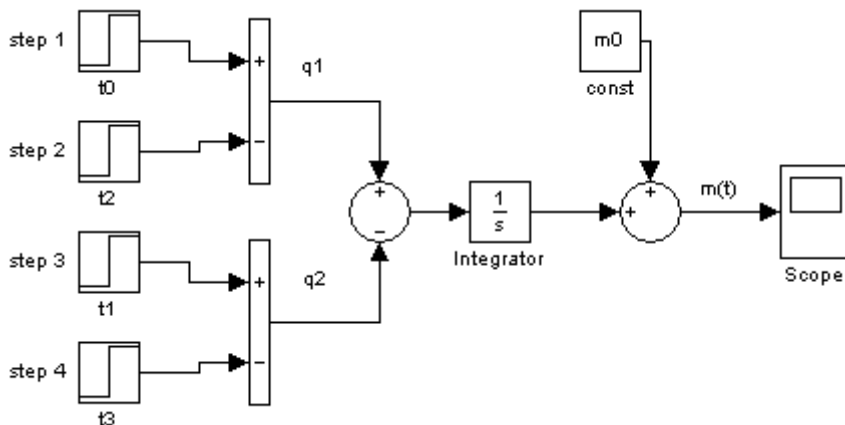
### b) Blokové schéma

Obr.3 Blokové schéma procesu hromadění materiálu na skládce v časové oblasti



### c) Obecné schéma v Simulinku

Obr.1.4 Simulační model procesu hromadění materiálu na skládce

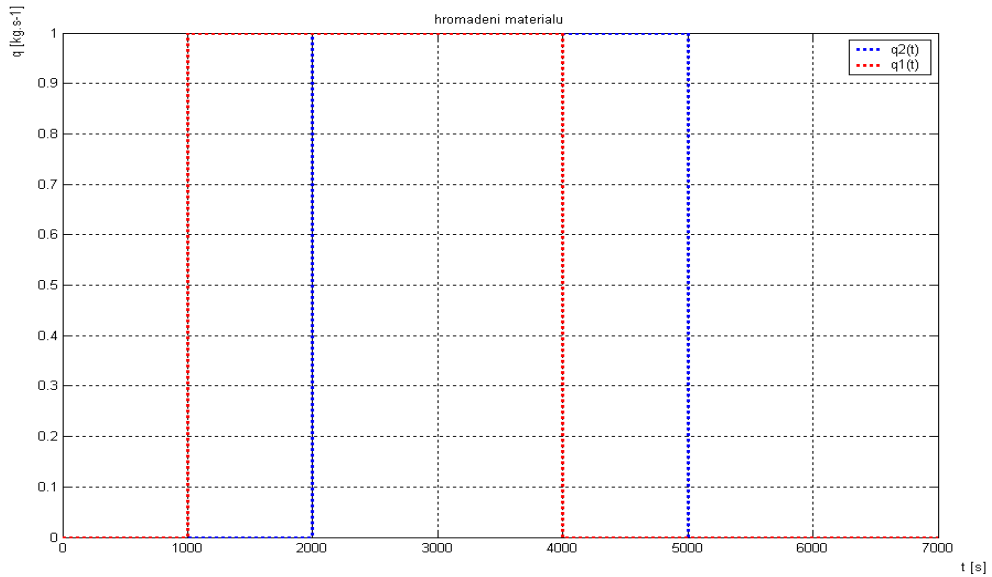


### d) Zvolené parametry a vstupní veličiny

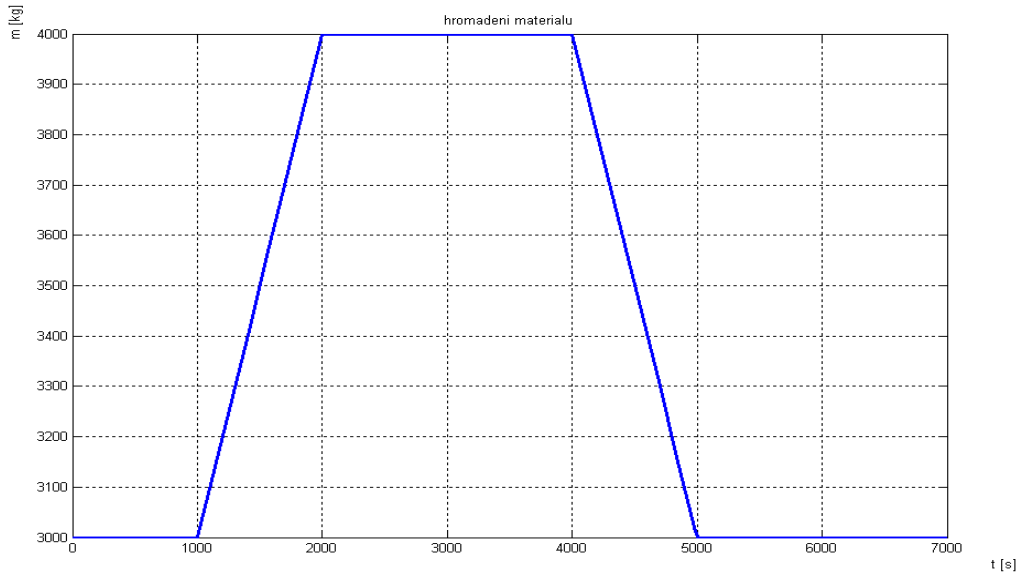
$m_0 = 3000$  kg,  $t_0 = 1000$  s,  $t_1 = 2000$  s,  $t_2 = 4000$  s,  $t_3 = 5000$  s,  $q_1 = 0-1$  kg·s<sup>-1</sup>,  $q_2 = 0-1$  kg·s<sup>-1</sup>

e) Graf řešení pro varianty parametrů a vstupu

Obr.5 Časový průběh procesu hromadění materiálu na skládce (vstupy)



Obr.6 Časový průběh procesu hromadění materiálu na skládce



f) Zhodnocení a závěr

Z časového průběhu procesu hromadění materiálu můžeme vidět, že na skládce bylo v daný čas 3000 kg materiálu. V čase 1000 s začíná množství lineárně narůstat – dovážení materiálu až do 4000 kg, které dosáhneme v čase 2000 s. Mezi 2000 s a 4000 s zůstává množství materiálu konstantní, tj. 4000 kg. Poté začne materiál lineárně ubývat – odvoz

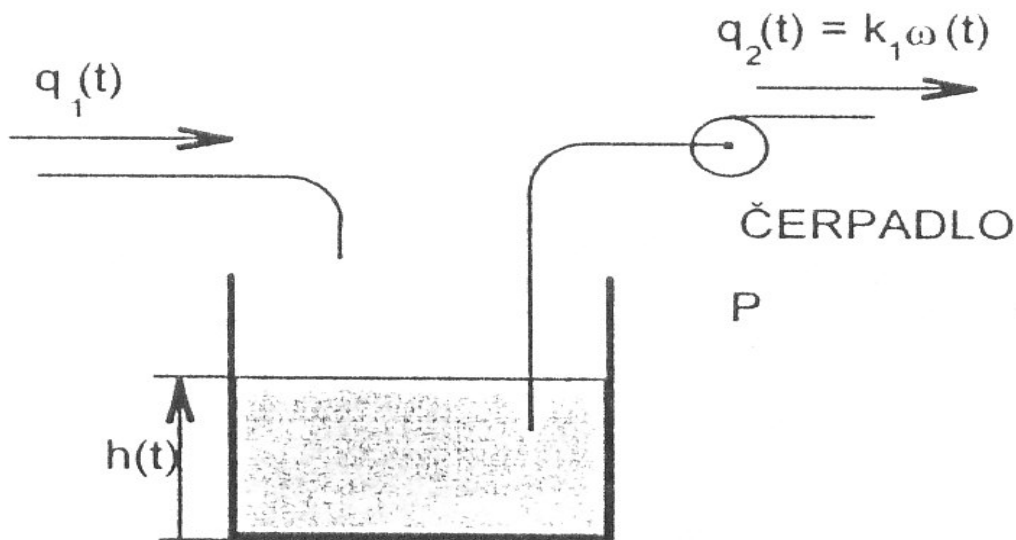
materiálu. To se děje do 5000 s. Od této doby zůstává množství materiálu opět konstantní, tj. 3000 kg, až do 7000 s.

## 3.2 Úloha č. 8 – Nádrž s odčerpáváním kapaliny

### 3.2.1 Zadání

Na obr.7 je znázorněna nádrž s odčerpáváním kapaliny.  $q_1(t)$  je objemový přítok kapaliny [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $q_2(t)$  objemový odtok [ $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $h(t)$  výška hladiny [m],  $P$  plošný obsah hladiny [ $\text{m}^2$ ],  $\omega(t)$  úhlová rychlost čerpadla [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ],  $k_1$  konstanta [ $\text{m}^3 \cdot \text{rad}^{-1}$ ].

Obr.7 Schéma nádrže s odčerpáváním



Zdroj:[1]

### 3.2.2 Cíl úlohy

Analyticky identifikovat regulovanou soustavu a simulačně ověřit výsledky.

### 3.2.3 Řešení úlohy

#### a) Rovnice

Pro elementární přírůstek objemu kapaliny v nádrži  $Pdh(t)$  za elementární časový přírůstek  $dt$  platí **bilanční rovnice**

$$Pdh(t) = q_1(t)dt - q_2(t)dt.$$

Po úpravě získáme diferenciální rovnici 1. řádu

$$P \frac{dh(t)}{dt} = q_1(t) - q_2(t),$$

resp.

$$P \frac{dh(t)}{dt} = q_1(t) - k_1 \omega(t), \quad (3.5)$$

počáteční podmínka souvisí s počáteční výškou hladiny

$$h(0) = h_0.$$

Diferenciální rovnici můžeme zapsat v integrálním tvaru

$$h(t) = \frac{1}{P} \int_0^t [q_1(\tau) - k_1 \omega(\tau)] d\tau + h_0. \quad (3.6)$$

**Regulovaná soustava** má integrační charakter. U nádrže s odčerpáváním neexistuje v ustáleném stavu závislost mezi výstupem  $h_u$  a vstupy  $q_{u1}$  a  $\omega_u$ , respektive  $q_{u2}$ . To znamená, že regulovaná soustava na obrázku 7 nemá statickou charakteristiku. Pro ustálený výstup platí

$$q_2(t) = q_1(t)$$

pro ustálený stav musí navíc platit

$$q_2(t) = q_{u2} = q_1(t) = q_{u1} = \text{konst.}, \quad (3.7)$$

resp.

$$\omega_u = \frac{1}{k_1} q_{u1}. \quad (3.8)$$

**Ustálená výška hladiny**  $h_u$  můžeme mít jakoukoliv kladnou hodnotu, protože pro výšku hladiny platí pouze omezení  $0 \leq h(t) \leq h_{\max}$ ,

kde  $h_{\max}$  znamená maximální výšku hladiny, která je dána konstrukcí nádrže.

Po Laplaceově transformaci integrálního vztahu (3.5) získáme popis vlastností nádrže s odčerpáváním v oblasti komplexní proměnné

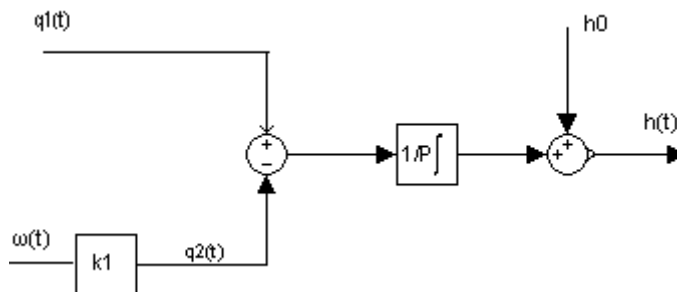
$$H(s) = \frac{1}{Ps} [Q_1(s) - k_1\Omega(s)] + \frac{h_0}{s}, \quad (3.9)$$

kde

$H(s)$ ,  $Q_1(s)$  a  $\Omega(s)$  jsou obrazy příslušných proměnných  $h(t)$ ,  $q_1(t)$ , a  $\omega(t)$ .

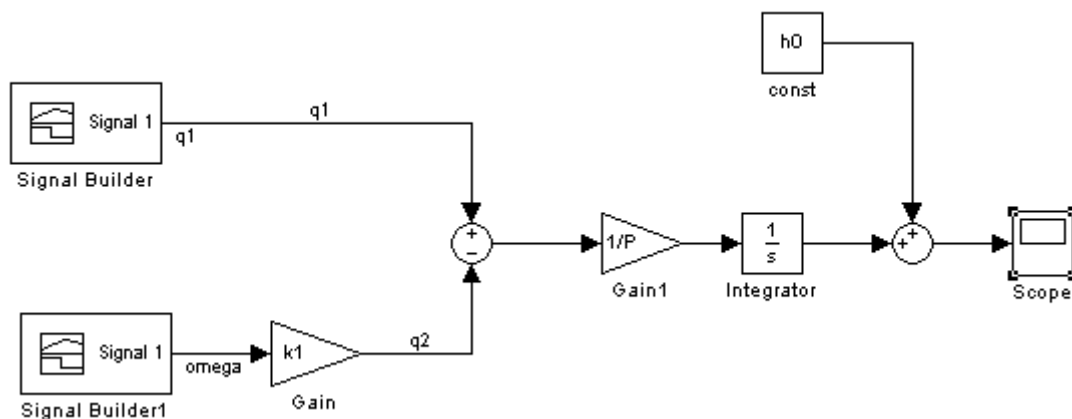
### b) Blokové schéma

Obr.8 Blokové schéma nádrže s odčerpáváním v časové oblasti



### c) Obecné schéma v Simulinku

Obr.9 Simulační model nádrže s odčerpáváním

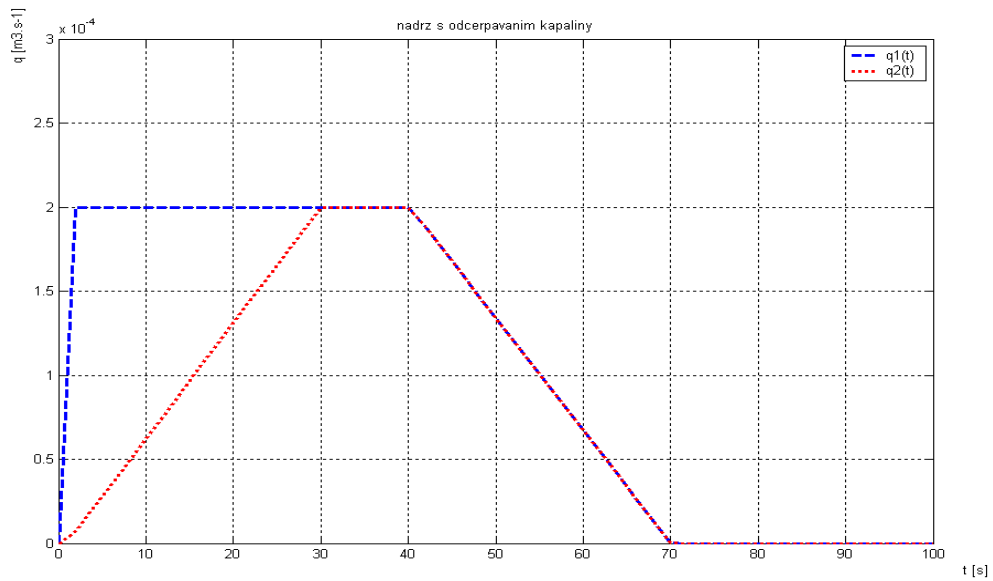


### d) Zvolené parametry a vstupní veličiny

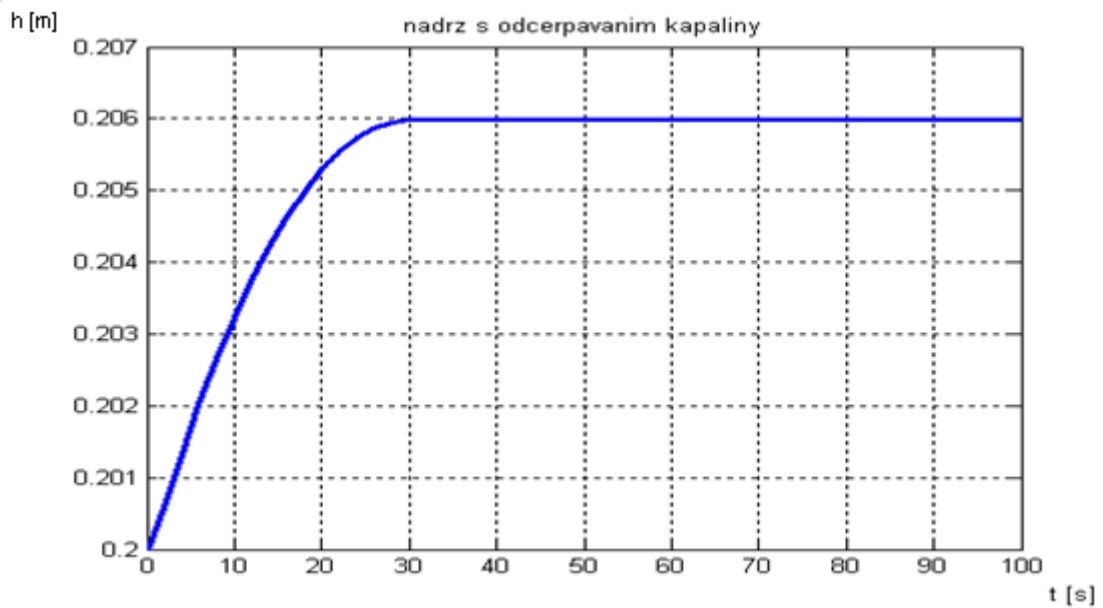
$q_u = 0,0002 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $h_0 = 0,2 \text{ m}$ ,  $h_{\max} = 0,3 \text{ m}$ ,  $P = 0,5 \text{ m}^2$ ,  $t_0 = 1 \text{ s}$ ,  $t_1 = 30 \text{ s}$ ,  $t_2 = 40 \text{ s}$ ,  $t_3 = 70 \text{ s}$

e) Graf řešení pro varianty parametrů a vstupu

Obr.10 Výsledek simulace modelu nádrže s odčerpáváním (vstupy)



Obr.11 Výsledek simulace modelu nádrže s odčerpáváním



f) Zhodnocení a závěr

V čase 1 s začíná hladina kapaliny stoupat z 0,2 m. To se děje po dobu 30 s. V tomto okamžiku se zvyšování hladiny ustaluje na hodnotě 0,206 m.

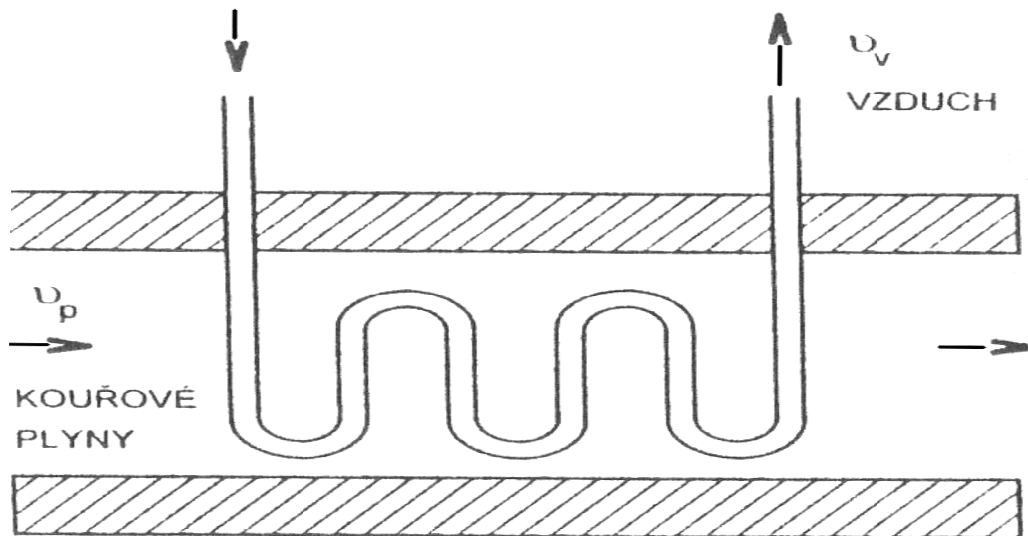


### 3.3 Úloha č. 9 – Rekuperátor pro ohřev vzduchu

#### 3.3.1 Zadání

**Rekuperátor** na obr. 12 uvažujeme jako regulovanou soustavu. Teplota vzduchu  $v_v$  [K] je výstupní veličina. Vzduch proudí trubkou, která je obtékána kouřovými plyny.

Obr.12 Zjednodušené schéma rekuperátoru pro ohřev vzduchu



Zdroj:[1]

#### 3.3.2 Cíl úlohy

Určit přenos rekuperátoru a výsledek ověřit simulací.

#### 3.3.3 Řešení úlohy

##### a) Rovnice

Předpokládejme, že se **výměna tepla** uskutečňuje vedením. To znamená od kouřových plynů přes stěnu trubky se součinitelem přestupu tepla  $\alpha_1$  [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\text{K}^{-1}$ ] a od trubky přes její vnitřní stěnu se součinitelem přestupu tepla  $\alpha_2$  [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\text{K}^{-1}$ ]. Dále budeme předpokládat, že je rozdíl teplot na stěnách trubky zanedbatelně malý.

Z rovnosti tepelných toků kouřové plyny – trubka dostaneme

$$V_s \rho_s c_s \frac{dv_s}{dt} = \alpha_1 P_1 (v_p - v_s), \quad (3.10)$$

kde je

$v_s$  teplota stěny trubky rekuperátoru [K],

$v_p$  teplota kouřových plynů [K],

$V_s$  objem trubky rekuperátoru [ $m^3$ ],

$\rho_s$  hustota trubky rekuperátoru [ $kg \cdot m^{-3}$ ],

$c_s$  měrná tepelná kapacita trubky rekuperátoru [ $J \cdot kg^{-1}K^{-1}$ ],

$P_1$  vnější povrch trubky rekuperátoru, obtékaný proudícími kouřovými plyny [ $m^2$ ].

Po úpravě rovnice (3.10) dostaneme

$$T_s \frac{dv_s}{dt} + v_s = v_p, \quad (3.11)$$

$$T_s = \frac{V_s \rho_s c_s}{\alpha_1 P_1}, \quad (3.12)$$

kde je  $T_s$  časová konstanta [s].

Podobným postupem obdržíme z rovnosti tepelných toků trubka – vzduch

$$T_v \frac{dv_v}{dt} + v_v = v_p, \quad (3.13)$$

$$T_v = \frac{V_v \rho_v c_v}{\alpha_2 P_2}, \quad (3.14)$$

kde je

$T_v$  časová konstanta [s]

$V_v$  objem ohřivaného vzduchu [ $m^3$ ],

$\rho_v$  hustota ohřivaného vzduchu [ $kg \cdot m^{-3}$ ],

$c_v$  měrná tepelná kapacita ohřivaného vzduchu [ $J \cdot kg^{-1}K^{-1}$ ],

$P_2$  vnitřní povrch trubky rekuperátoru, obtékaný vzduchem [ $m^2$ ].

Použitím Laplaceovy transformace na vztahy (3.11) a (3.13) za předpokladu nulových počátečních podmínek dostaneme odpovídající přenosy :

dílčí přenos “kouřové plyny - trubka”

$$G_1(s) = \frac{\theta_s(s)}{\theta_p(s)} = \frac{1}{T_s s + 1} \quad (3.15)$$

$$\theta_s(s)(T_s s + 1) = \theta_p(s) \quad (3.16)$$

$$T_s s \theta_s(s) + \theta_s(s) = \theta_p(s) \quad (3.17)$$

$$T_s \theta'_s + \theta_s = \theta_p \quad (3.18)$$

$$\theta'_s = \frac{\theta_p - \theta_s}{T_s} \quad (3.19)$$

$$\theta_s = \frac{1}{T_s} \int (\theta_p - \theta_s) dt \quad (3.20)$$

dílčí přenos “trubka – vzduch”

$$G_2(s) = \frac{\theta_v(s)}{\theta_s(s)} = \frac{1}{T_v s + 1} \quad (3.21)$$

$$\theta_v(s)(T_v s + 1) = \theta_s(s) \quad (3.22)$$

$$T_v s \theta_v(s) + \theta_v(s) = \theta_s(s) \quad (3.23)$$

$$T_v \theta'_v + \theta_v = \theta_s \quad (3.24)$$

$$\theta'_v = \frac{\theta_s - \theta_v}{T_v} \quad (3.25)$$

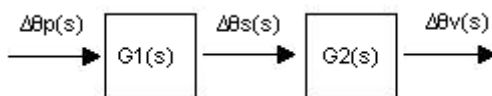
$$\theta_v = \frac{1}{T_v} \int (\theta_s - \theta_v) dt \quad (3.26)$$

Výsledný **přenos rekuperátoru** jako regulované soustavy má tvar

$$G(s) = \frac{\theta_s(s)}{\theta_v(s)} \quad (3.27)$$

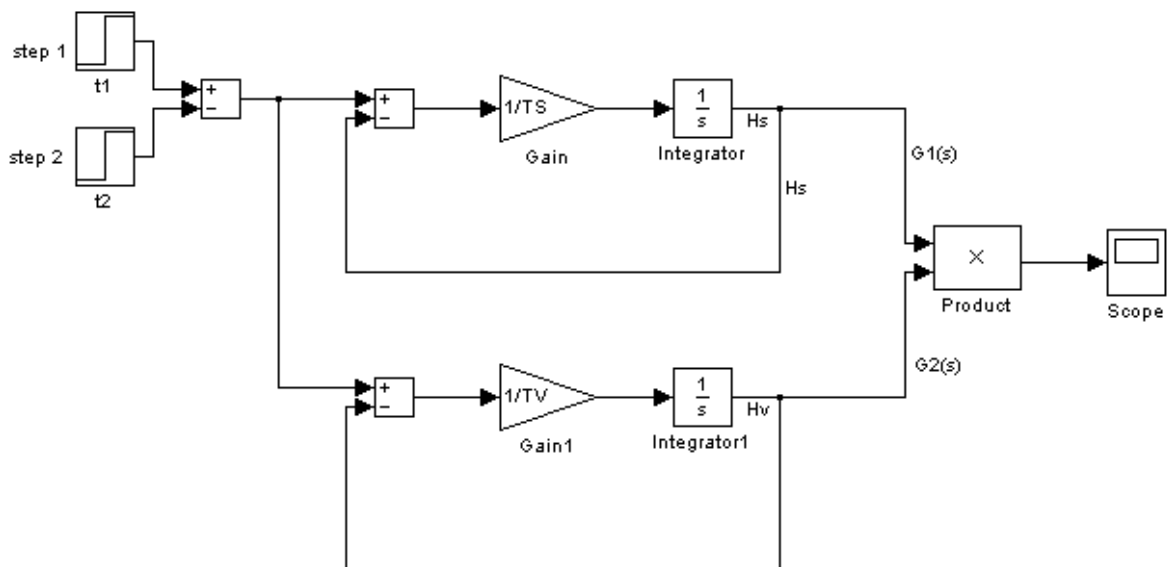
### b) Blokové schéma

Obr.13 Blokové schéma rekuperátoru



### c) Obecné schéma v Simulinku

Obr.14 Simulační schéma rekuperátoru

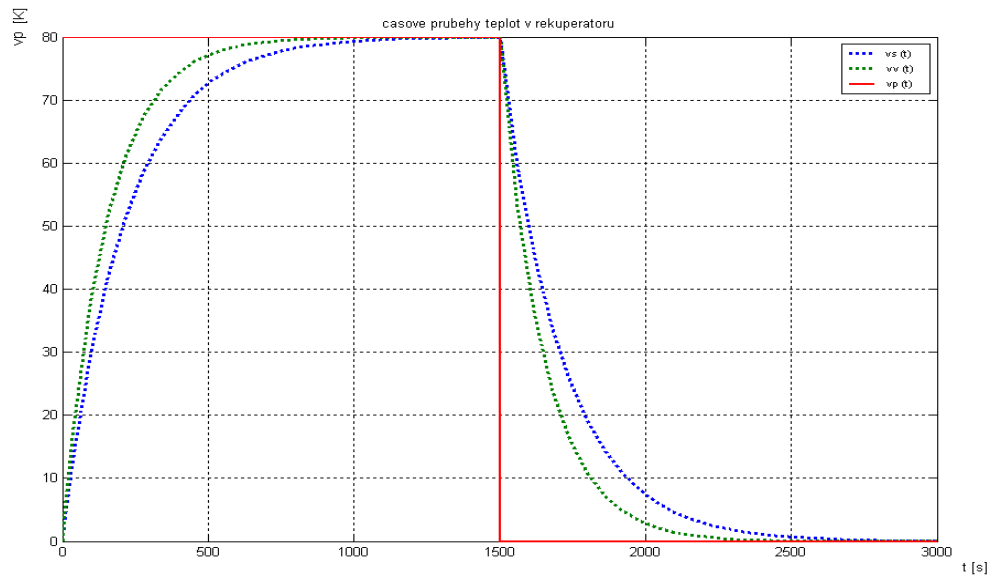


### d) Zvolené parametry a vstupní veličiny

$t_1 = 1s$ ,  $t_2 = 1500s$ ,  $v_p = 80K$ ,  $v_0 = 293K = 20^\circ C$ ,  $T_s = 210s$ ,  $T_v = 150s$

e) Graf řešení pro varianty parametrů a vstupu

Obr.15 Simulované časové průběhy teplot v rekuperátoru



f) Zhodnocení a závěr

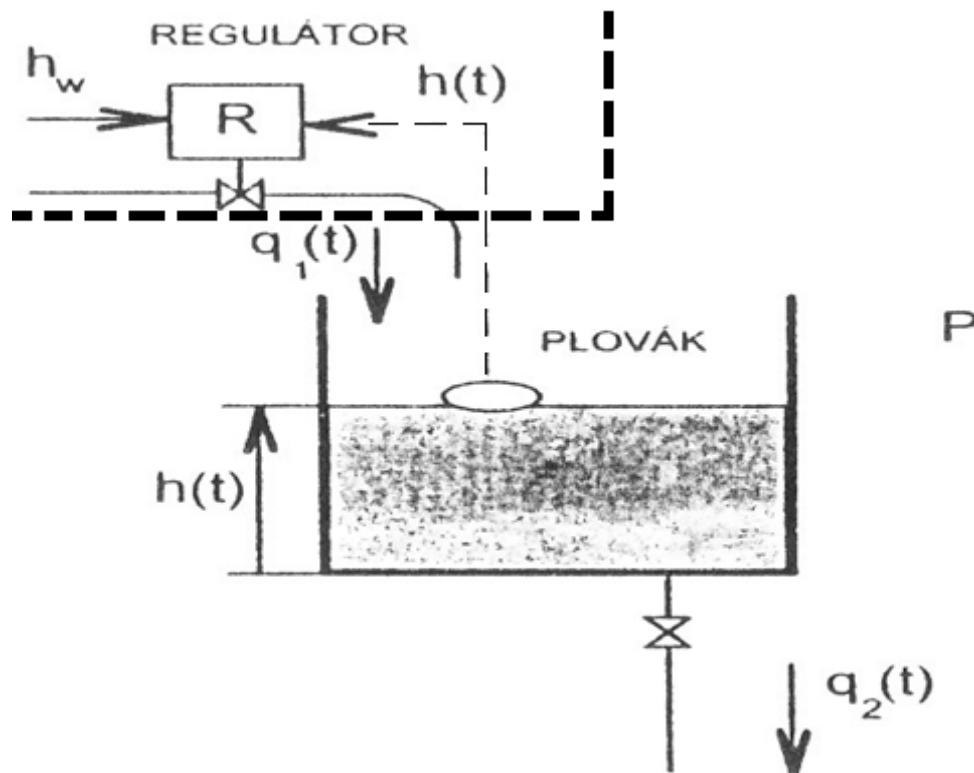
Teplota kouřových plynů, které obtékají trubku má 1500 s konstantní velikost 80 K. V čase 1500 s začíná klesat, až na 0 K. Teplota stěny trubky rekuperátoru od 1 s stoupá, až do 1500 s. V tomto čase je teplota stěny 80 K a začíná se ochlazovat až na 0 K. Děje se tak až do 3000 s. Teplota vzduchu, který prochází trubkou stoupá z 0 K na 80 K. To se děje v čase 1 s až 1500 s. Poté se začne vzduch díky klesající teplotě kouřových plynů ochlazovat až na 0 K.

## 3.4 Úloha č. 10 – Regulace nádrže s volným odtokem

### 3.4.1 Zadání

Na obr. 16 je **nádrž s volným odtokem** kapaliny a **regulátor**, který zajišťuje požadovanou výšku hladiny  $h_w$  [m] s relativní trvalou regulační odchylkou  $\varepsilon = 0,05$ . Za předpokladu, že  $h(t)$  je výška hladiny [m],  $P$  – plošný obsah hladiny [ $m^2$ ],  $q_1(t)$  je objemový přítok [ $m^3s^{-1}$ ] a  $q_2(t)$  objemový odtok [ $m^3s^{-1}$ ].

Obr. 16 Zjednodušené schéma regulačního obvodu pro nádrž s volným odtokem



Zdroj:[1]

### 3.4.2 Cíl úlohy

Nejprve proveďte analytickou identifikaci linearizovaného modelu nádrže s volným odtokem kapaliny. Na základě tohoto modelu navrhnete analogový regulátor typu P, popř. PI, který zajistí požadovanou výšku hladiny.

### 3.4.3 Řešení úlohy

a) Rovnice

Pro objemový odtok platí :

$$q_2(t) = a\sqrt{h(t)}, \quad (3.28)$$

kde  $a$  je konstantní koeficient průtoku [ $\text{m}^{\frac{5}{2}}\text{s}^{-1}$ ].

Pro elementární přírůstek objemu kapaliny v nádrži  $Pdh(t)$  za elementární časový přírůstek  $dt$  platí **bilanční rovnice**

$$Pdh(t) = q_1(t)dt - q_2(t)dt, \quad (3.29)$$

resp. po uvažování vztahu (3.28)

$$Pdh(t) = q_1(t)dt - a\sqrt{h(t)}dt. \quad (3.30)$$

Po úpravě dostaneme nelineární diferenciální rovnici 1. řádu

$$P \frac{dh(t)}{dt} + a\sqrt{h(t)} = q_1(t), \quad (3.31)$$

s počáteční podmínkou  $h(0) = h_0$ .

Je zřejmé, že nenulovou počáteční podmínku mohl způsobit pouze nenulový přítok  $q_1(t)$  pro  $t < 0$ . Pokud přítok  $q_1(t) = 0$  pro  $t < 0$ , pak rovněž  $h_0 = 0$ .

V ustáleném stavu vymizí všechny změny v čase, tj.

$$t \rightarrow \infty \Rightarrow \begin{cases} \frac{dh(t)}{dt} \rightarrow 0 \\ h(t) \rightarrow h_u \\ q_1(t) \rightarrow q_{u1} \end{cases} \quad (3.32)$$

ze vztahu (3.31) při uvažování (3.32) dostaneme

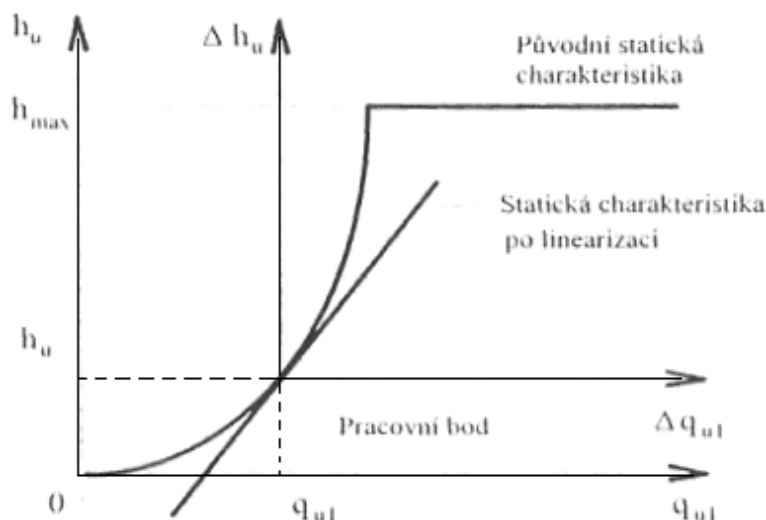
$$h_u = \frac{1}{a^2} q_{u1}^2. \quad (3.33)$$

Závislost mezi výškou hladiny  $h_u$  a přítokem  $q_{u1}$  v ustáleném stavu vyjadřuje vztah

$$0 \leq h(t) \leq h_{\max}. \quad (3.34)$$

Je to statická charakteristika, která je definována pouze v 1. kvadrantu, protože platí fyzikální omezení výšky hladiny (obr.17).

Obr. 17 Linearizovaná statická charakteristika nádrže s volným odtokem



Zdroj : [1]

$h_{\max}$  je maximální výška hladiny daná konstrukcí nádrže [m].

V regulační technice se často používá **linearizace**, protože u lineárních modelů můžeme s výhodou použít Laplaceovu transformaci a celé řady jiných metod, které neplatí pro nelineární modely.

Použitím Laplaceovy transformace (při nulové počáteční podmínce) na diferenciální rovnici

$$T_1 \frac{d\Delta h(t)}{dt} + \Delta h(t) = k_1 \Delta q_1(t), \quad (3.35)$$

dostaneme po úpravě

$$\Delta H(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1} \Delta Q_1(s), \quad (3.36)$$

kde jsou  $\Delta H(s)$ ,  $\Delta Q_1(s)$  obrazy příslušných proměnných  $\Delta h(t)$ ,  $\Delta q_1(t)$ .



V regulační technice zapíšeme vztah (3.36) pomocí přenosu

$$G(s) = \frac{\Delta H(s)}{\Delta Q_1(s)} = \frac{k_1}{T_1 s + 1}. \quad (3.37)$$

**Linearizovaný model nádrže** s volným odtokem jako regulovaná soustava má tvar

$$G_s(s) = \frac{\Delta H(s)}{\Delta Q_1(s)} = \frac{k_1}{T_1 s + 1}, \quad (3.38)$$

$$T_1 = \frac{2P\sqrt{h_u}}{a}, \quad (3.39)$$

$$k_1 = \frac{2\sqrt{h_u}}{a}, \quad (3.40)$$

$$h_u = \frac{1}{a^2} q_{1u}^2. \quad (3.41)$$

Přenos analogového regulátoru typu P vypadá následovně

$$G_R(s) = \frac{\Delta Q_1(s)}{\Delta E(s)} k_R, \quad (3.42)$$

kde  $k_R$  je zesílení regulátoru [ $m^2 s^{-1}$ ].

Nyní můžeme určit **přenos řízení**

$$G_w(s) = \frac{\Delta H(s)}{\Delta H_w(s)} = \frac{G_R(s)G_s(s)}{1 + G_R(s)G_s(s)} = \frac{\frac{k_R k_1}{1 + k_R k_1}}{\frac{T_1}{1 + k_R k_1} s + 1} \quad (3.43)$$

a **obraz regulační odchylky**

$$\Delta E(s) = \Delta H_w(s) - G_w(s)\Delta H_w(s) = \frac{\frac{T_1}{1 + k_R k_1} s + \frac{1}{1 + k_R k_1}}{\frac{T_1}{1 + k_R k_1} s + 1} \Delta H_w(s). \quad (3.44)$$

Na základě věty o koncové hodnotě můžeme ze vztahu (3.45) určit trvalou regulační odchylku pro  $\Delta h_w(t) = \Delta h_w = \text{konst.}$

$$\begin{aligned} \Delta e(\infty) &= \lim_{s \rightarrow 0} [s \Delta E(s)] = \lim_{s \rightarrow 0} \left[ s \frac{\frac{T_1}{1 + k_R k_1} s + \frac{1}{1 + k_R k_1}}{\frac{T_1}{1 + k_R k_1} s + 1} \frac{\Delta h_w}{1 + k_R k_1} \right] \\ &= \frac{\Delta h_w}{1 + k_R k_1}. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Můžeme vidět, že **trvalá regulační odchylka**  $\Delta e(\infty)$  bude tím menší, čím větší bude zesílení regulátoru  $k_R$ .

Nyní určíme **zesílení regulátoru**  $k_R$ , které zajistí relativní trvalou regulační odchylku  $\varepsilon = 0,05$ . na základě vztahu (3.45) lze psát

$$\frac{\Delta e(\infty)}{\Delta h_w} = \varepsilon \geq \frac{1}{1 + k_R k_1}, \quad (3.46)$$

$$k_R \geq \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon k_1}, \quad (3.47)$$

resp. s využitím vztahu (3.40) dostaneme

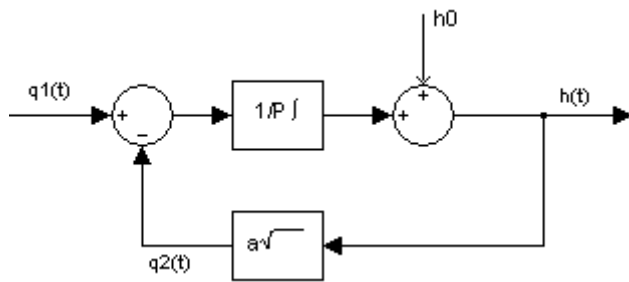
$$k_R \geq \frac{a(1 - \varepsilon)}{2\varepsilon\sqrt{h_u}}. \quad (3.48)$$

Protože **reálná soustava** je nelineární, musíme použít ostrou nerovnost a pro  $\varepsilon = 0,05$  obdržíme

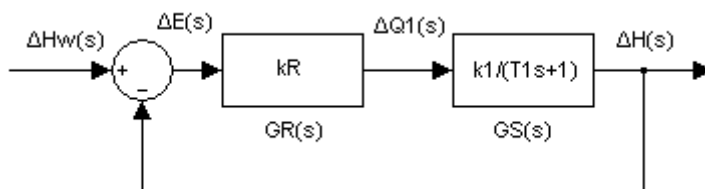
$$k_R > \frac{9,5a}{\sqrt{h_u}}. \quad (3.49)$$

## b) Blokové schéma

Obr. 18 Blokové schéma nádrže s volným odtokem v časové oblasti

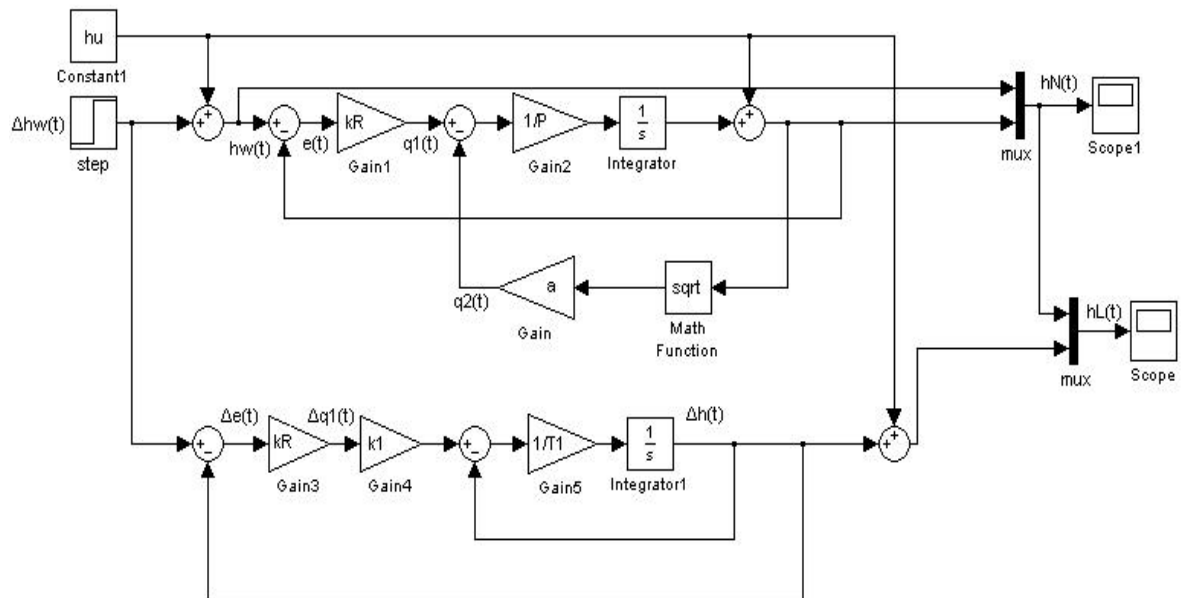


Obr. 19 Blokové schéma regulačního obvodu



## c) Obecné schéma v Simulinku

Obr. 20 Simulační schéma regulačních obvodů s nelineární a linearizovanou regulovanou soustavou

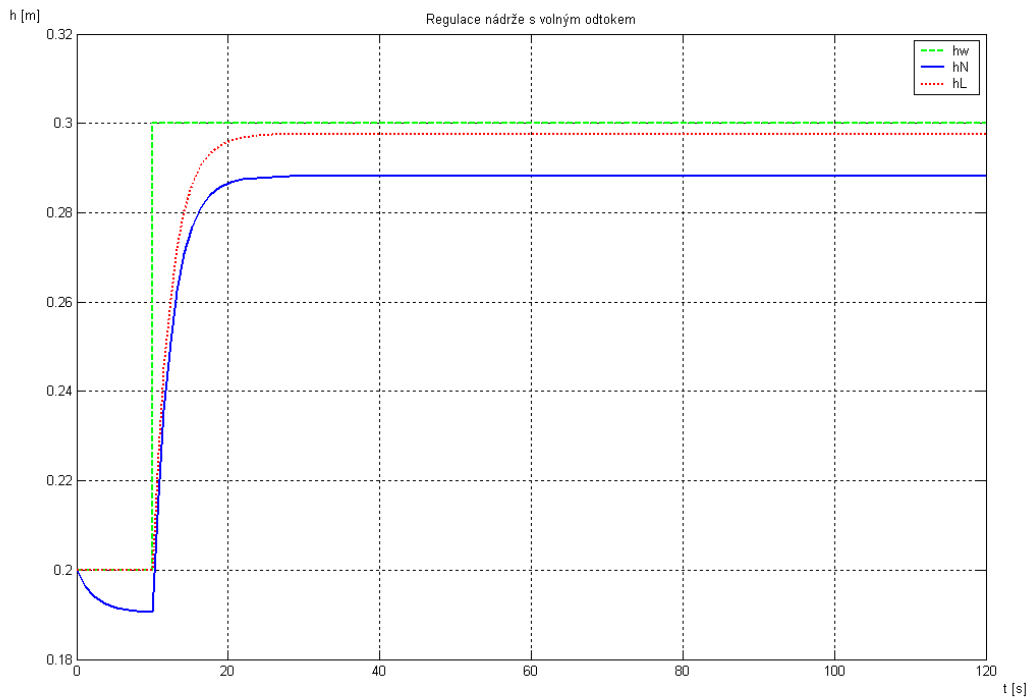


## d) Zvolené parametry a vstupní veličiny

$t_1 = 10$  s,  $h_w$  (požadovaná výška hladiny) =  $\pm 0,1$  m,  $P = 0,5$  m,  $h_u = 0,2$  m,  $k_R = 0,2$  m/s,  $a = 0,0044$  m<sup>2</sup>/s

### e) Graf řešení pro varianty parametrů a vstupu

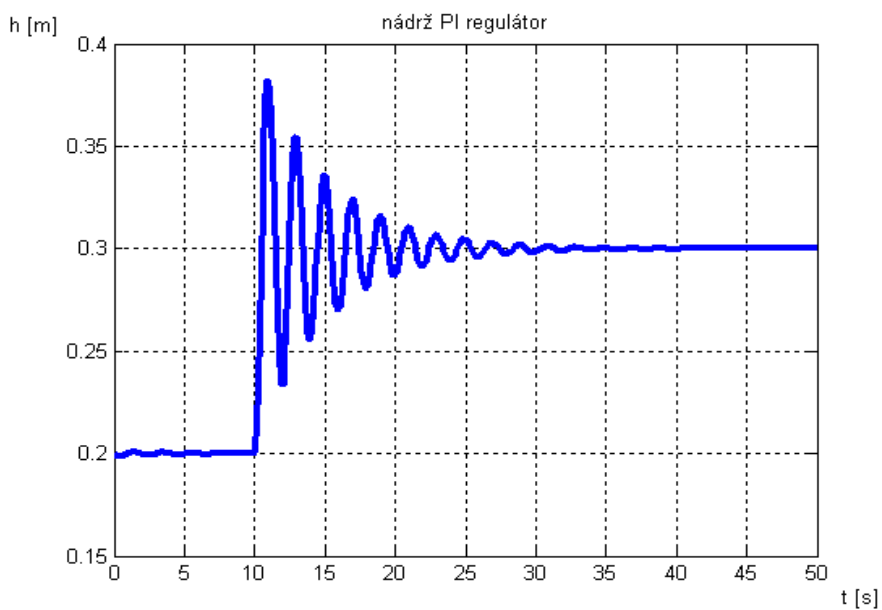
Obr. 21 Výsledek simulace činnosti regulačních obvodů s nelineární a linearizovanou regulovanou soustavou



Pokud vyměníme regulátor typu P za PI, dostáváme u nelineární regulované soustavy následující výsledky :

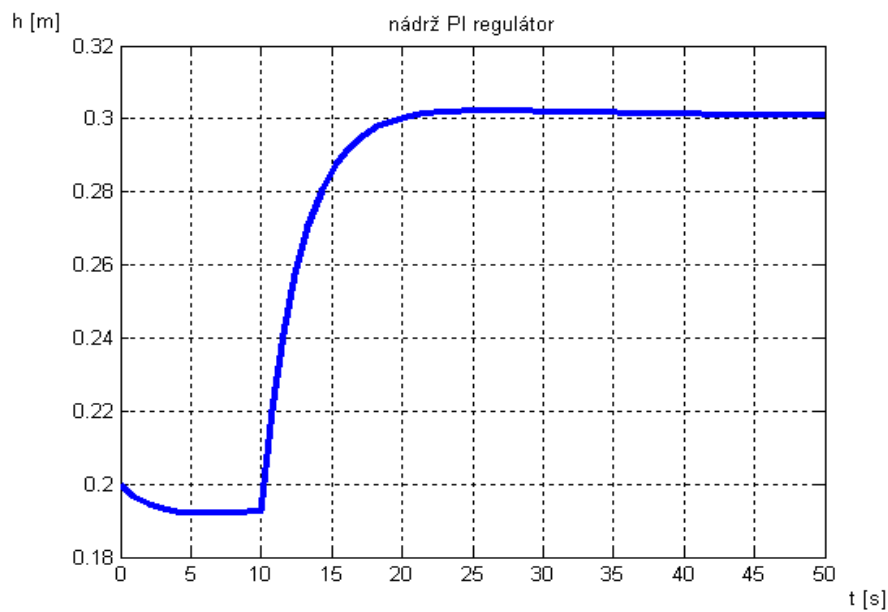
pro  $T_i = 5$

Obr. 22 Výsledek simulace činnosti regulačních obvodů s nelineární regulovanou soustavou a PI regulátorem



pro  $T_i = 0,009$

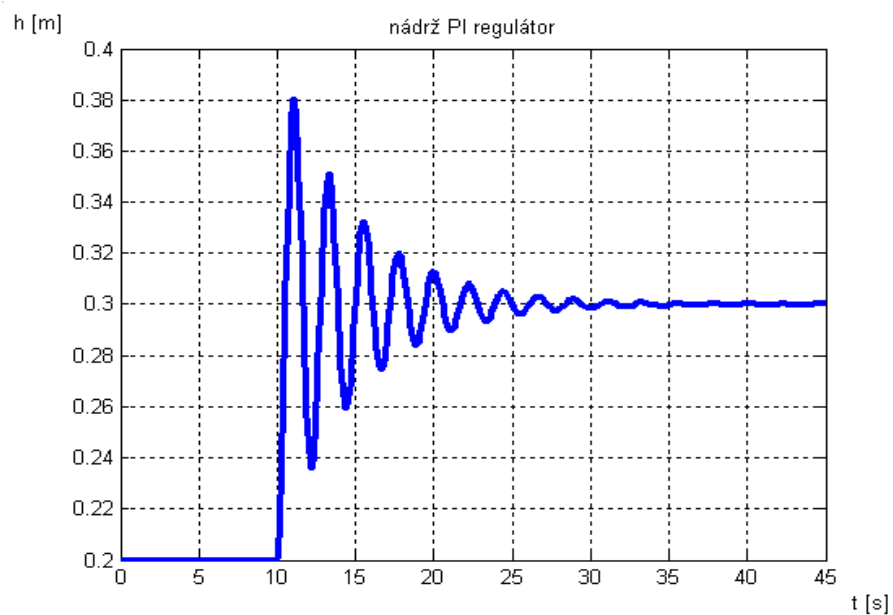
Obr. 23 Výsledek simulace činnosti regulačních obvodů s nelineární regulovanou soustavou a PI regulátorem



Pokud vyměníme regulátor typu P za PI, dostáváme u linearizované regulované soustavy následující grafy přechodových charakteristik uzavřeného regulačního obvodu.

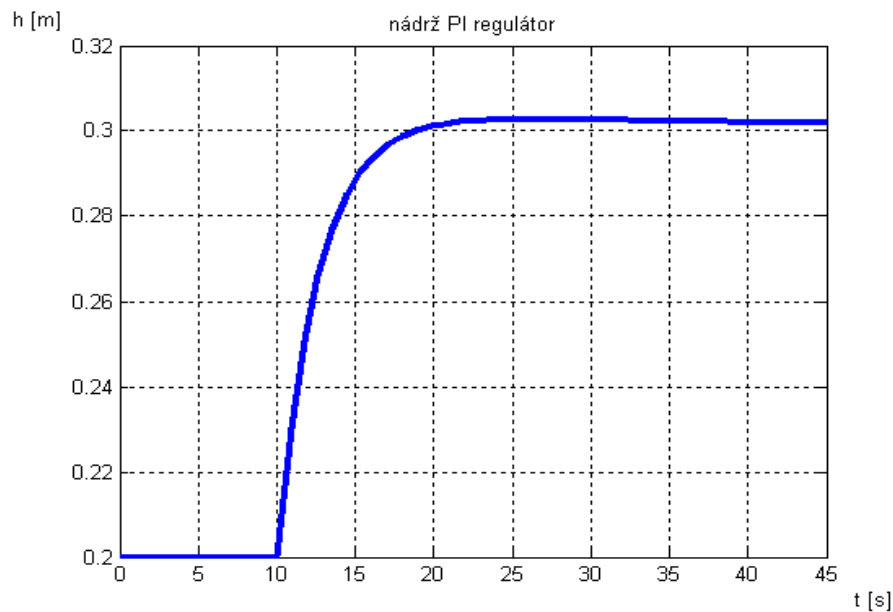
pro  $T_i = 4$

Obr. 24 Výsledek simulace činnosti regulačních obvodů s nelineární regulovanou soustavou a PI regulátorem



pro  $T_i = 0,005$

Obr. 25 Výsledek simulace činnosti regulačních obvodů s nelineární regulovanou soustavou a PI regulátorem



f) Zhodnocení a závěr

U linearizované regulované soustavy ( $h_L$ ) vidíme, že po 10 s začne výška hladiny z 0,2 m stoupat. V čase 23 s se stoupání ustálí a výška je konstantní 0,288 m.

U nelineární regulované soustavy ( $h_N$ ) můžeme pozorovat pokles hladiny, který trvá 10 s. Poté se začne hladina kapaliny zvyšovat, až do 0,284 m výšky. Tento proces trvá do 20 s, poté je hladina stále na konstantní výšce.

Požadovaná výška hladiny ( $h_w$ ) se mění skokově v čase 10 s z 0,2 m na 0,3 m. Po zbytek času je konstantní.

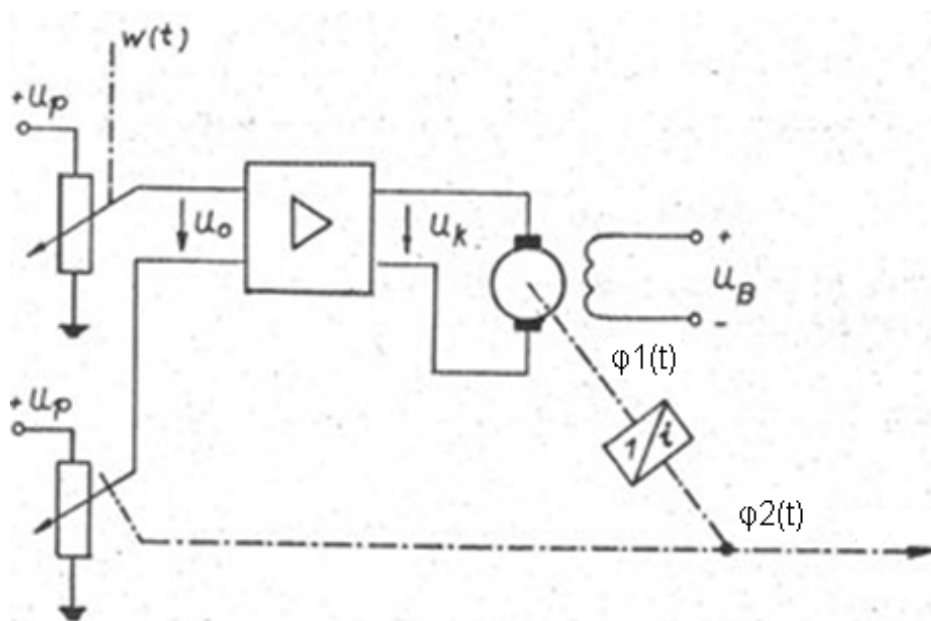
U PI regulátoru můžeme vidět, že čím menší je hodnota  $T_i$ , tím menší je kmitání. Z toho plyne, že je hladina v nádrži stabilnější.

## 3.5 Úloha číslo 11 – Polohový servomechanismus

### 3.5.1 Zadání

Polohový servomechanismus, obr. 22 je tvořen měřícím ústrojím (potenciometry), elektronickým zesilovačem, výkonovým zesilovačem, motorem s cizím buzením a převodovkou.

Obr. 26 Schéma polohového servomechanismu



Zdroj: [2]

### 3.5.2 Cíl úlohy

Určit kritické zesílení tranzistorového zesilovače, výsledek ověřit pomocí Simulinku.

### 3.5.3 Řešení úlohy

a) Rovnice přenosů v regulačním obvodu

$$\text{přenos potenciometrů} \quad F_1(s) = \frac{U_0(s)}{\varphi_z(s)} = 2 \text{ V/rad} \quad (3.50)$$

$$\text{přenos výkonového zesilovače} \quad F_3(s) = \frac{U_k(s)}{U_0(s)} = \frac{1}{(0.5s + 1)} \quad (3.51)$$

$$\text{přenos servomotoru} \quad F_4(s) = \frac{\varphi_1(s)}{U_k(s)} = \frac{20}{s(0.2s + 1)} \quad (3.52)$$

přenos převodovky  $F_5(s) = \frac{\varphi_2(s)}{\varphi_1(s)} = \frac{1}{25} = 0.04$  (3.53)

b) Přenos regulačního obvodu (bez zpětné vazby)  
otevřený regulační obvod

$$F_0(s) = K \cdot F_1(s) \cdot F_3(s) \cdot F_4(s) \cdot F_5(s), \quad (3.54)$$

uzavřený regulační obvod

$$F_w(s) = \frac{F_0(s)}{1 + F_0(s)} = \frac{1.6 K}{0.1s^3 + 0.7s^2 + s + 1.6K'} \quad (3.55)$$

charakteristická rovnice má tvar

$$1 + F_0(s) = 0, \quad (3.56)$$

po dosazení dostaneme

$$1 + \frac{1,6 K}{s(0,5s + 1)(0,2s + 1)} = 0, \quad (3.57)$$

kde

K je zesílení zesilovače v případě P regulátoru. Pro PI regulátor přibude ještě Ti.

Po úpravě má rovnice tvar

$$0,1s^3 + 0,7s^2 + s + 1,6K = 0. \quad (3.58)$$

Vyšetříme stabilitu celého regulačního obvodu pomocí Hurvitzova kritéria. Jednotlivé subdeterminanty jsou

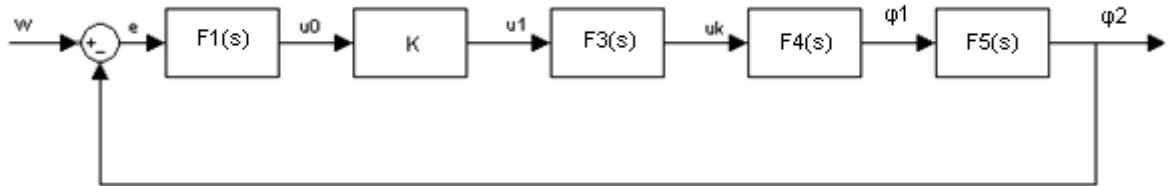
$$0,7 > 0 \quad \begin{vmatrix} 0,7 & 0,1 \\ 1,6K & 1 \end{vmatrix} = 0,7 - 0,16K > 0$$

$$K_{\text{krit}} = \frac{7}{1,6} \doteq 4,4. \quad (3.59)$$

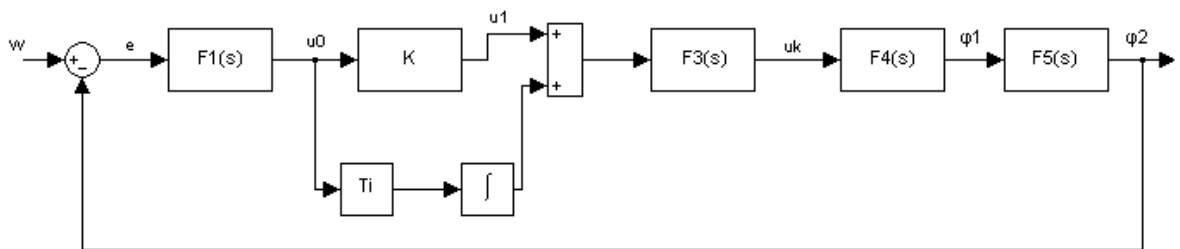


### c) Blokové schéma

Obr. 22 Blokové schéma polohového servomechanismu

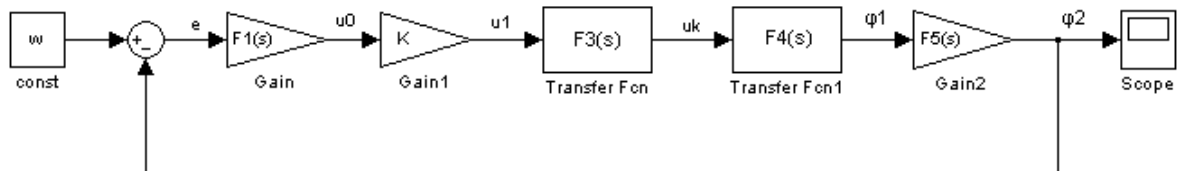


Obr. 28 Blokové schéma polohového servomechanismu s PI regulátorem



### d) Obecné schéma v Simulinku

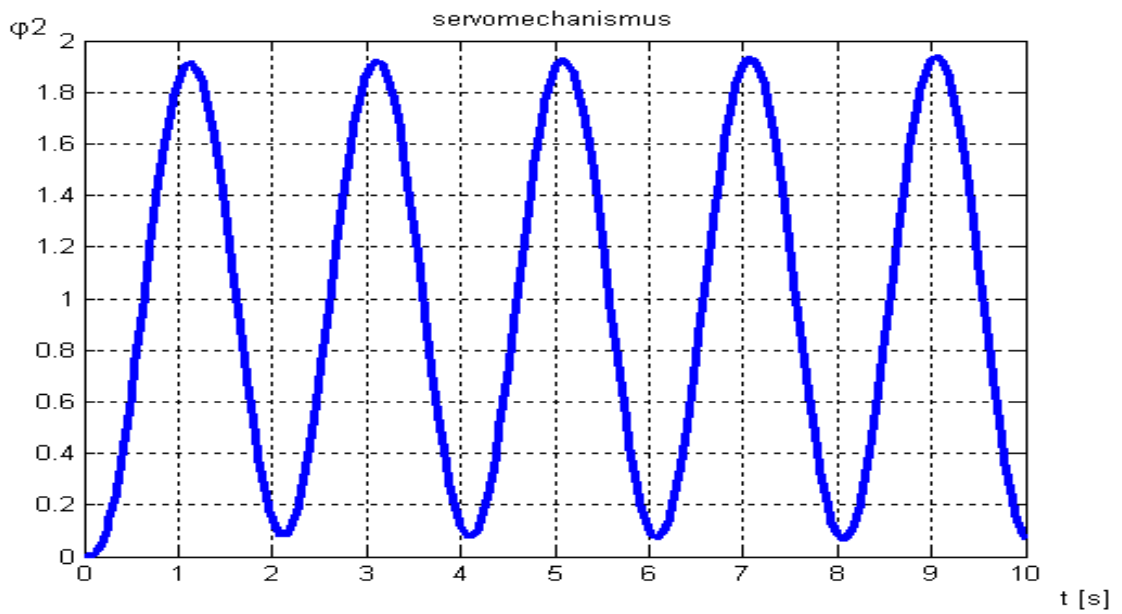
Obr. 23 Simulační schéma polohového servomechanismu



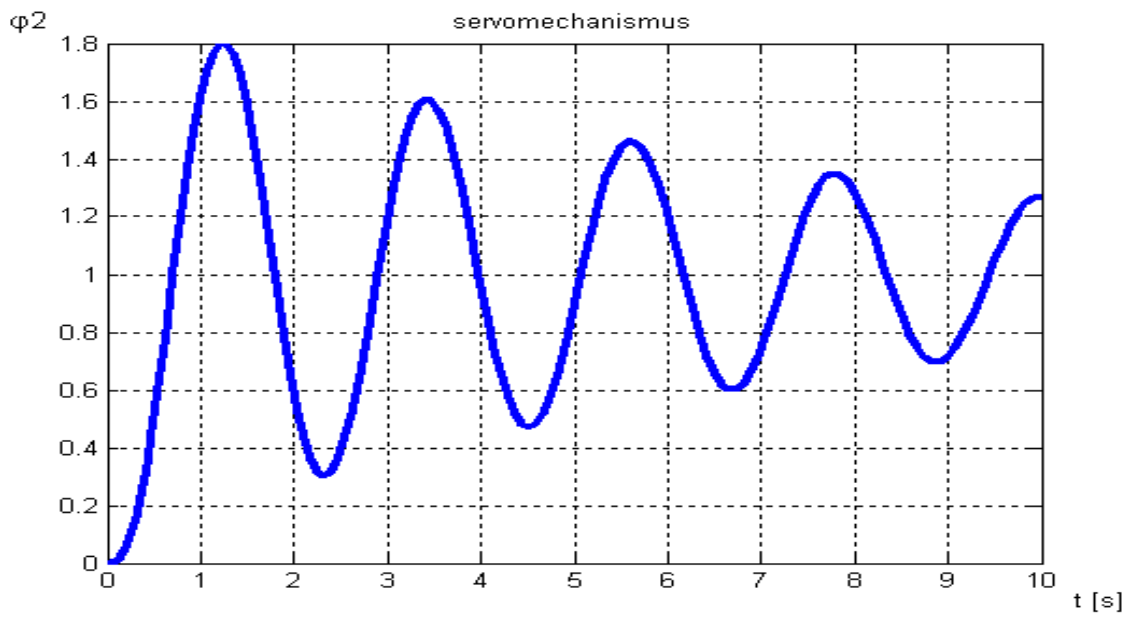
e) Zvolené parametry a konkrétní přenosy v regulačním obvodu  
 $F_1 = 2V/\text{rad}$ ,  $F_3 = 1/(0,5s + 1)$ ,  $F_4 = 20/s \cdot (0,2s + 1)$ ,  $F_5 = 0,04$

f) Graf řešení pro varianty parametrů a vstupu

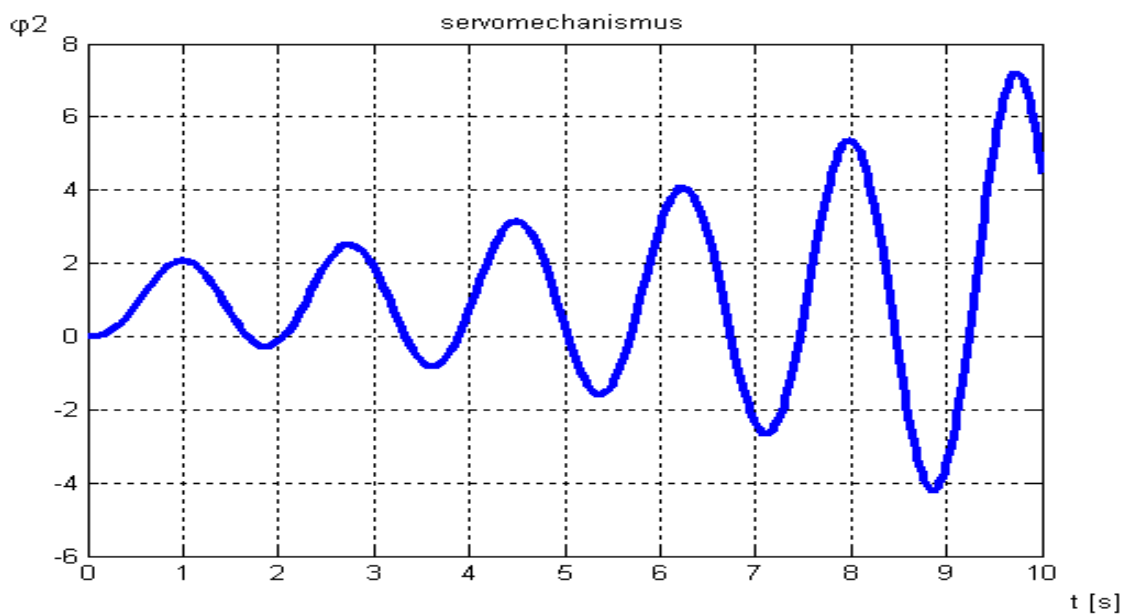
Obr. 30 Přechodová charakteristika servomechanismu pro kritické zesílení  $K = 4,4$



Obr. 31 Přechodová charakteristika servomechanismu pro zesílení  $K = 3,5$

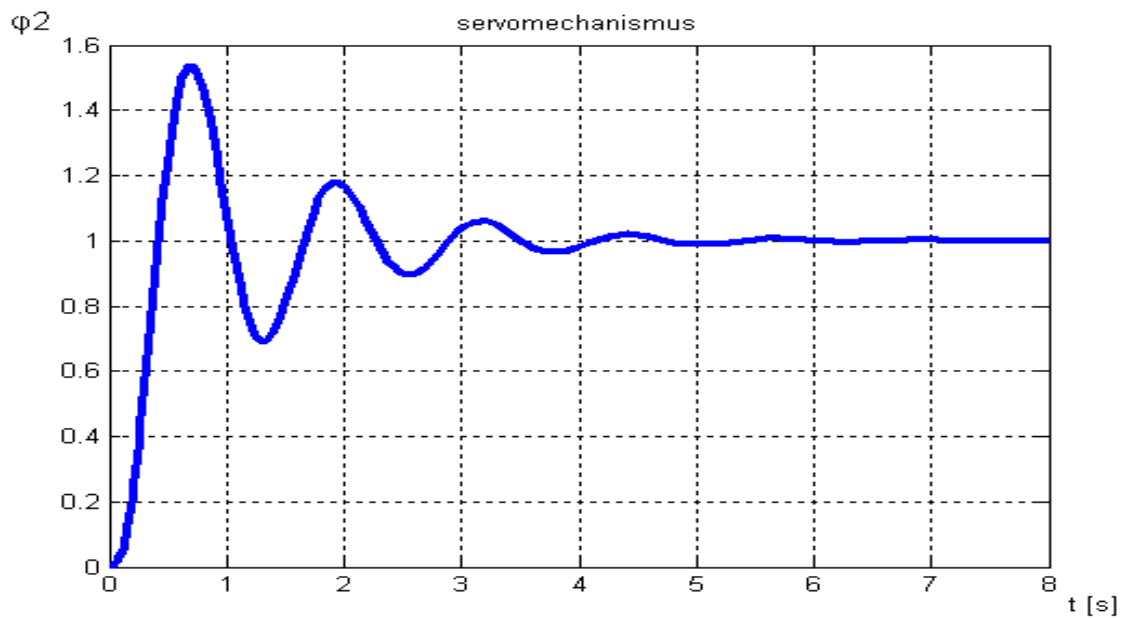


Obr. 32 Přechodová charakteristika servomechanismu pro zesílení  $K = 6$



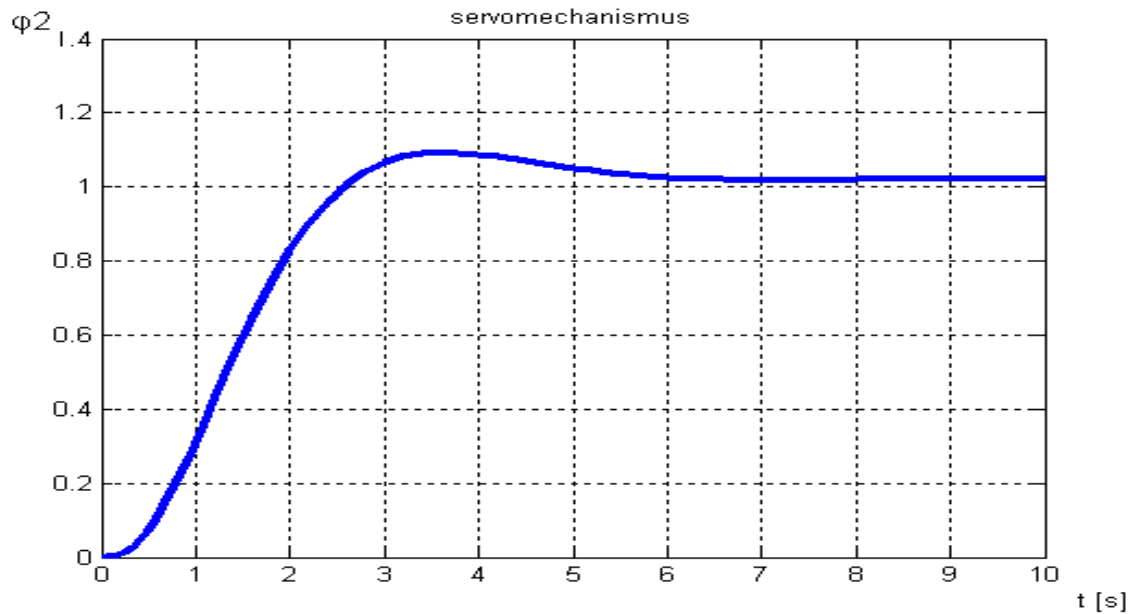
Pokud změním časovou konstantu  $T$  ve vztahu  $F_3 = 1/(0,5s + 1)$  za  $F_3 = 1/(0,1s + 1)$ , dostaneme :

Obr. 33 Přechodová charakteristika servomechanismu pro zesílení  $K = 4,4$  a  $T = 0,1$



Při změně regulátoru na PI, hodnotách zesílení  $K = 0,5$  a  $T_i = 0,01$  můžeme vidět následující výsledek :

Obr. 34 Přejchodová charakteristika servomechanismu pro zesílení  $K = 0,5$ ,  $T_i = 0,01$



g) Zhodnocení a závěr

U P regulátoru můžeme vidět, že kritické zesílení  $K$  má hodnotu 4,4. Přejchodová charakteristika má tvar pravidelné sinusoidy. Při zesílení  $K$  větším, než 4,4 se sinusoida postupně zvětšuje a systém se stává nestabilním, při menším zesílení se naopak zmenšuje.

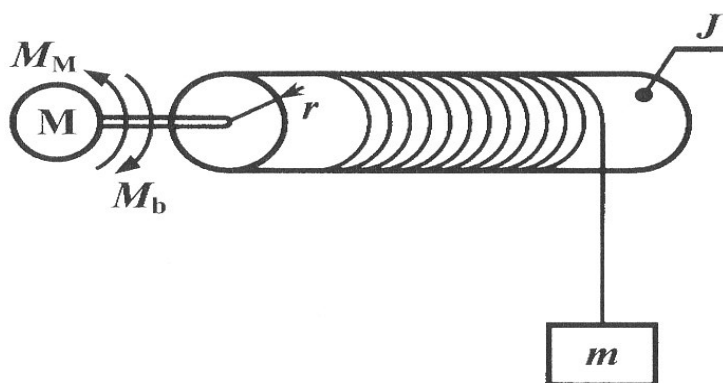
U PI regulátoru dostáváme minimální kmitání při hodnotách zesílení  $K = 0,5$  a  $T_i = 0,01$ .

## 3.6 Úloha č. 12 – Navíjecí zařízení

### 3.6.1 Zadání

**Mechanická soustava s rotačním pohybem** na obr.28 se skládá ze stejnosměrného motoru s hnacím momentem  $M_M$ , který pohání **navíják** s momentem setrvačnosti  $J_m$ . Těleso o hmotnosti  $m$  je zvedáno navíjecím zařízením pomocí lana.

Obr. 35 Schéma poháněného navíjáku



Zdroj : [3]

### 3.6.2 Cíl úlohy

Simulovat chování navíjáku, to znamená zobrazit závislosti úhlové rychlosti a úhlu natočení navíjecího válce na čase při zadaných parametrech  $J, b$ , a zatěžovacím momentu  $M_z$ .

### 3.6.3 Řešení úlohy

a) Rovnice

Na začátku si definujeme základní veličiny

$m$	[kg]	hmotnost tělesa
$r$	[m]	poloměr navíjecího válce
$g$	[m.s <sup>-2</sup> ]	gravitační zrychlení ( $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ )
$J_m$	[kg.m <sup>2</sup> ]	moment setrvačnosti navíjecího válce vzhledem k jeho ose
$J$	[kg.m <sup>2</sup> ]	celkový moment setrvačnosti navíjecího válce

$\varphi$	[rad]	úhel natočení válce
$\omega$	[rad.s <sup>-1</sup> ]	úhlová rychlost pohybu
$M_M$	[Nm]	hnací moment motoru
$M_Z$	[Nm]	zatěžovací moment motoru
$M_b$	[Nm]	tlumicí moment
$b_r$	[Nms]	koeficient rotačního tlumení

$$\omega = d\varphi/dt$$

Pohybovou rovnicí budeme sestavovat na základě momentové rovnováhy. Podle obrázku 6.1 definujeme následující momenty

$$M_b = b_r \frac{d\varphi(t)}{dt} = b_r \omega(t), \quad (3.60)$$

$$M_Z = mgr, \quad (3.61)$$

$$M_J = \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2}. \quad (3.62)$$

Jelikož je hmota  $m$  zvedána vertikálním pohybem mimo osu rotace válce, je dle tzv. Steinerovy věty celkový moment setrvačnosti soustavy

$$J = J_m + mr^2. \quad (3.63)$$

Rovnice momentové rovnováhy má tvar

$$M_J = M_M - M_Z - M_b. \quad (3.64)$$

Po dosazení jednotlivých momentů má rovnice tvar

$$\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} = M_M - M_Z - b_r \frac{d\varphi(t)}{dt}. \quad (3.65)$$

Po úpravě dostaneme

$$J \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} + b_r \frac{d\varphi(t)}{dt} = M_M - M_Z. \quad (3.66)$$

Budeme-li předpokládat nulové počáteční podmínky, můžeme odvodit v Laplaceově transformaci obrazový přenos dynamického systému. Ten je definován jako poměr Laplaceova obrazu výstupu ku Laplaceově obrazu vstupu. S využitím základních pravidel dostaneme

$$Js^2\Phi(s) + b_rs\Phi(s) = M_M(s) - M_Z(s) \quad (3.67)$$

$$s\Phi(s)[J_s + b_r] = M_M(s) - M_Z(s) \quad (3.68)$$

$$\Phi(s) = \frac{M_M(s) - M_Z(s)}{s(J_s + b_r)} \quad (3.69)$$

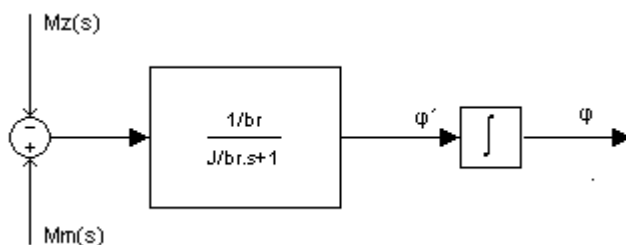
$$\begin{aligned} \Phi(s) &= \frac{1}{b_r} \frac{1}{s\left(\frac{J}{b_r}s + 1\right)} [M_M(s) - M_Z(s)] \\ &= \frac{K}{s(T_s + 1)} [M_M(s) - M_Z(s)], \end{aligned} \quad (3.70)$$

kde

$K = 1/b_r$  je zesílení dynamického systému a  $T = J/b_r$  můžeme označit jako časovou konstantu.

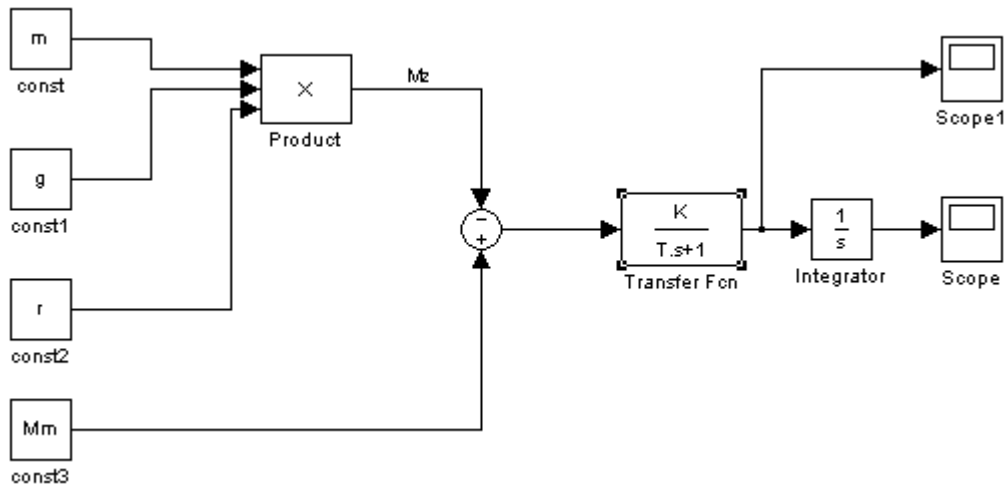
### b) Blokové schéma

Obr. 36 Blokové schéma modelu rotační soustavy navijáku



### c) Obecné schéma v Simulinku

Obr.37 Simulační model navijáku s břemenem



### d) Zvolené parametry a vstupní veličiny

$M = 20 \text{ kg}$ ,  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $r = 0,25 \text{ m}$ ,  $M_m = 59,05 \text{ Nm}$ ,  $J_m = 1,75 \text{ kg.m}^2$ ,  $b_r = 2 \text{ Nms}$

Ze zadaných hodnot vypočteme

zesílení systému  $K = 1/b_r = 1/2 = 0,5$

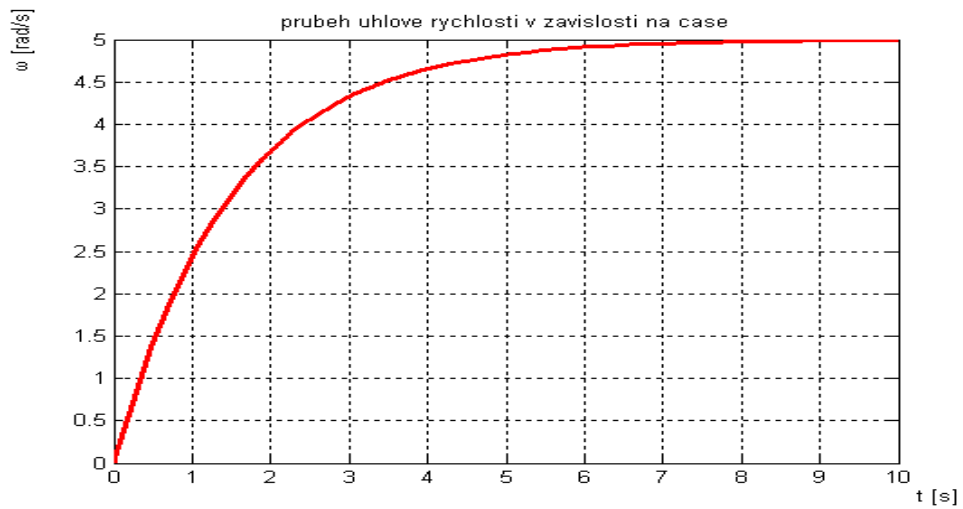
celkový moment setrvačnosti  $J = J_m + mr^2 = 1,75 + 20 \cdot 0,25^2 = 3 \text{ kg.m}^2$

časovou konstantu systému  $T = J/b_r = 3/2 = 1,5 \text{ s}$

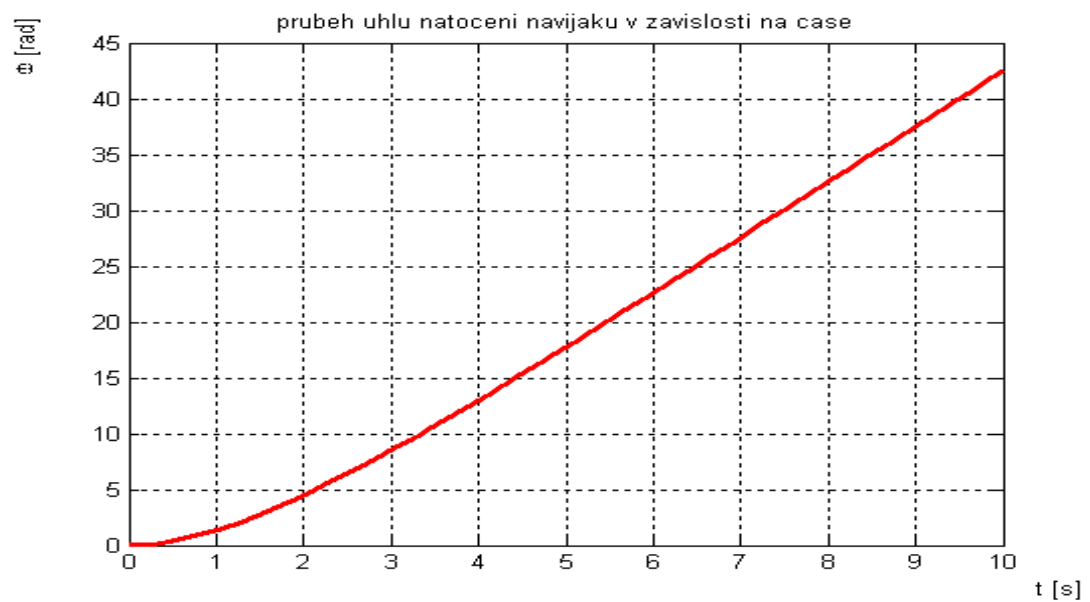


e) Graf řešení pro varianty parametrů a vstupu

Obr. 38 Průběh úhlové rychlosti v závislosti na čase



Obr. 39 Průběh úhlu natočení navijáku v závislosti na čase



f) Zhodnocení a závěr

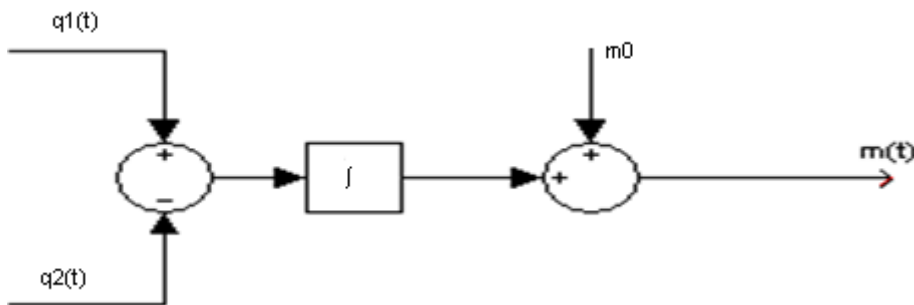
Úhlová rychlost v závislosti na čase roste exponenciálně. Úhel natočení navijáku v závislosti na čase stoupá se zpožděním I. řádu lineárně.

## 4. Návod do laboratorních cvičení 7 – 12

### 4.1 Úloha č. 7 – Proces hromadění materiálu na skládce

Na základě blokového schématu a zadání úlohy (3.1.1) analyticky popište a simulačně ověřte proces hromadění materiálu na skládce.

Obr. 40 Blokové schéma procesu hromadění materiálu na skládce v časové oblasti

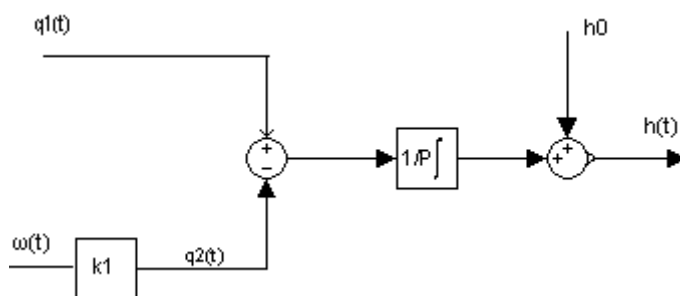


- Nejprve vytvořte bilanční rovnici pro elementární přírůstek množství materiálu na skládce.
- Upravte ji na lineární diferenciální rovnici prvního řádu, kterou poté integrujte pro zvolené parametry.
- Sestavte blokové schéma v Simulinku.
- Proveďte řešení simulace v MATLAB – Simulinku a zaznamenejte časové průběhy vstupů a výstupu.
- Proveďte další simulaci s jinými variantami parametrů.
- Zhodnoťte dosažené výsledky.

### 4.2 Úloha č. 8 – Nádrž s odčerpáváním kapaliny

Na základě blokového schématu a zadání (3.2.1) úlohu analyticky popište a simulačně ověřte výsledky.

Obr. 41 Blokové schéma nádrže s odčerpáváním v časové oblasti



- Vytvořte bilanční rovnici pro elementární přírůstek objemu kapaliny v nádrži za elementární časový přírůstek.
- Vyjádřete diferencilní rovnici prvního řádu, kterou zapišete v integrálním tvaru. Ten upravte pomocí Laplaceovy transformace.
- Sestavte blokové schéma v Simulinku.
- Proveďte řešení simulace v MATLAB – Simulinku a zaznamenejte časové průběhy vstupů a výstupu.
- Proveďte další simulaci s jinými variantami parametrů.
- Zhodnoťte dosažené výsledky.

### 4.3 Úloha č. 9 – Rekuperátor pro ohřev vzduchu

Na základě blokového schématu a zadání úlohy (3.3.1) určete :

- Přenos rekuperátoru.

Obr. 42 Blokové schéma rekuperátoru



Předpoklady :

Výměna tepla se uskutečňuje vedením. To znamená od kouřových plynů přes stěnu trubky se součinitelem přestupu tepla  $\alpha_1$  [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\text{K}^{-1}$ ] a od trubky přes její vnitřní stěnu se součinitelem přestupu tepla  $\alpha_2$  [ $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\text{K}^{-1}$ ].

Předpokládejte, že je rozdíl teplot na stěnách trubky zanedbatelně malý.

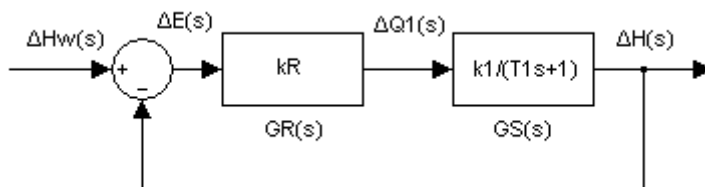
- Vytvořte rovnice, které upravte tak, aby jste mohli vyjádřit časové konstanty  $T_s$  a  $T_v$ . Na obdržené rovnice použijte Laplaceovu transformaci.
- Sestavte blokové schéma v Simulinku.
- Proveďte řešení simulace v MATLAB – Simulinku a zaznamenejte časové průběhy vstupů a výstupu.
- Proveďte další simulaci s jinými variantami parametrů.
- Zhodnoťte dosažené výsledky.

## 4.4 Úloha č. 10 – Regulace nádrže s volným odtokem

Na základě blokového schématu a zadání úlohy (3.4.1) proveďte :

- analytickou identifikaci linearizovaného modelu nádrže s volným odtokem kapaliny.
- Na základě tohoto modelu navrhnete analogový regulátor typu P, který zajistí požadovanou výšku hladiny.

Obr. 43 Blokové schéma regulačního obvodu



Návod k řešení :

Nejprve vytvořte rovnici pro elementární přírůstek objemu kapaliny v nádrži za elementární časový přírůstek. Po její úpravě dostanete nelineární diferenciální rovnici 1. řádu, na kterou použijte Laplaceovu transformaci. Výsledný vztah zapište pomocí přenosu  $G(s)$ .

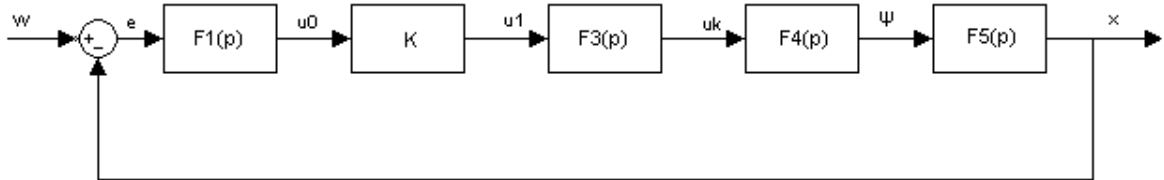
- Vytvořte simulační schéma soustavy nelineární i lineární v Simulinku.
- Vytvořte model celého nelineárního i lineárního regulačního obvodu s P a PI regulátorem.
- provedte simulaci regulačního procesu pro vybrané parametry a vyhodnoťte rozdíly mezi nelineárním a lineárním modelem.

## 4.5 Úloha číslo 11 – Polohový servomechanismus

Na základě blokového schématu a zadání úlohy (3.5.1) určete :

- a) Kritické zesílení zesilovače P regulátoru.

Obr. 44 Blokové schéma polohového servomechanismu



Návod :

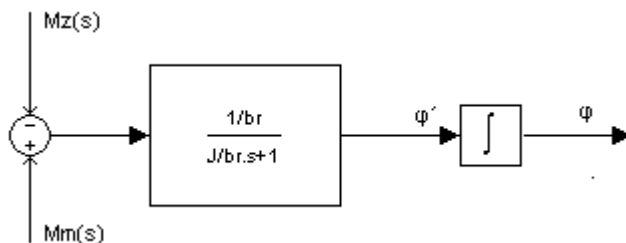
Určete přenos otevřeného a uzavřeného regulačního obvodu. Pomocí Hurvitzova kritéria vyšetřete stabilitu celého regulačního obvodu.

- b) Vytvořte model celého regulačního obvodu s P i PI regulátorem v Simulinku.  
 c) Proved'te simulaci chování servomechanismu.  
 d) Změňte parametry jednotlivých bloků a P a PI regulátoru a znovu proved'te simulaci.  
 e) Vyhodno'te výsledky a kvalitu regulačního procesu s P a PI regulátorem.

## 4.6 Úloha č. 12 – Navíjecí zařízení

Na základě blokového schématu a zadání úlohy (3.6.1) zobrazte závislosti úhlové rychlosti a úhlu natočení navíjecího válce na čase při zadaných parametrech  $J, b$ , a zatěžovacím momentu  $M_z$ .

Obr. 45 Blokové schéma modelu rotační soustavy navijáku



- a) Pohybovou rovnicí sestavte na základě momentové rovnováhy s uvažováním Steinerovy věty.

- b) Pomocí Laplaceovy transformace definujte obrazový přenos dynamického systému.
- c) Vytvořte simulační model navijáku.
- d) Proveďte simulaci procesu navíjení pro vybrané parametry a vstupy a výsledky  $\varphi(t)$  a  $\omega(t)$  zaznamenejte graficky.
- e) Proveďte variantní simulaci s jinými parametry a zhodnoťte dosažené výsledky.

## 5. Závěr

Všech 6 vybraných úloh z různých oblastí regulační techniky bylo řešeno metodicky jednotným způsobem. Od blokového schématu k diferenciální rovnici, z Laplaceovy transformace tvorba počítačového modelu v MATLAB – Simulink, provedení simulací pro zvolené varianty jednotlivých parametrů a vstupů a zhodnocení dosažených výsledků. Byla vytvořena dokumentace k jednotlivým úlohám a na základě pokynů vedoucího práce byly sestaveny návody k těmto řešeným úlohám. Postupně byly jednotlivé úlohy odladěny na PC v prostředí MATLAB – Simulink a předpokládá se jejich využití na katedře elektrotechniky a automatizace a Počítačové modelování dynamických soustav na Technické fakultě v novém akademickém roce.

## Seznam použité literatury

- [1] FARANA, LANDRYOVÁ, LOKOSOVÁ. Programová podpora simulace dynamických systémů. 1. vydání. Ostrava – Poruba: Katedra automatizační techniky a řízení VŠB – Technická univerzita, 1996. 114 s.
- [2] VAVŘÍN, ZEZULKA, ŠOLC. Teorie řízení I. a II. Návody do cvičení. 1. vydání. Brno: Editační středisko VUT Brno, 1972. 95 s.
- [3] KUPKA, JANEČEK. Matlab & Simulink řešené příklady. 1. vydání. Lanškroun: SOŠ a SOU Lanškroun, 2007. 224 s.
- [4] KARBAN. Výpočty a simulace v programech Matlab a Simulink. 1. vydání. Brno: Computer Press, a.s., 2006. 220 s.
- [5] NOSKIEVIČ. Modelování a identifikace systémů. 1. vydání. Ostrava: Montanex a.s., 1999. 276 s.
- [6] SVÍTEK, BORKA. Modelování systémů a procesů. 1. vydání. Praha: ČVUT, 2001. 135s.
- [7] PROKOP, MATUŠŮ. Teorie automatického řízení – lineární spojité dynamické systémy. 1. vydání. Zlín: UTB – Fakulta aplikované informatiky, 2006. 102



## Seznam obrázků

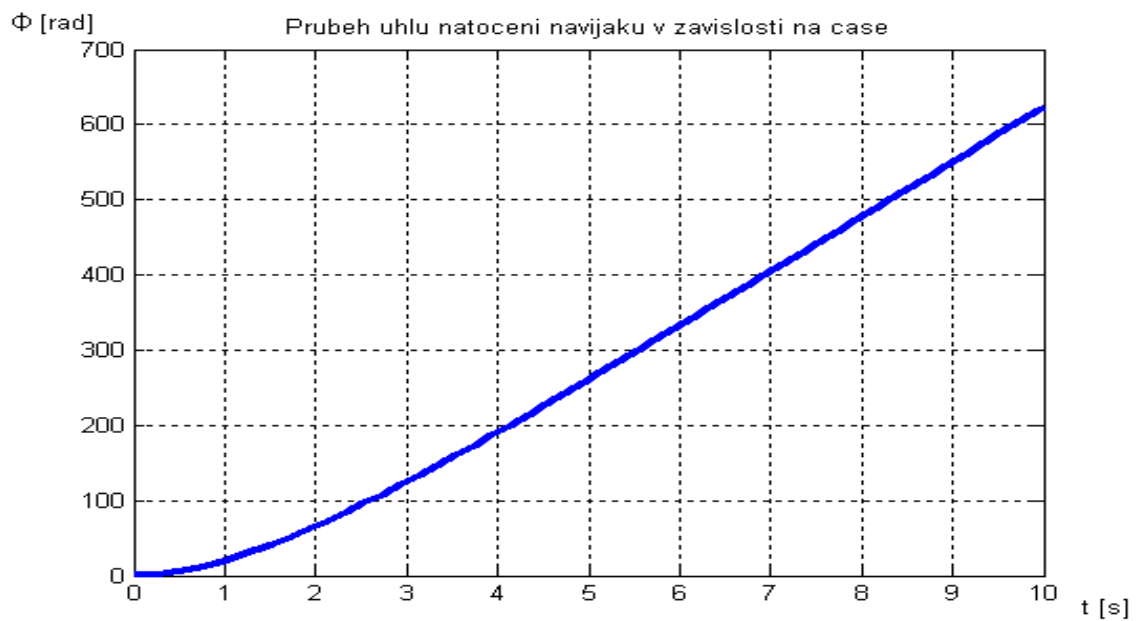
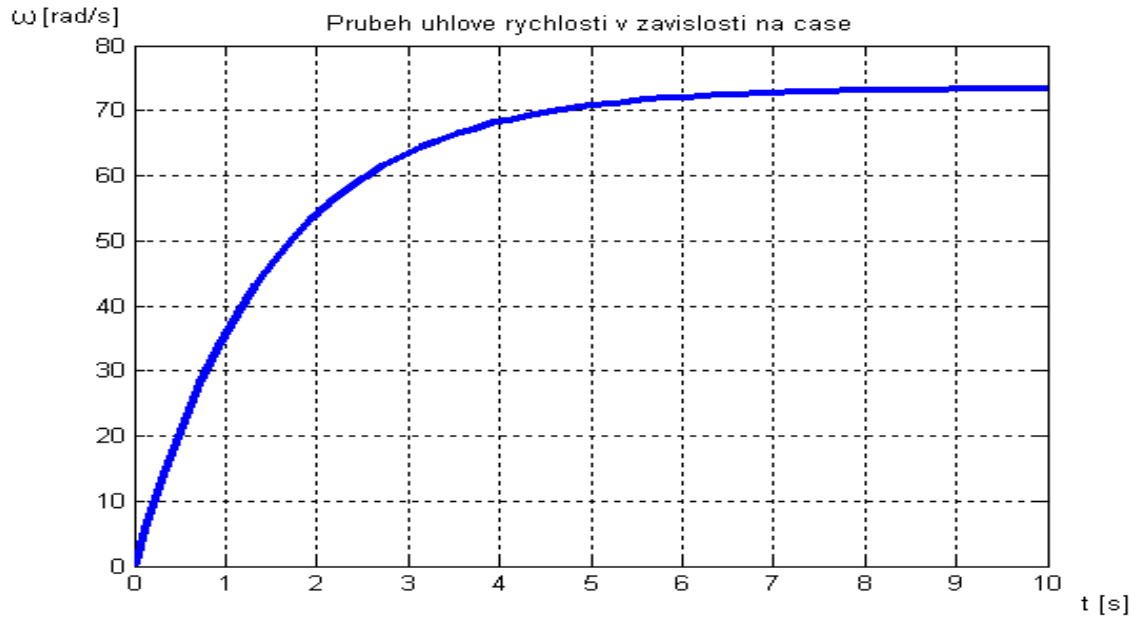
- obr. 1            Proces hromadění materiálu na skládce [1]
- obr. 2            Časový průběh procesu hromadění na skládce
- obr. 3            Blokové schéma procesu hromadění materiálu na skládce v časové oblasti
- obr. 4            Simulační model procesu hromadění materiálu na skládce
- obr. 5            Časový průběh procesu hromadění materiálu na skládce (vstupy)
- obr. 6            Časový průběh procesu hromadění materiálu na skládce
- obr. 7            Schéma nádrže s odčerpáváním [1]
- obr. 8            Blokové schéma nádrže s odčerpáváním v časové oblasti
- obr. 9            Simulační model nádrže s odčerpáváním
- obr. 10           Výsledek simulace modelu nádrže s odčerpáváním (vstupy)
- obr. 11           Výsledek simulace modelu nádrže s odčerpáváním
- obr. 12           Zjednodušené schéma rekuperátoru pro ohřev vzduchu [1]
- obr. 13           Blokové schéma rekuperátoru
- obr. 14           Simulační schéma rekuperátoru
- obr. 15           Simulované časové průběhy teplot v rekuperátoru
- obr. 16           Zjednodušené schéma regulačního obvodu pro nádrž s volným odtokem [1]
- obr. 17           Linearizovaná statická charakteristika nádrže s volným odtokem
- obr. 18           Blokové schéma nádrže s volným odtokem v časové oblasti
- obr. 19           Blokové schéma regulačního obvodu
- obr. 20           Simulační schéma reg. obvodů s nelineární a linearizovanou reg. soustavou
- obr. 21           Výsledek simulace činnosti reg. obvodů s nelineární a linearizovanou reg. soustavou
- obr. 22           Výsledek simulace činnosti reg. obvodů s nelineární reg. soustavou a PI regulátorem
- obr. 23           Výsledek simulace činnosti reg. obvodů s nelineární reg. soustavou a PI regulátorem

- obr. 24 Výsledek simulace činnosti reg. obvodů s nelineární reg. soustavou a PI regulátorem
- obr. 25 Výsledek simulace činnosti reg. obvodů s nelineární reg. soustavou a PI regulátorem
- obr. 26 Schéma polohového servomechanismu [2]
- obr. 27 Blokové schéma polohového servomechanismu
- obr. 28 Blokové schéma polohového servomechanismu s PI regulátorem
- obr. 29 Simulační schéma polohového servomechanismu
- obr. 30 Přechodová charakteristika servomechanismu pro krit. zesílení  $K = 4,4$
- obr. 31 Přechodová charakteristika servomechanismu pro zesílení  $K = 3,5$
- obr. 32 Přechodová charakteristika servomechanismu pro zesílení  $K = 6$
- obr. 33 Přechodová charakteristika servomechanismu pro zesílení  $K = 4,4$  a  $T = 0,1$
- obr. 34 Přechodová charakteristika servomechanismu pro zesílení  $K = 0,5$  a  $T = 0,01$
- obr. 35 Schéma poháněného navijáku [3]
- obr. 36 Blokové schéma modelu rotační soustavy navijáku
- obr. 37 Simulační model navijáku s břemenem
- obr. 38 Průběh úhlové rychlosti v závislosti na čase
- obr. 39 Průběh úhlu natočení navijáku v závislosti na čase
- obr. 40 Blokové schéma procesu hromadění materiálu na skládce v časové oblasti
- obr. 41 Blokové schéma nádrže s odčerpáváním v časové oblasti
- obr. 42 Blokové schéma rekuperátoru
- obr. 43 Blokové schéma regulačního obvodu
- obr. 44 Blokové schéma polohového servomechanismu
- obr. 45 Blokové schéma modelu rotační soustavy navijáku

# Přílohy

## Příloha 1: Ukázky variantních simulací s jinými parametry pro příklad č. 12.

parametry :  $m = 90 \text{ kg}$ ,  $r = 0,4 \text{ m}$ ,  $M_m = 500 \text{ Nm}$ ,  $T = 1,5 \text{ s}$ ,  $K = 0,5$



parametry :  $m = 20 \text{ kg}$ ,  $r = 0,25 \text{ m}$ ,  $M_m = 59,05 \text{ Nm}$ ,  $T = 19,5 \text{ s}$ ,  $K = 0,5$

