Univerzita Hradec Králové

Pedagogická fakulta

Katedra aplikované kybernetiky Přírodovědecké fakulty

Výtvarné umění a vizuální kultura ve výuce matematiky

Disertační práce

Autor: Ing. Mgr. Eva Trojovská

Studijní program: P 7507 Specializace v pedagogice

Studijní obor: Informační a komunikační technologie ve vzdělávání

Školitel: prof. RNDr. Eva Milková, Ph.D.

2022

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto disertační práci vypracovala pod vedením své školitelky samostatně a uvedla jsem všechny použité prameny a literaturu.

V Hradci Králové dne 14.07.2022

Poděkování

Ráda bych tímto srdečně poděkovala vedoucí práce prof. RNDr. Evě Milkové, PhD. za cenné rady, připomínky, metodické vedení práce, trpělivost a pochopení.

Děkuji také svému manželovi a mamince za veškerou pomoc a podporu. Děkuji i PhDr. Janě Cachové, Ph.D. a PhDr. Kataríně Přikrylové, Ph.D., didaktičkám matematiky a výtvarné výchovy, za mnoho obohacujících poznatků.

Abstrakt

Matematika dlouhodobě nepatří k oblíbeným předmětům. Přitom dnes daleko více nežli dřív je třeba rozvíjet u žáků matematickou gramotnost, aby porozuměli složitým vztahům v dnešním světě. Propojení matematiky s výtvarnou výchovou může přinést řadu benefitů například v podobě získání vizuální gramotnosti, větší motivace či pochopení učiva. Tato práce se ve své výzkumné části zabývá rozvojem kognitivních funkcí, a to figurální tvořivosti a představivosti, během absolvování standardních hodin geometrie a během absolvování hodin geometrie s prvky výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT. Z výzkumných metod byl použit pedagogický experiment, dotazník a analýza kreseb. Získaná data byla vzájemně porovnána. Teoretická část pojednává o kognitivní psychologii, o vývoji vzdělávacího systému v českých zemích a o současných přístupech ve výuce matematiky a výtvarné výchovy.

Klíčová slova

Matematika, vzdělávání, výtvarné umění, vizuální kultura, tvořivost, představivost.

Abstract

Mathematics has not been a popular subject for a long time. At the same time, today, far more than before, it is necessary to develop students' mathematical literacy to understand the complex relationships in today's world. Connecting mathematics with art education can bring many benefits, such as visual literacy, greater motivation, or understanding of the subject matter. In the research part, this thesis deals with the development of cognitive functions, namely figural creativity and imagination, during the completion of usual geometry lessons and the completion of geometry lessons with elements of fine art and visual culture with ICT support. Among the research methods, a pedagogical experiment, a questionnaire, and an analysis of drawings were used. The obtained data were compared with each other. The theoretical part deals with cognitive psychology, the development of the educational system in the Czech lands, and current approaches in the teaching of mathematics and art education.

Keywords

Mathematics, education, visual arts, visual culture, creativity, imagination.

Seznam použitých zkratek

RVP ZV	Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání
RVP PV	Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání
RVP G	Rámcový vzdělávací program pro gymnázia
ŠVP	Školní vzdělávací program
VU	výtvarné umění
VK	vizuální kultura
ICT	informační a komunikační technologie
TTFT	Torranceho test figurální tvořivosti
VTRP	Vonkomerův test rovinné představivosti

Obsah

Úvod

Je známo, že není možné podat definici matematiky a ani není jednoduché stanovit předmět zkoumání této formální vědy. Uvádí se, že matematika je věda o kvantitě, struktuře, prostoru či změně. I samotné tyto pojmy je obtížné vysvětlit, ale vidíme, že se zde naskýtá značná pestrost zaměření. Narážíme na fakt, že si stále mnoho lidí myslí, že matematika znamená pouze něco spočítat. Přitom nás ale provází dennodenně, aniž bychom si toho byli vědomi.

Abychom si ale všudypřítomnost matematiky uvědomovali, je třeba v tomto oboru získávat patřičné vzdělání, a to už od předškolního věku. Hovoříme o tzv. předmatematických představách. Předmět matematika se však pro značnou část žáků váže s nelibostí, strachem nebo nudou. Jedním z vysvětlení mohou být žákovy záliby a jeho zaměření pouze určitým směrem. Proč by ale musela být matematika uzavřena žákům, kteří se spíš profilují například do humanitních oborů?

V posledních letech prochází české školství v některých oblastech významnými změnami, které si vyžádaly nově nastolené podmínky ve společnosti, v technologii, umění a kultuře. V roce 2020 byla vydána Strategie 2030+ a na jaře 2021 byla zveřejněna minirevize RVP ZV (Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání), která se však vzdělávací oblasti *Matematika a její aplikace* nedotkla. Přibyla nová vzdělávací oblast *Informatika* a dle našeho názoru může zvýšit atraktivitu předmětu matematika. Nyní se pracuje na tzv. velké revizi RVP. V této práci bude ale sledován vztah matematiky k jinému předmětu, nebo lépe řečeno k jinému oboru, a to k vizuální kultuře.

V první kapitole je představen cíl této disertační práce. Z něj jsou odvozeny vedlejší a dílčí cíle. Popíšeme výzkumný vzorek, se kterým dále pracujeme. Zmíníme samozřejmě limity, které námi navržený výzkum má. V druhé kapitole se zabýváme teoretickými východisky oblastí, kterých se disertační práce dotýká. Jedná se o specifika matematiky, jako je jazyk matematiky a vizualizace v matematice. Dále má své důležité místo pojednání o souvisejících poznatcích kognitivní psychologie. Nechybí zde ani propojení s neurobiologickou podstatou problému. Poté přecházíme do oblasti vzdělávání a školství. Abychom pochopili současné změny, nastíníme si vývoj školství v českých zemích po roce 1989. Poté se zaměříme na současná specifika předmětů matematiky a výtvarné výchovy. Jelikož je naším klíčovým slovem tvořivost a představivost, ukážeme si, jak na tyto kategorie nahlíží didaktika matematiky a výtvarné výchovy dnes. Nakonec uvádíme přehled dosavadního výzkumu, který ukazuje, že pro tuto práci je v poznání místo a že se s žádnou prací výrazně nepřekrývá.

Ve třetí kapitole je zpracování výzkumu, který jsme navrhli. Procházíme přes jednotlivé výzkumné otázky a pomocí vhodných metod se dobíráme k odpovědím na ně. Byl uskutečněn pedagogický experiment, dotazníkové šetření a analýza kreseb. Výzkum jsme triangulovali. Poznatky, ke kterým jsme došli, jsme shrnuli v následující kapitole. V příloze je obrazová ukázka některých výtvarných aktivit z hodin matematiky.

1 Cíl disertační práce

Pokládáme si následující zastřešující otázku.

Je možné ovlivnit úroveň figurálního tvořivého myšlení a rovinné představivosti studentů učitelství primární a preprimární edukace?

Výzkumný problém je rozložen do několika dílčích výzkumných otázek.

Jakým způsobem ovlivní jednosemestrální výuka geometrie úroveň rovinné představivosti a figurální tvořivosti studentů učitelství primární a preprimární edukace?

Jaká změna nastane v úrovni rovinné představivosti a figurální tvořivosti studentů učitelství primární a preprimární edukace po absolvování jednosemestrální výuky geometrie obohacené o prvky výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT oproti standardní výuce?

Které další okolnosti souvisí s úrovní rovinné představivosti a figurální tvořivosti?

Jaké je pojetí tvořivosti očima studentů i ve vztahu k sobě sama?

V průběhu výzkumu vyvstal impuls k řešení ještě jedné výzkumné otázky na základě analýzy kreseb.

Je možné navrhnout model pro kódování radiální symetrické kresby tak, aby z něj bylo možné usuzovat o úrovních složek divergentního myšlení?

1.1 Hlavní cíl práce

Hlavním cílem výzkumu této disertační práce je zjistit, zda inovativní pojetí výuky matematiky prostřednictvím prvků výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT má vliv na úroveň figurálního tvořivého myšlení a rovinné představivosti.

1.2 Dílčí cíle práce

Dílčími cíli jsou:

- analyzovat změnu v úrovni rovinné představivosti a figurální tvořivost studentů učitelství primární a preprimární edukace po absolvování jednosemestrální výuky geometrie;
- analyzovat změnu v úrovni rovinné představivosti a figurální tvořivosti studentů učitelství primární a preprimární edukace po absolvování jednosemestrální výuky geometrie obohacené o prvky výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT.

Vedlejšími cíli jsou:

- zjistit souvislosti rozvoje tvořivého myšlení a rovinné představivosti z volnočasových a mimoškolních aktivit studentů;
- zjistit pojetí tvořivosti očima studentů i ve vztahu k sobě sama.

Aby bylo možné cílů dosáhnout, bylo třeba:

- nastudovat poznání z velké řady oborů a ověřit jejich vzájemnou synergii,
- zjistit současný stav v oblasti propojování matematiky a výtvarných aktivit ve výuce,
- navrhnout a vytvořit výtvarné aktivity vhodné do výuky matematiky s podporou ICT.

Předpokladem pro tento výzkumný problém je, že charakter výuky matematiky, konkrétně geometrie, ve které jsou zaváděny prvky výtvarného umění a vizuální kultury a zároveň naplňovány vzdělávací cíle předmětu, má odlišný vliv na úroveň tvořivého myšlení a rovinné představivosti studentů než při běžné výuce bez zařazení zmiňovaných prvků.

Proměnnou rovinná představivost měříme pomocí standardizovaného Vonkomerova testu rovinné představivosti. Proměnnou figurální tvořivost měříme pomocí Torranceho testu figurální tvořivosti, jehož použitá podoba byla standardizovaná na Slovensku.

1.3 Výzkumný vzorek

Výzkumný vzorek tvoří studenti učitelství v mateřské škole a studenti učitelství 1. stupně ZŠ, kteří studují na Univerzitě Hradec Králové. Jedná se o dostupný výzkumný vzorek. Pro tyto dva obory je charakteristické, že jejich studium je pestré. Absolvují značné množství předmětů z různých oborů, které je třeba ovládat jak po stránce metodologické, tak po stránce odborné. Matematika není jejich primární zaměření, i když se jedná o velice důležitou oblast, ve které později mají rozvíjet své žáky. Při návrhu výzkumu jsme předpokládali v každém akademické roce průměrný rozsah výzkumného vzorku $n = 70$ (20 studentů učitelství v mateřské škole, 50 studentů učitelství 1. stupně). Vzhledem k oboru studia lze konstatovat, že se výzkumu zúčastní v drtivé většině ženy. Na tuto proměnnou nebude dál brán zřetel.

Zapojení budoucích učitelů není samoúčelné. Je důležité se zaměřit na přípravu studentů pro jejich budoucí povolání a rysy jejich osobností, ne pouze na jejich znalosti. Jejich kognitivní vývoj a také vztah k matematice či jejich pojetí matematiky může významně ovlivnit charakter jejich budoucí výuky v praxi.

1.4 Hypotézy

Na základě stanoveného výzkumného problému, formulovaných cílů a předpokladu výzkumu jsme stanovili následující hypotézy týkající se pedagogického experimentu.

H_0^a: Úroveň rovinné představivosti studentů učitelství primární a preprimární edukace se absolvováním jednosemestrální standardní výuky geometrie nezmění.

H_0^b: Úroveň rovinné představivosti studentů učitelství primární a preprimární edukace se absolvováním jednosemestrální výuky geometrie obohacené o prvky VU a VK s podporou ICT nezmění.

H_0^c: Výuka založená na prvcích výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT má na rozvoj rovinné představivosti stejný vliv jako standardní výuka.

H_0^{d1}: Výuka založená na prvcích výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT má na rozvoj fluence stejný vliv jako standardní výuka.

H_0^{d2}: Výuka založená na prvcích výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT má na rozvoj flexibility stejný vliv jako standardní výuka.

H_0^{d3}: Výuka založená na prvcích výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT má na rozvoj originality stejný vliv jako standardní výuka.

H_0^{d4}: Výuka založená na prvcích výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT má na rozvoj elaborace stejný vliv jako standardní výuka.

1.5 Limity výzkumu

Výzkum je lokálního charakteru uskutečněný na jedné fakultě vysoké školy mezi studenty dvou konkrétních pedagogických oborů. Rozsah výzkumného vzorku byl vzhledem k použitým výzkumným metodám a technikám dostačující. Rozběhnutý výzkum však poznamenala pandemická situace a s ní spojená nařízení Ministerstva zdravotnictví ČR. Bylo třeba pozměnit průběh výzkumu a posílit zpracování obrazového materiálu (viz v průběhu výzkumu přidaná výzkumná otázka), což v důsledku činí práci s přidanou hodnotou novosti.

2 Teoretická východiska

2.1 Jazyk matematiky

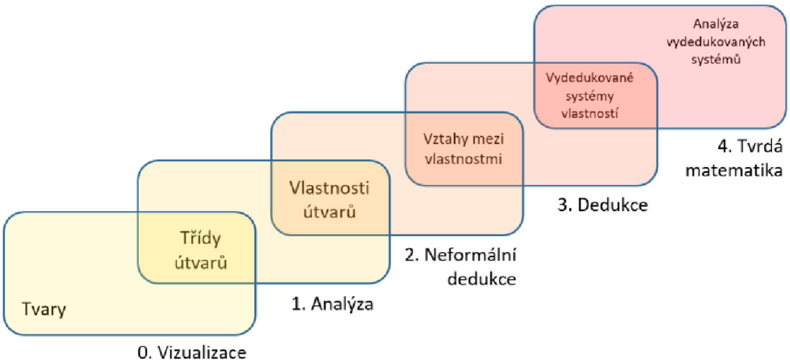
Známá monografie Keitha Devlina (2011), jejímž názvem *Jazyk matematiky* jsme se nechali inspirovat pro tuto podkapitolu, je uvozena malým historickým vhledem. Kolem roku 500 př. n. l. byla matematika skutečně naukou o číslech. Starověké Řecko však přišlo s poznáním v oblasti geometrie a byl položen základ systematického bádání. Až do poloviny 17. století mělo počítání, měření a popis matematických objektů statický charakter. Významný přelom pak v tuto dobu nastal díky zavedení teorií o pohybu a změnách. Dramatický rozvoj matematiky nastal ve 20. století ruku v ruce s rozmachem různorodých odvětví. Nakonec můžeme přijmout charakteristiku matematiky jako vědu o strukturách, které mohou být „skutečné nebo uměle sestavené, zjevné nebo skryté, statické nebo dynamické, kvalitativní nebo kvantitativní, ryze účelové nebo vymyšlené jen tak pro zábavu“ (Devlin 2011, s. 11). Odsud je zjevné, že je třeba volit nejvhodnější prostředek k popisu konkrétní *struktury*, ve které se právě pohybujeme.

Z tohoto díla (Devlin 2011) bychom ještě zmínili myšlenku významné podobnosti matematiky s hudbou. Notový zápis je vysoce abstraktní a řídí se vlastními strukturálními pravidly. Není to ale ještě hudba. Ta vznikne až ve chvíli, kdy vstoupí do naší mysli. To samé můžeme říci i o matematice. Matematika k nám může promlouvat různými jazyky a z nich si musíme volit ty, díky kterým *spatříme v mysli neviditelné*. Zde se nabízí, ač poněkud s předstihem, odcitovat také jeden bod z Desatera konstruktivismus, jehož autoři jsou František Kuřina a Milan Hejný.

„Poznatky, a to nejen poznatky matematické, jsou nepřenosné. Přenosné (z knih, časopisů, přednášek a různých médií) jsou pouze informace. Poznatky vznikají v mysli poznávajícího člověka. Jsou to individuální konstrukty“ (Hejný a Kuřina 2009, s. 194).

Jazyk matematiky je opředený symboly. Mnohdy ale symbolický zápis nestačí nebo nevyhovuje, a proto je třeba volit jiný, abstraktní, způsob zápisu nebo znázornění. Jiná osoba však musí umět takový zápis přečíst nebo s jinou osobou o daném problému komunikovat. K tomu je třeba mít vedle znalostí a dovedností na příslušné úrovni rozvinuté matematické představy. V oblasti zájmu tohoto pojednání je vhodné zmínit model poznávání geometrického objektu a vytváření prostorových představ, jenž vyplynul z výzkumu nizozemských pedagogů Pierra van

Hiele a Diny van Hiele-Geldof. Nejdůležitějším rysem tohoto modelu je pětistupňová hierarchie způsobů, jak porozumět prostorovým představám. Každá z pěti úrovní popisuje procesy myšlení používané v geometrických kontextech. Úrovně popisují také typy geometrických objektů, o kterých jsme na dané úrovni schopni uvažovat (Van de Walle a Lovin 2006). Tento model je zobrazen níže.



Obrázek 1: Van Hiele - model poznávání geometrického objektu a vytváření prostorových představ, upraveno z (Van de Walle a Lovin 2006, s. 183)

Na úrovni 0 děti předškolního věku rozlišují geometrické tvary podle vzhledu jako celek a porovnávají je se známými prototypy tvarů.[1] Na úrovni 1 děti identifikují jednotlivé komponenty, které jsou významnými částmi geometrických útvarů (například strany a vnitřní úhly trojúhelníku). Nevnímají ale obecné vztahy těchto atributů. Nerozumí inkluzivním vztahům mezi jednotlivými útvary z důvodu absence jejich definic. Na úrovni 2 již žáci vnímají vztahy mezi vlastnostmi útvarů a uvědomují si třídy geometrických útvarů. Jsou schopni formulovat jednoduché a smysluplné definice. Tento myšlenkový proces je předpokladem zvládnutí dedukce. Na úrovni 3 studenti středních škol již rozumí významu axiomů a definic, nutným a postačujícím podmínkám. Pak mohou dedukovat. Porozumí rozdílu mezi základními a odvozenými pojmy, ale pouze v rámci eukleidovské geometrie. Takto postavený axiomatický systém chápou jako nezměnitelný. Na poslední úrovni 4 se pohybují obvykle studenti vysokých škol. Uplatňují se formální aspekty dedukce, jako je vytváření nových a srovnávání existujících matematických systémů. Chápou, že definice jsou obecné a nezávislé na konkrétní realizaci nebo modelu. Matematické myšlení na této úrovni je abstraktní, nevyžadující modely (Žilková et al. 2018, s. 29–33).

[1] Vizuální prototyp je „ideální příklad“ útvaru. Například rovnostranný trojúhelník je prototypem trojúhelníku.

2.2 Vizualizace v matematice

Vizualizací, a především vizualizací v matematice, se zabývala Andrea Ševčíková (2020) ve své dizertační práci s názvem *Vliv vizuální reprezentace důkazů matematických vět na jejich srozumitelnost*. Je zde bohatá přehledová studie výzkumů zabývajících se vizualizací dokazování v matematice a shrnutí odkazů na klasická díla pedagogů a psychologů. V tomto bodě je vhodné zmínit definici vizualizace, jak ji zkompletoval Abraham Arcavi. Vizualizace je schopnost, proces a produkt tvorby, interpretace, použití a reflexe obrázků, fotografií či diagramů v našich představách, na papíře nebo s technologickými nástroji za účelem zobrazení a sdělování informací, myšlení a rozvíjení dříve nepoznaných nápadů a rozvíjení porozumění (Arcavi 2003). Jelikož téma dizertační práce důležitými pojítky také odkazuje k práci Františka Kuřiny, je vhodné uvést i jeho názor na zastoupení vizualizace v matematice. Na význam grafického znázorňování v geometrii upozorňuje již ve své monografii *Umění vidět v matematice*. Dle něj obrázek v matematice není jen grafickým záznamem toho, co vyjadřujeme slovy. Má nám pomáhat při zavádění pojmů, při popisu postupů geometrických konstrukcí a při řešení úloh. Obrázek by měl být významným nástrojem rozvoje intuice v matematice (a to nejen v geometrii). Na geometrii se můžeme dívat jako na metodu uvažování (Kuřina 1990). Výrok z této publikace, že geometrickou představivost ve školách rozvíjíme nesystematicky a v omezené míře, můžeme bohužel aplikovat i do současnosti. Přitom ale geometrická představivost podmiňuje do určité míry i tvořivost, protože při tvůrčím procesu pracujeme s představou jako s obrazem v mysli.

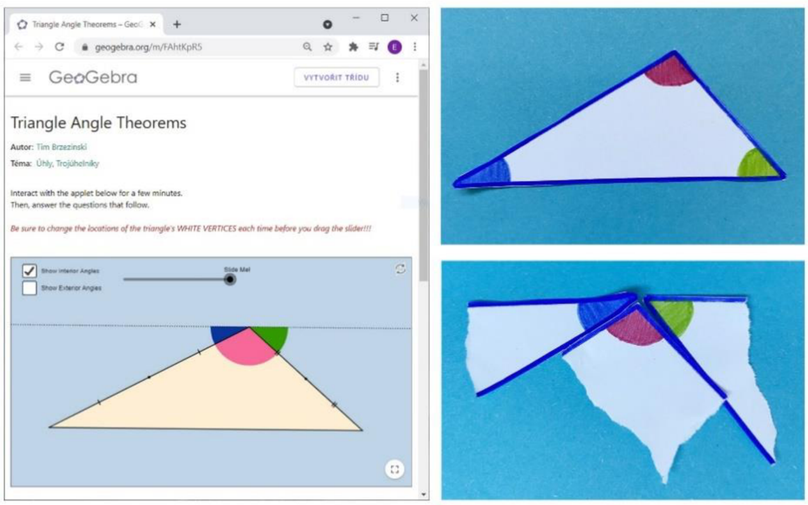
Raymond Duval (2006) ve svém článku ale upozorňuje na problém kognitivního konfliktu spočívajícího v odlišení reprezentovaného objektu od použité sémiotické reprezentace. Schopnost přecházet mezi systémy reprezentací se pak stává kritickým místem pro rozvoj učení se a schopnosti řešení problémů.

Je důležité rozlišovat teoretický prostor geometrických objektů a vztahů a prostor prostorově-grafických entit. S teoretickým prostorem se žáci setkávají například při důkazech některého tvrzení. Do oblasti prostorově-grafických entit se žáci dostávají při rýsování a kreslení, pokud provádějí pohyb obrázku, měří velikosti a podobně (Laborde 2005).

Vizualizace v matematice také může mít význam pro uvolnění pracovní paměti žáka ve prospěch jiných mentálních činností (např. indukce, komparace, dedukce) a pro povzbuzení jeho zvídavosti a tvořivosti. Výzkumný ústav pedagogický (nyní NÚV, Národní ústav pro vzdělávání) v roce 2011 vydal minimetodiku nazvanou *Obrazový materiál (nejen) v matematice* (VÚP 2011), která na základě relevantní literatury shrnuje psychodidaktické funkce obrázků, jako například:

- učiní text zajímavější, navozuje určitý estetický prožitek;
- vytváří u žáků adekvátní obrazové představy;
- umožňuje vhodně uspořádat už existující znalosti a představy;
- usnadňuje žákovi pochopení učiva;
- ovlivňuje způsob, kterým se žák učí;
- probouzí zájem o učivo;
- slouží k navození a udržení žákovy pozornosti;
- přispívá k podpoře poznávacích procesů.

Matematické objekty jsou ale čistě abstraktní povahy. Snažíme se je vhodně modelovat a přiblížit žákům i sami sobě. Kromě činností s materiály (papír, plastelína, špejle, provázky, potraviny aj.) ve výuce matematiky je hodnotná i zkušenost s různými počítačovými programy nebo webovými applety. Také jsou volně dostupné nástroje pro modelování v 3D prostoru. Vždy je ale třeba si klást otázku, zda je daný model vhodný. Na obrázku 2 vidíme vlevo okénko s důkazem pro součet velikostí vnitřních úhlů trojúhelníku pomocí systému dynamické geometrie GeoGebra. Uživatel si animaci může řídit sám pomocí ovládacího prvku „posuvníku“. Aktivita o stejné geometrické podstatě ale může přinést silnější efekt díky roztrhání a přeskládání papírového trojúhelníku (vpravo). V obou případech vidíme, že součtem velikostí vnitřních úhlů v trojúhelníku je úhel přímý, což je navíc umocněno využitím barev.



Obrázek 2: Důkaz o součtu velikostí vnitřních úhlů trojúhelníku pomocí dynamické geometrie, vlevo (Brzezinski in GeoGebra 2021), vpravo zdroj vlastní

2.3 Základní poznatky z kognitivní psychologie

Klíčovými pojmy zadaného tématu jsou představivosti a tvořivost. Tyto pojmy, nebo spíš kategorie, jsou velice široké. Zde je proto vysvětlíme z hlediska kognitivní psychologie, ale také je zohledníme i v kontextu neurobiologie. V dalších kapitolách se s nimi setkáme v kategoriích vzdělávání matematiky a výtvarné výchovy.

2.3.1 Představivost

Představivost je především kognitivní proces. Sternberg (2002) uvádí, že představivost je důležitým niterným procesem v orientaci ve vnějším světě, v rozhodování a jednání. Představy jsou pak mentální reprezentace těch věcí, které v okamžiku reprezentace nejsou vnímány smyslovými orgány. Tento klíčový kognitivní proces se týká mentálních reprezentací ve všech senzorických modalitách. Vizuální představy mají všechny vlastnosti skutečných objektů ve světě. Jsou umístěny v nějakém druhu mentálního prostoru a tyto objekty jsou mentálně přesouvány nebo rotovány (Eysenck a Keane 2008). Představivost je předpokladem tvůrčí činnosti (Hartl a Hartlová 2000; Půlpán et al. 1992). Thomas Hobbes rozlišuje tři pojetí představ. V nejužším slova smyslu je představa založena na podobnosti s něčím viditelným. Představa ale může být fikce. Podobnost je vázána na něco fantazijního. V nejširším slova smyslu je představa reprezentací jedné věci druhou (Sedláková 2004). Je vhodné zde lépe specifikovat pojem fantazie. Fantazie vychází z pamětních představ, které mohou být různě kombinovány, přetvářeny, doplňovány či zasazovány do nových souvislostí. Běžně je pro nás synonymem obrazotvornosti (Plháková 2003). Lépe tento vztah, ale i další důležitý pojem *imaginace* uvádí Milan Nakonečný. Imaginace „vyjadřuje komplexní proces seskupování představ do určitých struktur a jejich fungování. Významovým ekvivalentem pojmu imaginace je obrazotvornost, které je však obvykle pokládáno za obsahově totožné se slovem fantazie, ačkoli ta by mohla být chápána jako jeden z mnoha druhů imaginace“ (Nakonečný 2004, s. 136).

2.3.2 Tvořivost

Odbornou společností jsou předkládány různé definice pojmu tvořivost. Jejich společnou vlastností je, že se jedná o proces, při kterém vzniká něco originálního a zároveň hodnotného. Dále je při uplatňování tvořivosti charakteristické divergentní myšlení, řešení problémů a vhled. Podle Roberta Weisberga (1995) je tvořivost svázána s odborností. Vysoce tvořiví lidé pracují na své odbornosti a vědomě vynakládají tvůrčí úsilí, aby se stali odborníky ve svých oborech. Ronald Finke (1995) ale vyzdvihuje roli vhledu, díky kterému dokážeme odlišit podnětné od nepodnětného a skvělé od tuctového. Podle některých psychologů se na tvořivost máme dívat jako na rys osobnosti. Na toto pojetí navázal například Howard Gardner, který se zabýval rozvojem tvořivosti v průběhu života, viz například (Gardner 2011).

Výše zmíněný pojem divergentní myšlení spolu s pojmem konvergentní myšlení přinesl do oboru psychologie Joy Paul Guilford. Konvergentní operace je možné charakterizovat logicko-deduktivní podstatou. Uplatňujeme je v úlohách s jedním řešením. Využívají se zde mentální procesy, jako jsou například vnímání, rozlišování, paměť, analýza a syntéza. V úlohách, kde je třeba řešení hledat a tvořit rozličné logické alternativy, se aplikuje divergentní myšlení. Jádrem je rozmanitost, množství a vhodnost odpovědí. Je to styl myšlení, jenž zahrnuje reorganizaci a restrukturalizaci vědomostí. Guilford zavedl model struktury intelektu a pomocí faktorové analýzy určil tyto základní faktory tvořivosti (divergentní operace vymezující tvořivé schopnosti): fluenci, flexibilitu, originalitu, senzitivitu, redefinování a elaboraci. Sice se běžně zjednodušuje vztah tvořivosti a divergentního myšlení na synonyma, ale při tvořivém řešení se uplatňuje řada kognitivních procesů v komplexních vzájemně se prolínajících i doplňujících postupech (Lokšová a Lokša 1999).

Jedny z nejznámějších testů tvořivosti navrhl Ellis Paul Torrance. Pro nás, v kontextu matematiky a vizuální komunikace, je důležitý test figurální tvořivosti. Ten sice již prošel svým vývojem, ale je ve světě stále často využívaný.

Torrance chápe tvořivost jako proces, ve kterém se uplatňuje senzitivita na problémy a nedostatky, na mezery ve vědomostech, na chybějící části, disharmonii, identifikaci obtížnosti, hledání řešení, odhadování nebo formulování hypotéz o existujících nedostatcích (Jurčová a Szobiová 2008). Jeho chápání tvořivosti lze v těchto směrech vypozorovat v zadání testu, který máme k dispozici. Názory na tento test se rozcházejí. Byly sepsány mnohé studie, které ho kritizují. Vždy je třeba výsledky z tohoto testu posuzovat ještě dle dalších okolností a charakteristik testované osobnosti.

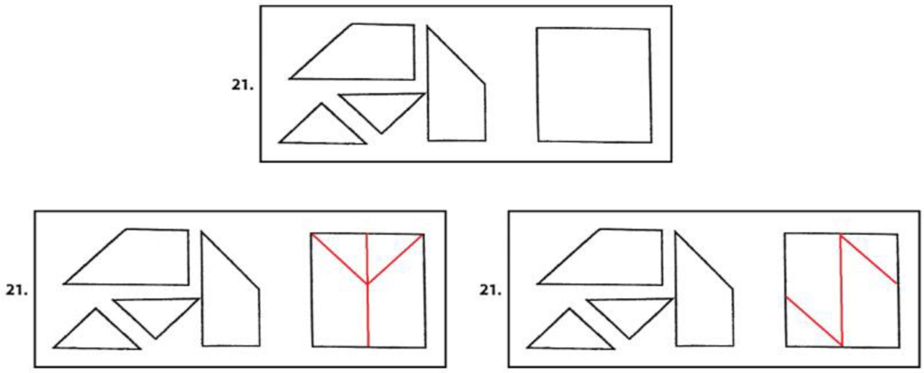
Dispozice tvořivosti, které jsou testovatelné, definujeme v explicitních teoriích a tyto jsou sdílené odbornou společností. Implicitní teorie jsou spíš názory laiků často osobního charakteru, i když mohou být obecně sdílené. Takto pojaté dispozice tvořivosti testovatelné nejsou. V prostředí školy může vzniknout problém, pokud je tvořivost v implicitním pojetí konkrétního učitele vázána na inteligenci, talent nebo nadání (Runco 2011a; 2011b).

2.3.3 Testování představivosti a tvořivosti

V této podkapitole se zmíníme pouze o testech, které využíváme v našem výzkumném záměru.

Vonkomerův test rovinné představivosti

Tento test je také označován jako PFB test. Byl vyvinut v USA a v Československu se začal používat od roku 1945 v rámci zkoušky mechanických schopností. Později tento test upravil Ján Vonkomer, přičemž náročnost úloh se nezměnila. PFB test je považován také za test technické představivosti (Vonkomer 2007). Test tvoří 56 úloh a je na něj vymezen čas 15 minut. Každou úlohu tvoří určitý geometrický tvar rozložený na několik nepravidelných částí. Úlohou je z těchto částí příslušný geometrický tvar složit. Uplatňuje se zde mentální rotace včetně překlápění neboli, z pohledu geometrie, nepřímá shodnost. Je třeba si uvědomit, že v případě překlápění se nutně zapojuje prostorová představivosti, ačkoli v mysli pracujeme s rovinnými obrazci. Některé úlohy mohou mít více řešení, jak ukazuje obrázek níže.



Obrázek 3: Vonkomerův PFB test - dvě různá řešení úlohy

Torranceho test figurální tvořivosti

Torranceho soubor testů má figurální (verze A a B) i verbální formy (také verze A a B). Autor sám je hodnotí jako testové aktivity, které jsou modelem tvořivého myšlení. Navržení těchto testů bylo výrazně ovlivněno prací Joye Paula Guilforda. Publikování testů pod označením TTCT v roce 1966 předcházel longitudinální výzkum k ověření validity. Baterie testů byla několikrát revidována. Tyto testy jsou určeny pro žáky od mateřské školy až po dospělé. Administrace testů je možná jak individuální, tak skupinová (Jurčová a Szobiová 2008; Arnold et al. 2011).

Test figurální tvořivosti, který máme k dispozici, je formulován ve slovenském jazyku. Zadání úloh bylo vždy přečteno v českém jazyku. Nepředpokládá se, že by vznikl výrazný rozdíl ve významu mezi slovenským a českým textem. Tvoří jej tři úlohy: tvoření obrázku, neúplné figury a opakované figury. Na každou úlohu je vymezen čas 10 minut. Test má za cíl zachytit následující schopnosti v tvořivém myšlení:

- fluence - počet relevantních odpovědí;
- flexibilita - váže se k přesunům v myšlení nebo k počtu odlišných kategorií, do kterých spadají odpovědi;
- originalita - míra, do které odpověď představuje odklon od zřejmého a běžného;
- elaborace - počet detailů a specifika zahrnutá do odpovědi.

Kromě těchto faktorů Torrance vytvořil seznam 13 ukazatelů tvořivé síly, jako je například využití pohybu nebo humoru. Tyto faktory v našem výzkumu zhodnoceny nebudou.

Podstatou úlohy *tvoření obrázku* je vymyslet objekt, ve kterém by předložený tvar (samolepka s tvarem fazolky) tvořil integrovanou součást. Zjednodušeně je úkolem vymyslet takový obrázek, který nikdo jiný ve skupině nenakreslí. Úlohu *neúplné figury* tvoří 10 podúloh ve formě nedokončených linií a čar. Každou úlohu je třeba dokreslit a zkompletovat tak, aby se jednalo opět o originální téma. Poslední úlohu *opakované figury* tvoří 40 kruhů a cílem je vytvářet mnohočetné různorodé asociace k jednoduchému stimulu.

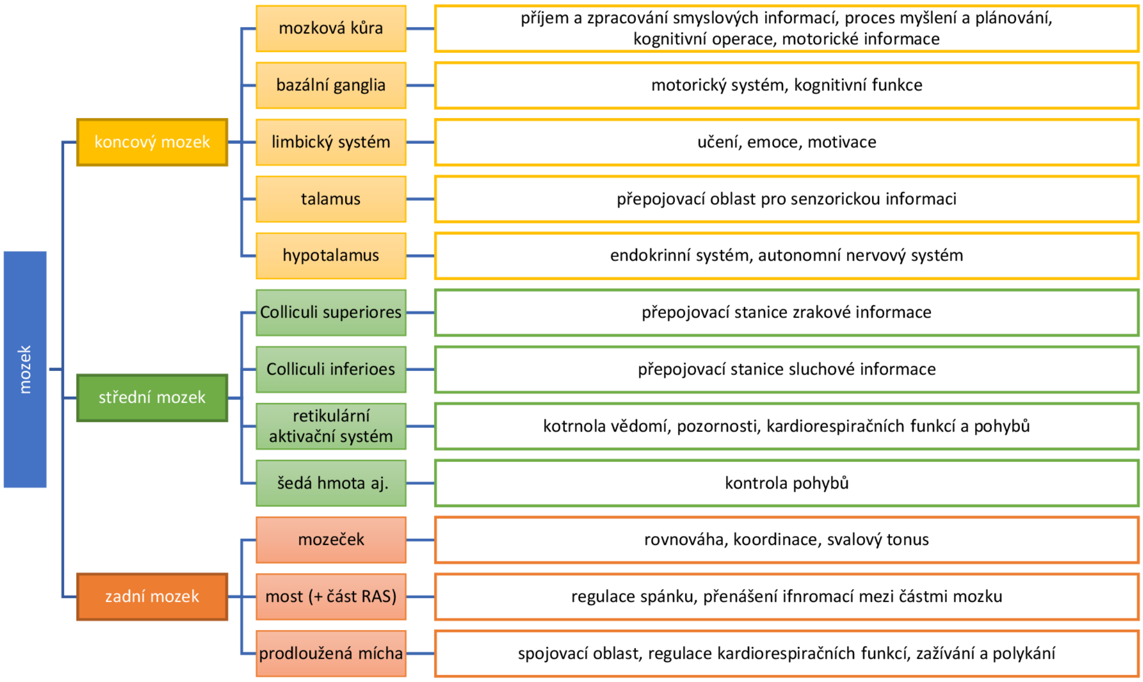
Příručka (Jurčová a Szobiová 2008) k testu upozorňuje na to, že různí výzkumníci by test mohli vyhodnotit odlišně. V našem případě je zachováno, že všechny testy vyhodnocuje jedna osoba.

2.3.4 Základní poznatky z oblasti kognitivní neurovědy a neuropsychologie

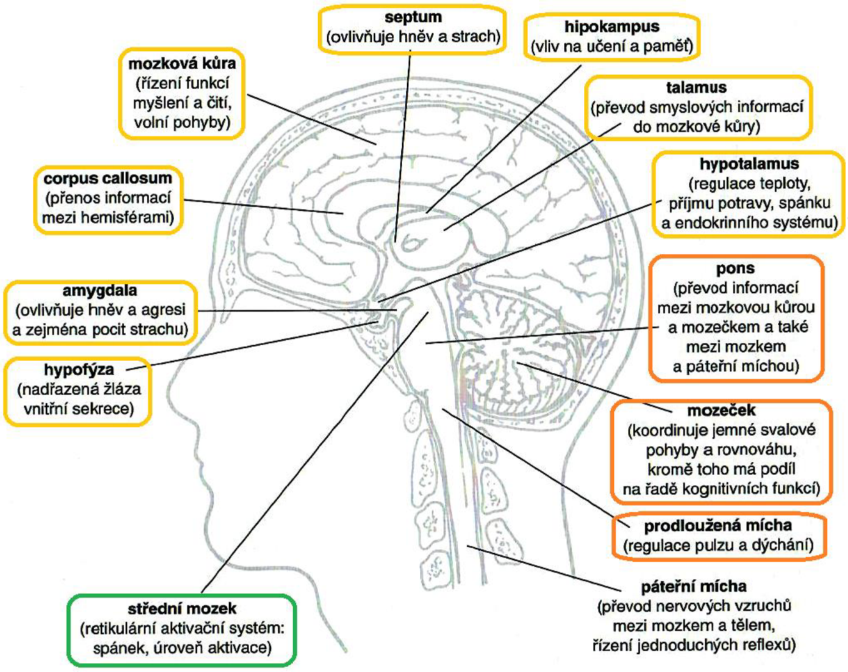
Domníváme se, že je vhodné se pokusit postihnout některé neurobiologické aspekty představivosti, tvořivosti a také jejich vazby na matematické schopnosti, kterých by si měl být každý učitel vědom na úrovni pro něj srozumitelné.

Stavbu nervového systému tvoří centrální nervový systém (CNS) a periferní nervový systém (PNS). Jednoduše řečeno PNS jsou všechny nervové buňky kromě těch, jež tvoří mozek a páteřní míchu. Hlavní úlohou PNS je obousměrný přenos informací mezi CNS a „periferiemi" (smyslové orgány, vnitřní orgány). CNS je tvořen mozkem a páteřní míchou (Sternberg 2002).

Makroskopicky můžeme na mozku rozlišit tři hlavní části, a to koncový, střední a zadní mozek. Strukturu těchto částí a zjednodušeně vyjádřených hlavních funkcí uvádíme níže v hierarchickém schématu zpracovaném na základě (Sternberg 2002, s. 54). Na schéma navazuje ilustrace rozmístění jednotlivých částí mozku dospělého člověka.

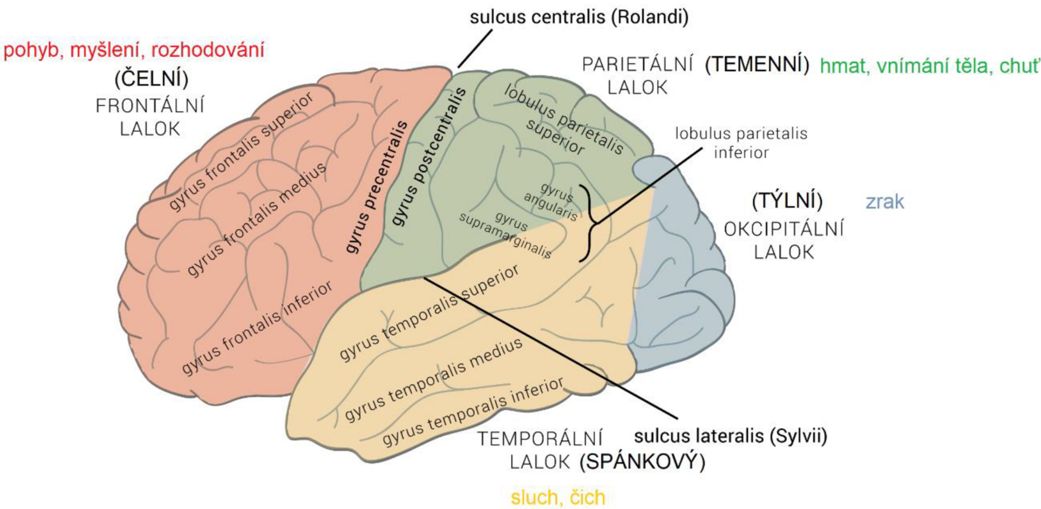


Obrázek 4: Základní struktury a funkce mozku, upraveno podle (Sternberg 2002, tab. 2.2)



Obrázek 5: Stavba koncového, středního a zadního mozku, upraveno podle (Sternberg 2002, obr. 2.11)

Z hlediska zaměření naší práce je klíčová mozková kůra, která obaluje povrch mozku. Tvoří ji řada záhybů, aby plocha mozkové kůry byla co největší. Je to zevní vrstva dvou polovin mozku, levé a pravé hemisféry. Tyto dvě části spojuje corpus callosum, aby hemisféry mohly komunikovat (Sternberg 2002, s. 77–79). Každou z hemisfér tvoří zjednodušeně čtyři laloky: temenní (parietální), čelní (frontální, důležitá oblast prefrontální kortex), týlní (okcipitální) a spánkový (temporální), viz obrázek 6.



Obrázek 6: Stavba mozkové kůry, upraveno podle (Štefela 2014)

V průběhu historie zkoumání se v této oblasti objevila řada teorií. Je všeobecně známo, že levá hemisféra komunikuje s pravou polovinu těla a pravá hemisféra komunikuje s levou polovinou těla. Například Michael Gazzaniga zavrhuje myšlenku nezávislé činnosti hemisfér, ale formuluje, že jsou spíše funkčně komplementární. Pravá hemisféra se podílí na citové stránce řeči, na pochopení vtipů a metafor a také na zrakovém zpracování prostoru. Jerry Leyová přinesla poznatky, že pravá hemisféra zpracovává informace jako celek (holisticky) a levá spíše analyticky (lineárně) (Sternberg 2002, s. 77–79). Pro laickou veřejnost se tento problém zjednodušuje na formulaci, že levá hemisféra je logická, literární, lingvistická a lineární. Pravá hemisféra je neverbální, komunikuje prostřednictví očního kontaktu, výrazu tváře, intonace hlasu, držení těla, specializuje se na obrazy, emoce a vzpomínky (Siegel a Bryson 2015).

Matematické nadání z pohledu neuropsychologie a kognitivní psychologie

V následujícím textu shrneme některé zajímavé poznatky z review *Matematické nadání z pohledu neuropsychologie a kognitivní psychologie* od autorů Ondřeje Straky, Hynka Cíglera a Michala Jabůrka (2014).

Teorie vícečetné korespondence říká, že určitá kognitivní funkce je realizována prostřednictvím specializované neuronové sítě, kterou lze přibližně lokalizovat do určité oblasti mozkové kůry. Zároveň se ale tyto neuronové sítě podílí na realizaci řady dalších funkcí, které si mohou být svojí povahou a typem informací, které zpracovávají, částečně podobné. Pokud se zaměříme na matematické schopnosti, je třeba uvést vazby na další psychické funkce. Základní komponenty matematických schopností lze lokalizovat do již naznačených čtyř oblastí mozkové kůry: temporoparietální, okcipitotemporální, parietální a prefrontální.

V temporoparietální části jsou významné neuronové struktury z hlediska matematických schopností především v levé hemisféře. Tento systém se podílí převážně na verbální paměti a na zpracování sériových verbálních operací. Tato verbální paměť uchovává relativně jednoduché a často opakované řečové automatismy.

V okcipitotemporální oblasti se matematické informace zpracovávají v obou hemisférách a tento systém se podílí na rychlém, automatickém rozpoznávání vizuálně vnímaných grafémů.

Zadní část temenních laloků obou hemisfér tvoří parietální oblast. Díky ní můžeme porovnávat odlišné kvantity a provést přibližný odhad množství. Dále zajišťuje vytváření vizuoprostorových představ, prostorovou složku pracovní paměti a částečně zacílení pozornosti.

Funkce této oblasti se uplatňuje i u mentální rotace, při realizaci prostorových představ a zajištění orientace v prostoru. Pokud má v této oblasti jedinec postižení, má také problém se zpracováním jazykových či symbolických informací, u kterých záleží na jejich vzájemném uspořádání.

Prefrontální kortex zajišťuje schopnost plánování, vytváření strategií, zacílení pozornosti a odolávání rušících vlivů a také schopnost monitorování vlastní činnosti. Při systematickém nácviku aktivita prefrontální oblasti klesá.

Je vhodné zmínit tzv. teorii trojího kódu, jež předpokládá, že informace při matematických operacích mohou být prezentovány jako verbální, vizuální nebo analogový kód. Při uvědomování si informací v analogovém kódu porovnáváme kvantitu se zapojením obou hemisfér. Tato teorie je zásadní pro řešení poruch matematických schopností.

Rozdíly mezi funkčností jednotlivých korových oblastí mohou být vykompenzovány kvalitou jejich vzájemného propojení. Teorie PASS[2] říká, že veškerá intelektová činnost člověka je výsledkem souhry čtyř základních psychických procesů: plánování, pozornosti, simultánní a sériové složky. Dále je třeba uvážit znalostní bázi (dřívější zkušenosti, znalosti, emoce, motivaci apod.), která vytváří kontext souhry těchto čtyř procesů. Nakonec ještě zmíníme Gardnerovu teorii rozmanitých inteligencí, jež se zabývá různými způsoby zpracování informací. Tato teorie se stala pro svou intuitivnost v pedagogické praxi velmi oblíbenou. Howard Gardner vyčlenil sedm inteligencí a další později přidal. V matematice spolu úzce souvisí inteligence logicko-matematická, prostorová, lingvistická, ale i hudební. Problémem je ale například zařazení provádění matematických operací a matematického usuzování.

Představivost, tvořivost a neurověda

V této kapitole se zaměřme na upřesnění některých pojmů týkajících se představivosti. Jaký je rozdíl mezi imaginací (*imagery*) a představivostí (*imagination*)? Imaginace je produkce mentálních obrazů, které jsou založeny na předchozí smyslové zkušenosti, a k těmto informacím získanými smysly přistupujeme prostřednictvím paměti. Představivost je schopnost vytvářet mentální obrazy toho, co právě na naše smyslové orgány nepůsobí a nikdy nebylo přímo zažito. Řadí se sem i různé simulační procesy (Agnati et al. 2013, Kosslyn 2001). Při vytváření představ se provádějí obdobné operace jako při vnímání skutečných objektů zrakem. Řada studií potvrzuje,

[2] Planning, Attention, Simultaneous and Successive cognitive processing

že části mozku účastnící se na zrakovém vnímání se podílejí i na tvorbě představ. Zrakové myšlení je efektivní i v abstraktních oborech, jako je právě matematika (Atkinson 2003).

V tomto tématu dále vznikla řada teorií, které se ale navzájem i popírají. Zde bychom ještě zmínili známou teorii duálního kódování Alana Paivia. Můžeme hovořit o dvou odlišných systémech pro reprezentaci a zpracování informací (Eysenck a Keane 2008). „Verbální systém zachází s lingvistickou informací a uchovává ji v náležité verbální formě. Oddělený neverbální systém řídí zpracování a reprezentování pomocí představ. Každý z těchto systémů je dále rozdělen do subsystémů, které zpracovávají verbální nebo neverbální informace v různých senzorických modalitách“ (Eysenck a Keane 2008, s. 321), viz tabulka 1.

Tabulka 1: Teorie duálního kódování - vztah mezi symbolickými a senzomotorickými systémy, převzato z (Eysenck a Keane 2008, s. 323, tab. 9-5)

senzomotorický systém	symbolické systémy	
	verbální	neverbální
vizuální	vizuální podoba slov	vizuální objekty
sluchový	sluchová podoba slov	zvuky z prostředí
haptický	rukopisné vzory	„cítění“ objektů
chuťový	-	chuťové vzpomínky
čichový	-	čichové vzpomínky

Paivio říká, že tyto systémy jsou v jistém smyslu lokalizované, ale netvrdí, že jsou v opačných hemisférách. Je možné uvažovat o vlivu pravolevého rozdělení hemisfér u rozpoznávání abstraktních slov. Ačkoli se podle tradice bere představivost jako funkce pravé hemisféry, například podle Marthy J. Farah minimálně složka generování představ pochází z funkce levé hemisféry. Ostatní složky představivosti provádí pravá hemisféra, např. mentální rotaci nebo prohlížení představ (Eysenck a Keane 2008). Vizuální prostorová představivost (systém „kde“, umístění objektů v prostoru) má původ v parietálních (temenních) lalocích, objektová představivost (systém „co“, rozpoznávání objektů) má původ v temporálních lalocích (část spánkového laloku) (Wikisofia, ©2013).

Můžeme tudíž tvrdit, že představivost je mentální schopností, která je základem tvořivého myšlení (Agnati et al. 2013). Dnes je již překonán mýtus, že centrem tvořivosti je pravá hemisféra (Runco a Yoruk 2014). Studie opakovaně prokázaly, že kreativita není lokalizovanou funkcí, ale je rysem vyplývajícím z difúzní sítě neuronů napříč oběma hemisférami. Pokud bychom měli zmínit oblast mozku, která se aktivuje při tvořivém a divergentním myšlení, tak je to prefrontální kortex a parietální oblasti neokortexu. Oblasti mozku, které jsou aktivovány při tvořivých úkolech, se překrývají s oblastmi, které jsou aktivovány během každodenních úkolů. Můžeme říci, že tvořivost souvisí s mnoha každodenními kognitivními dovednostmi a závisí na nich (Sawyer 2011; Beaty et al. 2014; Gonen-Yaacovi et al. 2013). Odlišné neuronové sítě jsou aktivní také v závislosti na charakteru úkolu. Záleží, zda je nutné velké soustředění na řešení komplexních problémů, nebo vytváření mentální simulací na základě minulých zkušenosti týkajících se každodenního života a představování si možných scénářů, či průběžné vyhodnocování nejdůležitějších informací při sledování vnějších událostí. Například strategie doodlingu, což je duševní stav mezi uvědomováním si a denním sněním při volném psaní či kreslení, pomáhá přecházet mezi těmito neuronovými sítěmi. V hudbě bychom takovou paralelu našli v jazzové tvorbě (Math Giraffe 2017).

I jen těchto pár poznatků z neurobiologie, které jsme zmínili výše, nám může pomoci při hodnocení výkonu nejen v předmětu matematiky. Pomohou nám v pochopení lidí (nejen tedy žáků) s různými poruchami, či naopak v pochopení lidí s nadáním. Především jsme se ale snažili naznačit, že z biologického hlediska má obsah našeho zkoumání velký význam, a to z důvodu, že při výtvarných aktivitách v matematice používáme obě mozkové hemisféry. Nutno ale ještě dodat, že biologie mozku každého jedince není jedinou komponentou, která ovlivňuje výkon ve škole (nebo mimo ni), ale je třeba mít na zřeteli uvedenou znalostní bázi (viz poslední odstavec pasáže o matematickém nadání na str. 22) a kurikulum (viz následující kapitola).

2.4 Současné přístupy k výuce matematiky a výtvarné výchovy v České republice

V této podkapitole nastíníme současný stav, do kterého se vývoj přístupů k vyučování matematiky dobral. Abychom ale pochopili nastalé změny, je důležité ohlédnout se o řadu let zpět.

2.4.1 Vzdělávání a legislativní rámec mezi lety 1989–2014

Přehledný a dostatečně bohatý popis historie vzdělávání v českých zemích předkládá Alena Hošpesová a Jarmila Novotná (2020). Struktury a obsahu tohoto textu se v této podkapitole budeme nadále držet. Odrazíme se od historického milníku, a to od roku 1989. Po tomto roce sílila kritika závislosti na ideologiích, unilateralismu, dogmatismu a důrazu na kázeň a formalismus ve vzdělávání. Jiří Kotásek (Kotásek 2004 cit. Hošpesovou a Novotnou 2020, s. 9–10) rozlišil čtyři fáze:

1. dekonstrukce (1990–1991): odpor proti současnému stavu;
2. částečná stabilizace (1991–2000): rozhodování o tom, co je třeba řešit, a analýzy stavu školství;
3. rekonstrukce systému (2001–2004): Bílá kniha (Národní program rozvoje vzdělávání) a návrh navazujících vzdělávacích rámcových programů;
4. implementace (2005-2015): přijetí školského zákona.

V prvním období (1990–1991) skončil státní monopol na vzdělávání. Školy získaly více svobody v alokaci učiva do jednotlivých předmětů. Byly založeny některé soukromé školy. V matematice učitelé odmítali jednotné učebnice založené na množinách a hledali nové cesty vyučování různých témat. Vznikaly nové řady učebnic, které se rychle ujímaly v praxi. Byla uznána práva žáků (nebo jejich rodičů) na volbu vzdělávání dle jejich schopností a zájmů. Učitelé získali významný prostor pro svou tvůrčí práci, ale zároveň to pro ně znamenalo větší zátěž a růst požadavků na jejich profesionální kompetence (pedagogické i technické).

Následující období (1991–2000) bylo zaměřeno na úpravu stávajícího kurikula a vytváření prostoru pro nové kurikulární projekty. MŠMT inicializovalo úpravu stávajícho kurikula v roce 1996 ve vzdělávacím programu Základní škola, do kterého byly exlicitně přidány definice základního obsahu (Co by měl žák ovládat?). Další hodiny mohly školy využít ke své specializaci. Asociace pedagogů základního školství však v roce 1997 vytvořila alternativní projekt Národní škola a zasazovala se o diferenciaci vzdělávání podle rozhodnutí konkrétní školy v maximální možné míře a možnost přizpůsobit vzdělávání potřebám jednotlivce. Dále je třeba zmínit, že se v České republice začaly představovat tradiční alternativní programy (waldorfská a montessori pedagogika, daltonský systém).

Třetí období (2001–2004) je charakteratistické vydáním Národního programu rozvoje vzdělávání v České republice: Bílá knihy (2001). Šlo o návrh systému vzdělávání daný ideologickým pozadím a obecnými cíli. Byly určeny hlavní strategické linie, viz obrázek 21 v příloze A. Bílá kniha se nezaměřovala na jednotlivá témata, ale určovala základní principy vzdělávání. Z hlediska výuky matematiky šlo o naplnění potřeby života ve společnosti založeného na znalostech. Byly podporovány projekty, jejichž jádrem byl rozvoj gramotností a bádání. Bílou knihu následovalo vydání nového školského zákonu, jenž vstoupil v platnost v roce 2005. Podle něj MŠMT vydá Rámcové vzdělávací programy (RVP) pro předškolní, základní, střední, základní umělecké a jazykové vzdělávání. Každá škola pak na jeho základu vydá vlastní Školní vzdělávací program (ŠVP). Schéma vztahů kurikulárních dokumentů pro základní vzdělávání z roku 2005 je uvedeno na obrázku 22 v příloze A. Tomáš Janík a jeho kolektiv (2010, s. 15) shrnují vize této politiky ve třech rovinách:

- v rovině organizace a řízení školství – decentralizace tvorby a řízení kurikula, posilování autonomie škol a jejich profilace;
- v rovině pojetí a cílů školního vzdělávání – zavádění klíčových kompetencí, prosazování konceptu inkluze, propracování vztahu mezi osobnostní a sociální výchovou;
- v rovině obsahů školního vzdělávání – překonání encyklopedického pojetí vzdělávání, obohacení kurikula o nové obsahy, strukturování obsahů do vzdělávacích oblastí a oborů a do průřezových témat.

Rozvíjení klíčových kompetencí je obecný cíl, který se neváže na žádný předmět. Například v základním vzdělávání rozlišujeme kompetence k řešení problémů, kompetence komunikativní, kompetence sociální a personální, kompetence občanské a kompetence pracovní.

Čtvrté období (2005-2015) je charakteristické vypracováváním ŠVP. Učitelé se myšlence reformy vzdělávání nebránili, ale jejich výklad cílů reformy byl odlišný od očekávaného cíle. Po analýze naplnění cílů Bílé knihy[3] bylo konstatováno, že nebylo dosaženo stanovených cílů. Dokládá to i výsledek českých žáků v mezinárodním šetření PISA[4] z roku 2015.

Hošpesová a Novotná (2020) toto časové dělení doplňují fází rekonstrukce systému (po roce 2015). Bílá kniha byla v roce 2014 nahrazena novým dokumentem Strategie vzdělávací politiky ČR do roku 2020, jež se zaměřuje pouze na několik strategických cílů:

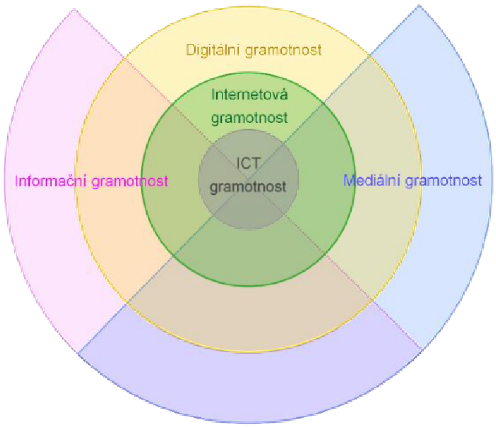
- snížit nerovnost ve vzdělávání;
- podporovat kvalitní výuku a učitele jako klíčový předpoklad vzdělávání;
- zavést odpovědné a efektivní řízení vzdělávacího systému.

Na Strategii vzdělávací politiky ČR do roku 2020 navazuje obsahově Strategie digitálního vzdělávání do roku 2020, jež byla schválena v roce 2014. Jejím cílem bylo iniciování změn v oblasti metod a forem vzdělávání, ale také v oblasti cílů vzdělávání. Začalo se hovořit o tzv. digitální gramotnosti (MŠMT nedatováno). Diagram uvedený v této strategii, jehož autorkou je Kirsti Ala-

[3] Analýza naplnění cílů Národního programu rozvoje vzdělávání v České republice (Bílé knihy) v oblasti předškolního, základního a středního vzdělávání byla vydána v roce 2009.

[4] Program for International Student Assessment (PISA) – mezinárodní šetření organizované OECD, které zjišťuje úroveň čtenářské, matematické i přírodovědné gramotnosti mezi žáky ve věku 15 let

Mutka, vizuálně představuje množinový vztah mezi digitální gramotností a dalšími příbuznými gramotnostmi, viz obrázek 7. Obecně je pojem gramotnosti z důvodu značného množství možných definic problematický. Není ani sám o sobě vysvětlen v RVP ZV. Zde se vyskytuje pouze s přívlastky např. matematická, finanční, mediální, občanská. Není ani jasný vztah mezi pojmem kompetence a gramotnost. Bohatě se tomuto problému věnuje (Rumlová 2022, kap. 2).



Obrázek 7: Diagram vztahů mezi digitální gramotností a dalšími příbuznými gramotnostmi, upraveno podle (Ala-Mutka 2011, s. 30)

2.4.2 „Malá“ a „velká“ revize RVP ZV[5]

Stávající podoba RVP se s postupující dobou, a především s rychle rozvíjející se oblastí ICT stala zastaralou. „Cílem revize bylo modernizovat obsah vzdělávání v digitální oblasti tak, aby odpovídalo dynamice a potřebám 21. století“ (MŠMT a NPI 2022). Proces revize byl započat v roce 2017 a konec poslední dílčí etapy se plánuje v roce 2026. V první etapě, v tzv. malé revizi, proběhla revize RVP v oblasti ICT pro základní vzdělávání a gymnázia. Vzdělávací oblast Informační a komunikační technologie byla nahrazena oblastí Informatika a mezi klíčové kompetence byla přidána digitální kompetence. V druhé etapě, v tzv. velké revizi, má dojít ke komplexní revizi RVP PV, RVP ZV, RVP GV a RVP SOV. Aktualizované schéma systému kurikulárních dokumentů je v příloze A na obrázku 23. V dalším textu se zaměříme pouze na revizi RVP ZV.

Nová vzdělávací oblast (dále VO) Informatika se nezaměřuje pouze na základní digitální dovednosti (dříve ve VO Informační a komunikační technologii), ale má pomoci žákům pochopit fungování digitálních technologií. Vzdělávací obsah pro 1. i 2. stupeň je následující:

[5] Text této podkapitoly vznikl z poznatků na webu MŠMT a NPI (2022) – Revize rámcových vzdělávacích programů.

- data, informace a modelování;
- algoritmizace;
- informační systémy;
- digitální technologie.

V základním vzdělávání je novým cílem „pomáhat žákům orientovat se v digitálním prostředí a vést je k bezpečnému, sebejistému, kritickému a tvořivému využívání digitálních technologií při práci, při učení, ve volném čase i při zapojování do společnosti a občanského života“ (MŠMT a NPI 2022). Pro svou důležitost zde uvádíme obsah digitální kompetence v plném znění (MŠMT 2021, s. 13):

- „ovládá běžně používaná digitální zařízení, aplikace a služby; využívá je při učení i při zapojení do života školy a do společnosti; *samostatně rozhoduje, které technologie pro jakou činnost či řešený problém použít*;
- získává, vyhledává, kriticky posuzuje, spravuje a sdílí data, informace a digitální obsah, k tomu *volí postupy, způsoby a prostředky*, které odpovídají konkrétní situaci a účelu;
- vytváří a upravuje digitální obsah, kombinuje různé formáty, *vyjadřuje se za pomoci digitálních prostředků*;
- využívá digitální technologie, aby si usnadnil práci, zautomatizoval rutinní činnosti, *zefektivnil či zjednodušil své pracovní postupy* a zkvalitnil výsledky své práce;
- chápe význam digitálních technologií pro lidskou společnost, seznamuje se s novými technologiemi, *kriticky hodnotí jejich přínosy a reflektuje rizika jejich využívání*;
- předchází situacím ohrožujícím *bezpečnost* zařízení i dat, situacím s negativním dopadem na jeho tělesné a duševní zdraví i zdraví ostatních; při spolupráci, komunikaci a sdílení informací v digitálním prostředí jedná *eticky*.“

Aby pro náběh VO ICT byl časový prostor ve výuce v daném počtu hodin, musel být vzdělávací obsah redukován, a to tímto způsobem:

- odstranění duplicit;
- vyřazení obsahu založeného na encyklopedických znalostech;
- vyřazení obsahu považovaného za příliš obtížný;
- vyřazení obsahu, k jehož naplňování nemusejí mít školy vhodné podmínky;
- vyřazení obsahu nárokujícího si pouze dílčí znalosti.

2.4.3 Zakotvení tématu ve vzdělávací politice ČR

Význam zadaného tématu je možné vyzdvihnout v kontextu dokumentu Strategie 2030+, z něhož právě revize RVP vychází. Tento dokument upozorňuje na nutnost transformovat vzdělávací prostředí, vzdělávací obsahy i způsoby jejich předávání. Vzdělávání ve smyslu práce se znalostmi se má soustředit více na jejich pochopení, využití a vzájemné provázání, rozvoj gramotností a zvyšování kompetencí. Musí být umožněn rozvoj digitálního vzdělávání žáků i učitelů. Je zde vůle zajistit lepší návaznost a provázanost vzdělávacích stupňů a také propojování formálního a neformálního vzdělávání. Žáci mají být vybaveni kompetencemi k celoživotnímu učení. Dané téma je možné částečně zakotvit i v kapitole o občanském vzdělávání. „Občanské vzdělávání má lidi vést k vzájemnému respektu a toleranci, ke kritickému myšlení a k aktivnímu zájmu o věci veřejné a život kolem sebe. … Podstatná je též mediální gramotnost, kritické myšlení, schopnost uvažovat o sobě, účinně nakládat s časem a informacemi, chápat společenské dění i v mezinárodním kontextu, spolupracovat v týmech a disponovat povědomím o rozmanitosti a kulturních identitách a respektovat je“ (MŠMT 2020, s. 19). Vzdělávání by také mělo být individualizováno tak, aby byly podporovány didaktické postupy umožňující práci s heterogenními kolektivy. V našem pojetí to znamená, že například učivo matematiky může být předkládáno v rozmanitých formách díky digitálním prostředkům, které mohou zaujmout i žáky, kteří se cítí být více orientováni humanitním směrem.

2.4.4 Dva koncepty výuky – transmisivní výuka a konstruktivismus

Pokud bychom měli zmínit rozlišení jistých významných konceptů vzdělávání, o kterých můžeme hovořit napříč různými obory, pak je to v jistém pohledu polarita transmisivní a konstruktivistické výuky.

Transmisivní pojetí výuky má ve společnosti velice dlouhou tradici a v českém prostředí je hluboce zakořeněné. Transmisivní vyučování je chápáno jako předávání definitivních vzdělávacích obsahů žákům a ti nesou pasivní roli jako příjemci (Kalhous a Obst 2002, s. 49). Pro toto pojetí je charakteristická frontální výuka, ve které má dominantní roli učitel, jenž řídí společnou práci žáků. Cílem je osvojit si co nejvíce poznatků. Kladem tohoto vzdělávání je systematičnost, kontrola času, chování i práce žáků (Maňák a Švec 2003, s. 133, 135).

Po pojmem konstruktivismus rozumíme „široký proud teorií ve vědách o chování a sociálních vědách, zdůrazňující jak aktivní úlohu subjektu a význam jeho vnitřních předpokladů v pedagogických a psychologických procesech, tak důležitost jeho interakce s prostředím a společností" (Průcha a Walterová 2003, s. 105).

Mezi konstruktivistickými proudy můžeme například rozlišit (Průcha a Walterová 2003; Stehlíková a Cachová 2006):

- kognitivní konstruktivismus - poznávání se děje spojováním fragmentů informací z vnějšího prostředí do smysluplných struktur a prováděním s nimi mentální operace;
- sociální konstruktivismus - klíčem je sociální interakce a kultura v poznávacím procesu;
- realistický konstruktivismus - možnost transmise určitých poznatků, ale stále v intencích vytváření hlubších poznatků v mysli jedince; nutnost řešení problémů, ale čerpání podnětů z okolního světa (z učebnic či dalších zdrojů);
- didaktický konstruktivismus - obecný konstruktivistický přístup k vyučování, který bere v úvahu specifika vyučování matematice; kompletní desatero didaktického konstruktivismu v původním znění nalezneme v (Hejný a Kuřina 2009, s. 194–195).

Riziko konstruktivismu tkví v menší pozornosti teoretickým poznatkům, v časové náročnosti, v nepřipravenosti učitelů, rodičů i škol. Proto se ve školní realitě setkáváme se syntézou obou pojetí výuky (Polák 2016).

2.4.5 Představivost a tvořivost v matematice

Pokud přihlédneme k souvislostem v matematice, pak podle Ladislava Košče (Košč 1972 cit. podle Molnár 2009) je globální komponentou matematických schopností, související s představivostí, schopnost logicky myslet ve sféře kvantitativních a prostorových vztahů. Obecnou syntetizující komponentou, která ovlivňuje typ matematického myšlení, je prostorová představivost. Pro potřebu zavedení prostorové představivosti v oblasti geometrie Josef Molnár definoval prostorovou představivost jako „soubor schopností týkajících se reprodukčních i anticipačních, statických i dynamických představ o tvarech, vlastnostech a vzájemných vztazích mezi geometrickými útvary v prostoru“ (Molnár 2009, s. 33).

Typem prostorové představivosti je i geometrická představivost. Objekty představ jsou geometrické útvary. Dalším typem představivosti by byla rovinná představivost, při níž dochází k mentální manipulaci s útvary v jedné rovině. Pokud jsou objekty představ geometrické útvary, jedná se o rovinnou geometrickou představivost. Zmínili bychom zde, jak geometrickou představivost pojímá Darina Jirotková (Jirotková 1990 cit. dle Molnár 2009, s. 32). Je to „schopnost – dovednost:

- poznávat geometrické útvary a jejich vlastnosti;

- abstrahovat z konkrétních objektů jejich geometrické vlastnosti a vidět v nich geometrické útvary v čisté podobě;
- na základě rovinných obrazů si představit geometrické útvary v nejrůznějších vzájemných vztazích, a to i v takových, v nichž nemohou být předvedeny pomocí hmotných modelů geometrických útvarů;
- mít zásobu představ geometrických útvarů a schopnost vybavovat si jejich nejrůznější podoby;
- představit si geometrické útvary a vztahy mezi nimi i na základě jejich popisu."

Prostorovou i rovinnou představivost je možno cíleně rozvíjet již v předškolním věku, ale i v dospělosti. Důležitou roli v rozvoji prostorové a rovinné představivosti hraje učitel. Výzkumy ukazují, že přibližně do věku 15 let je podstatná část kognitivních funkcí zdravého člověka vyzrálá. Další rozvoj schopností se děje učením. Více o této problematice je k nalezení např. v (Hejný 1990; Molnár 2009; Půlpán et al. 1992; Slezáková 2011). Záleží výrazně na učiteli, jakou formou, jaké typy úloh a jak často takové úlohy zadává žákům k řešení. Pokud se učitel o sobě domnívá, že nemá dobrou úroveň prostorové představivosti, může být jeho role jako činitele v procesu rozvíjení představivosti žáka oslabena (mimo jiné důvody).

V kontextu matematiky se často hovoří o matematické tvořivosti, která je pojímána jako výhradní doména profesionálních matematiků. Bharath Sriraman (2006, s. 19) ale matematickou tvořivost definuje na profesionální a na školské úrovni. Pod školskou úrovní této tvořivosti rozumí proces, jehož výsledkem je neobvyklé nebo pronikavé řešení daného problému či problému analogického. Také zde vidí formulaci nových otázek nebo možností, které umožňují nahlížet na starý problém z nového úhlu. Nakonec bychom uvedli definici podle Mary Laycock (1970, s. 325), která popisuje matematikou tvořivost jako schopnost analyzovat daný problém z různých úhlů pohledu, vidět vzorce, rozdíly a podobnosti, vytvářet více nápadů a zvolit vhodnou metodu pro řešení neznámých matematických situací.

V praxi je tvořivá matematika pevně spjata s problémovou výukou, s projektovou výukou, s badatelsky orientovanou výukou (inquiry-based learning) a zřejmě je tvořivost klíčová v Hejného výuce matematiky, kde ji mimo jiné můžeme vnímat při práci s chybou.

2.4.6 Vhled do teorie výtvarné výchovy

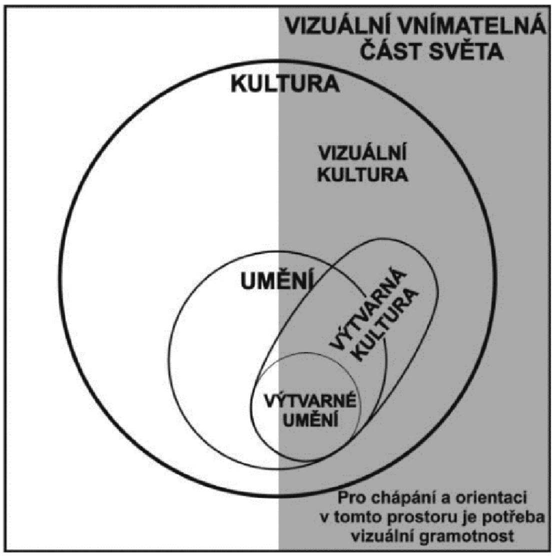
Vyučovací předmět výtvarná výchova bereme jako didaktickou aplikaci oboru výtvarné umění. Jaroslav Vančát (2016) vysvětluje, že podoba výtvarné výchovy je určena konkrétním historickým stavem. Problémy včetně zaostávání praxe se objevily vždy, když se výtvarné umění měnilo ve svém dominantním směru nebo stylu. Jakmile se výtvarná výchova začala upínat k nastupující etapě abstraktního/nefigurativního moderního umění na počátku 20. století, vyvstal další problém, protože i dnes se tomuto proudu nedostává obecného porozumění. Vznik výtvarného umění současné doby je bouřlivý a vrstevnatý. Běžně vstupuje do veřejného prostoru, a to často skrze provokace a skandály. A tak se pevná záštita vůči výtvarné výchově dále rozplývá. Na druhou stranu rozvoj vizuální komunikace a revoluce v digitálním obrazu může být pro výtvarnou výchovu příležitostí.

Důležitost výtvarné výchovy však museli obhajovat zástupci profesní odborné organizace v poměrně nedávné době v nesouhlasném stanovisku vůči zmíněné malé revizi RVP ZV, protože ta se negativně dotkla hodinové dotace pro vzdělávací oblast Umění a kultura. „Stejně jako i jiné kompetence ani digitální gramotnost nebo informatické myšlení nelze pěstovat bez vazby na konkrétní oborový obsah, resp. bez vazby na konkrétní vzdělávací obor. Kupříkladu výtvarná výchova je obor, který je se světem technologií provázán více než jiné – ať již připomeneme oblast umění nových médií nebo kreativní průmysly, jako je film, reklama, herní průmysl, design atd. Žádný z těchto vlivných oborů, jehož základy získávají děti již v dětství např. právě ve výtvarné výchově, se neobejde bez využití digitálních technologií a schopnosti tvořivě využívat jejich potenciál“ (Česká sekce InSEA 2021).

Jedním ze základních cílů výtvarné výchovy je rozvíjení vizuální gramotnosti. Marie Fulková (2002) například předkládá podle Karen Raney (1999) definici vizuální gramotnosti jako mnohovrstevnatý fenomén procházející přes percepční senzitivitu, a to na úrovni každodenní percepce prostředí života a vztahů každého jedince, přes kulturní habitus (prostor, v němž se utváří životní styl a také i schopnost tolerance a uznání projevů kultury jiných sociálních skupin a subkultur). Jedná se také o schopnost kritického myšlení o vizuálních dílech, estetickou otevřenost a schopnost vizuální výmluvnosti.

„Specifickým překryvem v oblasti vizuální gramotnosti mezi výtvarnou výchovou a technickými obory je schopnost mentální manipulace s vizuálními znaky a prostorová představivost. V historickém pojetí výtvarné výchovy bylo toto téma velmi výrazně akcentováno a bylo chápáno jako integrální součást předmětu kreslení – rýsování, např. dle osnov z roku 1953. Od 60. let 20. století se však tyto obsahy z předmětu výtvarná výchova vytrácely, zachovaly se snad pouze v souvislosti s tematizací architektury nebo v rámci prostorové tvorby. Dodnes se však pedagogové při zkoumání upadající schopnosti současných žáků mentálně manipulovat s vizuálními znaky a schopnosti prostorové představivosti odvolávají na spolupráci s výtvarnou výchovou“ (Fišerová 2015, s. 14–15).

Vymezení se v oblasti výtvarného umění, výtvarné kultury a vizuální kultury ve vztahu k vizuální gramotnosti je ale velice náročné. Velice dobře se zhostila grafického znázornění vztahů a prvků vizuálně vnímatelného světa ve své disertační práci Zuzana Fišerová (2015), viz následující obrázek. Výtvarné umění obohacené o lidové umění nebo užitou tvorbu se stává výtvarnou kulturou. Rozšíříme-li ji o kreativní průmysl, mediální komunikaci a prvky každodennosti, přecházíme do oblasti vizuální kultury.



Obrázek 8: Vizuálně vnímatelná část světa a kultura, zdroj (Fišerová 2015, obr. 3–1)

2.4.7 Představivost a tvořivost ve výtvarné výchově

Představivost i tvořivost je s výtvarnou tvorbou přímo spjatá. Ústřední bodem výtvarné výchovy je vizuálně obrazné vyjádření, vytvořené v rovině nebo v prostoru. Vizuálně obrazné vnímání je širší než zrakové vnímání, protože kromě vědomého zpracování podnětu obsahuje i zpracování mimovědomé (Vančát 2003). „Vizuálně obrazné vyjádření je objekt znakové povahy, který vizuální cestou rozvíjí v mysli tvůrce i vnímatele obrazné představy“ (Vančát 2003, s. 11).

Tvořivost v umění je základní potřebou, jež je společná všem lidem, a umění je jednou z nejvyšších forem vyjádření a komunikace (InSEA 2019). Tvořivost ve výtvarné výchově má dvě stránky, a to osobní a sociální, které zúčastněné osobnosti zároveň odhalují i sjednocují. Díky důrazu na komunikaci a expresivitu povaha výuky směrem ke svobodné osobní účasti v kulturních kvalitách společnosti naplňuje výchovnou stránku předmětu. Je kladen velký důraz i na tvořivost učitele, jenž by měl mít schopnosti se zapojit do realizace svých záměrů. Tu je třeba uplatňovat i při získávání a obhajování pozice výtvarné výchovy mezi ostatními učiteli, u vedení školy, ale i mezi rodiči (Vančát 2003).

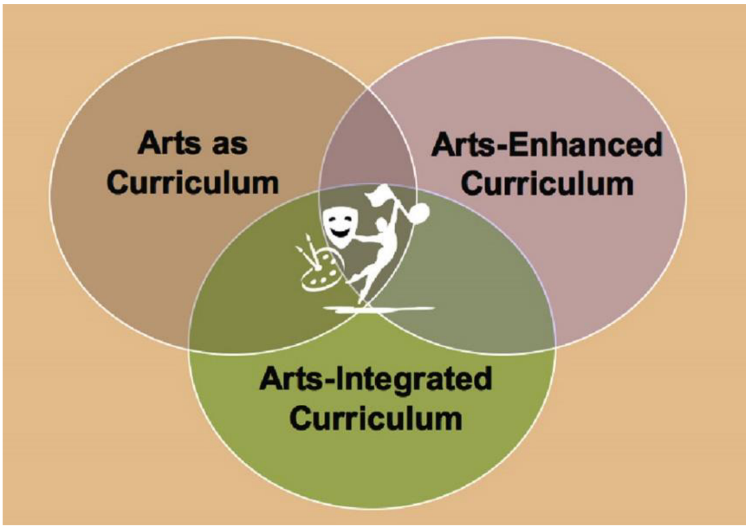
V návaznosti na kapitolu 2.2 Vizualizace v matematice naposledy citujeme z textu Jaroslava Vančáta (2003, s. 8) s důrazem na propojení souvislostí s poznatky o konstruktivismu. „Důležitou součástí výtvarné výchovy v RVP je takto cílevědomý důraz na zapojení osobních zkušeností při vlastní tvorbě vizuálně obrazných vyjádření a jejich aktivní využití v procesu komunikace."

2.5 Přehled dosavadního výzkumu

V zahraničních zdrojích lze v dané problematice vyhledávat především pod klíčovým slovem *Arts Integration*. Integrace umění je přístup k výuce, při kterém studenti konstruují a demonstrují porozumění prostřednictvím umělecké formy. Studenti se zapojují do tvůrčího procesu, jenž spojuje uměleckou formu a další předmětovou oblast, a naplňují rozvíjející cíle obou oblastí. Tuto definici podává středisko *The Kennedy Center*, které bylo založeno roku 1971 ve Washingtonu, D. C. Obsah vzdělávacích programů pod tímto centrem zaštiťuje prostřednictvím grantů americké ministerstvo školství (*U.S. Department of Education*). Varianty, jakým způsobem se umění dostává do tříd základních a středních škol, jsou tři (Kennedy Center nedatováno).

- Umění v učebních osnovách (Arts as Curriculum)
- Učební osnovy obohacené uměním (Arts-Enhanced Curriculum)
- Učební osnovy s integrovaným uměním. (Arts-Integrated Curriculum)

Všechny tři varianty jsou důležité, potřebné a platné. Všichni těží z toho, když jsou umělecké zážitky podporovány. Pochopení rozdílů v přístupech může učitelům a školám pomoci se informovaně rozhodovat o programech, které nabízejí. Vztah těchto variant zobrazuje obrázek 9 (Kennedy Center nedatováno). Ne náhodou je zde využit Vennův diagram jako základní prostředek vizualizace množin v teoretické aritmetice.



Obrázek 9: Umění ve školách - tři varianty, upraveno z (Kennedy Center nedatováno)

2.5.1 Zahraniční výzkum

Tématem naší práce je především propojování matematiky a vizuální kultury za účelem rozvoje představivosti a tvořivosti. Zde uvedeme studie, které s naším tématem blízce souvisí.

Jak lze integrovat výuku více uměleckých forem do kurikula, to představuje článek (LaJevic 2013). Výzkum proběhl na střední škole v Singapuru během 6 let u žáků ve věku 13-18 let a byl koncipován jako případová studie, analyzující výuku tří učitelů umění v rámci daného tématu „Prostor“. Zastávají ale názor, že by integraci umění měli zaštítit pouze učitelé výtvarné výchovy.

Příspěvek (Stavridi 2016) podává pohled na využití interaktivních aplikací, které jsou založeny na hře a které mohou podpořit kreativní činnost žáků v dnešní digitální době. Autorka tohoto textu sestavila zajímavá schémata, která vizualizují vztahy mezi vědeckým obsahem (myslí tím přírodovědné předměty a matematiku), vizuálními formami umění, tvořivostí a představivostí.

Našemu tématu je blízká studie (Walker et al. 2011). Základní otázkou výzkumu bylo, zda studenti výtvarného umění vykazují lepší výsledky v geometrii (s důrazem na zdůvodňování) než studenti psychologie. Výzkumu se zúčastnili studenti malé veřejné vysoké školy v počtu 36. Byli to studenti se specializací v umění (*studio art*) a studenti psychologie. Jádro tvořil geometrický test (prostorově i plošně orientované úlohy) a verbální inteligenční test. Byla provedena regresní analýza, která potvrdila hypotézu, že studenti, kteří mají lekce výtvarného umění, dosahují lepších výsledků v geometrických úlohách a ve zdůvodňování jejich řešení než studenti psychologie.

Pozitivnímu vlivu integrace umění do výuky se částečně věnuje i Anja Brezovnik (2015). V centru jejího zájmu je rozvoj kreativního matematického myšlení. Autorka popisuje pedagogický experiment, kterého se zúčastnili žáci 5. tříd (celkem 210 žáků). Kontrolní skupina měla výuku matematiky tradičním způsobem a experimentální skupina výuku matematiky obohacenou integrací výtvarného umění. Statisticky podložila závěr, že žáci experimentální skupiny, kteří absolvovali výuku matematiky s integrací umění, dosáhli ve čtyřech testech (rovnice, nerovnice, mocniny a výpočet obvodu rovinného geometrického útvaru) lepších výsledků než žáci v kontrolní skupině. Její další výzkum ukazuje na to, že ještě významnější projev integrace umění v hodinách matematiky nastane po 3-5 letech takto zaměřené výuky.

Další články, na které lze relevantně navázat, jsou např. (Bautista et al. 2016; Bolden et al. 2010; Brinkmann a Sriraman 2009; Hwang et al. 2007; Root-Bernstein 2015).

2.5.2 Výzkum v českém prostředí

Nepodařilo se dohledat relevantní zdroje v českém jazyku nebo od českých autorů. Nejblíže našemu tématu je nejspíš text *Tvořivostí k rozvoji prostorové představivosti* od Jaroslava Perného. Přesto je vhodné uvést celoživotní práci Marie Kupčákové. Aktuálně pracuje na cyklu *Tvořivá geometrie*, kde vizuální kulturu uplatňuje. Je autorkou mnoha papírových modelů těles, metodik pro modelování těles. Věnovala se také významně teselaci. Geometrii v architektuře, deskriptivní geometrii a počítačové geometrii se věnuje Petra Surynková. Vyučuje také studenty Fakulty architektury. Je spoluautorkou knihy *Atlas geometrie – Geometrie krásná a užitečná*. Dále je vhodné zmínit osobnost Jana Andrese, který byl autorem výstavy *Ars Combinatoria*. Výtvarné informatice se věnuje Ivo Serba. Okem vizuálního umění se na matematiku také dívá Jaroslav Nešetřil. Na Slovensku vznikla dále monografie s českým názvem *Prostor mezi geometrií a malířstvím*, jejímž autorem je Ladislav Kvasz. Zabývá se zobrazováním od renesance po umělecké směry 20. století. Nakonec zmíníme také slovenskou knihu *Hranice geometrie* (Ľuba Belohradská a Eva Trojanová), která mapuje geometrické a konstruktivistické tendence na Slovensku od roku 1960. Zde se jedná o problematiku výtvarného oboru.

3 Výzkumné šetření

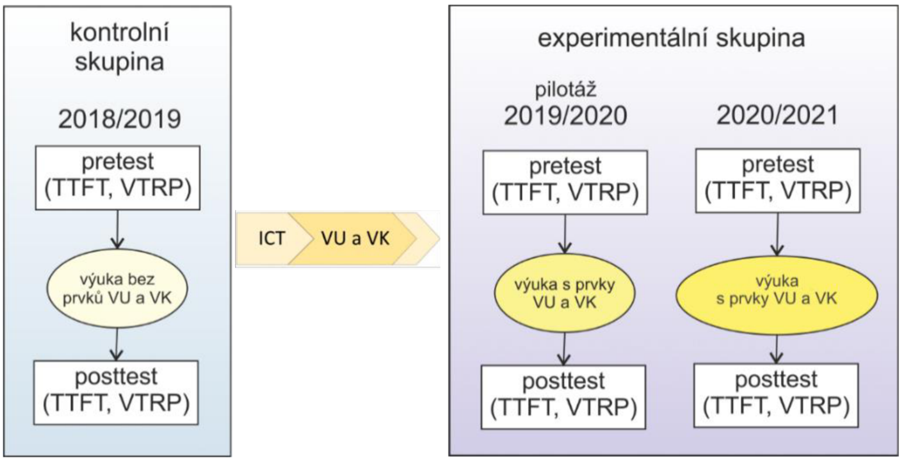
3.1 Návrh výzkumu a charakteristika výzkumných nástrojů

Výzkum je triangulován. Stěžejní částí řešení výzkumného problému je pedagogický experiment, dále dotazníkové šetření, a nakonec analýza kreseb studentů. Kognitivní funkce představivost a tvořivost studentů zohledníme z pohledu použití těchto tří metod. Navíc datové zdroje můžeme zkombinovat a získat další závěry. Tento návrh výzkumu zachycuje obrázek 10.

Obrázek 10: Návrh výzkumu v rámci řešení dizertační práce, zdroj vlastní

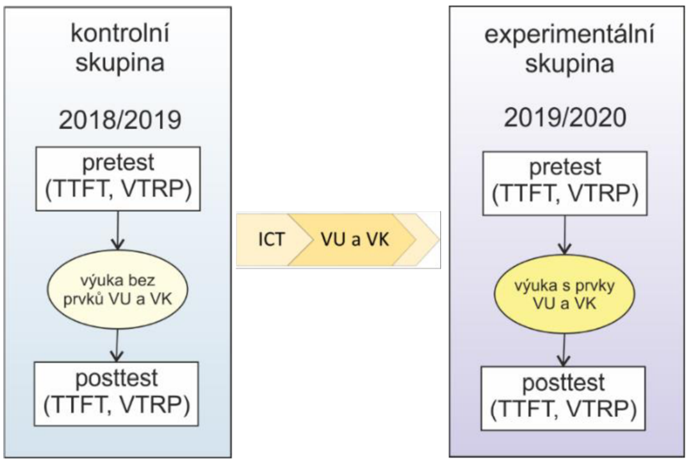
3.1.1 Realizace pedagogického experimentu

V rámci pedagogického experimentu jsme zkoumali kontrolní a experimentální skupinu. Pedagogický experiment proběhl tak, že vždy na začátku daného semestru byli studenti otestováni testem rovinné představivosti a Torranceho testem figurální tvořivosti. Stejné testy byly nasazeny i na konci semestru. Časový rozestup je dostatečný. Někteří studenti sami přiznali, že zapomněli, jak poprvé test vyplňovali. Takto můžeme sledovat změnu v kognitivních funkcích nezávisle na hodnotách v tabulkách příruček testů. Oba testy byly zařazeny v rámci výuky a učiva z důvodu plynulé návaznosti ve výuce. Obsah výuky se řídil závaznými údaji v sylabech. Veškeré body obsahu předmětů byly splněny. Princip takto navrženého pedagogického experimentu znázorňuje obrázek 11. Kontrolní skupina měla geometrické poznatky předávány převážně frontální výukou s použitím klasických prostředků (LMS Moodle, prezentace, tabule, křída). V experimentální skupině byly předkládány podněty k pochopení učiva prostřednictvím ICT v podobě prvků výtvarného umění a vizuální kultury. Ukázky prací a materiálů v experimentální skupině uvádíme v příloze F.



Obrázek 11: Koncept pedagogického experimentu

Naneštěstí nebylo možné nasadit oba standardizované testy v experimentální skupině v akademickém roce 2020/2021. Obsahově výuka zůstala zachována, ale veškerá výuka probíhala online formou. Nedošlo ke změně zavedených prvků VU a VK. Vše se podařilo implementovat do online prostředí přímé výuky, ale čistě z důvodu neproveditelnosti studenty potkat osobně nebylo možné testy administrovat. Proto bude pedagogický experiment vyhodnocen pouze z akademických roků 2018/2019 a 2019/2020. Platnou verzi ilustrace návrhu pedagogického experimentu zachycuje obrázek 12. Bohužel z důvodu komplikací s pandemickou situací v roce 2020 je počet vyplněných testů poměrně menší než u kontrolní skupiny.



Obrázek 12: Platný průběh pedagogického experimentu

V akademickém roce 2020/2021 byly získány pouze kresby a data z dotazníku. Tato data nebudou zhodnocena z hlediska pedagogického experimentu.

3.1.2 Dotazník

V polovině každého semestru studenti dostali k vyplnění dotazník, který v první části obsahoval škálovací otázky na téma tvořivost a jejich vlastní zkušenost s tvořivostí ve škole. Ve druhé části dotazníku studenti odpovídali na otevřené otázky ohledně svých koníčků, kroužků, her (stolních, digitálních), oblíbených slohů a směrů výtvarného umění, ale i žánrů hudby. Dotazník je součástí přílohy D. Obsahová validita byla zajištěna tím, že byl dotazník nejprve předán odborníkům v této oblasti. Reliabilita části dotazníku s Likertovou škálou je 0,62, což je pro naše účely stále dostačující.

3.1.3 Analýza obrazu

Nakonec byla do výzkumu zařazena i analýza obrazového materiálu, který tvořili studenti napříč skupinami na stejné téma během tří let. Úkolem bylo nakreslit mandalu do předem připravené sítě soustředných kružnic, přičemž nebylo určeno, zda má obsahovat pouze čistě geometrické prvky nebo i jiné, např. ornamentální či floristické. Kruh je dělen na 10 shodných výsečí a výsledek může vést na strukturu v pravidelném pětiúhelníku, který je opředen zlatým řezem. Analýza tohoto materiálu proběhla podobným způsobem, jako se tvořily klasifikační tabulky hodnot pro vyhodnocení Torranceho testu figurální tvořivosti v rámci jednotlivých složek tvořivosti, resp. divergentního myšlení – fluence, flexibility, originality a elaborace. Složky divergentního myšlení se budou v tomto případě určovat následně:

- flexibilita - přechody mezi kategoriemi (např. lineární, spirální, floristické motivy);
- originalita – jedinečnost prvků;
- fluence – počet os souměrnosti, případně zvýšený o počet části zobrazených ve středové souměrnosti;
- elaborace - stupeň prokreslenosti, počet různých detailů vzoru souměrnosti.

Tato část přinesla zajímavé výsledky (srovnejte ukázky mandal studentů z experimentální skupiny na obrázku 13). Úkol nakreslit mandalu byl zadán přibližně v polovině každého semestru. V tomto úkolu z geometrického hlediska a učiva aplikujeme geometrická zobrazení v rovině.

Obrázek 13: Ukázka pro porovnání dvou kreseb mandal, mezi nimiž je zřetelný rozdíl v tvořivém přístupu, osobní archiv

Jelikož máme k dispozici dost měření figurální tvořivosti i obrazového materiálu, nabídla se vcelku zajímavá možnost, jak posunout výzkum v této práci a navrhnout něco jedinečného. Torranceho test figurální tvořivosti má totiž některé vlastnosti, které mohou být ve výsledku negativní. Například požadavek na dodržení času vypracování jednotlivých úloh nemusí být přínosný. Proband se může cítit, že musí splnit úkol, a ačkoli zadání určuje něco jiného, může tíhnout i tak ke konformitě a vyhýbat se tabuizovaným tématům. U kresby mandaly nemusí takové vnitřní napětí vznikat.

3.2 Harmonogram výzkumu

V akademickém roce 2018/2019 byl započat pedagogický experiment. V tomto roce probíhala výuka geometrie v kontrolní skupině. V následujícím roce (akademický rok 2019/2020) proběhla výuka geometrie u experimentální skupiny obohacená o prvky výtvarného umění a vizuální kultury a možnosti využití ICT.

Dotazník byl studentům zadáván na konci semestru, 12. nebo 13. vyučovací týden. Zadání pro kresbu, bylo realizováno uprostřed semestru (obvykle 6. nebo 7. vyučovací týden). Získávání dat v této podobě probíhalo během tří po sobě jdoucích akademický roků.

Zúčastněným studentům byla zaručena jistota důvěrnosti, anonymity a také možnost zpřístupnění výsledků v testech.

3.3 Zpracování dat

Ke zpracování dat jsme použili software MS Excel, Wolfram Mathematica, GeoGebru a webové služby Statistics Kingdom. Anonymizovaná data pro pedagogický experiment, ke kterých máme k dispozici pretest i posttest, jsou přehledně uvedena v příloze B a C.

Postupně zhodnotíme vývoj rovinné představivosti a figurální tvořivosti v kontrolní skupině, ve skupině experimentální, a nakonec ve vzájemném kontextu obou skupin.

Jakým způsobem ovlivní jednosemestrální výuka geometrie úroveň rovinné představivosti a figurální tvořivosti studentů učitelství primární a preprimární edukace?

Nejprve zhodnotíme vývoj rovinné představivosti a figurální tvořivosti v kontrolní skupině, ve které výuka geometrie probíhala standartně. Hledání odpovědi na tuto výzkumnou otázku rozdělíme do více kroků. Nejdříve se zaměříme na představivost.

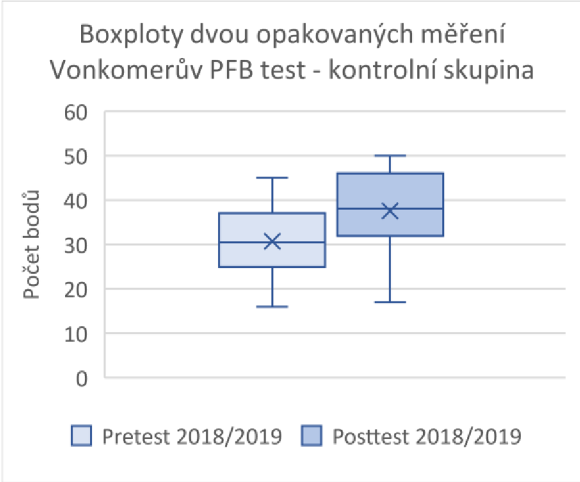
Výzkumný výběrový soubor reprezentující kontrolní skupinu tvoří celkem 72 subjektů (statistických jednotek) a u každého z nich dvě měření (dvě hodnoty znaku sledované statistické veličiny). K měření úrovně rovinné představivosti jsme použili Vonkomerův PFB test rovinné představivosti. Pracujeme s rozdílem hodnot posttestu a pretestu (v tomto pořadí). Nejprve ověříme pomocí Shapiro-Wilkova testu, zda tyto rozdíly tvoří normální rozložení. Na hladině významnosti $\alpha = 5\ \%$ nezamítáme nulovou hypotézu o normalitě rozdělení tohoto souboru ($p = 0{,}0931$), a proto můžeme použít parametrický t-test. Testujeme tuto hypotézu:

H_0^a: Úroveň rovinné představivosti studentů učitelství primární a preprimární edukace se absolvováním jednosemestrální standardní výuky geometrie nezmění.

proti alternativní hypotéze

H_1^a: Úroveň rovinné představivosti studentů učitelství primární a preprimární edukace se absolvováním jednosemestrální standardní výuky geometrie změní.

Na hladině významnosti $\alpha = 5\ \%$ zamítáme H_0^a při $p = 1{,}6 \cdot 10^{-15}$. Můžeme tudíž předpokládat, že úroveň rovinné představivosti studentů učitelství primární a preprimární edukace v kontrolní skupině se absolvováním standardní výuky geometrie zvýší (viz krabicový graf 1, ze kterého je zřejmé, že aritmetický průměr posttestu vzrostl a s ním i další charakteristiky jako je dolní a horní kvartil nebo medián).



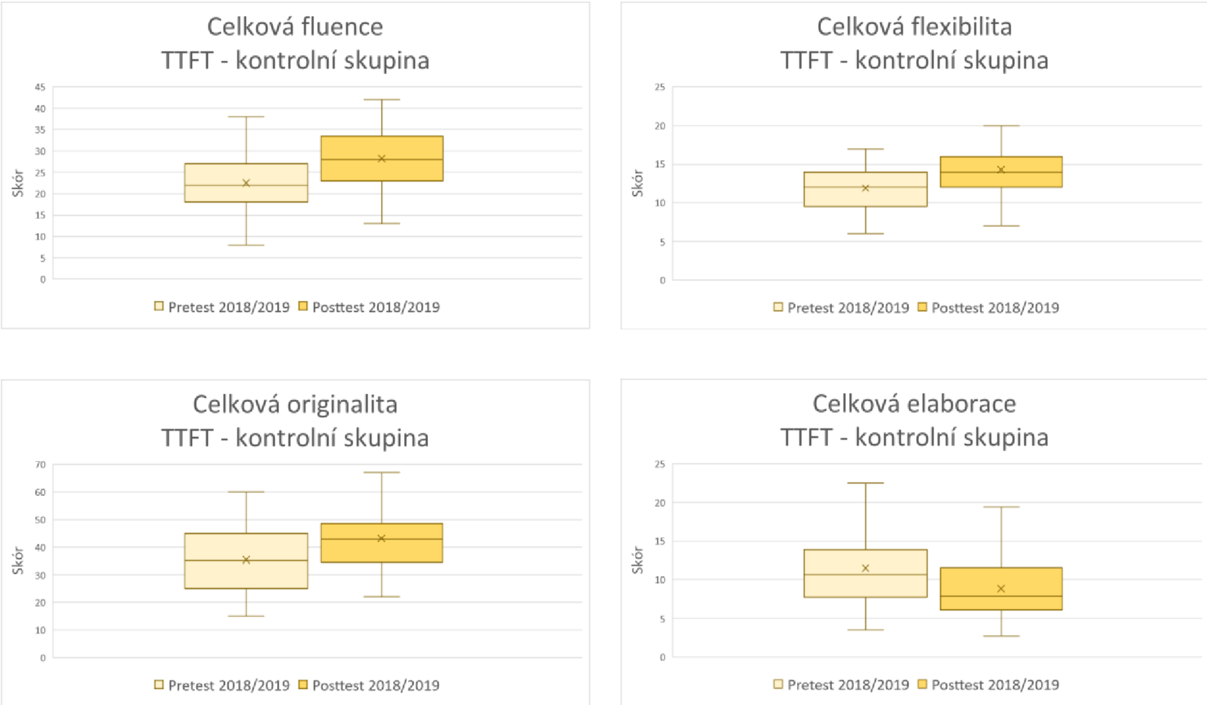
Graf 1: Krabicové grafy výsledku v pretestu a posttestu - kontrolní skupina

Nyní zanalyzujeme tvořivost. Pomocí standardizovaného Torranceho figurálního testu zjišťujeme čtyři složky tvořivého myšlení prostřednictvím tří úloh: Tvoření obrázku, Neúplné figury a Kruhy. Zatím se stále zabýváme výsledky pretestu a posttestu pouze kontrolní skupiny ($n = 57$) a nejprve se na získaná data podíváme na základě popisné statistiky. Klíčové ukazatele shrnujeme v tabulce 2. Celkový výkon v každé jednotlivé složce tvořivého myšlení (ve fluenci, flexibilitě, originalitě a v elaboraci) určíme jako součet výkonů po složkách ve zkoumaných třech úlohách.

Tabulka 2: Přehled výsledků a jejich ukazatelů v TTFT (kontrolní skupina – pretest/posttest)

	aritmetický průměr	směrodatná odchylka	min	max
1. úloha – Tvoření obrázku				
originalita	2,49 / 2,44	0,73 / 0,94	1,00 / 0,00	3,00 / 3,00
elaborace	8,93 / 6,86	4,91 / 3,38	1,00 / 2,00	24,00 / 18,00
2. úloha – Neúplné figury				
fluence	8,89 / 9,51	1,52 / 1,46	5,00 / 0,00	10,00 / 10,00
flexibilita	5,67 / 6,44	1,26 / 2,24	3,00 / 3,00	8,00 / 20,00
originalita	16,54 / 18,32	4,78 / 4,77	6,00 / 7,00	27,00 / 30,00
elaborace	2,56 / 2,39	0,99 / 3,43	1,00 / 0,1	5,50 / 4,10
3. úloha - Kruhy				
fluence	13,86 / 18,68	6,51 / 6,69	2,00 / 5,00	36,00 / 32,00
flexibilita	6,34 / 7,86	2,45 / 2,41	1,00 / 2,00	11,00 / 13,00
originalita	16,61 / 22,33	9,03 / 8,51	3,00 / 7,00	42,00 / 43,00
Celkový souhrn (1.-3. úloha)				
fluence	22,51 / 28,19	7,28 / 6,78	8,00 / 13,00	46,00 / 42,00
flexibilita	11,89 / 14,30	2,82 / 3,62	6,00 / 7,00	17,00 / 29,00
originalita	35,35 / 43,09	11,85 / 10,35	15,00 / 22,00	60,00 / 67,00
elaborace	11,49 / 8,83	5,14 / 3,95	3,50 / 2,70	26,30 / 21,90

Mohli bychom pokládat hypotézy analogické H_0^a o jednotlivých složkách tvořivého myšlení, ale z tabulky 2 a grafů 2 zřejmě vidíme, že u studentů kontrolní skupiny došlo k růstu fluence, flexibility a originality, ovšem u elaborace došlo k poklesu. Složka elaborace je považována v rámci tohoto testu za nejslabší složku divergentního myšlení. Energii, kterou by jinak studenti vložili do prokreslování obrázků, věnovali vymýšlení námětů. Data pro přehlednost a lepší porozumění doprovodíme grafy.



Graf 2: Krabicové grafy složek divergentního myšlení - TTFT v kontrolní skupině

Na základě souhrnu dat v tabulce a v grafech o tvořivosti v kontrolní skupině, ve kterých vidíme především růst skórů, můžeme tvrdit, že standardní výuka geometrie v časovém rozmezí jednoho semestru má vliv na tvořivosti studentů, a to v pozitivním smyslu.

Dále se nabízí možnost zjistit, které složky tvořivého myšlení spolu věcně souvisí. Abychom použili správný koeficient korelace, musíme ověřit normalitu jednotlivých složek. Statisticky jsme normalitu ověřili pomocí Shapiro-Wilkova testu na hladině významnosti $\alpha = 5\ \%$, viz tabulka 3. K dosažení našeho cíle musíme využít Spearmanův korelační koeficient, protože některé soubory nemají normální rozdělení, a navíc tento korelační koeficient nemá slabinu v popisu dat, ve kterých existují extrémní hodnoty. Z výsledků v tabulce 4 odvodíme, že fluence má korelační vztah s flexibilitou i originalitou. Slabší korelační vztah je mezi flexibilitou a originalitou. Elaborace nemá korelační vztah s žádnou jinou složkou. Touto analýzou jsme získali další poznatky o jednotlivých složkách divergentního myšlení účastníků našeho výzkumu, konkrétně studentů kontrolní skupiny.

Tabulka 3: Normalita rozdělení skórů jednotlivých složek tvořivého myšlení (odstín zeleně ano, odstín červeně ne), v tabulce jsou uvedeny p-hodnoty, $\alpha = 5$ %, kontrolní skupina

Pretest – TTFT (kontrolní skupina)		Posttest – TTFT (kontrolní skupina)	
fluence	0,2791	fluence	0,6748
flexibilita	0,07055	flexibilita	0,002023
originalita	0,04954	originalita	0,649
elaborace	0,00494	elaborace	0,002157

Tabulka 4: Korelační koeficienty (Spearman) mezi jednotlivými složkami tvořivého myšlení, $\alpha = 5$ %

Pretest – TTFT (kontrolní skupina)					Posttest – TTFT (kontrolní skupina)				
	fluence	flexibilita	originalita	elaborace		fluence	flexibilita	originalita	elaborace
fluence	1	0,6924	0,6617	0,07795	fluence	1	0,6907	0,5734	0,1125
flexibilita	0,6924	1	0,5852	0,08722	flexibilita	0,6907	1	0,4677	0,02822
originalita	0,6617	0,5852	1	0,1505	originalita	0,5734	0,4677	1	0,3416
elaborace	0,07795	0,08722	0,1505	1	elaborace	0,1125	0,02822	0,3416	1

Nyní provedeme analogické analýzy pro experimentální skupinu.

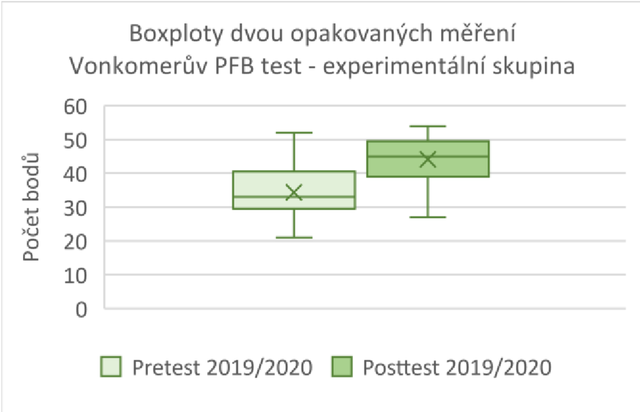
Nejprve zanalyzujeme výsledky měření rovinné představivosti v experimentální skupině. Výzkumný soubor tvoří 29 statistických jednotek a u každého z nich opět máme dvě měření. Pomocí Shapiro-Wilkova testu ověříme, jestli má soubor daný rozdílem posttestu a pretestu (v tomto pořadí) normální rozdělení. Na hladině významnosti $\alpha = 5$ % nezamítáme nulovou hypotézu o normalitě rozdělení tohoto souboru ($p = 0{,}0834$). Nyní můžeme použít parametrický t-test pro hypotézu:

H_0^b: Úroveň rovinné představivosti studentů učitelství primární a preprimární edukace se absolvováním jednosemestrální výuky geometrie obohacené o prvky VU a VK s podporou ICT nezmění.

proti alternativní hypotéze

H_1^b: Úroveň rovinné představivosti studentů učitelství primární a preprimární edukace se absolvováním jednosemestrální výuky geometrie obohacené o prvky VU a VK s podporou ICT změní.

Na hladině významnosti $\alpha = 5$ % zamítáme H_0^b při $p = 6{,}8 \cdot 10^{-10}$. Můžeme konstatovat, že úroveň rovinné představivosti studentů učitelství primární a preprimární edukace se absolvováním výuky geometrie obohacené o prvky VU a VK s podporou ICT změní. Opět je třeba určit pravděpodobný směr změny. Z krabicového grafu 3 vyčteme, že se úroveň rovinné představivosti zvýšila.



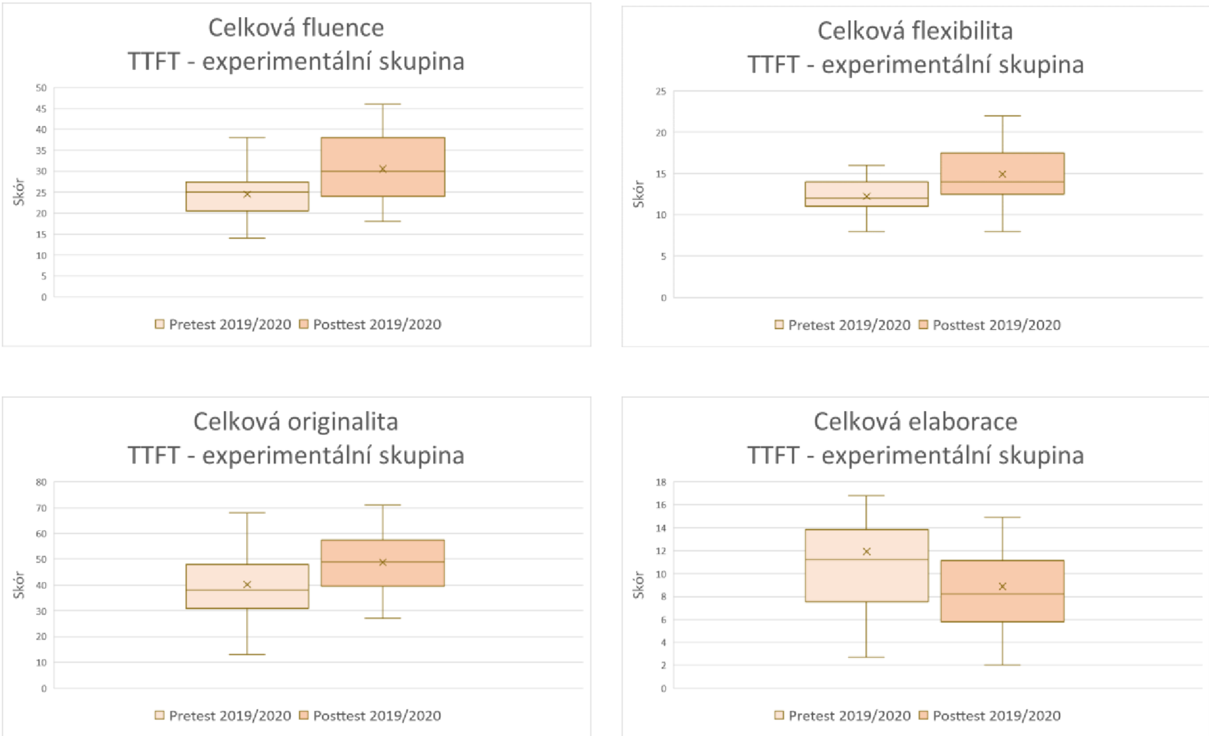
Graf 3: Krabicové grafy výsledku v pretestu a posttestu - experimentální skupina

V oblasti tvořivosti také zachytíme souhrnný pohled na data experimentální skupiny. Provedeme zde analogické vizualizace a shrnutí jako u kontrolní skupiny. V experimentální skupině jsme měli k dispozici 21 dvojic pretestů a posttestu. V následující tabulce 5 vidíme, jak si souhrnně studenti vedli.

Tabulka 5: Přehled výsledků a jejich ukazatelů v TTFT (experimentální skupina – pretest/posttest)

	aritmetický průměr	směrodatná odchylka	min	max
1. úloha – Tvoření obrázku				
originalita	2,33 / 2,95	1,04 / 0,21	0,00 / 2,00	3,00 / 3,00
elaborace	9,10 / 6,76	5,65 / 4,31	1,00 / 1,00	25,00 / 21,00
2. úloha – Neúplné figury				
fluence	9,14 / 9,52	1,70 / 1,10	4,00 / 6,00	10,00 / 10,00
flexibilita	6,00 / 6,43	1,20 / 1,26	2,00 / 4,00	7,00 / 9,00
originalita	16,81 / 20,33	5,31 / 5,52	2,00 / 8,00	25,00 / 29,00
elaborace	2,83 / 2,12	1,37 / 1,10	0,80 / 0,60	5,80 / 4,50
3. úloha – Kruhy				
fluence	15,38 / 21,05	5,22 / 7,35	7,00 / 10,00	28,00 / 36,00
flexibilita	6,24 / 8,48	1,80 / 2,54	3,00 / 4,00	10,00 / 14,00
originalita	21,05 / 25,57	9,69 / 9,92	8,00 / 7,00	45,00 / 46,00
Celkový souhrn (1.-3. úloha)				
fluence	24,52 / 30,57	6,00 / 7,77	14,00 / 18,00	38,00 / 46,00
flexibilita	12,24 / 14,90	2,49 / 3,10	6,00 / 8,00	16,00 / 22,00
originalita	40,19 / 48,86	13,28 / 12,40	13,00/27,00	68,00 / 71,00
elaborace	11,93 / 8,88	6,43 / 4,69	2,70 / 2,00	28,90 / 23,40

Sestrojíme taktéž krabicové grafy vývoje v jednotlivých složkách mezi pretestem a posttestem experimentální skupiny.



Graf 4: Krabicové grafy složek divergentního myšlení - TTFT v experimentální skupině

V grafu 4 vidíme, že v experimentální skupině došlo také během doby mezi pretestem a posttestem ke změně v úrovních divergentního myšlení. U fluence, flexibility a originality je zřetelný růst. U elaborace si všimneme opět poklesu.

Nakonec bychom pro úplnost chtěli i u experimentální skupiny zjistit, zda jednotlivé složky mají mezi sebou věcnou souvislost. Z důvodu výběru správného korelačního koeficientu nejprve musíme opět zjistit normalitu rozdělení. Statisticky jsme normalitu ověřili pomocí Shapiro-Wilkova na hladině významnosti $\alpha = 5$ %, viz tabulka 6.

Tabulka 6: Normalita rozdělení skórů jednotlivých složek tvořivého myšlení (odstín zeleně ano, odstín červeně ne), v tabulce jsou uvedeny p-hodnoty, $\alpha = 5$ %, experimentální skupina

Pretest – TTFT (experimentální skupina)		Posttest – TTFT (experimentální skupina)	
fluence	0,487	fluence	0,5608
flexibilita	0,313	flexibilita	0,8606
originalita	0,307	originalita	0,7618
elaborace	0.008	elaborace	0,0543

Je zajímavé, že pouze v pretestové elaboraci nebylo potvrzeno normální rozdělení. Přitom pro experimentální skupinu máme poměrně méně údajů. Vztahy fluence, flexibility a originality budeme vyšetřovat pomocí Pearsonova korelačního koeficientu. Vztahy těchto složek k elaboraci Spearmanovým korelačním koeficientem.

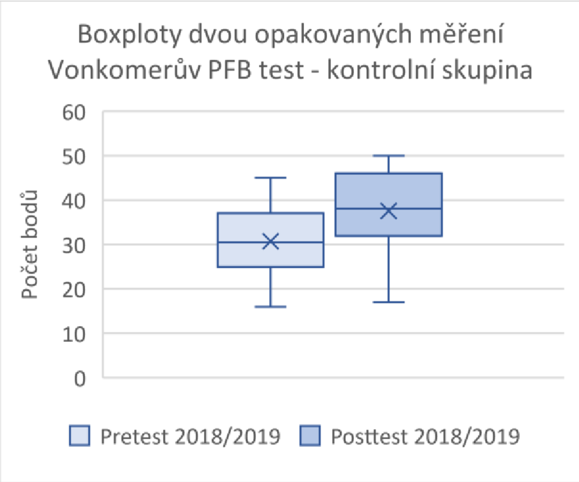
Tabulka 7: Korelační koeficienty (Pearson černě, Spearman modře) mezi jednotlivými složkami tvořivého myšlení, $\alpha = 5\ \%$

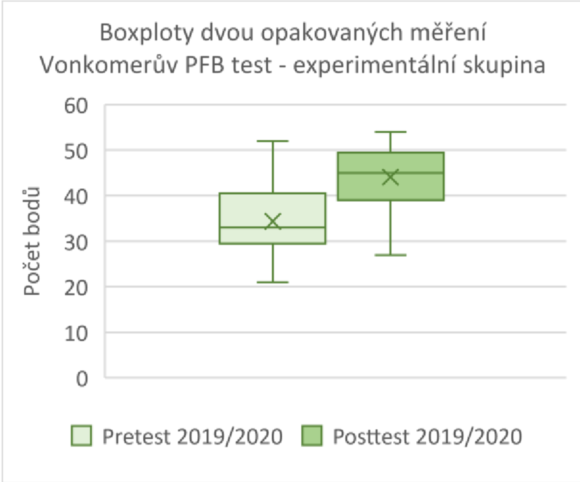
Pretest – TTFT (experimentální skupina)					Posttest – TTFT (experimentální skupina)				
	fluence	flexibilita	originalita	elaborace		fluence	flexibilita	originalita	elaborace
fluence	1	0,7518	0,7763	0,2212	fluence	1	0,5852	0,8231	0,2514
flexibilita	0,7518	1	0,5209	0,2514	flexibilita	0,5852	1	0,7403	0,1357
originalita	0,7763	0,5209	1	0,2508	originalita	0,8231	0,7403	1	0,2749
elaborace	0,2212	0,2514	0,2508	1	elaborace	0,2514	0,1357	0,2749	1

Výsledek tabulky 7 interpretujeme tak, že data opět odráží souvislost mezi fluencí, flexibilitou a originalitou, ačkoli v pretestu je vazba originality a flexibility slabší. Tato vazba v posttestu ale významně posílila. Také v posttestu můžeme pozorovat silný vztah fluence a originality. V porovnání s kontrolní skupinou má elaborace k ostatním složkám obecně silnější vztah.

Jaká změna nastane v úrovni rovinné představivosti a figurální tvořivosti studentů učitelství primární a preprimární edukace po absolvování jednosemestrální výuky geometrie obohacené o prvky výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT oproti standardní výuce?

Opět se nejprve zaměříme na představivost. Pracujeme se souborem kontrolní skupiny ($n_1 = 72$) a se souborem experimentální skupiny ($n_2 = 29$). Níže jsme porovnali krabicové grafy 1 a 3, abychom poznali povahu reálných dat. Vzhledem k tomu, že aritmetický průměr u postestu experimentální skupiny je výrazně větší než u posttestu kontrolní skupiny, a dokonce se u obou skupin dostal nad horní kvartil dat pretestu, můžeme usoudit pozitivní vliv inovativní výuky na rovinnou představivost studentů. Data ale vyhodnotíme na základě testování hypotéz. Základní charakteristiky dat v obou skupinách shrnujeme v tabulce 8.





Graf 5: Porovnání - krabicové grafy z dat zjištěných pomocí Vonkomerova PFB testu

Tabulka 8: Přehled výsledků a jejich ukazatelů v VTRP (kontrolní a experimentální skupina – pretest/posttest)

velikost souboru	aritmetický průměr	směrodatná odchylka	min	max
Kontrolní skupina				
72	30,78 / 37,50	7,42 / 9,05	16,00 / 17,00	45,00 / 50,00
Experimentální skupina				
29	34,34 / 44,07	8,76 / 7,04	11,00 / 27,00	52,00 / 54,00

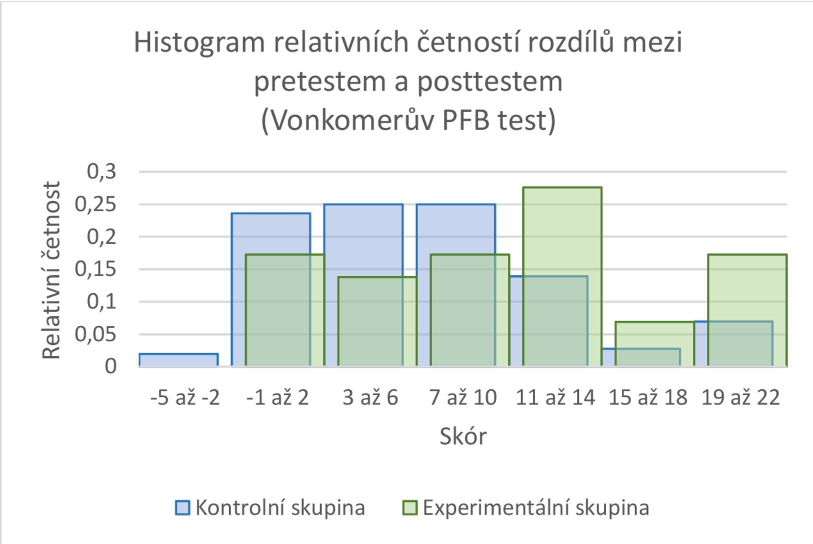
Porovnáváme dva soubory odchylek posttestu a pretestu (v tomto pořadí), tedy jeden soubor odchylek z kontrolní skupiny a jeden soubor odchylek z experimentální skupiny. V předchozím textu jsme uvedli, že oba soubory mají normální rozdělení. Pomocí Fisherova F-testu zjistíme, zda uvedené soubory mají stejný rozptyl. Na hladině významnosti $\alpha = 5\,\%$ nezamítáme nulovou hypotézu o rovnosti rozptylů ($p = 0{,}849$). V této chvíli můžeme přejít k testování rovnosti středních hodnot pro testování nulové hypotézy:

H_0^c: Výuka založená na prvcích výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT má na rozvoj rovinné představivosti stejný vliv jako standardní výuka.

proti alternativní hypotéze

H_1^c: Výuka založená na prvcích výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT má na rozvoj rovinné představivosti odlišný vliv než standardní výuka.

Na hladině významnosti $\alpha = 5\,\%$ zamítáme nulovou hypotézu ($p = 0{,}0173$). Odtud a vzhledem k histogramu relativních četností odchylek (rozdíl) mezi skórem pretestu a skórem postestu (graf 6) můžeme předpokládat, že výtvarně pojatou výukou geometrie lze dosáhnout většího rozvoje rovinné představivosti než standardní výukou geometrie.



Graf 6: Histogram relativních četností rozdílů mezi pretestem a postestem, Vonkomerův PFB test

Nakonec se zabýváme vztahem vývoje úrovně tvořivého myšlení kontrolní a experimentální skupiny. Analyzujeme každou složkou zvlášť. Nejprve vypočítáme rozdíl posttestu a pretestu (v tomto pořadí) pro každou složku. Pak jednotlivé soubory s těmito rozdíly otestujeme, zda mají normální rozdělení, abychom následně zvolili vhodný test. Normalitu rozdělení testujeme testem Shapiro-Wilka na hladině významnosti $\alpha = 5$ % a výsledek shrnujeme v následující tabulce 9.

Tabulka 9: Normalita rozdělení rozdílů mezi posttestem a pretestem v jednotlivých složkách tvořivého myšlení (odstín zeleně ano, odstín červeně ne), v tabulce jsou uvedeny p-hodnoty, $\alpha = 5$ %

rozdíl posttestu a pretestu– TTFT (kontrolní skupina)		rozdíl posttestu a pretestu– TTFT (experimentální skupina)	
fluence	0,02934	fluence	0,5173
flexibilita	0,2338	flexibilita	0,2475
originalita	0,3536	originalita	0,8227
elaborace	0,365	elaborace	0,04055

Nyní rozhodneme, zda mezi odpovídajícími si soubory experimentální a kontrolní skupiny, podle složek tvořivého myšlení, je nějaký statisticky významný rozdíl. Statisticky se zabýváme následujícími hypotézami:

H_0^{d1}: Výuka založená na prvcích výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT má na rozvoj fluence stejný vliv jako standardní výuka.

proti alternativní hypotéze

H_1^{d1}: Výuka založená na prvcích výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT má na rozvoj fluence odlišný vliv než standardní výuka.

H_0^{d2}: Výuka založená na prvcích výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT má na rozvoj flexibility stejný vliv jako standardní výuka.

proti alternativní hypotéze

H_1^{d2}: Výuka založená na prvcích výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT má na rozvoj flexibility odlišný vliv než standardní výuka.

H_0^{d3}: Výuka založená na prvcích výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT má na rozvoj originality stejný vliv jako standardní výuka.

proti alternativní hypotéze

H_1^{d3}: Výuka založená na prvcích výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT má na rozvoj originality odlišný vliv než standardní výuka.

H_0^{d4}: Výuka založená na prvcích výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT má na rozvoj elaborace stejný vliv jako standardní výuka.

proti alternativní hypotéze

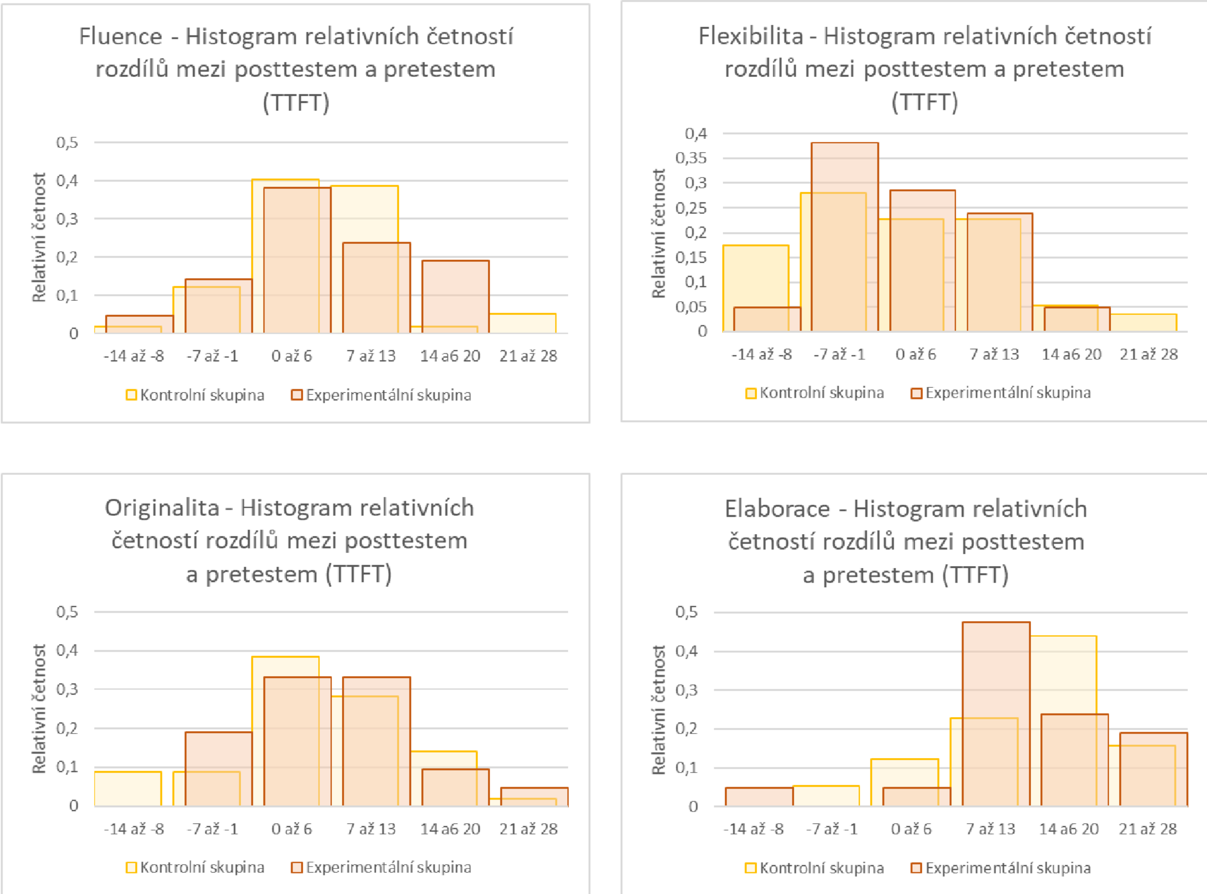
H_1^{d4}: Výuka založená na prvcích výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT má na rozvoj elaborace odlišný vliv než standardní výuka.

Vzhledem k tomu, že dle tabulky 9 v případě fluence a elaborace nelze předpokládat normalitu získaných dat, použili jsme neparametrický Mann-Whitneyho test. V případě flexibility a originality jsme použili t-test. Na hladině významnosti $\alpha = 5$ % jsme:

- nezamítli hypotézu H_0^{c1}, $p = 0{,}735$;
- nezamítli hypotézu H_0^{c2}, $p = 0{,}779$;
- nezamítli hypotézu H_0^{c3}, $p = 0{,}776$;
- nezamítli hypotézu H_0^{c4}, $p = 0{,}844$.

Situaci si znázorníme pomocí histogramů v grafu 7 jako v případě představivosti. Vidíme, že výkony obou skupin v jednotlivých složkách si jsou poměrně podobné. Díky statistickému vyhodnocení víme, že zde k statisticky významnému vývoji nedošlo. Ani na základě histogramů nemůžeme jednoznačně říci, jestli v souborech přeci jen nějaká změna nenastala jako u grafu 6.

Musíme mít ale na paměti nepoměr mezi počty studentů v obou skupinách, který může zkreslit výsledek.



Graf 7: Histogramy relativních četností rozdílů mezi pretestem a postestem, Torranceho test figurální tvořivosti

Odpovědí na danou výzkumnou otázku je, že v našem výzkumu nedošlo k významnému vývoji v úrovni figurální tvořivosti studentů učitelství primární a preprimární edukace po absolvování jednosemestrální výuky geometrie obohacené o prvky výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT oproti standardní výuce geometrie.

V případě testování figurální tvořivosti jsme pracovali s hodnotami, které jsme získali podle instrukcí a klasifikačních tabulek příručky testu. Čisté hodnoty znaků jednotlivých složek divergentního myšlení dovolovaly dojít k závěrům přesněji. Pro další analýzy ale bude výhodnější převést skóry na steny, protože v tu chvíli budeme moci přidat probandům vlastnost „podprůměrně tvořivý“, „průměrně tvořivý“, nebo „nadprůměrně tvořivý“.

U každého výběru posttestu a pretestu kontrolní i experimentální skupiny jsme určili minimum a maximum. Variační rozpětí každého souboru jsme převedli na měřítko o 10 skupinách. Intervaly pro čisté hodnoty celkových fluence, flexibilit, originalit a elaborací jsme sestavovali tak, aby byly co nejvíce symetrické a rovnoměrné. V příloze C uvádíme tabulku převodu hodnot z našeho výzkumu na steny. Můžeme určit celkový sten znaku „tvořivost“, pokud steny jednotlivých složek sečteme. Sten 1-3 znamená „podprůměrně tvořivý“, stem 4-7 znamená „průměrně tvořivý“ a sten 8-10 „nadprůměrně tvořivý“.

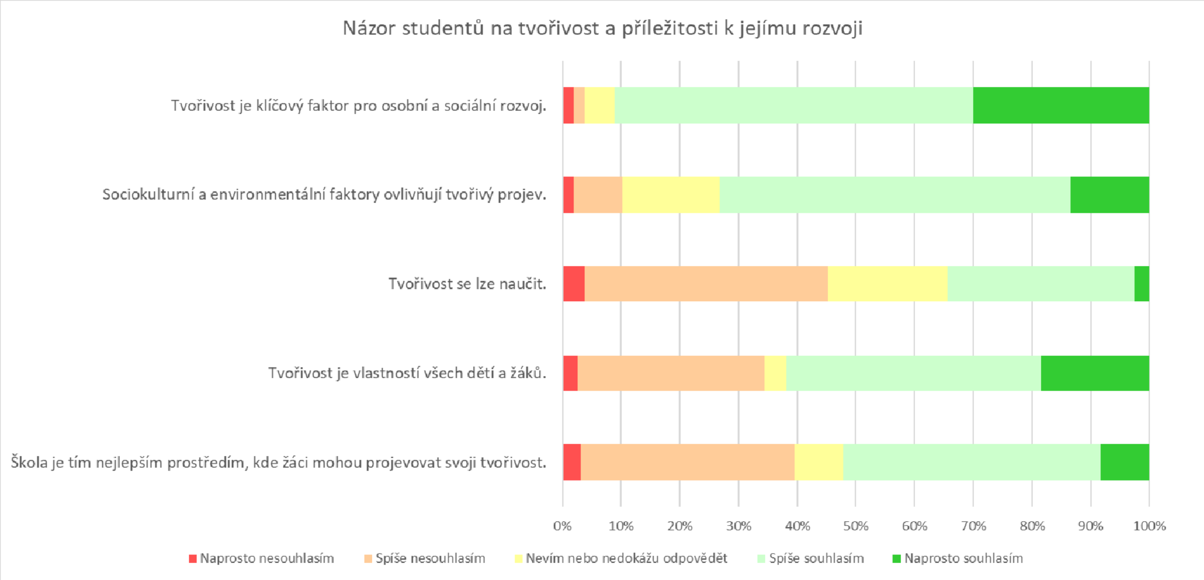
Jaké je pojetí tvořivosti očima studentů i ve vztahu k sobě sama?

V tomto bodě se oprostíme od testů tvořivosti a představivosti a problematiky pedagogického experimentu. Středobodem této práce je tvořivost studentů učitelství primární a preprimární edukace. Domníváme se, že je velice důležité, jak pojímají tvořivost svýma očima, jakou mají zkušenost s možnostmi projevit svoji tvořivost v rámci školy (máme na mysli jejich předchozí vzdělávání na střední škole) a jaká je jejich sebereflexe.

Zanalyzujeme všechny dostupné vyplněné dotazníky, které jsme obdrželi během tří let. Máme k dispozici kompletní odpovědi od 157 respondentů.

Nejčastěji respondenti absolvovali gymnázium (73 odpovědí; 46,5 %), dále střední pedagogické školy (57 odpovědí; 36,3 %), ostatní obory, např. zdravotní, průmyslové, umělecko-průmyslové lesnické (16 odpovědí; 10,2 %) a nakonec ekonomické obory (11 odpovědí; 7 %).

Nejprve se zaměříme na podíl odpovědí ve škálování výroků A1 až A5, které se týkají názorů studenta na tvořivost a jeho vnímání vybraných příležitostí možného rozvoje tvořivosti člověka. Data jsme zobrazili ve 100% skládaném pruhovém grafu 8 a doplnili četnostním a procentuálním zastoupením v tabulce 10.



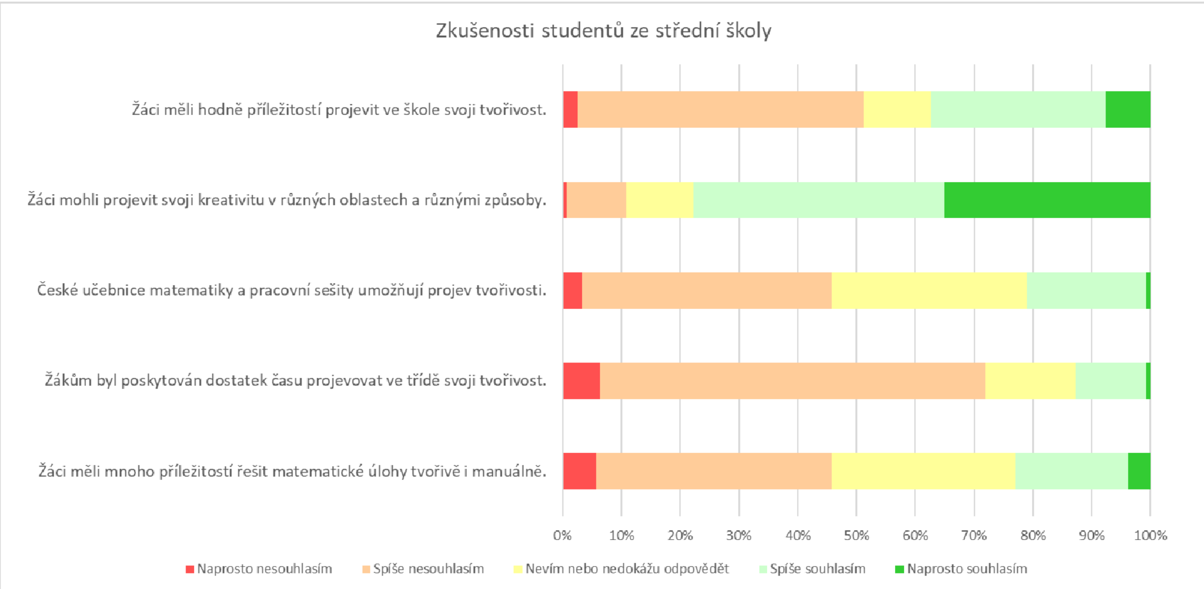
Graf 8: Dotazník - odpovědi k výrokům A1-A5

Tabulka 10: Dotazník – četnost a procentuální zastoupení odpovědí k výrokům A1-A5

Výrok	Znění výroku	Naprosto nesouhlasím	Spíše nesouhlasím	Nevím nebo nedokážu odpovědět	Spíše souhlasím	Naprosto souhlasím
A1	Tvořivost je klíčový faktor pro osobní a sociální rozvoj.	3 (1,9 %)	3 (1,9 %)	8 (5,1 %)	96 (61,1 %)	47 (29,9 %)
A2	Sociokulturní a environ-mentální faktory ovlivňují tvořivý projev.	3 (1,9 %)	13 (8,2 %)	26 (16,6 %)	94 (59,9 %)	21 (13,4 %)
A3	Tvořivost se lze naučit.	6 (3,8 %)	65 (41,4 %)	32 (20,4 %)	50 (31,8 %)	4 (2,5 %)
A4	Tvořivost je vlastností všech dětí a žáků.	4 (2,5 %)	50 (31,8 %)	6 (3,8 %)	68 (43,3 %)	29 (18,5 %)
A5	Škola je tím nejlepším prostředím, kde žáci mohou projevovat svoji tvořivost.	5 (3,2 %)	57 (36,3 %)	13 (8,3 %)	69 (43,9 %)	13 (8,3 %)

Naprostá většina respondentů si uvědomuje, že tvořivost je klíčová pro osobní a sociální rozvoj člověka. Většina respondentů také míní, že z části tvořivost (člověka) je určena prostředím, ve kterém žije. To souvisí s tím, že učitel musí brát také v úvahu kvalitu prostředí (třída, chodba školy, ostatní prostory školy) a podněty, které se v něm nachází. Velice zajímavé je rozložení odpovědí k výroku, zda se lze tvořivost naučit, neboť je velmi symetrické. Značná část respondentů si uvědomuje, že je to poměrně závažná a těžká otázka, a tak nejsou vyhranění. Dále bychom mohli říci, že s tímto tvrzením stejný podíl respondentů souhlasí a stejný podíl ale nesouhlasí. To může ovlivnit praxi studenta a vlastně i jeho seberozvoj. V tomto bodě se nám také dostává částečné vysvětlení výsledku pedagogického experimentu, ve kterém se zdá, že posun tvořivosti je omezen. U dalšího výroku značná část respondentů míní, že ne všechny děti a žáci mají vlohy pro tvořivost, což může vést k žádanému individuálnímu přístupu k žákovi. A nakonec poslední výrok se týká toho, zda respondenti vidí prostředí školy jako místo, kde žáci mohou projevovat svoji tvořivost. Téměř 40 % respondentů s tímto tvrzením ale nesouhlasí, což je poměrně pesimistické vzhledem k tomu, že ve škole tráví děti mnoho času. Tento výsledek ale mohl být ovlivněn také negativní zkušeností, čehož se týká další část dotazníku.

Zobrazíme podíl odpovědí ve škálování výroků A6 až A10, které se týkají zkušeností studenta ze svého středoškolského vzdělávání. Uvědomujeme si, že je těžké se k daným výrokům jednoznačně vyjádřit, ale respondenti měli svůj retrospektivní pohled na uplynulou dobu na střední škole „zprůměrovat“.



Graf 9: Dotazník - odpovědi k výrokům A6-A10

Tabulka 11: Dotazník – četnost a procentuální zastoupení odpovědí k výrokům A6-A10

Výrok	Znění výroku	Naprosto nesouhlasím	Spíše nesouhlasím	Nevím nebo nedokážu odpovědět	Spíše souhlasím	Naprosto souhlasím
A6	Žáci mají hodně příležitostí projevit ve škole svoji tvořivost.	4 (2,5 %)	77 (49,0 %)	18 (11,5 %)	47 (29,9 %)	12 (7,6 %)
A7	Žáci mohou projevit svoji kreativitu v různých oblastech a různými způsoby.	1 (0,6 %)	16 (10,2 %)	18 (11,5 %)	67 (42,7 %)	55 (35,0 %)

A8	České učebnice matematiky a pracovní sešity umožňují projev tvořivosti.	5 (3,2 %)	67 (42,7 %)	52 (33,1 %)	32 (20,4 %)	1 (0,6 %)
A9	Žákům je poskytován dostatek času projevovat ve třídě svoji tvořivost.	10 (6,4 %)	103 (65,6 %)	24 (15,3 %)	19 (12,1 %)	1 (0,6 %)
A10	Žáci měli mnoho příležitostí řešit matematické úlohy tvořivě i manuálně.	9 (5,7 %)	63 (40,1 %)	49 (31,2 %)	30 (19,1 %)	6 (3,8 %)

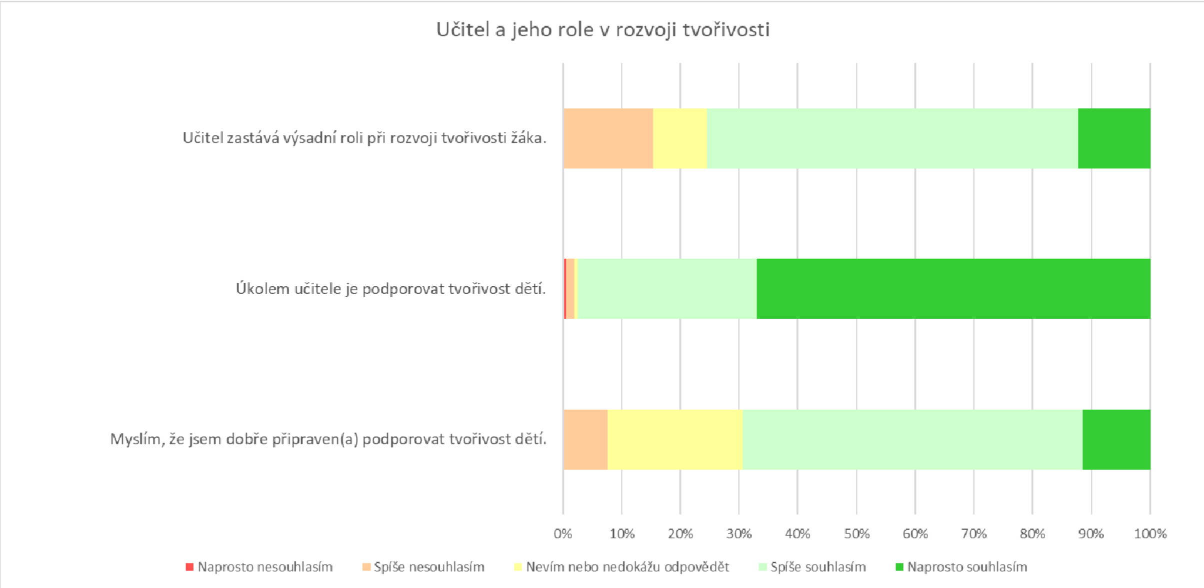
V datech tohoto bloku vidíme roztříštěné názory, protože zde pracujeme se silnou skupinou studentů z gymnázií i ze středních pedagogických škol a byl by vhodný hlubší rozbor právě ve výroku A6. Proto jsme sestavili kontingenční tabulku 12. Z ní vyčteme, že zde není rozdíl ve vztahu mezi mírou souhlasu s tvrzením A6 a typem absolvované školy. Můžeme se domnívat, že výsledek této části dotazníku je záležitostí jednotlivců.

Tabulka 12: Kontingenční tabulka vztahu míry souhlasu s tvrzením A6 a typem absolvované školy

Žáci mají hodně příležitostí projevit ve škole svoji tvořivost.					
	Naprosto nesouhlasím	Spíše nesouhlasím	Nevím nebo nedokážu odpovědět	Spíše souhlasím	Naprosto souhlasím
gymnázia	4	36	7	24	2
střední pedagogické školy	0	28	9	13	7
ekonomické obory	0	8	1	6	2
ostatní	0	5	1	4	1

V duchu flexibility je potěšující, že většina souhlasila s tím, že měli možnost projevit tvořivost různými způsoby a v různých oblastech (předmětech). Studenti ze středních pedagogických škol mohli mít problém se vyjádřit k výrokům A8 a A10, protože obvykle mají 2 hodiny matematiky týdně. Dá se ovšem uvažovat o tom, že respondenti příliš nevidí učebnice a pracovní sešity matematiky jako zdroj tvořivých námětů nebo úloh. Neměli ani pocit, že by měli příležitost v hodinách matematiky pracovat tvůrčím způsobem nebo provozovat manipulativní činnosti. Je ale možné, že v tu dobu neměli rozvinout citlivost k tvořivosti a jejímu rozpoznání, a tak je náročné postihnout míru souhlasu s danými výroky. Na závěr je poměrně jednoznačné, že respondenti si jsou vědomi toho, že neměli dostatek času ve třídě projevit svoji tvořivost. Což je například z hlediska konstruktivistické výuky matematiky její nevýhoda, neboť jsou zde větší časové nároky na objevování.

Nakonec zobrazíme podíl odpovědí ve škálování výroků A11 až A13, které se týkají role učitele v tvořivém procesu žáka. Zřejmě si drtivá většina respondentů myslí, že učitel má významné místo v procesu rozvoje tvořivosti žáka a že je to zároveň jeden z jeho úkolů. Většina si také myslí, že je připravena tvořivost u žáků a dětí rozvíjet. Někteří ale ne. Musíme brát na zřeli i ty, kteří se tvořivosti brání např. z důvodu rizika nedosažení žádaného výsledku nebo naplnění jistého očekávání.



Graf 10: Dotazník - odpovědi k výrokům A11-A13

Tabulka 13: Dotazník – četnost a procentuální zastoupení odpovědí k výrokům A11-A13

Výrok	Znění výroku	Naprosto nesouhlasím	Spíše nesouhlasím	Nevím nebo nedokážu odpovědět	Spíše souhlasím	Naprosto souhlasím
A11	Učitel zastává výsadní roli při rozvoji tvořivosti žáka.	2 (1,3 %)	24 (15,3 %)	14 (8,9 %)	98 (62,4 %)	19 (12,1 %)
A12	Úkolem učitele je podporovat tvořivost dětí.	1 (0,6 %)	2 (1,3 %)	1 (0,6 %)	48 (30,6 %)	105 (66,9 %)
A13	Myslím, že jsem dobře připraven(a) podporovat tvořivost dětí.	0 (0,0 %)	12 (7,6 %)	36 (22,9 %)	91 (58,0 %)	18 (11,5 %)

Které další okolnosti souvisí s úrovní rovinné představivosti a figurální tvořivosti?

Nejprve se vrátíme k prostřednímu bloku části A dotazníku (výroky A6-A10). Tyto odpovědi jsme propojili se všemi pretesty Torranceho testu, které máme k dispozici. Celkem se jedná o 70 jednotek. Z testů tvořivosti jsme přejali celkový sten každého studenta. Čtyřrozměrné veličiny s odpověďmi k výrokům A6 až 10 jsme transformovali na jednorozměrné (1 – naprosto nesouhlasím, 2 – spíše nesouhlasím atd.). Tuto úpravu dat jsme provedli, abychom mohli použít metodu shlukové analýzy. Chceme totiž zjistit, zda ti, kteří si ze střední školy odnesli dobrý pocit ohledně dostatku tvořivých příležitostí, mají také dobré výsledky v Torranceho testu figurální tvořivosti. Bylo třeba přepočítat soubor těchto 70 jednotek na steny stejným způsobem, který je naznačen na straně 51-52. Minimum z celkových stenů bylo 5 a maximum 39.

Pro shlukování jsme použili algoritmus *k*-means. Pomocí tzv. loketní metody (*elbow method*) byl určen optimální počet shluků na 7. Algoritmus *k*-means je nehierarchický. Nejprve se náhodně vygeneruje *k* (zde 7) středů shluků. Každá jednotka je pak přiřazena do shluku, jemuž středu je nejblíže. Střed shluku se při každé iteraci přepočítá jako aritmetický průměr všech jednotek shluku. Pak se provede nové přiřazení jednotek do shluků. Cílem algoritmu je dosažení co nejmenších rozdílů vzdáleností jednotek uvnitř shluku.

Na základě tabulky 14 můžeme konstatovat, že ti, kteří odpovídali směrem doleva k odpovědi „naprosto nesouhlasím“, jsou také podprůměrně tvořiví až průměrně tvořiví (shluk 0 a shluk 1). Naopak ti, co odpovídali směrem doprava k odpovědi „naprosto souhlasím“, jsou průměrně tvořiví, ale někteří i nadprůměrně tvořiví (shluk 5 a shluk 6). Značná část nadprůměrně tvořivých ale odpovídala směrem k odpovědi „nesouhlasím“.

Tabulka 14: Výsledek shlukování úrovně tvořivosti a odpovědí v dotazníku

	shluk 0	shluk 1	shluk 2	shluk 3	shluk 4	shluk 5	shluk 6
podprůměrně tvořiví	14	1	0	0	3	0	0
průměrně tvořiví	0	6	9	6	0	18	0
nadprůměrně tvořiví	0	1	8	0	1	0	3
počet studentů	14	8	17	6	4	18	3

Pro další analýzy bude potřeba převést slovní údaje z části B dotazníku na číselné hodnoty. Zajímalo nás, zda mimoškolní činnost studentů souvisí s jejich úrovní tvořivosti a představivosti. Budeme pracovat s daty studentů, u kterých máme trojici pretest tvořivosti, pretest představivosti a dotazník. Celkem máme k dispozici 59 kompletních údajů. Zaměřili jsme se na dvě otázky dotazníku.

- *Jaké jsou Vaše záliby?*

Za každou zálibu, která podporuje rozvoj tvořivého figurálního myšlení a představivosti, přidělujeme 1 bod. V rámci našeho výzkumného soubory jsme identifikovali tyto činnosti: malba, kresba, fotografování, čtení, práce s dětmi, ruční užitá tvorba, videohry, stolní hry, umění, keramika, hlavolamy.

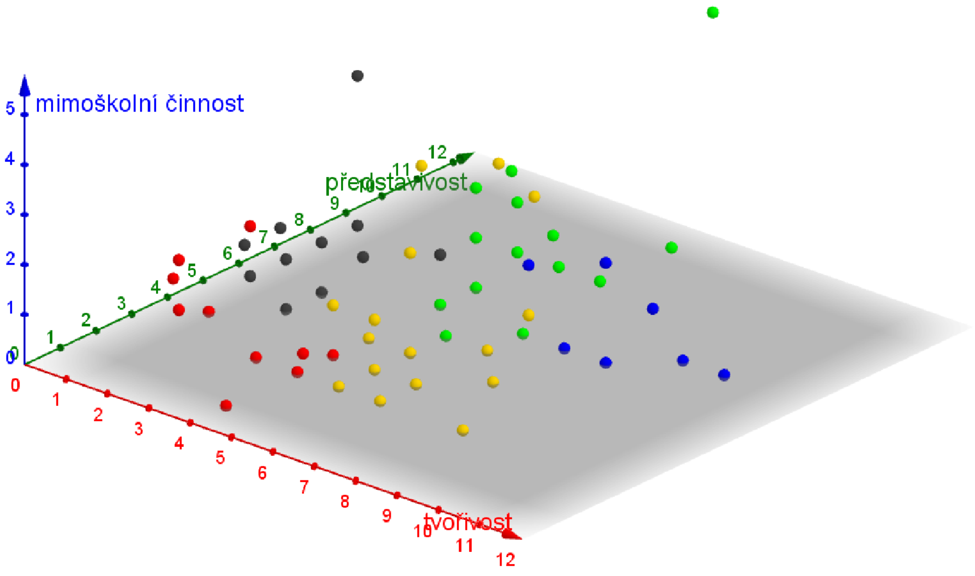
- *Které kroužky jste během střední školy navštěvoval/(a)?*

Za každý kroužek, který podporuje rozvoj tvořivého figurálního myšlení a představivosti, přidělujeme 1 bod. V rámci našeho výzkumného soubory jsme identifikovali pouze tyto činnosti: výtvarný kroužek, keramika.

V našem souboru je ale zastoupení mimoškolních figurálně tvořivých činností velice malé. Alespoň jednu aktivitu uvedlo 38 dotázaných z 59 (přibližně tedy 55 %). Nemůžeme očekávat ve shlukové analýze, že bychom na základě tohoto faktoru uvedli nějaké silné závěry. Tentokrát jsme shlukovací metodě *k*-means přiřadili vstupní počet shluků, a to 5.

Výsledek shlukové analýzy ukázal, že zájmová mimoškolní činnost a kroužky nijak specificky nesouvisí s úrovní tvořivosti a představivosti. Ovšem vznikl zde silný shluk těch, co jsou zároveň průměrně figurálně tvořiví i kteří mají průměrnou rovinnou představivost. Také je zde silná skupina, kteří jsou podprůměrně figurálně tvořiví i mají podprůměrnou rovinnou představivost. Výsledek shlukování zobrazujeme v grafu 11. Znak mimoškolních zájmů a koníčků jsme součtem sloučili do jednoho, abychom mohli body zobrazit ve trojrozměrném prostoru. Jednotlivé shluky se barevně liší. Situaci je možné prostorově prohlédnout online[6].

[6] https://www.geogebra.org/m/sydasgxd



Graf 11: Výsledek shlukování mimoškolní činnosti, tvořivosti a představivosti

Nakonec nás zajímalo, zda hraní her (stolních a digitálních) souvisí s jejich úrovní tvořivosti a představivosti. Budeme opět pracovat s daty studentů, u kterých máme trojici pretest tvořivosti, pretest představivosti a dotazník. Celkem máme stejně jako v předchozím případě k dispozici 59 kompletních údajů. Zaměřili jsme se na tři otázky dotazníku.

- *Pokud hrajete stolní hry, vyjmenujte které.*
- *Pokud hrajete na mobilních zařízeních hry, vyjmenujte které.*
- *Pokud hrajete na počítači nebo na konzoli hry, vyjmenujte které.*

Je třeba si uvědomit, že hry jsou důležitou součástí osobnostního rozvoje od raného věku po dospělost. Navíc hry, které jsou na trhu a k dispozici, jsou součástí vizuální kultury. Než provedeme závěrečnou shlukovou analýzu, je dobré shrnout v tabulce 15, které hry vlastně studenti hrají nebo hráli v blízké minulosti. Tučně jsou vyznačené ty, které považujeme za činitele v rozvoji tvořivosti (včetně verbální tvořivosti, řešení problémů) a představivosti (v širším slova smyslu, tedy i prostorové představivosti).

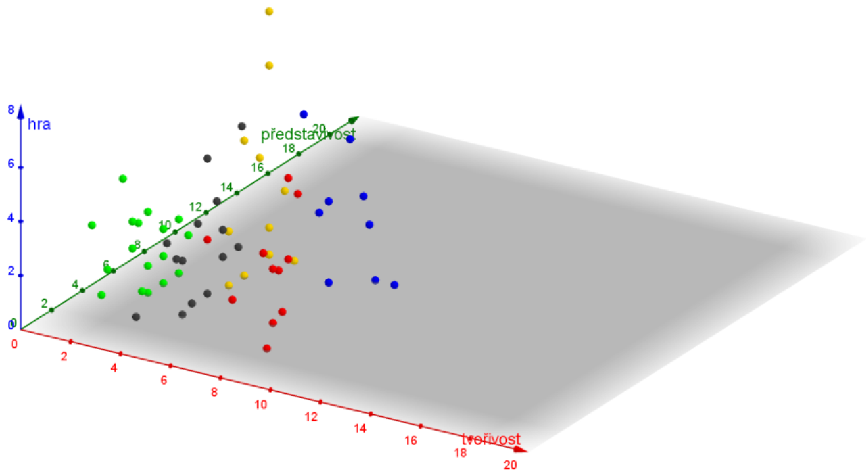
Tabulka 15: Četnost her, kterým se studenti věnují

stolní hry	četnost	hry na mobilních zařízeních	četnost	počítačové hry, hry pro konzole	četnost
karetní hry (Prší, žolíky, Dobble, Uno)	45	**Candy Crush**	8	**The Sims**	11
Activity	38	Quiz Planet	5	**sportovní**	10
Člověče, nezlob se	31	Piknik Slovo	4	Just Dance	2
vzdělávací hry (Česko, Evropa, AZ kvíz, …)	22	Subway Surf	3	**RPG**	2
Dostihy a sázky	17	**Gardenscapes**	3	ostatní zmíněné v četnosti po 1	
Monopoly	11	karetní hry	3	např. **další akční hry** (Counter Strike, Orion), **strategické** (League of Legends), **Minecraft**, karetní hry, **miny**, **mahjong**, Dobyvatel, **budovatelské** (ZOO Tycoon), Star Stable, …	
Carcassone	10	Dobyvatel	3		
Párty Alias	9	Sudoku	2		
pexeso	8	**Shakes and Fidget**	2		
Osadníci z Katanu	6	**Homescapes**	2		
Scrabble	6	Pixwords	2		
šachy nebo dáma	4	**Bubble Shooter**	2		
Ubongo	4	ostatní zmíněné v četnosti po 1			
Dixit	3	např. další vědomostní hry, **sportovní**, **další budovatelské**, **Minecraft**, **logické**, **arkádové**, **Angry Birds**, **Polygrams**, **Picross Luna**, …			
kostky	3				
Tik tak bum	3				
Labyrint	2				
Telepatia	2				
Ligretto	2				
Jungle Speed	8				
Jenga	2				
ostatní zmíněné v četnosti po 1					

Za každou hru, která dle našeho mínění podporuje rozvoj tvořivého figurálního myšlení a představivosti, přidělujeme 1 bod. Hodnoty hraní her, stolních, her pro dotyková zařízení nebo počítače a konzole, jsou poměrně rozptýlené. Mohli bychom říci, že ze stolních her u studentů vedou hry klasické (Člověče, nezlob se; prší; Monopoly nebo Dostihy a sázky). Studenti hrají spíš hry na mobilu než na počítači či konzoli.

Opět jsme shlukovací metodě *k*-means přiřadili vstupní počet shluků 5.

Výsledek shlukové analýzy ukázal, že ve většině shluků hraní her specificky nesouvisí s úrovní tvořivosti a představivosti. Avšak vznikl zde jeden shluk, který lze charakterizovat. Tvoří jej totiž studenti, kteří moc hry nehrají a mají nízkou úroveň představivosti a tvořivosti. V grafu 12 se jedná o zelený shluk. Znak hry jsme opět získali součtem přes znaky hraní stolních her, mobilních a počítačových, abychom mohli body zobrazit ve trojrozměrném prostoru. Jednotlivé shluky se barevně liší. Situaci je opět možné prostorově prohlédnout online[7].



Graf 12: Výsledek shlukování hraní her, tvořivosti a představivosti

Je možné navrhnout model pro kódování radiální symetrické kresby tak, aby z něj bylo možné usuzovat o úrovních složek divergentního myšlení?

Nejprve uvedeme definice vybraných shodných geometrických zobrazení v rovině, která budeme sledovat.

Geometrické zobrazení je takové zobrazení, které přiřazuje libovolnému bodu roviny X (vzor) jako jeho obraz právě jeden bod X' téže roviny (zapisujeme $X \rightarrow X'$).

Jestliže body X, X' splynou, pak se bod $X = X'$ nazývá samodružný bod daného zobrazení. Jako prosté zobrazení nazýváme takové zobrazení, pokud dvěma různým vzorům odpovídají dva různé obrazy.

Prosté zobrazení v rovině nazýváme shodným zobrazením, právě když pro každé dva body X, Y roviny a jejich obrazy X', Y' v tomto zobrazení platí $|XY| = |X'Y'|$.

[7] https://www.geogebra.org/m/q92anxu4

Souměrnosti (podle středu, podle osy) jsou taková shodná zobrazení, která vzájemně vyměňují body a jejich obrazy ($X \to X', X' \to X$), útvary a jejich obrazy ($U \to U', U' \to U$). Dvojici útvarů U a U' v souměrnosti podle středu S, či podle osy o, nazýváme útvary souměrně sdružené podle středu S, či podle osy o. Pokud souměrnost podle středu S, či osy o, převádí útvar U v týž útvar U', říkáme, že je to útvar souměrný podle středu S, resp. podle osy o. Krátce používáme výraz, že je středově, resp. osově souměrný.

Souměrnost podle středu S v rovině je přímá shodnost, která přiřazuje středu souměrnosti S týž bod $S' = S$ a každému bodu $X \neq S$ roviny přiřazuje obraz X' takový, že platí:

a) bod X' leží na polopřímce opačné k polopřímce SX,

b) $|SX| = |SX'|$.

Středová souměrnost je speciálním typem otočení o úhel velikosti $\alpha = 180°$.

Souměrnost podle osy o v rovině je zobrazení, které každému bodu X roviny přiřazuje obraz X' takový, že platí:

a) bod $X' = X$, právě když $X \in o$, kde o je daná přímka v rovině, zvaná osa souměrnosti,

b) bod X' leží na kolmici k ose o vedené bodem x,

c) $|PX| = |PX'|$, kde P je pata této kolmice na ose o.

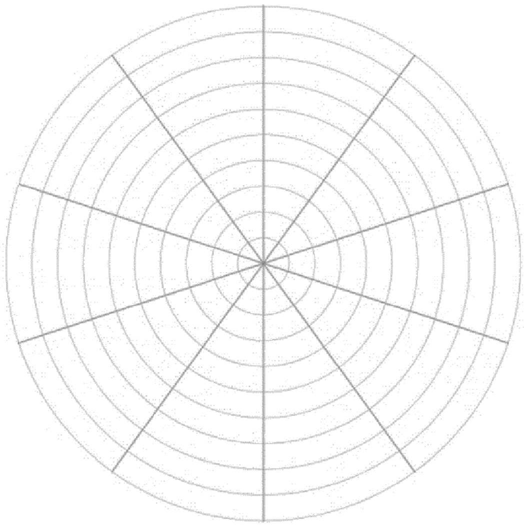
Otočení (rotace) kolem středu S o úhel velikosti $0° < \alpha \leq 360°$ v daném smyslu (kladném, či záporném) je shodné zobrazení, které přiřazuje bodu S týž bod S' a každému bodu $X \neq S$ roviny přiřazuje obraz X' takový, že platí:

a) bod X' leží na kružnici o středu S a poloměru $|SX|$,

b) polopřímka SX' se získá otáčením polopřímky SX o úhel otočení $X'SX$ velikosti α v daném smyslu.

Je důležité těmto definicím rozumět (včetně dalších souvisejících pojmů, jejichž definice jsme neuvedli), abychom mohli analyzovat nějaký obraz, ornament. V případě, kdy chceme použít nějaké geometrické zobrazení na jistý vzor, abychom dosáhli žádaného výsledku, je opět důležité těmto definicím nejdříve porozumět. Vzory, které budeme zkoumat, bychom mohli jednoduše nazvat mandalami. Pojem mandaly je znám široké veřejnosti. Jedná se o kruhový obrazec, jenž může mít náboženský nebo esoterický význam. Od toho se zde oprostíme. Nám lépe poslouží sousloví symetrický radiální obrazec.

Studenti v rámci výuky měli za úkol do připravené sítě soustředných kružnic (obrázek 14) zakreslit obrazec tak, aby v něm uplatnili symetrii (středové nebo osovou). Použití barev nebylo určeno a ani nebude zohledněno. Na práci měli vymezen čas 45 minut.



Obrázek 14: Síť soustředných kružnic, zdroj vlastní

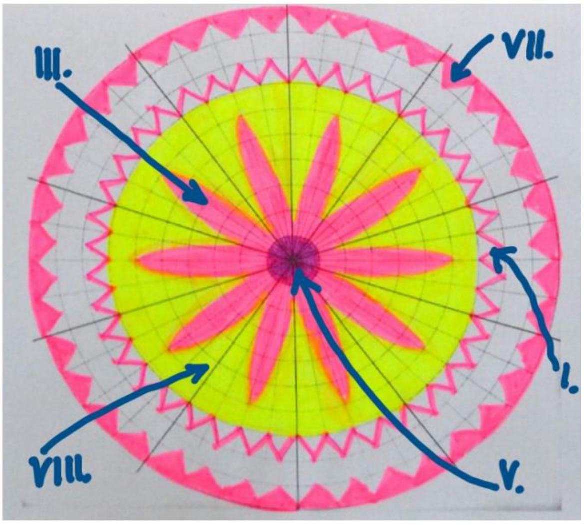
Naším cílem je zjistit, zda diagnostika výsledné kresby nějakým způsobem odráží výsledky studentů v Torranceho testu tvořivosti. Tuto naši metodu budeme dále jednoduše nazývat Test ornamentu. Chceme zjistit, zda by námi navržená metoda mohla být nějakým způsobem náhradou Torranceho testu v rámci daného výzkumného vzorku.

Jak bylo dříve řečeno, postup principu získání klasifikačních seznamů pro skórování je stejný jako u testu tvořivosti, s výjimkou složky divergentního myšlení fluence a elaborace. společný požadavek „prokreslenosti" a „uznatelnosti" zůstává, ale jejich kritéria je potřeba upřesnit vzhledem k naší úloze, viz dále. Nyní vysvětlíme kódování jednotlivých složek.

- flexibilita

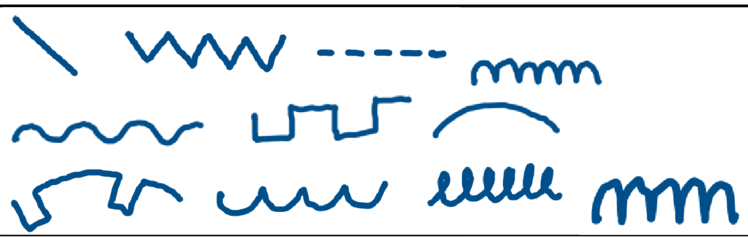
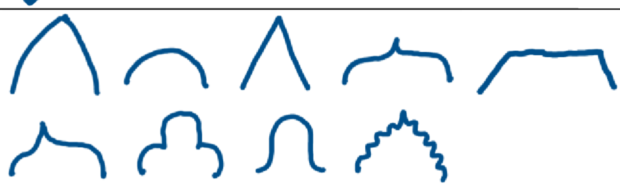
Kresby v počtu 109, které jsme získali během dvou akademických roků 2018/2019 a 2019/2020 (kresleno vždy uprostřed semestru), jsme zanalyzovali na jednotlivé dílčí prvky. Následně nám vyplynuly následující kategorie: linie, oblouky (a jejich části), listy, spirály, kruh (a jeho části), dekorativní, mnohoúhelníky (včetně sférických nebo nekonvexních), doplňky a nespecifikované. Náhledy k podobám těchto kategorií jsou v tabulce 16.

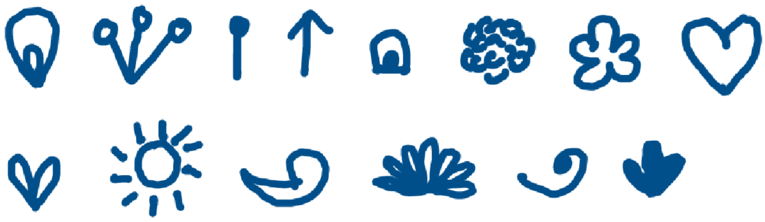
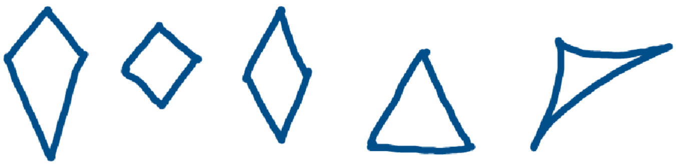
Je nutné si uvědomit, že sestavování kategorií je z části subjektivní záležitost. Však i o kategoriích Torranceho testu by se mnohdy dalo diskutovat, co do které patří. I zde některé konkrétní prvky ornamentu by mohly spadat do více kategorií. V Torranceho testu byla jistá volnost skórovatele. Je důležité, aby používal stále stejný systém v rozhodování. Není vhodné takové diagnostiky provádět izolovaně jako jediný test. Níže na obrázku 15 uvádíme příklad vyhodnocení flexibility podle našeho schématu, fx = 5.



Obrázek 15: Flexibilita v Testu ornamentu, zdroj osobní archiv (upraveno)

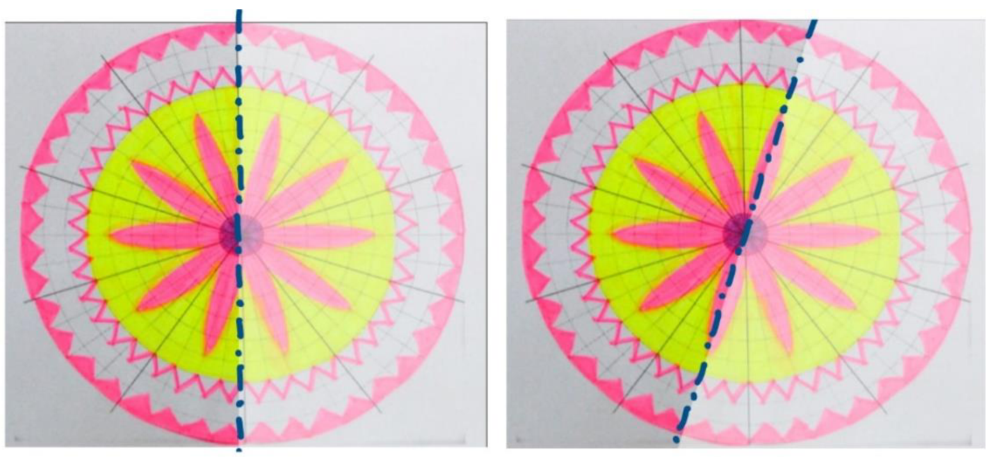
Tabulka 16: Kategorie pro určení flexibility v Testu ornamentu

kategorie	název kategorie	náhled
I	linie	
II	oblouky	
III.	listy	
IV.	spirály	

V.	kruh	
VI.	dekorativní	
VII.	mnohoúhelníky	
VIII.	doplněk	část roviny, která je v ornamentu stylizovaná (vybarvená, vyšrafovaná), ale nebyl jí dán primárně žádný tvar; výplň mezery
IX.	nespecifikované	např. 

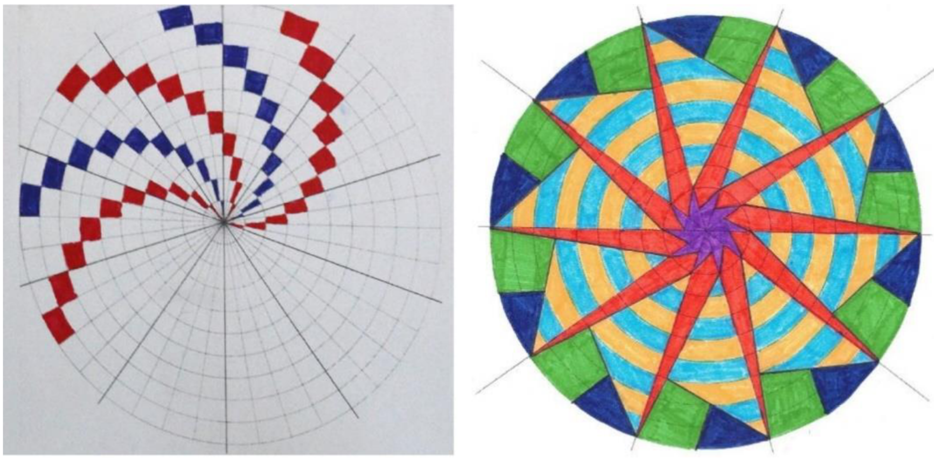
- fluence

Kritérium pro tuto složku je těžké popsat, proto ji budeme opět ilustrovat. V Torranceho testu se jednalo o počet platných odpovědí. Zde platnost odpovědi stáhneme ke zvládnutí symetrie, ať osové nebo středové. Pokud je obrázek celý osově souměrný, případnou skrytou středovou souměrnost nepočítáme, viz obrázek 16.



Obrázek 16: Fluence v Testu ornamentu, obrázek má celkem 10 os souměrnosti, f = 10, zdroj osobní archiv (upraveno)

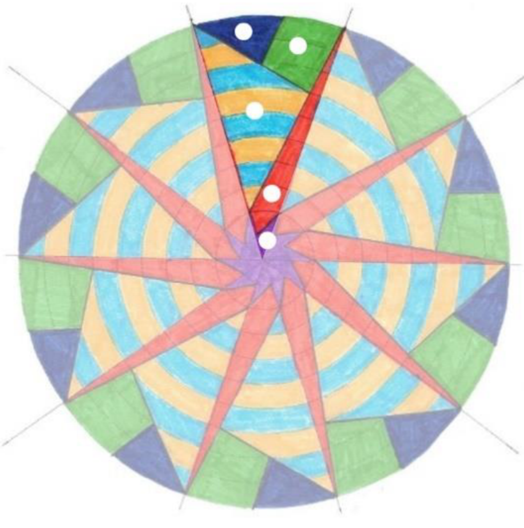
Obrázek níže vlevo by byl býval středově souměrný. Autor jej ale nestihl dokončit. Takto za fluenci má 0 bodů. Kdyby kresba byla dokončena podle vzorů, které již zakresleny jsou, fluence by byla 5 (5 dvojic vzor-obraz ve středové souměrnosti). Sledujeme celistvý motiv. Obrázku vpravo bychom za fluenci dali 5 bodů. Zda jsou barvy použity „správně“, nehodnotíme.



Obrázek 17: Fluence v Testu ornamentu, f = 0 (vlevo) a f = 5 (vpravo), zdroj osobní archiv (upraveno)

- elaborace

Elaborace je určena počtem detailů, tvarů v maximálním možném motivu, který je následně zobrazen v souměrnosti. Jako jeden detail se počítají ty, které jsou navzájem podobné (zmenšené, zvětšené) nebo pokud jsou určeny sítí. Příklad uvádíme na obrázku 18. Ornamentu na obrázku 16 bychom dali za elaboraci 5 bodů. Ornamentu na obrázku 17 vlevo ovšem jen 1 bod.



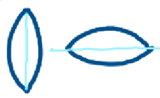
Obrázek 18: Elaborace v Testu ornamentu, e = 5, zdroj osobní archiv (upraveno)

- originalita

Každému dílčímu prvku ornamentu z daných 109 kreseb přiřadíme frekvenční charakteristiku. Sledujeme z kolika procent se daný prvek v množině celkových výskytů všech prvků ve všech kresbách objevil. Vyšlo nám 657. Je to tedy průměrně přibližně 6 typů prvků na kresbu. V kresbách se často objevují oblouky a obloučky (i lomené, jetelové, oblouky typu oslí hřbet). U nich budeme rozlišovat šířku a orientaci. Každou kresbu je třeba interpretovat individuálně, abychom dílčím částem přiřadili do nejpřesnější zařazení. Další body za originalitu přiřadíme prvkům, které jsou nějakým způsobem stylizovány (šířka čáry, šrafování). Pojímáme to jako transformaci prvku. Také další body za originalitu přiřadíme kresbám, ve kterých byl ornament doplněn mimo rámec dalším motivem (např. listovím). Návrh bodování prvků je v tabulce 17 a vychází z následující bodovací škály:

- výskyt prvků pod 0,99 % 3 body;
- výskyt prvků od 1-2,99 % 2 body;
- výskyt prvků od 3-4,99 % 1 bod;
- výskyt prvků nad 5 % 0 bodů.

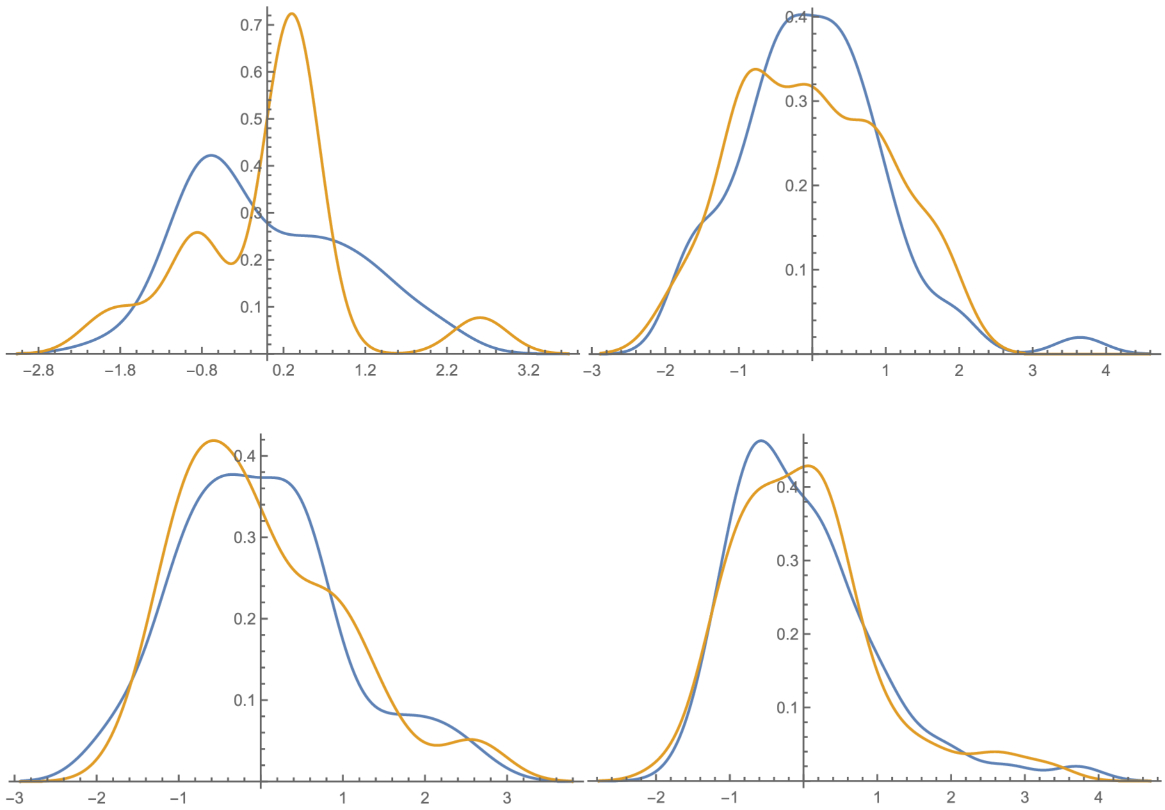
Tabulka 17: Návrh skórování prvků v originalitě

0bodové prvky					
	34 (5,18 %)		36 (5,78 %)		52 (7,91 %)
	50 (7,61 %) (oblouk)		41 (6,24 %)		33 (5,02 %)
	41 (6,24 %) (puntík)				
1bodové prvky					
	21 (3,20 %)		22 (3,35 %) (tečka)		24 (3,65 %) (křivka)
	24 (3,65 %)	doplněk	26 (3,96 %)		22 (3,35 %)
	22 (3,35 %)		25 (3,81 %)		

2bodové prvky					
	17 (2,59 %)		15 (2,28 %) (deltoid)		19 (2,89 %) (kruh)
	13 (1,98 %) (mezikruží)		14 (2,13 %) (čtverec)		12 (1,83 %)
	13 (1,98 %)		7 (1,07 %)	další čtyřúhelníky	5 (0,91 %)
3bodové prvky - některé					
					
					další, které nebyly uvedeny dříve

Námi navrženou metodu jsme aplikovali následovně. Vybrali jsme kresby studentů, k nimž máme pretest i posttest Torranceho testu figurální tvořivosti. Již jsme nedělali rozdíl mezi kontrolní a experimentální skupinou. Nebylo naším cílem sledovat nějakou změnu mezi těmito skupinami. Celkem máme soubor dat o rozsahu 61 (počet těch účastníků, u kterých máme kompletní trojici kresba, pretest TTFT a posttest TTFT). Rozhodli jsme se pro užití aritmetického průměru jednotlivých celkových složek fluence, flexibility, originality a elaborace z pretestu a postestu, jelikož se kresba zadávala v polovině semestru. Příslušné kresby jsme skórovali navrženým způsobem. Tabulku těchto dat uvádíme v příloze E.

Nyní chceme data jednotlivých složek vhodně porovnat a zjistit, zda jsou data jednotlivých složek distribuována podobným způsobem. Sestrojili jsme pro každou složku vyhlazenou empirickou hustotu pravděpodobnosti z normovaných dat získaných pomocí TTFT a z dat získaných naším Testem ornamentu. Data musela být normována, protože se pohybujeme vždy v různých rozsazích dat. Výsledné průběhy funkcí uvádíme v grafu 13.



Graf 13: Vyhlazené empirické hustoty pravděpodobností z normovaných dat – oranžová TTFT, modrý Test ornamentu; fluence (vlevo nahoře), flexibilita (vpravo nahoře), originalita (vlevo dole), elaborace (vpravo dole)

Vidíme, že v případě fluence si rozdělení pravděpodobnosti nejsou příliš podobná. Kritérium pro fluenci v našem testu tedy nebylo patrně vhodně navrženo, protože vypočtené hodnoty fluence byly ve výsledných datech obvykle v násobcích pěti. Ovšem v případě flexibility, originality a elaborace mají hustoty rozložení pravděpodobnost velice podobný průběh. Kritéria pro tyto složky byla navržena vhodně.

Odpovědí na naši výzkumnou otázku je, že je možné navrhnout model pro kódování radiální symetrické kresby tak, aby z něj bylo možné usuzovat o úrovních složek divergentního myšlení. Bylo by třeba přeformulovat a zpřesnit kritérium pro fluence a jistě také zpřesnit instrukce pro kódování ostatních složek. Tuto pasáž můžeme považovat za pilotní výzkum, který otevírá zajímavé možnosti pro další zkoumání.

4 Výsledky výzkumu

Položili jsme si otázku, zda je možné ovlivnit úroveň figurálního tvořivého myšlení a rovinné představivosti studentů učitelství primární a preprimární edukace. Tvořivý učitel s dobrou představivostí má ve vzdělávacím procesu obrovskou hodnotu. Tuto problematiku jsme pojali i do šíře a zachytili jsme některé faktory, které s úrovní tvořivého myšlení studentů, zúčastněných v našem výzkumu, souvisí. Náš výzkumný vzorek je malý, ale ne zanedbatelný. Jistě nemůžeme získané závěry zobecňovat, přesto mohou být přínosem pro ty, kteří tvořivosti a představivosti ve vzdělávání přikládají velký význam.

Jakým způsobem ovlivní jednosemestrální výuka geometrie úroveň rovinné představivosti a figurální tvořivosti studentů učitelství primární a preprimární edukace? K získání odpovědi na tuto i následující otázku jsme použili pedagogický experiment, ve kterém jsme pracovali s kontrolní a experimentální skupinou. Zjistili jsme a statisticky ověřili, že za dobu jednoho semestru se u studentů zlepšila rovinná představivost. Úroveň rovinné představivosti jsme určovali pomocí Vonkomerova PFB testu. Studenti si v něm vedli lépe a dle pozorování i sebevědoměji. Pomocí standardizovaného Torranceho testu figurální tvořivosti jsme měřili úroveň složky fluence, flexibility, originality a elaborace. Data naznačují, že v prvních třech složkách za dobu jednoho semestru došlo k růstu. V případě elaborace se ovšem jednalo o pokles. Elaborace je o stupni detailu. Studenti pochopili, že hlavním cílem je vymyšlení množství různorodých neotřelých nápadů. Růst v představivosti i ve složkách tvořivosti, kromě elaborace, jsme ukázali i pro experimentální skupinu.

Jaká změna nastane v úrovni rovinné představivosti a figurální tvořivosti studentů učitelství primární a preprimární edukace po absolvování jednosemestrální výuky geometrie obohacené o prvky výtvarného umění a vizuální kultury s podporou ICT oproti standardní výuce? Výuku geometrie jsme následně pojali v duchu zavádění výtvarných aktivit s podporou ICT. Chtěli jsme zjistit, zda v daných sledovaných veličinách dojde k významnější změně. Co se týče představivosti, statisticky jsme ověřili, že skutečně k významnějšímu růstu došlo. Studentům bylo předkládáno mnoho různorodých aktivit v různých formách provedení, které vyžadovaly řešení problémů, objevování, různé podoby interpretace a samozřejmě představivost. Při zkoumání možné změny ve složkách tvořivosti mezi kontrolní a experimentální skupinou jsme ovšem nezaznamenali významný posun. Je třeba uvážit menší rozsah dat, ale i povahu samotného Torranceho testu. Při jeho administraci jsme zaznamenali nižší motivaci a vůli k jeho vyplnění. Může to být dáno tím, že proband nezná horní hranici, které může dosáhnout, nebo se mu řešení takových úloh zdá zbytečné.

Které další okolnosti souvisí s úrovní rovinné představivosti a figurální tvořivosti? Pomocí dotazníku jsme chtěli vysledovat souvislosti s aspekty, které se každého studenta přímo týkají, ale nezasahují přímočaře do jeho přípravy na vysoké škole. Zmíníme zde naše nejdůležitější zjištění. Naprostá většina respondentů si uvědomuje, že tvořivost je klíčová pro osobní a sociální rozvoj člověka. Většina respondentů také míní, že je z části tvořivost určena prostředím, ve kterém respondent žije. Značná část respondentů se jednoznačně nevyjadřuje k tomu, zda se lze tvořivost naučit. Ovšem poměr těch, co s tímto tvrzením souhlasí, je stejný jako těch, co nesouhlasí. Dále jsme se dotazovali na dojem, v jaké míře se studentům dostávalo příležitostí k projevu tvořivosti na střední škole. Zde mají odpovědi různorodý charakter a domníváme se, že tato oblast je ovlivněna individualitou každého z respondentů i individuálním charakterem jejich střední školy. Nakonec shrneme odpovědi, které se týkají role učitele v tvořivém procesu žáka. Zřejmě si drtivá většina respondentů myslí, že učitel má významné místo v procesu rozvoje tvořivosti žáka a že rozvoj tvořivosti žáka je zároveň jeden z jeho úkolů. Většina si také myslí, že je připravena tvořivost u žáků a dětí rozvíjet. Tyto odpovědi mají přinos v tom, že nesledujeme pouze výkon v úlohách, ale chceme pochopit i samotného studenta, který úlohu řeší.

Které další okolnosti souvisí s úrovní rovinné představivosti a figurální tvořivosti? Odpovědi na otevřené otázky dotazníku jsme vyhodnotili pomocí shlukové analýzy, která rozloží sledovaný vzorek na disjunktní shluky, v rámci kterých si jsou objekty podobné. Jedná se o vícerozměrnou analýzu dat a klíčové je interpretovat obecné vlastnosti každého shluku. Velice opatrně můžeme říci, že je zde slabá souvislost mezi těmi, kteří si odnesli negativní dojem ze střední školy, co se týče k možnosti setkávání se s tvořivostí, a jejich nízkou úrovní tvořivosti. Dále jsme sledovali mimoškolní zájmovou činnost studentů. Pomocí shlukové analýzy jsme ale neodhalili žádné výrazné vztahy. Nakonec jsme se dotazovali i na hry, které studenti hráli nebo hrají. Při analýze nám vyplynul jeden shluk, který můžeme charakterizovat tak, že jej tvoří studenti, kteří málo hrají hry a v testi tvořivosti dosáhli podprůměrného či průměrného skóre.

Je možné navrhnout model pro kódování radiální symetrické kresby tak, aby z něj bylo možné usuzovat o úrovních složek divergentního myšlení? Do výzkumu jsme zakomponovali analýzu obrazu. Navrhli jsme model, jak skórovat symetrický ornament, přičemž jsme vycházeli z filosofie konstrukce skórování Torranceho testu. Motivací bylo získat jinou metodu hodnocení tvořivosti, kterou by bylo možné použít běžně ve výuce. V případě flexibility, originality a elaborace se nám na empirických dat podařilo ukázat, že náš systém má podobnou hustotu pravděpodobnosti jako empirické veličiny složek divergentního myšlení měřených TTFT. U fluence jsme úspěšní v návrhu nebyli. Přesto výsledek můžeme považovat za nadějný a má smysl návrh modelu rozpracovat a rozvíjet.

Závěr

Předložili jsme disertační práci na téma *Výtvarné umění a vizuální kultura ve výuce matematiky*, ve které jsou propojeny oblasti psychologie a teorie vzdělávání v matematice a ve výtvarné výchově. V teoretické části jsme prostor věnovali i neuropsychologii. Nastíněná témata nebyla vyčerpána. Je zde řada dalších pojítek, kterým by mohla být věnována pozornost. Přesto se domníváme, že toto zpracování teoretické části tvoři uzavřený celek, ve kterém jsou znatelné vzájemné souvislosti.

Ve výzkumné části jsme se zaměřili na téma tvořivosti a představivosti, které je přímo spjaté jak s matematikou, tak s výtvarnou výchovou. Hlavním tématem současné výtvarné výchovy je rozvoj vizuální gramotnosti, tedy „čtení" a „uvědomování" si viděného, což jsme přenesli v pedagogickém experimentu i do matematiky. Prostředkem tohoto přenosu vizuální kultury do matematiky byly technologie ICT. Klíčovou problematikou bylo rozlišování 2D a 3D světa. Teorie výtvarné výchovy se opírá o koncept každodennosti a v kontextu matematiky hovoříme o vnímání matematických vztahů všude kolem nás.

Jako výzkumnou metodu k dosažení našich cílů jsme zvolili pedagogický experiment a dotazník. V duchu tvořivosti jsme získaná data propojili s analýzou obrazu a navrhli diagnostickou metodu kódování obrazce. V pedagogickém experimentu jsme zjistili, že je možné dosáhnout vyšší úrovně představivosti během tří měsíců a do jisté míry i posunutí úrovně tvořivosti. Jsme si vědomi toho, že by bylo žádoucí dlouhodobější působení a učiněné závěry se týkají pouze našeho výzkumného vzorku.

Tato práce je určena především těm, kteří mají podobné cítění a věří, že matematika má s uměním mnoho společného. Zároveň odráží i směr současných reforem ve školství, které kladeu důraz na individualismus, kompetence a digitální gramotnost.

Použité zdroje

AGNATI, Luigi F., Diego GUIDOLIN, Leontino BATTISTIN, Giuseppe PAGNONI a Kjell FUXE, 2013. The neurobiology of imagination: possible role of interaction-dominant dynamics and default mode network. *Frontiers in Psychology*. Vol. 4., p. 1-17. ISSN 1664-1078. doi: https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00296

ALA-MUTKA, Kirsti, 2011. Mapping Digital Competence : Author : Kirsti Ala-Mutka. *JRC European Commission* [online]. (January 2011), p. 1–60. doi:10.13140/RG.2.2.18046.00322

ARCAVI, Abraham, 2003. The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics* [online]. **52**(3), p. 16. doi:10.1023/A:1024312321077

ARNOLD, Karen D., Rena F. SUBOTNIK a M. ROSS, 2011. Logitudinal Studies. In: *Encyclopedia of Creativity*. Vol. 2. San Diego: Elsevier, p. 62–67. ISBN 978-0-12-375039-6.

ATKINSON, Rita L., 2003. *Psychologie*. Praha: Portál. ISBN 80-7178-640-3.

BAUTISTA, Alfredo, Liang See TAN, Letchmi Devi PONNUSAMY a Xenia YAU, 2016. Curriculum integration in arts education: connecting multiple art forms through the idea of 'space'. *Journal of Curriculum Studies* [online]. **48**(5), p. 610–629. ISSN 1366-5839. doi:10.1080/00220272.2015.1089940

BEATY, R. E., M. BENEDEK, R. W. WILKINS, E. JAUK, A. FINK a P. J. SILVIA, 2014. Creativity and the default network: A functional connectivity analysis of the creative brain at rest. *Neuropsychologia* [online]. **64**, p. 92–98. doi:10.1016/j.neuropsychologia.2014.09.019

BOLDEN, David S., Tony V. HARRIES a Douglas P. NEWTON, 2010. Pre-service primary teachers' conceptions of creativity in mathematics. *Educational Studies in Mathematics* [online]. **73**(2), p. 143–157. ISSN 0013-1954. doi:10.1007/s10649-009-9207-z

BREZOVNIK, Anja, 2015. The benefits of fine art integration into mathematics in primary school. *Center for Educational Policy Studies Journal* [online]. **5**(3), p. 11–32. ISSN 1855-9719. Dostupné z: http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1128967.pdf

BRINKMANN, Astrid a Bharath SRIRAMAN, 2009. Aesthetics and creativity: An exploration of the relationships between the constructs. *Relatively and philosophically Earnest: Festschrift in honor of Paul Ernest's 65th birthday.* [online]. p. 57–80. Dostupné z: http://ovidsp.ovid.com/ovidweb.cgi?T=JS&PAGE=reference&D=psyc6&NEWS=N&AN=2009-18176-006

ČESKÁ SEKCE INSEA, 2021. Nesouhlasné stanovisko k revizím RVP ZV. *Otevřený dopis MŠMT s vyjádřením nesouhlasného stanoviska České sekce InSEA* [online] [vid. 2021-07-02]. Dostupné z: https://www.insea.cz/nesouhlasné-stanovisko-k-revizím-rv

DEVLIN, Keith, 2011. *Jazyk matematiky : jak zviditelnit neviditelné*. Praha: Dokořán. ISBN 978-80-7363-364-6.

DUVAL, Raymond, 2006. A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics* [online]. **61**(1–2), p. 103–131. ISSN 0013-1954. doi:10.1007/s10649-006-0400-z

EYSENCK, Michael W. a Mark T. KEANE, 2008. *Kognitivní psychologie*. Praha: Academia. ISBN 978-80-200-1559-4.

FINKE, Ronald A., 1995. Creative insight and preinventive forms. In: Robert J. STERNBERG a Janet E. DAVIDSON, ed. *The nature of insight*. Cambridge: MIT Press. ISBN 0262691876.

FIŠEROVÁ, Zuzana, 2015. *Vizuální gramotnost jako základní soubor kompetencí empirického diváka pro tvorbu a čtení významů kulturních artefaktů* [online]. Praha: Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy v Praze. Dizertační práce, vedoucí práce Marie Fulková. Dostupné z: https://dspace.cuni.cz/bitstream/handle/20.500.11956/64204/140043815.pdf?sequence=1&isAllowed=y

FULKOVÁ, Marie, 2002. Když se řekne ... vizuální gramotnost. *Výtvarná výchova*. **č. 4**, s. 12-14.

GARDNER, Howard, 2011. *Creating Minds, An anatomy of creativity seen through the lives of Freud, Einstein, Picasso, Stravinski, Eliot, Graham and Ghandi*. New York: Basic Books. ISBN 978-0465027743.

GEOGEBRA, 2021. *GeoGebra* [online] [vid. 2021-06-30]. Dostupné z: https://www.geogebra.org/

GONEN-YAACOVI, G, L. C. DE SOUZA, R. LEVY, M. URBANSKI, G. JOSSE a E. VOLLE, 2013. Rostral and caudal prefrontal contribution to creativity: a meta-analysis of functional imaging data. *Frontiers in human neuroscience* [online]. vol. **7**. doi:10.3389/fnhum.2013.00465

HARTL, Pavel a Helena HARTLOVÁ, 2000. *Psychologický slovník*. Praha: Portál. ISBN 80-7178-303-X.

HEJNÝ, Milan, 1990. *Teória vyučovania matematiky, díl 2*. Bratislava: SPN. ISBN 80-08-01344-3.

HEJNÝ, Milan a František KUŘINA, 2009. *Dítě, škola a matematika*. 2. vyd. Praha: Portál. ISBN 978-80-7367-397.

HOŠPESOVÁ, Alena a Jarmila NOVOTNÁ, 2020. Development of Mathematics Education in the Czech Republic (1989-2018): From a Search for Structure to Mathematical Literacy. In: Alexander KARP, ed. *Eastern European Mathematics Education in the Decades of Change*. New York: Springer Cham, p. 305. ISBN 978-3-030-38744-0.

HWANG, Wu Yuin, Nian Shing CHEN, Jian Jie DUNG a Yi Lun YANG, 2007. Multiple representation skills and creativity effects on mathematical problem solving using a multimedia whiteboard system. *Educational Technology and Society* [online]. **10**(2), p. 191–212. ISSN 14364522. Dostupné z: https://www.researchgate.net/profile/Jian-Jie-Dong/publication/316239984_Multiple_Representation_Skills_and_Creativity_Effects_on_Mathematical_Problem_Solving_using_a_Multimedia_Whiteboard_System/links/58f7209b45851506cd310f2b/Multiple-Representation-Skil

INSEA, 2019. *International Society for Education through Art / Société Internationale Pour L'éducation Artistique - Constitution* [online]. Dostupné z: https://www.insea.org/docs/documents/InSEA-Constitution-version-2019.pdf

JANÍK, Tomáš, Josef MAŇÁK, Petr KNECHT a Jiří NĚMEC, 2010. Proměny kurikula současné české školy: vize a realita. *Orbis scholae* [online]. **4**(3), s. 9–35. doi.org/10.14712/23363177.2018.109

JURČOVÁ, Marta a Eva SZOBIOVÁ, 2008. *Torranceho figurálny test tvorivého myslenia (T-59)*. Bratislava: Psychodiagnostika.

KALHOUS, Zdeněk a Otto OBST, 2002. *Školní didaktika*. 1. vyd. Praha: Portál. ISBN 80-7178-253-X.

KENNEDY CENTER, nedatováno. The John. F. Kennedy Center fort the Performing Arts. *The Kennedy Center* [online]. Dostupné z: https://www.kennedy-center.org/

KOSSLYN, Stephen M., Giorgio GANIS, and William L. THOMPSON, 2001. Neural foundations of imagery. *Nat. Rev. Neurosci.* Vol. 2., p. 635–642. doi:10.1038/35090055

KUŘINA, František, 1990. *Umění vidět v matematice*. Praha: SPN. ISBN 80-04-23753-3.

LABORDE, Colette, 2005. The Hidden Role of Diagrams in Students' Construction of Meaning in Geometry. In: *Meaning in Mathematics Education* [online]. New York: Springer U.S., p. 159–179. ISBN 978-0-387-24039-8. doi:10.1007/0-387-24040-3_11

LAJEVIC, Lisa, 2013. Arts Integration: What is Really Happening in the Elementary Classroom? *Journal for Learning through the Arts* [online]. **9**(1), p. 28. Dostupné z: http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1018332.pdf

LAYCOCK, Mary, 1970. Creative mathematics at Nueva. *The Arithmetic Teacher*. **17**(4), s. 325–328.

LILJEDAHL, Peter a Bharath SRIRAMAN, 2006. Musings on mathematical creativity. *For the Learning of Mathematics*. **26**(1), p. 17–19.

LOKŠOVÁ, Irena a Jozef LOKŠA, 1999. *Pozornost, motivace, relaxace a tvořivost dětí ve škole*. Praha: Portál. ISBN 80-7178-205-X.

MAŇÁK, Josef a Vlastimil ŠVEC, 2003. *Výukové metody*. Brno: Paido. ISBN 80-7315-039-5.

MATH GIRAFFE, 2017. Teaching Math with Creativity - The Neuroscience Behind the Creative Brain. *2017* [online]. Dostupné z: https://www.mathgiraffe.com/blog/teaching-math-with-creativity

MOLNÁR, Josef, 2009. *Rozvíjení prostorové představivosti (nejen) ve stereometrii.* 2. vyd. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci. ISBN 978-80-244-2254-1.

MŠMT, 2001. *Národní program rozvoje vzdělávání v České republice (Bílá kniha)*. Praha: Tauris. ISBN 80-211-0372-8.

MŠMT, 2020. *Strategie vzdělávaí politiky ČR do roku 2030+* [online]. Dostupné z: https://www.msmt.cz/file/53195_1_1/

MŠMT, 2021. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání* [online]. Praha: Ministrstvo školství mládeže a tělovýchovy. Dostupné z: http://www.nuv.cz/file/4983/

MŠMT, nedatováno. *Strategie digitálního vzdělávání do roku 2020* [online]. Dostupné z: https://www.msmt.cz/vzdelavani/skolstvi-v-cr/strategie-digitalniho-vzdelavani-do-roku-2020

MŠMT a NPI, 2022. *Revize rámcových vzdělávacích programů* [online]. Dostupné z: https://revize.rvp.cz/

NAKONEČNÝ, Milan, 2004. *Psychologie téměř pro každého*. Praha: Academia. ISBN 80-200-1198-6.

PLHÁKOVÁ, Alena, 2003. *Učebnice obecné psychologie*. Praha: Academia. ISBN 80-200-1086-6.

POLÁK, Josef, 2016. *Didaktika matematiky (II. část)*. Plzeň: Fraus. ISBN 9788074893261.

PRŮCHA, Jan a Eliška WALTEROVÁ, 2003. *Pedagogický slovník.* 4. vyd. Praha: Portál. ISBN 80-7178-772-8.

PŮLPÁN, Zdeněk, Vladimír KEBZA a František KUŘINA, 1992. *O představivosti a její roli v matematice*. Praha: Academia. ISBN 80-200-0444-0.

RANEY, Karen, 1999. Visual Literacy and the Art Curriculum. *Journal of Art and Design education* [online]. **18**(1), s. 41–48. doi:10.1111/1468-5949.00152

ROOT-BERNSTEIN, Robert, 2015. Arts and crafts as adjuncts to STEM education to foster creativity in gifted and talented students. *Asia Pacific Education Review* [online]. **16**(2), p. 203–212. ISSN 1876407X. doi:10.1007/s12564-015-9362-0

RUMLOVÁ, Aneta, 2022. *Rozvíjení funkční gramotnosti v matematice primární školy*. Hradec Králové: Pedagogická fakulta Univerzity Hradec Králové. Diplomová práce, vedoucí práce Jana Cachová.

RUNCO, Mark A., 2011a. Implicit Theories. In: *Encyclopedia of Creativity*. Vol. 1. San Diego: Elsevier, p. 644-646. ISBN 978-0-12-375039-6.

RUNCO, Mark A., 2011b. Personal Creativity. In: *Encyclopedia of Creativity*. Vol. 2. San Diego: Elsevier. ISBN 978-0-12-375039-6.

RUNCO, Mark A a Sureyya YORUK, 2014. The neuroscience of divergent thinking. *Activitas Nervosa Superior*. **56**(1–2), p. 1–16. ISSN 2510-2788.

SAWYER, K., 2011. The cognitive neuroscience of creativity: a critical review. *Creativity Research Journal*. **23**(2), 137–154.

SEDLÁKOVÁ, Miluše, 2004. *Vybrané kapitoly z kognitivní psychologie: Mentální reprezentace a mentální modely*. Praha: Grada Publishing, a.s. ISBN 80-247-0375-0.

ŠEVČÍKOVÁ, Andrea, 2020. *Vliv vizuální reprezentace důkazů matematických vět na jejich srozumitelnost* [online]. Hradec Králové: Pedagogická fakulta Univerzity Hradec Králové. Disertační práce, vedoucí práce Eva Milková. Dostupné z: https://theses.cz/id/zqgxkw/STAG94444.pdf

SIEGEL, Daniel J. a Tina P. BRYSON, 2015. *Rozvíjejte naplno mozek vašeho dítěte*. Brno: CPress. ISBN 978-80-264-0863-5.

SLEZÁKOVÁ, Jana, 2011. *Geometrická představivost v rovině* [online]. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci. Dizertační práce, vedoucí práce Josef Molnár. Disertační práce. Dostupné z: https://theses.cz/id/op6350/disertan_prce.doc

STAVRIDI, Sylvia, 2016. Interactive visual art learning in the development of young children's creativity. In: *7th International Multi-Conference on Complexity, Informatics and Cybernetics, IMCIC 2016 and 7th International Conference on Society and Information Technologies, ICSIT 2016 - Proceedings* [online]. p. 110–115. ISBN 978-1941763384. doi:10.4236/ce.2015.621235

STEHLÍKOVÁ, Naďa a Jana CACHOVÁ, 2006. *Konstruktivistické přístupy k vyučování a praxe* [online]. Studijní materiály k projektu Operační program Rozvoj lidských zdrojů, č. projektu: CZ.04.1.03/3.1.15.1/0237: JČMF. Dostupné z: https://mdisk.pedf.cuni.cz:5003/sharing/Vh0lwmqJa

STERNBERG, Robert J., 2002. *Kognitivní psychologie*. Praha: Portál. ISBN 80-7178-376-5.

STRAKA, Ondřej, Hynek CÍGLER a Michal JABŮREK, 2014. Matematické nadání z pohledu neuropsychologie a kognitivní psychologie. *Pedaogika*. **64**(3), s. 327–358.

ŠTEFELA, Jakub, 2014. Mozková kůra. *Úvod do centrální nervové soustavy* [online]. Praha. [cit. 2022-06-24]. Dostupné z: http://www.cnsonline.cz/?p=139

VAN DE WALLE, John A. a Lou Ann H. LOVIN, 2006. *Teaching Student-centered Mathematics: Grades 5-8*. Boston: Pearson Allyn & Bacon. Teaching Student-Centered Mathematics Series. ISBN 978-0205417971.

VANČÁT, Jaroslav, 2003. *Poznávací a komunikační obsah výtvarné výchovy v kurikulárních dokumentech*. Praha: Sdružení MAC. Nové metody vzdělávání. ISBN 80-86015-90-4.

VANČÁT, Jaroslav, 2016. Kde hledat budoucnost výtvarné výchovy? In: *Současný stav a perspektivy výtvarné výchovy* [online]. Olomouc: Česká sekce INSEA. ISBN 978-80-904268-1-8. Dostupné z: https://dl1.cuni.cz/mod/resource/view.php?id=254960&lang=en

VONKOMER, Ján, 2007. *PFB - Testová příručka*. Bratislava: Psychodiagnostika.

VÚP, 2011. Obrazový materiál (nejen) v matematice. *Metodický portál RVP* [online]. Dostupné z: http://www.vuppraha.rvp.cz/wp-content/uploads/2011/11/letakobrazovymaterial.pdf

VÝZKUMNÝ ÚSTAV PEDAGOGICKÝ, 2005. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*.

WALKER, Caren M., Ellen WINNER, Lois HETLAND, Seymour SIMMONS a Lynn GOLDSMITH, 2011. Visual Thinking: Art Students Have an Advantage in Geometric Reasoning. *Creative Education* [online]. **02**(01), p. 22–26. ISSN 2151-4755. doi:10.4236/ce.2011.21004

WEISBERG, Robert W., 1995. Prolegomena to theories of insight in problem solving: A taxonomy of problems. In: Robert J. STERNBERG a Janet E. DAVIDSON, ed. *The nature of insight*. Cambridge: MIT Press. ISBN 0262691876.

WIKISOFIA, ©2013. Představivost, druhy představ a jejich vlastnosti. Teorie představivosti. Fantazie. Wikisofia [online]. [cit. 2022-06-23]. Dostupné z: https://wikisofia.cz/wiki/P%C5%99edstavivost,_druhy_p%C5%99edstav_a_jejich_vlastnosti._Teorie_p%C5%99edstavivosti._Fantazie. ISSN 2336-5897.

ŽILKOVÁ, Katarína, Jana KOPÁČOVÁ, Janka PARTOVÁ, Štefan TKAČIK, Marek MOKRIŠ, Irena BUDÍNOVÁ a Ján GUNČAGA, 2018. *Young Children's Concepts of Geometric Shapes* [online]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/profile/Katarina-Zilkova/publication/331114419_Young_children's_concepts_of_geometric_shapes/links/5c668f6e92851c48a9d542da/Young-childrens-concepts-of-geometric-shapes.pdf

Seznam obrázků

Seznam grafů

Seznam tabulek

Seznam příloh

Příloha A – Vzdělávací systémy

Příloha B – Skóry ve Vonkomerově testu rovinné představivosti (pedagogický experiment)

Příloha C – Steny a skóry v Torranceho testu figurální tvořivosti (pedagogický experiment)

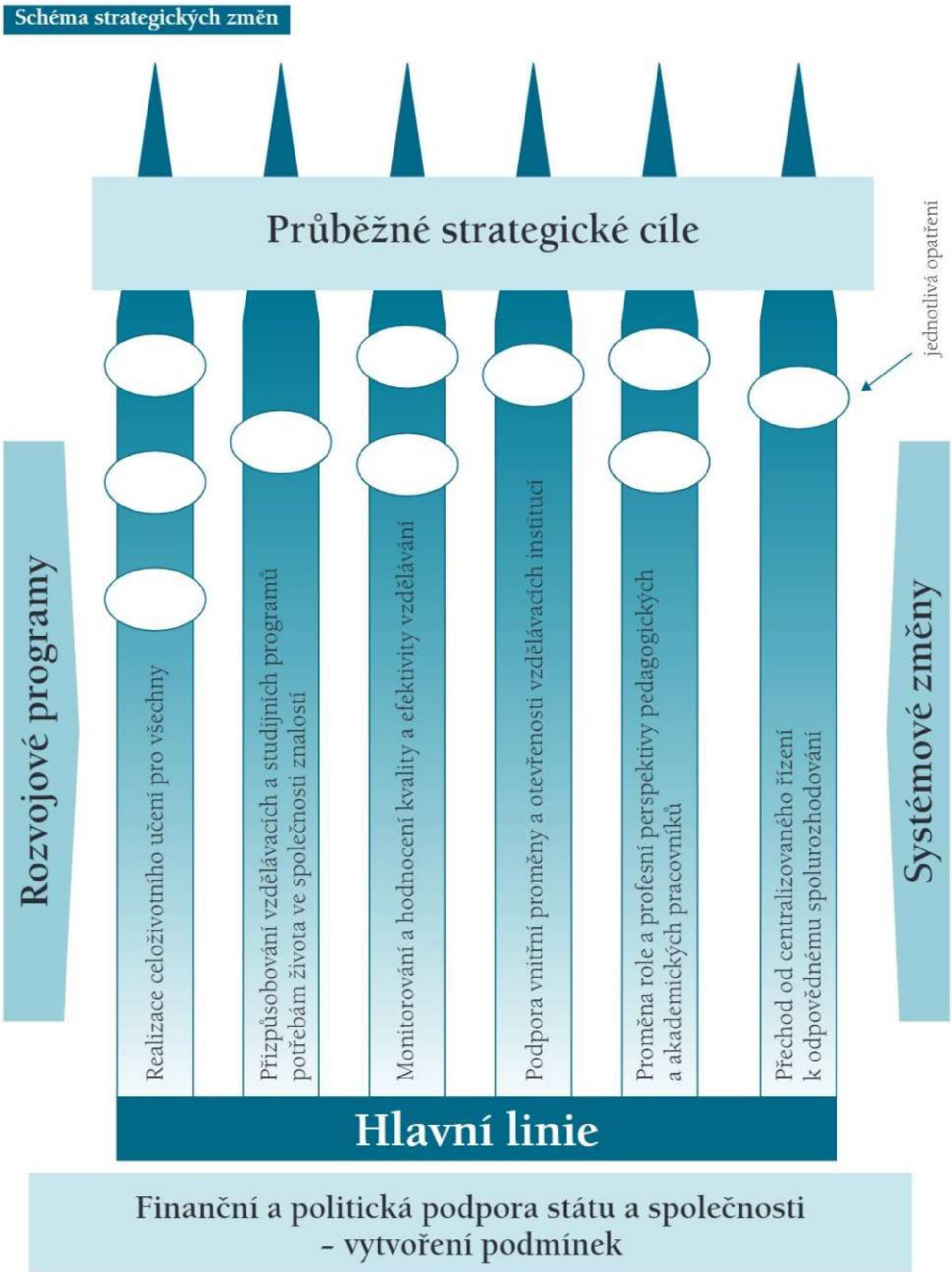
Příloha D – Podoba dotazníku

Příloha E – Výsledky měření složek divergentního myšlení – porovnání TTFT a Testu ornamentu

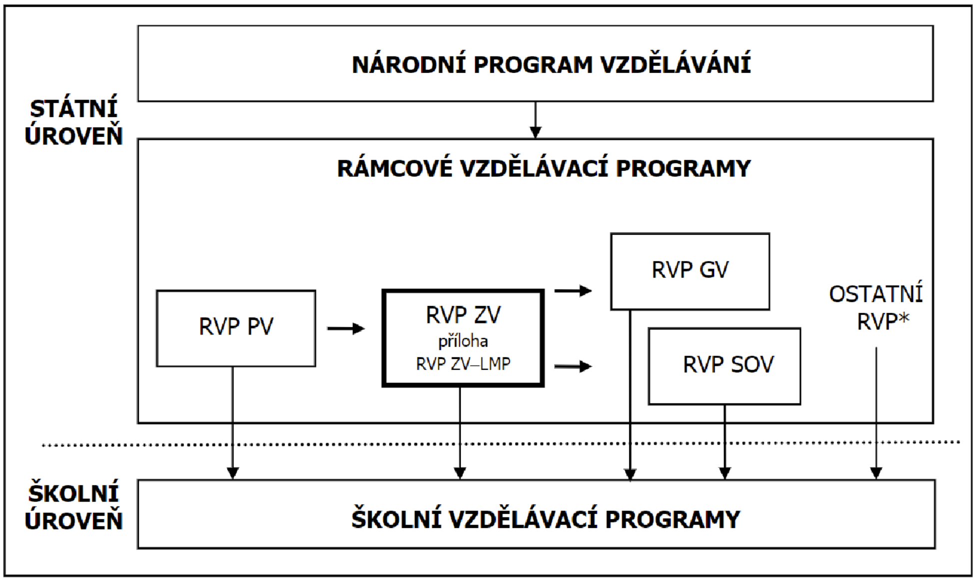
Příloha F – Náměty pro integraci prvků VU a VK do výuky matematiky s podporou ICT

Příloha A

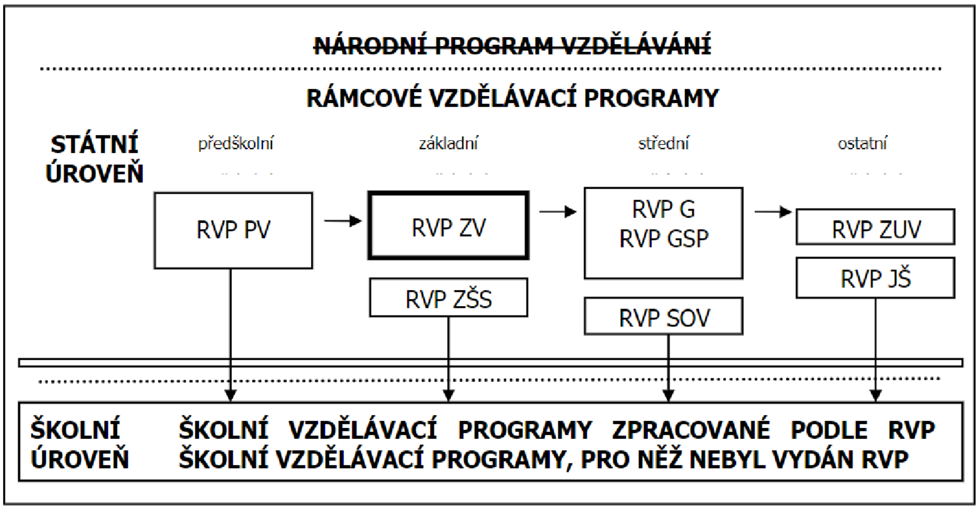
Vzdělávací systémy



Obrázek 19: Bílá kniha - Schéma strategických změn, zdroj (MŠMT 2001, s. 88)



Obrázek 20: Systém kurikulárních dokumentů, (Výzkumný ústav pedagogický 2005, s. 9)



Obrázek 21: Nový systém kurikulárních dokumentů, (MŠMT 2021, s. 5)

Příloha B

Tabulka 18: Skóry ve Vonkomerově testu rovinné představivosti, kontrolní skupina, pretest-posttest

proband	VTRP_1_18/19	VTRP_2_18/19
M1	32	43
M2	26	32
M3	27	27
M4	33	41
M5	28	37
M6	40	44
M7	34	39
M8	27	33
M9	26	32
M10	30	42
M11	39	50
M12	37	42
M13	33	37
M14	24	33
M15	45	46
M16	41	46
M17	16	24
M18	41	48
M19	31	42
M20	44	48
M21	36	45
M22	18	21
Z23	40	46
Z24	28	47
Z25	31	49
Z26	42	45
Z27	27	36
Z28	33	33
Z29	31	31
Z30	20	20
Z31	28	36
Z32	30	47
Z33	30	30
Z34	41	44
Z35	19	31
Z36	28	38

proband	VTRP_1_18/19	VTRP_2_18/19
Z37	33	33
Z38	22	17
Z39	39	47
Z40	31	32
Z41	34	44
Z42	26	48
Z43	40	49
Z44	32	47
Z45	39	48
Z46	27	37
Z47	25	25
Z48	19	27
Z49	28	30
Z50	28	38
Z51	23	34
Z52	35	49
Z53	20	18
Z54	22	37
Z55	19	32
Z56	32	37
Z57	34	50
Z58	22	22
Z59	41	46
Z60	37	37
Z61	37	41
Z62	24	26
Z63	25	25
Z64	25	33
Z65	40	46
Z66	21	21
Z67	23	23
Z68	43	46
Z69	43	45
Z70	37	44
Z71	30	43
Z72	24	38

průměrný věk: 20,7 let

Tabulka 19: Skóry ve Vonkomerově testu rovinné představivosti, experimentální skupina, pretest-posttest

proband	VTRP_1_19/20	VTRP_2_19/20
M1_2	41	53
M2_2	33	48
M3_2	23	41
M4_2	52	51
M5_2	31	47
M6_2	50	51
M7_2	40	54
M8_2	42	54
M9_2	45	47
M10_2	38	53
Z11_2	32	39
Z12_2	28	34
Z13_2	33	47
Z14_2	35	36
Z15_2	41	48
Z16_2	11	27
Z17_2	32	40
Z18_2	41	45
Z19_2	31	40
Z20_2	21	34
Z21_2	31	45
Z22_2	40	47
Z23_2	33	35
Z24_2	40	45
Z25_2	39	44
Z26_2	27	44
Z27_2	26	39
Z28_2	25	37
Z29_2	35	53

průměrný věk: 20,2 let

Příloha C

Tabulka 20: Tabulka stenů pro výběrový soubor výzkumu, TTFT

	podprůměrný			průměrný				nadprůměrný		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kontrolní skupina - pretest										
fluence	8-11	12-15	16-19	20-23	24-27	28-31	32-35	36-39	40-43	44-47
flexibilita	6-7	8	9	10	11	12	13	14	15	16-17
originalita	15-21	22-25	26-29	30-33	34-37	38-41	42-45	46-49	50-53	54-60
elaborace	3-6,4	6,5-9,4	9,5-11,4	11,5-13,4	13,5-15,4	15,5-17,4	17,5-19,4	19,5-21,4	21,5-24,4	24,5-27
Kontrolní skupina - posttest										
fluence	13-15	16-18	19-21	22-24	25-27	28-30	31-33	34-36	37-39	40-42
flexibilita	7-9	10-11	12-13	14-15	16-17	18-19	20-21	22-23	24-25	26-29
originalita	22-27	28-33	34-37	38-41	42-45	46-49	50-53	54-57	58-63	64-69
elaborace	2-4,4	4,5-6,4	6,5-8,4	8,5-10,4	10,5-12,4	12,5-14,4	14,5-16,4	16,5-18,4	18,5-20,4	20,5-22
Experimentální skupina - pretest										
fluence	14-15	16-17	18-20	21-23	24-26	27-29	30-32	33-35	36-37	38-39
flexibilita	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15-16
originalita	13-17	18-23	24-29	30-35	36-41	42-47	48-53	54-59	60-65	66-68
elaborace	2-5,4	5,5-8,4	8,5-10,4	10,5-13,4	13,5-16,4	16,5-19,4	19,5-22,4	22,5-25,4	25,5-28,4	28,5-30
Experimentální skupina - posttest										
fluence	18-20	21-23	24-26	27-29	30-32	33-35	36-38	39-41	42-44	45-46
flexibilita	8-9	10-11	12	13	14	15	16	17	18-19	20-22
originalita	27-31	32-36	37-40	41-44	45-48	49-52	53-56	57-60	61-65	66-71
elaborace	1-3,4	3,5-5,4	5,5-7,4	7,5-9,4	9,5-11,4	11,5-13,4	13,5-15,4	15,5-17,4	17,5-19,4	19,5-23

Tabulka 21: Skóre v Torranceho testu figurální tvořivosti a převod na steny - kontrolní skupina

	pretest									posttest								
	fluence	flexibilita	originalita	elaborace	sten fluence	sten flexibilita	sten originalita	sten elaborace	součet stenů	fluence	flexibilita	originalita	elaborace	sten fluence	sten flexibilita	sten originalita	sten elaborace	součet stenů
T_M1	14	8	35	3,5	2	2	5	1	10	24	13	47	10,4	4	3	6	4	17
T_M2	24	13	33	12,9	5	7	4	4	20	31	13	45	6	7	3	5	2	17
T_M3	18	12	15	4,7	3	6	1	1	11	25	12	28	6	5	3	2	2	12
T_M4	16	9	28	10,7	3	3	3	3	12	19	9	28	6,1	3	1	2	2	8
T_M5	12	9	18	10	2	3	1	3	9	32	13	37	6,7	7	3	3	3	16
T_M6	21	11	42	11,2	4	5	7	3	19	25	16	34	11,6	5	5	3	5	18
T_M7	21	14	18	22,5	4	8	1	9	22	29	12	46	21,9	6	3	6	10	25
T_M8	27	13	45	10,9	5	7	7	3	22	29	12	47	12	6	3	6	5	20
T_M9	25	16	19	5,1	5	10	1	1	17	35	13	41	7,4	8	3	4	3	18
T_M10	21	13	34	13,9	4	7	5	5	21	28	11	57	14,8	6	2	8	7	23
T_M11	30	16	45	14	6	10	7	5	28	28	12	47	5,5	6	3	6	2	17
T_M12	17	8	25	7,5	3	2	2	2	9	24	10	38	8,7	4	2	4	4	14
T_M13	20	14	33	10,3	4	8	4	3	19	23	12	37	8	4	3	3	3	13
T_M14	18	10	24	7,3	3	4	2	2	11	31	16	47	15,2	7	5	6	7	25
T_M15	24	13	44	9	5	7	7	2	21	18	9	29	7,9	2	1	2	3	8
T_M16	16	10	21	7,4	3	4	1	2	10	26	11	35	7,4	5	2	3	3	13
T_M17	18	11	23	23,4	3	5	2	9	19	23	13	41	13,3	4	3	4	6	17
T_M18	19	11	29	19,3	3	5	3	7	18	20	7	41	6,1	3	1	4	2	10
T_M19	23	12	32	9,3	4	6	4	2	16	35	13	41	5,8	8	3	4	2	17
T_M20	15	10	20	15	2	4	1	5	12	15	8	25	13,7	1	1	1	6	9
T_Z21	23	14	38	9	4	8	6	2	20	19	15	22	2,7	3	4	1	1	9
T_Z22	32	14	48	13,8	7	8	8	5	28	32	17	43	14,1	7	5	5	6	23
T_Z23	15	11	42	12,9	2	5	7	4	18	28	17	43	5,4	6	5	5	2	18
T_Z24	8	6	17	15	1	1	1	5	8	36	17	53	13,8	8	5	7	6	26
T_Z25	26	17	49	10,2	5	10	8	3	26	34	20	42	5,2	8	7	5	2	22
T_Z26	12	8	27	10,1	2	2	3	3	10	18	12	47	7,8	2	3	6	3	14
T_Z27	35	15	47	8	7	9	8	2	26	21	14	25	6,1	3	4	1	2	10
T_Z28	46	8	19	13,4	10	2	1	4	17	40	18	45	15,6	10	6	5	7	28
T_Z29	17	8	24	14	3	2	2	5	12	27	12	32	6,8	5	3	2	3	13
T_Z30	19	9	27	5,5	3	3	3	1	10	42	16	50	7	10	5	7	3	25
T_Z31	25	10	59	8	5	4	10	2	21	27	14	33	2,7	5	4	2	1	12
T_Z32	31	15	43	17,5	6	9	7	7	29	38	20	43	7,5	9	7	5	3	24
T_Z33	22	14	44	18,5	4	8	7	7	26	23	13	46	6,2	4	3	6	2	15
T_Z34	24	10	46	25,3	5	4	8	10	27	22	11	31	8,2	4	2	2	3	11

T_Z35	36	12	51	13,8	8	6	9	5	28	41	20	56	5	10	7	8	2	27
T_Z36	34	16	60	13,9	7	10	10	5	32	41	16	67	9,9	10	5	10	4	29
T_Z37	29	14	47	12,7	6	8	8	4	26	33	14	65	19,4	7	4	10	9	30
T_Z38	30	16	46	12,3	6	10	8	4	28	35	17	61	11,5	8	5	9	8	30
T_Z39	28	12	36	12,4	6	6	5	4	21	35	16	40	5,5	8	5	4	2	19
T_Z40	22	15	27	9	4	9	3	2	18	20	12	34	8	3	3	3	3	12
T_Z41	22	12	34	6	4	6	5	1	16	35	17	58	9,5	8	5	9	4	26
T_Z42	23	15	45	7,5	4	9	7	2	22	29	20	53	8,5	6	7	7	4	24
T_Z43	22	12	39	12,5	4	6	6	4	20	22	15	55	9,7	4	4	8	4	20
T_Z44	24	9	24	6,2	4	9	2	1	16	31	15	41	5,1	7	4	4	2	17
T_Z45	38	17	60	3,8	8	10	10	1	29	32	29	61	9,6	7	10	9	4	30
T_Z46	27	14	30	8,1	5	8	4	2	19	32	17	46	7,4	7	5	6	3	21
T_Z47	9	8	21	4	1	2	1	1	5	34	14	44	8,5	7	4	5	4	20
T_Z48	18	10	25	10,3	3	4	2	3	12	27	15	40	8,6	5	4	4	4	17
T_Z49	13	8	36	14	2	2	5	5	14	25	16	43	4	5	5	5	1	16
T_Z50	21	12	43	12,3	4	6	7	4	21	24	12	51	4,3	4	3	7	1	15
T_Z51	22	15	44	9,7	4	9	7	3	23	28	15	46	6,5	6	4	6	3	19
T_Z52	12	7	25	9,5	2	1	2	3	8	13	9	31	7,1	1	1	2	3	7
T_Z53	28	12	43	4,4	6	6	7	1	20	28	15	33	3,4	6	4	2	1	13
T_Z54	22	12	38	26,3	4	6	6	10	26	23	13	33	11,9	4	3	2	5	14
T_Z55	24	16	48	17,1	5	10	8	6	29	25	13	56	10,7	5	3	8	5	21
T_Z56	27	13	54	13,3	5	7	10	4	26	40	20	58	11,8	10	7	9	5	31
T_Z57	18	9	26	7	3	9	3	2	17	27	14	38	13,7	5	4	4	6	19

	pretest									posttest								
	fluence	flexibilita	originalita	elaborace	sten fluence	sten flexibilita	sten originalita	sten elaborace	součet stenů	fluence	flexibilita	originalita	elaborace	sten fluence	sten flexibilita	sten originalita	sten elaborace	součet stenů
T_M1_2	19	11	40	11	3	6	5	4	18	20	14	42	4	1	5	4	2	12
T_M2_2	17	10	27	15	2	5	3	5	15	21	13	35	8	2	4	2	4	12
T_M3_2	14	6	13	6	1	1	1	2	5	27	12	31	7	4	3	1	3	11
T_M4_2	27	13	57	17	6	8	8	6	28	46	18	71	14	10	9	10	7	36
T_M5_2	30	14	38	13	7	9	5	4	25	22	14	27	8	2	5	1	4	12
T_M6_2	38	14	68	28	10	9	10	9	38	34	14	54	6	6	5	7	3	21
T_M7_2	24	14	25	13	5	9	3	4	21	40	15	65	10	8	6	9	5	28
T_M8_2	20	12	37	14	3	7	5	5	20	26	12	48	15	3	3	5	7	18
T_M9_2	21	9	36	9	4	4	5	3	16	26	8	40	6	3	1	3	3	10
T_M10_2	14	8	28	12,4	1	3	3	4	11	33	17	50	2	6	8	6	1	21
T_Z11_2	22	14	37	2,7	4	9	5	1	19	30	18	49	8	5	9	6	4	24
T_Z12_2	25	12	42	10,9	5	7	6	4	22	41	16	53	14	8	7	7	7	29
T_Z13_2	28	14	37	9,8	6	9	5	3	23	39	19	65	5	8	9	9	2	28
T_Z14_2	21	11	39	12,9	4	6	5	4	19	26	18	55	8	3	9	7	4	23
T_Z15_2	27	12	33	3,8	6	7	4	1	18	21	11	30	3	2	2	1	1	6
T_Z16_2	28	13	58	9,9	6	8	8	3	25	37	17	60	6	7	8	8	3	26
T_Z17_2	36	15	66	28,9	9	10	10	10	39	39	22	69	23	8	10	10	10	38
T_Z18_2	27	16	50	6,1	6	10	7	2	25	30	14	51	10	5	5	6	5	21
T_Z19_2	27	12	38	9	6	7	5	3	21	30	12	39	10	5	3	3	5	16
T_Z20_2	26	16	29	14	5	10	3	5	23	36	15	49	8	7	6	6	4	23
T_Z21_2	24	11	46	6	5	6	6	2	19	18	14	43	12	1	5	4	6	16

Příloha D – Podoba dotazníku

Jméno a příjmení:

Studijní obor:

Datum:

A. TATO ČÁST DOTAZNÍKU JE REFLEXÍ VAŠEHO NÁZORU NA TVOŘIVOST A ZKUŠENOSTI Z VAŠEHO PŘEDCHOZÍHO VZDĚLÁNÍ.

Vyjádřete své stanovisko k následujícím výrokům. (zakroužkujte vždy jednu z možností)

A1	**Tvořivost je klíčový faktor pro osobní a sociální rozvoj.**
naprosto nesouhlasím – spíše nesouhlasím – nevím nebo nedokážu odpovědět – spíše souhlasím – naprosto souhlasím	
A2	**Sociokulturní a environmentální faktory ovlivňují tvořivý projev.**
naprosto nesouhlasím – spíše nesouhlasím – nevím nebo nedokážu odpovědět – spíše souhlasím – naprosto souhlasím	
A3	**Tvořivost se lze naučit.**
naprosto nesouhlasím – spíše nesouhlasím – nevím nebo nedokážu odpovědět – spíše souhlasím – naprosto souhlasím	
A4	**Tvořivost je vlastností všech dětí a žáků.**
naprosto nesouhlasím – spíše nesouhlasím – nevím nebo nedokážu odpovědět – spíše souhlasím – naprosto souhlasím	
A5	**Škola je tím nejlepším prostředím, kde žáci mohou projevovat svoji tvořivost.**
naprosto nesouhlasím – spíše nesouhlasím – nevím nebo nedokážu odpovědět – spíše souhlasím – naprosto souhlasím	
A6	**Žáci měli hodně příležitostí projevit ve škole svoji tvořivost.**
naprosto nesouhlasím – spíše nesouhlasím – nevím nebo nedokážu odpovědět – spíše souhlasím – naprosto souhlasím	
A7	**Žáci mohli projevit svoji kreativitu v různých oblastech a různými způsoby.**
naprosto nesouhlasím – spíše nesouhlasím – nevím nebo nedokážu odpovědět – spíše souhlasím – naprosto souhlasím	
A8	**České učebnice matematiky a pracovní sešity umožňují projev tvořivosti.**
naprosto nesouhlasím – spíše nesouhlasím – nevím nebo nedokážu odpovědět – spíše souhlasím – naprosto souhlasím	
A9	**Žákům byl poskytován dostatek času projevovat ve třídě svoji tvořivost.**
naprosto nesouhlasím – spíše nesouhlasím – nevím nebo nedokážu odpovědět – spíše souhlasím – naprosto souhlasím	
A10	**Žáci měli mnoho příležitostí řešit matematické úlohy tvořivě i manuálně.**
naprosto nesouhlasím – spíše nesouhlasím – nevím nebo nedokážu odpovědět – spíše souhlasím – naprosto souhlasím	
A11	**Učitel zastává výsadní roli při rozvoji tvořivosti žáka.**
naprosto nesouhlasím – spíše nesouhlasím – nevím nebo nedokážu odpovědět – spíše souhlasím – naprosto souhlasím	
A12	**Úkolem učitele je podporovat tvořivost dětí.**
naprosto nesouhlasím – spíše nesouhlasím – nevím nebo nedokážu odpovědět – spíše souhlasím – naprosto souhlasím	
A13	**Myslím, že jsem dobře připraven(a) podporovat tvořivost dětí.**
naprosto nesouhlasím – spíše nesouhlasím – nevím nebo nedokážu odpovědět – spíše souhlasím – naprosto souhlasím	

B. OTEVŘENÉ OTÁZKY

B1: Na kterém typu střední školy jste studoval/(a)?

B2: Jaké jsou Vaše záliby?

B3: Které kroužky jste během střední školy navštěvoval/(a)?

B4: Pokud hrajete stolní hry, vyjmenujte které.

B5: Pokud hrajete na mobilních zařízeních hry, vyjmenujte které.

B6: Pokud hrajete na počítači nebo na konzoli hry, vyjmenujte které.

B7: Které hudební žánry jsou Vám blízké?

B8: Které umělecké slohy nebo směry ve výtvarném umění Vám jsou blízké?

Příloha E – Výsledky měření složek divergentního myšlení – porovnání TTFT a Testu ornamentu

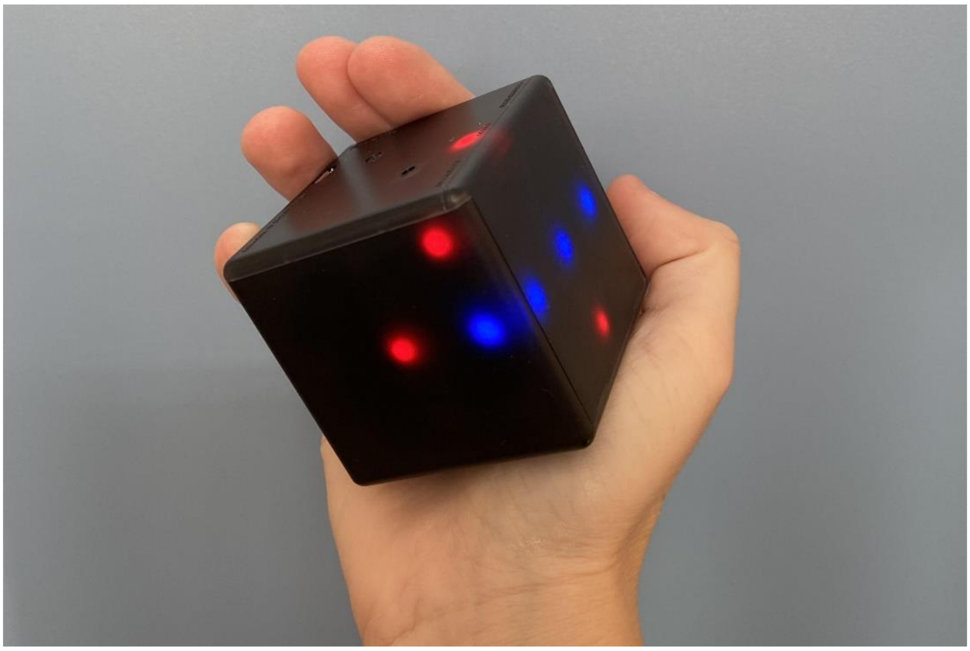
Tabulka 22: Průměrné skóre v TTFT mezi pretestem a postestem, skóre určené navrženou metodou analýzy kresby

	TTFT (průměr pretest – posttest)				Test ornamentu			
	fluence	flexibilita	originalita	elaborace	fluence	flexibilita	originalita	elaborace
T_M1	19	10,5	41	6,95	10	3	3	4
T_M2	27,5	13	39	9,45	5	5	4	4
T_M3	21,5	12	21,5	5,35	10	4	2	5
T_M4	17,5	9	28	8,4	5	3	2	5
T_M5	22	11	27,5	8,35	10	4	7	7
T_M6	23	13,5	38	11,4	10	6	3	3
T_M7	25	13	32	22,2	10	4	4	9
T_M8	28	12,5	46	11,45	2	6	13	10
T_M9	30	14,5	30	6,25	10	4	2	5
T_M10	24,5	12	45,5	14,35	10	3	2	4
T_M11	29	14	46	9,75	20	6	18	19
T_M12	20,5	9	31,5	8,1	10	3	11	4
T_M14	24,5	13	35,5	11,25	5	3	14	9
T_M15	21	11	36,5	8,45	10	3	0	6
T_M16	21	10,5	28	7,4	10	4	3	5
T_M17	20,5	12	32	18,35	0	5	6	7
T_M18	19,5	9	35	12,7	10	3	3	3
T_M19	29	12,5	36,5	7,55	10	4	3	5
T_M20	15	9	22,5	14,35	9	2	1	1
T_Z21	21	14,5	30	5,85	10	5	12	16
T_Z22	32	15,5	45,5	13,95	20	4	5	6
T_Z23	21,5	14	42,5	9,15	0	3	6	8
T_Z24	22	11,5	35	14,4	5	4	5	8
T_Z25	30	18,5	45,5	7,7	10	5	6	9
T_Z29	22	10	28	10,4	1	3	11	9
T_Z31	26	12	46	5,35	10	3	1	4
T_Z32	34,5	17,5	43	12,5	10	5	11	9
T_Z33	22,5	13,5	45	12,35	10	5	18	17
T_Z34	23	10,5	38,5	16,75	10	4	3	5
T_Z36	37,5	16	63,5	11,9	5	5	9	6
T_Z37	31	14	56	16,05	10	5	5	6
T_Z39	31,5	14	38	8,95	10	6	8	8
T_Z41	28,5	14,5	46	7,75	10	3	4	9
T_Z43	22	13,5	47	11,1	10	5	6	7
T_Z44	27,5	12	32,5	5,65	10	2	3	4
T_Z45	35	23	60,5	6,7	20	3	13	12
T_Z46	29,5	15,5	38	7,75	10	4	8	8
T_Z47	21,5	11	32,5	6,25	20	2	2	3
T_Z48	22,5	12,5	32,5	9,45	10	3	3	3
T_Z51	25	15	45	8,1	10	6	11	13
T_Z53	28	13,5	38	3,9	10	6	8	10
T_Z54	22,5	12,5	35,5	19,1	2	4	7	8
T_Z56	33,5	16,5	56	12,55	10	5	10	14
T_Z57	22,5	11,5	32	10,35	10	2	0	3
T_M2_2	19	11,5	31	11,45	10	4	6	11
T_M3_2	20,5	9	22	6,05	5	3	5	5
T_M4_2	36,5	15,5	64	15,2	5	2	2	5
T_M5_2	26	14	32,5	10,3	10	5	6	7
T_M7_2	32	14,5	45	11,25	10	5	8	8
T_M8_2	23	12	42,5	14,3	5	4	10	8
T_M9_2	23,5	8,5	38	7,45	5	4	4	8
T_M10_2	23,5	12,5	39	7,2	5	3	3	6
T_Z11_2	26	16	43	5,5	0	4	6	6
T_Z12_2	33	14	47,5	12,2	5	3	10	7
T_Z13_2	33,5	16,5	51	7,35	10	6	5	8
T_Z14_2	23,5	14,5	47	10,5	10	5	10	8
T_Z16_2	32,5	15	59	7,8	5	3	6	6
T_Z17_2	37,5	18,5	67,5	26,15	5	5	11	11
T_Z18_2	28,5	15	50,5	8,25	11	4	10	10
T_Z20_2	31	15,5	39	11,1	10	6	5	9
T_Z21_2	21	12,5	44,5	8,95	10	3	18	7

Příloha F – Náměty pro integraci prvků VU a VK do výuky matematiky s podporou ICT

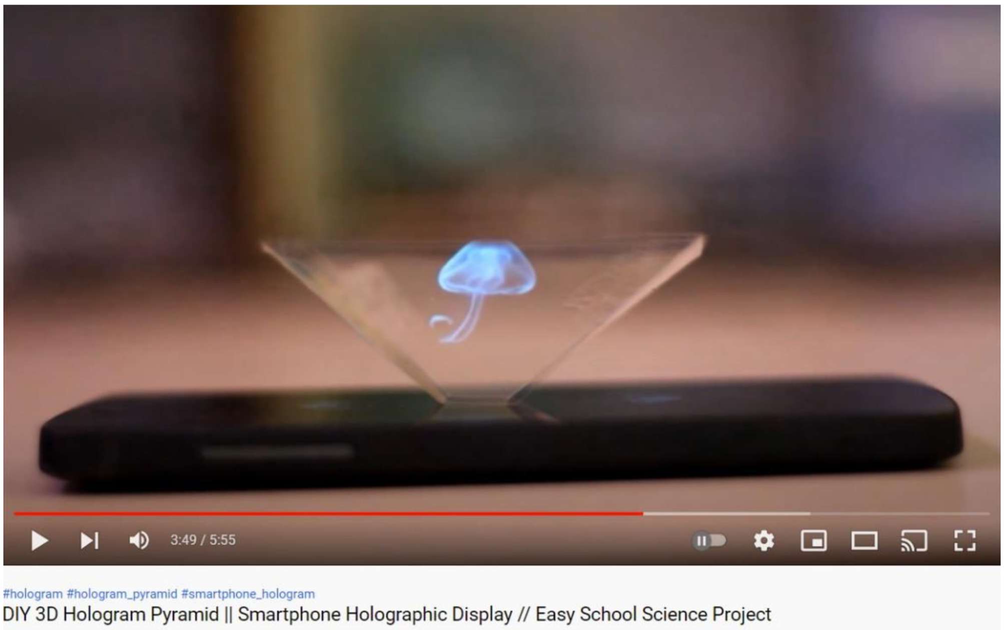
3D pero - manuální alternativa k 3D tiskárně

Rubik's futuro cube - Projekce známých her a hříček na povrch dotykové krychle



Quiver Vision – rozšířená realita - Platónská tělesa

Hologram - Plášť komolého jehlanu, rovnoběžná projekce



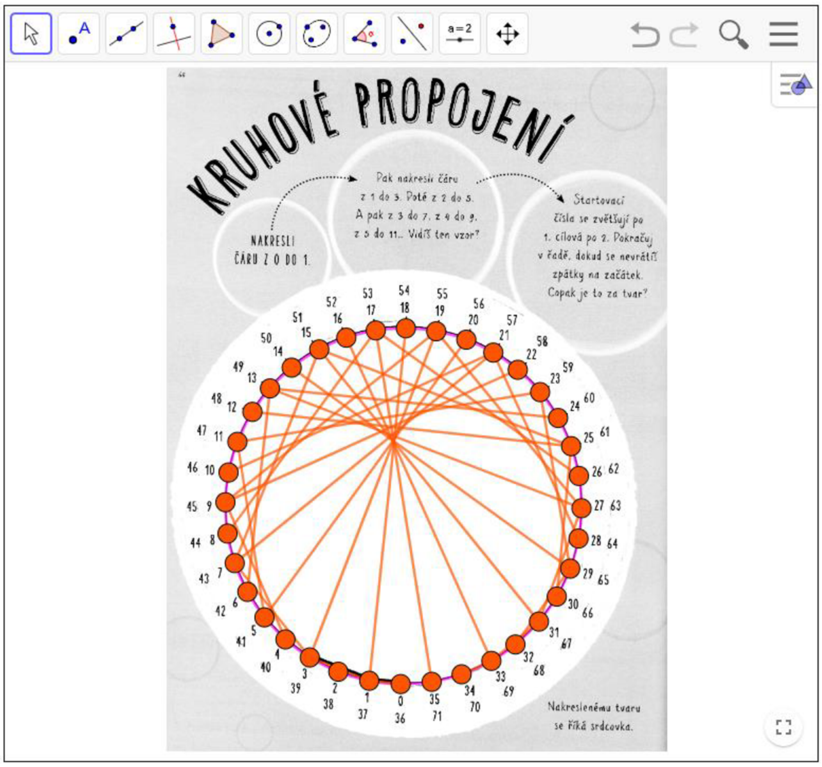
Geometrie a gastronomie - pojmenování geometrických útvarů, kompozice, středová projekce ve fotografii, studentská domácí práce

Pop-up - YouTube tutoriály se zapojením vlastním invence, studentská domácí práce

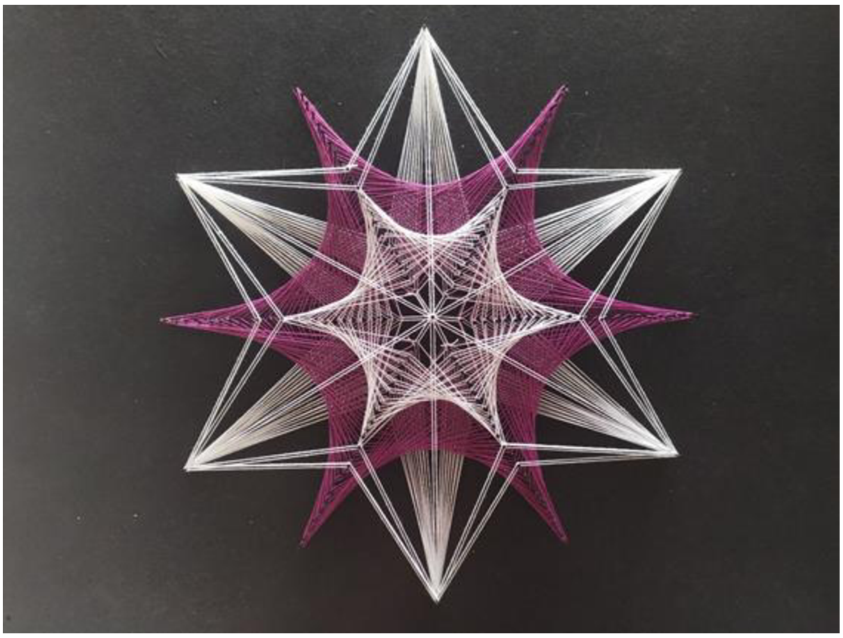
String Art - úvodní úloha v GeoGebře, vazba na aritmetiku

Zdroj úlohy – Tohle už vůbec není matika (Anna Weltman)

Student's view: Kruhové opojení

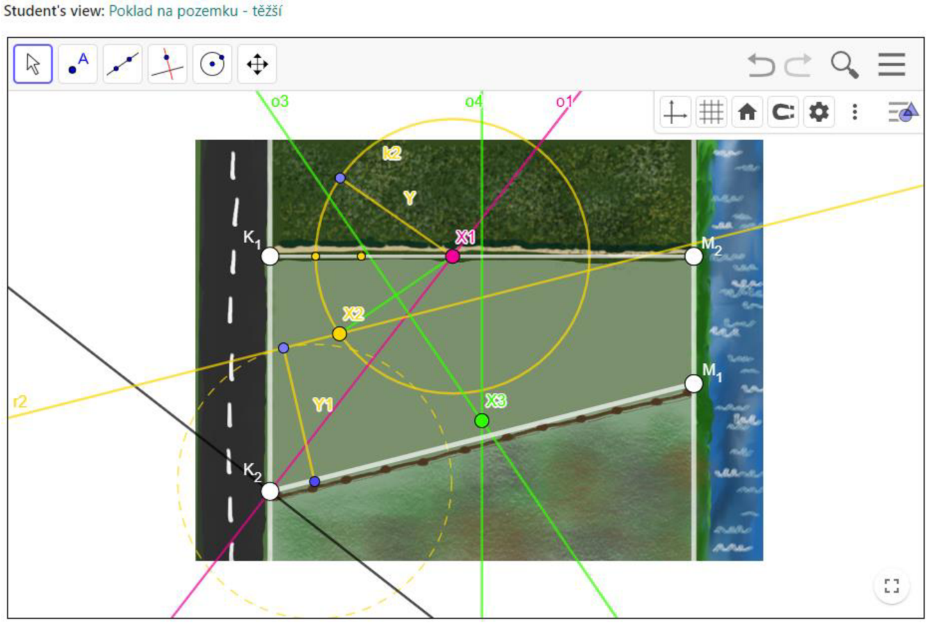


Studentská domácí práce



GeoGebra classroom

Hledání pokladu podle instrukcí – množiny bodů dané vlastnosti (autor úlohy Jiří Tobiáš)



Escape Game - Úniková hra v Genially