

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

ANALÝZA ROBUSTNOSTI MĚŘENÍ AHRS JEDNOTKY

ANALYSIS OF AHRS UNIT ROBUSTNESS

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE AUTHOR Pavel Honkyš

VEDOUCÍ PRÁCE SUPERVISOR Ing. Tomáš Spáčil

BRNO 2020



Zadání bakalářské práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	Pavel Honkyš
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Mechatronika
Vedoucí práce:	Ing. Tomáš Spáčil
Akademický rok:	2019/20

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Analýza robustnosti měření AHRS jednotky

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

V rámci problematiky měření gyroskopickými senzory má zrychlení senzoru prokázatelný vliv na měření gyroskopu, v anglické literatuře g–sensitivity. Gyroskop, jakožto elementární součást AHRS, resp. IMU jednotek má přímý vliv na výstupní úhel natočení rekonstruovaný AHRS jednotkou. Cílem práce bude prakticky ověřit robustnost měření úhlu natočení AHRS jednotkou za současného působení lineárního zrychlení a porovnat jej s měřením IMU jednotky.

Cíle bakalářské práce:

1) Zprovoznění stanice pro testování AHRS a IMU senzorů.

2) Implementace komunikačních protokolů do mikrokotroléru s možností vyčítání dat odhadovaného úhlu AHRS jednotkou v PC.

3) Analýza vlivu zrychlení a ryvu na měření úhlu u vybraných senzorů (AHRS a IMU) za působení zrychlení.

4) Návrh kompenzačních algoritmů pro kompenzaci zrychlení a ryvů na měření jednotek AHRS a IMU.

Seznam doporučené literatury:

VALÁŠEK, Michael. Mechatronika. Dot. 1. vyd. Praha: České vysoké učení technické, 1996. ISBN 80-01-01276-X.

ZÁHLAVA, Vít. Návrh a konstrukce desek plošných spojů. Vyd. 1. Praha: Česká technika - nakladatelství ČVUT, 2005. ISBN 80-01-03351-1.

SKALICKÝ, Jiří. Teorie řízení 1. Vyd. 1. Brno: Vysoké učení technické, 2002. Učební texty vysokých škol. ISBN 80-214-2112-6.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2019/20

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc. ředitel ústavu doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D. děkan fakulty

Abstrakt

Tato práce se zabývá měřením levných MEMS senzorů a jejich nepřesnosti měření způsobené vlivem zrychlení, tento efekt je v anglické literatuře popsán jako G-sensitivity. Cílem bylo uvést do chodu testovací stanici, navrhnout elektroniku obsahující mikrokontroler, který pomocí bezdrátového modulu posílá naměřené informace do počítače, zde pomocí vhodného algoritmu odhadovat úhel natočení senzoru a navrhnout kompenzační algoritmus, který by potlačil působení zrychlení. Naměřená data byla zpracována pomocí Madgwickova algoritmu, kdy během působení zrychlení docházelo k chybě naměřeného úhlu natočení.

Abstract

This work deals with the measurement of low cost MEMS sensors and their measurement inaccuracy caused by acceleration, this effect is described as G-sensitivity. The aim was to put the test station into operation, to design electronics containing a microcontroller, which sends the measured information to a computer using a wireless module, here to estimate the angle of rotation of the sensor using a suitable algorithm and to design a compensation algorithm to suppress the effect of acceleration. The measured data were processed using Madgwick's algorithm, where the error of the measured angle of rotation occurred during the action of acceleration.

Klíčová slova

AHRS, IMU, úhel natočení, Madgwickův filtr, lineární zrychlení

Key words

AHRS, IMU, angle of rotation, Madgwick filter, linear Acceleration

Bibliografická citace

HONKYŠ, Pavel. *Analýza robustnosti měření AHRS jednotky*. Brno, 2020. Dostupné také z: <u>https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/125471</u>. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Tomáš Spáčil.

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že tuhle práci na téma analýza robustnosti měření AHRS jednotky jsem vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který tvoří přílohu této práce

Pavel Honkyš

Poděkování

Tímto bych chtěl poděkoval Ing. Tomáši Spáčilovi za vedení bakalářské práce a uvedení do tématu. A dále bych chtěl poděkovat své rodině za podporu.

Obsah

1.	Úvo	od		8
2.	Iner	ciálr	ní navigace	9
	2.1.	Sou	řadnicové systémy	9
3.	Mě	ření i	nerciálních veličin	13
	3.1.	INS	·	13
	3.1.	1.	Inerciální platforma s Cardanovým závěsem	13
	3.1.	2.	Inerciální platforma s pevnou montáží	14
	3.2.	IMU	J	14
	3.3.	AH	RS	15
	3.4.	ME	MS	15
	3.5.	Gyr	oskop	16
	3.5	1.	Mechanický gyroskop	16
	3.5	.2.	Optický gyroskop	17
	3.5	.3.	MEMS vibrační gyroskop	17
	3.6.	ME	MS akcelerometr	18
	3.6	.1.	Kapacitní akcelerometr	18
	3.6	.2.	Piezorezistivní akcelerometr	19
	3.6	.3.	Piezoelektrický akcelerometr	19
	3.6	.4.	Tepelný akcelerometr	19
	3.7.	Ma	gnetometr	20
	3.8.	Sen	sor atmosférického tlaku	21
	3.9.	Chy	vby měření MEMS senzorů	21
	3.10.	C	3-sensitivity	23
4.	Ori	entac	ce v prostoru – matematický popis	24
	4.1.	Sm	ěrová kosinova matice	24
	4.2.	Eul	erovy úhly	24
	4.3.	Kva	aterniony	25
5.	Alg	goritr	ny AHRS jednotek	27
	5.1.	Ko	mplementární filtr	27
	5.2.	Kál	manův filtr	28
	5.2	.1.	Sloučení dat pomocí Kálmanova filtru	29
	5.2	.2.	Madgwickův filtr	30
6.	Pra	ktick	zá část	. 32

6.1.	Zpr	rovoznění lineárního vedení	. 32	
6.2.	Ko	ncové spínače	. 32	
6.	.2.1.	Indukční spínač	. 32	
6.	.2.2.	Optický koncový spínač	. 33	
6.3.	Říz	zení lineárního vedení	. 34	
6.4.	Ná	vrh plošného spoje	. 35	
6.5.	Pro	ogramování dsPIC	36	
7. N	ſěření	a zpracování dat ze senzorů	. 38	
7.1.	Ser	nzor MPU-6050	38	
7.2.	Ser	nzor BNO-055	39	
7.3.	Ná	vrh kompenzačního algoritmu	42	
8. P	odněty	y pro navazující práci	43	
9. Z	ávěr		43	
Citova	aná lite	eratura	44	
Sezna	m pou	ižitých zkratek	47	
Sez	Seznam obrázků			
Sez	Seznam elektronických příloh49			

1. Úvod

Orientace v prostoru je odjakživa základní vlastností každé živé bytosti, s jejíž znalostí bylo možné podnikat cesty do známých míst, ale také objevovat místa dosud nepoznané, to platilo hlavně v éře prvních zámořských objevů, kdy pomocí základních přírodních úkazů, jako je poloha hvězd, případně znalosti otáčení se zmagnetizovaného železa k severnímu magnetickému pólu, bylo možné udržovat plavidlo požadovaným směrem.

Bezpochyby prvním způsobem orientace bylo pomocí referenčního bodu, který mohl být tvořen význačným objektem, jako je skalní masiv, nebo výrazný strom. Dalším způsobem orientace byl fakt, že v přírodě rostliny i živočichové upřednostňují místa orientovaná na některou ze světových stran. Ve starověku byl pro orientaci na mořích využíván vítr, který v určitém období vane jistým směrem. Ovšem při touze poznávat nová místa bylo potřeba zdokonalit způsob orientace, čehož bylo dosaženo pomocí znalosti polohy hvězd na nebeské obloze, kde pro severní polokouli je nejznámější hvězda Polárka, latinsky Alpha Ursae Minoris, patřící do souhvězdí Malého medvěda, která se nachází nad severním pólem. Dalším významným milníkem v navigaci bylo objevení kompasu, které se datuje ke 12. století a jehož znalosti se používá dodnes. Mezi první komplexnější přístroje patří sextant a oktant, které sloužily k měření úhlových výšek objektů, z čehož bylo možné vypočítat polohu na Zemi s přesností na jednu úhlovou minut [1]. Se zvyšující se přesností výroby dílů byl vynalezen v 19. století gyrokompas, nebo častěji nazývaný gyroskop, což je zařízení, které si udržuje neustále svoji počáteční polohu bez ohledu na náklon a natočení [1].

V dnešní době primárně k navigaci slouží systém GNSS, který umožnuje pomocí družic tvořenými systémem GPS, GLONASS, Galileo a BeiDou-3, určovaní polohy na kterémkoliv místě Země s přesností jednotek metrů. Pro příjem informací ze satelitů a následného vypočítání polohy je ovšem potřeba zařízení, které je schopné přijímat radiové vlny v rozmezí 1 – 2 GHz, takovým zařízením může být mobilní telefon. Ovšem systém GNSS určuje polohu na Zemi, ne vůči Zemi. Určování polohy vůči Zemi je velmi potřebné u zařízení, které se pohybují ve vzduchu, jako jsou letadla, bezpilotní systémy UAV nebo naváděné rakety a družice, a to zejména kvůli informaci, jestli dané zařízení klesá, stoupá, nebo je nakloněné vůči své podélné ose. V dřívější době k určování orientace vůči Zemi byl primárně používán mechanický gyroskop, který kvůli své velikosti, hmotnosti a pořizovacím nákladům, bývá nahrazen elektronickými MEMS senzory, které ovšem vykazují značné chyby, a to zejména MEMS gyroskopy, jejich naměřené údaje jsou ovlivněny teplotou, kvalitou výroby senzoru ale také působením zrychlení [2]. Ve vysoce dynamických systémech, jako jsou naváděné rakety nebo sportovní letadla, by tento fakt působil potíže ať už kvůli nepřesné navigaci, nebo zasáhnutí raketou nesprávný cíl, proto se údaje z MEMS gyroskopů slučují s informacemi z MEMS akcelerometrů, magnetometrů a barometrů, čímž dochází k zpřesnění informací o poloze [2]. Toto slučování probíhá v AHRS jednotce, jejíž výstupem jsou informace o úhlu natočení vůči jednotlivým osám. Tyto úhly se označují roll, pitch a yaw a je o nich více napsáno v dalších částech práce [3].

Cílem této práce je zprovoznění testovací stanice, návrh zařízení komunikující s jednotlivými senzory, otestování AHRS jednotky za působení zrychlení a návrh kompenzačního algoritmu. Dříve ovšem bude seznámeno se základními inerciálními souřadnicovými systémy, následně bude popsán princip fungování jednotlivých MEMS senzorů a jejich nepřesnosti a v závěru teoretické části bude seznámení se s několika algoritmy používanými v AHRS jednotkách.

2. Inerciální navigace

Inerciální navigace je způsob určování pohybu a orientace v prostoru, která není závislá na referenčních bodech okolní soustavy. Inerciální navigace je založena na měření pohybu pomocí gyroskopu a akcelerometru, které se řídí Newtonovými pohybovými zákony. Pro správné určení polohy je potřeba předem určit vztažné soustavy, které jsou popsány souřadnicovým systémem. Převod mezi jednotlivými souřadnými systémy je možný, ale je potřeba znát převodní matici, nebo matici rotace jednotlivých soustav [3, 4]. V kapitole 2.1 budou popsány základní souřadnicové systémy, které se pro inerciální navigaci používají.

Inerciální navigace se používá v zařízeních, u kterých by jiný způsob určování polohy nebyl možný jako je neprostupnost signálu GNSS nebo u kterého je nežádoucí, aby přijímal detekovatelný signál, tohoto se velmi využívá ve vojenské technice [3, 4].

2.1. Souřadnicové systémy

Souřadnicové systémy zavádíme pro určení polohy konkrétního bodu v prostoru. Souřadný systém se často vztahuje k referenčnímu bodu, který může být označován jako počátek souřadného systému, od kterého je poloha hledaného bodu měřena [3, 4]. Nejznámějším souřadným systémem je kartézský souřadnicový systém, což je lineární pravoúhlý souřadnicový systém [3, 4, 6]. Jako nelineární souřadnicový systém je možné uvést polární souřadnicový systém, který se používá pro popis pohybu po křivkách [3, 4, 6]. Kromě již zmíněných, existuje velké množství souřadných systémů, které byly vytvořeny pro zjednodušení orientace v konkrétní situaci a použití, jako je S-JTSK, který byl primárně vytvořen pro účely geodézie na území České republiky a Slovenska. [4] [5]

Pro navigaci v letectví se vychází ze souřadnicového uspořádání Země, které respektuje zakřivení zemského povrchu a tento tvar se nazývá geoid [5]. Tento tvar je však velmi složitý a pro zjednodušení výpočtů je aproximovaný útvarem zvaným rotační elipsoid, který vznikl rotací elipsy kolem svislé osy b, jak je vidět na obrázku 2.1 [5]. Z rotačního elipsoidu byl ministerstvem obrany USA odvozen souřadný systém WGS84 (World Geodetic System 1984), jež byl určen satelitním měřením a je celosvětově uznávaný systém, který je navíc standardem pro satelity GPS [5].



Obr. 2.1 Schéma rotačního elipsoidu [5]

Tento souřadnicový systém je nejčastější pro orientaci na rotačním elipsoidu a používá dvou zeměpisných souřadnic. První, která udává úhel mezi rovníkem a bodem na elipsoidu se nazývá zeměpisná šířka, v anglické literatuře označovaná jako "latitude", nebo zkráceně LAT a nabývá hodnot \pm 90°. Druhá souřadnice udává velikost úhlu od hlavního poledníku (Greenwich) a poledníkem, na kterém se nachází zaměřovaný bod. Tato souřadnice se označuje

jako zeměpisná délka, v anglické literatuře označovaná jako "longitude", nebo LON. Tato hodnota nabývá hodnot $0 - 360^{\circ}$, nebo $\pm 180^{\circ}$, zaleží na použité literatuře. Pro navigaci ve vzduchu je ovšem potřeba rozlišovat výšku z anglického "altitude" neboli ALT, která je odvozena od modelu rotačního elipsoidu a střední výšku nad hladinou moře, která se v angličtině značí "above mean sea level" nebo AMSL a celosvětově se udává ve stopách – "feet" [5]..

Další typ souřadnic používaných pro navigaci se značí ECEF frame, z anglického "Earth-Centered Earth-Fixed Frame". V češtině se tento typ označuje jako Geocentrické souřadnice XYZ a mají počátek ve středu rotačního elipsoidu [5]. Kladná část osy X protíná průsečík rovníku a poledníku, osa Y je následně kolmá na osu X a leží v rovině tvořené rovníkem a osa Z protíná severní pól. Tento souřadný systém ovšem není inerciální [3, 4, 5].



Obr. 2.2 schéma ECEF a zeměpisného souřadného systému [5]

První inerciální souřadný systém zde uvedený je označován ECI Frame, z anglického "Earht-Centered Inertial Frame". Tato soustava má střed v těžišti planety Země, kladná osa X směřuje do bodu zvaného jarní rovnodennost a kladná osa Z, stejně jako u ECEF Frame, směřuje na severní pól a je totožná s osou rotace Země. Soustava ECEF Frame pak vůči soustavě ECI Frame rotuje úhlovou rychlostí, která je vyjádřena v rovnici (2.1). Z rovnice je možné zjistit, že rotace soustav vůči sobě jsou závislé na počtu otočení Země kolem osy a Země kolem slunce [5].

$$\omega_{ie} = \frac{1 + 365.25}{24 \cdot 365.25} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{3600} = 7.292115 \cdot 10^{-5} \left[rad/s \right]$$
(2.1)

Maticový zápis rotace inerciální soustavy *e*, která vyjadřuje soustavu ECEF frame, vůči soustavě *i*, vyjadřující soustavu ECI frame, pak je vyjádřen rovnicí (2.2) [3, 4, 5].

$$\omega_{ie}^{e} = \begin{bmatrix} 0\\0\\1 \end{bmatrix} \cdot \omega_{ie} \tag{2.2}$$

Výše zmíněné souřadné systémy jsou používány pro globální znalost pozice objektu. Ovšem ne vždy je znalost globální polohy nutností, a proto se zavádějí lokální souřadné systémy, které zjednodušují výpočet, jelikož lokálně aproximuje povrch rotačního elipsoidu na rovinu. Jedním z takových systémů je "locally Tangent Coordinate system", jak je vidět na obrázku 2.3. Tento souřadný systém používá kartézské souřadnice značené jako NED, neboli "nord", "east" a "down", podle směru, kterým na Zemi směřují. Tento souřadný systém jde změnit prohozením osy X za Y a vznikne ENU "East-North-Up" [3, 4, 5].



Obr. 2.3 lokální souřadný systém [5]

V letectví nejvíce používaný lokální souřadný systém je takzvaný "body frame", který má počátek v těžišti letadla a popisuje jej jako vztažnou soustavu [6] [3]. Tento systém je možné použít u v dnešní době velmi rozšířených dronů, u kterých je předpoklad, že budou provozovány jen na určitém území a není potřeba brát v potaz zakřivení Země. Souřadný systém, který se zde zavádí, má osy pojmenované XYZ, nebo UVW, jak uvádějí některé zdroje. Osa X (U) je orientovaná ve směru kokpitu, osa Y (V) směřuje podél pravého křídla a osa Z (W) směřuje do spodní části letadla, jak je vidět na obrázku 2.4. Okolo těchto os se také zavádí rotace, které jsou pojmenovány "roll", což určuje rotaci kolem podélné osy, "pitch", která určuje rotaci okolo příčné osy a "yaw" značí rotaci okolo podélné osy.



Obr. 2.4 znázornění os rotace [7]

Maticový zápis rotací v souřadném systému "body frame" vypadá takto:

$$\boldsymbol{\omega}_{ib}^{b} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi} \\ \boldsymbol{\theta} \\ \boldsymbol{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} roll \\ pitch \\ yaw \end{bmatrix}$$
(2.3)

V reálných letadlech někdy není možné senzory snímající rychlost rotace umístit do těžiště, a proto se zavádí nová soustava zvaná "IMU frame", která se od "body frame" liší pouze

posunutím jednotlivých os od těžiště. V této práci se využívá pouze soustavy "body frame", která koresponduje se soustavou "IMU frame".

Zavedeme-li jeden souřadnicový systém, můžeme následně pomocí transformační matice transformovat do systému jiného. V anglické literatuře se tato matice nazývá jako "coordinate transformation matrix" a značí se C_{α}^{β} (někteří autoři označují jako R nebo T). Tato matice má rozměr 3 x 3 a její dolní index označuje, z jakého souřadného systému převádíme a horní označuje požadovaný systém, jak je popsáno rovnicí.

$$\boldsymbol{x}^{\beta}_{\delta\gamma} = \boldsymbol{C}^{\beta}_{\alpha} \cdot \boldsymbol{x}^{\alpha}_{\delta\gamma} \tag{2.4}$$

Kde transformační matici můžeme vypočítat ze známých údajů z obou sledovaných souřadných systémů. Pro transformaci se používají matematické aparáty, které jsou popsány v kapitole 4. [3]

$$\boldsymbol{C}_{\alpha}^{\beta} = \frac{\boldsymbol{x}_{\delta\gamma}^{\beta} \cdot \boldsymbol{x}_{\delta\gamma}^{\alpha T}}{\left|\boldsymbol{x}_{\delta\gamma}\right|^{2}}$$
(2.5)

Dalším druhem používané transformace je rotace dvou soustav mezi sebou. Toto je velmi potřebné pro letadla, které létají větší vzdálenosti a kde je již se zakřivením Země potřeba počítat. Pro transformaci se používá vektor úhlových rychlostí. Zápis transformace je vyjádřen rovnicí (2.6), který říká, že soustava β rotuje vůči soustavě α úhlovými rychlostmi ω_x , ω_y a ω_z v soustavě γ .

$$\boldsymbol{\omega}_{\alpha\beta}^{\gamma} = \begin{bmatrix} \omega_{x} \\ \omega_{y} \\ \omega_{z} \end{bmatrix}$$
(2.6)

Výše zmíněné transformace platí pro symetrické soustavy, v knize [3] jsou popsány i transformace mezi asymetrickými soustavami s využitím asymetrických matic, které není nutné zmiňovat pro rozsah této práce [8] [5].

3. Měření inerciálních veličin

V této kapitole budou vysvětleny a popsány jednotlivé zkratky, které se objevují ve spojení se senzory měření inerciálních veličin jako je "INS", "IMU", "MARG", "AHRS" a "MEMS". Následně budou popsány jednotlivé montáže a princip fungování jednotlivých inerciálních snímačů, které jsou tvořeny akcelerometry a gyroskopy a neinerciálních snímačů, které se používají pro orientaci současně s inerciální navigací. Tyto snímače jsou tvořeny magnetometry a senzory barometrického tlaku. Závěr této kapitoly bude věnován chybám měření MEMS snímačů.

3.1. INS

INS neboli "Inertial navigation system" je navigační systém, který je založen na měření veličin inerciálních snímačů a následného zpracování výpočetní jednotkou. INS může pracovat pouze s jedním snímaným parametrem, ten se pak označuje jako systém s jedním stupněm volnosti a může podávat informace o zrychlení, rychlosti a poloze v jednom směru, nebo rychlosti rotace a úhel natočení kolem jedné osy. Ovšem pro určování polohy v prostoru by informace z jednoho směru pohybu nestačila, a proto se používají senzory, jejich výstupem jsou informace o pohybu ve třech směrech, které jsou na sebe kolmé. K tomu se používají akcelerometry se třemi stupni volnosti a s jejich pomocí je možné určit zrychlení, rychlost a změnu polohy. Pro měření rotace v prostoru se používá gyroskop se třemi stupni volnosti a pomocí něj je možné určit natočení oproti původní poloze. Jednotlivé senzory je možné použít jednoosé s tím, že se následně uspořádají tak, aby tvořily pravoúhlý souřadnicový systém, nicméně technologie výroby značně pokročila, a tak je možné vyrobit tříosé senzory, které jsou integrované v křemíkovém pouzdře, a to tvoří jednu součástku. Pro kompletní inerciální navigaci se používají tříosé gyroskopy a akcelerometry, které společně vytvářejí IMU. INS se může dělit do několika skupin, podle montáže závěsu a to na "gimbal" a "strapdown" [6] [8] [9].

3.1.1. Inerciální platforma s Cardanovým závěsem

Cardanův závěs, v angličtině označovaný jako "gimbal" se skládá ze senzorů, umístěných na pevné desce, která se může volně otáčet okolo os, které tvoří kruhové prstence závěsu, jak je vidět na obrázku 3.1. Tento systém slouží ke stabilizaci, udržování si stále stejného natočení, desky osazené akcelerometry a gyroskopy. Stálé natočení zajištují aktuátory, většinou tvořené elektrickými motory, které dostávají pulzy ze řídící jednotky podle toho, jak vyhodnotí informace o natočení u gyroskopů. Tento systém se v navigaci používá méně než systém "strapdown", jelikož je zde obsažena mechanická část a motory, které platformu výrazně prodražují [9].

Poloha a rychlost tělesa se spočítá jako integrace naměřených dat z akcelerometru, jak je možné vidět v následujících rovnicích, kde je výpočet vyjádřen pouze ve směru osy x [9].

$$v_x = v_{x0} + \int_{t_0}^t a_x(t)dt$$
 (3.1)

$$s_x = s_{x0} + \int_{t_0}^t v_x(t) dt$$
(3.2)



Obr. 3.1 Inerciální platforma s Cardanovým závěsem [9]

Tato platforma se ovšem používá ve fototechnice, kdy se k desce osazené inerciálními senzory připojí fotografické zařízení nebo kamera, které je následně pomocí aktuátorů stabilizováno. Tento způsob uchycení se používá při dynamickém záznamu, kdy by vlivem pohybu mohlo docházet ke třepání obrazu.

3.1.2. Inerciální platforma s pevnou montáží

Na rozdíl od Cardanova závěsu je tato platforma pevně spojena se zkoumaným objektem, neobsahuje žádné pohyblivé elementy, díky čemu je cenově levnější a absence pohyblivých prvků také snižuje pravděpodobnost mechanického poškození. Jelikož je tato platforma pevně spojena s tělesem, gyroskopy a akcelerometry měří stejné hodnoty změny pohybu, jako vykonává těleso. Následný pohyb a poloha je pak na výpočet náročnější a provádí se pomocí kosinovy směrové matice, Eulerových úhlů nebo kvaternionů [9]. Tyto metody budou popsány níže v kapitole 4.

3.2. IMU

Neboli "Inertial Measurement Unit" je podle patetentu [10] definováno jako zařízení, které je osazeno třemi akcelerometry, které jsou umístěny tak, že jejich osy měření jsou navzájem kolmé, a třemi gyroskopy, které měří úhlovou rychlost okolo již zmíněných os. Výstupem ze zařízení jsou hodnoty zrychlení ve třech osách a hodnoty rychlosti rotace okolo os, tyto hodnoty jsou následně zpracovány podle potřeby uživatele. IMU může být montováno jako "strapdown" nebo "gimbal". Někdy bývá chybně označováno IMU jako jednotka, která obsahuje i tříosý magnetometr. Tato jednotka by se správně měla označovat jako MARG – Magnetic, Angular Rate and Gravity [3].

V této práci je použitá jednotka IMU – MPU-6050, která je založena na MEMS a všechny měřící prvky jsou součástí křemíkového čipu, který komunikuje s okolními periferiemi pomocí sběrnice I2C. Navíc obsahuje i teplotní čidlo, které slouží ke kompenzaci.

3.3. AHRS

AHRS neboli "Attitude and Heading Reference System" je elektronické zařízení kombinující IMU a magnetometr, nebo také MARG, a zabudovaný procesor – on-board MCU, který následně speciálními algoritmy slučuje jednotlivá data ze senzoru a výstupem je orientace (klopení, náklon a kurz – "body frame" vůči ECI frame) udávaná nejčastěji v Eulerových úhlech, nebo kvaternionech. Kromě již zmíněné orientace je možné z jednotky získat informace o zrychlení bez započteného gravitačního zrychlení, to může být velmi výhodné pro následný výpočet rychlosti objektu a změnu polohy, jelikož není potřeba od vektoru naměřených zrychlení odečítat vektor gravitačního zrychlení [3].

3.4. MEMS

MEMS, neboli "MicroElectroMechanical System", je systém, který spojuje elektrické a miniaturní mechanické komponenty, které vznikají nanášením tenkých vrstev křemíku a následným fotolitografickým vytvrzením. Podobným způsobem jsou vyráběny integrované obvody a mikroprocesory, ovšem existují i odlišné metody výroby MEMS senzorů, čímž se odlišují od integrovaných obvodů. Jako MEMS můžou být vyrobené různé mechanické komponenty, které mají ekvivalent v makroskopickém světě, příkladem může být MEMS převodová jednotka, nebo výklopné zrcadlo, které se používá v zobrazovacích zařízeních. Nemalé zastoupení mají MEMS senzory fyzikálních veličin, které jsou součástí křemíkového pouzdra, jehož rozměry mohou být miniaturní a tím dochází k zmenšování jednotlivých součástí, kde je daný senzor používán [11]. Pouzdra, ve kterých jsou senzory umístěny bývají častěji ve verzi SMD, která umožňuje snazší a automatizovanější montáž na plošný spoj, ale je možné se setkat i s verzí THT, jejíž vývody tvoří "nožičky" senzoru, které se následně protáhnou vyvrtanými otvory na plošném spoji a připájí. Na obrázku 3.2, je vidět porovnání SMD a THT pouzdra.



Obr. 3.2 porovnání THT (nalevo) a SMD (napravo) pouzdra. Zdroj: www.gme.cz

V dnešní době je díky mnohaletému vývoji možné vyrobit MEMS senzory, které jsou schopné snímat různé fyzikální veličiny a některé svojí přesností a možností použití předčí jejich makroskopické ekvivalenty. Jako příklad je možné uvést tlakový transduktor, který je možné vyrobit tak, aby byl přesnější než makroskopické čidlo tlaku, a kromě přesnosti je samotný senzor výrazně menší a levnější [11].

Výhoda MEMS senzorů ale tkví v tom, že v jednom křemíkovém pouzdře mohou být obsaženy jednotlivé senzory, které jsou chráněny před vlivem okolního prostředí, jako je vlhkost, prach, nebo další nepříznivé vlivy, se kterými se potýkají senzory makroskopické. Součástí křemíkového pouzdra jsou převodníky energie, které měřené fyzikální veličiny převádějí na analogový signál reprezentovaný úrovní elektrického napětí na vývodu senzoru. Analogový signál podávají většinou senzory, které měří malé množství fyzikálních jevů, jako je jednoosý akcelerometr. U komplexnějších senzorů, které měří několik fyzikálních veličin, jako například akceleraci ve třech osách, velikost magnetického pole ve třech osách a další, je častější, že součástí senzoru je převodník analogového signálu na digitální, který je po sběrnici posílán řídící jednotce. Výhodou digitálních sběrnic, jako je I2C, SPI nebo CAN je ta, že k získání informací o měřených veličinách stačí jen několik vodičů. Pro sběrnici I2C je potřeba pouze tří vodičů (zem, hodinový signál – SCL a datový signál – SDA), po kterých je možné získat všechny informace o senzoru. Nevýhodou MEMS senzorů je ovšem přítomnost šumu, který může být způsoben teplotou, ale častěji se jedná o šum náhodný [11].

3.5. Gyroskop

Je zařízení určené pro měření nebo udržování orientace a úhlové rychlosti. Používá se v letecké a námořní technice, balistických střelách a torpédech, a dělí se podle principu fungování na mechanické gyroskopy, optické gyroskopy, MEMS gyroskopy a kvantový gyroskop [8].

3.5.1. Mechanický gyroskop

Mechanický gyroskop funguje na principu rychle se otáčející hmoty, která se snaží si zachovat stále stejnou polohu tím, že působí gyroskopickým momentem proti změně natočení. Na principu mechanického gyroskopu funguje gyrokompas (Directional Gyro), který vlivem rotace Země a vlastní rotace určuje směr ke skutečnému severu. Umělý horizont je dalším často používaným přístrojem založený na funkci gyroskopu. Oba zmíněné přístroje pro správné fungování potřebují dodávat vlivem ztrát energii, která gyroskop roztáčí, to může být realizováno elektromotorem, nebo stlačeným vzduchem. Přístroje obsahující gyroskop jsou velmi používané v letecké technice a námořní technice, pomocí kterých je možné stroj ovládat bez vizuálního kontaktu s navigačními body.

Mechanické gyroskopy používané pro navigaci mohou vykazovat chybu, takzvaně stálou odchylku, která je závislá na rychlosti, pozici a zeměpisné šířce navigovaného objektu, tato stálá odchylka se dá ovšem korigovat pomocí tabulek. Další chyba gyroskopu je způsobena změnami směru navigovaného objektu, tomuto jevu se říká inerciální derivace gyroskopu a může vykazovat odchylku několika stupňů po dobu několika minut, po kterých se gyrokompas opět ustálí. Špatnou vlastností tohoto gyroskopu je, že jeho spouštění do plné funkčnosti může trvat několik minut, a to může být velmi nepříznivé pro některé jeho aplikace [6].

Velmi těžké gyroskopy také slouží ke stabilizaci plavidel zejména na moři, kdy se gyroskop roztočí na vysoké otáčky tak, aby rotační energie gyroskopu byla srovnatelná s energií plavidla naklánějícího se ve vlnách, a vlivem gyroskopického momentu plavidlo stabilizují.

3.5.2. Optický gyroskop

Optický vláknový gyroskop, v anglické literatuře označován jako "Fibre Glass Gyro", zkráceně FOG, se používá pro měření rychlosti a směru rotace. Tento typ gyroskopu funguje na principu Saganova interferometru. Gyroskop se skládá z laseru, který vysílá koherentní signál do světlovodů, které dohromady tvoří kruh, a na jejich koncích se nachází snímač, který detekuje časovou změnu a fázový posuv dopadeného světla, která je závislá na rychlosti otáčení gyroskopu. Někdy je tento gyroskop realizován pomocí dvou zrcadel namísto optického vlákna, tento typ je označován jako RLG "Ring Laser Gyroscope" [8].

Pokud se gyroskop otáčí, pak paprsek vyslaný oběma směry doletí k detektoru v odlišný čas, což je způsobeno tím, že detektor se relativně přibližuje k jednomu z vyslaných paprsků. Jednou z výhod tohoto gyroskopu je jeho přesnost, která závisí na délce dráhy optického vlákna, obecně čím delší dráhu paprsek letí, tím větší je časový rozdíl dopadu paprsků. Další výhodou je nízký šum výstupního signálu a fakt, že naměřená data nejsou zatížena chybou způsobenou zrychlením, na rozdíl od MEMS gyroskopu, což je ovšem vykompenzováno vysokou pořizovací cenou. Tyto gyroskopy je možné nalézt ve starších typech letounů, jako je Airbus A320, nebo F-16 [6] [8].



Obr. 3.3 laser ring gyroscope [8]

3.5.3. MEMS vibrační gyroskop

Na rozdíl od klasických mechanických gyroskopů MEMS gyroskop je velmi malý, má nízkou spotřebu energie a jelikož neobsahuje mechanické prvky, na které v klasickém gyroskopu je kladen velký důraz na přesnost, vyváženost a házení, které by způsobovalo velké ztráty energie a nepřesnosti měření, jsou MEMS gyroskopy několikanásobně levnější a dají se pořídit v řádech desítek korun.

Ve srovnání s klasickým mechanickým gyroskopem MEMS gyroskopy měří úhlové rychlosti otáčení kolem jednotlivých os. Tyto senzory se vyrábějí v několika variantách podle toho, kolem kolika os měří rychlost rotace. Existují jedno, dvou a nejčastěji tříosé gyroskopy. Data z MEMS gyroskopů dostáváme nejčastěji v jednotkách "dps" – degee per second, případně v "rps" – radians per second. Citlivost u většiny senzorů můžeme nastavit v závislosti na použití a platí, že čím větší rozsah (až 2000 dps), tím větší šum obsahují naměřené hodnoty. Spousta gyroskopických senzorů má v sobě integrovaný senzor teploty, jelikož naměřená data jsou na teplotě závislá [11].

MEMS gyroskopy fungují na principu vibrující hmoty a využívají Coriolisovu sílu. Hmota je pomocí jedné sady pružin připevněna k rámu, vůči kterému může kmitat – vibrovat. Rám je připojen k základnímu tělesu pomocí druhé sady pružin, která je vůči první sadě otočena o devadesát stupňů, jak je znázorněno na 3.4. Vlivem rotace a kmitání hmoty vzniká Coriolisova síla, která působí na rám a vychyluje jej na stranu. Na rámu a základním tělese se nacházejí křemíkové paprsky připomínající hřeben, které tvoří kondenzátor mající v klidovém stavu určitou kapacitu. Vlivem posunutí rámu vůči základnímu tělesu se mění kapacita zmíněného kondenzátoru. Změna kapacity je následně vyhodnocována elektronikou senzoru a převáděna na napěťový signál, který je u digitálních senzorů převáděn na číslo [8] [11] [12].

Coriolisova síla vztažena na vibrační gyroskop:

$$F_c = -2 \cdot m \cdot \omega \times \nu \tag{3.3}$$

Kde F_c je Coriolisova síla, *m* je hmotnost tělesa, ω je úhlová rychlost otáčení kolem osy a *v* je rychlost tělesa vůči rámu.



Obr. 3.4 princip fungování MEMS gyroskopu [12]

MEMS gyroskopy na rozdíl od mechanických, nebo optických gyroskopů, nejsou tolik přesné, často se setkáváme se šumem, odchylkou od nulové osy způsobenou teplotními rozdíly a také tyto gyroskopy vykazují chybu měření během působení lineárního zrychlení. [2]

3.6. MEMS akcelerometr

Dalším MEMS snímačem obsahující pohyblivé prvky je akcelerometr. Podobně jako gyroskop i akcelerometr může měřit zrychlení podél jedné, dvou nebo tří os. Akcelerometry se dělí do několika základních skupin podle principu jejich fungování, a to na kapacitní, piezoodporové, piezoelektrické a tepelné akcelerometry, existuje ještě několik dalších druhů, ale ty jsou méně časté [11]. Všechny zmíněné akcelerometry jsou založeny na principu Newtonova druhého pohybového zákona:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \tag{3.4}$$

3.6.1. Kapacitní akcelerometr

Kapacitní akcelerometry jsou podobné jako MEMS gyroskop. Jejich hlavní částí je hmotné těleso, které je pomocí pružných elementů připojeno k základnímu tělesu. Na základním tělese i hmotě se nachází křemíkové paprsky tvořící hřeben, které vytvářejí kondenzátor. Vlivem působení zrychlení se hmota vychýlí na jednu stranu a tím se změní kapacita vytvořeného kondenzátoru, která je následně přepočítávaná na napětí, které reprezentuje velikost zrychlení v dané ose. Tento typ akcelerometrů má dobré výsledky v nízkofrekvenčním rozsahu a na měření nemá vliv změna teploty [11]. Na obrázku 3.5 je struktura MEMS gyroskopu.



Obr. 3.5 princip snímání kapacitním akcelerometrem [11]

3.6.2. Piezorezistivní akcelerometr

Piezorezistivní snímače jsou také tvořeny hmotným prvkem, který je umístěn na pružině. Pružiny jsou ovšem tvořené piezorezistivním materiálem a vlivem působení zrychlení se natahují a zkracují, čím se mění jejich elektrický odpor. Tento typ akcelerometrů je nejvhodnější pro měření nárazů, kdy vznikají velmi krátké impulsy [11].

3.6.3. Piezoelektrický akcelerometr

Piezoelektrické snímače používají ke snímání prvky tvořené titanem a zirkonem, které při zrychlení vytvářejí elektrický náboj. Tento typ akcelerometru je velmi odolný vůči změně teploty, má široký frekvenční rozsah a naměřené hodnoty obsahují nízkou úroveň šumu [11].

3.6.4. Tepelný akcelerometr

Poslední druh zde popsaného MEMS akcelerometru je založen na tepelném principu, kdy uvnitř senzoru se nachází ohřívač, který ohřívá plyn uvnitř senzoru a tím vytváří zahřátou bublinku plynu, vlivem zrychlení se následně bublinka pohybuje a snímače teploty určují, kde se bublinka nachází. Z těchto informací je následně počítána hodnota zrychlení [11].



Obr. 3.6 princip fungování akcelerometru založeném na termálním principu [11]

3.7. Magnetometr

Magnetometr je posledním senzorem, který je součástí AHRS jednotky. Tento senzor je citlivý na magnetické pole a stejně jako akcelerometry a gyroskopy může být založen na MEMS technologii. Zde ovšem neplatí, že pouze magnetometry založené na MEMS jsou miniaturní s možností osazení na plošný spoj a levné, jako tomu bylo u předchozích snímačů.

Magnetometry se obecně dělí na dva typy, podle toho, jak magnetické pole měří a to na skalární a vektorové. Skalární magnetometry měří pouze velikost magnetického pole bez ohledu na směr, příkladem může být magnetometr založený na principu Hallova jevu, kdy magnetické pole vychyluje částice – elektrony procházející vodičem více k jedné straně a tím vytvářejí elektrický potenciál mezi kraji vodiče – Hallovo napětí. Čím větší napětí je naměřeno na krajích vodiče, tím je magnetické pole silnější. Druhým typem jsou vektorové magnetometry, které umí určovat směr magnetického pole. Příkladem může být magnetorezistentní magnetometr, který měří změnu odporu polovodičového elementu v závislosti na intenzitě magnetického pole [11].

Měření magnetometrů může být ovlivněno přítomností kovového nebo zmagnetovaného materiálu v blízkosti umístění senzoru, a proto by měla být provedena kalibrace senzoru. Tato kalibrace by měla být provedena i při přemístění senzoru na jiné geografické místo, jelikož magnetické indukční čáry Země nesměřují vždy podél poledníku. Tato kalibrace se provádí u systémů, u kterých není předpoklad, že během jednoho cyklu se budou přemisťovat na velké vzdálenosti. Příkladem mohou být bezpilotní systémy, které se používají pro mapování. U letadel a jiných prostředků, u kterých je předpoklad letu na velké vzdálenosti je žádoucí, aby v řídící jednotce, která zpracovává data z magnetometru, byly informace o magnetickém poli Země, které se mírně mění [13], a jednotka za pomocí těchto informací mohla kompenzovat měření magnetometru. V opačném případě řídící jednotka nemusí data z magnetometru vyhodnocovat správně a může dojít ke ztrátě orientace.



Obr. 3.7 model magnetického pole Země pro rok 2020 [13]

3.8. Sensor atmosférického tlaku

Senzor atmosférického tlaku, nebo také barometr sice není součástí AHRS nebo IMU, ale často se pro orientaci ve vzduchu používá, jelikož z hodnot naměřeného tlaku a teploty je řídící jednotka systému schopná vypočítat, v jaké nadmořské výšce se objekt nachází a následně tuto výšku udržovat. Hodnoty ze senzoru atmosférického tlaku se často slučují s informacemi z GPS a akcelerometru, čímž dochází ke zpřesnění měření výšky, která je často kritická pro letadla a bezpilotní systémy [11].

Na obrázku je příklad běžně dostupného senzoru atmosférického tlaku BMP180 od firmy Bosch Sensortec, který má v sobě také čidlo okolní teploty a s řídící jednotkou komunikuje po sběrnici I2C.



Obr. 3.8 BMP180 [14]

Výpočet nadmořské výšky s využitím dat ze BMP180:

$$h = 44330 * \left(1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{5,255}} \right)$$
(3.5)

kde p je hodnota tlaku získaná ze senzoru a p_0 je hodnota atmosférického tlaku při hladině moře – 1013.25 hPa. [14]

3.9. Chyby měření MEMS senzorů

MEMS senzory nedávají přesné informace, vždy je třeba počítat s chybami, které se dají odstranit kalibrací snímače, nebo neodstranitelnými chybami jako je šum – tyto chyby jsou označovány jako stochastické. Nepřesnost snímače může být způsobena teplotou, konstrukcí, a také působením lineárního zrychlení, zejména u gyroskopů.

Častou chybou je posunutí nulové hodnoty, které se říká offset [15]. Offset mají veškeré analogové snímače, jelikož informace o naměřených hodnotách udávají v rozmezí 0V – Vcc, kde Vcc bývá nejčastěji +3.3V nebo 5V a nulovou hodnotu mají ve střední hodnotě napájení – Vcc/2. Digitální snímače offset mít nemusí, jelikož mohou vyhradit jeden bit informací pro znaménko, ovšem záleží na konkrétním senzoru a jeho nastavení, digitální senzory použité v této práci offset nemají a odesílaná data mají vyhrazený bit pro znaménko.

Šum je nejčastější chybou senzoru a jedná se o čtení informací ze senzoru okolo skutečné hodnoty, velikost šumu závisí na teplotě, která způsobuje nahodilý pohyb elektronů v krystalové mřížce. Hodnoty šumu neboli "zero rate level" jsou udávány výrobcem včetně teplotní závislosti [15].

Na obrázku 3.9 jsou data z použitého senzoru LISY300, což je analogový MEMS gyroskop od firmy ST a je zde vidět šum i posunutí nulové hodnoty. Modrá křivka jsou surová data ze senzoru a oranžová jsou data posunuta o offset. Tyto hodnoty byly naměřeny, když byl senzor v klidu – nepohyboval se. Je vidět, že šum způsobuje zkreslení až 5°/s, což odpovídá hodnotám udávaných výrobcem v datasheetu.



Obr. 3.9 ukázka surových dat z gyroskopu

Nepřesnosti senzorů způsobené teplotou jsou způsobeny změnou vodivosti a mohou být odstraněny několika způsoby, nejčastěji je to po částech lineární aproximací, ale vlivem teplotní hystereze senzoru je obtížné dosáhnout absolutních údajů a to zejména, pokud je snímač vystaven značnému kolísání teploty. Chyby způsobené teplotou jsou většinou udávány v datasheetu od výrobce jako změna hodnoty na jeden stupeň Celsia. Proto většina moderních čidel obsahuje i senzor teploty a není potřeba použití externího teplotního čidla. Obrázek 3.10 ukazuje posun nulové hodnoty v závislosti na teplotě, kdy senzor ADXRS453 byl provozován z 25°C na 130°C, následně byl ochlazen na -45°C a poté zpět nechán ustálit se na teplotu 25°C [15].



Obr. 3.10 závislost nulové střední hodnoty na teplotě [15]

Možnost kompenzace teploty senzoru může být také automatická, a to samotným senzorem, kdy dochází ke změně napájecí frekvence gyroskopu, což zabraňuje hysterezní chybě a vede ke snížení spotřeby energie. Závislost nulového zkreslení na frekvenci se automaticky získává při spuštění senzoru, kdy teplo generované obvodem slouží jako vstupní informace a senzor se změnou frekvence snaží dosáhnout ustáleného tepelného stavu, čímž kompenzuje vliv změny teploty během jeho doby měření [15].

3.10. G-sensitivity

Ideální gyroskop založený na MEMS měří pouze rychlost rotace a nic jiného, ovšem v reálném světě mají všechny gyroskopy určitou citlivost na zrychlení v důsledku asymetrie jejich mechanických komponent a nepřesností v mikroobrábění. Ve skutečnosti existuje mnoho projevů citlivosti na zrychlení, jejichž závažnost závisí na návrhu designu senzoru. Nejvýznamnější je obvykle citlivost na lineární zrychlení (nebo g-sensitivity) a vibrační rektifikace (nebo g²-sensitivity). Protože většina aplikací gyroskopů je v zařízeních, která se pohybují a otáčí v gravitačním poli Země o zrychlení 1 g, citlivost na zrychlení často představuje největší zdroj chyb [15].

Low-cost gyroskopy jsou obecně navrženy za použití extrémně jednoduchých a kompaktních mechanických systémů, které nejsou optimalizovány pro potlačení působení zrychlení (spíše jsou optimalizovány pro nízké náklady) [15]. Tyto gyroskopy mohou mít více než 1000 ° / h / g (nebo 0,3 ° / s / g) g-sensitivity a nejsou vhodné pro dlouhodobou stabilitu [15].

G-sensitivity gyroskopů se dá kompenzovat pomocí externího akcelerometru (nejčastěji se to provádí v aplikacích IMU, protože požadovaný akcelerometr je již přítomen), což v některých případech může skutečně zlepšit měření [15].

Nejčastějším způsobem kompenzace g²-sensitivity je přidání mechanického antivibračního pouzdra, pomocí kterého je gyroskop izolován od základní desky [15]. Ovšem tyto pouzdra jsou náročná na výrobu a špatně plní svoji funkci při nízké frekvenci vibrací. Jejich životnost bývá ovlivněna provozní teplotou, stáří a typem vibrací, které tlumí. [15]



Obr. 3.11 závislost měření senzoru na rázu zrychlení [15]

4. Orientace v prostoru – matematický popis

Pro základní určování orientace v prostoru je potřeba znát natočení vůči původní (referenční) poloze, které se zá získat již použitím informací z tříosého gyroskopu. V letecké technice k tomuto účelu slouží zařízení, které se nazývá umělý horizont, které pilotovi poskytuje informace o náklonu a klopení letadla. Mechanické umělé horizonty se ovšem v dnešní době nahrazují elektronickými, jejichž součástí je buď optický gyroskop, nebo MEMS gyroskop, který je výrazně levnější. Tyto MEMS gyroskopy mohou být v otočném závěsu, ale častěji jsou spojeny s trupem letadla. Následná orientace je potřeba matematicky vypočítat a k tomu slouží několik způsobů, z nichž nejčastěji používané jsou:

- Směrová kosinova matice (DCM direction cosine matrix),
- Eulerovy úhly,
- Kvaterniony. [8]

4.1. Směrová kosinova matice

Tato metoda určování polohy je výpočetně nejnáročnější, jelikož obsahuje devět parametrů - C_{3*3} a pro její určení je třeba řešit devět rovnic. Tato matice se značí C_R^b a určuje vektory z referenčního rámce do tělesa během rotace tělesa okolo pevného bodu. Pomocí naměřených úhlových rychlostí rotace okolo jednotlivých os jde kosinova směrová matice vypočítat podle rovnice (4.1) [8].

$$\dot{\boldsymbol{C}}_{R}^{b} = -\boldsymbol{s}\boldsymbol{k}(\Omega_{Rb}^{b}) \cdot \boldsymbol{C}_{R}^{b}$$

$$\tag{4.1}$$

Kde Ω_{Rb}^{b} je vektor úhlové rychlosti a $sk(\Omega_{Rb}^{b})$ je antisymetrická matice, která je popsaná v rovnici (4.3).

$$\Omega^b_{Rb} = \left(\omega^b_x, \omega^b_y, \omega^b_z\right) \tag{4.2}$$

$$sk(\Omega_{Rb}^{b}) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{z}^{b} & \omega_{y}^{b} \\ \omega_{z}^{b} & 0 & -\omega_{x}^{b} \\ -\omega_{y}^{b} & \omega_{x}^{b} & 0 \end{bmatrix}$$
(4.3)

Z Eulerových úhlů je následně možné směrovou kosinovu maticí vyjádřit pomocí vztahu (4.4).

$$C_{R}^{b} = \begin{bmatrix} \cos\psi \cdot \cos\theta & \cos\phi \cdot \sin\psi + \cos\psi \cdot \sin\phi \cdot \sin\theta & \sin\phi \cdot \sin\psi + \cos\psi \cdot \cos\phi \cdot \sin\theta \\ -\sin\psi \cdot \cos\theta & \cos\psi \cdot \cos\phi - \sin\psi \cdot \sin\phi \cdot \sin\theta & \sin\phi \cdot \cos\psi + \sin\psi \cdot \cos\phi \cdot \sin\theta \\ \sin\theta & -\sin\phi \cdot \cos\theta & \cos\phi \cdot \cos\theta \end{bmatrix}$$
(4.4)

4.2. Eulerovy úhly

Další metodou určení polohy v prostoru je použití Eulerových úhlů, které byly představeny Leonardem Eulerem, po kterém jsou pojmenovány. Matematicky je možné si toto vyjádření orientace představit jako tři nezávislé rotace, které pohybují tělesem do požadované polohy. Eulerovy úhly se značí θ , ϕ , ψ , kde θ znamená "pitch" – stoupání, nebo také natočení kolem příčné osy, ϕ – "roll" – rotace, neboli natočení okolo podélné osy a ψ – "yaw", což je natočení okolo svislé osy [8]. Zde názorný obrázek na modelu letadla:



Obr. 4.1 znázornění Eulerových úhlu [7]

Z naměřených úhlových rychlostí z gyroskopu je možné Eulerovy úhly získat vyřešením tří diferenciálních rovnic. Tato metoda určení orientace má, na rozdíl on jiných, nedostatky v podobě singulárních bodů, pro které není možné určit jednoznačné řešení, tento problém bývá označován jako "gimbal lock" neboli zaseknutí gimbalu [8].

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin\phi \cdot \sin\theta}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi \cdot \sin\theta}{\cos\theta} \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \frac{\sin\phi}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_x^b \\ \omega_y^b \\ \omega_z^b \end{bmatrix}$$
(4.5)

Nebo je možné vyjádření Eulerových kinematických rovnic v korotující bázi.

$$\begin{bmatrix} \omega_x^b \\ \omega_y^b \\ \omega_z^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \cdot \sin\theta \\ \dot{\phi} \cdot \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \dot{\theta} \cdot \cos\psi + \dot{\phi} \cdot \sin\theta \cdot \sin\psi \\ -\dot{\theta} \cdot \sin\psi + \dot{\phi} \cdot \sin\theta \cdot \cos\psi \\ \psi + \dot{\phi} \cdot \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$(4.6)$$

Natočení okolo svislé osy je pak možné vyjádřit podle rovnice (4.7), podobně pak pro zbývající úhly.

$$\psi = \operatorname{arctg}\left(\frac{\omega_x^b \cdot \cos\Phi + \omega_z^b \cdot \sin\Phi}{\omega_y^b \cdot \cos\theta + \omega_x^b \cdot \sin\Phi \cdot \sin\theta - \omega_z^b \cdot \cos\Phi \cdot \sin\theta}\right)$$
(4.7)

4.3. Kvaterniony

Posledním zde uvedeným způsobem vyjádření polohy jsou takzvané kvaterniony. Kvaterniony jsou nekomutativní rozšíření oboru komplexních čísel a byly představeny roku 1843 irským matematikem W. R. Hamiltonem. Kvaterniony jsou často používány v teoretické fyzice, a mají uplatnění i v aplikované matematice, kde se používají k rotaci v tří a čtyřrozměrném prostoru. Na rozdíl od Eulerových úhlů neobsahují goniometrické funkce a výpočet pomocí kvaternionů je operačně méně náročný. Kvaternion je definovaný vztahem (4.8), kde *i, j, k* jsou komplexní čísla a jejich druhá mocnina je -1. Kvaternion je označován Q, ale v některé literatuře je jej možné najít pod označením \mathbb{H} , podle jeho představitele.

$$i^{2} = j^{2} = k^{2} = i \cdot j \cdot k = -1 \tag{4.8}$$

Kvateriony můžou obsahovat i vektorovou část q_0, q_1, q_2, q_3 kde q_x náleží množině reálných čísel a společně tvoří jednotkový vektor. Kvaternion Q je pak definován vztahem (4.9) [16].

$$Q = q_1 \cdot i + q_2 \cdot j + q_3 \cdot k + q_0 \tag{4.9}$$

Rotace v prostoru je následně vyjádřena jako natočení kolem jediné osy, která je definovaná jednotkovým vektorem n a natočení je značeno θ , kvaternion je vyjádřen následně v závislosti na ose a úhlu rovnici (4.10) [16].

$$Q = \begin{bmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & \sin\frac{\theta}{2}\mathbf{n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & \sin\frac{\theta}{2}n_x & \sin\frac{\theta}{2}n_y & \sin\frac{\theta}{2}n_z \end{bmatrix}$$
(4.10)

Při známé rychlosti rotace okolo jednotlivých os je kvaternion vyjádřen diferenciální rovnicí (4.11).

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_{0} \\ \dot{q}_{1} \\ \dot{q}_{2} \\ \dot{q}_{3} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{x}^{b} & -\omega_{y}^{b} & -\omega_{z}^{b} \\ \omega_{x}^{b} & 0 & \omega_{z}^{b} & -\omega_{y}^{b} \\ \omega_{y}^{b} & -\omega_{z}^{b} & 0 & \omega_{x}^{b} \\ \omega_{z}^{b} & \omega_{y}^{b} & -\omega_{x}^{b} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_{0} \\ q_{1} \\ q_{2} \\ q_{3} \end{bmatrix}$$
(4.11)

Na rozdíl od Eulerových úhlů kvaterniony řeší problém zvaný gimbal lock a jelikož se nejedná o matici, jsou výpočty jednodušší a rychlejší, čehož se využívá v procesoru AHRS jednotky. Eulerovy úhly posléze můžeme vyjádřit pomocí rovnice (4.12), jelikož jsou intuitivnější [8] [16].

$$\begin{bmatrix} \Phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctan \frac{2 \cdot (q_0 \cdot q_1 + q_2 \cdot q_3)}{1 - 2 \cdot (q_1^2 + q_2^2)} \\ \arcsin \left(2 \cdot (q_0 \cdot q_2 - q_3 \cdot q_1) \right) \\ \arctan \frac{2 \cdot (q_0 \cdot q_3 + q_1 \cdot q_2)}{1 - 2 \cdot (q_2^2 + q_3^2)} \end{bmatrix}$$
(4.12)

5. Algoritmy AHRS jednotek

Jak již bylo zmíněno v kapitole tři, AHRS jednotka pro určení polohy používá údaje ze tří typů senzorů, gyroskopu, akcelerometru a magnetometru a fúzní algoritmus, který může být implementovaný do mikroprocesoru, jež je součástí křemíkového pouzdra, ve kterém se nachází i jednotlivé senzory, jako je to u použitého čipu BNO-055, ze kterého je možné vyčítat data o poloze do řídící jednotky, a to jak v Eulerových úhlech, nebo kvaternionech. Další možností může být AHRS algoritmus v řídící jednotce, která zároveň komunikuje s jednotlivými senzory a která kromě výpočtu určení orientace může řídit další vstupní i výstupní periferie. Tato metoda je však méně vhodná, jelikož výpočetně zatěžuje řídící jednotku [17].

AHRS algoritmů existuje celá řada, ale nejpoužívanější je Kálmanův filtr a jeho upravované varianty jako je rozšířený Kálmanův filtr a necentrovaný Kálmanův filtr. Kromě fúzních algoritmů pracujících na bázi Kálmanova filtru se v praxi používá Komplementární filtr, Madgwikův a Mahonyho algoritmus, DLR filtr a mnohé další [17].

5.1. Komplementární filtr

Komplementární filtr je jeden z nejjednodušších fúzních algoritmů, který byl vyvinut pro určování polohy z IMU jednotky v roce 2007. Data z akcelerometru jsou filtrovány pomocí dolní propusti prvního řádu a data z gyroskopu horní propustí prvního řádu a sloučením těchto filtrovaných dat vzniká takzvaná all-pass odhad orientace. Tento filtr hlavně potlačuje drift gyroskopu, který v krátkém časovém okamžiku měří správně, ale během delší doby by narůstala odchylka způsobená driftem, a proto se určí poloha pomocí akcelerometru. Nutno dodat, že tento typ filtru není vhodný pro dynamické aplikace ale pro aplikace, kde se předpokládá klid, nebo po částech konstantní pohyb [18]. Na obrázku 5.1 je schéma fungování komplementárního filtru.

Horní propust nepropouští nízkofrekvenční signál z gyroskopu, čímž je potlačen drift, naopak dolní propust propouští dlouhodobé, tedy nízkofrekvenční signály, čímž se do výpočtu nedostane šum z akcelerometru, který by výrazně znepřesňoval vypočtené informace. Pomocí dat z akcelerometru se také určuje počáteční orientace senzoru, jelikož z gyroskopů by se nedalo určit, v jaké poloze byl senzor zapnutý. To se určuje pomocí orientace zrychlení, způsobeného gravitační silou Země. Jednotlivé vektory zrychlení po sečtení musí dávat celkové zrychlení 9.81 $m \cdot s^{-2}$, jinak jsou data z akcelerometru pro tento filtr neplatná a v dané iteraci se nepoužijí, jak je vidět na obrázku 5.2, proto není tento filtr vhodný pro dynamické aplikace [18].



Obr. 5.1 princip fungování komplementárního filtru [18]



Obr. 5.2 blokový diagram komplementárního filtru [18]

Matematický popis komplementárního filtru je reprezentovaný rovnicí (5.1).

$$\theta_{\acute{u}hel} = \alpha \cdot \left(\theta_{\acute{u}hel} + \omega_{gyro} \cdot dt\right) + (1 - \alpha) \cdot a_{akcelerometr}$$
(5.1)

Kde $\theta_{\hat{u}hel}$ je úhel klopení, nebo natočení na stranu a α je parametr filtru, který se určí z časové konstanty měření, jak je vyjádřeno v rovnici (5.2) [18].

$$\alpha = \frac{\tau}{\tau + dt} \tag{5.2}$$

5.2. Kálmanův filtr

V AHRS jednotkách je Kálmanův filtr komerčně nejpoužívanějším filtrem, který filtruje šum z jednotlivých senzorů v reálném čase bez nutnosti převodu do frekvenční oblasti. Tento filtr byl definován roku 1960 Rudolfem Kálmanem, po kterém je pojmenován a pro svoji obecnost je rozšířený nejen v oblasti zpracování dat ze senzorů, ale i při zpracování obrazu, zvuku a všeobecně v navigaci. Tento filtr dosáhl své popularity během Vesmírného programu

Apollo, kde byl použit k odhadu trajektorie, a proto z něj byl posléze odvozen rozšířený Kálmanův filtr a necentrovaný Kálmanův filtr, které se používají v navigaci [18] [19].

Obecně lze říct, že Kálmanův filtr je estimační algoritmus, který slouží k odhadu signálu, který obsahuje šum, nebo slouží pro odhad dat, které není možné měřit přímo, a to kvůli absenci měřícího senzoru, nebo kvůli nemožnosti danou veličinu měřit. Příkladem může být teplota spalovaného paliva v raketovém motoru. Kálmanův filtr se kromě již zmíněného používá ke slučování dat z více zdrojů signálu a následně odhaduje nejvhodnější výstupní signál, toho se využívá zejména u aplikací, kde může dojít ke ztrátě některého se signálu, což filtr vyhodnotí a bude používat pouze data, která jsou k dispozici. Příkladem může být navigace automobilu, který v hustě zastavěné oblasti ztratí signál GNSS, a tak přechází na navigaci jen z inerciálních senzorů [18] [19].

Pro správné fungování Kálmanova filtru je potřeba znát model systému, ze kterého bude odhadovat data a následně porovnávat s naměřenými daty. Pro inerciální navigaci je třeba znát model akcelerometru, který je popsaný rovnicí (5.3), a model gyroskopu, který je popsaný rovnicí (5.4) [2].

$$a_m = a_s - g + b_a + n_a \tag{5.3}$$

Kde a_m je zrychlení získané měřením senzoru, a_s je zrychlení skutečné, které nelze měřit přímo, g je gravitační zrychlení, b_a je chyba měření akcelerometru a n_a reprezentuje šum [2].

$$\omega_m = \omega_s + b_a + b_g + n_g \tag{5.4}$$

Kde ω_m je rychlost rotace získaná měřením senzoru, ω_s je skutečná rychlost rotace, b_a je chyba senzoru způsobená lineárním zrychlením, b_g je chyba měření gyroskopu a n_a reprezentuje šum.

5.2.1. Sloučení dat pomocí Kálmanova filtru

Zde bude popsáno sloučení dat pomocí Kálmanova filtru pouze pro jeden hledaný úhel, pro ostatní úhly je pak postup stejný. Úkolem Kálmanova filtru je potlačit šum na vstupním signálu – šum měření a šum systému, který bývá označován jako stavový šum. Standardní Kálmanův filtr pracuje s Gausovským rozložením šumu, který má nulovou střední hodnotu, jak je vyjádřeno předpisem (5.7) a (5.8) [19].

Matematicky lze Kálmanův filtr zapsat jako rovnicemi (5.5) a (5.6).

$$x_k = A \cdot x_{k-1} + B \cdot u_k + w_k \tag{5.5}$$

$$y_k = C \cdot x_k + v_k \tag{5.6}$$

$$v_k \sim N(0, R) \tag{5.7}$$

$$w_k \sim N(0, Q_k) \tag{5.8}$$

Kde R je kovariance, která odpovídá rozptylu měření. A Q_k je kovarianční matice stavového šumu, představující odhad akcelerometru.

$$Q_k = \begin{bmatrix} Q_\theta & 0\\ 0 & Q_{\dot{\theta}_b} \end{bmatrix} \cdot \Delta t \tag{5.9}$$

Kde u_k je vstupní řízení, y_k je výstupní řízení, x_k reprezentuje vektor stavového modelu, který je vyjádřen vztahem (5.10), kde θ je úhel určený z akcelerometru a gyroskopu a $\dot{\theta}_b$ je úhlová rychlost rotace. A reprezentuje stavovou matici dynamiky, B je proměnná a C je matice výstupů.

$$x_{k-1} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta}_b \end{bmatrix} \tag{5.10}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(5.11)

$$B = \begin{bmatrix} \Delta t \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.12}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{5.13}$$

Finální podoba Kálmanova filtru po dosazení je vidět podle předpisu (5.14) a (5.15).

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta}_b \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta}_b \end{bmatrix}_{k-1} + \begin{bmatrix} \Delta t \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \dot{\theta}_k + w_k$$
(5.14)

$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta}_b \end{bmatrix}_k + v_k \tag{5.15}$$

5.2.2. Madgwickův filtr

Madgwickův filtr vychází z Bayeosova filtru a pracuje s kvaternionovou reprezentací orientace v prostoru. Byl navržen jako pro IMU, tak i MARG senzory. Madgwickův filtr vychází z komplementárního filtru, ale je vylepšený speciálním algoritmem, který určuje rychlost změny. V angličtině je tento algoritmus nazýván jako "gradient-descent algorithm". Výhodou tohoto filtru podle je, že funguje lépe i při nižších frekvencích čtení dat ze senzoru. Kompletní matematický popis fungování algoritmu je rozebrán v [16]. Zde budou uvedena pouze schéma pro IMU a MARG senzory. U Madgwicova algoritmu je nejdůležitějším parametrem β , který určuje, jakou váhu bude mít měření z gyroskopu [16].



Obr. 5.3 schéma Madgwicova filtru pro IMU [16]



Obr. 5.4 schéma Madgwicova filtru pro MARG [16]

Kromě výše zmíněných filtrů je možné najít řadu dalších, které fungují na odlišných principech. Jejich srovnání a popis je možné nalézt v práci [17], kde se bylo zabýváno vhodností jednotlivých algoritmů pro čtyřrotorový vrtulník. Na obrázku 5.5 je porovnání různých algoritmů z již zmíněné práce.



Obr. 5.5 porovnání AHRS algoritmů [17]

6. Praktická část

V této části Bakalářské práce je popsán postup úpravy lineárního vedení, až po návrh plošného spoje, který tvořil základnu pro senzory a návrh kompenzačního algoritmu pro AHRS jednotku, který vychází z mechaniky samotného senzoru.

6.1. Zprovoznění lineárního vedení

Pro testování senzorů bylo použito lineární vedení, které bylo vyrobeno pro předchozí projekty v MECHLABU [20], toto vedení se skládá z hliníkového základního profilu, na který je namontovaná svorkovnice pro připojení k počítači, regulátoru napětí, který tvoří H můstek a ovládá stejnosměrný motor s planetovou převodovkou, na jejímž výstupu je řemenové kolo a enkodér. Řemenové kolo pomocí ozubeného řemenu pohybuje s plošinou, umístěnou na kolejnici z dvou hladkých ocelových tyčí, po kterých se plošina pohybuje na lineárních ložiscích. Tato konstrukce zajišťuje dostatečnou tuhost a odebírá 5 stupňů volnosti, tedy plošina se může pohybovat pouze doleva nebo doprava ze strany pozorovatele. Díky své tuhosti je zamezeno vibracím, které by ovlivňovaly naměřená data ze senzorů.

6.2. Koncové spínače

Lineární vedení postrádalo jakékoliv spínače, které by zabránily nárazu do koncového sloupku, poškození testovací plošiny, nebo přetížení motoru, pokud by nebyla zapnuta proudová ochrana. Proto bylo zapotřebí vybrat vhodné koncové spínače a vedení jimi vybavit. Existuje několik druhů koncových spínačů, některé fungují ryze na mechanickém principu, kdy se spojují kontakty a tím je následně vymezena poloha, ale tyto spínače mají omezený počet sepnutí, jelikož zde dochází k mechanickému pohybu součástí, které nejsou dimenzované na nekonečné množství cyklů a vykazují poruchovost [21]. Většinou jsou tyto spínače dimenzovány na 10 000 až 100 000 cyklů, kdy jeden cyklus je jedno sepnutí a vypnutí [21]. Další nevýhodou mechanických spínačů je nízká spínací frekvence, která se pohybuje v řádech desítek Hertzů [21]. Jedna z nesmírných výhod mechanických koncových spínačů je, že dokáží spínat jak stejnosměrné, tak střídavé napětí, jsou velmi levné a malé, případně průmyslové koncové spínače typu: ME_8108 a podobné dokáží spínat velké proudy, bez jakékoliv výkonové elektroniky typu MOSFET [21].

6.2.1. Indukční spínač

Dalším typem koncového spínače jsou indukční, složené z cívky a kondenzátoru, které jsou naladěny na rezonanční frekvenci a tvoří oscilátor. Tento oscilátor vytváří střídavý elektrický proud, který v cívce tvoří magnetické pole. Po přiblížení magneticky vodivého materiálu se v něm začnou indukovat vířivé proudy, které působí zpět na cívku a ta následně mění svoji impedanci. Změna impedance způsobí útlum oscilátoru, jelikož cívka přestane být v rezonanci s kondenzátorem, tuto změnu vyhodnocuje prahový detektor, který pomocí zesilovače na výstupu dává 0V, nebo Vcc [21].



Obr. 6.1 blokové schéma spínače [21]

Indukční spínače mají oproti mechanickým výhodu, že zde nedochází k opotřebení komponent vlivem mechanického pohybu a také mohou pracovat v prašné či vlhkém prostředí. Dále mají vyšší spínací frekvenci až desítky kHz. Nevýhodou je malá aktivní oblast, která je zpravidla 2 až 10 mm pro zajištění správného fungování, dále tyto spínače nemohou spínat vysoké proudy, jsou pouze signálové a pro spínání vysokých proudů je potřeba použít výkonové prvky [21].

Na lineární vedení byly použity tři indukční spínače TL-W5MC1 NPN, které podle výrobce spínají ve vzdálenosti 4 až 6 mm od čela spínače, což bylo vyzkoušeno a železný předmět detekoval i ve vzdálenosti 8 mm. Hliníkový předmět byl hůře detekovatelný, a to na maximální vzdálenost 4 mm, proto bylo potřeba vyrobit držáky senzorů, u kterých byla zvolena maximální vymezená vůle 2 mm, tyto držáky byly vymodelovány a pomocí 3D tisku vyrobeny.



Obr. 6.2 držák koncového spínače nalevo, koncový spínač napravo

6.2.2. Optický koncový spínač

Dalším druhem použitého koncového spínače byl optický, který funguje na principu odrazu infračerveného světla vysílaného diodou od předmětu a následně přijatého fotodiodou. Tento spínač byl vybaven potenciometrem, pomocí kterého se dala nastavit vzdálenost, ve které

spínal a to od 5 milimetrů až do 122 milimetrů kolmo k hliníkovému povrchu. Tato vzdálenost byla závislá na typu povrchu, od kterého se paprsek odrážel a na sklonu paprsku vůči povrchu.

Nejlépe spínač fungoval na lesklých plochách, kdy osa diod byla normálou snímané roviny, horších výsledků bylo dosaženo na tmavých matných površích, kde spínal o několik milimetrů blíže k diodám než u lesklého povrchu. Naopak při úhlu normály sledované plochy a os diod větším něž 30° byla plocha zjištěna jen několik milimetrů od diod.



Obr. 6.3 Optický spínač

Existuje ještě další množství koncových spínačů užívaných v technických odvětvích, ovšem zmíněné dva druhy byly použity pro své nízké pořizovací náklady a rozměry.

6.3. Řízení lineárního vedení

Lineární vedení bylo ovládané pomocí karty MF-624 od firmy HUMUSOFT [22], což je vstupně výstupní periferie stolního počítače, která s počítačem komunikuje po sběrnici PCI a pomocí ovladače Simulink Real-Time jsou ovládány její periferie, jako jsou vstupně výstupní analogové i digitální kanály, časovače a vstupy inkrementálních snímačů. V prostředí Simulink bylo vytvořeno blokové schéma na řízení testovací plošiny, která byla řízena zpětnovazebně pomocí PI regulátoru na polohu [22].

Pomocí dat z enkodéru byla počítána vzdálenost, rychlost jako derivace vzdálenosti podle času a zrychlení jako derivace rychlosti podle času. Při vyšších rychlostech a zrychleních plošiny obsahovaly data velký šum, který byl částečně vykompenzován dolní propustí prvního řádu, která potlačuje vysokofrekvenční signály.

Koncové spínače byly do programu implementovány jako vypínače napájení motoru, jelikož řídící deska motoru podporovala signály DIR – směr, DIS – zastavení motoru a PWM – pulsně šířková regulace, kde velikost nosné frekvence byla nastaven na 24 000 Hz, aby spínání motoru nebylo pro člověka slyšitelné. Kromě zastavení motoru ovládaly koncové spínači i světelný semafor, který informoval operátora o stavu zařízení.

Na obrázku 6.4 je blokové schéma vytvořené v prostředí Simulink. V levém horním rohu nastavení maximálního napětí motoru, ve středu je řídící schéma a v pravém dolním rohu je brzda motoru a ovládání světelného semaforu.



Obr. 6.4 blokové schéma řízení lineárního vedení

6.4. Návrh plošného spoje

Pro možnost měření dat ze senzorů a následného odesílání bylo potřeba navrhnout plošný spoj, který na sobě bude mít mikroprocesor zpracovávající veškerá data, prostor pro modul odesílající data do počítače a zdroj napětí se stabilizací na 3,3 V, jelikož většina senzoru, mikroprocesor i RF modul pracují právě s 3,3 V.

Jako zdroj energie byl vybrán lithium-iontový článek o velikosti 18650 a jmenovitém napětí 3,6 V. Protože lithium-iontové baterie musí být provozovány v určitém rozsahu napětí, při nabíjení je to maximálně 4,1 V a při vybíjení by napětí nemělo poklesnout pod 3 V, bylo potřeba použít ochranné prvky, který tento rozsah hlídají a tím zamezují poškození baterie, případné vzplanutí a způsobení škody na majetku. Jako ochranný obvod byl vybrán integrovaný obvod BQ2980, který je určen pro jednočlánkové baterie tipu Li-ion. Tento obvod, kromě kontroly nízkého napětí na článku a hlídání nabíjení umí odpojit baterii od zátěže při zkratu, čím rovněž zamezuje destrukci článku. Výhodou tohoto obvodu je integrace MOSFET tranzistorů a logických obvodů do jednoho pouzdra.



Obr. 6.5 nabíjecí obvod BQ2980

Na výstupu bateriové ochrany je dále stabilizátor napětí, který snižuje napětí z baterie na 3,3 V, jelikož mikroprocesor, RF modul i většina senzorů pracuje při napětí 3,3 V. Za tímto stabilizátorem jsou umístěny kondenzátory, které zamezují kolísání napětí kvůli špičkám odběru a tím zamezují nestabilnímu chodu mikroprocesoru.

Pro odesílání byl zvolen bezdrátový modul NRF24l01 ve verzi SMD, který funguje na frekvenčním pásmu 2,4 GHz a jeho maximální přenosová rychlost je 2 Mbps. Tento modul komunikoval po sběrnici SPI, kde byla nastavena přenosová rychlost 2 MHz. Odesílaná data byla přijímána na modulu, který byl vyroben pro předchozí projekty v MECHLABU [20] a zaznamenaná data posílal do počítače po sběrnici USB.

Na obrázku 6.6 je první prototyp plošného spoje, který byl i finálním, ale kvůli chybě při návrhu bylo potřeba některé vodivé cesty přepojit, to bylo provedeno odbroušením původních vodivých cest a nahrazením drátky. V příloze bp_board_nove.rar se nachází již opravené schéma. Na obrázku je také možné vidět upevnění senzorů a jejich následná fixace pomocí roztaveného plastu, jelikož by během testování mohlo dojít k ztrátě kontaktu vlivem pohybu.



Obr. 6.6 osazená deska plošných spojů

6.5. Programování dsPIC

Po návrhu plošného spoje, jeho napájení a oživení bylo potřeba naprogramovat řídící mikroprocesor dsPIC16F15356, který je vyroben firmou Microchip. Jako programovací prostředí bylo zvoleno MPLAB X IDE, které nabízí rozšíření o MPLAB code configurator, ve kterém se snáze nastavují periferie a vstupně výstupní piny. Pro nahrání programu do

mikroprocesoru byl zvolen kompilátor MPLAB XC8, který výsledný kód zpracovává a převádí do binárního kódu, aby jej bylo možné nahrát [23].

V hlavním části programu se nachází knihovna ovládající bezdrátový modul a nekonečná smyčka, ve které dochází ke čtení dat z digitálních senzorů so sběrnici I2C, která byla nastavena na rychlost 400 kHz, jelikož to byla maximální rychlost podporovaná senzory. Následuje čtení dat z analogových senzorů, které měly rozlišení deseti bitů. Tato data byla z číselných hodnot převedena pomocí funkce sprintf(), která je součástí standartní knihovny stdio.h [23], na znaky, které mohly být odesílány. Součástí smyčky je čítač, jehož hodnota byla posílána s daty ze senzoru, aby bylo možné rozeznat, jestli byla nějaká část dat ztracena. Tato metoda byla použita z důvodu absence CRC na straně přijímacího senzoru. Jedna iterace nekonečné smyčky trvala 40 ms, čehož bylo dosaženo pomocí funkce __delayus_(), a funkce sprintf(), která iteraci výrazně prodloužila.

7. Měření a zpracování dat ze senzorů

Měření jednotlivých informací ze senzorů probíhalo na pohybující se plošině, která byla řízená na polohu sinusovým signálem. Amplituda výchylky byla 0,150 m a frekvence byla postupně nastavována od 0,5 do 8 radiánů za sekundu. Rychlost plošiny se rovnala derivaci dráhy podle času a zrychlení se rovnalo derivaci rychlosti podle času

$$s = 0.15 \cdot \sin(\omega \cdot t) \tag{7.1}$$

$$v = \frac{\partial s}{\partial t} = \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) \tag{7.2}$$

$$a = \frac{\partial v}{\partial t} = -\omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) \tag{7.3}$$

K měření byly výhradně použity "low cost" senzory, jejichž pořizovací cena byla v řádu sto korun v České republice a v zahraničí je bylo možné sehnat ještě levněji. Těchto senzorů bylo použito pro zjištění, jestli jejich cena hraje výrazný vliv na přesnosti měření. Data ze senzorů byla zpracovaná pomocí Madgwickova algoritmu, jehož kompletní "open source" dokumentace a příklad použití bylo možné stáhnout na webu [24].

7.1. Senzor MPU-6050

Tento senzor je IMU jednotka, což znamená, že jeho součástí jsou tři akcelerometry a tři gyroskopy, jejichž osy snímání svírají pravé úhly. Jedná se o velmi oblíbený senzor, díky jeho ceně a dostupnosti, a proto jej lze nalézt v levnějších verzích kvadrokoptér. Tento senzor komunikuje s ostatními periferiemi po I2C sběrnici. Během testování se tento senzor choval robustněji než dále zmíněný MARG senzor, jelikož nevykazoval takové množství šumu a nebyl tolik citlivý na zrychlení, nicméně měl poměrně velký drift, což se projevilo i na orientaci, jak je vidět na 7.1 a 7.2, senzor byl na desce tak, že úhel orientace θ značil kurz, který kvůli absenci magnetometru a nesprávné kalibraci neustále narůstal.



Obr. 7.1 MPU-6050 při frekvenci 2 rad/s



Obr. 7.2 MPU-6050 při frekvenci 7 rad/s

7.2. Senzor BNO-055

Tento senzor byl jediný MARG modulem, ale zároveň i AHRS jednotkou. Jedná se o senzor od firmy Bosch Sensortech a je označován jako inteligentní devítiosý senzor absolutní orientace. Samotný senzor měl rozměry 3,8 x 5,2 x 1,1 mm a jeho podporované napětí uvádí výrobce v rozmezí 2,4 až 3,6 V. Nicméně použitý senzor byl součástí modulu, na kterém se nacházel regulátor a bylo jej možno napájet až 15 V. Komunikace se senzorem byla pomocí I2C sběrnice, kdy senzor podporoval rychlost komunikace až 400 kHz. Kromě již zmíněné sběrnice bylo možné se senzorem komunikovat prostřednictvím UART.

Ze senzoru při různé konfiguraci bylo možné vyčítat jak informace z gyroskopu, magnetometru a akcelerometru, ale také přímo Eulerovy úhly, záleželo pouze na tom, jak se senzor nakonfiguroval. Pří konfiguraci AMG byly ze senzoru vyčítány údaje z akcelerometru, gyroskopu a magnetometru, které byly následně zpracovány externí AHRS jednotkou v Matlabu a vypočtená orientace je v grafech 7.4 až 7.6. Při konfiguraci NDOF bylo možné ze senzoru vyčítat absolutní orientaci, a to v Eulerových úhlech nebo kvaternionech, jelikož součástí senzoru byl procesor se zabudovaným Kálmanovým filtrem.



Obr. 7.3 architektura senzoru







Obr. 7.5 BNO-055 při frekvenci 5 rad/s



Obr. 7.6 BNO-055 při frekvenci 7 rad/s

7.3. Návrh kompenzačního algoritmu

Během měření a zkoumání bylo vypozorováno, že velikost naměřené rychlosti rotace souvisí s velikostí zrychlení působící na senzor. Kompenzace působení zrychlení by podle článku [2] byla možná za použití filtru, jehož parametrem by byla osmnáctiprvková matice, což by bylo výpočetně velmi náročné. Jak bylo popsáno v části o fungování senzorů, MEMS gyroskopy obsahují kmitající hmotu, která pohybuje rámem, je-li senzorem otáčeno kolem normály roviny, která je tvořena pohyblivými částmi gyroskopu. Proto bylo vyzkoušeno a zjištěno, že je možné proložit regresivní přímku měřením gyroskopu a akcelerometru. Pomocí této přímky byl zjištěn parametr *k*, kterým se následně násobila velikost zrychlení a výsledné číslo se odečetlo od měření gyroskopu, jak ukazuje rovnice (7.4), jejíž výsledkem jsou kompenzované úhlové rychlosti, se kterými se dále počítá v IMU, nebo AHRS algoritmu.

$$\begin{bmatrix} \omega_{xk}^{b} \\ \omega_{yk}^{b} \\ \omega_{zk}^{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{x}^{b} \\ \omega_{y}^{b} \\ \omega_{z}^{b} \end{bmatrix} - k \cdot \begin{bmatrix} a_{y}^{b} \\ a_{z}^{b} \\ a_{z}^{b} \\ a_{x}^{b} \end{bmatrix}$$
(7.4)

Výsledek kompenzace je vidět na obrázku 7.7, kde byla použita surová data ze senzoru BNO-055, a testovací plošina měla frekvenci pohybu 4 radiány za sekundu.



Obr. 7.7 poloha s použitím kompenzovaných úhlových rychlostí.

Nicméně pro vyšší frekvenci pohybu lineární závislost mezí úhlovou rychlostí a zrychlením přestala platit. Možné by bylo tuto závislost proložit polynomem vyššího řádu.

8. Podněty pro navazující práci

V práci bylo pracováno s "low cost" senzory, u kterých je důležitá spíše prodejní cena, která se pohybuje v řádech stokorun. AHRS jednotka BNO-055 je již poloprofesionální, nicméně předmětem dalšího výzkumu by bylo vhodné tuto jednotku srovnat s profesionálními AHRS jednotkami, které se komerčně používají v letecké technice i dalších odvětvích průmyslu. Tyto AHRS jednotky mají v sobě speciálně upravované algoritmy pro konkrétní typ použití. Jedním z těchto algoritmů je Aerospace Grade Kalman Filter, který je vyvíjen společností VectorNav. [25]

9. Závěr

V bakalářské práci bylo seznámeno s inerciální navigací a senzory, které se pro tento typ navigace používají. Tyto senzory byly posléze popsány podle principu snímání daných veličin a byly uvedeny jejich chyby, které jsou způsobeny odlišnými vlivy, následně bylo seznámeno s matematickým výpočtem tří algoritmů, z niž byl jeden použit ke zpracování naměřených dat.

V praktické části byla zprovozněna testovací stanice, která byla osazena koncovými spínači pro případné zastavení pohybující se plošiny. Jelikož se jednalo o bezkontaktní spínače, tak byly otestovány, na jakou vzdálenost byly schopné snímat objekty, a z testů pak byly navrženy úchyty pro přidělání spínačů k lineárnímu vedeni.

Ke čtení měření senzorů byla navržena deska plošných spojů, která byla osazena vlastním zdrojem elektrické energie, který tvořila baterie 18650, a mikroprocesorem, který sloužil ke komunikaci se senzory a bezdrátovým modulem pro odesílání naměřených dat. Měření údajů ze senzorů probíhalo každých 40 milisekund, což odpovídá frekvenci 25 Hz a ta se ukázala jako nízká. Vyšší frekvenci měření nebylo dosaženo vlivem použití funkce sprintf(), která byla součástí knihovny stdio.h. tato funkce sloužila k převodu čísla na text, který byl potřebný pro komunikaci a posílaní pomocí bezdrátového modulu NRF24l01. Vlivem nízké frekvence měření pak naměřená data vykazovala značnou schodovitost, což se následně projevilo při zpracování dat.

Použitý Madgwikův algoritmus pak lineární zrychlení nedokázal zcela eliminovat, ale při malých zrychleních fungoval uspokojivě. Při analýze surových dat bylo zjištěno, že velikost úhlové rychlosti naměřené gyroskopem a velikost zrychlení pocházejícího z akcelerometru do jisté míry souvisí, a tak byl získán parametr "k", díky kterému byl navržen kompenzační algoritmus na úrovni surových výstupních dat. Takto kompenzovaná data z gyroskopu vykazovaly následně lepší výsledky při zjišťování orientace.

Citovaná literatura

1. SCHEIRICH, Petr. Jak se neztratit na moři: Námořní navigace ve staletích před GPS. Vesmír. 2018, roč. 97, č.1, stránky 570-573. ISSN 1214-4029.

2. FAN, Chen, Xiaoping HU, Xiaofeng HE, Kanghua TANG a Bing LUO. *Observability Analysis of a MEMS INS/GPS Integration System with Gyroscope G-Sensitivity Errors. Sensors* [online]. 2014, 14(9) [cit. 2020-06-15]. ISSN 16003-16016. Dostupné z: http://www.mdpi.com/1424-8220/14/9/16003.

3. GROVES, P.D. Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems. 2nd ed. London, UK : Artech House, 2013. ISBN 1608070050.

4. Geopertál ČUZK: *přístup k mapovým produktům a službám resortu*. [online]. Praha, ČÚZK, © 2010. [Citace: 15. 6 2020.]. Dostupné z: https://geoportal.cuzk.cz/.

5. VEVERKA, Bohuslav. *Souřadnicové transformace v geoinfomatice*. [online]. Praha: ČVUT Praha, 2006. [Citace: 15. 6 2020.] Dostupné z: http://projekty.geolab.cz/gacr/a/files/vev_geos_06.pdf.

6. WOODMAN, Oliver J. *An introduction to inertial navigation*. [online]. Cambridge : University of Cambridge, 2007 [cit. 2020-06-16]. ISSN 1476-2986. Dostupné z: https://www.cl.cam.ac.uk/techreports/UCAM-CL-TR-696.pdf.

7. Calculate earth-fixed coordinates with MEMS Inertial Motion Sensors. *http://azmicirit.com/*. [online]. © 2016 [cit. 2020-06-16].Dostupné z: http://azmicirit.com/mems-inertial-motion-sensors/.

8. TITERON, David and John WEDTON. *Strapdown Inertial Navigation Technology*. [online]. 2nd edition. London : The Institution of Engineering and Technology, 2004 [cit. 2020-15-6]. ISBN 978-0863413582. Dostupné z: https://books.google.cz/books?id=WwrCrn54n5cC&printsec=frontcover&hl=cs#v=onepage& q&f=false.

9. KING, A. D. *Inertial navigation - forty years of evolution. GEC Review.* [online]. 1998, vol. 13, no. 3, pp. 140-149 [cit. 2020-06-16]. Dostupné z: http://code7700.com/pdfs/inertial_navigation_-

_forty_years_of_evolution_a_d_king_general_electric_company_review_review_vol_13_no_ 3_1998.pdf.

10. MORRISON, M. M. Inertial measurement unit. US Patent 4,711,125 8. December 1987.

11. VOLKER, Kempe. *Inertial MEMS: Principles and Practise*. [online]. Cambridge: Cambridge University Press, 2011 [cit. 2020-06-15]. ISBN 9781139494823. Dostupné z: https://books.google.cz/books?id=XzdvDGbLZ8EC&printsec=frontcover&hl=cs#v=onepage &q&f=false.

12. WATSON, Jeff. Analog devices - MEMS Gyroscope Provides Precision Inertial Sensing in Harsh, High Temperature Environments. [online] ©1995 - 2020 [cit. 2020-06-16]. Dostupné z: https://www.analog.com/en/technical-articles/mems-gyroscope-provides-precision-inertial-sensing.html.

13. BLAŠKOVIC, Teo. *The Watchers: Watching the world evolve and transform*. [online] 2019 [cit. 2020-07-07]. Dostupné z: https://watchers.news/2019/12/10/world-magnetic-model-wmm-2020-released/.

14. Bosch Sensortec GmbH. *BMP180 - Digital presure sensor*. [Datasheet]. 2013. BST-BMP180-DS000-09.

15. WEINBERG, Harvey. *Gyro Mechanical Performance: The Most Important Parameter*. [online]. ©1995 - 2020 Analog Devices [cit. 20-06-17]. Dostupné z: https://www.analog.com/en/technical-articles/gyro-mechanical-performance.html#.

16. MADGVICK, Sebastian O.H. *An efficient orientation filter for inertial and inertial/magnetic sensor arrays*. [online]. 2010 [cit. 2020-07-17]. Dostupné z: https://www.x-io.co.uk/res/doc/madgwick_internal_report.pdf.

17. LUDWIG, Simone A. a BURNHAM, Kaleb D. *Comparison of Euler Estimate using Extended Kalman Filter, Madgwick and Mahony on Quadcopter Flight Data.* In: 2018 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS) [online] : autor neznámý, IEEE, 2018, pp. 1-8 [cit. 2020-07-17]. DOI: 10.1109/ICUAS.2018.8453465. ISSN: 2575-7296. Dostupné z: https://ieeexplore.ieee.org/document/8453465/authors#authors.

18. GUI, Pengfei, TANG, Liqiong a MUKHOPADHYAY, Subhas. *MEMS Based IMU for Tilting Measurement: Comparison of Complementary and Kalman Filter Based Data Fusion. In: 2015 IEEE 10th Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA) [online]. IEEE, 2015, 2015, pp. 2004 - 2009 [cit. 2020-07-17].* DOI: 10.1109/ICIEA.2015.7334442. ISBN 978-1-4799-8389-6. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/308850497_MEMS_based_IMU_for_tilting_measu rement_Comparison_of_complementary_and_kalman_filter_based_data_fusion.

19. YOUNGJOO, kim a HYOCHOONG, Bang. Introduction to Kalman Filter and Its Applications, Introduction and Implementations of the Kalman Filter, Felix Govaers, IntechOpen, DOI: 10.5772/intechopen.80600. [cit. 2020-08-20]. Dostupné z: https://www.intechopen.com/books/introduction-and-implementations-of-the-kalman-filter/introduction-to-kalman-filter-and-its-applications.

20. Mechatronics Laboratory. [Online] © 2020, MechLab, Fakulta strojního inženýrství, Vysoké učení technické v Brně [cit. 2020-07-17]. Dostupné z: http://mechlab.fme.vutbr.cz/.

21. MARTÍNEK, Radislav. *Senzory v průmyslové praxi*. Praha : BEN - technická literatura, 2004. ISBN: 80-7300-114-4.

22. HUMUSOFT. *Humusoft - ve službách vědy a techniky*. [online] © 2020 [cit. 2020-08-20]. Dostupné z: https://www.humusoft.cz/datacq/mf624/.

23. Microchip Technology Inc. *MPLAB*® X Integrated Development Environment (IDE). [online] © 2020 [cit. 2020-08-20]. Dostupné z:. https://www.microchip.com/mplab/mplab-x-ide.

24. x-io Technologies Limited. *Open source IMU and AHRS algorithms*. [online] © 2020 [cit. 2020-08-20]. Dostupné z: https://x-io.co.uk/open-source-imu-and-ahrs-algorithms/

25. VectorNav. *1.6 ATTITUDE & HEADING REFERENCE SYSTÉM (AHRS)*. [online] © 2020 [cit. 2020-08-20]. Dostupné z: https://www.vectornav.com/resources/attitude-heading-reference-system.

Seznam použitých zkratek

- GNSS Global Navigation Satellite System
 - **GPS** Global Positioning System
- UAV Unmanned Aerial Vehicle
- MEMS MicroElectroMechanical Systems
- AHRS Attitude and Heading Reference Systém
 - IMU Inertial Measurement Unit
 - **INS** Inertial Navigation System
- MARG Magnetic, Angular Rate, and Gravity
 - SMD Surface Mount Device
 - **THT** Through-hole technology
 - **I2C** Inter-Integrated Circuit
 - SPI Serial Peripheral Interface
 - CAN Controller Area Network
 - SLC Serial Clock Line
 - SDA Serial Data
 - CRC Cyclic Redundancy Check

Seznam obrázků

Ohr	2.1 Schéma rotačního elipsoidu [5]	9
Obr	2.2 schéma ECEF a zeměpisného souřadného systému [5]	10
Obr	2 3 lokální souřadný systém [5]	11
Obr	2 4 znázornění os rotace [7]	11
Obr	3 1 Inerciální platforma s Cardanovým závěsem [9]	14
Obr.	3 2 porovnání THT (nalevo) a SMD (napravo) pouzdra. Zdroj: www.gme.cz	15
Obr.	3.3 laser ring gyroscope [8]	17
Obr.	3.4 princip fungování MEMS gyroskopu [12]	18
Obr.	3.5 princip snímání kapacitním akcelerometrem [11]	19
Obr.	3.6 princip fungování akcelerometru založeném na termálním principu [11]	19
Obr.	3.7 model magnetického pole Země pro rok 2020 [13]	20
Obr.	3.8 BMP180 [14]	21
Obr.	3.9 ukázka surových dat z gyroskopu	22
Obr.	3.10 závislost nulové střední hodnoty na teplotě [15]	22
Obr.	3.11 závislost měření senzoru na rázu zrychlení [15]	23
Obr.	4.1 znázornění Eulerových úhlu [7]	25
Obr.	5.1 princip fungování komplementárního filtru [18]	28
Obr.	5.2 blokový diagram komplementárního filtru [18]	28
Obr.	5.3 schéma Madgwicova filtru pro IMU [16]	31
Obr.	5.4 schéma Madgwicova filtru pro MARG [16]	31
Obr.	5.5 porovnání AHRS algoritmů [17]	31
Obr.	6.1 blokové schéma spínače [21]	33
Obr.	6.2 držák koncového spínače nalevo, koncový spínač napravo	.33
Obr.	6.3 Optický spínač	.34
Obr.	6.4 blokové schéma řízení lineárního vedení	.35
Obr.	6.5 nabíjecí obvod BQ2980	.35
Obr.	6.6 osazená deska plošných spojů	. 36
Obr.	7.1 MPU-6050 při frekvenci 2 rad/s	. 38
Obr.	7.2 MPU-6050 při frekvenci 7 rad/s	. 39
Obr.	7.3 architektura senzoru	. 40
Obr.	7.4 BNO-055 při frekvenci 2 rad/s	. 40
Obr.	7.5 BNO-055 při frekvenci 5 rad/s	. 40
Obr.	7.6 BNO-055 při frekvenci 7 rad/s	.41
Obr.	7.7 poloha s použitím kompenzovaných úhlových rychlostí	. 42

Seznam elektronických příloh

bp_board_nove.rar

bp_microchip.rar

madgwick_algorithm_matlab.rar