

UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

FILOSOFICKÁ FAKULTA

Katedra obecné lingvistiky

Doktorský studijní program Filologie

Disertační práce

Ing. Jan Fikáček

Filosofie nekonečna

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem závěrečnou práci vypracoval samostatně a použil jsem uvedenou literaturu a elektronické zdroje.

V Bruselu dne 14.1.2021



Ing. Jan Fikáček

Obsah:

1.	Úvod – přístup k tématu a jeho cíl	6
2.	Empirické příklady neexistence nekonečna v realitě	9
3.	Argumenty pro empirickou netestovatelnost nekonečna v realitě	23
4.	Závěr k existenci nekonečna v realitě	45
5.	Pokrok ve fyzice jako odstraňování či nalézání nekonečně velkého či nekonečně malého	48
6.	Nekonečno v abstrakci	57
7.	Nekonečno a jazyk	60
8.	Evoluce písma jako osvobozování abstrakce	67
9.	Peníze jako abstrakce	76
10.	Vývoj lidského abstraktního myšlení v ontogenezi	79
11.	Vztah reálného a abstraktního světa, realita jako objektivní abstrakce..	90
12.	Nekonečno v matematice	108
13.	Gödelovy teoremy o neúplnosti	118
14.	Nekonečně malé v infinitezimálním počtu a v geometrii	122
15.	Božská historie nekonečna	131
16.	Negativní metafyzika aneb negativní absolutno	137
	Index	143
	Literatura	145

Anotace:

Práce diskutuje existenci (aktuálního) nekonečna jak v realitě, tak v abstrakci. Protože je empirie primární kritérium pravdy přírodních věd, snaží se nejprve na mnoha fyzikálních příkladech ukázat, že nekonečno v realitě neexistuje. Vytváří tak základ pro empirický axiom neexistence nekonečna ve skutečném světě, jakýsi „horror infinitatis“¹. Dále zkoumá existenci nekonečna v abstrakci, k čemuž používá argumenty z nestandardní analýzy, z filosofie vědy (falsifikaci) a fenomenologie. Zkoumají se matematické i nematematické abstrakce, např. vývoj obecné abstrakce v ontogenezi² psychiky člověka, historický vývoj jazyka, písma a peněz. Provádí se stručná analýza pojmu skutečnost, ze které vyplývá, že realita je v podstatě komplexní objektivní abstrakce. Sjednocení abstrakce a reality, navazující třeba na mnohá sjednocení „světa“ nejen ve fyzice, se používá k rozhodnutí otázky, existuje-li nekonečno v abstrakci. Široké zkoumání se provádí proto, aby byla abstrakce zkoumána s odstupem, s nadhledem, a to časovým i oborovým. Tento interdisciplinárně široký a časově perspektivní přístup umožňuje také lepší pochopení matematické abstrakce, která je obtížně poznatelná z noeticky³ blízkého pohledu samotné matematiky, jež s nekonečnem prioritně zachází. Matematika se totiž nezabývá termíny jako je existence, abstrakce, absolutnost atd., které nicméně mají pro poznání vlastností matematických abstrakcí zcela zásadní roli. Dalším tématem, které se za účelem zkoumání nekonečna používá, je analýza dichotomie absolutního a relativního. Uzavírá se, že lidské poznání je faktem poznávacího centra (subjektu) uvězněno v konečné a relativní oblasti. Na tomto základě se formuluje totální fenomenologie a vykresluje se negativní absolutno, čímž se konstituuje negativní metafyzika. Její nadhled se používá pro analýzu problému nekonečna v abstrakci. Práce se snaží lepším pochopením nekonečna nabídnout nástroj pro zefektivnění vědeckého pokroku v oblasti obecného teoretického uvažování, a to vyloučením nemožných variant (např. kvantového perpetua mobile v podobě časový krystalů) a nabídnutím variant dosud neuvažovaných.

¹ Strach z nekonečna.

² Vývoj jedince.

³ Epistemologicky, gnoseologicky, z hlediska poznání.

Abstract:

The work discusses the existence of (actual) infinity both in reality and in abstraction. Because empirics is the primary criterion of the truth of the natural sciences, it first seeks to show on many physical examples that infinity does not exist in reality, thus creating the basis for the empirical axiom of nonexistence of infinity in the real world, a kind of "horror infinitatis." It further examines the existence of infinity in abstraction, using arguments from non-standard analysis, philosophy of science (falsification) and phenomenology. Mathematical and non-mathematical abstractions are examined, such as the development of general abstraction in the ontogenesis of the human psyche, the historical development of language, writing and money. A brief analysis of the concept of reality is performed, which shows that reality is essentially a complex objective abstraction. The unification of abstraction and reality, following for example the many unifications of the "world" not only in physics, is used to decide the question whether infinity exists in abstraction. The wide investigation is performed to examine the abstraction from a distance, with an overview, both in terms of time and subject. This interdisciplinary broad and time-perspective approach also allows a better understanding of mathematical abstraction, which is difficult to identify from a noetically close perspective of mathematics itself, which treats infinity as a matter of priority. Mathematics also does not even deal with terms such as existence, abstraction, absoluteness, etc., which nevertheless play a crucial role in understanding the properties of mathematical abstractions. Another topic used for the study of infinity is the analysis of the dichotomy of absolute and relative. It is concluded that human knowledge is trapped in the finite and relative realm by the fact of the cognitive centre (subject). On this basis, the total phenomenology is formulated, and the negative absolute is drawn, thus constituting the negative metaphysics. Its overview is used to analyse the problem of infinity in abstraction. The work tries to offer a tool for streamlining scientific progress in the field of general theoretical reasoning by better understanding of infinity, by excluding impossible variants (e.g. quantum perpetual motion) and by offering variants not yet considered.

1. Úvod – přístup k tématu a jeho cíl

Motto: „Vzájemný vztah epistemologie a vědy je pozoruhodný. Jsou na sobě závislé. Epistemologie bez vědy se stává prázdným schématem. Věda bez epistemologie je – pokud je vůbec myslitelná – primitivní a zmatená.“⁴ Albert Einstein, nekrolog k úmrtí Ernsta Macha

Jazyk této práce se snaží být co nejprostší a používat příklady co možná nejnázornější a nejsrozumitelnější, protože má autor za to, že by filosofie měla být disciplína aktivní, ovlivňující lidské myšlení a především speciální vědy tak, aby byly efektivnější ve svém poznávání. Vědci speciálních oborů pochopitelně většinou nemohou být odborníky ve filosofii, tedy používání složité odborné terminologie a komplikovaného vyjadřování by mohlo tuto úlohu ztížit. Vzorem výrazného působení filosofie na vědy může být role filosofie jako matky efektivní vědecké metody, spočívající v empirickém základu ověřování hypotéz experimenty či pozorování a sekundárně na logické či matematické konzistenci jejich modelů. Jde též o to, že filosofie, má-li opravdu co nejvíce pomoci vědám na cestě poznání, musí primárně správně řešit základní otázky, neboť jakmile je v základech stavby myšlení chyba, je celá stavba deformovaná a vede na scestí a k nižší efektivitě. Autor je přesvědčen, inspirován Feynmanovou myšlenkou o nanotechnologiích, vyjádřenou sloganem „tam dole je spousta místa“, že tam nahoře je též spousta místa. Tím se myslí ve filosofii speciálních disciplín, zejména ale filosofii fyziky nebo zde ve filosofii abstrakcí, třeba matematiky.

Jednou z oblastí, kde může filosofie poskytnout nadhled a tím i lepší orientaci „na cestě“, je otázka nekonečna. Nekonečno je problematický pojem i proto, že i když je ve fyzice a matematice velmi frekventované, není více zdůrazňováno jeho interdisciplinární pojetí, prozkoumání ve více oborech najednou, a tím jeho všestrannější pochopení. Přitom souvislosti mezi nekonečny v matematice a ve fyzice, kde se ukazuje nejčastěji, jsou zřejmé. Fyzika neformuluje svá nekonečna téměř nikdy jinak než také v matematické podobě. Je to pochopitelné, je-li alespoň částečně platná myšlenka, že matematika je jazykem přírody, tedy i fyziky. Fyzika je dnes bez matematiky prakticky nemožná.

V práci se inspirujeme například přístupem Antoina Lavoisiera, otcem chemie, který ostatní vědce přesvědčil o svém pojetí prvků a tohoto oboru až teprve tak, že sepsal ucelený a jejich systematický výklad ve své knize *Elementary Treatise on Chemistry* v roce 1789. Další

⁴ Langer J.: Mach a Einstein, str. 179, In: Dub P., Musilová J.: Ernst Mach – Fyzika – Filosofie – Vzdělávání. 1. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2010, s. 179–187. ISBN 978-80-210-4808-9. DOI: 10.5817/CZ.MUNI.M210-4808-2011-179, <https://www.press.muni.cz/media/23999/mach179.pdf>

inspirací je Charles Darwin, který zase systematicky sbíral informace o jednotlivých biologických druzích v co největším rozsahu, aby si tak zajistil empirický materiál. My budeme takto postupovat zejména v první části disertace, kde ukážeme mnoho nekonečen ve fyzice, a ty budeme empiricky ale též racionálně analyzovat. Darwin je inspirací i pro druhou část práce, protože se v ní nespokojíme jen s dnešní finální mainstreamovou podobou nekonečna v abstrakci, stejně jako se Darwin nespokojil s aktuálním výčtem a popisem biologických druhů, nezohledňujících jejich vývoj. Abychom pochopili podstatu matematického nekonečna, budeme analyzovat evoluci abstrakce v lidské psychické ontogenezi, tedy ve vývoji člověka od dítěte k dospělosti. Dále budeme zkoumat vývoj abstrakce na příkladu peněz, písma a jazyka, nevyhýbajíc se ani evoluci matematické abstrakce. Tím se pokusíme lépe pochopit, co to abstrakce vlastně je a může-li být absolutní, tedy jestli může obsahovat absolutní entity jako je (aktuální) nekonečno. Matematika, která je oborem nejvíce se zabírajícím nekonečnem, nám zde zdaleka nebude hlavním „úhlem pohledu“. To proto, že její úlohou není zkoumat podstatu a vlastnosti abstrakce, stejně jako pojem existence. Tyto pojmy jsou přitom pro otázku existence abstrakce zvané nekonečno (v různých oborech) zásadní.

Aby bylo jasné, o čem se mluví, určíme přesně o jakém nekonečnu budeme mluvit. Předběžně a hrubě si jej tady definujme. Práce bude rozlišovat tzv. **aktuální nekonečno**, tedy „pravé“ nekonečno, a „**nekonečno**“ **potenciální**, tedy takové, které je dynamické a v každém čase dospěje pouze ke konečné hodnotě. U takového „nekonečna“ lze jakoukoliv dosaženou a tedy konkrétní konečnou hodnotu vždy překročit, nicméně se tím dosáhne jen další konečné hodnoty a nikdy ne hodnoty opravdu (aktuálně) nekonečné. Když použijeme v práci jen slovo nekonečno, myslíme tím aktuální nekonečno a pro „nekonečno“ potenciální budeme systematicky používat zdůraznění v podobě termínu s uvozovkami a příslušnými přívlastky, tedy např.: potenciální „nekonečno“.

Cílem práce bude prozkoumat, zda aktuální nekonečno existuje v realitě a v abstrakci, například v matematice. V každém případě má ale aktuální nekonečno jako idealizace zásadně progresivní a heuristickou funkci, což dokládá historie fyziky a matematiky. Aktuální nekonečno je totiž falsifikace (Popper) konečné hranice, dokonce každé konečné hranice. A přitom překvapivě ani není potřeba, aby aktuální nekonečno skutečně existovalo, protože pro tuto jeho funkci stačí aby existovalo i jen v představě. Ať už tedy existuje nebo ne, jeho progresivní funkce se tím nemění. Někdy může tuto jeho roli zastoupit jeho falsifikace, tedy potenciální „nekonečno“. To je pak falsifikace oné první falsifikace.

Aktuální nekonečno ale nemůže postačovat jako heuristický princip pro všechny falsifikace hranic, protože jak je nutné nakonec překročit každou konečnou hranici, tak je nutné překonat

i aktuální nekonečno. Aktuální nekonečno nějaké konkrétní vlastnosti či entity by znamenalo, že dál už zkoumat ani není možné. Aktuální nekonečno tak překvapivě též vlastně znamená hranici, je, nehledě na své jméno, definitivním koncem, který už nelze překročit. Je to definitivní, absolutní řešení, které nepřipouští další změnu. Od nás až po nekonečno je totiž vše stejné. V naivní metaforické podobě to lze vyjádřit v součtu nekonečna a libovolného konečného čísla, který dává opět nekonečno. To jsme se evidentně vůbec nepohnuli dál, neudělali jsme ani ten nejmenší krok vpřed, zůstali jsem na místě, zablokováni absolutní hranicí. Tato, jako každá hranice, ale též přece vybízí k falsifikaci a má-li být vědou, nutně popření vyžaduje. Z těchto úvah může plynout, že se v úloze falsifikátora střídá (aktuální) nekonečno s tvrzením o jeho neexistenci.

2. Empirické příklady neexistence nekonečna v realitě

Motto: „Nekonečno se podle všech zkušeností, pozorování a znalostí v realitě nikde nenachází.“⁵ David Hilbert

Motto pochází od zásadního zastávce Cantorovy teorie množin, tedy i zastávce existence aktuálního nekonečna v matematice⁶, Davida Hilberta. Jeho náhled proto může být docela dobrým argumentem proti aktuálnímu nekonečnu v realitě. Argument autoritou není nicméně kritérium pravdivosti, takže se obrátíme se svou otázkou po existenci nekonečna zejména na empirii a též racionální úvahu, jako primární kritéria.

V této kapitole půjde o výčet příkladů (ne)existence aktuálního nekonečna v realitě. Protože ale žádný příklad neboli fakt nemá sám o sobě smysl a musí být začleněn nejen do sítě další pojmů či reálných objektů, musí být vždy i součástí logické sítě, která jednotlivé pojmy spojuje. Proto se v této kapitole budou vyskytovat i logické souvislosti, které se ale budeme snažit minimalizovat. Ty by totiž měly být především obsahem až kapitoly další.

Někteří fyzici občas použijí bonmot, že nekonečno vymysleli matematici jen proto, aby naštváli fyziky. Za tímto vtípem se ale skrývá praktická mnoholetá zkušenost fyziky, že jakmile v jejich rovnicích někde vyjde nekonečná hodnota, je jasné, že daná fyzikální teorie překročila hranice své platnosti a přestala dávat rozumné výsledky. Nekonečno je tak pro fyziku vlastně problém, který musí být odstraněn, abychom dostali realitě odpovídající představu. Podstata tohoto problému spočívá v tom, že v realitě nelze najít nebo změřit nekonečnou hodnotu, kterou rovnice požadují.

Jedním z nejdůležitějších fyzikálních problémů je dnes nekompatibilita obecné teorie relativity a kvantové mechaniky, kterou nejvýstižněji charakterizuje nekonečná hustota singularity černých děr a Velkého třesku, jejich nekonečně malé rozměry, tedy nulové rozměry a tím i nekonečná hustota. Tyto hodnoty vycházejí z rovnic obecné teorie relativity, takže se má za to, že singularita není obecnou teorií relativity do důsledku řešitelná. Jak hypotéza superstrun, dnes v podobě M-teorie, tak hypotéza smyčkové kvantové gravitace se snaží nulové rozměry

⁵ Hilbert D., On the Infinite, in: Philosophy of Mathematics, Ed. P. Benacerraf and H. Putnam (Englewood Cliff, N. J.: Prentice Hall), 134, 1964 or Ellis G.: On the Philosophy of Cosmology, Granada meeting 2011, str. 26, http://www.hr.uct.ac.za/sites/default/files/image_tool/images/32/Staff/Emeritus_Professors/Prof_George_Ellis/Overview/philcosm_18_04_2012.pdf

⁶ „Cantor's paradise is an expression used by David Hilbert (1926, page 170) in describing set theory and infinite cardinal numbers developed by Georg Cantor.“, on 20.12.2020, https://en.wikipedia.org/wiki/Cantor%27s_paradise

singularit eliminovat kvantováním a ukázat, že singularita sice může být extrémně malá, ale vždy má rozměry nenulové. M-teorie toho dosahuje hypotézou superstrun (jako základu všech částic), resp. v novější verzi až vícerozměrných M-brán, a smyčková kvantová gravitace představou „atomů“ prostoročasu. Superstruny s nenulovými rozměry „uklidňují“ var kvantového vakua tím, že nedovolí děje pod určitou hranici velikosti. Tím se vyhnou hrozbě fluktuací nekonečné energie (nebo nekonečného impulsu ve směru dané délky) při nekonečně krátkém čase (či nekonečně malých rozměrech), kterou by si vynucovaly Heisenbergovy relace neurčitosti, konkrétně relace $dt.dE \geq \hbar/2$ (nebo $dx.dp_x \geq \hbar/2$). Všimněme si ale, že se tím odstraňují nekonečna jen z našich představ, z našich teorií, ne z reality, neboť v realitě žádné z těchto nekonečen nikdy neexistovalo. Je zajímavé, že se tady v moderní podobě vrací prastará antická diskuse o tom, jestli je svět ve svém základu spojitý nebo diskrétní, jsou-li základem světa atomy nebo jiné diskrétní objekty či spojitá substance, kontinuum. Vrací se tu diskuse spojená se jmény jako Aristoteles, Leukippos, Demokritos, Newton, Leibniz, Kant a s mnoha dalšími. Odstranění těchto nekonečně malých hodnot je ale zatím jen hypotetické. Pojdme ale už k těm prokázaným.

Od roku 1915 je již popřeným nekonečnem, jehož likvidace byla v roce 1919 a zejména pak v roce 1922 sice nepřímou, ale zato experimentálně potvrzena, Newtonova představa **nekonečně rychlého působení gravitace** na dálku. Toto nekonečno Einstein odmítl (falsifikoval) ve své obecné teorii relativity představou gravitační interakce a gravitačních vln, které se šíří pouze rychlostí světla, ale vlastně též nepřímou⁷ již dříve svou speciální teorií relativity. Za přímé potvrzení této představy, tedy za pozorování gravitačních vln byla v roce 2017 udělena Nobelova cena za fyziku.

Intuitivní představa z přirozeného světa, že se jiný druh interakce, **světlo, pohybuje nekonečnou rychlostí**, tedy že když rozsvítíme lampu, je okamžitě všude, již byla falsifikována mnohem dříve. Už v roce 1676 Ole Rømer, když pozoroval dalekohledem pohyb Jupiterova měsíce Io, určil **rychlost světla jako konečnou** a stanovil první odhad její velikosti. Toto měření bylo pak následně mnohokrát zpřesněno, a tedy konečnost rychlosti světla byla i mnohokrát prakticky potvrzena.

Konečná rychlost světla je také základním postulátem speciální teorie relativity (dále STR), a to zcela nezbytným, protože když se do rovnic této teorie dosadí za rychlost světla nekonečná

⁷ Speciální teorie relativity neřeší rychlost gravitačních vln či rychlost gravitačního působení, ale dává obecně rychlost světla jako rychlostní limit pro objekty s nenulovou relativistickou hmotností.

hodnota, přejdou její rovnice do rovnic Newtonovy klasické mechaniky. Tedy kdyby byla rychlost světla nekonečná, teorie relativity by neexistovala. Snadno si to ukážeme třeba na vzorci kontrakce délky L tělesa pohybujícího se rychlostí v :

$$L' = L \cdot \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Když za rychlost světla, tedy za c dosadíme nekonečno, bude mít podíl v^2/c^2 pro libovolnou konečnou velikost rychlosti v hodnotu nula, závorka pak hodnotu jedna, odmocnina z jedné je jedna. A zbude pak jen banální rovnost $L' = L$, říkající že se délka tělesa (v newtonovské fyzice) nemění při jakékoliv (i nadsvětelné) rychlosti.

Ve speciální teorii relativity je **rychlost světla také limitní** v tom smyslu, že všechna tělesa s nenulovou klidovou hmotností se mohou svou rychlostí blížit rychlosti světla, ale nikdy jí nemohou dosáhnout. To neguje teoretickou možnost nekonečné rychlosti v newtonovské fyzice. Limitní rychlost se ostatně prakticky ukazuje při každém urychlování částic například v CERNu, ale samozřejmě i v každém jiném urychlovači. Podle vzorce STR by se při takovém zrychlování až k rychlosti světla spotřebovalo nekonečné množství energie a pak by také těleso dosáhlo nekonečné relativistické hmotnosti (i když jsou i jiné výklady tohoto jevu, které mají hmotnost za stálou⁸, a tu nekonečnou pouze za „dojem“ vzniklý jiným mechanismem, který však také „trpí nemocí nekonečnosti“). Takže tu máme další nekonečna. Ale ta jsou jen důkazem toho, že je něco nemožné. Je to tedy sdělení, že objekty s nenulovou klidovou hmotností nemohou rychlosti světla dosáhnout. Částice nemůže nabýt nekonečné energie a tím ani nekonečné hmotnosti. Speciální teorie relativity tady přestává platit, a tak jsou úvahy o tom, že z hlediska fotonu čas stojí, založené na vzorcích STR nebo že se náš prostor kontrakcí stane dvourozměrným ne zcela podložené. STR platí jen pro podsvětelné rychlosti, ne pro rychlost světla (i když s ní neustále operuje), nebo rychlosti nadsvětelné. Dosadíme-li do vzorců STR rychlost světla, dávají nekonečně velké (dilatace času a nárůst hmotnosti) nebo nekonečně malé hodnoty (kontrakce délky), tedy evidentně zde už STR nedává reálné výsledky.

Pro lepší i emoční pochopení a přesvědčivost můžeme překvapivě využít k ilustraci nedostupnosti rychlosti světla a tím i nekonečné hmotnosti objektů (s nenulovou hmotností) metafory z románu Franze Kafky Zámek. Celým románem prostupuje v mnoha podobách „neschopnost“ zeměměřiče K. dostat se do zámku. Všichni mu v cestě do něj či v přímém kontaktu s ním brání, ať už jsou to úředníci (např. Klamm), se kterými se setkává, nebo zámecký Barnabáš či někdo, kdo ho může odvézt na saních. Asi nejcharakterističtější je pro náš

⁸ Einstein též uvažoval o tom, že za hmotnost lze označit pouze klidovou hmotnost.

účel scéna, když se zeměměřič K. vydá sám na zámek, ale dojdou mu síly, nebo scéna, ve které ho dva muži násilím odvedou a finální tečkou je konečně nabídka práce pro zámek, jenže právě ve chvíli, kdy K. umírá⁹. Franz Kafka se setkával s Albertem Einsteinem v domě U jednorozce na Staroměstském náměstí, kde Einstein dokonce někdy vystupoval se hrou na housle¹⁰. A zřejmě byl jeho speciální teorií relativity v tomto případě inspirován.

Všechny částice, které mají nulovou klidovou hmotnost (fotony, gluony apod.) se pohybují ve vakuu právě rychlostí světla, a ne rychlostí větší (nebo menší). To platí i pro gravitační vlny, tedy rychlost světla vlastně není jen rychlostí světla, ale rychlostí všech částic (či vln) s nulovou klidovou hmotností. Jak titěrná je tato rychlost, kterou jsme měli dříve za nekonečnou, se ukáže ve vesmírných měřítkách. Fotony reliktního záření k nám dorazily za více než 13 miliard let. Tedy toto „nekonečno“ rychlosti, bylo opravdu hodně malé „nekonečno“.

Popření nekonečnosti rychlosti světla bylo nutným předpokladem speciální teorie relativity a popření nekonečné rychlosti šíření gravitace vyplývá z obecné teorie relativity. Předběžně vzniká dojem, že by **vývoj fyziky** mohl být kromě jiného také při zásadních změnách **popřením nekonečnosti** některých veličin. **Nekonečno se zde jeví pouze jako zjednodušení, aproximace konečné, i když velmi velké hodnoty.** Anebo nekonečně malé, tedy nulové hodnoty se jeví jako idealizovaná podoba nenulových hodnot. Tento předběžný závěr si teď co nejvíce dále empiricky podložíme. Neexistenci nulových hodnot jistých veličin potvrzuje i kvantová mechanika, která falsifikovala představu klasické Newtonovy mechaniky, že svět je spojitý, tedy jako by se skládal z nekonečně malých dílků nebo, máme-li to formulovat aristotelsky, je do nekonečna dělitelný na menší a menší části, je dokonalým kontinuem. A též kvantová mechanika, kdybychom Planckovu konstantu položili rovnou nule, přejde v klasickou fyziku. I snahy o kvantovou teorii gravitace se přece snaží odstranit nekonečně malé či nekonečně velké hodnoty vyplývající z obecné teorie relativity.

Neuniklo ale výše v úvahách o speciální teorii relativity jedno nekonečno naší pozornosti? **Nulová klidová hmotnost** je přece nekonečně malá klidová hmotnost. A ta nemá existovat! Uvědomme si, že nula je v tomto případě pouze výsledkem matematické a fyzikální extrapolace na základě Michelson-Morleyho pokusu prokazujícím stálou rychlost světla

⁹ Tato finální tečka je ale informace pocházející jen od autorova nejbližšího přítele, Maxe Broda, neboť v románu tato pasáž není, protože zůstal nedokončen.

¹⁰ Viz https://cs.wikipedia.org/wiki/D%C5%AFm_U_b%C3%ADl%C3%A9ho_jednoro%C5%BEce#Historie

ve všech inerciálních soustavách a produktem dalších úvah¹¹. Ale empiricky přímo není možné nulovou klidovou hmotnost potvrdit prostě proto, že fotony a další částice s nulovou klidovou hmotností v klidu nikdy nejsou. Stále se ve vakuu pohybují rychlostí světla a ne jinou. A při této rychlosti vždy nenulovou hmotnost mají. Klidová hmotnost fotonů je jen fiktivní vlastností, jaká by bývala mohla být, kdyby bývalo bylo možné foton zastavit a kdyby bylo bývalo možné dosadit do vzorce $m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ za v rychlost c . Foton s nulovou hmotností by měl nulovou energii (nepohybuje se) a nulový impuls, a proto by neexistoval. Co neexistuje, nemá žádné vlastnosti a nemůže s ničím interagovat. Uvažovat o fotonu v klidu je to tak trochu jako přemýšlet o dynamických vlastnostech rovinné vodní vlny, která zamrzla. Z experimentů (např. v CERNu) navíc nepřímou vyplývá, že klidovou hmotnost fotonů lze pouze omezit shora hodnotou okolo 10^{-17} eV¹². Jako by ani tato teoretická nula nebyla dosažitelná tímto nepřímým způsobem.

Častá interpretace sice tvrdí, že fotony hmotnost nemají a je to pouze čistá energie, jenže úplně stačí podívat se do fyzikálního rozměru energie, tedy $\text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2}$, kde ono kg pochopitelně označuje hmotnost. Ve struktuře energie je tedy hmotnost nutně obsažena, a tak každá energie aktuálně nevyhnutelně disponuje i nenulovou hmotností podle vztahu $E=m\cdot c^2$. Hmotnost fotonů se dá také snadno odvodit z jejich frekvence či vlnové délky, a to podle vzorce $m = h / (\lambda\cdot c)$ nebo $h\cdot f/c^2$, kde m je hmotnost, h Planckova konstanta, c rychlost světla, λ vlnové délka a f frekvence fotonu. Impuls fotonu, tedy i nenulová hmotnost plyne také z fotoelektrického efektu, za jehož vysvětlení dostal Albert Einstein Nobelovu cenu. Když se vrátíme k Michelson-Morleyovu pokusu, a tedy základu speciální teorie relativity¹³, který dokazuje, že ke každému pozorovateli (s nenulovou klidovou hmotností) se světlo pohybuje stejnou rychlostí c , a budeme se snažit spočítat relativistickou hmotnost fotonu, narazíme na velké potíže. Zkusme klidovou hmotnost fotonu m_0 odvodit z prosté rovnice pro relativistickou hmotnost. Tuto vyjádříme rovnicí $m_0 = m \cdot \sqrt{1-v^2/c^2}$, kde m je relativistická hmotnost.

¹¹ Gibbs P.: Does light have mass?, DESY, Zeuthen 1997, https://www.desy.de/user/projects/Physics/Relativity/SR/light_mass.html a Sandin T. R.: In defense of relativistic mass, American Journal of Physics, 1991, <https://aapt.scitation.org/doi/10.1119/1.16642>

¹² Jacholowski A.: „From a puerly experimental point view it is possible only to estimate an upper limit of the photon mass of about 10^{-17} eV.“ Quora, 23.11.2020, https://www.quora.com/What-is-the-derivation-of-the-zero-rest-mass-of-a-photon/answer/Adam-Jacholkowski?_pmsg_ =+bFgycUp6c1RIWS02NW03TnNWRDA6YS5hcHAudmllidy5wbXNnLIN1Y2Nlc3M6W1siV GhhbmtzIGZvciB5b3VyIHJlc3BvbnNlISBZb3VyIGZlZWVWYWNrIGhBZlGlHt9XQ**

¹³ Je to logický či pedagogický základ, nicméně Einstein zřejmě o tomto pokusu v roce 1905 nevěděl. Nikde se o něm ve svém článku z roku 1905, který založil na přenesení vlastností elektromagnetismu do oblasti klasických těles, nezmiňuje. Elektromagnetický základ STR je zřejmý už z názvu článku K elektrodynamice pohybujících se těles.

Odmocnina je při $v = c$ rovna nule, a tedy při libovolné konečné „relativistické“ hmotnosti je m_0 nulová. Jenže o něco výše jsme učinili závěr, že pro rychlost světla (u objektů s nenulovou klidovou hmotností) přestávají rovnice STR platit, a teď dosazujeme $v = c$. O takovéto odvození se tedy nedá opřít. Nulová klidová hmotnost fotonu také vyplývá z perturbační teorie. Ale otázka je, co to vlastně znamená, že vychází nulová klidová hmotnost. Znamená to, že foton tuto vlastnost nemá a ostatní vlastnosti má? Z faktu, že foton nemůže být v klidu, zřetelně vyplývá, že takový nositel neexistuje. Neexistuje tedy nic takového, co by nekonečně malou hmotnost mohlo mít. Nulová hmotnost znamená nulovou energii a tedy neexistenci (v našem prostoročase). Zbývá zřejmě banální zjištění, že kdyby foton neexistoval, „měl“ by nulovou hmotnost.

Experimentálně se pokusil dokázat, že fotony mají impuls (uvažovaný i jako pohon solárních plachetnic) a tedy i hmotnost v roce 1899 Pjotr Lebeděv vychýlením malé hmotné plošky upevněné na koncích velmi lehkého vahadla (torzních vah), které bylo zavěšeno na tenkém vlákně¹⁴. Celé zařízení bylo pro odstranění vlivu proudů vzduchu umístěno ve vakuové trubici. K vychýlení použil světlo obloukové lampy. O něco podobného se pokusil už v roce 1873 William Crookes, podle kterého je přístroj nazván Crookesův mlýnek¹⁵. Tento mlýnek stejně jako přesvědčivé Lebeděvovo řešení ale roztáčí teplo tvořené dopadem fotonů, ne samotný dopad fotonů, což lze vysledovat podle toho, že infračervené světlo roztáčí tento mlýnek podstatně snadněji. Jde tedy především o tepelný motor. Experimentální potvrzení hmotnosti fotonů tedy zatím není k dispozici, jestliže za ně nepovažujeme třeba anihilaci částic s nenulovou klidovou hmotností nebo vznik páru částice–antičástice z fotonů. A zakřivování paprsků světla kolem hmotných objektů. To se samozřejmě standardně vykládá jako změna dráhy zakřivením prostoročasu, ale copak změna dráhy objektů s nenulovou klidovou hmotností není způsobena jeho zakřivením? Rozdíl tady je jen v tom, že ne veškerá hmotnost tělesa se projevuje jako jeho pohybová energie, jak je tomu třeba u fotonů. Kdyby fotony neměly ani „relativistickou“ hmotnost, jejich dráha by se nezakřivovala podle geodetik.

Vzniká tu patrně možnost, že falsifikace představy nekonečně malé klidové hmotnosti může ukazovat cestu k dalšímu kroku za hranice současného poznání, máme-li soudit podle

¹⁴ Lebeděv P. N., Experimental examination of light pressure, *Annalen der Physik*, 6, 433, 1901, <http://if.pw.edu.pl/~wierzba/zajecia/ed15/lebedev.pdf> nebo <http://web.ihep.su/dbserv/compas/src/lebedev01/eng.pdf>

¹⁵ Worrall J. (1982), "The pressure of light: The strange case of the vacillating 'crucial experiment'", *Studies in History and Philosophy of Science*, 13 (2): 133–171, [doi:10.1016/0039-3681\(82\)90023-1](https://doi.org/10.1016/0039-3681(82)90023-1)

uváděných případů, kde překonání zjednodušené představy nějakého nekonečna často znamenalo pokrok ve vědě.

Snad nejvíce tak tomu bylo v případě kvantové mechaniky. Popření nekonečně malých změn některých vlastností je také jejím příběhem. V tomto příběhu představa absolutně spojitého pole, tedy kontinua složeného z nekonečně malých diskrétních částí, byla fyzikálně a zejména matematicky podložně popřena poprvé v roce 1900 Maxem Planckem. Jediný možný způsob, který uměl správně spočítat vyzařování absolutně černého tělesa, byl totiž ten, který uvažoval, že energie může vyzařovat pouze v celých kvantech, třebaže nepatrných. Kdyby nebylo elektromagnetické záření kvantováno a mohlo být vyzařováno v určité frekvenci v libovolně malé dávce (nekonečně malé), pak by černé těleso podle klasického výpočtu ztratilo za jednotku času nekonečně mnoho energie, čímž by ztratilo veškerou energii a jeho teplota by byla absolutní nula. Tuto ultrafialovou katastrofu ale v realitě nepozorujeme. Všimněme si mimochodem, že nula a nekonečno jsou (často) dvě strany téže mince. Kde je nekonečno, je i nula a obráceně, což je sice banální, nicméně právě toto vtahuje nulu do „hry“ o nekonečno.

Planck ještě považoval kvantování pouze za vhodný matematický trik, kterému ale nic v realitě neodpovídá. Kvantování vzal poprvé vážně až v roce 1905 Albert Einstein, když vysvětlil fotoelektrický jev za pomoci představy kvant elektromagnetického pole zvaných fotony. Dá se tak říci, že moderní fyzika by nevznikla bez popření nekonečna u některých zdánlivě nekonečně velkých nebo nekonečně malých fyzikálních entit.

Ale „horror infinitatis“, tedy „strach z nekonečna“, má svou roli už i v klasické mechanice, která tvrdí, že bez přísunu energie nemůže žádný pohyb existovat po nekonečnou dobu, tedy že nemůže existovat perpetuum mobile. Neboli že žádný pohyb nemá nekonečně malé, tedy nulové ztráty. Nekonečně dlouho trvající pohyb bez přísunu energie, třeba ve formě zákona setrvačnosti, je hezká a velmi užitečná myšlenka, nicméně je to pouze idealizace, která v realitě nikde neexistuje. Vždy působí například tření okolního prostředí, které dokonce vedlo Aristotela k chybné představě, že se každý pohyb bez síly „hned“ zastaví. Dále například gravitační síly „hnětou“ obíhající planety či měsíce a slapovými silami brzdí všechny rotace takovýchto objektů.

Perpetuum mobile by porušovalo 2. zákon termodynamický, vysvětlující, že každý systém se postupně samovolně dezorganizuje, jeho entropie tedy stoupá. Problém je už v tom, že v praxi není možné absolutně dokonale cokoliv izolovat, tedy zamezit vnějším vlivům (limitovat vnější vlivy na nekonečně malou hodnotu). Nelze proto ani zcela eliminovat přísun

energii, tedy i možnost zvyšování organizace, což je i snižování entropie. Část podstaty tohoto zákona je ale v tom, že každý systém je nenulově otevřen směrem ven a v tom případě je cesta k úniku energie volná. Touto cestou nejsou jen nedokonale „utěsněné“ extenzivní hranice systému, ale i nenulově průchodné vnitřní strukturální hranice každého objektu. Vývoj žádného tělesa není absolutně samovolný, což se dá zdůvodnit tím, že „vnitřek“ tělesa není nikdy homogenní, ale každé těleso má strukturu. Perpetuum mobile by pak porušovalo i zákon zachování energie, protože by ke svému neustálému chodu potřebovalo vytvářet energii z ničeho. (Další část 2. zákona termodynamického říká, že nic se samovolně neděje „do kopce“, např. studenější těleso neohřeje těleso teplejší, což ale úzce souvisí i s hranicemi a okolím systému, kde je únik energie procesem „z kopce“, neboť intenzita energie, „teplota“ okolí je z principu menší než „teplota“ tělesa. Tento druhý rys zákona nás však už tolik nezajímá.)

Ale i uzavřené systémy, které mohou mít samoorganizační tendence¹⁶, za jejichž výzkum dostal v roce 1977 Ilja Prigogine Nobelovu cenu za chemii (za výzkum právě v termodynamice), jsou v čase zřejmě konečné. Z praxe třeba dobře víme, že vše živé nakonec zahyne a že v přírodě funguje koroze a eroze a další degradační procesy, které nakonec vše destruuje. Nad nimi mohou samoorganizační (i organizační) procesy dočasně zvítězit, zejména za přísunu energie, ale toto vítězství se skutečně jeví jen jako dočasné. Zatímco 2. věta termodynamická je již solidně prozkoumána, konečnost otevřených systémů v čase takto důkladně studována a zdůvodněna zatím nebyla. Jen praxe nám ukazuje konečnost i těchto systémů. Dokonce to vypadá, že „smrt“ otevřených systémů je často rychlejší než těch uzavřených a 2. věta termodynamická je jen limitní případ, při kterém je otevřenost systému velmi malá a systém se vyvíjí samovolně z vnitřních příčin. Nulová, tedy nekonečně malá, ale není nikdy.

Dalším příkladem, který ilustruje neexistenci nekonečně malého je 3. zákon termodynamický. Ten tvrdí, že nelze dosáhnout absolutní nuly, tedy že není možné se absolutní nule přiblížit na nekonečně malou „teplotní vzdálenost“. Sice se uvádí formulace, že je možné se jí přiblížit „limitně blízko“, tedy velice blízko, ale to je vlastně přiznání, že bude stále nenulový rozdíl mezi dosaženou teplotou a absolutní nulou. Limita totiž svou podstatou neoperuje přímo v bodě, ale v jeho okolí (viz epsilon delta okolí) s nenulovými rozměry¹⁷. S tím docela ladí

¹⁶ O něco podrobněji je toto téma rozebráno v kapitole 5. Pokrok ve fyzice jako odstraňování či nalézání nekonečně velkého či nekonečně malého.

¹⁷ Krtouš P.: Nekonečně velké problémy s nekonečně malými čísly, Ústav teoretické fyziky MFF UK, Praha 9.1.2014, čas 12:00, <https://youtu.be/k9h8gPqSjgl?t=720>

přirovnání ke zmenšování Alenky v Říši divů, když po pádu králičí norou vypije lahvičku s nápisem „Vypij mě“, což je metafora limity¹⁸ z pera Lewise Carolla.

Absolutní nuly není možné dosáhnout proto, že teoreticky bychom k tomu potřebovali nekonečně mnoho kroků, jenže k těm bychom potřebovali nekonečný čas, který pochopitelně nemáme. Prakticky se tady ukazuje, že jednoho nekonečna, nekonečně malé teploty, lze dosáhnout jen jiným nekonečnem, nekonečným počtem kroků ochlazování. Toto lze nazvat **tautologií nekonečna**, na kterou se budeme v této práci odvolávat často. To jsme viděli i u STR, kde k nekonečné dilataci času potřebujeme nekonečnou energii k urychlení tělesa s nenulovou klidovou hmotností na rychlost světla. Upřesněme jen, že to nekonečno, které je nutné k vytvoření dalšího, je buď jiného nebo dokonce stejného druhu.

Když si teplotní stupnici znázorníme v logaritmické škále, je absolutní nula nekonečně daleko, tedy nedosažitelná. V roce 1999 byla realizována nejnižší teplota, a to 0,000 000 000 1 kelvinů, tedy jsme byli jen 100 pikokelvinů od absolutní nuly, bájného stavu, kde se všechny částice přestanou pohybovat. Tento stav je ale zřejmě opravdu jenom bájí, která je teoreticky vypočtená, empiricky ale neověřená a podle 3. zákona vlastně neověřitelná. Podobně jako je dokonalá setrvačnost, tedy perpetuum mobile, jen nerealizovatelná myšlenka. Absolutně nulová teplota je tak opět jen idealizace, které nelze v realitě dosáhnout. Ani bychom ji v praxi neuměli změřit, protože citlivost, které umí současná termometrie dosáhnout, je 50 pK. Ani měření není nikdy nekonečně přesné. (Opět tu vystupuje tautologie nekonečna.)

Lze se jen dohadovat, že příčinou nemožnosti dalšího nekonečného počtu kroků k nižší teplotě mohou být kvantové pohyby vně či uvnitř částic nebo(li) kvantové fluktuace vakua nebo Heisenbergovy relace neurčitosti, vliv kvantové pilotní vlny, přičemž by tyto čtyři možnosti mohly být vlastně totéž. Žádná částice, zdá se, nemůže být dokonale izolovaná proti vlivům ze svého okolí či vlivům ze své struktury. Zároveň by tato situace měla být ilustrací toho, že žádný pohyb (částice) nemůže být nekonečně malý, tedy nulový. To by ostatně šlo dokládat i v makroměřítku, protože například kámen, který vidíme zcela v klidu, je neustálý tepelný pohyb jeho atomů a molekul sem a tam. Kámen se tedy ve skutečnosti mikroskopicky chvěje.

Všechny tyto případy jsou empirické, mnohokrát ověřené skutečnosti, které mají často podobu postulátů, axiomů či axiomatických zákonů, a všechny dokládají **axiom neexistence**

¹⁸ Bayley M.: Alice's adventures in algebra: Wonderland solved, in New Scientist, 16.12.2009, <https://www.newscientist.com/article/mg20427391-600-alices-adventures-in-algebra-wonderland-solved/>

nekonečna¹⁹, který je tímto podepřen empiricky. Jako prostá tvrzení, ověřená extrémním počtem testování či praktickými zkušenostmi, jsou tato těmi z nejpevnějších. To zaručuje právě velký počet opakování takových ověření a také jejich extrémní blízkost k realitě, která není komplikována nějakou vždy alespoň částečně zpochybnitelnou interpretací fyzikální teorie nebo matematického modelu. Takováto extrémní solidnost fyzikálních axiomů je proto základem pevnosti axiomu neexistence nekonečna. Zaveďme si zde pojem **noetická vzdálenost**, kterou můžeme zhruba definovat jako míru zprostředkovanosti zjištěných fakt. Například existence Higgsova bosonu je něco odhaleného velmi zprostředkovaně ve srovnání s faktem existence jablka v naší ruce. Poznání jablka vyžaduje nesrovnatelně méně námahy, méně lidské „práce“, což je vlastně už ekonomické pojetí (viz hodnota jako obsah abstraktní lidské práce). Zároveň čím více a složitějších úkonů získávání fakt potřebuje, čím více je zprostředkované, tím větší je též nebezpečí (systémové) chyby, k jejíž eliminaci je právě potřeba víc a více lidského úsilí. Nebezpečí oněch chyb vyplývá z kybernetické zákonitosti, že každý přenos informace je ztráta, zkreslení a zpoždění informace. Čím je takový přenos na delší vzdálenost (časovou, prostorovou, strukturní atd., tedy obecně noetickou), tím je zkreslení, ztráta a zpoždění větší.

Ale pokračujme ještě chvíli v příkladech neexistence nekonečně malého či nekonečně velkého, abychom pevněji podložili náš závěr, který se zatím může jevit příliš předčasný. Můžeme náš axiom podložit i fakty z vývoje vesmíru. Když Georges Lemaître ukázal Einsteinovi řešení rovnic obecné teorie relativity, které jasně ukazovaly na rozpínání a tedy i na vznik vesmíru, Einstein prohlásil, že taková fyzika je odporná (za což se Lemaîtreovi později omluvil), i když je řešení rovnic správné. Tak silná byla jeho představa, že vesmír tu už existuje nekonečně dlouhou dobu a že je statický, že je to vlastně jakési perpetuum mobile. Einstein dokonce přišel s ad hoc nápadem tzv. kosmologické konstanty coby projevu zatím nepozorované síly (dnes některými interpretované jako temná energie), která by vesmír udržela neměnný, a tedy nekonečně dlouho existující jak v minulosti, tak v budoucnosti. (Ironií je, že ani zahrnutí takovéto pevné konstanty do výpočtu nedává žádné statické řešení.) Hubbleovo pozorování kosmologického rudého posuvu vzdálených galaxií, tedy faktu, že se od nás vzdalují všemi směry, pak bylo prvním empirickým signálem, že vesmír časově nekonečný není a že vznikl z jednoho „bodu“. Časovou nekonečnost vesmíru (přinejmenším v minulosti) de facto definitivně pohřbil objev reliktního záření coby důsledku Velkého třesku, třebaže nepřímého.

¹⁹ Fikáček J.: Experimentální filosofie jako efektivní cesta k revoluci ve fyzice, ERGOT, ISSN 2533-7564, 3.9.2017, <https://ergotsite.wordpress.com/2017/09/03/experimentalni-filosofie-jako-efektivni-cesta-k-revoluci-ve-fyzice/>

Reliktní záření totiž vzniklo (uvolnilo se) několik stovek tisíc let po Velkém třesku v důsledku rekombinace (spojení elektronů s jádry vodíku a hélia), která způsobila průhlednost dříve neprůhledného vesmíru. Nekonečno se ale zase nekoná.

Perpetuum mobile tedy není náš vesmír, ale ani planety či jiná nebeská tělesa. Slapové síly, jak jsme už ukázali výše, zničily dávnou představu absolutně dokonalých pohybů gravitačně se ovlivňujících těles nebeské sféry, tedy i představu nekonečně dlouho se pohybujících planet. Tuto představu dokonalosti už zásadně narušil Galileo Galilei, když svým v té době hi-tech dalekohledem, který zvětšoval 8x, pozoroval například, že Měsíc není žádné dokonale kulové nebeské těleso, ale že jsou na něm hory a údolí jako na Zemi. Na chvíli se zastavme a představme si vizuálně ten rozdíl mezi Zemí jako ideální „bílou“ koulí a oproti tomu její skutečnou pestrostí všech tvarů a barev hor, údolí, pouští, řek, moří, ledovců a vnitřní struktury zeměkoule. Představa nebeské sféry jako oblasti dokonalých nadpozemských pohybů à la perpetuum mobile se ukázala pouze jako náš krásný sen zrozený z toho, že **nedokonalosti se propadly za horizont našeho poznání**, tedy jsme je jen nezaznamenali.

Dnes se takto dokonale jeví mnoho pohybů v kvantové mechanice (třeba spin, časové krystaly atd.), i ty při běžném pohledu vypadají jako perpetuum mobile, protože u nich neregistrujeme žádné ztráty energie. Můžeme se tak domnívat, že stabilní částice (proton, elektron, foton...) budou beze změny existovat věčně, tedy nekonečně dlouho. Ale protože před Velkým třeskem zřejmě neexistovaly, je tím už jejich nekonečnost vyloučena, protože v jakékoliv budoucnosti budou existovat jen po konečnou dobu od Velkého třesku. Jejich nekonečné trvání do budoucnosti je ale možná také jen otázka toho, že ony ztráty energie jsou tak nepatrné, že je zatím „nevidíme“. Nebo jsou tyto ztráty u (všech) částic průběžně eliminovány dodáváním energie zvnějšku, třeba v podobně všudypřítomné temné energie nebo pilotní kvantové vlny (respektive, máme-li to formulovat v termínech nejpoužívanější, tedy Kodaňské interpretace kvantové mechaniky a kvantové teorie pole, pak by energie mohla být dodávána z kvantových virtuálních fluktuací vyskytujících se pod hranicí Heisenbergových relací neurčitosti) apod.

V každé případě se ale můžeme v několika případech přesvědčit o konečnosti kvantových procesů a objektů už dnes. Poločas rozpadu protonu může být podle některých představ sice neuvěřitelně velkých 10^{39} roků, ale když uděláme naivní podíl tohoto čísla a nekonečna, dostaneme nulu. I taková ohromná doba života, je-li pravdivá, tak **není ani prvním a nejmenším krokem k nekonečnu**. Navíc poznamenejme, že předpoklad nekonečné délky života například fotonu není v empirické vědě ani vědecká hypotéza, neboť nekonečné trvání nedovoluje, abychom ho pozorováním či experimentem ověřili. Na takové ověření bychom

totiž museli čekat nekonečně dlouho neboli jeho výsledek nebudeme mít nikdy. A taková nekonečně dlouhá existence by nebyla tedy ani falsifikovatelná (Popper), kdyby měla být pravdivá, nebyla by proto vědecká. A pakliže falsifikaci připouští a falsifikována bude, je sice vědecká, ale nepravdivá. V každém případě je tedy nepravdivá.

K řešení otázky mohou-li být kvantové procesy perpetuum mobile a trvat nekonečně dlouho nám pomůže pozorovat tyto v makroměřítku. Například je známa (**elektrická**) **supravodivost**, tedy schopnost některých hluboce podchlazených látek vést proud prakticky bez elektrického odporu. Vytváří to představu pohybu totálně bez ztrát. Nejpřesnější měření ale ukázalo, že perzistentní proud v uzavřené smyčce supravodiče by měl být stálý nejméně 100 tisíc let²⁰. Test ale trval jen 37 dní a oněch 100 000 let je pouze aproximace. Ztráty u tohoto proudu jsou velmi nepatrné, nicméně k odhadu kolem 100 000 let beze změny nás nutí nepřesnost měření, ve které se infinitezimální ztráty velmi pravděpodobně skrývají. Podstatná informace se tedy opět skrývá za naším horizontem, přesněji tady za nenulovou nepřesností měření (tautologie nekonečna). Někteří odhadují, že tento proud může být stálý i v časovém rozsahu existence vesmíru, což je názor, který ale experiment nepotvrzuje. Ale i kdyby tomu tak bylo, tak 13,7 miliard let není ani první nepatrný krok k nekonečnému trvání, nekonečno je pořád stejně, tedy nekonečně, vzdáleno. I kdybychom takový test prováděli po celou dobu existence vesmíru, nemůžeme z něj udělat závěr o absolutně bezztrátovém procesu, protože každá extrapolace do nekonečna musí být dozajista špatně, neboť překračuje časový rozsah experimentálně získaných dat nekonečněkrát.

Pjotr Leonidovič Kapica, objevitel supratekutosti, použil termín supravodivost pro **tepelnou supravodivost**, a jen aby se to nepletlo s elektrickou supravodivostí, se názvu supravodivost pro její tepelnou formu později vzdal. Mluvme chvíli o tomto druhém příkladu, o tepelné (supra)vodivosti supratekutého Helia II, která je cirka 100tisíckrát vyšší než tento druh vodivosti u mědi za pokojové teploty nebo asi 3miliónkrát lepší než tepelná vodivost vody. Přesto pochopitelně není absolutní, nekonečná. Ztráty jsou vždy nenulové, ani tady perpetuum mobile neexistuje. Proto nejsou ani časové (kvantové) krystaly²¹, navržené Frankem Wilczekem, velmi pravděpodobně žádným perpetuum mobile. Jde o periodicky se opakující kvantové procesy, např. spin. Jen naše nedokonalé vnímání a nedokonalé přístroje ony ztráty zatím neznamenaly a proto nevíme, že takový kvantový proces je vždy nenulově otevřený

²⁰ File J., Mills R.: Physical Review Letters 1963: U prvního testu vyšlo, že proud bude beze změny 144 500 let ± 16 300, u druhého pak 119 450 let ± 8 700

²¹ [Wilczek F.: Quantum Time Crystals in Physical Review Letters 109/16 \(2012\),
https://arxiv.org/abs/1202.2539](https://arxiv.org/abs/1202.2539)

do okolí, a hlavně nenulově otevřený do své struktury, kde se dají očekávat energetické ztráty, tedy jakési „kvantové tření“, třebaže „pro nás“ (v Kantově smyslu) zatím nepatrné. (Původní čistá myšlenka perpetua mobile není stroj, který koná práci bez přísunu energie, ale proces, který se věčně opakuje bez dodávky této – např. princip setrvačnosti – a který také nevydává energii vůbec žádnou. Proto v práci nediskutujeme různé druhy perpetua mobile.)

Z axiomu neexistence nekonečna můžeme odvodit i axiom připomínající starou řeckou filosofii²², a to že vše vzniklo a zanikne, protože tu jde jen o konečnost všeho v čase. Je to prosté, žádný děj, žádný objekt nemůže existovat nekonečně dlouho v žádném směru, ani do budoucnosti, ani do minulosti. Musel tedy vzniknout a nutně i zanikne, ať už jde o vesmír nebo o lidstvo či cokoliv dalšího.

Už mnohokrát jsme se mohli přesvědčit, že to, co se jeví jako dokonalé, se tak jeví jen proto, že náš pohled a naše znalosti jen zůstávají vždy na „povrchu věcí“. Máme tedy pádný důvod spolehnout se na to, že nic v našem poznání není absolutní, zcela dokonalé, právě i tak, že to nemůže být nekonečné či nekonečně malé?

Euklidovi stačila empirická podpora, podložená z reality odvozenou logikou, aby formuloval své spolehlivé geometrické axiomy, na nichž postavil tak exaktní vědu, jako je jeho geometrie. S podobnou spolehlivostí můžeme nyní na základě empirie přijmout již zmíněný axiom neexistence nekonečna v realitě. Euklides jinak, i když budoval geometrii jako abstraktní vědu, která měla být absolutní a tedy i dokonalá, stejně takovou disciplínu nestvořil. Jeho axiom s rovnoběžkami byl totiž falsifikován například Lobačevského a Riemanovou zakřivenou geometrií.

Filosofie není často pokládána za vědu kvůli tomu, že se těžko dokazují její závěry vzhledem k jejich abstraktnosti a vzdálenosti od reality (velké noetické vzdálenosti). Jenže (nejen) v tomto axiomu může mít filosofie pevný empirický a tím i vědecký základ, přestože se klene nad speciálními vědami. Dokonce empirické filosofické axiomy, jako je právě axiom neexistence nekonečna, mohou být možná ještě pevnější než fyzikální teorie, které jsou vždy závislé na omezené pravdivosti své fyzikální interpretace (což je dnes velmi patrné třeba u velkého množství výkladů kvantové mechaniky), která zvyšuje noetickou vzdálenost a tím i možnost chyby. A dále jsou fyzikální teorie opřeny o matematický model, který je nutně vždy zjednodušením, protože jinak by teorie ani nebyla vědecká, protože by nebyla falsifikovatelná. Věda není dogma. Každá složitá teorie, tento most mezi realitou a naším pochopením, může

²² Hérakleitos z Efesu: „Všechno se pohybuje a nic netrvá.“

být na jedné straně předností díky exaktnosti, přesnosti, kterou právě matematický model dává, nicméně na druhé straně je vždy také rizikem, ba nevyhnutelností zkreslení, přinejmenším zjednodušením obrazu světa (viz falsifikace), a to právě kvůli oné velké noetické vzdálenosti.

Filosofické axiomy opírající se o empirii jsou nejen velmi spolehlivé, ale díky obecnému charakteru filosofie mají širší platnost než axiomy speciálních věd, platí totiž vlastně ve všech disciplínách, kde je možné je nalézt. Přitom mají díky své obecnosti také zřejmě delší časový horizont platnosti, „nahmatávají“ hlubší (ve smyslu obecnější) zákonitosti než speciální vědy. Navíc pakliže filosofie dále využívá striktně racionální úvahy, může být vědou par excellence, pokud ve svých úvahách nedělá banální chyby. Použijme vědeckou spolehlivost filosofie a jestliže jsme výše stručně načrtli silný empirický základ axiomu neexistence nekonečna v realitě, podložme tento axiom ještě racionálním, logickým, nicméně stále i na empirii založeným zdůvodněním. Logická pravidla jsou pochopitelně též v základu empirická.

3. Argumenty pro empirickou netestovatelnost nekonečna v realitě

Motto: „Nekonečna se objevují v mnoha fyzikálních teoriích. Dříve znamenaly pohromu, dnes se na ně pohlíží jako na ctnost. Taková nekonečna plodí problematické otázky.“²³ John Barrow

V této kapitole si podložíme dalšími argumenty tvrzení, že představa něčeho skutečně nekonečného v realitě není dokonce ani vědecká představa empirické vědy, pakliže se nekonečno bere jako reálně existující, a ne pouze jako zjednodušená představa. Jestli ho nebereme jen jako nepřesné označení něčeho extrémně malého či něco velmi velkého, co překračuje naše znalosti, náš horizont, přestože je to konečné, ocitáme se za hranicí vědy. Proč? Problém je v tom, že tvrzení, že je nějaká vlastnost nekonečná, nelze empiricky nikdy dokázat, není možné ho vědecky testovat. Maximálně lze experimentem či pozorováním dokázat, že dříve hypoteticky nekonečná hodnota veličiny je konečná, což z ní sice udělá vědeckou hodnotu, nicméně pouze za cenu toho, že hypotéza nekonečnosti je nepravdivá.

Nekonečnou hodnotu nelze najít v žádném pozorování ani v žádném z experimentů, protože všechny naše přístroje i způsoby našeho přirozeného kontaktu s realitou jsou ve všech ohledech konečné. Nekonečno k nám tedy nemůže „projít“ našimi konečnými informačními kanály, kterými získáváme znalosti o okolním světě. (Je-li to pravda, naznačuje to fenomenologickou podstatu našeho obrazu světa neboli reality, což vyložíme později.) Není ale možné opírat důkaz nemožnosti nekonečna v realitě o to, že nekonečno v našich přístrojích a hlavách neexistuje, neboť naše mozky i přístroje jsou součástí této reality, tedy je to vlastně tentýž problém. Nemůžeme tautologicky tvrdit, že svět je ve všem konečný, protože je ve všem konečný, tedy konečný i ve vlastnostech našich přístrojů a našeho mozku. Nemáme zatím dokázáno či alespoň doloženo, že všechno to, co používáme k měření či pozorování reality, naše přístroje a náš mozek, je ve všem konečné. Musíme se tedy opět (alespoň v základu) vrátit k empirii a uvést co největší počet příkladů, pomocí kterých generalizací upevníme onen axiom. Tyto příklady budeme více doprovázet analýzou, a to především ukazující netestovatelnost hypotetického nekonečna v realitě. Jestliže dosti spolehlivě ukážeme, že v realitě nic nekonečného (ani nekonečně malého) není, vyplyne z toho přirozeně i to, že žádné naše přístroje ani orgán našeho vnímání či uvažování nejsou v ničem nekonečné, protože naše přístroje i náš mozek jsou jen součástí této reality. Budeme si tedy dále ukazovat, že v mnoha (a postupně budeme více a více přesvědčeni, že v našem multivesmíru ve všech) případech, je

²³ Ellis G.: Infinities of age and size - Part 1, in The Philosophy of Cosmology, Infinities and Cosmology, An Oxford-Cambridge mini series, 18-20 March 2013, čas 0:25, https://youtu.be/SIU2_0DIVNQ?t=25

nekonečno empiricky nedosažitelné. Otázku, jestli mohou být abstraktní objekty absolutní a tedy i nekonečné, necháme pro druhou část práce.

Ostatně takovýto postup, kdy byl nějaký závěr zformulován na základě (vždy neúplné) empirie, stál u zrodu tak spolehlivých axiomů jako je třeba zákon zachování hmotnosti (viz pokusy Antoina Lavoisiera), 2. věta termodynamické (entropie vždy roste), 3. věta termodynamická (nedosažitelnost absolutní nuly), Heisenbergovy relace neurčitosti kvantové mechaniky nebo zákon zachování energie atd. Někdy ale takový axiom může vyplynout i z matematického modelu, jako třeba stálá, na pozorovateli nezávislá rychlost světla, která byla následně experimentálně potvrzena Michelson-Morleyho pokusem.

A abychom řadu případů doplnili a učinili tak námi navrhovaný axiom ještě pevnější, vyzýváme kohokoliv, aby napadl naše úvahy o neexistenci nekonečna kritikou v tom smyslu, že ukáže na jakékoliv nekonečno v realitě, které jsme tu empiricky či logicky nevyloučili. Takováto kritika, dle našeho mínění, jen rozšíří počet příkladů, na kterých bude možné předvést, že nekonečno je jen idealizovaná, v realitě neexistující představa. (To se ostatně už stalo, protože některé návrhy nekonečen, která si zde ukazujeme jako nemožná, už z takové mnohokrát opakované a dlouhodobé kritiky vzešla). Nicméně je dobře známo, že indukce nejenže nikdy nemůže vycházet ze všech existujících případů, resp. vždy je možné další případy přidat, ale dokonce je potenciálně možné vždy najít příklad, který provedené indukci odporuje, tedy že každé zobecnění lze vždy falsifikovat. Až v pozdější diskusi si ale ukážeme, že tato falsifikace v případě axiomu neexistence nekonečna nebude zřejmě v dohledné časové perspektivě uskutečněna. I když náš výčet musí být nutně neúplný, bude dostatečně pevným základem pro extrémní spolehlivost axiomu neexistence nekonečna v realitě, pravděpodobně spolehlivější než základní fyzikální zákony. Absolutní úplnost empirického základu tohoto axiomu není možná, a její požadavek by tomuto axiomu samotnému samozřejmě protirečila²⁴. Nehledě na to, že bychom vlastně požadovali potenciálně „nekonečné“ množství případů.

Začněme tedy vytvářet seznam špatných nekonečen (Hegelův termín²⁵), tedy takových, která nekonečny vůbec nejsou a jen si je jako skutečná nekonečna mylně představujeme. A jde-li o nekonečno, můžeme se pustit zkraje do něčeho opravdu velkého, a to do vesmíru. Třeba

²⁴ Zde by bylo možné hledat souvislost s Gödelovými větami o neúplnosti, které jsou v této práci analyzovány později.

²⁵ „„Indeterminatum“ – takové pojetí nekonečna označil později Hegel jako nekonečno „špatné“ („schlecht“). Je zajímavou otázkou, do jaké míry se toto špatné nekonečno podobá Vopěnkovu nekonečnu „přirozenému“ a případně i nekonečnu potenciálnímu. Podle mého názoru by mohlo jít o totéž.“ – Zamarovský P.: Mýtus nekonečna, Univerzita Karlova, Praha 2018, str. 95

do jeho rozměrů. Představme si, že je vesmír skutečně prostorově nekonečný a my jej máme změřit. Naše dalekohledy se sice neustále zdokonalují, nicméně nemají nekonečnou rozlišovací schopnost, proto i kdyby vesmír nekonečný byl a žádný Velký třesk neproběhl a vesmír by tedy existoval nekonečnou dobu, od určité vzdálenosti bychom nezaregistrovali dostatek fotonů, abychom z nich sestavili obraz pozorovaného. Opět tu použijeme kybernetickou zákonitost, že každý přenos informace je její zpoždění (zde, že je rychlost světla konečná), ztráta informace, zeslabení (u fotonů ve vesmíru se kosmologickým rudým posuvem snižuje jejich energie) a deformace (např. zakřivení jejich dráhy gravitujícími tělesy efektem Einsteinových gravitačních čoček či celého vesmíru). Takže signál z nekonečné dálky by byl nekonečně zpožděn (nikdy bychom ho nedostali), nekonečně slabý (nic bychom nedostali) a zcela změněný (viděli bychom něco úplně jiného, než tam skutečně je). V konečné, nicméně stále extrémní podobě to můžeme pozorovat na mapě reliktního záření, která nám ukazuje stav před více než 13 miliardami let, i když mělo reliktní záření původně teplotu asi 3000 kelvinů, nyní má přibližně jen asi 2,73 kelvinu. Teleskopy též ztrácí informace tím, že registrují jen některé frekvence záření, o čemž vypovídají desítky vesmírných teleskopů a jejich daleko větší množství na Zemi.

Když se od nesprávné představy absolutního vesmíru (nekonečného v čase a prostoru) přesuneme k vesmíru reálnému, vyvstane nám hned několik hranic, za které se naše optické či elektromagnetické pozorování nemůže dostat. Prvním z nich je již zmíněný časový horizont vesmíru. Jestliže máme za prokázané, že vesmír vznikl zhruba před 13,7 miliardami let Velkým třeskem, nemůžeme v podstatě zaznamenat signál z větší vzdálenosti než řádově desítky miliard světelných let, i když uvažujeme o nelokálně nadsvětelných rychlostech, které jsou v obecné teorii relativity možné (nejvzdálenější galaxie se od nás podle výpočtu založeném na jejich rudém posuvu pohybují nadsvětelnou rychlostí). Z větší vzdálenosti k nám nemohl signál přiletět, protože dříve nic fotony vyslat nemohlo.

Dále, jestliže vznikl vesmír z praatomu Velkého třesku a rozpínal se 13,7 miliard let jakoukoliv konečnou, třeba i nadsvětelnou leč konečnou rychlostí (inlace), nemůže mít dnes nekonečné rozměry. Abychom došli k nekonečným rozměrům, nutně by se musel vesmír alespoň chvíli rozpínat nekonečnou rychlostí (a tu za chvíli taky logicky vyloučíme) nebo by se musel rozpínat nekonečnou dobu nebo musel by musel mít alespoň jednu dimenzi hned ze začátku nekonečnou, což současné znalosti nepředpokládají (což také za chvíli vyloučíme), takže bychom tady potřebovali k obhájení nekonečnosti něčeho poměrně známého, našeho vesmíru, nekonečnost něčeho, o čem nevíme prakticky nic (tautologie nekonečna). A určitě nelze slabý

názor podpořit ještě méně podloženým tvrzením. A jestli to dnes vypadá tak, že je vesmír v makroměřítku plochý, je třeba připomenout, že jsou i konečné tvary, které mají Euklidovskou geometrii. Tím je třeba toroid z vnitřního pohledu samotného toroidu. Tedy i změření (prakticky) nulové křivosti prostoru (prostor času) neznamená nutně jeho nekonečnost. Nehledě na to, že absolutně nulovou křivost nelze nikdy žádným měřením potvrdit, protože každé měření má nenulovou nepřesnost (což více zanalyzujeme dále). Lze zde parafrázovat Einsteinův výrok: „Co je přesně, není o realitě.“

Zajímavá je úvaha nad holografickým vesmírem. Ta spočívá v tom, že třebaže je původní 2D vesmír konečný, pak ten 3D vesmír, který vnímáme, je jen projekcí skutečného 2D universa a projekce je téměř něco jako abstrakce, která by snad mohla být nekonečná. Jenže, bohužel, projekce není abstrakce, ale vždy je realizována něčím materiálním. V našem vesmíru jsou to nejčastěji fotony světla. Ty pochopitelně mají konečnou rychlost. Jimi ale projekce holografického vesmíru není realizována, existuje-li vůbec. Nicméně bychom museli předpokládat, že se projekce děje něčím, co má nekonečnou rychlost, takže jsme opět u tautologie nekonečna. (A nekonečná rychlost je též nemožná, viz dále).

Že je nekonečnost i logicky nekonzistentní, ilustruje úvaha, že kdyby už byl vesmír nekonečný, nemohl by se jako celek rozpínat, protože nic většího než nekonečno není. Pak by rozpínání „vesmíru“ byly jen lokální pohyby oblasti třeba několik desítek miliard světelných let kolem nás. Tento logický rozpor si můžeme naivně ilustrovat algebraicky nekorektním výpočtem $\infty + 1 = \infty$. Nekonečno opravdu nejde zvětšit, zdá se (analyzovat to budeme v druhé části práce, tedy části o abstrakci).

Představme si alespoň v duchu, že se pokusíme fyzicky **nekonečnou vzdálenost** v nekonečném vesmíru změřit (nebo nekonečnou délku praatomu Velkého třesku). Máme-li jakékoliv konečné měřítko, třeba světelný rok nebo metr, musíme ho k nekonečné vzdálenosti „přiložit“ nekonečněkrát, k čemuž potřebujeme nekonečný čas (opět tautologie nekonečna), protože každé měření vyžaduje nenulový čas, jak nám ukazuje praxe. Jenže nekonečný čas na takové změření nekonečné vzdálenosti nebudeme mít nikdy, protože nekonečná doba je doba, která nikdy neskončí, nikdy nebude završena. Prakticky stejný argument použil Immanuel Kant ve své první antinomii, kde píše: „Nekonečnost nějaké řady však spočívá právě v tom, že ji nikdy nelze zakončit sukcesivní syntézou.“²⁶, a dále: „Neurčité kvantum můžeme

²⁶ „Nekonečnost nějakého radu však spočívá právě v tom, že ho nikdy nemožno zakončit sukcesivní syntézou.“ – Kant I.: Kritika čistého rozumu, Pravda, Bratislava 1979, str. 285

nahlížet jako celek, pokud je uzavřeno do určitých hranic, přičemž nesmíme konstruovat jeho totalitu měřením²⁷, tj. sukcesivní syntézou jeho částí²⁸. Nekonečno tedy není ani „zkonstruovatelné“ z konečné oblasti, z konečných entit, ani jimi změřitelné. (Kantův protiargument, tedy argumentace ve prospěch nekonečna je diskutována v práci později.)

Druhý způsob, jak se pokusit změřit nekonečnou vzdálenost, by byl ten, že bychom museli mít nekonečný „metr“, jenže to už předpokládá, že výsledek (změření nekonečné délky) máme ještě předtím, než jsme začali měřit. Jak jinak bychom se totiž přesvědčili, že metr, kterým měříme, je opravdu nekonečný? Jedině tak, že bychom jej změřili! Tento pokus o změření nekonečné vzdálenosti, tedy dosažení nekonečna je v tomto případě opět tautologie. Předpokládá (často skrytě), že už nějaký druh nekonečna máme, abychom mohli existenci jiného nekonečna empiricky odvodit. Tedy, abychom dokázali měřením nekonečnost vesmíru, museli bychom mít nekonečný „metr“, ale že je tento „metr“ nekonečný bychom mohli dokázat jen jiným nekonečným metrem (či odlišným nekonečným postupem), ovšem jeho nekonečnost bychom museli zase dokázat... Dostáváme se do „nekonečné“ (spíše neustálé, leč v každém čase vždy konečné) smyčky, je to takové logické *da capo al Fine*²⁹. Vypadá to, že v tomto případě nelze nikterak dojít z oblasti konečných veličin k jakékoliv nekonečné veličině (třeba nekonečné vzdálenosti). Tento už několikrát opakovaný princip tautologie uvidíme později ještě mnohokrát, jak v případech z reality, tak v příkladech abstrakce!

Dále, máme-li za prokázané, že je vesmír prostorově konečný, je jasné, že prostorově konečný je i každý objekt, každý systém, třeba i každá vlna (např. elektromagnetická) v něm existující. Je-li nekonečno v realitě nemožné, jak to, že se třeba **potenciální energie tělesa v gravitačním poli** (a i v jiných polích) často počítá z **nekonečna**, tedy stanoví se jako nulová v nekonečnu? Použití nekonečna tu má zdánlivě smysl. Jak je to možné, když jsme si právě předvedli, že nekonečná vzdálenost v realitě neexistuje? Existuje ale nějaký kvantitativní rozdíl, počítáme-li potenciální energii tělesa blízko Země z nekonečna nebo ze vzdálenosti jednoho světelného roku? Nebo v případě černé díry děláme výpočet z nekonečna nebo z konečné

²⁷ Je zajímavé, že v této práci je tento argument v podstatě empirické části, zatímco Kant jej užívá v Kritice čistého rozumu. Ale že nejde jen o čistě racionální argument ukazuje to, že se tu uvažuje měření. Také ani tato část práce nemůže být čistě empirická, protože absolutně čistá empirie bez racionální formulace neexistuje, např. experiment je vždy interpretován v nějaké pojmové a tedy abstraktní struktuře. Stejně tak žádná abstraktní struktura není bez (třeba nepřímého) vztahu k empirii, což je argument pro jednotu abstrakce a reality, kterou vyložíme později.

²⁸ „Neurčité kvantum můžeme nazerať ako celok, keď je uzavreté do určitých hraníc, pričom nesmieme konštruovať jeho totalitu meraním t.j. sukcesívnou syntézou jeho častí.“ – Kant I.: Kritika čistého rozumu, Pravda, Bratislava 1979, str. 286

²⁹ Hudební výraz pro opakování zase od začátku.

vzdálenosti miliardy světlených let? Samozřejmě jak praktické měření, tak matematický výpočet takový rozdíl nezaznamená, protože je příliš malý na to, aby ho například výpočet na několik desetinných míst³⁰ mohl postřehnout. Stačí k výpočtu použít infinitezimální počet, který se ovšem svou limitou nedostane přímo do bodu, zde tedy do nekonečna (viz epsilon delta okolí).

Zábavné přitom je, že toto „nekonečno“, jako idealizovaný výchozí bod výpočtu, bylo zvoleno proto, aby se výpočet vyhnul jiným nekonečnům. Nekonečna totiž znamenají ve fyzice prakticky vždy neřešitelný problém právě proto, že je nelze empiricky testovat. Ale zpět k příkladu. V newtonovské fyzice je velice efektivní zjednodušit výpočet vzájemného gravitačního působení dvou hmotných těles tak, že se uvažují jen jako body, těžiště, ve kterých je soustředěna veškerá hmotnost těles. Z tohoto zjednodušení vycházejí ale v extrémních hodnotách extrémní, nemožné vlastnosti, které nelze v praxi nijak ověřit nebo změřit už proto, že tělesa nejsou body. Dva body by totiž teoreticky mohly být v nekonečně malé vzdálenosti od sebe. To by ale znamenalo, že ať už mají jakkoliv malou hmotnost, je přitažlivá síla mezi nimi při jejich nulové vzdálenosti nekonečná a tím tělesa těsně u sebe získají okamžitě i nekonečnou energii a nekonečnou rychlost. Z pohledu těžiště by tedy nešla potenciální energie vůbec spočítat, protože tato energie by byla v libovolné nenulové vzdálenosti od těžiště stále nekonečná, pokud by se stanovilo, že je v těžišti nulová. Těžiště je totiž pochopitelně jen idealizace, neboť jako bod by mělo nekonečně malé rozměry, a vlastně by to byla singularita vytvářející černou díru, i kdyby šlo o hmotnost libovolně malou, třeba jen jeden gram. Zkusme si prostě dosadit do Newtonova gravitačního zákona:

$$F = G \cdot m_1 \cdot m_2 / r^2$$

F je přitažlivá síla mezi tělesy, G je gravitační konstanta, m_1 a m_2 jsou hmotnosti těles a r je jejich vzdálenost, přesněji vzdálenost jejich těžišť. G, m_1 a m_2 jsou nenulové, konečné, kladné. Položíme-li tedy $r = 0$, dostaneme dělení kladného čísla nulou, tedy nekonečnou hodnotu, které by se matematika vyhnula formulací, že hodnota není definována, protože nulou dělit nelze. Tento problém Newton dobře chápal a dokonce váhal se zveřejněním svých Principií, protože mu bylo jasné, že představa jakýchsi nekonečně malých planet je problematická. Ale toto zjednodušení funguje, což je dobrý příklad toho, že i když něco nekonečně malého (či velkého) neexistuje, jako idealizaci to lze často efektivně použít. Ale prakticky se především používá

³⁰ Zaokrouhlení je vlastně forma našeho horizontu poznání. Polohu některých horizontů si očividně můžeme zvolit, ale spíše polohu horizontu určují potřeby praxe nebo aktuální technologické možnosti.

rozdíl potenciální energie v různých konečných výškách v gravitačním poli, takže se společná část od vyšší polohy do nekonečna vlastně odečte. V případě počítání potenciální energie z těžiště bychom dostali nedefinovaný rozdíl dvou nekonečen.

Že je nemožné dosáhnout **nekonečného času**, je ještě zřejmější a důkazně jednodušší. Empirický důkaz, že je čas nekonečný či že je vesmír nekonečný v čase, budeme mít, až dojdeme na konec času..., jenže nekonečný čas konec nemá. Tedy to empiricky nedokážeme nikdy. A pakliže čas konec má, je triviální závěr, že je konečný. Kromě toho zřejmě vesmír a čas začaly před oněmi 13,7 miliardami let, neboli v minulosti nekonečné nebyly a proto provždy i konečné budou.

Můžeme uvažovat též o opaku, o **nekonečně krátkém času**. Ten nám (podle častého názoru), zakazuje kvantová mechanika, která má za to, že existuje minimální tzv. Planckův čas $5,39121 \times 10^{-44}$ sekundy. Ale nakonec i pouhá klasická úvaha postačuje, pokud není představa minimálního časového úseku validní, protože racionální a exaktní zdůvodnění takové role Planckova času, zdá se, neexistuje. Jde jen o ad hoc kombinaci základních fyzikálních konstant tak, aby se fyzikální rozměry těchto konstant správně eliminovaly. Kdyby něco trvalo nekonečně krátký, tedy nulový čas, nemohli bychom to nijak zaregistrovat, třeba i proto, že každé naše měření či pozorování trvá nenulový čas, což nám bez výjimky ukazuje praxe. Dobře známe tak rychlé pohyby, že se v přirozeném světě propadnou za náš časový horizont, takže je nevidíme. Například když rozsvítíme světlo, máme dojem, že je všude okamžitě, ale protože je rychlost světla konečná, je jasné, že ve skutečnosti jsou zdroji světla blízké předměty ozářeny dříve než ty vzdálenější. Anebo, jestliže se objekt pohybuje konečnou rychlostí, urazí za nulovou dobu nenulovou délku, a tak je tento pohyb neviditelný a nezaznamenaný. Tak krátce trvající pohyb bychom ani nezaznamenali. Možná by nás mohla napadnout kombinace nekonečné rychlosti a nekonečně krátkého času, jenže jak tuto nekonečnou rychlost, tak tento nulový čas nejsme schopni zaznamenat (viz argument o nenulovém čase měření a argumentace k nekonečné rychlosti níže). Z nulových, nekonečně malých časových úseků nelze také vytvořit jakékoliv nenulové trvání. To bychom potřebovali nekonečně mnoho nekonečně malých časových úseků, a o tom se dá uvažovat možná v matematice, ale v realitě to uskutečnit nelze. Je to prostě proto, že nulové trvání znamená neexistenci jakéhokoliv trvání, tedy neexistenci času. Je to analogie toho, že z bodů s nulovými rozměry nelze sestavit úsečku konečné délky. Tuto úvahu lze znázornit metaforou listu papíru v trojrozměrném prostoru, který nemůže mít nulovou tloušťku, protože by pak přestal existovat. Proto také smyčková kvantová gravitace uvažuje o „atomech“ prostoročasu, které mají nenulové rozměry jak v prostoru, tak i v čase.

Nekonečná rychlost je nemožná, když pomineme teorii relativity, proto, že by objekt za zlomek vteřiny proletěl nekonečnou vzdálenost a na své dráze by byl tedy současně všude. Nebyl by ale přítom nikde, jelikož by byl na každém místě jen po nulový čas, zkrátka nikdy. Vlastně by to byla přímá negace pohybu a rychlosti, a také bychom žádným způsobem tento pohyb nemohli zaregistrovat. Pro nás by to nebyl ani nekonečně dlouhý objekt v klidu, bez pohybu, když by v každém konečném úseku existoval jen po nulovou dobu neboli by vůbec neexistoval. Můžeme zaregistrovat něco pouze v konečné (a nenulové) oblasti, jak nám říká dlouholetá praxe, a v konečném (nenulovém) čase. Nejenže by pohyb a rychlost u takového objektu vlastně (pro nás) neexistovaly, ba neexistoval by ani objekt sám (je-li každá existence pouze fenomenologická, což je ostatně důvod axiomu neexistence nekonečna).

A to jsme ještě nezapojili do úvah speciální teorii relativity (dále STR), která nekonečnou rychlost nepřipouští na základě svého pojetí rychlosti světla. Rychlost světla je rychlostní limit pro tělesa s hmotností, což je spojeno s nezávislostí rychlosti světla na pohybu pozorovatele. Kdyby totiž bylo možné měnit pozorovanou rychlost světla změnou rychlosti pozorovatele, bylo by možné také, aby světlo (a s ním i hmotná tělesa) rychlost světla vůči pozorovateli překonalo. Fungovalo by newtonovské aditivní skládání rychlostí, a ne skládání relativistické, které neměnnou rychlost světla ve vakuu respektuje a jejímu překročení brání (vězení rychlosti světla jako příklad vězení konečnosti viz později). A to by svým způsobem otevíralo cestu k nekonečné rychlosti neustálým přičítáním dalších a dalších rychlostí. Jenže nakonec by ani aditivní skládání rychlostí, jaké je obsaženo v klasické Newtonově mechanice nepomohlo, protože bychom se dostali při snaze o dosažení nekonečné rychlosti do stejných realizačních potíží jako v případě měření nekonečné vzdálenosti. Chtěli-li bychom dosáhnout nekonečné rychlosti skládáním rychlostí, museli bychom buď nekonečné rychlosti přidávat nekonečněkrát nebo bychom museli už v součtu mít jednu nekonečnou rychlost, která by ostatně už ani skládání nepotřebovala. Jenže to jsme už nekonečnou rychlost dopředu vložili do situace, ze které ji chceme teprve získat, tedy opět tu máme tautologii nekonečna. A při skládání nekonečného počtu konečných rychlostí lze namítnout už to, že ve vesmíru máme jen konečný počet objektů, které mohou mít nějakou rychlost (představujme si třeba pohyb pistole nějakou rychlostí, který se sečte s rychlostí z této pistole vystřelené kulky), či můžeme realizovat v našem konečném čase jen konečný počet impulsů, kterým rychlost zvýšíme.

Stejně tak je nemožná **nekonečně malá** tedy **nulová rychlost**, a to už proto, že nelze dosáhnout absolutní teplotní nuly. Každé těleso se nenulově „chvěje“ pohybem atomů a částice se chvějí pod vlivem fluktuací kvantového vakua. Nemožná je také skutečně okamžitá rychlost. Když

uvážíme, jak zjistíme okamžitou rychlost např. auta, vidíme, že to můžeme udělat jen tak, že změříme a spočítáme průměrnou rychlost na krátkém úseku, třeba 10 metrů. Můžeme tu vzdálenost zkrátit, když je potřeba. Ideální by samozřejmě bylo, aby ona vzdálenost byla co nejmenší.³¹ Rychlost totiž může být nepravidelná. Kdyby byla měřena vzdálenost nulová bylo by to ideální, ale možné to není. Vyžadovalo by to totiž měřit jak nekonečně krátký úsek, tak ho měřit po nekonečně krátkou dobu, což nelze. Naše přístroje nejsou absolutní. Změření nulové vzdálenosti brání Heisenbergovy relace neurčitosti. Ty přímo neomezují délku či čas na nenulové (i když existují ne zcela podložené úvahy, že existuje minimální Planckův čas a minimální Planckova délka, jak jsme již uvedli). Ale úplně postačují páry vlastností sdružené v těchto relacích, což je vzdálenost a impuls nebo čas a energie. Z toho, že neumíme dosáhnout nekonečné energie či nekonečného impulsu násobením, jasně plyne, že nelze lokalizovat měření nic absolutně přesně, tedy ani změřit nulovou vzdálenost. Totéž platí o čase v závislosti na energii. Ale i kdybychom rychlost auta měřili „okamžitě“ třeba Dopplerovým radarem, stejně potřebujeme k tomuto nenulový čas, což opět vychází z relací neurčitosti.

Uvažování nad okamžitou rychlostí dělalo velké starosti i zakladatelům kalkulu Newtonovi a Leibnizovi, a to v čistě abstraktní podobě. Ani v představě totiž nelze bezsporně realizovat podíl nulové vzdálenosti a nulového času. Tento problém vyřešil až Cauchy zavedením limity pro derivaci³². Ale to už jsme v abstraktní oblasti, což spíše patří do druhé, „abstraktní“ části práce. Nicméně i toto řešení se vyhýbá čemukoliv aktuálně nekonečně malému.

Další příklad „nekonečna“, které může každý vidět, jsou třeba **odrazy světla ve dvou proti sobě postavených zrcadlech**, což si můžeme vyzkoušet v některých zrcadlových bludištích nebo i u kosmetického stolku s třídílným zrcadlem. Že se onen obraz odráží do nekonečna lze snadno vyloučit už faktem konečné rychlosti světla. Aby světlo udělalo jeden odraz, tedy uletělo vzdálenost mezi zrcadly a doletělo do našich očí, k tomu potřebuje nenulový čas. Ke každému dalšímu odrazu potřebuje další nenulový čas, takže k nekonečnému počtu odrazů by nutně potřebovalo nekonečný čas neboli tolik odrazů neudělá nikdy (tautologie nekonečna). Nehledě na to, že se perspektivou další obrazy zrcadla v protějším stávají menšími a menšími, až se stanou tak malými, že je oko nebude moci zaregistrovat a další obraz zrcadla už neuvidíme. Oko má nenulový limit v rozlišení. I kdybychom nahradili oko tím nejdokonalejším dalekohledem s největším rozlišením, a vyčerpali z prostoru mezi zrcadly vzduch, který světlo

³¹ Krtouš P.: Nekonečně velké problémy s nekonečně malými čísly, Ústav teoretické fyziky MFF UK, Praha 9.1.2014, čas 8:00, <https://youtu.be/k9h8gPgSjgl?t=480>

³² Novotný J.: Nekonečno v matematice a ve vesmíru, Hvězdárna a planetárium Brno, čas 23:45, <https://youtu.be/45CRGzEnPG8?t=1425>

rozptyluje (viz modrá barva oblohy), stále bychom byli při pozorování limitováni nenulovou nepřesností takového pozorování, omezenou rozlišovací schopností teleskopu. Nemluvě o tom, že odraz od sebedokonalejšího zrcadla dokonalý není a část světla je pohlcena. To dobře víme ze své zkušenosti zkoumání takovýchto opakovaných odrazů v protilehlých zrcadlech. Další a další obrazy jsou tmavší a méně zřetelné, až je už nevidíme vůbec. Tento efekt se bude sice daleko méně, přesto stále nenulově projevovat i u těch nejdokonalejších zrcadel, které umíme (a budeme kdy umět) postavit.

Pokročíme-li k obecné teorii relativity (OTR), uveďme, že řešení jejich rovnic dává singularitu černých děr a „praatomu“ Velkého třesku. Tyto **singularity** mají být **nekonečně malé**, mají tedy mít nulové rozměry a tím při konečné hmotnosti i nekonečnou hustotu. Nekonečně malý bod, tedy nulové rozměry, ale není možné nijak změřit kvůli zákonitě nenulové chybě měření a opět kvůli Heisenbergovým relacím neurčitosti. Bod s nulovými rozměry také nemůže, jak již vyloženo, v prostoru vůbec existovat. Hypotéza smyčkové kvantové gravitace předpokládá, že se prostoročas skládá z prostoročasových „atomů“, což připomíná staříčkou diskusi zastánců atomů proti zastáncům dokonale spojitého kontinua. Jestliže prostoročasové „atomy“ existují, není možné dělit prostor, vzdálenost, pod jejich úroveň, protože tam už prostor neexistuje. Je třeba si všimnout jedné „realizace“ nulových rozměrů, a to elektronu. Jestliže dnes ve fyzice někteří pokládají elektron za bezrozměrný, je to zcela evidentně pouhá idealizace jeho velmi malých rozměrů, fakt, že je tak malý, že jsme zatím nebyli schopni jeho rozměry ani přibližně změřit. Jeho velikost se propadla pod náš horizont. U jiných částic rozměry v podstatě známe, což naznačuje nekonzistenci hypotetických nulových rozměrů elektronů mezi jinými částicemi. Třeba takový proton má poloměr přibližně $0,842 \times 10^{-15}$ metru.

I kdybychom uvažovali nekonečnou hustotu a nulové rozměry v pojetí Newtonovy klasické mechaniky, ani tak by nebyly možné. Kdybychom chtěli nekonečnou hustotu stanovit, museli bychom objekt konečné hmotnosti a nekonečně malých rozměrů zvažít. Jenže takový předmět by se neudržel v žádné váze, protože by na ni vyvinul nekonečný tlak a zničil by ji. Příměrem může být jehla. Když použijeme i malou sílu, jehla projde celkem snadno mnoha materiály, protože plocha její špička je velmi malá. Tlak P je pak podíl působící síly F a plochy S , která, resp. na kterou síla působí, $P = F/S$. Je-li plocha S nulová, což je náš hypotetický případ, je pak tlak P nekonečný při libovolně malé, nenulové síle. Proto by takový objekt neudržel kontakt s žádným z našich přístrojů. Metaforicky si můžeme tento fakt přiblížit představou, že singularitu položíme na váhu. Ta by též toto zařízení proměnila v černou díru.

Kdybychom použili jiný způsob měření hmotnosti, třeba zakřivení dráhy takového hmotného bodu v gravitačním poli, potřebovali bychom nějak jeho trajektorii pozorovat. Museli bychom tento bod nějak „vidět“, realizovat interakci nějaké částice, kterou umíme pozorovat, s tímto hmotným bodem. A interakce potřebuje nějaký účinný průřez, tedy nenulové rozměry. Jak si také představit nulové rozměry při platnosti Heisenbergových relací neurčitosti?

Snadno ukážeme, že neexistuje nekonečně malá nepřesnost měření. Měření není absolutně přesné, i kdybychom neuvažovali relace neurčitosti. Ostatně i klasická nepřesnost měření se chová podobně jako relace neurčitosti. Nikdy nám nedovolí nekonečně malou nepřesnost. Prakticky vždy můžeme přesnost zvýšit, nikdy však absolutně. Relace neurčitosti jsou stejným typem omezení, jen poněkud „odolnějším“, protože principiálním či spíše jen principiálnějším ve své konkrétní hodnotě. Ale že ani relace neurčitosti nejsou nepřekonatelné, to jasně vyplývá z faktu, že i ony musí být falsifikovatelné, pokud mají být pravdivé a vědecké. Na základě lidské praxe v průběhu mnoha tisíců let, která potvrzuje nepřesnost každého měření, se dá předpokládat, že i po jejich překonání nebude žádné měření absolutně přesné. Že není až tak nepřekonatelný rozdíl mezi neurčitostí klasických měření a kvantovou neurčitostí je možné doložit i tak, že lze i v klasické fyzice nalézt relativně principiální hranice. Například tu, že vlnou o dané vlnové délce nelze kvůli rozptylu pozorovat objekty menší než polovina této vlnové délky³³, což platí i pro vlny mechanických médií (vody, vzduchu, ...). A našly by se i další příklady.

I singularita musí mít rozměry nenulové. Ostatně to je další argument proti nulovým rozměrům diskutovaným před chvílí na příkladu elektronu. Měření dávají jen horní odhad, konkrétně jsou jeho rozměry menší než 10^{-18} metru, což má k nule nekonečně daleko, uvažujeme-li například zmenšování úsečky dělením na části, tedy vlastně logaritmický postup. A když se zase vrátíme k post-newtonovské fyzice, pak by jakákoliv částice s nulovými rozměry a nenulovou hmotností zkolabovala do černé díry a tím by přestala projevovat své negravitační vlastnosti navenek. Jakákoliv částice by totiž unikla z černé díry jen v tom případě, že by působila proti směru času³⁴. A v případě singularity by to bylo zřejmě ještě problematictější. A jelikož elektron nějaké negravitační vlastnosti má, nemůže mít tedy nulové rozměry, nemůže být jakousi singularitou. Singularita je obecně fyzikálně nepozorovatelná (přínejmenším při

³³ Dnes již překonanou.

³⁴ Kip S. Thorne (the Nobel laureate for the detection of gravitational waves) - The Warped Side of the Universe: from the Big Bang to Black Holes and Gravitational waves (USČR, PF UK Praha 17.5.2019) - <https://youtu.be/SYYG7LXjeOg>, čas 17:00.

současném stavu vědy), protože je nutně skrytá uvnitř černé díry a nemůže se jinak než gravitačně projevat navenek.

Šlo by oponovat tím, že jsou objekty, třeba foton a gluon, které mají nulovou klidovou hmotnost, a tím pádem by mohly mít nulové rozměry. Jenže je zřejmé, že nulová klidová hmotnost je pouze fiktivní představa mimo realitu, jak již uvedeno, je to empiricky netestovatelná hodnota, protože právě tyto částice mají ve vakuu neodvolatelně rychlost světla, tedy mají vždy nenulovou hmotnost relativistickou. Světlo je třeba možné zpomalit, neboť index lomu světla ve vodě či skle je právě způsoben menší rychlostí světla v těchto materiálech, ale jde vlastně jen „deformaci“ dráhy elektr(omagnet)ickým polem atomů a molekul. To lze metaforicky v extrémním případě ilustrovat představou, že se foton neustále odráží mezi dvěma rovnoběžnými zrcadly. Pak sice jaksi stojí na místě, ale současně má stále rychlost světla. Fotony mají bez diskuse energii, a proto není problém podle jejich energie, frekvence či vlnové délky určit konkrétní hmotnost každého jednotlivého fotonu, jak již popsáno. Hmotnost světla se projevuje v jeho impulsu $p = m \cdot c$, který lze prakticky pozorovat tlakem světla na fyzikální objekty. Ale to jsme již vyložili dříve.

Opticky bychom také nemohli zaznamenat žádný objekt s nulovými rozměry, protože by neodrážel světlo jako obvyklé makroskopické předměty. Takový objekt by ani nerozptyloval elektromagnetické záření, protože to se totiž rozptyluje na objektech zhruba stejné velikosti jako je vlnová délka pozorovací záření, a to Mieovým rozptylem (ten funguje pro viditelné světlo na kapkách vody, a proto jsou mraky bílé nebo šedé). Objekty daleko menší způsobují Raleighův rozptyl (ten na atomech vzduchu způsobuje, že je obloha modrá nebo zapadající Slunce rudé). Světlo se od takto malých objektů i odráží. Ale pro všechny tyto efekty musí objekty mít elektromagnetickou strukturu, musí se navenek elektromagneticky projevat. Vlastnosti jsou podle teorie systémů jen projevem vnitřní struktury, a co má nulové rozměry, nemá strukturu, tedy nemá ani vlastnosti. Jdeme-li stále do menších rozměrů, začíná se elektromagnetická interakce s objekty dále oslabovat, až zcela vymizí. Mohli bychom samozřejmě dále snižovat vlnovou délku pozorujícího záření. To jde ale dělat jen tak, že se zvyšuje jeho energie. Kdyby byl pozorovaný objekt nekonečně malý, musela by být energie jednoho fotonu nekonečná, což je nemožné, ale i kdyby to možné bylo, taková energie by zničila cokoliv. Takový foton proto člověk nemůže zaznamenat, nehledě na to, že by se už dávno při Planckově hmotnosti změnil v něco zcela jiného, v černou díru. Planckova hmotnost je 0,0217651 mg, což je asi tak váha blešího vajíčka.

Nekonečná teplota je dalším příkladem, který je ale rychle odhalitelný jako nemožný, pakliže uvážíme, že by to vyžadovalo nekonečnou rychlost částic (molekul, atomů, nukleonů nebo kvarků a gluonů apod.), což odporuje speciální teorii relativity (STR), kde je rychlost světla limitní. Také by k tomu byla potřeba nekonečná energie, a to i když STR pomineme. Vlastně by byla nutná nekonečná energie už při dosažení rychlosti světla, když STR zohledníme. Dále by taková teplota ionizovala všechny atomy, tedy je roztrhala na kusy. A nejen to, roztrhala by i protony a neutrony v jádrech, protože jak modely Velkého třesku ukazují, krátce po něm existovalo při teplotě řádově miliardy stupňů jen kvark-gluonové plazma, tedy „polévka“ z částic, které později vytvářejí nukleony (protony a neutrony). Při nekonečné teplotě by pravděpodobně nemohly existovat ani tyto, ani jiné částice, vůbec nic. Dá se to ilustrovat na fotonech. Kdyby fotony při rychlosti světla měly mít nekonečnou teplotu, musely by mít nekonečnou frekvenci, nekonečnou energii a tím také podle $E=mc^2$ i nekonečnou hmotnost, čímž by se okamžitě změnilly v černou díru. Co by taková černá díra s nekonečnou hmotností udělala s vesmírem? To také pochopitelně platí pro jakékoliv jiné částice. Jakmile totiž částice překročí Planckovu hmotnost, nemá vlnovou funkci a Comptonova vlnová délka se rovná Schwarzschildově poloměru, což znamená, že se částice změní v černou díru. (U fotonů, stejně jako u kvark-gluonového plazmatu, už samozřejmě nejde o teplotu v původním slova smyslu, ale o přenesený význam tohoto slova, protože původně byla teplota výrazem pouze pro střední energii atomů nebo molekul.)

Netestovatelnost nekonečné teploty si lze ukázat na příkladech několika fyzikálních principů teploměřů. Stačí prostá úvaha, že nekonečná teplota okamžitě cokoli ohřeje na nekonečnou teplotu (teplotní spád je nekonečný) a tím pádem to zničí, samozřejmě včetně všech měřidel teploty, které musí být v nějakém kontaktu s měřeným objektem. Jde-li o bezkontaktní měření teploty, kde se měří jeho frekvence, pak by nekonečná teplota vysílala záření s nekonečným kmitočtem, které má nutně nekonečnou energii, a tak by svým dopadem zničilo jakékoliv měřící zařízení. Nekonečnou teplotu evidentně nelze nijak experimentálně prokázat, tedy to není ani vědecká představa.

Zmínkou o frekvenci v odstavci výše, zasazenou do kontextu, jsme už vlastně ukázali, že **nekonečná frekvence** také není možná. **Nekonečně malá frekvence** by zase znamenala nulovou energii a tedy neexistenci. Nekonečně velká frekvence, kromě toho, že je snad v praxi omezena tím, že jedna vlna nemůže být menší než Planckova délka (nebo spíše prostorové rozměry prostoročasového „atomu“ smyčkové kvantové gravitace), by znamenala nekonečnou hmotnost, takže částice by hned zkolabovala do černé díry. A nemohla by být změřena, protože

nekonečná energie by vše zničila, a to okamžitě. Nekonečně malá frekvence, tedy nekonečně velká vlnová délka, je též nemožná, protože elektromagnetické záření existuje ve vesmíru a ten má konečné rozměry, tedy je maximální vlnová délka zřejmě omezena velikostí vesmíru. A jestliže se nechceme spolehnout na konečné rozměry vesmíru, postačuje to, že vesmír existuje pouze asi 13,7 miliard let. Nekonečná vlna potřebuje ke svému kmitu nekonečný čas, takže v konečném čase by ho bylo prostě málo na jakýkoliv nekonečný pohyb.

Problém, který je možné vyřešit principem neexistence nekonečna je **Olbersův paradox**. Je to údiv nad tím, proč není obloha v noci bílá, jasná, dokonce nekonečně jasná a hned vše nesežehne. Kdyby byl totiž vesmír nekonečný v prostoru a čase, měl by nekonečné množství hvězd a ty by vyslaly nekonečné množství fotonů ve všech směrech, které by už dopadly na naši Zemi. I noční obloha by tedy měla být bílá či dokonce by měla okamžitě sežehnout Zemi, což nepozorujeme. Jsou sice návrhy, které tento paradox řeší třeba tak, že hvězd se vzdáleností postupně ubývá, ale takový návrh poněkud zavání středověkým geocentrismem. Obecná teorie relativity v kosmologii vysvětluje, že vidíme i tak vzdálené galaxie, které se vůči nám (nelokálně) pohybují nadsvětelnou rychlostí v důsledku rozpínání vesmíru. Nicméně lze uvážit, že prostorová oblast, ze které můžeme přijmout světelný signál, není řádově větší než desítky miliard světelných let, což je dáno maximální dobou existence vesmíru, tedy i maximální dobou letu světelných paprsků. Jsme ve středu svého vizuálního horizontu, ale v takovém středu je pro sebe každý bod vesmíru, protože se vesmír rozpíná v každém bodě a na všechny strany, stejně jako každý bod na povrchu nafukovaného balónku. Olbersův paradox tedy prostě a proto elegantně a přirozeně řeší právě to, že vesmír neexistuje nekonečnou dobu a není nekonečný ani v prostoru.

K nulovým rozměrům dosaženým kontrakcí nenulové délky objektu (s nenulovou klidovou hmotností) při rychlosti světla ve speciální teorii relativity lze též argumentovat snadno. Ze vzorců STR vyplývá, že kdyby nějaké těleso s nenulovou klidovou hmotností dosáhlo rychlosti světla, byla by jeho energie a hmotnost nekonečná. Platí totiž vzorec: $m = m_0 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$, kde m je hmotnost tělesa v pohybu, m_0 je hmotnost tělesa v klidu a v je rychlost tohoto tělesa. Dosadíme-li do vzorce $v = c$, bude v závorce $1-1$, a dělení nulou směřuje nade všechny meze. Těleso při rychlosti světla by mělo mít nekonečně malou, tedy nulovou délku a každý děj by na něm pro nevlastního pozorovatele trval nekonečně dlouho (dilatace času). Jenže pro dosažení takové rychlosti by bylo nutné dodat tělesu nekonečnou energii, což je možnost nekonečně vzdálená nejen našim současným možnostem. Když dosadíme rychlost světla do relativistických rovnic, vyjdou též vždy výsledky, které nelze empiricky změřit a tím ani

dokázat experimentem, což musí být vždy finální důkaz ve fyzice. Je tak zřejmé, že nekonečná hmotnost, do nuly kontrahovaná délka, zastavený, tedy nekonečně dilatovaný čas, není nic reálně existujícího. Jak bychom ostatně změřili, že nějaký děj v realitě trval nekonečně dlouho? Na to bychom potřebovali nekonečný čas. Ten děj by absolutně stál a nebyl by vůbec dějem. Na nulu kontrahované těleso by pro nás neexistovalo. Narazili jsme zde na hranice STR. Ta už tady neplatí a nemá zřejmě smysl ji ani používat pro cokoliv s rychlostí světla. Nic nekonečně malého či nekonečně velkého v STR tedy neexistuje³⁵.

Otázka, jak to vypadá s fotony a gluony, které se přece ve vakuu právě rychlostí světla pohybují, nemá zatím v STR žádnou validní odpověď. Mohli bychom sice spočítat hodnotu limity pro rychlost světla, ale jak jsme poznamenali výše, nelze nijak prokázat, že takové řešení má fyzikální smysl. Hmotnost objektů s podsvětelnou rychlostí se spojitě mění podle vzorce STR. U fotonů nic takového ale není, protože světlo se nemůže ve vakuu pohybovat jinou rychlostí než pevně danou rychlostí c . Vzorce STR pro světlo neplatí. STR vůbec fotony neřeší a je zajímavé, že světlo je v STR přesto tak trochu všudypřítomné (světlené hodiny, definice současnosti, úloha rychlosti světla jako limitní, světelný kužel v Minkowského prostoročasovém modelu, postulát stálé rychlosti světla pro jakkoliv inerciálně se pohybující pozorovatele atd.). Vstupuje do ní axiomaticky jako postulát stálé rychlosti světla. Ani s nulovou klidovou hmotností fotonů si STR neporadí, jak již bylo vyloženo dříve.

Zastavme se tu na chvíli nad otázkou samotné nuly. Tvrdíme tady vytrvale, že nic nekonečně malého neexistuje, tedy jaksi by se mohlo zdát, že máme za to, že nula neexistuje. To ale vyžaduje upřesnění. Řekneme-li, že je na stole 0 jablek, je to správné tvrzení (tedy pokud tam žádné není). V abstrakci existující nula vlastně vyjadřuje reálnou neexistenci něčeho. Proti tomu asi nelze mít námitky. Co je ale nemožné je tvrzení, že na stole existuje nula jablek, a přesto tam jablka jsou. Názornější je představa, že na stole je nekonečně malé jablko (pomiňme na chvíli strukturu hmoty). Není možné, aby jablko existovalo a současně bylo nulových rozměrů, tedy nekonečně malé, nulového trvání atd. V oblasti, kde je nějaká vlastnost všudypřítomná na dané strukturní úrovni, třeba rozprostraněnost v našem vesmíru, je nula této vlastnosti nemožná. Ona nula tedy může znamenat dvě rozdílné věci: a) správné tvrzení, že něco neexistuje b) nesprávné tvrzení, že něco existuje a přitom je to nulové. Možnost b) je vlastně nesmyslná, a tedy je to buď fakticky možnost a), u které si mylně představujeme

³⁵ Zajímavé je tu uvažovat o relacích neurčitosti při takových extrémních situacích. Nulová neurčitost polohy totálně kontrahovaného tělesa by si vynutila nekonečnou neurčitost impulsu v tomto směru. A nekonečně dlouhé trvání absolutně dilatovaného procesu by si vynutilo nulovou absolutní neurčitost energie. Tyto úvahy ale nejsou příliš promyšlené, takže je tu neprezentujeme kvůli nejistotě závěrů.

existenci (nekonečně malé jablko existuje) nebo dotyčná vlastnost ve skutečnosti není nulová, je jen tak malá, že se propadla za náš horizont, tedy se jen jako nulová jeví, zdá. Skutečná nula existenci vylučuje. Například je možné, že ve struktuře prostoročasových „atomů“ smyčkové kvantové gravitace už vlastnost zvaná vzdálenost neexistuje. Pak jde o možnost a), protože jsme se dostali v intenzivním směru do strukturní hloubky mimo náš vesmír. Zůstaneme-li ale v našem vesmíru, má vše nenulové prostorové rozměry, třebaže velmi nepatrné.

Ale zpět ještě k fotonu. Představme si na malou chvíli, že jsme zvládli nemožné a foton jsme ve vakuu skutečně zastavili. Ani pak nelze nulovou hmotnost změřit a tento údaj tedy ověřit. Každé měření má nějakou nepřesnost, proto se nulová hodnota vždy „utopí“ v této nepřesnosti. Tudíž nikdy nebudeme mít jistotu, že jsme změřili přesnou nulu. Výsledek takového měření by mohl být například 0 ± 10^{-40} kg (klidová hmotnost elektronu je zhruba 10^{-30} kg). A i kdyby byla chyba takto maličká, a nenulová bude vždy, je nepřesnost nekonečněkrát větší než měřená hodnota, která by údajně měla být nula. Celé měření je tedy nesmyslné³⁶. Nulová hodnota je nezměřitelná a empiricky neprokazatelná. Hlavní ale je, že bychom měřili to, co neexistuje. O nulové hmotnosti či nulových rozměrech můžeme mluvit jen v tom případě, že se na místě nevyskytuje žádná fyzikální entita, ani prostoročas, nebylo by tam nic, čemu by bylo možné připsat jakoukoliv vlastnost, třeba hmotnost, délku nebo trvání v čase. To je vlastně ona skutečná nula pod možností a) v minulém odstavci. Jenže to už nejsme tak úplně v (naší) realitě, tedy v oblasti, kterou jsem se na začátku těchto dvou kapitol rozhodli prozkoumat. Minimálně jsme tak opustili náš vesmír.

Zopakujme ale ještě naši úvahu o přesnosti měření a vztáhněme ji, s výhledem na druhou část práce, ke světu abstrakcí. Výše uvedená úvaha o neabsolutnosti měření platí pro všechna měření nějaké hodnoty, která má být hypoteticky nulová, ale i pro každou nenulovou hodnotu. Praxe měření v průběhu několika století (či spíše tisíciletí) neukázala jediné měření s nulovou, tedy nekonečně malou nepřesností. To je neuvěřitelná axiomatická jistota této charakteristiky! A jestliže mluvíme v celém textu zatím jen a pouze o reálném světě, je konečné slovo vždy a pouze na empirii. Matematické vzorce sice mohou vykázat nulovou hodnotu jako výsledek, ale tato nekonečně malá hodnota bude (skoro) vždy idealizací, pokud mluvíme o nějaké reálně existující vlastnosti, protože je netestovatelná, empiricky neprokazatelná. Ve skutečnosti ale neexistuje žádná nulová hodnota vlastnosti, která na daném místě a daném čase existuje, tedy

³⁶ Jde to ilustrovat cimrmanovským výsledkem „měření“, které ve vtipu uvádí, že Cimrman přišel do Liptákova na podzim roku 1906, plus mínus 200 let. Smoljak L., Svěrák Z.: Posel z Liptákova, 1977, <http://www.diskografie.cz/jara-cimrman/posel-z-liptakova/vlastni-vyzkum-v-obci-liptakov/>

typicky v našem vesmíru. Feynman prohlašoval, že matematika neví, co dělá fyzika³⁷. Proto mechanicky aplikovat nějakou nulovou hodnotu z matematického výpočtu do fyziky (reality) je problematické. Ukažme si to třeba právě na nulové klidové hmotnosti. V našem vesmíru není něco takového smysluplné, ale mimo náš vesmír to reálně být může. Nemusí tam (všude) existovat hmotnost, protože to může být pouze projev pohybu daného rozpínáním našeho prostoru, tedy vesmíru. Existuje představa, že to, co v našem vesmíru vnímáme jako foton s hmotností, je v multivesmíru statická „superstruna“, světočára, kterou náš prostor postupně při svém pohybu protíná, což v našem vesmíru vypadá jako pohyb fotonu, ale ve skutečnosti jde o rozpínání vesmíru. Foton by pak byl v „prostoru“ multivesmíru něco úplně jiného než to, co fotonem nazýváme. Podobně jako je stín jablka něco jiného než jablko *an sich*³⁸. V otázce nulových hodnot je tedy situace delikátnější než v případě nekonečna. Nula může být jen zjednodušenou „tváří“ malé nenulové hodnoty v rámci oblasti dané všudypřítomné vlastnosti. Jiná (nebo i tatáž) nula může být skutečnou nulou, tedy informací o neexistenci, mimo tuto oblast.

V „zrcadlové“ verzi platí totéž i pro nekonečno. Z matematiky může vyplynout představa nějaké nekonečné hodnoty, jenže ta je buď empiricky neprokazatelná (jak jsme si ukázali třeba při analýze měření nekonečné délky a mnoha dalších příkladech) nebo když důkaz opřeme o měření nějaké nulové hodnoty, kterou pak použijeme k odvození nějaké nekonečné vlastnosti, zastaví náš postup nenulová nepřesnost měření oné „nulové“ veličiny. Tedy vlastně faktická neexistence nuly. A je to také *de facto* pokus o tautologii nekonečna ve verzi nekonečně velké za pomoci nekonečně malého. Neexistence nekonečna je jednoznačný princip, který (relativně) absolutně platí bez výjimek, tedy extrémně spolehlivě (řekněme v rámci multivesmíru), princip neexistence nuly chce daleko pozornější analýzu.

Barvitým příkladem tautologie nekonečna ve verzi nekonečně velké z nekonečně malého může být třeba pokus o důkaz nekonečné velikosti vesmíru, na základě jeho nulové křivosti. Sean Carroll³⁹ k tomuto „důkazu“ použil trojúhelník, jehož jednu stranu určovaly dvě skvrny (jejich okraje) na podrobné mapě reliktního záření a další dvě pak spojnice obou skvrn s pozorovatelem. Pokusil se změřit úhly tohoto trojúhelníku, protože kdyby součet všech tří úhlů tohoto trojúhelníku dával přesně 180 stupňů, nebyl by prostor vůbec zakřiven. To snadno pochopíme z toho, když nakreslíme trojúhelník přes velký kus koule nebo na zeměkouli. Součet

³⁷ A že fyzika neví, co dělá matematika.

³⁸ Samo o sobě.

³⁹ Viz https://en.wikipedia.org/wiki/Sean_M._Carroll

jeho úhlů bude větší než 180 stupňů, protože je to vypouklý povrch. U hyperbolických geometrií, u sedlových ploch, je zase součet úhlů trojúhelníka menší než 180. Jen na rovině⁴⁰, či v dokonale euklidovském plochém prostoru má každý trojúhelník přesně 180 stupňů. Tento fakt Sean použil. Údajně naměřil, že součet úhlů výše specifikovaného trojúhelníka je 180 stupňů s přesností na 3 desetinná místa, součet tedy musí být někde mezi 180,0005 a 179,9995 stupni. Je záhadou, jak se přesvědčil, že je spojnice dvou skvrn v mapě reliktního záření absolutně rovná, a jak se přesvědčil, že dokonale rovnou přímku udržely i pozorovací paprsky, když je může zakřivit jakákoliv hmotnost, ale to nechme stranou. Úplně postačuje ona nenulová nepřesnost, ve které se skrývá obrovské množství (potenciálně „nekonečně“ mnoho) mírně zakřivených trojúhelníků, mezi nimiž se jediný absolutně ideální trojúhelník zcela ztratí. Lze vlastně říci jen z poměru počtu všech těchto zakřivených a jediného nezakřiveného trojúhelníka, že pravděpodobnost, že to bude právě onen dokonalý trojúhelník, je přesně nulová. Nejenže je takto nekonečnost vesmíru nedokazatelná, ale z „nulové“ pravděpodobnosti naopak plyne, že je nekonečnost vesmíru nemožná. Kromě té drobnosti, že je neprokazatelná.

A abychom ukázali takovýto způsob důkazu jako zcela nekorektní, uvědomme si, že tato úvaha byla sice částečně empirická, ale ve své podstatě použila matematiku, tedy idealizovaný postup mimo realitu, proto se na ni nelze spolehnout tak jako na přímé empirické měření. Ony nekonečné rozměry vesmíru měly totiž vypadnout z násobení nekonečnem. Měřený trojúhelník má nejdelší stranu dlouhou asi 13,7 miliard světlených let, což odpovídá délce, kterou uletěl paprsek reliktního záření od Velkého třesku (přesněji od rekombinace asi 300 000 let po Velkém třesku, kdy se vesmír stal průhledným). Chceme-li z této obrovské, nicméně konečné hodnoty nějak dojít k hodnotě nekonečné, k trojúhelníku s nekonečnou stranou, musíme podobnost těchto dvou geometrických objektů použít tak, že velikost „reliktního“ trojúhelníku v trojčlence násobíme nekonečnem. Opět se tedy dopustíme toho „podvodu“, že nekonečno ve výpočtu dostaneme tak, že tam jiné nekonečno předem vložíme (tautologie nekonečnosti). Nebo totéž můžeme říci jinak: aproximujeme-li nějakou vlastnost (zde plochost prostoru ve vesmíru), je aproximace tím méně spolehlivá, na čím větší vzdálenost ji děláme. Uděláme-li ji na vzdálenost nekonečnou, klesne spolehlivost, pravděpodobnost správnosti aproximace, k nule, tedy správnost takovéto úvahy je zhora nemožná.

⁴⁰ Náhodně by mohl být součet úhlů trojúhelníka prakticky přesně 2R, kdyby geometrie prostoročasu byla na jednom místě vypuklá a na jiném, kudy projde foton, zase vydutá, a to tak šťastně, že se obě deformace navzájem eliminují.

Mnoho odvození (prakticky všechna) nějaké nekonečné hodnoty se děje právě takto matematicky. Proto je nelze brát v empirické vědě zcela vážně, jak jsme si před chvílí ukázali, neboť v matematice vždy hrozí u takovýchto extrémních hodnot odtržení do reality. Matematika sama je jedna velká idealizace (abstrakce). Ale přes své obrovské přednosti v konečném světě přece jen svými, v extrémních hodnotách nesprávně idealizovanými postupy „infikuje“ modely, které popisují realitu. Dělá tyto modely v extrémních polohách idealizovanými, absolutními, což skutečnosti ale neodpovídá. Proto je nutné výsledky matematických modelů vždy ověřovat empiricky, kriticky posuzovat, ne mechanicky přijímat, zejména při nabízených nekonečných a nulových hodnotách. Není možné se v takovýchto případech na matematiku spolehnout tak jako na empirii. Navíc se při mnoha takovýchto matematických odvozeních nekonečna vychází z veličin nekonečně malých, které jsou empiricky nejen neprokazatelné, ale často přímo nemožné, jak jsme si předvedli výše.

Udělejme závěr v otázce empirického měření. Nenulovou nepřesnost měření, která zcela znemožňuje experimentální či observační důkaz existence jakékoliv nulové hodnoty (v oblasti, kde se zkoumaná vlastnost vyskytuje), můžeme postulovat jako **axiom nenulové chyby každého měření**. Připomeňme upřesnění závorky v předchozí větě. Skutečné nulové hodnoty pochopitelně existují, ale znamenají vždy a pouze, že jsme se ocitli mimo oblast výskytu dané vlastnosti či daného druhu objektů. Příkladem může být třeba viskozita vody. Ta má nějakou nenulovou hodnotu pouze pro kapalinu, ne pro samostatné individuální molekuly. Každá soliterní molekula nemá žádné vazby k molekulám dalším, tedy je viskozita souboru izolovaných molekul nulová, neexistuje. Neexistuje totiž nositel vlastnosti zvané viskozita. Viskozita je projevem vnitřního tření kapaliny a bez vazeb mezi molekulami není ani kapaliny, a tedy ani vnitřního tření. Můžeme sice vnitřní tření nějaké kapaliny minimalizovat, třeba silným podchlazením hélia a jeho uvedením do stavu supratekutosti, nicméně deklarovaná nulová viskozita je opět pouze idealizace, která značí, že je viskozita tak malá, že je v současnosti prakticky neměřitelná. Podobně jako jsme si dříve ukázali, že nelze prokázat, že ztráty u supravodivosti neexistují, a lze usoudit, že i supravodivost nenabízí perpetuum mobile, stejně lze postupovat i tady. Nelze empiricky nikdy dokázat nulové třetí v suprakapalině, neboť bychom test museli realizovat po nekonečně dlouhou dobu, stejně jako test nulových ztrát v supravodiči (tautologie nekonečna). Nemožnost absolutně přesně změřit nulové ztráty u supravodivosti je principiálně totéž jako dokázat nulové třetí v suprakapalině, a možnost takového empirického důkazu je vyloučena kvůli axiomu nemožnosti absolutně přesného měření. (Když se podíváme zpět k příkladu supravodivosti, který jsme si popisovali

dříve, jasně tam omezená přesnost praktických testů vystupuje.) Dosáhnout absolutní přesnosti měření je stejně nemožné jako dosáhnout absolutní teplotní nuly.

Axiom neabsolutnosti každého měření, tento konkrétní případ neexistence nekonečna, lze heuristicky použít v empirických vědách. Dá se např. celkem s jistotou předpovědět, že i ta nejdokonalejší suprakapalina má nenulovou viskozitu, jen je její hodnota tak malá, že je momentálně mimo schopnosti našeho měření nebo se prostě o stanovení její přesnější hodnoty nikdo ještě nepokoušel. Jako analogie se tady dá použít nemožnost dosažení absolutní nulové teploty. Opět vidíme, že příroda prostě není v ničem dokonalá, absolutní, jen se to tak z některých vlastností může po určitou dobu jevit.

Znovu si připomeňme, že zde formulovaný axiom o měření v sobě zahrnuje jako speciální případ i Heisenbergovy relace neurčitosti v kvantové mechanice, které nenulovou hodnotou Planckovy konstanty ($6,62607015 \times 10^{-34}$ J.s) zdola omezují přesnost měření některých párů fyzikálních vlastností, jako jsou třeba impuls a poloha nebo energie a čas atd. Zatímco je u těchto relací určená přesná hodnota, pod kterou nepřesnost nemůže klesnout, ba v praxi jí nemůže ani dosáhnout, v klasické mechanice žádný takový teoretický princip s přesnou hodnotou neexistuje. Toto, spolu s podporou (zdánlivě) zcela přesné matematiky použité v klasické mechanice, je podhoubím pro zjednodušené představy, že v ní skutečně může existovat něco absolutně přesného. Praktická zkušenost jasně axiomaticky ukazuje, že úplné uskutečnění takové idealizované představy je v realitě nemožné. Je docela pravděpodobné, že v dalších fyzikálních teoriích (např. kvantová gravitace), které budou pronikat hlouběji do reality, budou formulovány jiné konkrétní vztahy než relace neurčitosti, které také budou konkrétní realizací obecného axiomu nenulové nepřesnosti měření. Očividně to může souviset s diskrétní strukturou světa na různých strukturních úrovních, např. s prostoročasovými „atomy“ navrhovanými smyčkovou kvantovou gravitací. Tato hypotetická kvanta, pakliže existují, mají uvnitř zřejmě relativně spojitou strukturu, která se ovšem zase může skládat z hlubších diskrétních entit poměrně standardizované velikosti (viz platnost stejné Planckovy konstanty pro všechny částice a procesy kvantové mechaniky). To může způsobit nějakou exaktní formulaci podobnou Heisenbergovým relacím, která bude faktickým konstatováním, že ani další kontinuum není absolutní, ale je zase složeno z diskrétních částí. A že tak opakovaně spojitě přechází v diskrétní a diskrétní ve spojitě a znova a znova, dokud vůbec dávají pojmy diskrétní a spojitý smysl tím, že mají oporu hlouběji v realitě. Žádná dokonalá, absolutní diskrétnost, ani dokonalá a absolutní spojitost proto v realitě nejsou. Tato relativita diskrétního a spojitého by mohla mít název **kyvadlo spojitého a diskrétního**. A je možné z ní

opět odvozovat neexistenci nekonečna (nenulové „rozměry“⁴¹ malých kvant a extenzivní hranice každého kontinua). Může tedy sloužit heuristice. Máme-li něco dozajista spojitého, hledejme v jeho struktuře diskrétní a obráceně.

Při úvaze o nenulové přesnosti zákonů můžeme vyjít též ze Schrödingerových myšlenek. „Schrödinger se ovšem nezastavil u prosté poznámky, že se na mikroskopické úrovni nelze spoléhat na statistické zákony klasické fyziky: kvantifikoval pokles přesnosti a vypočítal, že velikost odchylek od těchto zákonů je nepřímo úměrná druhé odmocnině počtu částic v systému. Chování balónu naplněného bilionem (milionem milionů) částic se tak odchyluje od zákonitostí platných pro plyny pouze z jedné miliontiny. Nicméně chování balónu naplněného pouze stovkou částic se bude lišit od řádného chování z jedné desetiny. Ačkoliv takový balón bude stále mít tendenci rozpínat se při zahřátí a smršťovat při ochlazení, nebude se tak dít způsobem, který by mohl být popsán nějakým deterministickým zákonem. Všechny statistické zákony klasické fyziky podléhají tomuto omezení: platí pro objekty sestávající z velkého počtu částic, ale selhávají při popisu chování objektů tvořených malým množstvím částic.“⁴²

V této úvaze jde dále pokračovat tak, že abychom dostali absolutní přesnost statistických zákonů, potřebovali bychom vlastně nekonečné množství atomů nebo molekul, což žádná oblast, kterou zkoumáme, neobsahuje. Máme tu znovu tautologii nekonečna: pro nekonečně malou nepřesnost potřebujeme nekonečné množství částic. A to samozřejmě ignorujeme vnější vlivy (třeba gravitační) na zkoumanou oblast, které existují vždy, protože nic nejde izolovat absolutně dokonale, když například kosmické paprsky procházejí snadno pevnými tělesy, a pro jejich odstínění je nutné umístit některé detektory hluboko pod zem. A neutrina procházejí snadno i celou Zemí.

Přejdeme-li k zákonům dynamickým u klasické fyziky, evidentně jsou tyto zákony jen zjednodušenou podobou, protože to, co zkoumají, se z velké většiny skládá z atomů a tím pádem pro to platí výše uvedená úvaha. Samozřejmě všechny myšlenky jsou zjednodušené, z čehož ale plyne i jejich efektivita. Mnozí se například snažili formulovat speciální teorii relativity z úvah na úrovni (elektromagnetické, atomové) struktury pevných těles, která nebyla

⁴¹ Octneme-li se někde pod úrovní, na které vzniká prostoročas, nelze tam uvažovat o prostorových rozměrech.

⁴² Al-Khalili J., McFaden J.: Život na hraně – Nadcházející věk kvantové biologie, Vyšehrad, Praha 2019, str. 64

v té době prakticky prozkoumána, což činilo značné obtíže. Einstein je ale předstihl i tím, že tuto teorii formuloval zjednodušeně na makroúrovni pevných těles⁴³.

Jestliže se pustíme z makroúrovně do zkoumání singulárních atomů a částic v jejich struktuře či jiných částic, naprosto zásadně zde vystoupí Heisenbergovy relace neurčitosti. Ty jsou zčásti způsobené tím, že každé pozorování také ovlivňuje pozorované tím, že k pozorování je třeba částic, které jsou kvantovány Planckovou konstantou, což vyplývá z toho, že celý svět je na dané úrovni kvantován. I kdyby se nám podařilo nějakým způsobem překonat relace neurčitosti nebo se jim vyhnout tak, že se pokusíme měřit jen jednu vlastnost (protože relace platí pro dvě komutované vlastnosti), narazíme zřejmě za touto hranicí na hranici jinou. Například právě na prostoročasové „atomy“. Přestože každá náhoda je zřejmě překonatelná, tedy i ta kvantová, protože její nefalzifikovatelnost by znamenala, že o ní nemáme vědeckou, a tedy správnou představu, přesto je náhoda téměř jistě „nezničitelná“. Nelze totiž například nic absolutně izolovat a vnější vliv, který neznáme, to je náhoda. Fyzikální zákony jsou zjednodušené modely, které postihují vše podstatné pro dané zkoumání, ale rozhodně nepopisují vše. Náhoda nemůže být nulová. Můžeme to vyjádřit aforismem, že náhoda neexistuje, ale přesto se jí nelze nikdy zbavit. A kdyby byl větší prostor, mohli bychom i formulovat **kyvadlo náhody a determinismu**, obdobně jako kyvadlo diskretnosti a spojitosti výše. Samozřejmě i tyto mají konečnou platnost, pakliže věříme axiomu neexistence nekonečna. Podle všeho ale tato kyvadla mají výrazně větší rozsah platnosti (extenzivně i strukturně) než známé fyzikální zákony.

⁴³ Brown H.R.: Physical relativity (Space-time structure from a dynamical perspective), Clarendon Press, Oxford 2005, str. 4 a 5.

4. Závěr k existenci nekonečna v realitě

Jak jsme si doložili na mnoha příkladech z reality a jak jsme argumentačně předvedli, žádné nekonečno v realitě neexistuje. Ukázali jsme si, že není možné jeho existenci prokázat, ba dokonce není možné jeho existenci ani testovat. Proto je jakákoliv představa čehokoliv v realitě nekonečného nevědecká, pokud se jasně nechápe, že je aktuální nekonečno jen zjednodušení, idealizace, která ve skutečnosti neexistuje.

U nekonečných a nekonečně malých hodnot má empirická věda tedy jen dvě možnosti (jsme-li v oblasti „všudypřítomnosti“ zkoumané vlastnosti). Buď časem ukáže, že je dotyčná hodnota konečná, a pouze překračovala možnosti našeho měření či pozorování, tedy ve skutečnosti nebyla nulová nebo nekonečná. Nebo se v dohledné době nevyjeví konečná kvantita této hodnoty. Přitom není ani vyloučeno, že se dotyčná konečná hodnota mění (rozpínání rozměrů vesmíru). Nicméně na empirické ověření skutečně nekonečné hodnoty bychom museli čekat nekonečně dlouho, což znamená, že ji nemůžeme ověřit nikdy, je tedy netestovatelná, a proto nevědecká a nesprávná. Podle nás možnost ověření nekonečnosti čehokoliv, co v nám známé oblasti existuje či existovat bude, je opět pouze idealizace, protože je-li každá vlastnost konečná, bude její konečnost (či nenulovost) ověřena v konečném čase. I když tento čas se pro nás může ve zjednodušení jevit jako nekonečný. Jestliže se prokáže konečnost multivesmíru třeba za milión let, je to pro nás, žijící řádově stovku let, doba prakticky nekonečná.

To ukazuje nevědeckost nekonečna v realitě, pakliže se nekonečno nechápe jen jako idealizace, ale bere se jako definitivní odpověď. Když použijeme demarkační kritérium Karla Poppera, tedy falsifikaci, je zřejmé, že cokoliv, čehož falsifikace (částečné popření) není v principu možná, nemůže být vědou a tím pádem ani pravdou. A nejde tu o nemožnost falsifikace v konečném časovém horizontu, třeba v podobě částečného popření obecné teorie relativity a jejího vyjevení jako zjednodušeného modelu v současné době, která je dána jen naší současnou neznalostí. Ale jde o absolutní nemožnost falsifikace, tedy tvrzení, že je něco skutečně absolutně absolutního, ne pouze zdánlivě (relativně) absolutní. Upřesnili jsme zde termín absolutní a vyjevíli **dichotomii absolutního**. Každá logicky správná a empiricky ověřená teorie musí mít nějaké absolutní entity (např. kvantová mechanika má „nepřekonatelné“ Heisenbergovy relace neurčitosti a kvantovou náhodu, speciální teorie relativity má absolutní rychlost světla a absolutní prostoročasový interval, Newtonova fyzika měla absolutní prostor čas atd.). Tyto absolutní entity jsou ale jen zjednodušením a ve skutečnosti jsou relativní (viz třeba relativizace Newtonova absolutního prostoru a času

Einsteinem nebo popření absolutní spojitosti světa kvantovou mechanikou a objevem atomů). I absolutní entity budou časem relativizovány neboli falsifikovány. Nemluvíme o **absolutně absolutních** vlastnostech či entitách, ale o **relativně absolutních**, tedy dočasně absolutních, absolutních při určitém omezení pohledu, v omezené oblasti neboli podmíněně absolutních. Cokoliv absolutně absolutního totiž nemůže vůbec existovat⁴⁴. Relativní absolutnost můžeme označit jako falešnou absolutnost nebo hegelovsky jako špatnou absolutnost, pouhý dojem absolutnosti.

Připomeňme si také např., že absolutní velikost je nejen něco, k čemu se nemůžeme nikdy dostat, ale dokonce je to něco, k čemu nemůžeme udělat ani ten nejmenší krok. Změříme-li nějakou libovolně velkou veličinu, třeba jednu přijdeme na to, že je multivesmír velký $10^{1000000}$ světelných let (i když „poněkud“ pochybujeme, že by se vzdálenost v multivesmíru mohla měřit v jakýchkoliv prostorových jednotkách, třeba i světelných rocích a že tam bude světlo), stále to bude přesně 0 % z nekonečna. Tedy na cestě k nekonečnu jsme se ani nepohnuli z místa a zůstáváme od něj stále stejně, tedy nekonečně vzdáleni. To, jak lze usoudit, platí pro každý pokus o dosažení aktuálního nekonečna z konečných hodnot, ať už jde o realitu či abstrakci (jak uvidíme později). Nazvěme si tento princip **vězením konečnosti**. Postuluje, že se z konečné oblasti nemůžeme nijak dostat k nekonečnu, a to ani v realitě ani v abstrakci. Toto vězení na tomto místě bereme stále jen jako hypotézu, kterou jsme sice empiricky už snad dostatečně doložili, ale o jejíž prokázání v oblasti abstrakcí se pokusíme ve druhé části práce.

Dalším, již uvedeným argumentem proti nekonečnu je extrapolace. Je celkem zřejmé, že extrapolace je tím méně spolehlivá, na čím delší vzdálenost ji provádíme. Například předpověď ekonomického vývoje na jeden rok je výrazně spolehlivější než na 10 let dopředu. Extrapolaci platnosti fyzikálních zákonů ve vesmíru můžeme provést na obrovské vzdálenosti, protože z pozorování můžeme soudit, že ve vzdáleném vesmíru panují stejné podmínky jako ve Sluneční soustavě a (skoro) totéž platí pro časovou vzdálenost. Ale čím dále „saháme“, tím méně informací o této oblasti máme, a tím je naše extrapolace méně spolehlivá. A když extrapolujeme do absolutní vzdálenosti, je naše extrapolace absolutně nespolehlivá, tedy vlastně chybná se stoprocentní jistotou. Z toho lze odvodit představu principiální změny v konečné vzdálenosti, například též konečnost vesmíru v prostoru i čase.

⁴⁴ Bylo by záhodno dodat, že jde o existenci „pro nás“ (Kant), ale v závěru práce vyložíme, že není žádná existence „o sobě“, tedy není ani třeba obrát „pro nás“ uvádět.

Můžeme naše úvahy nepřímou podporou i etymologicky. Slovo „finis“ znamenalo původně v latině hranici, limit, teritorium, jak tvrdí placené databáze *Oxford English dictionary* a *Etymological Dictionary of Latin*. A „infinitas“ pak vyjadřovalo bezhraničnost, nekonečnost, bezmeznost, nezměrnost, nesmírnost. „Infinitus“ je pak adjektivum pro něco bezlimitního, neomezeného, neurčitého, neohraničeného. Obecně jde většinou o negaci nějaké hranice, nějakého limitu, což je patrné i z českého slova ne-konečno, něco bez konce. Je ale jen otázka interpretace a v konkrétních případech konkrétního zkoumání, jestli onu hranici neznáme nebo vůbec neexistuje. Etymologicky je to jen negace hranice bez interpretace.

Neznalost (neexistence⁴⁵) hranice ale neznamena přímo absolutní velikost. Aktuální nekonečno, absolutní velikost vlastně znamená absolutně finální, tedy **konečnou** hranici, a to třeba ve smyslu, že nic kvalitativně jiného se dál nekoná. Dál, za nekonečno už také nelze pokračovat, aktuální nekonečno nelze zvětšovat, zvětšovat lze jen nekonečno potenciální, ostatně neustálé překonávání konečné pozice, kam jsme dospěli, je jeho podstatou. Přičteme-li k aktuálnímu nekonečnu libovolně velké konečné číslo, nezvětšíme ho ani o „milimetr“. Aktuální nekonečno je tak vlastně definitivní limit, který nelze pokořit, definitivní konec. Pak to ale ani není negace konce tedy ne-konečno. Aforisticky řečeno aktuální nekonečno vůbec nekonečnem není.

⁴⁵ Existence je vždy jen „pro nás“ (Kant), a pakliže je pravda, že vždy existuje hranice, je její neexistence vždy jen „pro nás“, tedy naše neznalost hranice.

5. Pokrok ve fyzice jako odstraňování či nalézání nekonečně velkého či nekonečně malého

Velké revoluce ve fyzice jsou často také odstraňováním něčeho zdánlivě nekonečně velkého či nekonečně malého, obecně absolutního. To logicky vyplývá z „definice“ vědecké teorie jako něčeho falsifikovatelného. Už Galileovo pozorování dalekohledem ukázalo na příkladě Měsíce, že nebeská tělesa nejsou něco absolutně dokonalého, co se bude pohybovat pořád stejně, a sice nekonečně dlouho. Že jsou na něm hory a údolí a že tedy je podobný Zemi, kde „věčný“ pohyb vždy zastaví nějaké rušivé vlivy, typicky tření. To znamenalo, že ani Měsíc není nekonečně tuhé těleso, a proto na něj působí slapové síly Země, které tedy nejsou nekonečně malé. Toto velké sjednocení výkladu pohybů na Zemi a ve vesmíru znamenalo v důsledku popření existence nekonečně dlouho se pohybujících perpetuů mobile (planet) v nebeské sféře. A to přitom Galileo ve výkladu klasické fyziky použil myšlenku setrvačnosti, tedy perpetua mobile, proti Aristotelovi, jehož koncepce byla, že pohyb existuje pouze, působí-li síla, jinak se zastaví. Nicméně od této úvahy o principu setrvačnosti začalo být zřejmé, že je setrvačnost (možná vždy) narušována nějakým vnějším či vnitřním působením, které, není-li dodávána další energie, pohyb postupně utlumuje, brzdí.

Další revolucí byla speciální teorie relativity, která dala limit rychlosti světla všem pohybům a vyloučila tak možnost nekonečně velké rychlosti, kterou absolutní prostor a absolutní čas Newtonovy fyziky vlastně dovoľoval. Relativita času a prostoru se dále projevila v obecné teorii relativity, která v podstatě skoncovala s nekonečným časem, nekonečným trváním vesmíru, protože z jejich rovnic a pozorovaného kosmologického rudého posuvu vyplývá nutnost vzniku času⁴⁶, Velký třesk. Jak už bylo řečeno dříve, také neexistuje žádné jejich řešení, které by bylo statické a dovoľovalo tak nekonečně dlouho existující statický vesmír. Mainstream má za to, že konec vesmíru nastane, a jde jen o to, jaký bude. Obecná teorie relativity také stanovila konečnou rychlost šíření gravitace a Newtonovu představu nekonečně rychlého působení gravitace na dálku ukázala jako nesprávnou. Gravitace, například ve formě gravitačních vln, se totiž též šíří právě rychlostí světla. Kdyby Slunce náhle zmizelo, tak by Země kolem něj obíhala beze změny ještě zhruba 8 minut, až teprve po této době by se její dráha „napřímila“⁴⁷ a odlétla by do vesmíru.

⁴⁶ Konkrétně času vesmíru, který ovšem vznikl v rámci času multivesmíru, neboť kdyby před Velkým třeskem nebyl žádný čas, nic by se nepohybovalo a Velký třesk by nemohl začít.

⁴⁷ Gravitační vlny z takové náhlé události by jistě pohyb Země též ovlivnily, takže by její dráha nebyla jen uvolněním z eliptické dráhy, i když by tento vliv asi nebyl příliš patrný. Rozhodně by též působily slapové síly.

Neexistence něčeho nekonečně malého, tedy neexistence dokonalého kontinua byla (alespoň částečně) popřena důkazem existence atomů v roce 1905, a to výkladem Brownova pohybu Albertem Einsteinem, jenž potvrdil Demokritovu a Boltzmannovu atomovou hypotézu. A ještě zásadnější změnou bylo kvantování záření absolutně černého tělesa v roce 1900, které znamenalo Nobelovu cenu pro Maxe Plancka. Další Nobelova cena za kvantovou mechaniku byla za vysvětlení fotoelektrického jevu v roce 1905 Albertem Einsteinem, který jej vysvětlil jako efekt dopadu porcí elektromagnetického záření, tedy fotonů. A těch Nobelových cen za kvantovou mechaniku padlo ještě mnoho. Z těch nejznámějších uved'me: 1922 – Niels Bohr, 1929 – Louis de Broglie, 1932 – Werner Heisenberg, 1933 – Erwin Schrödinger a Paul Dirac, 1945 – Wolfgang Pauli, 1954 – Max Born, 1962 – Lev Davidovič Landau, 1969 – Murray Gell-Mann atd. Ten seznam by byl dlouhý.

Další pokrok vědy se očekává zformulováním kvantové gravitace, která se snaží jevově spojitý prostoročas popsat jako médium složené z nenulově velkých prostoročasových „atomů“ (v případě smyčkové kvantové gravitace). Problém je tu v tom, že obecná teorie relativity předpokládá singularitu černých děr a Velkého třesku s nulovými rozměry a nekonečnou hustotou, což ale odporuje kvantové mechanice. K vytvoření kvantové gravitace je tak nutné odstranit jak nekonečně malé rozměry singularit, tak jejich nekonečnou hustotu, neboť jsou tyto hodnoty nefyzikální, nedávající v realitě dobrý smysl. To navrhuje i superstrunová teorie, dnes ve verzi M-teorie.

Dalším příkladem je renormalizace, která odstraňuje nekonečna destrující výpočty v kvantové elektrodynamice a umožňuje tak vytvořit matematický model této kvantové teorie elektromagnetického záření a látky. Pochopitelně za to byla další Nobelova cena (Richard Feynman, Sin-Itiro Tomonaga, Julian Schwinger – 1965).

Přibližme si tuto renormalizace metaforou⁴⁸: Vložme pingpongový míček pod vodu a držme jej tam v klidu. Představme si, že je to dokonalý míček, který je tak tenký, že má nulovou hmotnost, prostě nic neváží. Teď jej pusťme. Začne stoupat k hladině působením vztlakové síly. Ať je tato síla jakákoliv, musí míčku udělit nekonečné zrychlení (a tím i okamžitě nekonečnou rychlost), pokud jsme řekli, že míček má onu nulovou hmotnost a nebereme v potaz odpor kapaliny. Newtonův zákon síly totiž vyjadřuje rovnice pro sílu F:

$$F = m \cdot a$$

⁴⁸ Brauer, T.: Moderní formulace teorie renormalizace a její použití ve fyzice částic, Ústav teoretické fyziky MFF UK, Praha 2002, <http://gemma.ujf.cas.cz/~brauner/files/diplomka.pdf>

A protože je hmotnost m nulová a síla F nulová není (můžeme si ji třeba položit rovnu jedné) dostaneme rovnici:

$$1 = 0 \cdot a$$

pak zrychlení a musí být:

$$a = 1 / 0 = \infty$$

tedy nekonečno. Pochopitelně tento podíl berme (a to i v textu dále) jako stručný zápis korektního výpočtu, tedy limity x jdoucí k nule výrazu $1/x$.

Je jasné, že nekonečno zde vniklo idealizací, protože pohyb míčku vzbuzuje odpor vody, který působí proti jeho pohybu, a tento odpor jsme opominuli. Odpor způsobí, že se míček chová tak, jako by nějakou hmotnost měl, a proto se nekonečně rychle pohybovat nezačne. A tedy i kdyby míček měl skutečnou hmotnost nulovou, má efektivní hmotnost nenulovou. Efektivní hmotnost tady vlastně není hmotnost onoho míčku, ale jeho zdánlivá hmotnost, způsobená tím, že svou vlastní hmotnost (a další vlastnosti) na míček přenáší molekuly vody. (A samozřejmě ani není možné, aby měl míček skutečnou hmotnost nulovou.) A podobný „odpor“ v případě Higgsova pole ukazuje, že hmotnosti alespoň některých částic (bosonů) tímto mechanismem vznikají⁴⁹.

Mimochodem, tento příklad krásně ukazuje, jakým způsobem vznikne představa nekonečna v realitě. Je to tak, že člověk situaci příliš zjednoduší a zanedbá reálně fungující faktory (jako zde efektivní hmotnost míčku způsobenou odporem vody a skutečnou hmotnost míčku).

V každém případě z uvedených příkladů plyne, že je nekonečno evidentně jakýmsi směrníkem, který ukazuje, kudy může vést cesta k dalšímu zásadnímu pokroku ve fyzice, pokud dané nekonečno falsifikujeme a nahradíme jej konečnou nenulovou hodnotou. Vždy, i když odstranění nekonečna nevede hned k fyzikální revoluci, může být nekonečná či nulová hodnota nahrazena velkou konečnou hodnotou či velmi malou nenulovou hodnotou bez toho, aby se výsledky výpočtů ve fyzice (v libovolně zvolené přesnosti) změnily. Aktuální nekonečno je tak ve fyzice často zbytečné a zavádějící, a mohlo by být nahrazeno potenciálním „nekonečnem“, které v sobě už obsahuje falsifikaci aktuálního nekonečna a de facto i vlastní falsifikaci. Každé nekonečno zřejmě v sobě obsahuje vlastní potenciální falsifikaci. Potenciální nekonečno je totiž extrémně neurčitá hodnota, která má jedinou jistotu, a to že přesahuje náš obzor. Vždy může být ve fyzice nakonec nahrazeno buď konkrétní hodnotou, jako například

⁴⁹ Higgs, P. W. (1964). "Broken symmetries and the masses of gauge bosons". *Physical Review Letters*. 13 (16): 508–09. <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.13.508>

nekonečný věk vesmíru byl nahrazen údajem cca 13,7 miliard let, nebo nějakým algoritmem, ze které ho sice vyplývá flexibilní hranice, ta je ale konkretizována případ od případu.

Nějaké nekonečno je ale na druhé straně nezbytně nutné v každé teorii a implicitně vlastně v každém výroku. Banální ukázka Newtonovy mechaniky s možností nekonečné rychlosti je toho příkladem, stejně jako teoretická možnost singularity s nulovými rozměry v OTR nebo nekonečně dilatovaný čas ve STR. Každá teorie je totiž jen zjednodušený model a zjednodušení nutně vyžaduje extremizaci, idealizaci některých vlastností. Termodynamika například zanedbává rozměry atomů či molekul, ty jsou nepatrné ve srovnání s nádobou, kde je zkoumáme. Bere je jako nulové. Kdyby byly ale skutečně nekonečně malé, nedocházelo by mezi nimi ke srážkám a termodynamika by vůbec nefungovala.

Je-li ale něco nekonečně malého či velkého prakticky nutné v každé teorii, je nutnou podmínkou pro vytvoření teorie formulovat nekonečnost nějaké vlastnosti nebo alespoň se musí v nové teorii nějaká nekonečna implicitně objevovat. Kvantová mechanika třeba odstranila v mnoha směrech kontinuum, tedy vlastně nekonečně malé skoky kombinací některých vlastností, ale zároveň přinesla vlnovou funkci, která je definována až do nekonečna. Pokrok ve fyzice je tak „lemován“ nově nalezenými nekonečny. A že nekonečno umí být velmi kreativním faktorem, o tom se můžeme přesvědčit třeba u Cantorovy teorie množin, která je na existenci aktuálního nekonečna přímo založena. Ale to už směřujeme ke druhé polovině práce, nekonečnu v abstrakci.

V rámci této úvahy se pokusme naznačit na dvou konkrétních příkladech, jak by vyjasnění úlohy nekonečna (v realitě) mohlo pomoci v těch nejobecnějších vědeckých úvahách, tedy nastiňme možné praktické dopady myšlenek v této práci. V analýze času Rogera Penrose⁵⁰ a Carla Rovelliho⁵¹ se můžeme znovu dočíst známou hypotézu, že směr času je dán směrem růstu entropie. Použijme trochu skepse ve stylu Davida Huma a ptejme se, jestli souběh růstu entropie a směru času znamená „kauzální“ závislost, jestli nemůže jít o náhodný souběh a jde-li skutečně o nenáhodnou korelaci. Jdou-li dva chodci stejným směrem, nemusí to hned znamenat, že jsou nějak spojeni. Pravděpodobnost nějakého jejich vztahu vzroste, když jdou stejnou rychlostí a nemění tedy vůči sobě polohu. I to však může být náhodné, zvláště jestli naše pozorování proběhne jen krátce, tak se různé rychlosti mohou jevit jako stejné⁵². Určitě

⁵⁰ Penrose, R.: *Cykly času*, Argo/Dokořán, Praha 2013

⁵¹ Rovelli, C.: *Řád času*, Argo/Dokořán, Praha 2020 a Podolský, J.: *Řád času podle Carla Rovelliho*, 1.část: Rozpad času, 19.11.2020, <https://youtu.be/pJEtAXanTlg>

⁵² Navíc jak rychlost chodců, tak rychlost času a entropie může fluktuovat, dočasně být různá, i když by byli (a byly) spojeni. Jednoho chodce může zaujmout něco ve výloze.

ale u času a růstu entropie nelze hovořit o stejné rychlosti už proto, že různé entropické procesy mají různou rychlost. Velmi pravděpodobně neexistuje nějaké analytické zdůvodnění, proč by směr času měl souviset se směrem růstu entropie a jde jen o prosté pozorování souběhu. Není jasný „mechanismus“, kterým by růst entropie měl způsobovat běh času v určitém směru, resp. kterým by čas měl způsobovat růst entropie.

Pochybnost o závislosti běhu času a růstu entropie prohlubuje fakt, že existují i samovolné negentropické procesy, tedy takové, při nichž organizované struktury vznikají. Příkladem může být formování planet, hvězd, černých děr (singularitou připomínající ten prvopočáteční stav Velkého třesku s velmi nízkou entropií) nebo galaxií apod. Přitom představa, že se pokles entropie děje na úkor okolí, není až tak přesvědčivá, protože i růst entropie se často děje vlivem okolí (extenzivního či strukturního), např. dopad velkého asteroidu, který způsobil vyhynutí dinosaurů. A za samovolné procesy v chemii, kde zřejmě klesá entropie, byla Ilju Prigoginovi dokonce v roce 1977 udělena Nobelova cena. Hezkým příkladem může být Bělousovova–Žabotinského chemická reakce⁵³, která samovolně vytváří oscilující barevné struktury. A evidentně proběhne, i když je systém izolován. Je prostě otázka, jestli platí 2. věta termodynamická v klasicky chápané podobě, nebo jde vlastně jen o přemísťování entropie z okolí nebo ze struktury do námi vnímané oblasti, což naznačuje už i Boltmannovo fenomenologické chápání entropie. Dalším nahledáním jistoty růstu entropie je singularita Velkého třesku. Ta měla evidentně velmi nízkou entropii, takže je třeba se ptát, jak vznikla. Určitě nemohla vzniknout podle 2. zákona termodynamického. I kdyby to byla jen lokální fluktuace v multivesmíru, stejně by šlo o negentropický proces. Je tak otázkou, jestli tato věta platí i v multivesmíru, kdybychom překonali naše pochybnosti o ní, co se týče našeho vesmíru. A existují i představy, že by mohly být celé oblasti prostoročasu, kde by entropie klesala⁵⁴, narozdíl od naší oblasti. Dokonce požadavek zachování kvantové informace, o který byl sveden boj mezi Hawkingem a Susskindem ohledně jeho možného porušení na horizontu černé díry⁵⁵, může naznačovat možnost zákona zachování entropie. Stačí myšlenku zachování informace spojit se Shannonovým pojetím informační entropie, který měl jako Boltzmann jevové pojetí informace (informace jsou jen ta data, která snižují subjektu neurčitost). Pokud se zachovává informace, musí se zachovávat i entropie, může se jen přelévat ze systému do okolí nebo

⁵³ Bělousovova - Žabotinského reakce, Ústav chemických procesů Akademie věd České republiky, <http://intranet.icpf.cas.cz/cs/belousov-zabotinsky>

⁵⁴ Krtouš, P.: Může čas běžet pozpátku?, Ústav teoretické fyziky MFF UK, Praha 17.12.2020, https://youtu.be/hSPuqAX_ZiE?t=4470

⁵⁵ Susskind, L.: Válka o černé díry, ARGO – Dokořán – Paseka, Praha 2013

naopak, podobně jako energie. Taková úvaha se dá podpořit i tím, že podstatou informace je rozdíl (viz třeba 0 a 1 stavy bitů v počítačovém světě). Entropii lze do značné míry chápat jako koncentraci (viz např. singularita Velkého třesku) a koncentrace je jen otázkou rozdílů. Rozdíly jsou ostatně příčinou entropických procesů (viz třeba tepelné rozdíly).

Je to věc pro další zkoumání. Uvažujme nepřilíš podložený Rovelliho přístup tzv. tepelného času. Ten je snad lepší nazvat časem termodynamickým, protože je to čas svázaný s růstem termodynamické entropie, tedy entropie spojené s teplem, pohybem atomů. U tohoto pojetí ale máme problém. Klasicky chápané teplo je otázka pohybů atomů či molekul, jenže pak by čas musel existovat jen v systémech složených z atomů. Ale čas běží i mimo tyto systémy, čas existuje i pro jedinou elementární částici a čas běží i pro gravitační vlny, kde se žádné částice ze současného standardního modelu nevyskytují, jen se hypoteticky předpokládají gravitony. Jinak by tyto vlny neměly rychlost světla, protože tato je podílem vzdálenosti a času. A čas by neexistoval všude v prostoročase, což by bylo hodně podivné, když obě teorie relativity pracují s časem v každém místě prostoročasu. Tato entita by se ani nemohla jmenovat prostoročas, přestože je na čase založena. Je-li čas entropický, pak by to nutně vyžadovalo entropické procesy všude, včetně kvantové mechaniky a kvantové gravitace. Jenže tam přechází Rovelli k představě kvantového času, založeného na asymetrii, nekomutativnosti kvantového světa.

Současně se však má za to, že kvantové procesy mohou být jakýmsi perpetuem mobile, viz třeba návrh Franka Wilczeka na tzv. kvantové krystaly. Nebo třeba představy o absolutnosti některých kvantových makrostavů (supravodivost, supratekutost), kde zdánlivě nedochází k žádným ztrátám. A právě tady může zasáhnout představa neexistence nekonečně malých ztrát, kterou nelze ostatně ani experimentálně prokázat. Může vzniknout idea, že absolutnost kvantových procesů je pouze zjednodušený pohled, kdy ztráty jsou tak malé, že se propadly za horizont našeho měření, podobně jako se za ním ocitla nedokonalost pohybů planet, neviditelná pro naše předky před Galileem. Předpokládajíce ztráty, tedy růst entropie, i v kvantových procesech, můžeme rozšířit představu entropického času i na kvantovou úroveň a tedy zapomenout na hypotézu, že je čas spojen s termodynamickou entropií. Dokonce může vzniknout i představa, že nekomutativnost kvantových procesů je jedním z druhů entropických procesů. Pak by kvantové nekomutativní „tření“ mohlo být opravdu základem času našeho vesmíru. Chtělo by to ale najít konkrétní „mechanismus“, kterým čas z kvantové entropie vzniká. Rozpínání vesmíru by mohlo být obecně základem zřetřování zářící hmoty vesmíru (což nezohledňuje temnou hmotu a temnou energii, které disponují podstatně vyšší hmotností),

tedy růstem entropie viditelné hmoty⁵⁶ a základem (směru) času, pakliže se prokáže, že s časem opravdu souvisí. Je možné ale s Rovellim souhlasit, že může existovat i tepelný čas, ten ale funguje jen v atomárních systémech. Podobně jako čas nějaké počítačové hry existuje jen v rámci této hry, a ne mimo ni. Ale to už je jiný čas než ten, který jen prostě označujeme slovem čas a myslíme tím fyzikální čas neboli čas našeho vesmíru, kde je všudypřítomný. Čas zřejmě není absolutní, a to i v tom, že není jen jeden jediný. To jasně vyplývá z jeho pochopení.

V pár větách si tedy vyjasněme, co vlastně čas je. Je to něco, čím měříme jakékoliv pohyby a co si zviditelňujeme nějakým pro nás viditelným pohybem, hodinami. Z toho lze snadno usoudit, že nejde o pohyb viditelný. Ale jestliže časem měříme trvání nějakého děje, musí mít čas stejnou vlastnost, jako je ona měřená. Čas je tedy evidentně pohybem, materiálním pohybem, protože měří jiné materiální pohyby. Ke každému vztahu je bezpodmínečně nutný společný základ, např. v případě měření délky je tím společným základem prostorová rozprostraněnost, délka, kterou musí mít jak měřený objekt, tak měřidlo, metr. Dále jsme poznamenali, že čas je v daném systému všudypřítomný (třeba čas počítačové hry běží všude, kam se nějaký avatar může dostat). Je tedy jasné, že se takový pohyb musí nacházet na nejnižší strukturní úrovni daného systému, tedy systémově řečeno, na úrovni prvkové, ale ne hlouběji, neboť by už byl mimo daný systém. Tam může být už jen obecnější, hlubší čas. Čas našeho vesmíru bude tedy materiální pohyb někde na úrovni kvantové gravitace. To naznačuje i neodstítnost gravitace, která je nutná k tomu, aby čas běžel také uvnitř čehokoliv (i každé částice) v našem vesmíru.

Jsou-li rovnice základních teorií (obecné teorie relativity, kvantové mechaniky?) časově symetrické, pak, protože popisují pohyb v čase, který je asymetrický, jsou tyto rovnice evidentně jen zjednodušením, protože pro ně se (entropická?) asymetrie propadla za horizont. Tedy asymetrie je tak malá, že se zatím do nich nepromítla, neboť nebyla námi pozorována. Nebo – principiálněji řečeno – jsou to rovnice popisující vyšší strukturní úroveň než úroveň času. Čas běží ještě hlouběji.

Dalším příkladem, kde nám neexistence nekonečna ukáže na neuralgický bod, který může být škvírou a později dveřmi k nové koncepci, je Einsteinova definice současnosti v jeho speciální teorii relativity⁵⁷. Práce zmiňuje dvě možné definice současnosti. Jednu, názorně řečeno,

⁵⁶ Otázkou by bylo, jak se vyvíjí entropie celého vesmíru včetně temné hmoty a temné energie. Ale v rámci nejen Boltzmannova jevového pojetí entropie je měření entropie jen zářící hmoty zcela korektní.

⁵⁷ Einstein, A.: K elektrodynamice pohybujících se těles, 1905, <http://www.apache1.webz.cz/relativita/str-preklad-1.pdf>

takovou, že současné je to, co vidíme současně prostřednictvím paprsků světla. Tuto současnost nazvěme třeba fenomenologickou současností⁵⁸. Tato, jak správně Einstein uvádí, je závislá na poloze pozorovatele. Proto ji odmítá⁵⁹ a použije současnost, která není závislá na poloze pozorovatele a při níž dobu zpoždění paprsků světla při pozorování odečítá. Jenže když to udělá, dostane definici současnosti, která překonává rychlost světla! To, zdá se, odporuje samotnému základnímu postulátu této teorie, a sice stálé a limitní rychlosti světla. Einsteinova definice současnosti totiž předpokládá jakési imaginární pozorování nekonečnou rychlostí, „získání informace“ nadsvětelnou rychlostí. Když se snažíme eliminovat zpoždění informace způsobené přenosem rychlostí světla, pak místo toho, aby TEĎ bylo v okamžiku přijetí paprsku světla pozorovatelem, je ono TEĎ okamžikem, kdy byl paprsek vyslán ze zdroje pozorovateli vzdáleného. Je to vlastně představa, že je pozorovatel v tento okamžik na místě zdroje, a ne třeba deset tisíc světlených let daleko, a současně je i na místě příjmu. Jenže pozorovatel tak daleko je, a není na dvou místech současně. Evidentně je to představa, že je pozorovatel všudypřítomný v celém vesmíru, což je velmi podivné, protože by měl být vlastně v tomto směru absolutním Bohem. Tato představa pozorování nekonečnou rychlostí vychází z intuice přirozeného světa. Tam například zvuk hromu zaregistrujeme se zpožděním oproti světelnému vjemu blesku, jehož zaregistrování intuitivně pokládáme za okamžité, tedy přenesené nekonečnou rychlostí, protože nic rychlejšího zaznamatelného našimi smysly v přirozeném světě není. Po rozsvícení lampy je pro nás světlo okamžitě všude. Jenže světlo nekonečnou rychlost nemá, jak nám právě potvrdila i speciální teorie relativity, která by bez toho neexistovala.

Princip neexistence nekonečna tady nabízí dvě řešení. Buď nechal Einstein v teorii relativity kus přirozené intuice, odpovídající Newtonově absolutnímu prostoru a času, nebo existuje nějaká interakce, která má výrazně nadsvětelnou rychlost a je základem Einsteinovy definice současnosti. Toto druhé řešení by mohlo mířit na samotnou podstatu prostoročasu založenou na kvantové provázanosti, která je nelokální, tedy nadsvětelná. Má se dokonce zato, že je její účinek nekonečně rychlý. Může se tak sice jevit, ale zřejmě jen proto, že její konečnost je pro nás zatím neměřitelná (a též si nelze myslet, že se bude projevovat tak jednoduše „lineárně“

⁵⁸ Fikáček, J.: Experimentální filosofie jako efektivní cesta k revoluci ve fyzice, kapitola Filosofický experiment analyzující současnost a skutečnost ve fyzice, in ERGOT, Ústí n. L. 3.9.2017, <https://ergotsite.wordpress.com/2017/09/03/experimentalni-filosofie-jako-efektivni-cesta-k-revoluci-ve-fyzice/>

⁵⁹ Možná ji odmítá chybně pod vlivem své práce v patentovém úřadě v té době, kde posuzoval patenty na synchronizaci času vlaků, které se nejdou srazily proto, že různá města měla různé časy. Tyto vlaky proto potřebovaly jediný čas, nezávislý na poloze, tedy na tom, ve kterém městě vlak zrovna je.

jako rychlost světla). První možností je, že dokonce efekty, jak je popsal Einstein ve své práci z roku 1905, vůbec v popsané podobě neexistují, vypadají jinak (pozorované např. kvantovou provázaností). Ale když přidáme k Einsteinovým podobám relativistických efektů zpoždění paprsků světla, kterými je pozorujeme, máme správnou „vizuální“ podobu speciální teorie relativity. Všechny měřicí interakce se totiž dějí nanejvýš světelnou rychlostí. Tedy to, co ověřují experimenty, je jen „vizuální“ podoba teorie relativity popsaná Jamesem Terrellem⁶⁰, který upozornil na ten problém, že Einsteinem popsané efekty nejsou fyzikálně pozorovatelné, ale jsou jen vypočtené, což je v experimentální vědě zásadní problém. Ve stejnou dobu upozornil na nepozorovatelnost těchto efektů i nedávný nositel Nobelovy ceny Roger Penrose⁶¹.

⁶⁰ Terrell, J.: Invisibility of the Lorentz Contraction, in Physical Review, 116 (4): 1041–1045, 1959, <https://journals.aps.org/pr/abstract/10.1103/PhysRev.116.1041>

⁶¹ Penrose, R.: The Apparent Shape of a Relativistically Moving Sphere, in Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 1959, 55 (01): 137-139. <https://www.cambridge.org/core/journals/mathematical-proceedings-of-the-cambridge-philosophical-society/article/abs/apparent-shape-of-a-relativistically-moving-sphere/DD30A7EBF858269BB2B258C29037AC67>

6. Nekonečno v abstrakci

Motto: „Vše, co si představujeme, je konečné... Právíme-li, že je něco nekonečné, chceme tím jen naznačit, že nejsme sto pomyslet si toho konec. ... Nemáme ponětí o té věci, ale jen o své nedostatečnosti.“⁶² Thomas Hobbes (Leviathan)

Asi nejčastější názor na podstatu abstraktního světa je, že abstraktní svět je něco „zcela“ jiného než svět skutečný, že je to od reálného světa oddělená entita. Zejména v matematice je standardním názorem představa, že matematika existuje v tzv. platónském světě, který je světem absolutních idejí, jenž má vlastní, nejednou absolutní, provždy dané zákonitosti. Ty se liší od „špinavých“ zákonitostí reality, tedy světa, kde je sice možné přesné zákonitosti nalézt, ale ty jsou v praxi vždy „rozostřeny“ dalšími vlivy. Třeba dokonalá představa volného pádu podle Newtonových zákonů (či přesněji zákonů obecné relativity) je na Zemi narušena odporem vzduchu, třením a ve vesmíru např. tím, že planety či měsíce nejsou absolutně tuhé.

Otázka nyní je, jestli takováto představa platónského světa idejí není jen zjednodušenou představou o abstrakci. A to podobnou, jakou byla před Galileem a jeho pozorováními nedokonalostí planet dalekohledem představa dokonalé nebeské sféry planet a hvězd, která se zdánlivě tak výrazně lišila od „špinavých“ fyzikálních zákonitostí na Zemi. Není to jen otázka toho, že se tyto nedokonalosti platónského světa, řečeno slovy prof. Petra Vopěnky, propadly za horizont našeho poznání? Podezření může vzbuzovat už prostý fakt, že svět idejí je svět abstrakce a ta zřejmě vzniká tak, že se od něčeho abstrahuje, něco se zanedbává. Je tedy logický předpoklad, že abstrakce je jen zjednodušený, parciální model něčeho reálného. „Špinavosti“ nebo řekněme nedokonalosti reálného světa se snažíme „úklidem“ zvaným abstrakce vymést ven. Je ale naše „koště“ rozumu absolutní, aby mohlo vymést absolutně všechny nedokonalosti? Pochybnosti o tom jsou silné. Kdyby rozum absolutní nebyl, nutně by nějaké nedokonalosti v abstrakci musely zůstat, a to naším rozumem neodstranitelné nedokonalosti (když jsou abstrakce umístěny v našem mozku). Neplatí to ale o žádné konkrétní jednotlivé nedokonalosti, neboť každá by měla být zdokonalením našeho myšlení časem odstranitelná, horizont posunutelný, jak ukazuje i historie matematiky. Dá se ale s velkou pravděpodobností předpokládat, že odstraněním jedné nedokonalosti v abstrakci se vynoří jiná

⁶² Zamarovský, P.: Nekonečno – mýtus či skutečnost? Hvězdárna a planetárium Brno, 13.11.2014, čas 4:10, <https://youtu.be/bGovNvUVX7I?t=250>

nebo dokonce několik vad na kráse. Podobně jako každá vyřešená otázka v empirických vědách vyvolá většinou hned několik otázek či problémů nových.

I kdybychom ale předpokládali, že existuje nějaký absolutní abstraktní svět, pak jestliže je náš mozek „ne-absolutní“, vždy si z tohoto světa bude umět vzít pouze neabsolutní části, které převezmeme do naší hlavy či knih. Pak ale ten abstraktní svět, ve kterém se pohybujeme, nemůže být nikdy absolutní. To vzbuzuje silnou pochybnost i o samé existenci absolutně dokonalého světa. Absolutní svět by bylo možné vnímat jen, kdybychom byli bozi, přesněji Bůh jeden, protože více bohů neguje absolutnost Boha⁶³. Paralelně, je-li tedy více lidí, dá se už jen z toho usoudit, že náš rozum a tedy i abstrakce absolutní nejsou. Každý bude zřejmě souhlasit s tím, že abstrakce jsou také zjednodušené modely reálného světa, tedy alespoň většina abstrakcí, neboť jsou používány v praxi. Rozdílnost názorů bude jen v tom, co je prvotní, tedy jestli je svět abstrakcí daleko širší, než aby obsahoval jen to, co modeluje realitu dnes – a kdykoliv v budoucnosti modelovat bude – a také všechny reálné, leč neuskutečněné možnosti. Jestli tedy svět idejí vznikl v lidských myslích idealizacemi reálných objektů a procesů, nebo jsou tyto objekty pouze nedokonalými realizacemi idejí/abstrakcí, jak předpokládal Platón.

Za pomůcku při řešení této otázky si překvapivě vezmeme velká sjednocení oddělených „světů“, která jsou nejvíce patrná ve fyzice. Jde o:

- sjednocení popisu mnoha objektů matematikou (Euklides, Pythagoras...)
- sjednocení pozemských a nebeských zákonitostí Galileem
- sjednocení postavení zvířat a člověka Darwinem, potvrzené objevem DNA
- sjednocení teorie gravitace pro vesmírná a pozemská tělesa Newtonem
- sjednocení elektřiny a magnetismu Faradayem a Maxwellem
- sjednocení světa chemie (Lavoisier, Mendělejev atd.)
- sjednocení kinetické, tepelné a dalších energií
- sjednocení klasické mechaniky s elektromagnetismem Einsteinem ve speciální teorii relativity (STR)
- sjednocení chápání energie a hmotnosti opět Einsteinem v STR
- sjednocení elektromagnetismu a slabé interakce Glashowem, Salamem a Weinbergem
- sjednocení elektroslabé a silné interakce Salamem

⁶³ Absolutní bůh musí být absolutně jediný. Inspirací byla zde mimo jiné přednáška prof. Petra Vopěnky na MFF UK Praha dne 15.11.1989.

- budoucí sjednocení všech známých sil v podobě kvantové gravitace (M-teorie, smyčkové kvantové gravitace či jiné)

Tento výčet se může zdát zbytečný, když nejde o abstrakci, ale většinou o reálný svět, nicméně každá jeho položka je argumentem pro představu jednoty reálného světa. Opravdu jen reálného? Není to také argument pro jednotu světa abstraktního? Vždyť každá z výše uvedených teorií či paradigmat je abstraktní, protože jde o zjednodušený model něčeho v realitě. Vždyť žádná teorie nepopisuje svět absolutně přesně. Reálný svět byl také v dotyčných ohledech jednotný už dávno předtím, než jsme my své teorie začali sjednocovat. Tedy jsme sjednocovali jen své abstrakce, k čemuž nás donutila realita. To ukazuje vývoj, evoluci abstrakcí, a vývoj velmi zpochybňuje jejich absolutnost, stejně jako Darwinova evoluce ukázala, že biologické druhy nejsou absolutní. Absolutní je přece pro vždy dané, nevyvíjí se.

Když už máme načrtnutu jednotu světa reálného a jednotu světa abstraktního, pokusíme se o další krok, a to najít argumenty pro další sjednocení, konkrétně pro sjednocení abstraktního a reálného světa. To bude nástrojem pro zkoumání nekonečna ve světě abstraktním, když už jsme ze začátku práce důkladněji prozkoumali nekonečno v realitě. Pokud se totiž např. zjistí, že světy reality a abstrakce jsou jen dvě pouze relativně odlišné části jednotného světa, nebo dokonce abstrakce je jen „podmnožinou“ reality, stane se hned velmi podezřelým tvrzení, že v realitě nekonečno neexistuje, zatímco v abstrakci ano. To by bylo nekonzistentní s ideou jednoty světa. Dále se také pokusíme hledat nedokonalosti v abstraktním světě. Ty by nám mohly naznačit, že reálný a abstraktní svět se zase tolik neliší, ačkoliv se na první pohled tyto dva zdají odlišné diametrálně, podobně jako člověk a zvířata.

Analýza nekonečna v abstrakci je na jedné straně cílem, ke kterému povede rozbor vlastností abstraktního světa, ale na druhé straně nástrojem, který může poodhalit podstatu tohoto světa. V každém případě budeme nutně vycházet z poznatků matematiky a logiky. Nicméně je třeba podotknout, že matematika nemůže zkoumat otázku, jestli ta která podoba nekonečna (aktuální, potenciální atd.) existuje, jelikož předmětem matematiky nejsou pojmy existence, abstrakce či absolutna a jejich vlastnosti. Existenci zkoumá filosofie, stejně jako zkoumá pojem abstrakce, například v tom, může-li být abstrakce absolutní. Je zde tedy třeba interdisciplinárního přístupu, filosofie (nejen) matematiky. Ba do tohoto interdisciplinárního přístupu zahrneme překvapivě i empirická zkoumání psychologická, ekonomická a lingvistická, a ta nám ukážou vývoj či vlastnosti různých abstrakcí. Těmi posledními, jazykovými, teď začneme.

7. Nekonečno a jazyk

Pojďme přímo v lingvistickému mainstreamu, a to k jeho klasikovi Naomu Chomskému. U něj čteme: „Od nynějška budu chápat jazyk jako množinu (konečnou nebo *nekonečnou*) vět, z nichž každá je *konečná* svou délkou a je zkonstruována z *konečného* počtu prvků. Všechny přirozené jazyky ve své formě mluvené nebo psané jsou jazyky v tomto smyslu, protože každý přirozený jazyk má *konečný* počet fonémů (písmen v abecedě) a každou větu lze reprezentovat jako *konečnou* posloupnost těchto fonémů (nebo písmen), ačkoliv existuje *nekonečně* mnoho vět. Podobně může být za jazyk považovaná množina „vět“ některého formalizovaného matematického systému.“⁶⁴

Nebo tamtéž můžeme doslova čísti: „Angličtina není jazyk s *konečným* počtem stavů.“⁶⁵ Či přímo k podstatě: „Mohli bychom arbitrárně tvrdit, že takové větotvorné procesy, které zde zkoumáme, se nemohou v angličtině opakovat více než n -krát, pro nějaké určité n . Tak by se ovšem stala angličtina jazykem s *konečným* počtem stavů, podobně jako např. tehdy, kdyby anglické věty nesměly být delší než milión slov. Takové arbitrární hranice však nejsou nijak užitečné. Jde o to, že existují větotvorné procesy, k jejichž vysvětlení gramatiky s *konečným* počtem stavů ve své podstatě nemají prostředky. Jestliže zmíněné procesy nemají *konečnou* mez, můžeme dokázat, že tato elementární teorie je doslovně nepoužitelná. Mají-li ony procesy mez, pak sestavení gramatiky s *konečným* počtem stavů nebude výslovně vyloučeno, protože bude možno pořídit seznam vět – seznam je v podstatě triviální gramatika s *konečným* počtem stavů. Avšak tato gramatika bude tak složitá, že nebude ani zvlášť užitečná, ani zajímavá. Obecně vzato, předpokládáme v jazycích *nekonečnost* proto, abychom zjednodušili jejich popis. Nemá-li gramatika rekurzivní prostředky, bude nepřipustně složitá. Jestliže nějaké rekurzivní prostředky má, bude vytvářet *nekonečně* mnoho vět.“⁶⁶

Chomsky správně chápe, že stanovení nějaké pevné ad hoc hranice uvnitř gramatiky je logicky cizorodé, a proto do ní zasáhne destruktivně, nečistě. Odkud se ale bere názor, že taková hranice musí být pevná? To vůbec není nutné, ba v tomto případě to ani není možné. Cizorodost fixní hranice abstraktního světa plyne z tohoto, že nejde o logický princip, ale o svévolný ad hoc zásah. Tím chybně Chomsky nahradil přirozenou a dynamickou konečnost jazyka, plynoucí z toho, že je jazyk realizován reálnými subjekty. Tato konečnost z reality totiž zastaví

⁶⁴ Chomsky, N.: Syntaktické struktury, Academia, Praha 1966, str. 14

⁶⁵ Chomsky, N.: Syntaktické struktury, Academia, Praha 1966, str. 21

⁶⁶ Chomsky, N.: Syntaktické struktury, Academia, Praha 1966, str. 24

absolutní svobodu jazyka logicky konzistentně (neboť pochází z oblasti mimo logiku) zřejmě daleko dříve než vnitřní přirozené logické hranice, které popisujeme dále při rozboru matematické abstrakce nestandardní analýzou. Ale i vnitřní logické hranice umí zastavit nekonečnost jazyka logicky bezrozporně. Požadavek logické konzistence naopak vylučuje aktuální nekonečno i zde, v gramatice, a to například kritériem falsifikace.

Z konečného množství prvků nelze jejich spojováním vazbami, které mají konečný počet (logických) podob, nikdy získat v konečném čase aktuálně nekonečný počet celků. Nebo můžeme argumentovat materialističtěji Barrowovým názorem, že myšlenky jsou v mozku a počet neuronů v mozku je konečný, stejně jako počet jejich vztahů a stavů, tedy i když je kombinací neuvěřitelný počet, stále je to počet konečný⁶⁷. Mluví se tedy jen a pouze o konečnu, jehož hranice neznáme či můžeme prakticky vždy posunout ve smyslu potenciálního „nekonečna“. Necizorodá pevná abstraktní hranice žádná není, jde jen o přirozené omezení abstrakce vnějším systémem, lidským mozkiem. Jde o hranici typu „medové viskozity“, která logiku nezastaví destruktivním nárazem, ale postupným „třením“, vyčerpáním energie.

Pevná hranice zde zřejmě neexistuje, protože si lze snadno přestavit překonání libovolné konečné hranice – třeba právě onoho miliónu slov. Možná by větě o miliónu slov někdo mohl nerozumět, ale ten někdo musí jít někdy spát. A jestli bude umět navázat příští ráno na své pochopení, pak je hranicí to, že někdy umře. Aktuálně nekonečně dlouhé věty jsou tedy prakticky nemožné. Už velmi dlouhé věty jsou těžko pochopitelné a vyžadují jisté soustředění. Mají-li ale lineární stavbu, popisující třeba děje následné v čase, celkem snadno je chápeme, ale to nejspíš tím, že si takovou větu v hlavě „kvantujeme“, zaměřujeme se na její aktuálně čtenou část, zatímco na začátek jsme již zapomněli a konec jsme ještě nepřečetli.

Například nositel Nobelovy ceny za literaturu Hermann Hesse si celkem libuje v dlouhých větách: „Kolem břecťanu, trávníku a jedličky jsem prošel k domovním dveřím, našel klíčovou díрку i vypínač, propízl se kolem skleněných dveří, naleštěných skříní a květin v kořenáčích, odemkl svou světnici, svůj zdánlivý domov, kde na mne čekala lenoška a kamna, kalamář a krabice s malováním, Novalis a Dostojevský, tak jako na jiné, skutečné lidi při návratu domů čeká matka nebo žena, děti, služky, psi a kočky.“⁶⁸ V podstatě by bylo možné napsat celou

⁶⁷ Novotný, J.: Nekonečno v matematice a ve vesmíru, Hvězdárna a planetárium Brno, 10.4.2007, čas 6:00,

<https://youtu.be/45CRGzEnPG8?t=360>

⁶⁸ Hess, H.: Stepní vlk, Argo, Praha 2018, str. 47

knihu jako jednu větu. Ale každý text i kniha mají konečnou délku, což není žádné narušení uvnitř logicky gramatiky. Je to vnější hranice.

Kdybychom ale napsali větu, která má komplikovanější logickou stavbu, byl by už problém s pochopením. Například už velmi krátká věta: „Nemůžu neříct, že tě nemám nerad.“⁶⁹ nám činí potíže. Nebo působivěji: „Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka, který tu sochu, která na sloupu, jenž na mostě, který na cestě, jež Horní a Dolní náměstí spojuje, leží, stojí, stojí, poškodil, udá, vyplatí 50 Kč.“ A aby bylo jasné, že věta skutečně má dobrý smysl, vytvořme ji postupně: „Obecní úřad každému občanu vyplatí 50 Kč.“ Další krok: „Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka udá, vyplatí 50 Kč.“ A třetí postupný krok: „Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka, který tu sochu poškodil, udá, vyplatí 50 Kč.“⁷⁰ Je tu jasné, že „viskózní“ hranice jsou různé podle logické složitosti věty.

Obecně jsou limity pochopení dány tím, že lidé mají konečnou rychlost mozkových procesů, konečnou kapacitu informačního kanálu mozku (viz třeba úžina vědomí), a to i když zahrneme podvědomé procesy. Mají také konečný čas k formulaci svých vět, třeba už jen z tak triviálních důvodů, že jsou smrtelní nebo že zapomínají a musí spát, takže například pokračovat v nějaké větě druhý den, je-li extrémně dlouhá, se jeví jako obtížné. Tato neabsolutnost lidského mozku zpochybňuje absolutnost abstrakcí, které používá. Ale i kdybychom odhlédli od limitů člověka a věta třeba tvořila celou knihu, vystoupí zase jiný limit, a sice že kniha nemůže mít nekonečně mnoho stran. Je to, zdá se, jen otázka toho, který typ hranice zastaví rostoucí počet slov věty dříve. Hranice nemusí být vůbec pevná, může být dynamická, v každém případě ale vždy zafunguje, takže existence nějaké hranice je absolutní (vězení konečnosti), zatímco konkrétní hranice jsou překonatelné.

Ani zvýšení konečných parametrů „výpočtu“ například superpočítačem nic nezmění, každý počítač má konečnou výpočetní rychlost a konečnou vnitřní a vnější paměť. Ty mohou být z hlediska člověka omračující, ale stále budou jen a jen konečné, nekonečně vzdáleny od nekonečných hodnot. Museli bychom předpokládat v mysli člověka nějaké nekonečné parametry, což zřejmě není vědecká hypotéza podepřená empirií. Nebo bychom museli postulovat existenci Boha s absolutními vlastnostmi, což už je ale zcela mimo vědu.

⁶⁹ Autorem je moderátor Zdeněk Nekuda (https://cs.wikipedia.org/wiki/Lud%C4%9Bk_Nekuda), zdroj nenalezen

⁷⁰ Věta z přednášky Prof. Karla Olivy ([https://cs.wikipedia.org/wiki/Karel_Oliva_\(1958\)](https://cs.wikipedia.org/wiki/Karel_Oliva_(1958))), Ústav pro jazyk český, zdroj nenalezen, viz https://youtu.be/tB_z17TBrNg?t=4030.

Ještě si můžeme všimnout toho principu, který jsme si už dříve nazvali tautologií nekonečna. Jde o to, že máme-li dosáhnout nějakého nekonečna, zde nekonečně dlouhé věty, potřebujeme již dopředu mít nekonečno jiné (např. nekonečnou rychlost myšlení nebo nekonečný čas). Finální nekonečno se pak jeví jen jako důsledek už jiného předem existujícího nekonečna. Zdá se předběžně, že se nelze dostat nějakým způsobem z oblasti konečné do oblasti jakkoliv nekonečné. To by ukazovalo opět na (totální?) vězení konečnosti našeho poznání, našich abstrakcí. Když trochu předběhneme, je vše zřejmé i na prostém matematickém příkladu řady přirozených čísel 1, 2, 3... Je snadné vytvořit další člen řady přidáním jedničky a nikde nevidíme ani náznak nějakého limitu. Přesto je jasné, že k tomu, abychom dosáhli aktuálního nekonečna, bychom potřebovali ono přidání jedničky uskutečnit nekonečněkrát. Tedy do procesu nějaké nekonečno předem vložit, abychom jiné dostali. Pokud se nerealizovatelnost nekonečna z praktických příčin třeba matematikovi nejeví jako principiální, pak tautologie nekonečna je vztahem principiálním, fungujícím i v čistě abstraktním platónském světě. A to, že platí, se empiricky ukazuje i v abstrakci.

Když jsme na poli lingvistiky, zanalyzujeme ještě jednu situaci, která sice nějak přímo s nekonečnem nesouvisí, ale později zjistíme, že nepřímý vliv má, a to dokonce zásadní. Na konkrétním příkladu jazyka kmene Pirahã⁷¹ si ukážeme, jaký vliv má realita na abstrakci, v tomto případě životní podmínky daného amazonského kmene na jejich jazyk. Jejich jazyk je velmi primitivní a neobsahuje například číslovky, pouze výrazy pro větší či menší množství, a nemá minulý a budoucí čas, dokonce ani pojem času. Něco mohou napovědět životní podmínky této komunity u řeky Maici. Je to izolovaný kmen, který nečítá ani 400 osob. Není tedy začleněn do větší society, a tak funguje pouze lokálně, což znamená, že když se mluví o realitě, je tato v těsném kontaktu s lidmi. Nehovoří se o ničem, co je fyzicky velmi vzdáleno, co by jiní mluvčí neznali, a proto ani není potřeba k domluvě vyššího stupně abstrakce, která nemá přímý vztah k lokální skutečnosti. Malá komunita také nevytváří tlak na složitost jazyka, tak jako civilizace, kde prostě není možné každého znát a jsou pro svou velikost také nutně složitě hierarchicky organizované. Neexistují větší sídla zmíněného kmene, která by vyžadovala alespoň nějakou složitější organizaci při jejich výstavbě a fungování, podobnou jako třeba stavba pyramid, která si vynutila složitou dělbu práce mnoha lidí a dlouhodobé plánování činností, které si vynucuje pojem času.

⁷¹ Viz např. Everett, D.: Cultural Constraints on Grammar and Cognition in Pirahã: Another Look at the Design Features of Human Language. In *Current Anthropology*, 2005, 46:621–646, <https://www.journals.uchicago.edu/doi/abs/10.1086/431525>

V dané oblasti je stálé počasí, takže neexistují roční období jaro, léto, podzim a zima, a tedy není potřeba ani plánovat zemědělské práce v delším časovém horizontu. Strava sestává především z ryb či zvířat, kterých je hojně kolem a jejichž lov tedy nevyžaduje nějaké složitější akce, které by měly delší časový horizont. Jeden den je jako druhý. Opět nic nevyžaduje uvažování ani snad v rozsahu týdne. Jaký to rozdíl oproti sezónnímu zemědělství v Egyptě, závislému na pravidelných záplavách a podléhajícímu ročnímu cyklu a složité organizaci, nutné pro velkou komunitu! Kmen nemá pro svou velikost pochopitelně něco jako obchod ve větším měřítku, a tak není ani zapotřebí číslovek. Zato mají obrovskou slovní zásobu a znalosti o hmyzu a mnoha živočišných a rostlinných druzích, což jim výrazně usnadňuje lov či je chrání proti potenciálně nebezpečným (jedovatým) druhům. Znájí jejich vlastnosti a zvyky. Lidé, narození ve velkém městě v Evropě, mnohdy nemají o zvířatech ani ty základní znalosti, poněvadž to k životu nepotřebují, když si vše nakoupí v supermarketu.

Jazyk Pirahã nemá ani výrazy pro sourozence a jiné příbuzné, tento stupeň abstrakce vlastně také není třeba, když se všichni znají v podstatě osobně a znají i ony vztahy. Jen kdyby šlo o určení nějakého cizího člověka, bylo by potřeba abstraktního označení přinejmenším bratr, sestra, strýc atd., aby bylo vysvětleno, o koho jde. Dalším důvodem je zřejmě také, že neexistuje větší majetek a jeho dědictví, které by si vynutilo sledovat rodokmen minimálně v podobě, jak je uváděn často ve Starém zákoně, který uvádí třeba syny synů, tedy nepřímo vnuky:

„Tito jsou pak rodové synů Noe, Sema, Chama a Jáfeta, jimž se tito synové zrodili po potopě.

2. Synové Jáfetovi: Gomer a Magog, a Madai, a Javan, a Tubal, a Mešech, a Tiras.

3. Synové pak Gomerovi: Ascenez, Rifat, a Togorma.

4. Synové pak Javanovi: Elisa a Tarsis, Cetim a Dodanim.“⁷²

A účel sledování řady potomků je brzy naznačen:

„3. Řekl ještě Abram: Aj, mně jsi; a aj, schovanec můj bude mým dědicem.

4. A aj, slovo Hospodinovo k němu řkuci: Nebudet' ten dědicem tvým, ale kterýž vyjde z života tvého, ten dědicem bude Tvým.“⁷³

Evidentně v době Starého zákona sestávali „synové Izraele“ ze zhruba 12 kmenů, tedy to byla podstatně větší societa než kmen Pirahã, byli často pod tlakem okolních společností a žili v podstatně nepříznivějších podmínkách, takže si museli život i lépe a složitěji organizovat.

⁷² Genesis X. Biblí svatá, nákladem Britické i zahraničné společnosti biblické, Praha 1903, str. 8.

⁷³ Genesis XV. Biblí svatá, nákladem Britické i zahraničné společnosti biblické, Praha 1903, str. 12.

Také měli pod kontrolou více zdrojů, jinak by ani nebylo co dědit. Fenomén dědictví se též odrazil ve vyspělejší jazyku, třeba ve větším důrazu na rodokmen. Izraelité samozřejmě používali minulý a budoucí čas atd., prostě jejich jazyk byl daleko vyspělejší. Naše dnešní mluva je pochopitelně ještě daleko vyvinutější a obsahuje velké množství termínů, které označují věci, jež v biblických dobách neexistovaly (auto, počítač, penicilin...).

Toto téma by určitě vyžadovalo daleko důkladnější studium, ale už tato úvaha naznačuje, že jazyk, tato forma abstrakce, by mohla být hodně určována materiálními podmínkami a procesy, ve kterých lidé žijí a se kterými se běžně setkávají. Je také evidentní, že velká část slov prostě označuje objekty v realitě, jsou jejich odrazem a spolu se svou definicí jejich modelem. Mnohá slovesa zase označují v realitě existující činnosti či děje. Také ony, spolu se svými definicemi jsou modelem reálných dějů. Samozřejmě je možné pomocí slov popsat i neexistující objekty a děje, nicméně jazyk, jeho slova i gramatická spojení, je v podstatě modelem reality. A ony neexistující entity jsou vlastně jen kombinací existujících prvků, vztahů a dějů, a často jejich zjednodušeninami (číslo 1 označuje jakýkoliv objekt, přesněji jeho kvantitu).

Jazyk jako abstrakce se tak jeví v podstatě jako model reality, jehož podoba a složitost je závislá na reálných podmínkách a vyvíjí se pod vlivem reality. S objevováním dalších objektů, materiálů, vlastností a dějů se vytváří jejich názvosloví. Vztah jazyka a reality pěkně též ilustrují deiktické prvky řeči⁷⁴, třeba zájmena, která mohou být doprovázena fyzickým označením něčeho v realitě. Řekneme třeba: „Vezmu si domů tohle.“ a při tom ukazujeme na nějaký předmět. Silné zakotvení smyslu v realitě mají i zájmena jako tady, tam, tudy, nyní atd.

Další zajímavou ilustrací vztahu reality a řeči je, že domorodý kmen Pormpuraaw, který žije na západní straně poloostrova Cape York v Queenslandu v severní Austrálii, má směr času úzce spojený s pohybem slunce po obloze. Když příslušníci tohoto kmene mluví o budoucnosti, ukazují na západ, a když o minulosti, ukazují na východ, a to dokonce i uvnitř budovy. Takto řadí třeba i fotografie jedné osoby v různém věku. Civilizace, které už většinu času tráví v budovách a neustále čtou texty, mají směr minulost–budoucnost orientovaný podle směru textu, tedy Evropané zleva doprava, ale ti, kdo píšou arabsky nebo hebrejsky mají směr opačný,

⁷⁴ Komárek, M.: Sémantická struktura deiktických slov v češtině. Slovo a slovesnost. 1978, roč. 39, čís. 1. [cit. 2019-03-29]. ISSN 2571-0885. <http://sas.ujc.cas.cz/archiv.php?lang=en&art=2497>

a rodilí mluvčí mandarínské čínštiny pak shora dolů⁷⁵. Pormpuraawané nemají psaný text, tedy směr textu nemůže převzít úlohu směru pohybu Slunce.

Vztah mezi realitou a abstrakcí je evidentní, což asi žádná filosofická koncepce nezpochybňuje. Otázka tady proto bude jen po primárnosti či „větší síle“. Je primární reálný svět nebo svět abstrakcí? Silněji naši skutečnost ovlivňuje to, co někteří formulují jako svět platónských idejí, nebo je primární to, co nazýváme skutečností, a abstrakce jsou především jejími modely, i když ji zpětně ovlivňují? Ale už z výše uvedených příkladů plyne, že spíše abstrakce, jazyk „poslouchá“ skutečnost.

Ale jestliže už jen připustíme vztah mezi realitou a jazykem, mezi realitou a matematikou, a ten opravdu nelze popřít, uznáváme tím alespoň částečné připoutání abstraktního světa k realitě, tedy to, že abstrakce nejsou absolutně svobodné. A existuje-li vztah, tedy **relace** mezi těmito dvěma světy, je i abstraktní svět nutně **relativní** a nemůže být v ničem skutečně absolutní, jen se v některých zjednodušených pohledech tak může jevit. Z toho by také vyplývalo, že abstraktní svět nemůže obsahovat absolutní kvantity, tedy např. aktuální nekonečna. A ta by pak byla jen idealizací skutečného abstraktního světa.

⁷⁵ Borodinsky, L., Gaby, A.: Remembrances of Times East: Absolute Spatial Representations of Time in an Australian Aboriginal Community, in Psychological Science 19.10.2010, URL: <https://journals.sagepub.com/doi/full/10.1177/0956797610386621> nebo Tretsven, T. B.: Time and Space in Pormpuraaw, 5.3.2012, <https://tylertretsven.wordpress.com/2012/03/05/time-and-space-in-pormpuraaw/>

8. Evoluce písma jako osvobozování abstrakce

Vývoj psaného textu je zásadní pro rozvoj moderní civilizace založené na vědě. Ostatně zřejmě celý vývoj civilizace je založen na vzniku a osvobozování abstrakce (informace), na jejím stále masovějším a snadnějším přenosu, kopírování a uchovávání. To ilustruje i historie písma, a to dokonce v její dichotomii. Jde totiž o vývoj založený jednak na stále flexibilnějších abstraktních formách písma, ale také na stále flexibilnějším materiálním nosiči psaného textu. Písmem vyjádřená slova či termíny složené z několika slov jsou především abstraktními modely něčeho reálného. Pakliže užijeme z reality vyextrahované vztahy, zákonitosti, zejména logické, můžeme vytvořit i termíny, které ničemu v okolním světě neodpovídají. Tato slova popisují něco, co může v realitě existovat, jestliže respektují přírodní zákonitosti, nebo mohou být i výrazem něčeho, co existovat nemůže (kulatý čtverec v Euklidově rovině). Tedy neexistence vzoru nějakého termínu v realitě neznámá, že tento termín spadl z nebe. Ale pojďme k historii písma.

Při svém vzniku bylo písmo obrázkové, tedy nemělo písmena, jak můžeme pozorovat třeba u hieroglyfů, z nichž první se datují kolem roku 2300 před naším letopočtem⁷⁶. Tato podoba zapsaného písma je očividně forma paměti, která umí přenést informaci v čase přes tisíciletí, je-li tedy např. vytesána do kamene. Ovšem flexibilita takového písma (v prostoru) je tristní. Ostatně písmo zapsané třeba v hrobce nebylo adresováno nikomu jinému než faraonovi a bohům, a mělo informaci přenášet právě spíše v čase. A k nápisům určeným lidem, se pohybovali tito lidé, ne stély nebo skály k nim.

Před písmem vznikaly desítky tisíc let staré pravěké jeskynní malby, ty ale ještě nebyly příliš vhodné pro sdělování přesných informací i kvůli neurčitosti významu, a nebyly zřejmě k ničemu podobnému přednostně ani určeny. Byly také na málo flexibilním médiu. Oba tito předchůdci alfabetského písma byli prakticky vždy schematickým obrazem, modelem něčeho reálného, většinou zvířat, částí těla, přírodních tvarů atd. Zatímco nástěnné malby se snažily poměrně věrně vyobrazit především zvířata, před 5700 lety už existovaly pokusy malby schematizovat. O tom svědčí např. váza z Abidosu, která nese schematicky znázornění Nilu, nereálně pravidelné zobrazení polí a hor kolem něj⁷⁷. To je zřejmě krok k modelům, které

⁷⁶ Nejstarší hieroglyfy byly nalezeny ve zdevastované pyramidě faraóna Tetiho, viz The Secret History of Writing - From Pictures to Words, BBC 2020, čas 3:00, <https://youtu.be/hbmyXjqXIEY?t=180>

⁷⁷ The Secret History of Writing - From Pictures to Words, BBC 2020, čas 13:45, <https://youtu.be/hbmyXjqXIEY?t=820>

nekopírují přesněji vizuální podobu objektů, ale začínají ji vyjadřovat vizuálně nepřímou, „zkratkou“, schématem.

Sumerové v Mezopotámii, kteří se živil na danou dobu vysoce efektivním zemědělstvím stejně jako Egypťané a byli jeho efektivitou osvobozeni i k jiným činnostem než je zajišťování obživy, osvobodili také písmo tím, že je zapisovali do hliněných „destiček“. Ty se mohly snadno přenášet a vytvořily se tak podmínky ke komunikaci písmem. Nejstarší taková destička se datuje zhruba na rok 2900 před naším letopočtem. Zápis na ní už byl organizován do sloupců (jako u dnešní Excelu), ale obsahovala ještě piktogramy, tedy malé schematické obrázky znázorňující zvířata, rostliny, a oválné „body“ či čárky, které pak znamenaly čísla, apod.⁷⁸. Je to jeden z prvních dokumentů, popisujících materiální vztahy lidí. Podnětem k takovýmto dokumentům bylo, že se společnost už skládala z velkého množství jedinců a vztahy byly tak složité, že je bylo nutné, i kvůli zapamatování, zapisovat. Vidíme tady tlak podmínek reálného světa na použití složitější a flexibilnější abstrakce (na což jsme upozorňovali už u analýzy jazyka). Větší pružnosti se dosahuje jak flexibilnějším písmem (už nejde o velké malby, ale malé symboly s přesným významem), tak pohyblivějším „médiem“ nesoucím informaci.

Dalším pokrokem v této oblasti bylo, že se písmem vizuálně nezobrazoval objekt, ale znak vyjadřoval zvuk. Tomuto se říká v lingvistice **princip rébusu**. Bez sociální dohody není jasné, který znak vyjadřuje jaký zvuk. Tyto totiž nebylo možné v té době přímo nijak zaznamenat, což způsobilo nejistotu dnešních expertů, kteří neví přesně, jaké zvuky se zapisovaly kterými znaky. Zpočátku znaky, přesněji obrázky, označovaly celé slabiky (a jen někdy jen jednu hlásku). Psané termíny se tak mohly skládat ze znaků vyjadřujících zvuky, které byly jmény zcela odlišných věcí než výsledný termín. Například sumerské slovo „šega“, což znamenalo něco jako hezký, bylo složeno ze schematického obrázku ječmene, který měl jméno „še“ a z obrázku pro mléko, „ga“, což byl schematizovaný obrázek dobytka. Zvuk byl takto oddělen od původního významu znaku/objektu, který byl zkratkovitě vyobrazen⁷⁹. Toto osvobození přineslo velkou flexibilitu obrázkového písma, které, ač v tu chvíli vypadalo jen jako řada symbolů věcí, už bylo řadou slabik. V podstatě to byla taková zvuková hříčka. Obrázkové písmo se tak odpoutalo od vizuálního smyslu a získalo zcela jiný, zvukový „význam“.

⁷⁸ The Secret History of Writing - From Pictures to Words, BBC 2020, čas 17:50, <https://youtu.be/hbmyXjqXIEY?t=1070>

⁷⁹ The Secret History of Writing - From Pictures to Words, BBC 2020, čas 19:45, <https://youtu.be/hbmyXjqXIEY?t=1185>

Velmi obdobně také postupovali Egypťané někdy kolem roku 3000 př. n. l. Nalezena byla třeba tzv. Narmerova paleta, která obrazově popisuje vítězství a první sjednocení Egypta prvním faraónem Narmerem. Zajímavé jsou obrázky před jeho postavou na této paletě, které znázorňují sumce, jehož jméno znělo „nar“ a sekáč, „mer“, tedy dohromady „Narmer“⁸⁰. Tento způsob záznamu zvuku se označuje jako **fonogram**.

Dalším krokem bylo rozšířit princip rébusu tak, aby pokryl všechny zvuky egyptského jazyka. Tak vznikly hieroglyfy. Ty měly všechny schematické obrázky stejně velké, ať šlo o jakékoliv zvíře, člověka, jeho ruku, dům nebo cokoliv dalšího. To jasně ukazuje na to, že už nejde o vyobrazení reálných objektů, o malbu, ale o text – pouze vyjádřený obrázky. Schematické vyobrazení je základem možnosti zapsat takový znak velmi rychle (tedy pokud není zrovna vytesán do kamene). Tuto flexibilitu abstrakce znásobilo nové pružnější egyptské médium, papyrus.

Nevýhoda obrázkového písma byla v tom, že symbolů byly tisíce (podobně jako dnes v čínštině), a proto se takové písmo učilo daleko hůře než abeceda. Většina znaků obrázkového písma měla dva významy, některé více⁸¹. Dokonce někdy znak znamenal vyobrazený objekt, jindy jen zvuk. Princip rébusu rozšířený postupně na všechny zvuky jazyka umožnil písemnou komunikaci v plné míře, vyjádření jakékoliv myšlenky. Ne všechno jsou totiž reálné objekty, např. všechny děje se obrazem tak snadno nevykreslí a navíc existují abstraktní termíny jako třeba právo, život, inteligence, u nichž to jde ještě hůře. Pro odstranění neurčitosti jde-li o zvuk nebo objekt, případně jiné upřesnění významu znaku, se používaly (a v čínštině stále používají) speciální znaky zvané klasifikátory (determinativy). Čínština třeba má 214 klasifikátorů, které se používají u většiny znaků. Podstatné pro nás tady je, že klasifikátory vlastně znamenají vyšší úroveň abstrakce. Mohou označovat příslušnost do nějaké skupiny (ptáci, zvuky, činnosti, objekty...). Samozřejmě další úroveň abstrakce umožňuje zase vyšší flexibilitu vyjadřování a zápis nejen obecně všech objektů jednoho druhu najednou, jako např. všechny kachny, ale i obecnější označení, např. ptáci. U hieroglyfů většina znaků může být použita také jako klasifikátor. Například hieroglyf kachny může označovat kachnu, ale taky ptáky obecně. Užití klasifikátorů lze pozorovat i u Sumerů nebo u mayského písma. Přestože všechna tato čtyři písma vznikala nezávisle, všechna si vyvinula klasifikátory pod tlakem efektivnosti takovéto obecné abstrakce při reálné komunikaci. Klasifikátory a princip rébusu se tedy ukazují jako

⁸⁰ The Secret History of Writing - From Pictures to Words, BBC 2020, čas 22:50, <https://youtu.be/hbmyXjqXIEY?t=1370>

⁸¹ The Secret History of Writing - From Pictures to Words, BBC 2020, čas 25:15, <https://youtu.be/hbmyXjqXIEY?t=1515>

objektivní princip. Ty nejen umožňují ještě obecnější obsah zápisu, ale tím též otevírají širší cestu k ještě obecnějšímu uvažování.

Vyšší flexibility se zde nedosahuje pohyblivějším médiem, které nese písmo, ale změnou samotné abstrakce, která více či méně brzdí nejen zápis (viz třeba čínské písmo kontra latinka), ale nakonec i obecnost a tím i efektivitu samotného myšlení. To ale jasně také říká, že ani abstrakce není dokonalá, absolutní, když její méně vhodná forma brzdí její použití a vyjadřovací či „uvažovací“ možnosti. To ostatně dokládá i vznik a rozvoj matematiky, jejíž síla spočívá ve velice efektivním a (nejen) kvantitativně přesném zápisu. Co se vyvíjí, není absolutní. Představu, že dnešní formy písma (či matematického zápisu) jsou dokonalé, můžeme konfrontovat s určitě stejným nadšeným dojmem písařů hieroglyfů. Dojem dokonalosti tu vzniká tím, že efektivita abstrakce je vysoká, podstatně vyšší než předcházející formy. Z historické perspektivy je ale jasné, že žádná forma není dokonalá. Jde jen o klam způsobený tím, že nevidíme budoucí, dokonalejší formy abstrakce.

Dalším krokem k větší pohyblivosti písma jsou pochopitelně abecedy, u nichž několik tuctů znaků vytvoří kombinacemi „jakýkoliv“ zvuk a jakýkoliv význam, obrovské množství slov a významů. Není třeba si pamatovat tisíce znaků, jak tomu je u obrázkového písma, což je třeba u čínštiny stále brzda. Např. česká abeceda má 42 písmen. Diakritikou (a sprežkou ch) zvětšila původní počet 26 písmen latinky. Všimněme si opět, že i tendence k vytvoření abecedy je objektivní, což ilustruje její rozšíření ve většině současných jazyků. Abecedu je velmi snadné v textu odlišit od obrázkového písma i u neznámého písma prostě tak, že obsahuje pouze velmi omezený počet znaků. U abecedy jde vlastně o další „atomizaci“ slov, jejich rozložení na jednotlivé zvuky, dnes nazývané hlásky. Abeceda se tak stala ještě pružnější stavebnicí, ze které je možné postavit jakékoliv, třeba i neexistující slovo. Abeceda je tedy vlastně kódem zvuků, dalším a důslednějším použitím principu rébusu.

Tento abecední způsob záznamu zřejmě vznikl v Malé Asii, v Kanaánu⁸², někdy kolem roku 1850 před Kristem⁸³. Objevuje se tam v abstrakci základní princip přenesení centrace

⁸² Byli to zřejmě Féniciáné a jejich západní výspa Kartágo, kteří stvořili první abecedu, jež se poté rozšířila po celé Evropě a také v Asii, poněvadž byl její princip použitelný v jakémkoliv jazyku. Je zajímavé si všimnout a může být signifikantní, že Kartagiňané vytvořili kromě „stavebnice“ jazyka, tedy abecedy, i stavebnici, která byla základem jejich lodí. Byly to unifikované díly, ze kterých stavěli různé typy lodí, jež byly díky této stavebnici též snadno opravitelné výměnou poškozeného dílu. Síla této materializované abstrakce se projevila v tom, že jejich loďstvo bylo technologicky nejvyspělejší. Na tomto principu materializace unifikované abstrakce jsou založeny všechny stavebnice (Merkur, LEGO...) nebo i prefabrikáty pro stavebnictví (cihly, tvárnice, panely...).

⁸³ The Secret History of Writing - From Pictures to Words, BBC 2020, čas 44:40, <https://youtu.be/hbmyXjqXIEY?t=2680>

z komplexního „popisu“ jednoho či více objektů na popis obecniny. Zjednodušení stavebnice prvků abstrakce uvolňuje „ruce“ k větší obecnosti uvažování a tím k operacím se všemi objekty určitého typu najednou. Funguje to tak, že pracujeme s co nejvíce zjednodušenými modely těchto objektů (kachna je konkrétní představa s mnoha detaily, pták je obecnější, zvíře ještě schematictější). Podstatně snadnější učení abecedy vede k demokratizaci písma, tedy že písmo může být používáno daleko větším množstvím lidí než jen třeba nejvyššími vzdělanci. Písmo je tak sociálně flexibilnější. Je tu interakce, pozitivní zpětná vazba mezi formou abstrakce a reálným životem. Paralelně si můžeme uvědomit, že podobně silný vliv na praktický život, konkrétně obchodní počty, měl přechod z římských číslic na číslice arabské (což je systém převzatý z Indie, a to včetně nuly). Ty umožňovaly dekadický zápis jakéhokoliv čísla⁸⁴. Je třeba na tomto místě opět zdůraznit, že nejen vylepšený materiální nosič abstrakce, ale i struktura, organizace abstrakce samé, může značně zvýšit její flexibilitu. Sama forma abstrakce je tedy též „věžeňskou koulí na její noze“, a proto abstrakce není (nikdy) zcela ideální, absolutní.

V dnes používaných abecedách vycházejících z latinky lze vysledovat, že např. písmeno A vzniklo z původního egyptského hieroglyfu býčí hlavy, kterýžto symbol ale Kanaáci používali pro svého boha Alefa (Alfa). Hlava býka byla postupně otočena (Římany) rohy dolů, čímž s dalším zjednodušením na 3 tahy vzniklo písmeno A, alfa⁸⁵. Téměř všechny znaky abecedy vznikly z egyptských hieroglyfů, kterým ale Kanaáci přiřadili zvuky z vlastního jazyka a později tyto znaky graficky upravili Řekové a Římané. Egyptský hieroglyf pro vodu, znázorňující vlnky, se změnil v písmeno M. Písmeno R vzniklo z obrázku, hieroglyfu lidské hlavy na krku. Písmo se postupně odpoutávalo od svých původních vizuálních vzorů v realitě a stávalo se více abstraktními tvary. Je to hezký příklad toho, že písmo je dynamické, vyvíjí se. Dnes se rychlost jeho zápisu zvyšuje strojovým záznamem textu z mluveného slova (viz třeba anglické titulky na YouTube), nebo se písmo zcela vynechá a mobilem se komunikuje přímo zvukově.

Udělejme obecný závěr, že i samotná organizace abstrakce, nikoliv jen vlastnosti a organizace materiálního nosiče informace, ovlivňuje rychlost abstraktních operací. Je podstatné, jestli je znak obrázek nebo schematický tvar zvaný písmeno a také jestli znak vyjadřuje celé slovo nebo slabiku nebo už jen jedinou hlásku. Toto podstatně ovlivňuje, jak snadno se člověk znakům naučí, ovlivňuje to, zda člověk snadněji uvažuje v obecnějších úrovních abstrakce. Z toho

⁸⁴ Vopěnka, P.: O matematice s láskou, čas 27:00, https://youtu.be/XmTZO5dp_lg?t=1620

⁸⁵ The Secret History of Writing - From Pictures to Words, BBC 2020, čas 51:55, <https://youtu.be/hbmyXjqXIEY?t=3115>

plyne, že i kdyby nakrásně dokonale platónský svět existoval, naše abstrakce do tohoto světa nepatří, protože nejsou dokonalé. Neučíme se abstrakce (písmo, matematiku) nekonečně rychle (viz čínské písmo). A když se je naučíme, nemůžeme s nimi dělat myšlenkové operace nekonečnou rychlostí (např. nemůžeme za svého života napsat nekonečně dlouhý text). Nemůžeme si do paměti či jiného média ukládat informace nekonečnou rychlostí a žádná paměť ani není absolutní atd. Tedy i kdyby absolutní svět obsahoval něco absolutního, třeba aktuální nekonečno, když tento svět promítáme do světa ve všem konečného, ve kterém žijeme a přemýšlíme, cokoliv absolutního, třeba právě nekonečno, se zachytí jako příliš velké na sítu konečnosti a nepropadne do našeho světa. A toto síto je dvojí, je to síto nedokonalosti samé abstrakce a pak síto jejího zápisu na reálný nosič, tedy filtr reality. Vzniká tady podezření, že jde v obou případech o síto ze stejného materiálu, které se nám jen jeví v různých formách, ale to předbíháme závěrečné pasáže práce⁸⁶.

Ted' se ale chvíli věnujme vývoji materiálního nosiče písma a samozřejmě si budeme všimát toho, že vlastnosti média zásadně ovlivňují množství zapsaného písma, rychlost jeho zápisu a přenosu a trvanlivost záznamu. Polední ale pochopitelně také může negativně ovlivňovat flexibilitu písemného záznamu. Už jsme výše zmínili daleko více pohyblivé médium, papyrus, který rostl velmi hojně kolem Nilu a byl proto také velice levný. Oproti zápisu do kamene se na něj zapisovalo podstatně rychleji a svitky papyru byly pochopitelně daleko flexibilnější než třeba obelisk. To byl základ k demokratizaci psaného záznamu. Dostupnost papyru, která se odrážela v jeho ceně, pochopitelně zásadně ovlivňovala šířku jeho použití. Papyrus se postupně šířil v oblasti Středozemního moře, ale zejména když Řím v roce 30 př. n. l. anektoval Egypt, začal se papyrus, a tím i psaný text, velice rychle šířit Římskou říší obchodními cestami jako import z Egypta. Na základě toho vznikl obchod s knihami, které nebyly až tak drahé, stejně jako papyrus. Dokonce v Římě vzniklo 29 veřejných knihoven, které pochopitelně přístup k psanému textu usnadnily a zlevnily⁸⁷. V Římě zřejmě kolovaly stovky tisíc knih. Tento rozkvět ale skončil s rozdělením říše v roce 395 našeho letopočtu na východní a západní. Do té západní s městem Římem tak přestal proudit papyrus, což od papyru odstříhlo i celou Západní Evropu. V Římě pak už vznikaly spíše jednotlivé kusy knih než tisíce, knihy se postupně staly vzácnými a drahými a to také přispělo k úpadku západořímské říše, která byla po rozpadu ještě silněji napadána Góty. Východořímská říše byla ekonomicky silnější

⁸⁶ V celém textu je použit přístup, kdy jsou některé myšlenky nakousnuty a teprve později úplně vysvětleny. Čtenář je veden k tomu, aby si na některé myšlenky postupně zvykal jejich opakováním, rozebíráním z různých stran, což pak usnadní závěrečnou syntézu.

⁸⁷ The Secret History of Writing - Words on a Page, BBC 2020, čas 10:35, https://youtu.be/kJwqp_Z9lYo?t=635

a odolnější, měla vyšší hustotu obyvatel a také papyrus, tedy zvládla tuto změnu podstatně lépe. To je i jeden z faktorů, který způsobil v Evropě tzv. „dobu temna“ a fakt, že kultura a věda se uchovávaly a rozvíjely hlavně v arabských zemích, odkud byly později exportovány do Evropy. Zde je názorně vidět, jak obrovský může být vliv nosiče na samotnou abstrakci a poté její sociálně podmíněné zpracování, tedy myšlení. O absolutní svobodě abstrakce, a tím i o její absolutnosti, nemůže být vůbec řeč.

Západní Evropa byla donucena začít používat něco mnohem dražšího než papyrus, a to vyčiněnou kůži, především kravskou⁸⁸. Na takové vyčiněné kůži byl uprostřed vidět hřbet (páteř) dobytka, a tam se taky tento „papír“ u velkých knih překládal, což umožnilo „papíry“ poskládat do knihy. Odtud pochází termín hřbet jako název vnější strany vazby knihy⁸⁹. Obtížnost tohoto druhu výroby knih ukazuje to, že z jedné kůže se vyrobilo třeba jen 8 stran, takže na jednu knihu se spotřebovalo hodně zvířat⁹⁰. Pochopitelně se psalo ručně, což bylo velmi pomalé, zvláště na kůži. Bylo to asi 3–4x pomalejší než psaní na papyrus. Za den jeden člověk napsal asi 2 strany manuskriptu, takže napsání knihy mu mohlo zabrat i celý rok⁹¹. Ve středověku (14., 15. století) byly největším centrem výroby knih Bruggy, které produkovaly většinu knih v Evropě, konkrétně asi jen 1000 knih. V Západní Evropě se tedy v té době vyprodukovalo jen pár tisíc knih, jedna kniha byla asi na 10 000 obyvatel. Velká, krásně i zlatem zdobená, bohatě ilustrovaná kniha stála v té době asi tolik jako dům⁹². Zde je názorně vidět, jak materiál, na který se píše, silně ovlivní dostupnost psaného textu.

V Číně byl vynalezen velmi kvalitní papír ve 2. století po Kristu a v 7. století už fungoval důležitý papírový průmysl. A k tomu vynálezu se v Číně přidal tisk pomocí dřevěných bloků. Tím začala poměrně masová, protože levná, výroba knih na levném papíru. Demokratizace psaného textu byla v Číně tak velká, že se tam prodávaly i prázdné sešity, kam si člověk mohl zapisovat třeba vlastní myšlenky⁹³. Tento papír byl vyráběn nejdříve z konopí, ale později z hedvábných a lněných hadrů, tedy materiál pro něj nebyl lokálně omezen jako u papyru. Postupně pronikl do arabských zemí. Arabský svět byl postupně zaplaven množstvím levného papíru, který umožnil rychlý kulturní, náboženský a intelektuální život. To je vlastně začátek islámského zlatého věku. V intelektuální oblasti šlo speciálně o matematiku, kterou jsme včetně

⁸⁸ The Secret History of Writing - Words on a Page, BBC 2020, čas 13:45, https://youtu.be/kJwqp_Z9lYo?t=825

⁸⁹ The Secret History of Writing - Words on a Page, BBC 2020, čas 15:20, https://youtu.be/kJwqp_Z9lYo?t=920

⁹⁰ The Secret History of Writing - Words on a Page, BBC 2020, čas 15:55, https://youtu.be/kJwqp_Z9lYo?t=955

⁹¹ The Secret History of Writing - Words on a Page, BBC 2020, čas 19:25, https://youtu.be/kJwqp_Z9lYo?t=1165

⁹² The Secret History of Writing - Words on a Page, BBC 2020, čas 20:25, https://youtu.be/kJwqp_Z9lYo?t=1345

⁹³ The Secret History of Writing - Words on a Page, BBC 2020, čas 31:20, https://youtu.be/kJwqp_Z9lYo?t=1880

arabských čísel přejali, a proto tato část nese název al-gebra. Spolu s levným papírem se používal blokový tisk.

Revoluci v tisku způsobil Johannes Gutenberg ve 40. letech 15. století. Jeho vynález spočíval ve vylepšení už v té době používané sazby jejím skládáním ze sériově odlévaných tiskařských liter. Tato atomizace prvků raznice velmi zvýšila flexibilitu tisku, podobně jako atomizace písma latinkou zvýšila flexibilitu písma. A to, spolu s rozšířením levného papíru do Evropy, spustilo náboženskou, kulturní a intelektuální revoluci v Evropě, také na základě převzatých znalostí z arabského světa. Vidíme, že pokrok technologie od tesání do kamene až po knihtisk na levný papír byl nutným základem pro rozvoj abstraktního myšlení, neboť stále flexibilnější, levnější a snadněji masově použitá technologie způsobovala velkou svobodu abstrakce. „Vězeňská koule“ reality na „noze“ abstrakce postupně získávala mnohem delší a jemnější „řetěz“. A to byl základ evropské vědecké a průmyslové revoluce.

Písmo bylo první, pokud jde o komunikaci mezi různými místy v prostoru nebo v čase. Dále přišel záznam zvuku, mechanický gramofon, který umožňoval i distribuci zvuku. Okamžitý přenos zvuku zvládl telefon. Bezdrátový telegraf byl prvním přenosem informace elektromagnetickými vlnami vzduchem, který byl všude a nebylo ho nutno jako dráty vyrábět a natahovat. Pak přišlo rádio a televize. Od té doby se záznam, přenos a uchovávání informace extrémně rozvinul. Rychlosti našich počítačů a kapacity jejich pamětí jsou dnes už tak velké, že běžné úlohy jako práce s textem, matematické operace, přenos zvuku, zpracování obrázků a videí internetem apod. nejsou příliš omezovány jejich parametry. Limitujícími se tady stávají stále více samy abstrakce, jejich organizace, algoritmy, přestože byl vývoj efektivitu přenosu informací třeba v grafické podobě neskutečně zvýšen ve srovnání s jeskynnými malbami. Můžeme zvyšovat efektivitu pamětí nejen fyzickou miniaturizací, ale i komprimací souborů, a dále zdokonalováním komprimačních algoritmů. Můžeme zvyšovat výkon procesorů jejich miniaturizací a tím i zrychlováním, ale můžeme též vytvořit programy umělé inteligence, které poráží sebelepší hráče šachu nebo go vyšší „inteligencí“, třebaže jednostrannou. A nedá se předpokládat, že se zdokonalování abstrakcí zítra zastaví. Abstrakce v jakékoliv formě nejsou absolutní, mají vlastní strukturní omezení a v důsledku toho se dá předpokládat jejich další vývoj. Některé nedokonalosti jsou dokonce v principu neodstranitelné, nezměníme-li axiomy, na kterých ta která abstraktní oblast stojí. Překonáním těchto axiomů zřejmě jen „brzdy“ oslabíme, ale nevypneme zcela, viz třeba pozdější výklad první Gödelovy věty o neúplnosti.

Přestože máme počítač a mobily, které si bereme stále s sebou a flexibilita přenosu informací všeho druhu (text, zvuk, obraz, aplikace) je úžasná, takže trochu vzniká dojem absolutní svobody abstrakce, přesto je přenos limitován rychlostí světla (a kapacitou kanálů komunikace), což je významné už třeba při komunikaci s vozítky na Marsu, kam letí signál desítky minut. Kapacita našich zařízení je omezená, brzy chceme rychlejší počítač či mobil s větší pamětí. I superpočítače bychom chtěli mít stále rychlejší a rychlejší, dokonce se v tom soutěží, což ale na druhé straně jen dokazuje jejich omezené schopnosti. Kdyby počítaly nekonečnou rychlostí a měly nekonečnou paměť, neměla by taková soutěž smysl.

Abstrakce je jako cyklista na pevnině. Může se pohybovat zdánlivě absolutně svobodně, (téměř) nevidí hranice svého pohybu, ale ty v dálce existují, protože pevnina má své břehy. Navíc tento cyklista (abstrakce) by bez pevniny (reality) nemohl vůbec jezdit, takže by vlastně nemohl jezdit ani bez hranic. A ještě k tomu žije stále v omezeních, která jsou pro něj tak samozřejmá, že si je ani neuvědomuje. Nemůže se třeba pohybovat libovolnou rychlostí a libovolným směrem, např. kolmo vzhůru.

9. Peníze jako abstrakce

Vztah reality a abstrakce lze zkoumat i v ekonomii. Jen letmý pohled do historie obchodu nám zřetelně ukáže zásadní roli abstrakce, bez které by nebyla ekonomika vůbec možná. Prvotní směna zboží probíhala barterově, tedy zboží za zboží, kde při směně nehrály ještě roli peníze. Už v této podobě ale museli lidé odhadovat, kolik je práce vloženo do jednotlivých druhů zboží, například při směně sekyry za mléko, kolik práce bylo potřeba k výrobě sekyry a získání materiálu pro její výrobu, a zhruba kolik práce obnáší např. litr mléka. Intuitivně tak existovala představa hodnoty zboží a hodnota je už abstraktní veličina. Věcná směna byla ale těžkopádná, protože majitel krávy, který potřeboval sekeru, musel najít kováře, který vyrábí sekery a zároveň poptává mléko. Jakmile rodina kováře vlastnila i krávu, směna se těžko uskutečnila.

V další fázi se směna usnadnila, její „tření“ v realitě se výrazně zmenšilo „mazivem“ ve formě prvních forem proto-peněz, tedy přírodních platidel, která ještě měla svou užitnou hodnotu. Takovými penězi mohlo být stříbro, zlato nebo třeba obtížně nalezitelný druh mušlí. Užitná hodnota těchto speciálních druhů zboží spočívala většinou v tom, že se používaly na výrobu šperků. Nicméně díky svým specifickým vlastnostem, tj. díky trvanlivosti, vzácnosti, a tedy vysoké hodnotě v malé hmotnosti a snadné přenositelnosti, tedy flexibilitě, nabízely i specifickou funkci: být všeobecným měřítkem hodnot. To je podstata peněz. Flexibilita peněz byla vysoká, jestliže byly „kvantovány“ neboli „atomizovány“ podobně jako třeba písmo abecedou nebo knihtisk literami. Zatímco např. u mušlí bylo kvantování přirozené, u drahých kovů bylo nutno tato kvanta vyrobit uměle. Začaly se razit mince s pevnou hodnotou, které zaručovaly určitou kvantitu a ryzost obsaženého kovu. Před těmito mincemi se hodnota stříbra nebo zlata určovala vážením, což bylo rozhodně zdlouhavější než počítání mincí. Mince tak opět snížily „tření“ obchodních operací. Ale usnadňovalo to nejen nákup nebo prodej, ale i výběr daní a úvěry, celou ekonomiku. Například v Číně se výběr daní značně zjednodušil převedením daní z naturální podoby na stříbro, které bylo všeobecným ekvivalentem daní/hodnoty⁹⁴.

Je jasné, že peníze měly a mají dvě složky, stejně jako každá abstrakce. Složku materiální, třeba onen drahý kov, a pak složku abstraktní, hodnotu, tedy vlastně obsah lidské práce spojený například s dolováním onoho kovu. Hodnota je v každém případě modelem, abstraktním vyjádřením obsahu lidské práce. Např. zlato bylo nositelem abstrakce, konkrétně hodnoty.

⁹⁴ Dalo by se podobně uvážit, že čas je všeobecným ekvivalentem pohybu, speciálním fyzikálním pohybem, ze kterého jsou vytvořeny všechny pohyby v našem vesmíru.

Tento nosič abstrakce se postupně v historii optimalizoval, jak už jsme viděli při ražbě mincí, a to tak, že se zvyšovala jeho flexibilita a zlepšovaly se i další vlastnosti. Šlo-li o velkou hodnotu, která znamenala velké množství peněz, byla flexibilita zlata či stříbra problematická, poněvadž velké množství drahého kovu bylo těžké, nebylo ho možné předávat osobně při obchodu, muselo se speciálně přepravovat, což bylo i riskantní. Že je podstatou peněz abstraktní hodnota, a ne obsah drahého kovu, který ji jen měří, se ukázalo třeba při první ražbě drobných měděných mincí v 16. století, kde hodnota závisela na rozhodnutí panovníka, ne na obsahu drahého kovu⁹⁵. Přejít na měnu bez obsahu kovu znamenal vznik papírových směnek, což byly původně potvrzení o uložených penězích. Ty mohly být vystaveny i „na doručitele“, což výrazně zvýšilo jejich flexibilitu, a tak peníze „tekly“ snadněji a jejich „viskozita“ byla nižší. Z těchto směnek se postupně vyvinuly bankovky. V Číně se podobný přechod uskutečnil násilnou formou. Kdo nechtěl jako platbu od císaře akceptovat papírové potvrzení místo stříbra, toho prostě nechal císař popraviti.

Další „odhmotňování“ peněz probíhalo v bankách, kde se stavy účtů vedly v písemné formě a postupně nemusely být kryty ani bankovkami ani zlatem. Zatím posledním krokem ve zvyšování flexibility peněz jsou elektronické peníze. Platební karty nahrazují bankovky a mince, což eliminuje nutnost „mít drobné“ a tím i urychluje platby. Většina našich peněz je na účtech v bankách, které je vedou ve svých počítačích a my k nim přistupujeme pomocí internet-bankingu, tedy odkudkoliv. U některých bank jsou převody mezi různými účty v téže bance „okamžité“, tedy v řádu vteřin. Peníze se v podstatě stávají „supratekutými“, „tečou“ skoro bez zjevného „tření“. Přestože je nyní flexibilita peněz až neuvěřitelná, nejde říci, že je absolutní. Nemusíme ani uvažovat rychlost počítačů banky a našeho počítače či rychlost internetového připojení, které se postupně zvyšují, ale můžeme připomenout principiální fyzikální limit, a to rychlost světla⁹⁶. Žádný přenos informace se neděje nekonečnou rychlostí, tedy děje se vždy v nenulovém čase. Až budeme mít kolonii na Marsu, bude nejrychlejší převod trvat desítky minut.

⁹⁵ Na těchto mincích se třeba objevil latinský nápis „Non aes sed fides“, tedy „Ne kov, ale důvěra“.

⁹⁶ Je možné si hypoteticky v budoucnu představit i „kvantové“ peníze na základě současného rozvoje kvantových počítačů, který je založen na využití kvantové provázanosti (pilotní vlny), pro kterou limit rychlosti světla neplatí. Nicméně ani zde nemůžeme předpokládat nekonečnou rychlost, poučení třeba z historie zkoumání rychlosti světla, která původně za nekonečnou pokládána byla, aby se posléze ukázalo, že limit má. A je-li pro nás přesvědčivá první část práce, která ukazuje, že nekonečno v realitě neexistuje, nelze ani u provázanosti předpokládat rychlost nekonečnou. Ostatně ta by už nebyla zřejmě v našem 3D prostoru, ale v prostoročase, ne-li ve sub-prostoru kvantové gravitace, což mění celou logiku uvažování.

Z uvedeného vidíme, že nejen abstrakce je to, co brzdí flexibilitu peněz, ale je to také jejich hmotný nositel. Ale i když je to třeba jen sada elektrických impulsů, které se pohybují rychlostí světla, stále je absolutně nutné, aby abstrakce svého hmotného nositele měla. Bez něj by abstrakce ani neexistovala, ani bychom o ní nemohli dostat informaci, protože i peníze musíme vidět, třeba v podobě číslic na obrazovce. Bez vizuální podoby, tedy bez přenosu hmotných fotonů do našich očí, bychom nemohli abstrakci vůbec používat. To platí ostatně i o abstrakci v našem mozku. Tam je uložena v elektrochemické podobě v neuronech, bez čehož bychom si ji nemohli uvědomit. Vývoj peněz ukazuje, jak se hmotný nositel stává postupně flexibilnější, což se v zásadě děje díky miniaturizaci, a to nejen elektronické.

Osvobozování peněz k větší flexibilitě se tedy dělo jednak použitím pružnějších materiálních nosičů, ale i změnou formy abstrakce (třeba směňky na jméno kontra anonymní bankovky). V každém případě je upoutání peněz k hmotnému nosiči jaksi stále slabší a slabší, nicméně je zcela neodstranitelné. „Díky“ této vazbě nebudou peníze nikdy absolutní a také vždy odrážejí skutečnost (nemáme na účtu neomezenou částku). Nekonečné množství peněz není možné ani realizovat, neboť to by inflací zlikvidovalo veškerou ekonomiku světa, protože by peníze měly nulovou hodnotu.

Vidíme, že abstrakce se vlastně zapisuje jako informace (stav konta) do nějakého hmotného média a tato informace je jen tvar tohoto hmotného nositele (struktura magnetického záznamu). Abstrakce či informace je tak jen zcela neoddělitelnou vlastností nějakého hmotného nosiče, přičemž zde za hmotu považujeme nějakou entitu z reality, tedy nejen tělesa, ale třeba i fyzikální pole. Například gravitační vlna, za jejíž potvrzení byla v roce 2016 udělena Nobelova cena⁹⁷, je vlastně dynamickou změnou lokálního tvaru gravitačního pole, které je zároveň informací, třeba o srážce černých děr. Inspirováni Aristotelem můžeme informaci či abstrakci chápat výhradně jako tvar něčeho reálného.

⁹⁷ Castelvechi, D.: Gravitational wave detection wins physics Nobel, Nature, 03/11/2017 - <https://www.nature.com/news/gravitational-wave-detection-wins-physics-nobel-1.22737>

10. Vývoj lidského abstraktního myšlení v ontogenezi

K nalezení odpovědi na to, co je primární, zda abstrakce nebo realita, nám pomůže analýza vývoje forem abstrakce v lidském životě od kojence po dospělého, tedy její ontogenetický vývoj.

Vnímat jen současný stav abstrakce, třeba jazyka nebo matematiky, značně znemožňuje chápání její podstaty. Je to něco podobného, jako registrovat jen aktuálně existující živočišné druhy coby Bohem stvořené a neměnicí se, a nevidět jejich evoluci, tedy i jejich budoucnost. Nebo si myslet, že tvar kontinentů byl milióny let naprosto stejný jako je dnes, a neuvažovat o jejich pohybech a proměnách. Absolutnost abstrakce bude už jen faktem jejího vývoj značně zpochybněna, a to také proto, že stejně jako nelze předpokládat, že evoluce skončila a kontinenty se dál už nebudou hýbat, stejně lze předpovídat budoucí formy abstrakce, třeba i jakousi post-matematiku, která bude ve srovnání s matematikou efektivnější a „inteligentnější“. Stačí se podívat na současnou matematiku z hlediska Pythagora nebo Euklida a je jasné, o čem se tady mluví. Pro ně byla jejich matematika dokonalá a nedovedli si představit už třeba diferenciální počet. Jejich matematiku (základy) dnes učíme na základních školách. A pohled z doby, kdy ještě matematika vůbec neexistovala, je ještě výmluvnější, jelikož úplně jinak vykresluje i dnešní mylný dojem, že přece máme dokonalé formy abstrakce. Časová perspektiva značně deformuje naše vidění světa, protože do historie sice vidíme s obtížemi, do budoucna však nevidíme prakticky vůbec. Pokusme se osvobodit od tohoto klamu časové asymetrie. Čas je také zavřená brána, za kterou nevidíme, což ale vůbec neznamená, že tam nic dalšího i lepšího nebude.

Jakmile prozkoumáme, byť jen částečně, vývoj forem abstrakce, přestaneme mít ten dojem, že abstrakce spadla z nebe jako něco hotového, dokonalého. Čistě rozumové přemítání zde ale bez empirických dat nedává dobrý výsledek. Musíme se proto analyzovat vznik inteligence a abstrakce v evoluci v realitě. Samozřejmě ideální by bylo znát vývoj abstrakce ve fylogenezi, tedy ve vývoji lidského druhu, a ještě lépe i u předchůdců člověka, a to i dávno před jeho humanoidními předky. Ty je ale možné zkoumat jen obtížně a jejich abstrakce už prakticky vůbec ne. Je možné alespoň nějak poznávat mnohamiliónový vývoj inteligence a abstrakce? Inspirací tady může být tzv. Haeckelův zákon, který tvrdí že ontogeneze je zrychlené a zjednodušené opakování fylogeneze. I když nemůže být sám tento tzv. biogenetický zákon tím nejpřesvědčivějším argumentem, protože je už překonán, stejně upozornil na podobnosti mezi ontogenezí a fylogenezí, které evoluční teorie následně potvrdila. Ostatně i samotná

ontogeneze abstrakce jasně ukazuje, že abstrakce není nic ztuhlého, je „tekutá“, že vzniká a mění se. A i kdyby fylogeneze postupovala jinak, společné u obou jsou úrovně stále se zdokonalujícího uvažování směřující ke stále většímu osvobození od reality.

Toto zkoumání také vrhne světlo na některé rysy v současnosti jedné z nejvyšších forem abstrakce, abstrakce matematické. Ta je totiž dosažena ve finální fázi ontogeneze lidské inteligence. Podle mnohých je matematika atemporální, tedy absolutně mimo čas a absolutní také v tom smyslu, že umí pojmut absolutní entity, jako je právě absolutní kvantita v podobě aktuálního nekonečna. A to jsou otázky, ke kterým směřujeme.

Evoluční psychologie, založená v základě na empirických zkoumáních, zná několik stupňů abstrakce, které postupně vznikají v lidské mysli v dětství. Jean Piaget definoval čtyři:

1. **Senzomotorické** stadium (narození – 2 roky) – dítě odlišuje sebe od objektů, rozeznává sebe jako aktivního činitele a začíná jednat záměrně. Dosahuje vědomí stálosti objektu (objekty existují i když nejsou přítomné).
2. **Předoperační** stadium (2–7 let) – dítě se učí užívat jazyk, objekty jsou reprezentovány pomocí představ a slov, předměty třídí dle jen jednoho rysu (červené, hranaté, hebké), myšlení je egocentrické (nevnímá názory druhého)
3. Stadium **konkrétních operací** (7–12 let) – dítě dokáže logicky přemýšlet v operacích, objektech, událostech; chápe stálost počtu (v 6 letech), množství (v 7 letech) a hmotnosti (v 9 letech); předměty třídí podle různých vlastností a dokáže je logicky seřadit (nejtmavší – nejsvětější, největší – nejmenší)
4. Stadium **formálních operací** (12 let a výše) – dítě dokáže myslet logicky o abstraktních pojmech a systematicky testuje hypotézy; zabývá se abstrakcí, budoucností, ideologickými problémy⁹⁸

V těchto stupních lze sledovat postupné odpoutávání se prvotní proto-abstrakce od reálného světa, nebo v první fázi spíše od světa vjemů (což už ale jsou první abstrakce). V rámci **prvního stadia, senzomotorického**, se dětská abstrakce odpojuje od přímých a aktuálních smyslových vjemů. To se dá prakticky ilustrovat na změně chování dítěte. Zprvu dítě nechápe, že předmět nepřestane existovat, když ho někdo ukryje: „Mohli jsme však prokázat, že na stejném stadiu se nijak nepokouší sejmut ubrousek zakrývající předmět, po němž touží, a to ani tehdy, když

⁹⁸ Viz <https://www.studium-psychologie.cz/vyvojova-psychologie/8-piaget-moralka.html>

už dovede sahat po cílovém předmětu, který vidí. Chová se tak, jako kdyby se předmět v pokrývce ztrácel a přestal existovat právě v tom okamžiku, kdy mizí z vjemového pole.“⁹⁹

Dětská abstrakce se ve věku do dvou let právě osvobozuje od takových bezprostředních vjemů. To ale zřetelně ukazuje, že se v hlavě vytváří model předmětu, který je trvalejší než vjem, je tedy na vjemu částečně nezávislý. Časový průběh existence předmětu je jiný ve vjemech a jiný v představě (příčemž tu představu považujeme za lépe odpovídající skutečnosti). Ale zdaleka ještě nejde o dokonalou „matematickou“ abstrakci, při níž představa neobsahuje barvu či materiál předmětu, neobsahuje daný úhel pohledu oka, danou vzdálenost atd. Ale i tak je už čas modelu jiný než obvyklý čas, ve kterém probíhá vnímání. Je tato představa už atemporální? Ještě zřejmě ne, neboť čas vjemů a čas modelu mají stejnou rychlost, jen čas vjemů zde tvoří jen několik diskrétních úseků z času modelu. V každém případě je ale tato představa aktivací určité struktury neuronů mozku, která v čase rozhodně probíhá, a to zatím stejnou rychlostí jako ve světě vjemů. A zdaleka nemá model absolutní existenci, protože když na něj přestaneme myslet, není aktualizován a existuje pouze potenciálně. Je aktualizován až zase přítomností vjemu. Dítě na objekt nemyslí, pokud ho nevidí.

Ve **druhém stadiu, předoperačním**, začíná dítě používat k označení objektů slova. A slova už nejsou závislá na jednom konkrétním objektu jako ve stadiu prvním, kde jde o jeden konkrétní objekt. Slovo kočka nepotřebuje ke své existenci jednu konkrétní kočku, například tu, která žije v domácnosti dítěte. I když tato kočka umře, slovo kočka existuje dál a je přenosné na jakoukoliv další kočku. Označuje vlastně všechny kočky a „nesoustředí“ se jen na kočku jedinou. Tomuto zaměření, zde zrovna na jeden konkrétní objekt, říká Piaget **centrace**, a osvobození se od něj označuje jako **decentraci**. (Tyto termíny mají ale zcela obecný význam, nejen centrování na jeden objekt, ale jakékoliv omezení vnímání či myšlení.) Slovo kočka je tak přenosné na libovolnou kočku, ba dokonce existuje v naší hlavě bez koček. Sice ke svému vzniku nutně tato zvířata potřebovalo, ale teď je již nepotřebuje, a i kdyby člověk už žádnou kočku neviděl, tento pojem si zachová i s představou, jak by kočka měla asi vypadat. Nicméně bez jakéhokoliv dalšího vjemu kočky (třeba i jen jejího obrazu) postupně tento pojem vymizí.

Pojem a obecná představa kočky je už značně atemporální v tom smyslu, že nezávisí na životě kterékoliv kočky v reálném čase či na jejich vnímání člověkem. Pojem kočky setrvává stejný nehledě na to, co se krátkodoběji děje v realitě. Působí to dojmem, jako by byl věčný, tedy absolutně nezávislý na čase. Snadno ale odhalíme, že tomu tak není. Jednak je jisté, že měl

⁹⁹ Piaget, J.: Psychologie inteligence, Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1970, str. 95

pojmem kočky ve fylogenezi člověka nějaký počátek, tedy neexistoval vždy. Jestliže platónsky zaargumentujeme, že existoval i před člověkem, můžeme se zeptat, jestli existoval i před vznikem koček či dokonce před Velkým třeskem. A také kdyby všechny kočky vymřely, jak dlouho by v lidských hlavách pojem kočky ještě existoval bez setkávání se s kočkami reálnými či jejich obrazy. Kočky by bez vlivu jejich reálného výskytu postupně upadaly v zapomnění. Síla reality se zde jeví jako přesvědčivá, třebaže pomalu působící. Pojem kočky byl vyvolán jejich reálnou existencí, bez ní by neexistoval, a s koncem této existence ve skutečnosti postupně mizí i onen pojem. I idea kočky tak existuje v čase, jen pro svou obecnost existuje v čase modelu, který je mnohem pomalejší, neboli změny pojmu kočka jsou tak nepatrné, že se zdá, že se tento pojem nemění. Ale opravdu by třeba Egyptané označili lysé či angorské miláčky slovem kočka?

Dynamiku pojmů si můžeme ilustrovat na řadě zaniklých slov. Kdo kromě historiků vědy dnes ví, co to měl být flogiston nebo kalorik¹⁰⁰? Snadno si na základě těchto dvou termínů můžeme domyslet, že existují i zcela zaniklé pojmy, jejichž příklady zde ale z pochopitelných důvodů uvést nemůžeme. Pojmy tedy umírají. Můžeme sice idealisticky předpokládat, že ve světě idejí zůstávají, jen my je zapomeneme používat, ale to opět vyžaduje použít nepodloženou hypotézu, že je někde absolutní svět idejí umístěn. Tento předpoklad je navíc zbytečný a vše lze vysvětlit i bez něj a zdá se, že mnohem přiměřeněji.

Problematickostí tohoto pojetí je také v tom, že nelze určit, kde se svět idejí nachází, pokud nepoužijeme ještě nepodloženější představu Boha. Problém tím nevyřešíme, neboť se opět můžeme ptát, kde je Bůh. Zásadní chyba tohoto přístupu je, že se absolutní entita postuluje do konečné noetické vzdálenosti, např. už tím, že o ní vůbec můžeme mluvit. Otázka zní: Může být skutečně absolutní svět vzdálen neabsolutně, tedy nám být byt' jen částečně přístupný? Absolutní svět musí být též absolutně vzdálen, tedy být absolutně nepoznatelný¹⁰¹. Absolutnost je absolutní, tedy nepřipouští žádných výjimek, ani v noetické vzdálenosti. Žádná z entit, na které myslíme, tak nemůže být (skutečně absolutně) absolutní, což vylučuje i možnost jakéhokoliv aktuálního nekonečna. V kontrastu s realitou, kde si můžeme představit stupně (Země, Sluneční soustava, galaxie, shluk galaxií, vesmír, multivesmír...), které pokračují dál

¹⁰⁰ Slovo kalorik podtrhává např. spellchecker v MS Wordu, a tedy jej označuje jako neznámé slovo. Toto slovo zaniklo ke konci 19. století a označovalo domnělý prvek, kterýžto předpoklad se ukázal jako mylný. Nešlo totiž o prvek (tento „chomáč“ vlastností), ale o jedinou vlastnost, teplo. Blíže viz třeba https://en.wikipedia.org/wiki/Caloric_theory.

¹⁰¹ Stejný logický postup lze použít i při důkazu neexistence (absolutního) Boha. Viz Fikáček, J.: Důkaz neexistence Boha, <https://fikacek.blog.idnes.cz/blog.aspx?c=558704>

a dál, a žádný stupeň není finální, by měl být přece absolutní konec v podobě platónského světa idejí v nekonečné noetické vzdálenosti.

Protože stejnou úvahu o neabsolutnosti našich abstrakcí lze použít i na Boha, musíme **teologický argument Bohem** pokládat za nesprávný, protože je logicky nekonzistentní pro své prvky absolutnosti. A logická rozpornost je argument, který uznával např. i svatý Augustin, který podřídil Boha rozumu¹⁰². Bůh by musel mít nekonečné schopnosti, absolutní znalosti, tedy být vševědoucí, aby obsáhl absolutní platónský svět. A mluvíme-li o nekonečných znalostech, opět využíváme chybný postup **tautologie nekonečna**, resp., širší chybný krok, **tautologii absolutna**. Máme-li prokázat existenci něčeho absolutního (třeba nekonečného), povoláme do argumentace něco jiného, o čemž axiomaticky a nepodloženě prohlásíme, že je to absolutní (třeba nekonečné). Jenže k dokázání onoho axiomu nemůžeme použít nejsilnější nástroj, empirii, neboť tam je vše konečné, relativní, jak jsme si předvedli v první části práce. Proto bychom museli povolát další axiom čehosi nekonečného/absolutního, což by se stále opakovalo. Vznikla by tak nekonečná řada hypotetických axiomů, kterou neumíme aktualizovat, tedy je tento postup nemožný. Navíc každý další krok této řady je pochybnější a pochybnější. Platónský svět tedy není absolutní, jelikož z něj vidíme jen neabsolutní část, a je-li náš pohled takto omezený, dá se s úspěchem pochybovat i o absolutnosti jednotlivých objektů tohoto světa, viděných naším „zrakem“. To, co my označujeme jako absolutní platónský svět, není absolutní absolutně v ničem. Představa námi dosažitelného absolutního platónského základu světa se velmi liší od toho, co nám ukazuje realita, jak již řečeno, tedy od její mnohostupňovitosti, která se opakuje stále stejně, ale zřejmě jen v rámci určitého konečného počtu strukturních stupňů. Platónský svět vypadá oproti realitě značně zjednodušeně, ploše, mumifikovaně (ztuhle a vysušeně).

U stupňů reality si lze představit, že se tyto stupně neopakují zcela stereotypně. Existuje dobře podložená hypotéza, že náš vesmír je vlastně 3D nadpovrch vícerozměrné koule, což už je jiná představa než klasický vztah části–celek, který platí od naší úrovně k úrovni elementárních částic či od naší úrovně k úrovni vesmíru. Je-li náš vesmír onen 3D nadpovrch, pak by multivesmír nebyl jen kolem našeho vesmíru, ale i uvnitř něj. Nebo existuje „opačná“ představa holografického vesmíru¹⁰³, tedy myšlenka, že náš 3D vesmír je i na kvantové úrovni jen projekce 2D informací na „okrajích“ vesmíru (mimochodem tato hypotéza předpokládá

¹⁰² Viz Vopěnka, P.: Prague's Way of Set Theory: from Bolzano to the Present Times. čas 6:35, https://youtu.be/b_rPG3bu0Y

¹⁰³ Např. Cowen, R.: Simulations back up theory that Universe is a hologram, Nature, 10 December 2013, <https://www.nature.com/news/simulations-back-up-theory-that-universe-is-a-hologram-1.14328>

konečný vesmír, protože jen je projekcí svých hranic). Lze si představit potenciálně „nekonečnou“ řadu stupňů, kdy prapodstata světa nebude v konečné noetické vzdálenosti, přičemž postupně zmizí i pojem stupně. U této představy nečiní žádný problém otázky „Co je dál?“ nebo „Co bylo předtím?“. U platónského světa idejí, jako absolutního základu světa v konečné noetické vzdálenosti, je tato otázka neřešitelným problémem. Problém je právě v oné konečné noetické vzdálenosti něčeho, co má být absolutní. Když chceme spojit cokoliv ve vzdálenosti nekonečné s čímkoliv ve vzdálenosti konečné, vysypou se na nás neřešitelné rozpory, např. nekonečné opakování téže otázky. Nemůže to tedy být řešení správné. Pouze, když prazáklad světa umístíme do noetické vzdálenosti nekonečné a přiznáme, že o něm nevíme absolutně nic (ani že existuje), vytlačíme tím všechny takové rozpory z každé konečné části, kterou poznáme a o které uvažujeme. To, že nemůžeme uvažovat o absolutnu bez neřešitelných rozporů, je jen doklad jeho nedosažitelnosti.

Teď jsme odběhli od tématu kaloriku, nicméně jsme nakousli ústřední myšlenku, kterou použijeme v likvidaci čehokoliv skutečně absolutního jak v realitě, tak v abstrakci, tedy i k likvidaci čehokoliv skutečně nekonečného. Tato myšlenka je obtížná, proto pro ni v její úplné šíři připravujeme půdu i opakováním. Ale teď zpět k tématu „odtrženosti“ abstrakce od reality, podložené existencí slov, označujících něco v realitě neexistujícího. Třeba právě kalorik nebo nebeská báh jsou pojmy, které něco špatně popisují. Kalorik je vlastně forma energie, tedy vlastnost, teplo. Nebeská báh je vizuální dojem z hvězd na nebi. To je sice mylná představa, přesto ale založená na něčem, co existuje. Pak ale existují termíny, které označují něco, co neexistuje a neexistovalo. Třeba studená fúze nebo peklo. Představy pod těmito pojmy vznikají kombinací různých reálných věcí či vlastností v naší fantazii. To může být začátek odpovědi i na tvrzení, že úplná nezávislost matematiky se ukazuje také v tom, že vytvořila matematické struktury, které v realitě nejsou. Jde ale jen o odvození těchto entit z entit existujících za pomoci matematických vztahů, které jsou zjednodušením vztahů reálných. Jde vlastně jen o kombinace reálných „věcí“. Ostatně i každý stavitel či konstruktér vytváří něco, co dříve v realitě neexistovalo. Stejně jako malé dítě, které staví hrad z písku, který ještě nikdy (přesně) takový nebyl. A vlastně pravděpodobně každý děj je v něčem jedinečný.

Také uvažme, že můžeme snadno ověřit např. existenci pojmu kočky v lidských hlavách, ale nemůžeme jakkoliv ověřit existenci absolutní ideje kočky v platónském světě. Idea kočky je v tomto ideálním světě též velmi zjednodušená hlavně vizuální podoba zvířete, která kopíruje reálné kočky. Tomu, že platónský svět není primární zdroj, by mohlo napovídat i to, že reálné kočky mají obrovské množství detailů, které idea kočky neobsahuje, tedy je organizovanost

ideje podstatně nižší než struktura kočky reálné. Idea obsahuje podstatně méně informací, má tedy značně vyšší entropii.

Všimněme si také „neprostorovosti“ pojmů. Když je ještě dětská představa kočky spojena přímo s jejím vjemem, je jak dotyčná reálná kočka, tak její představa jasně lokalizována v prostoru. Představa je v hlavě dítěte, které kočku vidí. Pojem kočky je ale prakticky v hlavách všech či mnoha lidí. Je vlastně všude a nikde konkrétně. Tato relativní nelokalizovatelnost vytváří dojem, že je idea mimo realitu, ve skutečnosti ale musí být v nějakém materiálním nosiči, ať už je to lidská hlava, kniha, fotografie nebo cokoliv jiného. Představa existence mimo realitu, mimo prostor, je tak jen klamný, zjednodušený dojem, jehož základ je také v rychlé přenositelnosti tohoto a dalších pojmů mezi lidskými hlavami nebo mezi informačními nosiči, a to třeba i rychlostí světla. Tedy v její zdánlivé „všudypřítomnosti“ ze zmíněných dvou důvodů.

Pak ale jediným prostorem pro existenci abstraktního světa jsou lidské hlavy (a jiné nosiče). Tedy neexistuje žádný lidským hlavám (a nosičům) vnější abstraktní svět. Ten existuje jen v každé hlavě, a to (velmi) podobný, v leččems abstraktně stejný (ale zřejmě neurologicky poněkud odlišně realizovaný, protože lidé a jejich mozky se liší). Abstraktní svět je tak rozložen diskrétně v lidských hlavách, případně knihách, sešitech, tabulích, počítačích atd. Neexistuje žádný jediný spojitý abstraktní prostor. Ono kontinuum abstraktního světa vzniká jevovým slitím jednotlivých realizací konkrétní abstrakce, podobně jako proud vody vzniká slitím pohybů jednotlivých molekul.

Abstraktní objekty jsou jen modely v lidských hlavách (a dalších „médiiích“). Uvažme, co je vlastně číslo 1. Je to extrémně zjednodušený model okolních objektů, např. jednoho domu, jednoho člověka, jednoho prstu, jednoho atomu atd. Mimochodem, všimněme si zde, že základem (přirozených) čísel je (zde úmyslně) omezený lidský horizont. Copak takto extrémně zjednodušený model objektu, který abstrahuje od všech jeho vlastností, může označovat jen jeden konkrétní objekt? Nemůže. Může být třeba jen jeden Antonín Novák bydlící na adrese Tkalounova 35 v Praze 5, ale je jasné, že lidí obecně jsou miliardy. Ale každého můžete vymodelovat číslem 1, říci, že je to jeden člověk. Číslo jedna je navíc tak obecné, že ani určení typu objektu, zde tedy člověk, do něj nepatří. Číslo tedy obsahuje objekty všech možných druhů, přesněji je modelem naprosto všeho diskrétního.

Vraťme se ale zpět k ontogenezi abstrakce, kterou ovšem budeme po výše provedené analýze už chápat lépe. V tomto druhém stadiu vývoje dětského myšlení se (také) vytvářejí abstrakce

vlastností (barvy, tvary...). Abstrakce se osvobozuje ze závislosti na popisu/vjemu celého objektu se všemi vlastnostmi. Umí „uvolnit“, osamostatnit libovolnou vlastnost, která se v realitě vyskytuje pouze pevně vázaná na nějaký objekt. To opět zvyšuje flexibilitu abstraktních operací. A když se vrátíme k výše uvedenému rozboru čísla 1, dá se chápat, že číslo jedna není jen izolovaný objekt, ale současně jakýsi „průsečík“ chomáče všech solitérních objektů, „řez“ všemi současně, se vztahy ke všem těmto objektům. A další přirozená čísla, to je prostě několik chomáčů.

Ve třetí stadiu, **stadiu konkrétních operací**, dítě dokáže logicky přemýšlet v operacích, objektech a událostech, což v podstatě znamená, že abstrakce se nesoustředí, necentruje se jen na konkrétní objekty v omezeném čase a prostoru, ale vytváří se „mapa“ která zobrazuje daleko větší kus reality a větší časový horizont. Je tedy vytvářen rozsáhlý abstraktní systém představ, pojmů a dějů a vztahů mezi nimi. Tato decentrace je opět osvobozením od úzkého chápání a vnímání. Abstrakce začíná chápat „celý svět“ a řeší tak dříve neřešitelné úkoly, jejichž obtížnost spočívala v omezeném horizontu uvažování druhého stadia, kde limity stanovila centrace. Je tedy nově možné v mysli sledovat i dlouhé či složité kauzální řetězce a časové horizonty. Zatímco se myšlení v prvním stadiu naučilo překonat časový rozsah maximálně snad minut, teď může uvažovat i o vzniku a zániku Země. Je tedy v čase daleko svobodnější, daleko „atemporálnější“. Myšlení se v představách může pohybovat obrovskou (stále však konečnou) rychlostí třeba po celém vesmíru. Není to nekonečná rychlost, protože každá představa v mysli, tedy i představa výchozího místa pohybu ve vesmíru a místa cílového či pohybu mezi nimi, musí trvat nenulový okamžik, jinak by taková představa vůbec neexistovala. Co má existovat, nemůže trvat nekonečně krátkou dobu. Evidentně tedy ani v tomto stupni nejsou představy důsledně atemporální a neprostorové, ale vykazují sice ve srovnání s realitou nepatrné časové a prostorové¹⁰⁴ extenze, nicméně vždy nutně nenulové. Odpoutání od fyzikálního prostoru a času tedy zase není absolutní, ale myšlení používá vlastní psychologický čas, který je podřízen času fyzikálnímu, a jeho atemporální dojem vzniká pouze miniaturizací. Model vesmíru v naší hlavě či počítači je podstatně menší, realizován na rozměrech centimetrů či metrů, navíc zjednodušený (naše představa pohybu ve vesmíru je prakticky vždy newtonovská). K absolutizaci atemporálnosti myšlení bychom opět potřebovali nepřijatelnou představu Boha.

Ve **čtvrtém stadiu formálních operací** je už abstraktní myšlení z dnešního hlediska „plně“ vyvinuto (nic však nebrání dalšímu vývoji). Už je samozřejmé uchování abstraktních vlastností

¹⁰⁴ Představa celého vesmíru o rozměrech desítek miliard světelných let se vejde do systému mnoha neuronů a jejich aktivace.

(počtu předmětů, množství obecně, hmotnosti atd.), které se dítě naučilo ve třetím stadiu. Dříve, ve druhém stadiu, bylo jasné, že se zachovávají jen konkrétní předměty, teď je chápáno zachování abstraktních charakteristik, vlastností, které v realitě samostatně neexistují, ale jsou vždy upoutány k nějakému objektu. To uvolňuje myšlení do dalšího stupně vyšší flexibility a svobody. Tato flexibilita se zdá bezbřehá. Vezměme ale jako příklad jednu vlastnost, třeba prostorové rozměry, a stručně ji prozkoumejme. Jsme-li u představy vizuální, pak je zřejmé, že rozměr má spodní limit. Kdyby totiž byla extenze nulová, nic bychom v představě neviděli. Také nekonečnou velikost či vzdálenost si nedokážeme představit, neboť naše představy kopírují reálný svět a jeho perspektivu (jsou na něm tedy závislé, sekundární). Cokoliv ve velké vzdálenosti se perspektivou zmenšuje, až je to tak malé, že to nevidíme, propadlo se to za náš vizuální horizont. K dosažení nekonečné vzdálenosti musíme použít ještě vyšší abstrakce, která se odpoutá od vizuálních představ, tedy nelze tu použít ani geometrickou vizualizaci, ale musíme použít přinejmenším algebru či přímo teorii množin. Tuto diskusi ale provedeme důkladněji, a proto si ji necháme do dalších kapitol.

V každém případě je z empiricko-logického zkoumání vývoje dětské inteligence patrné, že se abstrakce vytváří ve styku s realitou a materiálem, ze kterého se zjednodušování staví, je také realita. Tento materiál se jistě modifikuje v principu tak, že se odhlíží, abstrahuje od mnoha vlastností či rysů, které abstrahovanou vlastnost v realitě neodstranitelně provází. Tedy se zjednodušuje značně. Ilustrací může být součet. Jestliže sčítáme $1 + 1 = 2$, zahrnuje to vlastně všechny možné dvojice. Třeba dvě jablka nebo i jedno jablko a jednu galaxii. To abstrakce dovolí, protože odhlédne od spousty dalších vlastností, dokonce od všech, s výjimkou počtu. Všimněme si ale, že za své osvobození v důsledku „decentrace od materiálního světa“ zaplatí centrací jen na abstraktní úroveň, např. zaměřením na jednu vlastnost z mnoha. Toto zjednodušení je základem síly matematiky, dává nám totiž možnost využít naší omezené kapacity myšlení, soustředění jinak, zaměřit je jednostranně, centrovaně, např. jen na kvantitu. Tím se myšlení osvobozuje od v tu chvíli zbytečného, podrobného „popisu“ např. ovoce, zahrnujícího všechny vnímané vlastnosti. Ale centrace se jen přenesla výhradně na „počet“, který je v důsledku **přenosu centrace** zkoumán velmi exaktně, podrobně a pečlivě v jednom směru, a to kvantitativním.

Abstrakce se musí oddělit od komplexního vjemu objektu, aby tuto centrací realizovala. O Pythagorovi se říká, že matematiku přednášel v noci, aby posluchači neviděli reálné

předměty a nespojovali si geometrické tvary nebo čísla s reálným světem¹⁰⁵. Abstrakce, tedy modely, nejsou reálné věci, a proto operace s nimi jsou většinou daleko jednodušší a rychlejší, což je vlastně též podstata našich počítačů. Abstrakce mají také tu obrovskou výhodu, že najednou zahrnují všechny objekty určitého druhu. Když se učí medicí anatomii nohy, neuvažují anatomii nohy konkrétního člověka, ale vlastně anatomii všech lidských nohou. Výhoda osvobození od reality je v tom, že operace s abstrakcemi nemají dopady v realitě. Zmínění medicí se mohou učit, jak amputovat v případě nutnosti lidskou nohu, aniž by ji řezali skutečnému člověku¹⁰⁶. Krásnou metaforou abstrakce je úsměv kočky Šklíby z knihy Alenka v říši divů¹⁰⁷. Onen úsměv může existovat bez jeho nositele, kočky. Ale už v této metafoře ztvárněné ve filmu si můžeme všimnout, že je sice možné úsměv zobrazit bez kočky, ale nemůže existovat bez nějakého nositele, v tomto případě tlamičky dotýčné kočky. Můžeme nositele sice minimalizovat (což je podstata dnešních informačních technologií), ale když bychom ho odstranili zcela, zmizela by s ním i abstrakce. Někdo tvrdí, že tento úsměv bez kočky může být i metaforou kvantové mechaniky, jelikož v ní částice s přesnou polohou mizí a zbývá jen abstrakce zvaná vlnová funkce. Lze ale pochopit, že takto mizí jen v našich představách, nikoliv ve skutečnosti, stejně jako existuje úsměv kočky bez kočky jen v našich představách, nikoliv v realitě.

Úzký vztah abstrakcí jako je jazyk, logika nebo matematika s realitou je více než zřejmý, ostatně je zcela jistě prokázán užitečností těchto při popisu reality. Otázka je tak opět jen po typu tohoto vztahu, tedy je-li abstrakce odvozena z reality a zda proto přejímá i její relativnost, tedy i konečnost v každém směru. Nebo jestli existuje absolutní svět abstrakcí, jehož je realita pouze nedokonalým, a proto ve všem konečným modelem. Relativností zde myslíme omezenou platnost jen za určitých podmínek, závislost na něčem, co známe či neznáme, tedy vztah zkoumaného k něčemu jinému, podmíněnou platnost. Relativní znamená „ne vždy platný“, třeba to, že těleso o hmotnosti 1 kg „váží 1 kg“ = je přitahováno silou 9,81 Newtonů. To pochopitelně platí jen na povrchu Země u hladiny moře. Relativní lze snad ještě lépe chápat v kontrastu s absolutním. Platí-li něco absolutně, platí to vždy a všude, protože se to nemění (na rozdíl od délky tělesa ve směru pohybu ve speciální relativitě). Absolutní kvantita není tedy kvantita, která se mění v závislosti na zvolených jednotkách, tedy ve vztahu k nim. Neměnnou, absolutní velikost má v tomto případě pouze nekonečná velikost, jelikož ta bude

¹⁰⁵ Vopěnka, P.: Gödelův podzimní den, čas 8:45, <https://youtu.be/ObM2L5TKw3A?t=525>

¹⁰⁶ Vopěnka, P.: Gödelův podzimní den, čas 10:00, <https://youtu.be/ObM2L5TKw3A?t=600>

¹⁰⁷ Bayley, M.: Alice's adventures in algebra: Wonderland solved, in New Scientist, 16.12.2009, <https://www.newscientist.com/article/mg20427391-600-alices-adventures-in-algebra-wonderland-solved/>

stejná, ať ji vyjádříme jako násobek jakékoliv délky měřidla (metru, kilometru...). Můžeme tvrdit, že předmět má „absolutní“ velikost (např. jako opak vizuální velikosti) 7 metrů, ale toto je jen **relativně absolutní**, tedy neměnná velikost, za podmínky, že platí naše obvyklé jednotky SI a měřidlo je vůči předmětu v klidu. De facto je to tedy **relativní** velikost, záležející v **relaci**, poměru mezi předmětem a měřidlem.

11. Vztah reálného a abstraktního světa, realita jako objektivní abstrakce

Vidíme opakovaně, že abstrakce mají neodstranitelnou vazbu na realitu, jsou vždy nesený něčím reálným a jsou nutně i tvarem něčeho reálného. Písmo je buď tvarem kamene nebo inkoustu, tiskařské černi či svítících bodů, na nosiči jako je kámen, hliněná destička, papyrus, kůže, papír nebo obrazovka. Abstrakce jsou též materiálním modelem představ v naší hlavě, realizovaných neuronovou sítí. Tato síť zapisuje i matematiku či ekonomickou hodnotu, které jsou navenek prezentovány zápisy v knihách, na hliněných tabulkách či v elektronických médiích. Prakticky všechny abstrakce jsou vlastně dvojím modelem, vnitřním v naší hlavě a vnějším materiálním. V reálném světě existují jednak vzory abstrakcí (třeba fyzická práce lidí jako předloha hodnoty), ale posléze také lidmi vytvořené „hmotné“ modely abstrakcí (peníze, zvuky řeči, psané písmo, matematické zápisy), které umožňují jejich komunikaci a rozšíření mezi lidi v prostoru i čase (paměť). Z uvedeného je připoutání abstrakcí k realitě, ba fakt, že jsou vždy jen tvarem něčeho reálného, byť třeba jen neuronové sítě v hlavě, zcela jasné. Abstrakce jsou patrně jen malou součástí reality.

Zdánlivá absolutní nezávislost abstrakcí je jen zjednodušením, nevnímáním životně důležité závislosti abstrakce na realitě, klamem vyplývajícím z miniaturizace a úžasné flexibility abstraktních operací v reálných lidských mozcích. Klamný dojem neexistence abstrakcí v realitě je dán jejich (relativní) všudypřítomností, i když abstrakce prokázaně existují jen na Zemi. Není abstrakce bez lidského (či zvířecího) myšlení, minimálně žádné pozorování tuto představu nepodporuje. Prakticky identické abstrakce existují v hlavách mnoha, v některých případech všech lidí, v knihách, sešitech, na Wikipedii či na jiných elektronických nosičích informací. To vytváří představu, že abstrakce neexistují v reálném světě specificky nikde, přičemž ale ani nejzarytější „platonik“ nezpochybní, že existují v lidských hlavách a dalších nosičích. Extrémně rychlý přenos mezi lidmi a mezi lidmi a nosiči informací a jejich „všudypřítomnost“ vyvolává dojem jiného světa, oproti pomalému a lokálnímu světu reálných objektů a dějů v přirozeném lidské světě (na úrovni částic je to jiné, tu ale bezprostředně nevnímáme). Jde vlastně nejdříve o přirozený proces miniaturizace (myšlení založené na elektrochemických reakcích v neuronech mozku), který je doplněn a nakonec v některých směrech předstižen umělou elektronickou miniaturizací a v budoucnu bude zřejmě předstižen například umělou inteligencí i všestranně.

To, že jsou abstrakce (často) všude stejné, je dáno jen tím, že jsou to modely něčeho reálného, co je stejné pro všechny, třebaže to nemusí být jen objekty, ale i vztahy a děje. Platón si myslel, že stejná podoba abstrakcí v různých lidských hlavách je dána tím, že jsou to „kopie“ absolutních idejí, např. představy kočky v mnoha lidských hlavách jsou jen různé obrazy jediné ideje kočky v platónském světě. My si myslíme, že tím unifikačním faktorem je realita, v tomto případě reálné kočky a idea kočky je z nich vyabstrahována. To právě abstrakce do značné míry unifikuje.

Abstrakce jsou systémy (vrstvy) v materiálních modelech (třeba neuronových), které jsou shodné se systémy (vrstvami) v reálných objektech, dějích či vztazích. Systém zde chápeme klasicky jako vrstvu mezi celkem (včetně) a jeho prvky (včetně) a vztahy mezi těmito prvky. (Zejména) prvková úroveň je stanovena značně subjektivně, třeba poznáním v dané době (např. potvrzená existence atomů krátce po roce 1900) nebo účelově (při řešení dopravy ve městě postačuje uvažovat úroveň jednotlivých kusů dopravních prostředků, maximálně jednotlivých lidí). Protože intuitivně máme za to, že abstrakce je jen v našich hlavách či médiích, ne v realitě, označme výskyt tohoto systému v realitě (to, co ve svém mozku označujeme za abstrakci), tento vzor abstrakce jako **token**¹⁰⁸. Token je částí či rysem, vlastností reálného procesu či objektu a v modelu je roven abstrakci. Model je reálný objekt/proces, jehož systém (vrstva) je abstrakce. Abstrakce je tak, matematicky řečeno, jedno-jednoznačné zobrazení tokenu do modelu. Protože je abstrakce ve všech hlavách a nosičích prakticky identická, vytváří to klamný dojem, že je jediná, že je to jedna entita. To poněkud zpochybňuje lingvistika, kde je celkem zřejmé, že alespoň u některých pojmů je někdy jejich obsah pro různé lidi odlišný. Zejména v matematice se ale tyto rozdíly většinou propadly za náš horizont, takže jsou pro nás neviditelné. Ale různé názory na existenci nekonečna v matematice naznačují, že ani v této disciplíně nemusí být abstrakce vždy pro všechny stejné.

Pro posouzení, může-li býti abstrakce absolutní, zejména ve smyslu existence nějaké absolutní kvantity, tedy aktuálního nekonečna, by měl postačovat neoddiskutovatelný fakt vztahu mezi realitou a abstrakcí, tedy to, že abstrakce (jazyk, matematika atd.) umí popisovat realitu¹⁰⁹. V první části práce jsme si snad dostatečně doložili názor, že v realitě nekonečna není. Je-li ale něco (abstrakce) poutáno vztahem, a to dokonce vztahem s realitou, kde nic (kvantitativně)

¹⁰⁸ Termín inspirovaný sémiotikou.

¹⁰⁹ Citujme z Pexidr, K.: Kosmologie z pohledu filosofa, Aleš Čeněk, Dobrá voda 2003, str. 114: „Předběžně se ovšem můžeme shodnout, že pojem absolutna vyjadřuje např. naprostou (tj. absolutní) soběstačnost a nezávislost na čemkoliv jiném, a to v každém ohledu.“. A tamtéž str.115: „Při absolutizaci je od vztahů abstrahováno (...) by mělo být absolutno definované jako to, co je oproštěno od jakýchkoliv vztahů.“

absolutního není, pak to nemůže být (kvantitativně) absolutní. A to už proto, že žádný vztah není absolutní, protože vztah, tedy **relace**, je základem, a tedy i důkazem **relativnosti**, což je, jak vidíme, nastíněno i etymologicky. Proto můžeme usoudit, že ani v abstrakci absolutna, a tedy ani aktuálního nekonečna, není. Jde o to, že vztah váže, spoutává a neumožňuje tak absolutní svobodu, absolutní oddělenost a dokonalou flexibilitu abstrakce. Vztah umožňuje sice z našeho pohledu extrémní, stále však relativní, tedy nikdy ne absolutní nezávislost. Kvůli přesvědčivosti a systematickému výkladu nezůstaneme u tohoto jednoho, třebaže postačujícího argumentu a rozvineme analýzu důkladněji.

Znovu se proto vraťme k otázce, není-li představa platónského světa idejí, o kterou se opírá názor, že abstrakce jsou či alespoň mohou být absolutní, pouze něco jako představa Bohem stvořeného neměnného světa na Zemi, včetně všech biologických druhů, které jsou absolutní, tedy provždy dané. Je třeba historický vývoj „zvířete“ zvaného nekonečno, který je poměrně dramatický, jen vývojem našeho poznání o něm, nikoliv vývojem nekonečna samotného? (Opomeneme zde výše vyložený názor, že obě tyto možnosti mají nakonec na nekonečno stejný dopad.)

Je-li abstrakce finálně především součástí reálného světa, ne jen část¹¹⁰ světa ideálního, bude jasné, že ani v ní aktuální nekonečno neexistuje, a i pro abstrakci pak bude platit demarkační kritérium Karla Poppera. Princip, že vědecké je tvrzení (vlastnost, teorie) pouze tehdy, je-li falsifikovatelné, překonatelné coby zjednodušení a přiznává tedy svoji relativnost, neabsolutnost. Tím by se obor platnosti falsifikace rozšířil oproti běžnému chápání i na abstrakce, které mohou realitu popisovat jen parciálně, třeba vykreslovat jen jednu vlastnost (viz 2. a 3. stádium ontogeneze lidského myšlení). V realitě neexistují žádné absolutní vlastnosti, tedy ani takové, které by byly nekonečné, a taky jde říci i to, že vlastnost sama je zjednodušení, protože se sama nikdy v realitě nevyskytuje, ale existuje vždy jen v „chomáči“ (systému) dalších vlastností. A tomuto chomáči říkáme objekt. Jedna vlastnost je tedy už abstrakce, přestože je to vlastnost v realitě. Jenže když jedna vlastnost je jen abstrakcí, nutně musí být abstrakcí i celý systém, „chomáč“ vlastností, tedy reálný objekt. Každý reálný objekt je v našem chápání systém (tedy jen vrstva). Názor, že je reálný objekt vlastně jen systém (model), podporují i empirická fyziologická zkoumání mozku. Ta ukazují například, že při vizuálním vjemu objektu jde do vizuálního centra mozku z očí asi sedmina informací, zatímco z ostatních částí mozku proudí 6/7 informací nutných k sestavení finální vizuální představy,

¹¹⁰ Je-li abstrakce jen částí hypoteticky absolutního světa, je jasné, že nemůže být skutečně absolutní, není totiž absolutně vším. Už sama tato úvaha logicky postačuje jako vyvrácení absolutnosti jakékoliv abstrakce.

tedy konstrukci modelu. Aktuální vizuální představa je tak daleko méně pasivně přijata z okolí a daleko více aktivně vytvořena mozkiem z vnitřních informací, i když naučených z minulých vizuálních vjemů a intuitivně poznaných vizuálních zákonitostí.

Co vlastně označujeme jako reálný objekt? Pokud začneme u objektů přirozeného světa, tedy světa našeho každodenního života, je zřejmé, že reálné objekty jsou opravdu pouze systémy, tedy řezy. Za reálný objekt považujeme jablko, když ho vidíme, ale nevnímáme u něj ani to, že se skládá z buněk, a tedy už vůbec ne, že se skládá z molekul a atomů, subatomárních částic, hypotetických superstrun nebo hypotetických prostoročasových „atomů“ smyčkové kvantové gravitace. Uřízli jsme opravdu jen určitou vrstvu, systém, jehož celostní úroveň je dána jablkem a prvková úroveň např. vizuálním vjemem jemných pruhů na některých jablkách či barevné struktury na jeho povrchu. Co všechno jsme ale zanedbali v biologické, botanické struktuře, stejně jako struktuře fyzikální?! Reálný objekt z přirozeného světa je tak skutečně pouze abstrakce! I když zahrneme hluboké botanické znalosti o struktuře jablka, určitě to nebudou znalosti, které nám vyčerpávajícím způsobem popíšu jablko na biologické úrovni. Budeme znát jen určité části (např. buňky), jejichž popis nebudeme mít úplný, ale jen zjednodušený, obecný. Navíc jsme se v tomto schematickém popisu zaměřili jen na jednu typickou buňku nebo několik typů buněk a nejsme schopni popsat všechny buňky najednou. Naše limitovaná (konečná) paměť nám mnoho nedovolí. I individuální buňky stejného typu se přece jen budou částečně navzájem lišit. Abychom měli biologický popis „dokonalý“, museli bychom přesně popsat každou buňku individuálně, čehož nejsme schopni. A i kdybychom toho schopni byli, centrace plynoucí z faktu účiny našeho vědomí nám nedovolí vnímat a složit všechny tyto informace ve své hlavě najednou. Musíme svým vědomím „těkat“ od vnímání jablka jako celku k popisu jedné typické buňky, pak k popisu jiného druhu buněk, pak k popisu molekul (kterých je pochopitelně obrovské množství druhů), až třeba k popisu atomů mnoha prvků v jablku obsaženém.

Není snad třeba ve výkladu pokračovat do atomové hloubky a hlouběji. Vypadá to tedy, že i jablko ve vědecké skutečnosti, ne skutečnosti přirozené, je jen abstrakce, která je složena z několika velmi zjednodušených snímků z různých strukturních úrovní, nikoliv „pohledu“ na všechny atomy, všechny buňky najednou. Je to jako bychom viděli povrch jablka a v něm několik zvětšenin, a to zvětšeninu buňky či páru buněk, strukturu jedné z nich, ještě větší zvětšeniny jednoho atomu či pár atomů atd. To ale přece není kompaktní reálný objekt. (Mimochodem i matematika popisuje svět takto obecně, schematicky, a nikoliv individuálně podrobně, a proto není absolutní.)

Můžeme mít názor, že pravý objekt, pravá realita, je ta poslední strukturní úroveň, resp. čím hlubší podrobnější pohled zvolíme, tím pravější reality jsme dosáhli, jak to už dávno formuloval Bertrand Russell: „Pouhým okem¹¹¹ lze vidět vlákna, ale jinak vypadá stůl jako hladký a rovný. Kdybychom se naň podívali drobnohledem, uviděli bychom drsnosti, kopce a údolí a rozdílly všeho druhu, neviditelné pouhému oku. Co z nich je „skutečný“ stůl? Jsme ovšem v pokušení říci, že to, co vidíme drobnohledem, jest skutečnější, ale to by se zase změnilo ještě přesnějším drobnohledem. Nemůžeme-li tedy věřit tomu, co vidíme pouhým okem, proč bychom se měli spoléhat na to, co vidíme drobnohledem?¹¹²“ Je zřejmé, že méně a méně podrobný pohled je větší a větší zjednodušení, větší abstrakce, a podrobnější pohled je více a více reálný. Je evidentní, že pohled na vyšší strukturní stupeň (více makro) je vyšším zjednodušením. Je to dáno třeba tím, že ve svých představách například „zaplnujeme“ mezery mezi jednotlivými atomy právě např. jablka, které nám vysílají fotony, jež pak vstupují do našich očí. Jak by asi řekl prof. Petr Vopěnka, díváme-li se na hromadu písku z velké dálky, propadnou se nám mezery mezi nimi i jednotlivá zrníčka za náš horizont (pod naši rozlišovací úroveň). Nebo citujme jiný zdroj: „Podle něho je jakákoliv část vnější reality složena z atomů zákonitě uspořádaných v systému. Jeví-li se nám na rozdíl od této atomistické představy věc vnímatelného světa jako kompaktní celek bez mezer, je to pouze klam, podobně jako když vzdálený shluk splývá v jedno.“¹¹³

V poslední větě se formuluje názor, že skutečnost přirozeného světa je poněkud klamná. Když se ale podíváme na vývoj fyziky od roku 1900, uvidíme mnoho podrobnějších strukturních úrovní, které měly stejný osud jako přirozený svět. Začala to biologie a chemie, které objevily buňky, makromolekuly a prvky, tedy atomy. Atomy analyzovala fyzika, která našla atomové jádro a elektrony kolem něj, v jádře nukleony a v nich kvarky a gluony a také mnoho jiných částic, z nichž některé zprostředkovávají fyzikální síly. Opakuje se tedy scénář, že když věda nalezne hlubší realitu, tak si někteří myslí, že je finální. Je ale empiricky ověřeno, že žádná prozkoumaná strukturní úroveň není absolutní, finální, ale existuje ještě hlubší. Přičemž si ale nemyslíme, že tato cesta do hlubších úrovní „menších“ objektů je postup, který se bude opakovat stále, jak zatím naznačuje fyzika. Proto to, co se by mělo opakovat možná i v delším časovém horizontu vědy, je jen obecná představa, že daná vrstva je jen jev, který má svou podstatu, a ta je nám po určitou dobu skryta. V celé práci se snažíme argumentovat v tom

¹¹¹ Pohled přirozeného světa.

¹¹² Russell, B.: Problémy filosofie, ČIN, Praha 1927, str. 15

¹¹³ Král, M.: Pojem hmoty v dialektickém materialismu, Nakladatelství československé akademie věd, Praha 1960

smyslu, že neexistuje nikde absolutní velikost, tedy aktuální nekonečno, což se tady začíná jevit jen jako jeden případ názoru, že neexistuje nic opravdu absolutního. Je-li, jak empiricky předvedeno, vše jen jev, za kterým se skrývá noeticky hlubší podstata, dospíváme pak k představě **absolutní fenomenologie** (fenomenologií tu nemyslíme žádnou její historickou podobu, ale opravdu jen princip, že vše je jev, za nímž se skrývá odlišná podstata, která se po určitou dobu skrývá za noetickým obzorem).

Můžeme pak dobře přijmout myšlenku, že reálný objekt je vlastně abstrakce v naší hlavě, zjednodušení toho, co je mimo nás. A protože celá realita je systém objektů a jejich vztahů a dějů, můžeme logicky usoudit, že i **realita sama je jen komplexní jev**, model okolního světa, model, který je jen v naší hlavě. Krásně to ilustruje úvaha Petra Vopěnky s horizontem¹¹⁴, tedy vlastně, jak bychom svět „viděli“, kdyby nebyl horizont. Neviděli bychom třeba spojitý stůl, ale jen diskrétní molekuly. Je možné ve Vopěnkově myšlence pokračovat a uvědomit si, že bychom neviděli ani ty molekuly, protože bychom viděli do aktuálně nekonečné hloubky. Tedy bychom neviděli ani molekuly, ale ty by se nám rozpadly na elementární částice, celky molekul by se pro nás „rozplynuly“, ... ba ani ty částice bychom neviděli, viděli bychom prostoročasové „atomy“ smyčkové kvantové gravitace nebo superstruny M-teorie, nakonec ani ty ne, atd. V důsledku bychom neviděli nic, co známe, a nakonec vůbec nic! Horizont vlastně vytváří náš svět¹¹⁵, zvaný realita. Bez horizontu nejsme schopni vůbec tento svět zkoumat¹¹⁶, bez horizontu bychom neviděli nic. Horizont je všude, kam pohlédneme. A stůl je vlastně projekce molekul na náš horizont, kde ona projekce vytváří jevové kontinuum. (Na tomto příkladě je vidět, že některý horizont může být prostorově velmi blízko, ale noeticky daleko.) Není to v principu stejná situace, jako představa báně nebeské, na kterou se zdánlivě promítá celý vesmír? A to zásadní vzhledem k naší otázce po existenci nekonečna: Náš horizont existuje jen díky našim konečným smyslovým a racionálním schopnostem. Kdyby byly tyto smyslové schopnosti nekonečné, absolutní, nic bychom „neviděli“. Kdyby byly absolutní naše racionální schopnosti, neznali bychom matematiku. A jestli si chybně představíme, že by jen matematika byla absolutní, pak by se zase nemohla nijak vyvíjet ani v minulosti, ani dnes.

Naše vědomí opravdu přímo vnímá jen onen model sestrojený v našem mozku. Vědomí samo nemá oči, sluch či ruce, kterými by hmatalo. To jsou jen kanály, které sbírají informace z okolí, aby model v naší hlavě dobře, i když zjednodušeně, popisoval okolí. Ono zjednodušení může

¹¹⁴ Vopěnka, P.: Gödelův podzimní den, čas 29:00, <https://youtu.be/ObM2L5TKw3A?t=1740>

¹¹⁵ Vopěnka, P.: Gödelův podzimní den, čas 31:15, <https://youtu.be/ObM2L5TKw3A?t=1875>

¹¹⁶ Vopěnka, P.: Gödelův podzimní den, čas 29:55, <https://youtu.be/ObM2L5TKw3A?t=1795>

vynechávat, nevědomě třeba fyziologicky smyslově abstrahovat, např. právě hlubší strukturní úrovně, které jsou za horizontem aktuálního subjektu či účelu. Stavař nebude zkoumat složení protonů v jádrech atomů cihly, kterou používá na stavbě.

Naše vědomí v mozku je uzavřeno v lebce a nemá (přímý) přístup k okolí¹¹⁷. Ten přístup mají jen smysly, které dodávají do mozku informace z okolí. Například barvy existují jen v našem mozku a jsou jen modelem různých frekvencí fotonů mimo náš mozek. Smysly nedodávají objekt, třeba jablko, fyzicky do mozku, ale posílají jen „posly“ s informacemi o jablku. I vizuální obraz je syntetizován z jednotlivých fotonů, převedených ve světločivných buňkách v neurochemické signály, které musí být spojeny podle určitých pravidel v celkový vizuální obraz. Ale ten se neskládá z fotonů, ale z neurochemických signálů. Že je tato syntéza daleko pracnější než jednoduchý příjem zrakových informací, jsme si už doložili ohromným tokem neuronových impulsů do zrakového centra (talamu) z jiných oblastí než ze zrakových nervů¹¹⁸.

Přirozená touha po objektivitě, nezávislosti na subjektu, která se v praxi ukazuje jako velmi podstatný základ vědeckého zkoumání, by nám mohla, třeba jako Kantovi, našeptávat, že přece jen existuje něco zcela objektivního. Pro něj to byla „věc o sobě“, v případě reality je to pro některé koncepce představa jakési absolutní reality, ke které se naše poznání přibližuje. Jenže i jen letmý pohled do vývoje moderní fyziky jasně ukazuje, že se žádná konvergence k „pravé“ realitě nekoná. Např. před rokem 1900 už byla představa reality ve fyzice stabilní. Někteří dokonce tvrdili, že fyzika je téměř hotová a stačí dotáhnout pár drobností, jmenovitě vyřešit ultrafialovou katastrofu záření absolutně černého tělesa a negativní výsledek Michelson-Morleyova pokusu. Ten neuměl najít absolutní klidovou soustavu světlonosného éteru. Ale pak nastaly ve fyzice tak dramatické změny, že někteří dnes pochybují, jestli vůbec nějaká realita existuje. Ano, mluvíme o speciální a obecné teorii relativity, které zrelativizovaly prostor a čas (mimočodem právě odmítnutím implicitně předpokládané nekonečné rychlosti pohybu). Ty se ukázaly jako relativní, jako pouhé projekce, řezy (vlastně „abstrakce“) hlubší reality zvané prostoročas. Matematik Herman Minkowski, který představu prostoročasu vytvořil, sdělil ve své památné přednášce z roku 1908, že: „Prostor sám a čas jsou napříště odsouzeny ke zmizení do pouhých stínů a pouze spojení obou si zachová skutečně nezávislou existenci.“

¹¹⁷ Eagleman, D.: Cesta do hlubin mozku - 1 - Co je skutečnost?, Blink films, 2015, čas 3:40, <https://youtu.be/JUNEB4FQBH4?t=220>

¹¹⁸ Eagleman, D.: Cesta do hlubin mozku - 1 - Co je skutečnost?, Blink films, 2015, čas 22:40, <https://youtu.be/JUNEB4FQBH4?t=1360>

Dále, v případě záření absolutně černého tělesa, jehož výpočet za předpokladu spojitého vyzařování dával nekonečnou energii záření, vznikla v Planckově díle představa vyzařování energie v kvantech (opět falsifikace nekonečna), kterou poprvé úmyslně použil Einstein v roce 1905 při výkladu fotoelektrického jevu za pomoci kvant zvaných fotony. To byl základ kvantové mechaniky, která později dramaticky změnila pojetí reality. Bylo by možné mnoha dalšími příklady ilustrovat, jak se pojetí reality v historii zásadně mění, tedy diverguje, místo aby konvergovalo a postupně se přibližovalo finálnímu pojetí. Představa absolutní skutečnosti je tak spíše iracionální lidské přání se při svém myšlení držet něčeho pevného.

Odkud se tedy ale bere ona objektivita, když to vypadá, že realita je spíše jen lidský konstrukt než něco nezávislého na člověku? Je to celkem prosté. Naše realita, tedy model okolí v naší hlavě, jak lze zjistit z dětské vývojové psychologie, vzniká při interakci s okolím. A pouze tehdy, když náš model je dobrým modelem okolního světa, pouze tehdy když náš model „poslouchá“ svět, tedy např. dítě dosáhne svými akcemi toho, co chce, i kdyby to mělo být jen postavení hradu z kostek, jen tehdy takový model „přežije“. Okolní svět nás takto donutí k tomu, aby mu náš model odpovídal, byť jen ve zjednodušení, které ovšem neopomíjí nic pro danou interakci podstatného, vnímatelného. Model v naší hlavě tak není arbitrární, ale je nám vnucen světem a jeho struktura je proto objektivní. Jestli nám onen model správně neukáže blízcího se tygra, nepřezije spolu s námi. Je pravda, že je tento model subjektivní v tom, že záleží na tom, jaké použijeme „smysly“ k jeho zkoumání, jestli je to prosté oko nebo Hubbleův dalekohled či satelit snímající povrch Země. Ale tento výběr máme k dispozici až historicky v poslední době.

Při konkrétním typu pozorovací vazby (vidění obrovským množstvím fotonů prostým okem kontra kvantové měření jedinou částicí), jehož výběr je (dnes už) subjektivní, dává pozorování na nás nezávislý výsledek. A objektivní je i to, že například původní konstrukci smyslů jsme dlouho nemohli nijak ovlivnit a byla nám vnucena naší velikostí (být velikosti jako atom, nemohli bychom pozorovat milióny fotonů v jednom okamžiku) a vlastnostmi našeho prostředí¹¹⁹ (kdybychom žili stále v absolutní tmě vodních jeskyní, neměli bychom oči třeba jako slepý macarát jeskynní¹²⁰). Také pak velikostí pro náš život důležitých objektů, jelikož nemůžeme pozorovat třeba krátkými vlnami s vlnovou délkou desítek metrů kvůli Abbeho difrakčnímu limitu. Ten říká, že v principu nelze nějakým elektromagnetickým záření

¹¹⁹ Fikáček, J.: Skutečnost jako přirozená virtuální realita, Sborník konference, Praha 1997, link <http://www.fikacek.cz/858037121-skutecnost-jako-prirozena-virtualni-realita.html> nebo <https://fikacek.blog.idnes.cz/blog.aspx?c=560299>

¹²⁰ Viz třeba https://cs.wikipedia.org/wiki/Macar%C3%A1t_jeskynn%C3%AD.

pozorovat objekty menší než polovina vlnové délky daného záření, protože pak bude jejich obraz extrémně rozostřen¹²¹. Pozorování vlnami o vlnové délce v řádu desítek metrů by nám nedovolovalo rozeznat ani hrozby (dravce) ani potravu. Objektivní je i složení atmosféry, a to, že sice propouští i centimetrové¹²² a delší vlny, ale těmi Slunce moc nezáří, takže by oči vnímající centimetrové vlny tonuly ve tmě. A každý fotograf (ale i normální člověk) dobře ví, že čím více světla, tím lépe je vidět, oblast ostrého vidění je větší¹²³ atd. Takže je zde rozhodující i to, že hvězdy, v tomto případě Slunce, velmi často září nejvíce právě ve viditelném světle¹²⁴, což způsobuje již zmíněná ultrafialová katastrofa, tedy kvantování elektromagnetického záření, které značně limituje použití vlnových délek kratších, než má viditelné světlo. Pochopitelně zásadní roli tady hraje i evoluce, evoluční předkové savců, u nichž se zrak, který vedl až k našim očím, vyvíjel. Tito předkové byli nejspíše tak malí, že by jim určitě centimetrové vlny pro podrobnou orientaci v prostředí nestačily¹²⁵. Toto téma by zřejmě vyžadovalo podrobnou vědeckou studii, a to zaměřenou i na další smysly.

Můžeme shrnout, že realita, tedy komplexní obraz okolního světa, je objektivní přesto, že existuje pouze v naší hlavě jako velké zjednodušení okolního světa a je mozkiem na základě minulých zkušeností a vjemů v podstatě zkonstruována. Tento model také musí být efektivní, tedy co nejjednodušší, zároveň však popisující vše podstatné. Dalo by se argumentovat, že skutečnost je vlastně nejjednodušší nerozporný a tedy správný model, pokud třeba ve vědě máme dva nebo dokonce několik modelů stejného jevu¹²⁶, ale to je téma na další disertaci. Dokonce se jaksi může stát, že realitou jsou dva různé modely, dávají-li srovnatelně přesné výsledky a jsou-li logicky podobně konzistentní. Objektivita je v tom, že si nemůžeme vybrat strukturu modelu, poněvadž ta je dána strukturou vzoru v našem okolí. Nemůžeme změnit stálé fyzikální zákony, na nichž jsou založeny naše smysly a naše přístroje. Nicméně realita rozhodně není absolutně objektivní či absolutní, není v ničem definitivní, jediná a neměnná. Je to prostě jen projekce světa na náš horizont a jako taková je vždy relativní.

¹²¹ Např. Feynmann, R. P., Leighton, R. B., Sands, M.: Feynmanove přednášky z fyziky 2, Alfa, Bratislava 1982, str. 76 nebo Krempaský, J.: Fyzik, SNTL-Alfa, Bratislava-Praha 1987, str. 310, 5.62.

¹²² Grygar, J., Horský, Z., Mayer, P.: Vesmír, Mladá fronta, Praha 1983, str. 27

¹²³ Hloubka ostrosti

¹²⁴ Grygar, J., Horský, Z., Mayer, P.: Vesmír, Mladá fronta, Praha 1983, str. 26

¹²⁵ Otázka také je, že tehdy bylo chemické složení atmosféry jiné, mohlo propouštět lépe jiné frekvence záření a také se zrak vyvíjel v jiném optickém prostředí, ve vodě.

¹²⁶ Krtouš, P., vystoupení na přednášce Langer J.: K filosofii Richarda Feynmana, Filosofické problémy fyziky, Ústav teoretické fyziky MFF UK, 15.11.2018, čas 0:45:00 – 0:48:28, nebo Krtouš, P.: přednáška Kauzalita, determinismus a běh času, Filosofické problémy fyziky, Ústav teoretické fyziky MFF UK, 14.4.2016, atd.

Poslední problém k vyřešení je, jak to, že nám přirozená intuice přesvědčivě tvrdí, že realita je mimo nás, když je jen v naší hlavě. Skutečnost je vlastně mapa okolního světa, nebo ještě lépe řečeno, je to „tkanina“, kterou náš mozek imaginárně „přikládá“ na okolní svět. Barvu růžových brýlí taky vidíme na okolních objektech. Tato látka, když si ji představíme třeba položenou na předměty na stole, zjednodušeně kopíruje tvary těchto předmětů. Látka je to ale virtuální, kterou lze připodobnit např. k vizuální světelné (laserové) projekci, která deformuje, poněkud mění, například zjednodušuje to, nač dopadá. V moderním pojetí si můžeme představit skutečnost jako počítačovou virtuální realitu (VR) sladěnou s okolním světem.

Pokud má někdo zkušenost s plně imersivní virtuální realitou, tedy s VR, ve které jsme plně ponořeni tak, že vidíme jen VR a nikoliv okolí reálný svět, dobře ví, že v takové situaci můžeme narazit například na reálný stůl, který ale ve VR není, takže ho nevidíme. Kdybychom udělali VR tak, že bude co do tvarů a polohy kopírovat objekty okolního světa, ale bude obsahovat jen jejich zjednodušené modely, třeba jen hrany, máme velmi názornou představu vztahu skutečné reality k okolnímu světu. Reálná skutečnost je tak vlastně přirozená virtuální realita¹²⁷, jejíž „tvůrci“ jsme my. Nicméně spíše z hlediska našeho vědomí pasivněji zjednodušujeme okolí, neboť vědomě nemůžeme (zatím) rozhodovat o vlastnostech prostoru a fyzikálních mechanismech, kterými se nám svět jeví v podobě skutečnosti. Co myslíme tou pasivitou se stane jasným, když připomeneme schizofrenii, která v našem mozku vytváří přesvědčivé modely neexistujících objektů, jež ve světě nejsou. Skutečnost si též můžeme představit jako mapu světa, kterou ale nedržíme v ruce, ale má podobu virtuální reality. Tato mapa se nám jeví jako „přilepená“ na svět, na post-skutečnost, budoucí skutečnost, kterou zatím nevidíme¹²⁸.

Názorné je to třeba v dávné představě nebeské báně, na níž jsou zavěšeny hvězdy. Dříve to byla pro lidi skutečnost a to, jak vesmír vidíme dnes, by se dalo z tehdejšího hlediska označit jako budoucí skutečnost, **post-skutečnost**, která nám tu zastupuje reálný svět. Takto zjednodušeně jsme viděli výhradně zářící hmotu ve vesmíru, dokud jsme si neuvědomili (možnou) existenci temné hmoty, které je dokonce mnohem víc (divergence ničící představu finální skutečnosti). Nebo můžeme skutečnost brát jako metaforické barevné a dioptrické brýle. Vidíme jimi v podstatě správně, jen poněkud zkreslují a něco přidávají, co v okolí není (barvu), podobně jako my přidáváme spojitost desce stolu složené z molekul.

¹²⁷ Fikáček, J.: Skutečnost jako přirozená virtuální realita, 1997, sborník konference, nenalzeno, <https://fikacek.blog.idnes.cz/blog.aspx?c=560299>

¹²⁸ Do důsledku vzato, mohli bychom udělat mnoho takových stupňů, ale žádný by nebyl tou pravou finální realitou, jak si za chvíli vyložíme.

Skutečnost je také interface mezi subjektem a světem, pokud jde o naši interakci s okolím. Vidíme, že interagujeme s realitou, ve skutečnosti ale ovlivňujeme svět a on nás, ne realitu, tento zjednodušený model. Interagujeme přes virtuální tkaninu, realitu, a nevidíme, jaký svět „skutečně je“. Ale jestliže je skutečnost promítnutí našich představ o světě na tento svět, je promítacím plátnem právě svět, který je mimo nás. Součástí tohoto modelu je tak i správná informace o existenci mimo nás, přestože se tato externí existence netýká reality, ale jen a pouze okolního světa. Ten ale nemůžeme vidět, tedy tuto informaci přeneseme na skutečnost jako vnímatelnou zástupkyni světa. A to se nám vyplatí z hlediska evoluce, protože třebaže je tygr, který nás chce ulovit, ve „skutečnosti“ něco třeba z pohledu kvantové mechaniky úplně jiného, než se nám jeví v přirozeném světě, rozhodně by nebyla efektivní informace, že existuje jen v naší hlavě. Je vlastně efektivní myslet si, že se realita je tam venku, protože jsou modely objektů námi promítnuty na stejné místo, kde jsou objekty post-skutečnosti. Orientace v post-skutečnosti je tak daleko snazší než kdybychom její mapu, tedy skutečnost, měli v rovině před sebou nebo podobně jako na monitoru počítače. Sledovat tygra před sebou je šikovnější než sledovat jeho pohyb – obrazně řečeno – na monitoru počítače.

Vlastně ještě je tu jedna otázka k řešení, a to fakt, že skutečnost chápeme jako negaci zdání, klamu, jevu. Když např. vidíme, že se tvar plavce pod hladinou vody vlní, nebo že je tužka ve sklenici vody lomená, víme, že je to smyslový klam, způsobený lomem paprsků světla, že to není skutečnost. Ale před chvílí jsme přesvědčivě tvrdili, že skutečnost je jen jev, a máme tu tedy rozpor. Ten vyřešíme celkem snadno, když pochopíme, že skutečnost je v dané situaci jev, za který už dál nemůžeme jít, jev na (v dané situaci) nejzazším horizontu. Lomená tužka je lomená na vizuálním horizontu. Protože je ale její tvar proměnlivý, otáčíme-li sklenici, snadno usoudíme, že jde o optický klam způsobený lomem světla vodou. Vytáhneme tedy tužku z vody a uvidíme její skutečný tvar, nebo si ji ve sklenici ohmatáme s tímtež závěrem. Tím jsme ale vlastně posunuli polohu horizontu za tu pozici, která dotyčný klam způsobovala. Iluzi jsme odstranili. Chybou ale je si myslet, že jsme dostali něco jiného než jev. Že ona skutečnost je též jev, jsme si snad přesvědčivě ukázali výše. Další chybou by bylo věřit, že skutečnost je tedy jen jev, ale pak to nemůže být ta pravá skutečnost. A že ta pravá skutečnost někde existuje. To je vlastně nesprávná snaha o překonání všech jevů, všech „klamů“, což je přístup, který docela dobře fungoval kdysi dávno a dnes ještě funguje v přirozeném světě. Tam si nemůžeme zvolit lepší způsoby pozorování než prostým okem a hmatem, nemůžeme použít superdalekohled nebo urychlovač v CERNu. Ve filosofii by se naivní představa finální skutečnosti rovnala nemožné absolutní metafyzice, snaze odstranit potenciálně „nekonečně“ mnoho vrstev jevů,

což lze jen těžko považovat za korektní postup. Představa absolutně pravé skutečnosti je jen zjednodušená intuitivní představa pramenící z přirozeného světa, kde lze (zdánlivě) každé zdání odstranit a najít finální skutečnost, která v praxi spolehlivě funguje. Všechny jevy ale odstranit nelze.

Ale zpět ještě k objektivitě. Matematika je stejně objektivní jako realita ve výše popsaném smyslu. Matematika je v metafoře něco jako „drátěný“ model předmětů, nebo lépe světlená projekce, která zjednodušeně vykresluje pouze hrany a obrysy předmětů na stole nebo jen čísla a některé vztahy. Někdy se může takový model jevit i objektivnější než skutečnost, ale to jen proto, že abstrahuje od mnoha složitostí reálného světa, ignoruje tedy „rušivé vlivy“, idealizuje a mnohdy abstrahuje i od subjektivních faktorů. Svou úžasnou efektivitu staví na extrémním zjednodušení, které dovolí zaměřit naše konečné kapacity (třeba úžinu vědomí) na parciální model, třeba takový, že nepopisuje současně mnoho strukturních úrovní, a když si vybere jeden typ objektu, nepopisuje je všechny (třeba všechny atomy), ale vykresluje jedinou zobecněnou představu atomu.

Matematika i skutečnost jsou tedy, jak jsme snad už dostatečně ukázali, obě **abstrakce**, a to **abstrakce** (v podstatě) **objektivní**, v případě skutečnosti o něco více objektivizující, tedy mířící k objektivnímu modelu. U matematiky nejsou subjektivní vlivy dané naším stavem poznání tak do očí bijící jako u empirických věd, není na první pohled patrná ani jejich neurčitost. Subjektivitu ale dost naznačuje historický vývoj matematiky, její nenulová neurčitost, plynoucí třeba z jejích paradoxů (viz dále). Je-li ale jak matematika, tak realita abstrakcí, měly by pro obě platit stejné nejobecnější zákony, zejména když jsou matematika, jazyk či jiné formy abstrakcí uvězněny uvnitř reality¹²⁹ a tím pádem jen její částí. Jedním z takových obecných zákonů by měl být **princip neexistence** (skutečné) **absolutnosti**, ze kterého přirozeně plyne **princip neexistence** (aktuálního) **nekonečna**, a to **jak v matematice, tak jazyku či realitě**. Z principu neabsolutnosti čehokoliv plyne i požadavek falsifikace coby kritéria vědeckosti.

Dalo by se dokonce argumentovat, že cokoliv odděleného (číslo, rovnice, objekt...) nemůže být absolutní, protože to vlastně znamená centraci, zaměření subjektu na nějakou část světa, tedy její myšlenkové vyříznutí z okolí, ze vztahů. Celek není nikdy dokonale izolován už

¹²⁹ Tady jsme použili termín realita ve starém, naivním slova smyslu, tedy jako okolní svět. Při použití tohoto významu slova realita je bez debaty abstrakce součástí reality, jelikož abstrakce jsou především jen tvary reálných (hmotných) objektů a reálných dějů. Ale i když vezmeme realitu v novém pojetí jako komplexní abstrakci, jsou matematika a jazyk zjednodušením této komplexní abstrakce.

faktem vztahu s okolím v případě fyzického objektu a v případě abstrakce je ona (částečná) kontinuita s okolím v jeho vlastnostech a operacích, které se k němu vztahují. Každý prvek množiny má nějaké vlastnosti, podle kterých se do oné množiny řadí. I výčet prvků množiny znamená vlastnost příslušnosti k této množině. Přirozené číslo se spojuje s jinými algebraickými operacemi. Každý celek je součástí většího, matematika pak součástí reality. Neabsolutnost jakékoliv části je dána i tím, že svět nám sice „přikáže“, kde hranice přibližně bude, nicméně to nepřikáže zcela přesně a my to musíme „dotáhnout“. Názorně je to patrné třeba u hranice hromady písku nebo hranice vlnové funkce částice v kvantové mechanice. Musíme subjektivně hranice upřesnit nebo minimálně navrženou hranici ve své hlavě „doříznout“, např. objekt oddělit od prostoru. Jako by nám svět poskytl papír na jednom místě perforovaný nebo s nakreslenou čarou s nůžkami, a my bychom museli perforaci roztrhnout nebo papír ustříhnout zhruba na vyznačeném místě. Jakmile ale tedy máme oddělené objekty nebo pole či oddělené matematické entity či operace, nemůže být žádná z nich skutečně absolutní. Například když máme jednu oddělenou vlastnost či rys, nemůže být tato absolutní. Pak je ale aktuální nekonečno nemožné, protože je to jen eklektická složenina nějaké relativní vlastnosti a absolutnosti kvantity. **Aktuální nekonečno je tedy logicky nekonzistentní pojem.**

Vraťme se na chvíli zpět k absolutní fenomenologii, zejména na základě právě zformulované neexistence čehokoliv absolutního. Je tu pak paradox použití absolutní fenomenologie na ni samu, což svou sebevztažností a rozporností připomíná třeba Russellův paradox množiny všech množin či jeho populární variantu, tedy tzv. holičův paradox, které budou proti zdánlivé absolutnosti matematiky použity v práci dále. Je možné tento paradox absolutní fenomenologie vyřešit? Problém je tu opět v tom, že považujeme něco za absolutní, v tomto případě logiku. Absolutní fenomenologie ale není opřena primárně o logiku, ale o něco silnějšího, o empirii, jak jsme vykreslili výše. A poněvadž je empirie „nadřizena“ logice, protože je abstrakce jen „podmnožinou“ skutečnosti (této širší a komplexnější abstrakce, nositele všech abstrakcí), nelze brát logický spor jako primární a hlavní kritérium, jelikož je omezenější než empirie. Konečné slovo tedy zde má empirie a logický spor není tak likvidující jako ve vysněném platónském světě.

Nelze předpokládat, že absolutní fenomenologie je skutečně **absolutně absolutní**, ale jen, že je **absolutní relativně**, tedy bez výjimek platná nejméně v určité konečné oblasti, pod kterou si můžeme představit třeba hypotetický multivesmír. Neumíme ale ani odhadnout, kam až platnost tohoto principu může sahát. Podstatné je, že jako ta nejjobecnější zákonitost, platná jak pro realitu, tak pro abstrakci, by měla platit v daleko větší oblasti než zákony nám dnes

známé reality nebo zákony konkrétních typů abstrakcí. Ty by jí měly být podřízeny. O tom, kde končí platnost fenomenologického principu (vše je jen jev, nic není [skutečně] absolutní) rozhoduje empirie, a ta zatím nenaznačuje, že by bylo nalezeno tvrzení, teorie či nějaká vlastnost, které by byly skutečně absolutní. Další fyzikální výzkum spíše toto pojetí stále více a více zdůrazňuje. Lze si třeba zahrát „empirickou hru“, kde kdokoliv navrhne cokoliv absolutního, a pak analyzovat, není-li ona absolutnost jen zdánlivá. Autor práce před lety tuto hru hrál se studenty MFF a PřF UK a výsledek byl celkem jednoznačný. Není to sice nijak významný vzorek a už vůbec ne nezávisle vyhodnocený, ale náznak to být může. Analýza tohoto problému by ale vyžadovala další disertační práci.

Platnost této fenomenologické koncepce, zdá se, přesahuje náš současný noetický horizont, což je ta největší jistota, poněvadž je založena na empirii, které nemůže silou konkurovat ani logika, protože ta také není absolutní, jak ukazují paradoxy a zobecnění Gödelových vět o neúplnosti (viz rozbor dále). Logika se ostatně jeví podle empirické ontologie abstrakce jen jako kopie reálných vztahů, vlastně pouze jejich zjednodušený model, a má tak své hranice platnosti. A jelikož zřejmě pochází z reality, je patrné, že její síla je menší než síla reality, která obsahuje jak logiku, tak empirické objekty. Logika je jen parciální svět, parciální model reality, navíc je „provozována“ reálnými subjekty a objekty, tedy je uvnitř reality, a proto je jí podřízená. Zjednodušený a chybný názor požadující absolutnost logiky se tak může dostat do neřešitelných sporů. Zobecníme-li Gödelovy věty o neúplnosti, můžeme tvrdit, že každý abstraktní systém má nerozhodnutelná tvrzení, která jsou hranicemi tohoto systému a ukazují tak, že existuje něco i mimo tento systém, že každý abstraktní systém lze překonat tím způsobem, že jej rozšíříme, zobecníme. Žádný abstraktní systém tedy není absolutní. Finálně je to vždy materiální realita (byť v podobě mozku), která je okolím každé abstrakce. Paralelu můžeme dokonce najít i v právu. Právnícká zkušenost říká, že abstrakce zvaná právo nemůže nikdy pokrýt všechny situace v realitě, vždy je tedy rozšiřitelná.

Nicméně Gödelovy věty o neúplnosti zřejmě platí i pro realitu, je-li tato konec konců jen abstrakce, což přímo souvisí s Popperovou falsifikací. Falsifikace totiž vlastně říká totéž, a to, že žádný systém není absolutní a má tedy své okolí, své zobecnění. Nedokonalost každé abstrakce je pochopitelná i z toho, že každá abstrakce zřejmě vznikla původně z reality, tedy má neabstraktní kořeny. Jasně to je z příkladů, že např. logika musela vzniknout (pakliže jsme odmítli Platonův svět idejí) zcela „nelogicky“ (ve smyslu jejího vědomého použití), protože když ještě nebyla logika, nemohla být použita ke svému vzniku. Musela tedy vzniknout ze svého okolí, z reality, kopírováním vztahů v realitě. Velmi známé je to u matematiky, která historicky

vznikla na nematematických základech, na axiomech, které jsou rozumné, tedy mnohokrát ověřené v realitě. Některé Euklidovy axiomy jsou toho zářným příkladem (celek je větší než část a co se kryje, je stejně velké atd.). Axiomy tvoří logický interface abstraktního systému s okolím (často s realitou), což obnáší i to, že jejich změnou vznikne nový abstraktní systém.

Je-li ale abstrakce uvnitř reality, pak, souhlasíme-li s tvrzením, že není nekonečna v realitě, nemůže být nekonečno ani v žádné abstrakci. Ba, platí-li (relativně) absolutní fenomenologie, a není-li tedy nic skutečně absolutního v realitě, nemůže být ani nic skutečně absolutního ani v abstrakci. (Připomínáme dříve vyložené rozlišení „druhů“ absolutnosti na **relativní absolutnost**, tedy něco, co sice platí neměnně, ale „všude“ jen v určité konečné definiční oblasti, a to se jen jeví dočasně jako absolutní, a na **absolutní absolutnost**, která má mít nekonečný noetický dosah, což je vlastně důkaz neexistence takové představy, vzpomeneme-li si na Popperovu falsifikaci.) Abstrakce nemůže být stále a provždy stejná, což se snadno ilustruje na vývoji jazyků a matematiky (diferenciální počet nebyl před Newtonem znám), které očividně nejsou absolutní ve smyslu atemporálnosti. Také každá abstraktní operace, třeba matematický výpočet, nějakou dobu trvá. Kdyby byla jakákoliv abstrakce absolutní, musela by obsahovat všechny informace, musela by být tedy vševědoucí.

A námitka, že naše neschopnost absolutní svět abstrakce (a cokoliv absolutního) uchopit, neznamená, že takový neexistuje, opět vychází jen z chybné představy absolutnosti logického uvažování. Předpokládáme tím totiž absolutnost našich pojmů, třeba právě pojmu existence. Platí-li ale koncepce emergentní (a empirické) potenciálně „infinítní“ axiomatické fenomenologie¹³⁰ (EPITAF), pak žádný z našich pojmů není absolutní, atemporální. Tyto pojmy se mění, čímž částečně také zaniká jejich původní smysl. U pojmu existence, aplikujeme-li na něj tuto fenomenologii, nutně vzniká myšlenka, že i existence je pouze fenomenologická, tedy v Kantově slova smyslu „pro nás“. Věc „o sobě“ pak není nic jiného než hlubší věc pro nás, post-skutečnost. V tomto smyslu věc o sobě vůbec neexistuje, protože věc je něco „vyříznutého“ z okolí, tedy nemůže být absolutní (třeba absolutně vším), a proto je to stejný oxymoron jako aktuální nekonečno. Jestliže pomyslíme na cokoliv, co ještě neznáme, třeba na multivesmír, už tím vznikne naše představa, třeba vágní, ale určitě představa pro nás. A hlavní je to, že multivesmír, o kterém mluvíme, bude vždy jen multivesmírem pro nás. Tedy i kdybychom např. naivně předpokládali jeho nekonečnou strukturní hloubku (tentokrát

¹³⁰ Emergentní je proto, že se vše vynořuje jako jev z hlubší podstaty, empirická proto, že empirii bere za primární, potenciálně infinítní proto, že i hlubší podstata je jev, což lze „stále“ opakovat, totální je proto, že platí v celé (konečné) oblasti našeho poznání, axiomatická je proto, že na svých hranicích, ve svých základech vychází z axiomů, tedy empiricky ověřených tvrzení.

ve směru nahoru, nikoliv dolů), vždy v naší představě bude existovat jen konečný systém, tedy vrstva konečná v počtu strukturních úrovní (a také konečná horizontálně). A vytoužené nekonečno se skoro vždy smrskne jen do jediného, byť opakovatelného kroku dál (např. multi-multi-vesmír), což též skončí po konečném počtu opakování.

Tady se můžeme vrátit k našim pojmům, které jsou relativní a mají konečnou platnost, protože někdy vznikly a časem se změní (a zaniknou). Třeba pojem času se změnil značně a nejvíce je známá jeho dramatická proměna od zjednodušené Newtonovy představy absolutního, všude stejného času v mysli Boží, k času Einsteinovu. Ten je relativní svou proměnlivou rychlostí v závislosti na rychlosti pohybujících se těles, ale je relativní/konečný i svým počátkem ve Velkém třesku, jakož i tím, že běží různou rychlostí na různých místech v závislosti na intenzitě gravitačního pole. Stejně dramaticky se změnil pojem prostoru, který byl vlastně nahrazen pojmem prostoročasu, jenž se teď dokonce hypoteticky vykládá jako zvláštní suprakapalina¹³¹ a čas by tedy mohl být pohybem v ní. Další pojem, který zažil dramatický vývoj – a vlastně i v tom, že vznikl nedávno –, je pojem energie. Tento termín se vytvořil v polovině 19. století, mimo jiné proto, aby odlišil skalární míru pohybu od vektorové, tedy od hybnosti, která je už zakotvena v Newtonových zákonech klasické mechaniky. Pojem energie se vyvíjel od energie mechanické k obecné energii, např. sjednocením mechanické a tepelné energie a posléze energií dalších. Další změnou významu pojmu energie bylo její sjednocené chápání společně s hmotností, vyjádřené geniálním Einsteinovým vzorcem $E=mc^2$. Vznik pojmu energie je tak poměrně nedávný a jeho vývoj je v historických měřítcích prudký. Bylo by možné myšlenku vývoje pojmů podpořit tisíci a tisíci dalších příkladů, na které tu však není místo. Když se ale různým tempem mění význam (zřejmě všech) pojmů, zejména ale pojmu existence, z jeho naivně materialistické pojetí k pojetí jevovému (viz třeba kvantová mechanika), jak jsme si ukázali, nelze předpokládat použitelnost jakéhokoliv našeho pojmu až do noetického nekonečna.

Každý pojem je tedy zřejmě relativní, protože je to abstrakce, tedy zjednodušení, což je, připomeňme, základ představy falsifikovatelnosti, se kterou přišel Karl Popper. Platí-li absolutní fenomenologie (EPITAF), je falsifikovatelnost jejím logickým důsledkem. A jsou-li abstrakce uvnitř reality, a tedy jsou **abstrakce vězněm skutečnosti**, pak má falsifikovatelnost absolutní platnost v rámci našeho současného konečného poznání. Lze ji uplatit i

¹³¹ Viz třeba Chown, M.: Is space-time actually a superfluid?, New Scientists, 07 June 2006 <https://www.newscientist.com/article/mg19025551-000-is-space-time-actually-a-superfluid/> nebo Moskowit, C.: If Spacetime Were a Superfluid, Would It Unify Physics—or Is the Theory All Wet?, Scientific American, 18 June 2014, <https://www.scientificamerican.com/article/superfluid-spacetime-relativity-quantum-physics/>

na matematické aktuální nekonečno a vlastně tak ukázat, že aktuální nekonečno je jen idealizace, která je vědecká pouze tehdy, když přiznává své zjednodušení, tedy i svou překonatelnost. A to zřejmě v tom smyslu, že nekonečno není nikdy aktuální, ale je jen relativní, prostě je to nějaká kvantita, která překračuje náš horizont. Takováto představa noetického či jevového nekonečna (přirozeného nekonečna, špatného, potenciálního...) je vlastně falsifikací nekonečna aktuálního. Jestliže ale představa aktuálního nekonečna trvá na své absolutnosti, je nesprávná, dokonce z důvodu demarkačního Popperova kritéria není ani vědecká.

Uzavřeme analýzu reality a abstrakce, jejich relativnosti, přístupem teorie systémů. Ještě naposledy argumentujme pro neabsolutnost jak abstrakce, tak reality a čehokoliv z nich, tedy i pro jednotu obou. Už jsme výše uvedli, že reálný objekt není nic absolutního, poněvadž je to vždy systém neboli vrstva ohraničená dvěma strukturními úrovněmi. V teorii systémů se označuje jako úroveň prvků a úroveň celku, tedy systému. Jestliže mluvíme o cihle, můžeme si ji pro účely stavaře vymezit jako celek skládající se z pálené hlíny, přičemž chemické složení už stavaře nezajímá, leda jeho vnější projevy, tedy vlastnosti cihly. Bude-li cihlu zkoumat chemik, který má vylepšit její vlastnosti, půjde až na úroveň molekul či atomů. Struktura „pro něj“ nekončí na makroúrovni jako u stavaře, ptá se, jaké molekuly ovlivňují mechanické vlastnosti tohoto stavebního materiálu. Když bude hledat fyzik přirozené palivo pro jaderný reaktor, půjde až na strukturu atomů, protože ve smolinci je nejvíce izotopu uranu-238, který při výrobě první atomové bomby nebyl vhodný pro její výrobu nebo pro jadernou elektrárnu. Je to proto, že atomové jádro tohoto izotopu díky svým 146 neutronům nevykazuje vhodné vlastnosti k řetězové reakci jako uran-235, který má v jádře neutronů jen 143. Vymezení systému je tedy subjektivní, jde o to, jak potřebujeme s objektem interagovat. Můžeme se pokusit tuto subjektivitu odstranit tak, že – řekneme – vezmeme všechny strukturní úrovně. Jenže evidentně obsah pojmu „všechny strukturní úrovně“ je vždy subjektivní, protože závisí na znalosti daného subjektu (i kdyby jím bylo celé lidstvo), a tedy „všechny“ nejsou nikdy opravdu všechny. Ve středověku nikdo neměl ponětí o atomech a molekulách, byl to nanejvýš hypoteticko-teoretický koncept. Cihla byla tehdy objekt, ve kterém jsme „neviděli“ atomy a molekuly.

Tento koncept kupodivu pomáhá vysvětlit i neexistenci nekonečna (v realitě) do hloubky i do extenze. Jde-li o onu strukturu, našli jsme doposud vždy, že spojitě se jako spojitě jen jeví, a to na horizontu, kde se jeho diskrétní složení propadá za horizont a není tedy patrné. Ale posunutím horizontu se diskrétnost jasně ukáže. Ovšem diskrétní se jeví jako diskrétní opět jen

na určitém horizontu, kde se to spojitě, co je ve větší hloubce, neukazuje. Např. diskrétní planeta má spojitý povrch. A protože se toto střídání diskrétnosti a spojitost projevilo už mnohokrát, dá se v naší oblasti navrhnout princip, že **spojité** vždy emergentně **vzniká z diskrétního a diskrétní vzniká** jevově ze **spojitého**¹³². To samozřejmě vyloučí absolutní spojitost někde v hloubce, čili i absolutně neboli nekonečně malé. Vše diskrétní se spojuje v něco spojitého, to spojitě ale má své hranice (třebas pohyblivé), což tedy znamená, že je to ve větší extenzi zase něco diskrétního (třeba jedna galaxie, řeka...). To vylučuje nekonečnost čehokoliv konkrétního v extenzi. Extenzivní i intenzivní emergence tvoří potenciálně „nekonečnou“ řadu a ukazuje, že vše je jen jev.

¹³² Je tu jistá souvislost s Aristotelovými úvahami o kontinuu.

12. Nekonečno v matematice

Motto: „Nekonečno je tématem příliš závažným, než abychom ho mohli přenechat jen matematikům.“¹³³ Milan Mráz¹³⁴

Existence nekonečna v matematice není vlastně skoro vůbec matematický problém. S nekonečnem sice matematika pracovat umí, zdá se ale, že nemá v popisu práce analyzovat, **co to vůbec existence je**, tedy těžko může (sama) rozhodovat např. o existenci nekonečna v abstrakci. Nekonečno přitom je nanejvýš jen abstrakce, protože, jak jsme si ukázali v první části práce, v realitě nekonečno neexistuje (a i tak by v ní bylo abstrakcí). Může tedy existovat jen v abstrakci. Matematika ostatně pracuje pouze s abstraktními pojmy. Ale stejně jako není matematika povolána řešit, co je to existence, nemá v popisu práce analyzovat ani to, **co je to abstrakce a jaké jsou její vlastnosti**. A tady jde dokonce o kombinaci těchto dvou nematematických pojmů, dvou „entit“ mimo obor matematiky. Jde tu totiž o **existenci** jisté konkrétní **abstrakce**.

Řešení těchto filosofických otázek nekonečna matematika obvykle jen přejímá, nehlubá nad nimi, tedy je nutně používá jen ve (značně) zjednodušené podobě. Podobně jako běžný člověk používá nůž a nepřemýšlí nad tím, jak se vyrábí a jaké by mohl mít vlastnosti. Z hlediska matematiky jsou existence a abstrakce jen intuitivně chápané axiomatické pojmy, které se důkladněji nezkoumají. Hluběji je zkoumá filosofie matematiky či filosofie. Přitom uvažování filosofické a matematické jsou velmi rozdílná. Nicméně už tak v matematice běžně rozšířený intuitivní názor, že co je logicky rozporné, to neexistuje, postačuje, jak uvidíme, aby existenci nekonečna v matematice vyloučil.

Analýzu začneme u nejprostšího, leč principiálního příkladu, u množiny přirozených čísel. Tato jsou základem množiny racionálních a reálných čísel¹³⁵, teorie množin a tím „celé“ matematiky. Množina je v matematice určena výčtem jejích prvků nebo charakteristickými vlastnostmi prvků množiny. Výčet prvků zde realizovat nelze, má-li jít o nějakou nekonečnou řadu, a to jak v pojetí matematiky, která předpokládá množinu s nekonečnou mohutností, tak podle „omezenější“ představy, že tato množina jen není ohraničená, tedy je potenciálně „nekonečná“. Musíme tedy obrátit pozornost na její vlastnosti. Vlastností přirozených čísel je např., že pro ně platí aritmetika (třeba operace sčítání, odčítání, násobení, dělení), a také jsou

¹³³ Zamarovský, P: Mýtus nekonečno, Praha 8.11.2018, <https://youtu.be/dVh0-wuVQZs>, čas 0:10

¹³⁴ Bývalý ředitel Filosofického ústavu Akademie věd ČR, https://cs.wikipedia.org/wiki/Milan_Mr%C3%A1z

¹³⁵ Viz např. Cieslarová, J.: Klasická a nestandardní analýza, PŘF MU, Brno 2006, str. 9-12, <https://is.muni.cz/th/ms0n4/diplomka.pdf>

prvky této množiny uspořádány, jeden prvek je větší či menší než jiný (viz axiomy Peanovy aritmetiky¹³⁶). To platí pro reálná čísla, tedy i pro jejich podmnožinu, celá kladná, tedy přirozená čísla.

Je snadné ukázat, že nekonečno je zvláštní „číslo“, přesněji, že není ani přirozené, ani reálné číslo, neboť pro něj neplatí např. sčítání či odčítání. Stačí použít nekonečno v součtu:

$$\begin{aligned} 9 + \infty &= \infty & / - \infty \\ 9 &= 0 \end{aligned}$$

Násobení má podobný problém:

$$9 \times \infty = \infty$$

Pokud jde o reálná, tedy i záporná čísla, musí platit, že pro každé reálné číslo vždy existuje i číslo opačné (což je jeden z axiomů Peanovy aritmetiky), tedy součet těchto dvou čísel je nula. Mělo by tedy platit:

$$\infty + -\infty = 0$$

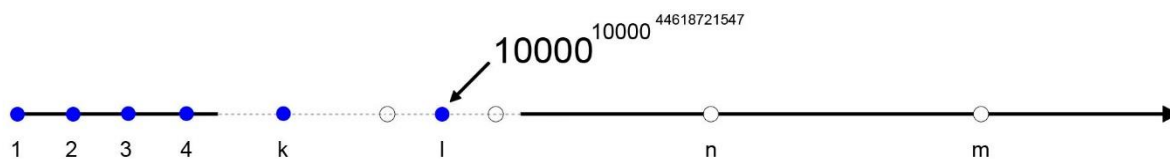
Což pochopitelně neplatí, když použijeme Cantorovo pojetí z teorie množin, a to že nekonečná množina je taková, jejíž část může mít stejnou mohutnost (velikost) jako celá množina. V našem případě, že část nekonečna může být stejně velká jako nekonečno celé. Rozdíl dvou nekonečen není definován.

Evidentně pro nekonečno neplatí aritmetika, a tedy nekonečno není prvkem množiny žádného druhu čísel. Kdybychom stále trvali na tom, že nekonečno patří do množiny nějakého druhu čísel, měli bychom množinu těchto čísel složenou ze dvou nesusoudých podmnožin, které mají neslučitelné vlastnosti. Lze se domnívat, že nekonečno (zde coby číslo) nemá žádnou vlastnost žádné množiny (ani jinou vlastnost jiné entity a že je tedy totálně odděleno od všech matematických entit). Matematika to formuluje tak, že nekonečno není číslo. Nicméně často se formuluje názor, že mohutnost množiny třeba přirozených čísel je nekonečná. Pak se ale jen neúspěšně snažíme problém odsunout a přeneseme se jinam jen zdánlivě. Když totiž vybereme jakoukoliv konečnou podmnožinu množiny přirozených čísel, je její mohutnost přirozené číslo. Množina mohutností takových podmnožin je tedy také množinou přirozených čísel, takže do ní nekonečno ze stejných důvodů, jaké jsou uvedeny výše, nepatří. Mohutnost množiny přirozených čísel tedy nemůže být nekonečná. Matematika tvrdí, že mohutnost je pojem

¹³⁶ Viz např. Cieslarová, J.: Klasická a nestandardní analýza, PŘF MU, Brno 2006, str. 8, <https://is.muni.cz/th/ms0n4/diplomka.pdf>

vyjadřující velikost, počet prvků u konečných, ale i nekonečných množin. Ovšem neexistují-li nekonečné množiny, což se také budeme snažit dokázat, pak bude tato velikost množiny, třeba množiny všech mohutností, vždy jen konečná. Dá se vytvořit hypotéza, že žádná vlastnost pro všechny prvky jakékoliv nekonečné množiny neplatí a neplatí především, metaforicky řečeno, pro „poslední“, tj. „nekonečný prvek“. To jsme si právě ilustrovali na přirozených číslech.

Abychom dobře pochopili, čím je způsobeno, že nekonečno má problém se svou existencí v množině čísel nějakého druhu, poučíme se z nestandardní analýzy. Můžeme argumentovat např. přístupem prof. Petra Vopěnky. Uvažoval následujícím způsobem: Mějme všechna přirozená čísla, která někdo někdy zapsal, pomyslel na ně či byla zrealizovaná v nějakém informačním nosiči (např. počítači). Na obrázku níže je to řada $1, 2, 3, 4 \dots k \dots l$ (l je pravděpodobně číslo, které ještě nikdo neaktualizoval, až právě my zde). Označme si tuto množinu všech aktualizovaných přirozených čísel písmenem P . Dále si představme přirozené číslo n , které je větší než všechna čísla v množině P . Toto číslo není aktualizované, jelikož neznáme hodnotu n . Pro toto číslo n platí bez problémů algebra, například číslo o 10 větší je $n+10$, existuje také třeba $5n$ atd. Snadno tedy vytvoříme podmnožinu N množiny všech přirozených čísel „kolem“ čísla n , odvozených algebrou od něj tak, že přičítáme či odčítáme jen přirozená čísla z množiny P . V množině N jsou jen přirozená čísla, protože číslo n jsme si určili jako přirozené a ostatní čísla jsme si od něj odvodili algebrou za pomoci aktualizovaných přirozených čísel. Jak pro množinu P , tak pro množinu N tedy platí algebra a obě množiny jsou podmnožiny množiny všech přirozených čísel.



Obrázek 1 - Standardní a nestandardní přirozená čísla

Neumíme ale aktualizovat „vzdálenost“ mezi množinami P a N , tedy „řádově“ něco jako rozdíl $n-1$, protože neznáme hodnotu n . Vlastně se abstrakce zvaná přirozené číslo posunula do ještě vyšší úrovně a vytvořili jsme abstrakci zvanou proměnná. Pokud není hodnota proměnné n aktualizována (a my nemáme žádný náznak, jak ji aktualizovat), pak se vlastně množina všech

přirozených čísel „roztrhla“ na dvě části, na standardní (P) a nestandardní přirozená čísla (N). A uvažujeme-li další přirozené číslo m a neznáme rozdíl $m-n$, pak už máme tři části. A protože se nezdá, že by byl někde limit v tomto postupu, vypadá to, že se tato množina rozpadla na mnoho částí (potenciálně „nekonečně“ mnoho). Nepotřebujeme ani uvažovat, že $n = \infty$, abychom objevili horizont, který způsobuje neurčitý přechod a neznámou oblast mezi množinami P a N, dále M atd. Množina všech přirozených čísel tak není aktualizovatelná, tedy v tuto chvíli neexistuje a nikdy existovat nebude. Množina je něco ostře vymezeného, což tento soubor „všech“ přirozených čísel nespĺňuje a Petr Vopěnka jej proto nazývá polomnožinou.

Je to důsledek (absolutní) **asymetrie nekonečna**, zde konkrétně asymetrie nekonečné řady přirozených čísel. Větší a větší přirozená čísla se postupně hůře a hůře zapisují, tedy zobrazují, takže se nejdříve přejde na efektivnější zápis, třeba mocninový $1000^{1000000}$. Dále třeba mocniny mocnin, pak obtíže přejdou v neurčitost proměnné, a nakonec v neexistenci nekonečna, neboť o něm v nekonečné vzdálenosti nemáme vůbec žádnou informaci (a existence je vždy „pro nás“). Je zásadní si tady všimnout, že forma abstrakce (třeba mocninový zápis), posouvá horizont, což ale také znamená, že abstrakce není dokonalá, absolutní, jde totiž (vždy) vylepšit.

Příkladem tu může být, že před zavedením záporných čísel byly tři rovnice pro kvadratické rovnice místo dnešní jediné, protože všechny koeficienty musely být kladné¹³⁷. Je to stejná neabsolutnost abstrakcí jako u peněz a písma. Onu neabsolutnost lze dokumentovat třeba i na sčítání římských a arabských čísel. Operace s římskými číslicemi byly těžkopádné. Už na sčítání se musel použít jakýsi abakus, nakreslené linky pro jednotlivé znaky I, V, X atd., a na těchto linkách se umísťovalo tolik mincí, kolik těchto znaků bylo v číslech. Operace s arabskými čísly svou větší pravidelností v řádech fungují daleko snadněji. Další zdokonalení abstrakce bylo zavedení proměnných, což dovolilo řešit rovnice. Všechna tato zdokonalení ukazují zřetelně, že vždy je co zlepšovat, že tedy abstrakce nejsou absolutně dokonalé, absolutní. A pakliže se tak někdy třeba jeví, je to jen proto, že zatím neznáme jejich dokonalejší budoucí formu. Relativnost abstrakcí znamená, že nemohou postihnout něco skutečně absolutního, tedy ani jakoukoliv aktuálně nekonečnou řadu, množinu či hodnotu. I abstrakce jsou nedokonalé tak jako realita, jen očividně v menší míře, protože „se ze všech sil snaží“ tyto nedokonalosti odstranit. Zřejmě se jim to ale nemůže do důsledku nikdy podařit.

¹³⁷ In Vopěnka, P.: O matematice s láskou, 39:15, https://youtu.be/XmTZO5dp_lg?t=2355, nebo výrazné ulehčení funkce matematiky zavedením proměnné Descartem

Známa přirozená čísla by stejně jako ta nestandardní dokonce tvořila z nekonečné množiny zcela zanedbatelnou část, konkrétně přesně 0 %, tedy jakákoliv rozumem uchopená část by o celku nevyovídala naprosto nic. Indukce zde očividně není absolutní, jak se někdy má za to. Představa absolutnosti indukce spíše vyplývá z toho, že si nedovedeme představit, že to za horizontem bude jiné, a tak tam mylně dosazujeme to, co známe, což tam ale „nepatří“. Z ničeho neplyne, že to tam bude stejně¹³⁸. Jsme ve stejné situaci jako naši předci, kteří si nedokázali představit, jak jiný bude dnešní svět. Potenciality u nekonečna se tu evidentně nelze zbavit. Jako by bylo aktuální nekonečno jen nedostatkem naší představivosti.

Citujme ale hlavní myšlenku v podání prof. Vopěnky:

„V tomto pojednání¹³⁹ je zřetelně vysloveno to, co od šedesátých let 20. století mnozí matematikové podvědomě cítili, ale obávali se vynést na světlo. Totiž že obor všech přirozených čísel není aktualizovatelný, následkem čehož množina všech přirozených čísel neexistuje. Tato skutečnost odsunuje celý svět klasické infinitní množinové matematiky, založený právě na existenci množiny všech přirozených čísel, mezi pouhé iluze. V tomto iluzorním světě matematiky 20. století však bylo mnoho krásného a důmyslného vykonáno, takže jeho podlomení způsobené vyvrácením jeho základního kamene by mohlo být považováno za čin barbarský.“¹⁴⁰

Je přitom příznačné, že alternativní teorie množin Petra Vopěnky (a jiných), založená i na nestandardních přirozených číslech, je přinejmenším rovnocenná klasické Cantorově teorii množin.

O tom, že nekonečno není aktualizovatelné uvažoval už Aristoteles¹⁴¹. V té době se ale místo nekonečna používal termín apeiron: „...se nesmí pojímat v tom smyslu, že je-li například kov v možnosti sochou tak, že bude jednou také sochou, tak také je v možnosti apeira, že jednou bude apeirem ve skutečnosti.“¹⁴² Tedy ukazuje, že kov se stát sochou může, ale potenciální „nekonečno“ se stát aktuálním nekonečnem nemůže. Výše předvedený výklad je založen na pojmu horizontu čili obzoru, který úzce souvisí s již zmíněným Piagetovým pojmem centrace. Lidské konečné schopnosti nedovolují pojmut např. všechna přirozená čísla

¹³⁸ Vopěnka, P.: Gödelův podzimní den, čas 49:40, <https://youtu.be/ObM2L5TKw3A?t=2980>

¹³⁹ Vopěnka, P.: Nová infinitní matematika, Prolegomena, Karolinum, Praha 2013 a Vopěnka P.: Nová infinitní matematika: I. Velká iluze matematiky 20. století., Karolinum, Praha 2016

¹⁴⁰ Vopěnka, P.: Neexistence množiny všech přirozených čísel, Vesmír, Praha, 4.6.2015, <https://vesmir.cz/cz/casopis/archiv-casopisu/2015/cislo-6/neexistence-mnoziny-vsech-prirozenych-cisel.html>

¹⁴¹ Kolman, V.: Filosofie čísla, Filosofia, Praha 2008, str. 54

¹⁴² Aristoteles, Fyzika III.7.15

najednou, člověk proto zaměřuje centrum své pozornosti na část z nich, nebo dokonce na jedno (zkusme myslet současně na dvě). V určitém čase jsme schopni formulovat nějakou podmnožinu přirozených čísel. Ať už člověk vezme časový zlomek¹⁴³, kterému říkáme současnost, nebo libovolně delší časový horizont (při kterém už musíme myšlenkově „cestovat“ mezi objekty), vždy myslí obsáhneme jen konečný počet čísel. Ostatní se propadají za horizont, kde je můžeme uchopit jedině za cenu vyšší abstrakce, tedy proměnné¹⁴⁴. Konkrétní poloha horizontu je očividně subjektivní (záleží na tom, na která přirozená čísla kdo myslí), ale samotná jeho existence je objektivní a neodstranitelná. I když je proměnná extrémně užitečný pojem, přesto je vlastně v tomto případě produktem naší neznalosti vznikající blízko horizontu (či za ním). V tomto případě totiž hodnotu proměnná nelze aktualizovat, takže je její hodnota neurčitá. Ještě dále za obzorem mizí i proměnná a zůstáváme ve tmě úplné neznalosti.

Tato asymetrie je důsledkem **noetické perspektivy**. Funguje podobně jako prostorová perspektiva, kdy stále vzdálenější a vzdálenější tělesa vidíme vizuálně menší a menší. U noetické perspektivy platí, že čím je poznávací, tedy **noetická vzdálenost** větší, tím méně informací máme o zkoumaném objektu, a tím se nám jeví neurčitější, neznámější. Dokonce bychom za pomoci tohoto pojmu vzdálenosti mohli kvantifikovat **míru reálnosti objektů (R)**, a to spojitě od reálných objektů po nejobecnější abstrakce a dále k abstrakcím neurčitým. Čím více máme informací o daném objektu, čím nižší je tedy entropie¹⁴⁵ naší abstrakce, tím skutečnější entita to je.

Vrátíme-li se s touto myšlenkovou výbavou k přirozeným číslům, můžeme začít uvažovat o „konci“ rostoucí řady všech přirozených čísel. Tedy o pokusu $n = \infty$. Noetická vzdálenost je tady ale nekonečná, tedy o nekonečnu v podobě přirozeného čísla nemůžeme říci absolutně nic, nemáme žádnou informaci. Nemůžeme říci ani to, že existuje. Jeho neexistence je podpořena i jeho „nekompatibilitou“ jak se standardními, tak nestandardními přirozenými čísly, protože pro ty všechny axiomy Peanovy matematiky narozdíl od nekonečna platí.

Můžeme ale k věci přistupovat i velice prostě. Můžeme budovat množinu všech přirozených čísel algoritmem, který začíná u čísla 1 a přidává postupně další a další jedničku. Vypadá to dobře (když na chvíli zapomeneme na ty protivné horizonty), protože nikde nevidíme hranici takového postupu. Ta hranice je, ale je nyní časová a rychlostní. I když budeme uvažovat ten

¹⁴³ Na jednom místě a v klidu, tedy kontaktně, v téže inerciální soustavě, abychom připomněli speciální teorii relativity a pojem upřesnili.

¹⁴⁴ Nebo pravidla, které je ale těžko absolutní.

¹⁴⁵ Vycházíme ze Shannonova pojení informační entropie.

nejrychlejší počítač daleké budoucnosti, nebude mít nekonečnou rychlost výpočtu a bude schopen počítat jen konečnou dobu, počínaje jeho vznikem, konče aktuálním teď, což bude vždy konečný čas. K aktualizaci všech přirozených čísel bychom museli mít nekonečné vlastnosti nějaké bytosti či stroje (nekonečnou rychlost nebo nekonečnou dobu existence), což je daleko beznadějnější a vědecky podezřelejší úkol než dokazovat existenci matematického nekonečna. A uvažovat takové nekonečné, absolutní schopnosti, je také již zmíněná **tautologie nekonečna**. Viděli jsme tedy, že nekonečno nelze zkonstruovat z konečné oblasti, takže jedinou šancí je překlenout nekonečné „údolí“ nekonečným „mostem“. Potřebujeme do našich úvah neférově „vpašovat“ jiné nekonečno, abychom dosáhli toho nekonečna, o které nám jde. Můžeme zde připomenou myšlenku vězení konečnosti (a vězení relativnosti) a vytvořit hypotézu, že chceme-li se z tohoto vězení vymanit, musíme totálně překonat naši centraci, tedy zaměření myšlení jen na konečnou část světa, jež je dáno konečným „výpočetním výkonem“ a konečnými parametry jakýchkoliv pamětí, včetně té lidské. Absolutní osvobození by tu vyžadovalo neuvažovat na jedné Zemi, v jednom vesmíru, z hlediska jednoho či konečného počtu subjektů. Tedy snad neuvažovat, nemít vědomí a nevnímat vůbec. Toto vězení je **nepřekonatelnou nekonečně hlubokou propastí mezi konečným a nekonečným**.

Informace, abstrakce je navíc jen tvar nějakého reálného nosiče informací. Jsou to neurochemické aktivity určitých částí mozku, zápis tiskařskou černí v knihách, křídou na tabuli, nebo aktivací magnetického (či jiného) paměťového média počítače atd. Neexistuje abstrakce bez svého „hmotného“ nosiče, jak už víme. Informace, abstrakce je tak životně nutně svázána s takovým nosičem i přes veškerou miniaturizaci. Je to věžeňská koule na „noze“ abstrakce, věžeňská koule reality, která nedovolí abstrakci úplnou svobodu, a tak jí vždy nastaví mantinely, vytvoří její konečnou oblast působnosti, limitovanou sice flexibilním, stále však existujícím horizontem. Abstrakce neexistuje v nějakém platónské světě mimo realitu, ale jen a jen v realitě, jsou to modely existujících entit či jejich kombinace.

Norský matematik Thoralf Skolem navrhl v roce 1933¹⁴⁷, že je možné ve standardní analýze ukázat, že i když pomineme horizont způsobený reálným světem (konečná rychlost „výpočtu“,

¹⁴⁶ Formulujeme tady logicky nekonzistentně, že noetická vzdálenost mezi aktuálně nekonečným a konečným, je aktuálně nekonečná, což je v rozporu s ústřední myšlenkou, že nic aktuálního neexistuje. Ona nekonečná noetická hloubka je ale jen metafora, neboť v konečných pojmech není možné korektně tuto myšlenku formulovat. Podrobněji je tento metaforický přístup vysvětlen v samém závěru práce v rámci formulace negativní metafyziky.

¹⁴⁷ Skolem, T.: Über die Unmöglichkeit einer vollständigen Charakterisierung der Zahlenreihe mittels eines endlichen Axiomensystems, Norsk matematisk forenings skrifter 2(10), s. 73–82, 1933. A Skolem, T.: Fundamenta Mathematicae: Skolem Th.: Über die Nichtcharakterisierbarkeit der Zahlenreihe mittels endlich

konečná paměť atd.), vyvstane nepřekonatelný horizont ve světě platónském. Jenže když jeho úvaha vede k tomu, že horizont je to, že nějaký matematický důkaz nemůže být nekonečný, poněvadž by byl nezapsatelný, nepublikovatelný, je jasné, že tento horizont je jen jiný druh horizontu z reality. Toto neodstranitelné uvěznění abstrakce realitou mimo jiné ukazuje opět na společnou podstatu reality a abstrakce.

Absolutní neuchopitelnost, tedy neexistence nekonečné množiny všech přirozených čísel je ilustrována i tím, že všechna aktualizovaná čísla tvoří nulový podíl všech přirozených čísel. Metaforou zde může být podíl jakéhokoliv konečného čísla a nekonečna, kterýžto podíl dává přesně nulu. Množina aktualizovaných reálných čísel by tedy nevyovídala naprosto nic o oné nekonečné množině, kdyby tato existovala. Množina všech přirozených čísel by tak byla absolutně odlišná od množiny těch aktualizovaných a nelze ji například nijak spojit s přirozenými čísly. A to by platilo jak o standardních, tak i o nestandardních přirozených číslech. Ke stejnému závěru můžeme dojít i za pomoci pojmu extrapolace. Extrapolace je tím méně spolehlivá, na čím větší vzdálenost se dělá. I když to platí zdánlivě jen v realitě, ukázali jsme před chvílí, že to platí i pro abstrakci, protože struktura množiny všech přirozených čísel není stále stejná, ale mění se. Jestliže extrapolujeme do nekonečné vzdálenosti, tak ať už je to v realitě či abstrakci, dostáváme s naprosto spolehlivou jistotou chybný údaj. Děláme totiž indukci ze vzorku, který o celku absolutně nic nevyovídá, protože je to vzorek přesně 0 % z nekonečného celku. Aktuální nekonečno je tak jen absolutní chyba úvahy. Horizont je jeho smrt.

Čistě racionálně vzato, mohli bychom si odpustit analýzu racionálních a iracionálních čísel, protože ta vycházejí z čísel přirozených. Ale pro větší přesvědčivost uděláme zde také rozbor tvrzení, že mezi celými čísly 0 a 1 existuje nekonečně mnoho reálných čísel. Zatímco u přirozených čísel se hovořilo o „extenzivním“ nekonečnu, tady půjde o nekonečno „intenzivní“. Snadno si dovedeme představit, že zmíněný interval rozdělíme na polovinu a získáme tedy číslo 0,5. Obdržené dva intervaly taky můžeme rozdělit na poloviny a máme pak 0,25 a 0,75. Při dalším kroku 0,125, 0,375, 0,625 a 0,875. Nevypadá to, že by tomuto dělení mohl být někde konec.

Když už pomíneme výše popsaná omezení konečným časem a konečnou rychlostí uvažování či výpočtu apod., můžeme si všimnout, že dává smysl provádět výpočty vždy jen na pár

oder abzählbar unendlich vieler Aussagen mit ausschliesslich Zahlenvariablen, *Fundamenta Mathematicae* 23, s. 150–161, 1934.

desetinných míst¹⁴⁸. Proč nám postačuje několik desetinných míst je asi celkem jasné. Přesněji reálné objekty a procesy neměříme a nevytváříme. Je to tak zažité, že se v matematických úlohách nejednou objeví formulace třeba „spočítejte s přesností na 3 desetinná místa“. I když vezmeme tu nejextrémnější přesnost v empirických vědách, tak není absolutní a nepřesnost je vždy nenulová. „Například výsledky kvantové elektrodynamiky (teorie interakcí elektronů s fotony) se shodují s experimentálními daty na hladině relativní přesnosti, která se dá vyjádřit jako poměr šířky lidského vlasu ke vzdálenosti z New Yorku do Los Angeles.“¹⁴⁹ Existuje dokonce principiální omezení přesnosti měření v podobě Heisenbergových relací neurčitosti, které nedovolují měřit současně například impuls (p) a polohu (x), nebo čas (t) a energii (E).

$$\Delta x \Delta p_x \geq h/(4\pi) \quad \text{a} \quad \Delta t \Delta E \geq h/(4\pi)$$

Kde h je Planckova konstanta, jejíž hodnota činí $6,62607015 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} = \text{kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$. Tyto relace neurčitosti pro některé kombinace vlastností neplatí a také neplatí pro jednu vlastnost. Nicméně pochopitelně se v žádném případě nedosáhlo absolutní přesnosti měření. Při teoretickém dosažení absolutní přesnosti bychom zcela ztratili informaci o měřeném. Jedna vlastnost by byla nulová, tedy neexistující, resp. prakticky neměřitelná, druhá nekonečná tedy též neměřitelná.) Finálně v oblasti „čisté“ abstrakce pak pochopitelně nastoupí tautologie nekonečna a uvěznění abstrakce konečnou realitou.

Je zajímavé, že je možné z těchto úvah odvodit jiné pojetí iracionálních čísel, jako je třeba druhá odmocnina ze dvou nebo číslo π . Pakliže vždy budeme mít kterékoliv iracionální číslo jen na konečný počet desetinných míst, a to zcela jistě budeme, vždy je takové číslo možné vyjádřit jako zlomek dvou celých čísel, tedy jako číslo racionální. Oproti racionálním číslům, jako třeba $7/13$ tu ale bude ten rozdíl, že se tento zlomek bude měnit, jak budeme hodnotu iracionálního čísla zpřesňovat. Dostaneme jakási **potenciálně iracionální čísla**, jejichž aktualizace budou vždy racionální.

Zajímavé je také zmínit, jaký algoritmus navrhuje Euklides ve svých Základech (nejen) k zápisu racionálních čísel. Je to tzv. anthyfaietický algoritmus, ve kterém používá pojem proporce a rovnosti. Střídavě se v geometrické podobě odečítá od měřené úsečky úsečka měřící. Využívá se tu Euklidova axiomu „co přiléhá, je stejné“. V zásadě musí být měřená i měřící veličina souměřitelná, tedy jedna z nich je větší, nebo jsou stejné. Také musí být obě

¹⁴⁸ Zaokrouhlení je forma horizontu, tedy principu, kvůli kterému nemůžeme dosáhnout žádného nekonečna.

¹⁴⁹ Polkinghorne, J.: Kvantová teorie: Průvodce pro každého, Dokořán, Praha 2007

stejného druhu. Ale také se vyžaduje platnost tzv. archimedovského axiomu (neboli axiomu měření), který vyžaduje konečný počet kroků daného algoritmu¹⁵⁰.

Můžeme si také ukázat, jak je snadné řešit známé příklady ilustrující nekonečno bez aktuálního nekonečna. Vezměme třeba slavný Hilbertův hotel. Jaké je Hilbertovo řešení plně obsazeného nekonečného hotelu, když se tam má ubytovat nekonečno nových hostů? Prostě. Každý ze starých hostů se přestěhuje do pokoje, jehož číslo je dvojnásobkem čísla, ve kterém bydlel. Tedy host z pokoje č. 1 půjde do pokoje č. 2, host z pokoje č. 2, půjde do pokoje č. 4, z pokoje 3 půjde do čísla 6, z pokoje 111 do 222. Prostě ti staří se přesunou do pokojů 2, 4, 6, 8, 10..., tedy do sudých pokojů, a ty liché, kterých je stejně jako sudých, tedy nekonečně, jsou k dispozici pro nové hosty. Jaké je řešení bez aktuálního nekonečna, pouze se vždy konečným potenciálním „nekonečnem“? V tomto případě si můžeme představit, že zaměstnanci hotelu vědí jen o prvním patře hotelu a nevědí si (horizont), že mezitím bylo přistavěno např. 2., 3., 4. a 5. patro (nebo si také můžeme představit, že je hotel tak dlouhý, že jeho zaměstnanci neví, kde je jeho konec, přestože existuje). Když přijde už o jednoho hosta víc, než odpovídá plnému 1. patru, může být ubytován a recepce hotelu uvidí „zázrak“, že se do plného hotelu ubytuje ještě někdo další a bude mít vlastní pokoj. A pak další a další, až recepční začnou mít dojem, že je hotel skutečně nekonečný, i když není. A když si představíme, že máme partu lidí, kteří podle potřeby kdykoliv přistaví libovolný kus hotelu (posouvání horizontu), máme prakticky nekonečný hotel. A když přijede autobus s nekonečně mnoha lidmi? To už víme: je jich jen tolik, že je to nad naše chápání, nikoliv skutečně nekonečně mnoho. Takže není problém je ubytovat.

Aktuální nekonečno je zde tedy zbytečné, navíc vyžaduje ignorovat rozpornost aktuálního nekonečna, která důrazně požaduje neexistenci aktuálního nekonečna. Je potřeba si zvyknout na to, že základní kritérium pravdivosti, logická bezespornost, se ignoruje. A takovýto rozporný pojem je psychologicky přitažlivý, právě proto, že je nepochopitelný, jako každý logický rozpor, jako každý oxymóron nebo východní kóany. Proto tato matematická iluze ještě stále žije.

¹⁵⁰ Kolman, V.: *Filosofie čísla*, Filosofia, Praha 2008, str. 37-38

13. Gödelovy teorémy o neúplnosti

Motto: „Nikdy se nebudeme mořit bádáním o nekonečnu, neboť by bylo zjevně nesmyslné. Kdybychom je my, jsouce koneční, nějak vymezovali, snažili se je ohraničit a pojmout.“¹⁵¹ René Descartes

Platónská představa dokonalého abstraktního světa je v matematice velmi silná a silně ovlivňuje také fyziku 20. a 21. století. V matematice byla základem tzv. Hilbertova programu, což byl pokus o formalizaci matematiky až na úroveň nejjednodušších absolutně platných axiomů, ze kterých by bylo možné zcela rigorózně a naprosto nezpochybnitelně dokázat všechny matematické věty. Finálním cílem byl základní zcela konzistentní formální systém, ze kterého by byla odvozena další odvětví matematiky. Ta by pak nutně musela také být bezesporná a úplná, tedy i v tomto smyslu absolutní. Tento program byl velmi záhy po svém vzniku vyvrácen Kurtem Gödelem, a to v roce 1931.

První Gödelem dokázaná věta o neúplnosti, která vše způsobila, totiž zní: „Nechť T je rekurzivně axiomatizovaná teorie v jazyce aritmetiky obsahující Robinsonovu aritmetiku, taková, že struktura přirozených čísel je jejím modelem. Pak existuje sentence ν , která není v T dokazatelná ani vyvratitelná.“¹⁵² Sentence ν je tzv. Gödelova formule. Jde o to, že existují tvrzení, formule, které jsou nerozhodnutelné v rámci (Robinsonovy) aritmetiky. Druhá Gödelova věta o neúplnosti dává příklad takovéto nerozhodnutelné formule, konkrétně tvrzení, že je Peanova aritmetika bezesporná. To je těžký, protože principiální úder představě absolutnosti matematiky.

V rámci matematiky je několik návrhů na rozšíření platnosti Gödelových vět a jeden z nich znamená neúplnost libovolného rekurzivního rozšíření Zermelo-Fraenkelovy (ZF) teorie množin, která je dnes nejvíce používána ve většině odvětví matematiky. Gödelova argumentace a důkazy tak jsou zásadním zpochybněním, ale spíše dokonce vyvrácením absolutnosti¹⁵³ základů matematiky ve smyslu platónského světa. Například z druhé Kurtovy věty plyne, že je-li Zermelo-Fraenkelova teorie množin rozšířená o axiom výběru (tedy ZFC teorie, C jako choice) bezesporná, nelze tuto bezespornost dokázat. Dokonce kdyby byl opravdu nalezen důkaz bezespornosti ZFC, bude to (paradoxně) znamenat, že je sporná. Nemůžeme tedy tvrdit, že je ZFC teorie bezesporná. Obecně by se dalo s jistou opatrností tvrdit, že žádná teorie, která

¹⁵¹ Zamarovský, P.: Nekonečno – mýtus či skutečnost? Hvězdárna a planetárium Praha, 13.11.2014, čas 7:20, <https://youtu.be/bGovNvUVX7I?t=440>

¹⁵² https://cs.wikipedia.org/wiki/G%C3%B6delovy_v%C4%9Bty_o_ne%C3%BAplnosti#Zn%C4%9Bn%C3%AD

¹⁵³ Lze nicméně uvažovat o aplikaci 1. Gödelovy věty na sebe.

by se dala použít k popisu všech matematických pravd, nemůže dokázat svoji vlastní bezespornost. Což zní zcela logicky, protože nutně by taková bezespornost jako metaproblém, měla být řešena pouze metateorií, tedy teorií, která zahrnuje zmíněnou teorii, nebo alespoň částí této metateorie, která původní teorii nemusí zahrnovat, ale je jí vnější. Můžeme zde poukázat na možnou souvislost se 2. větou termodynamickou: uzavřený systém by měl od počátku sám o sobě degenerační tendence, tedy musel vzniknout a může existovat jen díky svému okolí (což je mimo jiné tak trochu neo-materialistický princip v abstrakci), zde „logickému“ okolí. Finálně je takovýmto okolím realita, neboť jako abstraktní interface mezi námi a světem je zřejmě primárním zdrojem všech abstrakcí. To vytváří hypotézu, že žádný abstraktní systém, tedy ani realita, není úplný a obsahuje nerozhodnutelná tvrzení. Každá abstrakce je tak zjednodušením, což skvěle odpovídá principu falsifikace. Nerozhodnutelné tvrzení je směrníkem, který ukazuje ven z daného abstraktního systému, tedy dokládá jeho neabsolutnost.

ZF teorie množin je vlastně pokusem vyhnout se klasickým paradoxům Cantorovy teorie množin, například Russellovu paradoxu, tedy paradoxu množiny všech množin, které nejsou svým vlastním prvkem. Samovztažnost tady vytváří gödelovsky klasické nerozhodnutelné tvrzení. Množina všech množin by měla být svým prvkem, ale jakmile to připustíme, přestává jím být právě proto, že se stala sama svým prvkem. Je současně množinou i prvkem této množiny, což je rozpor. Lépe se věc vysvětluje na populární realizaci tohoto paradoxu, na holičově paradoxu. Holiče je možné definovat tak, že je to člověk, který holí právě ty muže, kteří se neholí sami. Ale protože se holič sám holí, neměl by to této definice spadat, jelikož je mužem, který se sám holí. U této populární formy lze prostě rozhodnout, že takto holiče definovat nelze, nebo že holič sám je výjimka, a je hotovo. Jenže zdánlivě absolutní „síla svobody“ matematické abstrakce, tedy vše myslitelné jest dovoleno, tu stojí proti absolutnosti této disciplíny. Když totiž odmítneme množinu všech množin jako prvek sebe sama, plyne z toho, že sama definice množiny je nesprávná a musíme definici množiny ad hoc omezit¹⁵⁴, tedy teorie množin pak platí jen pro některé objekty, ne pro všechny. Definice množiny tedy není absolutní, nezahrnuje všechny myslitelné objekty. Proto ani svoboda abstrakce už není absolutní a absolutní platónský svět ani Hilbertův program se v tomto případě nekoná. Proto se teorie množin vyhne takovému problému nesystémově a zavede ad hoc řešení, které vlastně ale porušuje přirozenou a dokonalou definici množiny.

¹⁵⁴ Vzpomeňme si na argumentaci Chomského proti ad-hoc zásahům v rámci jeho pojetí gramatiky.

Paralelním vykreslením tohoto rozporu může být naivní hříčka o nemožnosti absolutních schopností, tedy všemohoucnosti Boha, s paradoxem, že Bůh nemůže být všemohoucí, protože nemůže udělat někoho, kdo je mocnější než on sám. Tady se absolutní vlastnost dostává do rozporu sama se sebou. Ale lze také postavit proti sobě dvě různé absolutní vlastnosti téže entity: Bůh není všemohoucí, neboť neumí udělat tak velký vesmír, aby o něm vše nevěděl. Dá se tušit, že každá absolutní, třeba právě i nekonečná vlastnost je rozporná, a tedy nemůže existovat. Všudypřítomnost, ať už Boha nebo nějaké materiální substance, ale opravdu absolutní všudypřítomnost, tedy přítomnost i v multivesmíru a ve všech dalších stupních nadvesmírů, vlastně znamená, že tato entita neexistuje nikde. Jestliže by něco bylo všude, na jednom místě by to vůbec nebylo, protože by tam toho bylo přesně 0 %. A tady nejde o realitu, ale o logický spor. Když připustíme na chvíli, že existuje něco skutečně extenzivně absolutního, tedy nekonečného, pak námi poznaná konečná část tvoří jen absolutně zanedbatelnou část tohoto celku. Podíl konečné extenze k nekonečné je totiž nula, a tedy vzorek, který jsme poznali, je přesně 0 % z celku, tedy o celku neříká absolutně nic.

Jde to znázornit **metaforou kostky cukru v oceánu**. Hodíme-li jednu kostku do oceánu a pečlivě oceán „zamícháme“, nezjistíme chemickou analýzou ani jednu molekulu cukru. Nebo lépe obráceně: kdybychom náhodou jednu molekulu cukru zjistili, neřekne to prakticky absolutně nic o celém oceánu. Kdyby byl Bůh absolutní, věděli bychom o něm přesně 0 %, tedy vůbec nic, a nemohli bychom o něm pronést jedinou správnou větu, včetně věty, že existuje. Byl by absolutním opakem toho, co o něm říkáme. Totéž ale platí pro ateistické absolutno jako prazáklad světa, jak si ještě vyložíme. A také pro aktuální nekonečno.

Udělejme ještě jeden krok v analýze paradoxu množiny všech množin. Zopakujme, že pakliže množinu V , která je množinou všech množin, jež nejsou prvkem sebe samé, zařadíme samu do sebe, přestane být množinou, která sama sebe neobsahuje, a tak ji musíme z V vyřadit. Pak ale přestává být prvkem sebe samé a musíme ji do V zařadit zpět. Jakmile ji ale do V zase zařadíme, musíme ji opět vyřadit, pak ale zařadit atd. Hudebně řečeno *da capo al Fine*. Máme zde vlastně nekonečné opakování, a protože se nezastaví u jedné z možností, je to nerozhodnutelné tvrzení. Je nerozhodnutelné pro nekonečnost tohoto cyklu, samozřejmě nerealizovatelnou nekonečnost, protože popíšeme vždy dva tři cykly a nic víc, principiálně provždy jen konečný počet cyklů. **Nekonečno je zde tedy příčinou oné nerozhodnutelnosti**. Je to podobné třeba fyzice. Objeví-li se někde nekonečno, je jasné, že je to chyba. A není to i obráceně? Není existence nekonečna právě vždy nerozhodnutelné tvrzení? Vzpomeňme si, že tuto ideu předvedl Immanuel Kant ve své Kritice čistého rozumu ve své první antinomii

v případě prostoru a času. Jeho teze zní: „Svět má začátek času a co do prostoru je ohraničený“ A antiteze pak: „Svět nemá začátek a co do prostoru není ohraničen, ale je časově i prostorově nekonečný.“¹⁵⁵. Tento problém je pro Kanta logicky nerozhodnutelný. Je takový ale jen proto, že jde Kant na věc pouze rozumově. Směrník nerozhodnutelnosti ale jasně ukazuje na řešení mimo „čistý rozum“, tedy na realitu jako okolí rozumu a její empirický přístup, který jsme dostatečně předvedli ze začátku práce. Podle něj v našem poznání nic nekonečného není a nebude.

Vraťme se ale ještě k Zermelo-Fraenkelově teorii množin. Ta se vyhne Russellovu paradoxu a Buraliovu-Fortiho paradoxu¹⁵⁶ tak, že množinu všech množin za množinu nepovažuje. Ne vše má právo být množinou. To je opravdu snaha nekorektně se zbavit problému nelogickým ad hoc zásahem, jak řečeno výše. Je to snaha vyhnout se tautologii nekonečna. Ale zatím to funguje. Ovšem je signifikantní, že s **axiomek nekonečna** (který je odlišný od jiných, neboť zaručuje existenci jedné množiny) se v ní vytvoří Peanova aritmetika. Množina, jejíž existenci tento axiom zaručuje, je nekonečná. Tato množina nápadně připomíná přirozená čísla – každé číslo v sobě obsahuje všechny menší. Jenže jak jsme si doložili výše nestandardní analýzou, nekonečná množina všech přirozených čísel z několika důvodů neexistuje. To jen potvrzuje ten fakt, že tímto axiomem nekonečna se otevírají dveře nepříjemným Gödelovým větám o neúplnosti. Nekonečno tak vyvolá klasické problémy nerozhodnutelnosti. Další velmi dobrý argument proti nekonečnu. A logicky principiální. Zatímco mnozí budou souhlasit s tím, že neexistuje síla, která by byla schopna aktualizovat cokoli skutečně nekonečného kvůli omezením z reality, mohou bránit existenci aktuálního nekonečna tím, že to je jen „subjektivní“, spíše relativní omezení reality, ale v platónském světě může nekonečno existovat. Ukazuje se stále více a více, že aktuální nekonečno má problém se svou existencí i v čisté abstrakci. Ale i kdybychom zůstali pouze u nemožnosti realizovat aktuální nekonečno naší materiálními mozky, jestliže na něj svými myšlenkami nedosáhneme, je jeho existence prostě **nemyslitelná**. A pokud z jakéhokoliv nekonečna, třeba z množiny všech přirozených čísel můžeme aktualizovat vždy jen konečnou část, pak to znamená, že z ní můžeme aktualizovat přesně 0 %, neboli ji nemůžeme aktualizovat vůbec, ani trochu.

¹⁵⁵ „Svet má začiatok času a čo do priestoru je ohraničený.“ – „Svet nemá začiatok a čo do priestoru nie je ohraničený, ale je časovo i priestorovo nekonečný.“ Kant, I.: Kritika čistého rozumu, Pravda, Bratislava 1979, str. 285-290

¹⁵⁶ Copi, I.: The Burali-Forti Paradox, Philosophy of Science 25(4): 281–286, 1981, <https://www.journals.uchicago.edu/doi/10.1086/287617>

14. Nekonečně malé v infinitezimálním počtu a v geometrii

Motto: „Ani vnímatelné čáry nejsou takové, o jakých mluví geometr. Vždyť z vnímatelných věcí není nic tak přímé ani okrouhlé, nýbrž kruh se nedotýká pravítka v jednom bodě, nýbrž tak, jak tvrdí Protagoras, vyvraceje geometrii.“ Aristoteles, Metafyzika B, 997b34-998a5, překlad A. Kříž

V platónském světě má geometrický bod nulové rozměry, nemá žádné části¹⁵⁷, přímka je nekonečně dlouhá a nekonečně tenká, čtverec je dokonalý. Je jasné, že v realitě nic takového nelze uskutečnit. Když kreslíme tužkou čáru na papír, pochopitelně není dokonalá. Je konečná, takže je to vždy úsečka, či spíše část křivky, neboť není naprosto rovná. Vlastně to ani není čára ale pruh, a to ještě nedokonalý, takže to ani pruh není, protože jeho okraje také nejsou dokonalé přímky. Určitě to není jednorozměrný útvar, a protože má i tloušťku, je vlastně trojrozměrný. Kdybychom řešili, kde na papíře jsou atomy uhlíku tuhy, zjistili bychom pochopitelně, že ta čára ani není spojitá. Ale i na daleko hlubší úrovni, pohlížeje na ni mikroskopem, uvidíme nepravidelnosti. Nepůjdeme už hlouběji, do struktury atomů, kde bychom zjistili, že vlnová rovnice částic v atomech sahá v prostoru teoreticky až do nekonečna.

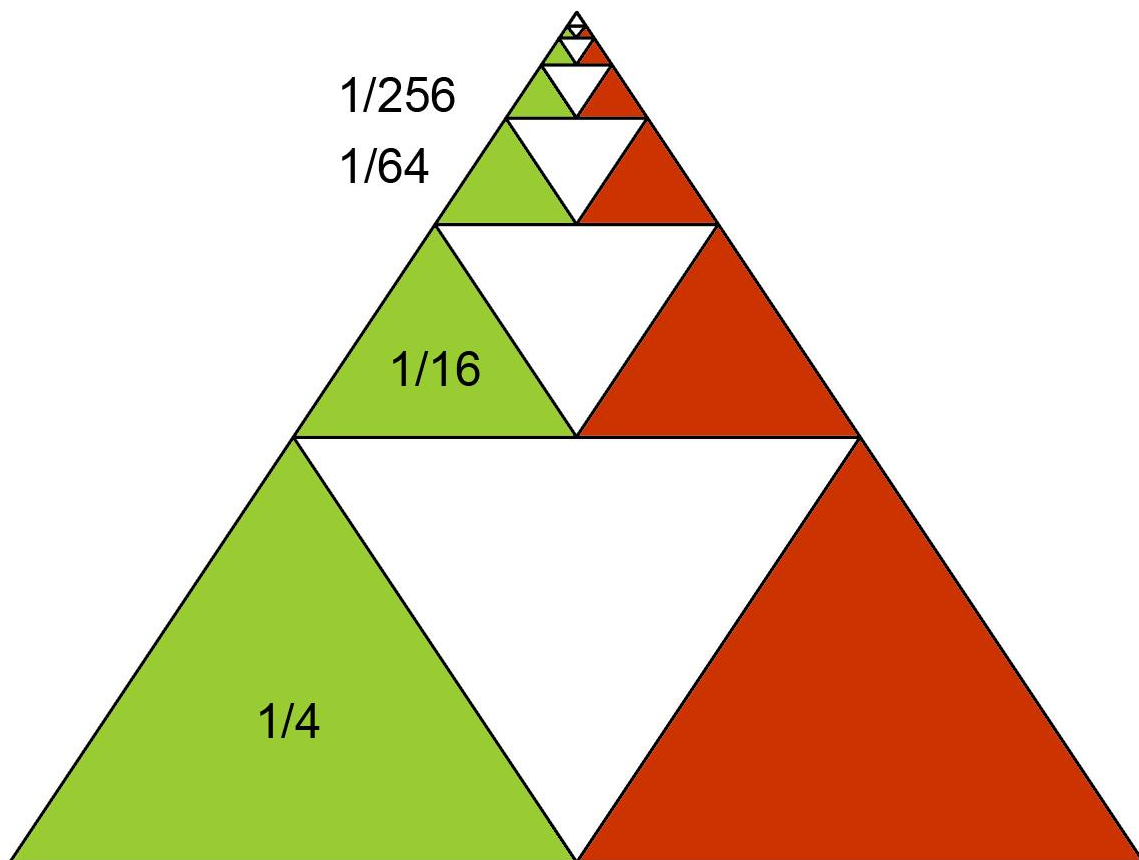
Můžeme si tento rozpor mezi ideálním platónským objektem a jeho realizací ukázat třeba na obrázku trojúhelníku o něco níže. Znárodnuje vlastně součet nekonečné řady:

$$1/4 + (1/4)^2 + (1/4)^3 + (1/4)^4 + (1/4)^5 \dots = 1/3$$

Na obrázku názorně vidíme, že každý kosodélník uvnitř našeho trojúhelníka je rozdělen na třetiny, tedy evidentně všechny zelené trojúhelníky v součtu tvoří třetinu největšího trojúhelníka. Jenže když se pokoušíme nekonečnou řadu trojúhelníků nakreslit, brzy nám začne dělat problém nenulová tloušťka čáry, kterou používáme ke kreslení. Ve špičce našeho trojúhelníka se tloušťka čáry začíná blížit velikosti děleného trojúhelníka, takže čára místo toho, aby další trojúhelník dělila, zalije celou jeho plochu. Samozřejmě, že můžeme zvolit tenčí čáru, ale kdybychom ji udělali hodně tenkou, neviděli bychom ji už při kreslení původního trojúhelníku. Můžeme samozřejmě udělat tloušťku čáry flexibilní, a jak budeme dělit na třetiny menší a menší trojúhelníky, budeme dělat čáru tenčí a tenčí. Bude to ale za cenu toho, že za chvíli ztratíme pohled na celek. Když se snažíme eliminovat jeden horizont, ukáže se neodstranitelnost horizontu obecně v tom, že se horizont ukáže někde jinde. Neurčitost způsobenou horizontem konečnosti nemůžeme nikdy zcela odstranit, což bychom mohli nazvat

¹⁵⁷ Zlatoš, P.: Nekonečno v teologii, filozofii a matematice, FMFI UK, Bratislava, 8.12.2017, čas 6:50, <https://youtu.be/R6h3FoBC4L8?t=410>

noetickou relací neurčitosti. Funkce této relace je velice podobná funkci Heisenbergových relací neurčitosti. Tady, stejně jako v kvantové mechanice, je neurčitost neodstranitelná. V kvantové mechanice, protože jde o konkrétní podobu horizontu, budou nakonec relace neurčitosti překonány, jelikož jinak by tyto hranice ani nebyly vědecké, protože by nebyly falsifikovatelné. Překonání každého konkrétního horizontu je možné, my třeba tady překonáváme konkrétní horizont zjemněním čáry. Není možné ale odstranit všechny horizonty, tedy princip horizontu. Čáru nelze zjemňovat donekonečna.



Obrázek 2 - Fraktální trojúhelník

Zjemňováním čáry tedy horizont posouváme a možná se na chvíli zdá, že ho můžeme takto zcela eliminovat. Jenže jak dlouho vydržíme tento krok opakovat, tedy postupovat dále v kreslení a představě tohoto fraktálu¹⁵⁸? S konečnou rychlostí a v konečném čase pochopitelně tento krok cokoliv zopakuje jen konečněkrát a zůstane tedy stále nekonečně od nekonečna.

¹⁵⁸ Každý fraktál je zřejmě též konečný, protože vždy se objeví hranice, která jeho opakovanou realizaci zastaví. Algoritmus fraktálu nelze opakovat nekonečněkrát (tautologie nekonečna). V principu se pro naše účely fraktál neliší od kruhu. Je to „neustále“ opakovatelný cyklus.

Snaha eliminovat jeden druh horizontu jen způsobí, že se objeví jiný druh horizontu, v tomto případě horizont časový.



Obrázek 3 - špička trojúhelníku z obrázku 2 - Jestliže rozdělíme nejvyšší trojúhelník čarou dané tloušťky, čára prakticky zalije celý trojúhelník

Chceme-li mluvit o nějakém geometrickém objektu, musí mít hmotného nositele, a tak znázornění takového objektu určitě není platónsky dokonalé. I naše představa přímky je v našem mozku realizována aktivací neuronové tkáně a tam vůbec nemá podobu přímky. A i když se zaměříme na svou představu přímky v naší hlavě, zcela evidentně si neumíme představit něco, co jde z nekonečna do nekonečna, ale představíme si jen kousek nenulově široké čáry „ve vzduchu“, která je perspektivně zkreslená, tedy se na obou koncích nějak zužuje. Nedokážeme se ani ve své představě oprostít od způsobu vidění „přímky“ v realitě. Vypadá to tak, jako by v našem světě neexistovala síla, která by byla schopna dovést absolutizaci do důsledku a informaci, tedy i jakoukoliv abstrakci, absolutně osvobodit od reálného nosiče. Nelze nijak dosáhnout nekonečně malých, tedy nulových vlastností nosiče abstrakce, tento tedy musí vždy mít hmotnost (v multivesmíru si tím už tak jisti nebudeme), musí všechny své děje realizovat v nenulovém čase, musí mít nenulové rozměry, atd. Vypadá to na nedosažitelnost absolutizace, uskutečnění něčeho nekonečně malého tak, aby přitom sama abstrakce nebyla zničena.

Je jasné, že přímkou nikdy není nekonečně dlouhá ani na papíře, ani v naší představě, která třeba několikrát konečný úsek čáry v představě prodlouží, ale to je tak všechno. Aristoteles k tomu píše: „...neboť matematikové nemají zapotřebí neomezena ve skutečnosti a neužívají ho. Jim dostačuje, že neomezená čára jest libovolně veliká.“¹⁵⁹ Nekonečno si neumíme představit v této ani v jiné podobě. Stačí se pokusit představit si či nakreslit jakékoliv jiné nekonečno. Stejně tak v naší představě neexistuje nic nekonečně malého, ani to neumíme nijak vizualizovat v nějakém médiu. Mohli bychom se tady obrátit o pomoc k rovnicím geometrických útvarů, třeba k rovnici přímky. Ta ale není aktualizovaná, zrealizovaná přímkou, ale jen algoritmem pro její konstrukci. Není hotovým nábytkem, ale jen „návodem z IKEA“.

U tvaru geometrického a reálného objektu se ještě zastavme, a to slovy Bertranda Russella: „S tvarem stolu to není lepší. Máme všichni ve zvyku posuzovati „skutečné“ tvary věcí a činíme to tak bezmyšlenkovitě, až nakonec myslíme, že vidíme skutečné tvary. Vskutku však, jak se všichni musíme poučiti, pokoušíme-li se malovati, každá věc co do tvaru vypadá z každého stanoviště jinak. Je-li náš stůl „ve skutečnosti“ pravouhelný, bude vypadati skoro ze všech stanovišť, jako by měl dva úhly ostré a dva tupé. Jsou-li protější hrany rovnoběžné, bude se zdáti jako by se sbíhaly do bodu mimo pozorovatele; jsou-li stejně dlouhé, bude se zdáti, že bližší hrana je delší. Obyčejně si všech těchto věcí nevšímáme, díváme-li se na stůl, poněvadž nás zkušenost naučila konstruovati „skutečný“ tvar ze zdánlivého tvaru; a skutečný tvar je to, co nás zajímá jako praktické lidi. Ale „skutečný“ tvar není to, co vidíme; je to něco vysouzeného z toho, co vidíme. A co vidíme, se ustavičně mění co do tvaru, podle toho, jak se pohybujeme po místnosti; takže ani zde se nezdá, že nám smysly říkají pravdu o stolu samém, nýbrž jenom o jevu stolu.“¹⁶⁰

Z toho by bylo možné usoudit, že skutečně někde existuje ideální platónský stůl a my jej jen vždy vnímáme deformovaně. Když ale budeme postupovat vědecky, tedy v první řadě empiricky, vidíme, že se nijak nemůžeme dostat přímo k platónskému stolu¹⁶¹. Empiricky, smyslově se můžeme k němu přiblížit tak, že se umístíme vysoko nad desku dotyčného stolu a to nad jeho střed. Pak je perspektivní zkreslení tak malé, že při nedokonalosti našeho zraku, se odlišnost od ideálního obdélníku propadne za náš horizont. Nebudeme tu odlišnost vnímat, i když tam nenulově bude. Jestliže ale empirické zkoumání není schopno přímo potvrdit

¹⁵⁹ Aristoteles, Fyzika III.7.33

¹⁶⁰ Russell, B.: Problémy filosofie, ČIN, Praha 1927, str. 16

¹⁶¹ Právě skutečnost, že to, co nazýváme skutečným objektem, se skrývá až za empirickými jevy, tedy zdánlivě nejuje, falsifikuje empirické jevy, které přesahuje, mohlo vést Platóna k jeho představě světa idejí jako prazákladu světa.

existenci „skutečného“ stolu, vzniká silná pochybnost, jestli něco takového vůbec existuje, jestli to není jen náš model. A hlavně, jestli si jen nenamlouváme, že máme v hlavě ideální abstrakci, zatímco tam máme jen algoritmus, který umí vygenerovat tisíce různých, nutně však perspektivou deformovaných obrazů, „chomáč“ těchto relativních obrazů. Pak by abstrakce nebyly absolutní a neexistovala by ani absolutní kvantita, nekonečna. Byla by to jen naše iluze.

Když se soustředíme na své vizuální představy stolu, zjistíme, že tam pochopitelně žádný „skutečný“ stůl není, ale že jen střídáme jevové, tedy deformované pohledy z různých stran. Vzniká tedy hypotéza, jestli to, co Russell nazývá „skutečný“ stůl, není jen chomáč mnoha pohledů ze „všech“ možných stran, tedy „stroj“ v naší hlavě, který realizuje algoritmus korektně měnící pohled podle plynule měnícího se myšleného stanoviska pozorovatele. Syntéza jednotlivých pohledů (a třeba také hmatových podnětů) vytváří efektivní model skvěle popisující či vykreslující pohled z jakéhokoliv bodu. Takovýto model, v duchu pojetí, že i skutečnost je jev, abstrakce, i když komplexní, samozřejmě skutečností je, nicméně jednotlivé pohledy, jednotlivé vjemy jsou blíže okolnímu světu, jsou reálnější, empiričtější. Náš mozek, stejně jako syntetizuje informace z jednotlivých světločivných buněk v oku do podoby celého obrazu, stejně tak syntetizuje jednotlivé pohledy na stůl do podoby „skutečného“ stolu, tedy tento stůl je abstrakce. Onen ideální stůl ale, zdá se, vzniká piagetovskou decentrací mnoha různých tvarů/jevů, a to falsifikací mnoha centrací, tedy pohledů z konkrétních bodů. Skutečný stůl je tedy sice zkonstruován podle „diktátu“ okolního světa, což je základ jeho objektivitě i reálnosti, nicméně je bezpodmínečně nutné, aby syntézu v celek dělal náš mozek, tedy naše abstraktní myšlení, třebaže z velké části podvědomé.

Zde musíme připomenout onen fyziologický fakt, že na vytvoření vizuálního modelu mozek vynakládá zhruba 6x více energie než na příjem vizuální informace z očí. V okolním světě je stůl celkem, ale my jej vnímáním rozložíme na pohledy a ty na jednotlivé fotony, a tak jej musíme v nervové soustavě, zejména v mozku, znova do celku „uměle“ složit, leč podle „IKEA návodu“, který nám vnutil okolní svět. Když nebudeme IKEA návod světa poslouchat, nebude výsledek správně složený a „stůl“ nebude „dobře stát, bude se viklat, nepůjde otevřít šuplík“, prostě nebude správně fungovat. Tedy naše představy se budou od skutečného stolu lišit, a pak nás realita nebude při manipulaci s ní poslouchat. (Vizuální) představy v naší hlavě nejsou plánkem IKEA, ale i tak jsou, jako model, ze zcela jiného materiálu než stůl v okolním světě. Ten je třeba ze dřeva, ale to, co složíme v naší hlavě a co přímo vnímá naše vědomí, je neurochemický model, ne dřevěný stůl. A reálný stůl je něco daleko složitějšího než naše představa. Ta se např. umí přepnout na velmi nepřesnou představu atomu, chceme-li

do představy zahrnout i strukturu stolu, ale neumí si představit všechny atomy stolu najednou a jejich (potenciálně „nekonečnou“) strukturu. Stůl v okolním světě (pracovně si jej nazvěme třeba super-stolem, stolem za horizontem), který si ani neumíme představit, má proto mnohonásobně nižší entropii, tedy mnohem více informací než to, čemu my říkáme stůl, náš „skutečný“ stůl, stůl „pro nás“. Objektivita „skutečného“ stolu je tak podložena oním super-stolem. Tím, že je sice velmi zjednodušeným, ale přece jen na makroúrovni dosti přesně odpovídajícím modelem super-stolu. Abstrakce při konstrukci sice hraje naprosto nezbytnou roli, nicméně poslouchá „povely“ super-stolu, který je jejím „kontrolorem“. Proto není „skutečný“ stůl arbitrární a je značně objektivní, přestože je abstraktní.

Vypadá to podle všeho, že platónská idea jakéhokoliv geometrického tvaru (a čehokoliv dalšího) je jen vysněný, vytoužený ideál, kterého nikdy nedosáhneme.

Co se týče limity, tak to jsme již stručně rozebrali na začátku práce. Limita neoperuje přímo v bodě, ale v jeho okolí (viz epsilon delta okolí) s nenulovými rozměry. V metafoře limity, kterou je zmenšování Alenky v Říši divů po vypití lahvičky „Vypij mě.“ po pádu králičí norou z pera Lewise Carola¹⁶², je zajímavé si všimnout, že Alenka se po dopadu může zvětšovat, když ukousne koláček „Sněz mě.“ i zmenšovat pitím z lahvičky. Podobně je flexibilní i diferenciál, který musí být právě tak malý, aby jeho zmenšení neovlivnilo zaznamenatelně výsledek. Pod touto hranicí se ale vlastně může teoreticky jakkoliv zmenšovat či zvětšovat, jako Alenka.

Derivace, např. v případě okamžité rychlosti, tedy vlastně podíl „dvou nul“, byl problém¹⁶³, který nevyřešili ani zakladatelé infinitezimálního počtu Leibniz a Newton. S řešením přišel až Cauchy¹⁶⁴, který nepoužil přímo nuly, ale potenciálně „nekonečně“ malé, vlastně nenulové úseky, tedy právě limitu. Čistý podíl dvou nul byl pro mnohé v Newtonově době velký problém a správně chápali, že v této absolutní podobě je to nesmyslná představa, a proto dokonce kritizovali kalkulus jako chybný postup. Heuristická síla idealizované aktuálně nekonečně malé hodnoty se ale ukázala v tom, že kalkulus fungoval. Citujme z knihy V. Kolmana Filosofie čísla: „Nejspíš z tohoto důvodu začíná nová éra geometrie a teorie čísel teprve bezprecedentním ‚lajdáctvím‘ Descarta, Newtona a Leibnize, kteří nejprve identifikovali plochy a tělesa s úsečkami a analytickými výrazy, aby pak nechali nehybné, ideální formy antické geometrie

¹⁶² Bayley, M.: Alice's adventures in algebra: Wonderland solved, in New Scientist, 16.12.2009, <https://www.newscientist.com/article/mg20427391-600-alices-adventures-in-algebra-wonderland-solved/>

¹⁶³ Krtouš, P.: Nekonečně velké problémy s nekonečně malými čísly, Ústav teoretické fyziky MFF UK, Praha 9.1.2014, čas 11:00, <https://youtu.be/k9h8gPqSjql?t=660>

¹⁶⁴ Novotný, J.: Nekonečno v matematice a ve vesmíru, Hvězdárna a planetárium Brno, čas 23:45, <https://youtu.be/45CRGzEnPG8?t=1425>

vzniknout a následně vyčíslit pohybem či skládáním nekonečně malých bodů, resp. veličin, pro jejichž spornou existenci nenašli přes upřímnou snahu žádné jiné vysvětlení, nežli že umožňují velmi jednoduchou formulaci pravidel relativně stabilního a úspěšného kalkulu.“¹⁶⁵

Nicméně, že ve skutečnosti nešlo o aktuálně nekonečně malé velikosti, ale jen potenciálně „nekonečně“ malé, tedy vždy nenulové se ukázalo právě limitou. Jde o tak malé rozdíly, diferenciály, že rozdíl výpočtu s diferenciálem a nulou propadne za horizont daného výpočtu. Dnes někteří automaticky chápou limitu jako hodnotu přímo v bodě, ale je to vlastně jen aproximace této hodnoty hodnotou blízkou dotyčnému bodu, a to v nenulové vzdálenosti. Tento historický příběh ukazuje, že aktuální nekonečno jako „otevirač“ bran nového poznání funguje dobře, i když je to jen zjednodušení, což se ukáže při podrobnějším zkoumání, jako v tomto případě u Cauchyho. A vznik limity zase poukazuje na heuristickou sílu falsifikace aktuálního nekonečna.

Kolem diferenciálního počtu se historicky vedla obrovská diskuse. Problém nekonečna se zdůraznil v počátcích diferenciálního počtu při součtu nekonečných řad. Newton údajně použil nekonečných řad jako základu svého diferenciálního a integrálního počtu. Ale opravdu použil nekonečné řady? Nebo použil jen konečné řady, které konvergovaly, takže součet oné konečné řady byl rozdílný tak nepatrně od předpokládaného součtu řady nekonečné, že byl onen rozdíl nezpozorovatelný, propadl se za horizont? Naprosto přece postačuje, že je možné zvolit jakékoliv epsilon jako nepřesnost a dostat se pod tuto nepřesnost součtem konečné řady. Epsilon bude libovolně malá, leč nenulová. Výsledek pak bude identický, nerozeznatelný, ať už sčítáme řadu konečnou, nebo bychom hypoteticky sčítali řadu nekonečnou. Dokonce inspirování Einsteinovým principem ekvivalence, tohoto empirického axiomatického základu obecné teorie relativity, lze říci, že co se neliší, je totéž. Nelze vlastně pak nijak dokázat, že jsme sčítali řadu nekonečnou a nekonečno je zde vlastně zbytečné, když výsledek nijak neovlivní. Trochu to připomíná interpretace kvantové mechaniky. Matematika kvantové mechaniky je nezávislá na tom, jak ji, tedy celou kvantovou mechaniku, interpretujeme. Stejně bude fungovat kalkul, i když ho budeme chápat jako součet konečných řad, kde se nepřesnost propadla za horizont. **Nelze se tedy ani v jednom případě opřít o praktický úspěch uvedeného matematického aparátu** coby důkazu existence nekonečna, ale problém jeho existence je třeba řešit logicky konzistentně. Totéž platí pro interpretace kvantové mechaniky.

¹⁶⁵ Kolman, V.: Filosofie čísla, Filosofia, Praha 2008, str. 63

Neexistenci nekonečna podpořil v roce 1831 Gauss: „Protestuji proti používání nekonečna jako skutečné matematické entity, to se v matematice nikdy nesmí. Nekonečno je pouze způsob mluvy, kdy člověk správně hovoří o limitách, ke kterým se jisté veličiny mohou přiblížit, jakkoliv je libo, zatímco jiné mohou růst nade všechny meze.“¹⁶⁶ Je to vlastně přístup už Aristotelův, zvaný potenciální „nekonečno“. Také Bernard Bolzano usoudil ve svých Paradoxech nekonečna, že na vybudování pevných základů diferenciálního a integrálního počtu nekonečné množiny nepotřebuje, ale problém aktuálního nekonečna přesto zkoumal a udělal i první krok k teorii množin v Cantorově „nekonečném“ pojetí. Z krize kolem Fourierových řad vyplynula potřeba zkoumat jemnou strukturu bodů na přímce, a to přimělo právě George Cantora k vytvoření teorie „skutečně“ nekonečných množin. Navrhl definici, že množina je aktuálně nekonečná právě tehdy, když je možné uskutečnit jednoznačné zobrazení této množiny na její vlastní podmnožinu.¹⁶⁷ To je vlastně falsifikace Euklidova axiomu, že celek je větší než jeho část.

Zkusme se ale na problém podívat čistě logicky, a nikoliv historicky. Jednak názor autority není žádný vědecký důkaz, i když jde o Cantora, zejména, když se odborníci ani neshodnou na tom, jestli aktuálně nekonečná množina a z ní plynoucí téměř jakákoliv další nekonečna existují nebo ne. Existuje tedy i představa, že i konečná část spojitě křivky se skládá z nekonečného množství nekonečně malých bodů. Opačný přístup říká, že tyto „body“ mají nenulové rozměry, které nejsou pevně dané, ale jsou určeny dynamicky. Musejí být tak malé, že se při výpočtu jejich rozměry jako nulové jeví, jejich infinitezimální nenulová velikost se propadla za horizont v daném výpočtu a pod danou nepřesnost. První představa se tu jeví jako zjednodušení té druhé, a je to absolutní představa. Představa malých leč nenulových bodů nepřináší paradoxy, kdežto představa bodů nulových ano. Z jejich konečného počtu nelze sestrojít nic než bod sám, zatímco z konečného počtu nenulových bodů sestrojíme úplně jakýkoliv geometrický objekt bez jakýchkoliv logických rozporů a paradoxů. Body nulových rozměrů nemají vnitřní strukturu, která je dle teorie systémů nutná k tomu, aby měly body nějaké vlastnosti či vztahy a jakkoliv se projevovaly navenek. Takové body tedy nelze jakkoliv řadit, a proto nemohou vytvořit žádný jiný geometrický objekt než (neexistující) bod. Vlastně díky svým aktuálně nulovým rozměrům ani neexistují¹⁶⁸ (pro nás a tím vůbec). U aktuálního nekonečna to chce evidentně ignorovat všechny ty „paradoxy“, tedy logické nekonzistence, které znamenají, že takový objekt nemůže existovat. Po empirii je ale logická konzistence druhým nejvýznamnějším kritériem

¹⁶⁶ Stewart, I.: Odsud až do nekonečna, Argo a Dokořán, Praha 2006, str. 83

¹⁶⁷ Stewart, I.: Odsud až do nekonečna, Argo a Dokořán, Praha 2006, str. 84 -85

¹⁶⁸ Viz analogicky neexistence listu papíru nulové tloušťky.

pravdivosti. I v tomto směru se situace podobá situaci se spoustou interpretací kvantové mechaniky. Pravděpodobnostní interpretace způsobují velké množství logických paradoxů, takže člověk musí i zde opustit jedno ze zásadních kritérií pravdy, aby třeba Kodaňskou interpretaci akceptoval, když jiná interpretace vše vysvětlí bez nich.

Lze i vyloučit, že se úsečka skládá z bodů s nulovými rozměry logickou cestou, jak to udělal Zenon z Eleje ve své aporii bisekce úsečky. Říká, že úsečku můžeme půlit, čtvrtit, dělit na osminy atd., ale touto cestou se nikdy nedostaneme k bodu. Proto nemůže být úsečka složena z bodů. Opravdu bychom zde potřebovali na „opravu“ logického problému nekonečně malých bodů nějaké jiné nekonečno, tj. bodů nekonečně mnoho (tautologie nekonečna)¹⁶⁹. Dá se dále uvážit, že se nekonečně malé body jakéhokoliv geometrického tělesa nemohou dotýkat, protože by splynuly a byly by jedním bodem. Pak už tvrzení, že tečna se dotýká kružnice v jednom bodě, je divné, když se dotýkat nemohou. Spíše by bylo správné tvrdit, že mají jediný společný bod, ale ani to nelze, když se jakékoliv geometrické křivky neskládají z bodů, ale z atomů nebo v abstrakci z „kruhů“, „čtverců“ ale nejspíše z nějakých nedefinovaných kvant, nicméně s nenulovými rozměry a to ve 3 dimenzích atd.

¹⁶⁹ Zamarovský, P.: Nekonečno – mýtus nebo skutečnost? Hvězdárna a planetárium Brno, 13.11.2014, čas 31:30, <https://youtu.be/bGovNvUVX7I?t=1890>

15. Božská historie nekonečna

Motto: „Křesťanský Bůh není původce geometrických pravd a řádu živlů (to je věc pohanů a epikurejců).“¹⁷⁰ Blaise Pascal

V antice se vždy používalo skoro výhradně potenciální „nekonečno“, možná i proto, že vznikající matematické a filosofické abstrakce se ještě neodpoutaly od reality natolik jako dnes. Vlastně se v matematice aktuální nekonečno nepoužívalo do roku 1900¹⁷¹. První, kdo uvažoval o aktuálním nekonečnu byl svatý Augustin. Uvažoval o tom, jestli Bůh „vidí“ všechna přirozená čísla, tedy dnes bychom řekli jestli „vidí“ aktuálně nekonečnou množinu všech těchto čísel. A odpovídal si, že ano. Důvod ale nebyl racionální, leč jen teologický, ideologický. Chtěl postavit křesťanského Boha nad bohy antické¹⁷², kteří byli schopni realizovat pouze „nekonečno“ potenciální. Pro řecké matematiky byl právě realizátorem potenciálně „nekonečného“ množství čísel či přímky Zeus. Člověk evidentně nebyl schopen nakreslit úsečku třeba tisíc kilometrů dlouhou, Zeus by to ale dokázal, kdyby chtěl. (Dnes roli antického boha vlastně zastávají počítače¹⁷³.) Bůh byl dobrá motivace pro uvažování nad aktuálním nekonečnem, ale jako vědecký argument jej přijmout nelze. Taky už proto, že zmnožuje příčiny bez důvodu. Tedy porušuje tuto Newtonovu zásadu blízkou Occamově břitvě. A Bůh je sám nepodložený a extrémně kontroverzní argument, proto spíše názor o existenci aktuálního nekonečna oslabuje, než posiluje. Teologie se začala mnohem více zabývat aktuálním nekonečnem než přírodověda. Přírodověda ho vlastně nepotřebovala¹⁷⁴. Svatý Augustin vlastně Boha ani racionálně nedokazuje, jde na věc pouze emočně: „I buď daleko od nás veškerá pochybnost, že by Bohu všechny počty neměly známy býti... i kdož jsme my nebožátka, jenžto opovažujeme se meze klásti vševědounosti jeho...“¹⁷⁵

Dalším, kdo se zabýval teologicky aktuálním nekonečnem byl Tomáš Akvinský. Ten ale Boha už podřídil rozumu. Kde je logický spor, tam schopnosti Boha končí¹⁷⁶. To byl jeho názor.

¹⁷⁰ Zamarovský, P.: Nekonečno – mýtus nebo skutečnost? Hvězdárna a planetárium Brno, 13.11.2014, čas 45:40, <https://youtu.be/bGovNvUVX7I?t=2740>

¹⁷¹ Kolman, V.: Filosofie čísla, Filosofia, Praha 2008, str. 54 nebo Vopěnka P.: Prague's Way of Set Theory: from Bolzano to the Present Times, čas 4:30, https://youtu.be/_b_rPG3bu0Y?t=270

¹⁷² Vopěnka, P.: Prague's Way of Set Theory: from Bolzano to the Present Times, čas 5:25, https://youtu.be/_b_rPG3bu0Y?t=325

¹⁷³ Vopěnka, P.: Gödelův podzimní den, čas 20:50, <https://youtu.be/ObM2L5TKw3A?t=1250>

¹⁷⁴ Vopěnka, P.: Prague's Way of Set Theory: from Bolzano to the Present Times, čas 6:00, https://youtu.be/_b_rPG3bu0Y?t=365

¹⁷⁵ Sv. Augustin: O obci boží (Překlad F. L. Čelakovský)

¹⁷⁶ Vopěnka, P.: Prague's Way of Set Theory: from Bolzano to the Present Times, čas 6:45, https://youtu.be/_b_rPG3bu0Y?t=400

Jenže takové racionální stanovisko celkem jasně dokazuje jak neexistenci aktuálního nekonečna, které je pojmem nekonzistentním, tak neexistenci samotného Boha, má-li být absolutní. Stačí připomenou naivní paradox všemohoucnosti Boha, která je omezena tím, že Bůh nemůže udělat tak velký kámen, aby ho pak sám nezvedl. Tento pokleslý argument lze ovšem formulovat čistě logicky a je vlastně obdobou Russellova paradoxu množiny všech množin. Zde se nějaká absolutní vlastnost vztahuje na samého jejího nositele a staví se sama proti sobě. Bůh třeba nemůže vědět, na co už zapomněl a co ještě neví.

Giordano Bruno vložil aktuální nekonečno dokonce do reality. Rozšířil fyzikální prostor až do nekonečna, čímž rozbil pomyslné sféry, na kterých se pohybovaly planety a hvězdy. Uvažoval též o nekonečném množství hvězd a planet¹⁷⁷. Jeho argument byl ale opět jen teologický. „Takto jest rozmnožena znamenitost Boží a zjevena jeho říše. Není oslavován jedním nýbrž nespočetnými slunci, nikoliv jedinou zemí a jedním světem, ale tisícem tisíců, co pravím, nekonečností světů.“¹⁷⁸ Argumentoval tedy, že Bůh přece není tak malicherný, aby se spokojil s vytvořením něčeho tak nepatrného jako je naše Sluneční soustava, když může stvořit něco nekonečného. Přestože tomuto názoru oponujeme, můžeme si všimnout progresivní heuristické úlohy nekonečna jako falsifikace (Popper) konečné hranice, dokonce každé konečné hranice. Na druhé straně má tutéž falsifikační úlohu axiom neexistence nekonečna, protože nekonečno znamená překvapivě vlastně definitivní konec, který už nelze překročit. Falsifikace je tedy vždy posunutí našeho horizontu. Mohli bychom tady formulovat princip heuristického **kyvadla konečného a nekonečného**¹⁷⁹.

Galileo Galilei využil rozumový přístup Tomáše Akvinského a za pomoci Euklidových axiomů dokázal spornost nekonečna. Tento Galileův argument dlouho odrazoval úvahy o aktuálním nekonečnu. Konkrétně uvažoval druhé mocniny přirozených čísel. Tedy řadu přirozených čísel 1, 2, 3, 4... a jejich čtverce 1, 4, 9, 16... Tyto dvě řady šly k sobě jednoznačně přiřadit, neboť ke každému přirozenému číslu přísluší jeho druhá mocnina. Tedy je-li řada všech přirozených čísel aktuálně nekonečná, jsou tyto dvě řady stejně velké. To odpovídá jednomu z Euklidových axiomů, který říká, že co přiléhá, je stejně velké. Ovšem očividně jsou také druhé mocniny pouze výběrem z druhé řady, řady přirozených čísel, tedy tato řada je jen částí řady přirozených

¹⁷⁷ Vopěnka, P.: Prague's Way of Set Theory: from Bolzano to the Present Times, čas 7:50, https://youtu.be/b_rPG3bu0Y?t=470

¹⁷⁸ Bruno, G.: O nekonečnu, vesmíru a světech, in Zamarovský, P.: Nekonečno – mýtus či skutečnost? 13.11.2014, čas 54:20, <https://youtu.be/bGovNvUVX7I?t=3260>

¹⁷⁹ Není zde ale potřeba aktuálního nekonečna, postačuje potenciální. Na druhé straně je ale představa aktuálního nekonečna silnější motivací, je-li „dosaženo“, pak ale také silnější brzdou.

čísel. Ovšem o celku a části říká další Euklidův axiom, že část je menší než celek. Tedy tu máme logický spor těchto dvou axiomů, na které se dá spolehnout¹⁸⁰. Po našem výkladu v celé práci můžeme ale tento problém snadno vyřešit při zachování platnosti obou axiomů. Jestliže uvažujeme, že řada přirozených čísel je potenciálně „nekonečná“ a horizont aktuálně máme na konci řady přirozených čísel, tedy na čísle 4, je uvažování o druhých mocninách těchto čísel posunutím tohoto horizontu, v našem případě na číslo 16. Dovedeme si představit, že řada přirozených čísel je tedy už od jedničky po číslo šestnáct a řady si doplníme. Pak sice budeme muset udělat druhou mocninu čísla 16, tedy aktualizovat číslo 256, ale to je jen další posunutí horizontu. Ale posouvat obzor jakkoliv daleko potenciální „nekonečno“ přece dovoluje, takže při použití tohoto druhu „nekonečna“ vše funguje bez rozporů a oba axiomy nejsou porušeny. Pouze to skutečně vylučuje existenci nekonečna aktuálního, které je tu opět zbytečné. Posouvání polohy horizontu bude brzdit realita, takže v každé chvíli bude v konečné vzdálenosti.

Dalším významným badatelem, který zkoumal aktuální nekonečno, byl jezuita Rodrigo de Arriaga¹⁸¹, který vedl skupinu uvažující, jestli může Bůh myslet aktuální nekonečno. Tito katolíci se totiž museli tímto zkoumáním připravit na diskusi s protestanty, třeba i s tak kvalitními jako byl jeden ze zakladatelů infinitezimálního počtu Gottfried Wilhelm Leibniz.

Dalším knězem, který působil stejně jako Arriaga v Praze, byl jeho pokračovatel, Bernard Bolzano. Ten dokonce „dokázal“ existenci aktuálního nekonečna, ale opět teologicky. Mluvil o množství všech pravd, ne o číslech. Ukázal, že je pravd minimálně potenciálně „nekonečně“ mnoho, protože lze ke každé pravdě přidat další. Konkrétně uvažoval, že když existuje jedna pravdivá věta, pak existuje i pravdivá věta, že existuje tato první pravdivá věta, také existuje pravdivá věta, že existuje pravdivá věta, že existuje ta první pravdivá věta, a pokračovat lze v této rekurzi neomezeně. To je paralela k Chomského nekonečné rekurzi gramatiky (a má stejné praktické limity nebo i limit logický v podobě tautologie nekonečna). A pak uvážil, že Bůh musí znát všechny pravdy¹⁸², jelikož je vševědoucí (tautologie absolutna). Jenže

¹⁸⁰ Zlatoš, P.: Nekonečno v teologii, filozofii a matematice, FMFI UK, Bratislava 8.12.2017, čas 10:00, <https://youtu.be/R6h3FoBC4L8?t=670> nebo Vopěnka P.: Prague's Way of Set Theory: from Bolzano to the Present Times, čas 9:05, https://youtu.be/b_rPG3bu0Y?t=545

¹⁸¹ Vopěnka, P.: Prague's Way of Set Theory: from Bolzano to the Present Times, čas 12:25, https://youtu.be/b_rPG3bu0Y?t=745

¹⁸² Vopěnka, P.: Prague's Way of Set Theory: from Bolzano to the Present Times, čas 15:50, https://youtu.be/b_rPG3bu0Y?t=950

nehledě na pochybnost samotného teologického argumentu lze uvážit, že Bůh třeba nemá know-how na to, aby vymyslel, jak sebe sám porazí, tedy být všemohoucí nemůže.

Až dodnes zřejmě nebyl žádný jiný důkaz nekonečného množství podán¹⁸³. To ovšem ukazuje na velkou důkazní nouzi ohledně aktuálního nekonečna. Zdá se, že všechny důkazy jsou chatrně podloženy, jsou to jen teologické argumenty, a očividně se dá také snadno ukázat, že vedou k neřešitelným rozporům. A hlavně **je Bůh** se svými nekonečnými (absolutními) vlastnostmi sice poněkud skrytou, leč jinak výstavní **tautologií nekonečna**, resp., tautologií absolutna. Je tedy zřejmé, že matematika vlastně všechna aktuální nekonečna zavede jen jako axiomy a tedy postupuje bez důkazu, protože empirický základ, podobný jako mají axiomy Euklidovy, axiom aktuálního nekonečna nemá. A axiom nekonečna způsobí okamžitě neřešitelné rozpory, tedy dokazuje vlastní nesprávnost, nehledě na to, že je ad hoc a proto logicky cizorodý.

Z Bolzana vycházel Gorge Cantor¹⁸⁴, který náhodně v antikvariátu objevil jeho zapomenutou knihu Paradoxy nekonečna a převzal následně jeho základní argumenty¹⁸⁵. Tedy opět se spolehl na teologický argument. Na tomto základě Cantor rozvinul celou teorii nekonečných množin, a to tak, že porušení Euklidova axiomu o celku a části vzal dokonce jako definici nekonečné množiny. Tato jeho teorie množin stojí na aktuálně nekonečné množině všech přirozených čísel a teorie množin je základem velké části matematiky. Aktuálně nekonečné množiny vzbudily velký odpor mezi matematiky a ne překvapivě se hlavní podpory dostalo Cantorovi od teologů. A také si Cantor myslel, že teorii nekonečna stvořil pánbůh a on je pouze jeho zvěstovatel¹⁸⁶. A děkuje Bohu, že se nedostal na žádnou prestižní universitu a zůstal na té lokální, kde se vedle matematiky mohl věnovat i teologii.

Je dobré si opět připomenout, že z tohoto historického přehledu plyne, že prakticky v každém zmíněném případě bylo prosazování aktuálního nekonečna motivováno ideologicky, nikoliv racionálně. Nešlo o nestranné zkoumání ale o nástroj v boji proti nekatolickým názorům, třeba proti protestantům v případě Arriagy, proti ateistické vlně v případě Cantora nebo proti vlivu

¹⁸³ Vopěnka, P.: Prague's Way of Set Theory: from Bolzano to the Present Times, čas 18:35, https://youtu.be/_b_rPG3bu0Y?t=1115

¹⁸⁴ Vopěnka, P.: Prague's Way of Set Theory: from Bolzano to the Present Times, Čas 19:15, https://youtu.be/_b_rPG3bu0Y?t=1155

¹⁸⁵ Viz dopis Cantora Dedekindovi, viz: Vopěnka, P.: Prague's Way of Set Theory: from Bolzano to the Present Times, Čas 19:45, https://youtu.be/_b_rPG3bu0Y?t=1185. Mimochodem i zmíněný německý matematik Dedekind odvozuje nekonečno od boha.

¹⁸⁶ Zamarovský, P.: Nekonečno – mýtus či skutečnost? Hvězdárna a planetárium Brno, 13.11.2014, čas 1:45, <https://youtu.be/bGovNvUVX7I?t=105>

antické filosofie, především Aristotelových myšlenek v případě Tomáše Akvinského, a to dokonce na přímou objednávku papeže. Můžeme se tedy shodnout s názorem, že „Není tedy podle mého názoru označovat absolutizaci – navzdory tomu, že probíhá v povšechné režii myšlení – za tendenci spíše iracionální.“¹⁸⁷ Tautologie nekonečna, která požaduje pro dosažení jakéhokoliv nekonečna mít už „v kapse“ nekonečno jiné, by nebyla problémem jen tehdy, kdyby skutečně existovalo nějaké apriorní nekonečno, které by mohla použít. Jinak dostáváme nerealizovatelnou nekonečnou řadu vyvolaných nekonečen. Bůh je zřejmě takovým návrhem na apriorní nekonečno, ovšem evidentně jen vyfabulovaným, protože je empiricky nepodložený a logicky rozporný (viz paradoxy absolutních božských vlastností a paradoxy nekonečna), nefalsifikovatelný, tedy nesplňuje žádnou podmínku pravdivosti nebo vědeckosti. Že něco apriorního je zřejmě jen zdánlivě apriorní, tedy pouze relativně apriorní¹⁸⁸, jsme se poučili u Kantova pojetí prostoru a času, falsifikovaného teoriemi relativity. Neexistuje-li Bůh, neexistuje zřejmě ani žádné aktuální nekonečno.

Tento „blok“ tautologie nekonečna se podobá „bloku“ Heisenbergových relací neurčitosti kvantové mechaniky. Někaká hranice zde principiálně brání pokusům o její překonání. A protože i u „nekonečna“ se tento princip projevuje neurčitostí, jak důkladně popisuje Petr Vopěnka, můžeme si dovolit použít název **relace neurčitosti nekonečna**. U přirozených čísel například, čím větší číslo chceme aktualizovat, tím neurčitější máme jeho podobu. Nejdříve existuje jen obecně a neurčitě, v podobě proměnné (nestandardní přirozená čísla) a nakonec neexistuje vůbec (aktuální nekonečno jako přirozené číslo). „Planckova konstanta“ této relace neurčitosti, tedy součin daného přirozeného čísla a míry jeho aktualizace, není konstantou, a zřejmě se zdokonalováním technologií zvětšuje, vždy je však konečná (a nenulová). To se velmi podobá neurčitosti měření v klasické newtonovské fyzice.

Přestože uzavíráme, že existence aktuálního nekonečna není podložena žádným vědeckým důkazem a i jeho zavedení v podobě axiomu vyvolá neřešitelné rozpory, přesto nelze popřít, že Cantorova teorie množin s aktuálními nekonečny byla velkým přínosem. Aktuální nekonečno je totiž vlastně zjednodušením „nekonečna“ potenciálního, a protože každý model nemůže existovat bez zjednodušení, může v určitých hranicích Cantorovy a později ZFC teorie množin celkem bez problémů fungovat. Nedokazatelnost existence aktuálního nekonečna

¹⁸⁷ Pexidr, K.: Kosmologie z pohledu filosofa, Aleš Čeněk, Dobrá voda 2003, str. 116

¹⁸⁸ Připomeneme-li evoluční psychologii, můžeme zdůvodnit názor, že prostor a čas jsou modely relativně dobře ztvárňující rysy okolního světa. Tyto modely zřejmě vznikly při praktické interakci s okolím v dětství, a to tak brzy, že vědomí nebylo zdaleka tak vyvinuté, aby konstrukci těchto pojmů vnímalo. Vznikly tedy podvědomě, což se vědomí jeví tak, že vznikly apriorně.

v Gödelově duchu je ale „směrníkem“, který zřejmě ukazuje na nové cesty matematiky v budoucnu, kde bude aktuální nekonečno falsifikováno, a tak budou jeho rozpory vyřešeny.

16. Negativní metafyzika aneb negativní absolutno

Jak v tomto případě, tak vlastně obecně v případě jakéhokoliv **aktuálního nekonečna**, stejně jako jeho „protikladu“, něčeho **aktuálně nekonečně malého**, nulového, **jejich odmítnutím vyčistíme vědu od všech logických paradoxů s nimi spojenými**. A logická konzistence je velmi silný argument pro správnost takového kroku.

To platí jak pro abstrakci, tak pro reálný svět, ale máme-li za to, že oba tyto světy jsou jen různé formy abstrakcí, je logické, že to platí zcela všeobecně. Pak pro oba světy, které jsou jen ve všem konečnými modely okolního světa pouze na velmi odlišné úrovni abstrakce, platí i požadavek možnosti falsifikace. Ten vlastně vyplývá z povahy těchto světů, z povahy všeho, co člověk poznal a pozná (v rozumné časové perspektivě). Každý obor, který ovládáme, tak obsahuje jen a jen relativní poznatky, platné pouze pro nějakou konečnou oblast, a neobsahuje jediný poznatek či vlastnost absolutní. Nanejvýš se mohou některé poznatky či vlastnosti, třeba právě kvantity, absolutně (např. nekonečně) jevit v rámci této omezené, konečné oblasti, kterou určuje náš horizont. Překonáním tohoto horizontu se ale to, co se jevilo jako absolutní (třeba nekonečné), ukáže opět jako relativní a konečné. Neexistuje nic skutečně absolutního. Cokoliv absolutního a tedy i opravdu nekonečného, je jen „smyslový“ klam našeho „smyslu“ zvaného rozum a tento klam se jako každý klam nalézá jen a jen na našem horizontu, nikoliv v poznané oblasti samé. Ovšem tento **klam absolutna a nekonečna** je, zdá se, (relativně) absolutní v tom smyslu, že na horizontu existuje vždy. Překonání konkrétního horizontu sice dané jevové absolutno či nekonečno zničí, ale to bude znamenat jen vznik jiných na dalším horizontu. V tomto směru se absolutno a nekonečno chovají jako náhoda, která sice de facto neexistuje, protože existuje pouze a jen jevově, ale nikdy se jí kvůli fenomenologickému vězení naší lokální mysli nemůžeme zbavit. Překonáním jedné náhody se vynoří nová na jiném místě.

Dokonce jestli si novou teorii, ať už matematickou, fyzikální či jinou, představujeme jako rozšíření té staré, dá se s jistou odvahou zatím předpokládat potenciálně „nekonečně“ mnoho rozšíření jakékoliv teorie. A také lze předpokládat, že každá teorie je platná podmíněně, za platnosti potenciálně „nekonečně“ mnoha podmínek, z nichž je obrovská většina nám neznámých. V matematice je tak sice možné vybudovat nějakou axiomatickou teorii, například Peanovu aritmetiku, ale větší jistotu její konzistentnosti, nerozpornosti dává její odvození coby modelu z obecnější teorie, zde z teorie množin. Ta je pochopitelně také axiomatická, ale svou obecností může odvodit Peanovu aritmetiku pomocí pojmu následovníka. Dokonce pak teorie množin může dokázat více vět o Peanově aritmetice než tato aritmetika sama a dá nám navíc větší jistotu nerozpornosti této aritmetiky. Nicméně se nám hned problém nerozpornosti vrací

na obecnější úrovni. Potřebovali bychom prokázat konzistenci teorie množin¹⁸⁹. Ta ale samozřejmě není absolutní, i když se opírá o hlubší axiomy než Peanova aritmetika, takže zase nemáme úplnou jistotu konzistence teorie množin. Což dobře vyjadřují Gödelovy věty o neúplnosti. Odvážíme-li se (potenciálně „nekonečného“) zobecnění, že každý abstraktní systém, nejen Peanova aritmetika má svá nerozhodnutelná tvrzení, dostáváme potenciálně „nekonečnou“ řadu obecnějších a obecnějších abstraktních systémů, tedy další a další „vrstvy“ axiomů. Jejich platnost je podmínkou platnosti i následujících z nich odvozených modelů, jako je třeba teorie množin nebo aritmetika. Každý stupeň teorie tak má pouze relativní bezespornost. Absolutní bezespornost a jistota je nedosažitelná.

Odkud ale pochází ono vězení konečnosti a relativnosti, které jsme si právě vykreslili? Vychází z lokálnosti lidské existence. Člověk vnímá z jednoho „bodů“, z hlediska své hlavy, z hlediska Země, z hlediska konečné oblasti. Není všudypřítomný, což způsobuje **noetickou perspektivu**. Jak tvrdí kybernetika a potvrzuje praxe, každý přenos informace je zároveň její ztrátou, jejím zkreslením a zpožděním. A čím větší je noetická vzdálenost, tím větší je ztráta informace. To důvěrně známe z každodenně zažívaného nejjednoduššího příkladu noetické perspektivy, a to prostorové perspektivy. O vzdálených objektech dostáváme tím méně informací, čím jsou vzdálenější. Tím je také vidíme menší. Řečeno slovy Jeana Piageta: „Vjemový prostor tedy není homogenní, ale je v každém případě centrován.“¹⁹⁰ Například oko má tzv. žlutou skvrnu, kde je nejvíce světločivných buněk, takže tento smyslový orgán vnímá nejvíce informací o objektech, které jsou přímo před žlutou skvrnou. Čím dále od středu centra pohledu tím informací ubývá, až máme na okraji zorného pole jen neurčité periferní vidění. Tuto centraci se oko snaží eliminovat decentrací tak, že tento smyslový orgán velmi rychle těká po předmětech.

Dalším druhem perspektivy je perspektiva frekvenční, kdy naše oko vnímá jen určité frekvence záření, tedy viditelné barvy. Zde jsou hranice ale poměrně ostré. Náš sluch má pochopitelně též „zvukovou perspektivu“, protože síla zvuku je také tlumena vzdáleností a vnímáme jen zvuky určitých frekvencí. Připomeňme opět slova Jeana Piageta: „Oblast centrace odpovídá rozpínání prostoru, kdežto vnější okraj této oblasti se tím více smršťuje, čím je vzdálenější od středu. Účinek centrace (...) se vyskytuje také v oblasti hmatu.“¹⁹¹ Jde pochopitelně stále o vjemový prostor. Zajímavý je případ prostoročasové perspektivy v teorii relativity, kde se tato

¹⁸⁹ Krtouš, P.: Nekonečně velké problémy s nekonečně malými čísly, Ústav teoretické fyziky MFF UK, Praha 9.1.2014, čas 16:20, <https://youtu.be/k9h8gPgSjgl?t=980>

¹⁹⁰ Piaget, J.: Psychologie inteligence, SPN, Praha 1970, str. 65

¹⁹¹ Piaget, J.: Psychologie inteligence, SPN, Praha 1970, str. 65

„rychlostní“ perspektiva projevuje ve zpomalení času a zkrácení tělesa. A při zastavení¹⁹² času a při úplné kontrakci nelze o objektu letícím prakticky rychlostí světla vlastně nic zjistit, stejně jako o objektu, jehož pohyb se zastavil na horizontu černé díry.

Kybernetika zná takové druhy perspektiv u každého přenosu informací, tedy nejde většinou o záležitost subjektivní, třeba otázku konstrukce smyslových orgánů. Proto platí noetická perspektiva obecně i pro naše přístroje. Ty sice umí někdy až neuvěřitelně vylepšit naše smysly efektem zesilovače či transformace člověkem neregistrovatelného signálu do podoby lidem vnímatelné, ale pořád jsou podřízeny noetické perspektivě. Například ještě nedávno jsme nebyli schopni registrovat gravitační vlny, kterými teď už „vidíme“ procesy dříve nepozorovatelné, nicméně i gravitační vlny se vzdáleností slábnou. A když nám technologie umožnily registrovat stále více a více frekvencí elektromagnetického záření, z nichž naše oko vidí jen nepatrný zlomek, stále jsme byli omezeni na tento druh záření. Prakticky neumíme pořádně registrovat neutrina, a částice temné hmoty už vůbec ne. Gravitačními vlnami se teprve učíme pozorovat. A když si představíme, jaké všechny druhy a frekvence částic jsme neuměli zaznamenat třeba v roce 1900 a co vše jsme se od té doby naučili, je těžko předpokládat, že dnes už registrujeme vše. Dá se naopak soudit, že existuje mnoho interakcí, které jsme ještě ani neobjevili, které např. působí v multivesmíru. A pak je i naše současné vnímání tak deformované, že je skoro slepotou, představíme-li si hypoteticky potenciálně „nekonečně“ interakcí.

Samozřejmě, když má myšlení centrovaná data, nemůže z nich udělat modely zcela decentrované, zcela objektivní a úplně jisté z nich nemůže udělat absolutně nedeformované a na nás zcela nezávislé modely. To by pak ani princip falsifikace neměl smysl a neexistovaly by Gödelovy věty o neúplnosti. Očividně není indukce absolutní. Též je ale naše chápání nejlépe přizpůsobeno tomu, co důvěrně známe z přirozeného světa, a tato myšlenková centrace způsobuje, že nám činí jisté obtíže chápat třeba základní principy teorie relativity nebo kvantové mechaniky. Podobně jako lépe chápeme reakce lidí naší národnosti a emočního typu, než chování lidí vzdálenějších národností a jiného temperamentu či dokonce odlišného politického smýšlení. Hůře rozlišujeme tváře Asiatů než tváře Evropanů. Lépe chápeme lidské reakce než reakce slona. I myšlení je evidentně vždy centrováno.

Opět si poslechněme Jeana Piageta: „(Relativní) chyba nepramení z centrace a (relativní) objektivnost nepochází z decentrace jen v oblasti vnímání. Celý vývoj dětského myšlení, jehož

¹⁹² Ve speciální teorii relativity nelze dosáhnout u tělesa s nenulovou klidovou hmotností rychlosti světla, tedy až zastavení času a zkrácení délky tělesa na nulu, což jsme ostatně na začátku práce ukázali jako příklad neexistence nekonečna.

počáteční názorné formy jsou blízké právě vjemovým strukturám, je charakterizován přechodem od obecného egocentrismu k intelektuální decentraci...“¹⁹³. A „Je-li ‚centrace‘ příčinou deformací, větší počet odlišných centrací opravuje následky jednotlivé centrace. ‚Decentrace‘ nebo koordinace odlišných centrací je tedy faktorem koordinujícím.“¹⁹⁴ Centrace je podstatou horizontu u Vopěnkova výkladu množiny přirozených čísel, který jsme výše předvedli. S rostoucí noetickou vzdáleností vzrůstá v této množině neurčitost, která je u nestandardních přirozených čísel větší než u standardních, protože nemůžeme konkrétní hodnotu nestandardního přirozeného čísla aktualizovat, a je tak pouze v podobě proměnné. Tím spíše nemůžeme aktualizovat to, co je „za nimi“ a aktuální nekonečno už nemůžeme aktualizovat vůbec, už není ani číslo. A tato centrací na kusy roztrhaná, tedy nekonzistentní „množina“ je přitom základem většiny matematiky. Proto ani matematická indukce, abstraktní decentrace není absolutní a nedosáhne do aktuálního nekonečna, je totiž centrována.

Oproti tomu se dá předpokládat, že principy, které tu popisujeme, platí v daleko větší noetické (a tím i časové) perspektivně než znalosti konkrétních věd včetně matematiky. Je to pro jejich vyšší obecnost, logickou konzistenci a mnohem širší empirickou podloženost, i když pochopitelně nelze předpokládat jejich nekonečnou platnost. Jinak bychom se ocitli v pasti klamu, že logika má neomezenou, nekonečnou platnost. Jestliže tento klam odmítneme, prostě přiznáme, že za určitý horizont nesahají žádné úvahy, ani ty naše. Zbude nám poctivé, že dál už prostě „nevíme“.

Stále nám ale zbude pro všechny současné problémy spolehlivé tvrzení, že neexistuje nikde nic nekonečně velkého, ani nekonečně malého, protože sama existence je, kantovsky řečeno, vždy jen a jen „pro nás“. Pak vše, co existuje, je jen a jen pro nás, je to jen jev, konečný, relativní. Pokus o popsání něčeho skutečně dokonale jen „o sobě“ by předpokládal, že o tom nepřemýšlí žádný subjekt, jelikož vše, nač nějaký subjekt myslí, je kontaminováno jeho vlivem, protlačeno skrze konečné okno vnímání (a myšlení) a za ním zkonstruováno v podobě abstrakce, modelu, který je ve všem konečný a relativní. Vše, o čem jsme kdy přemýšleli, včetně matematických abstrakcí, je nedokonalé, gödelovsky „špinavé“, i když se tuto špínu snažíme co nejlépe vymést (a o to se snažit musíme). Pak ji najdeme alespoň v logicky zastrčených „koutech“. Cokoliv, nač jen pomyslíme a určíme tomu jedinou vlastnost, vztah či akci, nemůže být absolutní.

¹⁹³ Piaget, J.: Psychologie inteligence, SPN, Praha 1970, str. 65

¹⁹⁴ Piaget, J.: Psychologie inteligence, SPN, Praha 1970, str. 65

Překvapivě teď ale dokonale zametení veškeré špíny provedeme. Tedy: vlastně neprovedeme, ale pokusíme se naši „negativní teologii“ popsat pozitivně, aby to bylo srozumitelné, tedy nutně jen metaforicky. Negativní „teologii“ zde vlastně myslíme negativní pojetí, tedy odmítnutí aktuálního nekonečna (a zde, z důvodu omezeného rozsahu práce, nedostatečně zdůvodněného odmítnutí všeho absolutního). Metaforický výklad používáme proto, že skutečný korektní výklad absolutna není možný, protože cokoliv skutečně absolutního je jakýmkoliv popisem (emocí apod.) neuchopitelné a výklad, který jej použije, je nutně logicky nekonzistentní.

Tedy do toho. Pakliže chybně připustíme absolutní platnost dnešní (a jakékoliv) logiky, můžeme vytvořit aktuálně nekonečnou řadu otázek typu z čeho vznikl vesmír. Jestliže řekneme, že jej stvořil Bůh, zeptáme se, co stvořilo Boha. Když řekneme třeba, že multivesmír, zeptáme se, co stvořilo ten atd. Prvotní počátek se jeví být někde nekonečně daleko. (Pomiňme v tomto zjednodušení, že se tato úvaha zakládá na určitém pojetí kauzality a v zásadě lineárním charakteru času [resp. všech časů].) Podobnou nekonečnou řadu můžeme myslet ve směru do struktury vesmíru. Teorie systémů tvrdí, že vazby a interakce nějakého systému (objektu) jsou projevem jeho vnitřní struktury. Každý systém se nějak projevuje, tedy má strukturu z prvků. Každý prvek se nějak projevuje, tedy má strukturu složenou ze sub-prvků, *da capo al Fine*, viz struktura hmoty¹⁹⁵. Jistě bychom podobných nekonečných řad mohli vymyslet mnohem více. Každý stupeň takovéto posloupnosti znamená hlubší poznání, jak nastínil Bertrand Russell ve své úvaze o pohledu na stůl drobnohledem. Čím podrobněji, do větší hloubky zkoumáme, tím pravdivější pohled máme. Tato intuice plyne z empirické zkušenosti se smyslovými klamy, které naznačují, že vše je jen jev. Vzniká tak představa absolutního počátku, prvního hybatele, který je v nekonečné noetické vzdálenosti. Nazvěme si jej třeba **absolutno**.

Uvědomme si, že čím hlouběji do struktury jdeme, tím větší extenzi zahrnujeme. Hvězdy jsou jenom někde, ale atomy (skoro) ve všech vesmírných objektech, elementární částice jsou ve vesmíru prakticky všudypřítomné, virtuální kvantové částice a prostoročasové „atomy“ (jestli se tato hypotéza smyčkové kvantové gravitace potvrdí) jsou opravdu všude, je z nich vytvořen i samotný prostoročas¹⁹⁶. Nižší strukturní úrovně znamenají zároveň větší extenzi, takže když si v podobě nekonečna představíme tu nejhlubší strukturní úroveň, bude zároveň extenzivně pokrývat absolutně vše. To je ono absolutno. Zároveň, když je ale noeticky nekonečně daleko, nemůžeme o něm říci naprosto nic, ani to, že existuje a jak se jmenuje (viz

¹⁹⁵ Souvislost s druhou Kantovou antinomií celku a částí.

¹⁹⁶ Skoro to evokuje všudypřítomnost.

biblický pokus o vyhnutí se pojmenování Boha – JHVH). To můžeme chápat i jako důsledek relace neurčitosti nekonečna. Součin kvantity našich znalostí o věci krát noetická vzdálenost k ní musí dát konečné číslo, a to kvůli konečnosti všeho, s čím při poznávání pracujeme nebo čím poznáváme. Když totiž jdeme do hloubky, postupně se vyšší strukturní úrovně, které jsou nám bližší, stávají více a více „iluzemi“, zvýrazňuje se jejich jevový charakter. Je to nekonečně mnoho platónských jeskyň vložených do sebe jako matřošky. Až z hlediska té absolutně nejhlubší strukturní úrovně (i to je metafora, neboť takto stereotypně to nevypadá) je naše makroúroveň absolutním jevem, absolutní iluzí, tedy není absolutně v ničem podobná absolutnu. **Absolutno tedy nemá jedinou vlastnost, kterou známe či kdy poznáme, absolutně žádný náš pojem tam neexistuje, včetně pojmu existence.** Proto když kdokoliv spojí jakoukoliv známou vlastnost s čímkoliv absolutním, je jasné, že jde o absolutně eklektické spojení a nic takového nemůže existovat. Prvotním hybatelem tedy není ani hmota, ani Bůh, ani naše vědomí.

Absolutno je absolutně nepoznatelné a nemá absolutně nic společného s naším světem a s jakýmkoliv naším pojmem. Zároveň je ale absolutně poznatelné v tom smyslu, že naše omezené poznání poznává jen a jen absolutno, i když v jeho absolutně nevlastní, změněné podobě. To proto, že je naše poznání konečné, a tak obsáhne vždy přesně 0 % z celého absolutna, tedy o něm neříká absolutně nic. Hle, zde je první hybatel, svět „o sobě“, absolutno. Tento pozitivní popis je ale absolutně špatně a je to jen metafora pro uklidnění omezené a konečné lidské mysli, popis absolutna v pro něj absolutně nesprávném relativním jazyce. Korektní formulace je, že **vše je konečné a relativní a nic absolutního a nekonečného není.**

Absolutno má absolutní existenci, ale ta je absolutně odlišná od všech podob existence v realitě či abstrakci. Není to tedy vůbec existence, ale nemáme žádné slovo pro její označení, tak používáme špatné, „rouhačské“ slovo. Absolutno je jediné absolutně „existující“ nekonečně komplexní absolutní nekonečno¹⁹⁷, a to je opět popis absolutně špatnými termíny. Je to nekonečně komplexní a zároveň absolutně prosté jediné skutečné nekonečno, které neexistuje. Toto je negativní metafyzika.

¹⁹⁷ Trochu tato formulace připomíná filosofii externismu Járy Cimrmana. Z hlediska absolutna je náš svět vlastně ničím. :-) Nebo to připomíná geniální úvahy Ladislava Klímy v jeho knize Svět jako vědomí a nic (Trigon, Praha 1990).

Index:

- Abbeho difrakční limit, 97
- absolutní fenomenologie, 95, 102, 105
- absolutní nula, 16
- absolutno, 141
- absolutnost
 - absolutní, 46, 104
 - falešná, 46
 - relativní, 46, 104
 - špatná, 46
- aktuální nekonečno, 7
- ani nejmenším krok k nekonečnu, 19, 20
- apriorní nekonečno, 135
- asymetrie nekonečna, 111
- axiom neexistence nekonečna, 18, 21, 132
- axiom nenulové chyby každého měření, 41
- blok nekonečna, 46
- bůh, 58, 82, 120, 141
- centrace, 126
- čas jako zavřená brána, 79
- časové krystaly, 19
- decentrace, 126
- dichotomie absolutního, 45
- Einsteinův princip ekvivalence, 128
- emergentní empirická potenciálně infinitní
 - axiomatické fenomenologie, 104
- EPITAF, 104, 107
- epsilon delta okolí, 16, 28, 127
- extrapolace, 115
- falsifikace, 7, 10, 20, 21, 24, 33, 45, 50, 92, 97, 103, 105, 119, 126, 132, 135, 136, 137, 139
- filosofický axiom, 22
- fonogram, 69
- fraktál, 123
- frekvenční perspektiva, 138
- Gödelovy věty o neúplnosti, 24, 74, 103, 118, 119, 121, 136, 138, 139, 140
- Heisenbergovy relace neurčitosti, 19, 31, 32
- Hilbertův hotel, 117
- holografický vesmír, 26
- horror infinitatis, 4, 15
- Kantovy antinomie, 26
- klam absolutna, 137
- klam časové asymetrie, 79
- klam nekonečna, 137
- kvantové tření, 21
- kvantový čas, 53
- kyvadlo konečného a nekonečného, 132
- kyvadlo spojitého a diskrétního, 42
- limita, 31, 50, 127
- měření není nikdy nekonečně přesné, 17, 26
- metafora kostky cukru v oceánu, 120
- miniaturizace, 90
- míra reálnosti objektů, 113
- náhoda, 44
- negativní metafyzika, 142
- nekonečná noetická vzdálenost, 83
- nekonečná rychlost, 30
- nekonečná teplota, 35
- nekonečně dlouhý čas, 29
- nekonečně krátký čas, 29
- nekonečně malá rychlost, 30
- nekonečné množství peněz, 78
- nekonečno není vědecká představa, 23
- nelogický vznik logiky, 103
- nenulová nepřesnost měření, 20
- nepřekonatelná nekonečně hluboká propast
 - mezi konečným a nekonečným, 114
- noetická perspektiva, 113, 138, 139
- noetická relace neurčitosti, 123
- noetická vzdálenost, 18, 21, 82, 113, 142
- nulová klidová hmotnost, 12
- nulová viskozita, 41
- nulový krok k nekonečnu, 8, 19, 20, 46
- obecná teorie relativity, 32
- paradox množiny všech množin, 119
- perpetuum mobile, 15, 18, 19, 20, 48
- Planckova hmotnost, 34
- post-skutečnost, 99
- potenciálně iracionální čísla, 116
- potenciální energie v gravitačním poli, 27
- potenciální nekonečno, 7
- princip rébusu, 68, 69, 70
- propadnutí za horizont, 19, 38
- prostorová perspektiva, 138
- prostorové „atomy“, 29, 32, 42, 49, 93, 141
- přenos informace je ztráta, zkrácení a
 - zpoždění informace, 18, 25
- relace neurčitosti nekonečna, 135, 142
- samoorganizace, 16
- setrvačnost, 15
- singularita, 32
- slapové síly, 15, 19
- smyčková kvantová gravitace, 32

spojité vzniká z diskrétního a diskrétní ze
spojitého, 107
supravodivost, 20
tautologie absolutna, 83, 134
tautologie nekonečna, 17, 25, 26, 27, 30, 31,
39, 40, 41, 43, 63, 83, 114, 116, 130, 133,
134, 135
teologický argument, 83
tepelný čas, 53
termodynamický čas, 53
těžiště, 28
ultrafialová katastrofa, 15
vězení konečnosti, 30, 46, 62, 63, 114
vězení relativnosti, 114
vězení rychlosti světla, 30
vězeňská koule reality na „noze“ abstrakce,
114
vše vzniklo a zanikne, 21
zákon zachování entropie, 52
zaokrouhlení, 28, 116

Literatura:

- Barrow, J. D.: *Pí na nebesích*, Mladá fronta, Praha 2000.
- Beiser, A.: *Úvod do moderní fyziky*, Academia, Praha 1975.
- Bell, J.: *On the problem of hidden variables in quantum mechanics*, in: Rev. Mod. Phys., 38, 1966, s. 447–452.
- Brown, H. R.: *Physical Relativity*, Clarendon press, Oxford 2005.
- Bush, J.: *The new wave of pilot-wave theory*, in: Physics Today, 8, 2015, s. 47-53.
- Cox, B., Forshaw, J.: *Proč platí $E=mc^2$* , Argo/Dokořán, Praha 2013.
- Einstein, A.: *On the relativity principle and the conclusions drawn from it*, in: The collected papers of Albert Einstein. Vol. 2: The Swiss years: writings, 1900–1909, Princeton 1989.
- Ellis, G.: *On the philosophy of cosmology*, URL:
http://www.math.uct.ac.za/sites/default/files/image_tool/images/32/Staff/Emeritus_Professors/Prof_George_Ellis/Overview/philcosm_18_04_2012.pdf [cit. 18.04.2012].
- Feynman, R. P.: *Neobyčejná teorie světla a látky – Kvantová elektrodynamika*, Aurora, Praha 2014.
- Feynman, R. P.: *The character of physical law*, Penguin books, London 1992.
- Feynman, R. P., Leighton, R. B., Sands, M.: *Feynmanove přednášky z fyziky 1 – 5*, Alfa, Bratislava 1986 – 1990.
- Fikáček, J.: *Experimentální filosofie jako efektivní cesta k revoluci ve fyzice*, ERGOT, Ústí nad Labem 2017.
- Fikáček, J.: *Kvantové vědomí, kvantová medicína, kvantová psychologie a kvantová biologie – věda nebo omyl? In Psychosomatická medicína 2020*, SPM, Liberec 2020.
- Gómez, J.: *Neeukleidovské geometrie*, Dokořán, Praha 2018.
- Heisenberg, W.: *Část a celek*, Votobia, Olomouc 1996.
- Heisenberg, W.: *Physics and Philosophy*, London 1958.
- Hilbert, D.: *On the Infinite*, in: *Philosophy of Mathematics*, Ed. P Benacerraf and H Putnam, 134, 1964.
- Husserl, E.: *Krize evropských věd a transcendentální fenomenologie*, Academia, Praha 1972.
- Chomsky, N.: *Syntaktické struktury*, Academia, Praha 1966.
- Kant, I.: *Kritika čistého rozumu*, Pravda, Bratislava 1979.
- Kofler, J., Schlosshauer, M., Zeilinger, A.: *A Snapshot of Foundational Attitudes Toward Quantum Mechanics*, URL: <https://arxiv.org/abs/1301.1069> [cit. 06.01.2013].
- Kolman, V.: *Filosofie čísla*, Filosofia, Praha 2008.

- Kolman, V., Roreitner, R.: *O špatném nekonečnu*, Filosofia, Praha 2013.
- Krempaský, J.: *Fyzika*, Alfa – SNTL, Bratislava – Praha, 1987.
- Kuhn, T. S.: *Struktura vědeckých revolucí*, Oikoymenh, Praha 1997.
- Kuchař, K.: *Základy obecné teorie relativity*, Academia, Praha 1968.
- Ladyman, J.: *Understanding of philosophy of science*, Routledge, London and New York 2002.
- Matula, V.: *Einsteinova theorie relativity*, F. Svoboda, Praha 1924.
- Merali, Z.: *What is really real? A wave of experiment is probing the root of quantum weirdness*, in: Nature, 521, 2015, s. 278-280.
- Moreau, J.: *Svět Leibnizova myšlení*, Oikoymenh, Praha 2000.
- North, J. D.: *The measure of the universe*, Clarendon press, Oxford 1965.
- Odehnal, M.: *Supravodivost a jiné kvantové jevy*, Academia, Praha 1992.
- Penrose, R.: *Cykly času*, Argo/Dokořán, Praha 2013.
- Pexidr, K.: *Kosmologie z pohledu filosofa*, Aleš Čeněk, Dobrá voda 2003.
- Piaget, J., Inhelderová, B.: *Psychologie dítěte*, Portál, Praha 1997.
- Piaget, J.: *Psychologie inteligence*, SNPL, Praha 1970.
- Patočka, J.: *Evropa a doba poevropská*, Lidové noviny, Praha 1992.
- Rovelli, C.: *Realita není, čím se zdá*, Argo/Dokořán, Praha 2018.
- Rovelli, C.: *Řád času*, Argo/Dokořán, Praha 2020.
- Russell, B.: *Problémy filosofie*, ČIN, Praha 1927.
- Sedlák, B., Štoll, I.: *Elektrina a magnetismus*, Praha 2013.
- Spinoza, B.: *Metafyzické myšlenky*, Filosofia, Praha 2000.
- Susskind, L.: *Válka o černé díry*, Argo – Dokořán – Paseka, Praha 2013.
- Stewart, I.: *Odsud až do nekonečna*, Argo a Dokořán, Praha 2006.
- Tegmark, M.: *Matematický vesmír*, Argo – Dokořán, Praha 2016.
- Thorne, K. S.: *Černé díry a zborcený čas*, Mladá fronta, Praha 2004.
- Vopěnka, P.: *Meditace o základech vědy*, Práh, Praha 2001.
- Vopěnka, P.: *Prolegomena k nové infinitní matematice*, Karolinum, Praha 2015.
- Vopěnka, P.: *Úhelný kámen evropské vzdělanosti a moci*, Práh, Praha 2000.
- Votruba, V.: *Základy speciální teorie relativity*, Academia, Praha 1969.
- Wilczek, F.: *Lehkost bytí aneb bytí jako světlo*, Argo/Dokořán/Paseka, Praha 2011.
- Zámečník, L. H.: *Nástin filozofie vědy*, Host, Brno 2015.