



TECHNICKÁ UNIVERZITA V LIBERCI  
Fakulta mechatroniky, informatiky  
a mezioborových studií ■

# Simulace teplotního pole za proudovým motorem lehkého letounu

## Bakalářská práce

*Studijní program:* B3901 – Aplikované vědy v inženýrství  
*Studijní obor:* 3901R055 – Aplikované vědy v inženýrství

*Autor práce:* **Gleb Pokatilov**  
*Vedoucí práce:* doc. Ing. Šidlof Petr, CSc.





## Zadání bakalářské práce

# Simulace teplotního pole za proudovým motorem lehkého letounu

<i>Jméno a příjmení:</i>	<b>Gleb Pokatilov</b>
<i>Osobní číslo:</i>	M17000102
<i>Studijní program:</i>	B3901 Aplikované vědy v inženýrství
<i>Studijní obor:</i>	Aplikované vědy v inženýrství
<i>Zadávací katedra:</i>	Ústav nových technologií a aplikované informatiky
<i>Akademický rok:</i>	2019/2020

### Zásady pro vypracování:

1. Seznamte se se základy dynamiky tekutin a základními metodami pro numerickou simulaci proudění.
2. S pomocí CFD simulačního software ANSYS Fluent, případně jiných nástrojů, modelujte zjednodušenou geometrii lehkého letadla v oblasti mezi výtokem z proudového motoru a výškovým kormidlem. Jako vstup pro tvorbu geometrie použijte data dodaná konzultantem VÚTS.
3. Vygenerujte výpočetní síť o různém počtu elementů (hrubé pro testy a jemné pro finální simulace).
4. Realizujte numerickou simulaci proudového a teplotního pole za výstupem proudového motoru. Okrajové podmínky nastavte podle údajů dodaných konzultantem VÚTS.
5. Vyhodnoťte a posuďte možné teplotní ovlivnění výškového kormidla vlivem proudění horkých spalin z proudového motoru.

*Rozsah grafických prací:*  
*Rozsah pracovní zprávy:*  
*Forma zpracování práce:*  
*Jazyk práce:*

dle potřeby  
30-40 stran  
tištěná/elektronická  
Čeština



### **Seznam odborné literatury:**

- [1] White F. M. (2006), Fluid Mechanics, McGraw-Hill.
- [2] Brennen C. E. (2006), Internet Book on Fluid Dynamics, Caltech, <http://brennen.caltech.edu/fluidbook/content.htm> (Online)
- [3] Versteeg H., Malalasekera W. (2007), An Introduction to Computational Fluid Dynamics. The Finite Volume Method, Pearson Education Limited.
- [4] Ansys Fluent Theory Guide, Release 18.0, 2017
- [5] Ansys Fluent Users Guide, Release 18.0, 2017

*Vedoucí práce:*


doc. Ing. Petr Šidlof, Ph.D.  
Ústav nových technologií a aplikované informatiky

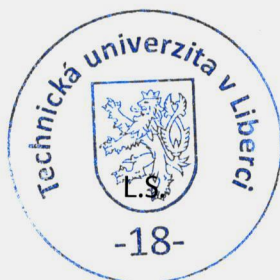
*Datum zadání práce:*


9. října 2019

*Předpokládaný termín odevzdání:*

18. května 2020

  
prof. Ing. Zdeněk Pliva, Ph.D.  
děkan



  
Ing. Josef Novák, Ph.D.  
vedoucí ústavu

V Liberci dne 17. října 2019

## Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci jsem vypracoval samostatně jako původní dílo s použitím uvedené literatury a na základě konzultací s vedoucím mé bakalářské práce a konzultantem.

Jsem si vědom toho, že na mou bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., o právu autorském, zejména § 60 – školní dílo.

Beru na vědomí, že Technická univerzita v Liberci nezasahuje do mých autorských práv užitím mé bakalářské práce pro vnitřní potřebu Technické univerzity v Liberci.

Užiji-li bakalářskou práci nebo poskytnu-li licenci k jejímu využití, jsem si vědom povinnosti informovat o této skutečnosti Technickou univerzitu v Liberci; v tomto případě má Technická univerzita v Liberci právo ode mne požadovat úhradu nákladů, které vynaložila na vytvoření díla, až do jejich skutečné výše.

Současně čestně prohlašuji, že text elektronické podoby práce vložený do IS STAG se shoduje s textem tištěné podoby práce.

Beru na vědomí, že má bakalářská práce bude zveřejněna Technickou univerzitou v Liberci v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů.

Jsem si vědom následků, které podle zákona o vysokých školách mohou vyplývat z porušení tohoto prohlášení.

31. 5. 2020

Gleb Pokatilov



# Simulace teplotního pole za proudovým motorem lehkého letounu

## Abstrakt

Tato bakalářská práce se zabývá CFD simulací a analýzou teplotního pole za proudovým motorem lehkého letounu a porovnáním teplotních polí za různých provozních podmínek jako rychlost letu a úhel náběhu.

V práci jsou popsány základy mechaniky tekutin, modelování turbulentního proudění a popis numerických metod.

K řešení byl použit výpočetní program ANSYS Fluent. Simulace používá výpočetní síť o 360 000 elementech. Řešení bylo nalezeno pomocí turbulentního  $k-\omega$  modelu a Density-based řešiče. V této simulaci se předpokládá stacionární charakter proudění.

**Klíčová slova:** CFD, ANSYS, Fluent, turbulentní proudění, počítačová simulace, proudový motor, teplotní pole.

# Simulation of the temperature field from a light aircraft jet engine

## Abstract

This bachelor thesis operates with CFD simulation and analysis of the temperature field from a light aircraft jet engine and comparison of these temperature fields under different operating conditions such as flight speed and angle of attack.

The work describes the basics of fluid mechanics, modeling of turbulent flow and a description of numerical methods.

The computer program ANSYS Fluent was used for the solution. The simulation uses a mesh of 360 000 elements. The solution was found using the turbulent  $k-\omega$  model and the Density-based solver. Stationary flow is assumed in this simulation.

**Keywords:** CFD, ANSYS, Fluent, turbulent flow, computer simulation, jet engine, temperature field.

## Poděkování

Tímto děkuji všem, kteří mi na mé práci pomohli. Především děkuji vedoucímu práce doc. Ing. Petru Šidlofovi, Ph.D za jeho neocenitelné rady, trpělivost, maximální vstřícnost a perfektní vedení při tvorbě této práce. V neposlední řadě chci poděkovat za věcné rady a kritický pohled na tuto práci Ing. Jiřímu Pokatilovi a Ing. Alexandrovi Filippovi.

# Obsah

Seznam obrázků . . . . .	11
Seznam tabulek . . . . .	12
Seznam zkratk . . . . .	12
<b>1 Úvod</b>	<b>13</b>
<b>2 Matematický popis</b>	<b>14</b>
2.1 Dynamika kontinua . . . . .	14
2.1.1 Kontinuum . . . . .	14
2.1.2 Viskozita . . . . .	14
2.1.3 Eulerův popis . . . . .	14
2.1.4 Definice tekutiny . . . . .	15
2.1.5 Zákon zachování hmotnosti . . . . .	16
2.1.6 Eulerova pohybová rovnice . . . . .	17
2.1.7 Navier-Stokesovy rovnice . . . . .	17
2.2 Počáteční a okrajové podmínky . . . . .	18
2.2.1 Počáteční podmínky . . . . .	18
2.2.2 Okrajové podmínky . . . . .	18
2.3 Matematické modelování turbulentního proudění . . . . .	19
2.3.1 DNS - Direct Numerical Simulation . . . . .	19
2.3.2 LES - Large Eddy Simulation . . . . .	20
2.3.3 RANS - Reynolds Average Navier-Stokes . . . . .	20
<b>3 Numerické řešení</b>	<b>24</b>
3.1 Výpočetní síť . . . . .	24
3.1.1 Strukturovaná síť . . . . .	25
3.1.2 Nestruturovaná síť . . . . .	25
3.1.3 Hybridní síť . . . . .	26
3.2 Metoda sítí . . . . .	26
3.3 Metoda konečných prvků . . . . .	27
3.4 Metoda konečných objemů . . . . .	27
3.5 Pressure-based solver . . . . .	28
3.6 Density-based solver . . . . .	28
<b>4 Geometrie a okrajové podmínky</b>	<b>30</b>
4.1 Geometrie 2D řezu . . . . .	30
4.2 Výpočetní síť 2D modelu . . . . .	30
4.3 Parametry proudového motoru PBS TJ100 . . . . .	31

4.4	Okrajové podmínky 2D modelu . . . . .	32
4.5	Geometrie 3D modelu . . . . .	33
4.6	Okrajové podmínky 3D modelu . . . . .	34
<b>5</b>	<b>Výsledky</b>	<b>37</b>
5.1	2D simulace . . . . .	37
5.1.1	Rychlostní pole . . . . .	37
5.1.2	Teplotní pole . . . . .	37
5.2	3D simulace . . . . .	39
5.3	Vliv výpočetní sítě . . . . .	40
5.4	Porovnání různých nastavení systému . . . . .	43
5.4.1	Simulace C, maximální rychlost, maximální úhel . . . . .	43
5.4.2	Simulace B, cestovní rychlost, maximální úhel . . . . .	47
5.4.3	Simulace F, minimální rychlost, nulový úhel . . . . .	49
5.4.4	Simulace G, cestovní rychlost, nulový úhel . . . . .	51
<b>6</b>	<b>Závěr</b>	<b>53</b>
<b>7</b>	<b>Přílohy</b>	<b>55</b>
7.1	Simulace A . . . . .	55
7.2	Simulace B . . . . .	60
7.3	Simulace C . . . . .	65
7.4	Simulace D . . . . .	70
7.5	Simulace E . . . . .	75
7.6	Simulace F . . . . .	80
7.7	Simulace G . . . . .	86
7.8	Simulace H . . . . .	92

## Seznam obrázků

2.1	Spojité deformace v tekutině, způsobená tečným napětím $\tau$ [3]. . . . .	14
2.2	Tok kontrolní plochou $S$ [3] . . . . .	16
2.3	Porovnání (zleva) DNS, LES a uRANS modelu turbulence proudění [6]. . . . .	20
3.1	Typy buněk výpočetních sítí [7] . . . . .	24
3.2	Příklady strukturovaných sítí [7] . . . . .	25
3.3	Příklady nestrukturovaných sítí . . . . .	25
3.4	Hybridní síť [7] . . . . .	26
3.5	Diskretizace prostoru na mřížky indexovaných bodů (i,j) v osách x,y [10]. . . . .	27
3.6	Nákres kontrolního objemu k ilustraci diskretizace transportních rovnic [7] . . . . .	28
3.7	Algoritmus Density-based solveru [7] . . . . .	29
4.1	Výpočetní síť 2D modelu . . . . .	30
4.2	Výpočetní prostor s proudovým motorem a prouděním okolního vzduchu [11] . . . . .	31
4.3	Názvy okrajových oblastí . . . . .	32
4.4	Geometrie letadla importovaná do prostředí Fluent . . . . .	33
4.5	Klíčové vstupní veličiny . . . . .	34
4.6	Grafické znázornění hranic výpočetní oblasti . . . . .	35
5.1	Rychlostní pole 2D modelu . . . . .	37
5.2	Grafy průběhu teplot na povrchu řezu výškového kormidla . . . . .	38
5.3	Teplotní pole 2D modelu . . . . .	38
5.4	Proudnice v rovině R1 viz obr. 5.5. Úhel náběhu $25^\circ$ , letová rychlost $77\text{ms}^{-1}$ . . . . .	39
5.5	Charakteristické roviny (řezy) . . . . .	40
5.6	Porovnání proudnic modelů o (shora) 50, 360 a 900 tisících prvků . . . . .	41
5.7	Teplotní pole pro různé okrajové podmínky, viz tabulka 4.2 . . . . .	42
5.8	Simulace C. Teplota na povrchu letounu, pohled shora . . . . .	43
5.9	Simulace C. Teplota na povrchu letounu, pohled zdola . . . . .	44
5.10	Simulace C. Průběh teploty v rovině R3 . . . . .	44
5.11	Simulace C. Rychlostní pole v rovině R1 . . . . .	45
5.12	Simulace C. Proudnice vedené rovinou R1 . . . . .	45
5.13	Simulace C. Proudnice vedené rovinou boční roviny (outlet.bottom) . . . . .	46
5.14	Simulace C. Proudnice rychlosti v horizontální rovině R4 . . . . .	46
5.15	Simulace B. Teplotní pole v prostoru . . . . .	47
5.16	Simulace B. Rychlostní pole v rovině R1 . . . . .	48
5.17	Simulace B. Proudnice v rovině R1 . . . . .	48
5.18	Teplotní pole v prostoru pro simulaci F . . . . .	49
5.19	Simulace F. Teplotní pole v rovině R1 . . . . .	50

5.20	Simulace F. Rychlostní pole v rovině R1	50
5.21	Teplotní pole v prostoru pro simulaci G	51
5.22	Simulace G. Teplotní pole v rovině R1	52
5.23	Simulace G. Rychlostní pole v rovině R1	52
7.1	Simulace A. Teplotní pole v prostoru	55
7.2	Simulace A. Teplotní pole v rovině R1	55
7.3	Simulace A. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled shora	56
7.4	Simulace A. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled zdola	56
7.5	Simulace A. Teplotní pole v rovině R3	57
7.6	Simulace A. Rychlostní pole v rovině R1	57
7.7	Simulace A. Proudnice v rovině R1	58
7.8	Simulace A. Proudnice v rovině R4	58
7.9	Simulace A. Tlakové pole v rovině R1	59
7.10	Simulace A. Pole hustot v rovině R1	59
7.11	Simulace B. Teplotní pole v prostoru	60
7.12	Simulace B. Teplotní pole v rovině R1	60
7.13	Simulace B. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled shora	61
7.14	Simulace B. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled zdola	61
7.15	Simulace B. Teplotní pole v rovině R3	62
7.16	Simulace B. Rychlostní pole v rovině R1	62
7.17	Simulace B. Proudnice v rovině R1	63
7.18	Simulace B. Proudnice v rovině R4	63
7.19	Simulace B. Tlakové pole v rovině R1	64
7.20	Simulace B. Pole hustot v rovině R1	64
7.21	Simulace C. Teplotní pole v prostoru	65
7.22	Simulace C. Teplotní pole v rovině R1	65
7.23	Simulace C. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled shora	66
7.24	Simulace C. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled zdola	66
7.25	Simulace C. Teplotní pole v rovině R3	67
7.26	Simulace C. Rychlostní pole v rovině R1	67
7.27	Simulace C. Proudnice v rovině R1	68
7.28	Simulace C. Proudnice v rovině R4	68
7.29	Simulace C. Tlakové pole v rovině R1	69
7.30	Simulace C. Pole hustoty v rovině R1	69
7.31	Simulace D. Teplotní pole v prostoru	70
7.32	Simulace D. Teplotní pole v rovině R1	70
7.33	Simulace D. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled shora	71
7.34	Simulace D. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled zdola	71
7.35	Simulace D. Teplotní pole v rovině R3	72
7.36	Simulace D. Rychlostní pole v rovině R1	72
7.37	Simulace D. Proudnice v rovině R1	73
7.38	Simulace D. Proudnice v rovině R4	73
7.39	Simulace D. Tlakové pole v rovině R1	74
7.40	Simulace D. Pole hustoty v rovině R1	74
7.41	Simulace E. Teplotní pole v prostoru	75
7.42	Simulace E. Teplotní pole v rovině R1	75

7.43	Simulace E. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled shora . . . . .	76
7.44	Simulace E. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled zdola . . . . .	76
7.45	Simulace E. Teplotní pole v rovině R3 . . . . .	77
7.46	Simulace E. Rychlostní pole v rovině R1 . . . . .	77
7.47	Simulace E. Proudnice v rovině R1 . . . . .	78
7.48	Simulace E. Proudnice v rovině R4 . . . . .	78
7.49	Simulace E. Tlakové pole v rovině R1 . . . . .	79
7.50	Simulace E. Pole hustoty v rovině R1 . . . . .	79
7.51	Simulace F. Teplotní pole v prostoru . . . . .	80
7.52	Simulace F. Teplotní pole v rovině R1 . . . . .	80
7.53	Simulace F. Teplotní pole v rovině R1. Kontrastní měřítko . . . . .	81
7.54	Simulace F. Teplotní pole v rovině R2. Kontrastní měřítko . . . . .	81
7.55	Simulace F. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled shora . . . . .	82
7.56	Simulace F. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled zdola . . . . .	82
7.57	Simulace F. Teplotní pole v rovině R3 . . . . .	83
7.58	Simulace F. Rychlostní pole v rovině R1 . . . . .	83
7.59	Simulace F. Proudnice v rovině R1 . . . . .	84
7.60	Simulace F. Proudnice v rovině R4 . . . . .	84
7.61	Simulace F. Tlakové pole v rovině R1 . . . . .	85
7.62	Simulace F. Pole hustoty v rovině R1 . . . . .	85
7.63	Simulace G. Teplotní pole v prostoru . . . . .	86
7.64	Simulace G. Teplotní pole v rovině R1 . . . . .	86
7.65	Simulace G. Teplotní pole v rovině R1. Kontrastní měřítko . . . . .	87
7.66	Simulace G. Teplotní pole v rovině R2. Kontrastní měřítko . . . . .	87
7.67	Simulace G. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled shora . . . . .	88
7.68	Simulace G. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled zdola . . . . .	88
7.69	Simulace G. Teplotní pole v rovině R3 . . . . .	89
7.70	Simulace G. Rychlostní pole v rovině R1 . . . . .	89
7.71	Simulace G. Proudnice v rovině R1 . . . . .	90
7.72	Simulace G. Proudnice v rovině R4 . . . . .	90
7.73	Simulace G. Tlakové pole v rovině R1 . . . . .	91
7.74	Simulace G. Pole hustoty v rovině R1 . . . . .	91
7.75	Simulace H. Teplotní pole v prostoru . . . . .	92
7.76	Simulace H. Teplotní pole v rovině R1 . . . . .	92
7.77	Simulace H. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled shora . . . . .	93
7.78	Simulace H. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled zdola . . . . .	93
7.79	Simulace H. Teplotní pole v rovině R3 . . . . .	94
7.80	Simulace H. Rychlostní pole v rovině R1 . . . . .	94
7.81	Simulace H. Proudnice v rovině R1 . . . . .	95
7.82	Simulace H. Proudnice v rovině R4 . . . . .	95
7.83	Simulace H. Tlakové pole v rovině R1 . . . . .	96
7.84	Simulace H. Pole hustoty v rovině R1 . . . . .	96

## Seznam tabulek

2.1	Turbulentní konstanty . . . . .	23
4.1	Základní parametry nastavení okrajových podmínek 2D modelu . . . . .	33
4.2	Vstupní parametry pro simulace A-H . . . . .	34
4.3	Názvy jednotlivých simulací . . . . .	34
4.4	Okrajové podmínky simulace C . . . . .	36
4.5	Okrajové podmínky simulace G . . . . .	36
5.1	Základní vstupní parametry pro simulaci C . . . . .	43
5.2	Základní vstupní parametry pro simulaci B . . . . .	47
5.3	Základní vstupní parametry pro simulaci F . . . . .	49
5.4	Základní vstupní parametry simulace G . . . . .	51

## Seznam zkratk

<b>CFD</b>	Computation Fluid Dynamics
<b>DNS</b>	Direct Numerical Simulation
<b>LES</b>	Large Eddy Simulation
<b>RANS</b>	Reynolds Average Navier-Stokes
<b>SST</b>	Shear Stress Transport
<b>FDM</b>	Finite-Difference Methods
<b>FEM</b>	Finite-Element Methods
<b>FVM</b>	Finite-Volume Methods



# 1 Úvod

Při návrhu strojů z různých sfér (automobilový průmysl, strojírenství, těžařský průmysl, letectví, kosmonautika, atd.) se dnes nelze obejít bez počítačových simulací. Například statické zatížení nosníku je možné vypočítat na papíře, ale často se musí řešit daleko komplikovanější problémy jako například deformace trupu, nebo turbulentní proudění. V době, kdy byl výpočetní výkon počítačů nižší než dnes, byly tyto úlohy jen stěží řešitelné, nebo se považovaly dokonce za numericky neřešitelné vzhledem k počtu operací, které bylo třeba provádět. Výkon dnešních počítačů je tak vysoký, že je možné řešit i komplikovaná turbulentní proudění. Díky simulacím jsme schopni lépe optimalizovat stroj, nebo analyzovat jeho různé provozní stavy. Tím zaniká potřeba vytvářet mnoho zkušebních prototypů. Výroba a zkoušení prototypů je časově i finančně velmi náročné oproti tvorbě počítačových simulací.

Cílem této bakalářské práce je analyzovat teplotní pole za proudovým motorem a popsat termické ovlivnění výškového kormidla lehkého letounu. Tato práce je součástí projektu, jehož podstatou je upravit lehký vrtulový letoun na proudový letoun. Ten by sloužil především pro cvičné účely díky nízkým nákladům na výrobu, provoz i jednodušší pilotování oproti běžným proudovým letadlům. Letoun je sestaven z kompozitních materiálů a klíčové je znát teplotní a proudové pole z trysky motoru, aby nedošlo k poškození výškového kormidla.

V termínu práce se nepodařilo získat reálnou geometrii letounu a proto byla k analýze použita geometrie československého akrobatického a sportovního motorového letounu Zlín Z-50. Geometrii jsem importoval z bezplatného serveru GRABCAD [1]. Model letounu jsem změnil přidáním proudového motoru PBS TJ100 [2], tento konkrétní typ motoru byl zadán konzultantem VÚTS. Výstupní rychlost plynů z trysky motoru bylo třeba vypočítat z údajů zjištěných v podrobném popisu provozních parametrů motoru od výrobce. Pro potřeby simulace byla geometrie letounu zjednodušena odebráním méně podstatných prvků pro konkrétní simulaci jako je anténa, podvozek. Výsledná geometrie je řešena pomocí turbulentního  $k-\omega$  modelu a Density-based řešičem.

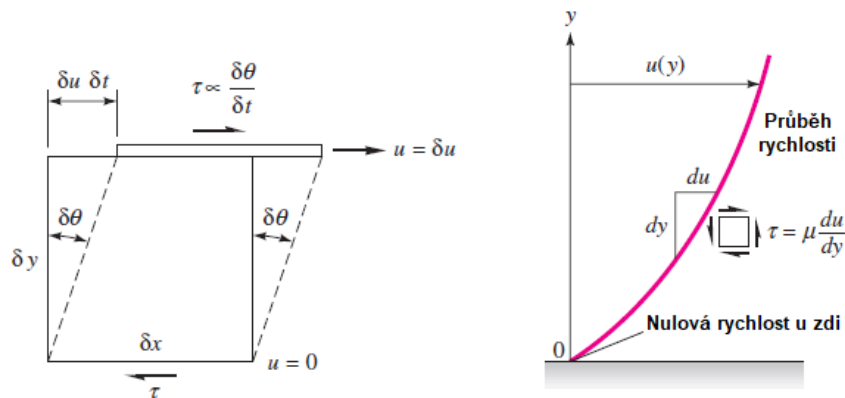
## 2 Matematický popis

### 2.1 Dynamika kontinua

#### 2.1.1 Kontinuum

V mechanice tekutin pokládáme tekutiny za kontinuum. Je třeba si tento pojem definovat. Jedná se o takový pohled na látku, že její jednotlivé částice, molekuly a vztahy mezi nimi interpolujeme do nekonečně malých rozměrů. Díky tomu můžeme k počítání v mechanice tekutin využít infinitesimálního počtu.

#### 2.1.2 Viskozita



Obrázek 2.1: Spojitá deformace v tekutině, způsobená tečným napětím  $\tau$  [3].

Tečné napětí  $\tau$  vzniká v tekutině při pohybu kontinua (obrázek 2.1). Dynamická viskozita  $\mu$  je konstantou úměrnosti mezi tečným napětím  $\tau$  a rychlostním gradientem, v případě proudění ve směru  $x$  (vyjádřeno složkou rychlosti  $u$ )

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}. \quad (2.1)$$

Dynamická viskozita  $\mu$  je materiálová vlastnost tekutiny a závisí především na teplotě. Obecné vyjádření tenzoru napětí bude uveden v další kapitole.

#### 2.1.3 Eulerův popis

Jedná se o takový popis systému, kdy jsou pevně zvolené souřadnice v prostoru. Tekutinu (systém) lze pozorovat, jak proudí okolo. Jedná se o tzv. popis systému "z venku". Využívá

se Eulerových proměnných  $x, y, z, t$ . Například tlak, nebo vektor rychlosti je vyjádřen jako funkce prostorových proměnných a času  $p(x, y, z, t), \vec{v}(x, y, z, t)$ .

## 2.1.4 Definice tekutiny

Tekutina se definuje pomocí polí termodynamických veličin a to tlakové pole, teplotní pole, pole hustoty a rychlostní pole. Rovnovážný stav tekutiny popisuje rovnice rovnováhy tekutin.

### Pole stavových veličin

Mechanika tekutin operuje s rychlostním, tlakovým, hustotním a teplotním polem, přičemž platí stavová rovnice ideálního plynu  $p = \rho RT$ , kde  $R$  je plynová konstanta a lze ji vyjádřit jako rozdíl měrné tepelné kapacity plynu při konstantním tlaku a měrné tep. kap. při konst. objemu  $R = C_p - C_V$ . Stavová rovnice dává do souvislosti tlakové, hustotní a teplotní pole.

$$\left. \begin{array}{l} p(x, y, z, t) \\ \rho(x, y, z, t) \\ T(x, y, z, t) \end{array} \right\} T = \frac{p}{R\rho} \quad (2.2)$$

### Rychlostní pole

Jedná se o zásadní proměnnou v mechanice tekutin. Rychlostní pole se definuje

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = \vec{i}u(x, y, z, t) + \vec{j}v(x, y, z, t) + \vec{k}w(x, y, z, t), \quad (2.3)$$

kde  $u, v$  a  $w$  jsou skalární funkce rychlosti závislé na poloze a čase. Složky  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  jsou vektory standardní báze prostoru  $\mathbb{R}^3$ . Vektorové pole zrychlení  $\vec{a}$  lze vyjádřit následujícím způsobem

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{i}\frac{du}{dt} + \vec{j}\frac{dv}{dt} + \vec{k}\frac{dw}{dt}. \quad (2.4)$$

Pole zrychlení pro x-ovou složku  $a_x$  lze popsat totálním diferenciálem

$$a_x = \frac{du(x, y, z, t)}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial t} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{v})u. \quad (2.5)$$

Nyní se na celé pole zrychlení (2.4) aplikuje totální diferenciál (2.5)

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (u\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v\frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + w\frac{\partial \vec{v}}{\partial z}) = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{v})\vec{v}. \quad (2.6)$$

Složka  $\partial \vec{v} / \partial t$  se nazývá lokální zrychlení. Je nulová, pokud je tok stabilní. Složka  $(\vec{\nabla} \cdot \vec{v})\vec{v}$  se nazývá konvektivní zrychlení. [3]

### Rovnice rovnováhy tekutin

K odvození se uvažuje ideální tekutina. Taková tekutina má všechna smyková napětí rovna nule a je dokonale tekutá. K odvození se vyjde z rovnice rovnováhy elastického kontinua (využívám Einsteinovu sumaci)

$$\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + F_i = 0. \quad (2.7)$$

$F_i$  jsou složky vektoru objemových hustot vnějších objemových sil.  $\tau_{ij}$  jsou složky tenzoru napětí a ten je pro ideální tekutiny definován takto:

$$\tau = \begin{pmatrix} -p & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & -p \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Rovnice (2.7) a (2.8) lze vyjádřit vektorově v následujícím tvaru

$$-\vec{\nabla}p + \vec{F} = \vec{0}. \quad (2.9)$$

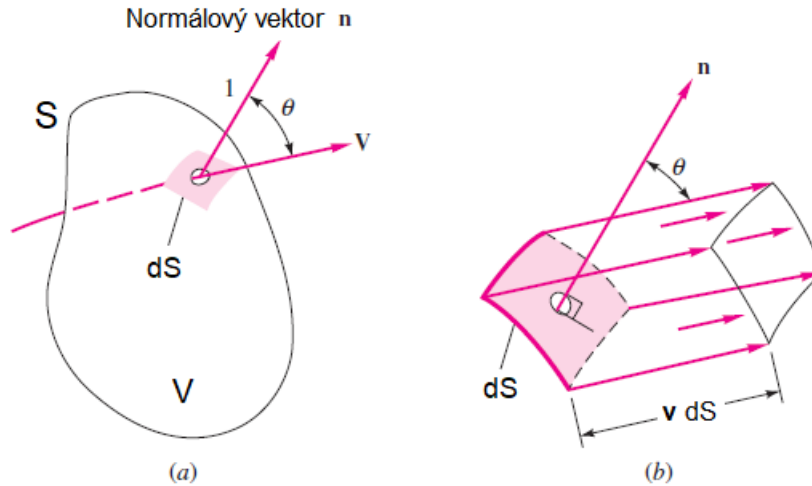
respektive po vydělení hustotou  $\rho$

$$\boxed{-\frac{1}{\rho} \vec{\nabla}p + \vec{G} = \vec{0}}, \quad (2.10)$$

kde  $G$  je hmotnostní hustota objemových sil. Toto je výsledný tvar rovnice rovnováhy tekutin.

### 2.1.5 Zákon zachování hmotnosti

Úbytek hmotnosti v kontrolním objemu  $V$  je roven toku hmotnosti přes kontrolní povrch  $S$ . Jinými slovy to je hmotnost tekutiny, která přeteče kontrolní plochou  $S$  za jednotku času směrem ven z kontrolního objemu  $V$ , viz obrázek 2.2. Vektor rychlosti se promítne



Obrázek 2.2: Tok kontrolní plochou plochou  $S$  [3]

do směru normály, skalárně se vynásobí vektor  $\vec{v}$  a  $\vec{n}$ . Průmět vektoru rychlosti toku do normály k ploše  $dS$  se násobí hustotou tekutiny  $\rho$  a tou samou plochou  $dS$ , tento součin je infinitezimální hmotnostní tok. Celkový hmotnostní tok kontrolní plochou se získá sečtením všech infinitezimálních hmotnostní toků přes celou kontrolní plochu  $S$ , tedy integrací součinu přes uzavřenou plochu  $S$ . To se musí rovnat úbytku hmotnosti kontrolního objemu v čase

$$\oiint_S \rho (\vec{v} \cdot \vec{n}) dS = -\frac{d}{dt} \iiint_V \rho dV. \quad (2.11)$$

Gauss-Ostrogradského větou se upraví levá strana rovnice. Na pravé straně rovnice se integruje přes kontrolní objem, který je v čase neměnný. V Eulerově popisu lze zaměnit časovou derivaci s prostorovou integrací

$$\iiint_V \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) dV = - \iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV. \quad (2.12)$$

Obě strany rovnice (2.12) se integrují přes ten samý objem. Rovnice se přepíše do tvaru s nulovou pravou stranou a oba integrály spojí do jednoho

$$\iiint_V \left( \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) dV = 0. \quad (2.13)$$

Pokud se tyto veličiny považují za spojitě, pak je možné prohlásit, že integrand rovnice (2.13) je roven nule. Rovnice v diferenciální formě má následující tvar

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0}. \quad (2.14)$$

Tato rovnice vyjadřuje zákon zachování hmotnosti stlačitelného a nestacionárního proudění. Často se uvádí jako rovnice kontinuity. Veličina  $\rho \vec{v}$  se nazývá hustota toku tekutiny, jednotka  $[\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}]$ .

## 2.1.6 Eulerova pohybová rovnice

Eulerovu rovnici popisující dynamiku ideální (nevazké) tekutiny lze získat pomocí rovnice rovnováhy (2.10), d'Alembertova zákona a zrychlení tekutiny (2.6) v této formě:

$$\boxed{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) \vec{v} + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p - \vec{G} = \vec{0}} \quad (2.15)$$

## 2.1.7 Navier-Stokesovy rovnice

Navier-Stokesovy rovnice popisují proudění newtonovské tekutiny. Při odvozování se musí vyjít z obecného vyjádření tenzoru napětí tekutin

$$\tau = -pI + \lambda \vec{\nabla} \cdot \vec{v} I + 2\mu \dot{\epsilon}, \quad (2.16)$$

kde  $\mu$  je dynamická viskozita.  $\dot{\epsilon}$  je tenzor rychlosti deformace.  $I$  je jednotková matice. Parametru  $\lambda$  se říká tzv. druhá viskozita, projeví se v matici na diagonále spolu s tlakem. Navier-Stokesovy rovnice (2.18) lze získat dosazením tenzoru napětí (2.16) do obecné pohybové rovnice (2.17)

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) \vec{v} = \vec{G} + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \tau \quad (2.17)$$

$$\boxed{\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) \vec{v} = \vec{G} + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} (\lambda \vec{\nabla} \cdot \vec{v}) + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} \cdot (2\mu \dot{\epsilon})} \quad (2.18)$$

## 2.2 Počáteční a okrajové podmínky

Počáteční a okrajové podmínky určují jednoznačné řešení soustavy parciálních diferenciálních rovnic.

### 2.2.1 Počáteční podmínky

Jedná se o inicializaci počátečních hodnot systému, nastavení jednotlivých hodnot v čase 0. Takto se nastaví rychlostní pole, tlakové pole, teplotní pole a pole hustot:

$$\vec{v}(x, y, z, 0) = \vec{v}_0(x, y, z) \quad (2.19)$$

$$p(x, y, z, 0) = p_0(x, y, z) \quad (2.20)$$

$$T(x, y, z, 0) = T_0(x, y, z) \quad (2.21)$$

$$\rho(x, y, z, 0) = \rho_0(x, y, z) \quad (2.22)$$

Pokud se počítá nestacionární proudění, tedy časově závislé, pak tyto rovnice určí startovní hodnoty, kterými výpočet začne. Když se uvažuje proudění stacionární, tedy nezávislé na čase, pak se tyto podmínky zadávat nemusí. V praxi je však dobré počáteční podmínky zadat i u stacionárního proudění proto, že výpočetní software začne iterovat blízko žádaných hodnot a nemusí zbytečně ztrácet čas nacházením správných podmínek. Navíc by se zvyšovalo riziko, že některé metody buď vůbec nekonvergují, nebo jejich výsledek se bude příliš lišit od skutečné hodnoty. Obzvláště důležité je to při počítání turbulentního proudění.

### 2.2.2 Okrajové podmínky

Zadávají se na hranici vymezené oblasti  $\partial\Omega$ . Nastavení okrajových podmínek přímo ovlivňuje řešení systému. Mezi okrajové podmínky například patří nastavení vektoru rychlosti proudění na hranici vstupu (inlet), nebo nastavení podmínek nepropustné stěny. Na hranicích lze definovat různé typy okrajových podmínek. V dalších kapitolách je popsáno matematické vyjádření základních dvou podmínek

#### Neumanova podmínka

Tato podmínka určuje, jakých hodnot bude nabývat derivace neznámé veličiny  $\phi$  na dané hranici. Neumanova podmínka vzhledem k Laplaceově rovnici (speciálnímu případu Poissonovy rovnice)

$$\Delta\phi(x) = 0 \quad \forall x \in \Omega \quad (2.23)$$

je psaná

$$\frac{\partial\phi(x)}{\partial\vec{n}} = f(x) \quad \forall x \in \partial\Omega. \quad (2.24)$$

kde  $\phi$  je neznámá funkce,  $x$  je nezávisle proměnná, definiční obor funkce se značí  $\Omega$ .

## Dirichletova podmínka

Tato podmínka definuje, jakých hodnot má neznámá veličina  $x$  nabývat na dané hranici. Dirichletova podmínka vzhledem k Laplaceově rovnici je psaná

$$\phi(x) = f(x) \quad \forall x \in \partial\Omega, \quad (2.25)$$

Skalární funkce  $f$  je definována na okrajové oblasti  $\partial\Omega$ . V numerických simulacích se podmínky zakomponovávají přímo do soustavy algebraických rovnic. Algebraický systém odvozený z numerického algoritmu je uveden v následující maticové rovnici

$$\begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & \cdot & k_{1,m-1} & k_{1,m} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & \cdot & k_{2,m-1} & k_{2,m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ k_{m-1,1} & k_{m-1,2} & \cdot & k_{m-1,m-1} & k_{m-1,m} \\ k_{m,1} & k_{m,2} & \cdot & k_{m,m-1} & k_{m,m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ x_{m-1} \\ x_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ a_{m-1} \\ a_m \end{bmatrix}, \quad (2.26)$$

kde  $k_{i,j}$  jsou prvky algebraického operátoru,  $x_i$  jsou neznámé v závislosti na stupni volnosti  $n$ ,  $a_i$  jsou známé podmínky. Nejjednodušší cestou k zanesení Dirichletovy podmínky (pro  $n$ -tou složku) do systému je následující úprava soustavy rovnic

$$\begin{bmatrix} k_{1,1} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{1,m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ k_{m,1} & \cdot & \cdot & \cdot & k_{m,m} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ x_n \\ \cdot \\ x_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \\ \cdot \\ f \\ \cdot \\ a_m \end{bmatrix}, \quad (2.27)$$

kde  $f$  je hodnota, kterou musí nabýt  $n$ -tá složka vektoru neznámých  $\vec{x}$ .

## 2.3 Matematické modelování turbulentního proudění

Matematický model proudění vychází ze základních zákonů zachování. Pomocí něj lze popsat laminární i turbulentní proudění. Pohybové rovnice laminárního proudění tvoří uzavřenou soustavu rovnic, řešení je jednoznačné a jeho nalezení mnohem jednodušší oproti turbulentnímu proudění. Při hledání řešení turbulentního proudění vystupují jednotlivé proměnné tlak  $p$ , hustota  $\rho$ , vektor rychlosti  $\vec{v}$ , termodynamická teplota  $T$  jako okamžité hodnoty náhodných nestacionárních veličin. Zatím neumíme najít přesné řešení turbulentního proudění a proto vždy hledáme pouze jeho aproximaci [4].

Dnes se používá několik přístupů k výpočtu turbulentních proudění. Budou popsány tři základní metody, jedna z nich se pak využije k řešení této bakalářské práce.

### 2.3.1 DNS - Direct Numerical Simulation

DNS znamená česky přímé numerické simulace Navier-Stokesových rovnic. Tato simulace vyžaduje velmi hustou výpočetní síť, aby bylo pokryto celé spektrum vírových struktur. Diskretizační síť musí být schopna zachytit víry o rozměru Kolmogorova měřítka. Poměr velikosti největších  $l_0$  a nejmenších  $\eta$  struktur v proudovém poli udává počet stupňů volnosti  $n$ . Tento poměr také souvisí s Reynoldsovým číslem  $\frac{l_0}{\eta} \approx Re^{3/4}$  (Kolmogorova

teorie pro izotropní turbulenci). Pro počet stupňů volnosti  $n$  dané simulace v prostoru platí:

$$n \approx Re^{\frac{9}{4}} \quad (2.28)$$

Z tohoto je patrné, že výpočetní náročnost této simulace bude velice záviset na velikosti  $Re$  a bude ji možné využívat pouze pro nízká Reynoldsova čísla [5].

### 2.3.2 LES - Large Eddy Simulation

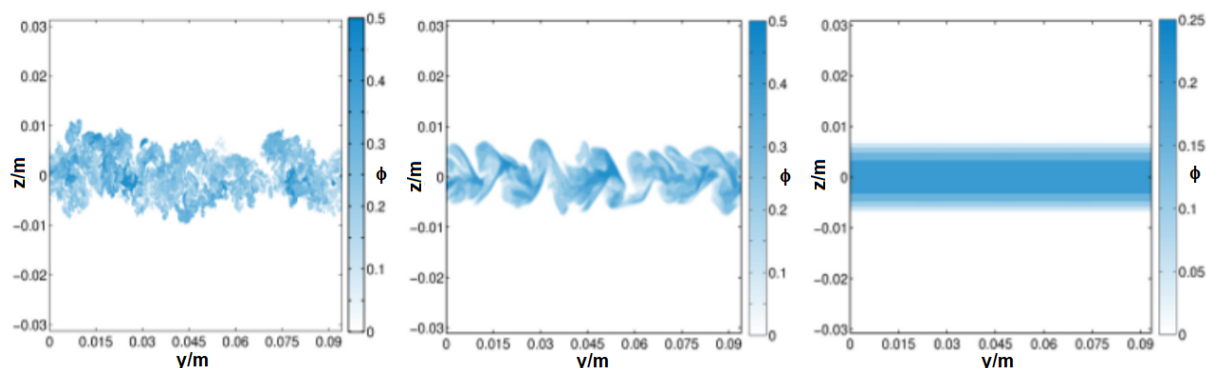
LES, neboli metoda simulace velkých vírů je založena na principu filtrování Navier-Stokesových rovnic. Turbulentní proudění se skládá z vírů různých měřítek, od malých vírů, ve kterých probíhá vazká disipace až po velké víry velikostně srovnatelné s měřítkem celého systému. Tyto velké víry zprostředkovávají převážnou část turbulentního transportu hmotnosti, hybnosti a energie. Filtrováním Navier-Stokesových rovnic se oddělí malé víry, které jsou menší než šířka zvoleného filtru. Výsledné rovnice pak popisují dynamiku pohybu velkých vírů [5].

### 2.3.3 RANS - Reynolds Average Navier-Stokes

Řešení středovaných Navier-Stokesových rovnic ke svému numerickému řešení vyžaduje z uvedených přístupů nejmenší výpočetní výkon. V praxi se jedná o nejpoužívanější metodu. Soustava těchto rovnic není uzavřená a musí být doplněna tzv. modelem turbulence. Pomocí RANS však nelze modelovat vývoj malých poruch v čase a prostoru, těmito metodami tedy nelze spolehlivě předpovědět přechod do turbulence ani odtržení mezní vrstvy. Tato skutečnost je patrná na obrázku 2.3.

RANS využívá ke svému výpočtu středních hodnot turbulentních veličin. Okamžité hodnoty turbulentních veličin jsou součtem středních a flukтуаčních složek. V případě RANS je flukтуаční složka  $a''$  rovna nule [5].

$$A(x_i, t) = \bar{A}(x_i) + a''(x_i, t). \quad (2.29)$$



Obrázek 2.3: Porovnání (zleva) DNS, LES a uRANS modelu turbulence proudění [6].



## Model $k-\epsilon$

Standardní model  $k-\epsilon$  je použitelný v dostatečné vzdálenosti od obtékané stěny, kde je vysoké turbulentní Reynoldsovo číslo  $Re_t$ . Tato vlastnost vyplývá z průběhu rychlosti disipace turbulentní kinetické energie  $\epsilon$  v blízkosti stěny. Tento model spolu s modelem  $k-\omega$  patří k takzvaným dvourovnícovým modelům a oba se používají u metod RANS. Téměř všechny turbulentní modely pracují s veličinou turbulentní kinetické energie  $k$ , která je definována vztahem

$$k = \frac{\overline{\rho u'_i u'_i}}{2\bar{\rho}}. \quad (2.30)$$

Člen  $\overline{\rho u'_i u'_i}$  vyjadřuje vliv turbulentních fluktuací na přenos hybnosti v tekutině. Veličina  $\bar{\rho}$  je středovaná hustota [4].

Dvourovnícové modely využívají při řešení další veličinu, která se dostane řešením transportní rovnice, rychlost disipace  $\epsilon$ . Turbulentní viskozita daného modelu je pak dána vztahem

$$\mu_t = C_\mu \bar{\rho} \frac{k^2}{\epsilon}, \quad (2.31)$$

kde  $C_\mu$  je konstanta. Pro úplnost je třeba uvést transportní rovnice modelu  $k-\epsilon$  implementované v programu ANSYS bez podrobné analýzy jednotlivých rovnic a jejich členů.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M + S_k \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \epsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (G_k + C_{3\epsilon} G_b) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} + S_\epsilon \quad (2.33)$$

V těchto rovnicích  $G_k$  představuje generování turbulence kinetické energie v důsledku průměrných gradientů rychlosti.  $G_b$  je generování turbulence kinetické energie v důsledku vztlačku.  $Y_M$  představuje příspěvek kolísavé dilatace ve stlačitelné turbulenci k celkové rychlosti rozptylu.  $C_{1\epsilon}$ ,  $C_{2\epsilon}$  a  $C_{3\epsilon}$  jsou konstanty.  $\sigma_k$  a  $\sigma_\epsilon$  jsou turbulentní Prandtlova čísla pro  $k$  a  $\epsilon$ .  $S_k$  a  $S_\epsilon$  jsou zdroje definované uživatelem [7].

## Model $k-\omega$

Tato sekce je věnována dvěma základním modelům. Standardní  $k-\omega$  model a SST (Shear Stress Transport)  $k-\omega$  model.

### Standardní model $k-\omega$

Tento model kvalitně popisuje chování proudění v blízkosti stěn a nejčastěji se využívá k výpočtu smykového proudění v blízkosti obtékaných stěn. Specifická rychlost disipace se značí  $\omega$  ( $\omega = \frac{\epsilon}{k}$ ). Turbulentní kinetická energie  $k$  se získá z následujících transportních rovnic implementovaných v programu ANSYS.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k, \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega, \quad (2.35)$$

kde veličina  $G_k$  ( $G_\omega$ ) znamená generování  $k$  ( $\omega$ ) v důsledku středního gradientu rychlosti.  $Y_k$  ( $Y_\omega$ ) reprezentuje disipaci  $k$  ( $\omega$ ) v důsledku turbulence.  $S_k$  a  $S_\omega$  jsou předdefinované zdrojové členy.  $\Gamma_k$  ( $\Gamma_\omega$ ) je tzv. efektivní difuzivita veličiny  $k$  ( $\omega$ ). Efektivní difuzivitu modelu  $k$ - $\omega$  nám definují tyto vztahy:

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}, \quad (2.36)$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega}, \quad (2.37)$$

kde  $\sigma_k$  a  $\sigma_\omega$  jsou turbulentní Prandtlova čísla pro  $k$  a  $\omega$ . Turbulentní viskozita  $\mu_t$  pro  $k$ - $\omega$  model se získá pomocí následujícího vztahu

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega}. \quad (2.38)$$

Pomocí koeficientu  $\alpha^*$  se potlačuje turbulentní viskozita vzniklá při nízkých hodnotách Reynoldsova čísla. Při vysokých Reynoldsových číslech platí  $\alpha^* = \alpha_\infty^* = 1$ . Dále platí:

$$\alpha^* = \alpha_\infty^* \left( \frac{\alpha_0^* + \frac{Re_t}{R_k}}{1 + \frac{Re_t}{R_k}} \right) \quad (2.39)$$

$$Re_t = \frac{\rho k}{\mu \omega} \quad R_k = 6$$

$$\alpha_0^* = \frac{\beta_i}{3} \quad \beta_i = 0,072$$

### SST model $k$ - $\omega$

SST kombinuje oba dva typy modelů ( $k$ - $\epsilon$  a  $k$ - $\omega$ ). Ve vnitřní oblasti mezní vrstvy (blízko stěny) počítá se standardním  $k$ - $\omega$  modelem a ve vnější oblasti mezní vrstvy (dál od stěn) počítá s modelem  $k$ - $\epsilon$ .

Pohybové rovnice SST jsou stejné jako u standardního  $k$ - $\omega$  modelu. U následujících proměnných, nastala změna. Turbulentní viskozita tohoto modelu  $\mu_t$  je dána vztahem

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max\left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{S F_2}{\alpha_1 \omega}\right]} \quad (2.40)$$

$$\sigma_k = \left( \frac{F_1}{\sigma_{k,1}} + \frac{1 - F_1}{\sigma_{k,2}} \right)^{-1} \quad (2.41)$$

$$\sigma_\omega = \left( \frac{F_1}{\sigma_{\omega,1}} + \frac{1 - F_1}{\sigma_{\omega,2}} \right)^{-1} \quad (2.42)$$

veličina  $S$  je velikost deformace.  $F_1$  a  $F_2$  představují směšovací funkce.

$$\alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \left( \frac{\alpha_0 + \frac{Re_t}{R_\omega}}{1 + \frac{Re_t}{R_\omega}} \right) \quad (2.43)$$

$$Re_\omega = 2,95$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{9}$$

### Konkrétní nastavení pro simulace

V tabulce 2.1 jsou uvedeny hodnoty konstant turbulentního modelu. Tyto hodnoty jsou nastaveny pro SST  $k$ - $\omega$  model turbulentního proudění pro danou simulaci.

Konstanta	Hodnota
$\alpha_{\infty}^*$	1
$\alpha_{\infty}$	0,52
$\beta_{\infty}^*$	0,09
$a_1$	0,31
$\beta_{i,1}$	0,075
$\beta_{i,2}$	0,0828
$\sigma_{k,1}$	1,176
$\sigma_{k,2}$	1
$\sigma_{\omega,1}$	2
$\sigma_{\omega,2}$	1,168
$Pr_t$	0,85
$Pr_{t,w}$	0,85
PLCF	10

Tabulka 2.1: Turbulentní konstanty

## 3 Numerické řešení

Tato kapitola se zabývá postupy, jak numericky vypočítat rovnice zákona zachování hmotnosti, hybnosti a energie, jak správně diskretizovat spojitý problém, jak ho co nejeftivněji a s co největší přesností vyřešit. Zatím nejde nalézt řešení diferenciální rovnice turbulentního proudění jinak, než rozdělením na diskrétní podmnožiny a numericky vyčíslovat jednotlivé proměnné. Otázkou důkazu existence spojitého řešení Navier-Stokesových rovnic se zabývá mnoho matematiků a patří to také k jednomu ze sedmi matematických problémů tisíciletí.

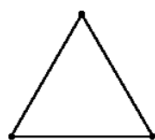
### 3.1 Výpočetní síť

Diskretizací výpočetního prostoru se vytvoří výpočetní síť. V praxi se tomuto procesu říká jeho anglickým ekvivalentem „meshing“ (síťování). Dynamika proudění tekutin se zatím neumí řešit spojitě, proto se využívá procesu diskretizace k rozdělení výpočetního prostoru na malé části a pro každou z nich se vypočítávají určité diferenciální rovnice. Počáteční podmínky se přebírají ze sousedních částí.

Dvourozměrné výpočetní sítě se mohou standardně skládat z trojúhelníkových a čtyřúhelníkových buněk (obrázek 3.1). Prostorové výpočetní sítě se mohou skládat ze čtyřstěnů až obrazců s více stěnami (mnohostěny). Tyto obrazce nemusí být pravidelné, mohou se přizpůsobovat geometrii výpočetního prostoru v závislosti na použitém způsobu diskretizace. Rozdělujeme několik druhů sítí. Nestrukturovanou, hybridní a strukturovanou. V této práci jsem k výpočtu použil nestrukturovanou výpočetní síť. [8]

Kvalitu výpočetní sítě lze definovat tvarem buněk. Tedy jak moc se objem buňky liší od ideálního objemu buňky (pravidelné). Nebo vzájemnou ortogonalitou sousedních buněk. Kvalitu lze posoudit i velikostí jednotlivých buněk, tedy hustotou sítě. Obecně platí, že čím hustší síť je, tím přesnější výsledek lze očekávat. To však může znamenat příliš velkou výpočetní náročnost. Proto se musí najít výpočetní síť s co nejmenším počtem elementů, ale aby byl při tom výsledek správný. To se ověří tak, že při větším zhušťování sítě se už řešení kvalitativně nezmění.

**2D typy buněk**

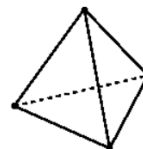


Trojúhelník

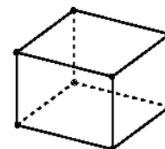


Čtyřúhelník

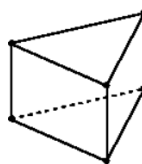
**3D typy buněk**



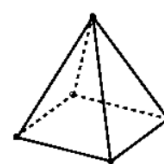
Čtyřstěn



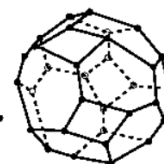
Kvádr



Hranol



Jehlan

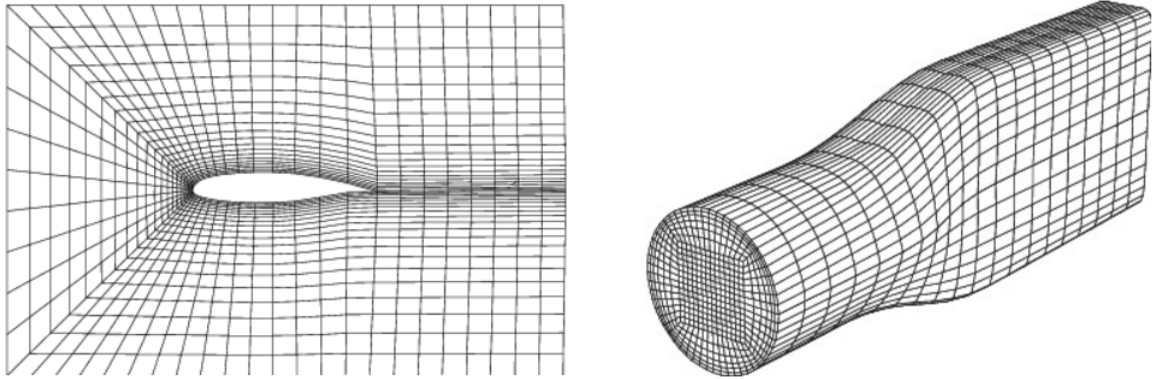


Mnohostěn

Obrázek 3.1: Typy buněk výpočetních sítí [7]

### 3.1.1 Strukturovaná síť

Každý element této sítě lze označit pomocí indexů  $i, j, k$  v závislosti na prostorové orientaci. Díky tomu není třeba ukládat souřadnice elementů a tím snížit výpočetní náročnost pro některé numerické metody. Tento typ sítě je vhodný pro jednodušší geometrie. Využívá se u mezních vrstev. Na obrázcích 3.2a a 3.2b jsou příklady strukturovaných sítí.



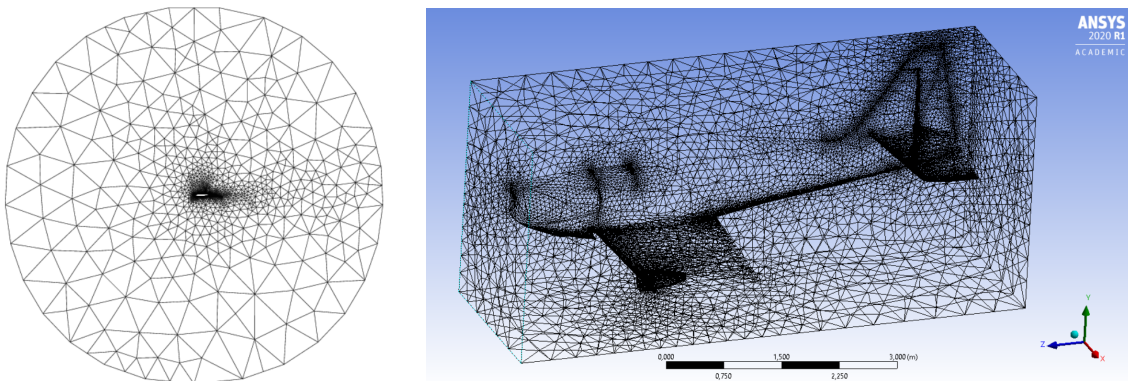
(a) Strukturovaná čtyřúhelníková síť

(b) Strukturovaná multibloková 3D síť

Obrázek 3.2: Příklady strukturovaných sítí [7]

### 3.1.2 Nestrukturovaná síť

Nestrukturovanou výpočetní síť lze použít i na složitou geometrii. Jednotlivé elementy jsou uspořádány v prostoru nepravidelně a libovolně. Je potřeba ukládat konektivitu jednotlivých buněk, tím se zvyšuje výpočetní náročnost procesu. V praxi se tento typ sítí používá nejčastěji. Na obrázcích 3.3a a 3.3b jsou příklady nestrukturovaných sítí.



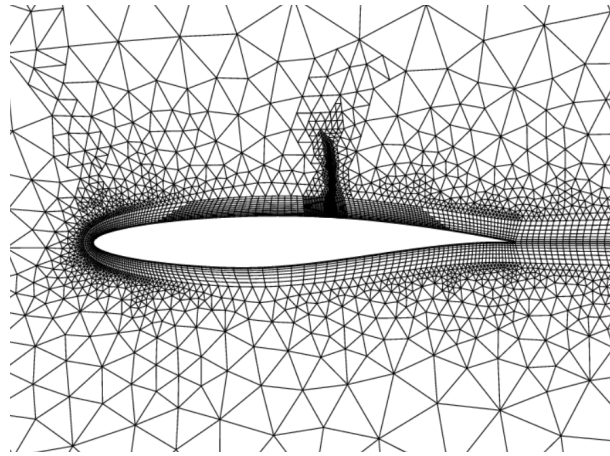
(a) Trojúhelníková síť [7]

(b) 3D síť, kterou jsem sestrojil pomocí programu ANSYS

Obrázek 3.3: Příklady nestrukturovaných sítí

### 3.1.3 Hybridní síť

Obsahuje oblasti strukturované i nestrukturované sítě (obrázek 3.4).



Obrázek 3.4: Hybridní síť [7]

## 3.2 Metoda sítí

Anglicky FDM (Finite-Difference Methods, metoda konečných diferencí) je metoda jejímž principem je diskretizace prostoru viz obrázek 3.5, diskretizace parciálních diferenciálních rovnic popisujících daný systém a následný popis hlavní stavové proměnné v jednotlivých uzlech. Tato metoda je nekonzervativní.

Derivace se tedy vyjádří pomocí diferencí. Rozlišuje se tzv. zpětná diference (3.1), dopředná diference (3.2) a centrální diference (3.3)

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} - \frac{1}{2}h \cdot f''(\xi_1), \quad (3.1)$$

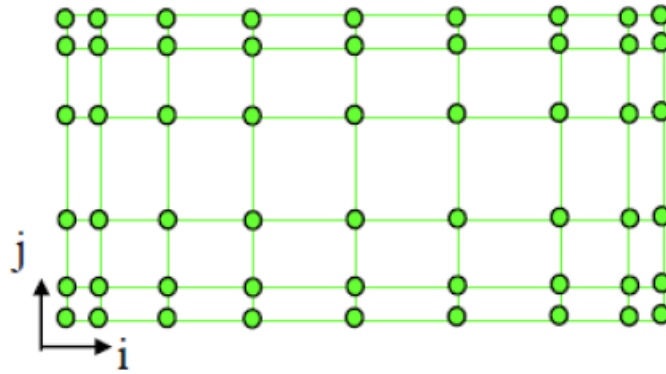
$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} - \frac{1}{2}h \cdot f''(\xi_1), \quad (3.2)$$

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{h} - \frac{h^2}{6}[f'''(\xi_1) + f''(\xi_1)], \quad (3.3)$$

délka kroku se značí  $h$ . Tato metoda má jednoduchou implementaci, ale funguje pouze na velmi jemných sítích [9]. U FDM se rozlišují 2 základní přístupy, explicitní a implicitní.

#### Explicitní

- K výpočtu je použita dopředná a centrální diference.
- Oblast stability, který zaručuje, že chyba nebude divergovat, je velice malý.
- Tato metoda je výpočetně méně náročná.



Obrázek 3.5: Diskretizace prostoru na mřížky indexovaných bodů  $(i,j)$  v osách  $x,y$  [10].

### Implicitní

- K výpočtu je použita zpětná a centrální diference.
- Oblast stability je mnohem větší než u explicitní metody.
- V každém kroku se musí řešit soustava lineárních rovnic. Jedná se o výpočetně náročnější metodu.

## 3.3 Metoda konečných prvků

Síť metody FEM (Finite-Element Methods) nemusí být pravidelná, lze ji aplikovat na různé tvary. Výpočetní prostor (spojité kontinuum) se rozdělí do určitého (konečného) počtu prvků. Tyto malé elementy se nazývají konečné prvky. FEM se primárně používá k analýze mechanického napětí a deformace pevných těles. Dokáže dosáhnout vysoké přesnosti i na hrubých sítích a lze ji použít i k simulaci laminárních proudění. Nevýhodou je vysoká výpočetní náročnost u velkých oblastí.

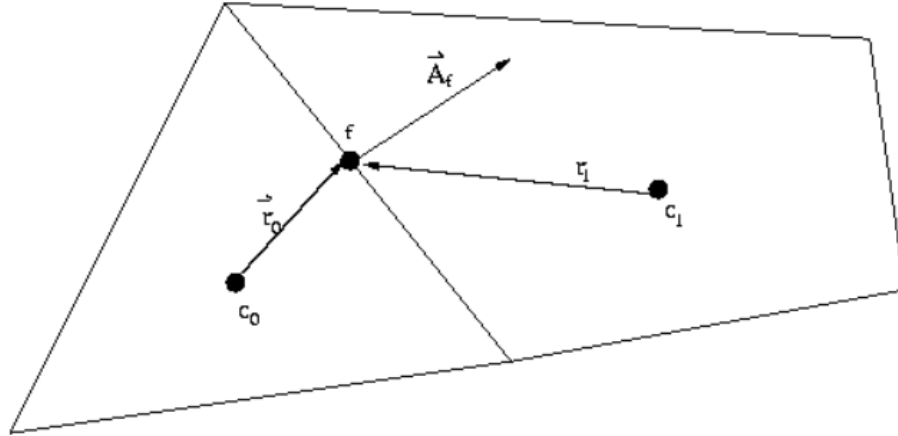
Metoda konečných prvků spočívá v řešení neznámých funkcí, popisující spojité řešení problému. Metoda hledá lineární kombinace předem zvolených bázevých funkcí a neznámých parametrů řešení. Tyto parametry je pak schopna vypočítat z posunů uzlů sítě. Celý proces se tedy transformuje z hledání spojitých funkcí na hledání konečného počtu parametrů (posunů v uzlech sítě). [9]

## 3.4 Metoda konečných objemů

Výpočetní software ANSYS, který se využívá v této práci, používá k výpočtu metodu konečných objemů FVM (Finite-Volume Methods). Převádí obecnou transportní rovnici na algebraickou rovnici, která již může být numericky vyčíslena. Transportní rovnice se integruje kolem každého kontrolního objemu. Tím se získá diskrétní rovnice, která vyjadřuje zákon zachování v kontrolním objemu. [10]

Pro nestacionární (časově závislé) simulace musí být řídicí rovnice diskretizovány v prostoru i čase. Prostorová diskretizace pro časově závislé rovnice je identická s případem ustáleného stavu. Časová diskretizace zahrnuje integraci každého členu do diferenciálních





Obrázek 3.6: Nákres kontrolního objemu k ilustraci diskretizace transportních rovnic [7]

rovnic v časovém kroku  $\Delta t$ . Jak je ukázáno níže, integrace přechodných členů je přímá. Obecný výraz pro časový vývoj proměnné  $\phi$  je dán:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F(\phi). \quad (3.4)$$

Funkce  $F$  představuje jakoukoli prostorovou diskretizaci. Pokud je časová derivace diskretizována pomocí zpětné diference, je přesná časová diskretizace prvního řádu následující [7]:

$$\frac{\phi_{n+1} - \phi_n}{\Delta t} = F(\phi). \quad (3.5)$$

### 3.5 Pressure-based solver

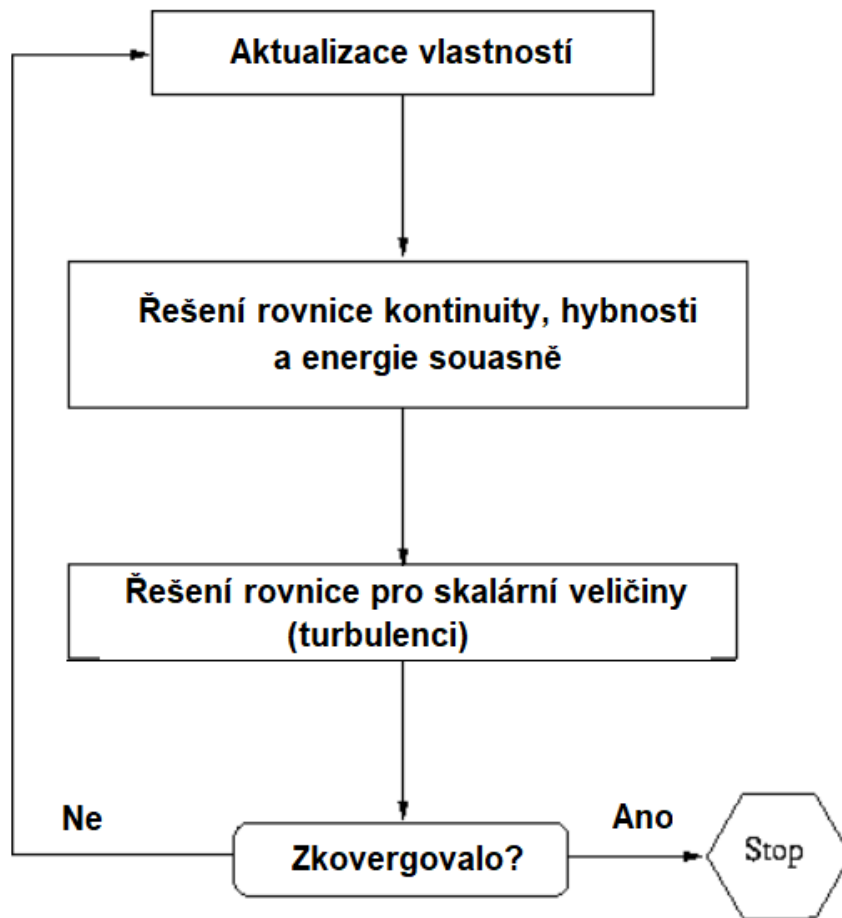
Tento solver byl historicky vyvinut pro nízkorychlostní nestlačitelné toky. Dnes jsou však oba typy solverů (tlakový i hustotní) rozšířeny a přeformulovány tak, aby řešily a fungovaly pro širokou škálu tokových podmínek nad jejich původní záměr. [7]

### 3.6 Density-based solver

Tento solver byl historicky vyvinut naopak pro vysokorychlostní stlačitelné toky. Rovnice kontinuity se používá k získání pole hustoty, zatímco tlakové pole se určuje ze stavové rovnice. Každá iterace výpočetního algoritmu se skládá z kroků znázorněných na obrázku (3.7) a nastíněných níže [7].

1. Aktualizace vlastností tekutiny na základě aktuálního řešení. Pokud výpočet právě začal, vlastnosti tekutiny budou aktualizovány na základě inicializace počátečních podmínek.
2. Řešení spojených rovnic kontinuity, hybnosti a (kde je to vhodné) rovnice energie.
3. Řešení rovnic pro skaláry (turbulence) pomocí již dříve aktualizovaných hodnot ostatních proměnných.
4. Kontrola konvergence sady rovnic.





Obrázek 3.7: Algoritmus Density-based solveru [7]

## 4 Geometrie a okrajové podmínky

Přesná geometrie letounu Zlín Z-50 byla získána z bezplatné databáze GRABCAD [1]. 3D model byl vytvořen dle výkresů, ale nebyl vhodný pro použití v programu Fluent. Místo sestavy objemových prvků byl tvořen jediným prvkem tvořeným trojrozměrnými plochami. Musela se nejprve optimalizovat geometrie. V programu Solid Works se trojrozměrné plochy přemodelovaly na objemové prvky, se kterými bylo možné pracovat v programu DesignModeler (modul od ANSYS). Posléze byl přidán proudový motor **PBS TJ100**. Upravený 3D model byl exportován ve standardním formátu **IGS** a dále se s ním pracovalo přímo v prostředí ANSYS Fluent, Design Modeler.

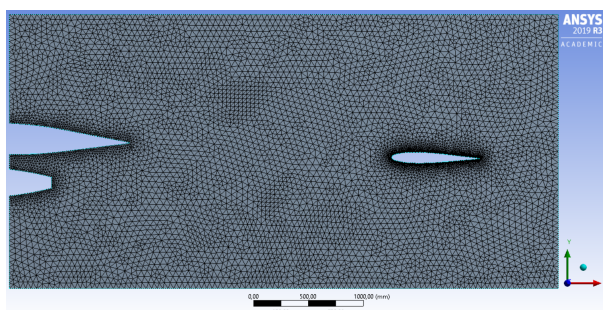
Byl zvolen model stacionárního proudění. Tato práce se zajímá především o ustálené proudění (v čase neměnné). Dále model počítá s vazkým, stlačitelným prouděním ideálního plynu a jeho turbulencí v prostoru. Ovlivnění gravitací bylo zanedbáno. Na výstupních hranicích bylo zamezeno zpětnému (vratnému) proudění zpátky do výpočetního prostoru.

### 4.1 Geometrie 2D řezu

2D model má ve srovnání s 3D modelem mnohem méně prvků. V této práci slouží především k odladění simulace a okrajových podmínek systému. Odladění na 2D modelu zabere daleko méně výpočetního času.

3D geometrie byla importována do modulu Design Modeler a vytvořen podélný řez vedený středem proudového motoru. Výškové kormidlo bylo pro účely ladění modelu ve 2D geometrii uměle posunuto směrem dolů do výstupního proudu z motoru.

### 4.2 Výpočetní síť 2D modelu

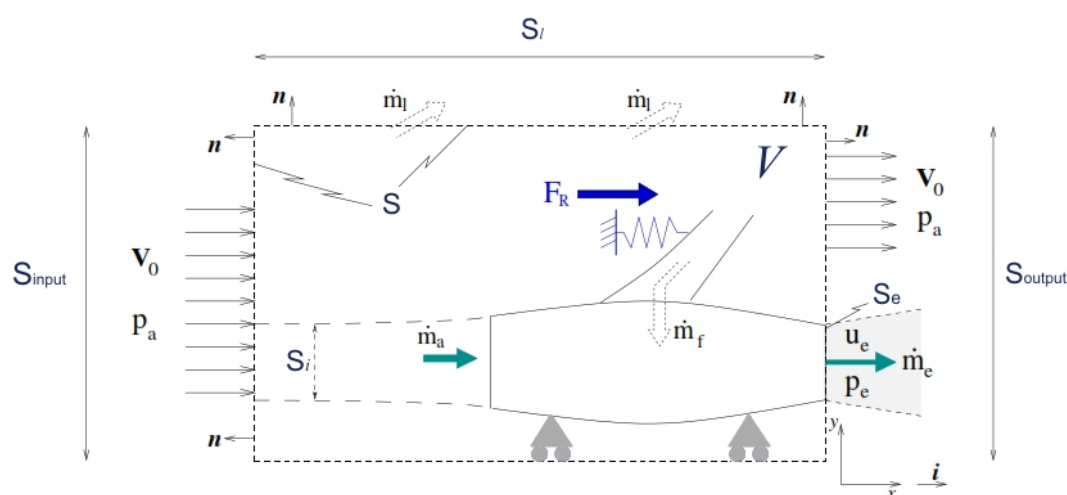


Obrázek 4.1: Výpočetní síť 2D modelu

2D geometrie byla zasíťována pomocí nestrukturované trojúhelníkové sítě. Hrubší síť je rozdělena na trojúhelníkové buňky o straně 50 mm. Podél pevných stěn modelu, křídla, motoru a výškového kormidla se mřížka lineárně zjemňuje až na buňky o straně 15mm, viz Obrázek 4.1. Celkem tato 2D výpočetní síť obsahuje 15 900 elementů. Při výpočtu ve 2D byl uvažován pouze nulový úhel náběhu, proto je geometrie zjednodušená a je u ní odstraněna přední část křídla.

### 4.3 Parametry proudového motoru PBS TJ100

Parametry proudového motoru PBS TJ100 jsou použity z informací z dostupných na internetu [2]. Tato práce se zabývá především především nejnepříznivou situací, která může nastat. Byly proto nastaveny maximální možné a udržitelné hodnoty výkonu a teplot. K nastavení okrajových podmínek bylo nutné vypočítat hodnotu rychlosti výstupních plynů  $u_e$  proudového motoru, která nebyla v dokumentaci uvedena. Na obrázku 4.2 je vidět náčrt situace za provozu. Rychlost okolního vzduchu je vyjádřena  $\vec{V}_0$ ,  $p_a$  je tlak okolního prostředí.



Obrázek 4.2: Výpočetní prostor s proudovým motorem a prouděním okolního vzduchu [11]

Hmotnostní tok vzduchu na vstupu proudového motoru je  $\dot{m}_a$ , výstupní hmotnostní tok plynů z trysky je  $\dot{m}_e$ ,  $\dot{m}_f$  hmotnostní tok paliva přicházejícího do spalovacího procesu. Výtoková rychlost plynů z trysky (exhaust velocity) je  $\vec{u}_e$ . Tah je označován jako  $F_R$ .

Z údajů dokumentace motoru [2] jsou známy maximální přibližná hodnota  $\dot{m}_a$  vstupního toku plynů do trysky. Tento údaj je proměnlivý a není zcela přesný. Dále je známa maximální teplota výstupních plynů z trysky  $t_{max}$ . Byl zvolen operační tah  $F_R$ , který lze udržovat po dlouhou dobu. Tyto hodnoty jsou považovány za konstanty a použijí se k dalším výpočtům i simulacím.

hmotnostní tok na vstupu	$\dot{m}_a =$	$1,7 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$
teplota na výstupu	$t_{max} =$	$780^\circ\text{C}$
tah	$F_R =$	$680 \text{ N}$

V dokumentaci není přímo uveden hmotnostní tok paliva, ale tzv. *SFC* (Specific Fuel Consumption, česky měrná spotřeba paliva). Tuto hodnotu je třeba přepočítat do požadované formy:

$$SFC \leq 1,07 \text{ kg} \cdot \text{daN}^{-1} \cdot \text{h}^{-1} \quad (4.1)$$

$$\dot{m}_f = \frac{SFC \cdot F_R}{3600 \cdot 10} \doteq 0,02 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1} \quad (4.2)$$

Je vidět, že hmotnostní tok paliva je v tomto případě téměř zanedbatelný a oproti hmotnostnímu toku vstupních plynů činí 1-2%. Přesto je správné v tomto kroku spočítat celkový výstupní hmotnostní tok plynů z trysky, který je ve zjednodušeném tvaru součtem hmotnostních toků na vstupu proudového motoru [11]

$$\dot{m}_e = \dot{m}_a + \dot{m}_f \quad (4.3)$$

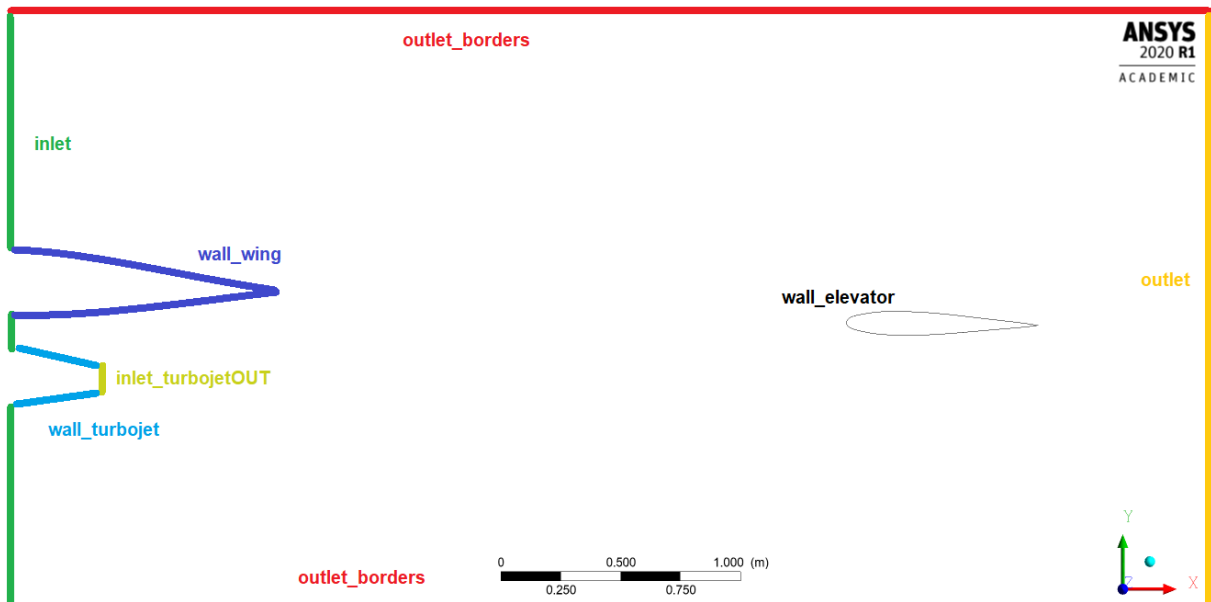
Nyní jsou všechny potřebné údaje k určení výtokové rychlosti plynů z trysky  $\vec{u}_e$ . Dále se použije vztah pro výpočet tahu proudového motoru [12]:

$$\vec{F}_r = \dot{m}_e \vec{u}_e - \dot{m}_a \vec{V}_0 \quad (4.4)$$

Proto, že se v tomto případě jedná o pohyb v jednom směru, lze převést vektory rychlosti na skaláry a dále počítat:

$$u_e = \frac{F_R + \dot{m}_a V_0}{\dot{m}_a + \dot{m}_f} = 396,2 \text{ ms}^{-1} \doteq 400 \text{ ms}^{-1} \quad (4.5)$$

## 4.4 Okrajové podmínky 2D modelu



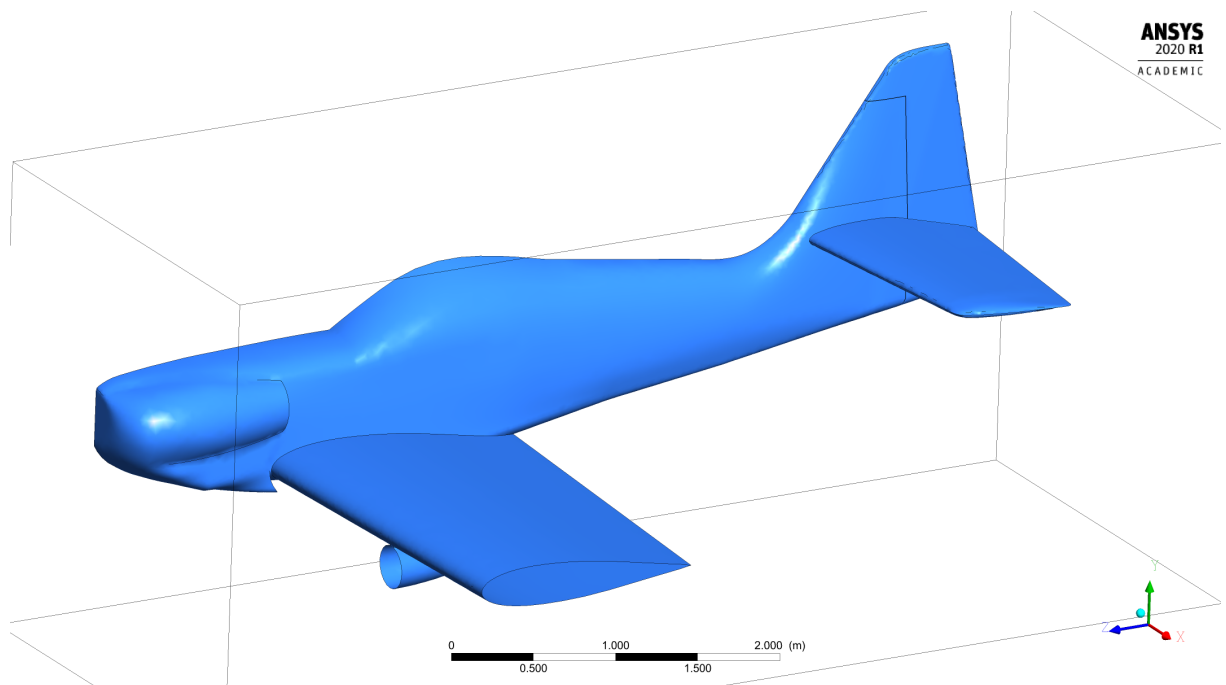
Obrázek 4.3: Názvy okrajových oblastí

Okrajové podmínky jednotlivých částí hranice jsou znázorněny na obrázku 4.3 a jsou shrnuté v tabulce 4.1.

název hranice	rychlost (ve směru x) [ms <sup>-1</sup> ]	tlak [kPa]	teplota [°C]
inlet	70	100	26,85
inlet_turbojetOUT	400	100	780
outlet	volný vektor	100	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$
outlet_borders	volný vektor	100	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$
wall_elevator	0	$\partial p / \partial \vec{n} = 0$	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$
wall_wing	0	$\partial p / \partial \vec{n} = 0$	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$
wall_turbojet	0	$\partial p / \partial \vec{n} = 0$	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$

Tabulka 4.1: Základní parametry nastavení okrajových podmínek 2D modelu

## 4.5 Geometrie 3D modelu



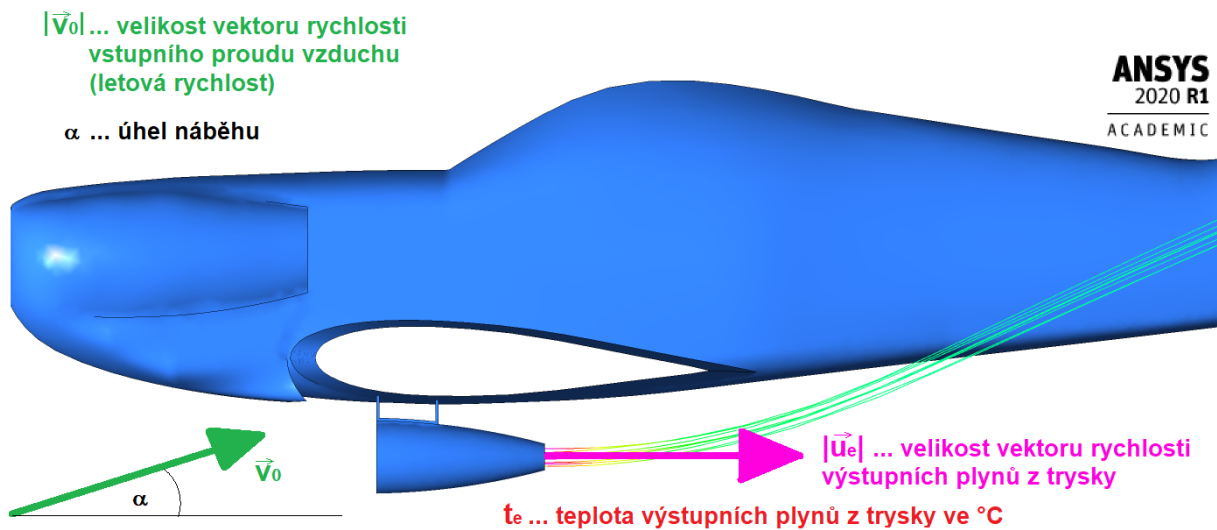
Obrázek 4.4: Geometrie letadla importovaná do prostředí Fluent

Typ letadla, který byl zvolen pro tuto práci prezentuje možný stav. Skutečná situace musí mít optimalizovanou polohu proudového motoru. Optimalizace geometrie letadla a umístění motorů není součástí této práce. Typ letadla také není naprosto vhodný k podobnému umístění přídatných proudových motorů. Hlavní cíl spočívá ve správném nastavení programu a podmínek simulace.

Při optimalizaci geometrie byly odstraněny části a detaily letadla, které téměř neovlivňují požadované řešení. Byla odstraněna anténa, podvozek letadla, vztlakové klapky. Umístění proudového motoru bylo odhadnuto tak, aby mělo význam pro analýzu daného problému. Zjednodušení geometrie má jeden z hlavních cílů, snížit výpočetní náročnost a zlepšit konvergenci výpočetních metod.

## 4.6 Okrajové podmínky 3D modelu

V tabulce 4.2 jsou popsány simulace A-H, které se liší v nastavení klíčových vstupních veličin a to vektoru letové rychlosti, respektive jeho velikosti  $|\vec{v}_0|$ , úhlu náběhu  $\alpha$ , teploty výstupních plynů z trysky  $t_e$  a vektoru rychlosti výstupních plynů z trysky, respektive jeho velikosti  $|\vec{u}_e|$ , viz obrázek 4.5. Tyto veličiny definují o jaký typ pohybu letounu v okolním prostředí se jedná. Například model B definuje let cestovní rychlostí s maximálním úhlem náběhu. Simulace C má maximální velikost vstupního vektoru okolního prostředí a představuje maximální rychlost letounu s maximálním úhlem náběhu. Pádovou rychlost při nulovém náběhovém úhlu definuje simulace F. Simulace G definuje nekritickou situaci, tedy cestovní rychlost a nulový úhel náběhu. Kompletní okrajové podmínky pro simulaci C jsou v tabulce 4.4 a G v tabulce 4.5.



Obrázek 4.5: Klíčové vstupní veličiny

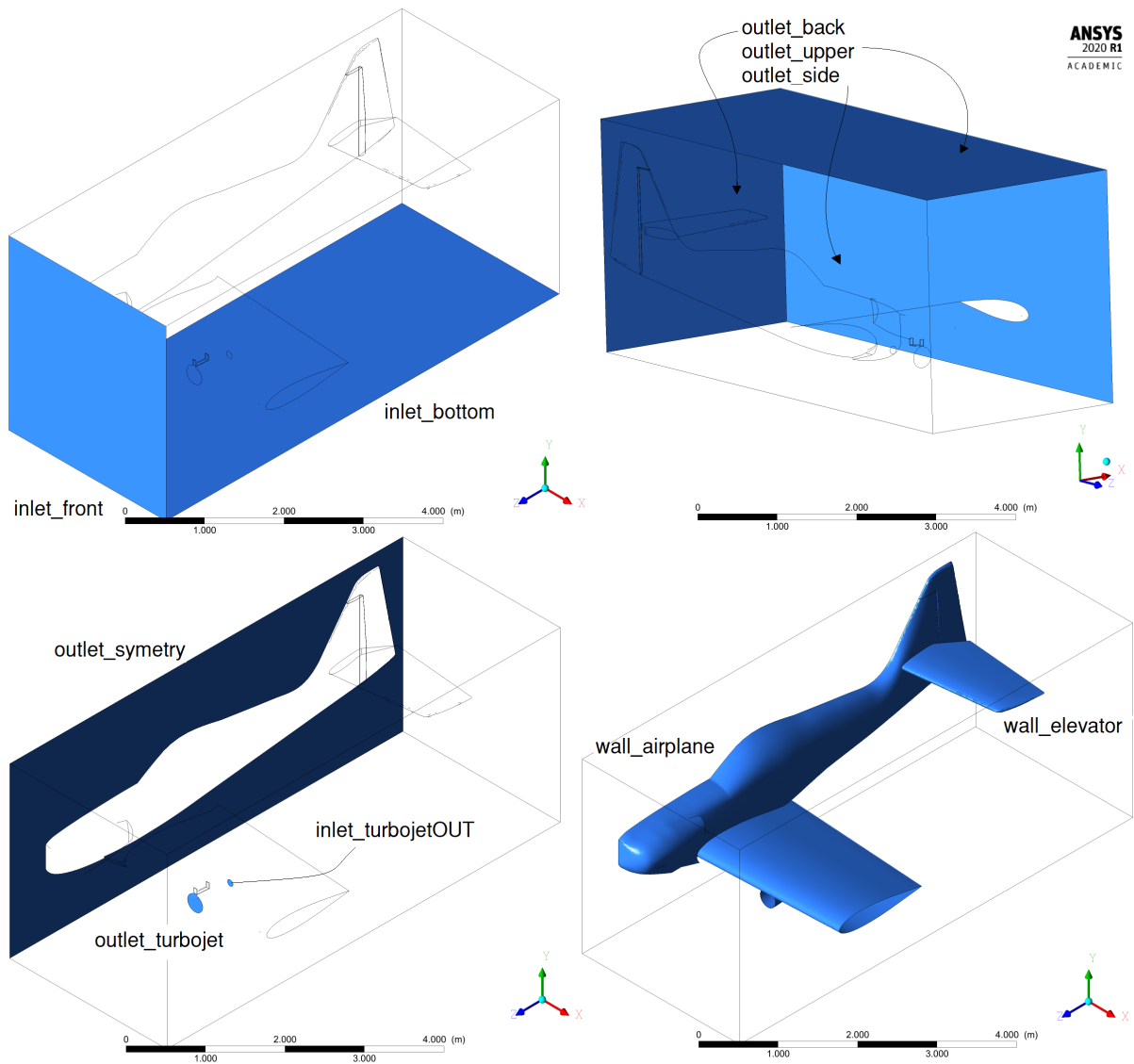
označení simulace	A	B	C	D	E	F	G	H
letová rychlost $ \vec{v}_0 $ [ $\text{ms}^{-1}$ ]	35	70	83	70	70	35	70	70
úhel náběhu $\alpha$	$20^{\circ}$	$20^{\circ}$	$20^{\circ}$	$20^{\circ}$	$10^{\circ}$	$0^{\circ}$	$0^{\circ}$	$20^{\circ}$
výstupní r. toku z trysky $ \vec{u}_0 $ [ $\text{ms}^{-1}$ ]	400	400	400	400	400	400	400	70
výstupní teplota z trysky $t_e$ [ $^{\circ}\text{C}$ ]	780	780	780	570	780	780	780	26,85

Tabulka 4.2: Vstupní parametry pro simulace A-H

B	Cestovní rychlost, maximální úhel
C	Maximální rychlost, maximální úhel
F	Pádová rychlost, nulový úhel
G	Cestovní rychlost, nulový úhel

Tabulka 4.3: Názvy jednotlivých simulací

Na obrázku 4.6 jsou znázorněny oblasti okrajových podmínek. Povrch letadla je zde symbolizován oblastmi typu "wall", platí pro ně Dirichletova podmínka (2.25) pro rychlost, teplotu a nulová Neumanova podmínka pro tlak ( $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$ ) (2.24). Výstup proudění z prostoru je ošetřen oblastmi typu "outlet" na kterých platí Dirichletova podmínka pro tlak. Zvláštní oblast je "outlet symetry" která vytváří symetrické proudění. Pro tlak na této oblasti platí nulová Neumanova podmínka  $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$ . Pro vektor rychlosti zde platí  $\vec{v} \cdot \vec{n} = \vec{0}$ .



Obrázek 4.6: Grafické znázornění hranic výpočetní oblasti

oblast	$\vec{v}$ [ms <sup>-1</sup> ]	$p$ [kPa]	$t$ [°C]
inlet_front	(0 28,4 -78)	$\partial p / \partial \vec{n} = 0$	26,85
inlet_bottom	(0 28,4 -78)	$\partial p / \partial \vec{n} = 0$	26,85
inlet_turbojetOUT	(0 0 -400)	$\partial p / \partial \vec{n} = 0$	780
outlet_turbojet	hm. tok $\dot{m}_a = 1,7 \text{ kg s}^{-1}$	$\partial p / \partial \vec{n} = 0$	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$
outlet_symetry	volný vektor	100	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$
outlet_side	volný vektor	100	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$
outlet_upper	volný vektor	100	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$
outlet_back	volný vektor	100	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$
wall_airplane	(0 0 0)	$\partial p / \partial \vec{n} = 0$	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$
wall_elevator	(0 0 0)	$\partial p / \partial \vec{n} = 0$	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$

Tabulka 4.4: Okrajové podmínky simulace C

oblast	$\vec{v}$ [ms <sup>-1</sup> ]	$p$ [kPa]	$t$ [°C]
inlet_front	(0 0 -70)	$\partial p / \partial \vec{n} = 0$	26,85
inlet_bottom (outlet)	volný vektor	100	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$
inlet_turbojetOUT	(0 0 -400)	$\partial p / \partial \vec{n} = 0$	780
outlet_turbojet	hm. tok $\dot{m}_a = 1,7 \text{ kg s}^{-1}$	$\partial p / \partial \vec{n} = 0$	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$
outlet_symetry	volný vektor	100	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$
outlet_side	volný vektor	100	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$
outlet_upper	volný vektor	100	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$
outlet_back	volný vektor	100	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$
wall_airplane	(0 0 0)	$\partial p / \partial \vec{n} = 0$	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$
wall_elevator	(0 0 0)	$\partial p / \partial \vec{n} = 0$	$\partial T / \partial \vec{n} = 0$

Tabulka 4.5: Okrajové podmínky simulace G

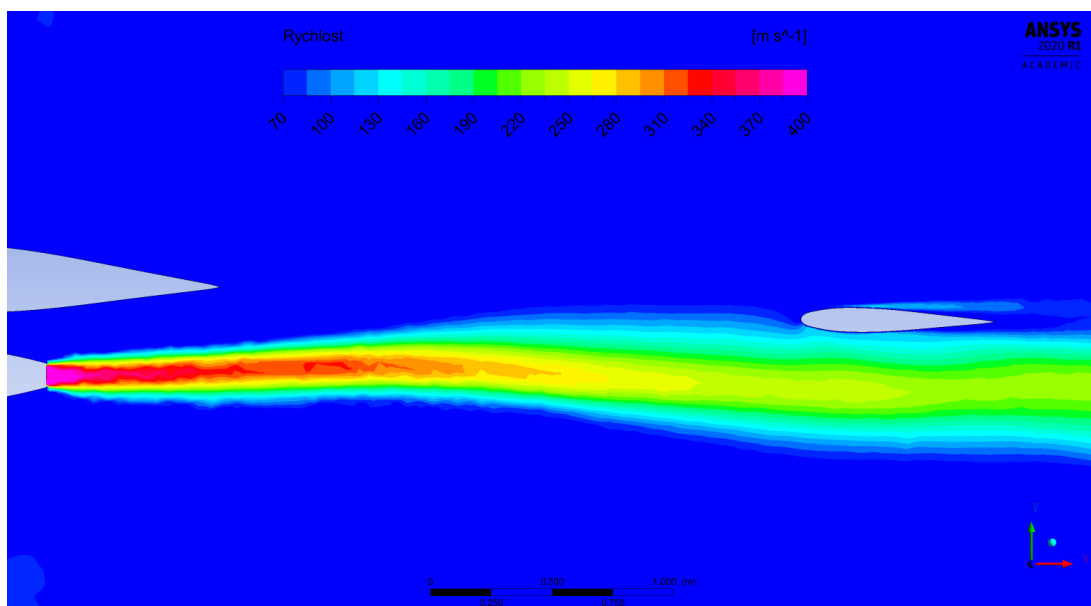


## 5 Výsledky

Pro 2D model proběhla simulace na 200 iterací. Vstupní podmínky okolního prostředí jsou nastaveny na  $26,85^{\circ}\text{C}$  a  $|\vec{v}_0| = 70 \text{ ms}^{-1}$ . Vstupní podmínky trysky jsou nastaveny na  $t_e = 780^{\circ}\text{C}$  a  $|\vec{u}_e| = 400 \text{ ms}^{-1}$ .

### 5.1 2D simulace

#### 5.1.1 Rychlostní pole

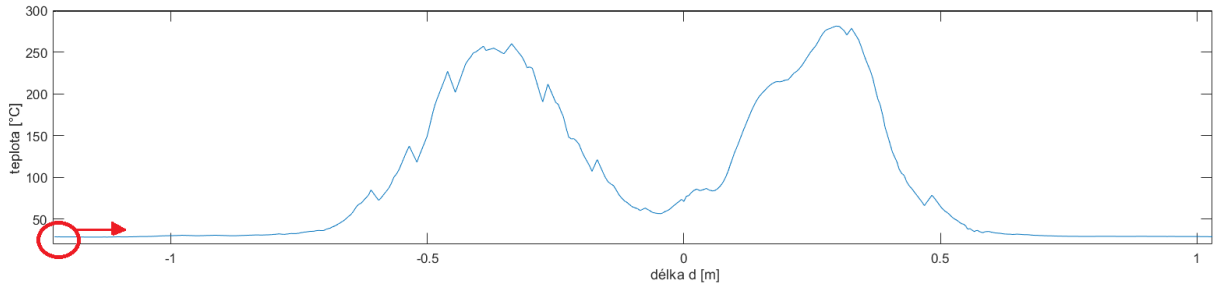
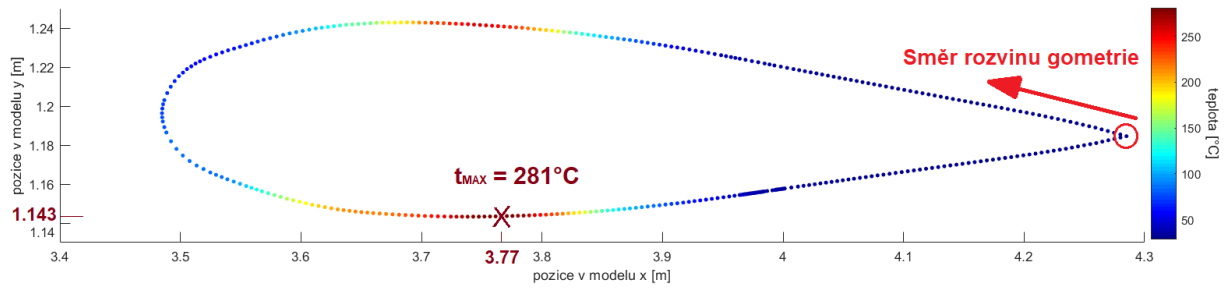


Obrázek 5.1: Rychlostní pole 2D modelu

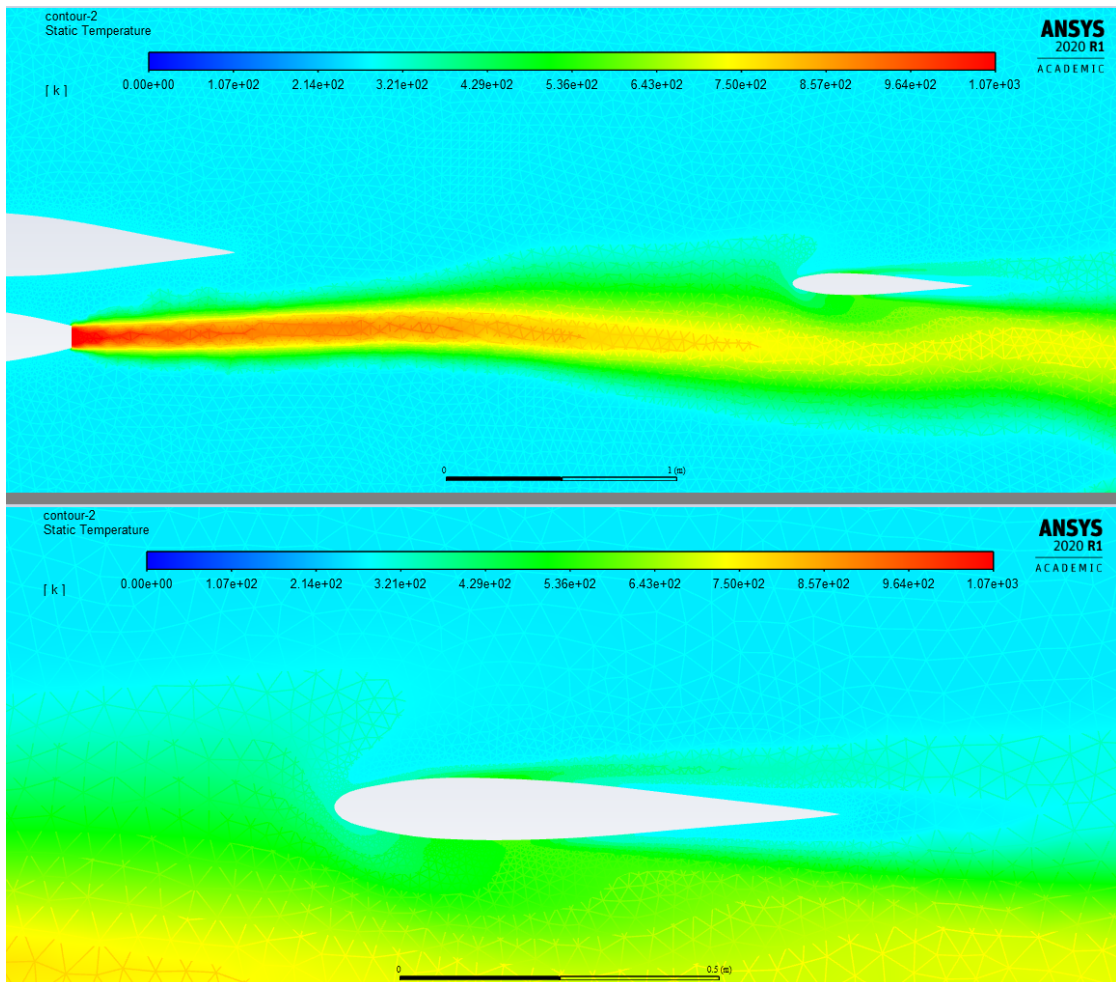
Z obrázků 5.1 je vidět, že proud z motoru se v této konfiguraci připojí ke spodnímu povrchu výškového kormidla.

#### 5.1.2 Teplotní pole

V grafu 5.2 nahoře je barevně znázorněna teplota v jednotlivých bodech na povrchu výškového kormidla. Graf 5.2 dole je tvořen "rozvinem" plochy výškového kormidla a ukazuje průběh teploty na povrchu. Počátek je zvolen na konci klapky a směr rozvinu je v obou grafech barevně znázorněn. Maxima teploty se dosahuje u spodního okraje výškového kormidla. Maximální teplota je  $t_{max} = 281^{\circ}\text{C}$ .



Obrázek 5.2: Grafy průběhu teplot na povrchu řezu výškového kormidla



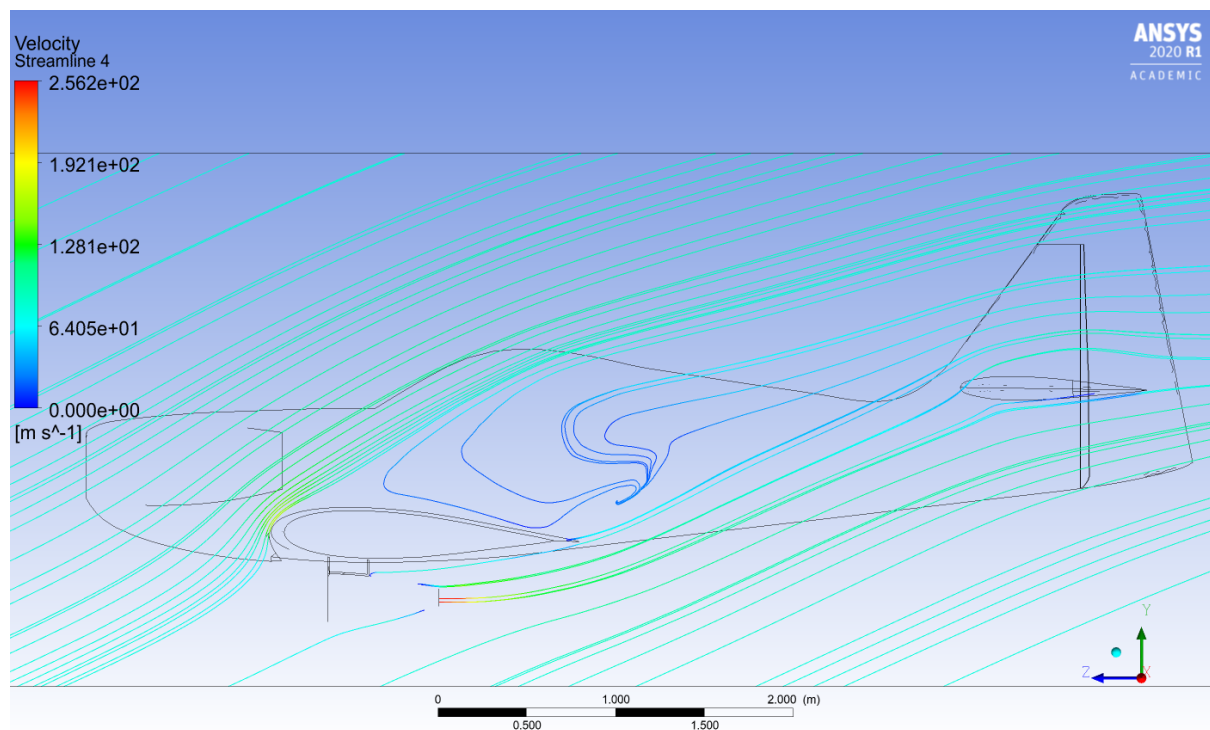
Obrázek 5.3: Teplotní pole 2D modelu

Tato simulace operuje s dvourozměrným modelem, který nedokáže spolehlivě vypočítat chování turbulentního proudění. Hlavním problémem je absence třetí dimenze. Výsledky 2D simulace mohou ukazovat správné chování pouze jednoduché geometrie, která je ve směru  $z$  neměnná. Například kruh ve dvourozměrné geometrii znamená ve skutečnosti řešení obtékání dostatečně vysokého válce. Z toho plyne, že v této simulaci například není zahrnut rotačně symetrický tvar proudového motoru, nebo rozdílňá geometrie křídel v různých řezech i přítomnost trupu letadla, který bude hrát nemalou roli v charakteru proudového pole. Tento výsledek je proto třeba brát jako zkušební, nedemonstrující reálnou situaci.

## 5.2 3D simulace

Pro správný popis daného problému je nutné počítat se 3D geometrií. V praxi se při výpočtech často využívá symetrie, pokud to jde. V simulaci se počítá s vstupním rychlostním polem rovnoběžným s podélnou osou letadla a tak lze rozdělit celou geometrii podle roviny symetrie. Na polovině geometrie se sníží počet stupňů volnosti  $2x$ , čímž se výpočetní náročnost implicitního iteračního řešiče sníží  $(2^p)$ krát, kde  $p$  bude v intervalu 1-2.

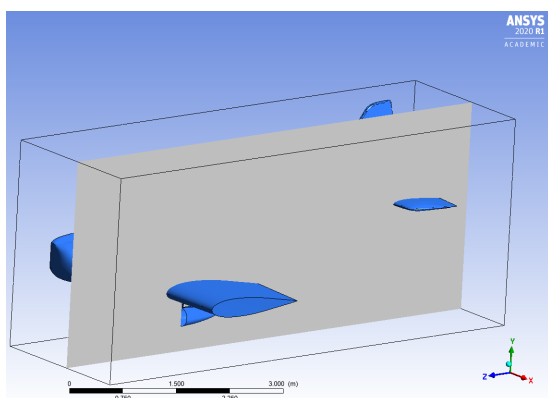
Letoun Zlín Z-50 je projektován tak, že při letu s nízkým úhlem náběhu bude výškové kormidlo proudem z trysky motoru velmi málo ovlivněno. K významnějšímu ovlivnění dojde při vyšších hodnotách úhlu náběhu. Je třeba dbát na to, že kritický úhel náběhu je především v závislosti na geometrii přibližně  $20^\circ$ . Tuto skutečnost jsem ověřil simulací, nastavením vstupních podmínek na náběhový úhel  $25^\circ$ , který by měl být za hodnotou kritického úhlu náběhu.



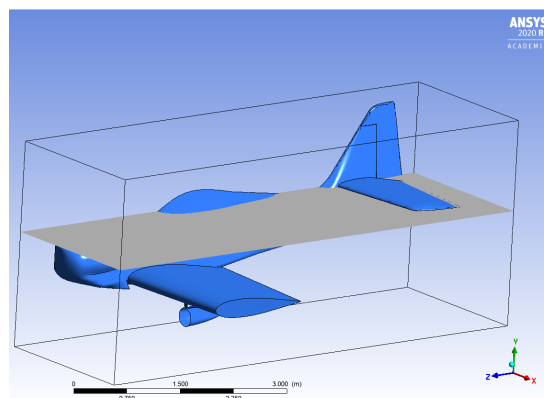
Obrázek 5.4: Proudnice v rovině R1 viz obr. 5.5. Úhel náběhu  $25^\circ$ , letová rychlost  $77\text{ms}^{-1}$

Z obrázku 5.4 vidíme odtržení proudění v blízkosti náběžné hrany s masivní separační zónou nad křídlem. V tomto okamžiku křídlo ztrácí vztlak. Jedná se o kritický stav, kdy letadlo začne padat.

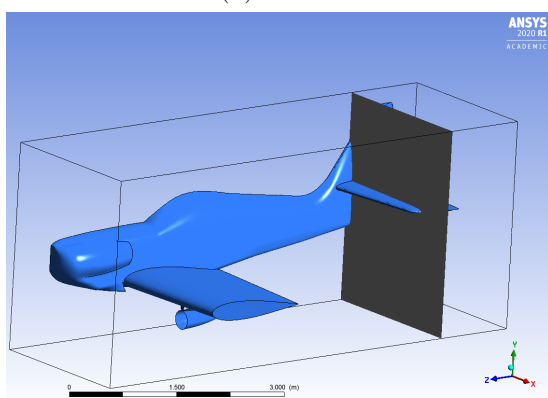
Byly vytvořeny grafické výstupy v několika charakteristických rovinách (řezech), viz obrázky 5.5. V těchto rovinách jsou vykreslovány teplotní pole, rychlostní pole, pole tlaků a pole hustot a také proudnice rychlosti.



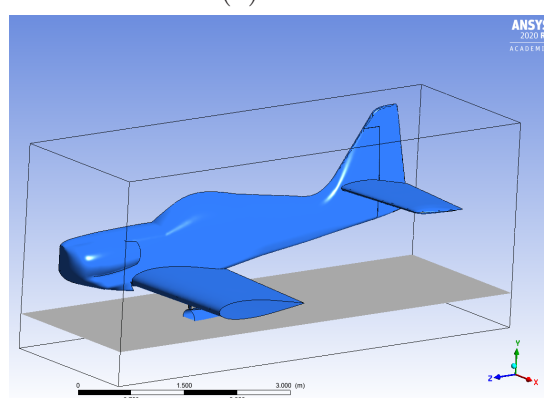
(a) Rovina R1



(b) Rovina R2



(c) Rovina R3



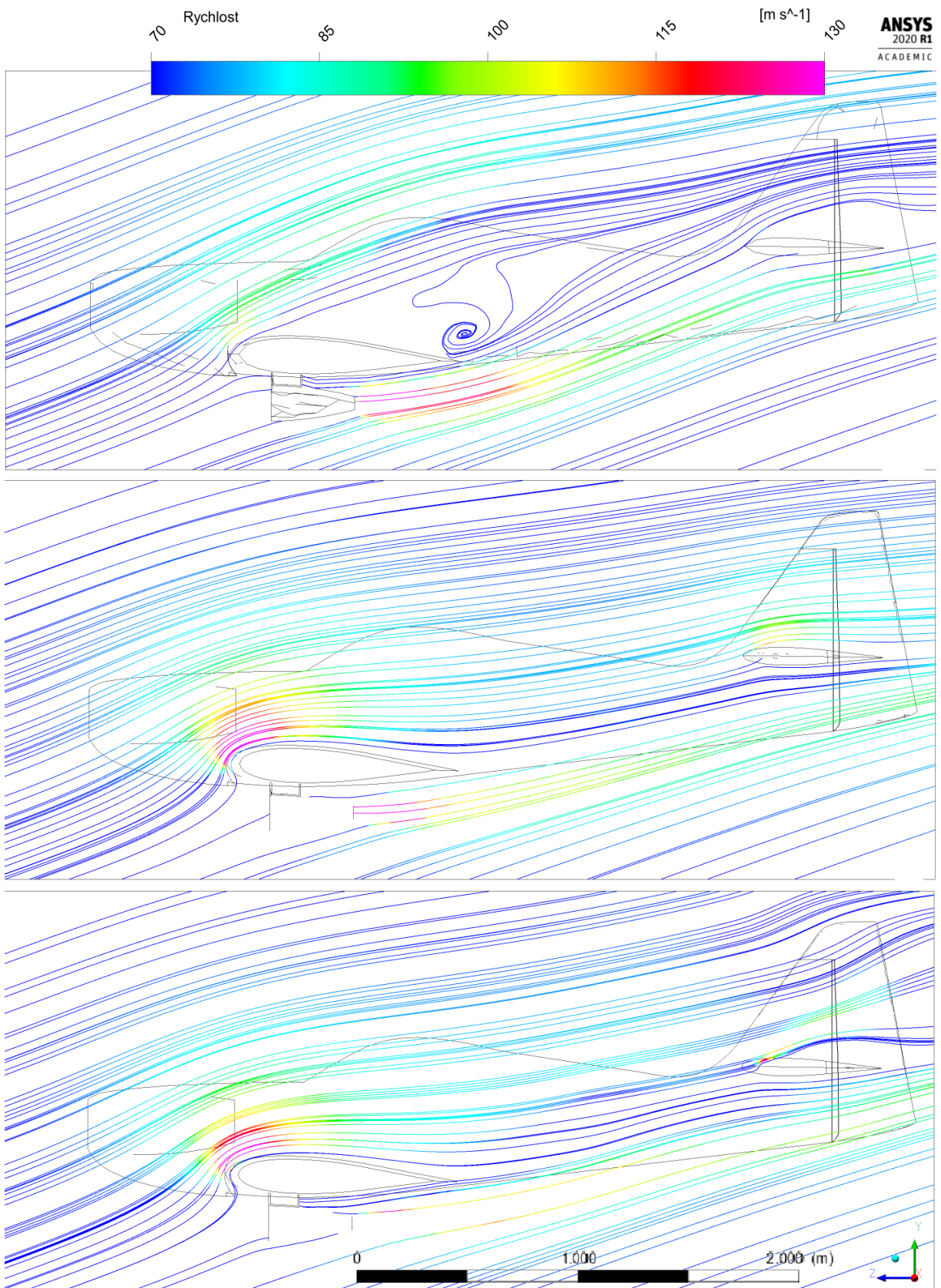
(d) Rovina R4

Obrázek 5.5: Charakteristické roviny (řezy)

### 5.3 Vliv výpočetní sítě

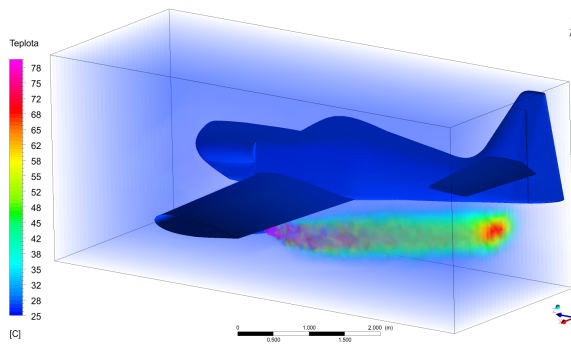
Při volbě různě husté výpočetní sítě lze dosáhnout odlišných výsledků. Obecně platí, že čím větší počet prvků ve výpočetní síti je, tím je simulace přesnější. V praxi se snažíme vytvářet prvků co nejméně, ale aby výsledek byl stále správný. Hustota výpočetní sítě přímo ovlivňuje počet operací při simulaci a celkový čas.

Obrázek 5.6 zahrnuje simulaci B s výpočetními sítěmi o různých počtech prvků. Jsou tam vykresleny proudnice pro síť o hustotě 50, 360 a 900 tisíc elementů. Je zřetelně vidět, že v prvním modelu s 50 000 prvky simulace vypočítala odtržení proudu za křídlem. Simulace s výpočetní sítí o 360 000 prvcích již odtržení neurčila. Výsledek simulace s největší výpočetní sítí 900 000 elementů téměř nepřinesl změnu, pouze větší výpočetní náročnost. Pro účely této práce postačí 3D model se sítí o počtu 360 000 prvků.

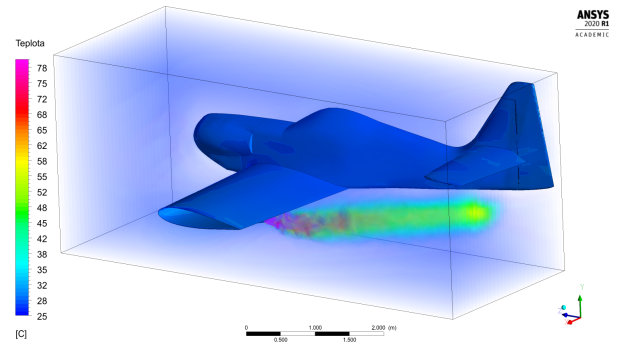


Obrázek 5.6: Porovnání proudnic modelů o (shora) 50, 360 a 900 tisících prvků

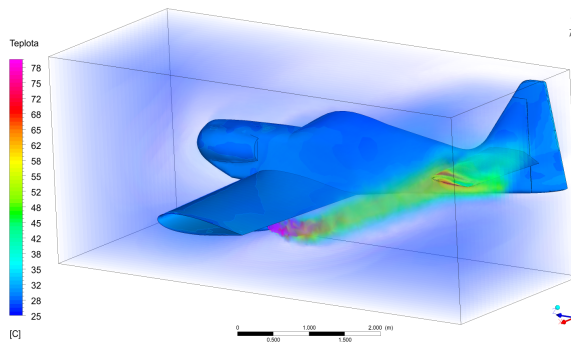




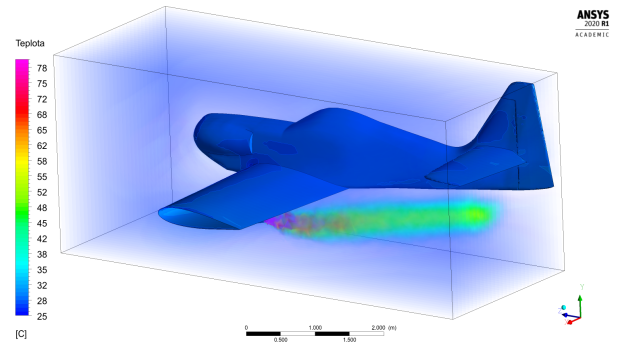
(a) Simulace A



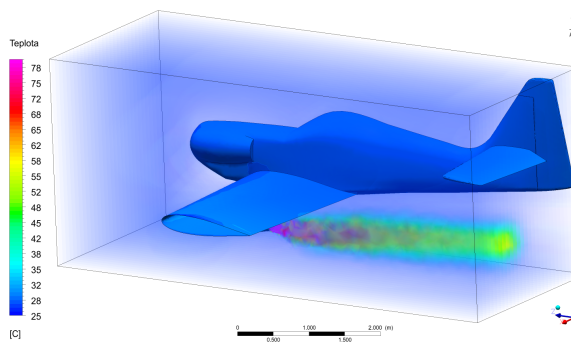
(b) Simulace B



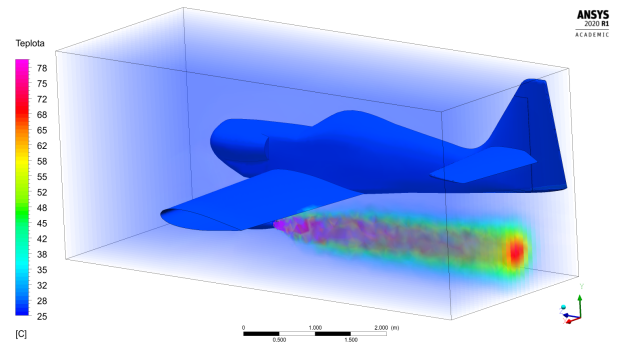
(c) Simulace C



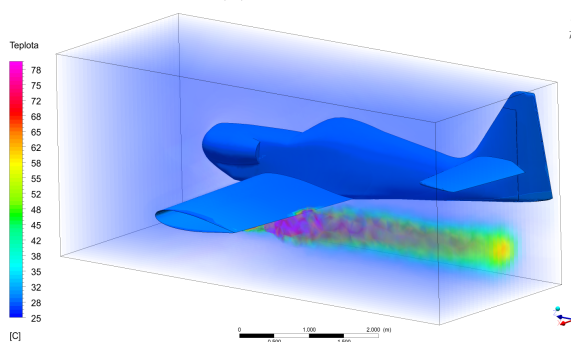
(d) Simulace D



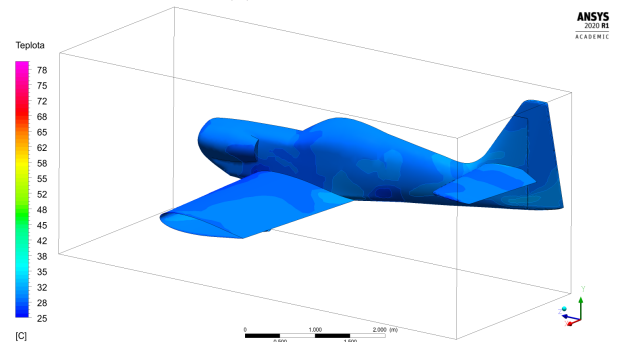
(e) Simulace E



(f) Simulace F



(g) Simulace G



(h) Simulace H

Obrázek 5.7: Teplotní pole pro různé okrajové podmínky, viz tabulka 4.2

## 5.4 Porovnání různých nastavení systému

Teplotní ovlivnění výškového kormidla je nejvíce patrné při zobrazení teplotního pole povrchu letadla. Pro názornost je zobrazeno i teplotní pole objemu výpočetního prostoru. Z obrázků 5.7 je patrné, že při dané geometrii bude výškové kormidlo nejvíce ovlivněno v případě C. V textu jsou ukázány nejdůležitější výsledky pro simulace B, C, F, G. Ostatní kompletní vyhodnocení a simulace jsou v přílohách.

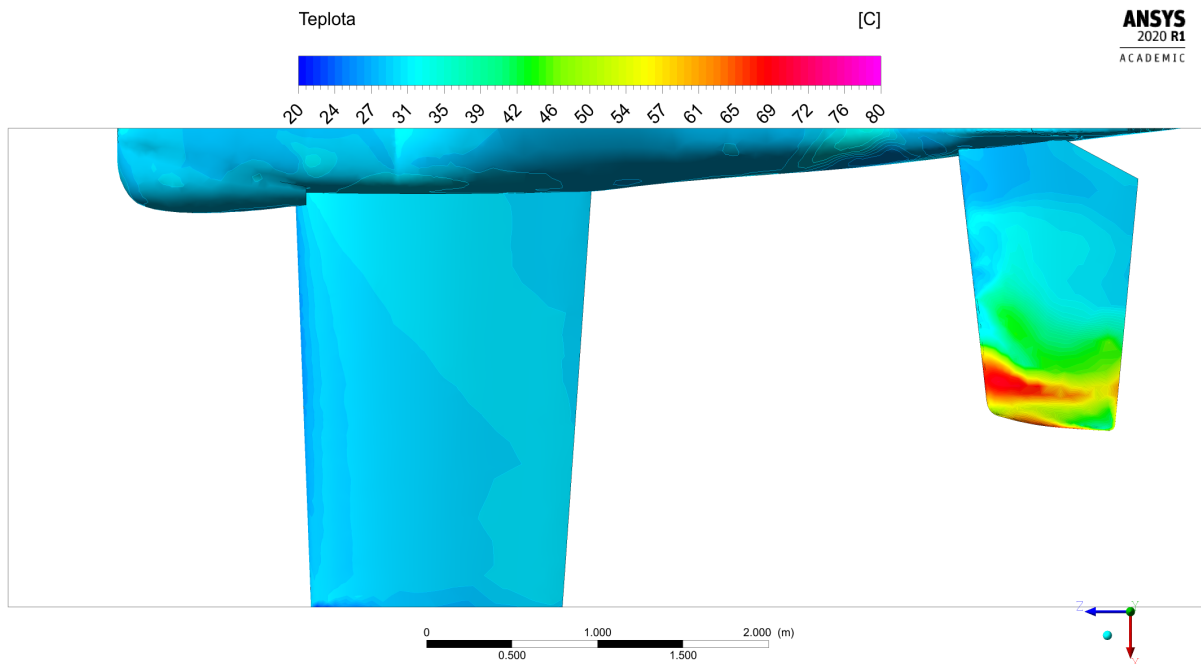
### 5.4.1 Simulace C, maximální rychlost, maximální úhel

Vstupní parametry pro letové podmínky C jsou uvedeny v tabulce 5.1 vpravo. Toto jsou limitní letové podmínky stroje Z-50 a proudového motoru PBS TJ100. Tyto podmínky nelze považovat za běžné, jejich udržování je pro let stroje kritické.

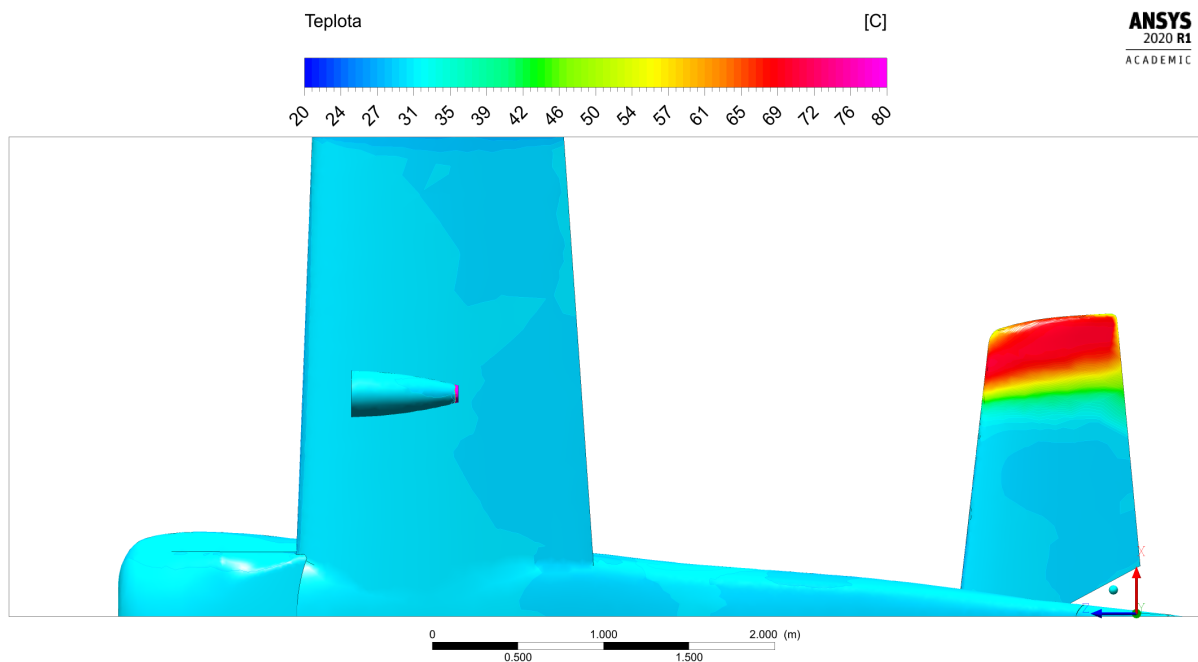
okolní vstupní rychlost [ $\text{ms}^{-1}$ ]	83
úhel náběhu	$20^\circ$
výstupní rychlost toku z trysky [ $\text{ms}^{-1}$ ]	400
výstupní teplota z trysky [ $^\circ\text{C}$ ]	780

Tabulka 5.1: Základní vstupní parametry pro simulaci C

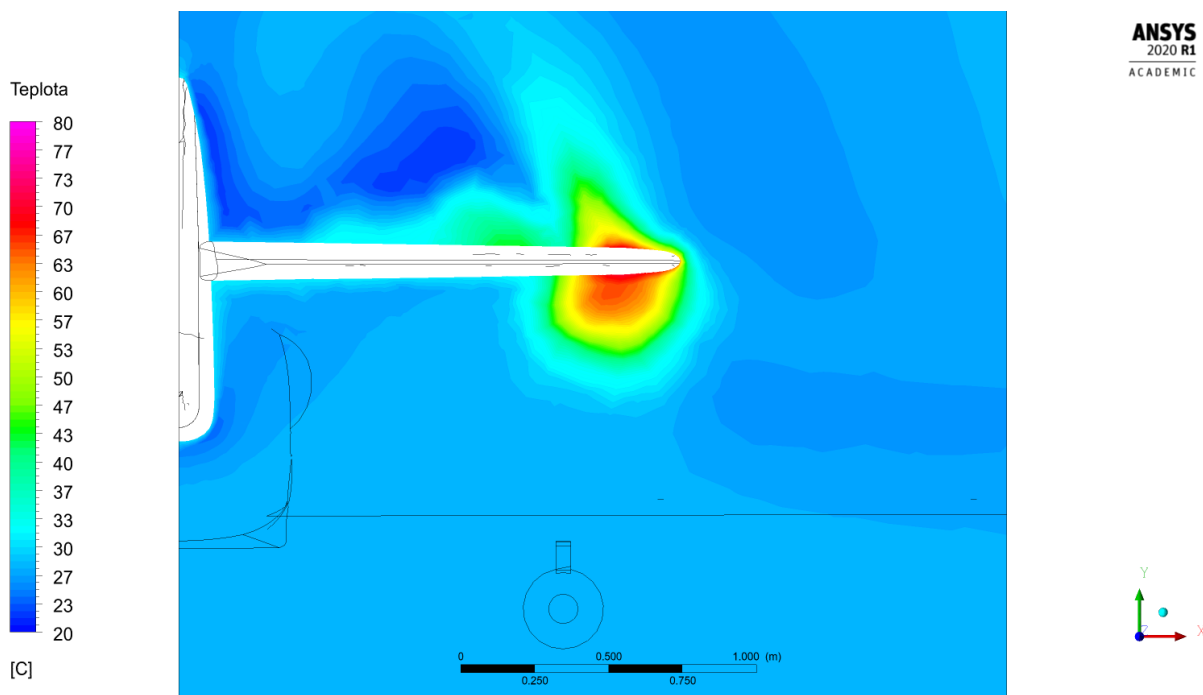
Z obrázků 5.8, 5.9 vidíme, že nejvyšší teploty proudu, které je u povrchu výškového kormidla dosaženo, je  $70^\circ\text{C}$ . Z vykreslení proudnic na obrázku 5.14 lze vidět, že proudnice mají tendenci se odklánět v kladném směru osy  $x$  od trupu letadla. Na obrázku 5.10 je znázorněn průběh teploty v charakteristickém řezu výškového kormidla. Tok plynů z trysky je unášen okolním vzduchem pod úhlem náběhu  $20^\circ$ . I přes odklon proudnic směrem od trupu letadla, dosáhne střed proudu z trysky výškového kormidla a teplotně ho ovlivní ze všech případů (A-F) nejvíce.



Obrázek 5.8: Simulace C. Teplota na povrchu letounu, pohled shora



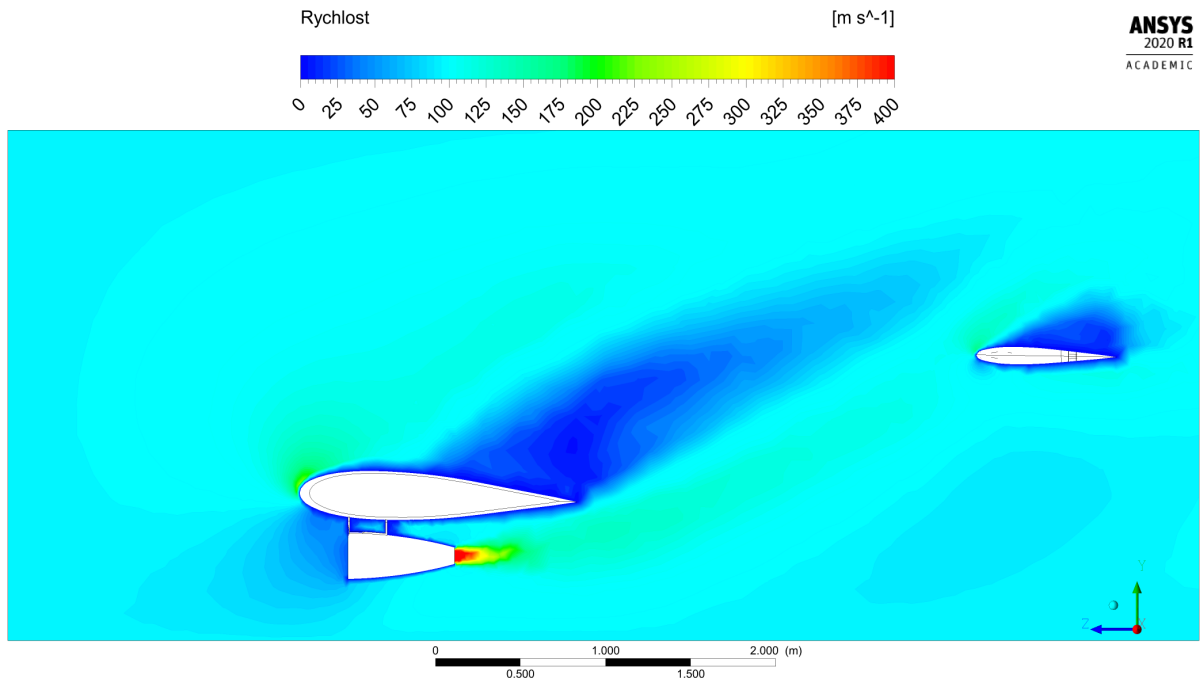
Obrázek 5.9: Simulace C. Teplota na povrchu letounu, pohled zdola



Obrázek 5.10: Simulace C. Průběh teploty v rovině R3

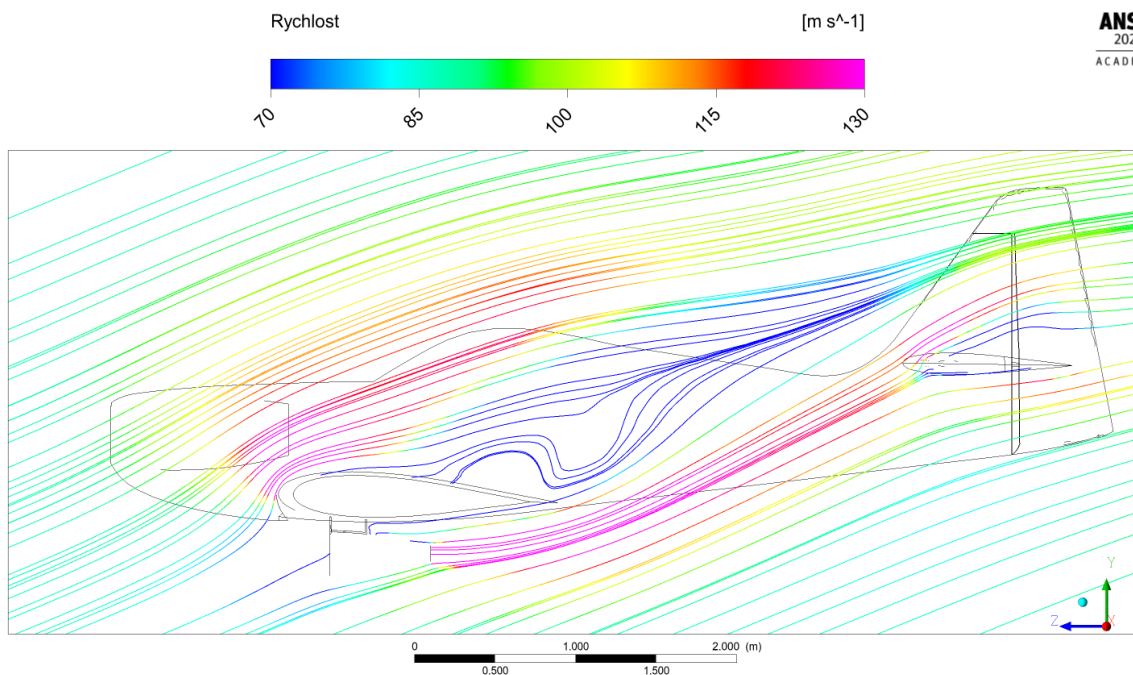
Na obrázku 5.11 je rychlostní pole v rovině R1. Ke znázornění rychlostního pole bylo použito i vykreslení proudnic v rovinách. Obrázek 5.12 ukazuje obtékání křídla a unášení toku z proudového motoru směrem k výškovému kormidlu. Vidět je také odtrhávání proudnic za křídlem. Na obrázku 5.13 již odtrhávání proudnic mizí a tyto části křidel opět mají dostatečný vztlak. V horizontální rovině (obrázek 5.14) jsou znázorněny proudnice a jejich tendence unášet proud z trysky v kladném směru osy  $x$  od trupu letadla.



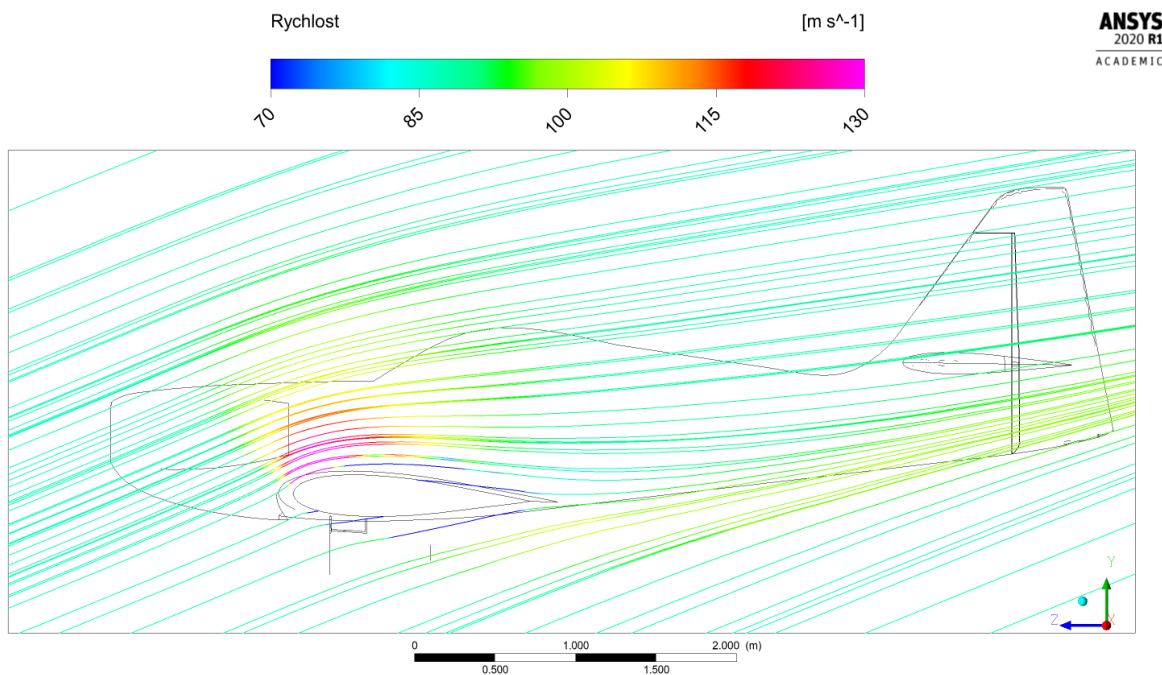


Obrázek 5.11: Simulace C. Rychlostní pole v rovině R1

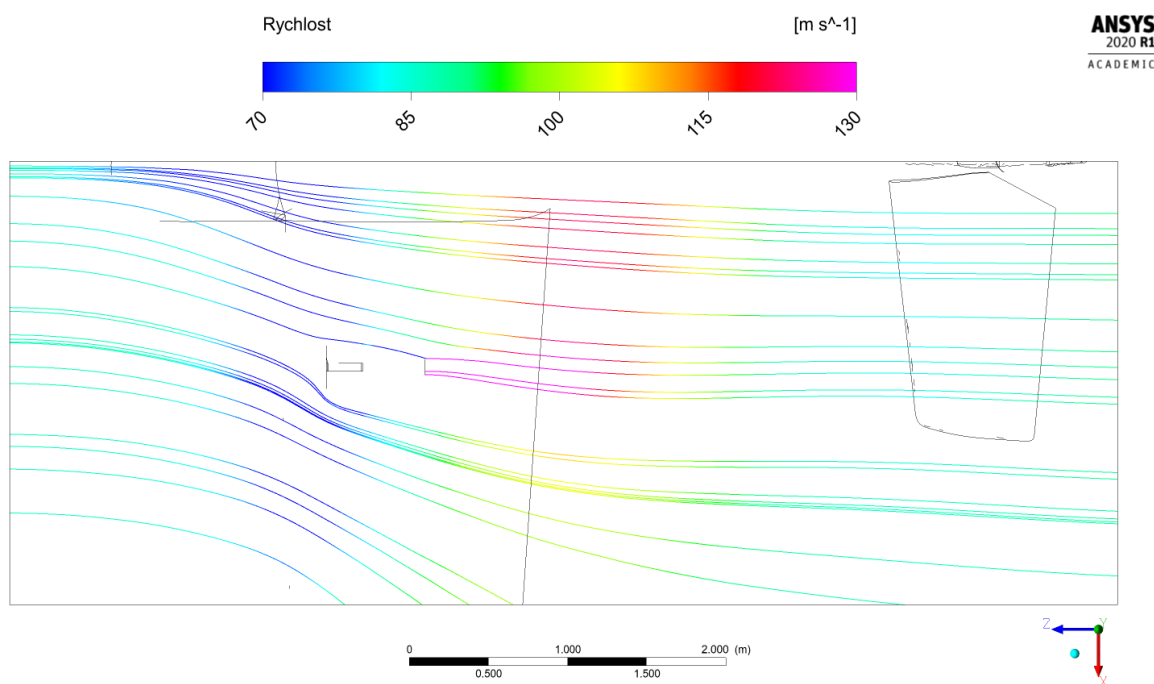
To je způsobeno samotným trupem. Vstupní okolní rychlost prostředí je relativně vysoká ( $83 \text{ ms}^{-1}$ ) a odklon proudění bude patrnější, než při nižší okolní rychlosti.



Obrázek 5.12: Simulace C. Proudnice vedené rovinou R1



Obrázek 5.13: Simulace C. Proudnice vedené rovinou boční roviny (outlet\_bottom)



Obrázek 5.14: Simulace C. Proudnice rychlosti v horizontální rovině R4

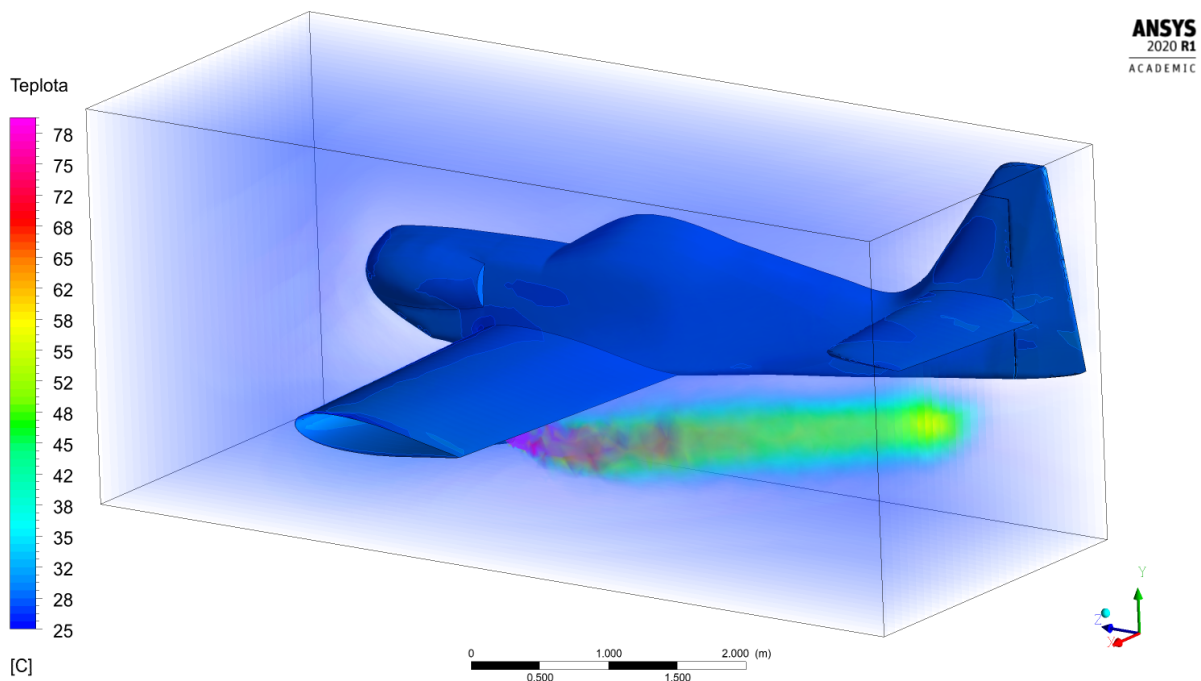
## 5.4.2 Simulace B, cestovní rychlost, maximální úhel

Okrajové podmínky modelu B jsou uvedeny v tabulce základních parametrů viz tabulka 5.2. Toto jsou limitní letové podmínky stroje Z-50 a proudového motoru PBS TJ100.

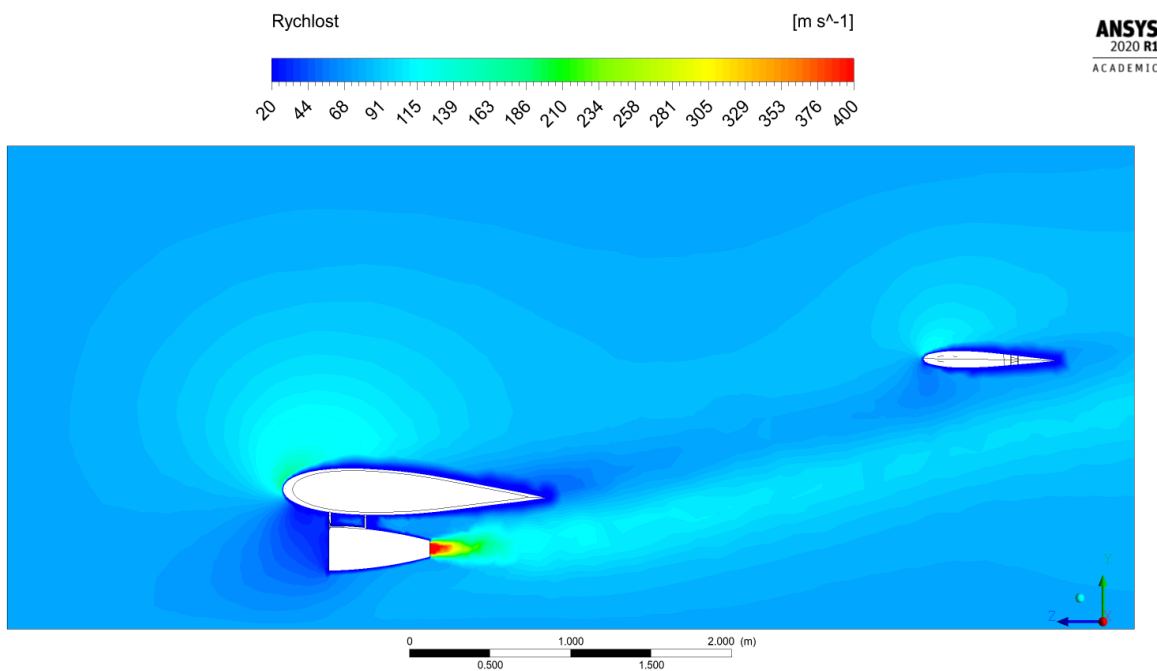
okolní vstupní rychlost [ $\text{ms}^{-1}$ ]	70
úhel náběhu	$20^\circ$
výstupní rychlost toku z trysky [ $\text{ms}^{-1}$ ]	400
výstupní teplota z trysky [ $^\circ\text{C}$ ]	780

Tabulka 5.2: Základní vstupní parametry pro simulaci B

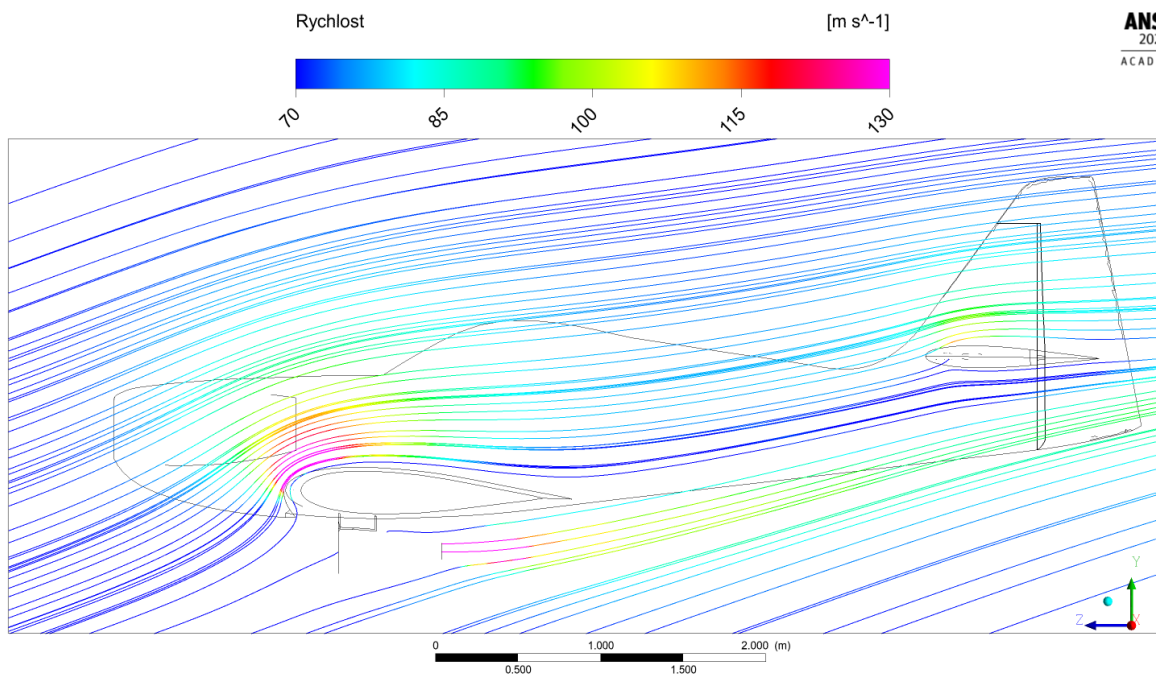
Z teplotního pole vykresleného v prostoru (obr. 5.15) je patrné, že proudové pole z trysky termicky téměř neovlivní výškové kormidlo. Střed proudu probíhá za těchto podmínek níže.



Obrázek 5.15: Simulace B. Teplotní pole v prostoru



Obrázek 5.16: Simulace B. Rychlostní pole v rovině R1



Obrázek 5.17: Simulace B. Proudnice v rovině R1

### 5.4.3 Simulace F, minimální rychlost, nulový úhel

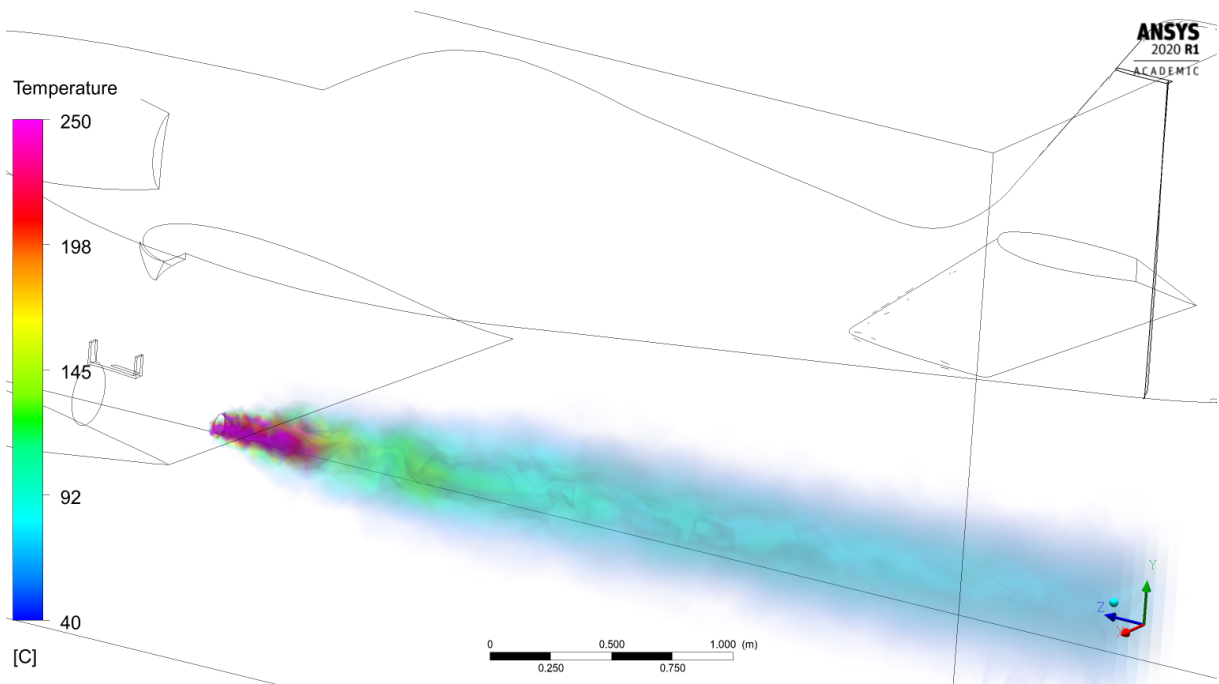
Okrajové podmínky modelu F jsou v tabulce 5.3. Toto nastavení simuluje přímý let letadla s minimální relativní rychlostí, aniž by ztratilo vztlak kvůli pádové rychlosti.

okolní vstupní rychlost [ $\text{ms}^{-1}$ ]	35
úhel náběhu	$0^\circ$
výstupní rychlost toku z trysky [ $\text{ms}^{-1}$ ]	400
výstupní teplota z trysky [ $^\circ\text{C}$ ]	780

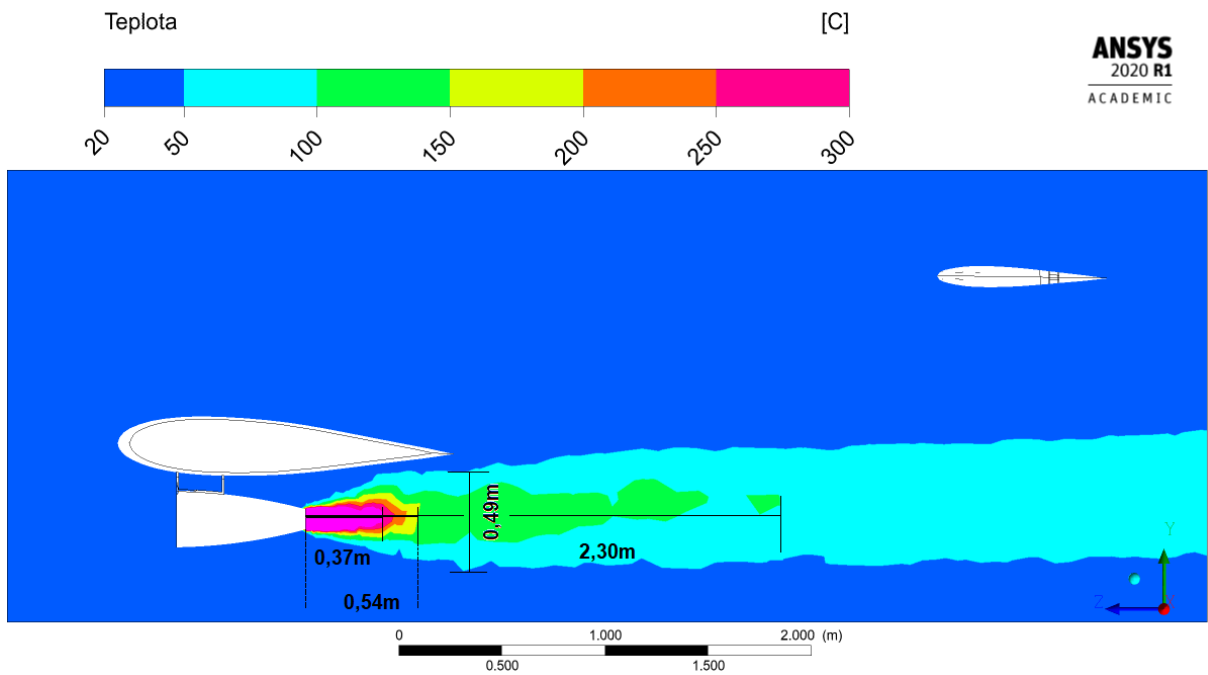
Tabulka 5.3: Základní vstupní parametry pro simulaci F

U této simulace je vidět skutečnost (viz obrázek 5.7 a 5.18), že při nižší letové rychlosti dochází k menšímu mísení a turbulentnímu přenosu tepla. Proudové pole proto ztrácí svou energii méně, než při vyšších letových rychlostech (simulace B, C, G) a tak teplotní pole déle zachovává svou energii (teplo a teplotu). Na obrázku 5.19 je znázorněna velikost teplotního pole. Pro snadnější identifikaci teplot pole se při vykreslování použilo hrubé měřítko.

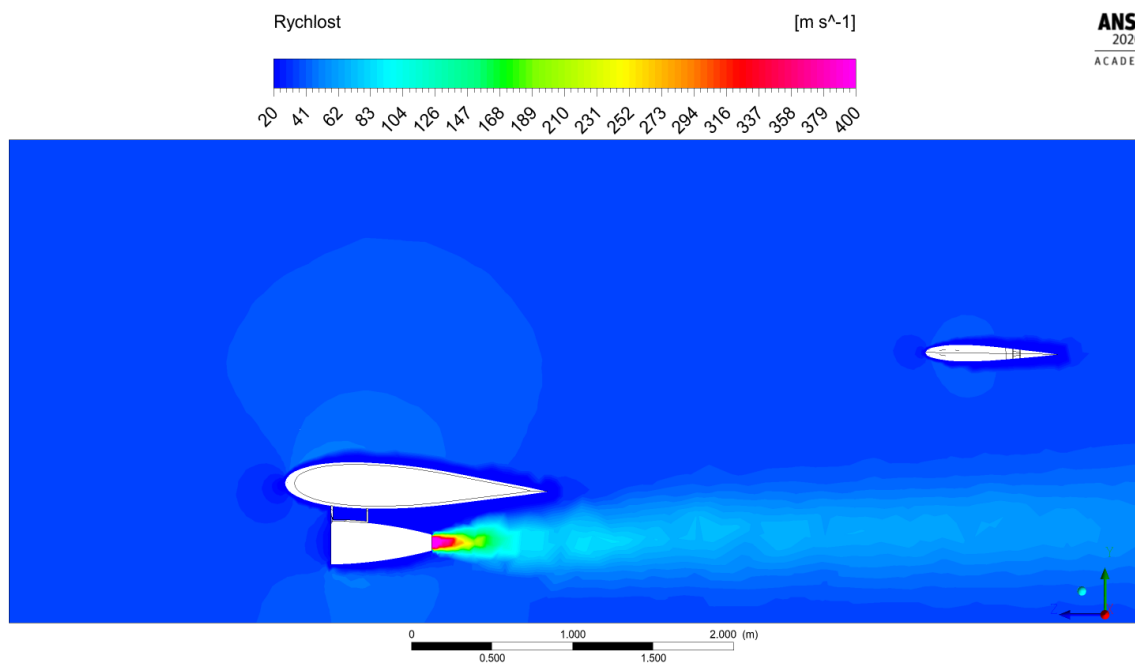
Proudové pole z trysky si bude udržovat teploty (200-400) $^\circ\text{C}$  pouze do 0,5 m od trysky a teploty (100-150) $^\circ\text{C}$  až do vzdálenosti přibližně 2,3 m. Proudová trubice bude mít přitom průměr přibližně 0,5 m a bude mít tendenci se postupně rozšiřovat.



Obrázek 5.18: Teplotní pole v prostoru pro simulaci F



Obrázek 5.19: Simulace F. Teplotní pole v rovině R1



Obrázek 5.20: Simulace F. Rychlostní pole v rovině R1

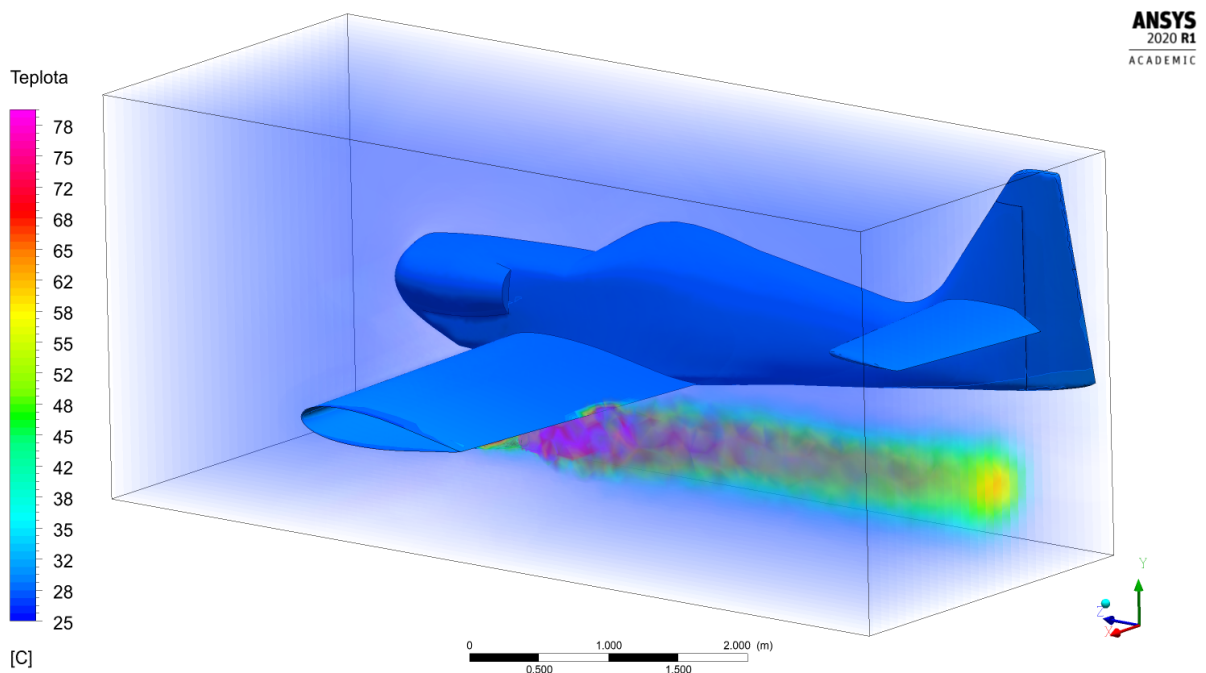
#### 5.4.4 Simulace G, cestovní rychlost, nulový úhel

Okrajové podmínky simulace G jsou v tabulce základních parametrů viz tabulka 5.4. Toto jsou běžné letové podmínky stroje Z-50 a proudového motoru PBS TJ100, které je možné udržovat po dlouhou dobu. Toto nastavení simuluje přímý let letadla s běžnou relativní rychlostí.

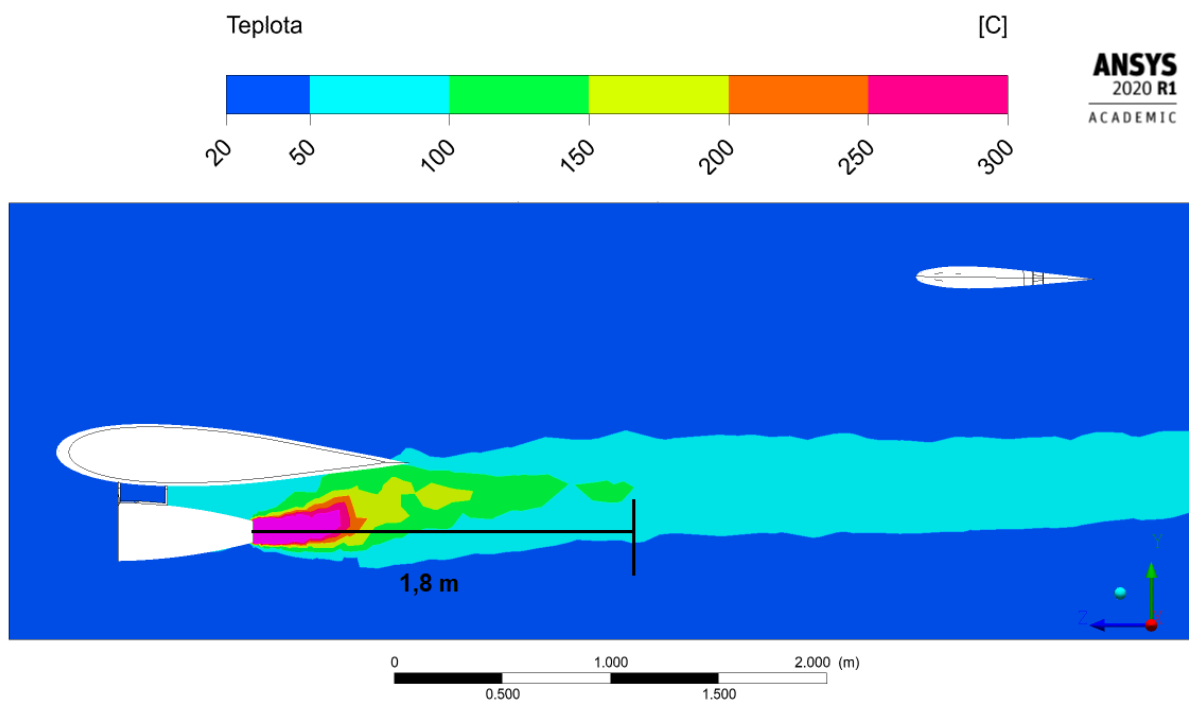
okolní vstupní rychlost [ $\text{ms}^{-1}$ ]	70
úhel náběhu	$0^\circ$
výstupní rychlost toku z trysky [ $\text{ms}^{-1}$ ]	400
výstupní teplota z trysky [ $^\circ\text{C}$ ]	780

Tabulka 5.4: Základní vstupní parametry simulace G

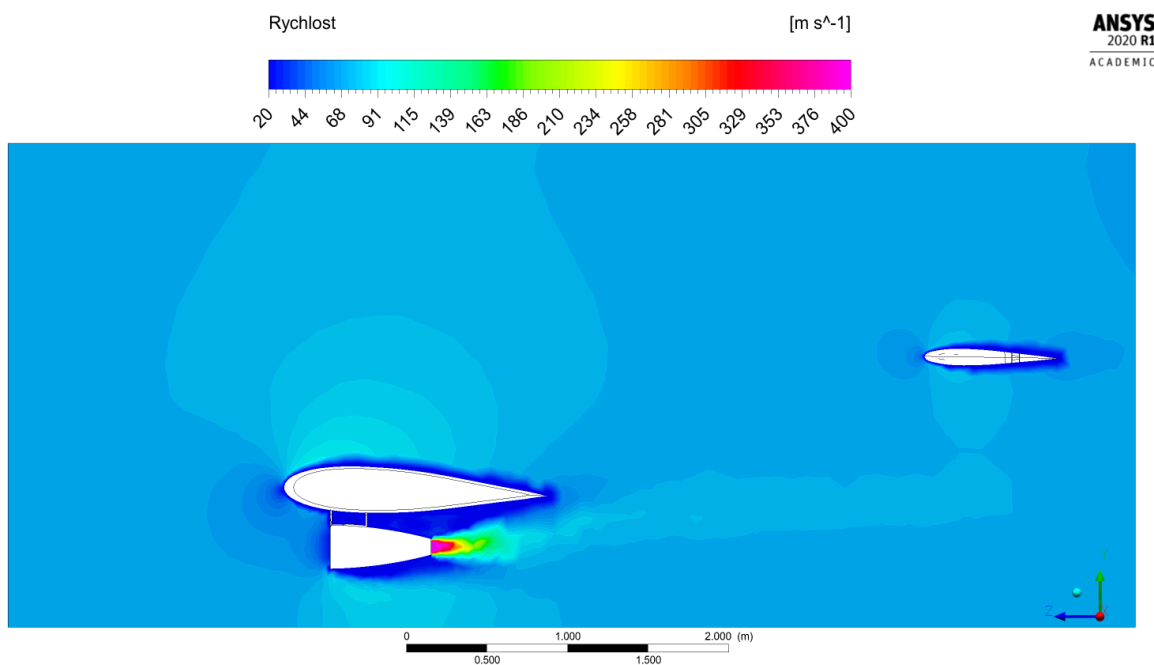
Na obrázku 5.22 je uvedena vzdálenost dosahu vysokých hodnot teplotního pole od trysky. Energie se díky větším turbulencím více ztrácí a proudové pole si tak teploty v intervalu  $(100-150)^\circ\text{C}$  udrží po kratší dráhu 1,8 m (oproti 2,3 m u simulace F).



Obrázek 5.21: Teplotní pole v prostoru pro simulaci G



Obrázek 5.22: Simulace G. Teplotní pole v rovině R1



Obrázek 5.23: Simulace G. Rychlostní pole v rovině R1



## 6 Závěr

Hlavním cílem této bakalářské práce bylo vyhodnotit možné teplotní ovlivnění výškového kormidla vlivem proudění horkých spalin z proudového motoru.

V práci byl využit proudový motor PBS TJ100, dle instrukcí konzultanta VÚTS. Podrobné charakteristiky tohoto proudového motoru byly získány z oficiálních dokumentů výrobce dostupných na internetu. Z těchto údajů byla vypočtena veličina výstupní rychlosti plynů z trysky proudového motoru.

Použila se geometrie československého letounu Zlín Z-50, jehož 3D geometrii je volně k dispozici v internetové databázi 3D modelů. Struktura letadla Z-50 byla sestavena přesně dle výrobních výkresů, ale bylo třeba ji dále upravit pro potřeby programu ANSYS Fluent. Potřebné podoby se dosáhlo převedením prostorových ploch modelu na objemové díly v programu SolidWorks. Ke zjednodušení budoucích výpočtů byly z geometrie letadla odstraněny některé prvky jako anténa, podvozek letadla, vztlakové klapky. Konečná úprava geometrie před nasazením do simulačního programu bylo rozdělení letadla podle vertikální roviny symetrie vedené středem letadla. Tato úprava výrazně snížila výpočetní náročnost simulace.

Ke snazšímu nastavení trojrozměrné simulace byl vytvořen zkušební výpočet 2D modelu ve vertikálním řezu vedeným osou proudového motoru. Následně byl diskretizován výpočetní prostor. K tomu se použila nestrukturovaná trojúhelníková síť. Na této zkušební simulaci se nastavily vhodné počáteční a okrajové podmínky, stacionární proudění, turbulentní SST  $k-\omega$  model.

Dále byl 3D model „síťován“. Nejprve byla zvolena nestrukturovaná výpočetní síť o 50 000 elementech. Výpočet se zanalyzoval a porovnal s výpočtem se stejnou geometrií, ale jemnější sítí (360 000 prvků). Výsledek jemnější sítě byl velice odlišný. Tento výpočet byl dále porovnán s výstupem modelu se sítí o 900 000 prvcích. Zde již rozdíly nebyly velké, ale výpočetní náročnost procesu značná. Pro účely této práce bylo rozhodnuto počítat se sítí o 360 000 elementech.

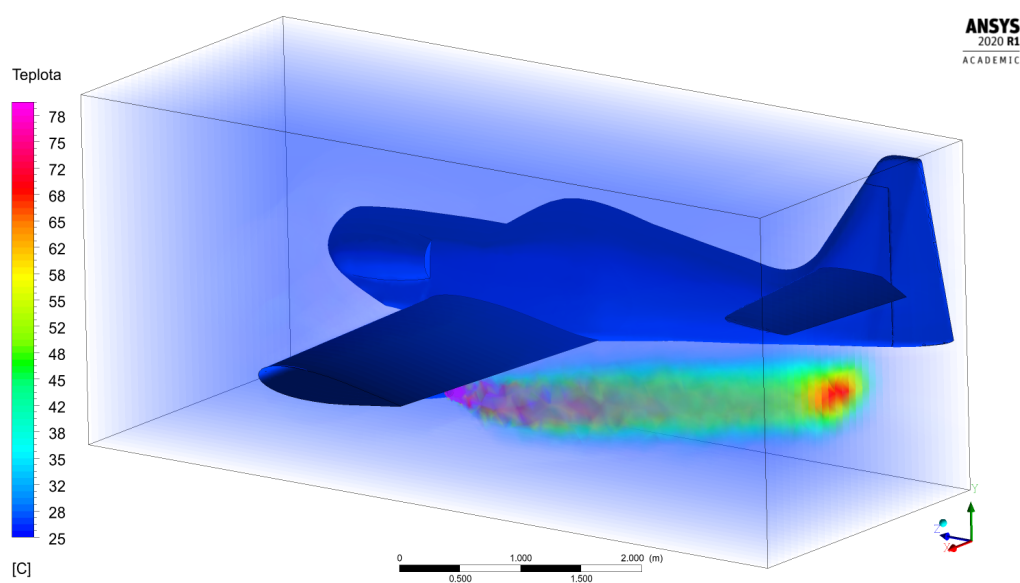
Ze získaných výsledků bylo zjištěno, že možné teplotní ovlivnění této konfigurace (letadlo-proudový motor) nastane při kritickém úhlu náběhu ( $\alpha = 20^\circ$ ) a kritické letové rychlosti ( $v_0 = 83 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ). Teplota proudění ve styku s výškovým kormidlem zde dosahuje  $70^\circ\text{C}$ . Významné teplotní ovlivnění ( $> 100^\circ\text{C}$ ) při horizontálním letu (nulový úhel náběhu) nastane nejvýše do 2,3 m od trysky proudového motoru.

## Bibliografie

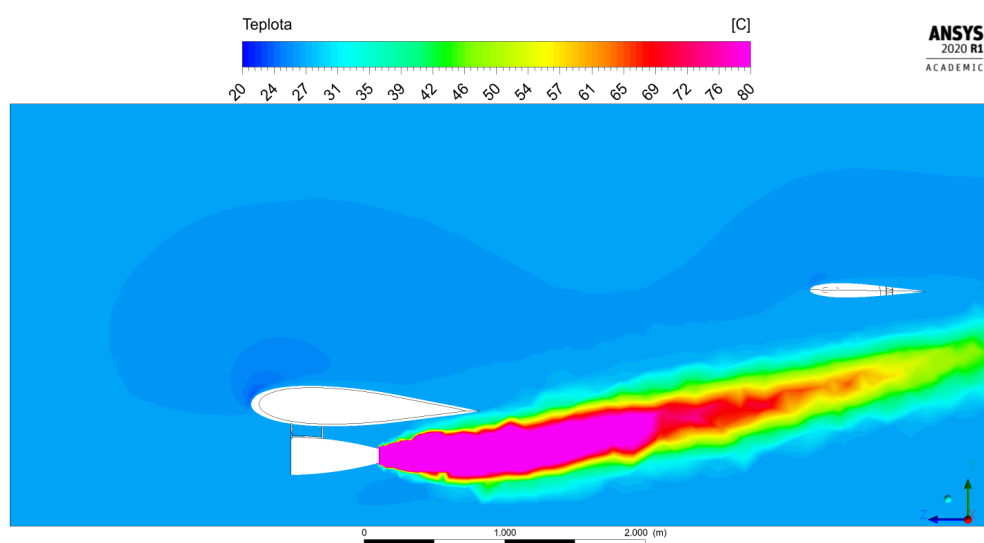
- [1] *Zlin Z-50 | 3D CAD Model Library | GrabCAD*. URL: <https://grabcad.com/library/zlin-z-50-1> (cit. 01.06.2020).
- [2] Ing. Zdeněk Katolický. *Turbo-jet engine TJ 100*. URL: <https://minijets.org/fileadmin/documents/Basic%20information%20TJ100%20-%20AJ%20revision%205.pdf> (cit. 25.08.2008).
- [3] Frank M. White. *Fluid mechanics*. 7th ed. McGraw-Hill series in mechanical engineering. New York, NY: McGraw-Hill, 2011. 885 **pagetotals**. ISBN: 978-0-07-352934-9.
- [4] Jaromír Příhoda a Petr Louda. *Matematické modelování turbulentního proudění*. Nakladatelství ČVUT, 2007.
- [5] Václav Uruba a vysoké učení technické v Praze České. *Turbulence*. 2., přeprac. vyd. OCLC: 903090145. V Praze: České vysoké učení technické, 2014. 130 **pagetotals**. ISBN: 978-80-01-05600-4.
- [6] Aldo Hennink. *Heat Transfer in Fluids*. URL: [http://www.sco2-hero.eu/wp-content/uploads/2017/09/04\\_Hennink\\_TUD\\_Heat-transfer-in-sCO2.pdf](http://www.sco2-hero.eu/wp-content/uploads/2017/09/04_Hennink_TUD_Heat-transfer-in-sCO2.pdf) (cit. 23.05.2020).
- [7] *ANSYS Fluent Theory Guide 15*. Lis. 2013. URL: <http://www.ansys.com>.
- [8] doc. Ing. Petr Šidlof, Ph.D. *Výpočetní síť*. URL: <https://astra.nti.tul.cz/~petr.sidlof/vyuka/NMPT/pr04%20-%20Vypocetni%20sit.pdf> (cit. 23.05.2020).
- [9] Martin Vrbka a Michal Vaverka. *Metoda konečných prvků*. URL: [http://www.shigley.cz/images/texts/file/prednaska1\\_mkp.pdf](http://www.shigley.cz/images/texts/file/prednaska1_mkp.pdf) (cit. 23.05.2020).
- [10] Pavel Zácha. *Metoda konečných objemů*. URL: <http://energetika.cvut.cz/wp-content/uploads/CFD-pro-TT-P01-Zacha-MK0.pdf> (cit. 23.05.2020).
- [11] Aerospace Engineering. *Performance of Jet Engine | Aerospace Engineering*. Library Catalog: [www.aerospacengineering.net](http://www.aerospacengineering.net). URL: <http://www.aerospacengineering.net/performance-of-jet-engine/> (cit. 23.05.2020).
- [12] *Gas turbine engine thrust*. In: *Wikipedia*. Page Version ID: 905973096. 12. čvc 2019. URL: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Gas\\_turbine\\_engine\\_thrust&oldid=905973096](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Gas_turbine_engine_thrust&oldid=905973096) (cit. 20.05.2020).

## 7 Přílohy

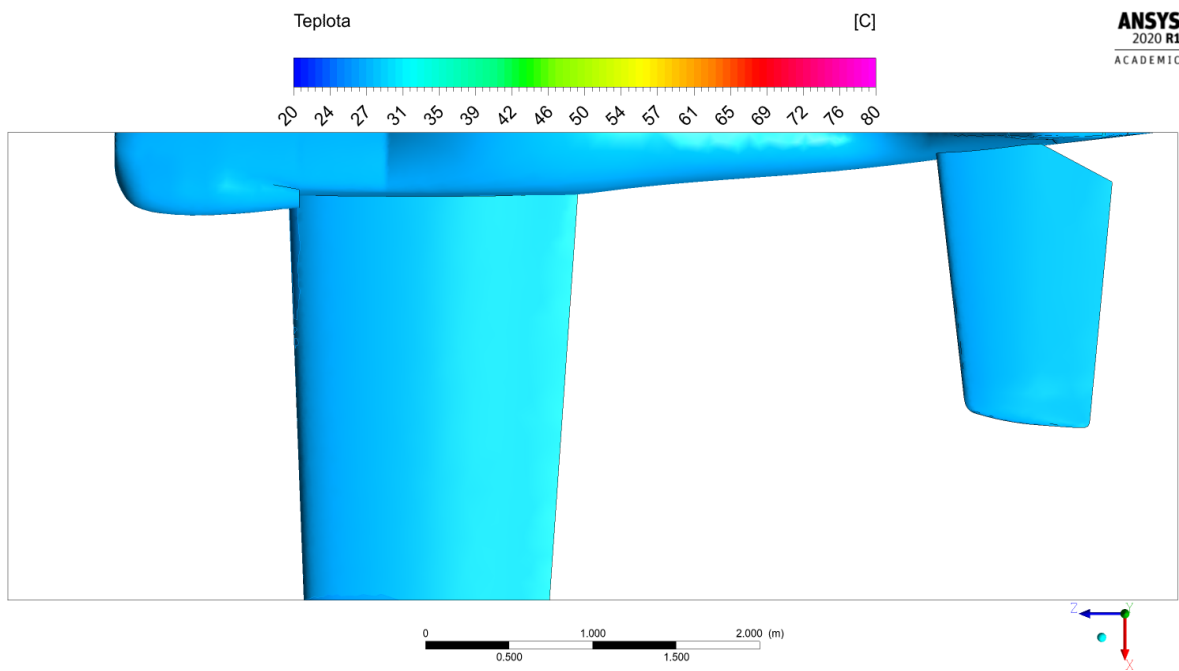
### 7.1 Simulace A



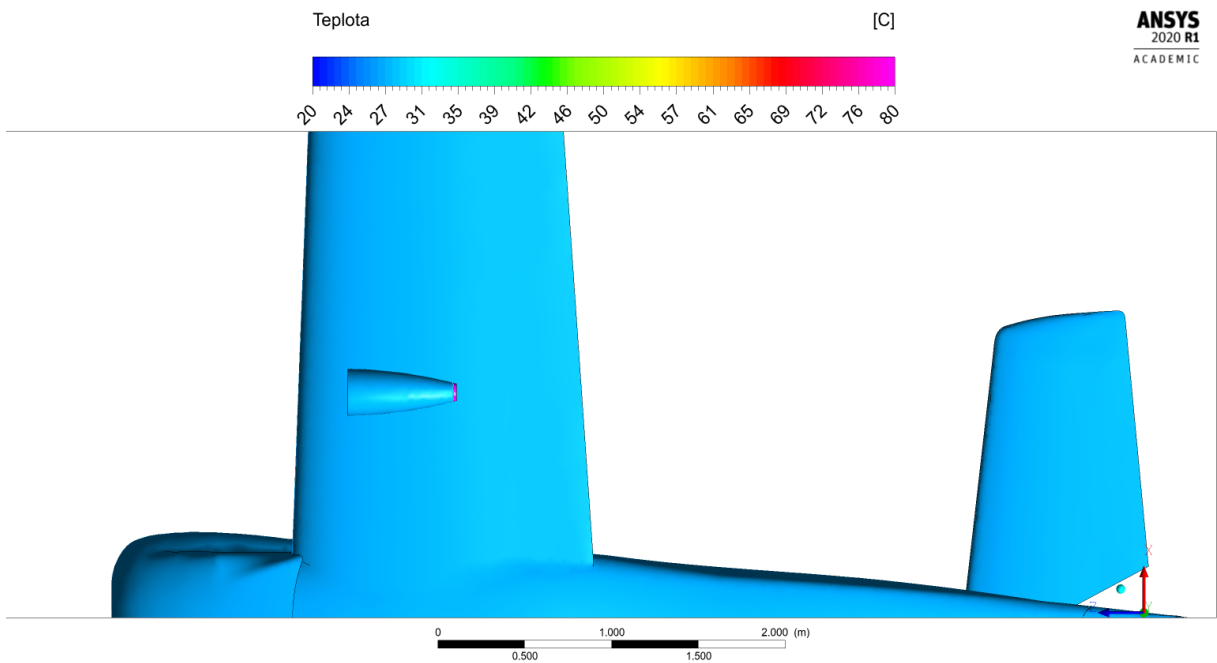
Obrázek 7.1: Simulace A. Teplotní pole v prostoru



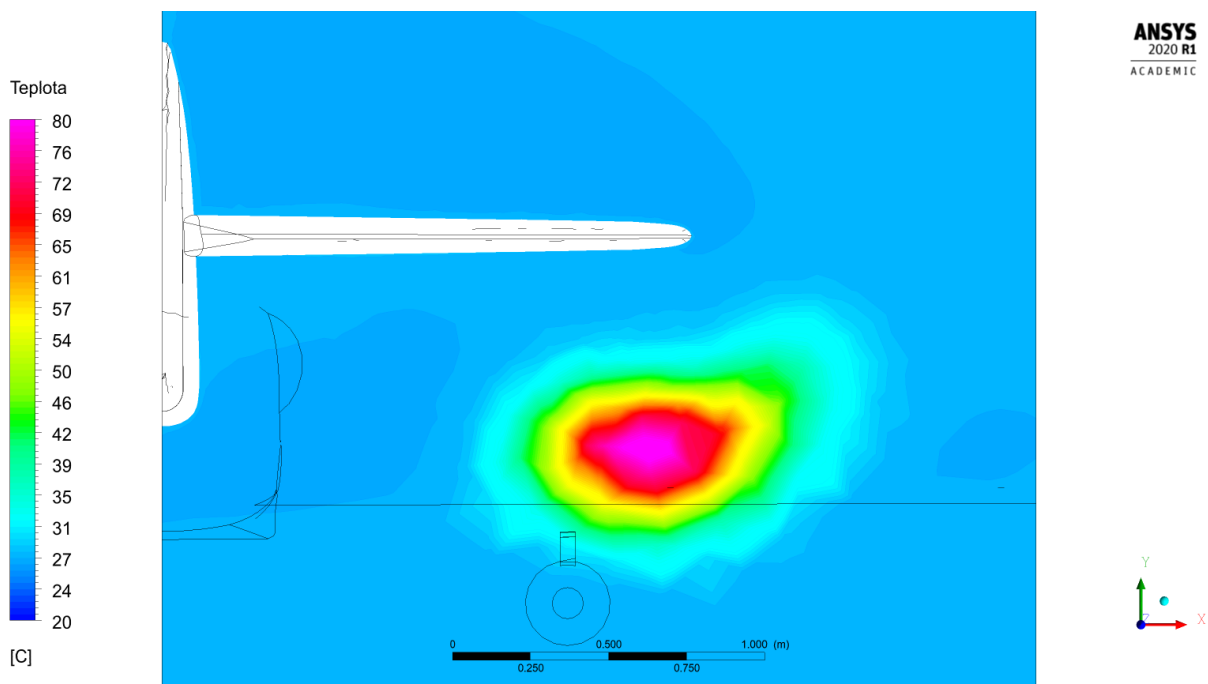
Obrázek 7.2: Simulace A. Teplotní pole v rovině R1



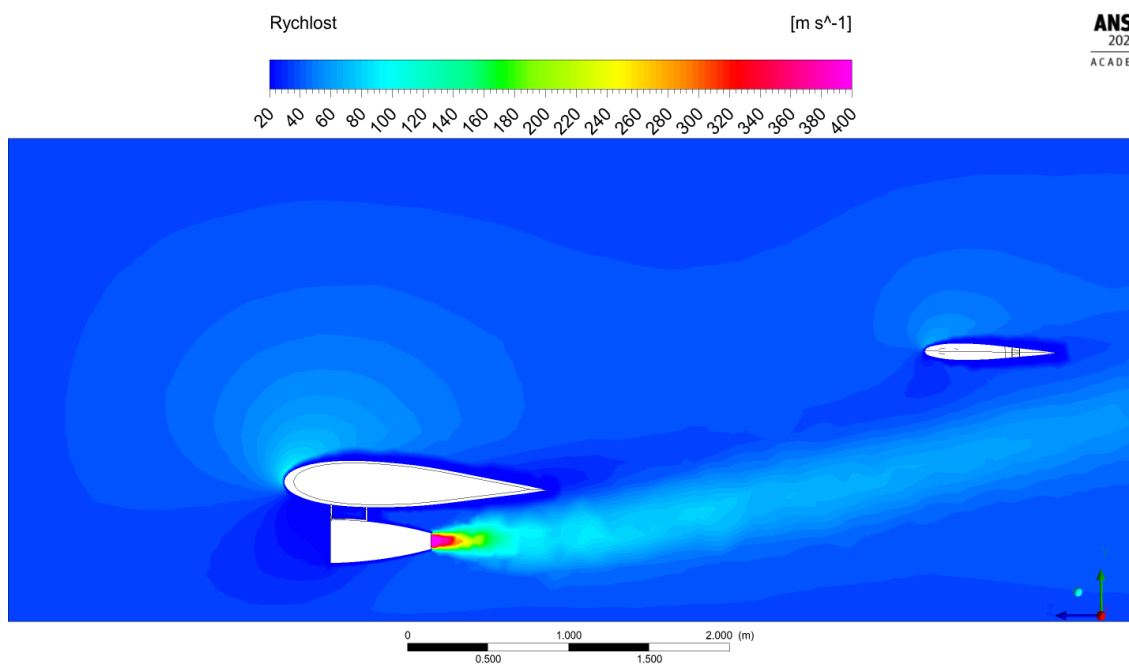
Obrázek 7.3: Simulace A. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled shora



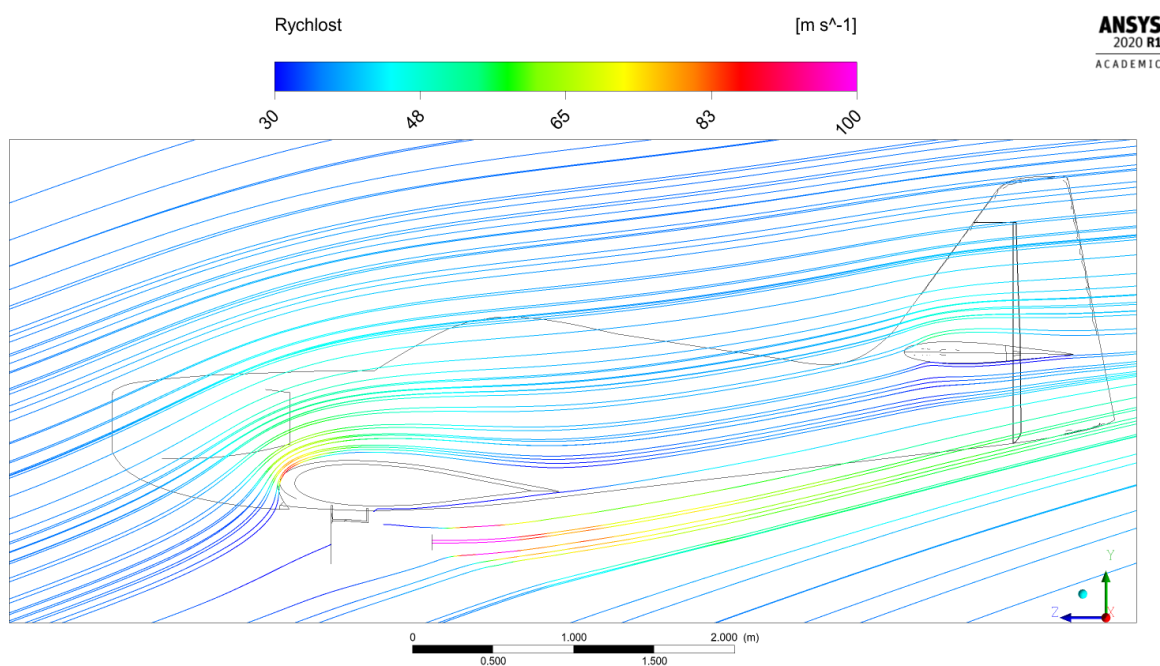
Obrázek 7.4: Simulace A. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled zdola



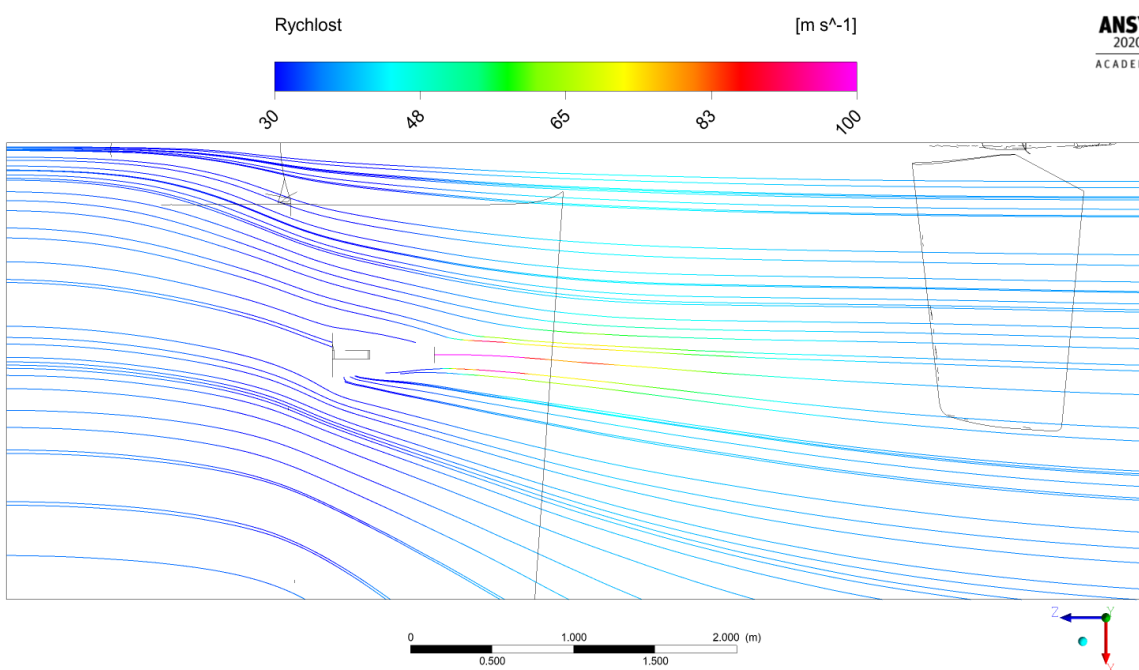
Obrázek 7.5: Simulace A. Teplotní pole v rovině R3



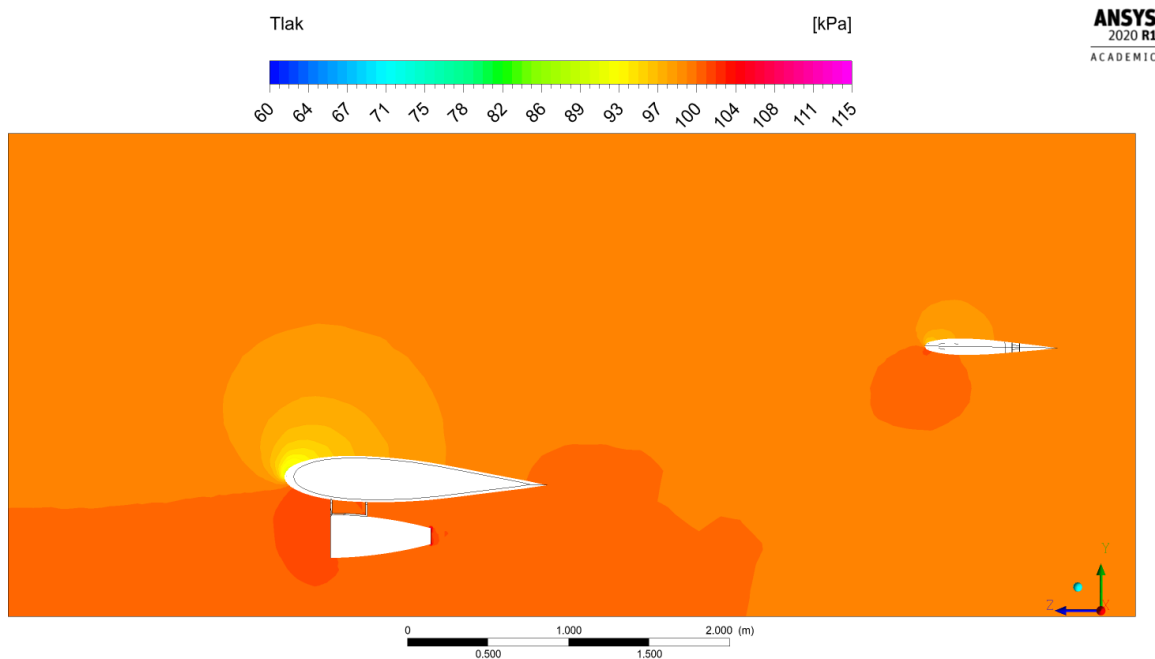
Obrázek 7.6: Simulace A. Rychlostní pole v rovině R1



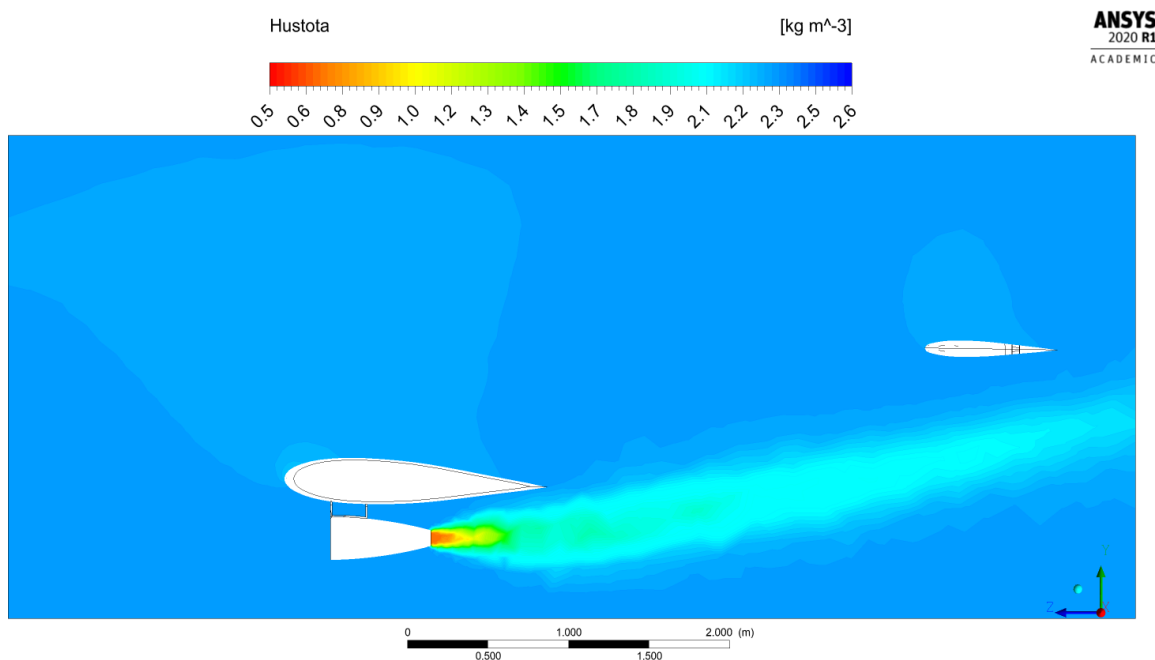
Obrázek 7.7: Simulace A. Proudnice v rovině R1



Obrázek 7.8: Simulace A. Proudnice v rovině R4

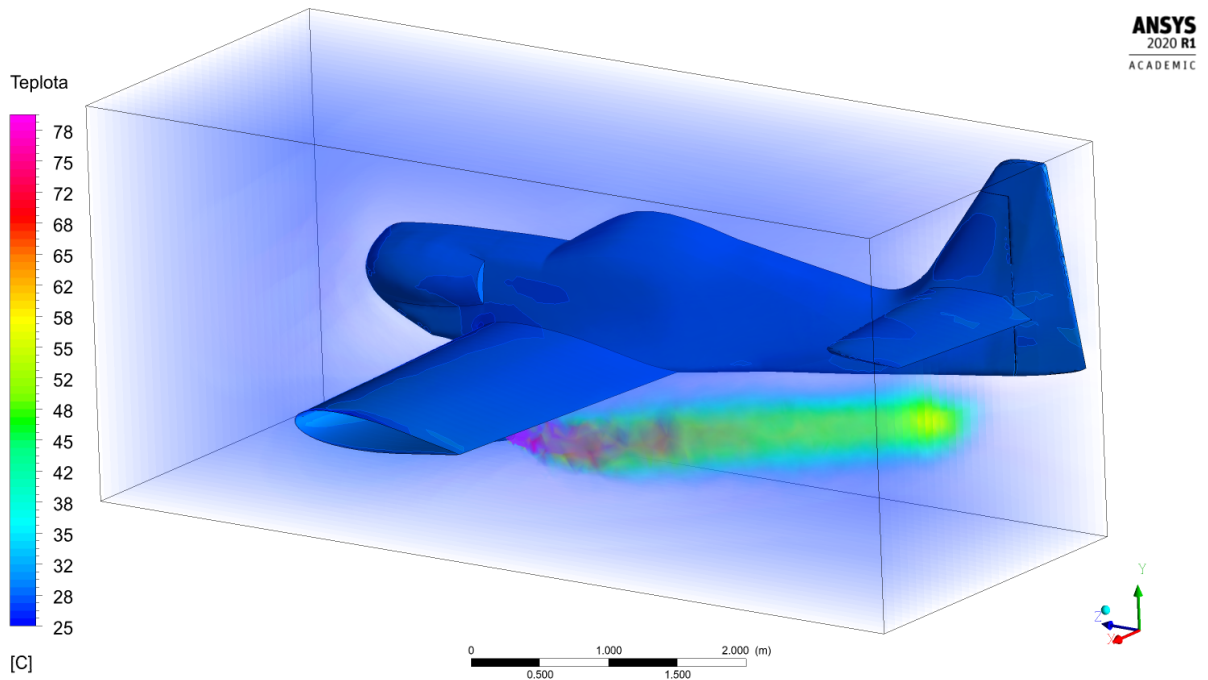


Obrázek 7.9: Simulace A. Tlakové pole v rovině R1

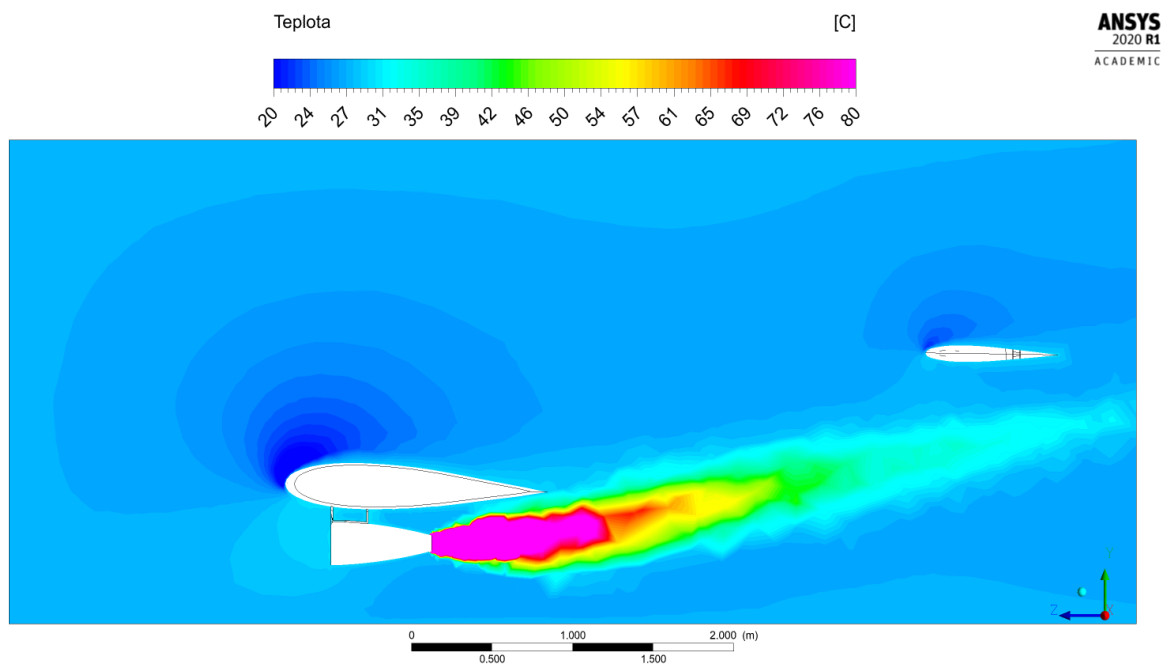


Obrázek 7.10: Simulace A. Pole hustot v rovině R1

## 7.2 Simulace B

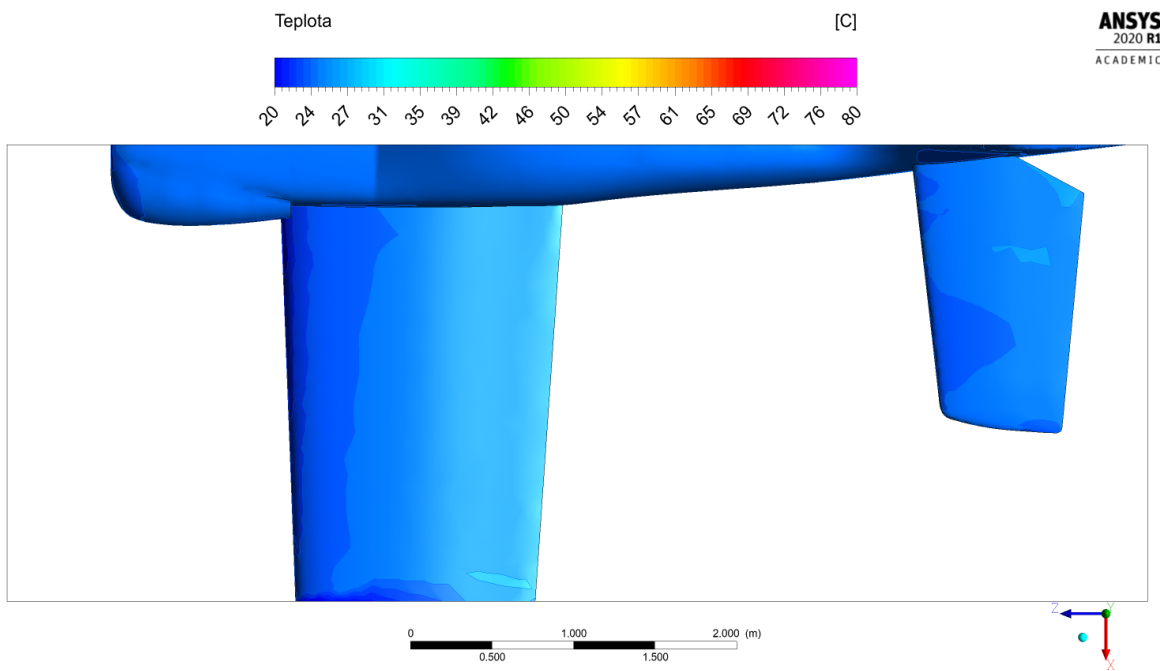


Obrázek 7.11: Simulace B. Teplotní pole v prostoru

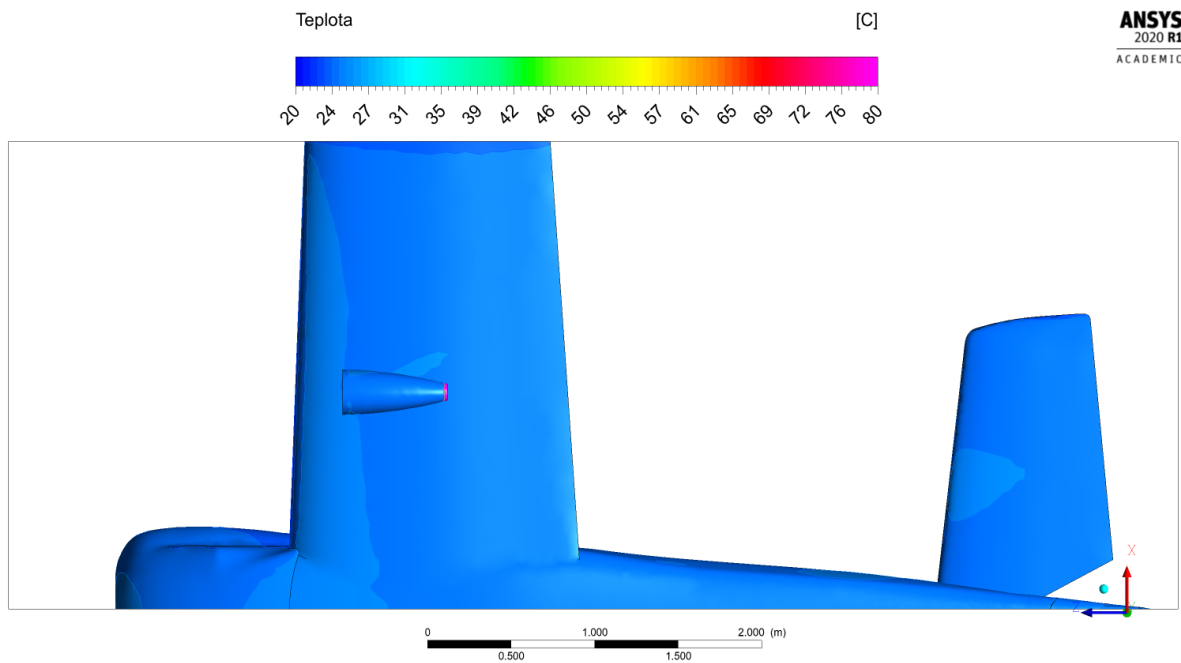


Obrázek 7.12: Simulace B. Teplotní pole v rovině R1

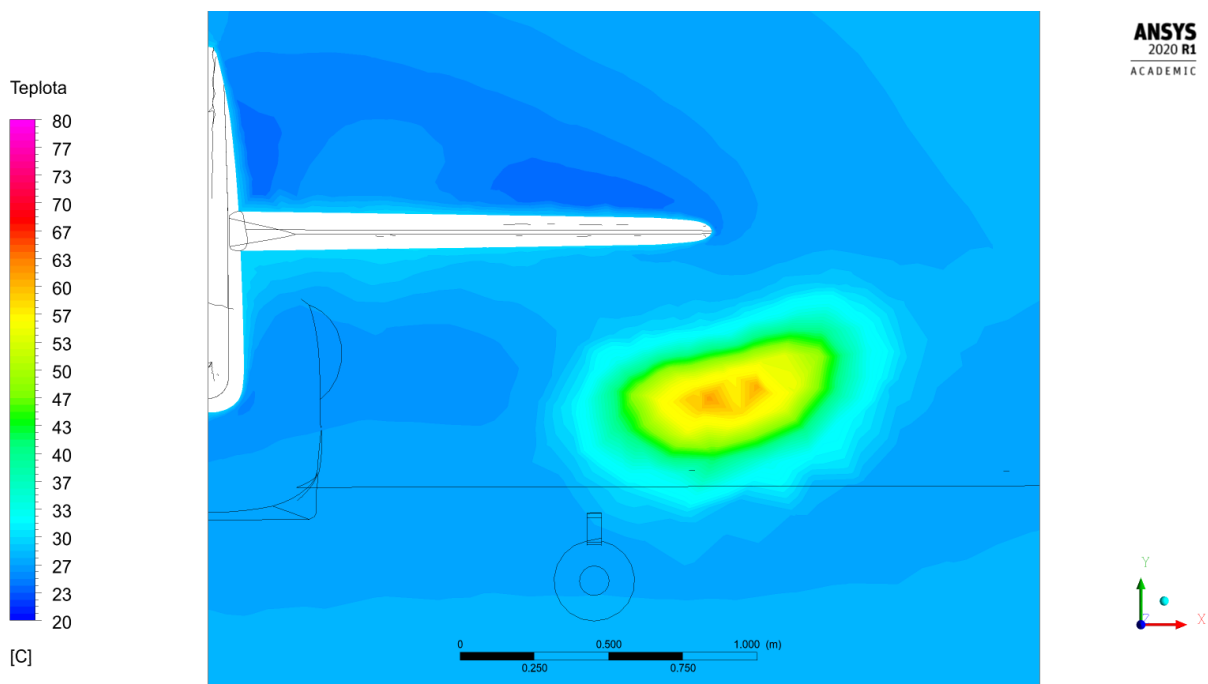




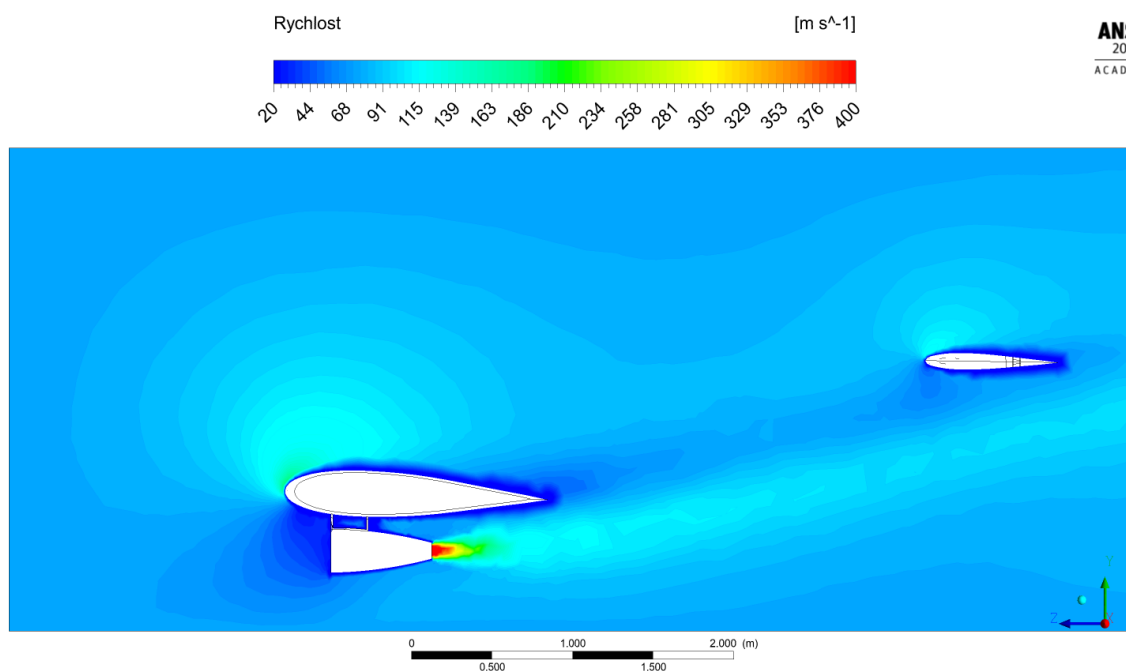
Obrázek 7.13: Simulace B. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled shora



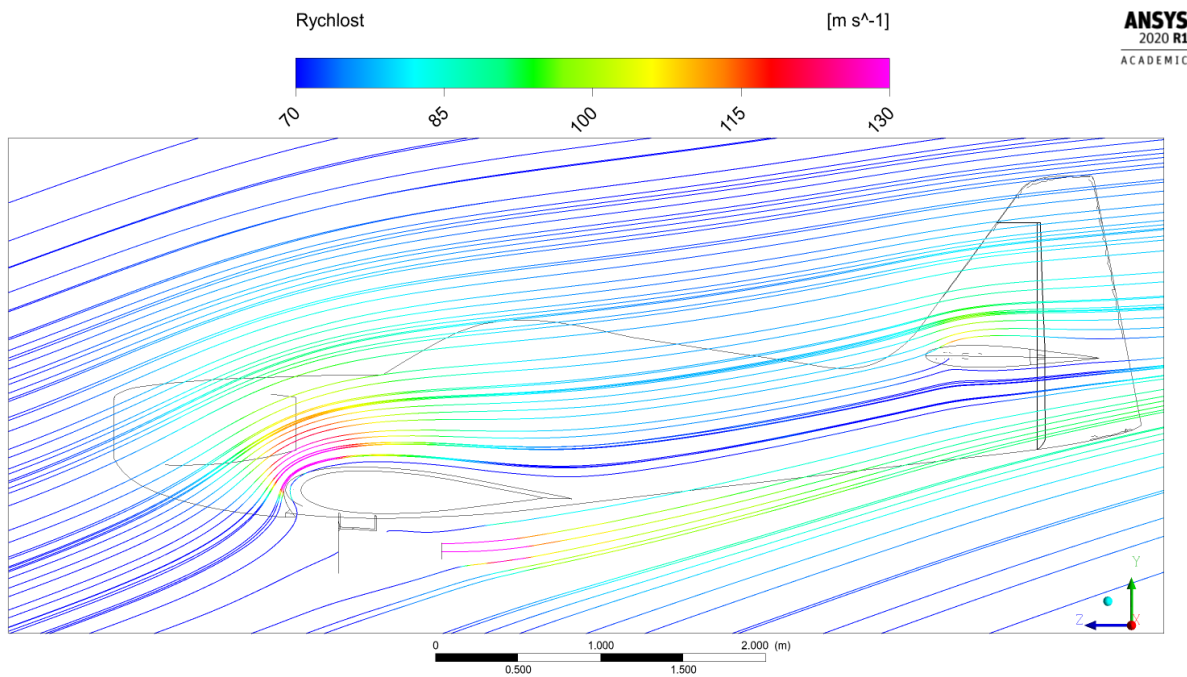
Obrázek 7.14: Simulace B. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled zdola



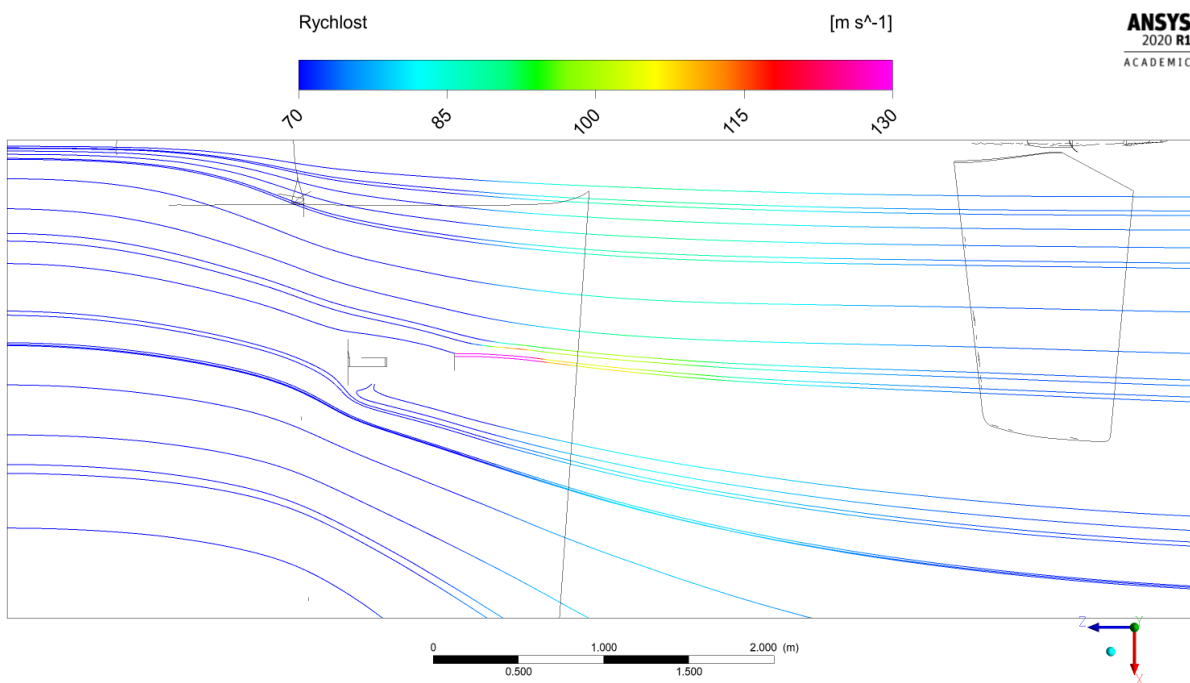
Obrázek 7.15: Simulace B. Teplotní pole v rovině R3



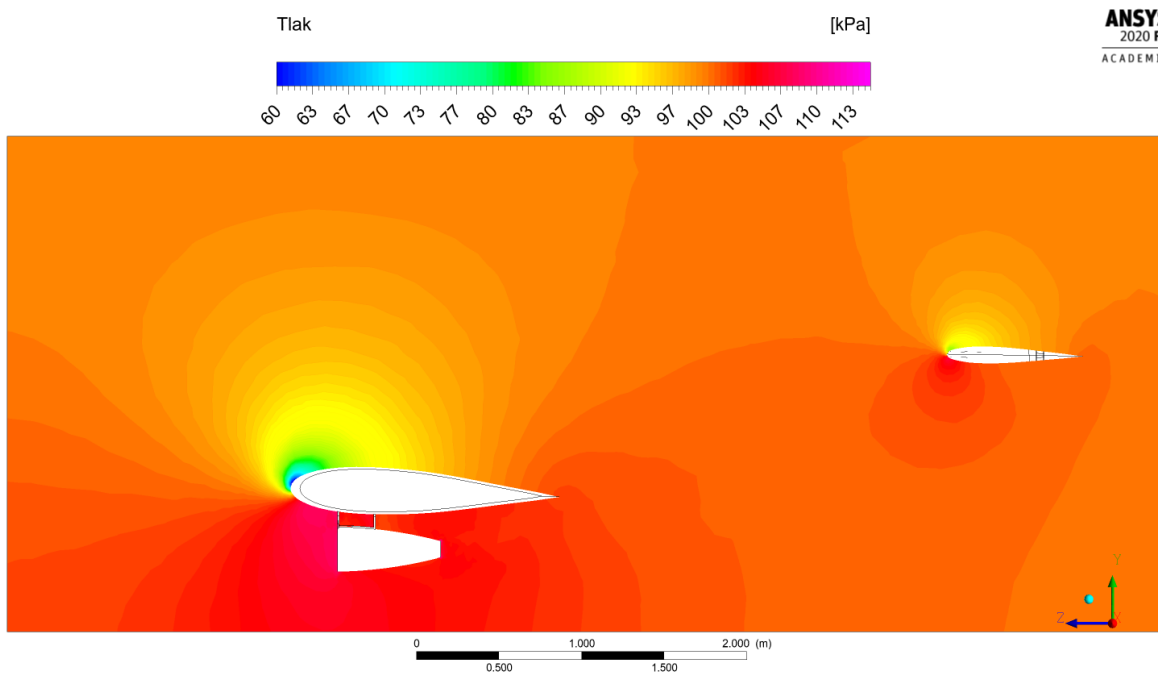
Obrázek 7.16: Simulace B. Rychlostní pole v rovině R1



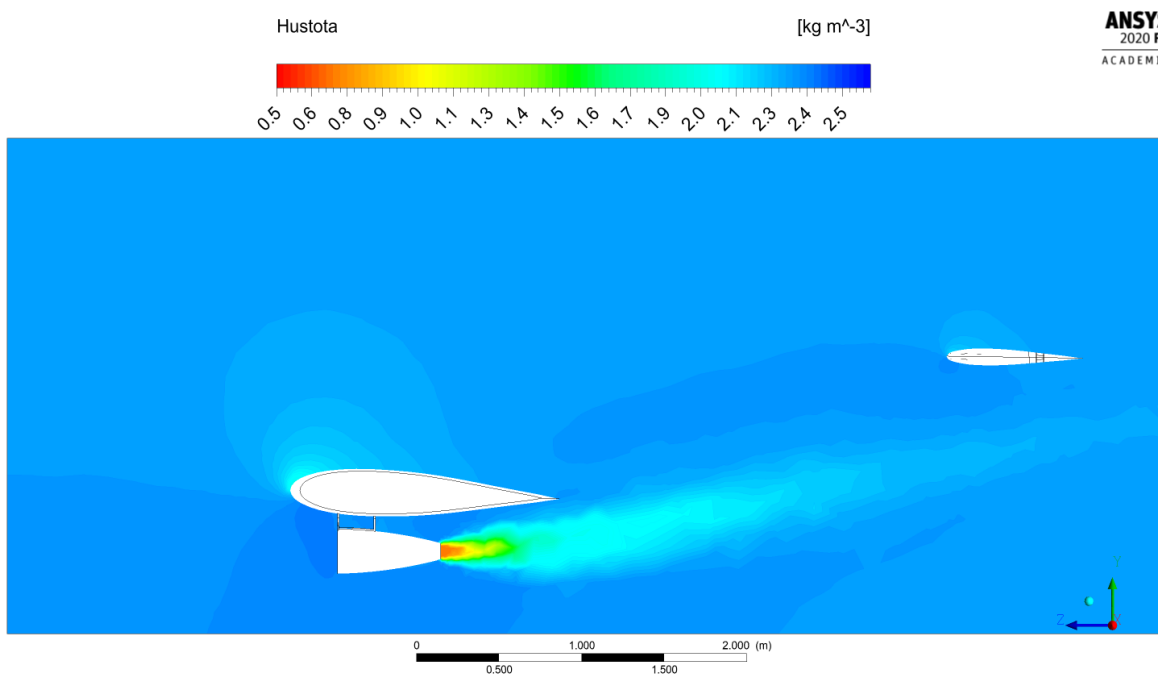
Obrázek 7.17: Simulace B. Proudnice v rovině R1



Obrázek 7.18: Simulace B. Proudnice v rovině R4

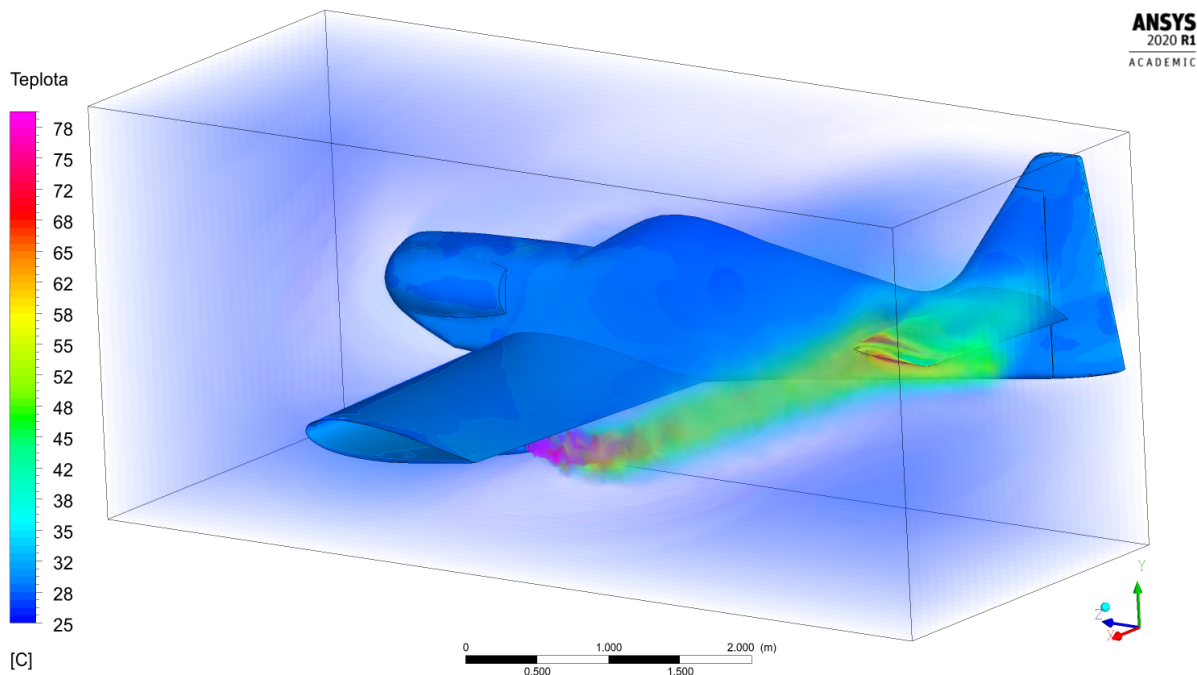


Obrázek 7.19: Simulace B. Tlakové pole v rovině R1

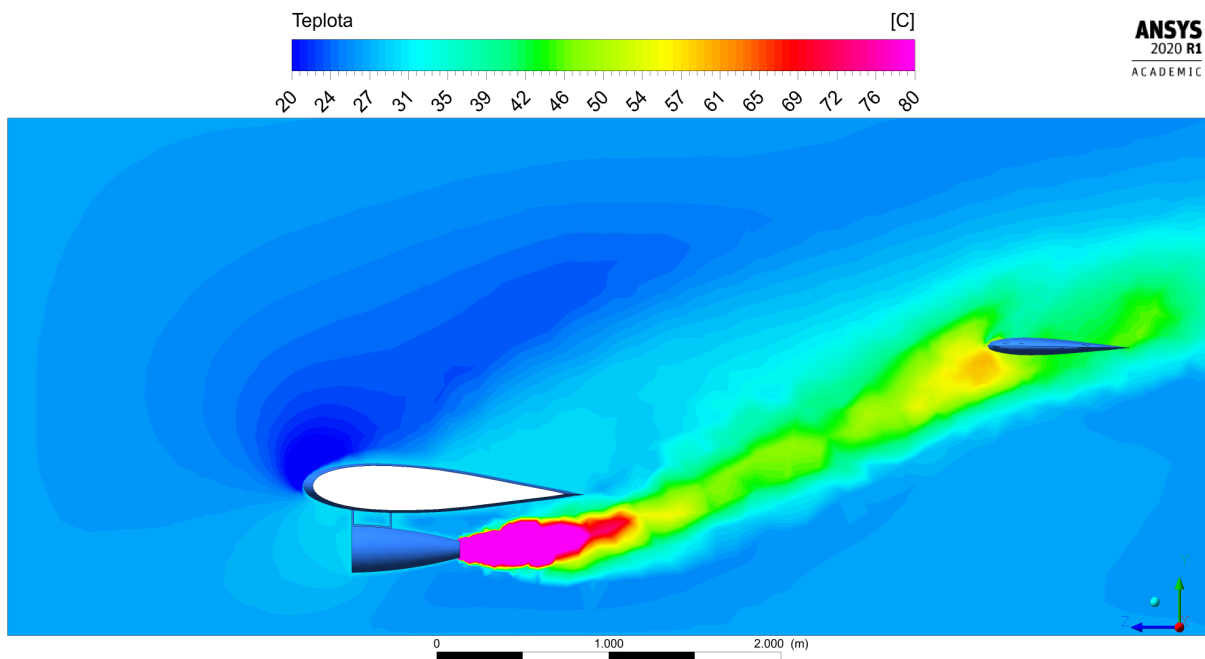


Obrázek 7.20: Simulace B. Pole hustot v rovině R1

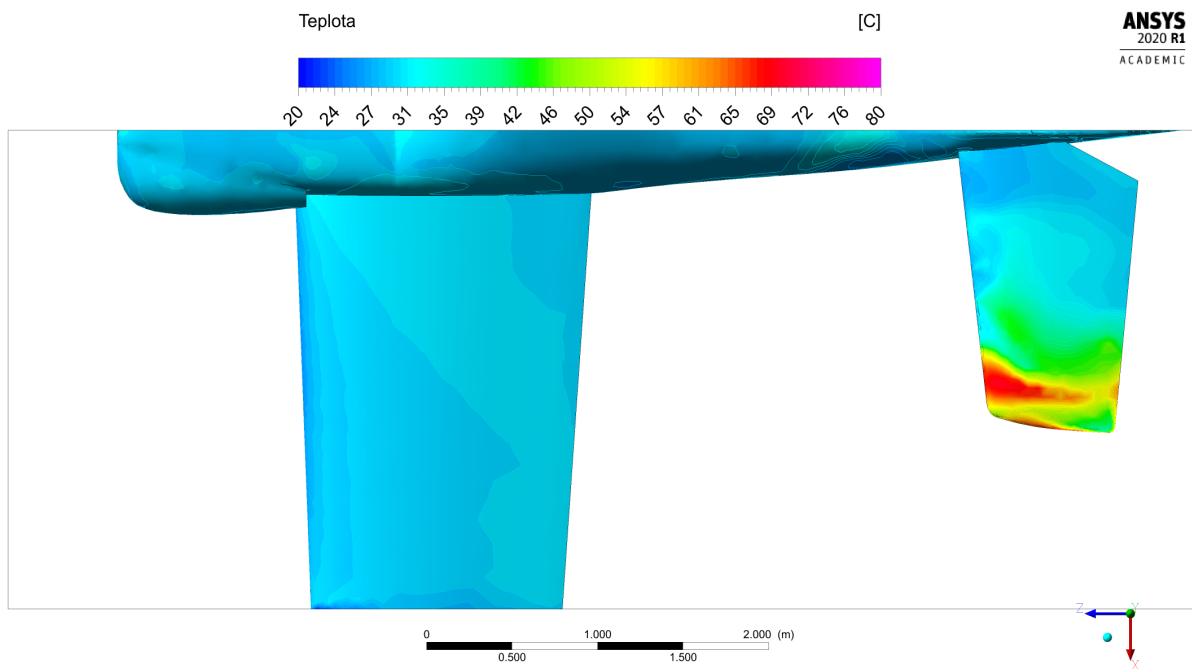
## 7.3 Simulace C



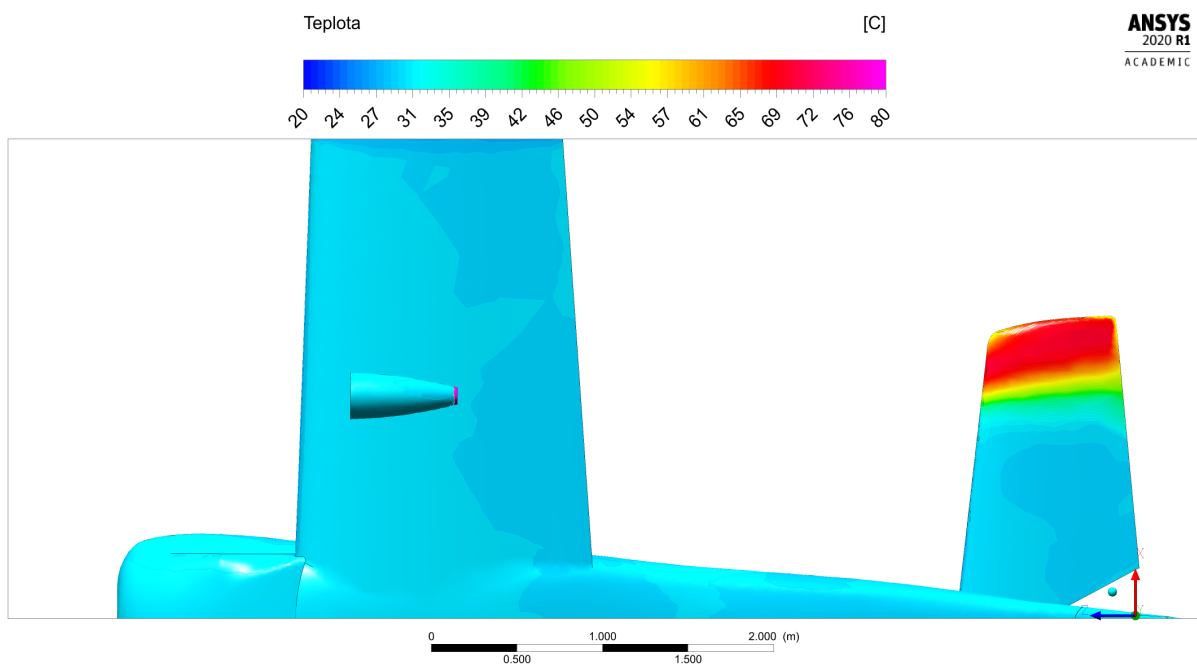
Obrázek 7.21: Simulace C. Teplotní pole v prostoru



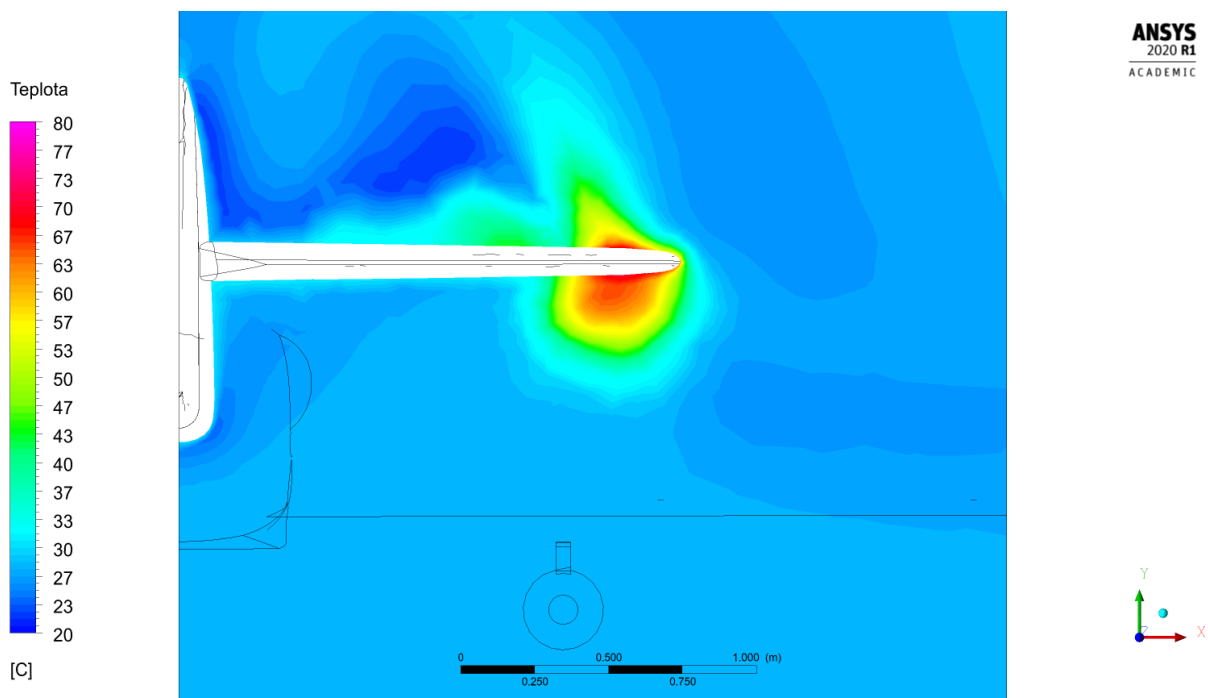
Obrázek 7.22: Simulace C. Teplotní pole v rovině R1



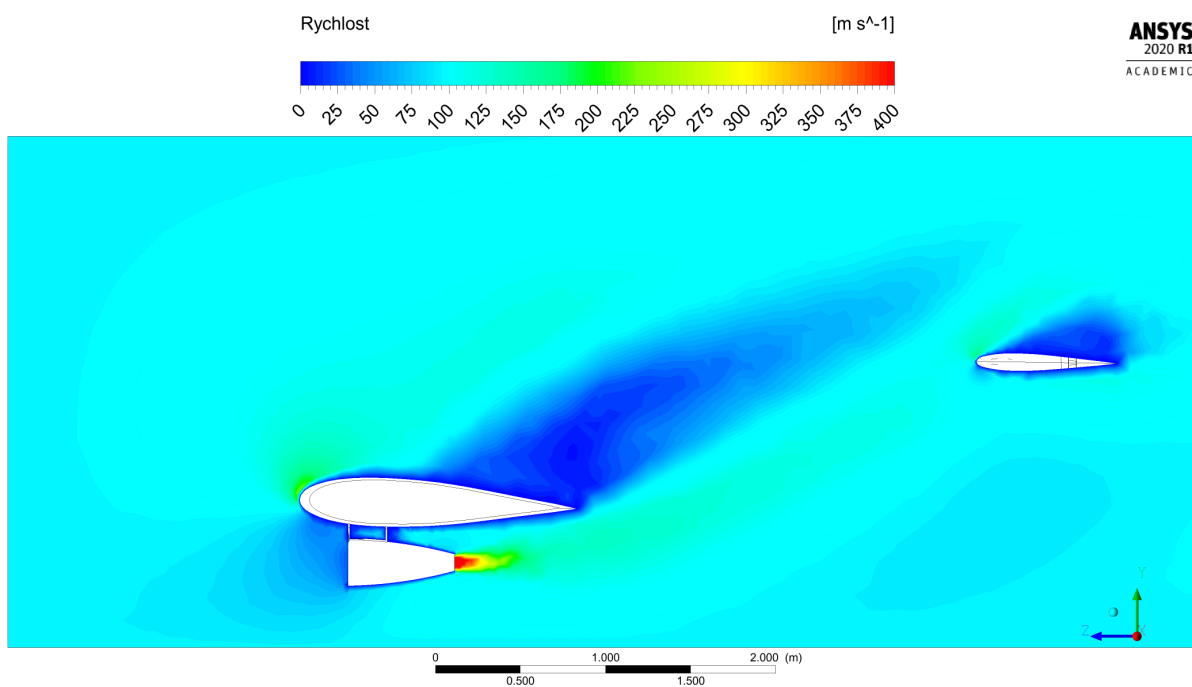
Obrázek 7.23: Simulace C. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled shora



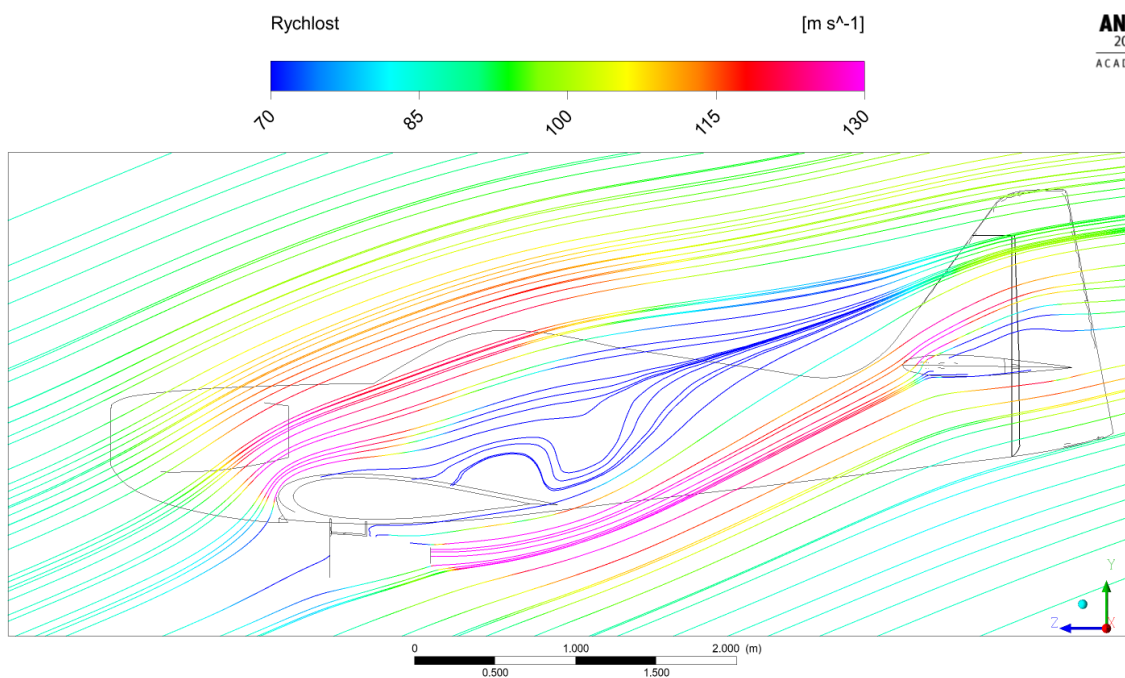
Obrázek 7.24: Simulace C. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled zdola



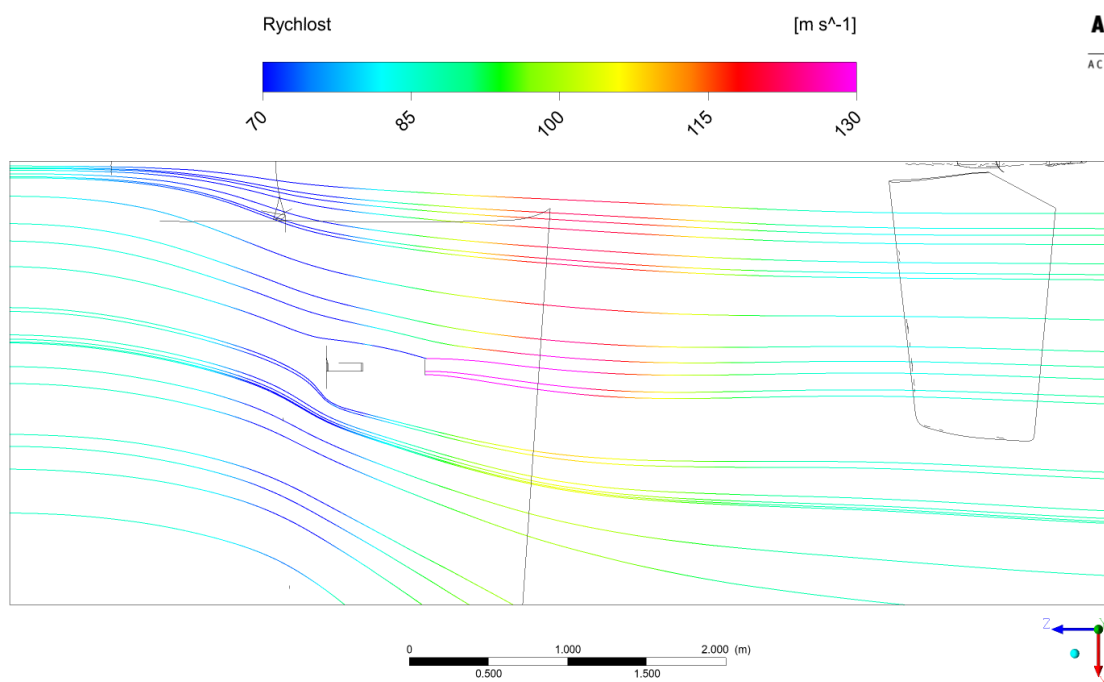
Obrázek 7.25: Simulace C. Teplotní pole v rovině R3



Obrázek 7.26: Simulace C. Rychlostní pole v rovině R1

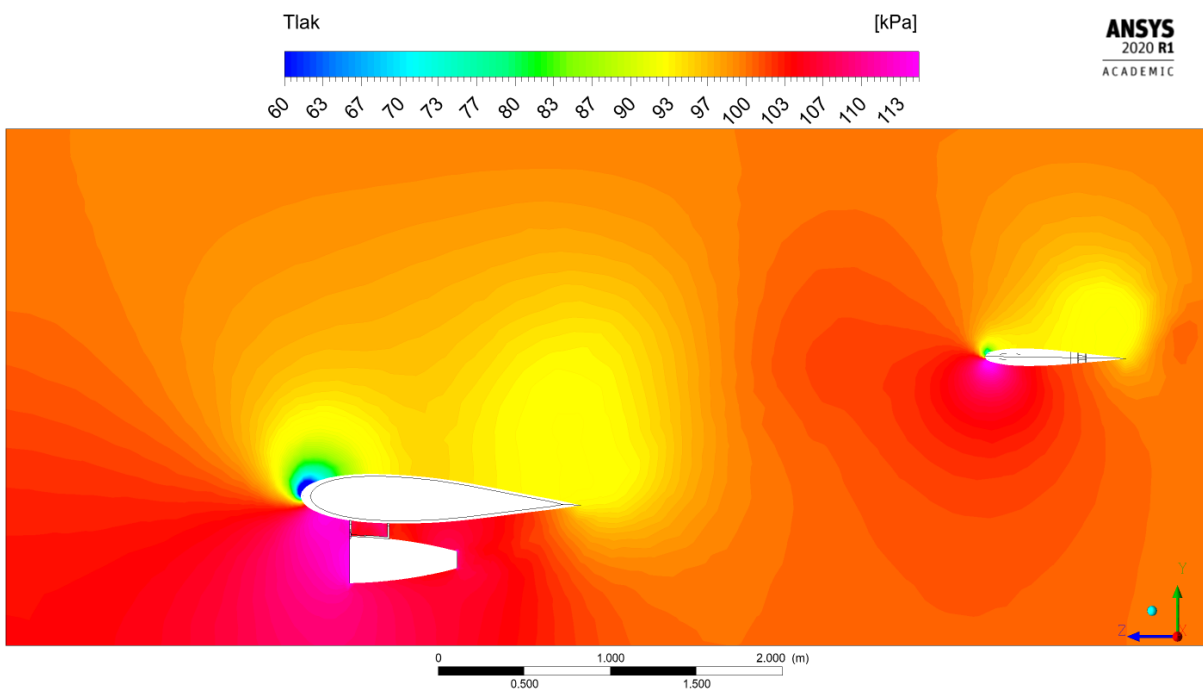


Obrázek 7.27: Simulace C. Proudnice v rovině R1

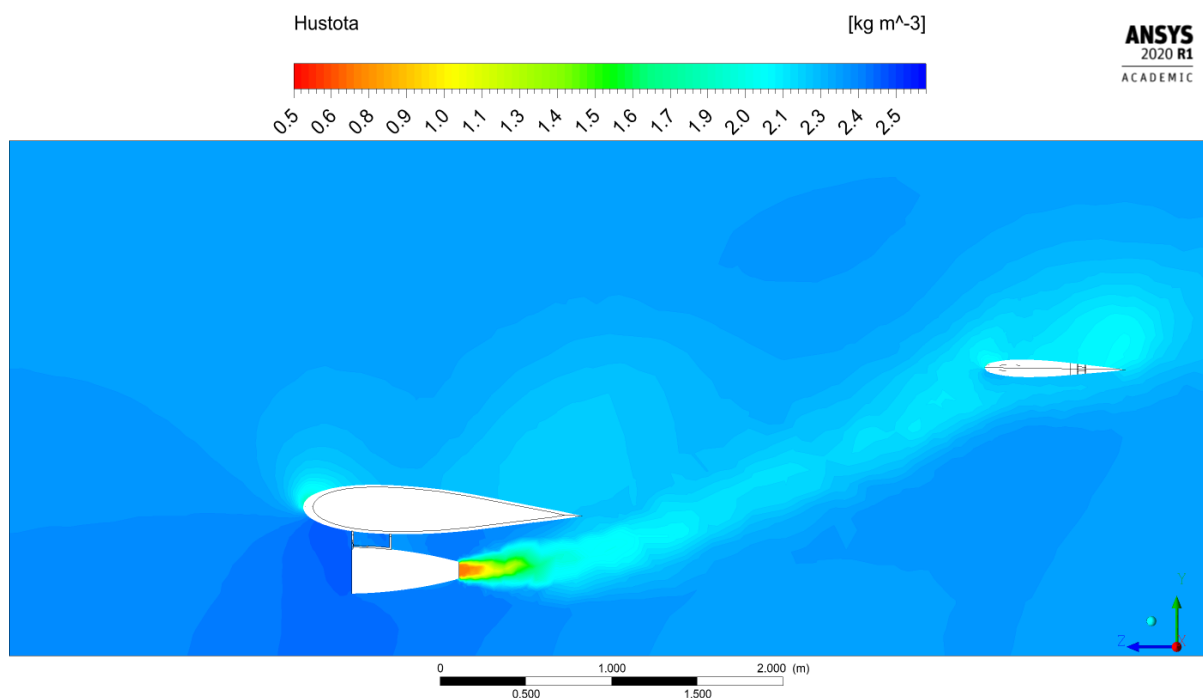


Obrázek 7.28: Simulace C. Proudnice v rovině R4



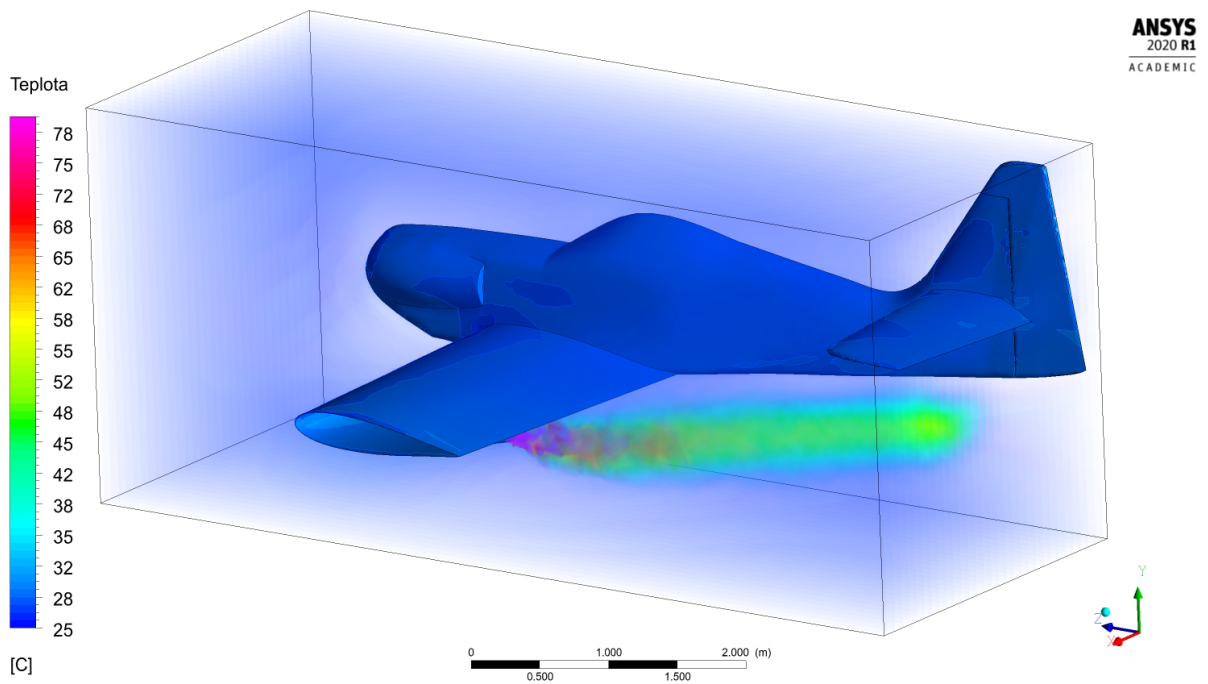


Obrázek 7.29: Simulace C. Tlakové pole v rovině R1

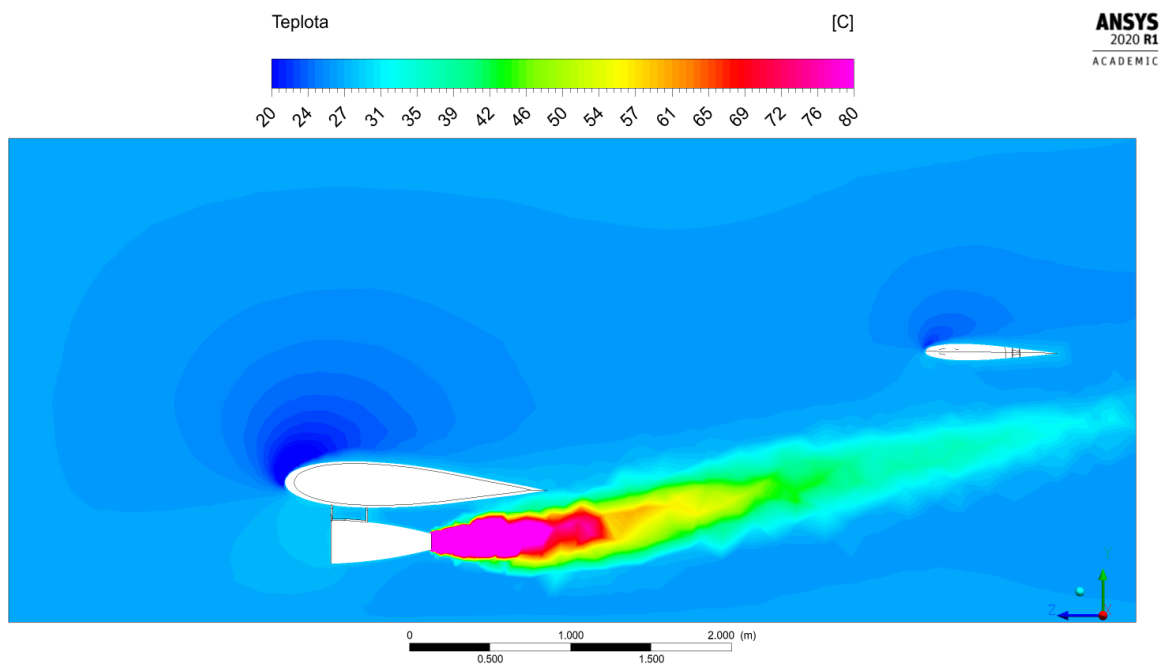


Obrázek 7.30: Simulace C. Pole hustoty v rovině R1

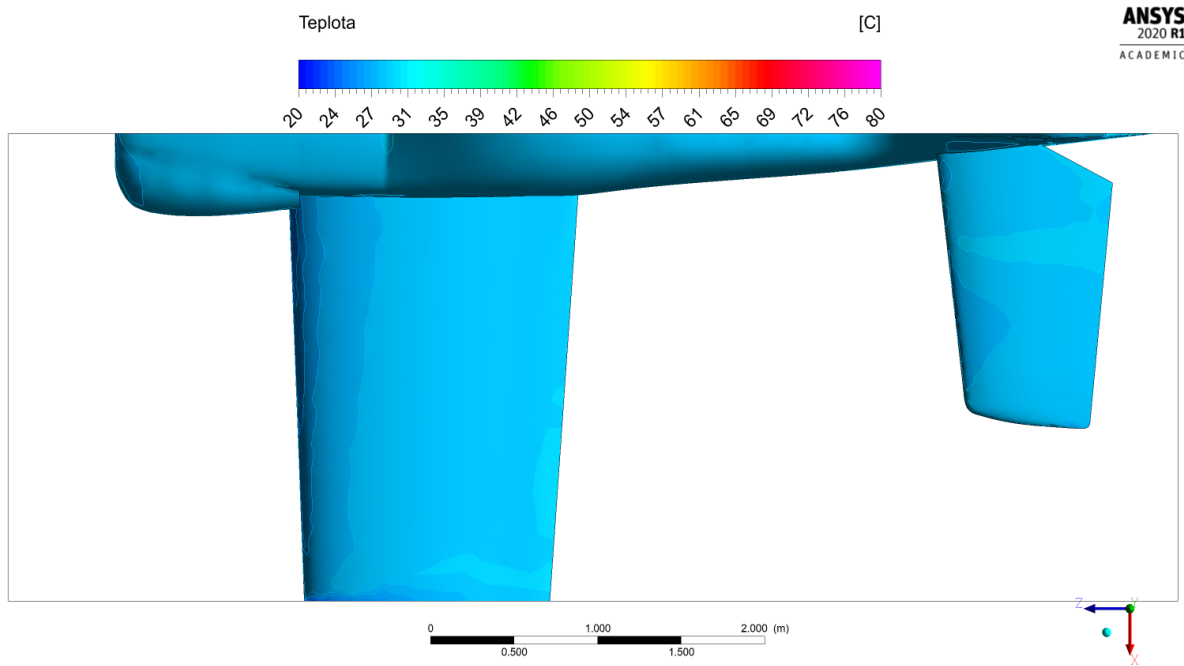
## 7.4 Simulace D



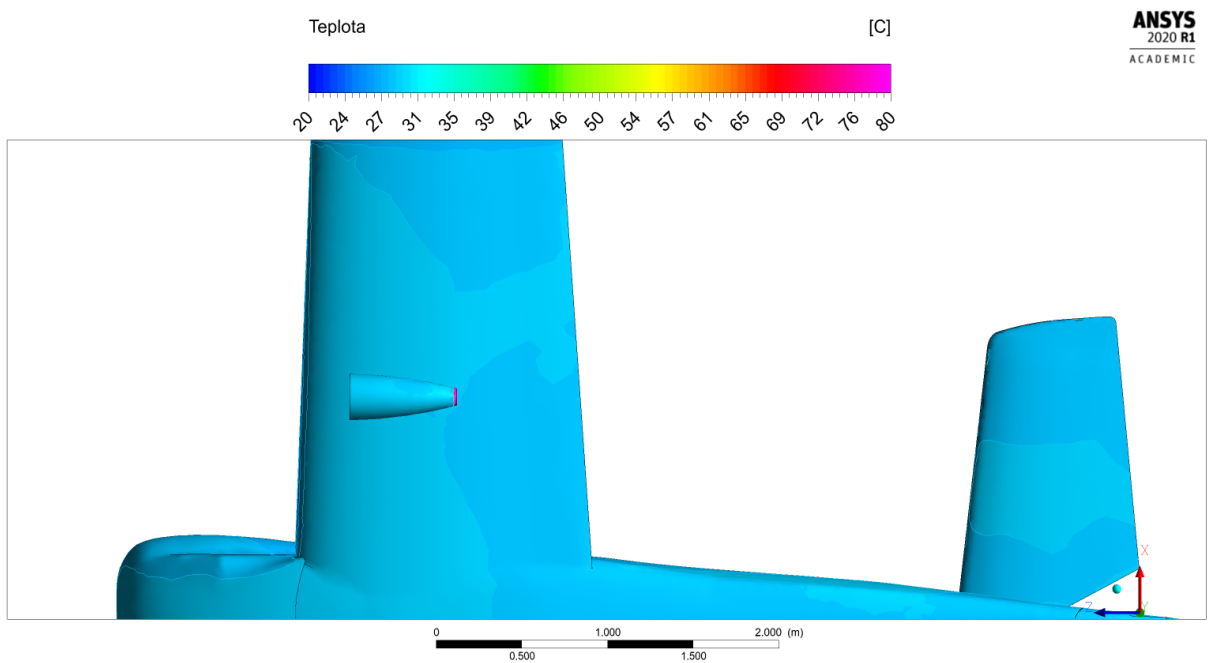
Obrázek 7.31: Simulace D. Teplotní pole v prostoru



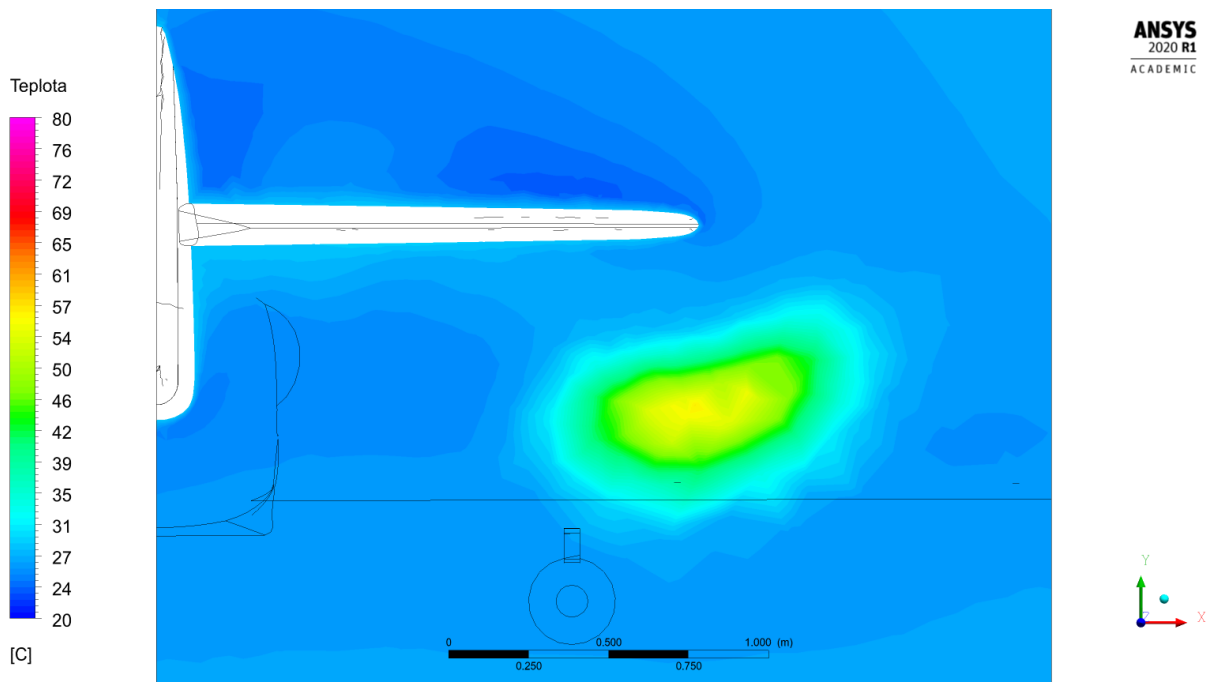
Obrázek 7.32: Simulace D. Teplotní pole v rovině R1



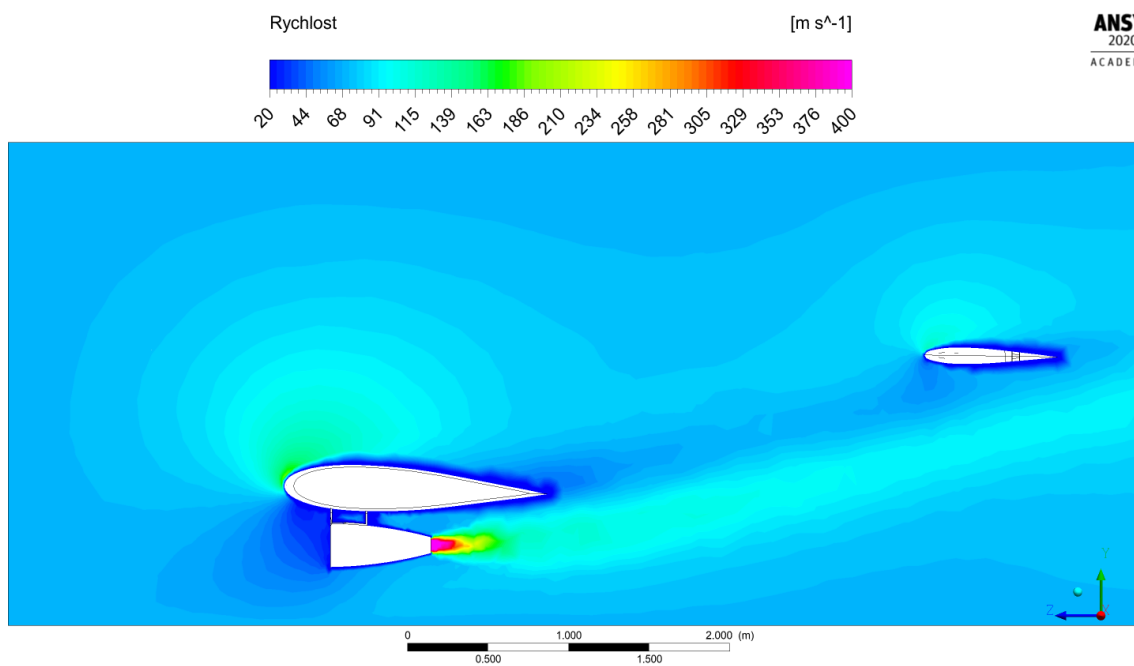
Obrázek 7.33: Simulace D. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled shora



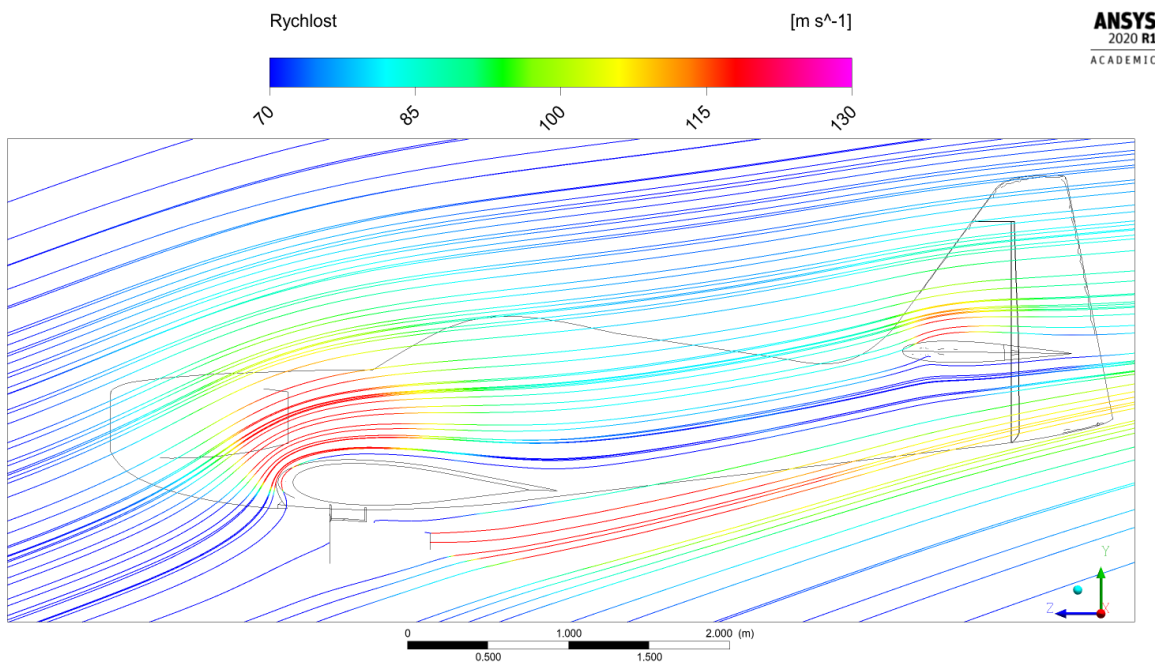
Obrázek 7.34: Simulace D. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled zdola



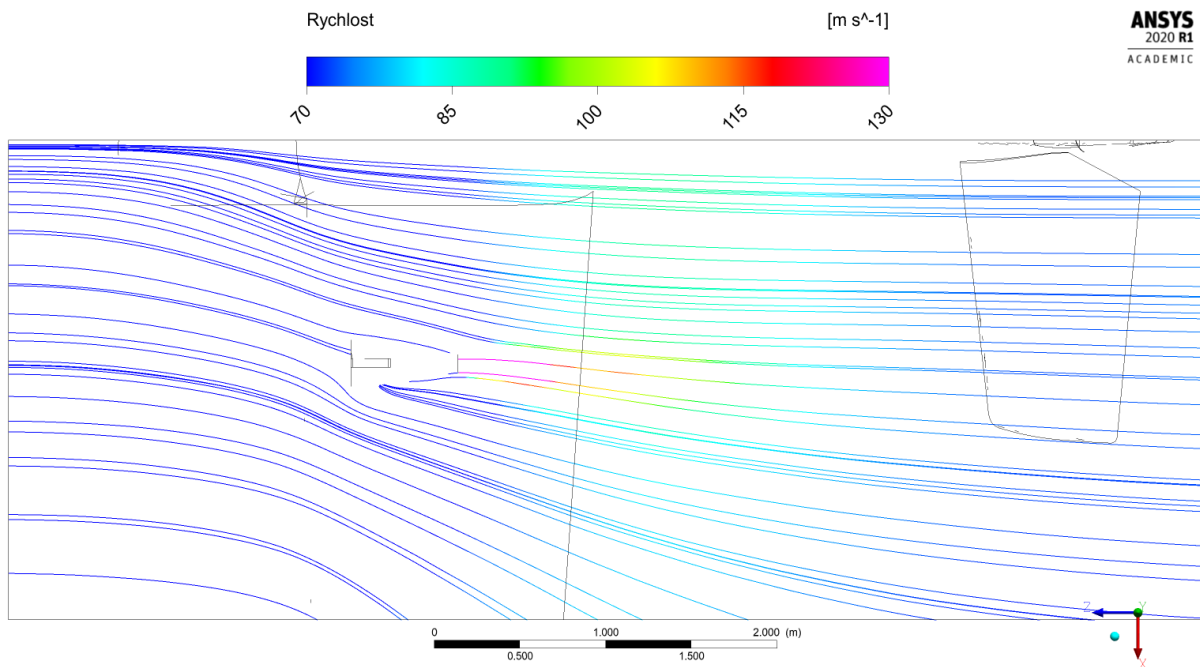
Obrázek 7.35: Simulace D. Teplotní pole v rovině R3



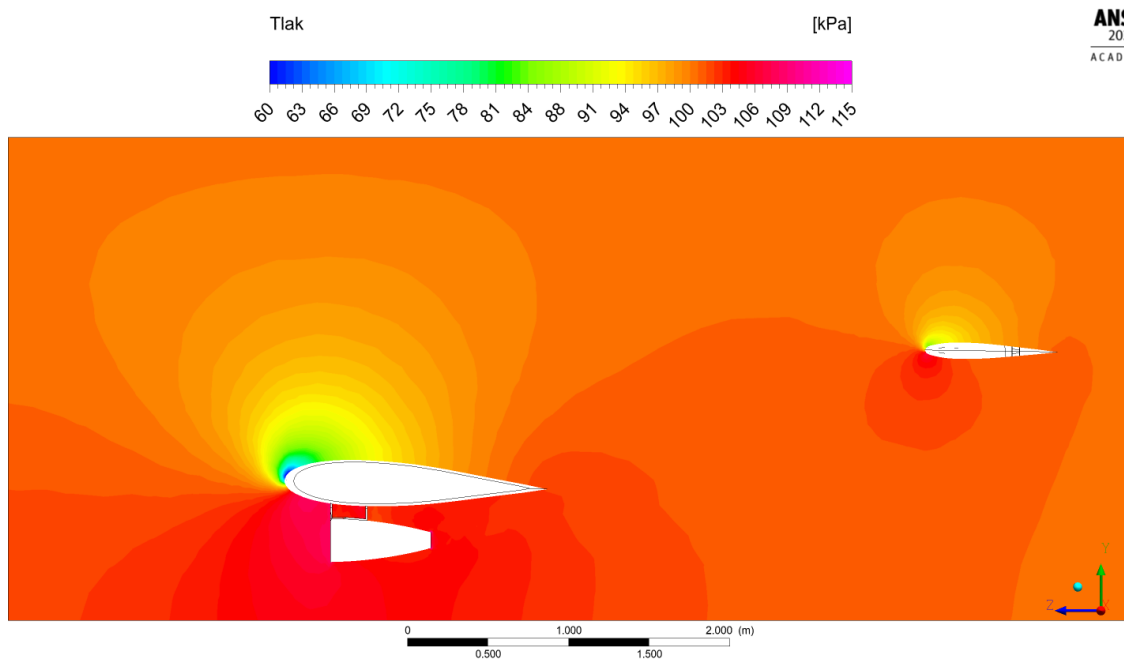
Obrázek 7.36: Simulace D. Rychlostní pole v rovině R1



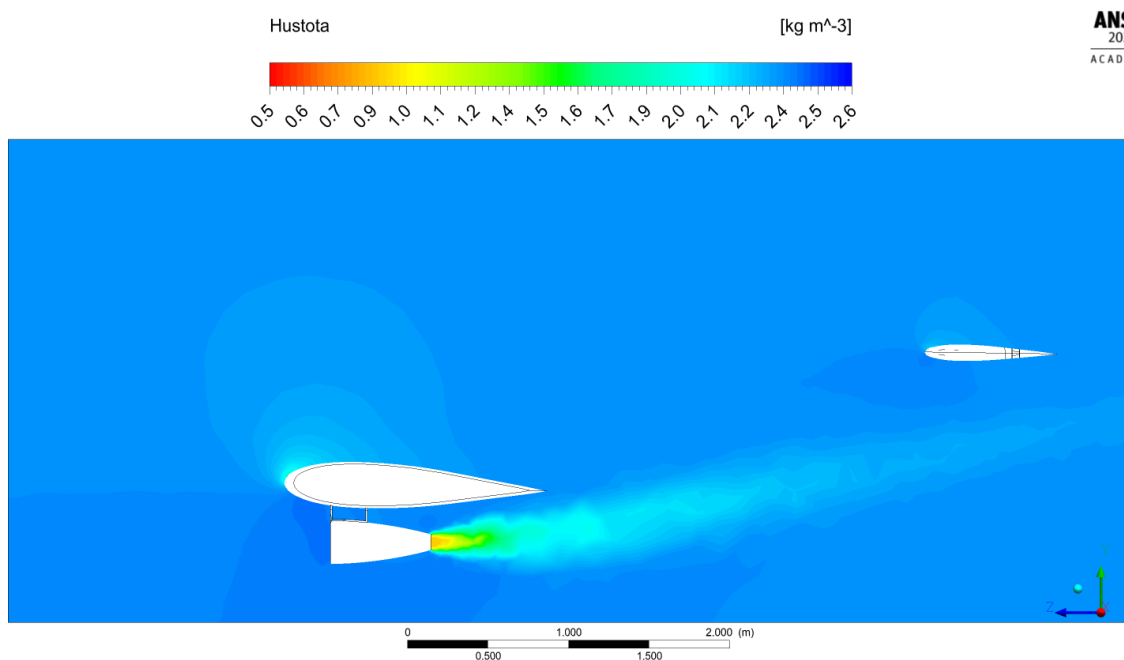
Obrázek 7.37: Simulace D. Proudnice v rovině R1



Obrázek 7.38: Simulace D. Proudnice v rovině R4

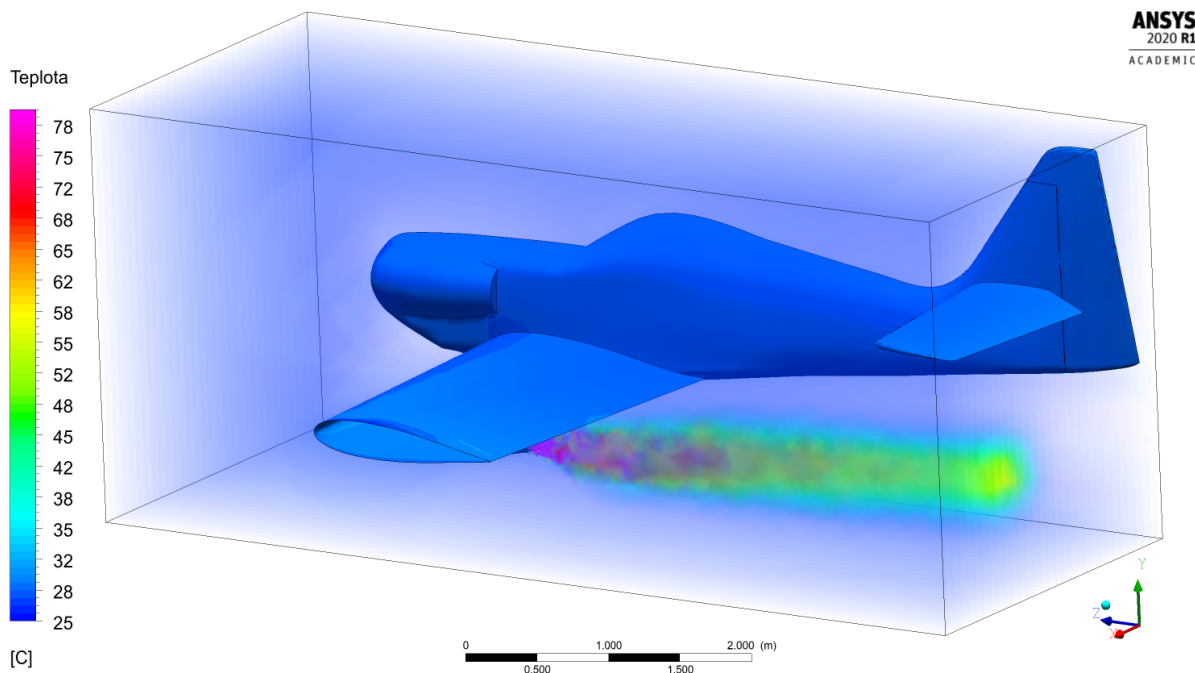


Obrázek 7.39: Simulace D. Tlakové pole v rovině R1

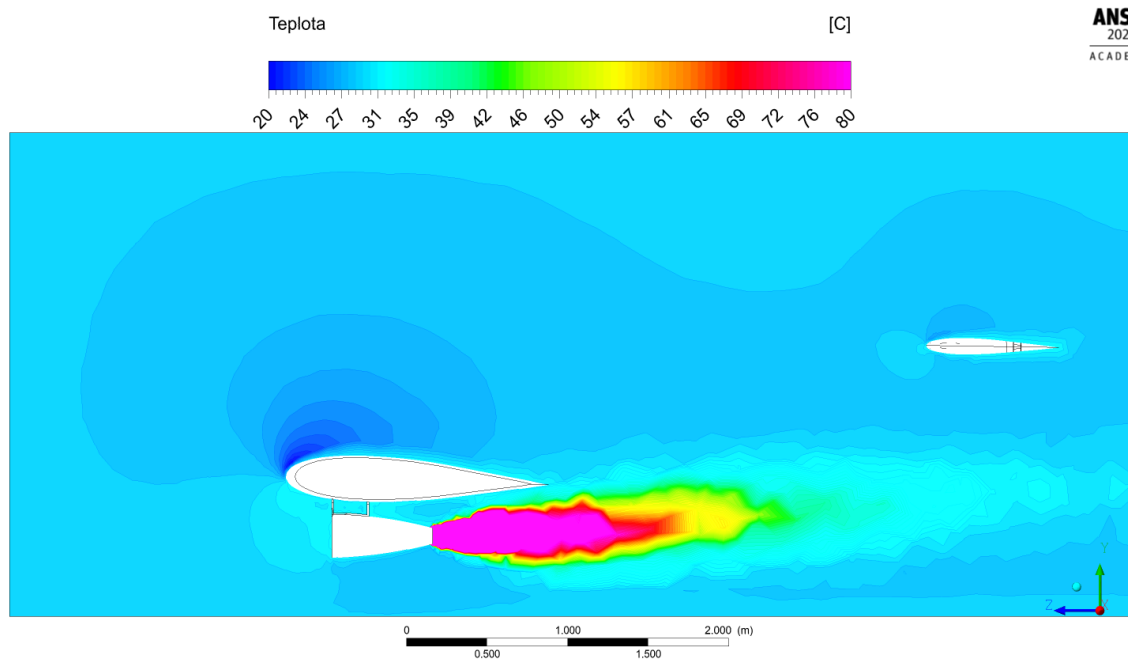


Obrázek 7.40: Simulace D. Pole hustoty v rovině R1

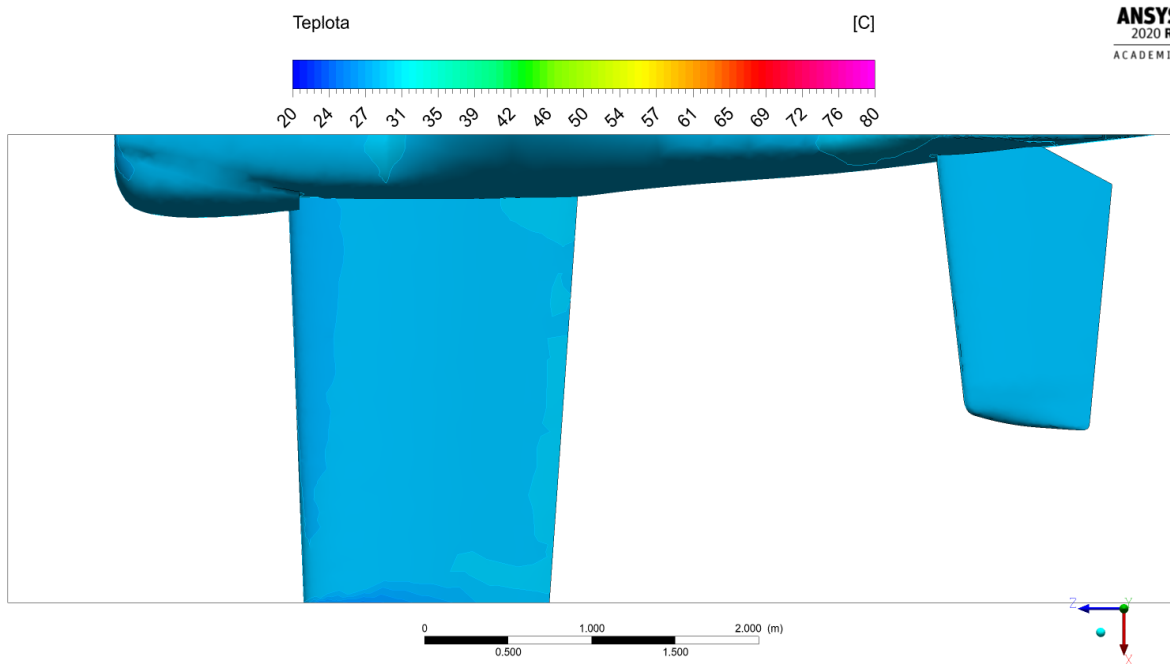
## 7.5 Simulace E



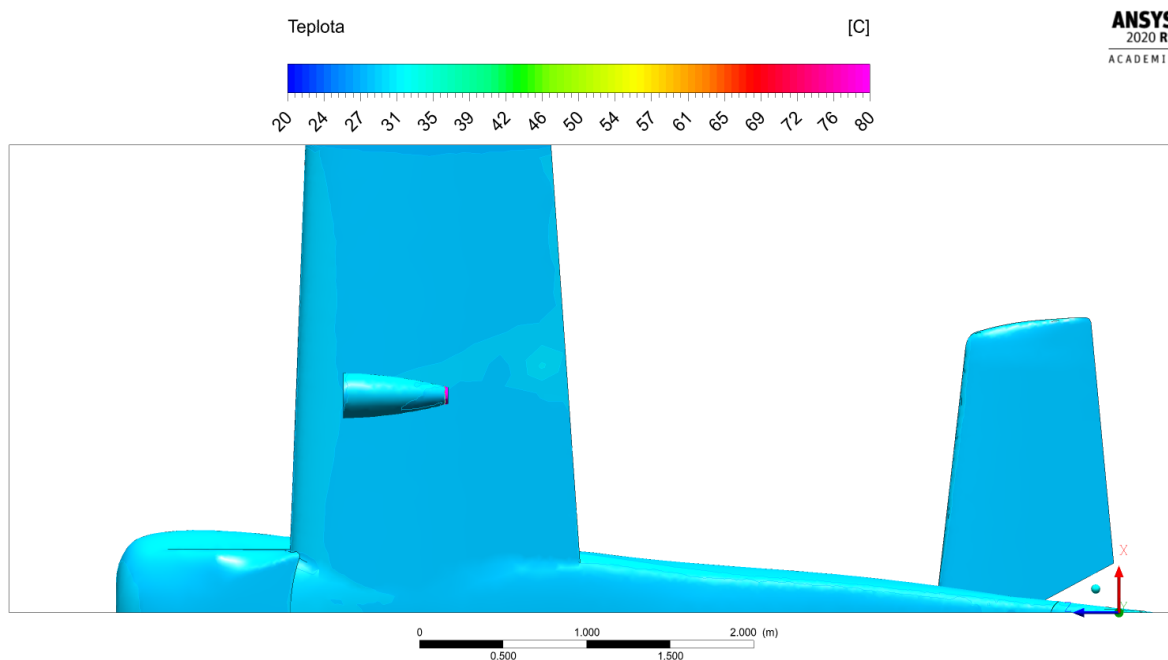
Obrázek 7.41: Simulace E. Teplotní pole v prostoru



Obrázek 7.42: Simulace E. Teplotní pole v rovině R1

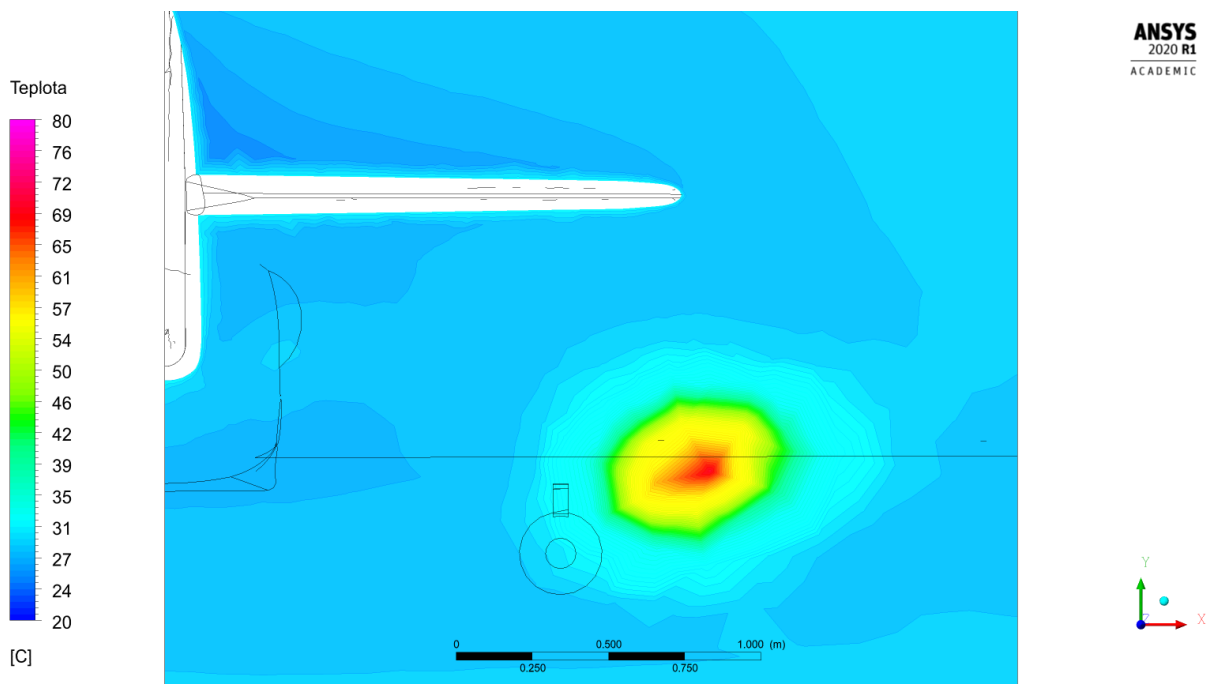


Obrázek 7.43: Simulace E. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled shora

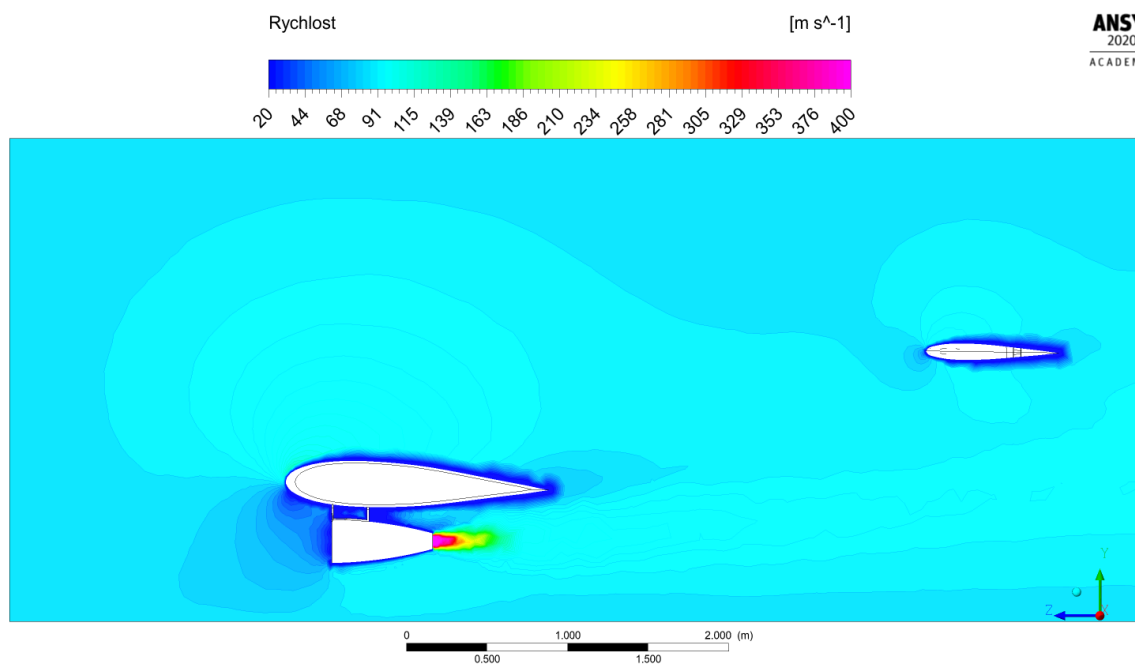


Obrázek 7.44: Simulace E. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled zdola

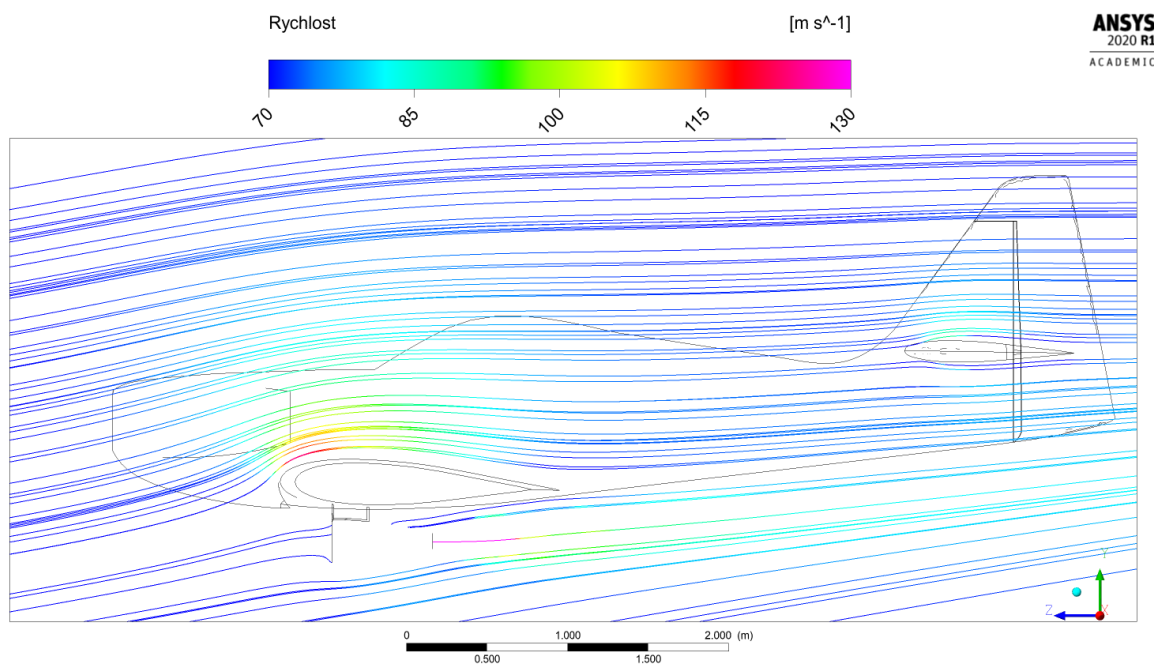




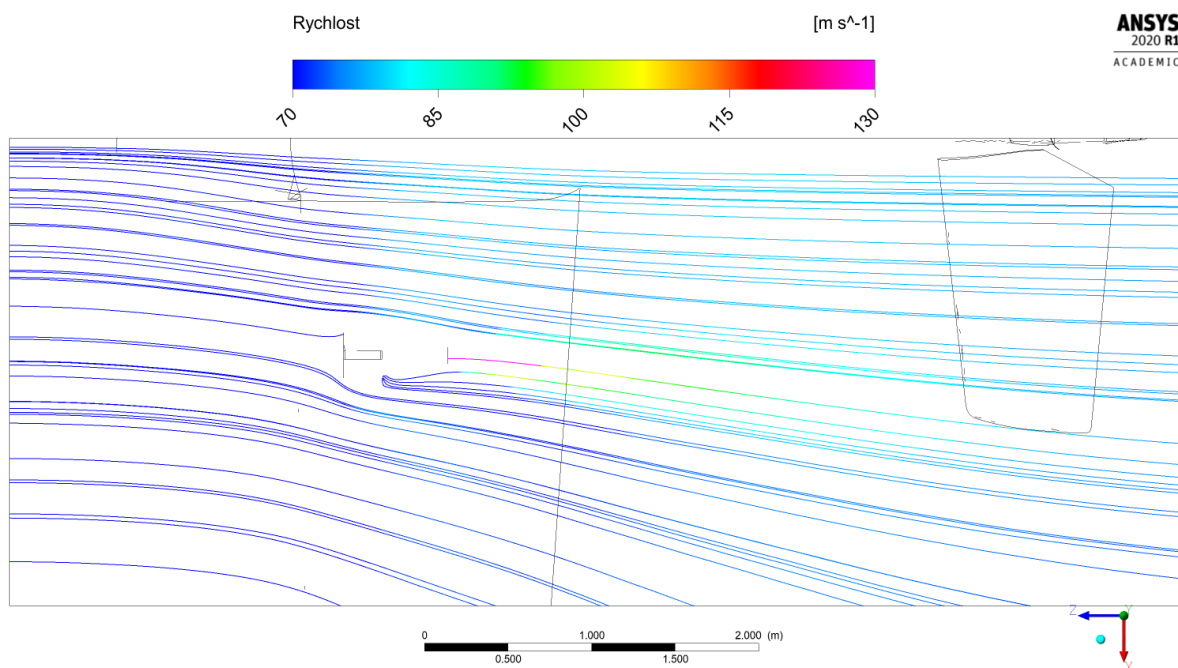
Obrázek 7.45: Simulace E. Teplotní pole v rovině R3



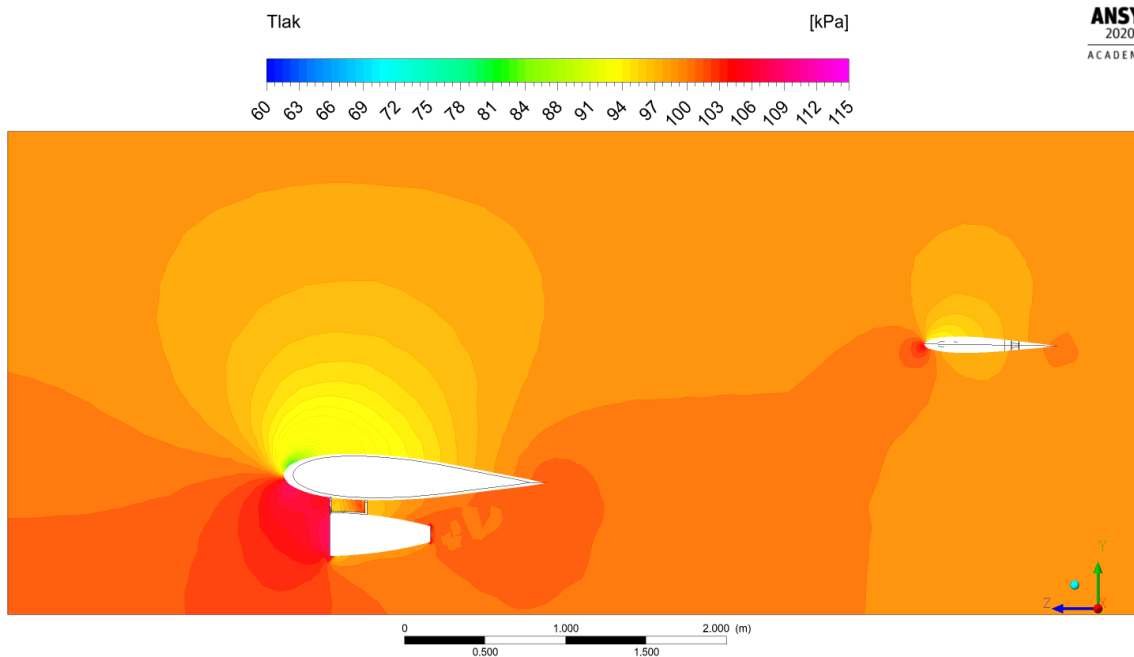
Obrázek 7.46: Simulace E. Rychlostní pole v rovině R1



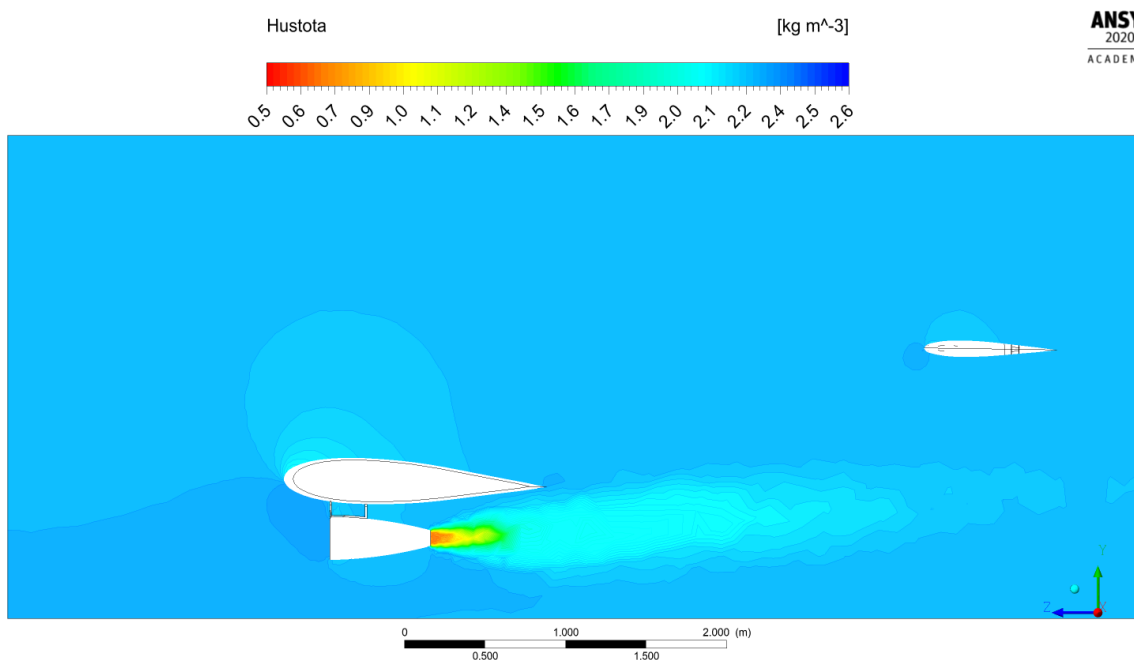
Obrázek 7.47: Simulace E. Proudnice v rovině R1



Obrázek 7.48: Simulace E. Proudnice v rovině R4

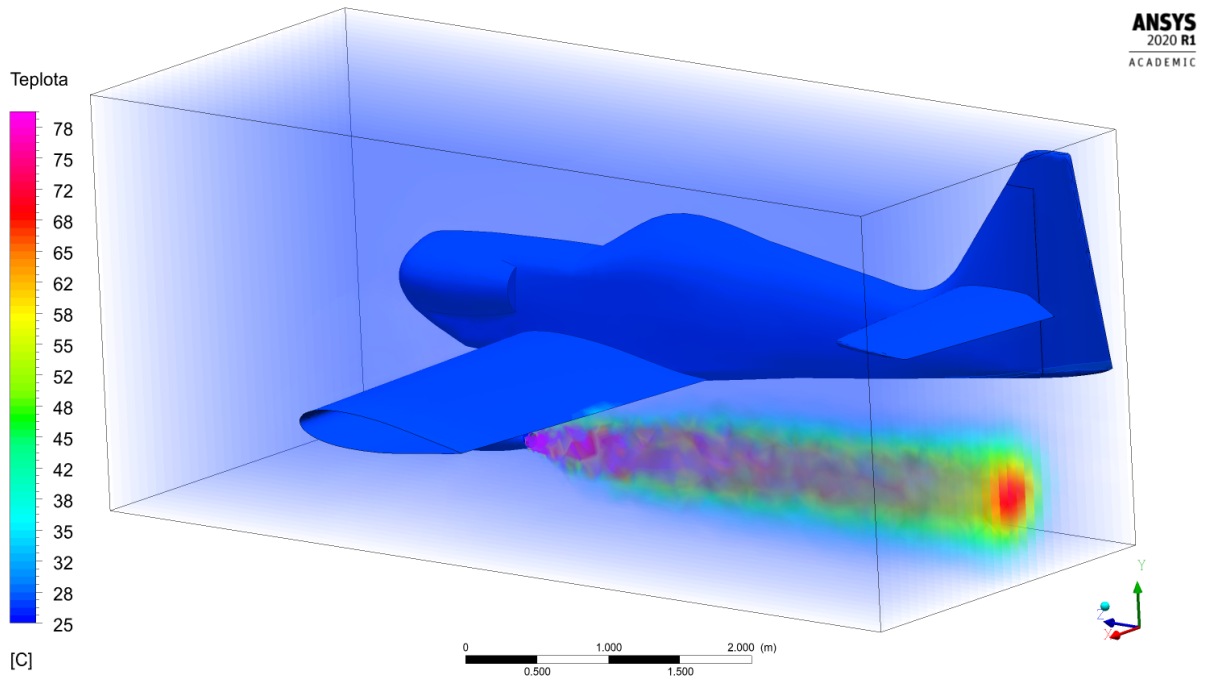


Obrázek 7.49: Simulace E. Tlakové pole v rovině R1

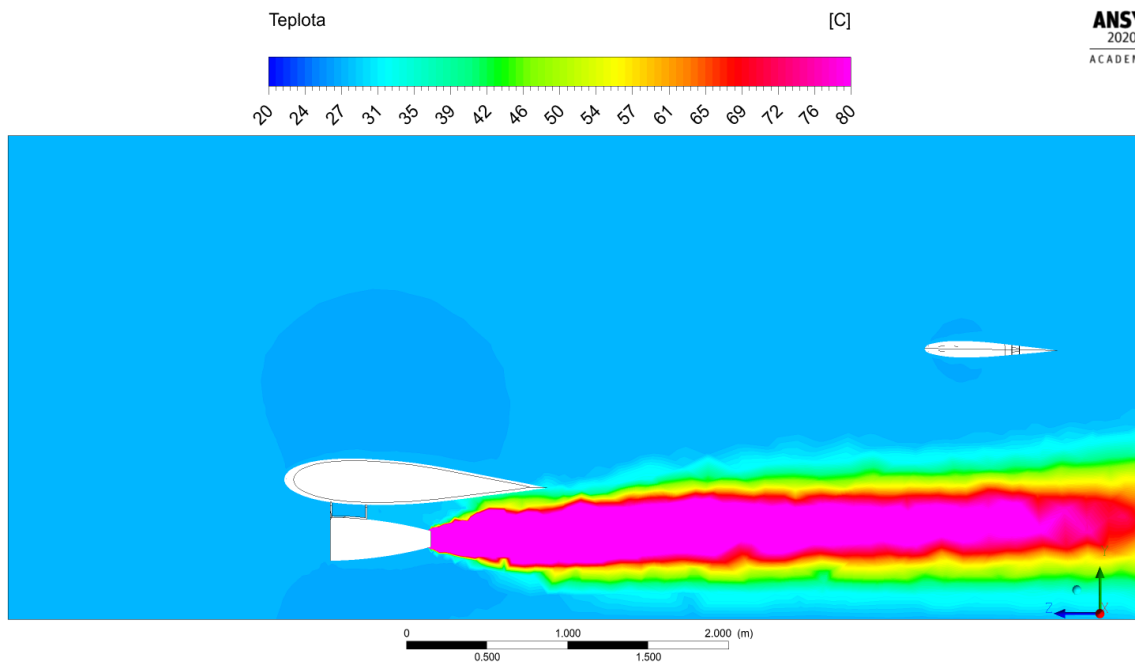


Obrázek 7.50: Simulace E. Pole hustoty v rovině R1

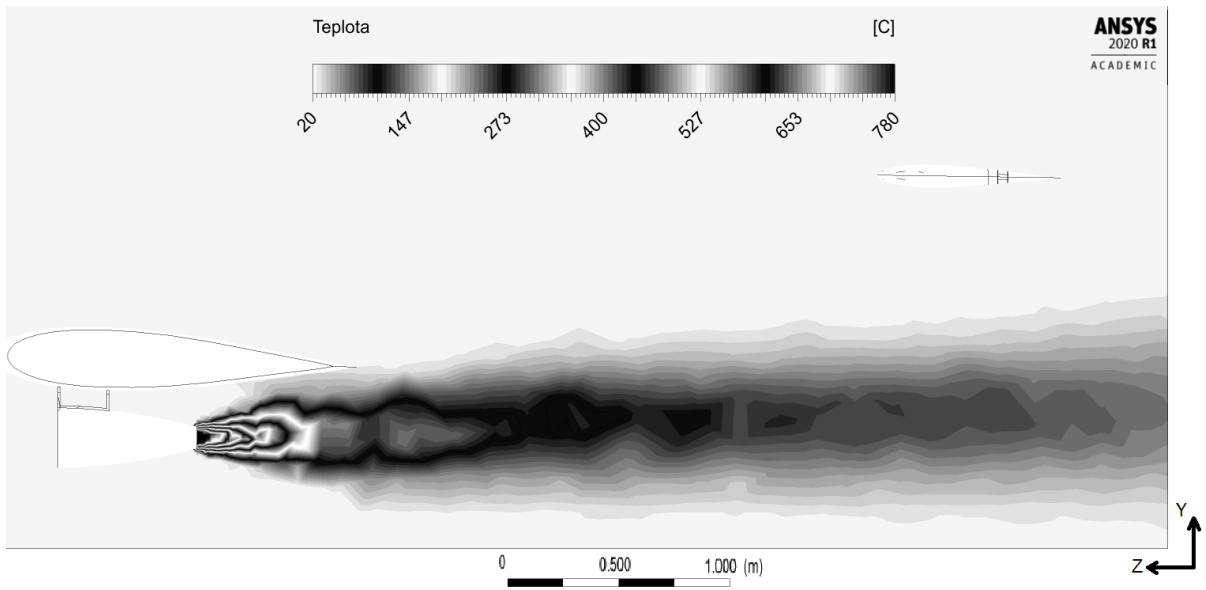
## 7.6 Simulace F



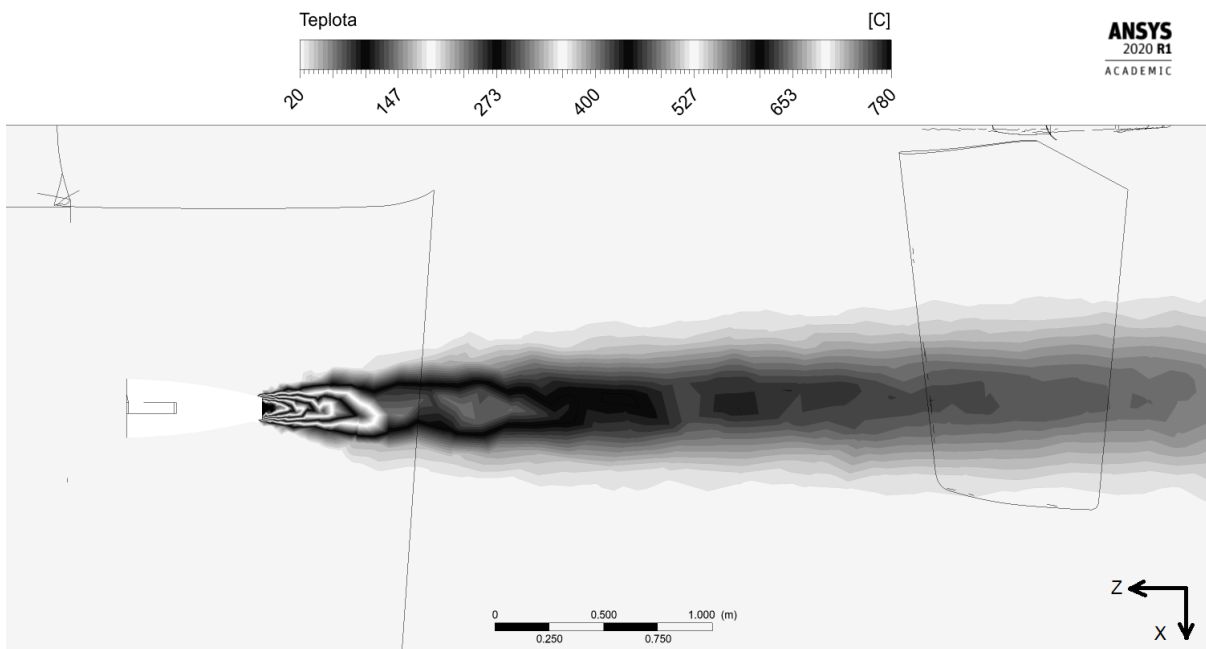
Obrázek 7.51: Simulace F. Teplotní pole v prostoru



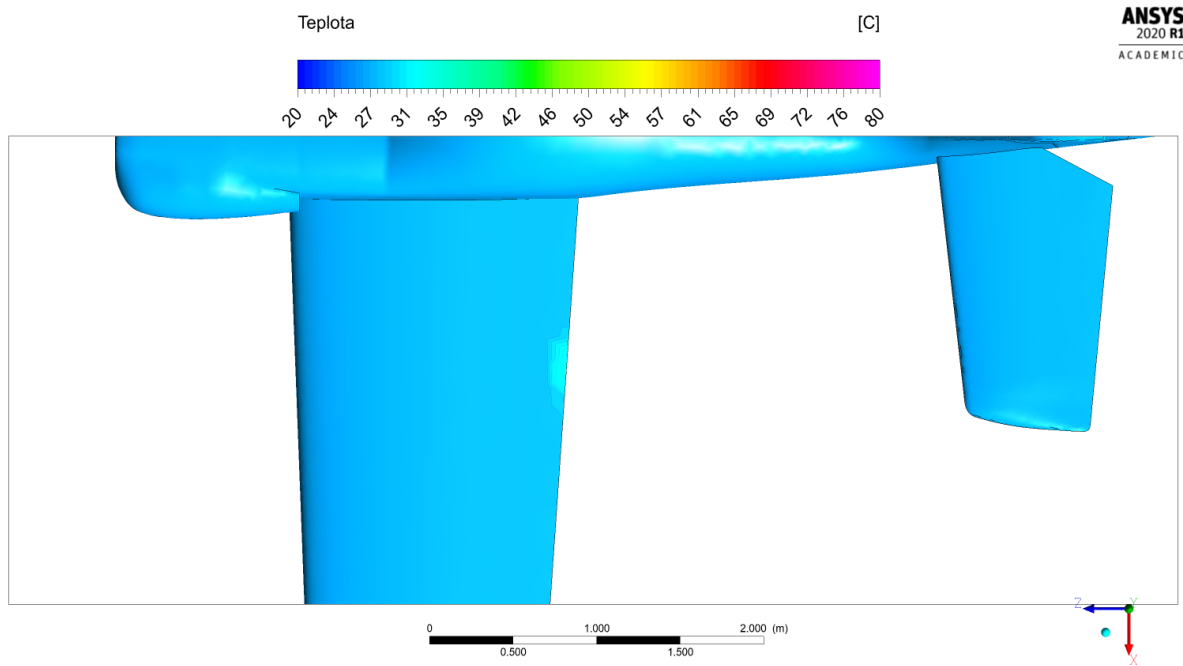
Obrázek 7.52: Simulace F. Teplotní pole v rovině R1



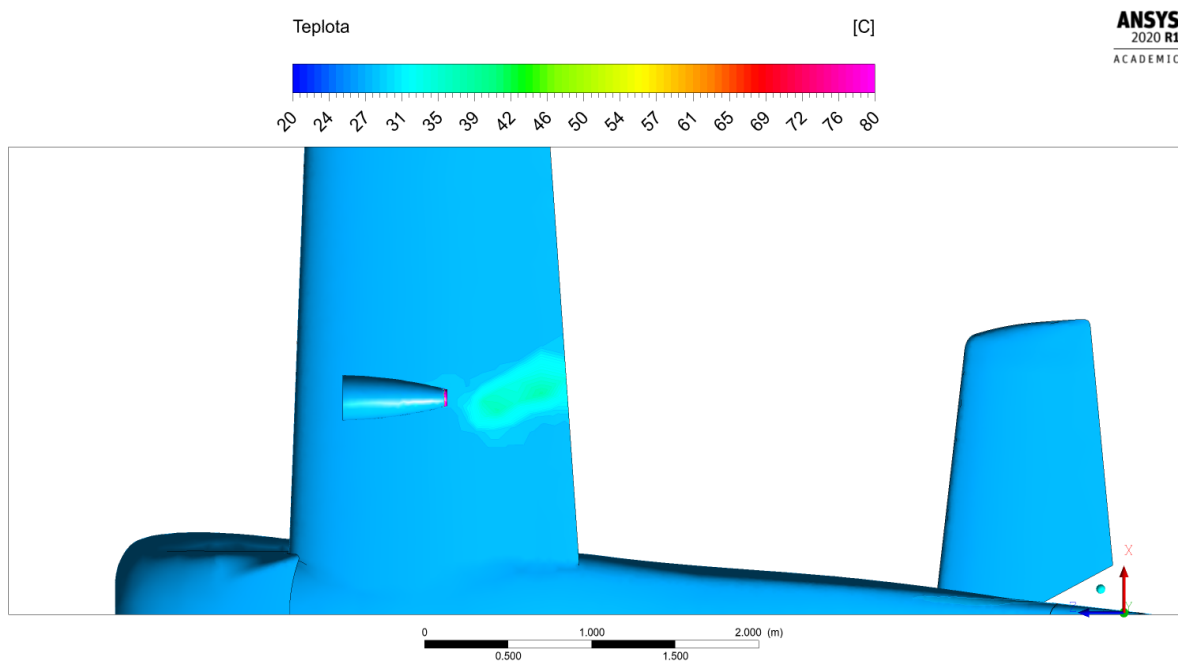
Obrázek 7.53: Simulace F. Teplotní pole v rovině R1. Kontrastní měřítko



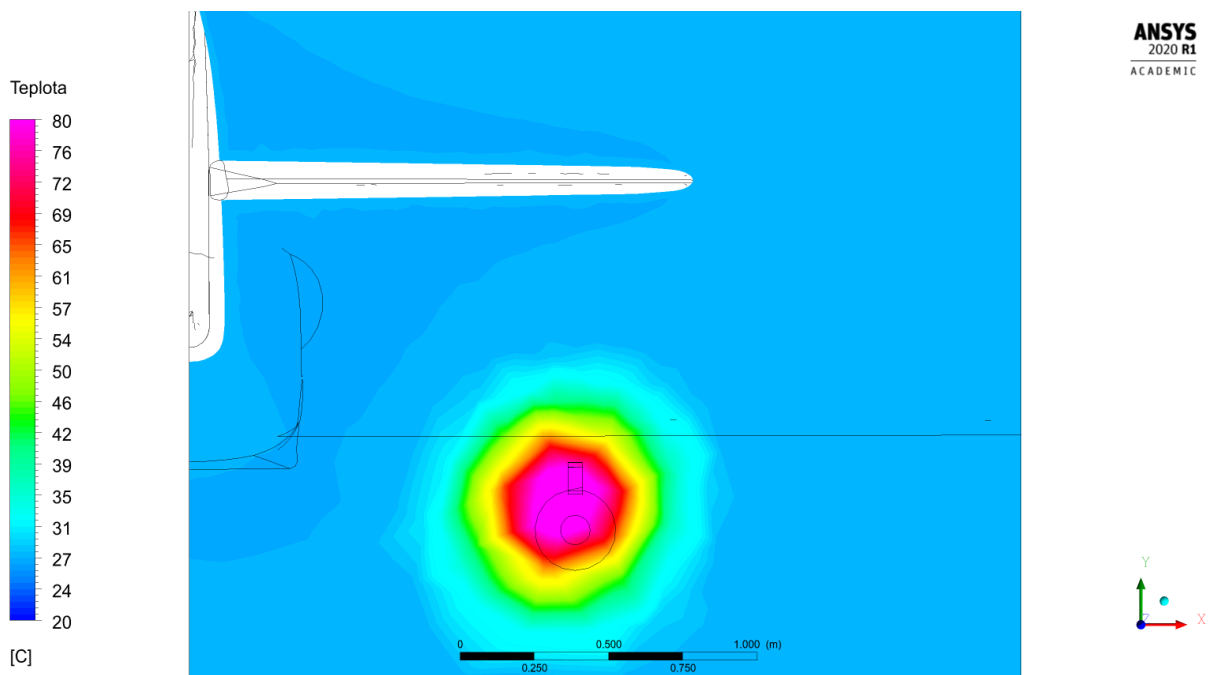
Obrázek 7.54: Simulace F. Teplotní pole v rovině R2. Kontrastní měřítko



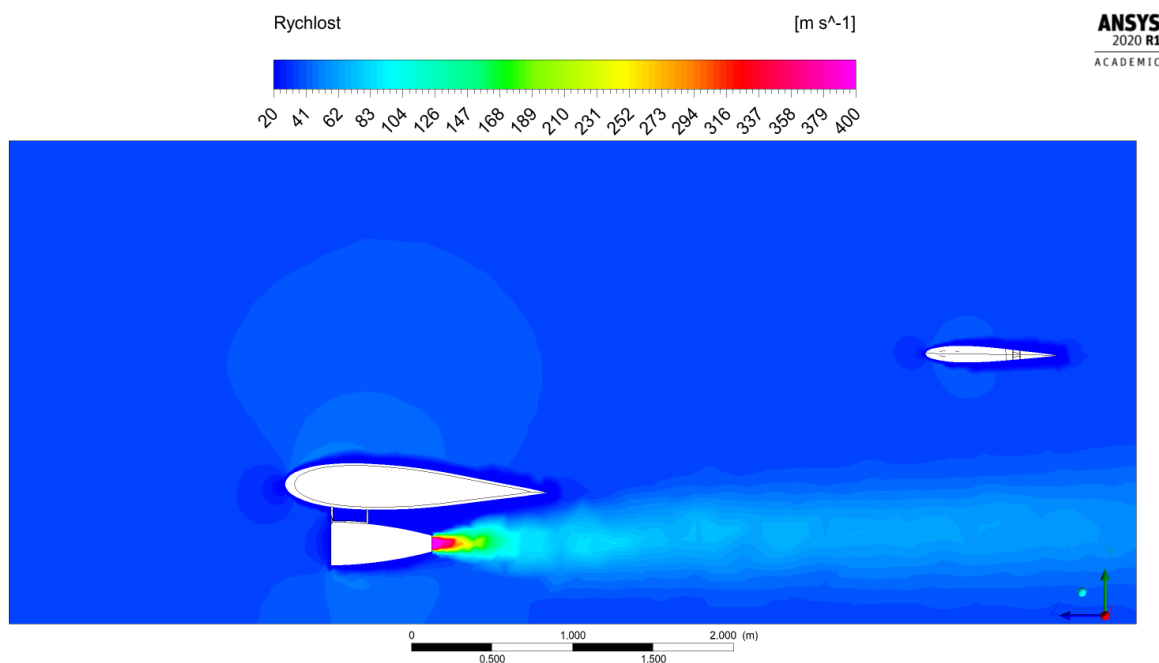
Obrázek 7.55: Simulace F. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled shora



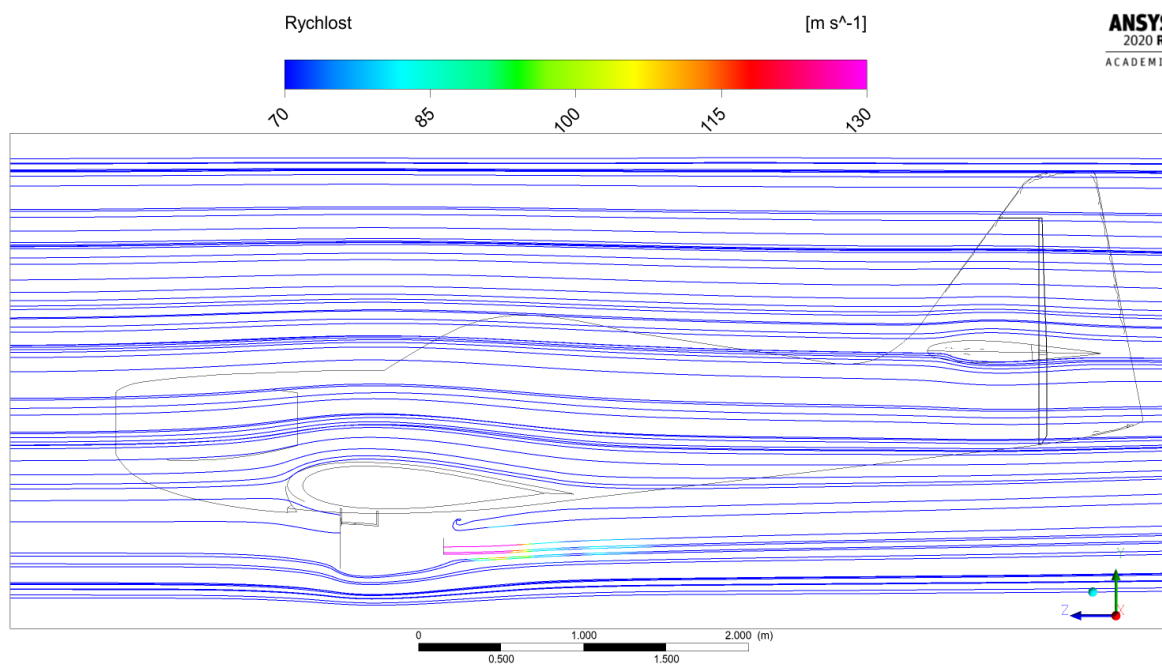
Obrázek 7.56: Simulace F. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled zdola



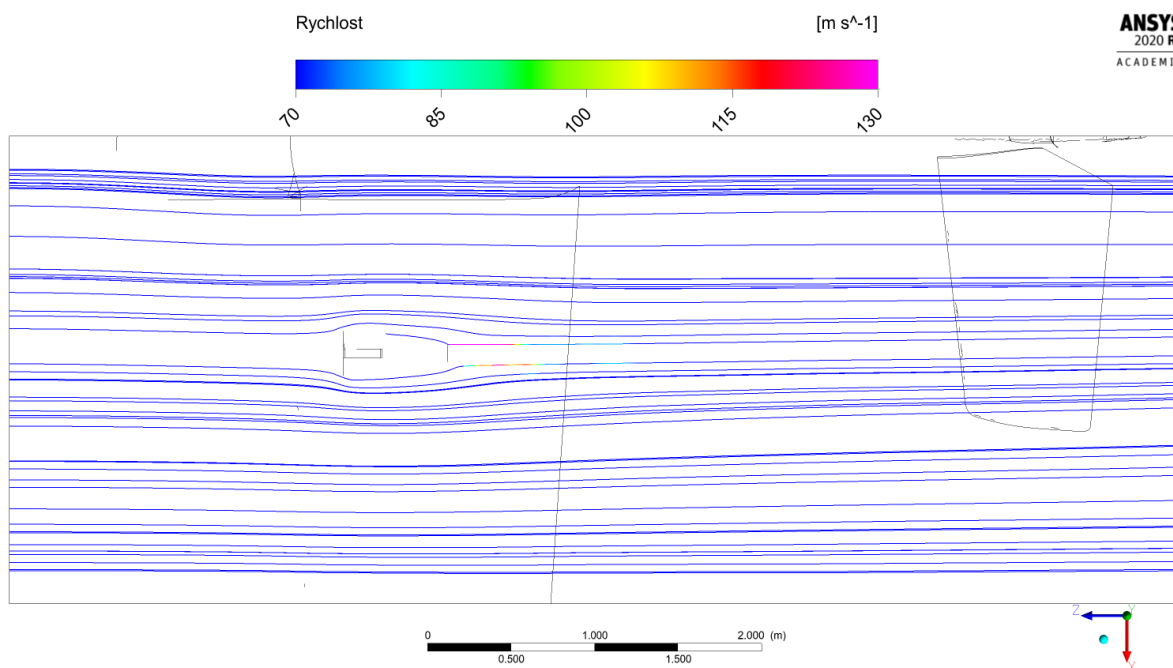
Obrázek 7.57: Simulace F. Teplotní pole v rovinně R3



Obrázek 7.58: Simulace F. Rychlostní pole v rovinně R1

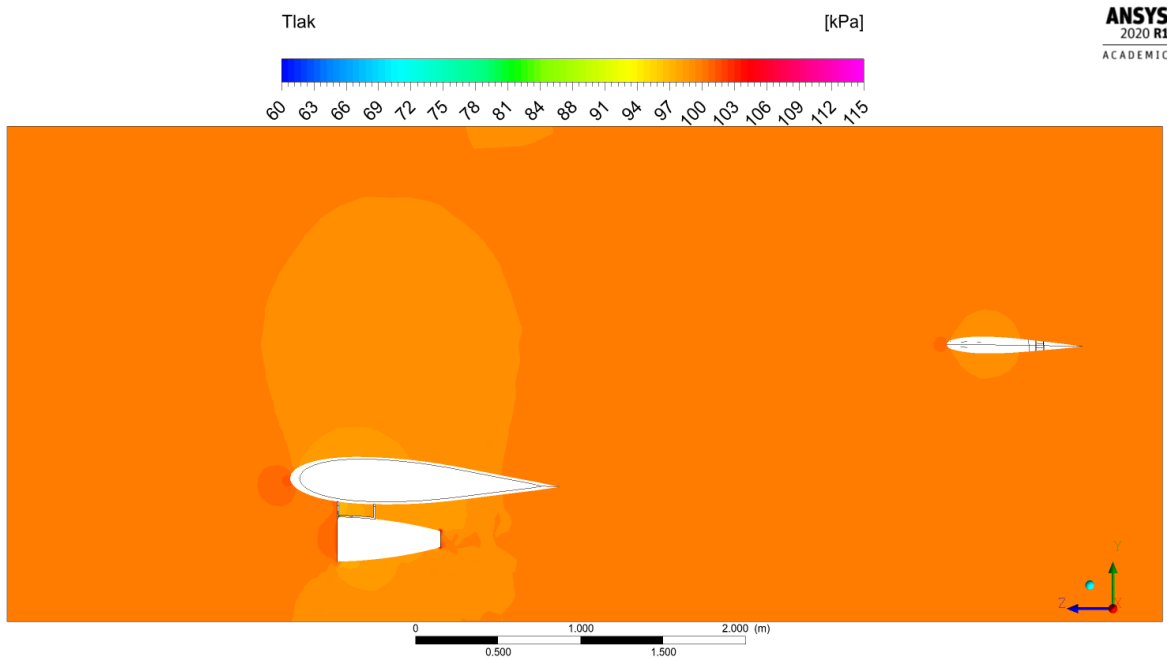


Obrázek 7.59: Simulace F. Proudnice v rovině R1

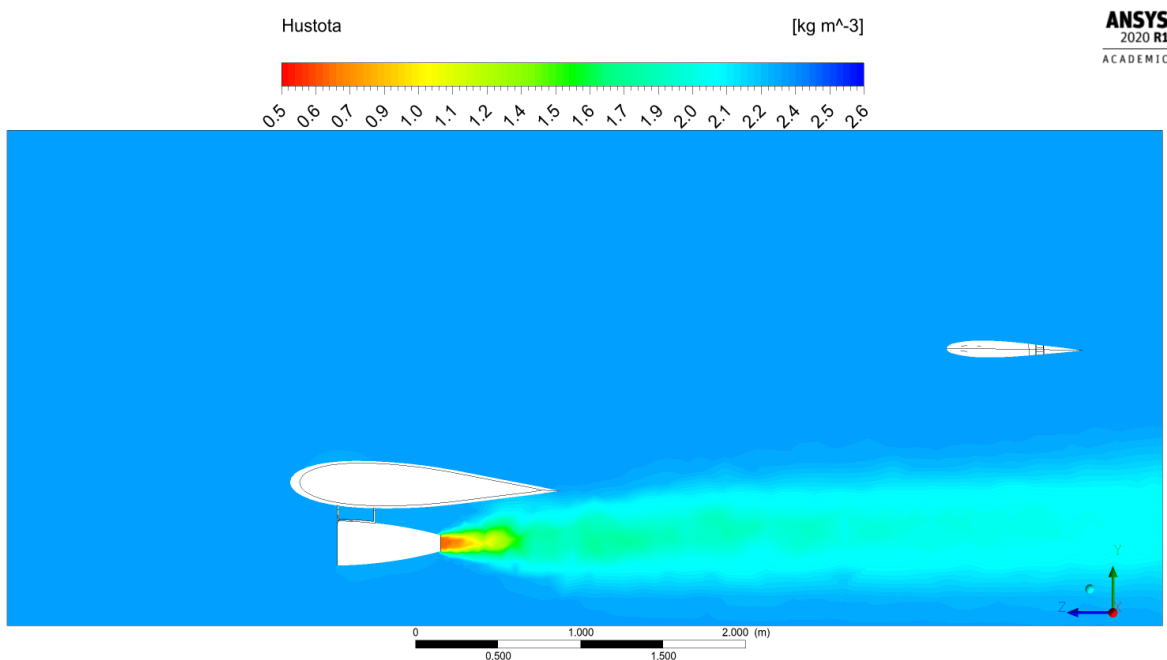


Obrázek 7.60: Simulace F. Proudnice v rovině R4



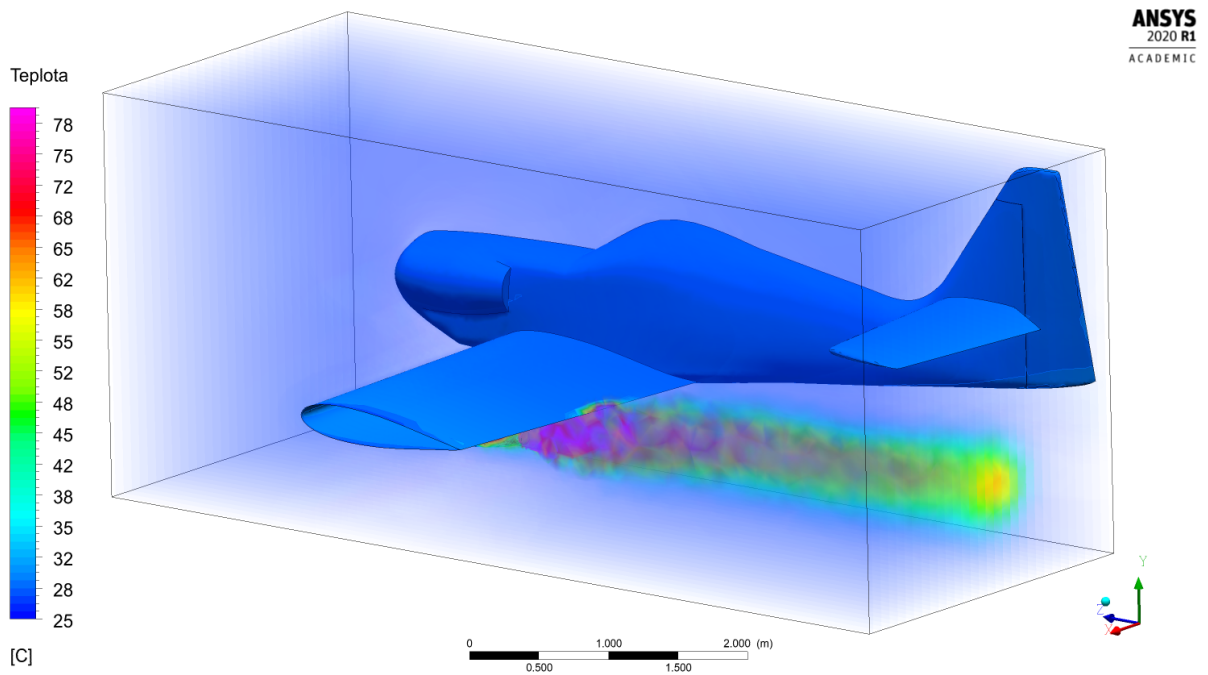


Obrázek 7.61: Simulace F. Tlakové pole v rovině R1

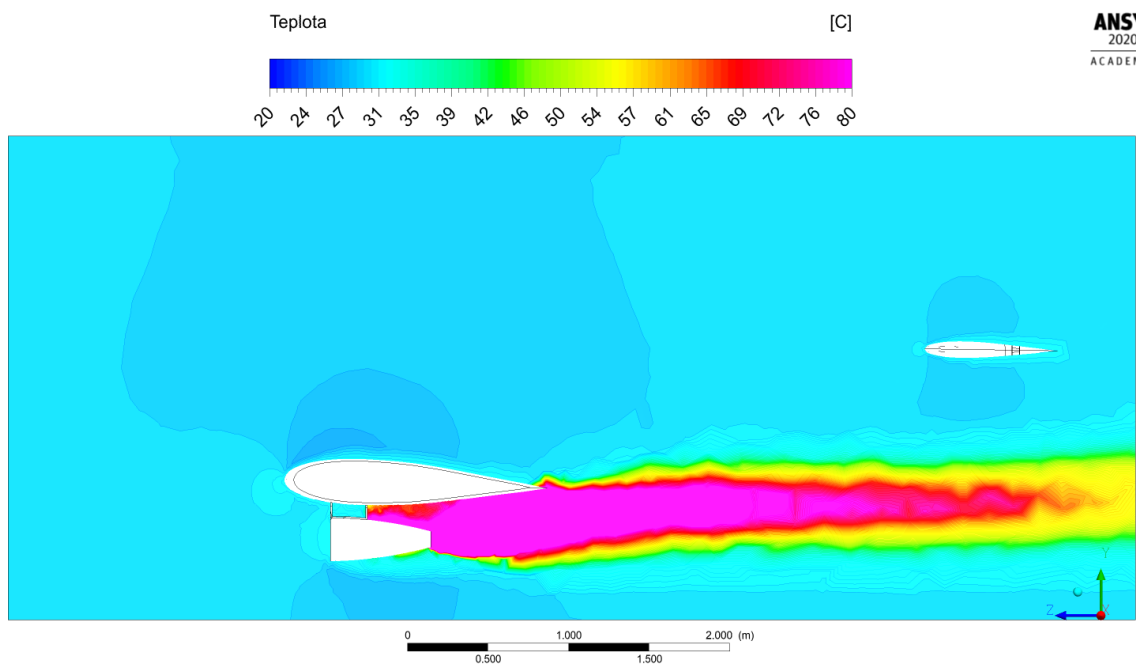


Obrázek 7.62: Simulace F. Pole hustoty v rovině R1

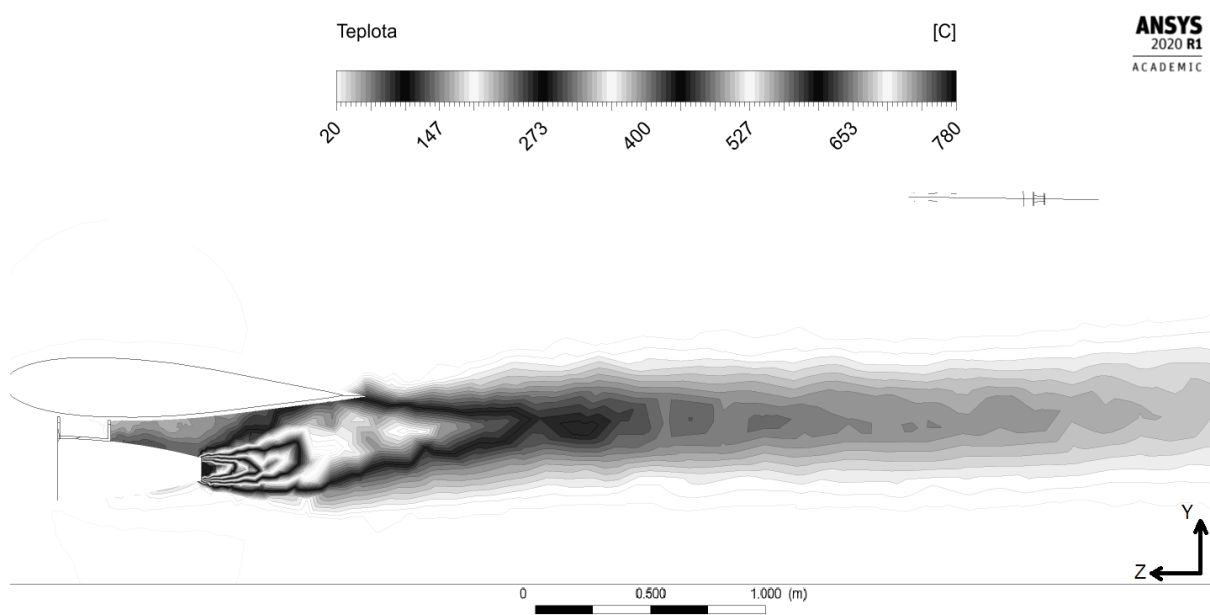
## 7.7 Simulace G



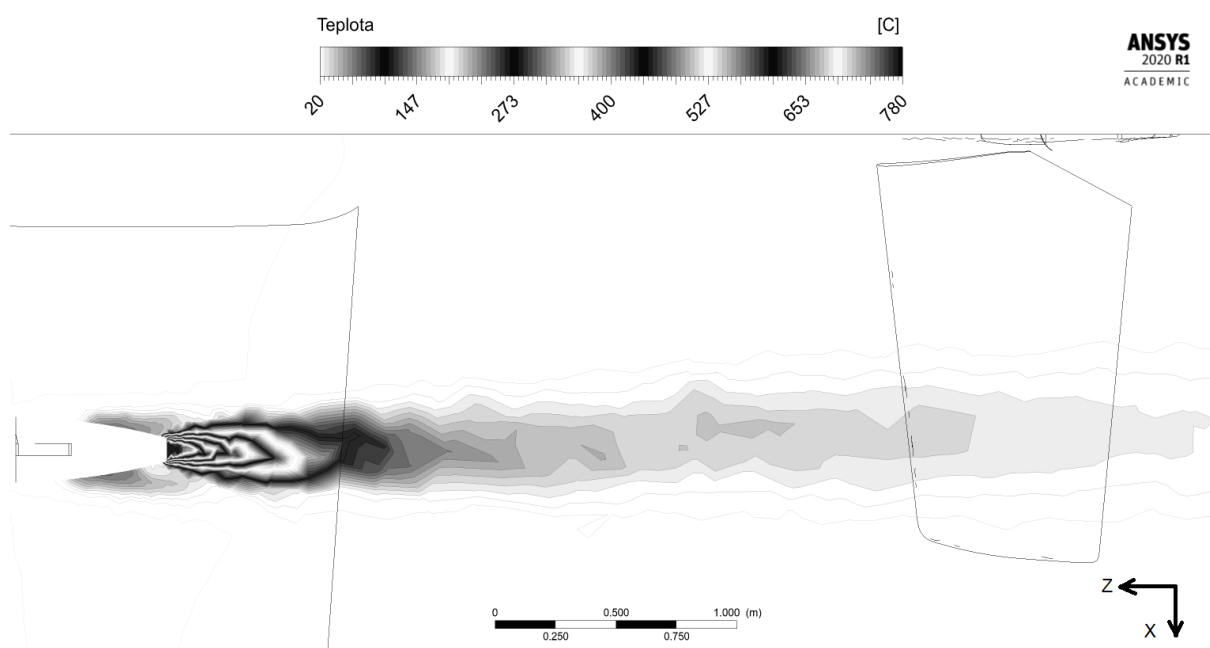
Obrázek 7.63: Simulace G. Teplotní pole v prostoru



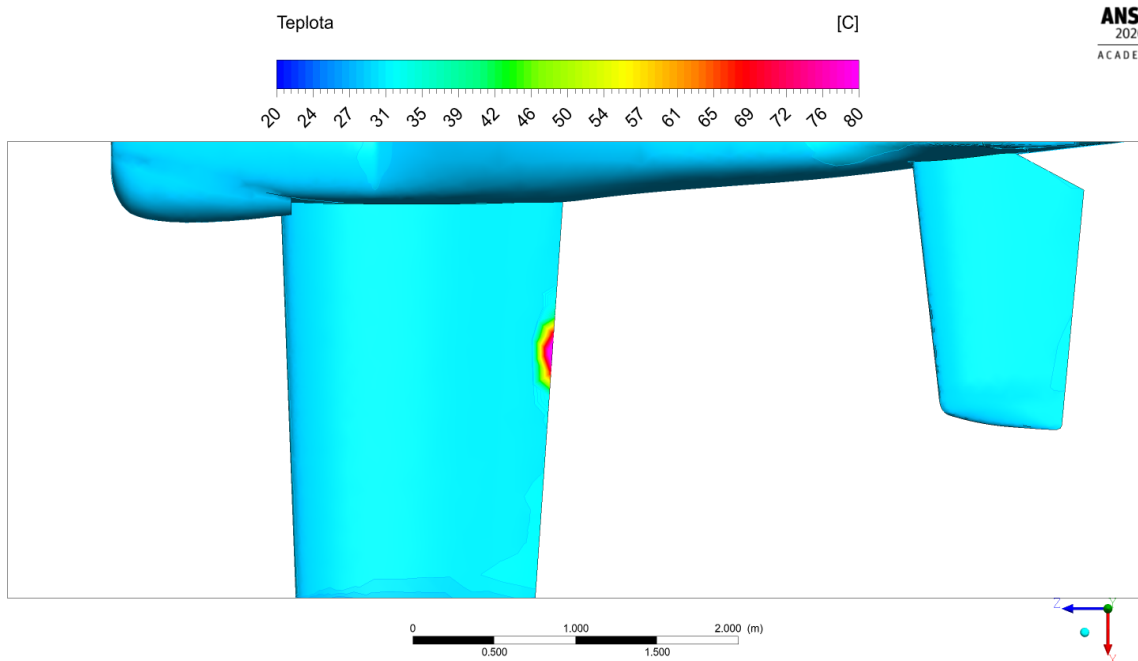
Obrázek 7.64: Simulace G. Teplotní pole v rovině R1



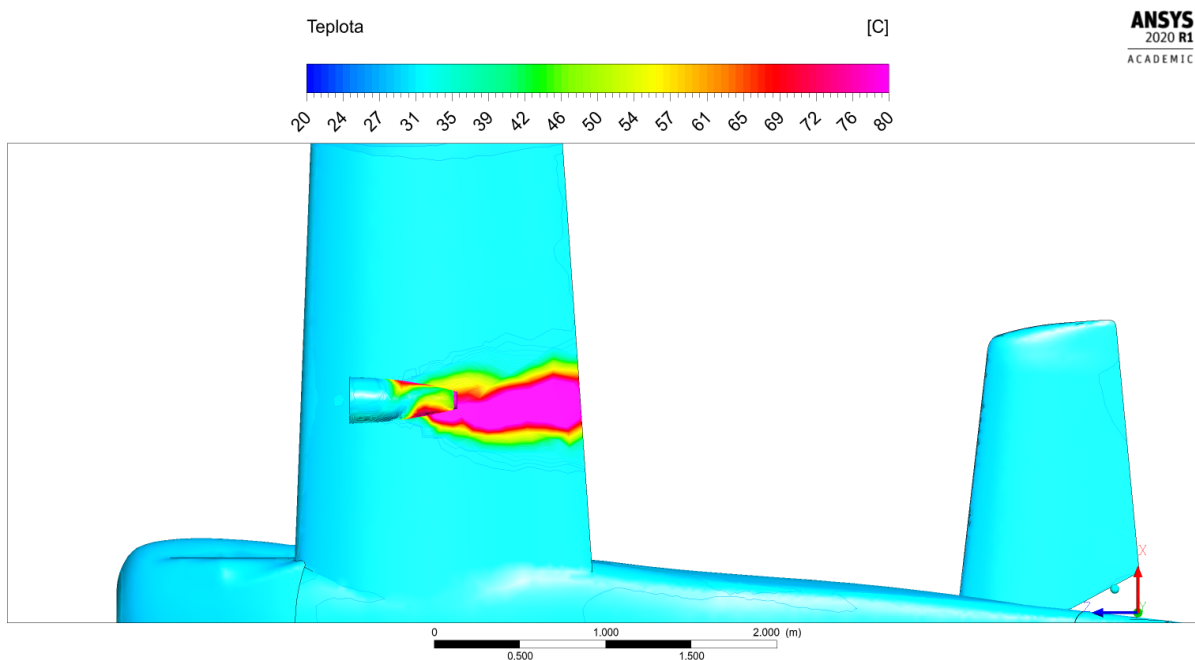
Obrázek 7.65: Simulace G. Teplotní pole v rovině R1. Kontrastní měřítko



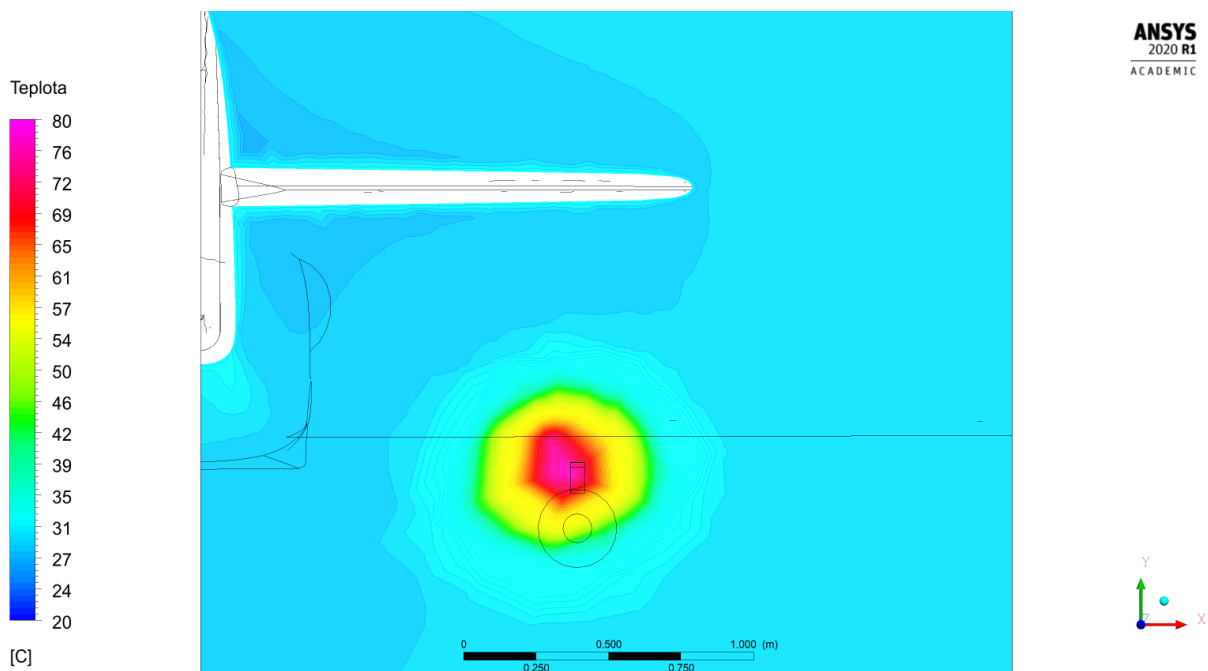
Obrázek 7.66: Simulace G. Teplotní pole v rovině R2. Kontrastní měřítko



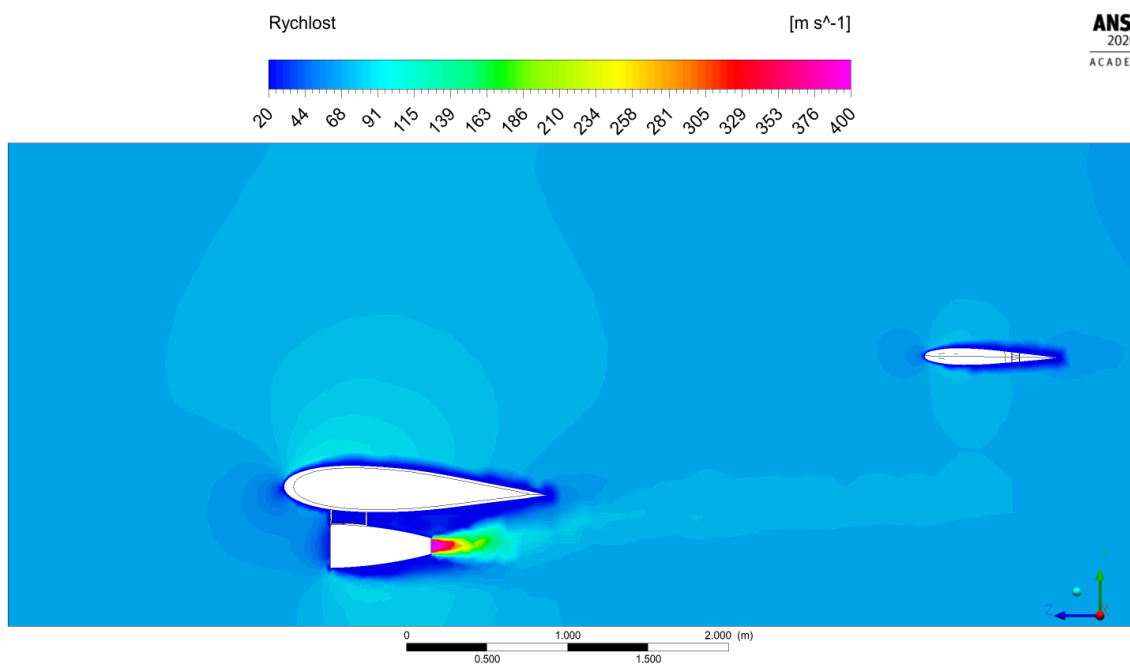
Obrázek 7.67: Simulace G. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled shora



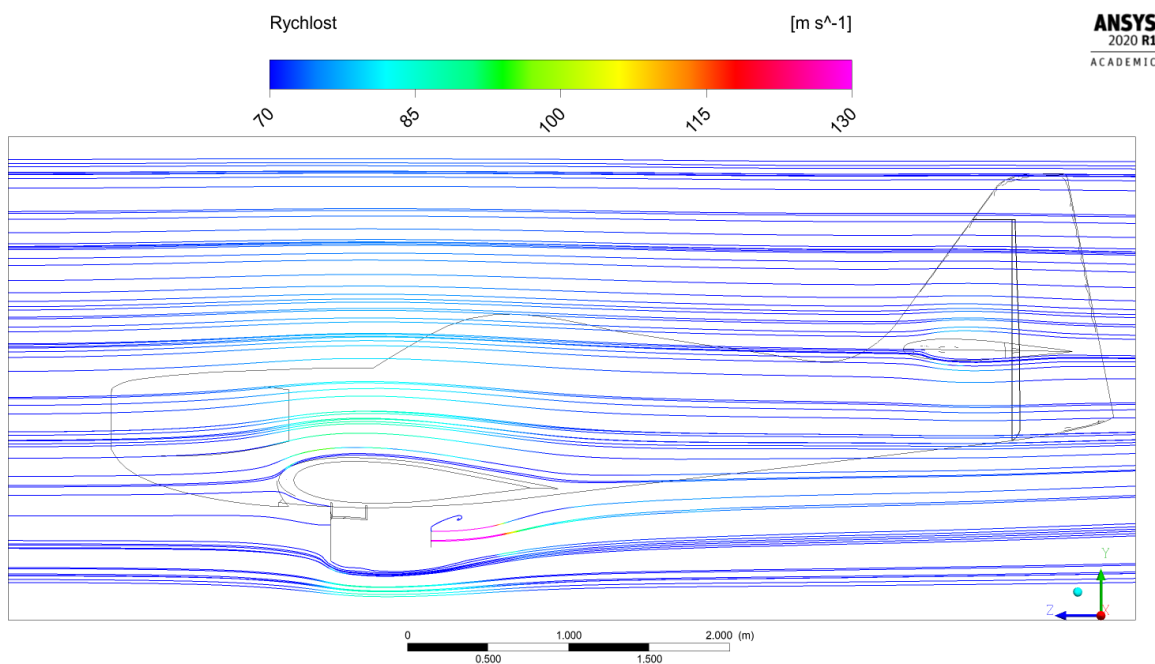
Obrázek 7.68: Simulace G. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled zdola



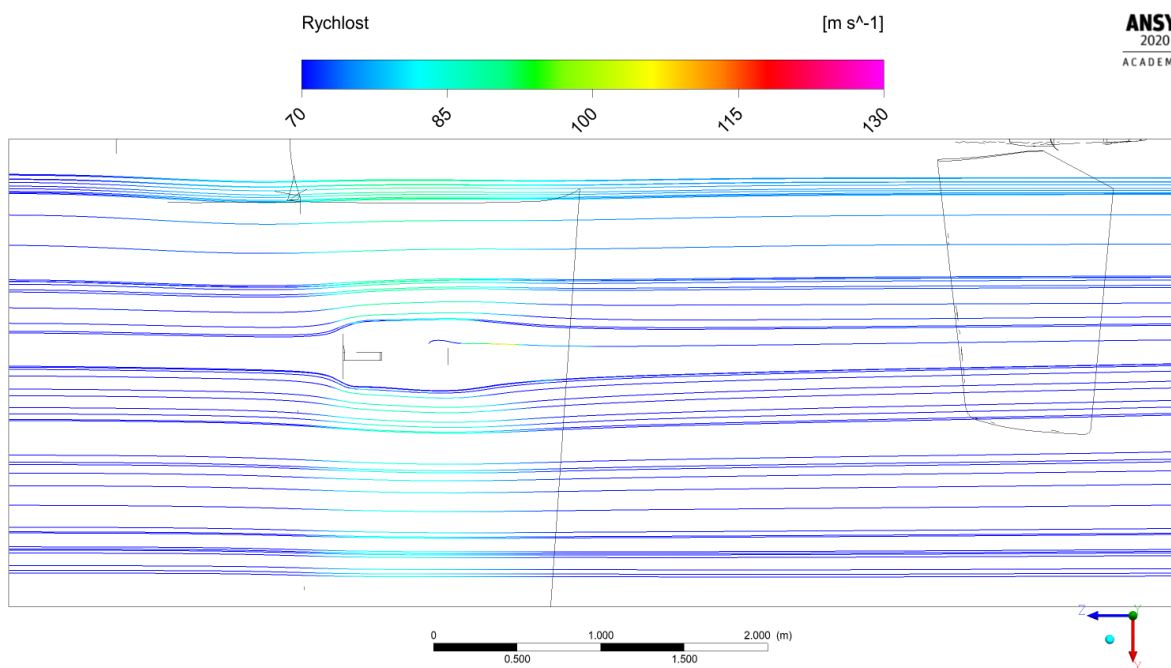
Obrázek 7.69: Simulace G. Teplotní pole v rovině R3



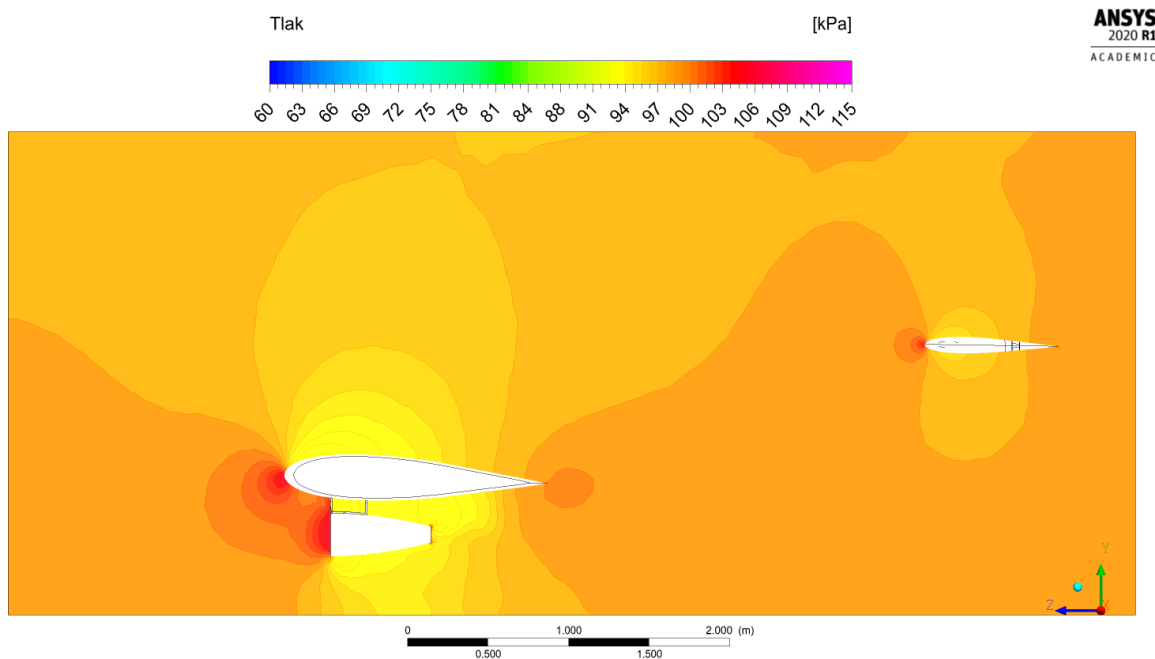
Obrázek 7.70: Simulace G. Rychlostní pole v rovině R1



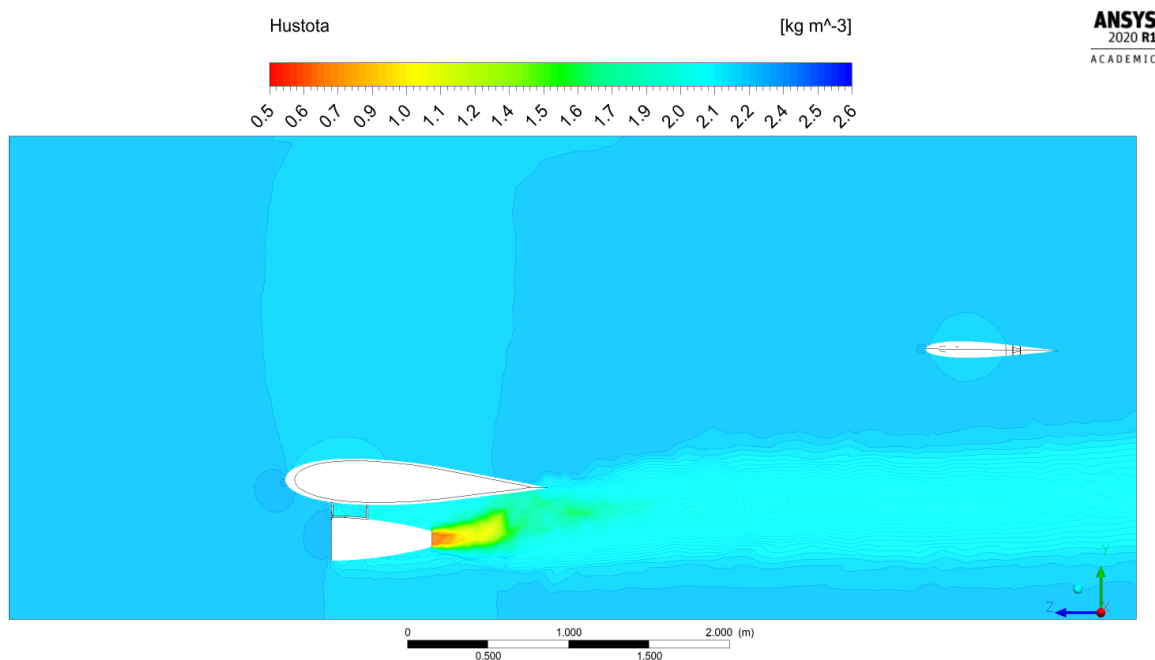
Obrázek 7.71: Simulace G. Proudnice v rovině R1



Obrázek 7.72: Simulace G. Proudnice v rovině R4

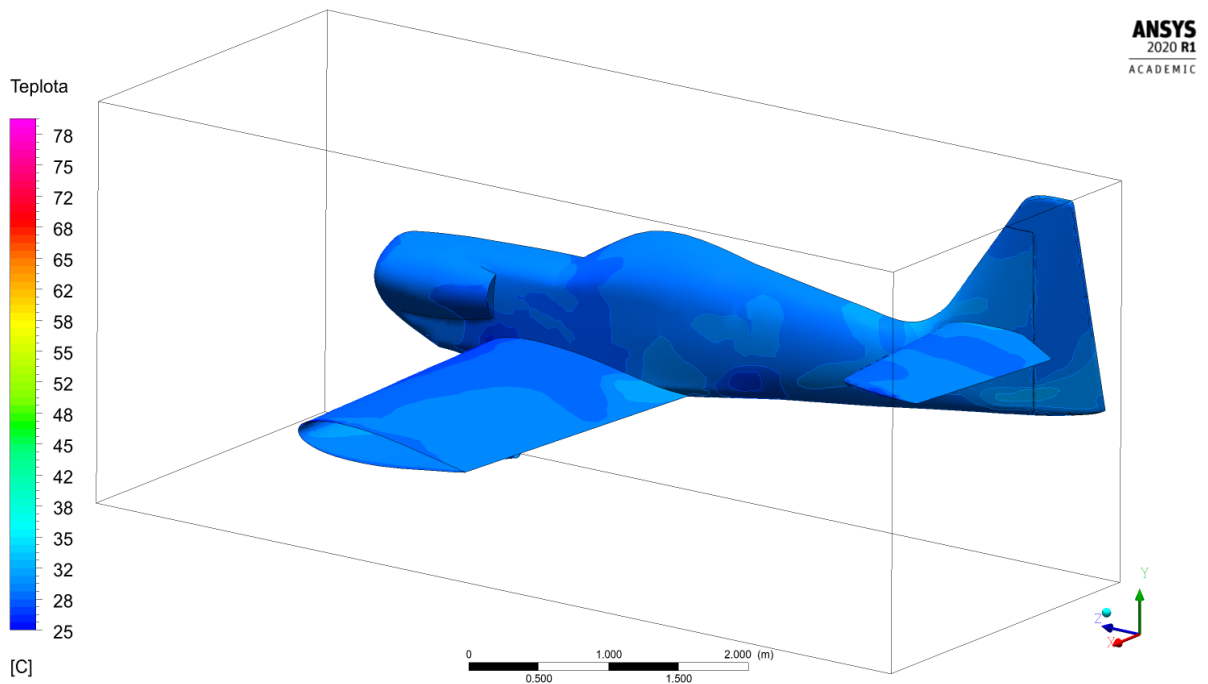


Obrázek 7.73: Simulace G. Tlakové pole v rovině R1

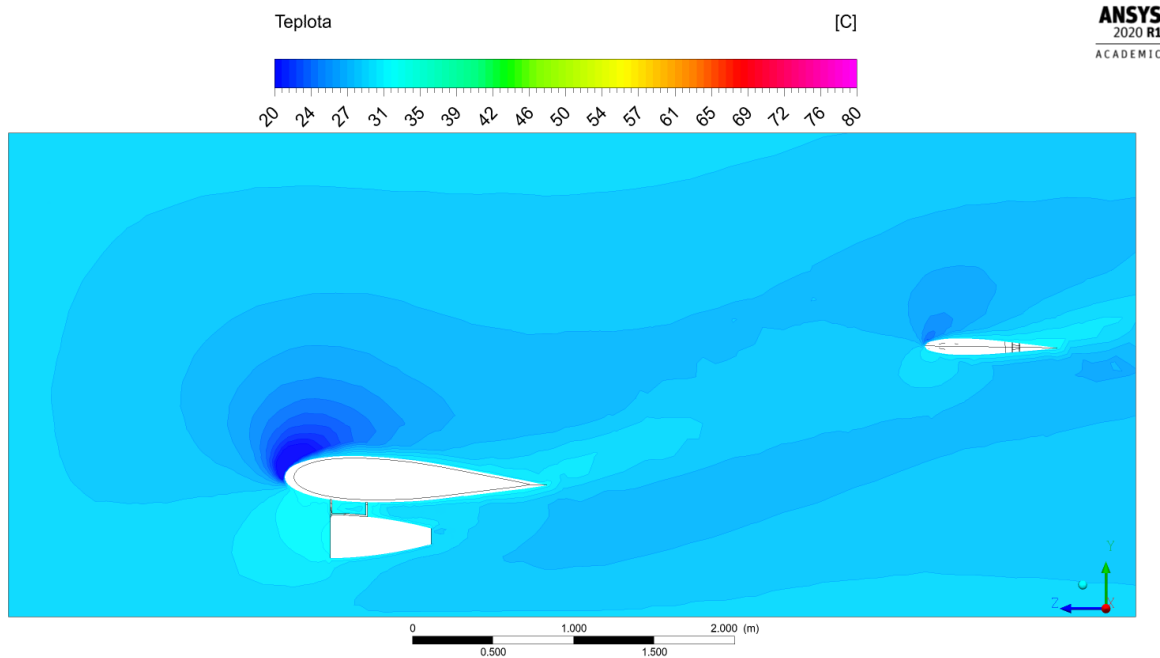


Obrázek 7.74: Simulace G. Pole hustoty v rovině R1

## 7.8 Simulace H

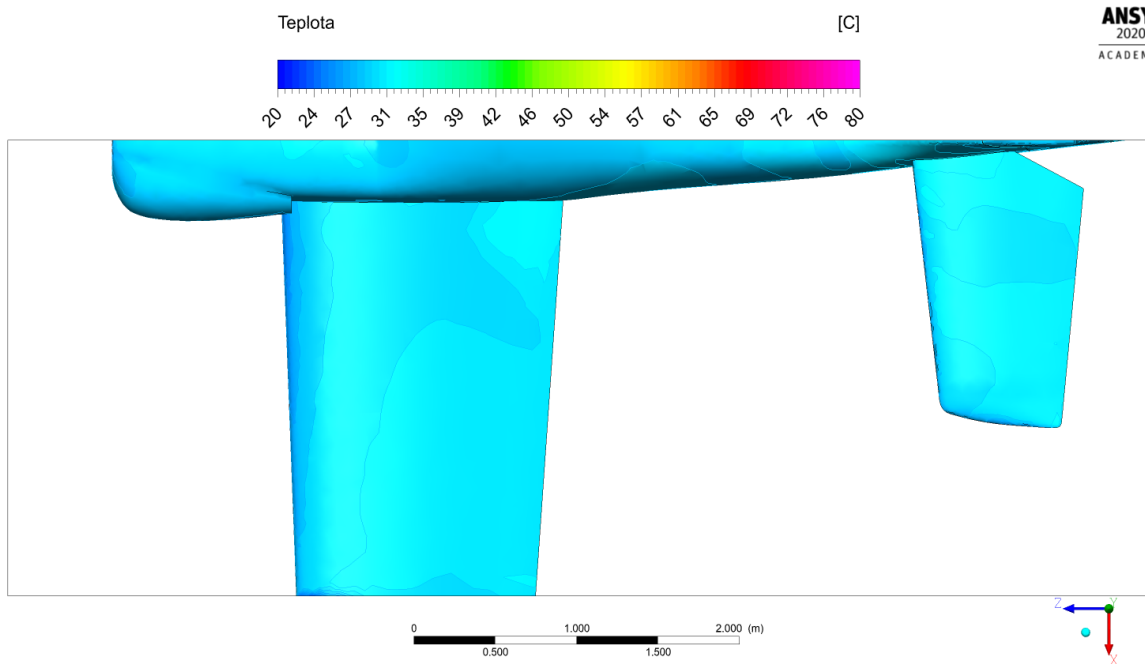


Obrázek 7.75: Simulace H. Teplotní pole v prostoru

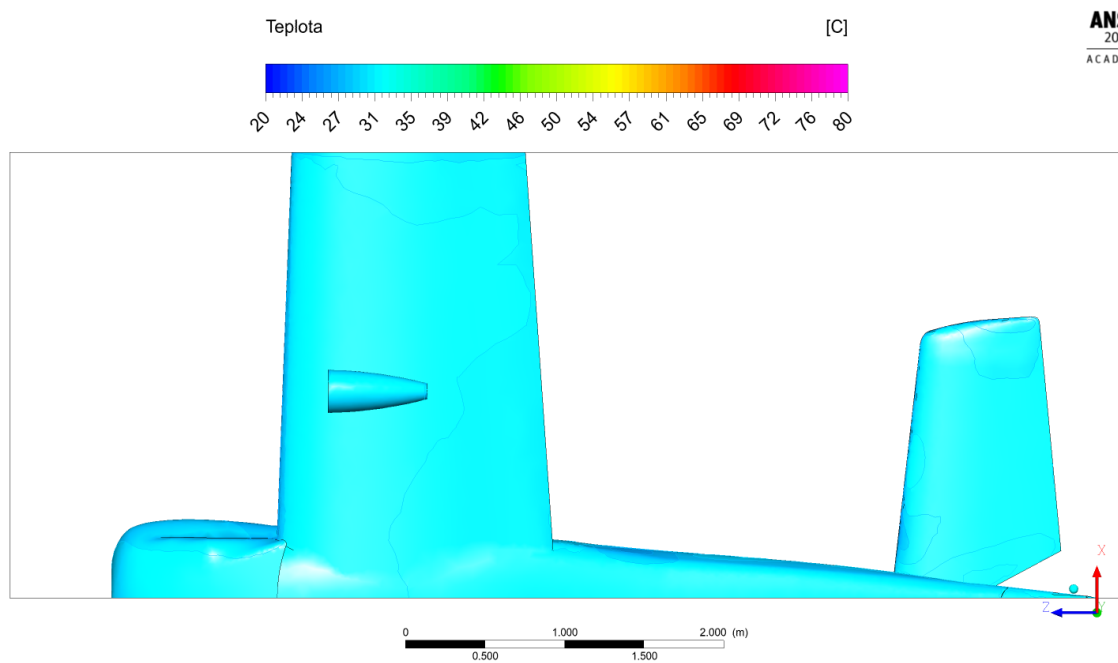


Obrázek 7.76: Simulace H. Teplotní pole v rovině R1

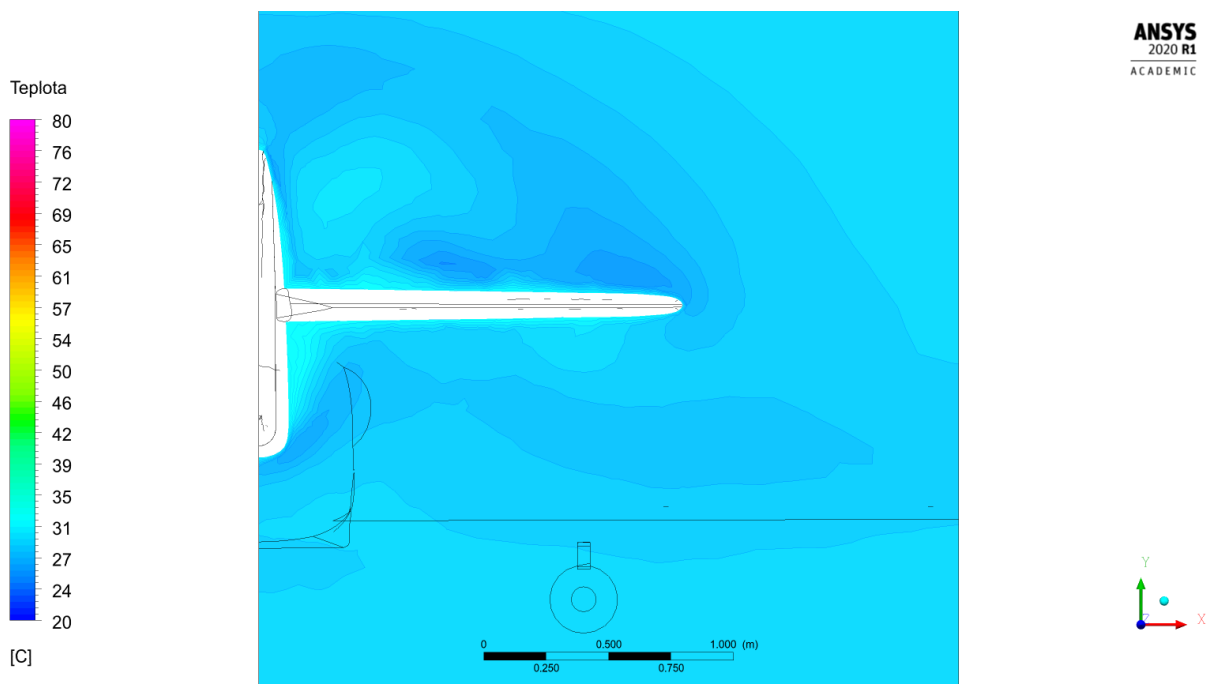




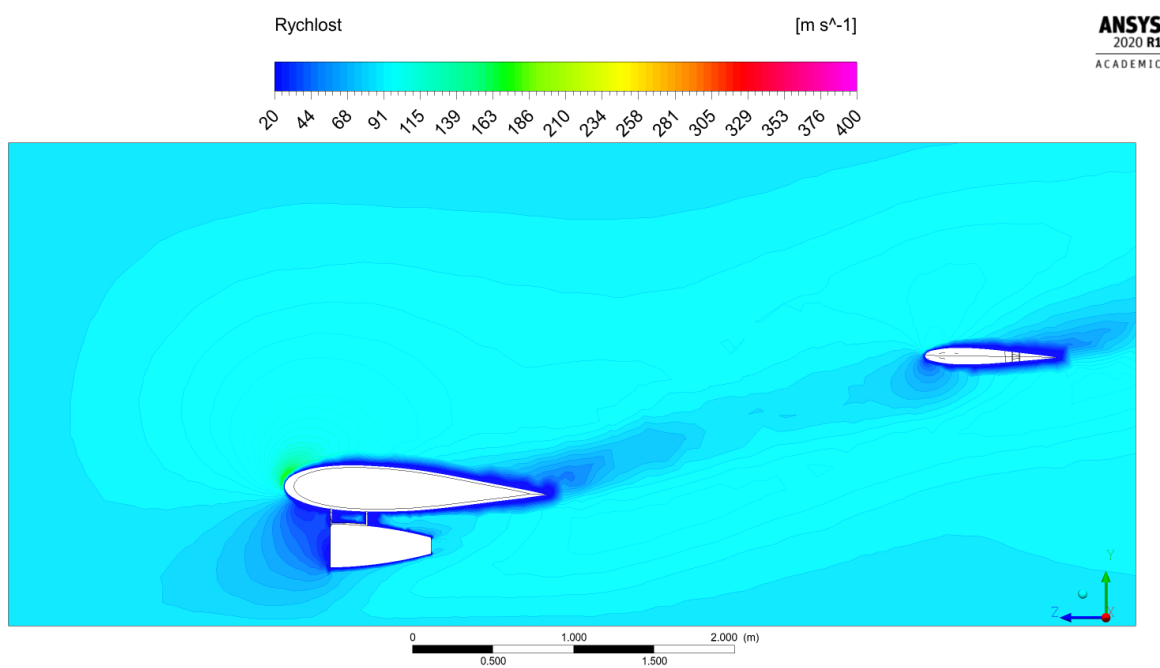
Obrázek 7.77: Simulace H. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled shora



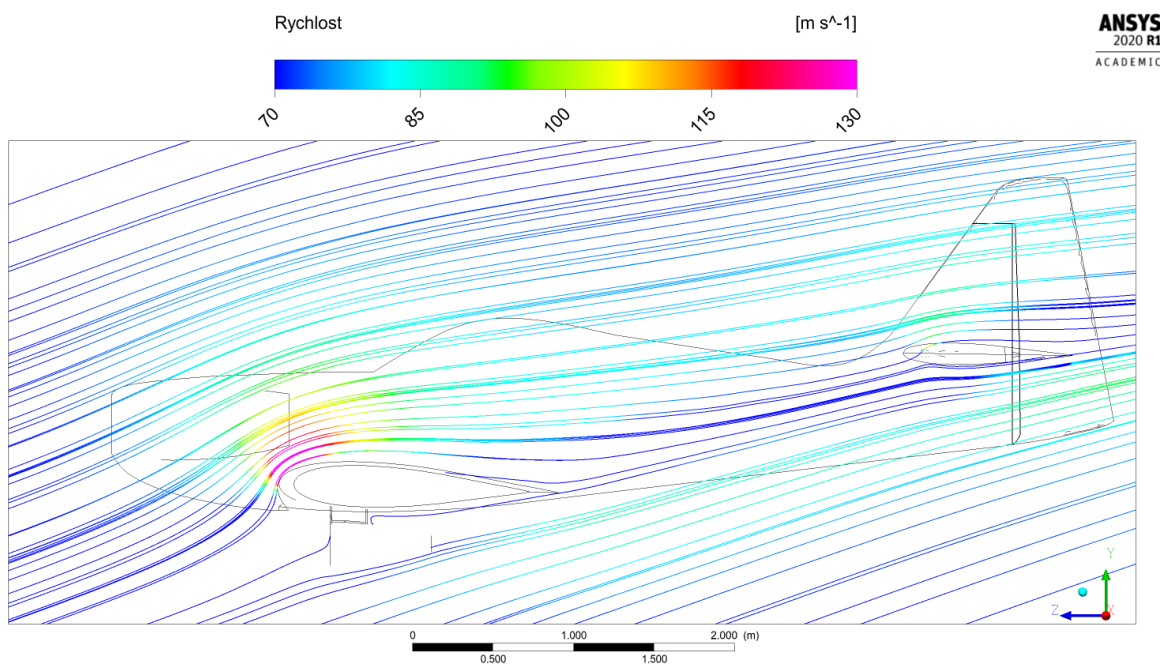
Obrázek 7.78: Simulace H. Teplotní pole na povrchu letounu, pohled zdola



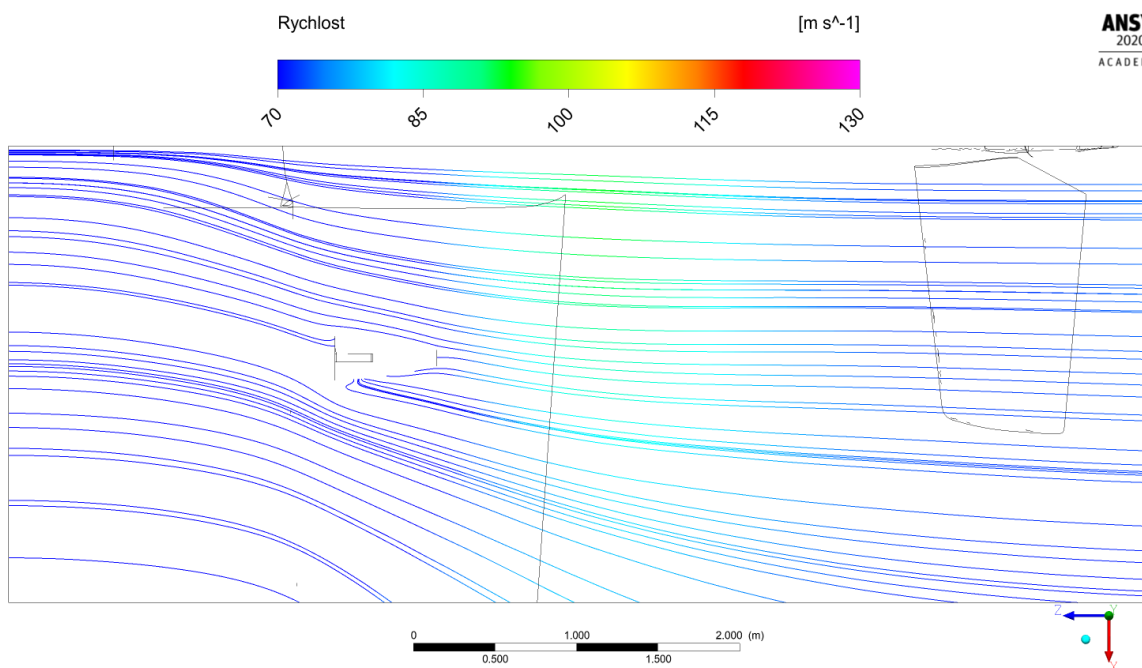
Obrázek 7.79: Simulace H. Teplotní pole v rovině R3



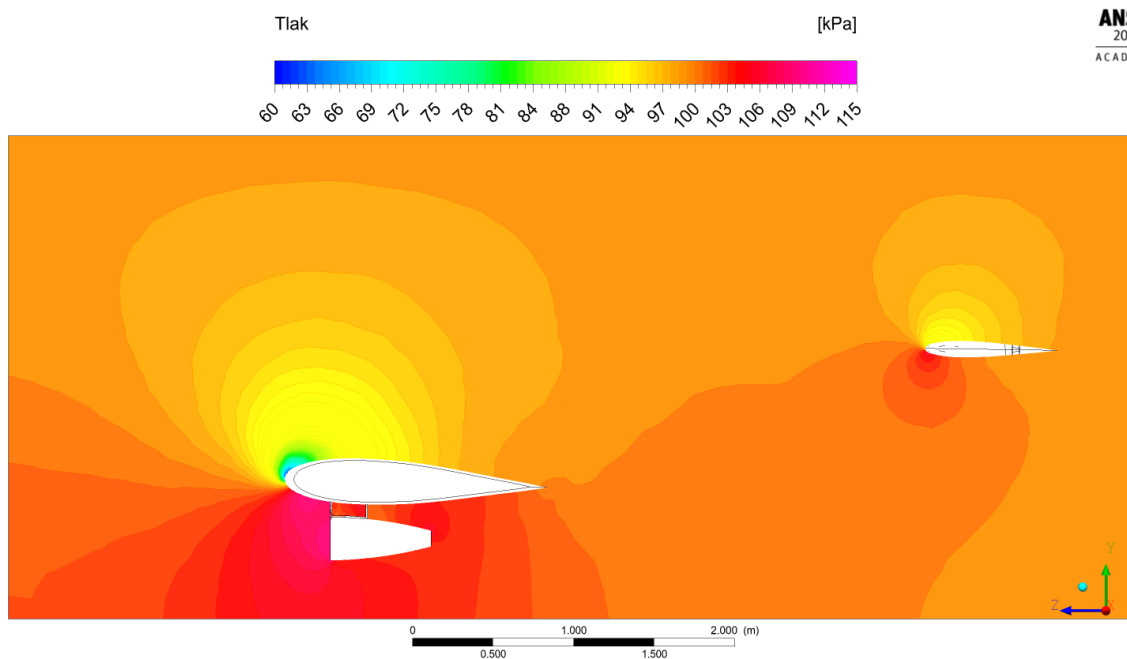
Obrázek 7.80: Simulace H. Rychlostní pole v rovině R1



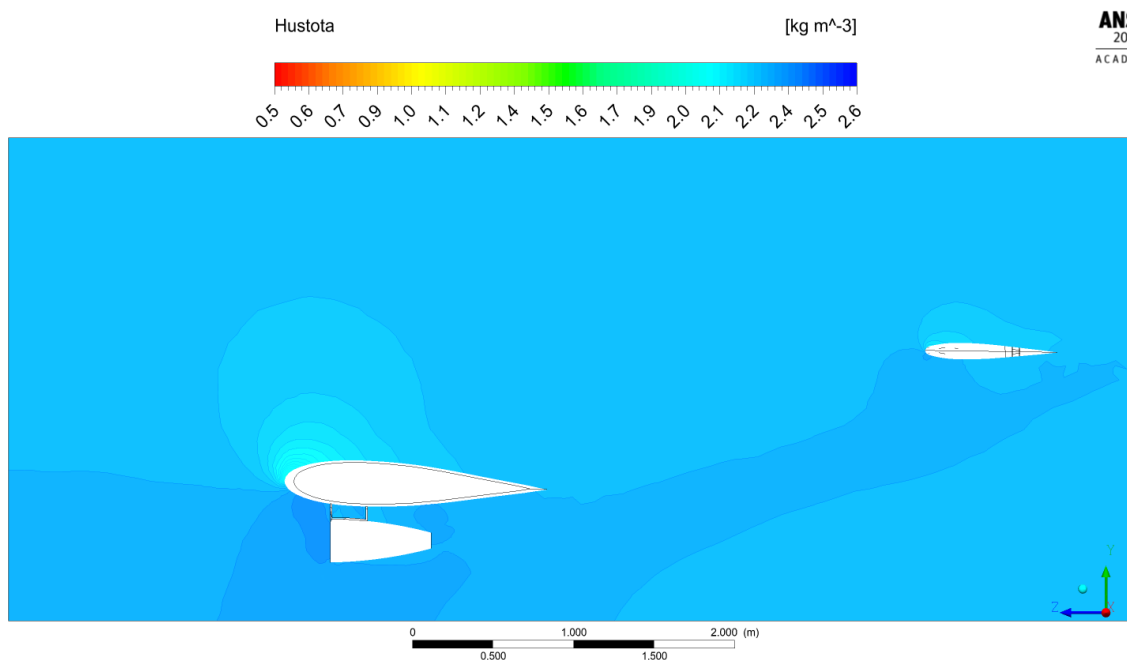
Obrázek 7.81: Simulace H. Proudnice v rovině R1



Obrázek 7.82: Simulace H. Proudnice v rovině R4



Obrázek 7.83: Simulace H. Tlakové pole v rovině R1



Obrázek 7.84: Simulace H. Pole hustoty v rovině R1