

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE

Technická fakulta

Katedra elektrotechniky a automatizace

Systemová dynamika a její využití v ekonomické a sociální praxi
diplomová práce

Vedoucí práce: Ing. René Neděla
Autor práce: Bc. Jiří Stuchl

PRAHA 2016

ČESKÁ ZEMĚDĚLSKÁ UNIVERZITA V PRAZE

Technická fakulta

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

Jiří Stuchl

Obchod a podnikání s technikou

Název práce

Systémová dynamika a její využití v ekonomické a sociální praxi

Název anglicky

System dynamics and its application in economic and social practice

Cíle práce

Cílem práce je rozbor možností zobrazení struktury modelů a formulace dynamického chování vybraných ekonomických a společenských systémů. Řešení bude provedeno v prostředí MATLAB – Simulink, případně v dostupném ekonomickém software pro systémovou dynamiku.

Metodika

- 1) Úvod
- 2) Modely systémové dynamiky
- 3) Zadání problémů a jejich rozbor
- 4) Cíle práce
- 5) Formulace zadaných modelů, řešení a zhodnocení výsledků práce
- 6) Závěr

Doporučený rozsah práce

50 str., bez příloh

Klíčová slova

modely, analogie, systémová dynamika, dynamická struktura a chování

Doporučené zdroje informací

Andrašik L., Aplikovaná systémová dynamika a synergetika STU, Bratislava, 2010
Bureš. V., Systémové myšlení a teorie systémů, Gaudeámus, Universita Hradec Králové, 2007
Hubálovský Š., Teorie systémů, modelování a simulace, Gaudeámus, Hradec Králové, 2011
Mildeová, S., Vojtko, S.: Systémová dynamika, VŠE-Oeconomica, Praha, 2003
Sarnovský, J. a kol. Kybernetika a management, elfa, Košice, 2001

Předběžný termín obhajoby

2015/16 LS – TF

Vedoucí práce

Ing. René Neděla

Garantující pracoviště

Katedra elektrotechniky a automatizace

Elektronicky schváleno dne 21. 3. 2016

prof. Ing. Jaromír Volf, DrSc.

Vedoucí katedry

Elektronicky schváleno dne 21. 3. 2016

prof. Ing. Vladimír Jurča, CSc.

Děkan

V Praze dne 24. 03. 2016

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval samostatně pod vedením Ing. Reného Neděly a uvedl jsem veškeré literární prameny a publikace, ze kterých jsem čerpal.

.....

Podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu práce Ing. Renému Nedělovi za cenné rady a připomínky při zpracování této diplomové práce. Dále děkuji svým rodičům a všem, kteří mi jakkoliv pomohli při studiu.

.....
Podpis autora

Abstrakt:

Systemová dynamika je nástroj pro výzkum chování reálných ekonomických objektů. Cílem práce je rozbor zobrazení struktury modelů a formulace dynamického chování vybraných ekonomických a sociálních systémů. V teoretické části jsou základní pojmy a principy systémové dynamiky a její inspirační zdroje. „Modely systémové dynamiky ukazují tvorbu zpětnovazebních schémat v ekonomické kybernetice, tabulku analogií mezi fyzikálními a finančními systémy a grafické prostředky popisu struktury a chování modelů. Kapitola „Citlivostní analýza“ umožňuje určit vliv parametrů na průběhy výstupních veličin. Dále je zmíněna úloha laboratorního experimentu v ekonomice. V praktické části je metodika systémové dynamiky aplikována na třech problémech v ekonomické a sociální oblasti. Vždy je proveden rozbor problému, matematický model, blokové schéma a grafické řešení pro různé parametry převážně v Simulinku a jsou vyhodnoceny výsledky simulace.

Klíčová slova: Modely, analogie, systémová dynamika, struktura, chování

Summary:

The system dynamic is a tool for the research of acting of real economical objects. The aim of this work is the analysis of the appearance of the model`s structure and the formulating of dynamic acting of specific economical and social systems. In the theoretical part are the basic terms and principals of system dynamic and it`s inspirative recourses. ..Models of system dynamic show the creating of feedback schemes in economical kybernetic, the table of analogies in between physical and financial systems and the graphic tools of the description of structure and the model`s acting. The chapter” The Sensitivity Analisys” enables to set up the impact of the parameters onto the states of the outcome quantities. There is also mentioned the meaning of the laboratory experiment in the economy. In the practical part there is the methodology of system dynamic applied onto the three problems in economical and the social sphere. There is has been always done the analysis of the problem, also the mathematical model, the block scheme and the graphical solution for the different parameters mostly in the Simulink and there have been evaluated the outcomes of the simulation.

Key words: models, analogy, system dynamics, structure, behaviour

Obsah

I. Teoretická část	1
1 Úvod	1
2 Modely systémové dynamiky.....	2
2.1 Základní pojmy a principy systémové dynamiky.....	2
2.2 Inspirační zdroje systémové dynamiky	11
2.2.1 Systémové myšlení.....	12
2.2.2 Systémové inženýrství a systémová analýza.....	12
2.2.3 Teorie dynamických systémů.....	13
2.2.4 Kybernetika a řízení zpětnovazebních obvodů	14
2.2.5 Matematická ekonomie a ekonomická (finanční) kybernetika.....	18
2.2.8 Ekono fyzika	23
2.4 Analogie mezi technickými a ekonomickými systémy	28
2.5 Prostředky popisu struktury a chování systému	30
2.5.1 Metoda blokových schémat a metoda grafů signálových toků	31
2.5.2 Orientovaný graf a jeho přenosové matice.....	33
2.5.4 Diagram hladin a toků, graf příčinných toků	36
3 Citlivostní analýza dynamických systémů	39
3.2 Aplikace citlivostní analýzy [23]	42
4 Experiment v ekonomické oblasti	44
4.1 Zobecněná struktura experimentu v ekonomické oblasti	45
4.2 Laboratorní ekonomický experiment.....	46
4.3 Ukázky laboratorních experimentů.....	47
II. Praktická část.....	48
5 Tři vybrané problémy.....	48
5.1 Problém č. 1	49
5.2 Problém č. 2.....	56
5.3 Problém č. 3.....	60
8 Zhodnocení a závěr	66

I. Teoretická část

1 Úvod

V ekonomických a společensko-sociálních systémech převládá dosud v praxi přístup statický a statistický. Systémová dynamika je vhodným nástrojem pro tvorbu a výzkum dynamického chování reálných ekonomických a sociálních objektů a procesů.

Cílem diplomové práce, která volně navazuje na dřívější autorovu bakalářskou práci, je rozbor možností zobrazení struktury modelů a formulace dynamického chování vybraných ekonomických a společenských systémů. Řešení bude provedeno v prostředí MATLAB – Simulink. Práce obsahuje dvě části. V teoretické části jsou uvedeny základní pojmy a principy systémové dynamiky a její inspirační zdroje, z kterých tento obor v průběhu vývoje čerpal. V další části jsou ukázány postupy při sestavování strukturních schémat v ekonomické dynamice a je zdůrazněn význam zpětných vazeb. V tabulce 4 jsou prezentovány fyzikální analogie mezi mechanickými, elektrickými a finančními prvky a systémy včetně jednotek a rozměrů. Tato kapitola je zakončena grafickými prostředky popisu struktury a chování dynamických systémů. Následující část je zaměřena na tzv. citlivostní analýzu dynamiky systému, která umožňuje vyšetřovat vliv změn parametrů na chování systému pomocí citlivostních funkcí. V závěru teoretické části jsou uvedeny možnosti experimentů v ekonomické oblasti.

Pro praktickou část byly po dohodě s vedoucím práce vybrány tři problémy – dva jsou z ekonomické oblasti a třetí úloha se týká společensko-sociální problematiky. Pro každý konkrétní problém byla stanovena jednotná metodika – zadání a rozbor, formulace problému a matematického modelu, řešení modelu pro různé parametry v MATLAB – Simulink a interpretace řešení, vyhodnocení – porovnání s reálnými daty.

2 Modely systémové dynamiky

Systémová dynamika, dříve označovaná v americké literatuře jako průmyslová dynamika (Industrial Dynamics) byla založena profesorem Jay W. Forresterem ze Sloan School of Management na MIT již v roce 1958. V průběhu vývoje bylo vyřešeno mnoho praktických modelů z oblasti ekonomické, sociální, ekologické, urbanistické, ve zdravotnictví, ve vojenství i v akademické sféře. Průběžně se vyvíjel také simulační software. Teprve po roce 1995 zažívá systémová dynamika rozvoj i v České republice. V našich podmínkách – především na VŠE a PEF ČZU v Praze, na UP v Pardubicích a na Universitě v Hradci Králové se využívá software Powersim firmy Proverbs, zatímco na STU v Bratislavě používají obvykle obdobný software Stella pracující na stejné platformě.

2.1 Základní pojmy a principy systémové dynamiky

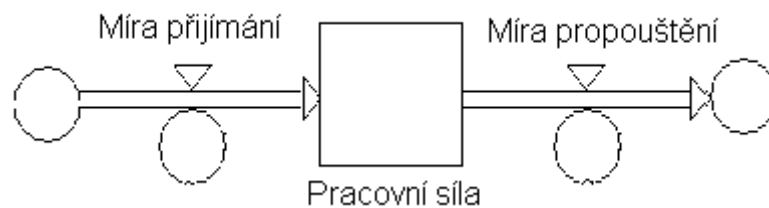
Systémová dynamika je vědní disciplína, která zkoumá chování komplexních systémů v čase. Klade důraz na:

- strukturu systému
- zpětné vazby kladné i záporné
- zpoždění těchto vazeb
- nelineární vztahy vyskytující se v systému a mohou vyvolávat oscilace a chaos. O vztahu objekt, systém a model autor pojednal již ve své bakalářské práci [1]

Základním principem systémové dynamiky je poznatek, že dynamické chování systému je důsledkem struktury. Struktura tedy rozhoduje o příčinách úspěchu nebo selhání metodiky v této disciplíně. Není proto dobré hledat příčinu problému vně systému. Vše, co potřebujeme znát k vyřešení chování systému, najdeme uvnitř samotného systému. Je však třeba mít na mysli, že systémy jsou často subsystémy větších systémů a je vhodné je zvažovat i v hierarchii systémů. Abeceda systémové dynamiky je tvořena těmito základními pojmy [2,3,4,5] které byly podrobně slovně a graficky definovány v [1]:

- Zpětnovazební smyčka, která ukazuje koloběh příčiny a důsledku.
- Zpoždění – znamená, že účinek se zpožďuje za příčinou nerovnováhy v systému. Typickým projevem jsou například oscilace hospodářského cyklu.
- Zdroje – klíčové stavové veličiny, které včetně jejich časových změn sledujeme. Zdroje se mohou měnit – například ze zásob materiálu vzniknou výrobky.

- Informace (informační vazby) – nemají fyzikální význam, ale zajišťují řízení transformací zdrojů.
- Hladiny (úrovně, stavy) – popisují akumulaci zdrojů v různých místech systému. Hladiny jsou ovlivňovány toky.
- Toky – jsou akční proměnné. Tím, že se akumulují, vytvářejí dynamické chování. Toky reprezentují aktivitu systémů a jsou závislé na hodnotách akumulací hladin. Změny akumulace - tokové struktury existují v každém systému. Jejich možné spojení je např. zobrazeno na obrázku 1.



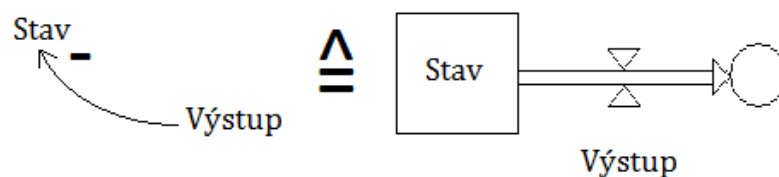
Obrázek 1 Změna akumulace a tokové struktury
[Zdroj: 4]

Názorně je vztah toků a hladin vysvětlen pomocí analogie s nádobou s přítokem a odtokem dle obrázku 2.



Obrázek 2 Fyzikální analogie s toky a úrovněmi
[Zdroj: 5]

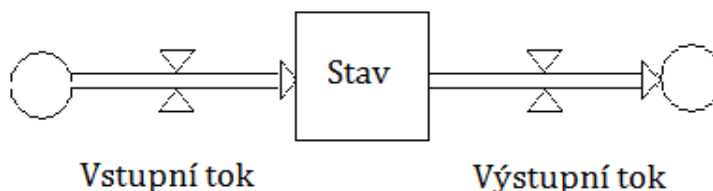
Ačkoli je výstupní tok vyjádřen šipkou vedoucí ze stavové proměnné, představuje negativní vazbu tokové proměnné na stavovou proměnnou. Na obrázku 3 je stejná vazba zachycena příčinným smyčkovým diagramem a diagramem stavů a toků.



Obrázek 3 Výstupní tok v podání různých diagramů
[Zdroj: vlastní]

Stejnou část systému lze vyjádřit několika způsoby. Tyto alternativy představují přechod mezi diagramem stavů a toků a matematickým modelem.

a) pomocí diagramu stavů a toků



Obrázek 4 Obecná struktura v diagramu stavů a toků
[Zdroj: vlastní]

b) pomocí integrálu

$$Stav_T = \int_{T_0}^T (Vstupní tok_t - Výstupní tok_t) dt + Stav_{T_0}$$

T_0, T jsou integrační meze a t je čas [s]

c) pomocí diferenciální rovnice 1. řádu

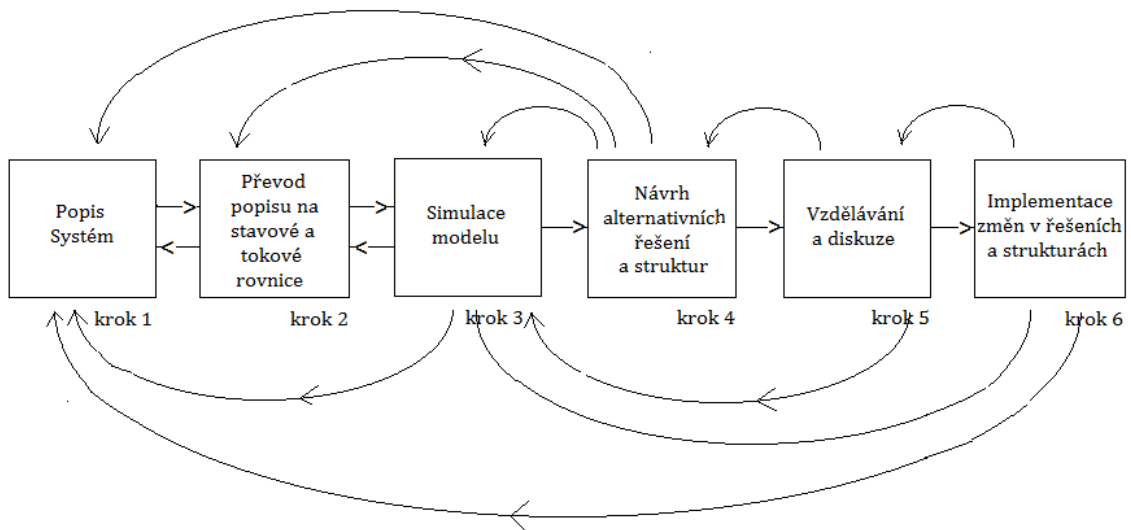
$$\frac{d(stav)}{dt} = \text{čistá změna stavu} = vstupní tok_t - výstupní tok_t$$

d) Simulační software Vensim (na KEA však není k dispozici)

$$Stav = \text{INTEG} (vstupní tok - výstupní tok, Stav_{T_0})$$

Pro stavbu modelu je nezbytné umět rozlišovat mezi stavovými a tokovými proměnnými. Zatímco stavová proměnná je měřena k nějakému okamžiku, hodnotu tokové proměnné zachycujeme za časové období (jednotky za časovou jednotku). Stavové určují také tzv. řád systému, smyčky či zpoždění. Řád vyjadřuje počet stavových proměnných v dynamickém systému nebo smyčce.

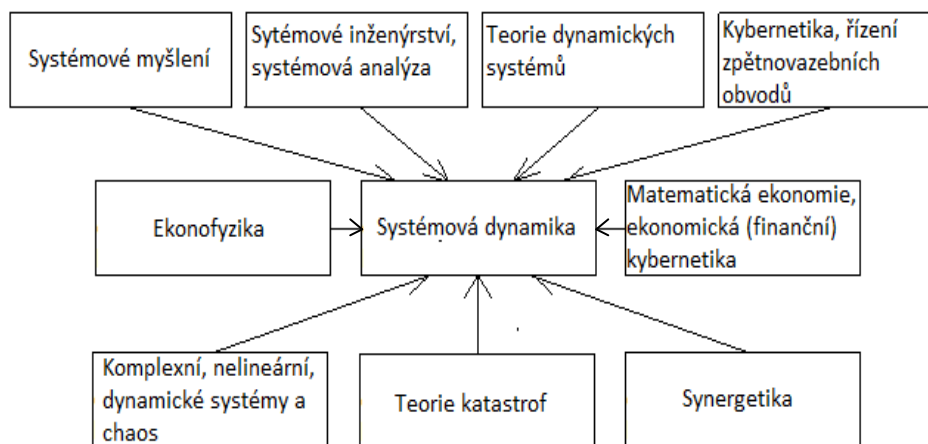
Systémová dynamika je někdy vnímána zjednodušeně především jako počítačová simulace. Jde o důsledek potřeby používat v systémové dynamice simulační software. Vzhledem ke složitosti zkoumaných systémů je zpravidla nemožné pochopit chování komplexního systému pouze na základě logického úsudku. Lidé si pro chápání reality vytvářejí tzv. mentální modely. Cílem systémové dynamiky je navrhování lepších řešení problémů. Pro podporu rozhodování je proto nutné použít sofistikovanější nástroj – tj. počítačovou simulaci. Obrázek 5 zobrazuje blokové schéma procesu systémové dynamiky.



Obrázek 5 Blokové schéma procesu systémové dynamiky [Zdroj: 2]

2.2 Inspirační zdroje systémové dynamiky

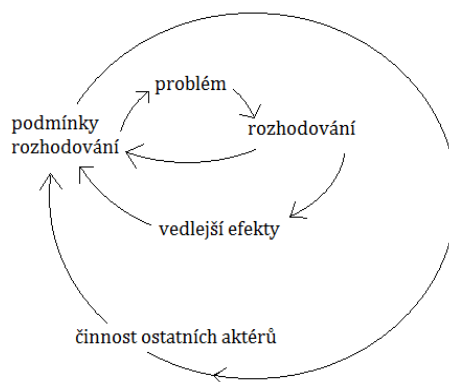
V průběhu vývoje systémové dynamiky jako interdisciplinárního oboru v rámci diferenciaci a integrace vědních přístupů využívala systémová dynamika kromě simulačního softwaru a modelování následující zdroje – viz. blokové schéma dle obrázku 6. O všech devíti blocích se stručně zmíníme a zdůrazníme hlavní principy, metody a přínosy včetně použití v praxi.



Obrázek 6 Inspirační zdroje systémové dynamiky [Zdroj: vlastní]

2.2.1 Systémové myšlení

Lineární pohled na svět je pro systémovou dynamiku nevhodný – je charakterizován přímou transformací: podmínky prostředí → problém → rozhodnutí → výsledek. Tento přístup je popsán např. v lit. [6]. Systémový (zpětnovazební) pohled na svět a řešení problémů je ukázáno na obrázku 7.



Obrázek 7 Systémový pohled na svět
[Zdroj: vlastní]

2.2.2 Systémové inženýrství a systémová analýza

Systémové inženýrství je projekční disciplína s komplexními přístupy ke zkoumání, navrhování a hlavně realizaci složitých objektů a procesů nejen technických, ale i ekonomicko-sociálních a též realizaci systémů člověk – stroj s využitím biologie a psychologie. Systémové Inženýrství projektuje navrhované systémy s přihlédnutím na výkonnost a spolehlivost a na náklady na konstrukci a provoz systému. Pro třídění problému, vhodných pro použití metod systémového inženýrství, je uplatněno hledisko, které sleduje etapy „výzkum, vývoj, výroba a užití“ a specifikuje zde tři základní aspekty:

- návrh (výzkum, vývoj, projekt)
- realizace (výroba, instalace a zavedení)
- provoz (exploatace systému)

Tyto tři systémové etapy jsou zcela odlišné a vyžadují zpravidla nasazení jiných přístupů, metod a technik. Aplikace systémového inženýrství sahají od těžkého, zpracovatelského průmyslu ke strojírenství a elektronice, k dopravě, stavebnictví, k zemědělsko-potravinářskému komplexu, přes služby v obchodě, školství a zdravotnictví až k ekonomickému řízení podniků.

Systémová analýza (vzniklá z operačního výzkumu především ve vojenské vědě) je vlastně jiným přístupem k vývoji systémového myšlení. Představuje obecně metodu pro vysvětlení a pochopení systému. Zároveň má také aplikační cíl – na základě analýzy systému dospět k jeho zvládnutí, zlepšení nebo zdokonalení jeho funkce. Jde tedy o to, najít metody a postupy, jimiž má analýza probíhat, aby

byl systém zkoumán v celé komplexnosti jak ve struktuře, tak v chování charakteristických veličin systému.

Základní rozdíl mezi systémovou analýzou a systémovým inženýrstvím je ve výsledcích jejich působení. Zatímco cílem systémové analýzy je zpravidla návrh modelu systému, ve kterém je např. respektováno jeho optimální působení, není posláním systémového inženýrství sestavení modelu systému, ale jeho praktická realizace. S tím souvisí převážně syntetický charakter práce profese systémového inženýra – tedy pro systémové inženýrství je analýza nutnou, nikoliv však postačující součástí řešení, realizace a provozu systému.

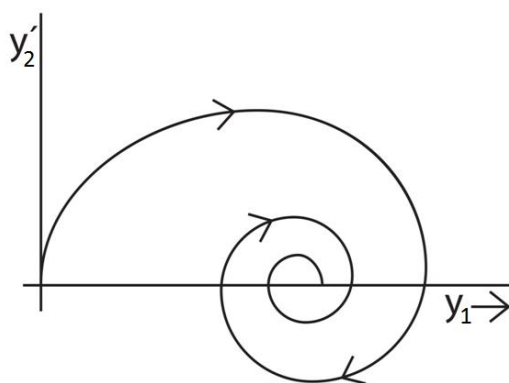
2.2.3 Teorie dynamických systémů

Nebudeme zde uvádět přesnou definici dynamického systému. Chování systému je dáno jeho strukturou (propojením dílčích prvků pomocí vazeb) a vstupními signály z okolí systému. Dynamickým chováním systému rozumíme změnu jeho stavových a výstupních veličin v čase vlivem vnějších, případně vnitřních podmínek. Při formulaci systému máme tedy zájem vystihnout zákonitosti změn jeho podstatných veličin v čase. Základní axiom orientace systému je: minulé => budoucí.

K tomu je třeba zavést čas systému t jako reálnou nezávislou proměnnou. Někdy je výhodné přejít od spojitě interpretace času k diskrétnímu nahrazení. Podle toho rozlišujeme systémy spojitě vzhledem k času nebo diskrétní vzhledem k času. Matematickým modelem je pak diferenciální nebo diferenční rovnice a jejich soustavy.

Složité systémy mohou měnit svoji strukturu. Změna struktury je vyšším druhem pohybu systému než jen změna stavu systému. Oba druhy pohybu spolu souvisejí, navzájem se podmiňují a ovlivňují. Změna struktury má za následek změnu chování tzn., že změna kvality systému se projeví ve skokové změně závislosti mezi působením systému na okolí a stavem systému.

Označíme-li stavové a výstupní proměnné y_1, y_2, \dots, y_n , dostáváme n časových průběhů $y_i = y_i(t); i = 1, 2, \dots, n$. Vývoj systému lze také zobrazit v tzv. fázové rovině nebo v prostoru, kdy na svislou osu vynášíme derivaci $\frac{dy_2}{dt}$ a na osu vodorovnou proměnnou y_1 . Ukázka fázové trajektorie (rychlost $v = \frac{dy}{dt}$ v závislosti na poloze tělesa) je na obrázku 8.



**Obrázek 8 Průběh rychlosti v závislosti na poloze tělesa ve fázové rovině
[Zdroj: 14]**

Z průběhu fázové trajektorie lze také určit stabilitu, nestabilitu nebo mez stability. U nelineárních systémů lze také určit stabilní a labilní stavy typu stabilní a labilní uzel, stabilní nebo labilní ohnisko, sedlový bod a tzv. mezní cyklus. Při kritické hodnotě některého parametru může nastat kvalitativní změna chování celého systému. Hodnoty parametrů, při kterých dochází k tzv. chaosu, se nazývají bifurkační body.

2.2.4 Kybernetika a řízení zpětnovazebních obvodů

Kybernetika není nové slovo, sloveso $\kappa\upsilon\beta\epsilon\rho\nu\epsilon\tau\iota\kappa\acute{\alpha}$ znamená ve staré řečtině „řídím loď“ a kybernetés označuje kormidelníka. Podobná slova použil už Platon a v 19. století také fyzik A. M. Ampère, ovšem spíše pro metodu řízení správních celků a společností. Za zakladatele kybernetiky je pokládán Norbert Wiener, který důležité myšlenky sepsal v roce 1948 do slavné knihy, kde tuto interdisciplinární vědu definoval jako obor zabývající se řízením, sdělováním a zpracováním informací v živých organizacích i ve strojích. Je dobré připomenout, že sám N. Wiener přiznává, že čerpal podněty z prací českého vědce Jaroslava Hrdiny (1871-1931) a zásluhy má také Slovák Aurel Stodola. N. Wiener organizoval řadu odborných besed a seminářů s předními matematiky, biology, lékaři, techniky a filozofy. Využil také prací, na kterých pracoval za války na automatických zaměřovacích systémech a to jej přivedlo k otázkám predikce (předvídaní dráhy letu bombardérem). Na základě prací H. Nyquista (1932 – Švédsko) byl do kybernetiky zaveden jeden z nejdůležitějších principů – zpětná vazba, což při řízení umožňuje posuzovat stabilitu celého řídicího obvodu. Problematika sledování vedla také k rozvoji teorie informace, na níž se podíleli především Hartley, Ashby a Shannon. Pro dnešní dobu je původní definice kybernetiky příliš zúžená; připomeňme, že na jedné z definic se podílel i A. Svoboda, který po nucené emigraci žil v USA.

Dnes rozlišujeme v kybernetice 4 základní směry:

- teoretická kybernetika
- kybernetika
- technická kybernetika, která bohatě využívá matematiku, měřicí a řídicí techniku
- aplikovaná kybernetika

Do aplikací řadíme následující relativně samostatné disciplíny:

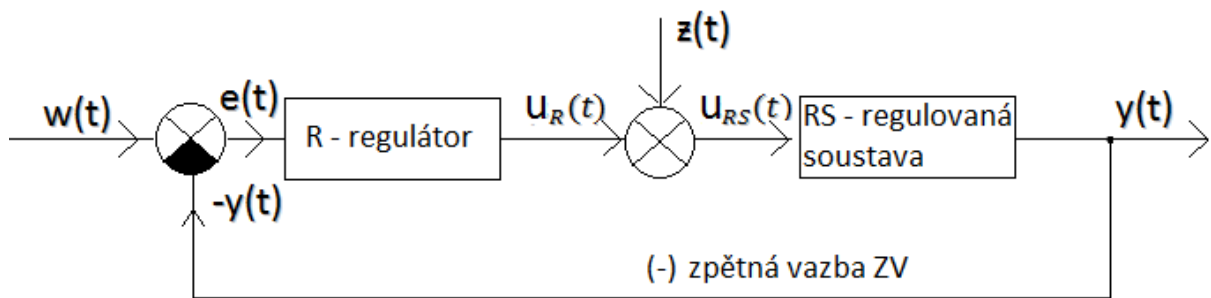
- Biokybernetika
- lékařská kybernetika
- neurokybernetika
- psychologická kybernetika
- ekonomická kybernetika
- geokybernetika
- vojenská kybernetika
- kosmická kybernetika
- pedagogická kybernetika apod.

Kybernetika jako každá exaktní věda má své metody, mezi které patří:

- metoda analogie
- metoda modelování (fyzikální matematické a počítačové)
- metoda černé skříňky
- řízení zpětnovazebních obvodů (teorie automatického řízení)

Vzhledem k tomu, že systémová dynamika je vhodná především pro netechnické – např. ekonomické, společenské nebo sociální komplexní systémy a využívá obvykle více zpětnovazebních smyček, lze pro popis dynamického chování těchto obvodů využít matematického aparátu soustav diferenciálních rovnic, Laplaceovy transformace, přenosových funkcí a charakteristik (přechodová, váhová nebo frekvenční charakteristika). Pro diskrétní popis lze použít tzv. Z-transformaci, ale ta se v oboru OPT na TF nepřednáší.

Protože tyto pojmy budeme používat jak v teoretické, tak i v praktické části diplomové práce, uvedeme přehlednou formou základní vztahy. Budeme vycházet z jednoduchého spojitého regulačního (řídícího) obvodu se zápornou zpětnou vazbou regulovanou soustavou (řízený systém) a regulátorem (řídící systém) podle blokového schématu na obrázku 9.



Obrázek 9 Jednoduchý spojitý regulační obvod se zápornou zpětnou vazbou
[Zdroj: 7]

$w(t)$ – vstupní, řídicí veličina (požadovaná hodnota)

$y(t)$ – výstupní – regulovaná veličina

$e(t) = w(t) - y(t)$ regulační odchylka

$e(t) = 0$ je $w(t) = y(t)$

$u_R(t)$, $u(t)$, - akční veličina $u_{RS}(t) = u_R(t) + z(t)$

$z(t)$ – poruchová veličina; pro $z(t) = 0$ je $u_{RS}(t) = u_R(t) = u$

Pro každý s uvedených bloků R, RS, (bez indexu) ale např. také pro M (měřící zařízení + senzor), což v regulačním obvodu není zakresleno, je možno na základě matematicko-fyzikální analýzy sestavit diferenciální rovnice a po L. transformaci lze definovat přenosové funkce jednotlivých bloků, otevřeného i uzavřeného regulačního obvodu a typické výstupní dynamické charakteristiky. Pro přehlednost proto uvádíme shrnující tabulku důležitých pojmů, přenosů a charakteristik.

Diferenciální rovnice dynamického systému v časové oblasti:

$$a_n y^n(t) + a_{n-1} y^{n-1}(t) + \dots + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_m u^m(t) + b_{m-1} u^{m-1}(t) + \dots + b_1 u'(t) + b_0 u(t)$$

$n \geq m$ pro fyzikálně reálné systémy, n – řád systému

a_i, b_i - koeficienty rovnice ; $u(t), y(t)$ – budící (vstupní), výstupní funkce

V Laplaceově transformaci s operátorem transformace \underline{s}

$$a_n s^n \cdot Y(s) + a_{n-1} s^{n-1} \cdot Y(s) + \dots + a_1 s Y(s) + a_0 Y(s) = b_m s^m \cdot U(s) + b_{m-1} s^{m-1} \cdot U(s) + \dots + b_1 s \cdot U(s) + b_0 \cdot U(s)$$

$$\text{Obrazový přenos } G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

Obraz výstupní veličiny

$$Y(s) = G(s) \cdot U(s) \quad \begin{array}{c} \xrightarrow{U(s)} \boxed{G(s)} \xrightarrow{Y(s)} \end{array}$$

Zpětná L. transformace => časový průběh výstupní veličiny

$$y(t) = L^{-1}\{G(s) \cdot U(s)\}$$

Přechodová charakteristika $h(t)$ – (na vstupu je signál jednotkového skoku)

$$h(t) \equiv y(t) = L^{-1}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} \quad \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{---} \\ \text{t} \end{array}$$

Váhová (impulsní) charakteristika $g(t)$

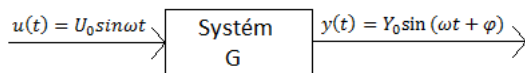
$$g(t) = y(t) = L^{-1}\{G(s)\} \quad \begin{array}{c} \uparrow \text{jednotkový} \\ \downarrow \text{impuls} \\ \text{---} \\ \text{t} \end{array}$$

Souvislosti mezi těmito charakteristikami

$$g(t) = \frac{dh(t)}{dt} \quad \Leftrightarrow \quad G(s) = s \cdot H(s)$$

$$h(t) = \int g(t) dt \quad H(s) = \frac{G(s)}{s} \quad \omega - \text{úhlový kmitočet}[s^{-1}]$$

Frekvenční charakteristika může být vyjádřena v komplexní rovině jako amplitudová a fázová v závislosti na ω nebo v logaritmických souřadnicích.



Frekvenční přenos získáme z obrazového přenosu $G(s)$

$$\text{substitucí } s = j\omega, G(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = |G(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)}$$

$j \equiv \sqrt{-1}$ imaginární jednotka

Pro zjednodušování složitějšího řídicího obvodu se používají pravidla tzv. blokové algebry - sériové, paralelní a antiparalelní (zpětnovazební) zapojení bloků. Další tabulka přehledně shrnuje hlavní typy úloh, které řešíme matematicky ve zpětnovazebním obvodu.

<u>Analýza</u>	<u>Syntéza</u>
Identifikace (matematicko-fyzikální analýza)	Volba struktury a typu regulátorů
Experimentální identifikace	
stabilita obvodu	kvalita (jakost) obvodu
přesnost regulace	Integrální kritéria
Optimalizace – nastavení a optimální seřízení parametrů regulátorů	
Modelování a simulace obvodu	

Tabulka 1 Typy úloh řešených v regulačním obvodu
[Zdroj: vlastní]

Na tuto teoretickou etapu pak navazuje výběr automatizačních prostředků (regulátory, senzory a navazující elektronika, akční členy, počítače, pohony, převodníky, řídicí logické obvody) a konstrukční a projekční proces pro zajištění realizace investiční dodávky.

2.2.5 Matematická ekonomie a ekonomická (finanční) kybernetika

Matematická ekonomie se orientuje na zkoumání ekonomických zákonitostí matematickými prostředky. Je to disciplína na rozhraní matematiky a ekonomie. V matematické ekonomii může dosáhnout významnějších výsledků pouze erudovaný ekonom, používající matematiku. Vytváření matematických modelů ekonomických systémů, definovaných na reálných nebo hypotetických (teprve projektovaných) ekonomických objektech, je předmětem zkoumání matematické ekonomie a ekonomické kybernetiky. Zdá se, že složitost problematiky, dlouhá doba ověřování funkčnosti modelu a v postsocialistických státech též léčba trhem, který údajně vše vyřeší, vedly k útlumu těchto oborů.

Otevře-li technik (vychovaný v duchu zpětnovazební dynamiky systémů, uplatňované v kybernetice) učebnice ekonomie, setká se téměř výhradně se statickým přístupem ve formě algebraických rovnic a s grafickým vyjádřením $Y = f(x)$ případně $Z = f(x, y)$. Dále lze očekávat využití elementární matematické statistiky pro hodnocení trendů a významnosti ekonomických proměnných, parametrů nebo dějů.

Je nutno konstatovat, že téměř chybí **popis struktury a chování ekonomického objektu, procesu** ve smyslu teorie dynamických soustav, které jsou řízeny ekonomickými regulátory. Je však

pravda, že systémové aplikace v ekonomii v porovnání s technickými a biologickými systémy mají určité zvláštnosti: [9]

- V ekonomických systémech jde o průběžnou analýzu, v níž se zpětnovazebně promítají výsledky rozboru na postup zdokonalování systému.
- V ekonomických systémech nelze počítat s úplnou automatizací vyšších rozhodovacích procesů. Automatizace ekonomického rozhodování představuje úpravu struktury a ovlivňování okolí tak, aby člověk měl usnadněné rozhodování.
- V ekonomických systémech jde o aktivní zásahy do systému. Snahou záměrných změn ve struktuře systému je zajistit požadované chování. Tyto požadavky jsou často protichůdné, přesto však se lze domnívat, že ke studiu dynamiky ekonomických systémů lze použít prostředků, běžných v teorii systémů – např. metodu blokových schémat, metody analýzy lineárních a nelineárních obvodů a řídicích systémů s mnoha zpětnovazebními smyčkami.

Vzhledem ke specifikaci ekonomických soustav, ale asi také vzhledem k menší erudici ekonomů při práci s dynamickými matematickými modely, používanými hlavně v přírodních a technických vědách, nejsou většinou ekonomové ochotni přiznat, že chování jejich soustav je analogické principům chování fyzikálních soustav (mechanických, elektrických, pneumatických, hydraulických apod.) a že způsoby jejich řízení musí podléhat obecným principům dynamického působení, známých v kybernetice (ovšem prapůvod těchto úvah je obsažen v Newtonových zákonech a v analytické mechanice, založené na obecných variačních principech).

Šíře inženýrské činnosti vede ke stálému růstu mnoha specializací, z nichž může jeden odborník zvládnout pouze omezený počet. To však nelze přijmout jako cenu, kterou má být vykoupen pokrok, protože vzájemné odcizování specialistů ohrožuje další rozvoj. Inženýrství je založeno na spolupráci a odborníci musí mít **společný jazyk**, kterým si mohou sdělovat své názory a představy. Vytváření společného jazyka, vhodného pro inženýrské projekty je úkol, který by měl udržovat krok s rozvojem specializací, ale který, jak se zdá, byl po léta přehlížen. Takový jazyk potřebuje slova, která mohou popisovat invariantní parametry, jako je kvantita, energie nebo akční funkce, ale také gramatickou strukturu, která slova spojuje. Naštěstí existují základy takého jazyka v terminologii analytické dynamiky. Snadnost, s jakou mechanika umožňuje spojit různorodé obory, ji činí vhodným nástrojem sjednocení.

Z doby, kdy se pro modely diferenciálních rovnic používaly analogové počítače, jsou známy **práce Tustina a Allena** [10]. J. Tustin, prof. elektrotechniky, používal ke zkoumání ekonomických problémů jednoduché elektrické obvody, přiřazené na základě analogie. Je též známo, že např. hydraulický mechanismus umožňuje modelovat průběh meziodvětvových vztahů v národní ekonomice. Tvorba zásob je znázorněna hromaděním tekutiny v nějakých nádobách, úbytek tekutiny

z nádoby znamená spotřebování zásoby.

Kybernetika tak prokázala existenci strukturních analogií v procesech, které probíhají v různých oblastech reality v technice, biologii, ale i ekonomii. R. G. Allen se ve své výborné monografii *Matematická ekonomie* (Academia, 1971) zabýval především dynamickými modely hospodářské regulace. Rovnice systémů znázorňoval pomocí blokových schémat se zpětnými vazbami. Stabilizační zásahy, kterými lze kompenzovat např. pokles poptávky nebo tlumit amplitudu oscilací produkce, zahrnují proporcionální, integrační a derivační regulační působení, což formálně matematicky odpovídá v technice používaným PID regulátorům.

Problémy, které je třeba řešit ve vzájemné spolupráci kybernetiků, ekonomů a matematiků se týkají definování, měření proměnných a parametrů a sestavování dynamických struktur ekonomických soustav. Ve fyzice má každá veličina svou přesnou jednotku v soustavě SI. V ekonomice je třeba, aby se především ekonomové dohodli na jednotkách ekonomických veličin, které by rovněž měly tvořit nějaký dohodnutý mezinárodní systém. Postup při praktické aplikaci matematických metod v oblasti ekonomie obsahuje čtyři fáze:

- Tvorba tzv. ekonomického modelu, tj. výběr a volba problému, volba míry zjednodušení a popis.
- Formulace matematického modelu ekvivalentního s modelem ekonomickým.
- Řešení matematického modelu různými exaktními matematickými postupy s využitím mocného nástroje – matematické dedukce a PC.
- Interpretace závěrů řešení v ekonomické realitě.

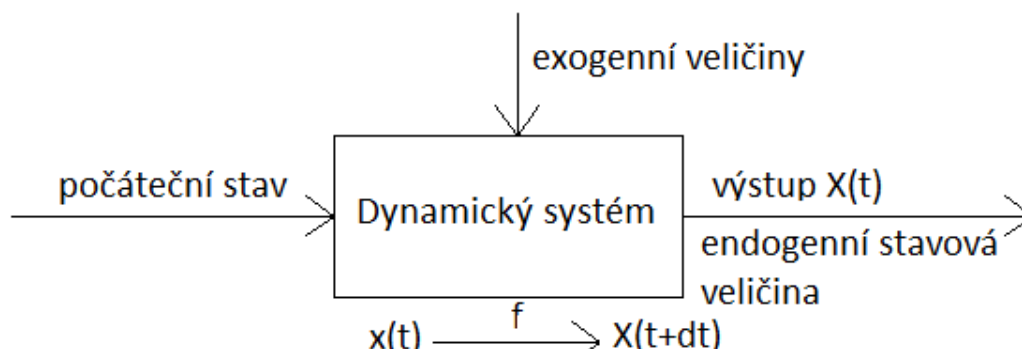
Při tvorbě modelu systému je třeba rozlišit dvě etapy:

- Stanovení kauzality vztahů. Je nutno identifikovat objekty, které jsou určující a stanovit souvislosti mezi důležitými bloky modelu. Vztahy mezi veličinami lze získat tzv. faktorovou analýzou.
- Vyjádření závislostí s využitím metody pokus- omyl a aproximace např. metodou nejmenších čtverců.

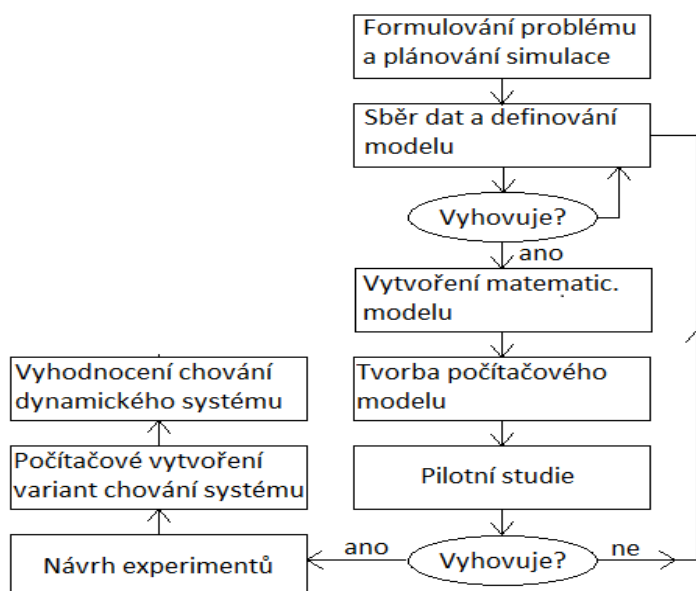
Tvorba dynamických modelů není samoúčelný proces. Jeho hlavním cílem je získat nástroje pro analýzu chování složitých systémů měnících se v čase, u kterých nelze z praktických důvodů provádět reálné ekonomické experimenty (nutnost) dlouhodobého sledování, velké časové konstanty přechodových dějů, neznalost až zatajování některých parametrů. Je však možné provádět simulační a laboratorní ekonomické experimenty.

Obrázek 10 ukazuje blokové schéma procesu modelování systémů ekonomické dynamiky a následné

práce s těmito modely. Je třeba stanovit tzv. endogenní veličiny a také exogenní veličiny, které ovlivňují chování dynamického systému.



Obrázek 10 Dynamický systém
[Zdroj: 11]



Obrázek 11 Blokové schéma tvorby ekonomického dynamického modelu
[Zdroj: 12]

Ekonomická (finanční) kybernetika jako věda o řízení ve finančnictví dnes využívá kromě zpětnovazebního přístupu poznatky např. z oblasti fuzzy logiky, umělých neuronových sítí, genetických algoritmů, teorie chaosu a fraktální geometrie. V ekonomice se v průběhu vývoje uplatňovala dvě pochybná a zjednodušená „ekonomická pravidla“. V socialismu to bylo tvrzení „Vše vyřeší plán“ a v kapitalismu až do dnů pravicových vlád platilo „Vše vyřeší trh – bez přívlasků“. Klasický model rovnováhy cen nabídky a poptávky je dán průsečíkem dvou stejnojmenných statických křivek. Moderní přístup však respektuje dynamický model nabídky a poptávky.

2.2.6 Synergetika a teorie katastrof

Pojmy synergie, synergetika, synergický účinek jsou odvozeny z řeckého slova synergeia – což znamená společnou akci diskrétních prvků v systému jako celku, která má větší celkový účinek, než by odpovídalo prostému součtu jednotlivých účinků prvků, kdyby působily odděleně – nezávisle na sobě. Takto definoval synergetiku její zakladatel prof. Hermann Haken. Synergetická spolupráce má za následek vznik nových prostorových, časových nebo funkčních struktur a nové kvality dynamického systému. Předmětem zkoumání synergetiky jsou především relativně uzavřené a otevřené systémy.

Podle prof. Hudce lze toto vymezení rozšířit na hledání zákonitostí a analogie pro samovolnou organizaci v nerovnovážných fyzikálních, chemických a biologických systémech. Sledované systémy lze rozdělit do dvou skupin:

- Systémy, pro něž lze s prvotních principů odvodit tzv. evoluční rovnice.
- Systémy, kde se tzv. fenomenologické rovnice získávají na základě experimentálního pozorování.

V synergetice se uplatnila i teorie katastrof, zvaná též strukturální stabilita. Z matematického hlediska je teorie katastrof (založená Rene Thomem) také chápána jako teorie tzv. bifurkací dynamický nelineárních systémů, v níž se studují kvalitativní změny chování v závislosti na změně řídicích parametrů. Katastrofy jsou náhlé a dramatické změny při kontinuálních a malých změnách řídicích parametrů. Využívá modely reálného světa a hledá tzv. katastrofickou množinu, která určuje za jakých podmínek a kdy dojde v daném systému ke katastrofě. S katastrofami se lze setkat téměř každý den v různém rozsahu a intenzitě.

Vrátíme se ještě k synergii. Účelem spojování prvků je vyšší stupeň uspokojení užítku, tedy v ekonomickém systému jde o zvýšení výnosů. Vzájemné přínosy ze synergie mezi znalostmi jednotlivých oborů lze vyjádřit následujícím vztahem:

$$\Delta I = P_{AB} - (P_A + P_B) + P_B - N_B$$

ΔI – užitek, plynoucí z akvizice znalostí jiného oboru

P_A – užitek akvizitéra A

P_B – užitek akvizitéra B

P_{AB} – užitek akvizice AB

N_B – hodnota užítku B

Konkrétní případem může být využívání znalostí ekonomiky a managementu.

2.2.7 Komplexní nelineární systémy a chaos

Komplexní systémy mají značný počet částí, jejichž interakce nejsou ani jednoduché ani úplně náhodné, takže se nelze omezit na malý počet částí ani je nahradit průměrnou hodnotou. Příklady vybraných typů komplexních systémů jsou v tabulce 2.

Systém	Části	Vztahy	Komplexní chování
imunitní systém	Buňky	mezibuněčné signály	ochrana proti infekci
mraveniště	Mravenci	feromony, kontakt	koordinované chování
organizace	Lidé	komunikace	produktivní činnost
trh	Firmy	nákup, prodej	spekulace, krachy
ekosystém	Druhy	predace, konkurence	evoluce
doprava ve městě	Auta	omezování se	dopravní zácpy

Tabulka 2 Typy komplexních systémů
[Zdroj:8]

Vztahy mezi částmi jsou navíc oboustranné a neexistuje jednoduché rozdělení na příčiny a následky, změny ovlivňují samy sebe. Je zřejmé, že komplexní systém může mít více zpětných vazeb. U lineárních systémů je dopad zásahu do systému přímo úměrný jeho rozsahu. Komplexní systémy jsou však většinou nelineární a vykazují potencionálně chaotické chování. K takovému chování vede např. předvídání počasí. I když bude měření stavu počasí sebepřesnější, nejsme schopni přesné předpovědi ani na jeden týden. Častým důsledkem zpětných vazeb je tzv. samo-organizace.

Komplexní systémy jsou neustále v pohybu, nepřetržitě v nich dochází ke změnám nejen v uspořádání, ale i v pravidlech řízení v čase. Další vlastností je adaptivita – přizpůsobivost měnícím se podmínkám. U nelineárních systémů již nelze tvrdit, že stav fyzikálního systému v libovolném čase lze přesně vypočítat z počátečního stavu. Při nepatrné změně počátečních podmínek může dojít k chaotickému chování systému. Vzniká tak teorie chaosu (který však může být i deterministický a dokonce jej lze řídit). Na hlavních směrech a výsledcích se podíleli např. A. M. Ljapunov (otázky stability), G. Cantor, Mandelbrot (fraktální geometrie), E. N. Lorenz (předpovědi počasí a motýlí efekt), Van der Pool (elektrické chaotické kmity), Poincare H. (zakladatel kvalitativní dynamiky, problém tří těles), Illya Prigogine (chaos a teorie disipativních struktur) a jiní. [12]

2.2.8 Ekonomofyzika

Jde o nový obor na pomezí ekonomie a fyziky, který aplikuje nelineární dynamiku a vhodné statistické metody na analýzu finančních trhů a makroekonomické modelování. Při předpovídání krizí ekonomové selhávají. Do centra pozornosti se proto dostávají fyzici, kterým předpovědi v podmínkách světového hospodářství vycházejí. Nový obor ekonomofyzika předpověděl hypoteční krizi v USA i

„bublinu“ v obchodování s ropou a varování před kolapsem Řecka. Jenže nikdo těmto závěrům nevěnoval včas pozornost [novinky. cz, 5. červen 2010]. Ekonofyzikové hledí na trh jako na přírodní mechanismus, který popisují přes fyzikální principy. Fyzikové např. ukázali přílišné zjednodušení v modelech pro oblast ekonomie a financí => opomenutí některých probíhajících procesů nebo podcenění zpětných vazeb a kaskádových efektů. Proč právě fyzika by mohla přijít s lepšími závěry než klasický ekonom profesionál?

Fyzik, který se ovšem intenzivně o ekonomické procesy a modelování zajímá, má obvykle bohatou zkušenost s empirickým zkoumáním a analýzou experimentálních dat, ze kterých musí vyslovovat závěry, případně ověřovat nové teorie. Ekonomie si odpovídá na praktickou otázku JAK?, fyzika na otázku PROČ?. Podle řady ekonomů včetně nositele Nobelovy ceny za ekonomii Paula Krugmana stojí ekonomie na špatných základech. Problém je údajně v tom, že ekonomové předpokládají, že se lidé v ekonomických a finančních otázkách rozhodují racionálně. Nerespektuje se psychologie individuí; nelze však nevidět náklonnost k neracionálnímu rozhodování, nechuť riskovat a „stádní reflexy“. Ekonofyzici napadají teze, že trhy jsou přirozeně stabilní a samoregulovatelné. Kolapsy trhů však naopak svědčí o jejich značné dynamice a nestabilitě. Pokud se nezmění struktura a vazby na finančních trzích, budou nerovnováhy „stejně“ jako zemětřesení, na které se také nedá odpovídajícím způsobem reagovat. Ekonomové často produkují modely na základě průměrné firmy a neberou do úvahy pestrost celého sektoru. Podle kritiků také pomíjejí vazby mezi makro a mikroekonomikou. Přesto z těchto modelů vychází rozhodování centrální bank a vlád a tak není divu, že v řadě zemí jsou vládní zásahy často zdrojem nové nestability. Ekonofyzikům se nyní dostává více porozumění a také finančních prostředků na vypracování všeoborového přístupu k analýze ekonomických krizí. Je ovšem podstatné, zda se podaří budoucí krize nejen předpovědět, ale také jim předcházet tak, aby jejich dopad byl co nejmenší.

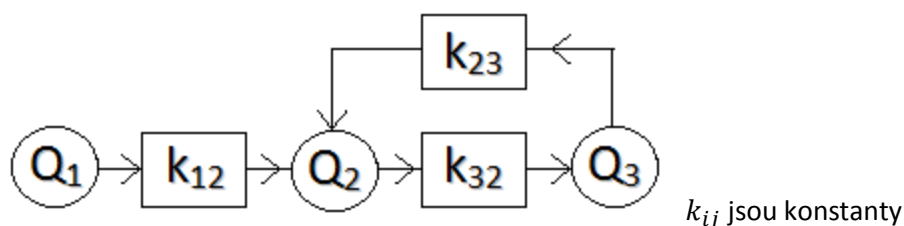
2.3 Strukturální schémata v systémové dynamice, zpětná vazba

V teorii elektrických obvodů a v dalších aplikacích řídicích systémů se zpětnými vazbami se běžně používá blokových schémat. Do dynamických ekonomických modelů zavedl podobná bloková schémata např. ekonom Goodwin, elektrotechnik prof. Tustin, zkoumající ekonomické problémy a Phillipow, ekonom s technickými zkušenostmi. Vyjadřujeme tak dynamické struktury v ekonomickém modelu, což nám pomáhá vizuálně znázornit podstatu a objasnit vztahy v systému.

Uvažujeme statický ekonomický systém se třemi proměnnými Q_1 , Q_2 a Q_3 mezi nimiž platí tato soustava rovnic:

$$Q_2 = k_{12}Q_1 + k_{32}Q_3 ; Q_3 = k_{23}Q_2 \text{ Vyloučím proměnné } Q_3 \text{ dostaneme } Q_2 = \frac{k_{12}}{1-k_{23} \cdot k_{32}} \cdot Q_1$$

Tento systém nazývají ekonomové multiplikačním efektem, technik to označuje jako zpětnou vazbu, z těchto rovnic lze sestavit následující blokové schéma:



Obrázek 12 Blokové schéma s kladnou zpětnou vazbou (nestabilní obvod)
[Zdroj: vlastní]

V dalším případě statického multiplikátoru bez zpoždění platí $Y = C + A$; $C = cY \Rightarrow Y = \frac{A}{1-c}$;

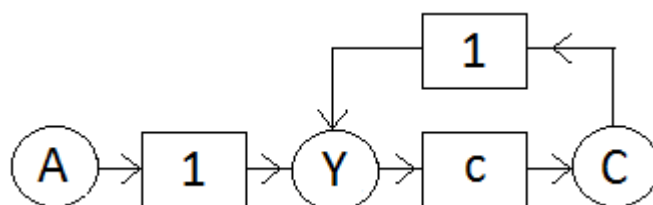
A – autonomní výdaje

Y – důchod

C – spotřeba

c – konstanta

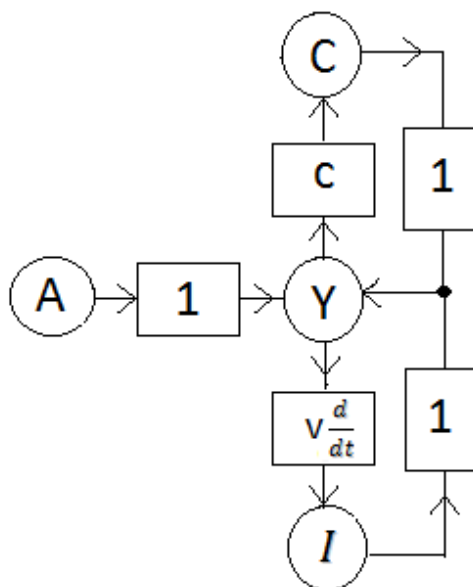
Zpětná vazba zde vzniká v důsledku toho, že důchod Y působí prostřednictvím spotřeby C zpětně sám na sebe. Blokové schéma, odpovídající předchozí rovnici je na obrázku 13.



Obrázek 13 Blokové schéma statického multiplikátoru bez zpoždění
[Zdroj: vlastní]

V dalším problému převedeme do blokového schématu multiplikátor – akcelérátor Harrodova – Domarova typu bez zpoždění: [9] Platí následující soustava rovnic: $Y = C + I + A$; $C = cY$; $I = v \frac{dY}{dt}$
 I – vyvolané investice, vázané na změnu důchodu $\frac{dY}{dt}$ prostřednictvím koeficientu akcelerace v . Po úpravě máme diferenciální rovnici I. řádu: $v \frac{dY}{dt} = (1 - c)Y - A$

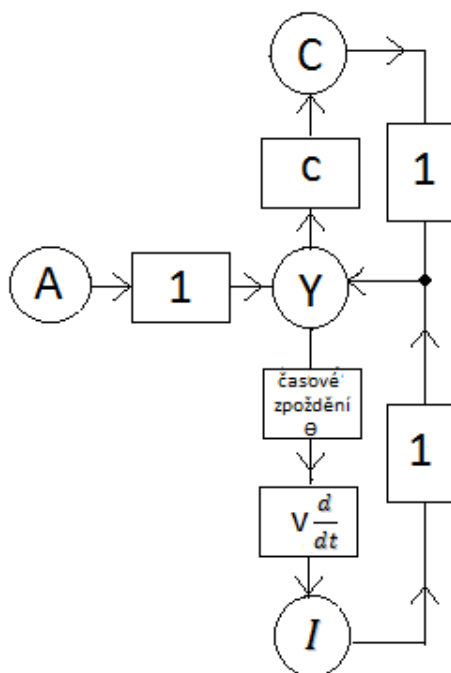
Odpovídající blokové schéma je na obrázku 14.



Obrázek 14 Blokové schéma multiplikátoru – akcelérátoru H-D typu bez zpoždění.
[Zdroj: 9]

Stejný typ multiplikátoru – akcelérátoru, ale doplněný o časové zpoždění o Θ , je dán soustavou rovnic: $Y = C + I + A$; $C = cY$; $I = v \frac{dY(t-\Theta)}{dt}$

Odpovídající blokové schéma je na obrázku 15.



Obrázek 15 Blokové schéma multiplikátoru – akcelérátoru s časovým zpožděním
[Zdroj: vlastní]

Jako poslední případ ukážeme Phillipsův model multiplikátoru – akcelerátoru. Akcelerátor bude mít zpoždění spojitě exponenciálně rozložené podle rovnice $\frac{d}{dt}I(t) = -H \left\{ I(t) - v \frac{dY(t)}{dt} \right\}$ $J(t)$ kde

$T = \frac{1}{H}$ je časová konstanta zpoždění, H je rychlost reakce, v – koeficient investic

$I(t)$ – rychlost toku vyvolaných investic

$Y(t)$ – rychlost produkce (důchodu)

Interpretace je následující: Potenciální tok investic v v čase t je určen akcelerátorem bez časového zpoždění $J(t) = v \cdot \frac{dY(t)}{dt}$. Skutečný tok investic $I(t)$ se za ním opožďuje a jeho přírůstek $\frac{dI(t)}{dt}$ je přímo úměrný rozdílu $- \{I(t) - J(t)\} = -\{I(t) - v \frac{dY(t)}{dt}\}$.

Vztah s časovým zpožděním exponenciálního tvaru se vhodně vyjádří pomocí diferenciálního operátoru $D \equiv \frac{d}{dt}$ (nebo bychom museli použít Laplaceovy transformace).

Dostáváme $DI = -H(I - vDY) \Rightarrow I = \frac{H}{D+H} vDY$, což je výraz pro akcelerátor s exponenciálním zpožděním.

Další vztahy:

Je-li celková poptávka $Z = C + I + A$; $C = cY = (1 - s)Y \rightarrow c$ bez zpoždění jako dříve, pak

$$\frac{dy}{dt} = -\lambda(Y - Z)$$

Máme zde dvě spojitě rozložená zpoždění, jedno na straně nabídky (produkce reaguje na poptávku s rychlostí λ) a druhé na straně akcelerátoru (vyvolané investice reagují na změny v produkci

s rychlostí H). Vyloučíme-li proměnné Z a I se soustavy rovnic, dostaneme postupně $\frac{dy}{dt} = -\lambda Y +$

$$\lambda \{(1 - s)Y + I + A\} \text{ tj. } I = \frac{1}{\lambda} \frac{dY}{dt} + sY - A \Rightarrow \frac{dI}{dt} = \frac{1}{\lambda} \frac{d^2Y}{dt^2} + \frac{s dY}{dt}$$

$$\text{Po konečné úpravě máme } \frac{1}{\lambda} \frac{d^2Y}{dt^2} + \left(s + \frac{H}{\lambda} - Hv \right) \frac{dY}{dt} + HsY = HA$$

Po vynásobení této rovnice konstantou λ a zavedením substitucí $a = \lambda s + H - H\lambda v$; $b = H\lambda s$; $d =$

$H\lambda A$ je zřejmé, že dynamika tohoto problému je popsáno diferenciální rovnicí II. řádu s konstantními

$$\text{koeficienty a pravou stranou } \frac{d^2Y(t)}{dt^2} + a \frac{dY(t)}{dt} + bY(t) = d$$

Řešením získáme časové průběhy $Y(t)$ a $Y'(t)$ v závislosti na změnách konstant a, b, c ;

Poznámka: $c = 1 - s \Rightarrow s = 1 - c$. s není operátor Laplaceovy transformace, ale konstanta!

Bloková schémata lze využívat k vyšetřování dynamiky ekonomických „regulačních“ obvodů, kde působí též spojitě typy ekonomických regulátorů P, I, D a jejich kombinace, avšak jejich realizace není elektronická, ale ve formě ekonomicko-matematických řídicích algoritmů.

Jsou různé typy stabilizační politiky vláda nebo i firma, chce-li kompenzovat pokles poptávky nebo

zmenšit amplitudu oscilací produkce. (Poznamenejme, že tento způsob regulačních zásahů je pro pravicové vlády např. Klausovy, ale i ve světě nepřijatelný. Ovšem důsledky na ekonomiku a život lidí jsou také známé.

Rozlišuje se:

- Proporcionální stabilizační strategie
- Integrovační stabilizační strategie
- Derivační stabilizační strategie

Řešení těchto ekonomických regulačních obvodů není cílem této DP, ale ukázky simulací jsou např. v lit. [9, 21]

2.4 Analogie mezi technickými a ekonomickými systémy

Nejčastěji uváděná fyzikální analogie (podobnost) existuje mezi mechanickým a elektrickým obvodem. V tzv. napěťové analogii si odpovídají nejen prvky v mechanickém a elektrickém obvodu, ale také diferenciální rovnice II. řádu mezi mechanickým a elektrickým obvodem:

Matematický popis lze získat vektorovým přístupem (Newtonův zákon) a Kirchhoffovy zákony pro elektrický obvod. Z analytické dynamiky je znám velmi elegantní Lagrangeův skalární energetický přístup. Tím se však zde zabývat nebudeme.

Pro mechanický systém po zavedení souřadného systému platí

$$\frac{M d^2 y(t)}{dt^2} = F(t) - B \frac{dy(t)}{dt} - D y(t)$$

Pro sériový elektrický obvod platí formálně matematicky shodná diferenciální rovnice

$$L \frac{d^2 q(t)}{dt^2} = u(t) - R \frac{dq}{dt} - \frac{1}{C} q(t)$$

Odpovídají si tedy jak mechanické prvky s parametry M, B, D , tak i elektrické prvky R, L, C , ale také vstupní a výstupní veličiny včetně příslušných derivací pro rychlost a zrychlení v mechanickém obvodu a náboj a proud v elektrickém obvodu. Pro kombinované systémy, charakteristické např. v mechatronice, lze sestavit i tzv. elektrotepelné, hydraulické, pneumatické (akustické) a jiné analogie. Podrobné tabulky těchto analogií jsou např. v [16]. My se omezíme pouze na analogii mezi mechanickým, elektrickým a ekonomickým (finančním) systémem podle tabulky 3. Základní

podmínkou zvládnutí každého vědního oboru je vypracování popisu dynamického chování. U fyzikálních oborů se úspěšně podařilo vymezit základní prvky, zákony, matematický aparát, pozorování objektivní reality a metodiku měření včetně základní soustavy jednotek.

Ukazuje se, že pravděpodobně toto všechno není ještě vyřešeno v ekonomice, zejména proto, že podoba fyzikální soustavy SI není pro ekonomické systémy zavedena [17]. Vyřešením těchto problémů by bylo možné aplikovat teorii řešení dynamických systémů, tak jako u přírodních a technických objektů a procesů. Složitost ekonomických systémů by nás neměl odrazovat od snahy, že analýza těchto systémů je s využitím počítačů možná.

Hlavní problém pak často spočívá v neochotě zprůhlednit hospodaření firem i vlád, mlžení, zavedení řádně nedefinovaných pojmů a hypotéz. Uměle se vytváří dojem, že studium a chování ekonomických systémů je výrazně odlišné od úloh technických.

Zobecněné souřadnice (Lagrange)	Mechan. Transl. systém		Elektrický systém		Finanční systém	
	Součet sil $\Sigma F_i(t) = 0$	Jednotka Název	Souč. napětí $\Sigma U_i(t) = 0$	Jednotka Název	Souč. fin. Sil $\Sigma F_{Fi}(t) = 0$	Jednotka Název
Q(t)	F(t) $L MT^{-2}$	N (Newton) síla	U(t) $L^2 MT^{-3} I^{-1}$	V (Volt) napětí	$F_F(t)$ $L^2 MT^{-2} kč^{-1}$	měrná finanční síla
q'(t)	x'(t) = v(t) LT^{-1}	ms^{-1} rychlost	q'(t) = i(t) I	A(Ampér) proud	q'F(t) $kčT^{-1}$	kapitálový tok
q(t)	x(t) L	m výchylka	q(t) IT	C(Coulomb) náboj	qF(t) kč	kapitál
k(t)	k(t) LMT^{-1}	$kgms^{-1}$ hybnost	$\Psi(t)$ $L^2 MT^{-2} I^{-1}$	Vs napěťové množství	$F_F(t)$ $L^2 MT^{-1} kč^{-1}$	finanční hybnost
M	M M	kg hmotnost	L $L^2 MT^{-2} I^{-2}$	H (Henry) indukčnost	M_F $L^2 MT^{-1} kč^{-2}$	finanční inerce
B	B MT^{-1}	$Nm^{-1}s$ disipační koeficient	R $L^2 MT^{-3} I^{-2}$	Ω (ohm) odpor	B_F $L^2 MT^{-1} kč^{-2}$	finanční dissipační koeficient
D	D MT^{-2}	Nm^{-1} direktivní koeficient	1/C $L^2 MT^{-4} I^{-2}$	F^{-1} (Farad) ⁻¹ inverzní kapacita	1/C _F $L^2 MT^{-2} kč^{-2}$	inverzní finanční kapacita

Tabulka 3 Fyzikální a finanční analogie
[Zdroj: 17]

2.5 Prostředky popisu struktury a chování systému

Na základě konstrukčních údajů a výsledků měření na reálném systému vytvoříme náhradní systém /model/, jehož chování odpovídá na určité rozlišovací úrovni chování originálu. Přitom provádíme redukci proměnných, které nemají příliš velký vliv na chování originálu /vzhledem ke složitosti modelu/. Určíme rozsahy změn proměnných a parametrů. Výsledkem by mělo být náhradní schéma, např. mechanické, elektrické apod. analyzovaného mechanismu či reálného objektu. Při konstrukci náhradního systému bohatě využíváme výsledků teorie analogie a samozřejmě poznatků konkrétních vědních a technických disciplín.

Pro tvorbu náhradního schématu je velmi důležitá otázka rozlišovací úrovně systému, která rozhoduje o složitosti budovaného modelu. Například z celého tkacího stroje nás zajímá pouze dynamika hlavního pohonu při rozběhu, ustáleném stavu a při brzdění. Vytvoříme tedy náhradní systém, který bude zahrnovat např. motor s napájením, regulaci proudu a otáček a vliv zatěžovacího momentu na hřídeli. Pro tento systém, vymezený na objektu tkacího stroje, formulujeme matematický model. Bude-li nás zajímat i průběh tkacího procesu, musíme model formulovat na podstatně vyšší rozlišovací úrovni.[18]

Jestliže jsme si na skutečném nebo projektovaném zařízení vytvořili náhradní systém, který má modelovat originál, potřebujeme matematický popis tohoto systému. Nejjednodušší je popis slovní, který se omezuje na primitivní vyjádření chování a funkce systému. Přesnějším popisem systému je graf činností nebo závislostí. Grafický popis je v technické praxi znám jako tzv. grafy signálových toků, orientované grafy, metoda blokových schémat, vývojové diagramy apod.

Nejvhodnějším podkladem pro stavbu modelu je matematický popis originálu, tj. jeho zápis soustavou rovnic a logických podmínek. V průběhu výstavby modelu se obvykle uplatňují všechny uvedené způsoby popisu, i když jejich konečnou formou je zápis v matematickém tvaru. Forma matematického popisu originálu je závislá na konkrétním řešeném problému. Za nejhodnotnější formu považujeme základní rovnice rovnováhy systému, tedy vyjádření základních zákonů, jimiž se systém řídí /obecně soustava diferenciálních či diferenčních rovnic/.

Analytickým popisem náhradního systému rozumíme matematické vyjádření časových a vzájemných relací mezi jednotlivými proměnnými. Časových relací proto, že současný stav dynamického systému je ovlivněn jeho stavem v minulosti. Vzájemných relací mezi proměnnými proto, že je tak vystižena podstata dynamického systému jako vztahu mezi nejméně dvěma proměnnými, nebo interakce mezi nejméně dvěma objekty. Vzájemné relace mezi proměnnými nemohou proto být jen vztahem okamžitých relací. Musí být použito proměnných, které odrážejí minulý stav systému. Tyto proměnné nazýváme stavovými proměnnými. Dynamický systém je pak popsán vstupními a stavovými proměnnými, jež z matematického hlediska představují funkcionály vstupních proměnných. Nejjednodušším funkcionárem je integrál.

$$\int_{-\infty}^t (\text{vstupní fce času}) d(\text{čas}) = \text{hodnota stavové proměnné}$$

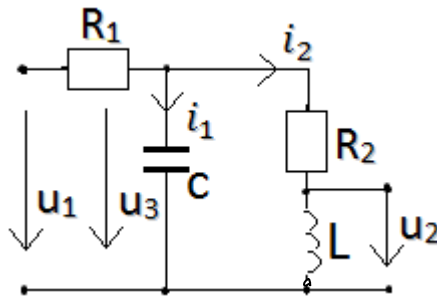
Dynamický systém je v tomto případě popsán soustavou obyčejných diferenciálních rovnic. Nahradíme-li integrál sumací přes posloupnost diskretních hodnot vstupní časové funkce, bude v tomto případě systém popsán soustavou diferenčních rovnic. V některých případech je možno použít vhodné transformace z časové oblasti do frekvenční oblasti. Matematický popis bude vždy pouze přibližným modelem, idealizací objektivní reality. Snaha po co největší věrnosti popisu vede zřejmě ke složité struktuře modelu. Ztrácí se přehlednost řešení a narůstá pracnost výpočtu. Naproti tomu musí sestavený popis vyjadřovat základní dynamické a statické vlastnosti systému s uvažováním nejdůležitějších nelinearit tak, aby struktura, příp. chování systému vyhovovalo bez větších změn i pro reálný objekt.

2.5.1 Metoda blokových schémat a metoda grafů signálových toků

Dynamické vlastnosti členů nebo prvků, z nichž se skládá systém, jsou popsány diferenciálními rovnicemi nebo přenosovými funkcemi /ve smyslu Laplaceovy transformace/. Vlastnosti celého systému závisí na dynamických vlastnostech jednotlivých prvků a na jejich propojení – struktuře. K velmi názornému popisu struktury systému používáme bloková schémata. Tato metoda je velmi rozšířena hlavně v teorii automatické regulace.

Snažíme se tedy v první řadě o rozčlenění celého systému na jednotlivé bloky, které lze matematicky popsat diferenciálními rovnicemi či přenosovými funkcemi. /dekompozice/ Přitom vycházíme z přístrojového uspořádání zařízení či objektu. Jednotlivé členy se ohraničí tím, že se vyhledají dělicí. Snažíme se tedy v první řadě o rozčlenění celého systému na jednotlivé bloky, které lze matematicky popsat diferenciálními rovnicemi či přenosovými funkcemi. /dekompozice/ Přitom vycházíme z přístrojového uspořádání zařízení či objektu. Jednotlivé členy se ohraničí tím, že se vyhledají dělicí body, jimiž probíhá přenos informace bez zpětného působení /měřicí místa nebo místa, v nichž se řídí tok energie/. Potom se nakreslí spojovací cesty, jimiž vedou signály; šipky určují směr působení. Konečně nalezneme poruchové veličiny. Měli bychom být tedy schopni sestavit blokové schéma zařízení, a použít tak aparátu teorie systémů a teorie automatické regulace. /Ne vždy je zařízení tak složité, aby se muselo postupovat tímto způsobem. / Pro jednotlivé bloky nyní formulujeme podle příslušných fyzikálních zákonů diferenciální rovnice dějů, probíhajících v jednotlivých blocích.

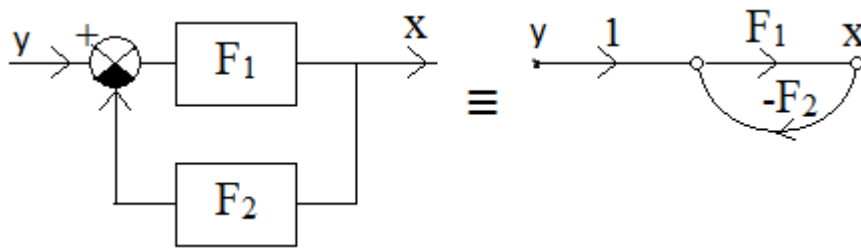
Ukažme si konstrukci blokového schématu na konkrétním elektrickém obvodu na obrázku 16. Blokové schéma lze sestavit pomocí následujících rovnic v Laplaceově transformaci.



Obrázek 16 Elektrický obvod
[Zdroj: 18]

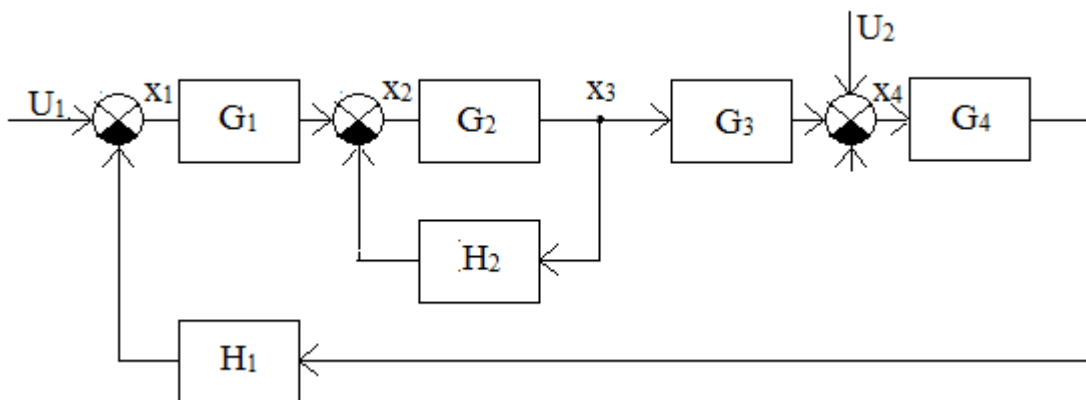
$$\begin{aligned}
 U_1 - R_1 i &= U_3 & i_1 &= sCU_3 \\
 i_2 &= \frac{U_3}{R+sL} & U_2 &= sLi_2 \\
 i &= i_1 + i_2
 \end{aligned}$$

Úpravami schématu pomocí tzv. blokové algebry lze dospět ke zjednodušení a vypočítat obrazový přenos obvodu. Je zřejmé, že tato metoda je použitelná pro systémy jakékoliv fyzikální povahy. Při zobrazování dynamických vlastností prvků systému můžeme vedle blokového diagramu použít i signálový diagram. V signálových diagramech je systém nebo jeho část znázorněn čarou se šipkou značící směr šíření signálu. Systém je tedy rozložen po délce čáry /větve/ a signály jsou soustředěny do koncových bodů, uzlů signálového diagramu. Existuje ekvivalence mezi blokovým schématem a signálovým diagramem. (obrázek 17) Pro úpravu struktury signálového diagramu a výpočet přenosu složitějšího systému používáme tzv. Masonovo pravidlo [19]

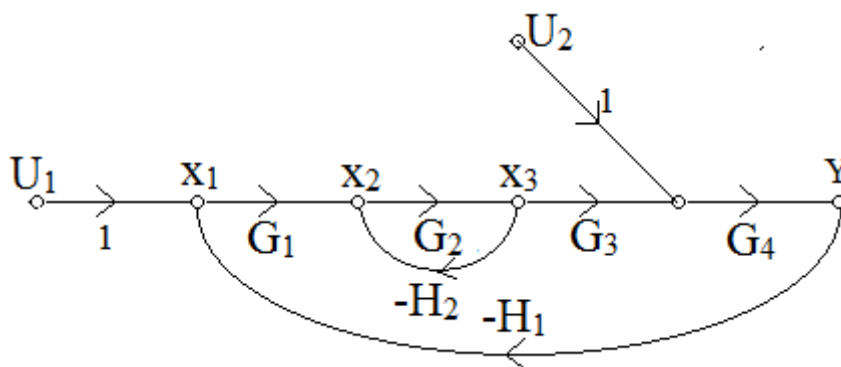


Obrázek 17 Ekvivalence blokového schématu signálového diagramu
[Zdroj: vlastní]

Tato metoda je také nazývána MGST (metoda grafů signálových toků). Uvedme ještě jeden složitější případ blokového schématu regulačního obvodu. (obrázek 18)



Obrázek 18 Blokové schéma složitějšího systému
[Zdroj: 19]

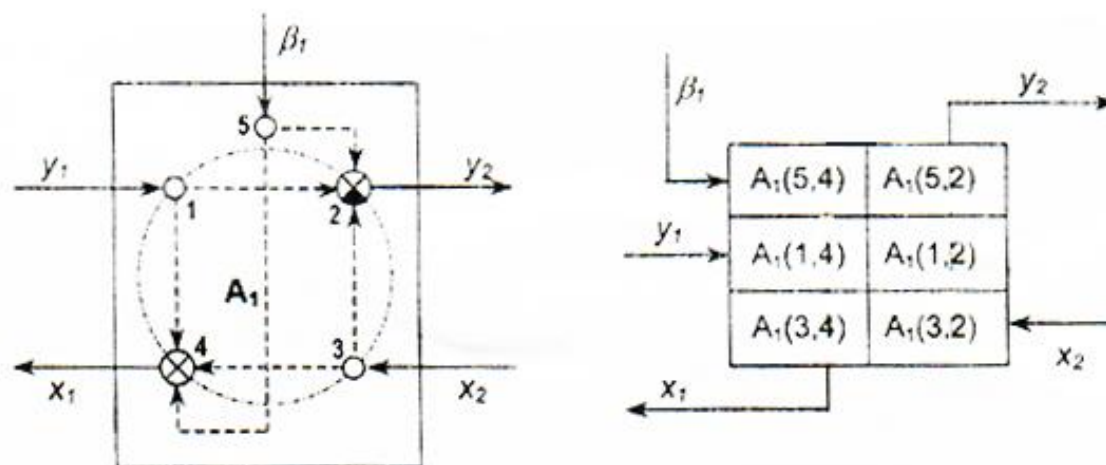


Obrázek 19 Graf toku signálů, odpovídající blokovému schématu na obrázku 18
[Zdroj: vlastní]

Pomocí Masonova pravidla lze z předchozího obrázku 19 určit přenosové funkce $\frac{Y(s)}{U_1(s)}$ nebo $\frac{U_2(s)}{U_1(s)}$. Předpokládáme, že přenosy $G_i(s)$, $H_i(s)$ jsou v Laplaceově transformaci.

2.5.2 Orientovaný graf a jeho přenosové matice

Teorie orientovaných grafů můžeme aplikovat i na obecný model řízeného přenosového bloku (prvku). Z přenosového bloku lze odvodit tzv. přenosovou matici, která rovněž vypovídá o struktuře prvku nebo bloku.



Obrázek 20 Obecný model řízeného přenosového prvku a jeho přenosová matice
[Zdroj: 20]

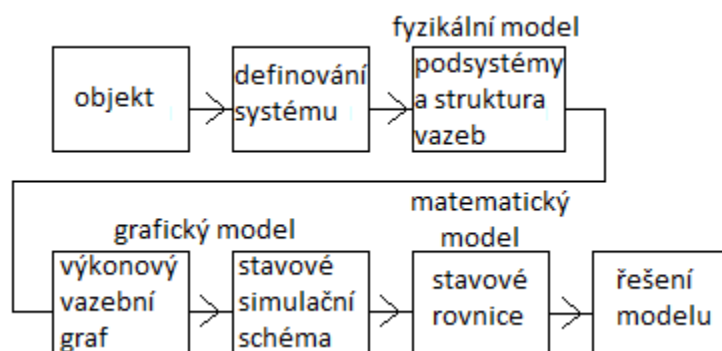
Zavedením řídicí vstupní veličiny ve vstupní bráně 5 se výstupní veličiny stávají funkcemi všech tří vstupních veličin. Lze zavést i tzv. referenční uzel (v elektrickém obvodu uzemnění, v mechanice tzv. mechanická zem, k níž vztahujeme výchylky nebo rychlosti). Tento přístup je využíván prof. Koreisem z DF Univerzity Pardubice pro přenos a transformaci výkonu od hnacího motoru na poháněná kola vozidel [20]. Z přenosové matice je možno stanovit dynamické chování např. dopravních prostředků.

2.5.3 Metoda vazebních grafů

V současné době jsou asi nejvíce v praxi využívány tzv. vazební (výkonové) grafy (v angličtině Bond graphs). Vazební graf umožní na základě vztahů mezi tzv. výkonovými a energetickými proměnnými jednotně popsat systémy rozdílné fyzikální podstaty za pomoci malého počtu ideálních základních elementů, sestavených do katalogu. Jednoduchými metodami lze tyto vazební grafy převést např. do podoby blokových schémat pro účely numerické simulace a do soustavy rovnic, vhodných pro analýzu dynamických vlastností modelu. Vývoj grafických prostředků u různých fyzikálních systémů probíhal odděleně a proto je symbolika pro kreslení elektrických obvodů jiná než pro mechanické, hydraulické nebo pneumatické prvky a systémy.

Klasický postup při analytickém modelování jak známo vychází z definování systému na reálném objektu na jisté rozlišovací úrovni a vede k formulaci diferenciálních a algebraických rovnic jednotlivých systémových komponentů na základě jejich propojení do dynamické struktury. Simulace se provádí buď na základě odvozených rovnic, nebo na základě blokového schématu, které lze ze soustavy rovnic vytvořit.

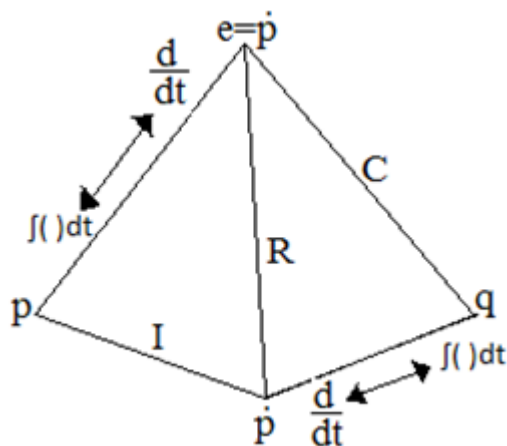
Metoda vazebních grafů je naopak založena na opačném postupu (obrázek 21). Na objektu vytvoříme systém, který rozložíme na podsystémy (dekompozice) a jejich vzájemné vazby znázorníme orientovaným grafem.



Obrázek 21 Blokové schéma postupu metody vazebních grafů
[Zdroj: vlastní]

Nejdříve tedy vznikne tzv. **výkonový vazební graf** jednotlivých komponent. Z něho vytvoříme tzv. grafické simulační schéma, ze kterého již lze odvolit matematický popis – není to však nutné. Existují simulační prostředky (např. Twente SIM, DYMOLA), umožňující zakreslit struktury systémů různé fyzikální podstaty a grafy časových průběhů výstupů vyšetřovaného systému. Proto je metoda vazebních grafů nejčastěji využívaným moderním prostředkem pro modelování a simulaci tzv. mechatronických soustav a jejich řízení.

Místa, ve kterých lze podsystémy propojovat nejsou volena libovolně. Jsou to jen taková místa, přes která do nebo z podsystému „teče“ výkon. Tato místa se nazývají brány a fyzikální systémy s jednou nebo více branami označujeme jako **mnohobrany**. Proměnné mnohohranů se nazývají výkonné proměnné, protože jejich součin dává okamžitou velikost výkonu, který v daném okamžiku „teče“ mezi uvažovanými dvěma mnohobrany. V systémech různé fyzikální podstaty obecně nazývají **úsilí** $e(t)$ a **tok** $f(t)$. Symboly e resp. f pocházejí z anglického „effort“ resp. „flow“. Často je v češtině těmto proměnným přiřazen název z elektrické analogie, tedy e – elektrické napětí, f – elektrický proud, avšak ve smyslu obecných výkonových proměnných. Dalšími dvěma veličinami, popisujícími stav dynamického systému jsou tzv. energetické proměnné, tzv. zobecněná hybnost $p(t)$ a zobecněná výchylka $q(t)$, přitom zobecněná hybnost je definovaná jako časový integrál napětí a zobecněná výchylka je dána časovým integrálem toku. Vzájemný vztah mezi výkonovými a energetickými proměnnými e , f , p , q lze znázornit pomocí tzv. kruhového diagramu nebo pomocí **tetraedru** relací mezi těmito čtyřmi proměnnými ve vazebních grafech.



Obrázek 22 Tetraedr vztahů mezi veličinami e, f, p, q
[Zdroj: 21]

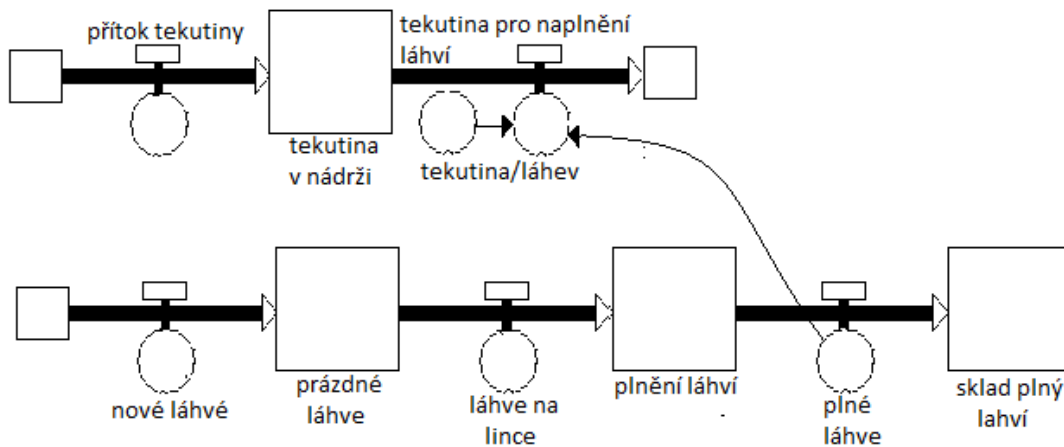
Poznamenejme, že symboly I, C, R reprezentují elementární zobecněné prvky vazebního grafu. Základními mnohobranami – n-brany jsou uzly větvení toku výkonu. Rozlišujeme **uzly typu 1** a **uzly typu 0**. U uzlů typu 1 je na všech výkonových vazbách, které do uzlu vedou, stejné f a uzel popisuje rovnováhu úsilí e (II. Kirchhoffův zákon). U uzlu typu 0 naopak pro všechny vazby platí stejné e a uzel popisuje rovnováhu f (I. Kirchhoffův zákon). V elektrickém obvodu představuje uzel typu I sériové zapojení prvků, uzel typu 0 paralelní zapojení, v mechanickém systému na základě principu duality je tomu naopak.

Doporučená pravidla pro konstrukci vazebních grafů a orientaci výkonových vazeb pro vyznačení kauzality do grafu jsou uvedena např. v [22].

2.5.4 Diagram hladin a toků, graf příčných toků

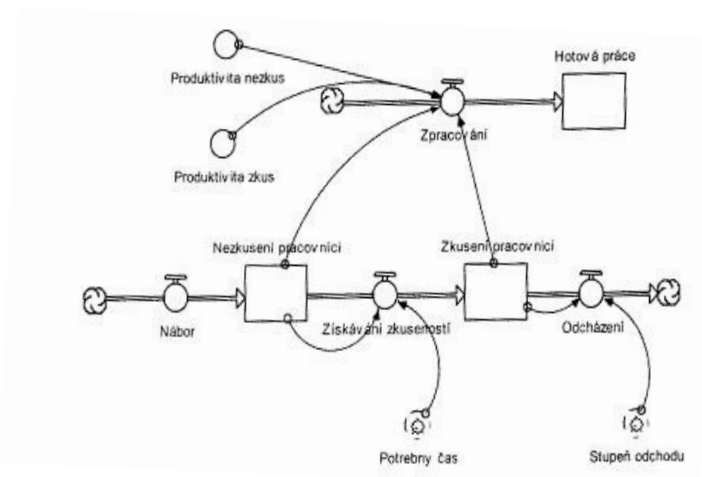
Vrátíme se nyní do systémové dynamiky a strukturního myšlení. Důležitým aspektem při popisu dynamických systémů je rozlišování mezi hladinami (úrovněmi) a toky. [3,4] Pro ilustraci tohoto přístupu zobrazování struktury systému ukážeme dva případy:

Případ A: Proces doplňování lahví na výrobní lince. [6]



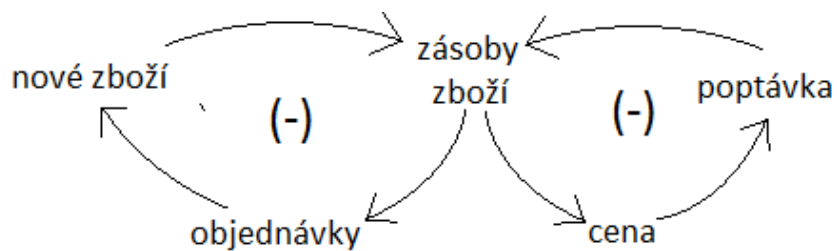
Obrázek 23 Diagram hladin a toků – případ A
[Zdroj: 6]

Případ B: Model Nábor /odchod pracovníků/ produkce [4]



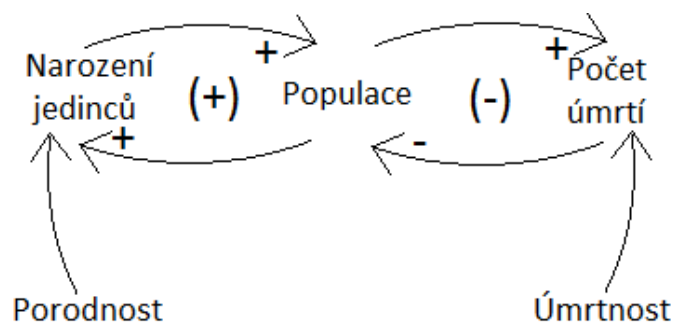
Obrázek 24 Diagram hladin a toků – případ B
[Zdroj: 4]

Případ C: Zákon nabídky a poptávky



Obrázek 25 Grafy příčných vazeb zákona nabídky a poptávky
[Zdroj: vlastní]

Případ D: Populační model

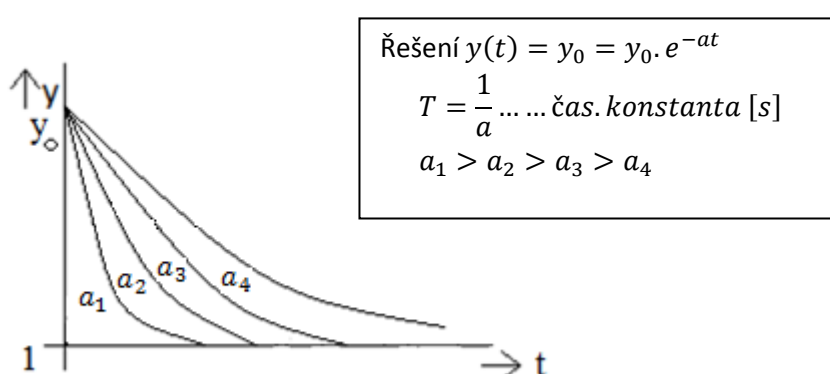


Obrázek 26 Grafy příčinných vazeb populačního modelu
[Zdroj: 2]

3 Citlivostní analýza dynamických systémů

3.1 Citlivostní funkce a rovnice citlivosti

Za parametry systému označujeme koeficienty přenosů, časové konstanty, počáteční hodnoty stav. proměnných apod.; jsou pro jeden simulační cyklus zpravidla konstantní (kromě adaptivních systémů a modelů). Je známo, že časové průběhy stavových proměnných jsou na těchto průbězích závislé. Na obrázek 27 jsou znázorněny průběhy řešení diferenciální rovnice $y' + ay = 0$; $y(0) = y_0$, a má klesající exponenciální charakter. Uvažujme případ, že koeficient



Obrázek 27 Grafické řešení diferenciální rovnice $y' + ay = 0$
[Zdroj: 18]

a se změní o hodnotu Δa . Řešení y se tím změní o Δy . Máme tedy nové řešení a nový parametr $\bar{y} = y + \Delta y$; $\bar{a} = a + \Delta a$. Vzniká otázka, jaký průběh bude mít proměnná y při změně parametru o Δa . Problém lze obecně rozšířit na soustavu rovnic s více parametry. Vliv změny parametru a_j na chování dynamického systému lze vyšetřovat pomocí tzv. citlivostní funkce $u_{aj}(t)$ parametru a_j /parciální derivace $y /t/$ podle parametru $a_j/$.

$$u_{aj}(t) = \frac{\partial y(t)}{\partial a_j}$$

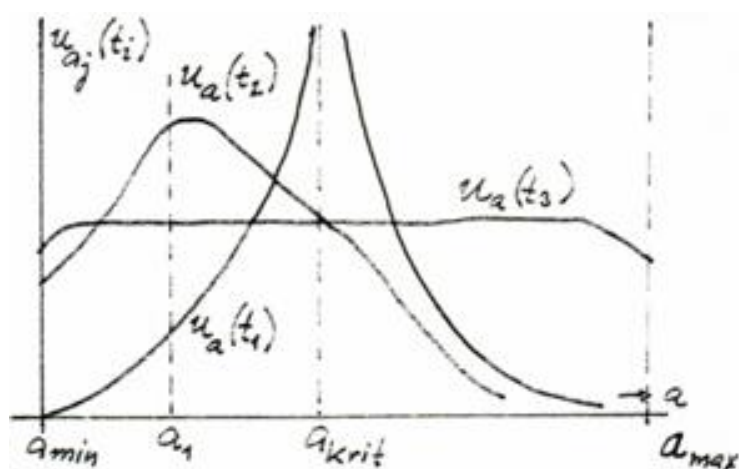
Základní vztah pro určení odchylky Δy /vlivu změny parametru $a_j/$ pomocí citlivostní funkce tohoto parametru je $\Delta y = \Delta a_j \cdot u_{aj}(t)$. Platí věta, že počáteční hodnoty citlivostní funkce a jejich derivací jsou nulové bez ohledu na hodnoty počátečních podmínek diferenciální rovnice.

Význam koeficientu citlivosti $u_{aj}(t)$ není jen v tom, že dovoluje stanovení přírůstků Δy , ale hlavně charakterizuje význam změn jednotlivých parametrů i kvalitativně. Uvedme ilustrativní případ.

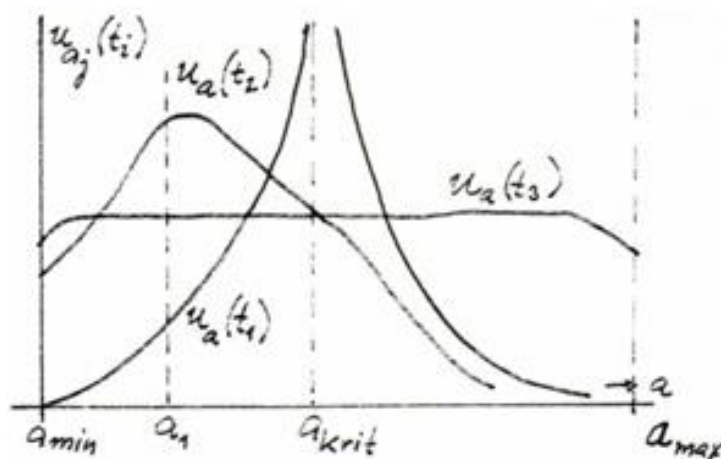
Na obrázku 28 jsou zobrazeny časové průběhy citlivostních funkcí proměnné y na parametrech $a_1 - a_4$. 0 jejich průběžích lze říci, že:

- výstup y je málo citlivý na změny parametru a_4
- výstup y je nejcitlivější na změny parametru a_3 v čase t_1
- citlivost výstupu y na změnu a_2 roste s časem
- význam změn parametru a_1 na y je v průběhu času malý a téměř konstantní

Značný význam má i závislost koeficientu citlivosti na absolutní hodnotě parametru $u_{aj}(t_i) = f/a$.



Obrázek 28 Citlivostní funkce
[Zdroj: 18]



Obrázek 29 Parametrická citlivost
[Zdroj: 19]

Tato závislost bývá označována jako parametrická citlivost a pro určenou hodnotu nezávisle proměnné $t = t_i$ můžeme o soustavě získat další informace. Z průběhu křivek lze vyčíst, že:

- v čase t_2 je soustava nejcitlivější na změny a v oblasti a_1 a s růstem a citlivost klesá.
- v čase t_1 je soustava nejcitlivější na změnu parametru a v oblasti a_{krit} . Přes tuto kritickou oblast nesmíme při optimalizaci parametru a přejít, neboť optimální proces by nekonvergoval.
- v čase t_3 je citlivost soustavy na změnu parametru a konstantní po celý interval $/a_{min}, a_{max}/$.

Poznamenejme, že k dynamickému systému popsanému soustavou diferenciálních rovnic lze odvodit citlivostní model, v němž jako proměnné vystupují citlivostní funkce a jejich derivace. Je-li dynamický systém popsán soustavou diferenciálních rovnic

$$\frac{dy_r}{dt} = f_r(y_1, y_2, \dots, y_R; a_1, a_2, \dots, a_N) \quad (r = 1, 2, \dots, R)$$

kde a_1, a_2, \dots, a_N jsou parametry systému, které se mohou měnit, má řešení těchto rovnic pro zadané počáteční podmínky a parametry tvar $y_i = y_i(t, a_1, a_2, \dots, a_N)$. $(i = 1, 2, \dots, R)$

Parciální derivace $\frac{\partial y_i}{\partial a_1}, \dots, \frac{\partial y_i}{\partial a_N}$ se nazývají parametrické citlivostní funkce a vyjadřují míru změny parametrů a_n ($n = 1, 2, \dots, N$) na řešení y_i ($i = 1, 2, \dots, R$). Je možno je použít na predikci chování soustavy v okolí známého řešení y_{i0} a na popis citlivosti soustavy na změny parametrů a_n . Citlivostní funkce dostaneme řešením soustavy pomocných diferenciálních rovnic, které se nazývají rovnice citlivosti, současně se soustavou původních rovnic. Pro jednoduchost odvodíme rovnice citlivosti pro

diferenciální rovnici II. řádu $F(y'', y', y, t, a) = 0$

$$\text{derivací podle parametru } a \quad \frac{\partial F}{\partial y''} \frac{\partial y''}{\partial a} + \frac{\partial F}{\partial y'} \frac{\partial y'}{\partial a} + \frac{\partial F}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial a} + \frac{\partial F}{\partial a} = 0$$

$$\text{Označení: } \frac{\partial y(t, a)}{\partial a} = u(t, a), \quad \frac{\partial y'}{\partial a} = \frac{\partial \partial y}{\partial t \partial a} = u', \quad \frac{\partial y''}{\partial a} = \frac{\partial^2 \partial y}{\partial t^2 \partial a} = u''$$

$$\text{Končený tvar rovnice citlivosti } \frac{\partial F}{\partial y''} u'' + \frac{\partial F}{\partial y'} u' + \frac{\partial F}{\partial y} u = -\frac{\partial F}{\partial a}$$

Tato rovnice se řeší pro $u/t, a/$. Je nutné poznamenat, že citlivostní rovnice je vždy lineární.

Ze známého řešení pro hodnotu parametru a_0 můžeme určit řešení pro parametr $a_1 = a_0 + \Delta a$ na základě extrapolace I. řádu. S uvažováním definice citlivostní funkce platí vztah

$$y(t, \Delta a) = y(t, a_0) + \Delta a \cdot u(t, a_0) + [\frac{\Delta a^2}{2!} \cdot u'(t, a_0) \rightarrow \text{zanedb.}] \text{ Uvažujme konkrétní tvar rovnice}$$

$$y'' + \mu y' + \lambda y = f(t) \text{ se zadanými počátečními podmínkami } y(0) = a, y'(0) = b.$$

Úlohou je nalézt vliv změny parametru o hodnotu $\Delta \lambda$ na řešení $y = y/t, \lambda/$.

Ukážeme postup vytvoření citlivostní rovnice: $\rightarrow u(t, \lambda) = \frac{\partial y}{\partial \lambda}$ je citlivostní funkce

$$\text{Derivací rov. } y'' + \mu y' + \lambda y = f(t) \text{ máme: } \frac{\partial^3 y}{\partial \lambda \partial t^2} + u \frac{\partial^2 y}{\partial \lambda \partial t} + \lambda \frac{\partial y}{\partial \lambda} + y = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + u \frac{\partial u}{\partial t} + \lambda u = -y$$

Soustava diferenciálních rovnic na určení vlivu změny parametru λ má pak tvar:

- původní rovnice $y'' + \mu y' + \lambda y = f(t)$
- citlivostní rovnice stejnou strukturou $u'' + \mu u' + \lambda u = -y$
- extrapoláční rovnice I.řádu $y(t, \lambda_0 + \Delta\lambda) \stackrel{!}{=} y(t, \lambda_0) + \Delta\lambda \cdot u$

3.2 Aplikace citlivostní analýzy [23]

Lineární servomechanismus je mezi působišti regulační odchylky a výstupní veličiny popsán přenosovou funkcí:

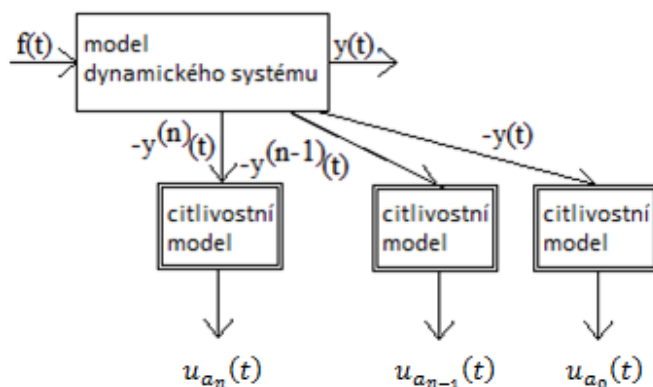
$$H(s) = \frac{b_0}{a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} = \frac{Y(s)}{L(s)}$$

kde $a_3 = 0,25$; $a_2 = 1,25$; $a_1 = 1$; $a_0 = b_0 = 2,4$. Úkolem je nalézt průběhy všech citlivostních funkcí $u_{a_j}(t)$ ($j = 0,1,2,3$) a porušenou hodnotu výstupní veličiny při změně parametru $\Delta a_1 = 0,2$ jako odezvu na jednotkovou změnu regulační odchylky $z(t)$. Zpětnovazební smyčka nechť je rozpojena.

Z přenosu přímo napíšeme diferenciální rovnici neporušeného dynamického systému a

k ní příslušnou citlivostní rovnici parametru a_0 : $0,25y''' + 1,25y'' + y' + 2,4y = 2,4z$

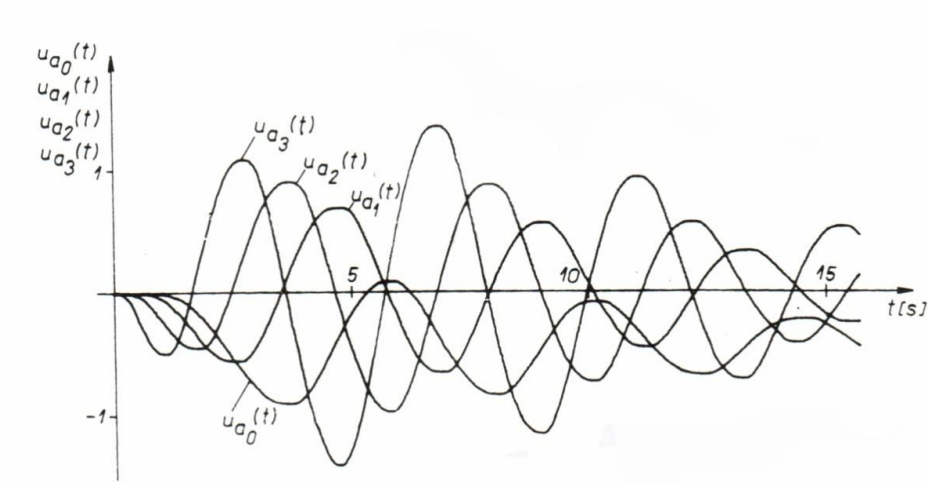
$$0,25u_{a_0}''' + 1,25u_{a_0}'' + u_{a_0}' + 2,4u_{a_0} = -y(t)$$



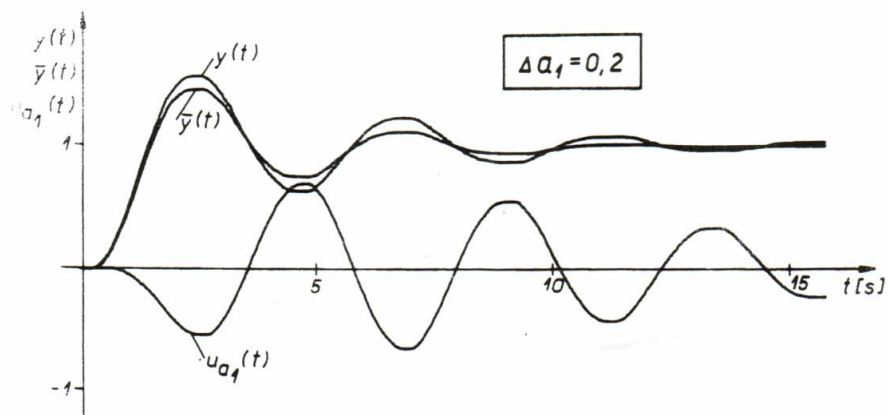
Obrázek 30 Dynamický systém a jeho citlivostní model
[Zdroj: vlastní]

Na obrázku 31 jsou uvedeny průběhy všech čtyř citlivostních funkcí, získaných na výstupech jednotlivých integrátorů citlivostního modelu. Vliv změny parametru a_1 je tím již dán, neboť $\Delta y = \bar{y} - y = 0,2u_{a_1}(t)$. Na obrázku 32 je uvedeno porušené řešení $\bar{y}(t)$ získané běžným způsobem

nastavením parametru a_1 o $\Delta a_1 = 0,2$ a odpovídající citlivostní funkce je $u_{a_1}(t)$.



Obrázek 31 Citlivostní funkce servomechanismu
[Zdroj: 24]



Obrázek 32 Průběh všech citlivostních funkcí na čase
[Zdroj: 24]

Závěr: V případě nulových počátečních podmínek diferenciální rovnice lineárního dynamického systému stačí pro výpočet všech citlivostních funkcí parametrů a_j ($j = 0,1 \dots n$) znát průběh citlivostní funkce parametru a_0 . Ostatní citlivostní funkce získáme jako její derivace přímo na výstupech jednotlivých integrátorů citlivostního modelu. To umožňuje např. v Simulinku modelovat jak řešení diferenciální rovnice pro různé parametry, tak určovat i vliv těchto parametrů na průběh řešení i pomocí citlivostních funkcí, které jednoduše máme k dispozici na výstupech jednotlivých integrátorů. [18]

4 Experiment v ekonomické oblasti

V systémovém pojetí je třeba rozlišovat pojmy ekonomická soustava a ekonomický systém. Ekonomická soustava je strukturovaný objekt s reálnými i abstraktivními prvky a vazbami mezi nimi. Zásadní význam mají ekonomické subjekty (což jsou prvky ekonomické soustavy) :

- domácnosti
- podniky – výrobní, prodejní subjekty, poskytující služby
- stát (vláda, samospráva) nastavuje prostředí a pravidla ekonomických procesů. Financuje ze státních prostředků důchody, sociální služby a další potřeby. Mezi úkoly státu v ekonomice patří zvyšování efektivity, boj proti černé ekonomice a korupci, spravedlnost a podpora stability celé ekonomiky.
- zahraniční subjekty (zvláštní režim vztahů, ošetření jejich vztahů v rozdílných právních systémech)
- neziskové subjekty (spolky, nadace)

Ekonomický systém chápeme jako abstraktní objekt, který je vytvořen jiným určitým subjektem na jiném objektu např. na ekonomické soustavě procesem abstrakce, zobecnění a formalizace všeho podstatného pro řešení konkrétního problému na tomto objektu. V ekonomické oblasti řešíme následující globální ekonomické problémy: [13,11]

I. Interpersonální (relace člověk-člověk)

- problém války a míru (konflikty vyvolané mocenskými a ekonomickými zájmy)
- problém překonávání sociálně ekonomické zaostalosti rozvojových zemí
- problém mezinárodní zadluženosti
- problém změn mezinárodních ekonomických vztahů - úsilí o Nový mezinárodní ekonomický řád (angl NIEO) včetně zpřístupnění trhů vyspělých zemí pro zboží z rozvojových států, oddlužení chudých zemí

II. Ekosociální problémy (v soustavě příroda – lidská společnost)

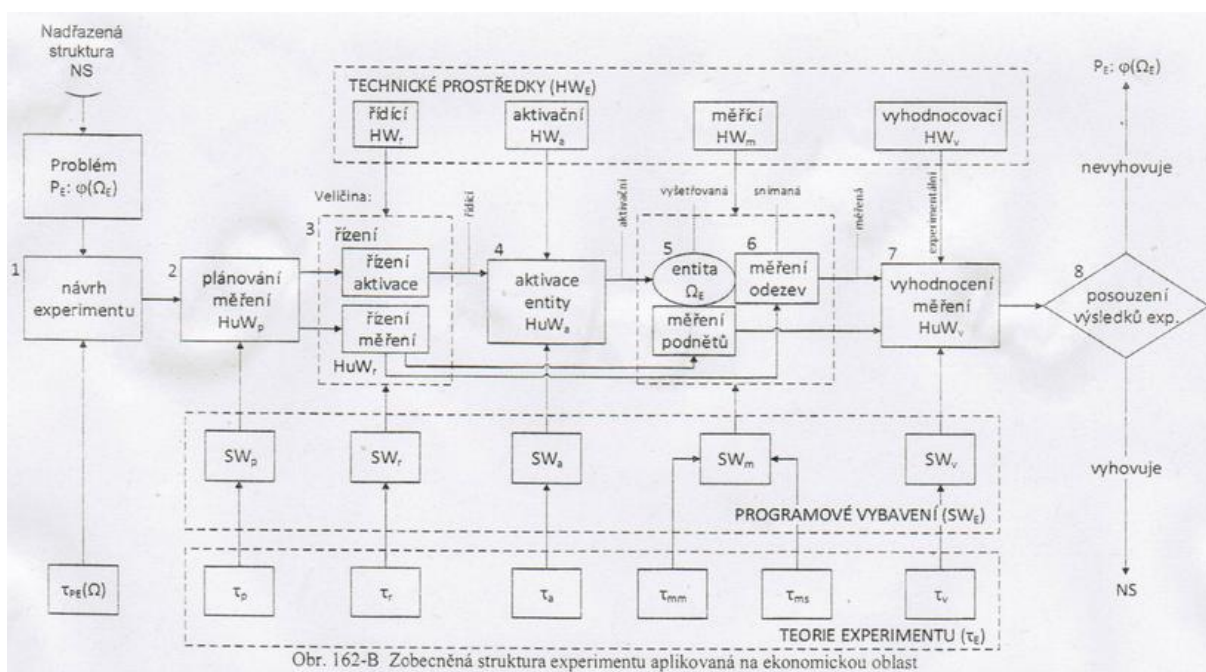
- populační
- potravinový
- surovinový a energetický
- surovinový a energetický
- ekologické problémy

III. Antroposociální problémy

- absolutní chudoby
- problém šíření epidemií a drogových závislostí
- nekontrovaná mezinárodní migrace
- terorismus

4.1 Zobecněná struktura experimentu v ekonomické oblasti

Obecně chápeme experiment jako jeden ze základních prostředků lidského poznávání pro řešení případných a technických problémů. Ukazuje se, že pro ekonomickou oblast lze zobrazit a popsat zobecněnou strukturu experimentu - obrázek 33. Analýza této struktury v kontextu s ekonomickým experimentem potvrdila její vhodnost pro experimentální ekonomii prověřením řady experimentů, popsaných v odborné literatuře. Ekonomický experiment realizujeme pro různé účely (primární, simulační, formulační, verifikační, redukční, konkretizační - datový)



Obrázek 33 Zobecněná struktura experimentu v ekonomické oblasti [Zdroj: 25]

Těžko si lze představit realizaci reálného experimentu za „provozu ekonomiky“ za účelem získání reálných dat. Ekonomická soustava může v důsledku realizace experimentu změnit podstatně své chování, což může ovlivnit společenské procesy. Z toho plyne jednoznačný závěr, že provedení experimentu v reálně fungující ekonomice je společensky nevhodné a nebezpečně by to mohlo rozkolísat stabilitu ekonomiky.

Východiskem z této situace je realizace laboratorních ekonomických experimentů. Ty sice nemohou řešit ekonomické problémy na reálných soustavách v jejich plné komplexnosti, mohou však poskytnout cenné informace alespoň o parciálních problémech v ekonomice. Experiment je v tomto případě vhodným nástrojem k simulaci chování ekonomických soustav a slouží také jako zdroj informací pro tvorbu a ověřování teorií.

4.2 Laboratorní ekonomický experiment [25]

Zakladatelem laboratorního ekonomického experimentu (LEEX) je americký ekonom E. Chamberlin z Harvardské university, který ke konci 40. Let minulého století spolu se studenty realizoval „mikroexperimenty“. Jedna skupina reprezentovala nabídku a druhá poptávku. Každý účastník této „ekonomické hry“ znal pouze cenu objektu, za kterou ho byl ochoten prodat nebo koupit. Úkolem bylo najít co nejvhodnějšího obchodního partnera. V r. 1944 vzniká disciplína aplikované matematiky. Teorie her (John von Neumann a O. Morgenstern). V 90. letech se zájem LEEX přenáší i do Evropy. Za rozvoj LEEX obdržel Vernon Smith v r. 2002 Nobelovou cenu za ekonomii. Typickou činností v LEEX je experimentální simulační modelování, Ekonomové simulují :

- chování a rozhodování lidí v simulovaných tržních podmínkách
- chování výrobních podniků, monopolní chování, kartelové dohody
- chování institucí trhu v zafixovaném tržním prostředí
- finanční trhy, investice
- aukce a aukční mechanismy
- rozhodování jedince v podmínkách nejistoty a při riziku

V Českých podmínkách existuje od r. 2009 jediné pracoviště, zabývající se LEEX – Laboratoř experimentální ekonomie na VŠE. Takovou laboratoř nemá Slovensko ani Polsko a uvažuje o ní univerzita v Litvě. Paradoxem je, že o využití těchto experimentů v hospodářské politice je z důvodů neznalostí velmi malý zájem mezi politiky a pracovníků jiných státních vrcholových institucí. Při realizaci ekonomického experimentu je třeba uvažovat následující rizika:

- riziko nesprávného vyhodnocení problémové situace
- nesprávná formulace podstaty problému
- nesprávná tvorba podstatných veličin
- nesprávný výběr metody řešení
- riziko s vytvořením výběrového souboru u experimentu
- odlišnost LEEX s reálného světa

- rizika související se souborem respondentů
- délka trvání experimentu

4.3 Ukázky laboratorních experimentů

V poslední kapitole teoretické části I. zmíníme vybrané stěžejní laboratorní ekonomické experimenty:

- Dobrovolné přispívání dárců na veřejný statek
- Vývoj nabídky a poptávky
- Chování subjektů ve hře Diktátor
- Dávky v nezaměstnanosti, sankce, chování při hledání zaměstnání
- Diskriminace na trhu nájemního bydlení
- Vliv soukromého vlastnictví akcií firmy na její výkonnost
- Experimenty zaměřené na daňové úniky
- Dopady zdanění na jednotlivce
- Experimenty zkoumající vnější účinek nějakého ekonomického rozhodnutí, resp. činnosti, který si v případě jeho užitku nemůže původce zcela přivlastnit, nebo který v případě jeho nákladu nelze ho od původce vymoci.

II. Praktická část

5 Tři vybrané problémy

Po dohodě s vedoucím DP jsou v této části formulovány matematické modely tří vybraných praktických problémů systémové dynamiky z oblasti ekonomické a sociální. Ze slovního zadání je vždy proveden rozbor problému, stanoveny cíle řešení problému a sestaven model ve formě soustavy diferenciálních (případně diferenčních) rovnic. Po úpravě modelu do tvaru vhodného pro PC je uvedeno blokové schéma v Simulinku. Řešení modelu představuje soustava grafických časových průběhů výstupních veličin pro různé varianty parametrů. Poslední fází úlohy je zhodnocení výsledků a interpretace modelu. Jsou-li k dispozici i relevantní reálná data, je možné se vyjádřit i ke shodě respektive k rozdílu mezi výstupy modelu a reálného objektu.

5.1 Problém č. 1

Evoluční model stavu firmy v bilančním období dvanácti měsíců

Slovní zadání problému: Na základě dynamického matematického modelu budou prezentovány scénáře vývoje upadající firmy při narůstajícím vkládání volného kapitálu a také scénáře stavu firmy s nepřiměřeně intenzivním multiplikativním managementem (lze dojít k nežádoucímu rozkolísání činnosti firmy). Jednotlivé varianty budou ukázány graficky v průběhu bilance dvanácti měsíců.

Rozbor problému: Firmu lze v delším časovém období charakterizovat dvěma činiteli – růstem a útlumem. V nejjednodušším případě je růst vyjádřen Maltusovým zákonem vývoje (geometrickou řadou) podle rovnice $q_{n+1} = \lambda q_n$

q_{n+1}, q_n – velikost evoluce systému v kroku $(n + 1)$ a v n -tém kroku

λ – konstantní intenzita rozvoje

Tlumící účinek lze vyjádřit vztahem $(1 - aq_n)$

a – konstanta

Působí-li na podnik oba činitelé paralelně, lze obecnou evoluční rovnici systému zapsat jako:

$$q_{n+1} = \lambda q_n (1 - aq_n)$$

V grafickém vyjádření jde vlastně o logistickou křivku, kdy při určitých hodnotách konstanty λ dochází k tzv. bifurkaci a chaosu. Zajímá nás také vliv tzv. aditivního a multiplikativního managementu.

A1 – na začátku každé bilanční etapy se vloží vnější konstantní dotace kapitálu $K \Rightarrow$

$$q_{n+1} = \lambda q_n (1 - aq_n) + K$$

A2 – do podniku se vloží jen část kapitálu b

$$q_{n+1} = \lambda q_n (1 - aq_n) + bq_n$$

V praxi může být i více kombinovaných variant. Multiplikační zásah, kdy pomocí vloženého kapitálu chceme zlepšit životaschopnost podniku, umožňuje ovlivňovat koeficient λ , takže lze vyjádřit

$$\lambda = \lambda_0 (1 + kq_n)$$

pak A3 je $q_{n+1} = \lambda_0 (1 + kq_n) q_n (1 - aq_n)$

Matematický model

Nejprve provedeme vstupní audit v průběhu posledních dvou období. (Kapitál bereme jako poměrnou hodnotu)

$$q_0 = 1 ; q_1 = \lambda_0 q_0 (1 - aq_0) ; q_2 = \lambda_0 q_1 (1 - aq_1)$$

Pro hledání konstant platí vztahy

$$r = \frac{q_2}{q_1} ; a = \frac{q_1^2 - r}{q_1 - r} ; b = \frac{q_1 - r}{q_1^2 - r}$$

Na základě vypočtených konstant lze získat graf vývoje firmy (bez působení managementu). Jako ilustrativní případ uvádíme scénář vývoje firmy, kdy při auditu byly zjištěny údaje: $q_0 = 1 ; q_1 = 1,5 ; q_2 = 2$

A. Scénář vývoje firmy v bilančním období (bez omezujících zásahů managementu)

V tomto případě je vhodnější využít místo Matlabu Excel.

Označení: q_1, q_2, q_n – kapitál (kapitál bereme jako poměrnou hodnotu)

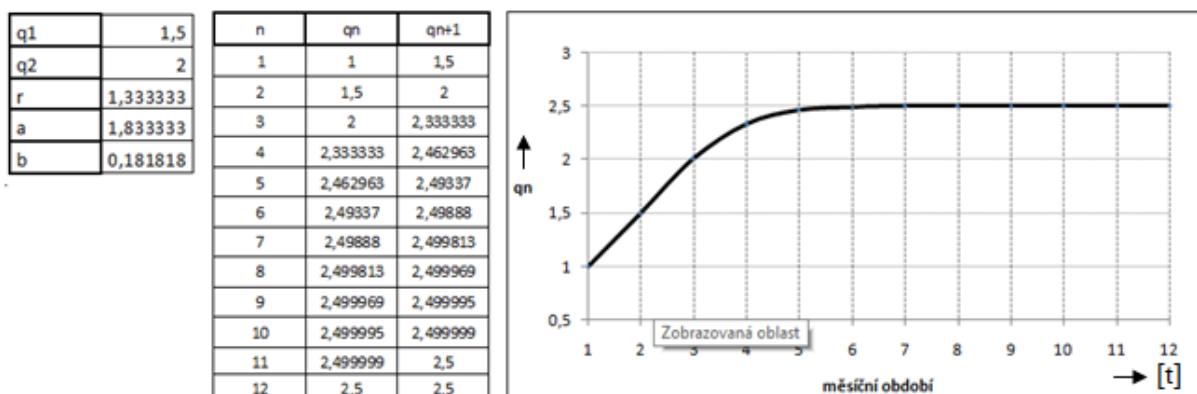
$$r = \frac{q_2}{q_1} a = \frac{q_1^2 - r}{q_1 - r}; b = \frac{q_1 - r}{q_1^2 - r};$$

Tiperační model $q_{n+1} = aq_n(1 - bq_n)$. Cílem je nalézet body do následujícího grafu (q_{n+1})

Stav podniku ve dvou bilančních obdobích charakterizují čísla $q_1 = 1,5$; $q_2 = 2$

Model v excelu

Podle rozboru určíme nejprve konstanty r, a, b a dosadíme je do předchozího tiperačního modelu. Konstanty jsou $r = 1,33, a = 1,83, b = 0,18$. Výsledkem modelu je tabulka a graf podle obrázku 34.



Obrázek 34 Prognóza vývoje firmy s diagnózou $q_1 = 1,5 ; q_2 = 2$ (bez plánovaného zásahu)

B. Scénář vývoje upadajícího podniku v relativně příznivém vnějším ekonomickém klimatu při rostoucích externích dotacích

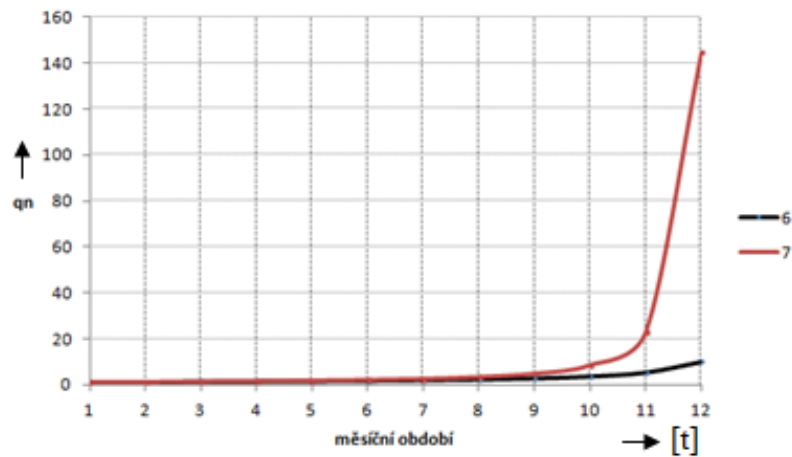
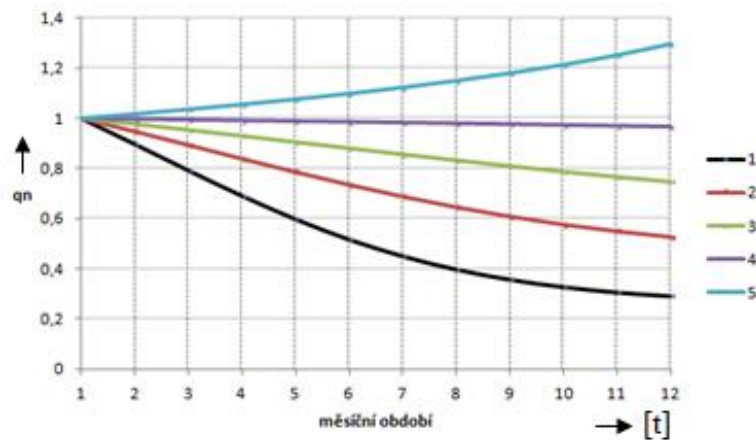
$$a = 0,55 ; b = -0,45$$

Po dosazení do $q_{n+1} = aq_n(1 - bq_n) + K$. Celkem by se v EXCELU mělo vykreslit 7 křivek pro následující hodnoty K .

n	qn (1)	qn+1 (1)	qn (2)	qn+1 (2)	qn (3)	qn+1 (3)	qn (4)	qn+1 (4)	qn (5)	qn+1 (5)	qn (6)	qn+1 (6)	qn (7)	qn+1 (7)
1	1	0,8975	1	0,9475	1	0,9775	1	0,9975	1	1,0175	1	1,0975	1	1,1475
2	0,8975	0,792988	0,9475	0,89332	0,9775	0,954113	0,9975	0,994889	1,0175	1,035863	1,0975	1,20174	1,1475	1,307022
3	0,792988	0,691779	0,89332	0,838836	0,954113	0,930069	0,994889	0,992166	1,035863	1,055295	1,20174	1,318392	1,307022	1,491668
4	0,691779	0,598921	0,838836	0,785512	0,930069	0,905632	0,992166	0,989328	1,055295	1,076041	1,318392	1,455309	1,491668	1,721123
5	0,598921	0,518187	0,785512	0,734746	0,905632	0,88109	0,989328	0,986376	1,076041	1,098393	1,455309	1,624606	1,721123	2,029778
6	0,518187	0,451461	0,734746	0,687724	0,88109	0,856739	0,986376	0,983309	1,098393	1,122717	1,624606	1,846772	2,029778	2,486078
7	0,451461	0,398748	0,687724	0,645307	0,856739	0,832871	0,983309	0,980127	1,122717	1,149467	1,846772	2,159839	2,486078	3,247038
8	0,398748	0,358664	0,645307	0,607983	0,832871	0,809764	0,980127	0,97683	1,149467	1,179222	2,159839	2,642476	3,247038	4,745327
9	0,358664	0,329103	0,607983	0,575877	0,809764	0,78766	0,97683	0,973421	1,179222	1,212737	2,642476	3,481575	4,745327	8,533166
10	0,329103	0,307813	0,575877	0,548812	0,78766	0,766764	0,973421	0,969899	1,212737	1,251011	3,481575	5,214904	8,533166	23,06493
11	0,307813	0,292748	0,548812	0,526392	0,766764	0,747232	0,969899	0,966269	1,251011	1,295401	5,214904	9,899014	23,06493	144,7035
12	0,292748	0,282222	0,526392	0,508095	0,747232	0,729171	0,966269	0,962533	1,295401	1,347791	9,899014	29,9971	144,7035	5262,367

a	0,55
b	-0,45

Křivka	1	2	3	4	5	6	7
Hodnota K	0,1	0,15	0,18	0,2	0,22	0,3	0,35



Obrázek 35 a, b Scénář vývoje upadající firmy při narůstajících dotacích K

Legenda: Křivky 1-7 odpovídají pořadí parametrům K (viz horní tabulka nad grafy). Veličiny q_n (volný kapitál), K (velikost dotace) uvádíme v poměrných jednotkách.

C. Scénář vývoje prosperující firmy v narušeném ekonomickém prostředí.

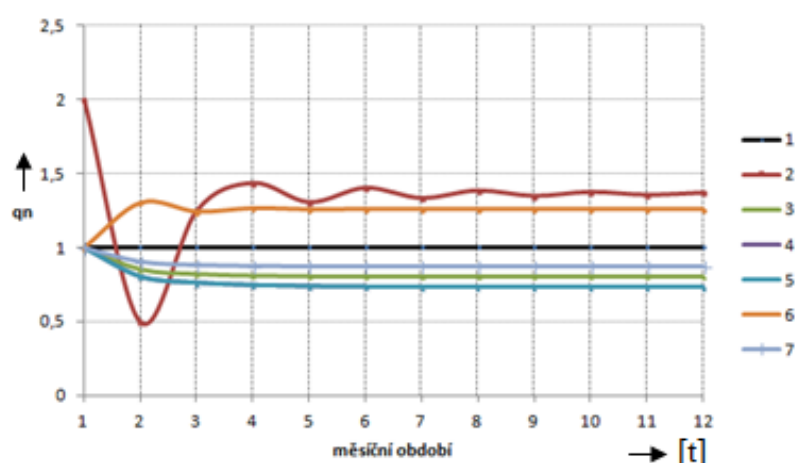
Situaci v tomto druhém zkoumaném případě upadajícího podniku je dána následující tabulkou parametrů.

Křivka	λ	λ_0	K	A	B	K
1 $q_{n+1} = \lambda q_n (1 - a q_n)$	2	0	0	0,5	0	0
2 $q_{n+1} = \lambda q_n (1 - a q_n) + K$	2	0	0	0,5	0	0,5
3 $q_{n+1} = \lambda q_n (1 - a q_n) + b q_n$	2	0	0	0,5	0,1	0
4 $q_{n+1} = \lambda_0 (1 + k q_n) q_n (1 - a q_n)$	0	1,5	0,07	0,5	0	0
5 $q_{n+1} = \lambda_0 (1 + k q_n) q_n (1 - a q_n)$	0	1,5	0,07	0,5	0	0
6 $q_{n+1} = \lambda_0 (1 + k q_n) q_n (1 - a q_n) + K$	0	1,5	0,07	0,5	0	0,5
7 $q_{n+1} = \lambda_0 (1 + k q_n) q_n (1 - a q_n) + b q_n$	0	1,5	0,07	0,5	0,1	0

Tabulka 4 Parametry upadajícího podniku s ozdravením

Z grafických časových průběhů vyplývá, že ze zkoumaných variant představuje reálný proces ozdravení podniku pouze varianta 2 nebo ještě lépe varianta 6. Parametry upadajícího podniku s ozdravením

	$q_n(1)$	$q_{n+1}(1)$	$q_n(2)$	$q_{n+1}(2)$	$q_n(3)$	$q_{n+1}(3)$	$q_n(4)$	$q_{n+1}(4)$	$q_n(5)$	$q_{n+1}(5)$	$q_n(6)$	$q_{n+1}(6)$	$q_n(7)$	$q_{n+1}(7)$
1	1	1	2	0,5	1	0,85	1	0,8025	1	0,8025	1	1,3025	1	0,9025
2	1	1	0,5	1,25	0,85	0,818125	0,8025	0,761233	0,8025	0,761233	1,3025	1,243494	0,9025	0,880051
3	1	1	1,25	1,4375	0,818125	0,807004	0,761233	0,744929	0,761233	0,744929	1,243494	1,266946	0,880051	0,872752
4	1	1	1,4375	1,308594	0,807004	0,802765	0,744929	0,737768	0,744929	0,737768	1,266946	1,25833	0,872752	0,870205
5	1	1	1,308594	1,40477	0,802765	0,8011	0,737768	0,734495	0,737768	0,734495	1,25833	1,261603	0,870209	0,869303
6	1	1	1,40477	1,336161	0,8011	0,800439	0,734495	0,732973	0,734495	0,732973	1,261603	1,260374	0,869303	0,868978
7	1	1	1,336161	1,386996	0,800439	0,800176	0,732973	0,73226	0,732973	0,73226	1,260374	1,260838	0,868978	0,868861
8	1	1	1,386996	1,350234	0,800176	0,80007	0,73226	0,731924	0,73226	0,731924	1,260838	1,260663	0,868861	0,868815
9	1	1	1,350234	1,377336	0,80007	0,800028	0,731924	0,731766	0,731924	0,731766	1,260663	1,260729	0,868815	0,868804
10	1	1	1,377336	1,357618	0,800028	0,800011	0,731766	0,731692	0,731766	0,731692	1,260729	1,260704	0,868804	0,868795
11	1	1	1,357618	1,37211	0,800011	0,800004	0,731692	0,731656	0,731692	0,731656	1,260704	1,260713	0,868795	0,868795
12	1	1	1,37211	1,361534	0,800004	0,800002	0,731656	0,73164	0,731656	0,73164	1,260713	1,26071	0,868795	0,868795



Obrázek 36 Průběhy upadajícího podniku a jeho ozdravení pomocí dotace

Legenda: Křivky 1-7 odpovídají pořadí variantám daných tabulkou 4.

D. Scénář vývoje slabě prosperujícího podniku s managementem, urychlujícím jeho rozvoj

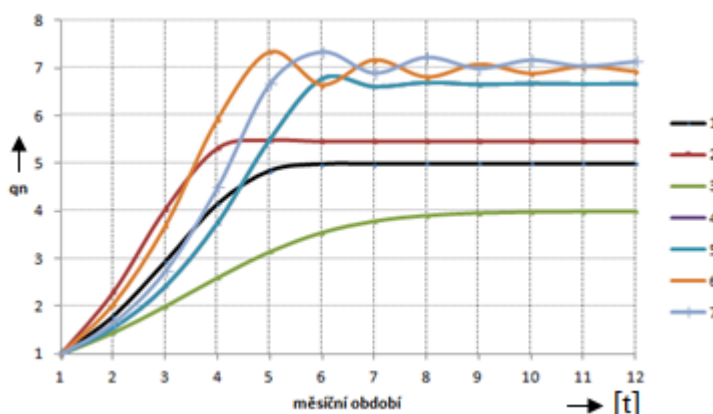
Slabší firmu poznáme podle konstanty růstu $\lambda \doteq 1 - 2$. Účinný management dokáže efektivitu nejen urychlit, ale také přivést podnik k vyšší výkonnosti. Současně však při přílišné snaze o urychlení transformace na elitní firmu by se mohlo objevit nežádoucí „rozkolísání“. Parametry pro simulaci jsou obsaženy v následující tabulce.

Křivka		λ	λ_0	k	A	b	K
1	$q_{n+1} = \lambda q_n (1 - a q_n)$	2	0	0	0,1	0	0
2	$q_{n+1} = \lambda q_n (1 - a q_n) + K$	2	0	0	0,1	0	0,5
3	$q_{n+1} = \lambda q_n (1 - a q_n) + b q_n$	2	0	0	0,1	0,1	0
4	$q_{n+1} = \lambda_0 (1 + k q_n) q_n (1 - a q_n)$	0	1,5	0,15	0,1	0	0
5	$q_{n+1} = \lambda_0 (1 + k q_n) q_n (1 - a q_n)$	0	1,5	0,15	0,1	0	0
6	$q_{n+1} = \lambda_0 (1 + k q_n) q_n (1 - a q_n) + K$	0	1,5	0,15	0,1	0	0,5
7	$q_{n+1} = \lambda_0 (1 + k q_n) q_n (1 - a q_n) + b q_n$	0	1,5	0,15	0,1	0,1	0

Tabulka 5 Parametry pro simulaci postupné progresse podniku

Simulace jednotlivých případů pro dané parametry je zobrazena na následujících křivkách v bilančním období. Na grafu 7 je případ, kdy to management urychlil, což vede k nežádoucímu zakmitávání.

	$q_n(1)$	$q_{n+1}(1)$	$q_n(2)$	$q_{n+1}(2)$	$q_n(3)$	$q_{n+1}(3)$	$q_n(4)$	$q_{n+1}(4)$	$q_n(5)$	$q_{n+1}(5)$	$q_n(6)$	$q_{n+1}(6)$	$q_n(7)$	$q_{n+1}(7)$
1	1	1,8	1	2,3	1	1,45	1	1,5525	1	1,5525	1	2,0525	1	1,6525
2	1,8	2,952	2,3	4,042	1,45	2,004625	1,5525	2,425326	1,5525	2,425326	2,0525	3,700156	1,6525	2,747274
3	2,952	4,161139	4,042	5,316447	2,004625	2,604622	2,425326	3,758163	2,425326	3,758163	3,700156	5,937234	2,747274	4,495162
4	4,161139	4,859263	5,316447	5,479972	2,604622	3,149787	3,758163	5,50224	3,758163	5,50224	5,937234	7,340588	4,495162	6,664035
5	4,859263	4,996039	5,479972	5,453925	3,149787	3,551485	5,50224	6,775945	5,50224	6,775945	7,340588	6,652505	6,664039	7,334382
6	4,996039	4,999997	5,453925	5,45879	3,551485	3,790419	6,775945	6,60752	6,775945	6,60752	6,652505	7,173672	7,334382	6,892355
7	4,999997	5	5,45879	5,457902	3,790419	3,909579	6,60752	6,694933	6,60752	6,694933	7,173672	6,813836	6,892358	7,223697
8	5	5	5,457902	5,458065	3,909579	3,962605	6,694933	6,652233	6,694933	6,652233	6,813836	7,084888	7,223697	6,990276
9	5	5	5,458065	5,458035	3,962605	3,984832	6,652233	6,673805	6,652233	6,673805	7,084888	6,890319	6,990276	7,163856
10	5	5	5,458035	5,458041	3,984832	3,993898	6,673805	6,663078	6,673805	6,663078	6,890319	7,035831	7,163856	7,038993
11	5	5	5,458041	5,45804	3,993898	3,997554	6,663078	6,668456	6,663078	6,668456	7,035831	6,929847	7,038993	7,131256
12	5	5	5,45804	5,45804	3,997554	3,999021	6,668456	6,665771	6,668456	6,665771	6,929847	7,008693	7,131256	7,0643



Obrázek 37 Vliv působení zásahů managementu

Legenda: Křivky 1-7 odpovídají pořadě variantám daných tabulkou 5.

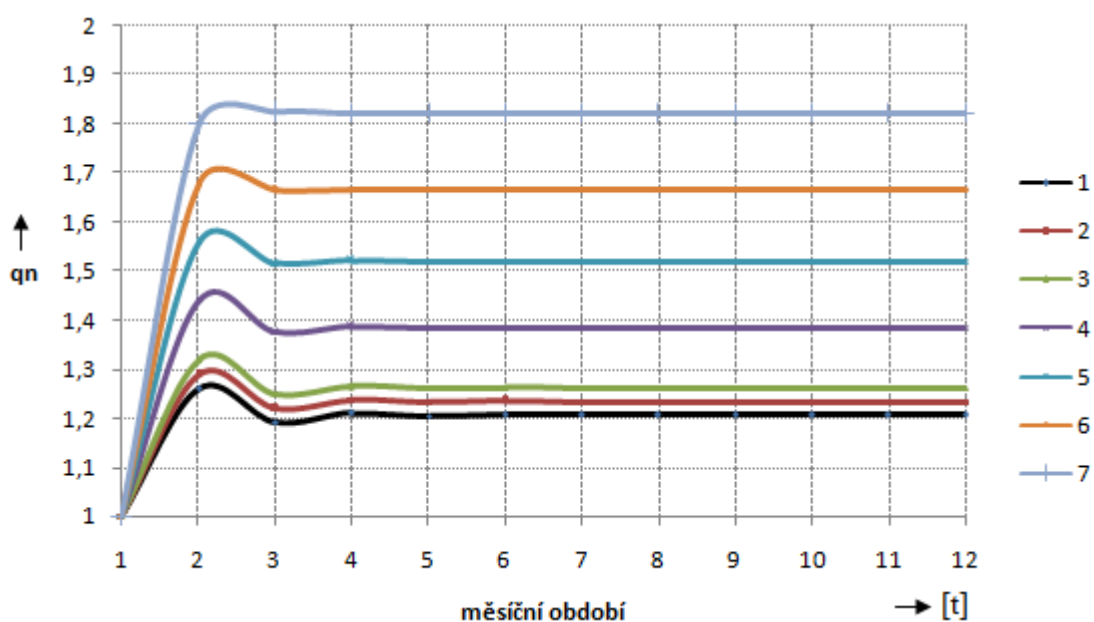
E. Prosperující podnik s příliš intenzivním managementem

V tomto případě může management při přílišné snaze o rychlou transformaci firmy do elitní kategorie poškodit i vitalitu firmy, což názorně zobrazují následující grafické průběhy pro parametry dané tabulkou:

křivka	1	2	3	4	5	6	7	Pro všechny křivky	
K	0,05	0,075	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	$\lambda_0 = 1,5$	$a = 0,2$

Tabulka 6 Parametry prosperujícího podniku s intenzivním managementem

	qn (1)	qn+1 (1)	qn (2)	qn+1 (2)	qn (3)	qn+1 (3)	qn (4)	qn+1 (4)	qn (5)	qn+1 (5)	qn (6)	qn+1 (6)	qn (7)	qn+1 (7)
1	1	1,26	1	1,29	1	1,32	1	1,44	1	1,56	1	1,68	1	1,8
2	1,26	1,192686	1,29	1,220683	1,32	1,249728	1,44	1,375584	1,56	1,514976	1,68	1,665312	1,8	1,824
3	1,192686	1,210308	1,220683	1,237595	1,249728	1,265686198	1,375584	1,386466	1,514976	1,520683	1,665312	1,666802	1,824	1,821754
4	1,210308	1,205708	1,237595	1,233489	1,265686	1,262088224	1,386466	1,384663	1,520683	1,51998	1,666802	1,666653	1,821754	1,821971
5	1,205708	1,20691	1,233489	1,234487	1,262088	1,262900766	1,384663	1,384963	1,51998	1,520067	1,666653	1,666668	1,821971	1,82195
6	1,20691	1,206596	1,234487	1,234245	1,262901	1,262717335	1,384963	1,384913	1,520067	1,520056	1,666668	1,666667	1,82195	1,821952
7	1,206596	1,206678	1,234245	1,234304	1,262717	1,262758748	1,384913	1,384921	1,520056	1,520057	1,666667	1,666667	1,821952	1,821952
8	1,206678	1,206656	1,234304	1,234289	1,262759	1,262749398	1,384921	1,38492	1,520057	1,520057	1,666667	1,666667	1,821952	1,821952
9	1,206656	1,206662	1,234289	1,234293	1,262749	1,262751509	1,38492	1,38492	1,520057	1,520057	1,666667	1,666667	1,821952	1,821952
10	1,206662	1,206661	1,234293	1,234292	1,262752	1,262751032	1,38492	1,38492	1,520057	1,520057	1,666667	1,666667	1,821952	1,821952
11	1,206661	1,206661	1,234292	1,234292	1,262751	1,262751114	1,38492	1,38492	1,520057	1,520057	1,666667	1,666667	1,821952	1,821952
12	1,206661	1,206661	1,234292	1,234292	1,262751	1,262751116	1,38492	1,38492	1,520057	1,520057	1,666667	1,666667	1,821952	1,821952



Obrázek 38 Důsledek přílišné snahy managementu

Legenda: Křivky 1-7 odpovídají pořadě variantám daných tabulkou 6.

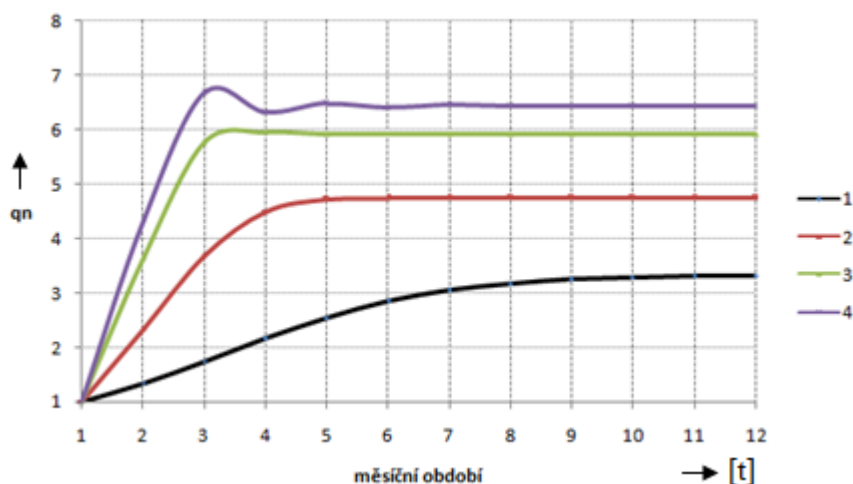
F. Systém revitalizace firmy pomocí jednorázové externí dotace

Pomocí matematického modelu vyšetříme, jak se tato jednorázová dotace projeví na dalším osudu firmy. Parametry jsou v následující tabulce:

Křivka	λ_0	K	a	B	K
1	1,5	0	0,1	0	0
2	1,5	0	0,1	0	1
3	1,5	0	0,1	0	2,3
4	1,5	0	0,1	0	3

Tabulka 7 Parametry pro simulaci působení jednorázové dotace

	qn (1)	qn+1 (1)	qn (2)	qn+1 (2)	qn (3)	qn+1 (3)	qn (4)	qn+1 (4)
1	1	1,35	1	2,35	1	3,65	1	4,35
2	1,35	1,751625	2,35	3,696625	3,65	5,776625	4,35	6,686625
3	1,751625	2,167209	3,696625	4,495182	5,776625	5,959528	6,686625	6,323294
4	2,167209	2,546294	4,495182	4,711774	5,959528	5,911896	6,323294	6,487334
5	2,546294	2,846899	4,711774	4,737539	5,911896	5,925267	6,487334	6,418176
6	2,846899	3,054624	4,737539	4,739667	5,925267	5,921582	6,418176	6,448317
7	3,054624	3,182327	4,739667	4,739834	5,921582	5,922603	6,448317	6,435357
8	3,182327	3,254409	4,739834	4,739847	5,922603	5,922321	6,435357	6,440963
9	3,254409	3,292937	4,739847	4,739848	5,922321	5,922399	6,440963	6,438544
10	3,292937	3,31289	4,739848	4,739848	5,922399	5,922377	6,438544	6,439589
11	3,31289	3,323049	4,739848	4,739848	5,922377	5,922383	6,439589	6,439138
12	3,323049	3,328175	4,739848	4,739848	5,922383	5,922381	6,439138	6,439332



Obrázek 39 Průběhy působení jednorázové dotace na firmu

Legenda: Křivky 1-4 odpovídají pořadí variantám daných tabulkou 7.

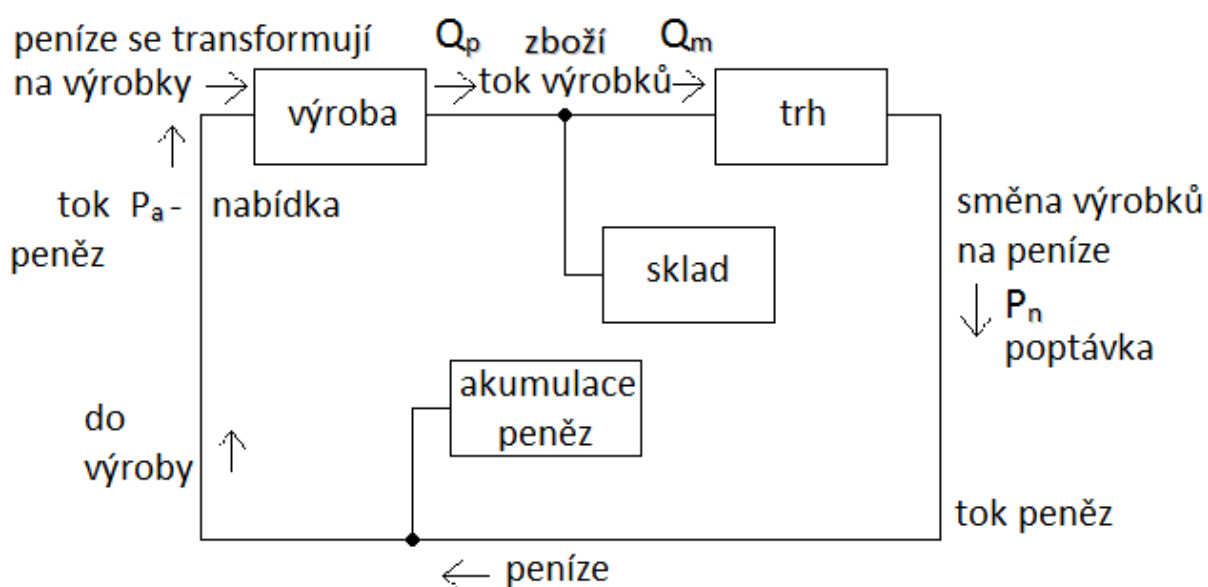
Z grafů je vidět, že po několika bilančních intervalech a po lokálním zvýšení produktivity firma s použitím jednorázové dotace roste a asi po 6 měsících je ve stabilním stavu.

5.2 Problém č. 2.

Ekonomický systém nabídka – poptávka- sklad a jeho matematický model

Slovní zadání: Na základě dynamického matematického modelu budou presentovány scénáře vývoje upadající firmy při narůstajícím vkládání volného kapitálu a také scénáře stavu firmy s nepřiměřeně intenzivním multiplikatívním managementem (lze dojít k nežádoucímu rozkolísání činnosti firmy). Jednotlivé varianty budou ukázány graficky v průběhu bilance dvanácti měsíců.

Vztahy mezi nabídkou, poptávkou a zásobami konkrétního zboží lze vyjádřit blokovým schématem.



Obrázek 40 Blokové schéma ekonomického systému
[Zdroj: 26]

Rozbor problému:

Označení a význam proměnných veličin:

Z výroby vystupuje tok výrobků Q_p , na trh vchází tok výrobků Q_m a rozdíl mezi nimi $\Delta Q = Q_m - Q_p$ postupuje na sklad. Na trhu se zboží transformuje na finanční prostředky, takže z trhu odchází tok peněz P_n , který prostřednictvím místa pro akumulaci peněz postupuje do výroby. Tam se finanční prostředky znovu mění na výrobky a ekonomický obvod je uzavřen.

Pro stav rovnováhy plat $P_n = P_a = P_0$; $\Delta P = 0$; $Q_p = Q_m = Q_0$; $\Delta Q = 0$

P_0, Q_0 jsou vstupní veličiny (tok peněz, tok zboží)

Velichiny P_n a P_a představují funkce hodnoty a proto P_n se jeví jako poptávka a P_a jako nabídka.

Formulace modelu:

Model vyžaduje sestavit diferenciální rovnice toků informací, které charakterizují působení na toky Q_m a Q_p , přitom je třeba uvažovat setrvačnost trhu a výroby. Setrvačnost trhu a výroby můžeme zkoumat za předpokladu, že zvětšení poptávky má za následek má za následek zvětšení toku zboží na trh ne skokem, ale lineárně se strmostí úměrnou zvýšení poptávky. Proto se vstupní signál bloku „trh“ rovná integrálu výstupního signálu (tj. výstupní signál je derivací vstupního signálu). Setrvačnost výroby má obdobný vliv. Proto je formulace modelu následující:

$$Q'_m = P_n - P_0 - \frac{1}{\gamma} \int_0^t (Q_m - Q_p) dt - P_a$$

$$Q'_p = -(P_a - P_0) + \frac{1}{\gamma} \int_0^t (Q_m - Q_p) dt + P_a$$

Přitom P_a je funkce akumulace skladových zásob $P_a = (P_1 - P_0)(1 - e^{-\mu t})$ kde P_1 je nová rovnovážná hodnota pro P_n a P_a

γ – integrační volitelná konstanta

μ - volitelná konstanta akumulace zásob. Lze též zavést časovou konstantu akumulace $T_A = \frac{1}{\mu}$.

Podle teorie regulace se systém dostane do pohybu, když dojde k odchylce od rovnovážného stavu.

Nové proměnné určíme z následujících rovnic pro zboží $X_m = Q_m - Q_0$; $X_p = Q_p - Q_0$ a pro peníze

$$Y_n = P_n - P_0; Y_a = P_a - P_0$$

Po transformaci modelu s novými proměnnými a konstantami platí, že

$$Y_n = z - \beta_1 X_m$$

$$Y_a = \beta_2 X_p$$

kde β_1, β_2 jsou konstanty úměrnosti v transformovaném modelu.

z – vstup zboží (v terminologii teorie regulace jde o tzv. „buzení“)

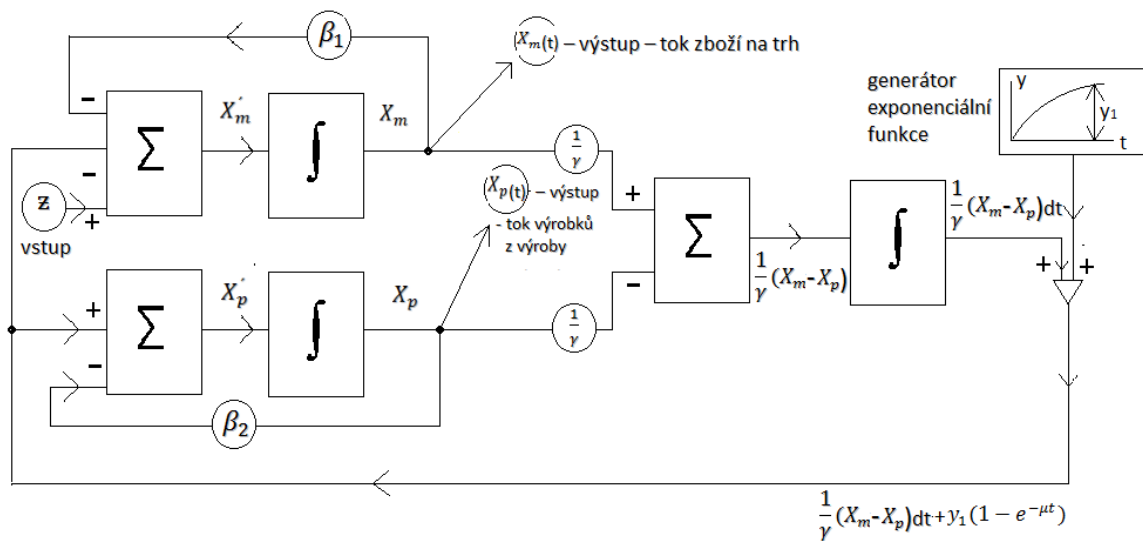
Dosazením těchto nových proměnných do původních rovnic pro Q'_m a Q'_p dostaneme vhodný model pro řešení v Simulinku.

$$X'_m = z - \beta_1 X_m - \frac{1}{\gamma} \int_0^t (X_m - X_p) dt - y_i(1 - e^{-\mu t})$$

$$X'_p = -\beta_2 X_p + \frac{1}{\gamma} \int_0^t (X_m - X_p) dt + y_i(1 - e^{-\mu t})$$

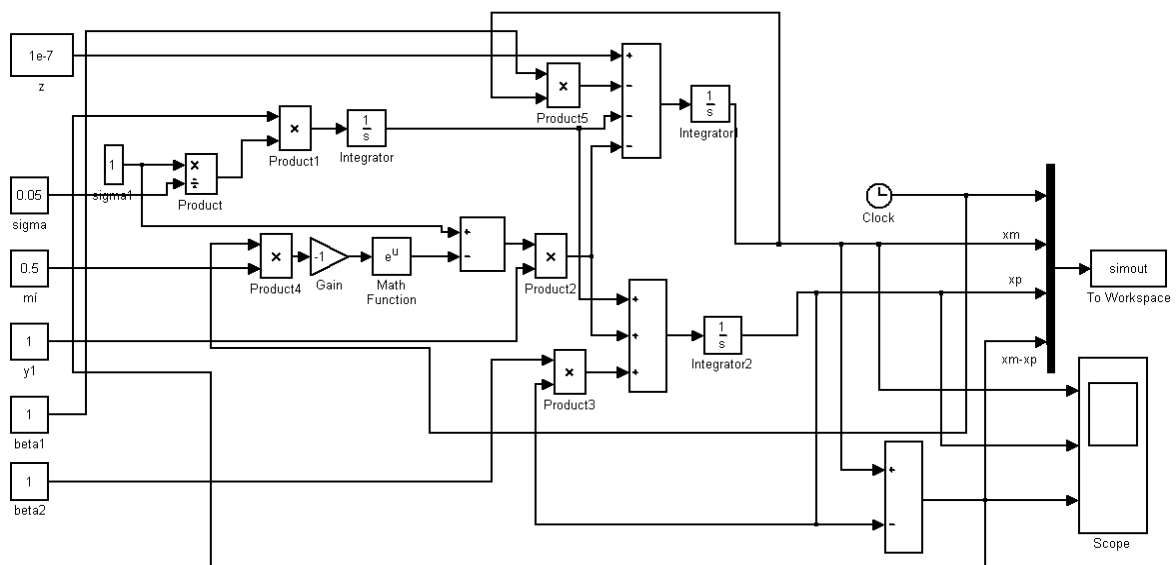
Přitom $Y_1 = P_1 - P_0$

Obecné strukturální schéma modelu je na obrázku 41.



Obrázek 41 Blokové strukturální schéma modelu [Zdroj: vlastní]

Ze strukturálního blokového schématu sestavíme model v Simulinku.

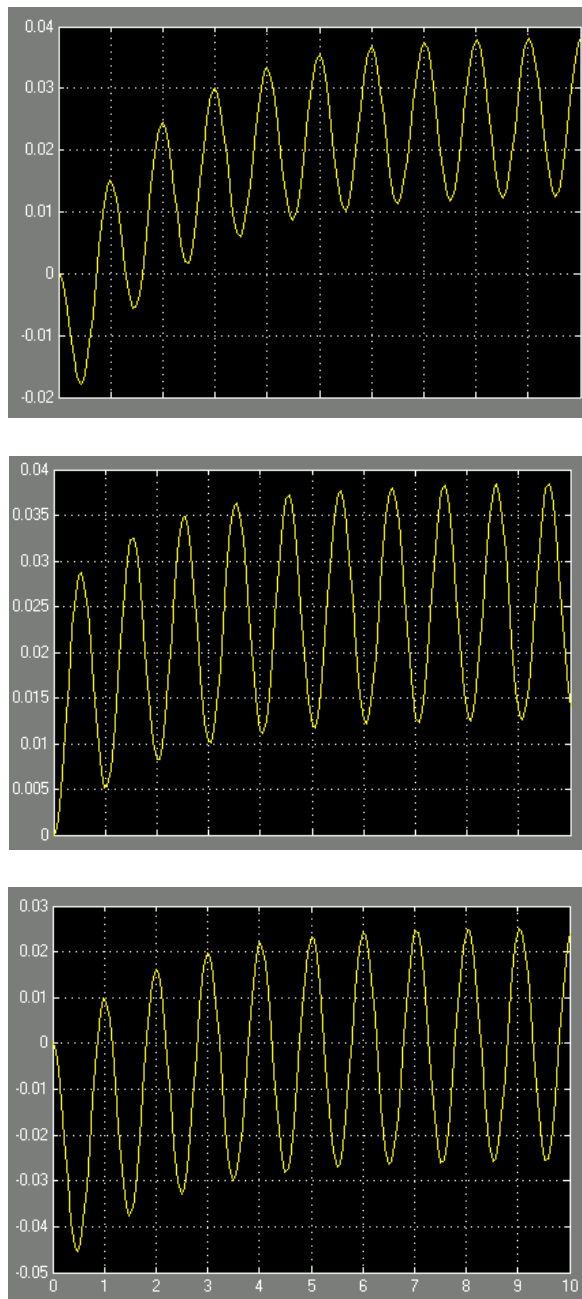


Obrázek 42 Blokové schéma modelu v Simulinku

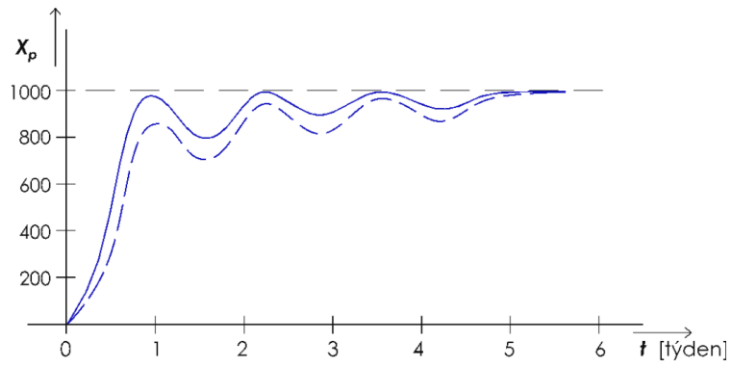
Řešení modelu v Simulinku

Po provedení simulace pro různé konstanty $\gamma, \mu, \beta_1, \beta_2$ jsou výsledkem časové grafické průběhy pro průběh toku zboží z výroby $X_p(t)$, tok zboží na trh $X_m(t)$ a změna skladových zásob $\Delta X(t) =$

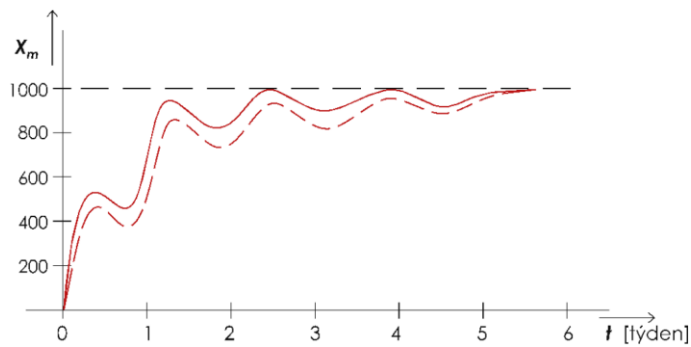
$X_m(t) - X_p(t)$. Protože poptávka y_n a nabídka y_a jsou přímo úměrné hodnotám $X_m(t)$ a $X_p(t)$ není třeba zaznamenávat grafy $y_n(t)$ a $y_a(t)$. První simulační varianta pro dané konstanty byla (jak je vidět z grafů dle obrázku 43) nepoužitelná, protože silně kmitala. Některé hodnoty v grafech byly dokonce záporné, což neodpovídá ekonomické realitě. Přijatelné řešení je na obrázcích 44-46. Na těchto grafech je vyznačená čárkovaně ustálená hodnota 1000 položek zboží. Časové průběhy $X_p(t)$, $X_m(t)$ a $\Delta X(t)$ v průběhu šesti týdnů jsou nakresleny plnou čarou pro variantu $\gamma = 0,5 * 10^{-3}$, $\mu = 5,7 * 10^{-6}$, $\beta_1 = 0,8$, $\beta_2 = 0,7$ a čárkovaně pro variantu $\gamma = 0,8 * 10^{-3}$, $\mu = 5,7 * 10^{-6}$, $\beta_1 = 0,7$, $\beta_2 = 0,6$.



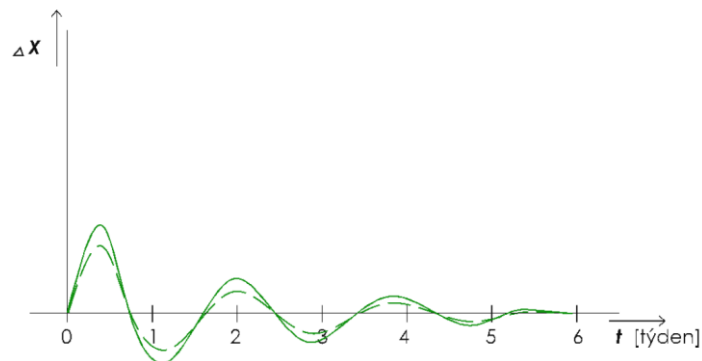
Obrázek 43 a, b, c Nepoužitelná simulační varianta



Obrázek 44 Tok zboží z výroby $X_p(t)$



Obrázek 45 Tok zboží na trh $X_m(t)$



Obrázek 46 Změny skladových zásob $X_m(t) - X_p(t)$.

5.3 Problém č. 3.

Model „zamilovanosti“ dvou jedinců jako sociálně-psychologický systém

Slovní zadání a rozbor: Matematický model vývoje citů lze kvantifikovat. Zamilovanost budeme interpretovat jako cit s kladným znaménkem (+), zatímco „odpor“ nebo „nechuť“ označujeme znaménkem (-). Míru citů může Y_1 vyjadřujeme volitelnými konstantami.

Označení a význam proměnných veličin a parametrů.

A. Jednoduchý model:

$Y_1(t)$ – časový vývoj zamilovanosti muže k ženě

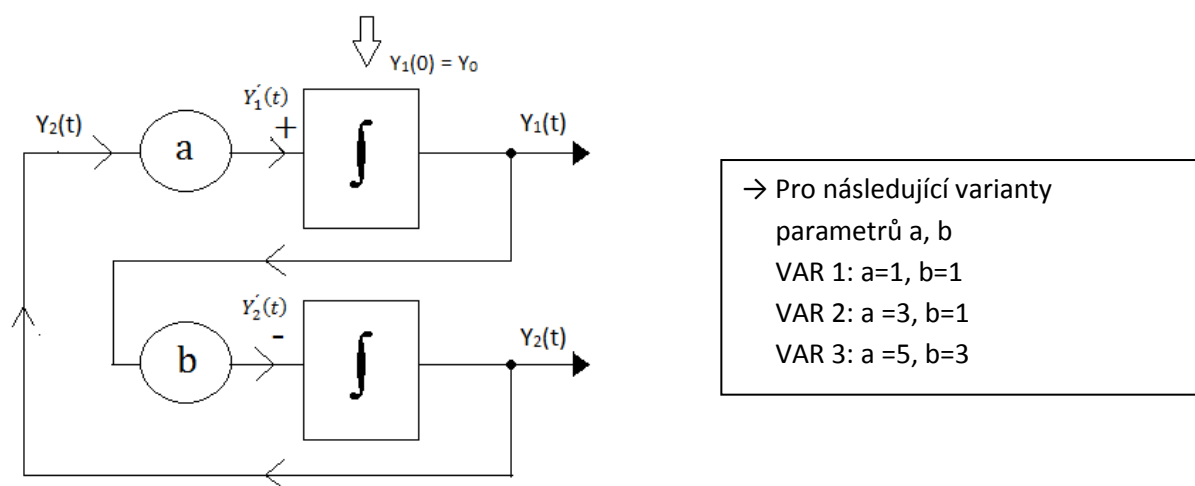
$Y_2(t)$ – časový vývoj zamilovanosti ženy k muži

a, b – konstanty, vyjadřující míru zamilovanosti osoby Y_1 k Y_2 a naopak Y_2 k Y_1 . V prvním přiblížení budeme uvažovat lineární model ve formě soustavy lineárních diferenciálních rovnic pro výstupní proměnné $Y_1(t), Y_2(t)$.

Matematický model A:

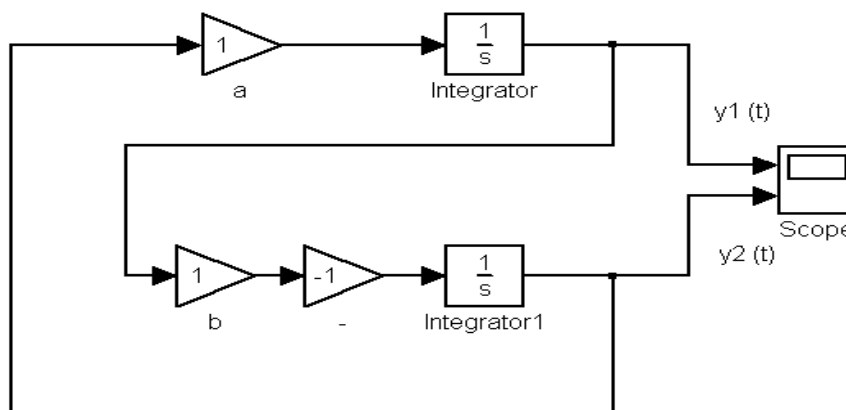
$$Y_1'(t) = aY_2(t); Y_2'(t) = -bY_1(t) \rightarrow \text{Počáteční podmínky: } Y_1(0) = Y_0; Y_2(0) = 0$$

Blokové strukturní schéma modelu A je na obrázku 46.



Obrázek 47 Blokové strukturní schéma modelu [Zdroj: vlastní]

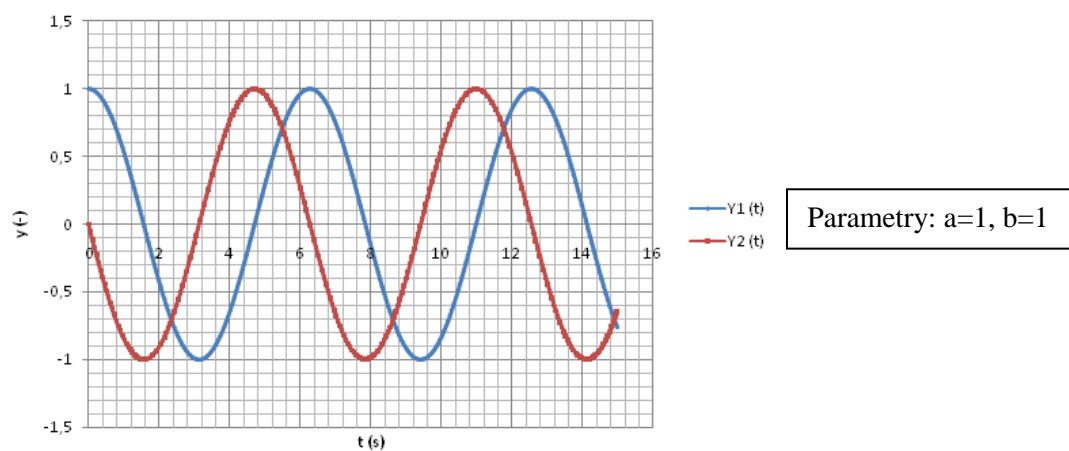
Blokové schéma modelu v Simulinku:



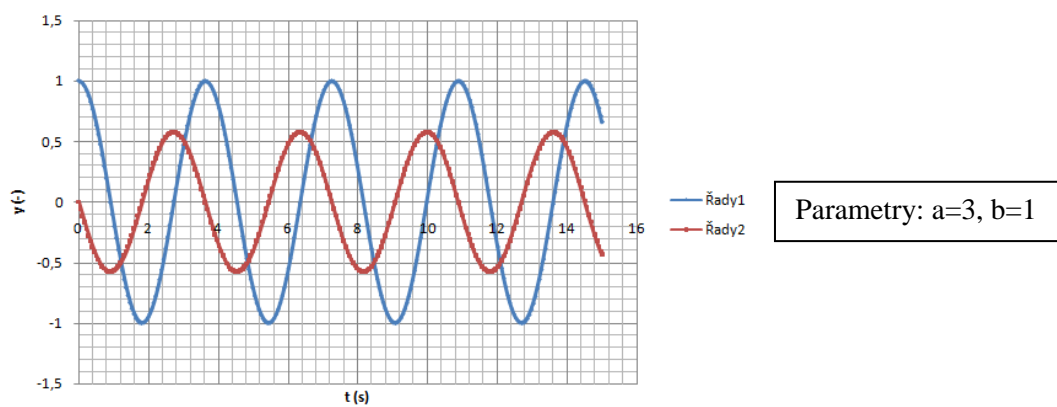
Obrázek 48 Blokové schéma modelu v Simulinku modelu A

Simulace a grafické řešení modelu v Simulinku

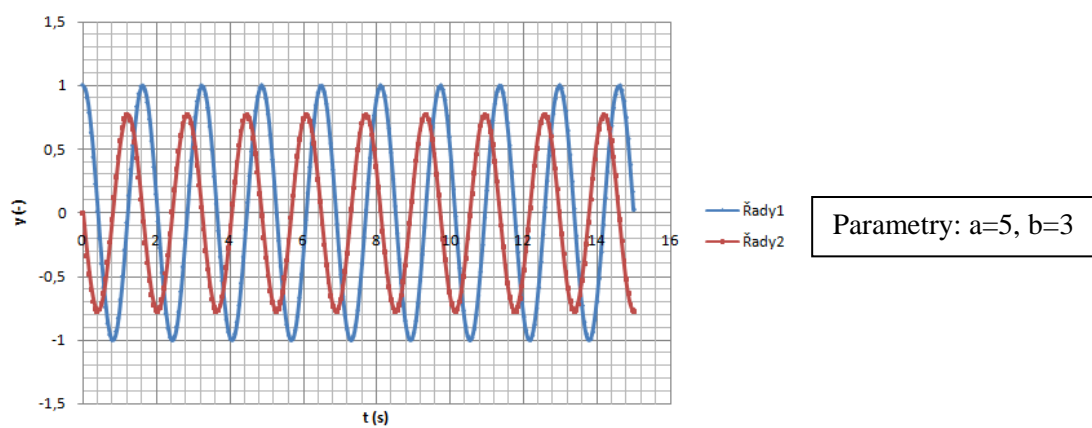
Varianta 1



Varianta 2



Varianta 3



Obrázek 49 a, b, c Grafické znázornění průběhů zamilovanosti

Veličiny $y_1(t)$ a $y_2(t)$ jsou poměrné veličiny zamilovanosti.

B. Složitější model

Označení a význam proměnných a parametrů:

$Y_1(t)$ – časový vývoj míry zamilovanosti muže k ženě

$Y_2(t)$ – časový vývoj míry zamilovanosti ženy k muži

a, b, c, d – konstanty

a – stupeň, jakým muž odpovídá představám ženy

b – míra aktivity muže vůči ženě. Při $b < 0$ je muž opatrný a při $b > 0$ je více zamilován

c – stupeň, jakým žena odpovídá představám muže

d – míra opatrnosti ženy analogicky ke konstantě b

Matematický model B

Předpokládáme nulové počáteční podmínky: $Y_1'(t) = aY_2(t) + bY_1(t)$

$$Y_2'(t) = cY_1(t) + dY_2(t)$$

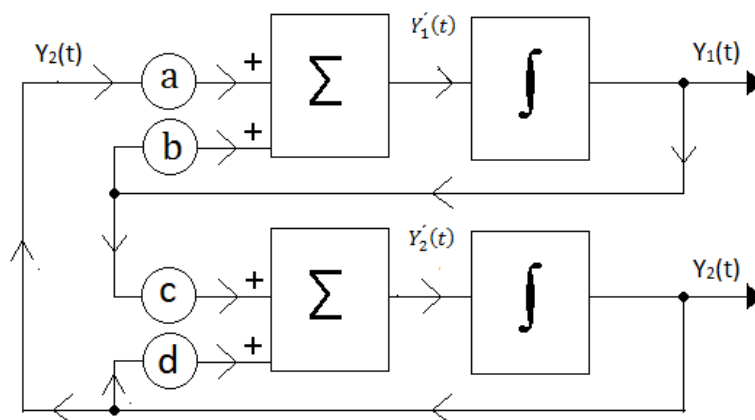
Matice koeficientů soustavy $A = \begin{pmatrix} b & a \\ c & d \end{pmatrix}$

Cílem je simulace a grafické řešení $Y_1(t)$, $Y_2(t)$ pro různé varianty parametrů a, b, c, d . Bez újmy na obecnosti lze předpokládat tyto parametry z intervalu $[-1;1]$. Hodnota -1 představuje nejvíce negativní stav a hodnota $+1$ naopak nejvíce kladný stav. Kromě časových průběhů lze zobrazit i tzv. fázové portréty.

1. Varianta	$a = 0,5$	$b = 1$	$c = 0,5$	$d = 1$
2. Varianta	$a = 0,5$	$b = 1$	$c = 1$	$d = 0,5$
3. Varianta	$a = 0,5$	$b = 0,5$	$c = 1$	$d = 0,5$

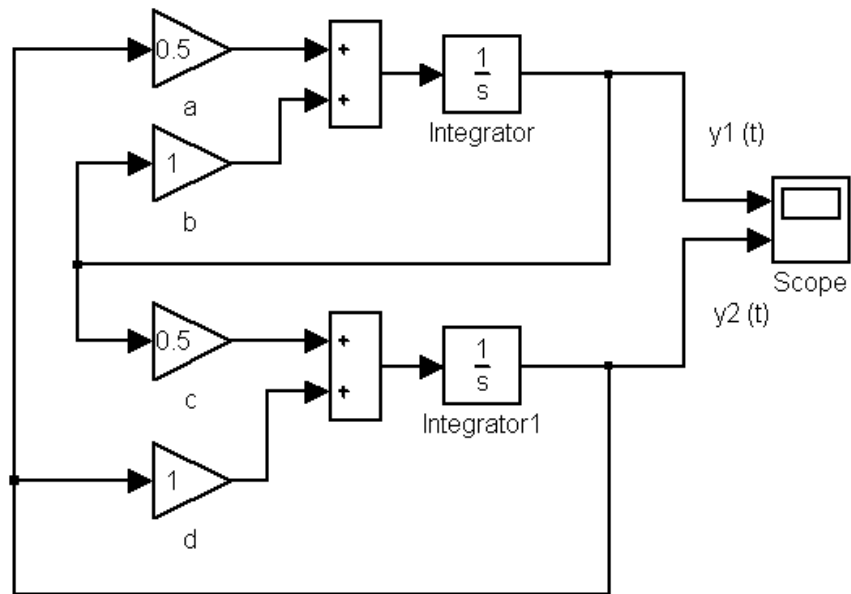
Pro kreslení fázových portrétů volíme interval na obou osách $\langle -3;3 \rangle$.

Blokové strukturální schéma modelu B je na obrázku 49.



Obrázek 50 Blokové schéma modelu B

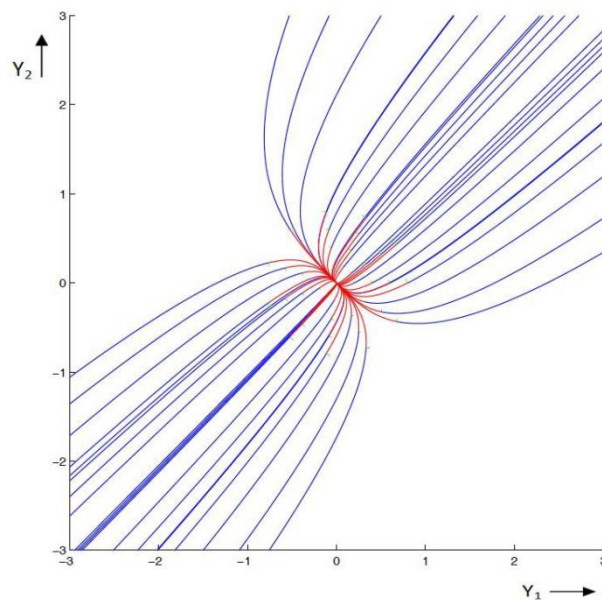
Blokové schéma modelu v Simulinku:



Obrázek 51 Blokové schéma v Simulinku modelu B

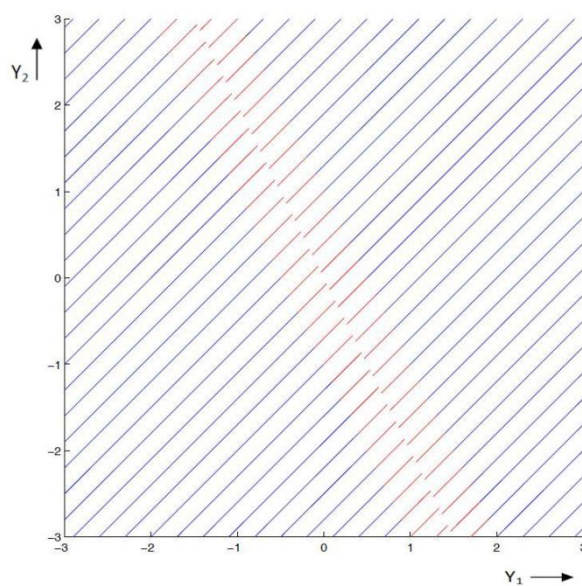
Simulace a grafické řešení v Simulinku:

Varianta 1



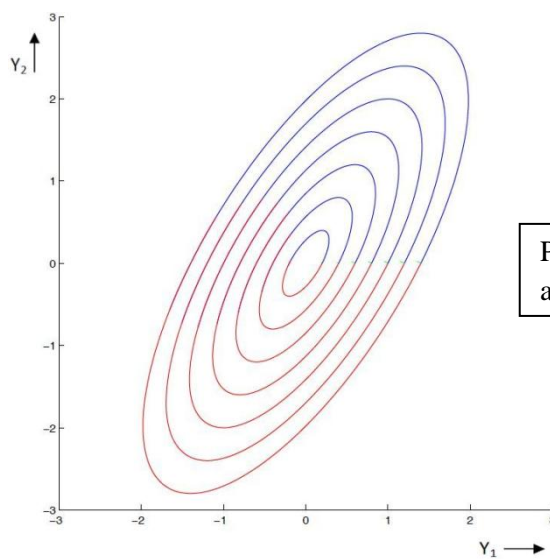
Parametry:
a = 0,5, b = 1, c = 0,5, d = 1

Varianta 2



Parametry:
 $a = 0,5, b = 1, c = 1, d = 0,5$

Varianta 3



Parametry:
 $a = 0,5, b = 0,5, c = 1, d = 0,5$

Obrázek 52 a, b, c Fázové portréty zamilovanosti

Veličiny $y_1(t)$ a $y_2(t)$ jsou poměrné veličiny zamilovanosti.

8 Zhodnocení a závěr

Motivací diplomové práce bylo navázat na mou dřívější bakalářskou práci, hlouběji se zabývat systémovou dynamikou a především využít její metodiku při řešení tří vybraných modelů z ekonomické a sociální oblasti. V teoretické části je nejrozsáhlejší kapitola Modely systémové dynamiky, která shrnuje její inspirační zdroje, ukazuje analogii mezi fyzikálními a finančními prvky a systémy a možné grafické prostředky popisu struktury a chování dynamických systémů. Pro hodnocení vlivu parametrů na chování časových průběhů výstupních veličin jsem se zabýval též tzv. citlivostní analýzou a její aplikací na technické systémy. Vzhledem k charakteru práce jsem se soustředil na problematiku experimentu v ekonomické oblasti, zvláště na laboratorní simulační studie. Přitom jsem vycházel z doporučené literatury, časopisů a další literatury v češtině i v angličtině.

Aplikační část práce obsahuje tvorbu modelů, bloková schémata a simulační řešení pro různé parametry převážně v prostředí Matlab-Simulink u tří vybraných problémů.

Problém č. 1 se týká vývoje firmy v bilančním období jednoho roku bez zásahu managementu, při nevhodných zásazích do podniku, což má za následek upadající podnik a hledají se modely s multiplikačním a aditivním managementem, které vedou k rozvoji firmy. Výsledky jsou podrobněji znázorněny na grafech případů A, B, C, D, E a F v kap. 5.1.

Problém č. 2 řeší matematický model dynamiky ekonomického systému nabídka-poptávka-sklad, který vede na soustavu dvou diferenciálních rovnic. Grafické řešení toku výrobků z výroby, toku výrobků na trhu a změny skladových zásob v průběhu 6 týdnů pro různé volitelné parametry μ , γ , β_1 , β_2 je v kap. 5.2.

Problém č. 3 se týká formulace a řešení modelu „Zamilovanosti“ dvou jedinců. Jde tedy o sociálně-psychologický problém. Jsou předloženy dva dynamické modely A, B ve formě soustavy diferenciálních rovnic I. řádu. Grafické řešení časových průběhů a fázových portrétů je provedeno v Simulinku pro různé varianty parametrů a , b , c , d v kap. 5.3.

Osobní přínos v teoretické části spočívá především v systematickém pojetí kapitoly 2 jako syntézy technického a ekonomického přístupu k dynamice. V praktické části lze za přínos pokládat formulaci a řešení matematických modelů tří zvolených problémů v Simulinku. Do budoucna by bylo vhodné spolupracovat s konkrétními firmami a ověřit jejich chování pomocí předložené metodiky, provést více variant řešení a využít citlivostní analýzy k hodnocení vlivu jednotlivých parametrů na dynamické chování firmy.

9 Použitá literatura

- [1] STUHL, J.: *Využití systémové dynamiky v ekonomice, BP*. Praha: TF ČZU v Praze, 2010.
- [2] MILDEOVÁ, S. ; VOJTKO V.: *Systémová dynamika*. 1. vydání. Praha: Oeconomica, 2003. ISBN 80-245-0626-2.
- [3] ŠUSTA, M.; NEUMAIEROVÁ I.: *Cvičení ze systémové dynamiky*. 1. vydání. Praha: Oeconomica, 2004. ISBN 80-245-0780-3.
- [4] VYTLAČIL, D.: *Systémová analýza a syntéza*. 1. vydání. Praha: Nakladatelství ČVUT, 2007. ISBN 978-80-01-03637-2.
- [5] ČAPEK, J.: *Modelování ekonomických a sociálních procesů: pro kombinovanou formu studia*. 1. vydání. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2006. ISBN 80-7194-838-1.
- [6] BUREŠ, V.: *Systémové myšlení a teorie systémů*. 1. vydání. Hradec Králové: Gaudeamus, 2006. ISBN 80-7041-344-1.
- [7] ŠULC, B. a kol.: *Automatizace a automatizační technika 2: Automatické řízení*. 1. vydání. Brno: Computer Press, 2014. ISBN 978-80-251-4106-9.
- [8] HAVERLÍK, I.: *Obzory kybernetiky*. 1. vydání. Bratislava: Obzor, 1981.
- [9] KÜNZEL, G.: *Příspěvek k dynamice ekonomických soustav*. Pardubice: Konference SYSIN, 2010.
- [10] ALLEN, R.: *Matematická ekonomie*. 1. vydání. Praha: Academia, 1971.
- [11] BAUEROVÁ, D a kol.: *Matematická ekonomie 2*. Ostrava: skripta VŠB-TU, 1998.
- [12] DOSTÁL, P.: *Moderní metody ekonomických analýz: finanční kybernetika*. 1. vydání. Zlín: Univerzita Tomáše Bati, 2002. ISBN 80-7318-075-8.
- [13] ANDRÁŠIK, L.: *Aplikovaná systémová dynamika a synergetika*. 1. vydání. Bratislava: Nakladatelstvo STU, 2010. ISBN 978-80-227-3360-1.

- [14] PAZOUREK, J.: *Simulace biologických systémů*. Praha: Grada, 1992. ISBN 80-85623-13-7.
- [15] Ekonofyzika nabízí přesnější předpovídání hospodářských krizí: věda a školy. *Novinky.cz* [online]. [cit. 2016-03-23]. Dostupné z: <http://www.novinky.cz/veda-skoly/200058-ekonofyzika-nabizi-presnejsi-predpovidani-hospodarskych-krizi.html>
- [16] BARVÍŘ, M.: *Modelování a identifikace*. 1. vydání. Brno: FE VUT, 1991.
- [17] BARVÍŘ, M.: *O analogii dynamiky ekonomických systémů s klasickou analytickou dynamikou, Politická ekonomie*. Praha: VŠE v Praze, 1993, **41**(6), 779-787.
- [18] KÜNZEL, G.: *Měření a modelování textilních procesů, Kurs ČSVTS. ÚZCHV Česká Třebová*, 1990.
- [19] HÁJEK, M. ; MICHAL, J.: *Kybernetika*. SNTZ Praha: VŠCHT v Praze, 1986.
- [20] KOREIS, J.: *Modelování přenosu výkonu a informace*. Pardubice: Univerzita Pardubice, 2002. ISBN 80-7194-442-4.
- [21] HORÁČEK, P. ; FUKA, J.: *Systémy a modely*. 1. Vydání. Praha: FE ČVUT v Praze, 1996. ISBN 80-01-01431-2.
- [22] SHUVRA, D.: *Mechatronic Modeling and Simulation Using Bond Graphs*. London: CRC Press, 2009.
- [23] NOVÁK, V.: *Analogové počítače a hybridní systémy*. Praha: FJFI ČVUT v Praze, 1983.
- [24] JOHN, J.: *Systémy a řízení*. Praha: FE ČVUT v Praze, 2003.
- [25] JANÍČEK, P.: *Systémová metodologie: brána do řešení problémů*. 1. vydání. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2014. ISBN 978-80-7204-887-8.
- [26] KREMPASKÝ, J.: *Kvantitativní teorie manažmentu podnikov*. ATP Journal, 10/2012.
- [27] KRIŽKOVÁ, M.: *Použití počítačů pro řešení dynamického rozhodování: Automatizace*. 5/2006.
- [28] STROGATZ, S.: *Radost z x, Romeo a Julie*. 1. vydání. Praha: Dokořán, 2014. str. 140-142.

10 Seznam obrázků

Obrázek 1 Změna akumulční a tokové struktury.....	3
Obrázek 2 Fyzikální analogie s toky a úrovněmi.....	3
Obrázek 3 Výstupní tok v podání různých diagramů.....	3
Obrázek 4 Obecná struktura v diagramu stavů a toků.....	10
Obrázek 5 Blokové schéma procesu systémové dynamiky.....	11
Obrázek 6 Inspirační zdroje systémové dynamiky.....	11
Obrázek 7 Systémový pohled na svět	12
Obrázek 8 Průběh rychlosti v závislosti na poloze tělesa ve fázové rovině.....	14
Obrázek 9 Jednoduchý spojitý regulační obvod se zápornou zpětnou vazbou	16
Obrázek 10 Dynamický systém.....	21
Obrázek 11 Blokové schéma tvorby ekonomického dynamického modelu	21
Obrázek 12 Blokové schéma s kladnou zpětnou vazbou	25
Obrázek 13 Blokové schéma statického multiplikátoru bez zpoždění	25
Obrázek 14 Blokové schéma multiplikátoru – akcelérátoru H-D typu bez zpoždění	26
Obrázek 15 Blokové schéma multiplikátoru – akcelérátoru s časovým zpožděním	26
Obrázek 16 Elektrický obvod	32
Obrázek 17 Ekvivalence blokového schématu signálového diagramu	32
Obrázek 18 Blokové schéma složitějšího systému	33
Obrázek 19 Graf toku signálů, odpovídající blokovému schématu na obrázku 18.....	33
Obrázek 20 Obecný model řízeného přenosového prvku a jeho přenosová matice.....	34
Obrázek 21 Blokové schéma postupu metody vazebních grafů.....	35
Obrázek 22 Tetraedr vztahů mezi veličinami e, f, p, q	36
Obrázek 23 Diagram hladin a toků – případ A	37
Obrázek 24 Diagram hladin a toků – případ B.....	37
Obrázek 25 Grafy příčinných vazeb zákona nabídky a poptávky.....	37
Obrázek 26 Grafy příčinných vazeb populačního modelu	38
Obrázek 27 Grafické řešení diferenciální rovnice $y' + ay = 0$	39
Obrázek 28 Citlivostní funkce.....	40
Obrázek 29 Parametrická citlivost	40
Obrázek 30 Dynamický systém a jeho citlivostní model.....	42
Obrázek 31 Citlivostní funkce servomechanismu	43
Obrázek 32 Průběh všech citlivostních funkcí na čase	43
Obrázek 33 Zobecněná struktura experimentu v ekonomické oblasti	45
Obrázek 34 Prognóza vývoje firmy s diagnózou $q_1 = 1,5$; $q_2 = 2$	50
Obrázek 35 a, b Scénář vývoje upadající firmy při narůstajících dotacích K	51
Obrázek 36 Průběhy upadajícího podniku a jeho ozdravení pomocí dotace.....	52
Obrázek 37 Vliv působení zásahů managementu.....	53
Obrázek 38 Důsledek přílišné snahy managementu.....	54
Obrázek 39 Průběhy působení jednorázové dotace na firmu	55
Obrázek 40 Blokové schéma ekonomického systému	56
Obrázek 41 Blokové strukturní schéma modelu	58
Obrázek 42 Blokové schéma modelu v Simulinku	58
Obrázek 43 a, b, c Nepoužitelná simulační varianta	59
Obrázek 44 Tok zboží z výroby X_{pt}	60
Obrázek 45 Tok zboží na trh X_{mt}	60

Obrázek 46 Změny skladových zásob $X_{mt} - X_{pt}$	60
Obrázek 47 Blokové strukturní schéma modelu	61
Obrázek 48 Blokové schéma modelu v Simulinku modelu A	61
Obrázek 49 a, b, c Grafické znázornění průběhů zamilovanosti.....	62
Obrázek 50 Blokové schéma modelu B	63
Obrázek 51 Blokové schéma v Simulinku modelu B.....	64
Obrázek 52 a, b, c Fázové portréty zamilovanosti	65

11 Seznam tabulek

Tabulka 1 Typy úloh řešených v regulačním obvodu	18
Tabulka 2 Typy komplexních systémů	23
Tabulka 3 Fyzikální a finanční analogie	29
Tabulka 4 Parametry upadajícího podniku s ozdravením	52
Tabulka 5 Parametry pro simulaci postupné progrese podniku	53
Tabulka 6 Parametry prosperujícího podniku s intenzivním managementem	54
Tabulka 7 Parametry pro simulaci působení jednorázové dotace	55