

# VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

## ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO INŽENÝRSTVÍ

INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

# PRYŽOVÝ TLUMIČ TORZNÍCH KMITŮ ČTYŘVÁLCOVÉHO VZNĚTOVÉHO MOTORU

RUBBER TORSIONAL VIBRATION DAMPER FOR A FOUR-CYLINDER DIESEL ENGINE

### DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

### AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Martin Galásek

### VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.

BRNO 2018

# Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav automobilního a dopravního inženýrství
Student:	<b>Bc. Martin Galásek</b>
Studijní program:	Strojní inženýrství
Studijní obor:	Automobilní a dopravní inženýrství
Vedoucí práce:	<b>prof. Ing. Václav Píštěk, DrSc.</b>
Akademický rok:	2017/18

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

## **Pryžový tlumič torzních kmitů čtyřválcového vznětového motoru**

### **Stručná charakteristika problematiky úkolu:**

Návrh pryžového tlumiče torzních kmitů čtyřválcového vznětového motoru jako tepelně–mechanického systému.

### **Cíle diplomové práce:**

- Pro zadané základní parametry klikového mechanismu a válcové jednotky
- navrhnout konfiguraci klikového hřídele čtyřválcového vznětového motoru
  - vypracovat výkresovou dokumentaci klikového hřídele
  - sestavit dynamický model torzního systému klikového mechanismu a provést výpočet vynucených torzních kmitů
  - navrhnout parametry a konstrukční uspořádání pryžového tlumiče, provést výpočet vynuceného kmitání klikového mechanismu s tlumičem
  - provést výpočtovou kontrolu mechanického a tepelného namáhání pryžového tlumiče.

### **Seznam doporučené literatury:**

STONE, Richard. Introduction to internal combustion engines. 3rd edition. Warrendale, Pa.: Society of Automotive Engineers, 1999. 641 s. ISBN 0768004950.

HEISLER, Heinz. Advanced engine technology. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1995. 794 s. ISBN 1-56091-734-2.

KÖHLER, Eduard. Verbrennungsmotoren: Motormechanik, Berechnung und Auslegung des Hubkolbenmotors. 3. verb. Aufl. Braunschweig [u.a.]: Vieweg, 2002. 548 s. ISBN 3-528-23108-4.

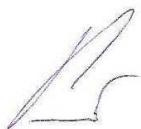
HAFNER, Karl Ernst a MAASS, Harald. Kräfte, Momente und deren Ausgleich in der Verbrennungskraftmaschinen. Wien, New York: Springer Verlag, 1995. 424 s. ISBN 978-3-7091-7468-5.

SKOTSKY, Alexander A. Automotive engines: control, estimation, statistical detection. Berlin: Springer Verlag, 2009. 215 s. ISBN 978-3-642-00163-5.

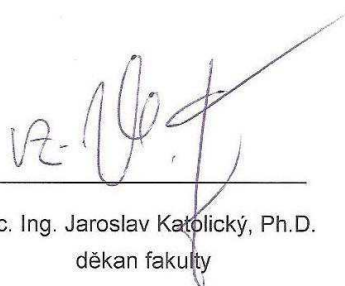
JAN, Zdeněk a ŽDÁNSKÝ, Bronislav. Automobily (3): Motory. Brno: Avid, spol. s r.o., 2009. 179 s. ISBN 978-80-87143-15-5

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2017/18.

V Brně, dne 1. 11. 2017



prof. Ing. Václav Pištěk, DrSc.  
ředitel ústavu



doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## ABSTRAKT

Tato diplomová práce s názvem „Pryžový tlumič torzních kmitů čtyřválcového vznětového motoru“ se zabývá návrhem pryžového tlumiče pro zadaný motor. Je proveden konstrukční návrh klikové hřídele, dále provedena výpočtová kontrola klikové hřídele z hlediska torzních kmitů a vynuceného torzního kmitání. Z těchto provedených výpočtů lze navrhnout základní parametry a rozměry pryžového tlumiče torzních kmitů a následně provést jeho konstrukční návrh. S tlumičem torzních kmitů byly vypočteny torzní výchylky a vynucené vlastní kmitání. Na závěr je provedena výpočtová kontrola mechanického a tepelného namáhání tohoto tlumiče a vytvořen výrobní výkres klikové hřídele.

## KLÍČOVÁ SLOVA

Pryžový tlumič, kliková hřídel, torzní kmitání, čtyřválcový motor, moment setrvačnosti, vynucené torzní kmitání, konstrukční návrh, tlumič torzních kmitů

## ABSTRACT

The diploma thesis ‚Rubber Torsional Vibration Damper Of a Four-Cylinder Diesel Engine‘ covers all the development phases related to a design of a rubber damper for a specified engine. The individual phases of it are discussed in details throughout the thesis. At first, the construction plan of a crankshaft is given. The computational checks for torsional vibrations and forced torsional vibration are performed then. With regards to it there might be derived the basic parameters and dimensions of a rubber torsional vibration damper. The knowledge of them enables to prepare the constructional plan of a rubber torsional vibration damper. By using this damper construction plan the torsional displacements (deviations) and forced vibrations are calculated. Finally, a mechanical and thermal stress test of this damper is performed and a crankshaft production drawing is produced.

## KEYWORDS

Rubber damper, crankshaft, torsional vibration, four-cylinder engine, moment of inertia, forced torsional vibration, engineering design, torsional vibration damper

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

GALÁSEK, M. *Pryžový tlumič torzních kmitů čtyřválcového vznětového motoru*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2018. 72 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. Václav Pištěk, DrSc.



## ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením prof. Ing. Václava Píštěka, DrSc. a s použitím literatury uvedené v seznamu.

V Brně dne 25. května 2018

.....

Martin Galásek

## PODĚKOVÁNÍ

Rád bych touto cestou poděkoval svému vedoucímu diplomové práce panu prof. Ing. Václavu Píštěkovi, DrSc. za udělení cenných rad a odbornou pomoc při zpracování této práce. Poděkování také patří mé rodině a přítelkyni za podporu při studiu na vysoké škole.

## OBSAH

Úvod .....	10
1 Základní údaje o motoru .....	11
2 Klikový mechanismus .....	12
2.1 Kliková hřídel .....	12
3 Silové působení na klikový mechanismus .....	14
3.1 Základní kinematické veličiny klikového mechanismu .....	14
3.2 Síly od tlaku plynů .....	15
3.3 Setrvačné síly v klikovém mechanismu .....	17
3.4 Výsledné síly a momenty působící v klikovém mechanismu .....	17
4 Konstrukční návrh klikové hřídele .....	20
4.1 Volba pořadí zážehů .....	20
4.2 Vyvážení klikové hřídele .....	21
4.3 Návrh zalomení .....	22
4.4 Návrh klikové hřídele .....	23
4.5 Modální analýza klikové hřídele .....	24
5 Torzní kmitání klikové hřídele .....	26
5.1 Ohybové kmitání .....	26
5.2 Torzní kmitání .....	26
5.3 Podélné kmitání .....	27
6 Dynamický model klikového mechanismu .....	28
6.1 Sestavení náhradního torzního systému bez tlumiče torzních kmitů .....	28
6.2 Stanovení momentů setrvačnosti .....	29
6.3 Redukce hmotnostních parametrů .....	30
6.4 Redukce délkových parametrů .....	32
6.5 Stanovení torzní tuhosti .....	33
7 Vlastní torzní kmitání dynamického modelu .....	35
7.1 Vlastní torzní kmitání .....	36
7.2 Výpočet frekvencí vlastního torzního kmitání vícehmotové soustavy .....	37
7.3 Srovnání vlastního torzního kmitání .....	37
8 Vynucené torzní kmitání dynamického modelu .....	40
8.1 Harmonická analýza budícího momentu .....	40
8.2 Kritické otáčky .....	41
8.3 Vydutnost rezonance .....	43
8.4 Torzní výchylky v rezonanci .....	44
8.5 Výpočet torzních momentů .....	46



9	Tlumiče torzních kmitů .....	48
9.1	třecí tlumiče .....	48
9.2	Rezonanční tlumiče.....	49
9.3	Dynamické tlumiče .....	50
10	Dynamický model torzního systému s tlumičem torzních kmitů .....	52
10.1	Určení základních parametrů tlumiče .....	52
10.2	Konstrukční návrh tlumiče .....	53
10.3	Vlastní torzní kmitání s tlumičem .....	56
10.4	Kritické otáčky s tlumičem kmitů .....	59
10.5	Vydatnost rezonancí .....	60
10.6	Torzní výchylky v rezonanci .....	60
10.7	Vynucené torzní kmitání .....	62
11	Namáhání pryžového tlumiče .....	63
11.1	Teplotní pole v pryžovém tlumiči .....	63
11.2	Výpočet přírůstku teploty .....	64
	Závěr .....	66
	Seznam použitých zkratk a symbolů .....	68
	Seznam příloh .....	72

## ÚVOD

Na počátku vzniku spalovacích motorů, v 19. Století, nikoho nenapadlo řešit problematiku kmitání klikových hřídelí. Vynálezci se spíše snažili vytvořit různé typy motorů na různá paliva. Až v pozdější době se zjistilo, že kmitání způsobovalo opakované lomy klikových hřídelí. Proto bylo nezbytně nutné se touto problematikou zabývat a přijít na to, kvůli čemu dochází k lomům hřídelí. Vědci, zabývající se touto problematikou přišli na to, že lomy vznikaly kvůli nežádoucímu torznímu kmitání, kvůli čemu se vynalezly torzní tlumiče různé konstrukce.

Při návrhu samotné klikové hřídele je nutné počítat s tím, že je převážně zatěžována silami od tlaku plynů a setrvačnými silami. Musíme však také uvážit, že hřídel není dokonale tuhá, je pružná, a síly, které na ni působí, jsou periodicky proměnné.

Nejprve bylo nutné však analyzovat namáhání klikové hřídele a následně z těchto výsledků bylo potřeba stanovit opatření, aby namáhání během života motoru bylo v přípustných mezích. To mělo za následek vznik tlumičů torzních kmitů různé konstrukce, které se nejčastěji umísťují na volný konec klikové hřídele. Tlumiče kmitů mají za úkol snížit amplitudy torzního kmitání. Ve většině konstrukčních provedení se tlumiče kmitů integrují do tělesa řemenice. Existují různé typy tlumičů kmitů používaných v motorech, tj. rezonanční, třecí a dynamický tlumič.

V této práci bude proveden návrh pryžového tlumiče torzních kmitů pro řadový čtyřválcový vznětový motor. Nejprve bude potřeba navrhnout vhodnou konfiguraci klikové hřídele čtyřválcového vznětového motoru dle zadání. Následně bude potřeba sestavit dynamický model torzního systému klikového mechanismu. Potom bude možné vypočítat vynucené torzní kmity. Dalším úkolem je návrh parametrů a konstrukčního uspořádání pryžového tlumiče a výpočet vynuceného kmitání klikového mechanismu s tlumičem torzních kmitů. Na závěr bude potřeba provést výpočtovou kontrolu mechanického a tepelného namáhání tohoto tlumiče a vypracovat výkresovou dokumentaci navržené klikové hřídele.

## 1 ZÁKLADNÍ ÚDAJE O MOTORU

Konstrukční návrh klikové hřídele použité v této diplomové práci vychází z již vyráběného motoru společnosti ZETOR TRACTORS a. s. Jde o řadový čtyřválcový vznětový motor chlazený vodou, který má pořadí zážehů 1-3-4-2. Jeho celkový zdvihový objem je  $4\,156\text{ cm}^3$ . Došlo pouze k drobné modifikaci klikové hřídele, která bude mít pouze čtyři vývažky, tj. dva na krajních zalomeních a dva uprostřed klikové hřídele. Rozměry klikové hřídele však zůstávají zachovány. Beze změny také zůstává pístní skupina, ojnice, řemenice i setrvačnick.

Tab. 1 Zadané parametry motoru

Název	Značka	Hodnota	Jednotka
Počet válců	$z$	4	-
Taktnost	$\tau$	0,5	-
Vrtání válce	$D$	105	mm
Zdvih	$Z$	120	mm
Jmenovité otáčky	$n$	2200	$\text{min}^{-1}$
Průměr hlavního čepu klikového hřídele	$D_{hc}$	80	mm
Průměr ojnicního čepu	$D_{oc}$	66	mm
Hmotnost pístu	$m_p$	1364	g
Hmotnost prvního pístního kroužku	$m_{k1}$	25	g
Hmotnost druhého pístního kroužku	$m_{k2}$	18,9	g
Hmotnost stíracího kroužku	$m_{ks}$	22	g
Hmotnost pístního čepu	$m_{\check{c}}$	614	g
Hmotnost jednoho pojistného kroužku	$m_{pk}$	4,7	g
Hmotnost posuvného podílu ojnice	$m_1$	907	g
Hmotnost rotačního podílu ojnice	$m_2$	1645	g

## 2 KLIKOVÝ MECHANISMUS

Klikový mechanismus je jedním ze základních členů pístového spalovacího motoru, bez kterého by motor nemohl fungovat. Má za úkol přeměňovat přímočarý vratný pohyb pístu na otáčivý pohyb klikové hřídele. Klikový mechanismus je složen ze základních částí a ty jsou: kliková hřídel, ojnice a pístní skupina (píst, čep a pístní kroužky).

Klikový mechanismus byl vymodelován pomocí výkresové dokumentace firmy ZETOR TRACTORS a. s. Došlo pouze k drobné modifikaci v počtu vývažků u klikové hřídele.

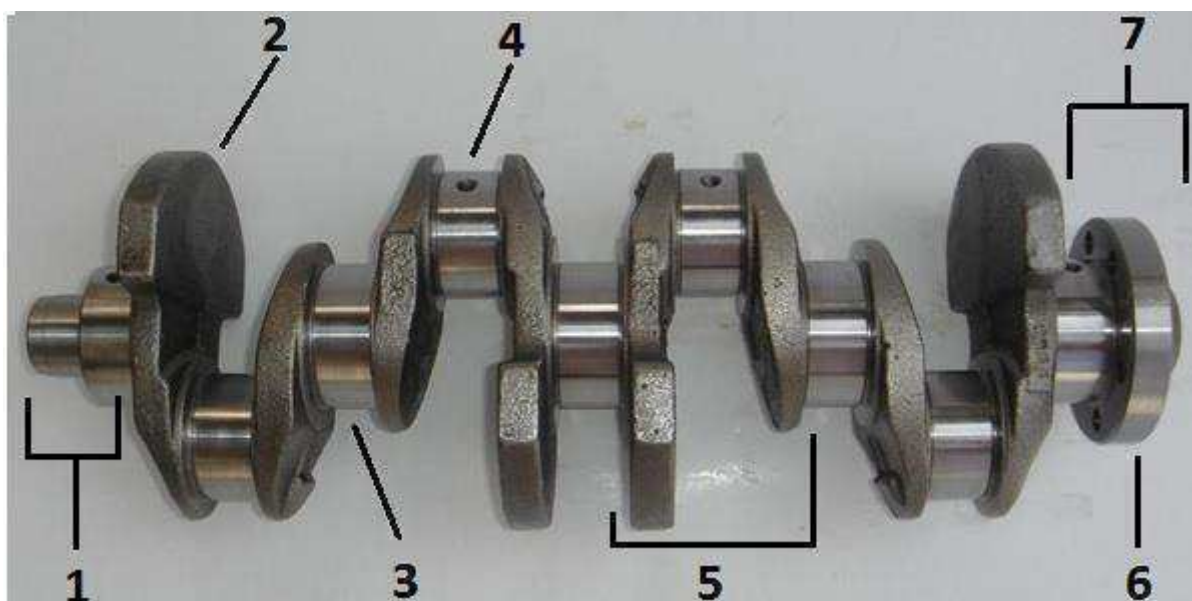
Dřík ojnice má profil I. Ojnice má dělené velké oko vodorovně s hlavní osou ojnice. Středění je provedeno pomocí kolíčku. Spojení obou dílů je pomocí dvou lícovaných šroubů. Vývažky ojnice jsou pak umístěny u malého i u velkého oka.

Píst tohoto motoru má dva těsnící (oba různé konstrukce) a jeden stírací kroužek. Čep pístu je zajištěn pomocí dvou pojistných kroužků.

### 2.1 KLIKOVÁ HŘÍDEL

Kliková hřídel nám zajišťuje změnu přímočarého vratného pohybu na pohyb rotační. Mimo to však zajišťuje náhon rozvodu, příslušenství a pomocných agregátů. Je také zatěžována silami, které způsobují pružné kmity v hřídeli a dochází k jejímu namáhání na ohyb, tah, krut a tlak. Proto při jejím samotném návrhu musíme dbát na to, aby měla dostatečnou pevnost, tuhost, odolnost proti opotřebení a vysokou únavovou životnost.

Kliková hřídel se skládá z volného konce, jednotlivých zalomení a zadního konce. Na volný konec hřídele se většinou upevňují řemenice společně s tlumiči torzních kmitů. Počet jednotlivých zalomení motoru je dán počtem válců. V mém případě má hřídel 4 zalomení. Na zadní konec hřídele upevňujeme setrvačnick, který slouží hlavně k vyrovnání úhlové rychlosti otáčení.



Obr. 1 Kliková hřídel čtyřválcového motoru se čtyřmi vývažky[9]

Legenda:

1. Volný konec hřídele, 2. Rameno kliky, 3. Hlavní čep, 4. Ojniční čep, 5. Zalomení kliky, 6. Příruba setrvačnicku, 7. Zadní konec hřídele

**2.1.1 VÝROBA KLIKOVÉ HŘÍDELE**

Klikové hřídele se vyrábí jako skládané, lité nebo kované.

Jak už název u skládaných klikových hřídelí napovídá, tak se ramena a čepy vyrábí zvlášť a poté jsou tyto části slisovány k sobě. Tato konstrukce se používá u motocyklových motorů nebo u malé mechanizace. Hřídele jsou uloženy na valivých ložiskách. Jako ojnicní ložiska používáme taktéž valivá ložiska. Skládané hřídele se vyskytují u dvoudobých motorů. [8]

Klikové hřídele vyráběné odléváním mají obecně nižší pevnost a tím je i nižší únavová pevnost oproti hřídelím vyráběným kováním. Proto se tyto hřídele používají pro menší a pro méně zatížené motory. V porovnání s kovanými mají tyto hřídele větší průměry hlavních a ojnicních čepů kvůli menší pevnosti litiny. Výhodou je také to, že umí dobře tlumit přenášené vibrace. [8]

Kované klikové hřídele se vyrábí zápusťkovým kováním. Jsou osazeny v motorech s vyšší zátěží. Příkladem jsou nákladní automobily, traktory nebo naftové lodní motory. Výhodou kovaných hřídelí je to, že dochází ke ztuhnutí materiálů vlivem deformace při kování. Nedochozí k porušení vláken v materiálu. Nejvíce zatěžované části hřídele (hlavní, ojnicní čepy a zaoblení v přechodech do ramen) se musí povrchově kalit ke zvýšení únavové pevnosti. Tvrdost se pak pohybuje okolo 50-60 HRC u klikových hřídelí vznětových motorů. U kovaných klikových hřídelí se nejčastěji používají nízko a středně legované oceli, zušlechtěny na 800-950 MPa (pro vznětové motory) a kaleny. Před použitím se musí upravit činné plochy ložisek obráběním a broušením. [8]



*Obr. 2 Kovaná a následně obráběná kliková hřídel [9]*

### 3 SILOVÉ PŮSOBENÍ NA KLIKOVÝ MECHANISMUS

Klikový mechanismus motoru během spalování je primárně zatěžován silami od tlaku plynů, sekundárně pak setrvačnými silami pohybujících se částí klikového mechanismu. Průběh primárních i sekundárních sil je periodický. Otáčky motoru mají vliv pouze na velikost těchto sil, průběhy křivek ale zůstávají stejné. Další síly působící na klikový mechanismus jsou třecí síly, síly torzního, ohybového a prostorového kmitání a síly způsobené užitečným odporem vozidla. Při působení zmiňovaných sil je klikový mechanismus namáhán na tah, tlak, ohyb a krut. Podrobný výpočet všech sil je uveden v příloze. [8]

#### 3.1 ZÁKLADNÍ KINEMATICKÉ VELIČINY KLIKOVÉHO MECHANISMU

Před samotným výpočtem vynucených torzních kmitů, vynuceného kmitání klikového mechanismu a návrhu pryžového tlumiče je nejprve potřeba spočítat základní kinematické veličiny mechanismu. Mezi základní kinematické veličiny klikového mechanismu patří dráha, rychlost a zrychlení pístu.

Dráhu pístu lze vypočítat pomocí základního vztahu pro dráhu pístu, rozkladem do nekonečné řady. V praxi uvažujeme pouze s první a druhou harmonickou složkou. Třetí a vyšší řády však zanedbáváme. Výsledný vztah pro dráhu pístu  $s$  v závislosti na úhlu natočení klikové hřídele tedy zní [8]:

$$s(\alpha) = r \left[ 1 - \cos(\alpha) + \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2\alpha)) \right] [\text{m}], \quad (1)$$

kde  $r$  je rameno klikové hřídele,  $\alpha$  je úhel natočení klikové hřídele a  $\lambda$  je klikový poměr daný vztahem:

$$\lambda = \frac{r}{l_o} [-], \quad (2)$$

přičemž  $l_o$  označuje délku ojnice (vzdálenost středů malého a velkého oka ojnice). Hodnota  $\lambda$  se u soudobých motorů pohybuje v rozmezí mezi 0,25 až 0,35. Klikový poměr ovlivňuje rozložení sil v klikovém mechanismu. [8]

Se vzrůstajícím řádem harmonické složky roste úhlová frekvence a vektory jednotlivých řádů budou rotovat s násobkem daného řádu a amplituda se bude zmenšovat. Proto můžeme harmonické složky třetího a vyšších řádů zanedbat. [8]

Rychlost pístu v závislosti na úhlu natočení klikové hřídele lze vypočítat derivací vztahu pro dráhu pístu. Vztah pro rychlost pístu  $v$  po derivaci dráhy je:

$$v(\alpha) = r \cdot \omega \left[ \sin(\alpha) + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2\alpha) \right] [\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]. \quad (3)$$

Zrychlení pístu v závislosti na úhlu natočení klikové hřídele lze vypočítat derivací vztahu pro rychlost pístu. Výsledný vztah pak má tvar:

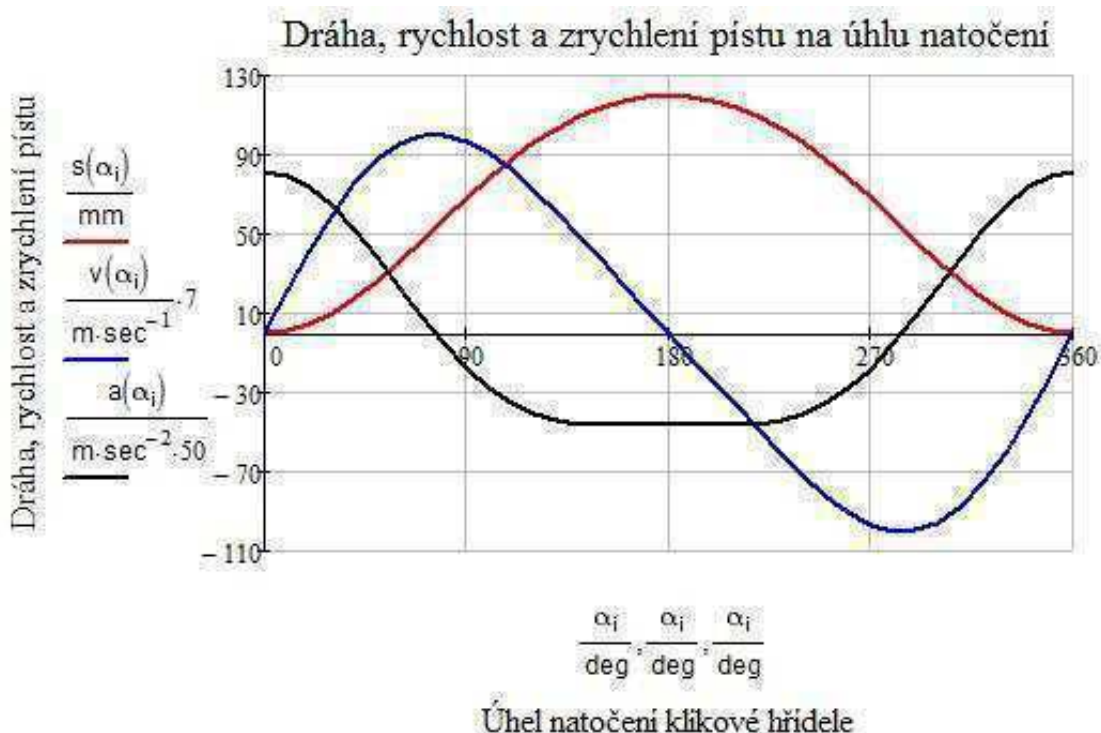
$$a(\alpha) = r \cdot \omega^2 [\cos(\alpha) + \lambda \cdot \cos(2\alpha)] [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}]. \quad (4)$$

Průběh zrychlení pístu  $a(\alpha)$  je závislý nejen na úhlové rychlosti, ale je také závislý na geometrii – změna délky ojnice a poloměru kliky. [8]

Pokud roznásobíme závorku členem  $r \cdot \omega^2$  u vztahu pro zrychlení pístu, potom dostaneme I. a II. harmonickou složku zrychlení, které se též nazývají jako zrychlení I. a II. řádu a finální tvar vypadá [8]:

$$a_I = r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha) \text{ [m} \cdot \text{s}^{-2}\text{]}, \quad (5)$$

$$a_{II} = r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos(2\alpha) \text{ [m} \cdot \text{s}^{-2}\text{]}. \quad (6)$$



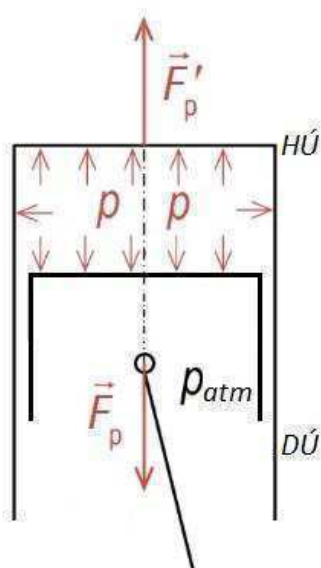
Obr. 3 Závislost velikosti dráhy, rychlosti a zrychlení pístu na úhlu natočení klikové hřídele

### 3.2 SÍLY OD TLAKU PLYNŮ

Ve spalovacím prostoru dochází k expanzi plynů, které působí na stěny válce, dno pístu a hlavu válce. Na dno pístu je tlakem vyvolána síla od tlaku plynů  $F_p$ , která působí v ose pístu. Na hlavu válce působí síla  $F_p'$ , která má stejnou velikost, ale opačnou orientaci. Síla  $F_p$  je zdrojem výkonu motoru, síla  $F_p'$  namáhá hlavu válce a šroubové spoje, kterými je hlava připevněna k bloku motoru. Síla od tlaku plynů je závislá na úhlu natočení klikové hřídele. Síla od tlaku plynů působí na pístní čep a můžeme ji určit podle vztahu [8]:

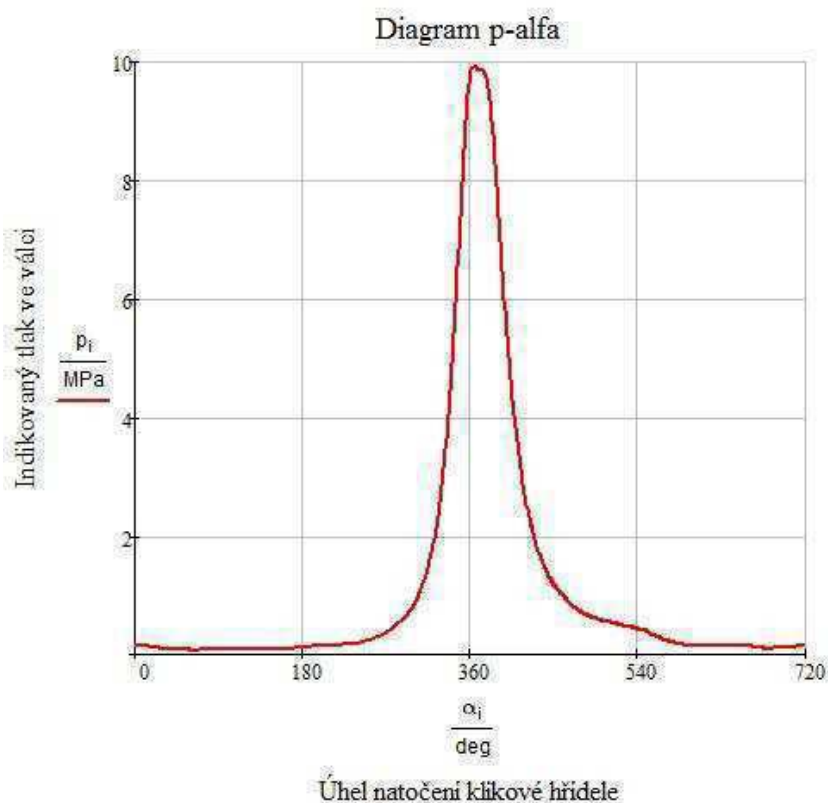
$$F_p = S_p \cdot (p - p_{atm}) = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot (p - p_{atm}) \text{ [N]}, \quad (7)$$

kde  $S_p$  je čelní plocha pístu,  $p$  je tlak ve spalovacím prostoru a  $p_{atm}$  je tlak v klikové skříni.



Obr. 4 Silová bilance uvnitř válce

Tlak působící ve spalovacím prostoru lze určit podle indikátorového diagramu motoru, tzv.  $p$ - $\alpha$  diagram, ze kterého je možné odečíst hodnoty tlaku pro každou polohu natočení klikové hřídele. Součástí zadání této práce byly naměřené hodnoty tlaku tohoto motoru, takže nebyl problém vytvořit indikátorový diagram.

Obr. 5 Diagram  $p$ - $\alpha$  (indikátorový diagram)



### 3.3 SETRVAČNÉ SÍLY V KLIKOVÉM MECHANISMU

Setrvačné síly jsou způsobeny přímočarým vratným pohybem pístní skupiny, obecným rovinným pohybem ojnice a rotačním pohybem klikové hřídele. Určení setrvačných sil ojnice při obecném rovinném pohybu by bylo značně náročné, proto je ojnice nahrazená jednodušší hmotnou soustavou. Hmotnost ojnice je redukována do dvou hmotných bodů  $m_1$  a  $m_2$ . Bod  $m_1$  se nachází ve středu oka ojnice, který koná přímočarý vratný pohyb. Bod  $m_2$  leží ve středu hlavy ojnice, který vykonává rotační pohyb. Redukovaná soustava ojnice musí splňovat, že součet hmotností hmotných bodů je stejný jako hmotnost původní ojnice, poloha těžiště a moment setrvačnosti původní a redukované ojnice musí být totožné. [8]

#### 3.3.1 SETRVAČNÉ SÍLY POSUVNÝCH ČÁSTÍ

Setrvačné síly posuvných částí vznikají vlivem hmotnosti posuvné části ojnice a hmotností pístní skupiny. Hodnoty těchto sil se plně přenáší na uložení motoru, kde působí i svými momenty. Přeloží-li se do těžiště celého klikového ústrojí a neuvažujeme s podélnými momenty, je výslednice setrvačných sil určena algebraickým součtem sil jednotlivých klikových ústrojí. Setrvačná síla posuvných částí se určí podle vztahu [8]:

$$F_s = -(m_{psk} + m_1) \cdot a \text{ [N]}, \quad (8)$$

kde  $m_{psk}$  je hmotnost pístní skupiny,  $m_1$  je redukována hmotnost posuvných částí ojnice a  $a$  je zrychlení pístu.

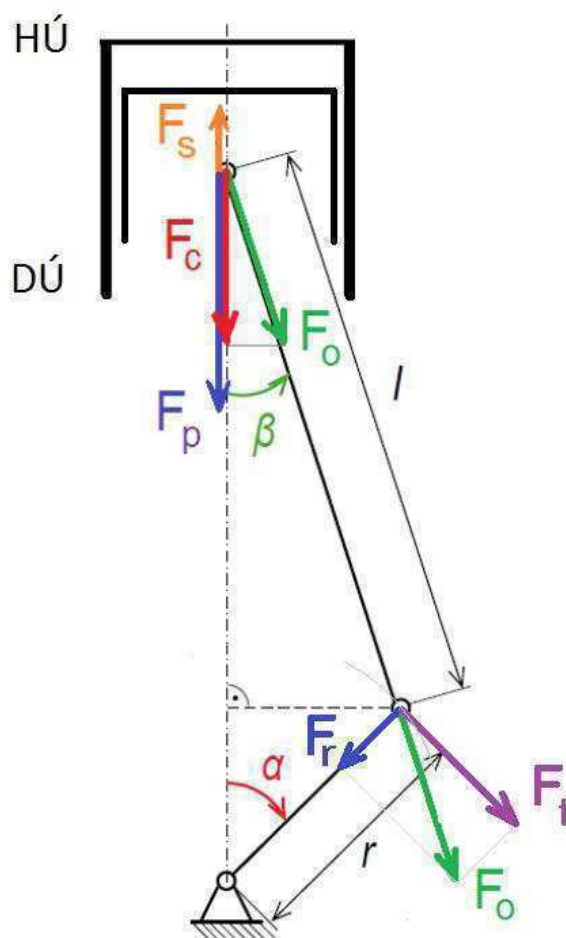
#### 3.3.2 SETRVAČNÉ SÍLY ROTAČNÍCH ČÁSTÍ

Setrvačné síly rotujících částí jsou způsobeny redukovanou hmotností zalomení klikové hřídele  $m_{redz}$  a hmotností rotační části ojnice  $m_2$ . Tyto síly jsou závislé pouze na konstantních veličinách, proto je hodnota sil konstantní a vypočítají se [8]:

$$F_{sr} = (m_{redz} + m_2) \cdot r \cdot \omega^2 \text{ [N]}. \quad (9)$$

### 3.4 VÝSLEDNÉ SÍLY A MOMENTY PŮSOBÍCÍ V KLIKOVÉM MECHANISMU

V klikovém mechanismu dochází ke sčítání silových a momentových účinků tlaku plynů a setrvačnosti pohyblivých částí. Síly nám pak zatěžují jednotlivé části klikového mechanismu i uložení motoru. Na názorném obrázku obr. 6 jsou zobrazeny síly v klikovém mechanismu, následně dojde k jejich odvození.



Obr. 6 Výsledné síly působící v klikovém mechanismu

Výsledná síla působící v ose válce se pak určí součtem sil od tlaku plynů a setrvačných sil posuvných částí:

$$F_{c\check{c}} = F_p + F_s \text{ [N]}. \quad (10)$$

Následně dochází k rozkladu této síly a její složka pod úhlem odklonu ojnice  $\beta$  nám udává výslednou sílu v ojnici:

$$F_o = \frac{F_{c\check{c}}}{\cos \beta} \text{ [N]}, \quad (11)$$

kde nám úhel  $\beta$  udává úhel odklonu ojnice a určíme ho podle vzorce:

$$\beta = a \sin(\lambda \cdot \sin(\alpha)) \text{ [}^\circ\text{]}. \quad (12)$$

Síla  $F_o$  působí na ojniční čep, kde se rozkládá na radiální složku  $F_r$  a tečnou  $F_t$ :

$$F_r = F_o \cdot \cos(\alpha + \beta) \text{ [N]}, \quad (13)$$

$$F_t = F_o \cdot \sin(\alpha + \beta) \text{ [N]}. \quad (14)$$

Na ojnicí čep působí také v radiálním směru odstředivá síla rotačních částí  $F_{od}$ :

$$F_{od} = m_2 \cdot r \cdot \omega^2 \text{ [N]}. \quad (15)$$

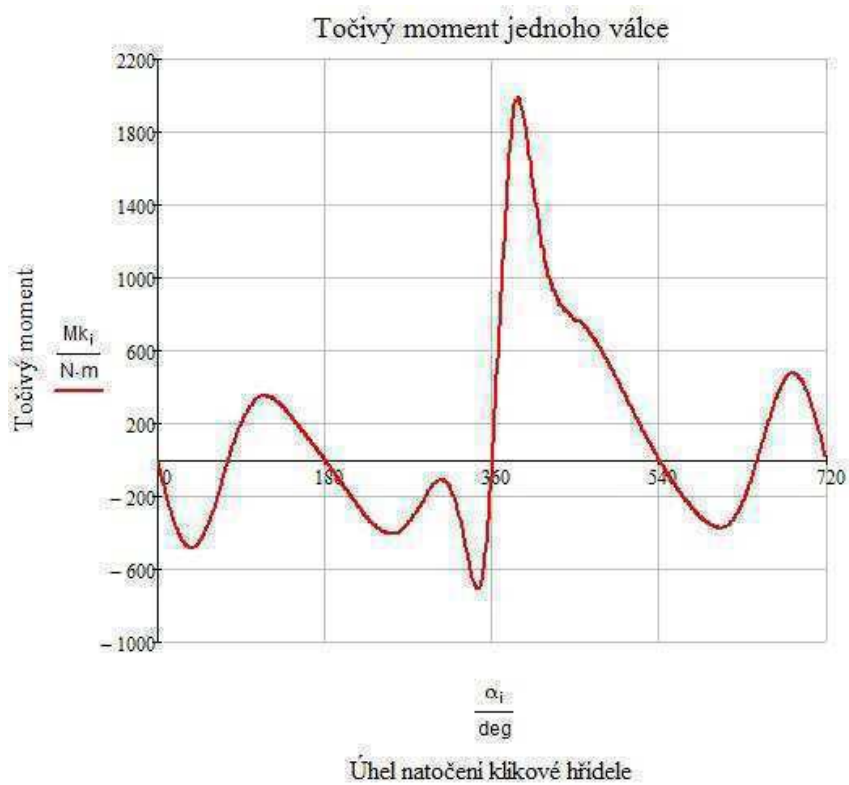
Výsledná síla v radiálním směru zatěžující ojnicí čep se určí:

$$F_{rc} = F_r + F_{od} \text{ [N]}. \quad (16)$$

Tečná síla působí na rameni  $r$  a vzniká tak točivý moment motoru  $M_k$ :

$$M_k = F_t \cdot r \text{ [N}\cdot\text{m]}. \quad (17)$$

Točivý průběh momentu jednoho válce je zobrazen na obr. 7.



Obr. 7 Průběh točivého momentu jednoho válce

## 4 KONSTRUKČNÍ NÁVRH KLIKOVÉ HŘÍDELE

Ke konstrukci klikové hřídele bylo využito materiálů firmy ZETOR TRACTORS a. s. Jedná se o klikovou hřídel používanou v traktorech. Oproti originálu došlo pouze ke změně počtu vývažků. Kliková hřídel má tak pouze čtyři vývažky a to dva na krajních zalomeních a dva uprostřed klikové hřídele místo původních osmi. Rozměrově však zůstává stejná. Vyšetřovaná kliková hřídel má pět hlavních a čtyři ojnicí ložiska. Úhel natočení jednotlivých zalomení klikového hřídele je  $180^\circ$ . Kvůli vyšším výkonům, vyskytujícím se u traktorů, bude hřídel vyrobena jako výkovek. Díky tomu bude mít vyšší pevnost. Do finální podoby se bude muset obrábět a brousit.

### 4.1 VOLBA POŘADÍ ZÁŽEHŮ

Volbu zážehů je nutno volit podle vyvážení setrvačných sil a momentů, podle rovnoměrnosti chodu motoru, podle zatížení hlavních ložisek a vydatnosti rezonancí torzního kmitání. Pro dosažení rovnoměrného chodu motoru je nutné, aby zážehy pro jednotlivé válce byly v pravidelných intervalech. U čtyřdobých motorů se zážeh opakuje po  $720^\circ$  pootočení klikové hřídele, musí v tomto čase proběhnout zážeh na všech válcích motoru. Úhel rozestupu zážehu motoru se určí [1,7]:

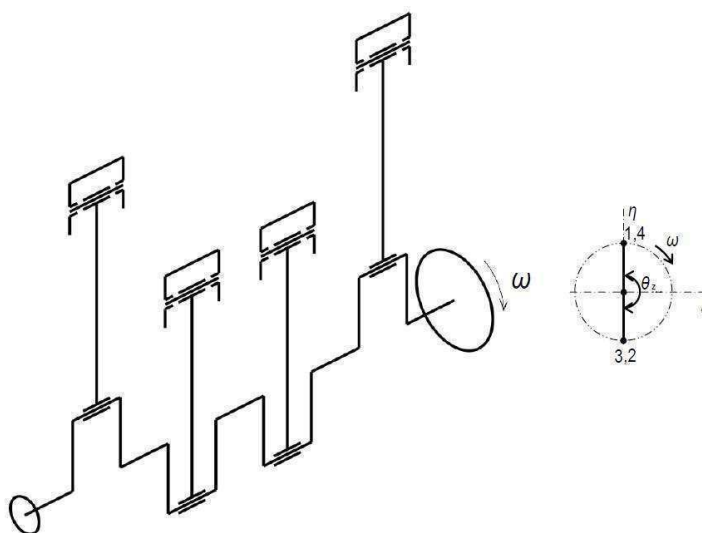
$$\delta_z = \frac{720}{z} [^\circ], \quad (18)$$

kde  $z$  je počet válců.

Pro čtyřválcový motor pak platí vztah:

$$\delta_z = \frac{720}{4} = 180^\circ. \quad (19)$$

U čtyřdobých čtyřválcových motorů se nejčastěji vyskytuje pořadí zážehů 1-3-4-2. Méně obvyklá je varianta 1-2-4-3. Já jsem zvolil častěji používanou variantu pořadí zážehů 1-3-4-2.



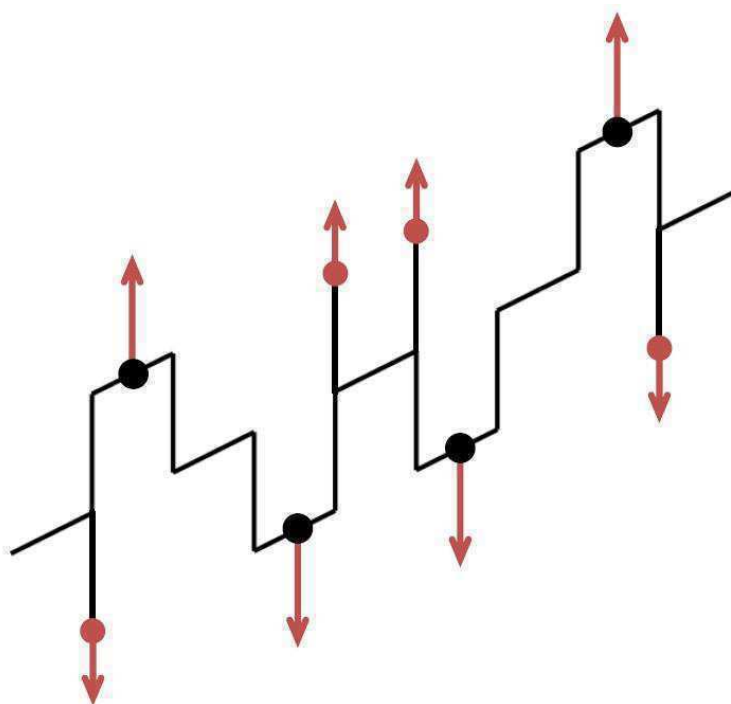
Obr. 8 Uspořádání klikové hřídele čtyřválcového motoru s pořadím zážehů 1-3-4-2 [10]

## 4.2 VYVÁŽENÍ KLIKOVÉ HŘÍDELE

Vyvážení je důležitou součástí při návrhu konstrukce motoru a to zejména u rychloběžných motorů, kde se vyskytují vysoké otáčky. Vyvážením rozumíme způsob odstranění nebo zmenšení účinků setrvačných sil a momentů vzniklých pohybem klikového mechanismu. K tomu lze dosáhnout vhodným uspořádáním klikového mechanismu, aby se hlavní setrvačné síly a jejich momenty navzájem vykompenzovaly. Toto vyvažování však u většiny případů nestačí, a proto je nutné ke klikovému ústrojí připojit vyvažující hmoty. Tyto hmoty působí proti účinku zmíněných setrvačných sil a momentů, které tímto eliminujeme. Smyslem těchto vyvažování je dosáhnout klidného chodu motoru bez nadměrného chvění (vibrace a kmitání) motoru, které má za následek snížení životnosti motoru. [1,7]

### 4.2.1 VOLNÉ PODÉLNÉ MOMENTY ROTUJÍCÍCH HMOT

Setrvačné síly otáčejících se hmot vzbuzují u řadového čtyřválcového motoru podélné momenty. Tyto momenty nazýváme jako momenty vnitřní. Při stálých otáčkách nemění tyto momenty svou velikost, ale rovina jejich působení se otáčí s hřídelem. Účinek momentů lze zrušit protizávažím na klikové hřídeli dvěma způsoby. První způsob je vyvážení volné setrvačné síly rotujících hmot na každém zalomení samostatně (dva vývažky na zalomení). U druhého způsobu se musí určit velikost volného momentu a jeho účinek se zruší opačně působícím, stejně velkým momentem dvojice protizávaží, jak je patrné z obr. 9. [1]



Obr. 9 Momentové vyvážení rotujících hmot [10]

### 4.2.2 VOLNÉ PODÉLNÉ MOMENTY POSUVNÝCH HMOT

Podélné momenty posuvných hmot vznikají vlivem setrvaných sil posuvných hmot, při otáčení klikové hřídele mění svůj smysl i velikost, ale působí stále v rovině proložené osami válců. [1]

### 4.2.3 VNITŘNÍ PODÉLNÉ MOMENTY ROTUJÍCÍCH A POSUVNÝCH HMOT

Tyto momenty jsou vzbuzeny setrvačnými silami rotujících i posuvných hmot, namáhají hřídel na střídavý ohyb a opotřebovávají ložiska. Často zůstávají nevyvážené. [1]

Vnitřní momenty posuvných hmot se nedají vyvážit rotujícími se protizávažími. Pro nás však nejsou nebezpečné, protože působí stále ve svislé rovině a skříň i základ motoru jsou v tomto směru dostatečně tuhé. [1]

Vnitřní podélné momenty otáčejících se hmot působí ve vodorovné rovině a mohou způsobit stranové prohýbání klikové hřídele a rozkmitat ji. Důležitá je volba robustní skříně. [1]

## 4.3 NÁVRH ZALOMENÍ

Prvním krokem při modelování klikové hřídele bylo vymodelování jednoho zalomení klikové hřídele. Model zalomení byl vytvořen v 3D programu Creo Parametric 2.0, kde došlo i k vyvážení tohoto zalomení. Finální tvar jednoho zalomení je pak vidět na obr. 10. Zalomení je vymodelováno s technologickými úkoly na straně vývažku, které jsou potřebné pro výrobu zalomení kovářím. Pro finální úpravu se na zalomení nachází mnoho zaoblení.



Obr. 10 Model zalomení klikové hřídele

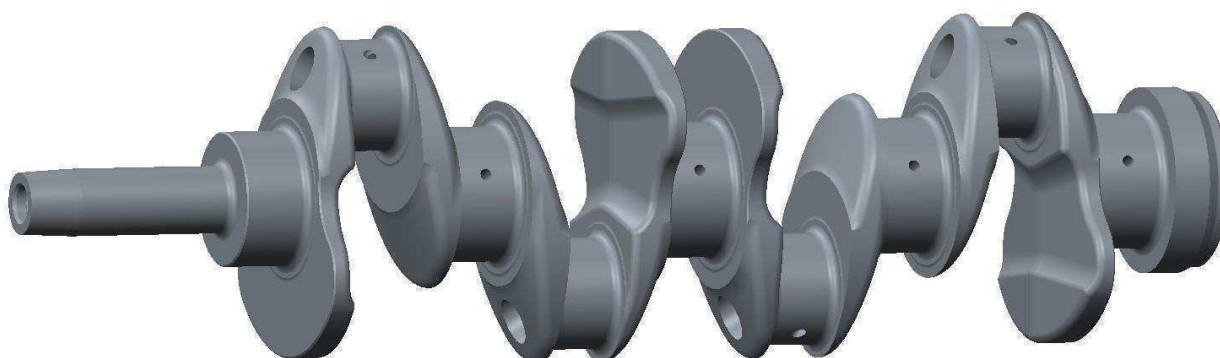
Skrz hlavní čep je vyvrtán krátký mazací otvor o  $\varnothing 6$  mm. Tento kanál se nenachází přímo v rovině zalomení, je nepatrně vyosen ( $20^\circ$ ) z důvodu velkého namáhání. Samotná vyústění kanálů jsou zaoblena tvarovým vrtákem R2 kvůli snížení koncentrace napětí a kvůli rovnoměrnějšímu proudění oleje u této hrany. Od ojnicního čepu je do tohoto kanálu veden další šikmý mazací kanál o  $\varnothing 6$  mm. U vyústění kanálu u ojnicního ložiska je vyvrtán kulový vstup se zaoblením R2,5. Zaoblení opět snižuje koncentraci napětí. Kulový vstup snižuje opotřebení nástroje při vrtání kanálu. Kanál je od osy zalomení vyosen o  $30^\circ$ . Úprava ústí tohoto kanálu je hezky vidět na výrobním výkrese klikové hřídele v detailu F.



Obr. 11 Mazací kanály

#### 4.4 NÁVRH KLIKOVÉ HŘÍDELE

Po vymodelování jednoho zalomení bude potřeba ještě dodělat volný a zadní konec klikové hřídele. Hlavní rozměry volného i zadního konce hřídele byly určeny vedoucím práce s ohledem na rozměry dalších součástí, které se budou na klikovou hřídel montovat. Na volném (předním) konci hřídele je uložena řemenice pro pohon agregátů a ozubené kolo pro pohon rozvodů. Na zadním konci bude na přírubu přimontován setrvačnick. Finální tvar vymodelované klikové hřídele je zobrazen na obr. 12. Celková délka klikové hřídele je 751 mm a její hmotnost je 35,18 kg.



Obr. 12 Kliková hřídel

Jako materiál klikové hřídele byla zvolena chrom-molybdenová ocel označená jako 42CrMo4 dle EN 10083-1. Tato ocel je legovaná, tepelně zušlechťená a vyznačuje se mezi pevnosti  $R_m$  okolo 900 MPa. Kliková hřídel se bude povrchově kalit v místech ložisek na 55 HRC.

## 4.5 MODÁLNÍ ANALÝZA KLIKOVÉ HŘÍDELE

Modální analýza je proces určování vlastních dynamických charakteristik systému ve formě vlastních frekvencí, tlumicích faktorů a vlastních tvarů. Modální analýza je založená na to, že odezva dynamického systému může být vyjádřena jako lineární kombinace jednoduchých harmonických pohybů nazývaných vlastní módy kmitání. Tyto módy kmitání jsou vlastní dynamickému systému, jsou určovány z fyzikálních vlastností a jejich prostorového rozložení. [11]

Po navržení klikové hřídele jsem provedl modální analýzu pomocí MKP. Modální analýza byla provedena v programu ANSYS 14.0 v prostřední ANSYS Workbench. 3D model vymodelované klikové hřídele byl značně zjednodušen převážně na samotných vývažcích klikové hřídele. Došlo k odstranění technologických úkosů, radiusů a mazacích kanálů. Po úpravě v programu Creo Parametric byl následně model převeden do formátu step do MKP programu.

Po importování modelu ve formátu step bylo potřeba zadat fyzikální vlastnosti. Jedná se o tyto vlastnosti: pro ocel je modul pružnosti v tahu  $E = 210 \text{ GPa}$ , Poissonovo číslo  $\mu = 0,3$  a hustota oceli  $\rho_{\text{ocel}} = 7850 \text{ kg}\cdot\text{m}^3$ .

Následně v menu byla vybraná modální analýza. Potom bylo potřeba vytvořit potřebnou síť. Metoda sítě byla zvolena jako Free Meshing, což je volné síťování. Výhodou je snadná tvorba sítě. Jako prvek sítě byl použit tetrahedron (čtyřstěn).

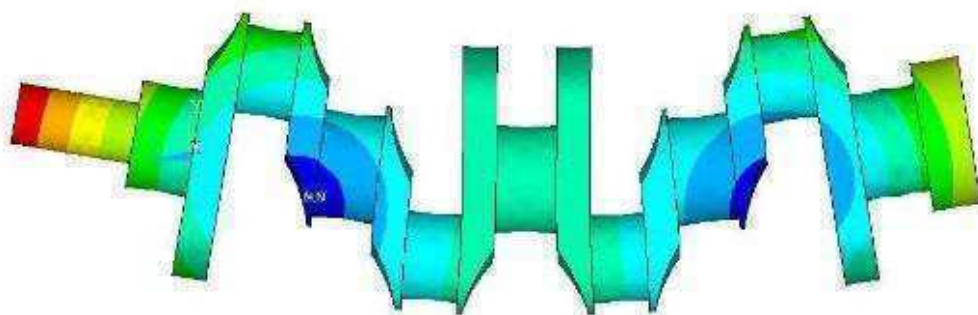
Posledním úkolem bylo stanovit počet vlastních módů, které mají být vypočítány. Už ze začátku bylo jasné, že prvních 6 vlastních frekvencí budou nulové, protože tyto frekvence charakterizují pohyb tělesa v prostoru.

Výsledkem jsou hodnoty vlastních frekvencí, které jsou pro nás spíše orientační, protože došlo ke zjednodušení samotného modelu a při výpočtu se nepočítá s celým klikovým mechanismem.

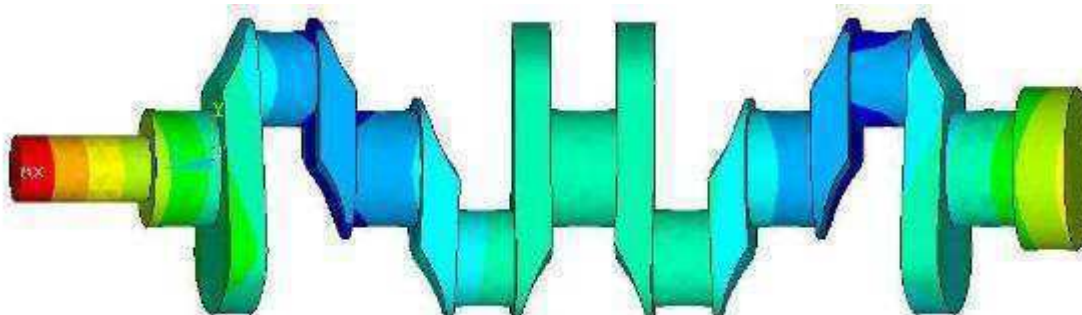
Tab. 2 Vypočtené vlastní frekvence

Vlastní frekvence $\Omega$	Označení	Hodnota [Hz]
7. tvar vlastní frekvence	$\Omega_7$	245
8. tvar vlastní frekvence	$\Omega_8$	315
9. tvar vlastní frekvence	$\Omega_9$	497
10. tvar vlastní frekvence	$\Omega_{10}$	588

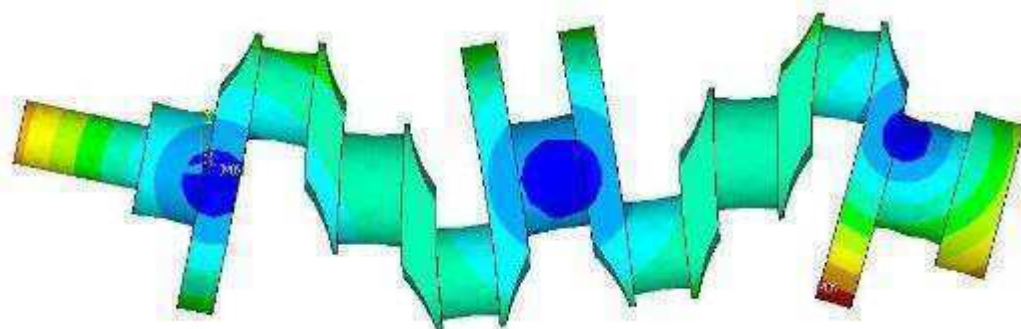




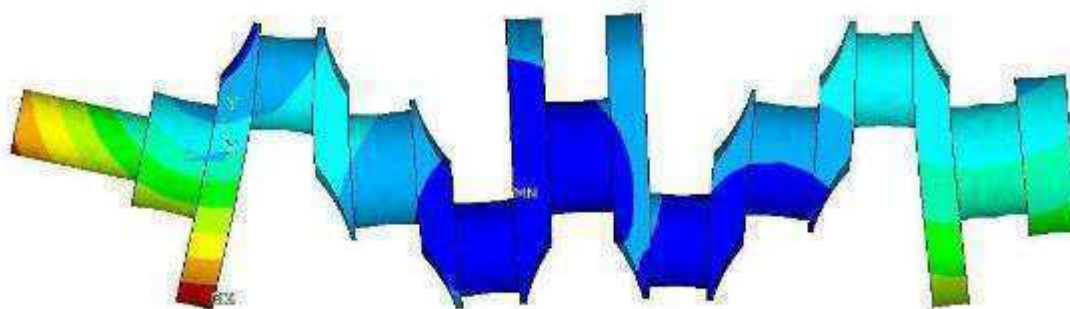
*Obr. 13 Sedmý vlastní tvar*



*Obr. 14 Osmý vlastní tvar*



*Obr. 15 Devátý vlastní tvar*



*Obr. 16 Desátý vlastní tvar*

## 5 TORZNÍ KMITÁNÍ KLIKOVÉ HŘÍDELE

Mechanické kmitání vzniká působením proměnných sil na pružné těleso nebo soustavu těles, které se periodicky opakují. Proměnné síly u spalovacího motoru jsou síly od tlaku plynů, setrvačné síly a momenty vyvolané těmito silami. Jako pružné těleso se bere klikový hřídel s určitou tuhostí. U klikové hřídele je důležitá délka a pružnost, protože čím delší a pružnější bude, tím má větší sklony ke kmitání. [1, 2]

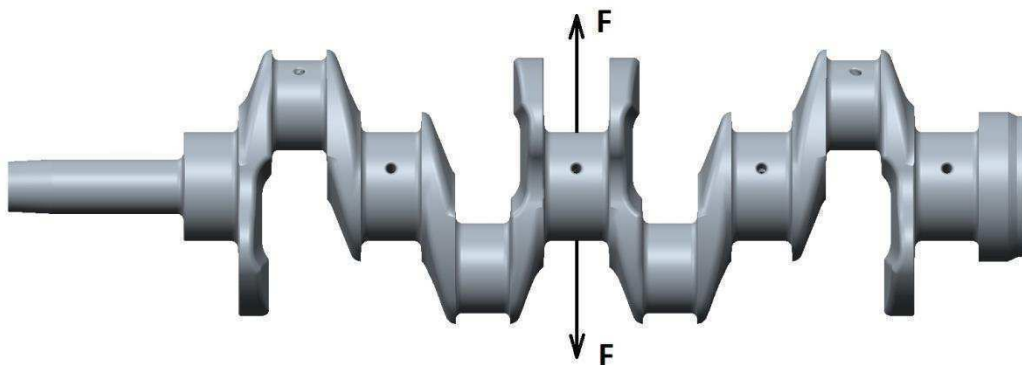
Je snahou zvyšovat výkon a otáčky u motorů a přitom zvyšovat i efektivitu a využívání materiálu, ale může docházet i k poruchám klikové hřídele. Tyto poruchy nebyly způsobené pouze namáháním hřídele silami či nevhodným konstrukčním návrhem, ale i kmitáním hřídele. [1, 2]

Základní druhy kmitání klikové hřídele jsou [1, 2]:

- ohybové kmitání
- torzní kmitání
- podélné kmitání

### 5.1 OHYBOVÉ KMITÁNÍ

U ohybového kmitání je hřídel namáhán periodicky působením periodicky proměnných sil kolmo na osu hřídele. Tyto vzniklé budící síly jsou především harmonické složky tečných a radiálních sil od tlaku plynů na klikové hřídeli a u některých konfigurací hřídele i nevyvážené setrvačné síly rotujících hmot. Pokud je frekvence některé z těchto harmonických složek sil shodná s frekvencí vlastního ohybového kmitání, potom dojde k rezonanci s vlastním ohybovým tvarem. Čím je menší vzdálenost mezi hlavními ložisky, tím je vlastní frekvence ohybového kmitání vyšší a není nebezpečná (závislost také na ložiskových vůlích, tuhosti ložisek, skříně i rámu motoru). V současnosti používaná koncepce umístění hlavních ložisek za každým zalomením toto kmitání ještě víc eliminuje. Je vhodné dodržet určitou vůli v uložení hlavních ložisek, protože při nadměrné vůli dochází ke snižování tuhosti uložení a tím klesá i vlastní frekvence. [1, 2]

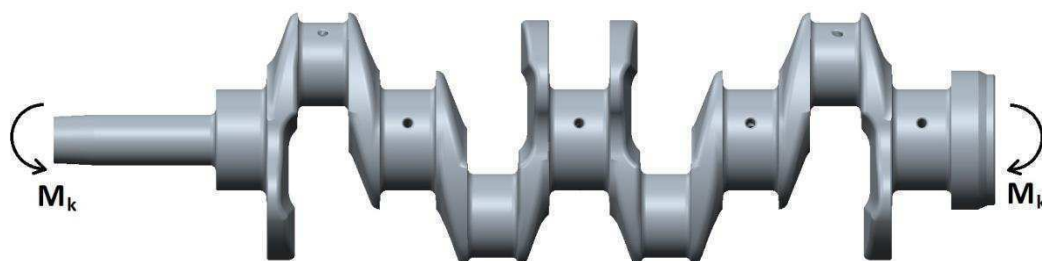


*Obr. 17 Ohybové kmitání*

### 5.2 TORZNÍ KMITÁNÍ

Torzní (krouticí) kmitání je nejnebezpečnější druh kmitání. Toto kmitání je způsobeno časovou proměnlivostí točivého momentu, vzniká proměnlivé nakrucování hřídele. Jestliže dojde k rovnosti frekvence budících sil kmitání a vlastní frekvence soustavy, pak dochází

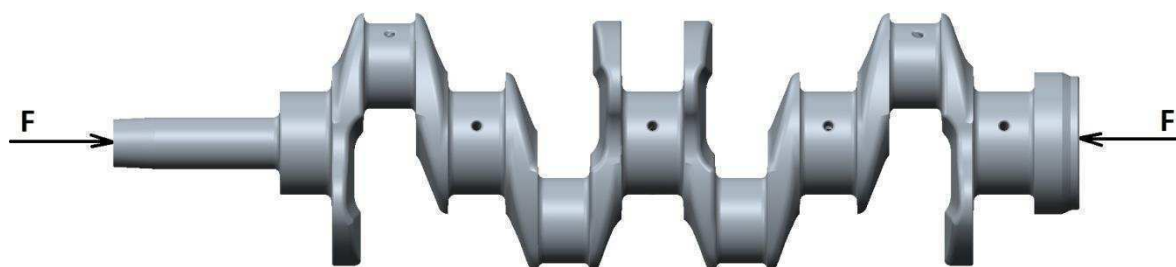
k rezonancím a nastává pak maximální zkroucení hřídele. Rezonance pak způsobují vibrace, hluk a chvění motoru. Torzní kmitání se dále přenáší na další součásti spojené s klikovým hřídelem, např. vyvažovací jednotka nebo rozvodový mechanismus. Výpočty torzního kmitání se provádí pomocí tzv. náhradní soustavy. Je-li vhodně náhradní soustava stanovena, pak můžeme získat i správné výsledky. [1, 2]



*Obr. 18 Torzní kmitání*

### 5.3 PODÉLNÉ KMITÁNÍ

Podélní kmitání (axiální) působí rovnoběžně k ose hřídele. Nazýváme ho jako osové kmitání. Podélné kmitání je doprovázeno ohybovým i torzním kmitáním, kliková hřídel při podélném kmitání je periodicky prodlužována nebo zkracována. Toto kmitání není až tak nebezpečné jako ostatní typy. [2]

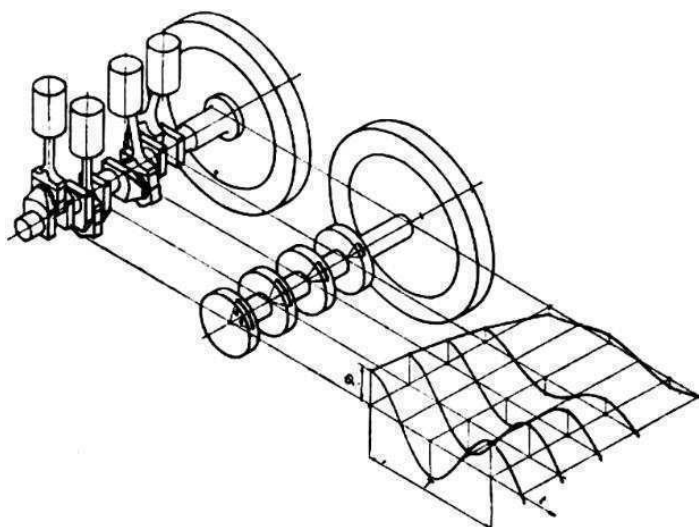


*Obr. 19 Podélné kmitání*

## 6 DYNAMICKÝ MODEL KLIKOVÉHO MECHANISMU

Základem pro stanovení průběhu torzního kmitání klikové hřídele je nutné sestavit energeticky ekvivalentní dynamický model klikového mechanismu. Tento model je tvořen nehmotnou válcovou hřídelí, jejíž průměr je volen shodně s průměrem hlavních ložisek. Nehmotná válcová hřídel má příslušnou tuhost  $c$ , podle části, kterou nahrazuje. Dynamický model je dále tvořen hmotnými kotouči o konstantním momentu setrvačnosti  $J$ . Jednotlivé úseky dynamického modelu musí mít přiřazenou určitou torzní tuhost  $c$ , která musí být ekvivalentní s původní soustavou. Pro získání takového modelu je třeba provést redukci hmot a délek. Předpoklady pro provedení redukce hmot a délek [1]:

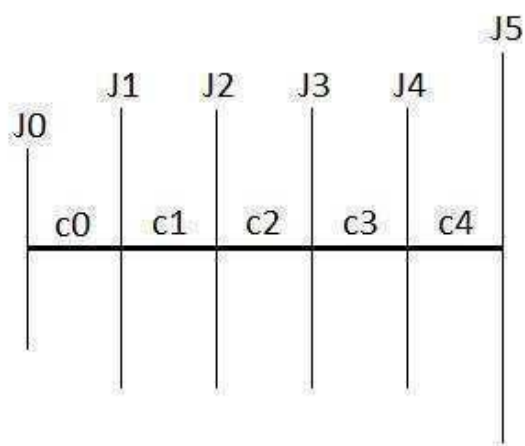
- hmoty klikového ústrojí jsou redukovány do os válců
- délky jsou konstantní, nezávislé na čase
- hmoty jsou konstantní, nezávislé na čase
- hřídel je nehmotná



*Obr. 20 Původní klikový mechanismus a jemu odpovídající náhradní torzní soustava [1]*

### 6.1 SESTAVENÍ NÁHRADNÍHO TORZNÍHO SYSTÉMU BEZ TLUMIČE TORZNÍCH KMITŮ

Jak je uvedeno výše, pro řešení úlohy torzního kmitání je potřeba stanovit náhradní dynamicky ekvivalentní model a také stanovit parametry tohoto modelu. Na obr. 21 je znázorněn dynamický model klikového mechanismu vyšetřovaného čtyřválcového motoru, pro který budu dále provádět výpočty.

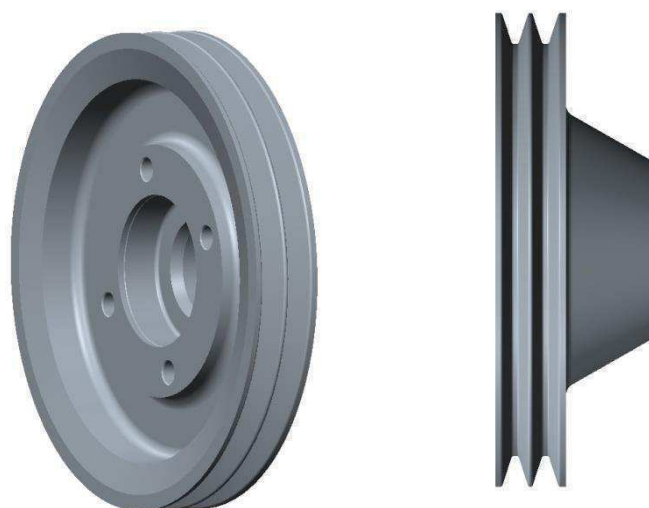


Obr. 21 Náhradní torzní model klikového mechanismu řadového čtyřválcového motoru bez tlumiče torzních kmitů

## 6.2 STANOVENÍ MOMENTŮ SETRVAČNOSTI

Při určování parametrů torzního modelu je nutno zjistit hodnoty momentů setrvačnosti jednotlivých kotoučů  $J$ , které nahrazují v dynamickém modelu jednotlivá zalomení klikového hřídele, řemenice a setrvačnicku a hodnoty torzní tuhosti  $c$  mezi jednotlivými kotouči modelu.

Na obr. 21 jsou písmenem  $J$  označeny momenty setrvačnosti. Z toho indexem 0 je označen moment setrvačnosti řemenice a moment setrvačnosti tohoto konce. V zadání práce byl poskytnut výkres řemenice, která bude u tohoto motoru použita, takže stačilo v 3D programu Creo Parametric 2.0 vymodelovat příslušný model obr. 22, ze kterého jsem následně určil její moment setrvačnosti.



Obr. 22 3D model řemenice

Pomocí indexů 1-4 jsou označeny momenty setrvačnosti jednotlivých zalomení klikové hřídele. Protože jsou jednotlivá zalomení shodná, potom budou shodné i jejich momenty setrvačnosti  $J$ . Jednotlivá zalomení klikové hřídele jsou vždy ještě spojena s příslušnou ojnicí a pístní skupinou, je třeba určit hodnotu momentu setrvačnosti  $J_1$  až  $J_4$  jako redukci rotačních

a posuvných částí a soustředit tuto hmotu do jednoho kotouče s konstantním momentem setrvačnosti  $J$ . Je však nutné, aby tento náhradní kotouč měl stejnou kinetickou energii jako příslušná část klikového ústrojí. [1]

Pomocí indexu 5 je označen moment setrvačnosti setrvačnicku motoru a zadního konce klikové hřídele. 3D model setrvačnicku (obr. 23) byl vymodelován v programu Creo Parametric 2.0 podle výkresové dokumentace dodané vedoucím práce.



Obr. 23 3D model setrvačnicku

Tab. 3 Zjištěné momenty setrvačnosti po vymodelování 3D modelů těchto částí

Část klikové hřídele	Označení	Moment setrvačnosti [kg·m <sup>2</sup> ]
Řemenice	$J_{rem}$	0,01592
Volný konec	$J_{0m}$	0,00158
První zalomení	$J_{1m}$	0,02083
Druhé zalomení	$J_{2m}$	0,02083
Třetí zalomení	$J_{3m}$	0,02083
Čtvrté zalomení	$J_{4m}$	0,02083
Zadní konec	$J_{5m}$	0,00446
Setrvačnick	$J_{set}$	1,11876

### 6.3 REDUKCE HMOTNOSTNÍCH PARAMETRŮ

Podle charakteru pohybu se hmotnosti klikového mechanismu rozdělují na posuvné a rotační. Před samotným sestavením matice momentů setrvačnosti je potřeba provést redukci pro oba tyto pohyby. Výsledné redukované momenty setrvačnosti se vztahují k ose otáčení klikové hřídele a uvažuje se, že hmotnosti částí jsou soustředěné v ose ojnicního čepu. Při redukci musí platit předpoklad, že kinetická energie náhradní soustavy je stejná jako u původní

soustavy [4]. Výpočet redukovaných hmotnostních parametrů je podrobněji uveden v příloze 1.

### 6.3.1 REDUKCE ROTAČNÍCH HMOT

Je nutné redukovat rotační část ojnice a jednotlivé zalomení klikového hřídele. Moment setrvačnosti rotačních částí ojnice  $J_{rot}$  lze vypočítat podle vztahu [4]:

$$J_{rot} = m_2 \cdot r^2 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2], \quad (20)$$

kde  $m_2$  je hmotnost rotačního podílu ojnice,  $r$  je poloměr zalomení klikové hřídele.

Hmotnost rotačního podílu ojnice byla součástí zadání.

### 6.3.2 REDUKCE POSUVNÝCH HMOT

Redukovaná hmota posuvných částí je složena z hmotnosti pístu, pístního čepu a posuvné hmotnosti ojnice. Moment setrvačnosti posuvných částí ojnice  $J_{pos}$  se určí podle vzorce [4]:

$$J_{pos} = (m_{psk} + m_1) \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right) \cdot r^2 \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2], \quad (21)$$

kde  $m_{psk}$  je hmotnost pístu a pístního čepu,  $m_1$  určuje hmotnost posuvného podílu ojnice a  $\lambda$  je ojnicí poměr.

Hmotnost posuvného podílu ojnice byla taktéž zadána.

### 6.3.3 VÝSLEDNÝ REDUKOVANÝ MOMENT SETRVAČNOSTI

Redukovaný moment jednoho zalomení  $J_{red}$  lze vypočítat podle vzorce [4]:

$$J_{red} = J_{pos} + J_{rot} + J_z \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2], \quad (22)$$

kde  $J_z$  udává moment setrvačnosti jednoho zalomení.

### 6.3.4 REDUKCE HMOT NA ZADNÍM KONCI HŘÍDELE

Po redukci jednotlivých zalomení je potřeba redukovat také hmoty na straně setrvačnicku. Redukce se určí [4]:

$$J_5 = J_{5m} + J_{set} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2], \quad (23)$$

kde  $J_{set}$  je moment setrvačnosti setrvačnicku a  $J_{5m}$  je moment setrvačnosti části klikové hřídele pro upevnění setrvačnicku.

### 6.3.5 REDUKCE HMOT NA VOLNÉM KONCI HŘÍDELE

Stejný postup jako u redukce hmot u setrvačnicku uplatníme i u redukce hmot na volném konci klikové hřídele. Redukce hmot se stanoví [4]:

$$J_0 = J_{0m} + J_{rem} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}^2], \quad (24)$$

kde  $J_{rem}$  je moment setrvačnosti řemenice a  $J_{0m}$  stanovuje moment setrvačnosti části klikové hřídele pro upevnění řemenice.

Tab. 4 Redukované momenty setrvačnosti

Část klikové hřídele	Označení	Moment setrvačnosti [kg·m <sup>2</sup> ]
Volný (přední) konec	$J_0$	0,018
První zalomení	$J_1$	0,032
Druhé zalomení	$J_2$	0,032
Třetí zalomení	$J_3$	0,032
Čtvrté zalomení	$J_4$	0,032
Zadní konec	$J_5$	1,123

## 6.4 REDUKCE DÉLKOVÝCH PARAMETRŮ

Po redukcí hmotnostních parametrů je potřeba ještě redukovat parametry délkové. Při redukcí délkových parametrů jde o to, že náhradní klikový hřídel se musí při působení stejně velkého krouticího momentu ve stejné délce natočit o stejný úhel jako hřídel skutečný. Musí mít tedy stejnou pružnost. [4, 5]

Hlavními parametry je redukovaný průměr  $D_{red}$  a redukovaná délka  $L_{red}$ . Redukovaný průměr klikové hřídele má většinou rozměr totožný s průměrem hlavních ložisek  $D_{hc} = D_{red} = 80$  mm.

Při výpočtu redukovaných délek klikové hřídele se počítá se zjednodušeným předpokladem působení prostého krutu. Výpočet se uskutečňuje pomocí vzorců, které byly v minulosti stanoveny pomocí pokusů a měření. Je potřeba redukovat jak jednotlivé délky zalomení klikové hřídele, tak i délky hřídele řemenice a setrvačnicku. [4, 5] Výpočet redukovaných délkových parametrů je podrobněji uveden v příloze 1.

### 6.4.1 REDUKCE DÉLKY ZALOMENÍ KLIKOVÉ HŘÍDELE

Redukovaná délka jednoho zalomení  $L_{redz}$  se vypočte [5]:

$$L_{redz} = D_{red}^4 \cdot \left( \frac{L_{hc}}{D_{hc}^4} + \frac{L_{oc}}{D_{oc}^4} + \frac{2 \cdot \pi}{32} \cdot \frac{E}{G} \cdot \frac{R_0}{L_w \cdot B^3} \right) \text{ [mm]}, \quad (25)$$

kde  $D_{red}$  představuje redukovaný průměr klikové hřídele, průměr  $D_{hc}$  odpovídá průměru hlavního čepu, průměr  $D_{oc}$  ojnicímu čepu,  $L_{hc}$  a  $L_{oc}$  jsou délky těchto čepů,  $E$  je modul pružnosti v tahu,  $G$  je modul pružnosti ve smyku pro materiál klikové hřídele,  $R_0$  značí rozteč hlavního a ojnicího čepu,  $L_w$  označuje průměrnou šířku ramene zalomení a  $B$  udává průměrnou šířku ramene promítnutého do bokorysu.

Tento vzorec neposkytuje dostatečně přesné ztvárnění délky, proto je vhodnější použít jiný vzorec, který tento parametr zahrnuje. Redukce zalomení klikové hřídele byl proto stanoven pomocí vztahu Ker-Wilson, který zní [5]:



$$L_{redz} = D_{red}^4 \cdot \left[ \frac{L_{hc} + 0.4 \cdot D_{hc}}{D_{hc}^4} + \frac{L_{oc} + 0.4 \cdot D_{oc}}{D_{oc}^4} + \frac{r - 0.2 \cdot (D_{oc} + D_{hc})}{L_{ram} \cdot b_{ram}^2} \right] [\text{mm}], \quad (26)$$

kde  $D_{red}$  udává redukovaný průměr klikové hřídele,  $D_{hc}$  odpovídá průměru hlavního čepu,  $D_{oc}$  je průměr ojnicního čepu,  $L_{hc}$  je šířka hlavního čepu,  $L_{oc}$  je šířka ojnicního čepu,  $L_{ram}$  představuje tloušťku ramene zalomení a  $b_{ram}$  odpovídá šířce ramene kliky.

#### 6.4.2 REDUKCE DÉLKY HŘÍDELE NA STRANĚ ŘEMENICE

Je potřeba však redukovat celou délku klikové hřídele, proto je nutno vypočítat redukovanou délku mezi řemenicí a prvním zalomením klikové hřídele. Redukovanou délku lze určit podle vzorce [5]:

$$L_{redr} = (l_{nab} + \xi \cdot d_1) \cdot \frac{D_{red}^4}{d_1^4} + \left( \frac{L_{hc}}{2} - \xi \cdot d_1 \right) \cdot \frac{D_{red}^4}{D_{hc}^4} [\text{mm}], \quad (27)$$

kde  $l_{nab}$  je volná délka náboje pro řemenici,  $\xi$  je součinitel vyjadřující poměr mezi  $d_1$  a  $D_{hc}$  (v našem případě je  $\xi=0,1$ ),  $L_{hc}$  je šířka hlavního čepu,  $D_{red}$  udává redukovaný průměr klikové hřídele a  $D_{hc}$  odpovídá průměru hlavního čepu.

#### 6.4.3 REDUKCE DÉLKY HŘÍDELE NA STRANĚ SETRVAČNÍKU

Redukce délky mezi posledním zalomením klikové hřídele a setrvačnickem se redukuje podle vzorce [5]:

$$L_{reds} = \frac{L_{hc}}{2} + \frac{L_{redz}}{2} + L_p \cdot \frac{D_{red}^4}{D_p^4} [\text{mm}], \quad (28)$$

kde  $L_p$  udává délku příruby setrvačnicku a  $D_p$  určuje roztečný průměr šroubů setrvačnicku.

### 6.5 STANOVENÍ TORZNÍ TUHOSTI

Po stanovení momentů setrvačnosti je potřeba ještě stanovit torzní tuhosti jednotlivých částí náhradní torzní soustavy. Dalším krokem k určení torzní tuhosti je zjištění polárního momentu setrvačnosti v jednotlivých úsecích. Jako průměr klikové hřídele používáme redukovaný průměr  $D_{red}$ . Základní vztah pro výpočet polárních momentů zní [5]:

$$J_p = \frac{\pi \cdot D_{red}^4}{32} [\text{m}^4], \quad (29)$$

kde  $D_{red}$  je redukovaný průměr klikové hřídele.

Nyní máme vše potřebné pro stanovení torzní tuhosti jednotlivých částí. Ty lze vypočítat podle obecného vztahu [5]:

$$c = \frac{G \cdot J_p}{L_{red}} [\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}]. \quad (30)$$

Ve jmenovateli dosazujeme různé hodnoty redukovaných délek. V místě řemenice dosazujeme redukovanou délku řemenice  $L_{redr}$ , v místě jednotlivých zalomení dosazujeme délku  $L_{redz}$  a v místě setrvačnicku dosazujeme redukovanou délku  $L_{reds}$ . Dostaneme potom hodnoty torzní tuhosti  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  a  $c_4$ . Podrobnější výpočet torzních tuhostí se nachází v příloze 1.

*Tab. 5 Vypočtené torzní tuhosti*

Jednotlivé úseky	Hodnota tuhosti [N·m·rad <sup>-1</sup> ]
$c_0$	$3,613 \cdot 10^5$
$c_1$	$1,366 \cdot 10^6$
$c_2$	$1,366 \cdot 10^6$
$c_3$	$1,366 \cdot 10^6$
$c_4$	$1,847 \cdot 10^6$

## 7 VLASTNÍ TORZNÍ KMITÁNÍ DYNAMICKÉHO MODELU

Vlastním, též nazývaným jako volným, kmitáním soustavy se označuje takový harmonický pohyb, který se po počátečním impulsu v soustavě udržuje bez působení vnějších sil a odporů. Tento pohyb je určen frekvencí kmitání (počet kmitů za časovou jednotku) a maximálními výchylkami (amplitudami) jednotlivých hmot. Hodnoty frekvencí a maximálních výchylek jsou závislé především na momentech setrvačnosti a na tuhostech. Velikost výchylek jednotlivých hmot je závislá na počátečním impulsu. Proto nám stačí určit poměrné výchylky vztahované k výchylce první hmoty. Jednotlivé poměrné výchylky nám nad osou hřídele určují křivku, která se nazývá výkmitová čára. Ta nám charakterizuje tvar vlastního kmitání dynamického modelu. Na hřídeli se pak nachází jedno místo, které má nulové kmity – nazýváme jako vibrační uzel. Klikové hřídele motorů mohou kmitat se dvěma nebo více uzly. [1]

Při výpočtu vlastních torzních kmitů se vychází ze základní Lagrangeovy pohybové rovnice, která v maticovém tvaru zní:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \cdot \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{Q}. \quad (31)$$

Lze předpokládat, že při určení vlastního torzního kmitání se jedná o volné netlumené kmitání, potom je  $\mathbf{K}=\mathbf{0}$  a na systém nepůsobí žádné vnější síly, pak je  $\mathbf{Q}=\mathbf{0}$ . Po dosazení těchto hodnot do základní Lagrangeovy pohybové rovnice má tvar:

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \cdot \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (32)$$

Matice  $\mathbf{M}$  [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ] je matice momentů setrvačnosti. Tato matice je diagonální a její tvar zní [1]:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} J_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_5 \end{pmatrix} \quad (33)$$

Matice  $\mathbf{C}$  [ $\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$ ] představuje matici tuhosti. Její tvar zní [1]:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 \end{pmatrix} \quad (34)$$

a  $\mathbf{q}$  je vektor zobecněných souřadnic ve tvaru [1]:

$$\mathbf{q} = \mathbf{x} \cdot e^{j\Omega t}, \quad (35)$$

kde  $\mathbf{x}$  je vektor amplitud,  $j$  je imaginární jednotka a  $\Omega$  je úhlová frekvence. Po dosazení a úpravě do základní Lagrangeovy pohybové rovnice dostaneme tvar [6]:

$$(\mathbf{C} - \Omega^2 \cdot \mathbf{M}) \cdot \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (36)$$

Pokud chceme převést tento vztah na problém vlastních čísel, je potřeba rovnici vynásobit zleva maticí  $\mathbf{M}^{-1}$  a získáme tvar rovnice [6]:

$$(\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{C} - \Omega^2 \cdot \mathbf{I}) \cdot \mathbf{x} = \mathbf{0}, \quad (37)$$

kde  $\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{C}$  je čtvercová matice,  $\Omega^2$  jsou vlastní čísla a  $\mathbf{I}$  je jednotková matice.

Zápis tzv. standardního problému vlastních čísel zní [6]:

$$(\mathbf{A} - \lambda \cdot \mathbf{I}) \cdot \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (38)$$

Z předchozích rovnic je zřejmé, že kořeny  $\Omega^2$  jsou vlastní čísla matice  $\mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{C}$ . Vlastní úhlové frekvence dynamického systému jsou rovny druhým mocninám vlastních čísel. Vlastní tvary kmitání jsou pak dány vlastními vektory této rovnice. [6]

Frekvenci vlastního kmitání  $N$  můžeme určit z úhlové rychlosti vlastního kmitání a její vztah zní [6]:

$$N = \frac{\Omega}{2 \cdot \pi} \text{ [Hz]}. \quad (39)$$

## 7.1 VLASTNÍ TORZNÍ KMITÁNÍ

Velikost amplitud jednotlivých hmot závisí na počátečním impulsu. Poměrné amplitudy  $a_i$  jsou vztaženy k amplitudě řemenice  $x_0$  a můžeme je určit podle vztahu [1]:

$$a_i = \frac{x_i}{x_0} [-], \quad (40)$$

kde  $x_i$  je velikost amplitudy následující hmoty.

Vlastní tvary jsou však poměrnými veličinami, proto volíme první člen vektoru jako jednotkový  $a_1=1$ . Získané vlastní vektory budou v normovaném tvaru. Získané poměrné amplitudy nám určují křivku, nazývanou výkmitová čára, charakterizující vlastní tvar kmitání. Klikový hřídel nám může kmitat s jedním, dvěma nebo více uzly. Podle toho rozlišujeme vlastní kmitání prvního stupně (jednouzlové), druhého stupně (dvouzlové) či vícestupňové (více uzlů). V závislosti na počtu hmot soustavy  $n$ , může být počet možných stupňů kmitání  $(n-1)$ . [1]

V praxi u motorů s jedním setrvačником se můžeme zabývat pouze vlastním kmitáním jednouzlovým a jeho vlastní frekvencí. Až v případě, že je k hřídeli připojena ještě další hmota, potom je důležité kmitání dvouuzlové. [1]

## 7.2 VÝPOČET FREKVENCÍ VLASTNÍHO TORZNÍHO KMITÁNÍ VÍCEHMOTOVÉ SOUSTAVY

Pro výpočet těchto frekvencí vlastního torzního kmitání je vhodné použít Holzerovu iterační metodu. Poměrnou amplitudu pro vícehmotovou torzní soustavu můžeme vyjádřit [1]:

$$a_{i+1} = a_i - \frac{1}{C_i} \cdot \sum_{j=1}^i \Omega^2 \cdot J_j \cdot a_j, \quad (41)$$

kde  $a_i$  udává poměrnou amplitudu,  $\Omega$  je vlastní úhlová rychlost a  $J_i$  udává moment setrvačnosti  $i$ -tého kotouče torzního modelu.

Na začátku výpočtu je potřeba provést odhad hodnoty  $\Omega$  a zvolit hodnotu  $a_i$ . Nejčastěji se volí  $a_i=1$ . Pokud byl proveden odhad  $\Omega$  správně, potom platí, že součet všech zrychlujících momentů jednotlivých hmot soustavy je nulový podle vztahu (42) . [1]

$$\sum_{j=1}^n \Omega^2 \cdot J_j \cdot a_j = 0, \quad (42)$$

kde  $n$  je počet kotoučů torzního modelu.

Většinou se ale netrefíme do správné hodnoty, potom tento vztah udává zbytkový moment. Zbytkový moment nám určuje to, o kolik se liší hodnota  $\Omega$  od správné hodnoty. V dalším kroku je potřeba tento výpočet opakovat s opravenou hodnotou  $\Omega$ . [1]

Vedoucím práce byl poskytnut program HOLZER.exe, který využívá právě Holzerovu metodu. Pomocí tohoto programu jsem vypočetl vlastní frekvence, jejich příslušné otáčky a vlastní tvary kmitání.

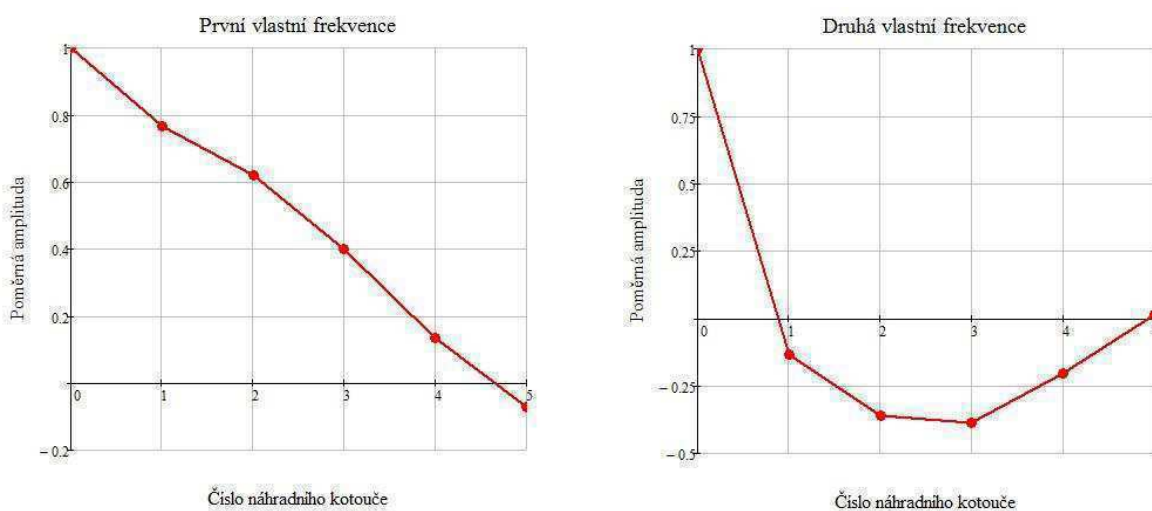
Jako vstupní hodnoty do programu bylo potřeba uvést počet hmotných kotoučů, počet vlastních frekvencí, které chceme vypočítat, momenty setrvačnosti kotoučů a torzní tuhosti jednotlivých úseků klikové hřídele.

## 7.3 SROVNÁNÍ VLASTNÍHO TORZNÍHO KMITÁNÍ

Nejprve jsem vypočetl vlastní torzní kmitání podle výše uvedených vztahů v kapitole 7.1. Podrobné výpočty jsou uvedeny v příloze 1. V tab. 6 jsou uvedeny vypočtené hodnoty poměrných amplitud první a druhé vlastní frekvence, v tab. 7 jsou uvedeny vypočtené hodnoty vlastní frekvence.

Tab. 6 Vypočtené poměrné amplitudy vlastního kmitání

Číslo náhradního kotouče	První vlastní frekvence	Druhá vlastní frekvence
0	1	1
1	0,767	-0,132
2	0,619	-0,359
3	0,400	-0,388
4	0,136	-0,204
5	-0,071	0,015



Obr. 24 Tvary vlastního kmitání

Z výsledků je patrné, že první vlastní frekvence protíná osu  $x$  v jednom bodě – jedná se o jedouzlové kmitání. Za to druhá vlastní frekvence protíná osu  $x$  ve dvou bodech – jde o dvouzlové kmitání.

Tab. 7 Vypočtené vlastní frekvence pomocí vzorců

Parametr	Značka	Hodnota	Jednotka
Vlastní frekvence (první vlastní frekvence)	$\Omega_1$	2194	rad/s
Vlastní frekvence (druhá vlastní frekvence)	$\Omega_2$	4834	rad/s
Vlastní úhlová frekvence (první vlastní frekvence)	$N_1$	20940	1/min
Vlastní úhlová frekvence (druhá vlastní frekvence)	$N_2$	46160	1/min

Pomocí programu HOLZER provedl výpočet první a druhou poměrnou amplitudu, výsledek je zobrazen na obr. 25.

```

>> NATURAL FREQUENCY CALCULATION <<
*****
Vlastní frekvence motoru ZETOR bez tlumiče kmitů

MOMENTS of INERTIA [kg*m**2]
J1: 0.018000 J2: 0.032000 J3: 0.032000 J4: 0.032000
J5: 0.032000 J6: 1.123000 J

TORSIONAL STIFFNESSES [N*m/rad]
C1: 361300.0 C2: 1366000.0 C3: 1366000.0 C4: 1366000.0
C5: 1847000.0 C

1. NATURAL FREQUENCY [rad/s]: 2187.77 ( => N1 = 20891.7 1/min )

RELATIVE AMPLITUDES:
A1: 1.00000
A2: 0.76154
A3: 0.61309
A4: 0.39589
A5: 0.13430
A6: -0.07031

2. NATURAL FREQUENCY [rad/s]: 4797.91 ( => N2 = 45816.7 1/min )

RELATIVE AMPLITUDES:
A1: 1.00000
A2: -0.14685
A3: -0.37100
A4: -0.39507
A5: -0.20610
A6: 0.01586

```

Obr. 25 Výpočet první a druhé poměrné amplitudy

Tab. 8 Vypočtená vlastní frekvence pomocí programu HOLZER

Parametr	Značka	Hodnota	Jednotka
Vlastní frekvence (první vlastní frekvence)	$\Omega_1$	2188	rad/s
Vlastní frekvence (druhá vlastní frekvence)	$\Omega_2$	4798	rad/s
Vlastní úhlová frekvence (první vlastní frekvence)	$N_1$	20892	1/min
Vlastní úhlová frekvence (druhá vlastní frekvence)	$N_2$	45817	1/min

Porovnáním vypočítaných hodnot pomocí vzorců (přehledný výpočet se nachází v příloze) s výpočtem pomocí programu HOLZER je vidět, že poměrné amplitudy a vlastní frekvence se pro první a druhou vlastní frekvenci shodují. Proto je možné pokračovat ve výpočtu vynuceného torzního kmitání.

## 8 VYNUCENÉ TORZNÍ KMITÁNÍ DYNAMICKÉHO MODELU

Vlastní torzní kmitání vlivem tlumení po krátkém čase vymizí. Proto pro nás není tak nebezpečné. Periodicky proměnný krouticí moment na jednotlivých klikách však způsobí vynucené kmitání klikového hřídele, které může být nebezpečné z důvodu snižování životnosti klikové hřídele. Základem vynuceného kmitání je znalost průběhu krouticího momentu (obr. 7) na jednom zalomení klikové hřídele. [1, 6]

### 8.1 HARMONICKÁ ANALÝZA BUDICÍHO MOMENTU

Budící moment je krouticí moment složený z momentu vyvolaného setrvačnými silami posuvných hmot a silami od tlaku plynů. Průběh momentu se periodicky mění v závislosti na úhlu natočení klikové hřídele. U čtyřdobého motoru se vždy opakuje po  $720^\circ$ , tj. po dvou otáčkách klikové hřídele. Výsledný moment můžeme zapsat periodickou funkcí, kterou můžeme vyjádřit Fourierovou řadou. Mluvíme o harmonické analýze krouticího momentu. Výslednými grafy jsou sinusovky, které mají různou amplitudu a jsou vůči sobě fázově posunuty. Řád harmonické složky  $\kappa$  udává, kolik má harmonická složka period za jednu otáčku klikové hřídele. U čtyřdobých motorů je řád harmonické složky  $\kappa$  dán celistvým násobkem jedné poloviny. Lze ho vypočítat pomocí vztahu [1, 3]:

$$\kappa_k = \frac{1}{2} \cdot k \quad [-], \quad k=1, 2, 3, \dots, n. \quad (43)$$

Maximální vydatnost rezonance je při hlavních řádech harmonické složky. U čtyřdobých řadových motorů lze vypočítat hlavní řády harmonické složky podle vztahu [1, 3]:

$$\kappa_H = \frac{z}{2} \cdot k, \quad (44)$$

kde  $z$  určuje počet válců motoru a  $k$  udává harmonickou složku.

Hlavní řády harmonické složky pro čtyřválcový motor určené pomocí předchozího vzorce tedy jsou:  $\kappa_H = 2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots, n$ . Se stoupajícím řádem klesá amplituda budících momentů, a proto budeme uvažovat jako maximální řád  $\kappa_H = 12$ . [1, 3]

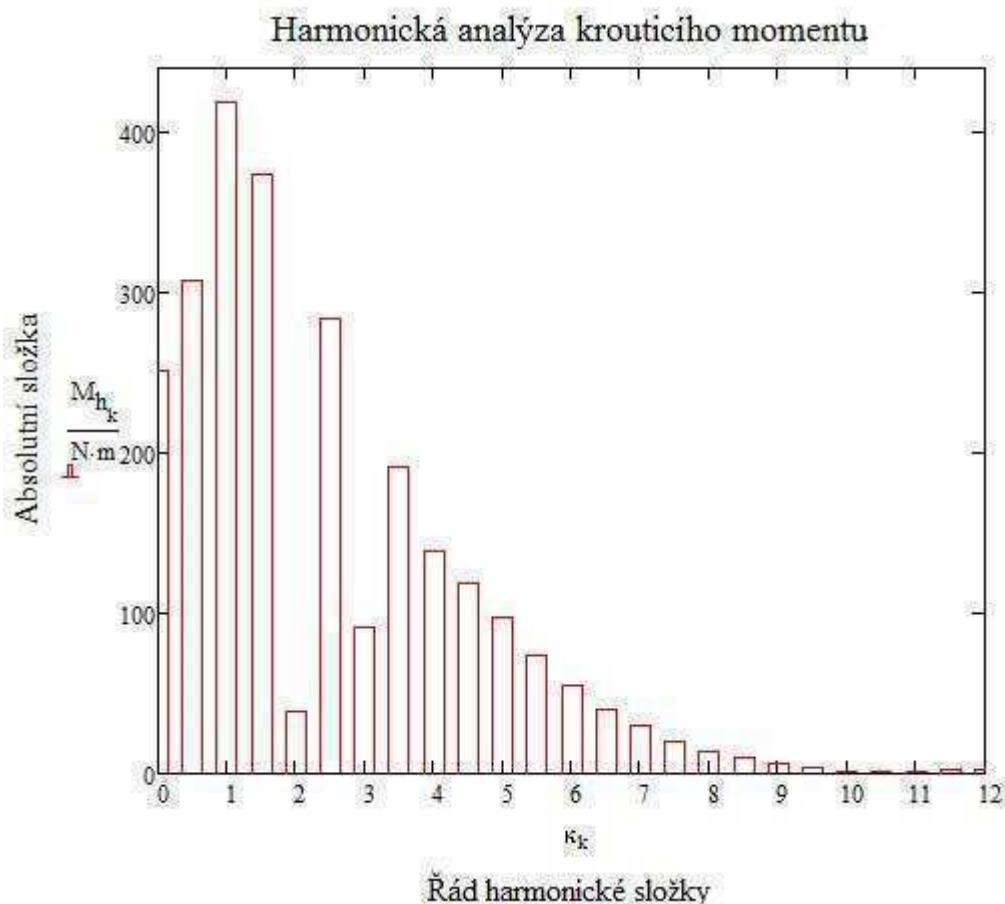
Amplitudy momentu příslušných harmonických složek se určí pomocí vztahu [1, 3]:

$$M_{h_k} = \frac{2}{n} \cdot \sum_{j=0}^{n-1} M_{k_j} \cdot e^{i \cdot (2 \cdot \pi \cdot \frac{j}{n}) \cdot k} \quad [\text{N} \cdot \text{m}], \quad (45)$$

kde  $n$  určuje počet vzorků,  $j$  značí číslo vzorku,  $M_{k_j}$  označuje jednotlivé budící momenty a  $i$  je imaginární jednotka.

Harmonická analýza pro řešený čtyřválec je podrobně vypočítána v příloze. Výsledný průběh harmonické analýzy krouticího momentu je zobrazen na obr. 26.





Obr. 26 Harmonická analýza krouticího momentu

## 8.2 KRITICKÉ OTÁČKY

Každá z harmonických složek budícího momentu řádu  $\kappa$  vyvolá nezávisle na ostatních složkách vynucené torzní kmitání klikového hřídele kmitajícího s frekvencí shodnou s frekvencí uvažované harmonické složky. Při úhlové rychlosti otáčení  $\omega$  má harmonická složka řádu  $\kappa$  úhlovou frekvenci o velikosti  $\kappa \cdot \omega$ . Jestliže bude tato získaná frekvence shodná s úhlovou frekvencí  $\Omega$  vlastních torzních kmitů soustavy, potom nastává rezonance a musí platit [1]:

$$\Omega = \kappa \cdot \omega. \quad (46)$$

Lze tento vztah upravit tak, že místo úhlové rychlosti můžeme dosazovat otáčky motoru. Vztah pro frekvenci vlastního torzního kmitání potom bude mít tvar [1]:

$$N = \frac{30 \cdot \Omega}{\pi} [\text{min}^{-1}]. \quad (47)$$

Při rezonanci dochází k rychlému nárůstu torzních výchylek klikového hřídele. Je však potřeba tyto výchylky tlumit, aby nedošlo k poškození hřídele. Kritické otáčky můžeme vypočítat pomocí vztahu [1]:

$$n_{krit} = \frac{N}{\kappa} \text{ [min}^{-1}\text{]}, \quad (48)$$

kde  $N$  jsou otáčky odpovídající vlastní frekvenci kmitání soustavy. Při vydatné rezonanci, kdy dochází k tomu, že torzní výchylky překročí hranici pevnosti klikového hřídele, pak tyto otáčky nazýváme kritickými.

Výpis vypočtených kritických otáček je uveden v tab. 9. Došlo k výpočtu kritických otáček do řádu  $\kappa=12$ . Jako  $n_{kr1}$  jsou kritické otáčky pro první vlastní frekvenci, jako  $n_{kr2}$  jsou kritické otáčky pro druhou vlastní frekvenci. Řešený motor pracuje při provozních otáčkách 1000 – 2400  $\text{min}^{-1}$ . Tučně jsou vyznačené hlavní řády harmonických složek, což jsou u čtyřválců celá sudá čísla. Červeně jsou vyznačeny kritické otáčky, které leží v provozním spektru otáček motoru.

Tab. 9 Kritické otáčky motoru

Řád harmonické složky $\kappa$ [-]	Kritické otáčky $n_{kr1}$ [ $\text{min}^{-1}$ ]	Kritické otáčky $n_{kr2}$ [ $\text{min}^{-1}$ ]
0,5	41886	92324
1	20943	46162
1,5	13962	30775
<b>2</b>	<b>10471</b>	<b>23081</b>
2,5	8377	18465
3	6981	15387
3,5	5984	13189
<b>4</b>	<b>5236</b>	<b>11540</b>
4,5	4654	10258
5	4189	9232
5,5	3808	8393
<b>6</b>	<b>3490</b>	<b>7694</b>
6,5	3222	7102
7	2992	6595
7,5	2792	6155
<b>8</b>	<b>2618</b>	<b>5770</b>
8,5	2464	5431
9	2327	5129
9,5	2205	4859
<b>10</b>	<b>2094</b>	<b>4616</b>
10,5	1995	4396
11	1904	4197
11,5	1821	4014
<b>12</b>	<b>1745</b>	<b>3847</b>

Z tabulky hodnot kritických otáček pro první a druhou vlastní frekvenci je patrné, že všechny uvedené kritické otáčky druhé vlastní frekvenci do řádu  $\kappa=12$  leží mimo provozní otáčky

motoru. Jako nebezpečné otáčky pro první vlastní frekvenci se dají nazvat otáčky odpovídající řádu harmonických složek  $\kappa = 9$  a více. Tyto otáčky jsou pro přehlednost vyznačeny červeně.

### 8.3 VYDATNOST REZONANCE

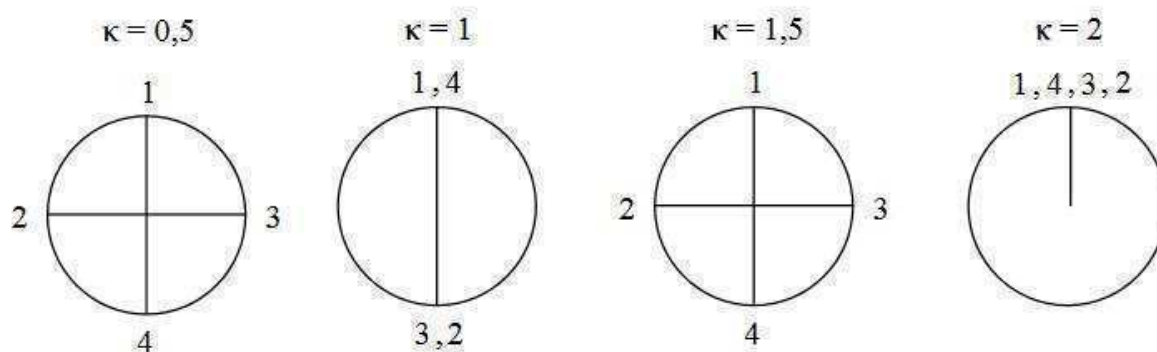
Rezonance nastává, kdy frekvence vlastního kmitání hřídele souhlasí s frekvencí vynuceného kmitání. Při rezonanci je nakroucení hřídele teoreticky nekonečné, pokud zanedbáme tlumení. Torzní kmity při rezonanci dosahují vysokých hodnot. Pokud se u spalovacího motoru vyskytne rezonance a kritické otáčky motoru, pak dochází ke chvění a vyřazování hluku celého motoru. Tyto vlivy nám negativně ovlivňují např. časování ventilů, které má za následek nepravidelný chod motoru [4].

Při rezonančním kmitání je tvar výkmitové čáry podobný jako je tvar výkmitové čáry vlastního torzního kmitání. Vydatnost rezonance se dá stanovit jak grafickým řešením, tak i řešením pomocí softwaru. Pomůckou pro určení vydatnosti rezonancí mohou být směrové hvězdice vektorů  $a_i$  pro různé řády harmonické složky. Pořadí zapalování je 1-3-4-2, úhel mezi dvěma po sobě následujícími vzněty je  $\delta_z = 180^\circ$ . Rozestupy zážehů  $\delta$  jsou pak u tohoto motoru následující:  $0^\circ - 540^\circ - 180^\circ - 360^\circ$ .

Úhel rozestupu směrové hvězdice se vypočte pomocí vztahu[4, 6]:

$$\sigma = \delta \cdot \kappa [^\circ]. \quad (49)$$

Jak již bylo výše uvedeno, hlavní řády harmonických složek u tohoto motoru jsou násobkem dvou, tj.  $\kappa_H = 2, 4, 6, 8, \dots, 12$ . Tím pádem existují čtyři typy směrových hvězdic (obr. 27), pomocí kterých určíme vydatnosti rezonancí.



Obr. 27 Tvary směrových hvězdic

Vydatnost rezonance je určena vektorovým součtem poměrných amplitud. Vydatnost rezonancí se určí pomocí vztahu [4]:

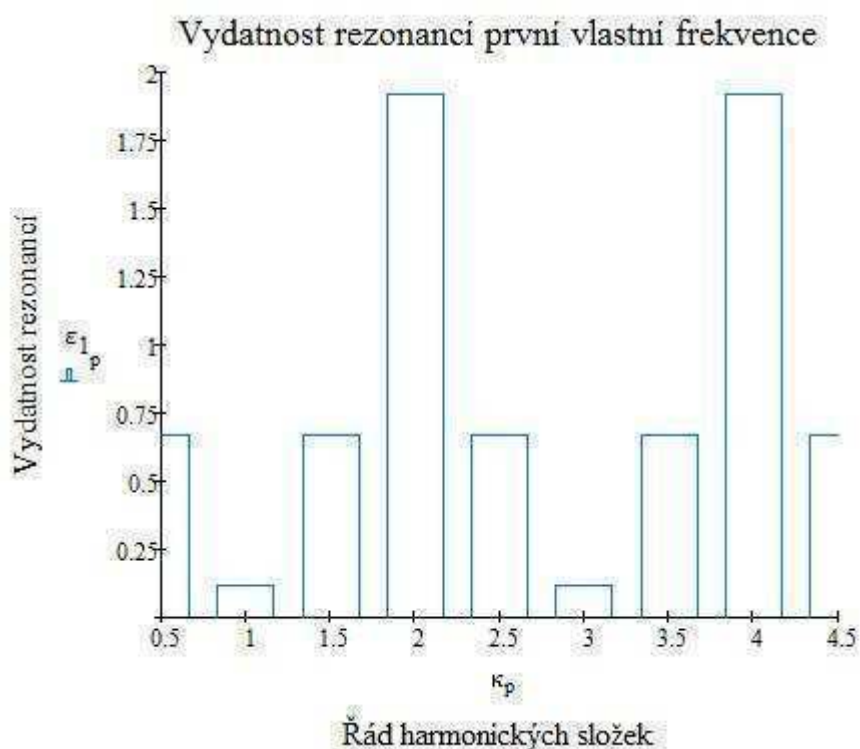
$$\varepsilon_k = \sqrt{\left(\sum_i a_i \cdot \cos(\sigma_i)\right)^2 + \left(\sum_i a_i \cdot \sin(\sigma_i)\right)^2} [-], \quad (50)$$

kde  $i$  je počet poměrných amplitud shodný s počtem válců spalovacího motoru.

Podrobný výpočet vydatnosti rezonancí je uveden v příloze 1. Hodnoty vydatnosti rezonancí pro první a druhou vlastní frekvenci jsou uvedeny v tab. 10.

Tab. 10 Vydatnost rezonancí

Řád harmonické složky $\kappa$ [-]	První vlastní frekvence	Druhá vlastní frekvence
0,5; 2,5; 4,5; 6,5; 8,5; 10,5	0,668	0,078
1; 3; 5; 7; 9; 11	0,115	0,411
1,5; 3,5; 5,5; 7,5; 9,5; 11,5	0,668	0,078
2; 4; 6; 8; 10; 12	1,922	1,082



Obr. 28 Vydatnost rezonancí první vlastní frekvence

Z obr. 28 je patrné, že vydatnost rezonancí je v hlavním řádu harmonických složek značně vyšší, než u ostatních řádů harmonických složek. V těchto bodech vznikají tzv. silné harmonické složky. Směrové vektory těchto složek se nachází na jedné přímce.

#### 8.4 TORZNÍ VÝCHYLKY V REZONANCI

Velikost torzních výchylek v rezonanci je ovlivněna velikostí tlumících odporů  $\zeta$  a velikostí amplitud budících momentů. Tlumení v klikovém mechanismu uskutečňuje převážně pasivními odpory (třením) a vnitřním útlumem (hysterezi) materiálu hřídele. Je hodně složité početně určit přesnou hodnotu součinitele tlumení, proto se při výpočtu amplitudy volí hodnota součinitele tlumení podle konstrukčně podobných motorů, kde už je hodnota součinitele ověřena měřením. [1, 4, 7]

Dalším předpokladem je to, že tlumící odpory jsou malé a v rezonanci je tvar vynuceného kmitání stejný jako tvar vlastní kmitání. Uvažujeme, že je tlumeno jenom kmitání hmot

klikové hřídele, nikoliv však setrvačniku nebo dalších hmot. Amplitudu volného konce klikové hřídele řadového motoru pak můžeme vypočítat [4]:

$$\varphi = \frac{M_h \cdot \varepsilon_k}{\xi \cdot \Omega \cdot \sum_{i=1}^z a_i^2} \text{ [}^\circ\text{]}, \quad (51)$$

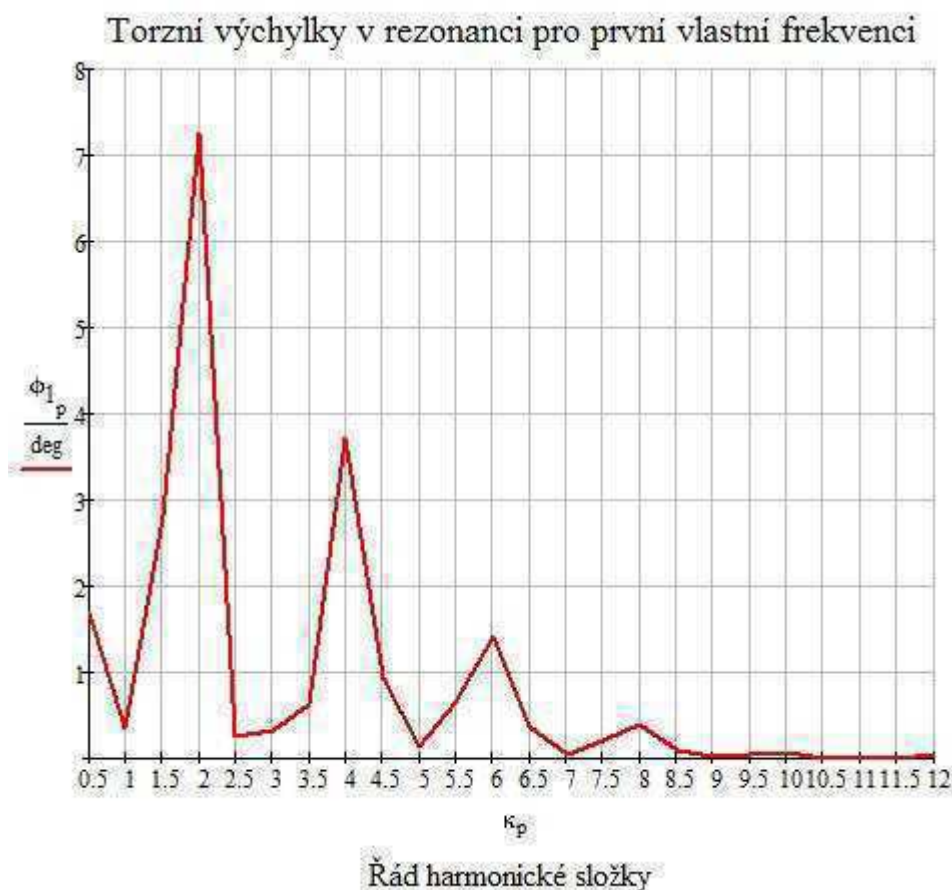
kde  $M_h$  je absolutní hodnota rozkladu budicího momentu a  $\xi$  jsou tlumicí odpory.

Hodnota tlumicích odporů byla stanovena vedoucím práce na  $\xi = 2,25 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$ .

V tab. 11 se nachází vypočtené hodnoty výchylek volného konce klikové hřídele pro první vlastní frekvenci.

Tab. 11 Výchylky volného konce hřídele

Řád harmonické složky $\kappa$ [-]	Kritické otáčky $n_{\text{kr1}}$ [ $\text{min}^{-1}$ ]	Torzní výchylky $\varphi$ [°]
0,5	41886	1,691
1	20943	0,358
1,5	13962	2,825
<b>2</b>	<b>10471</b>	<b>7,258</b>
2,5	8377	0,261
3	6981	0,330
3,5	5984	0,617
<b>4</b>	<b>5236</b>	<b>3,717</b>
4,5	4654	0,939
5	4189	0,138
5,5	3808	0,658
<b>6</b>	<b>3490</b>	<b>1,421</b>
6,5	3222	0,375
7	2992	0,047
7,5	2792	0,203
<b>8</b>	<b>2618</b>	<b>0,400</b>
8,5	2464	0,096
9	2327	0,012
9,5	2205	0,039
<b>10</b>	<b>2094</b>	<b>0,074</b>
10,5	1995	0,009
11	1904	0,001
11,5	1821	0,007
<b>12</b>	<b>1745</b>	<b>0,053</b>

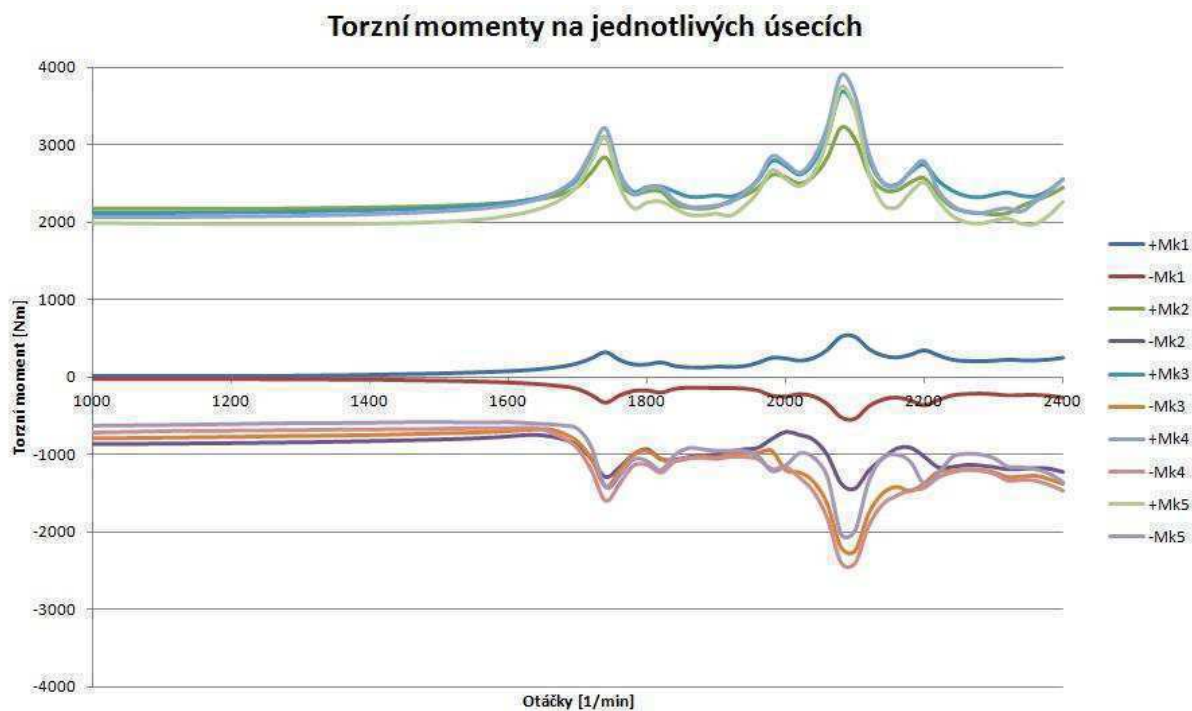


Obr. 29 Torzní výchylky první vlastní frekvence

Největší torzní výchylka pro první vlastní frekvenci se nachází v hlavním řádu harmonických složek pro  $\kappa=2$ . Tento řád je však hodně vzdálen provozním otáčkám motoru (ty jsou vyznačeny červenou barvou). Nejvyšší hodnota zkroucení v provozních otáčkách odpovídá pro řád  $\kappa=10$  a úhel zkroucení pak odpovídá  $\varphi=0,400^\circ$ . Tento řád budeme dále kontrolovat na torzní namáhání. Hodnoty kritických otáček jednotlivých řádů  $\kappa$  druhé vlastní frekvence leží mimo provozní otáčky motoru, proto není nutné je brát do úvahy.

## 8.5 VÝPOČET TORZNÍCH MOMENTŮ

Při torzním kmitání dochází k úhlovým výchylkám jednotlivých úseků klikové hřídele. Z důvodu toho vznikají torzní momenty, které mají za následek značné namáhání klikové hřídele. K určení těchto torzních momentů bylo potřeba využít software zapůjčený vedoucím práce. Pomocí tohoto programu byly stanovené torzní momenty (obr. 30) pro jednotlivá zalomení klikové hřídele pro provozní otáčky motoru ( $1000 - 2400 \text{ min}^{-1}$ ).



Obr. 30 Stanovené torzní momenty na jednotlivých zalomeních

Z grafu je patrné, že nejvyšší hodnoty torzního momentu se nachází na čtvrtém zalomení a to jak v kladné, tak i záporné části. Maximální hodnota v kladné oblasti je 3904 Nm pro otáčky  $2080 \text{ min}^{-1}$ , maximální hodnota v záporné oblasti je -2410 Nm pro otáčky  $2100 \text{ min}^{-1}$ . V porovnání potom krouticí moment dosahuje na každém jednotlivém válci hodnoty pouze 1992 Nm. Krouticí moment vnesený do soustavy torzním kmitáním je až 2krát vyšší. Proto můžeme předpokládat, že moment bude mít značný vliv na namáhání klikové hřídele. Návrh pryžového tlumiče torzních kmitů je nevyhnutelný, předpokládalo se to už při návrhu zadání práce.

## 9 TLUMIČE TORZNÍCH KMITŮ

Motory, které pracují ve velmi malém rozsahu otáček (elektrocentrály a stacionární motory) je možné navrhnout tak, aby kritické otáčky ležely mimo rozsah provozních otáček motoru. Pro motory pracující ve větším rozsahu otáček je problematické navrhnout provozní rozsah otáček tak, aby v tomto rozsahu se nenacházely kritické otáčky. Z důvodu kritických otáček v provozním rozsahu otáček dochází k rezonancím a torznímu kmitání. Pokud nebude torzní kmitání utlumené, může vzniknout až únavové poškození klikové hřídele. Proto dochází k návrhu torzních tlumičů. [1,5,8]

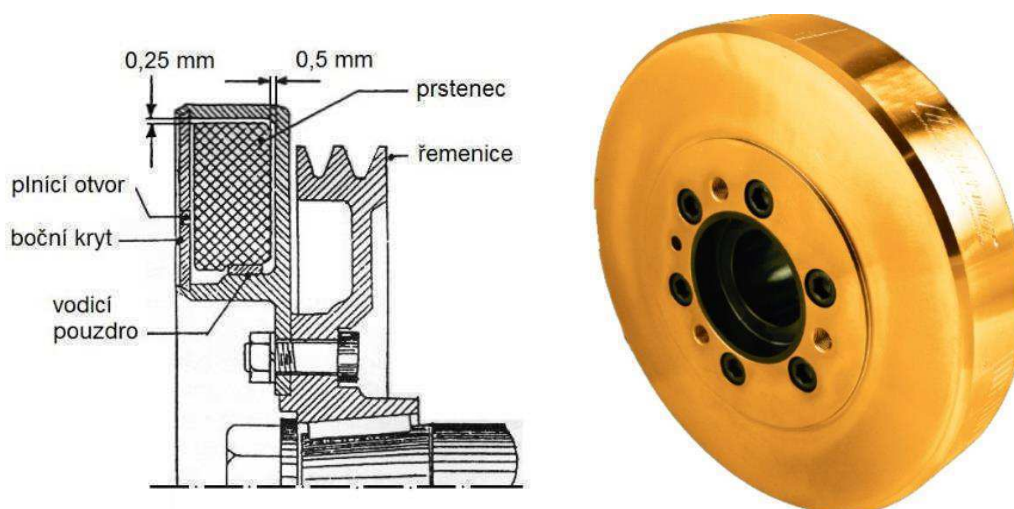
Tlumiče torzních kmitů jsou v podstatě přídavným torzním systémem, který se k torzní soustavě připojuje obvykle v místě největších amplitud torzních výchylek, což většinou bývá na volném konci klikové hřídele. Často jsou vkládány do tělesa řemenice náhonu pomocných agregátů motoru. Pracují na principu odběru části kinetické energie pro vykonání třecí práce. Tím dochází k poklesnutí hodnot amplitud kmitání. Tlumiče jsou složeny z pružného členu a hmoty. Podle konstrukce lze tlumiče rozdělit na [5, 8]:

- Třecí
- Rezonanční
- Dynamické

### 9.1 TŘECÍ TLUMICE

Třecí tlumiče existují v několika konstrukčních variantách a to se suchým třením mezi lamelami, třecí lamely mazané olejem nebo kapalinové tření. V dnešní době se nejčastěji používají třecí tlumiče s kapalinovým třením. Kapalinový viskózní tlumič (obr. 31) je složen z činné hmoty (prsteneček), který se nachází uvnitř elementu tlumiče. Mezi prstencem a skříní se nachází jak v radiálním, tak i axiálním směru vůle v řádech desetin milimetrů. Tento prostor je vyplněn velmi viskózním silikonovým olejem, jehož viskozita se v závislosti na teplotě jen minimálně mění. Konstrukčně jsou tyto tlumiče náročnější. Prsteneček je vložen do skříně tlumiče bočním otvorem, který je potom potřeba zaslepit. Boční kryt bývá nejčastěji zaválcován nebo svařen. Plnění tlumiče silikonovým olejem probíhá přes plnicí otvory, které musí být vhodně utěsněny. Silikonový olej při větších rychlostech a tenkých vrstvách ztrácí mazací vlastnosti, proto bývá prsteneček opatřen vodícími pouzdry z vhodného materiálu (bronz). Při malých vibracích se prsteneček vlivem velké viskozity oleje otáčí společně se skříní. Při větších vibracích dochází k situaci, kdy torzní moment hmoty kotouče překročí třecí moment oleje a odtrhne se od skříně tlumiče. Dochází ke skluzu, které vede ke vzniku tření a energie torzního kmitání se maří na teplo, které pak přechází do okolí. Viskózní tlumič účinně potlačuje torzní kmity v celém provozním rozsahu otáček. [12,13]





Obr. 31 Viskózní tlumič [12,13]

## 9.2 REZONANČNÍ TLUMIČE

Rezonanční tlumiče mají v dnešní době řadu výhod. Mezi základní výhody patří jejich konstrukční jednoduchost, malé výrobní náklady a tlumení torzních kmitů probíhá v širokém rozsahu provozních otáček motoru. Tlumiče se skládají z náboje tlumiče, na který se prostřednictvím navulkanizované vrstvy pryže připojen hmotný kotouč (činná hmota tlumiče). Náboj tlumiče je většinou samotná řemenice, na kterou je pomocí pryže připojen dodatečně hmotný kotouč. Další variantou je řemenice rozdělená na dvě části, na náboj a na ozubení, z nichž jedna část tvoří činnou plochu tlumiče. Torzní vibrace jsou pohlceny deformací pryžové vrstvy. Vzniklá energie je přeměněná na teplo, které přechází do okolí. [12,13]

V porovnání s třecími tlumiči mají vysokou účinnost, která se pohybuje mezi 65-80%. Tlumiče jsou přidávány na místo největší torzní výchylky, což bývá většinou na volný konec klikového hřídele. Mezi rezonanční tlumiče patří pryžový tlumič a rezonanční tlumič s listovými pružinami. [1,8]



Obr. 32 Pryžový tlumič

### 9.2.1 PRYŽOVÝ TLUMIČ TORZNÍCH KMITŮ

Pryžový tlumič (obr. 32) je naladěn na hlavní kritické otáčky a dochází k potlačování torzních kmitů při těchto otáčkách.

Setrvačný kotouč je s volným koncem klikové hřídele spojen gumovým prstencem. Nejčastější upevnění setrvačného kotouče je na řemenici nebo na pomocný kotouč, který je následně přišroubován k řemenici. Pryž tvoří pružný a zároveň tlumící člen torzní soustavy. [1,8,12]

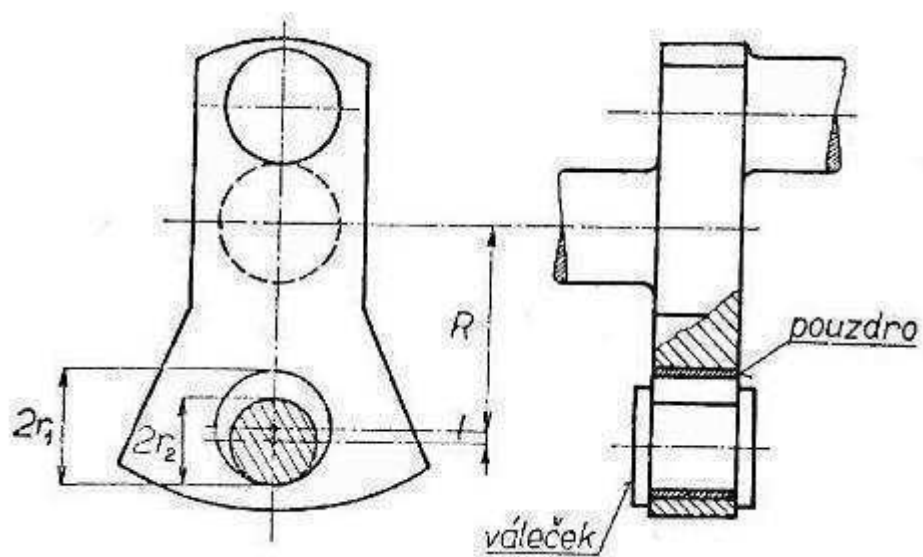
Mezi hlavní výhody tohoto tlumiče jsou malé rozměry, což znamená i malá hmotnost, výrobní jednoduchost a hlavně dokáže tlumit torzní kmitů v širokém rozsahu provozních otáček. [1,12]

Hlavní nevýhoda tlumiče se týká materiálu pružného členu, kdy během provozu motoru dochází ke změně mechanických vlastností pryže. Dochází především ke změně tlumících vlastností v závislosti na teplotě okolí a na stárnutí samotné pryže. Tím může dojít ke změně torzní tuhosti a to může způsobit trvalý nárůst výchylek volného konce klikové hřídele. Ve výsledku může dojít k poškození tlumiče, klikové hřídele a dalších částí motoru. Musíme proto dbát na správný odvod tepla z pryžového členu. [1,12]

### 9.3 DYNAMICKÉ TLUMIČE

Dynamické torzní tlumiče (kyvadlové eliminátory) fungují na principu, že energie kmitů se nemaří, ale dochází ke kompenzaci pomocí přídatného torzního systému (kyvadla). K torznímu systému se připojuje výkyvná hmota tak, aby byla shodná frekvence vlastního kmitání této hmoty s frekvencí budicího momentu. Je však nutné dosáhnout toho, aby frekvence výkyvné hmoty byla úměrná otáčkám klikové hřídele u spalovacích motorů. Tlumiče bývají laděny pro konkrétní řád harmonické složky budicího momentu. Tlumič má za úkol posunout rezonanční frekvence pro daný řád harmonické složky mimo pracovní otáčky motoru. Zrychlení v odstředivém poli rotujícího hřídele je mnohonásobně vyšší než v gravitačním poli Země, postačí pro utlumení torzních kmitů poměrně malé kyvadlo. Největší využití těchto tlumičů je u leteckých motorů. [1,11]

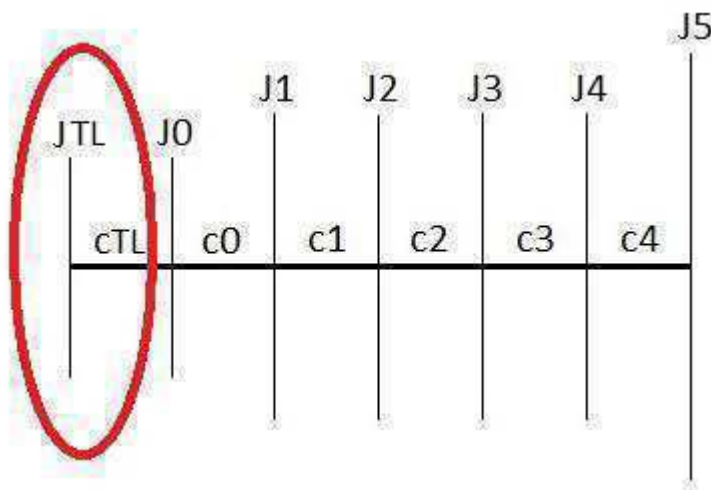
To že se energie nemaří, ale kompenzuje, tím se tyto tlumiče liší od třecí a rezonančních tlumičů. Tyto eliminátory jsou jedny z nejúčinnějších tlumičů. Existují dva typy provedení a to jednovláknové a dvouvláknové kyvadlo. [1,11]



Obr. 33 Dynamický tlumič torzních kmitů [1]

## 10 DYNAMICKÝ MODEL TORZNÍHO SYSTÉMU S TLUMIČEM TORZNÍCH KMITŮ

Na rozdíl od dynamického modelu torzního systému bez tlumiče torzních kmitů je model s tlumičem kmitů opatřen přídatnou činnou hmotou. Postup výpočtu zůstává stejný, akorát došlo k přidání tlumiče na řemenici a tím vytvoření dalšího náhradního kotouče a vznik dalšího úseku klikové hřídele, což je vyznačeno na obr. 34 červeně. Tato oblast výpočtu bude rozdílná, ostatní momenty setrvačnosti a redukované délky zůstávají stejné.



Obr. 34 Náhradní torzní model klikového mechanismu řadového čtyřválcového motoru s tlumičem torzních kmitů

### 10.1 URČENÍ ZÁKLADNÍCH PARAMETRŮ TLUMIČE

Prvním krokem pro učení základních parametrů je potřeba převést vícehmotovou soustavu na energeticky ekvivalentní soustavu jednohmotovou. Jednotlivé momenty setrvačnosti soustavy převedeme na efektivní moment setrvačnosti, který se určí podle vztahu [1]:

$$J_{ef} = \sum_{i=1}^n (J_i \cdot a_{ii}^2) \text{ [kg} \cdot \text{m}^2\text{]}, \quad (52)$$

kde  $n$  je počet hmot soustavy,  $J_i$  je moment setrvačnosti  $i$ -té části náhradní soustavy s tlumičem kmitů a  $a_{ii}$  je příslušná poměrná amplituda.

Při výpočtu základních parametrů tlumiče je potřeba zvolit moment setrvačnosti tlumiče. Moment setrvačnosti tlumiče  $J_{tl}$  volím  $J_{tl} = 0,018 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

Dále spočítáme jeho základní charakteristické veličiny:

Poměrná velikost tlumiče (poměr hmot) [1]:

$$\mu_{tl} = \frac{J_{tl}}{J_{ef}} \text{ [-]}. \quad (53)$$

Hodnota  $\mu_{tl}$  se volí v rozsahu 0,2 – 0,4. Větší hodnoty velikosti tlumiče nemají vliv na zlepšení funkce tlumiče. Spíše mají vliv na velké zástavbové rozměry tlumiče a tím dochází ke zvyšování hmotnosti tlumiče. Volím střední hodnotu z uvedeného rozsahu, tedy  $\mu_{tl} = 0,3$ .

Ze součinitele poměrné velikosti tlumiče se dá jednoduše zjistit další parametr a tím je optimální ladění tlumiče [1]:

$$w_{opt} = \frac{1}{1 + \mu_{tl}} [-]. \quad (54)$$

Vlastní úhlová frekvence tlumiče se určí [1]:

$$\Omega_{tl} = \Omega \cdot w_{opt} [\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}]. \quad (55)$$

Torzni tuhost tlumiče se dá vypočítat [1]:

$$c_{tl} = J_{tl} \cdot \Omega_{tl}^2 [\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}]. \quad (56)$$

Výpočet všech těchto parametrů je uveden v příloze 1.

Tab. 12 Základní parametry tlumiče

Parametr	Značka	Hodnota	Jednotka
Moment setrvačnosti tlumiče	$J_{tl}$	0,018	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$
Poměrná velikost tlumiče	$\mu_{tl}$	0,3	-
Optimalizace ladění tlumiče	$w_{opt}$	0,77	-
Vlastní úhlová frekvence tlumiče	$\Omega_{tl}$	1688	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$
Torzni tuhost tlumiče	$c_{tl}$	51270	$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$

## 10.2 KONSTRUKČNÍ NÁVRH TLUMIČE

Existuje prakticky dvě varianty, jak provést konstrukční návrh pryžového tlumiče. První variantou mohlo dojít k úpravě samotné řemenice a potom navrzení pryžového tlumiče. Další variantou bylo to, že řemenice zůstane v původní variantě a na ni se vhodnou konstrukcí upevní pryžový tlumič. Já jsem si zvolil druhou variantu, kdy jsem nechal původní rozměry řemenice.

Dalším bodem, na který jsem musel myslet při návrhu tlumiče bylo to, z jaké strany řemenice dojde k upevnění tlumiče. První variantou bylo upevnění torzního tlumiče do předem připravených otvorů na řemenici. Já si však zvolil druhou variantu, kdy jsem pryžový tlumič upevnil z druhé strany řemenice a následně bude potřeba vyvrtat čtyři otvory do řemenice (obr. 35) pro přichycení tlumiče, což není zas tak složitá a náročná věc.



Obr. 35 Vyvrtané díry pro šrouby

Při konstrukci tlumiče jsem vycházel z vypočítaných rozměrů jednotlivých částí (viz. příloha 1).

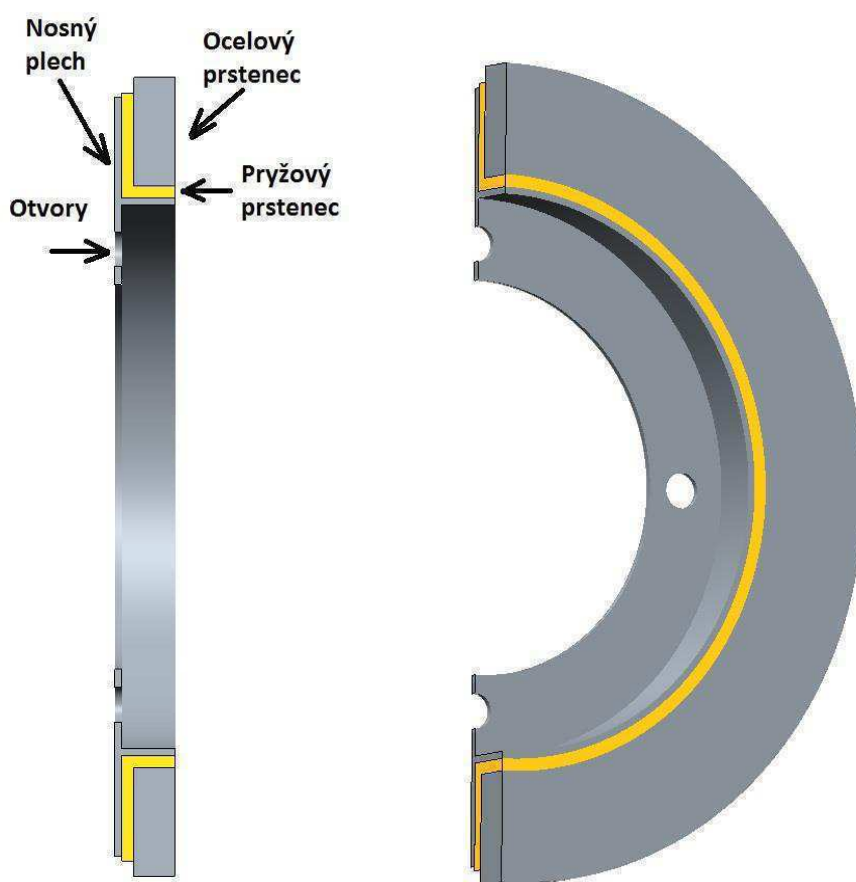
Tab. 13 Rozměry ocelového prstence

Parametr	Značka	Hodnota	Jednotka
Vnitřní průměr kotouče	$D_{1o}$	168,5	mm
Vnější průměr kotouče	$D_{2o}$	230	mm
Tloušťka kotouče	$t_o$	12	mm

Tab. 14 Rozměry pryžového prstence

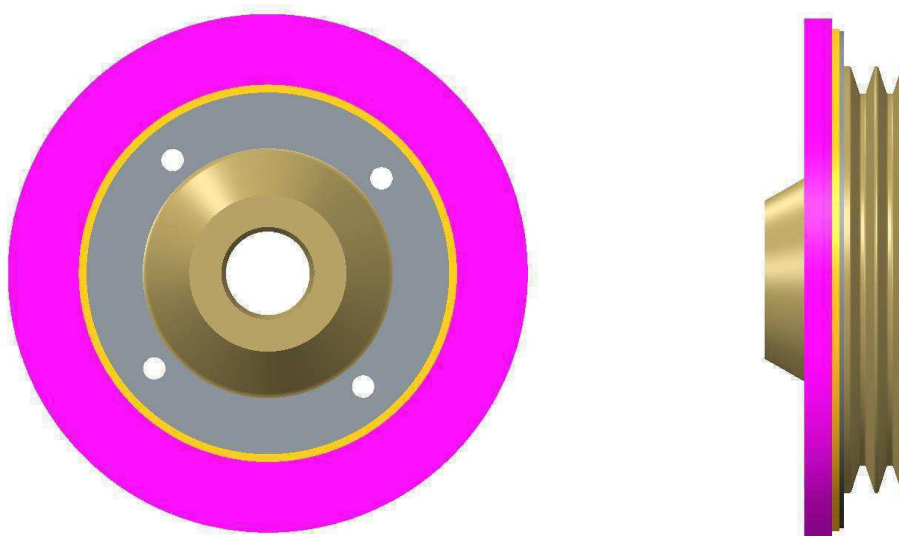
Parametr	Značka	Hodnota	Jednotka
Vnitřní průměr kotouče	$D_{1p}$	165	mm
Vnější průměr kotouče	$D_{2p}$	226	mm
Tloušťka kotouče	$b_{tl}$	3,5	mm

Další součásti, které se zde nachází jsou nosný plech, na kterém se jak ocelový, tak i pryžový prstenec nachází. Rozměry nosného plechu jsou voleny s ohledem na oba prstence. Má konstrukční varianta pryžového tlumiče torzních kmitů se nachází na obr. 36.

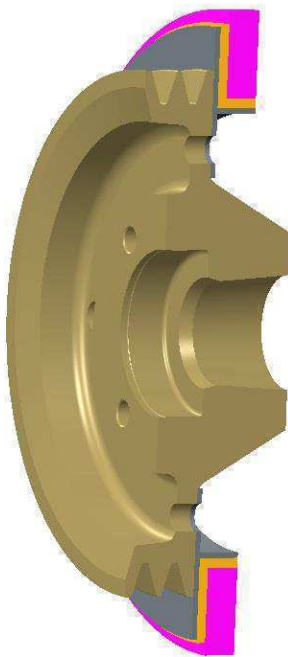
Obr. 36 *Pryžový tlumič*

V nosném plechu budou vyvrtány čtyři otvory pro šrouby M10, díky kterým může dojít k upevnění na řemenici.

Finální řešení tlumiče a řemenice je zobrazeno na obr. 37.

Obr. 37 *Přichycení tlumiče k řemenici*

Finální konstrukční návrh řemenice a pryžového tlumiče je zobrazen na obr. 38.



Obr. 38 Řemenice a tlumič

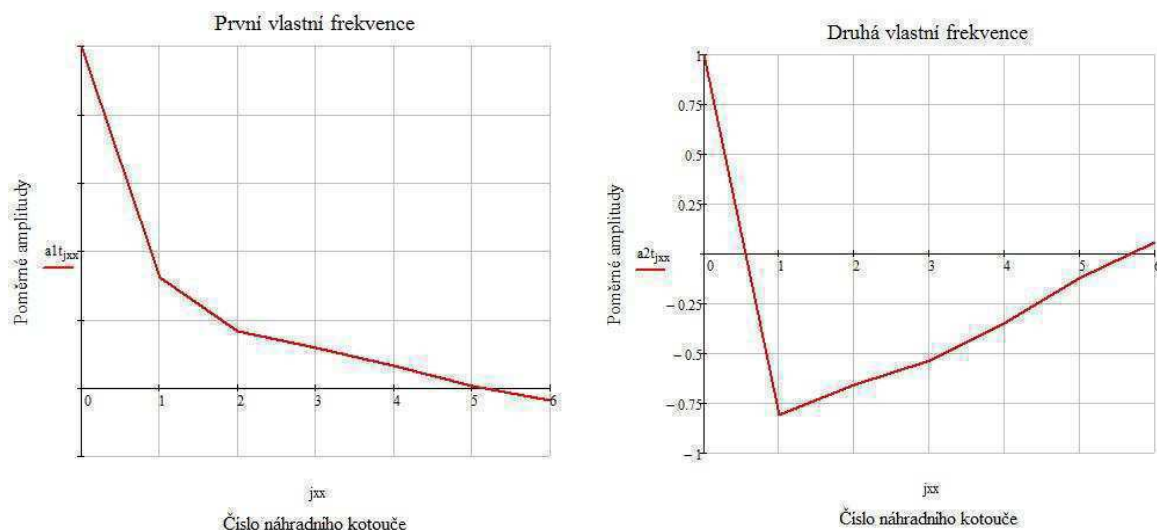
### 10.3 VLASTNÍ TORZNÍ KMITÁNÍ S TLUMIČEM

Vlastní torzní kmitání s pryžovým tlumičem se vypočte podobně jako vlastní torzní kmitání bez tlumiče, akorát je potřeba do soustavy přidat další člen, který nám rozšíří matici hmotnosti o moment setrvačnosti tlumiče  $J_{tl}$  a matici hmotnosti o tuhost tlumiče  $c_{tl}$ . Podrobný výpočet vlastních frekvencí uveden v příloze 1.

Tab. 15 Vypočtené poměrné amplitudy vlastního kmitání s tlumičem kmitů

Číslo náhradního kotouče	První vlastní frekvence	Druhá vlastní frekvence
0	1	1
1	0,324	-0,811
2	0,167	-0,657
3	0,118	-0,536
4	0,064	-0,351
5	0,006	-0,122
6	-0,036	0,057



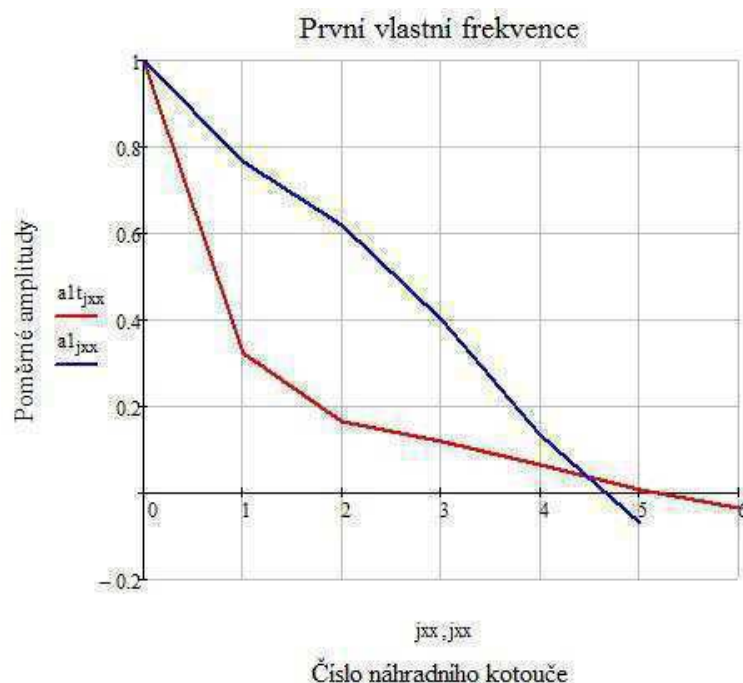


Obr. 39 Tvary vlastního kmitání

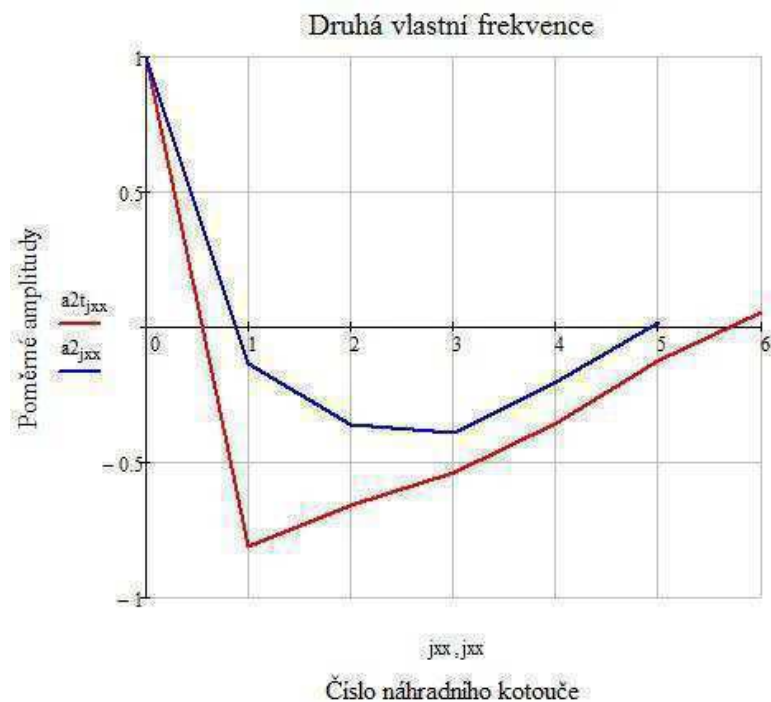
Z grafů na obr. 39 je patrné, že tvary vlastního kmitání pro první vlastní frekvenci protínají pouze v jednom bodě osu  $x$ . Osu  $x$  pro druhou vlastní frekvenci protíná graf dvakrát, jedná se o dvouuzlové kmitání. Počet protnutí osy  $x$  je totožný jako při výpočtu vlastního kmitání bez použití tlumiče kmitů.

### 10.3.1 SROVNÁNÍ VLASTNÍHO KMITÁNÍ

V následujících grafech je srovnání tvarů vlastního kmitání pro netlumenou a tlumenou soustavu pro první a druhou vlastní frekvenci.



Obr. 40 Tvary vlastního kmitání první vlastní frekvence



Obr. 41 Tvary vlastního kmitání druhé vlastní frekvence

Tab. 16 Vypočtená vlastní frekvence

Parametr	Značka	Hodnota	Jednotka
Vlastní frekvence (první vlastní frekvence)	$\Omega_{1t}$	1387	rad/s
Vlastní frekvence (druhá vlastní frekvence)	$\Omega_{2t}$	2271	rad/s
Vlastní úhlová frekvence (první vlastní frekvence)	$N_{1t}$	13250	1/min
Vlastní úhlová frekvence (druhá vlastní frekvence)	$N_{2t}$	21690	1/min

Z tab. 16 je patrné, že oproti vlastním frekvencím bez tlumiče torzních kmitů došlo ke snížení vlastní frekvence.

## 10.4 KRITICKÉ OTÁČKY S TLUMIČEM KMITŮ

Přidáním hmoty tlumičem do náhradní torzní soustavy se projevilo snížením vlastních frekvencí. Musí dojít tedy i ke snížení kritických otáček. Kritické otáčky jsou opět vypsány pro řád harmonické složky  $\kappa=12$  pro první a druhou vlastní frekvenci. Hlavní řády harmonických složek jsou vyznačeny tučně, červeně pak provozní otáčky motoru.

Tab. 17 Kritické otáčky první a druhé vlastní frekvence

Řád harmonické složky $\kappa$ [-]	Kritické otáčky $n_{kr1t}$ [min <sup>-1</sup> ]	Kritické otáčky $n_{kr2t}$ [min <sup>-1</sup> ]
0,5	26490	43370
1	13250	21690
1,5	8831	14460
<b>2</b>	<b>6623</b>	<b>10840</b>
2,5	5298	8674
3	4415	7228
3,5	3785	6196
<b>4</b>	<b>3312</b>	<b>5421</b>
4,5	2944	4819
5	2649	4337
5,5	2408	3943
<b>6</b>	<b>2208</b>	<b>3614</b>
6,5	2038	3336
7	1892	3098
7,5	1766	2891
<b>8</b>	<b>1656</b>	<b>2711</b>
8,5	1558	2551
9	1472	2409
9,5	1394	2283
<b>10</b>	<b>1325</b>	<b>2169</b>
10,5	1262	2065
11	1204	1971
11,5	1152	1886
<b>12</b>	<b>1104</b>	<b>1807</b>

## 10.5 VYDATNOST REZONANCÍ

Vydatnost rezonancí se spočítá stejným způsobem jako v kapitole 8.3. Výpočet je uveden v příloze 1.

Tab. 18 Kritické otáčky první a druhé vlastní frekvence

Řád harmonické složky $\kappa$ [-]	První vlastní frekvence	Druhá vlastní frekvence
0,5; 2,5; 4,5; 6,5; 8,5; 10,5	0,265	0,475
1; 3; 5; 7; 9; 11	0,103	0,032
1,5; 3,5; 5,5; 7,5; 9,5; 11,5	0,265	0,475
2; 4; 6; 8; 10; 12	0,673	2,354

## 10.6 TORZNÍ VÝCHYLKY V REZONANCI

Velikost torzních výchylek se snižuje vlivem použití torzního tlumiče. Mimo tlumící odpor  $\xi$  vlastní hmoty hřídele zde působí ještě tlumící odpor  $\xi_t$  vyvolaný tlumičem. Vztah zní [1]:

$$\varphi_t = \frac{M_h \cdot \varepsilon_{tk}}{\xi \cdot \Omega_t \cdot \sum_{i=1}^z a_i^2} [^\circ], \quad (57)$$

kde  $\Omega_t$  vyjadřuje úhlovou rychlost kmitání soustavy s tlumičem.

Vypočtené amplitudy torzních kmitů pro první vlastní frekvenci jsou zobrazeny v tab. 19.

Tab. 19 Torzní výchylky volného konce hřídele první vlastní frekvenci

Řád harmonické složky $\kappa$ [-]	Kritické otáčky $n_{kr1}$ [min <sup>-1</sup> ]	Torzní výchylky $\varphi$ [°]
0,5	26490	0,141
1	13250	0,067
1,5	8831	0,236
<b>2</b>	<b>6623</b>	<b>0,534</b>
2,5	5298	0,022
3	4415	0,062
3,5	3785	0,051
<b>4</b>	<b>3312</b>	<b>0,274</b>
4,5	2944	0,078
5	2649	0,026
5,5	2408	0,055
<b>6</b>	<b>2208</b>	<b>0,105</b>
6,5	2038	0,031
7	1892	0,009
7,5	1766	0,017
<b>8</b>	<b>1656</b>	<b>0,029</b>
8,5	1558	0,008
9	1472	0,002
9,5	1394	0,003
<b>10</b>	<b>1325</b>	<b>0,005</b>
10,5	1262	0,001
11	1204	0,001
11,5	1152	0,001
<b>12</b>	<b>1104</b>	<b>0,004</b>

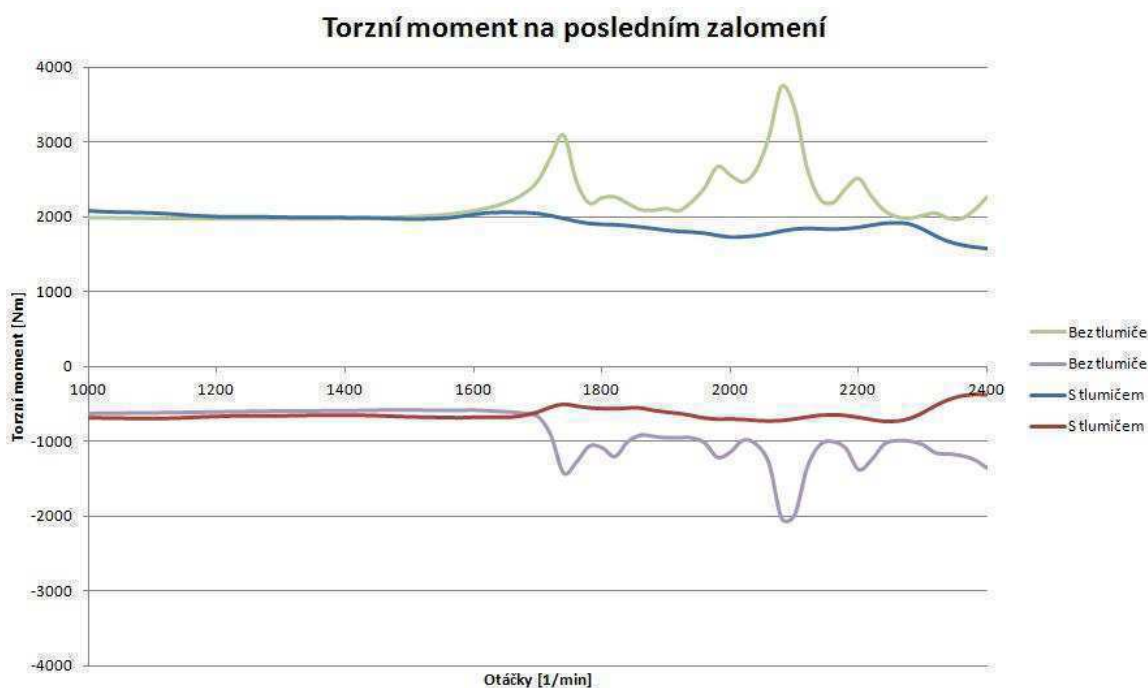
Červeně jsou vyznačené provozní otáčky. Z vyznačených výsledků torzních výchylek je patrné, že největší výchylka se vyskytuje u hlavních řádů harmonických složek  $\kappa = 6$ , což  $\varphi_{1t} = 0,105$ . Graf námi získaných torzních výchylek první vlastní frekvence je na obr. 31, kde můžeme porovnat hodnoty s netlumenou soustavou. Hlavní netlumený řád  $\kappa = 6$  ve spektru provozních otáček došlo k utlumení výchylky z  $\varphi_1 = 1,421$  na zmiňovaných  $\varphi_{1t} = 0,105$ .



Obr. 42 Torzní výchylky pro první vlastní frekvenci s a bez tlumiče

## 10.7 VYNUCENÉ TORZNÍ KMITÁNÍ

Výpočet vynuceného torzního kmitání byl podobný jako u vynuceného kmitání bez tlumiče. Na obr. 43 je viditelný průběh krouticího momentu na posledním zalomení klikové hřídele netlumené soustavy a s použitím tlumiče torzních kmitů. Je zřejmé, jak tlumič dokáže ovlivnit výsledné hodnoty krouticího momentu. Došlo k „vyhlazení“ průběhů.



Obr. 43 Torzní moment na posledním zalomení hřídele, tlumený i netlumený

## 11 NAMÁHÁNÍ PRYŽOVÉHO TLUMIČE

Namáhání pryžového tlumiče se vypočítá přes disipovaný výkon. Disipovaný výkon  $P_{dis}$  v pryži se dá vypočítat z dynamického modelu klikové hřídele s navrženým pryžovým tlumičem. Disipovaný výkon byl spočítán přes software vedoucím práce. Vyšší hodnoty disipovaného výkonu se nachází až nad nominálními otáčkami motoru, takže vypadá, že zvolený tlumič byl správně zvolen. Na obr. 44 je zobrazen průběh tohoto výkonu na otáčkách motoru.



Obr. 44 Disipovaný výkon

### 11.1 TEPLOTNÍ POLE V PRYŽOVÉM TLUMIČI

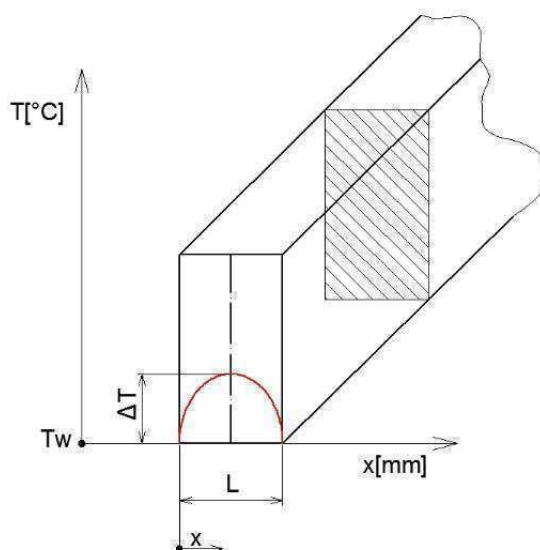
Rozložení sil v pryžovém členu lze řešit při prvotním přiblížení jako případ stacionárního vedení tepla s vnitřními zdroji.

Pryžový prstenec tlumiče si můžeme pomyslně představit jako případ tenké desky – pryž se z tlumiče vyjme, rozřízne a natáhne. Ačkoliv je tvar mého navrženého pryžového prstence trošku náročnější, jde nám o to získat „rozvin“ součásti.



Obr. 45 Pryžový prstenec tlumiče

Průběh teploty uvnitř pryže je parabolický. Názorně znázorněno na obr. 46.



Obr. 46 Parabolický průběh teploty uvnitř pryže

## 11.2 VÝPOČET PŘÍRŮSTKU TEPLoty

Před výpočtem přírůstku teploty je nejprve potřeba stanovit objem  $V_t$  námi navrženého pryžového tlumiče. Hodnotu vnitřních zdrojů tepla určíme podle vztahu [11]:

$$Q = \frac{P_{dis}}{V_t} [\text{W} \cdot \text{mm}^3], \quad (58)$$

kde  $P_{dis}$  je disipovaný výkon motoru.

Přírůstek teploty v pryžovém členu pak určíme podle vztahu [11]:

$$\Delta T = \frac{Q \cdot b_{tl}^2}{8 \cdot \lambda_{pryže}} [-], \quad (59)$$

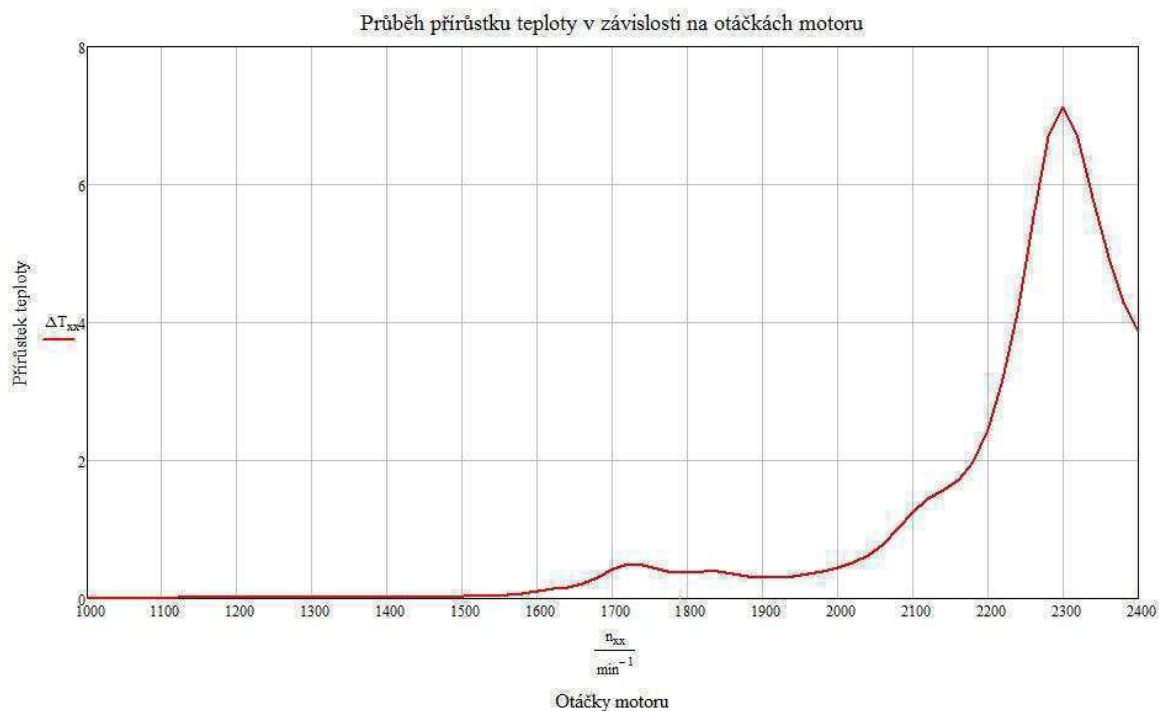
kde  $\lambda_{pryže}$  je tepelná vodivost pryže, která je podle tabulek přibližně  $0,26 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Průběh teploty v pryži pak má parabolický charakter a vypočítat ho můžeme podle vzorce [11]:

$$T(x) = T_w + \frac{Q \cdot b_{tl}^2}{\lambda_{pryže}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{x}{b_{tl}} - \left( \frac{x}{b_{tl}} \right)^2 \right] [\text{K}], \quad (60)$$

kde  $T_w$  je teplota na povrchu řemenice. Tento údaj není zadán, a tak jsem si ho musel zvolit. Zvolená teplota řemenice byla  $T_w = 343,15 \text{ K}$ .

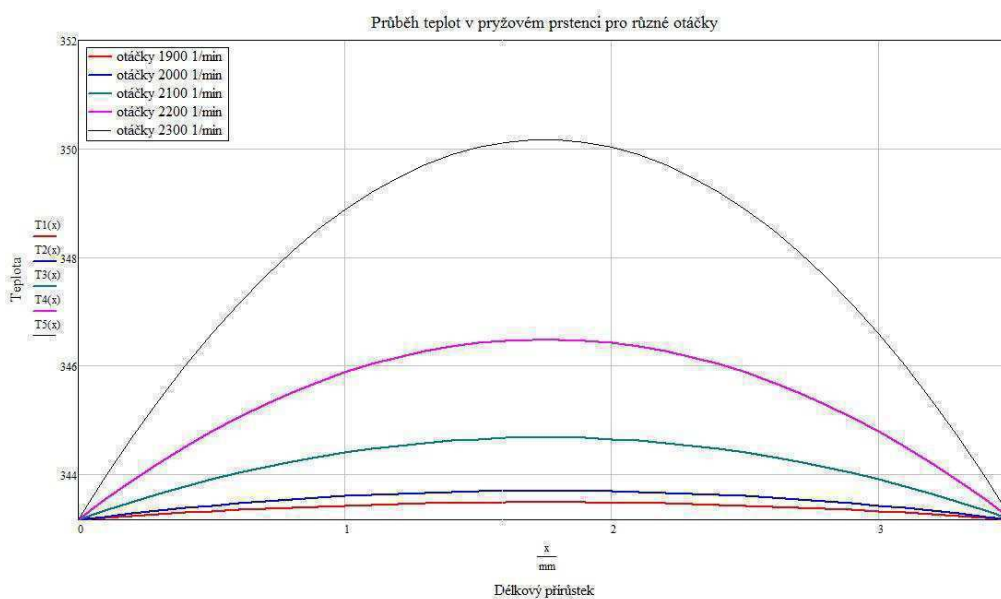




Obr. 47 Průběh přírůstku teploty v pryžovém členu v závislosti na otáčkách motoru

Nejvyšší přírůstek teploty je za nominálními otáčkami motoru z toho důvodu, že při těchto otáčkách je také nejvyšší disipovaný výkon motoru a také při těchto otáčkách jsou nejvyšší torzní deformace pryžového členu.

Na obr. 48 je zobrazen graf průběhu teploty v pryžovém prstenci pro různé otáčky klikové motoru. Z grafu je patrné, že nejvyšší nárůst teploty bude při otáčkách motoru  $2300 \text{ min}^{-1}$ , což je hodnota za jmenovitými otáčkami. Při těchto otáčkách dochází k nárůstu teploty přibližně o 7 K.



Obr. 48 Průběh teplot pro různé otáčky motoru

## ZÁVĚR

Cílem této diplomové práce bylo navrhnout klikovou hřídel pro zadané základní parametry klikového mechanismu a válcové jednotky za použití adekvátních postup a metod řešení. Nejprve bylo potřeba stanovit přehled sil působících v klikovém mechanismu, důraz byl především kladen na síly od tlaku plynů a setrvačné síly, které mají největší vliv při silovém působení u klikového mechanismu.

V další kapitole jsem se zabýval konstrukčním návrhem klikové hřídele čtyřválcového motoru. Při návrhu jsem musel brát ohled na to, aby kliková hřídel měla pět hlavních ložisek, čtyři ojnicí ložiska a pouze čtyři vývažky, kdy se dva vývažky nachází na krajích hřídele a dva uprostřed klikové hřídele. Po vymodelování klikové hřídele následovalo vyvážení. Bylo použito momentové vyvážení. Následně byla provedena modální analýza pomocí MKP systému. Modální analýza mi určila přibližné vlastní frekvence. Následně jsem řešil, jaké kmitání nám působí na klikovou hřídel. Jedná se o ohybové, torzní a podélné kmitání. Nejnebezpečnější je pro klikovou hřídel torzní kmitání.

Před samotným výpočtem torzního kmitání jsem sestrojil energeticky ekvivalentní dynamický model. Ten je složen z náhradních kotoučů  $J$ , dané momenty setrvačnosti, a jednotlivých úseků daných torzní tuhostí  $c$ . Po redukci hmotnostních a délkových parametrů a určení torzních tuhostí jsem se pustil do výpočtu vlastního torzního kmitání modelu. Poměrná amplituda pro první vlastní frekvenci nám protíná osu  $x$  v jednom bodě, jedná se o jednouzlové kmitání. Poměrná amplituda pro druhou vlastní frekvenci nám protíná tuto osu ve dvou bodech, jedná se o dvouuzlové kmitání. Došlo k vypočtení taky vlastních úhlových frekvencí. Byla provedena harmonická analýza, následně zjištěny kritické otáčky pro první a druhou vlastní frekvenci. Zjistili jsme, že pro druhou vlastní frekvenci se nachází kritické otáčky mimo rozsah provozních otáček. Došlo také k určení hlavních řádů motoru, což u čtyřválců jsou celá sudá čísla, tj. 2, 4, 6,.. Byl proveden výpočet vydatnosti rezonancí a bylo zjištěno, že vydatnost rezonancí je největší při hlavních řádech harmonických složek. Vydatnost rezonancí dosáhla hodnoty 1,922. Také byly stanoveny torzní výchylky. Největší torzní výchylky se objevují u hlavních řádů harmonických složek. Pokud bereme pouze interval provozních otáček, potom je největší torzní výchylka v hlavním řádu  $\kappa = 10$  a dosahuje hodnot 0,074. Nakonec došlo ke srovnání torzních momentů na jednotlivých úsecích klikové hřídele. Maximální hodnota v kladné oblasti je 3904 N·m pro otáčky 2080 min<sup>-1</sup>, maximální hodnota v záporné oblasti je -2410 N·m pro otáčky 2100 min<sup>-1</sup>. Obě tyto hodnoty se nachází na úseku čtyři.

Před návrhem pryžového tlumiče torzních kmitů jsem sestavil náhradní dynamický model s tlumičem torzích kmitů. Tento systém je totožný, jenom došlo k přidání samotného tlumiče. Následně jsem vypočetl základní parametry tlumiče a sestrojil tlumič torzních kmitů, což byl jeden z cílů této práce. S tlumičem torzních kmitů jsem vypočetl vlastní frekvence, které jsou podstatně menší, než u výpočtu bez tlumiče. S tlumičem byly frekvence u první vlastní frekvence 2188 rad·s<sup>-1</sup> a s tlumičem jsou 1387 rad·s<sup>-1</sup>. Jelikož došlo ke snížení vlastních frekvencí, došlo také k poklesu kritických otáček motoru. U vynuceného torzního kmitání došlo ke značnému snížení torzních momentů, došlo k utlumení soustavy.

Na závěr jsem se zabýval přírůstkem teploty v závislosti na otáčkách motoru. Nejvyšší přírůstek teploty se vyskytuje za jmenovitými otáčkami, při otáčkách 2300 min<sup>-1</sup>. Přírůstek činí 7K. Došlo také k nakreslení výrobního výkresu klikové hřídele.

## POUŽITÉ INFORMAČNÍ ZDROJE

- [1] Kolektiv VÚNM a ČKD Praha: Naftové motory čtyřdobé. Díl II. 2. vyd. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1964.
- [2] HOŠEK, František. *Spalovací motory - konstrukce: síly a momenty, vyvažování a torzní kmitání pístových spalovacích motorů*. Brno: Univerzita obrany, 2008. ISBN 978-80-7231-586-4.
- [3] PÍŠTĚK, Václav. *Aplikovaná mechanika*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1983. 148 s.
- [4] SKALSKÝ, Radomír a Josef BUKOVSKÝ. *Konstrukce pístových spalovacích motorů: dynamika, vyvažování a torzní kmity*. Část 1., Dynamika, vyvažování a torzní kmity. Brno: Vojenská akademie Antonína Zápotockého, 1971. 180 s.
- [5] KOŽOUŠEK, Josef. *Konstrukce a výpočet vozidlových spalovacích motorů: specializace motorová vozidla: V. ročník*. Praha: SNTL, 1964. 438 s.
- [6] PÍŠTĚK, Václav a Josef ŠTĚTINA. *Pevnost a životnost*. Brno: Vysoké učení technické, 1993. Učební texty vysokých škol. ISBN 80-214-0474-4.
- [7] KOVAŘÍK, L., FERENCEY, V., SKALSKÝ, R., ČÁSTEK, L. *Konstrukce vozidlových spalovacích motorů*. 1. vyd. 1992. Naše vojsko. Praha.
- [8] RAUSCHER, J. *Vozidlové motory, Studijní opory*. Brno: VUT FSI Brno, 2004, 156 s.
- [9] Cast vs forged crankshaft. *Fly Forge* [online]. Ningbo: Drop Forging, 2001 cit. 2017-05-05]. Dostupné z: <http://www.dropforging.net/cast-vs-forged-crankshaft.html>
- [10] PÍŠTĚK, Václav a Lubomír DRÁPAL. *(Elektronická verze přednášek) Hnací ústrojí*. Brno: ÚADI FSI VUT v Brně, 2012.
- [11] HEISLER, Heinz. *Advanced engine technology*. Oxford: Butterorth-Heinemann, 1995. 794 s. ISBN 1-56091-734-2
- [12] The Danger of Power Pulleys and Understanding the Garmonic Damper, *ATI PERFORMANCE PRODUCTS* [online]. [cit. 2018-03-08]. Dostupné z: [http://www.atiracing.com/products/dampers/damper\\_dinan.htm](http://www.atiracing.com/products/dampers/damper_dinan.htm)
- [13] Why Torsional Dampers Are Crucial To The Health Of your Engine, *DRAGZINE* [online]. [cit. 2018-03-08]. Dostupné z: <http://www.dragzine.com/tech-stories/why-torsional-dampers-are-crucial-to-the-health-of-your-engin>

## SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

$a$	$[m \cdot s^{-2}]$	Zrychlení pístu
$a_1$	$[m \cdot s^{-2}]$	První harmonická složka
$a_2$	$[m \cdot s^{-2}]$	Druhá harmonická složka
$a_i$	$[-]$	Poměrné amplitudy
$a_{ti}$	$[-]$	Poměrné tlumené amplitudy
$B$	$[mm]$	Průměrná šířka ramene promítnutého do bokorysu
$b_{ram}$	$[mm]$	Šířka ramene kliky
$c$	$[N \cdot m \cdot rad^{-1}]$	Torzni tuhosti
$C$	$[N \cdot m \cdot rad^{-1}]$	Matice tuhosti
$c_{tl}$	$[N \cdot m \cdot rad^{-1}]$	Torzni tuhost tlumiče
$D$	$[mm]$	Vrtání válce
$D_{hc}$	$[mm]$	Průměr hlavního čepu
$D_{oc}$	$[mm]$	Průměr ojničního čepu
$D_p$	$[mm]$	Roztečný průměr šroubů setrvačnicku
$D_{red}$	$[mm]$	Redukovaný průměr
$E$	$[MPa]$	Modul pružnosti v tahu
$F_{cč}$	$[N]$	Síla působící v ose válce
$F_o$	$[N]$	Výsledná síla v ojnici
$F_{od}$	$[N]$	Odstředivá síla rotačních částí
$F_p$	$[N]$	Síly od tlaku plynů
$F_r$	$[N]$	Radiální síla
$F_{rc}$	$[N]$	Síla zatěžující ojniční čep
$F_s$	$[N]$	Setrvačná síla
$F_{sr}$	$[N]$	Setrvačné síly rotačních částí
$F_t$	$[N]$	Tečná síla
$G$	$[MPa]$	Modul pružnosti ve smyku
$i$	$[-]$	Imaginární jednotka
$j$	$[-]$	Imaginární jednotka
$j$	$[-]$	Číslo vzorku
$J_0$	$[kg \cdot m^2]$	Redukovaný moment volného konce
$J_{0m}$	$[kg \cdot m^2]$	Moment setrvačnosti volného konce
$J_1$	$[kg \cdot m^2]$	Redukovaný moment prvního zalomení

$J_{1m}$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Moment setrvačnosti prvního zalomení
$J_2$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Redukovaný moment druhého zalomení
$J_{2m}$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Moment setrvačnosti druhého zalomení
$J_3$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Redukovaný moment třetího zalomení
$J_{3m}$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Moment setrvačnosti třetího zalomení
$J_4$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Redukovaný moment čtvrtého zalomení
$J_{4m}$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Moment setrvačnosti čtvrtého zalomení
$J_5$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Redukovaný moment na zadního konce
$J_{5m}$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Moment setrvačnosti zadního konce
$J_{ef}$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Efektivní moment
$J_i$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Moment setrvačnosti i-té části náhradní soustavy
$J_p$	$[\text{m}^4]$	Polární moment
$J_{pos}$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Moment setrvačnosti posuvných částí
$J_{red}$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Redukovaný moment jednoho zalomení
$J_{rem}$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Moment setrvačnosti řemenice
$J_{rot}$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Moment setrvačnosti rotačních částí
$J_{set}$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Moment setrvačnosti setrvačnicku
$J_{tl}$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Moment setrvačnosti tlumiče
$J_z$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Moment setrvačnosti jednoho zalomení
$l_0$	$[\text{mm}]$	Délka ojnice
$L_{hc}$	$[\text{mm}]$	Délka hlavního čepu
$l_{nab}$	$[\text{mm}]$	Volná délka náboje pro řemenici
$L_{oc}$	$[\text{mm}]$	Délka ojničního čepu
$L_p$	$[\text{mm}]$	Délka příruby na setrvačnicku
$L_{ram}$	$[\text{mm}]$	Tloušťka ramene zalomení
$L_{red}$	$[\text{mm}]$	Redukovaná délka
$L_{redr}$	$[\text{mm}]$	Redukovaná délka na straně řemenice
$L_{reds}$	$[\text{mm}]$	Redukce délky na straně setrvačnicku
$L_{redz}$	$[\text{mm}]$	Redukovaná délka jednoho zalomení
$\mathbf{M}$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^2]$	Matice momentů setrvačnosti
$m_1$	$[\text{g}]$	Hmotnost posuvného podílu ojnice
$m_2$	$[\text{g}]$	Hmotnost rotačního podílu ojnice
$m_{\check{c}}$	$[\text{g}]$	Hmotnost pístního čepu

$M_h$	[N·m]	Amplituda momentu
$M_k$	[N·m]	Krouticí moment
$m_{k1}$	[g]	Hmotnost prvního pístního kroužku
$m_{k2}$	[g]	Hmotnost druhého pístního kroužku
$M_{ki}$	[N·m]	Budicí momenty
$m_{ks}$	[g]	Hmotnost stíracího kroužku
$m_p$	[g]	Hmotnost pístu
$m_{pk}$	[g]	Hmotnost jednoho pojistného kroužku
$m_{psk}$	[g]	Hmotnost pístní skupiny
$m_{redz}$	[g]	Redukovaná hmotnost zalomení klikové hřídele
$n$	[min <sup>-1</sup> ]	Jmenovité otáčky
$N$	[Hz]	Frekvence vlastního kmitání
$n$	[-]	Počet kotoučů torzního momentu
$n_{krit}$	[min <sup>-1</sup> ]	Kritické otáčky
$p$	[MPa]	Tlak ve spalovacím prostoru
$p_{atm}$	[MPa]	Atmosférický tlak
$P_{dis}$	[W]	Disipovaný výkon
$\mathbf{q}$	[-]	Vektor zobecněných souřadnic
$Q$	[W·mm <sup>3</sup> ]	Vnitřní zdroj tepla
$r$	[mm]	Rameno klikové hřídele
$R_0$	[mm]	Rozteč hlavního a ojničního čepu
$R_m$	[MPa]	Mez pevnosti
$s$	[mm]	Dráha pístu
$S_p$	[mm <sup>2</sup> ]	Čelní plocha pístu
$T(x)$	[K]	Průběh teploty v pryži
$T_w$	[K]	Teplota na povrchu řemenice
$v$	[m·s <sup>-1</sup> ]	Rychlost pístu
$V_t$	[mm <sup>3</sup> ]	Objem tlumiče
$w_{opt}$	[-]	Optimální ladění tlumiče
$\mathbf{x}$	[-]	Vektor amplitud
$x_0$	[-]	Amplituda řemenice
$x_i$	[-]	Velikost amplitudy následující hmoty
$z$	[-]	Počet válců

Z	[mm]	Zdvih
$\alpha$	[°]	Úhel natočení klikové hřídele
$\beta$	[°]	Úhel odklonu ojnice
$\delta$	[°]	Úhel rozestupu směrové hvězdice
$\Delta T$	[-]	Přírůstek teploty v pryžovém členu
$\delta_z$	[°]	Úhel rozestupu zážehů
$\varepsilon_k$	[-]	Vydatnost rezonance
$\kappa$	[-]	Řád harmonické složky
$\kappa_H$	[-]	Hlavní řády harmonických složek
$\lambda$	[-]	Klikový poměr
$\lambda_{\text{pryže}}$	[-]	Tepelná vodivost pryže
$\xi$	[N·m·s·rad <sup>-1</sup> ]	Tlumičí odpory
$\xi_t$	[N·m·s·rad <sup>-1</sup> ]	Tlumičí odpor tlumiče
$\rho_{\text{ocel}}$	[kg·m <sup>3</sup> ]	Hustota oceli
$\tau$	[-]	Taktnost
$\varphi$	[°]	Výchylky volného konce
$\varphi_t$	[°]	Tlumená výchylka volného konce
$\omega$	[rad·s <sup>-1</sup> ]	Úhlová rychlost
$\Omega_t$	[rad·s <sup>-1</sup> ]	Úhlová rychlost kmitání soustavy s tlumičem
$\Omega_{t1}$	[rad·s <sup>-1</sup> ]	Vlastní úhlová frekvence tlumiče
$\mu$	[-]	Poissonovo číslo
$\mu_{t1}$	[-]	Poměrná velikost tlumiče

## **SEZNAM PŘÍLOH**

Příloha 1 – Výpočty k diplomové práci

Příloha 2 – Výrobní výkres klikové hřídele