UNIVERZITA PALACKÉHO V OLOMOUCI

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

Michaela Sukupová

3. ročník – prezenční studium

Obor: Matematika se zaměřením na vzdělávání a český jazyk se zaměřením na vzdělávání

Zobrazení a řezy těles v Mongeově promítání

Bakalářská práce

Vedoucí práce: Mgr. Jitka Hodaňová, Ph.D.

Olomouc 2010

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci zpracovala samostatně a že jsem použila jen prameny uvedené v seznamu literatury.

V Olomouci Michaela Sukupová

………...........................

Podpis

1. Základní pojmy Mongeova promítání

1.1 Úvod

Francouzský geometr a inženýr Gaspard Monge (1746-1818), po němž je promítání pojmenováno, je považován za zakladatele novodobé deskriptivní geometrie.

Mongeovou metodou sdruženého půdorysu a nárysu lze poměrně snadno řešit rozmanité typy konstrukčních úloh, zejména metrických. Tato relativní jednoduchost je ovšem často na úkor názornosti.

Zobrazení pomocí Mongeova promítání se užívá v různých modifikacích především v technických oborech, kde je potřeba z obrazů prostorových objektů jednoduše zjistit jejich rozměry a případně další vzájemné vztahy.

Bakalářskou práci jsem vypracovala na téma Zobrazení a řezy těles v Mongeově promítání. Zabývám se v ní konstrukcí a zobrazením jak jednoduchých základních útvarů, jako jsou body, přímky, roviny, tak i konstrukcí těles. Dále jsem sestrojila průsek roviny s tělesem a průsečíky přímky s tělesem. V dalších kapitolách jsou zobrazena řešení metrických a polohových úloh, jako jsou vzájemná poloha přímek a rovin, odchylky rovin od průměten či skutečná velikost daných útvarů.

Cílem mé práce bylo prohloubit si znalosti v oblasti Mongeova promítání a získat další zkušenosti s řešením úloh ve větším rozsahu, než je v osnovách předmětu Konstruktivní geometrie, vyučovaném v prvních dvou semestrech studia na Univerzitě Palackého v Olomouci.

Zároveň jsem si také chtěla rozšířit své znalosti v oblasti práce s grafickým softwarem, čehož mohu využít i ve své pozdější pedagogické praxi. Ke konstrukci útvarů použitých v bakalářské práci jsem si vybrala grafický program Cabri3D.

1.2 Základní pojmy

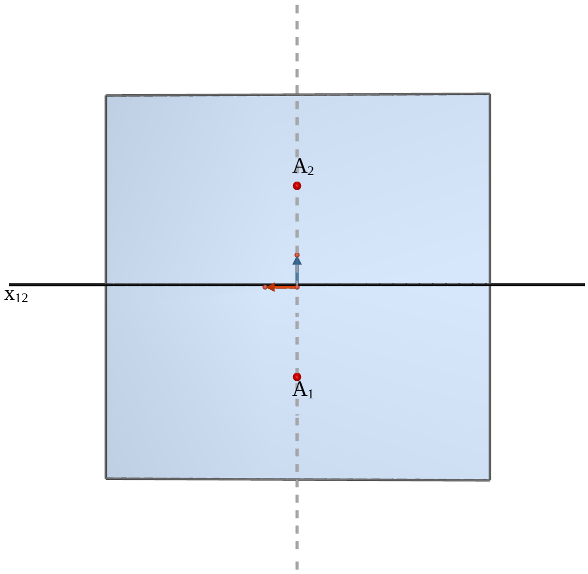
Mongeovo promítání je pravoúhlé promítání na dvě na sebe navzájem kolmé průmětny (π a ν). Průmětna π je první průmětna, *půdorysna*, průmětna ν je druhá průmětna, *nárysna*. Většinou předpokládáme, že průmětna ν je svislá. Průsečnice rovin π a ν je osa x_{12}, které říkáme *základnice*.

Libovolný bod A prostoru promítneme pravoúhle do roviny π do bodu A´ a do roviny ν do bodu A_2. Nalezené průměty pak sdružíme tak, že první průmětnu otočíme kolem osy x_{12} do druhé průmětny. Promítací přímky ${}^1s$ a ${}^2s$ bodu A určují rovinu kolmou k ose x_{12}, která je současně rovinou otáčení bodu A´. Bod A´ se otočí do bodu, který značíme A_1. Bod A jsme tak zobrazili na dvojici *sdružených průmětů* A_1 a A_2, které leží na kolmici k ose x_{12}. (Obr. 1.2.1)

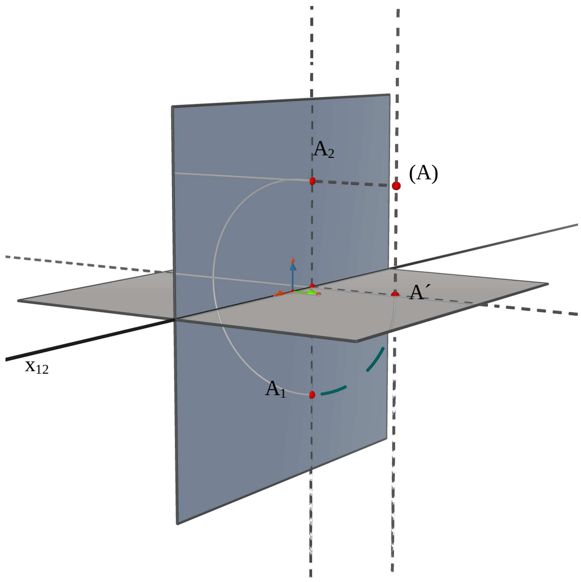
Sdružené průměty A_1 a A_2 tvoří *uspořádanou dvojici* (A_1, A_2); bod A_1 nazveme první průmět bodu A (*půdorys*) a bod A_2 nazveme druhý průmět bodu A (*nárys*). Kolmice sestrojené k základnici nazveme *ordinálami*. Sdružené body A_1 a A_2 tedy leží na ordinále. (Obr.1.2.2)

Tyto poznatky můžeme sdružit do základní věty:

Mongeovo promítání je vzájemně jednoznačné zobrazení bodů prostoru na uspořádané dvojice sdružených průmětů ležících na ordinálách průmětny.[1]



Obrázek 1.2.1: Sdružené průměty bodu A.



Obrázek 1.2.2: Zobrazení bodu A.

[1] UBAN, Alois. *Deskriptivní geometrie I*, s. 157

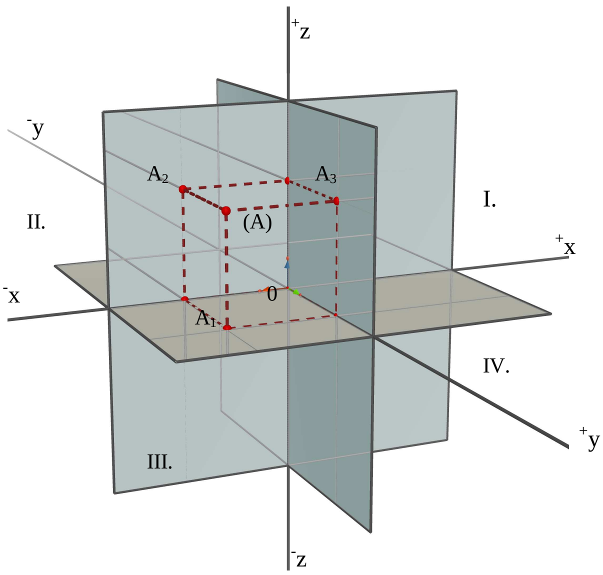
2. Průměty základních útvarů

2.1 Zobrazení bodu

Poloha prostorového útvaru vzhledem k průmětnám π a ν bývá dána pomocí pravoúhlé souřadnicové soustavy (0, *x*, *y*, *z*). Všimněme si podrobněji zobrazení bodů vzhledem ke zvolené souřadnicové soustavě.

Je zřejmé, že leží-li bod A v první průmětně, pak jeho druhý průmět A_2 leží na základnici x_{12}. Podobně platí, že bod B leží v druhé průmětně právě tehdy, leží-li B_1 na x_{12}.

Je třeba si uvědomit, že průmětny π a ν dělí prostor na čtyři kvadranty, přičemž jako I. kvadrant označíme ten, v němž leží body $A=[x_A, y_A, z_A]$ takové, že $y_A > 0$, $z_A > 0$. Je tedy určen poloosami ^+y a ^+z. Podobným způsobem určíme II., resp. III., resp. IV kvadrant, určený poloosami ^-y, ^+z; resp. ^-y, ^-z, resp. ^+y a ^-z. (Obr. 2.1.1)



Obrázek 2.1.1: Souřadnicová soustava.

Průmětny π a ν sdružujeme tak, aby kladná polorovina π po otočení splynula s ν, pak tedy platí, že:

Pro první obrazy je kladná (resp. záporná) polorovina pod (resp. nad) základnicí, zatímco pro druhé obrazy je kladná (resp. záporná) polorovina nad (resp. pod) základnicí.

Z praktických důvodů je v některých případech vhodné zvolit za průmětnu také zbývající souřadnicovou rovinu *yz*, značíme ji γ a říkáme jí *třetí hlavní průmětna* (*bokorysna*).

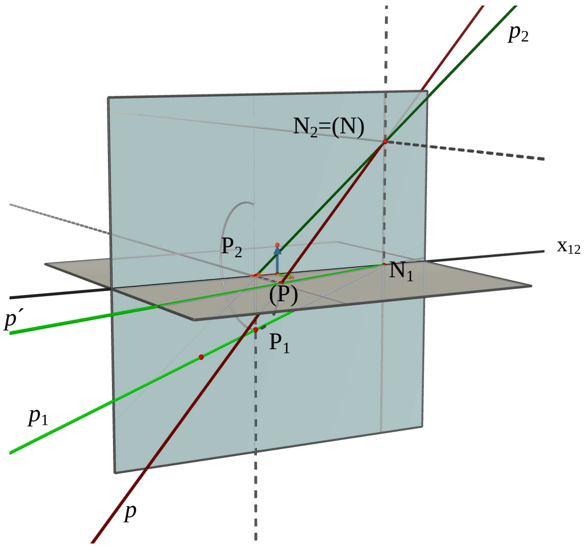
Třetí hlavní průmět bodu A značíme A´´´. Třetí průmětnu sdružujeme buď přímo s ν, nebo ji nejprve sdružíme s π a teprve pak spolu s touto průmětnou otočíme do ν. Obraz A_3 pak nazýváme *bokorys*.

Podobně jako jsme sestrojili sdružené obrazy bodu, můžeme sestrojit sdružené obrazy (průměty) jakéhokoli geometrického útvaru.

2.2 Zobrazení přímky

Při zobrazení přímky v Mongeově promítání mohou nastat dva případy: přímka je kolmá k základnici, nebo přímka není kolmá k základnici.

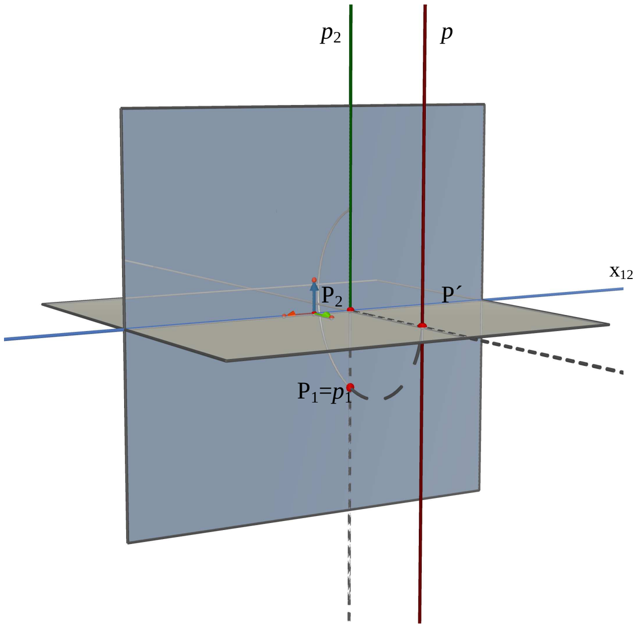
Pokud přímka není kolmá na základnici, není kolmá ani k žádné průmětně a její sdružené pravoúhlé průměty p_1 a p_2 tvoří dvojici přímek různoběžných se základnicí. Přímky *p*, *p´* leží v první promítací rovině přímky *p*, kolmé k π. Při otočení půdorysny π do ν přejde přímka *p´* do p_1. Podobně přímky *p* a p_2 leží v rovině přímky *p*, která je kolmá k ν. (Obr. 2.2.1)



Obrázek 2.2.1: Zobrazení přímky.

Je-li přímka různoběžná s půdorysnou, pak jejich průsečík nazveme *první* (*půdorysný*) *stopník*, značí se obvykle P. Je-li přímka různoběžná s nárysnou, její průsečík s touto rovinou nazveme *druhý* (*nárysný*) *stopník*, který značíme N.

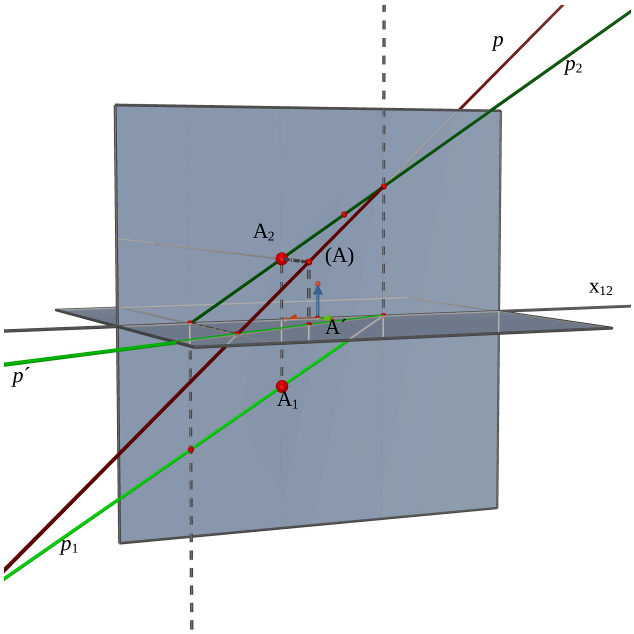
Pokud je přímka *p* kolmá k základnici x_{12}, mohou nastat tři případy. Přímka *p* je kolmá k půdorysně, v tom případě je jejím půdorysným průmětem bod a nárysným průmětem přímka kolmá k základnici, nebo je přímka *p* kolmá k nárysně, v tom případě je jejím prvním průmětem přímka kolmá k základnici a druhým průmětem je bod. Pokud přímka není kolmá k žádné z průměten, pak její promítací roviny splývají a platí, že $p_1 = p_2$ a p_1 je kolmá k x_{12}. Přímka tedy není svými průměty jednoznačně určena, určujeme ji proto vždy dvěma různými body; p = AB. (Obr. 2.2.2)



Obrázek 2.2.2: Zobrazení přímky *p* kolmé k půdorysně.

Příklad 2.2.1. Zobrazte sdružené průměty A_1 a A_2 bodu A, který leží na přímce p.

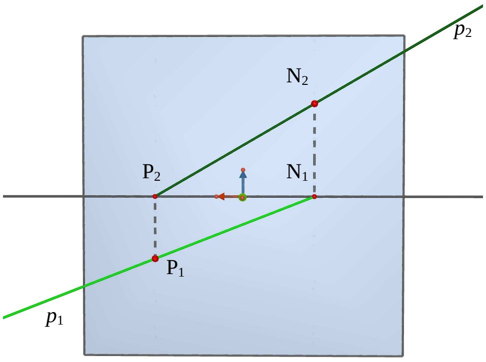
Řešení: Z podmínky A leží na p plyne, že A_1 leží na p_1 a A_2 leží na p_2. A_1 a A_2 leží na ordinále. (Obr. 2.2.3)



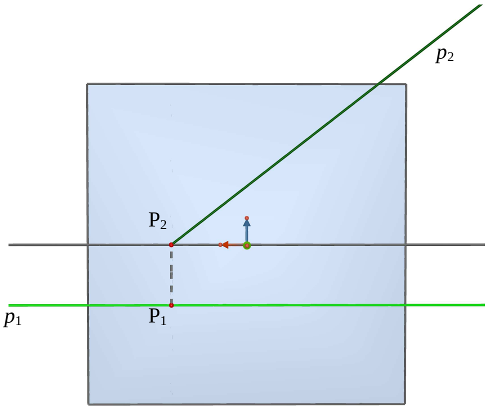
Obrázek 2.2.3: Sdružené průměty bodu ležícího na přímce.

Příklad 2.2.2. Sestrojte stopníky dané přímky.

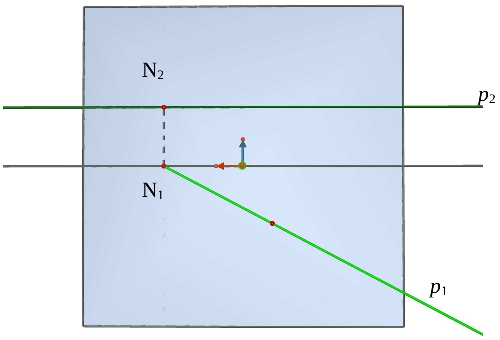
Řešení: Půdorysný stopník P_2 je průsečík přímky p_1 se základnicí, stejně tak je N_1 průsečíkem p_2 se základnicí. P_1 leží na ordinále k P_2 a na p_1 a N_2 leží na ordinále k N_1 a na p_2. (Obr. 2.2.4)



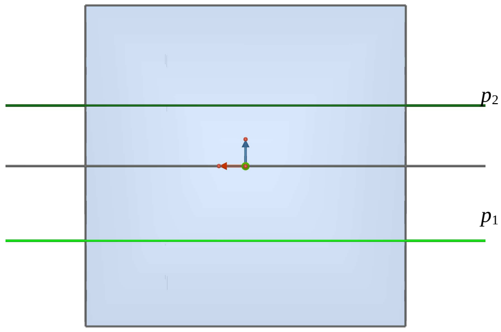
Obrázek 2.2.4a) Stopníky přímky různoběžné s průmětnami.



Obrázek 2.1.4b) Stopníky přímky rovnoběžné s nárysnou.



Obrázek 2.2.4c) Stopníky přímky rovnoběžné s půdorysnou.



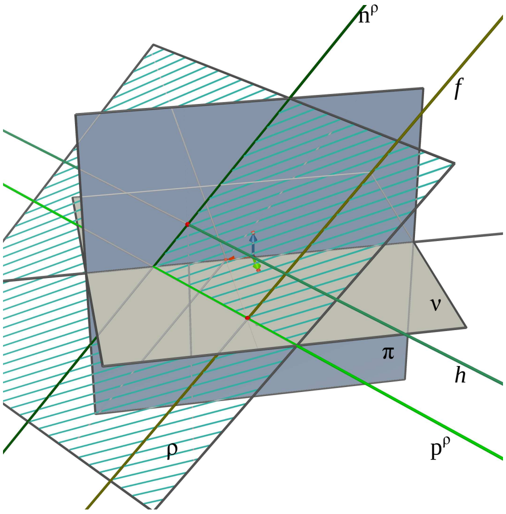
Obrázek 2.2.54d) Stopníky přímky rovnoběžné s oběma průmětnami.

2.3 Zobrazení roviny

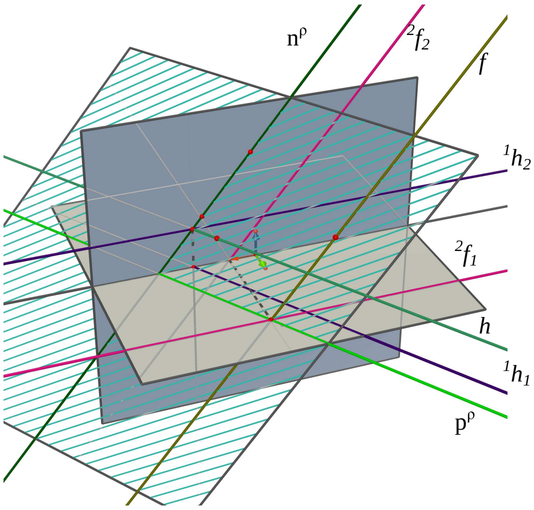
Při zobrazování roviny používáme sdružených průmětů prvků, jimiž je rovina určena, tedy: tří bodů, které neleží v přímce; bodu a přímky, která daným bodem neprochází, dvou různoběžek; nebo dvou různých rovnoběžek.

Při sestrojování roviny pak využíváme základních vět o vzájemné poloze přímky a roviny: 1. přímka leží v rovině právě tehdy, když prochází jejími dvěma různými body, 2.

bod leží v rovině právě tehdy, leží-li na přímce roviny a 3. promítáním se incidence zachovává. (Obr. 2.3.1)



Obrázek 2.2.1: Zobrazení hlavních přímek.



Obrázek 2.3.2: Sdružené průměty hlavních přímek.

Rovina, která není rovnoběžná se žádnou průmětnou, má dvě soustavy hlavních přímek. *První hlavní přímka* je průsečnice dané roviny s rovinou rovnoběžnou s první průmětnou (půdorysnou). První hlavní přímka ležící v půdorysně se nazývá *první (půdorysná) stopa* roviny, značíme ji p^ρ. Podobně druhá hlavní přímka je průsečnice s rovinou rovnoběžnou s ν. Druhá hlavní přímka ležící v nárysně se nazývá druhá (nárysná) stopa a značíme ji n^ρ. Pro hlavní přímky první osnovy užíváme označení ^1h, ^2h,…, hlavní přímky druhé osnovy značíme ^1f, ^2f,… (Obr. 2.3.2)

Ze vzájemné polohy π, ν, a ρ plyne, že přímky p^ρ a n^ρ se protínají na základnici x_{12}. První (resp. druhá) stopa roviny je množinou všech prvních (resp. druhých) stopníků přímek této roviny. Je-li rovina v obecné poloze k průmětnám, platí $x = p_2^\rho = n_1^\rho$. V tomto případě můžeme označení vynechat a značit pouze p_1^ρ a n_2^ρ. Rovina je stopami jednoznačně určena (pokud obě stopy roviny ρ existují a jsou různé).

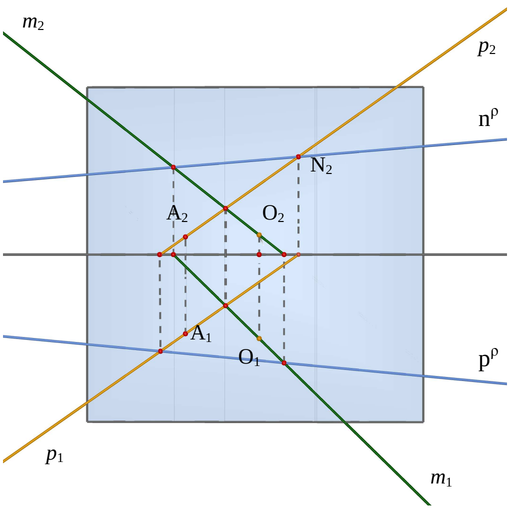
Při řešení některých úloh můžeme použít kromě hlavních přímek také tzv. *spádové přímky*, neboli: přímky roviny kolmé k hlavním přímkám první osnovy se nazývají *spádové přímky první osnovy* a přímky roviny kolmé k hlavním přímkám druhé osnovy se nazývají *spádové přímky druhé osnovy*.

Zatím jsme se zabývali pouze rovinou v obecné poloze vzhledem k průmětnám. Rovina však nemusí být jen v této poloze. Zvláštní případy tvoří roviny kolmé k průmětnám.

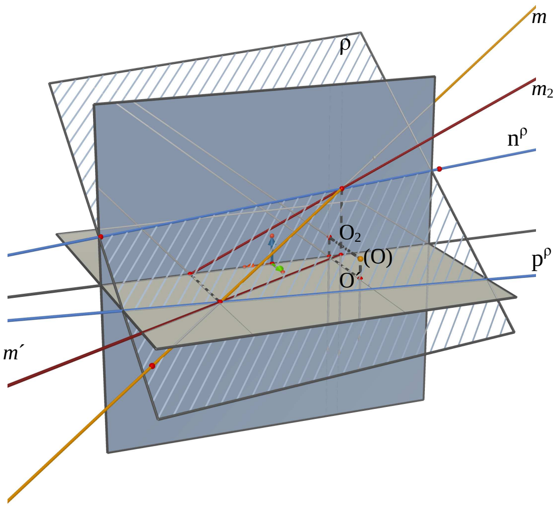
Pokud je rovina ρ kolmá k první průmětně, pak je její první stopou přímka. Pokud není rovnoběžná s druhou průmětnou, pak je její druhou stopou přímka kolmá k základnici. Pokud rovina ρ je rovnoběžná s druhou průmětnou, pak její druhý průmět neexistuje. Podobě je to i v případě, že je rovina kolmá k druhé průmětně.

Příklad 2.3.1. Rovina ρ je dána bodem A a přímkou $p = \leftrightarrow BC$, která bodem A neprochází. Určete sdružené průměty bodu O roviny ρ.

Řešení: Najdeme stopy roviny určené bodem A a přímkou p. Bodem O vedeme pomocnou přímku *m*. Najdeme sdružené průměty přímky m. Bod O leží na přímce m. (Obr. 2.3.3a) - b))



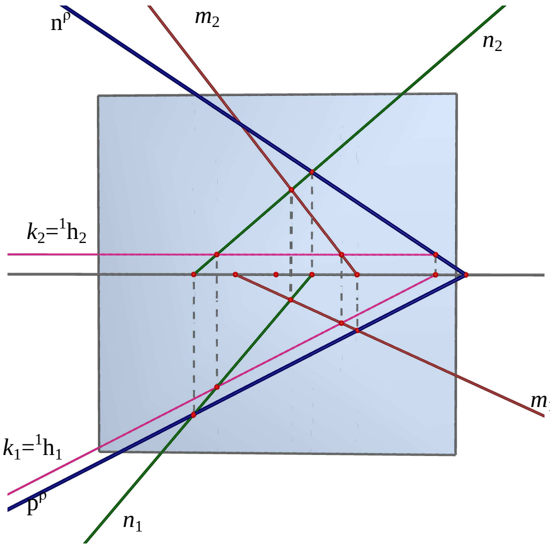
Obrázek 2.3.3a) Sdružené průměty bodu O, ležícího v rovině ρ.



Obrázek 2.3.3b) Sdružené průměty bodu O.

Příklad 2.3.2. Určete stopu roviny ρ dané dvěma různoběžkami *m* a *n* užitím hlavních přímek.

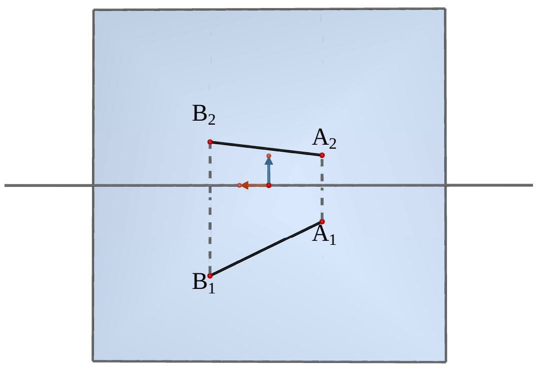
Řešení: První hlavní přímka ^1h je rovnoběžná s π, její druhý průmět je tedy rovnoběžný s osou *x*. Zvolíme k_2 rovnoběžnou s x_{12} a pomocí průsečíků přímky *k* s přímkami *m* a *n* určíme ^1h. Najdeme půdorysné a nárysné stopníky přímek *m* a *n*. Využitím rovnoběžnosti hlavních přímek se stopami roviny a pomocí půdorysných a nárysných stopníků přímek určíme stopy roviny ρ. (Obr. 2.3.4)



Obrázek 2.3.4: Zobrazení stop roviny ρ.

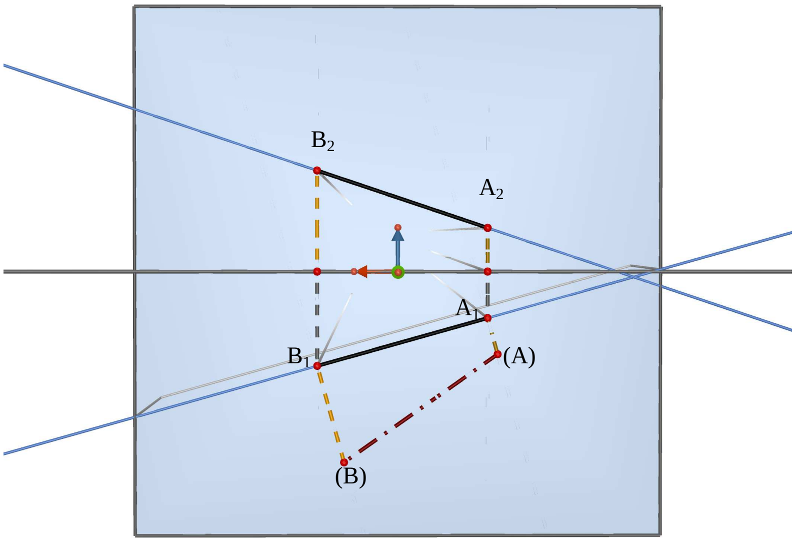
2.4 Řešené příklady

Příklad 2.4.1 Určete skutečnou velikost úsečky AB z obrázku 2.4.1.



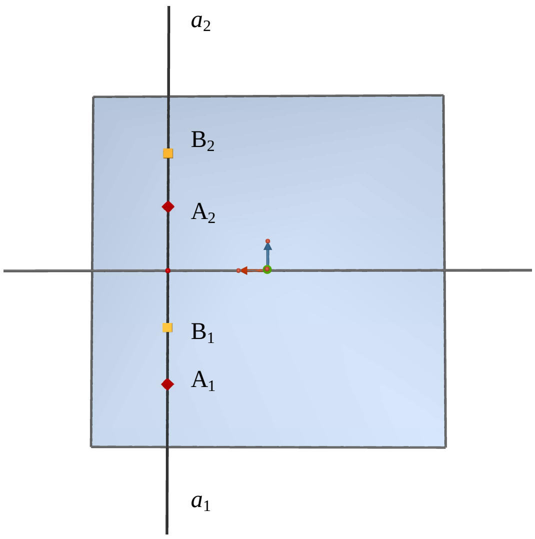
Obrázek 2.3.1: Zadání – úsečka AB.

Řešení: Velikost úsečky budeme určovat například v půdorysně. Užijeme tedy z-tové souřadnice bodů A a B. Body sklopíme do půdorysny, a tím získáme obrazy bodů „ve skutečné velikosti“. (Obr. 2.4.1a))



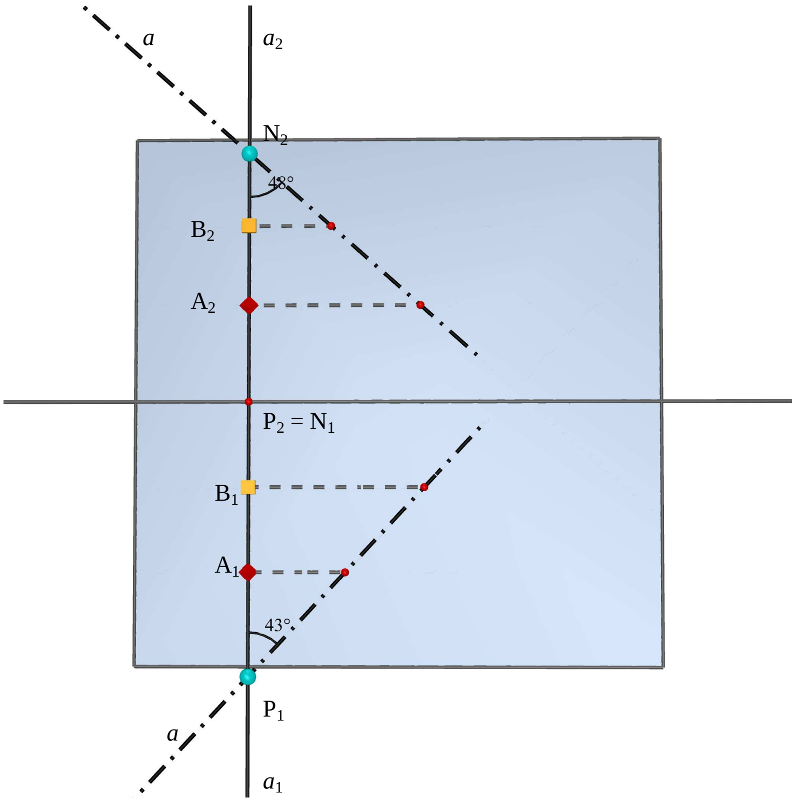
Obrázek 2.4.1a) Řešení – skutečná velikost úsečky AB.

Příklad 2.4.2 Zobrazte stopníky dané přímky $a = \leftrightarrow$ AB a určete její odchylku od půdorysny a nárysny. (Obr. 2.4.2)



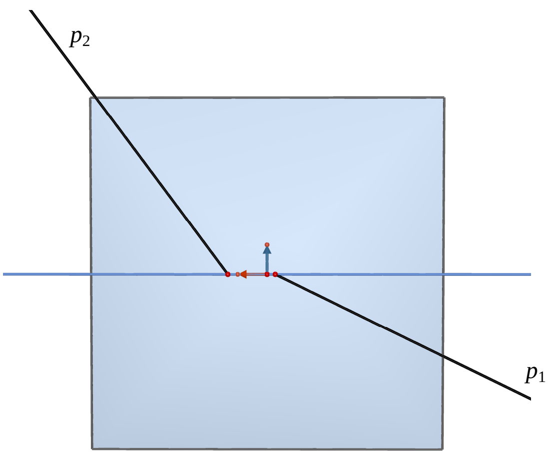
Obrázek 2.4.2: Zadání – přímka *a*.

Řešení: Body sklopíme podobně jako v předcházejícím případě a zobrazíme přímku *a* ve skutečné velikosti. Ze zřejmých důvodů průnik prvního průmětu p_1 přímky p s přímkou (p) ve skutečné velikosti určuje půdorysný stopník, úhel mezi těmito přímkami pak odchylku přímky p od půdorysny. Průnik druhého průmětu p_2 přímky p s přímkou (p) ve skutečné velikosti určuje stopník nárysný a úhel mezi těmito přímkami určuje odchylku přímky p od nárysny. (Obr. 2.4.2a))



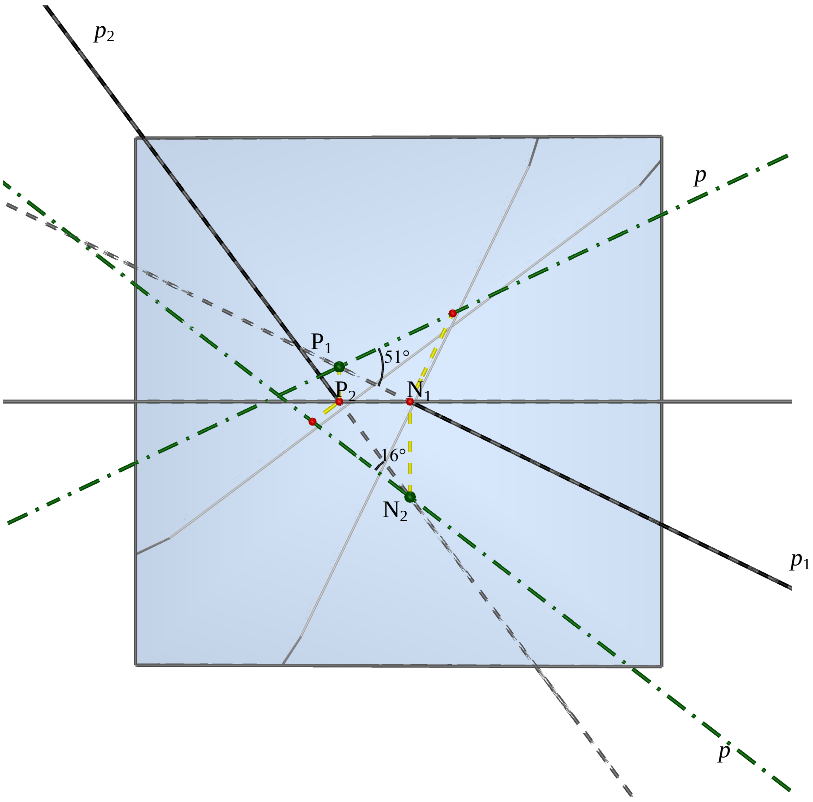
Obrázek 2.4.2a) Řešení – odchylka přímky *a* od průměten.

Příklad 2.4.3 Zobrazte půdorysné a nárysné stopníky dané přímky p a určete její odchylku od půdorysny i nárysny. (Obr. 2.4.3)



Obrázek 2.4.3: Zadání – zobrazení stopníků přímky *p*.

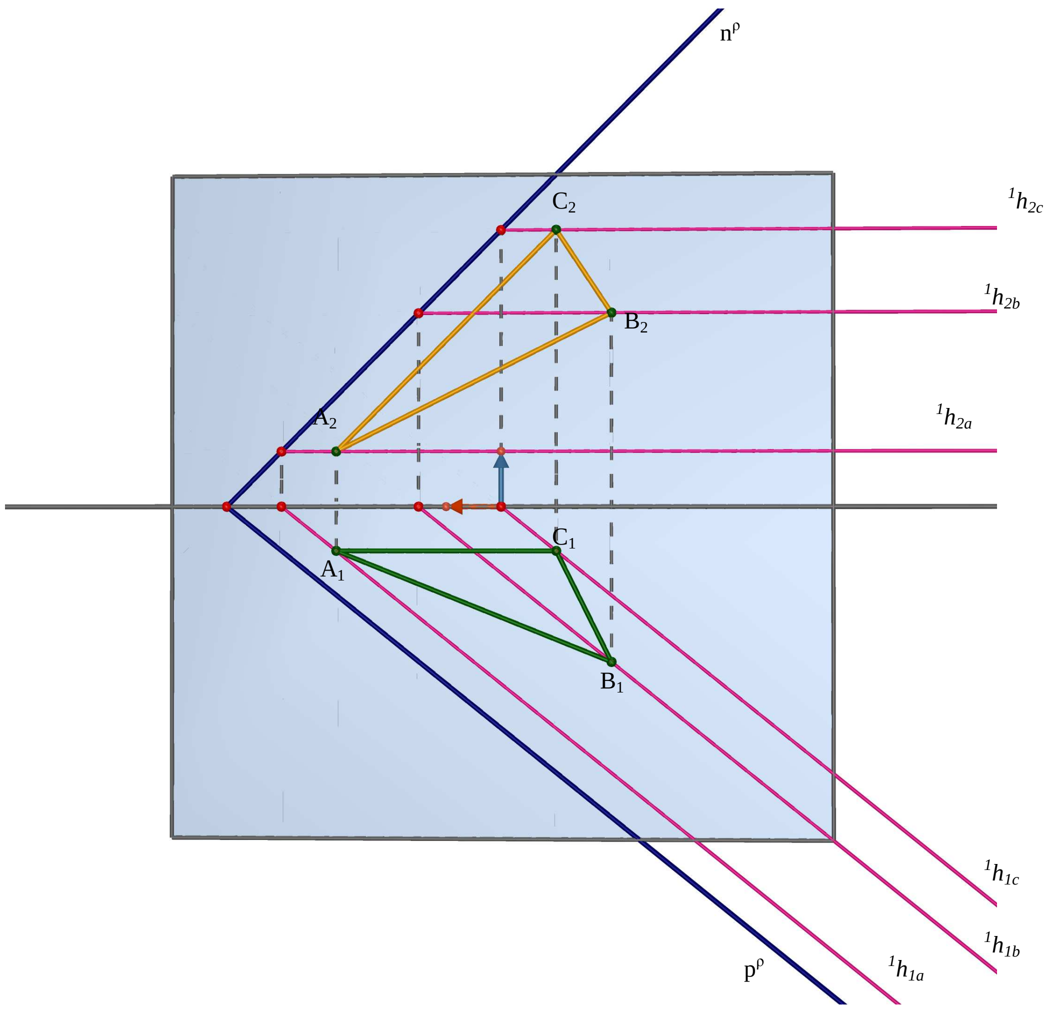
Řešení: Oba stopníky leží v záporné polorovině. Při hledání odchylky nanášíme zetové (resp. ypsilonové) souřadnice do záporné poloroviny od přímky p. (Obr. 2.4.3a))



Obrázek 2.4.3a) Řešení – stopníky a odchylka přímky *p* od průměten.

Příklad 2.4.4 V rovině ρ(-5; 4; 5) zobrazte trojúhelník PQR: P[2; ?; 3,5], Q[1; ?; 5], R[-3; ?; 1].

Řešení: Hledané obrazy trojúhelníka sestrojíme pomocí hlavních přímek první osnovy. Vrcholem A_1 sestrojíme první průmět hlavní přímky první osnovy ${}^1h_1$ a najdeme její sdružený průmět ${}^1h_2$. Vrchol A_2 leží na hlavní přímce ${}^1h_2$ a na ordinále. Podobně postupujeme i s vrcholy B a C. (Obr. 2.4.4)



Obrázek 2.4.4: Sdružené průměty trojúhelníka ABC.

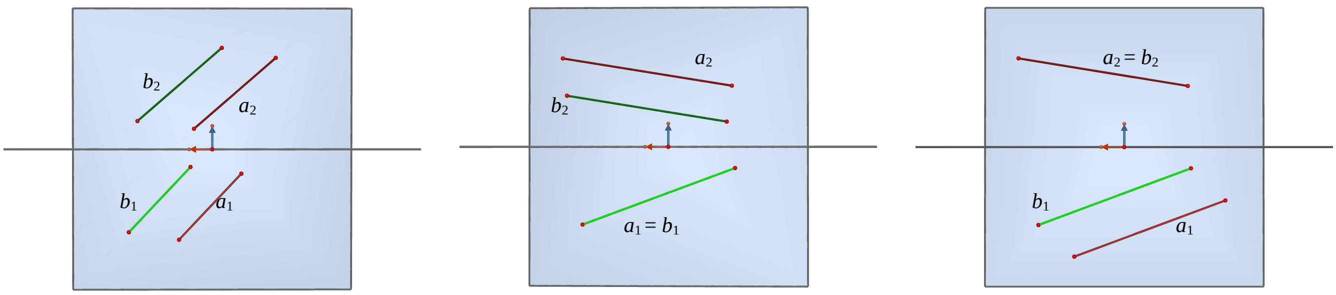
3. Polohové úlohy

3.1 Vzájemná poloha dvou bodů, bodu a přímky

Je zřejmé, že dva body splývají, pokud splývají jejich první i druhé průměty. Stejně tak můžeme jednoduše rozhodnout o vzájemné poloze bodu a přímky. Bod A leží na přímce p tehdy, pokud bod A_1 leží na p_1 a bod A_2 leží na p_2.

3.2 Vzájemná poloha dvou přímek

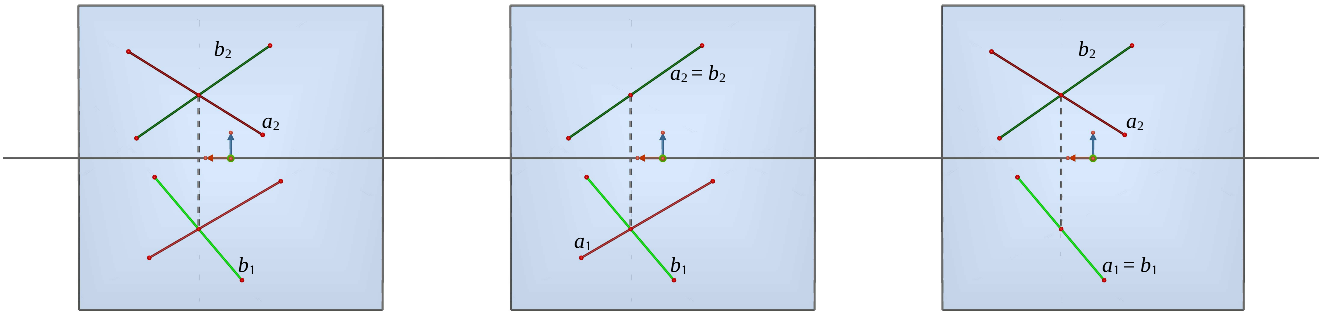
Přímky *p* a *q* jsou rovnoběžné právě tehdy, pokud jsou spolu rovnoběžné i jejich první a druhé průměty, které ale nejsou kolmé k základnici. Tvrzení plyne z toho, že pokud jsou spolu přímky rovnoběžné, jsou spolu rovnoběžné i jejich promítací roviny a tedy i průměty přímek musí být rovnoběžné. (Obr. 3.2.1)



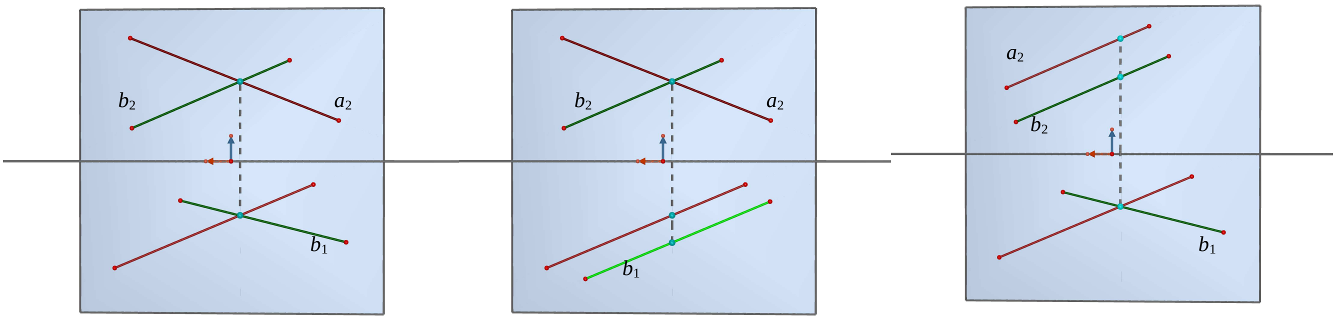
Obrázek 3.2.1.a) – c) Zobrazení rovnoběžných přímek.

Dvě přímky *p* a *q* jsou různoběžné právě tehdy, když jsou různoběžné i jejich první a druhé průměty a průsečíky přímek p_1 a q_1 a p_2 a q_2 leží na ordinále (a žádný z průmětů není kolmý k základnici). Pokud přímky leží ve společné půdorysně, resp. nárysně promítací rovině, je půdorysným, resp. nárysným průmětem jediná přímka. (Obr. 3.2.2)

Mimoběžné jsou přímky *p* a *q* tehdy, pokud jsou jejich průměty různoběžky, ale průsečíky jejich prvních a druhých průmětů neleží na ordinále, nebo pokud jsou jedním z jejich průmětů různoběžky a druhým rovnoběžky. Zároveň předpokládáme, že žádný z průmětů není kolmý k základnici. (Obr. 3.2.3)



Obrázek 3.2.2 a) - c) Zobrazení různoběžných přímek.



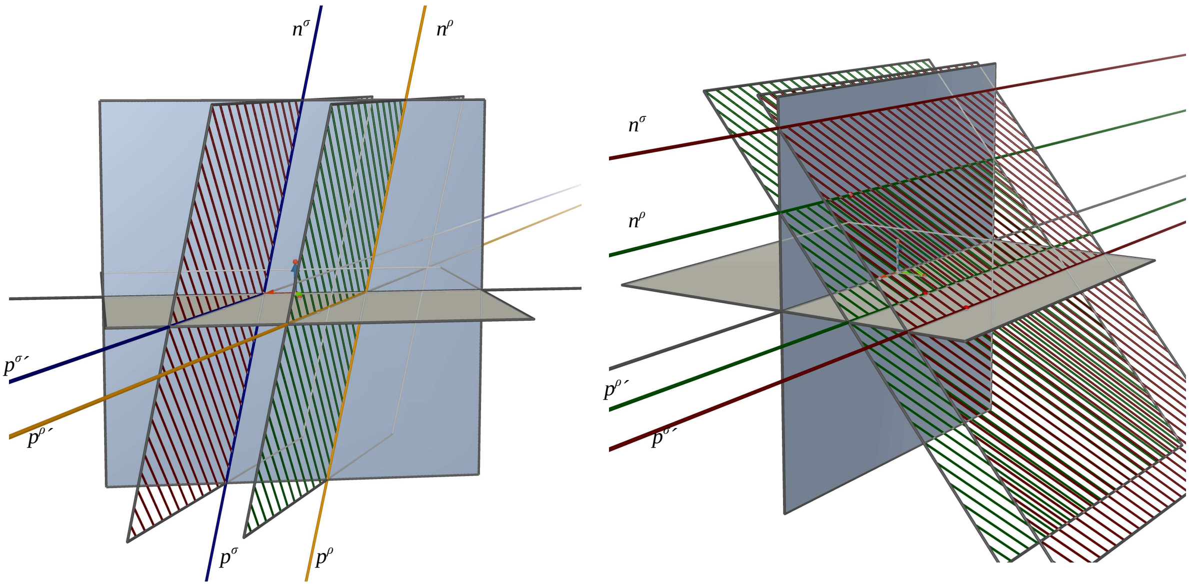
Obrázek 3.2.3 a) - c) Zobrazení mimoběžných přímek.

3.3 Vzájemná poloha dvou rovin

Dvě roviny ρ a σ jsou rovnoběžné právě tehdy, jsou-li navzájem rovnoběžné i souhlasné průměty jejich souhlasných stop. (Zvolíme-li totiž třetí rovinu s nimi navzájem různoběžnou, protne tato rovina roviny ρ a σ ve dvou rovnoběžných přímkách.)

Pokud jsou roviny ρ a σ rovnoběžné se základnicí, pak i jejich stopy musí být rovnoběžné se základnicí. Jestli jsou rovnoběžné i roviny navzájem, zjistíme například užitím třetí průmětny. Protože třetí průmětna je kolmá k základnici, je také kolmá k rovinám ρ a σ, a proto jsou třetími průměty rovin také přímky. Snadno ukážeme, že roviny jsou navzájem rovnoběžné. (Obr. 3.3.1)

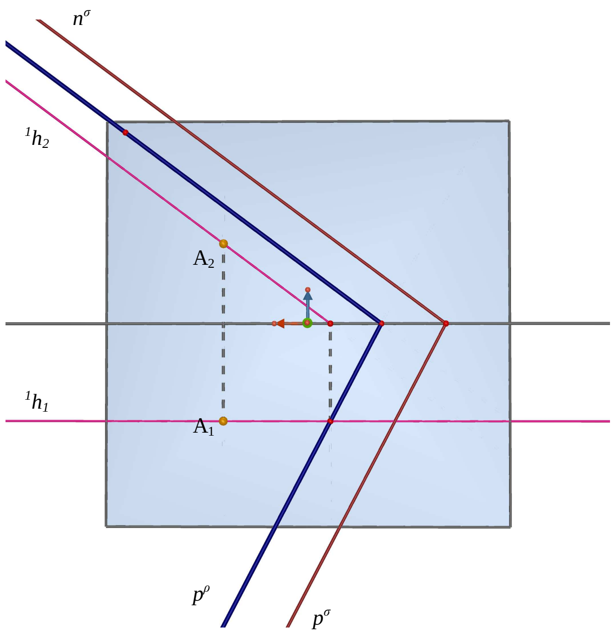
Jsou-li roviny různoběžné, pak jejich průnikem je přímka *r*, kterou nazýváme *průsečnice*.



Obrázek 3.3.1a) – b) Zobrazení rovnoběžných rovin

Příklad 3.3.1. Je dán bod A a rovina ρ. Bodem A veďte rovinu σ rovnoběžnou s danou rovinou ρ.

Řešení: Bodem A vedeme přímku p rovnoběžnou s hlavními přímkami první a druhé osnovy roviny ρ. Přímka p tedy leží v hledané rovině σ, a proto její nárysný stopník N_2 leží na nárysné stopě n^σ, přičemž n^σ je rovnoběžná s n^ρ. Současně platí, že p^σ je rovnoběžná s p^ρ. (Obr. 3.3.2)



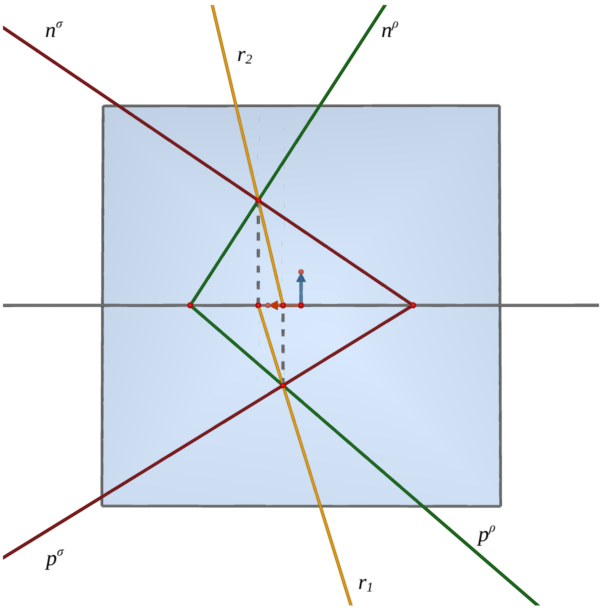
Obrázek 3.3.2: Rovina rovnoběžná s danou rovinou.

Příklad 3.3.2. Sestrojte průsečnici daných různoběžných rovin ρ a σ.

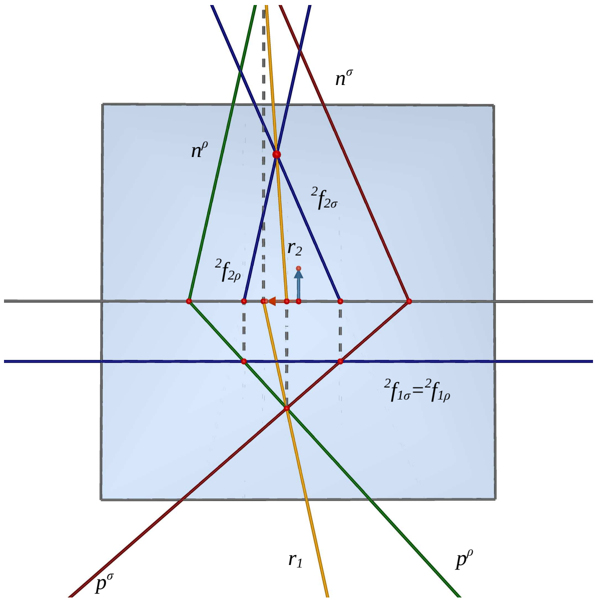
Řešení: Pokud jsou roviny ρ a σ v obecné poloze vzhledem k průmětnám, najdeme jejich průsečnici velmi snadno. Průsečík P půdorysných stop leží v obou rovinách, a je tedy bodem přímky *r*. Stejně tak bod N je průsečíkem nárysných stop obou rovin, a je tedy bodem přímky *r*. Platí *r* = PN. (Obr. 3.3.3)

Pokud je průsečík dvou různoběžných rovin nedostupný, volíme k nalezení průsečnice jinou pomocnou rovinu než průmětny. (Obr. 3.3.4)

Pokud jsou roviny ρ a σ rovnoběžné s osou *x*, pak platí, že i jejich stopy jsou rovnoběžné s *x* a tedy i průsečnice *r* bude rovnoběžná s osou *x*. Sdružené průměty přímky *r* sestrojíme užitím třetí průmětny. Třetí průmětna je kolmá k ρ i σ a pravoúhlé průměty rovin ρ a σ do třetí průmětny (ν) jsou přímky. Rovinu ν otočíme do nárysny a sestrojíme třetí průmět ρ_3 a σ_3 rovin ρ a σ. Průsečík přímek ρ_3 a σ_3 je pak třetí průmět r_3 průsečnice *r*.



Obrázek 3.3.3: Průsečnice dvou rovin.



Obrázek 3.3.4: Průsečnice dvou rovin.

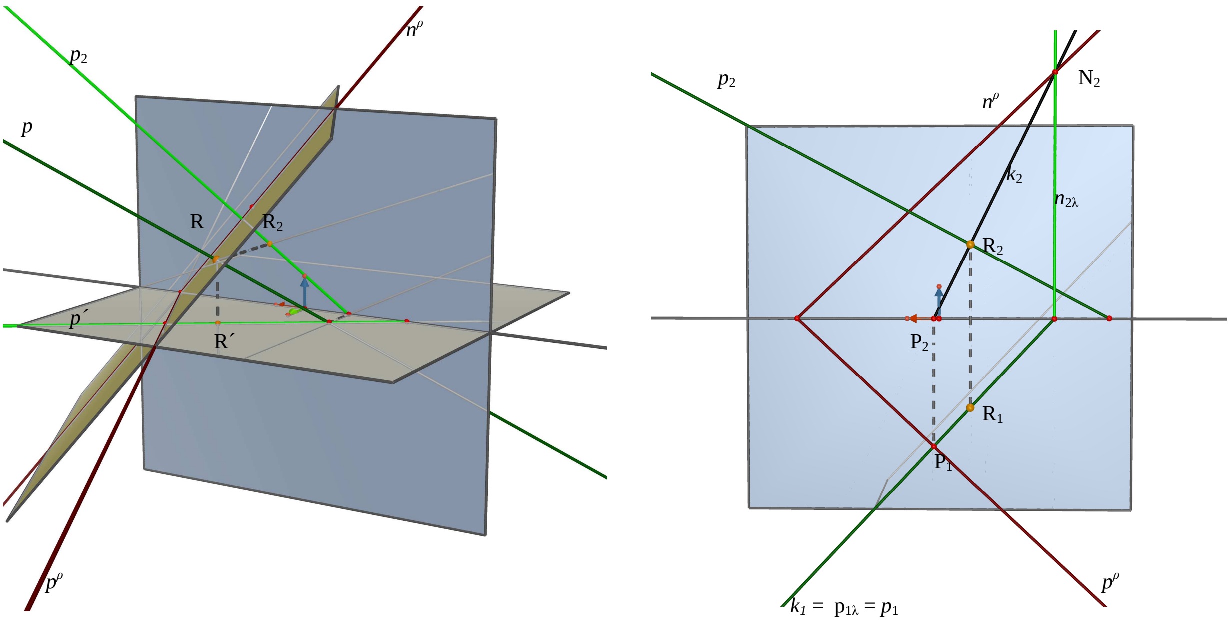
3.4 Vzájemná poloha přímky a roviny

Průsečík přímky s rovinou sestrojíme užitím průsečnice dvou rovin.

Danou přímkou *p* proložíme vhodnou pomocnou rovinu σ, najdeme její průsečnici s danou rovinou ρ a ze vzájemné polohy přímky *p* a průsečnice *r* určíme vzájemnou polohu přímky *p* a roviny ρ. (Obr. 3.4.1)

Za pomocnou rovinu λ volíme nejčastěji některou z promítacích rovin. Příslušné průměty přímek *p* a *r*, které jsou průnikem λ a ρ splývají a přímka *r* se nazývá *krycí přímka*.

Krycí přímky užíváme většinou tehdy, když je rovina (ρ) určena dvěma různými přímkami. Přímkou *p* proložíme první promítací rovinu, která protíná danou rovinu ρ v krycí přímce *r*.

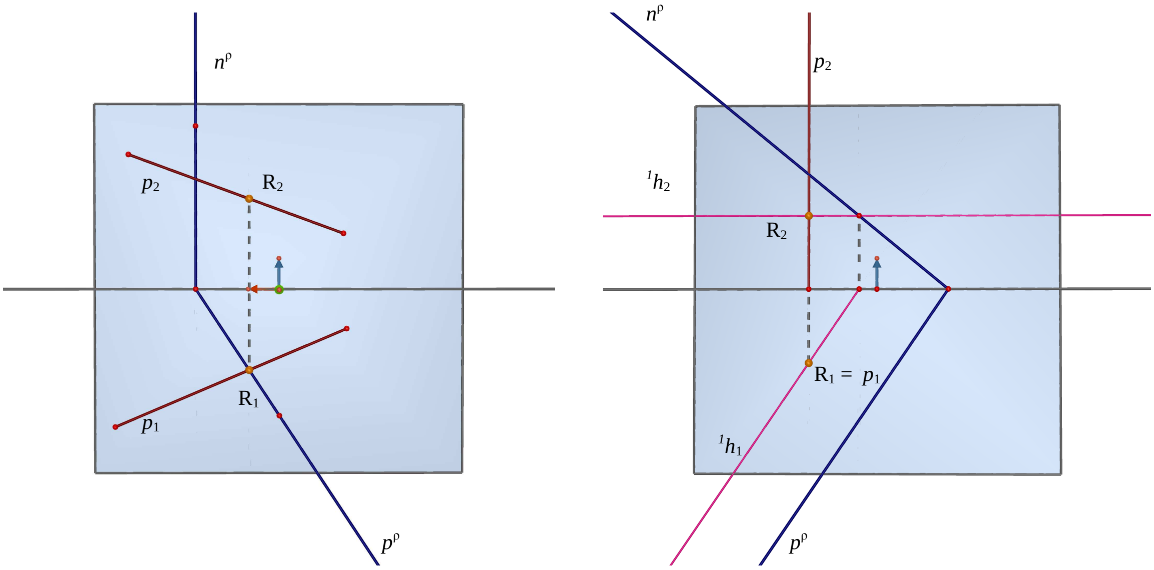


Obrázek 3.4.1a) – b) Průsečík přímky s rovinou.

Nejčastěji se však s úlohami o vzájemné poloze přímky a roviny setkáváme při určování příček mimoběžek.

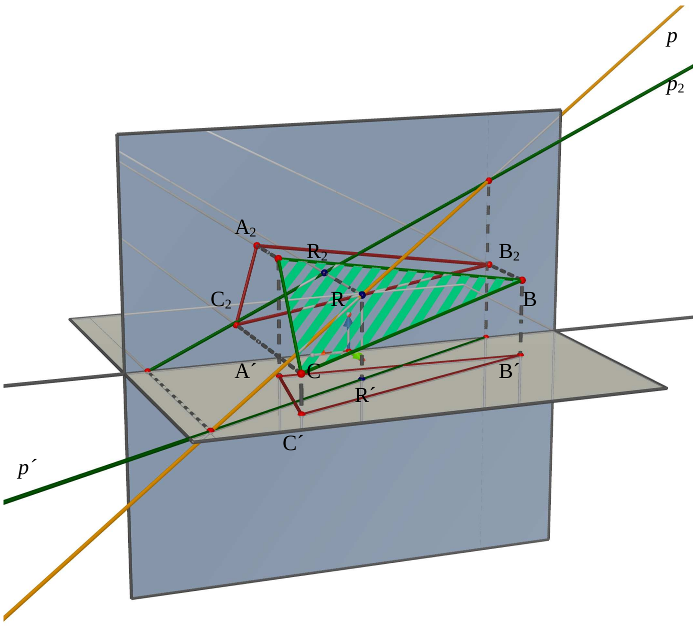
Příklad 3.4.1. Určete vzájemnou polohu roviny ρ a přímky *p*.

Řešení: Můžeme se setkat se dvěma typy příkladů. Pokud je rovina ρ zadaná svými souřadnicemi, řešíme tak, že přímkou *p* vedeme pomocnou půdorysně promítací rovinu (λ). Vznikne tím úloha o průsečnici dvou rovin a řešíme známým způsobem ($p_1 = r_1$, najdeme r_2 náležící ρ; průnik r_2 s p_2 je R_2, R_1 leží na p_1 a na ordinále). (Obr. 3.4.2)



Obrázek 3.4.2 a) - b) Vzájemná poloha přímky a roviny.

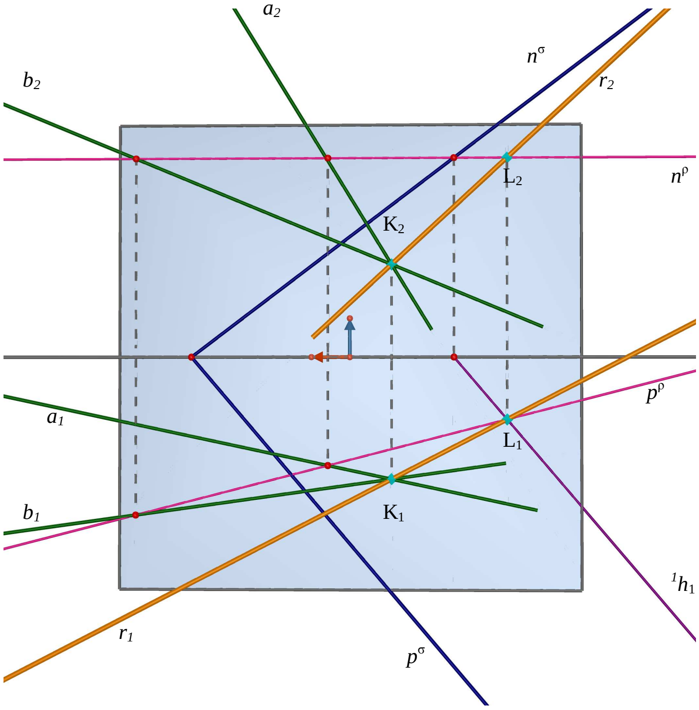
Pokud je rovina ρ zadaná třemi body (A, B, C), můžeme řešit jako průnik přímky *p* s trojúhelníkem ABC. Tuto úlohu budeme řešit pomocí krycích přímek. Přímkou *p* proložíme první promítací rovinu λ, která rovinu trojúhelníka protne v krycí přímce k. Přímka r_1 pak protne stranu A_1B_1 trojúhelníka $A_1B_1C_1$ v bodě X_1 a stranu B_1C_1 v bodě Y_1. Na ordinále na straně A_2B_2, resp. B_2C_2 najdeme body X_2, resp. Y_2. Platí $r_2 = X_2Y_2$. Průnik přímky r_2 s p_2 je hledaný nárysný průmět R_2 průsečíku R přímky *p* s trojúhelníkem ABC. Bod R_1 leží na ordinále na přímce p_1. (Obr. 3.4.3)



Obrázek 3.4.3: Průsečík přímky s trojúhelníkem.

Krycí přímky můžeme použít i při konstrukci průsečnice dvou rovin – o níž jsme se bavili v předcházející podkapitole. Například při konstrukci průsečnice dvou rovin, které nejsou obě dané stopami, můžeme užít průsečíků přímek jedné roviny s druhou rovinou.

Příklad 3.4.2 Mějme dánu rovinu ρ přímkami *a*, *b* a rovinu σ stopami. Průsečík K přímek *a*, *b* je bodem roviny σ a leží na průsečnici *r* obou daných rovin. Zbývá najít další bod průsečnice. V rovině ρ zvolíme libovolnou přímku (například hlavní přímku ^1h první osnovy), která neprochází bodem K. Její průsečík L s rovinou σ je dalším bodem průsečnice *r*. Užijeme krycí přímky *k*, v níž druhá promítací rovina přímky ^1h protíná rovinu σ. Hledaná průsečnice $r = \leftrightarrow$ KL. (Obr. 3.4.4)



Obrázek 3.4.4: Průsečnice dvou rovin.

3.5 Viditelnost

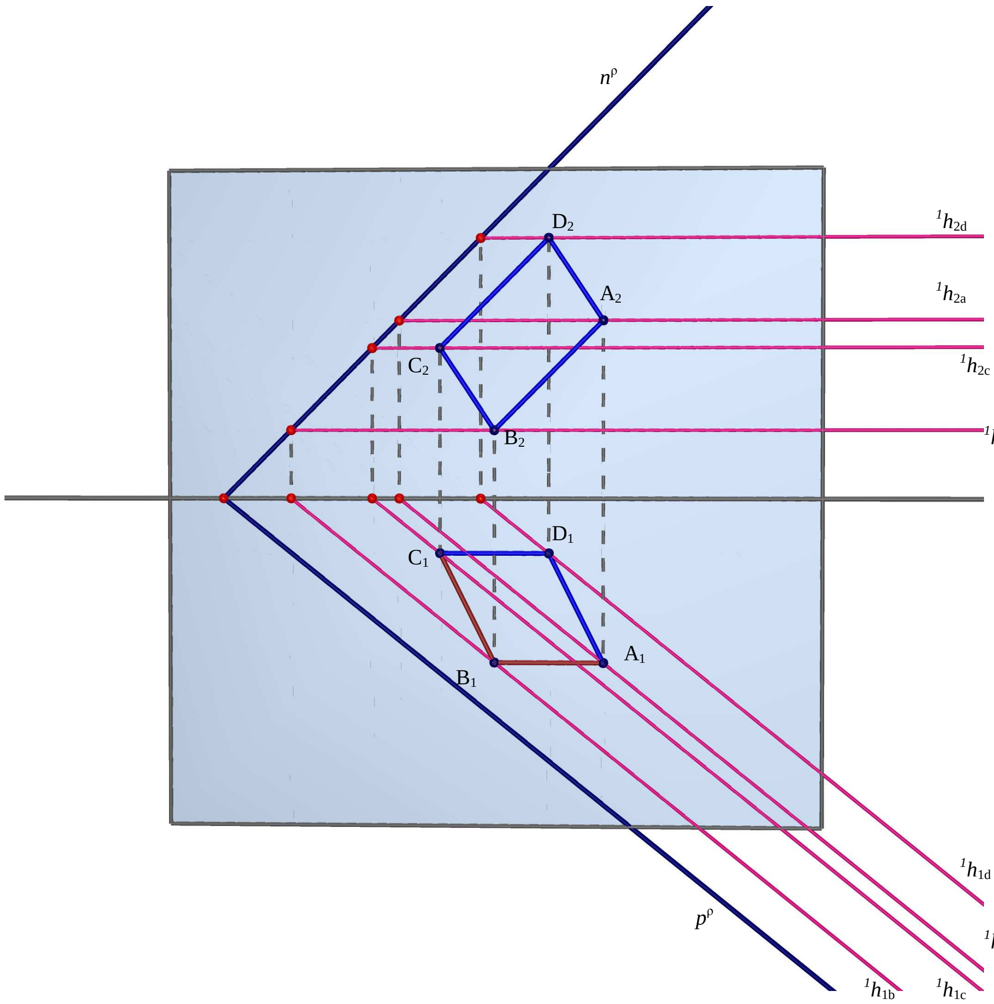
Pro větší názornost určujeme v Mongeově promítání také viditelnost zobrazovaných útvarů. Přitom je třeba určovat viditelnost každého průmětu zvlášť – tedy zvlášť viditelnost prvního průmětu a zvlášť viditelnost průmětu druhého.

Pro půdorys platí, že ze dvou bodů první promítací přímky je viditelný ten, který má větší zetovou souřadnici (je tedy v prostoru výš), pro nárys pak platí, že ze dvou bodů druhé promítací přímky je viditelný ten, který má vyšší ypsilonovou souřadnici.

3.6 Řešené příklady

Příklad 3.6.1 V rovině ρ(-5; 4; 5) zobrazte rovnoběžník ABCD. A[2; 3; ?], B[0; 3; ?], C[-1; 1; ?].

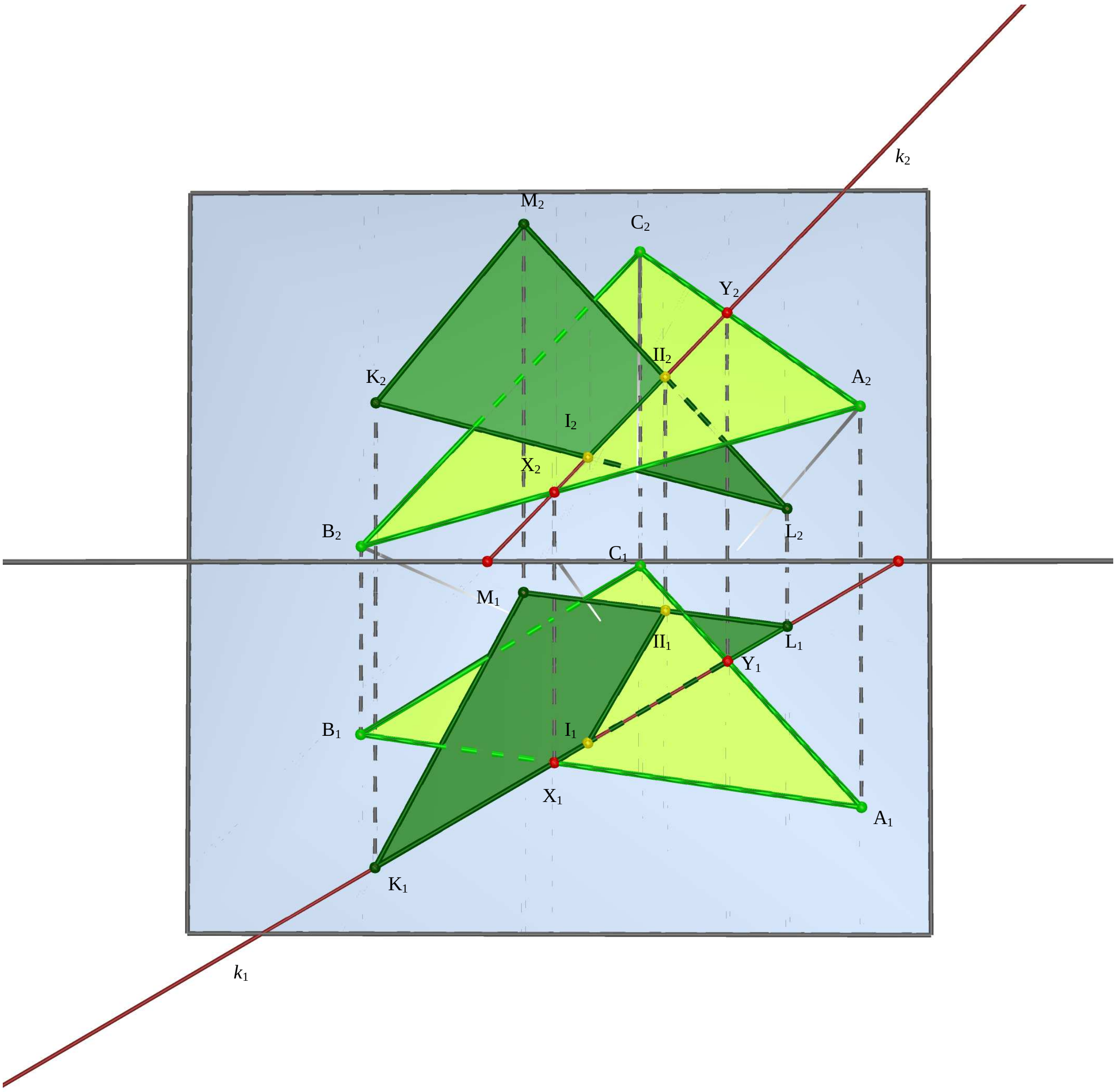
Řešení: Protože v se Mongeovo promítání rovnoběžnost zachovává, můžeme hned sestrojit první průmět rovnoběžníka ABCD. Sdružené průměty bodů rovnoběžníka pak leží na hlavních přímkách a na ordinálách. (Obr. 3.6.1)



Obrázek 3.6.1: Zobrazení čtyřúhelníka.

Příklad 3.6.2 Jsou dány trojúhelníky $\triangle ABC$ a $\triangle KLM$. Zobrazte průnik těchto trojúhelníků a určete viditelnost.

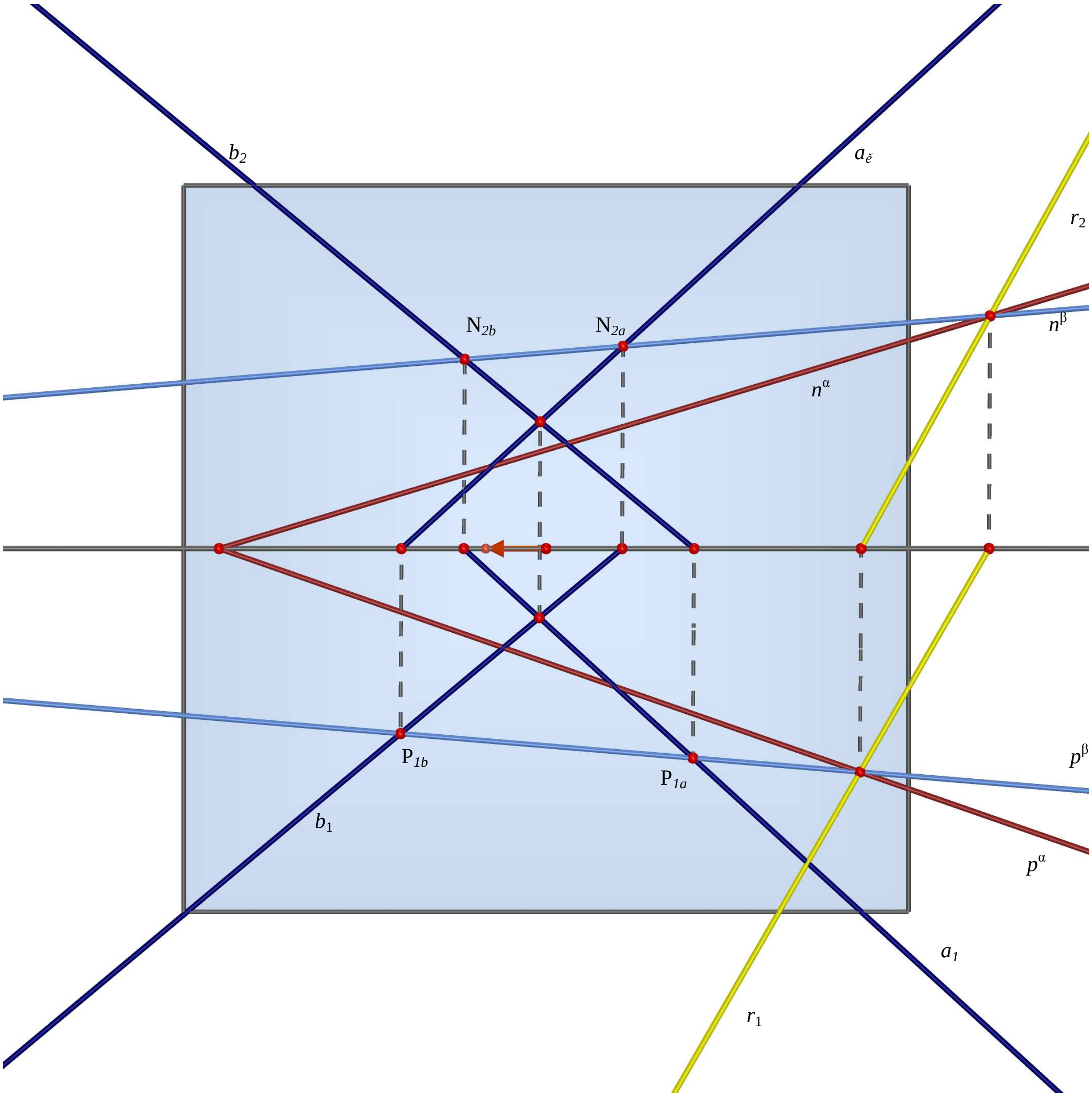
Řešení: K sestrojení průseku těchto trojúhelníků využijeme krycích přímek. Stranou K_1L_1 trojúhelníka $K_1L_1M_1$ proložíme přímku k_1 a najdeme sdružené průměty obou průsečíků X, Y s trojúhelníkem ABC (průsečíky leží na příslušných stranách trojúhelníka $A_2B_2C_2$ a na ordinálách). Přímka $k_2 = X_2Y_2$. Hledaný průsek těchto trojúhelníků je pak průsečnice krycí přímky s trojúhelníkem $K_2L_2M_2$. (Obr. 3.6.2)



Obrázek 3.6.2: Průsek trojúhelníků.

Příklad 3.6.3 Jsou dány přímky *a*, *b* a stopy roviny α. Rozhodněte o vzájemné poloze rovin α a $\beta = \leftrightarrow ab$.

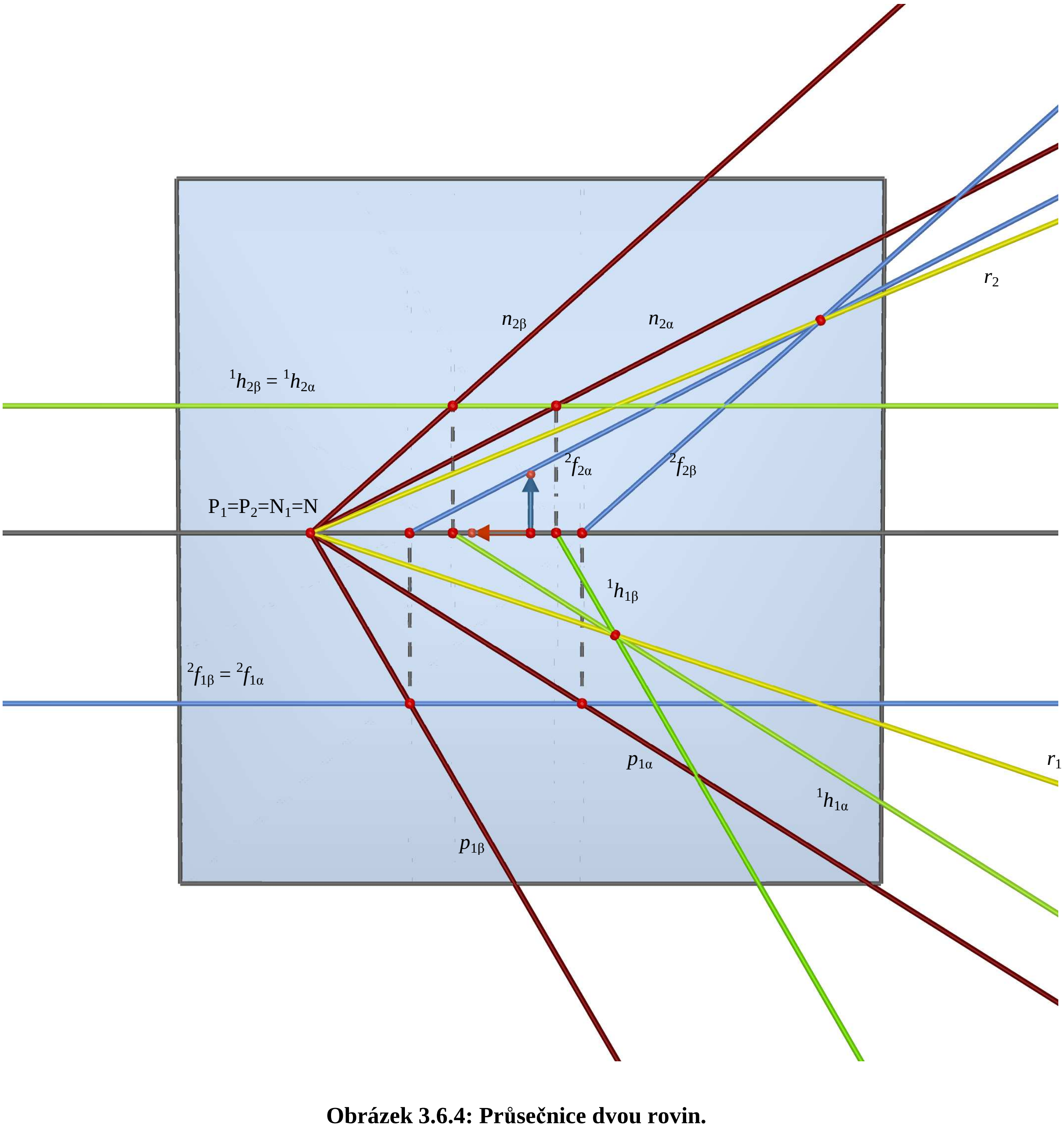
Řešení: Známým způsobem sestrojíme stopy roviny β dané dvěma různoběžkami. Vidíme, že dané roviny jsou různoběžné, můžeme tedy sestrojit jejich průsečnici. (Obr. 3.6.3)



Obrázek 3.6.3: Vzájemná poloha dvou rovin.

Příklad 3.6.4 Jsou dány stopy rovin β a α. Zobrazte jejich průsečnici *r*.

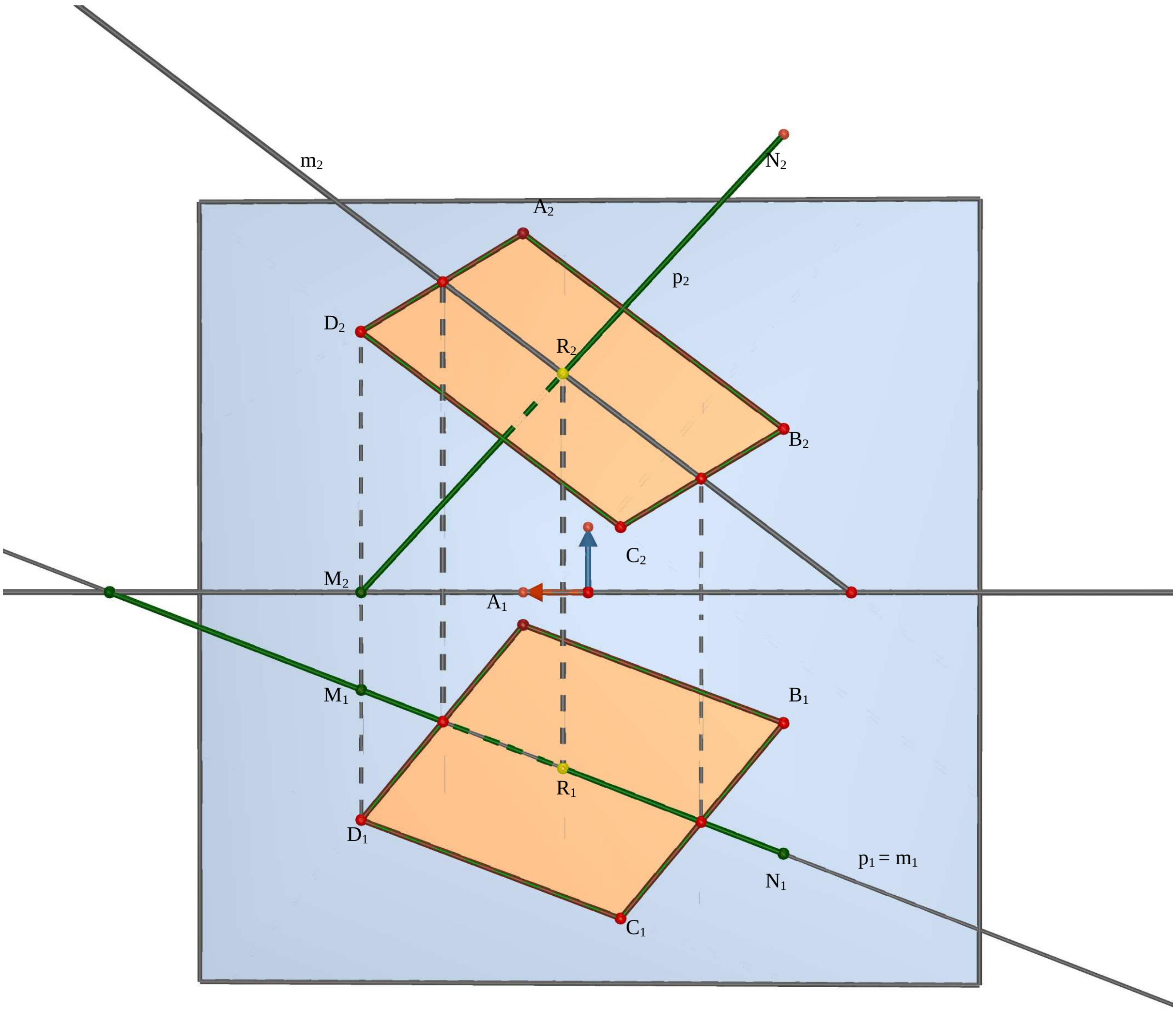
Řešení: Protože $P_1=P_2=N_1=N_2$, užijeme k sestrojení průsečnice hlavní přímky první a druhé osnovy. Sestrojíme hlavní přímku druhé osnovy $^2f_1$. Druhé průměty průsečíků hlavní přímky a stop roviny leží na ose x_{12}. Sestrojíme hlavní přímky $^2f_2$ a $^2f_2'$. Jejich průsečík je bod průsečnice. Obdobně postupujeme s přímkou $^2h_2$.



Obrázek 3.6.4: Průsečnice dvou rovin.

Příklad 3.6.5 Sestrojte průsečík přímky p = MN s rovnoběžníkem ABCD. Určete viditelnost. M[-3,5; 1,5; 0], N[3; 4; 7], A[-1; 0,5; 5,5], B[3; 2; 2,5], C[0,5; 5; 1].

Řešení: Jak už víme, Mongeovo promítání zachovává rovnoběžnost, jednoduše tedy můžeme sestrojit rovnoběžník ABCD. Přímkou p pak proložíme krycí přímku m a najdeme její sdružené průměty. Hledaný průsečík R přímky p s rovnoběžníkem ABCD je průsečík přímky p s krycí přímkou m. (Obr. 3.6.5)



Obrázek 3.6.5: Průsečík přímky s rovnoběžníkem.

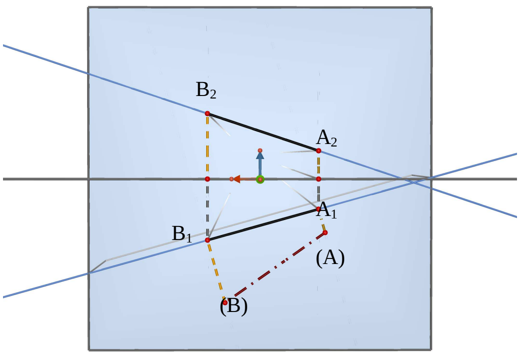
4. Metrické úlohy

Metrickými nazýváme takové úlohy, ve kterých máme určovat skutečnou velikost některých geometrických útvarů (nejčastěji úseček) nebo úhlů. Je zřejmé, že leží-li úsečka v rovině rovnoběžné s první, resp. druhou průmětnou, zobrazí se v první, resp. v druhé průmětně ve skutečné velikosti. Nyní tedy budeme řešit případy, kdy je úsečka v obecné poloze.

4.1 Skutečná velikost úsečky

Určujeme-li skutečnou velikost úsečky, často řešíme tak, že úsečku převedeme do polohy rovnoběžné s průmětnou, tedy sklopíme buď její první promítací rovinu do první průmětny, nebo druhou promítací rovinu do druhé průmětny.

Při sklápění do první promítací roviny kolem úsečky AB použijeme „zetové“ souřadnice daných bodů, přičemž nemusíme znát souřadnice daných bodů A, B, ale můžeme provést graficky. Tedy promítací lichoběžník A_1B_1AB úsečky AB přejde do lichoběžníku $A_1B_1(A)(B)$, kde $|A_1(A)| = |z_A|$, $|B_1(B)| = z_B$ $|(A)(B)| = |AB|$. (Obr. 4.1.1)



Obrázek 4.1.1: Skutečná velikost úsečky.

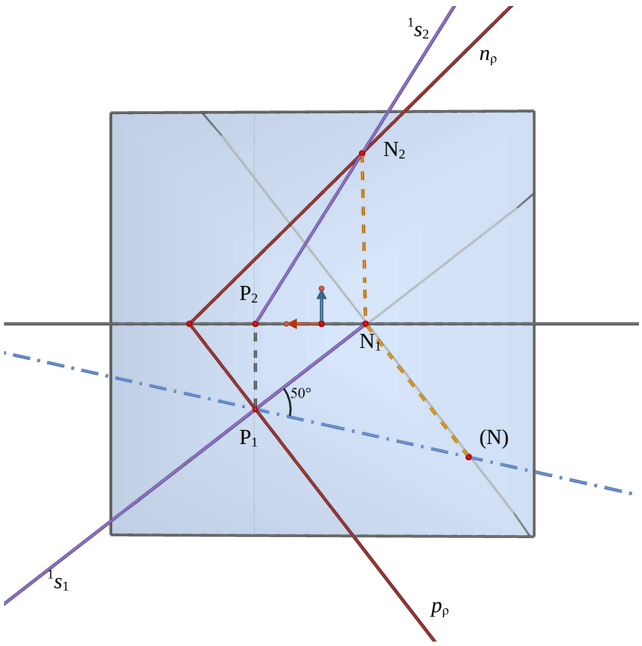
4.2 Odchylky přímek a rovin

Půdorysnou odchylkou (nebo také první odchylkou přímky) nazýváme velikost úhlu, který svírá přímka s první promítací rovinou a nárysnou odchylkou (nebo také druhou odchylkou přímky) úhel, který svírá přímka s druhou průmětnou.

K sestrojení odchylek roviny užíváme spádové přímky roviny. Z předchozího textu víme, že spádové přímky jsou takové, které jsou kolmé na hlavní přímky nebo stopy roviny. Tedy odchylka roviny od první (resp. druhé) průmětny se rovná odchylce první (resp. druhé) spádové přímky od této průmětny.

Příklad 4.2.1 Sestrojte odchylky dané roviny ρ.

Řešení: V rovině zvolíme libovolnou spádovou přímku ${}^1s_1$. ${}^1s_2$ sestrojíme jako druhý průmět přímky *s* roviny ρ. První promítací rovinu přímky ${}^1s$ sklopíme do první průmětny a hledaný úhel je $N_1P_1(N)$. (Obr. 4.2.1)



Obrázek 4.2.1: Odchylka roviny od průmětny.

Pokud by byla rovina rovnoběžná se základnicí, našli bychom její odchylku použitím třetí hlavní průmětny jako velikost úhlu průmětu stopy se základnicí. Je zřejmé, že odchylky rovin rovnoběžných s průmětnou jsou 0° a 90°.

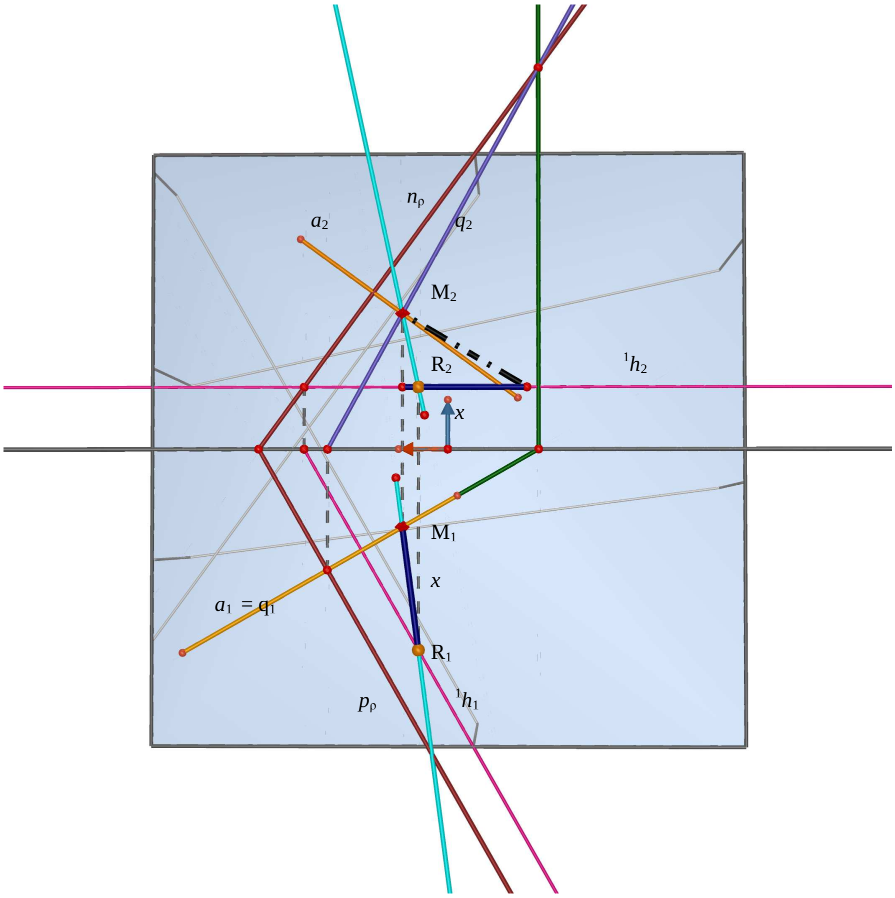
4.3 Vzdálenost bodu od přímky a roviny

Příklad 4.3.1 Určete vzdálenost bodu M od roviny ρ.

Řešení: Úlohu řešíme převedením na úlohu o skutečné velikosti úsečky. Daným bodem M vedeme kolmici ke stopě roviny ρ a najdeme průsečík K této kolmice s rovinou ρ. Vzdálenost bodu M od roviny ρ je pak skutečná velikost úsečky KM.

Příklad 4.3.2 Určete vzdálenost bodu M od dané přímky *p*.

Řešení: Bod M a přímka *a* určují rovinu ρ. V rovině ρ vedeme bodem M kolmici *q* k přímce *a* a její průsečík s *q* označíme R, pak stačí najít skutečnou velikost úsečky RM. (Obr. 4.3.1)



Obrázek 4.3.1: Vzdálenost bodu od přímky.

Pokud by daná přímka byla rovnoběžná s průmětnou, například s nárysnou, příklad se zjednoduší. Z podmínky, že ρ je kolmá k *p*, plyne, že ρ je promítací rovina a tedy i n_2^ρ je kolmá k p_2. Na tento příklad převádíme řešení úlohy, je-li přímka kolmá k základnici. Užijeme třetí hlavní průmětny. Protože je *p* kolmá k *x*, je ρ rovnoběžná s *x* a tedy ρ_3 je kolmá k p_3.

4.4 Otáčení

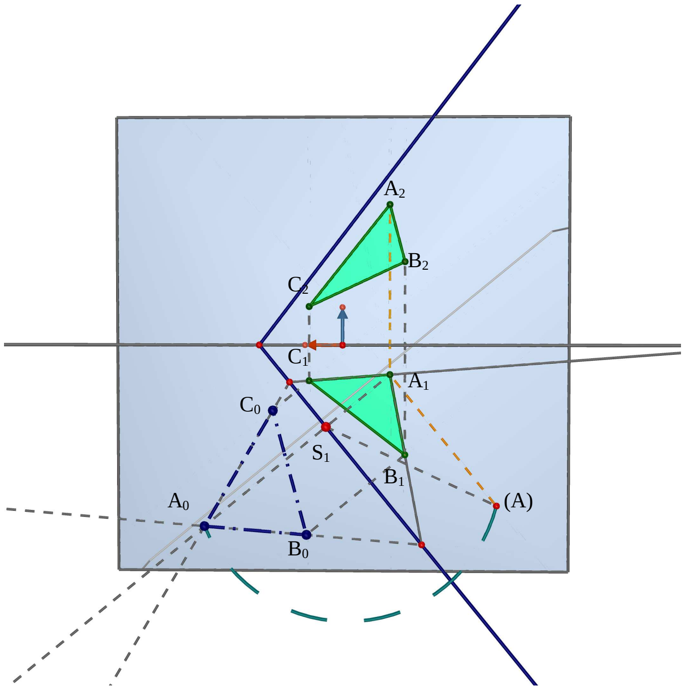
Při řešení metrických úloh je významnou pomocnou metodou otáčení roviny. Cílem je buď určit skutečnou velikost rovinného útvaru, nebo najít sdružené průměty daného rovinného útvaru.

Rovinu otáčíme buď přímo do průmětny, nebo do roviny rovnoběžné s některou průmětnou.

Příklad 4.4.1 Určete skutečnou velikost trojúhelníku ABC, který leží v dané rovině ρ.

Řešení: Rovinu ρ otočíme do první průmětny. Osou otáčení je stopa p_1^{ρ} roviny ρ. Otáčíme libovolný bod roviny ρ, který neleží na stopě, např. bod A. Najdeme první průmět roviny otáčení bodu A, první průmět S_1 středu otáčení bodu A a poloměr otáčení bodu A.

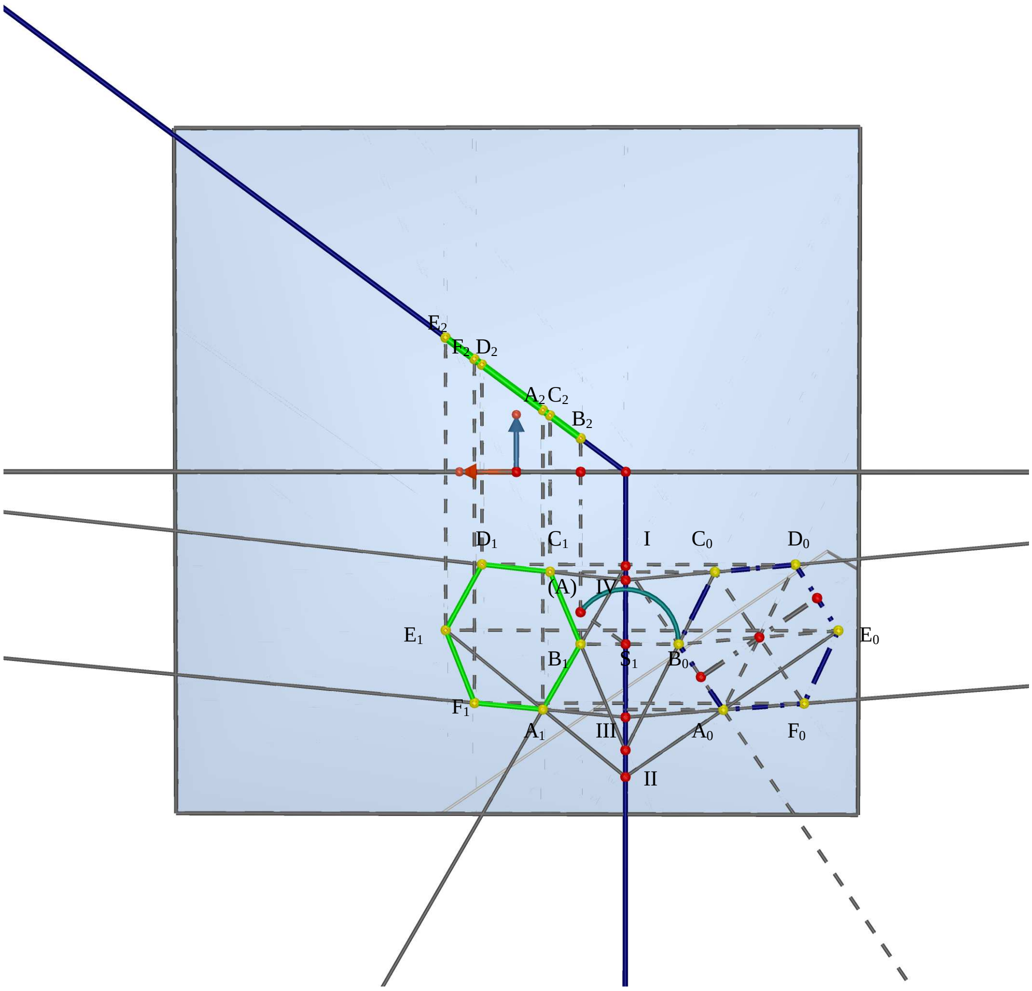
Bodem A_1 vedeme kolmici ke stopě roviny. Průnikem této kolmice a stopy roviny je bod S_1, tedy střed otáčení bodu A. poloměrem otáčení je pak vzdálenost S_1(A). Bod (A) najdeme známým způsobem užitím „ypsilonové“ souřadnice bodu A. Otočený bod A_0 leží na kolmici s bodem A_1 a S_1. Ostatní body daného trojúhelníka najdeme užitím afinity. Afinita je určena stopou p_1^{ρ} roviny ρ a párem odpovídajících si bodů – A_1, A_0. Trojúhelník $A_0B_0C_0$ udává skutečnou velikost trojúhelníka ABC. (Obr.4.4.1)



Obrázek 4.4.1: Skutečná velikost trojúhelníka.

Příklad 4.4.2 Je dána úsečka AB a půdorysně promítací rovina α. V dané rovině sestrojte nad úsečkou AB pravidelný šestiúhelník.

Řešení: Máme dvě možnosti. Můžeme rovinu sklopit kolem její nárysné stopy, nebo otočit pomocí stopy půdorysné. V druhém případě není nutné vyhledávat poloměry otáčení, protože roviny otáčení jsou rovnoběžné s půdorysnou. V otočení zobrazíme úsečku A_0B_0 a doplníme na pravidelný šestiúhelník. Pomocí afinity pak otočíme zpět do první průmětny. (Obr. 4.4.2)

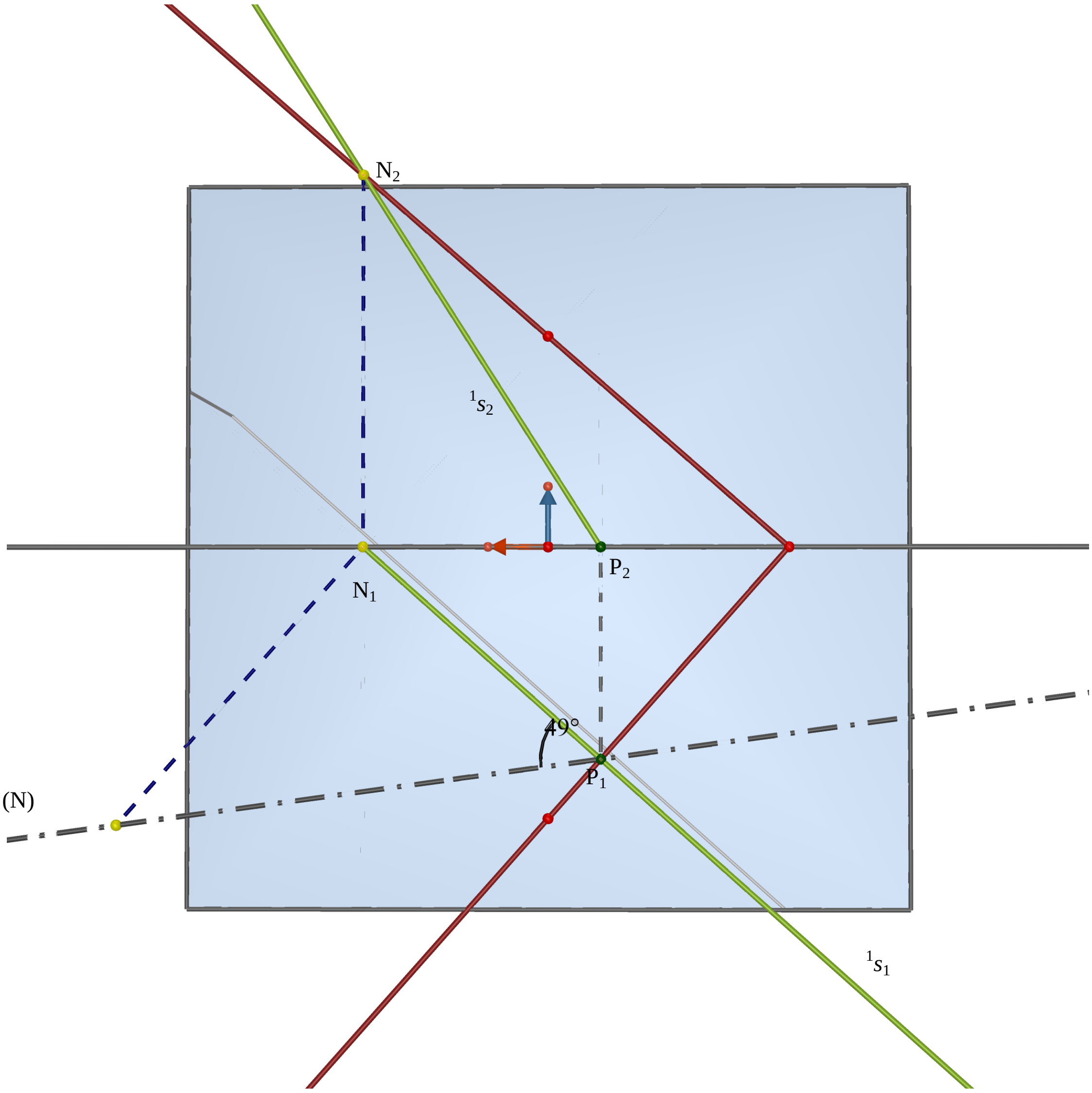


Obrázek 4.4.2: Konstrukce pravidelného šestiúhelníka užitím afinity.

4.5 Řešené příklady

Příklad 4.5.1 Stanovte odchylky roviny β (4; 4,5; 3,5) od půdorysny.

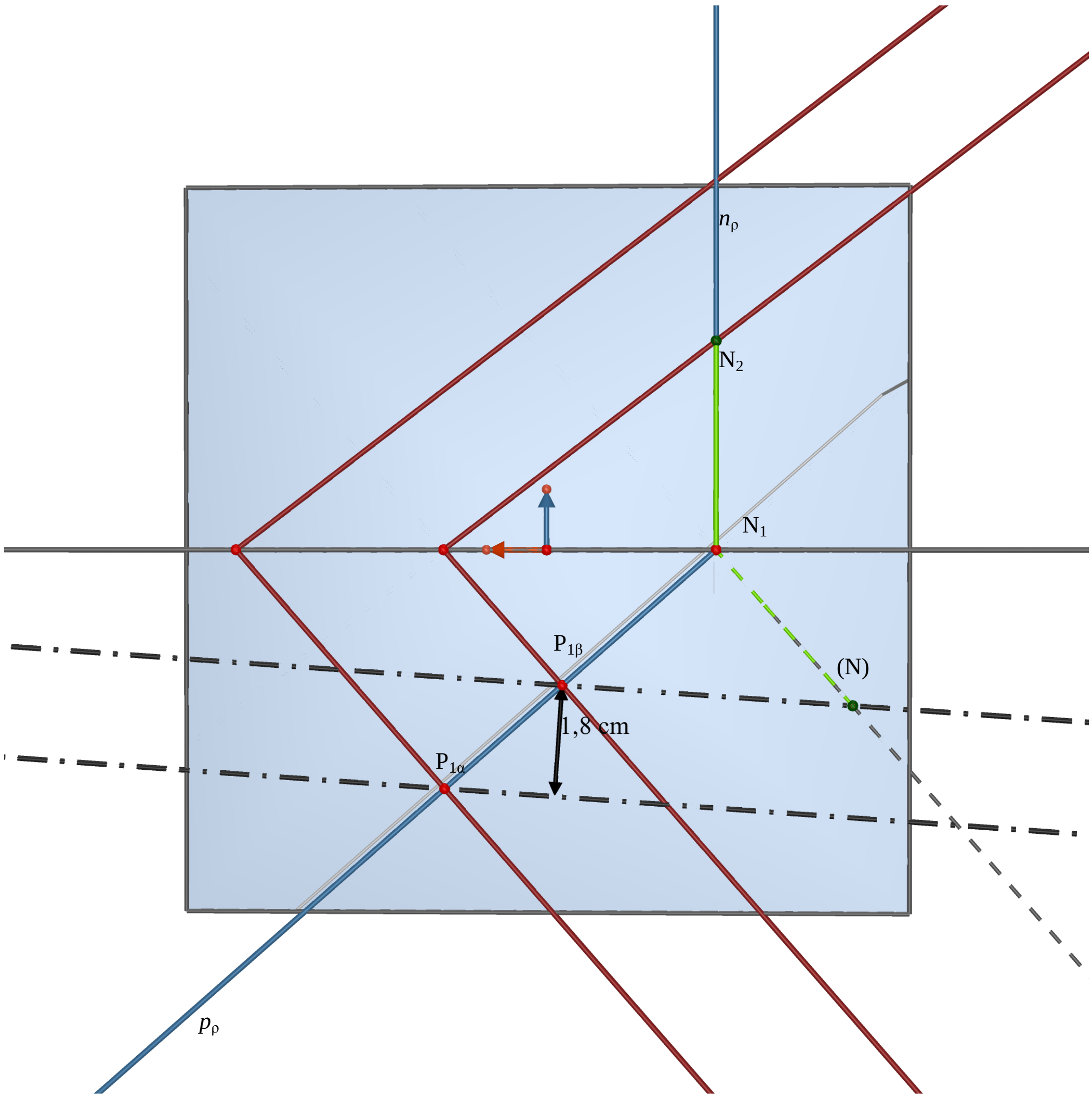
Řešení: K sestrojení odchylky roviny od průmětny užijeme spádovou přímku první osnovy. Zobrazíme její sdružené obrazy a sklopíme do půdorysny. Hledaná odchylka je pak úhel, který svírá první průmět spádové přímky se sklopenou spádovou přímkou. (Obr. 4.5.1)



Obrázek 4.5.1: Odchylka roviny od půdorysny.

Příklad 4.5.2 Jsou dány stopy rovnoběžných rovin α a β. Určete jejich vzdálenost.

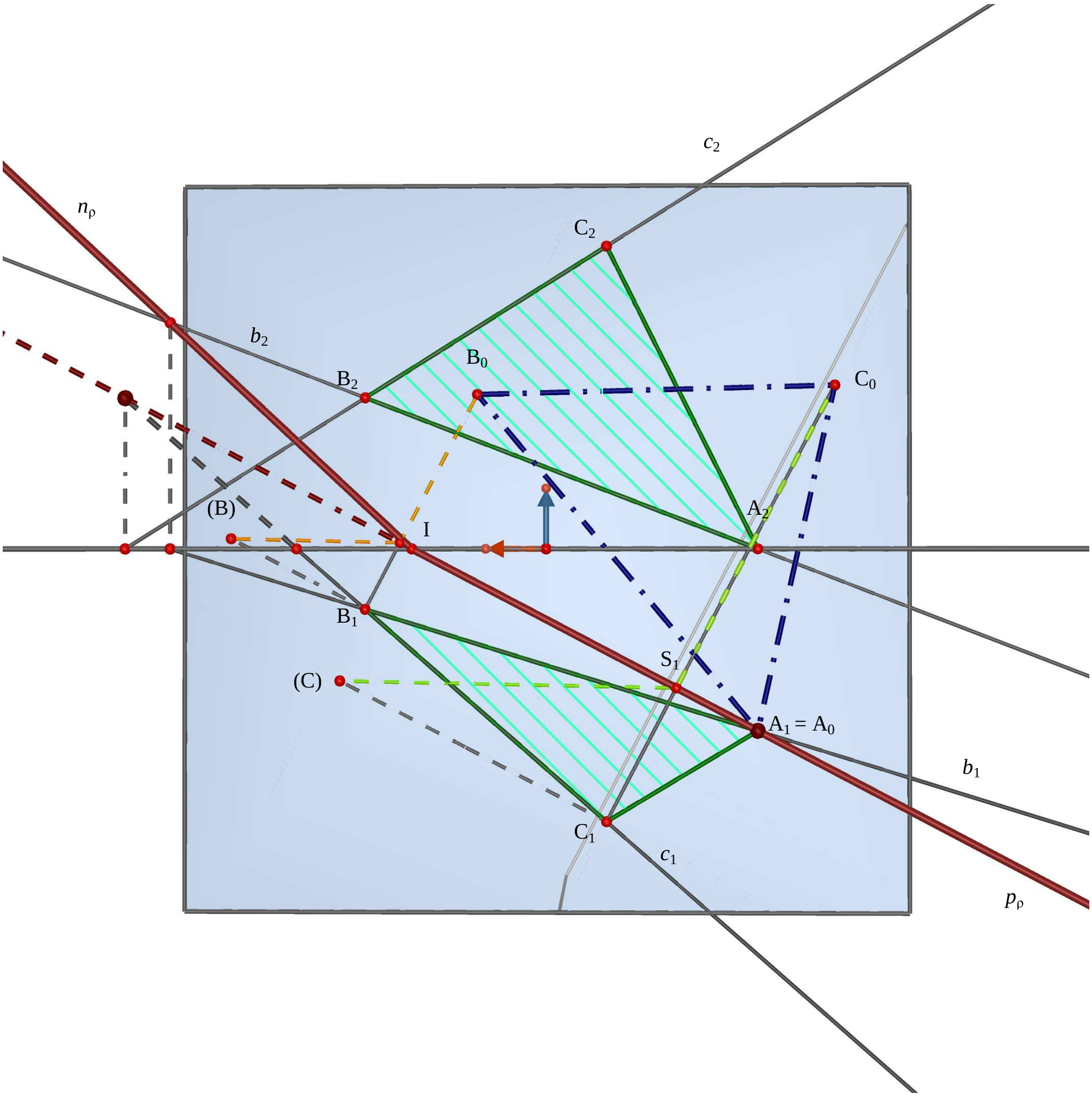
Řešení: Sestrojíme rovinu ρ kolmou k oběma rovinám, najdeme jejich průsečík a sklopíme do půdorysny. Hledaná vzdálenost je naznačena na obrázku. (Obr. 4.5.2)



Obrázek 4.5.2: Vzdálenost rovnoběžných rovin.

Příklad 4.5.3 Stanovte skutečnou velikost trojúhelníka ABC. A[3,5; 3; 0], B[-3; 1; 2,5], C[1; 4,5; 5].

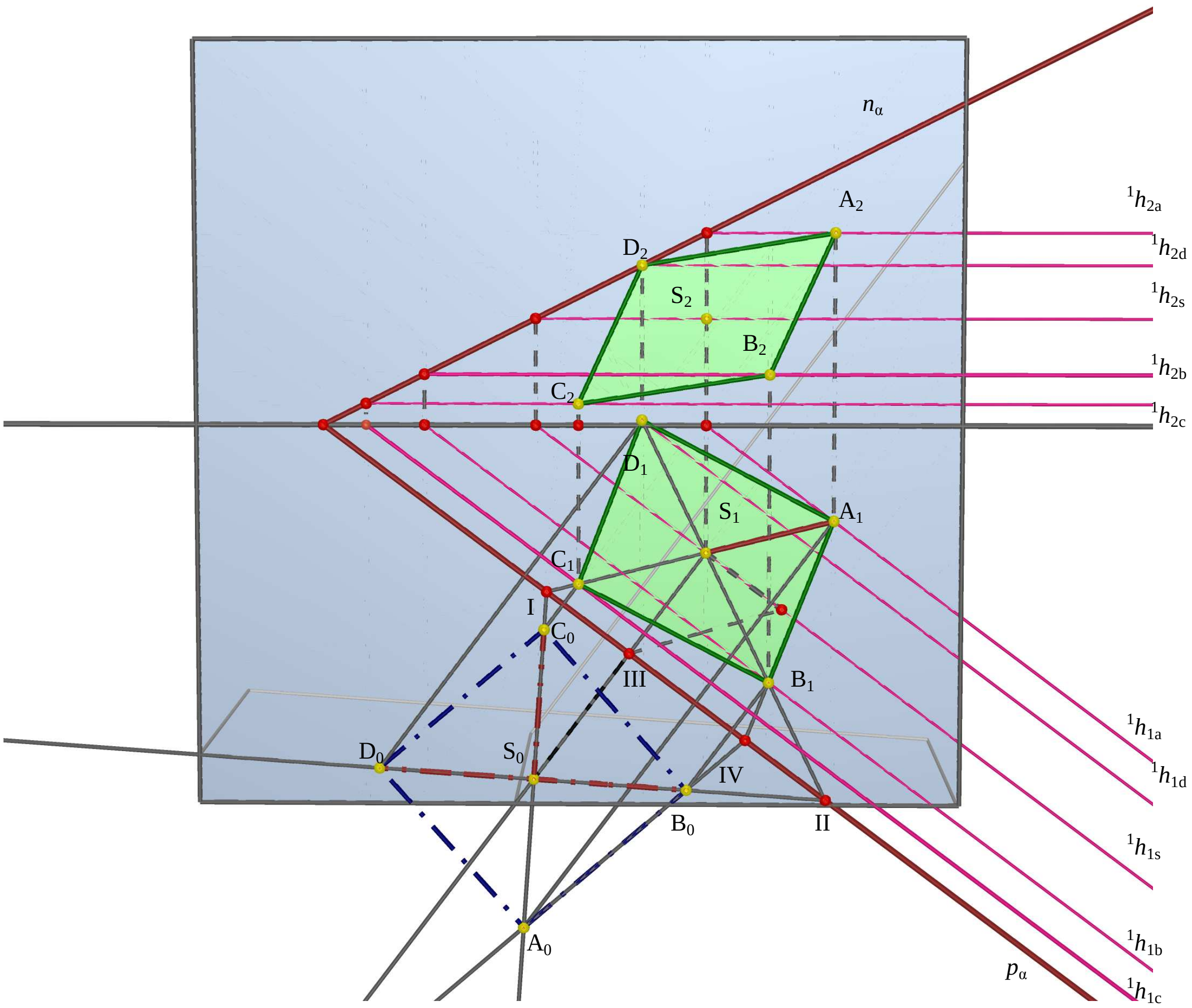
Řešení: Abychom mohli zobrazit trojúhelník ve skutečné velikosti, musíme nejdřív určit stopy roviny, ve které trojúhelník leží. Zvolíme si dvě různoběžné přímky *b*, *c* (strany trojúhelníka), najdeme stopníky a sestrojíme stopy roviny. Potom trojúhelník otočíme podle stopy roviny a zjistíme jeho skutečnou velikost. (Obr. 4.5.3)



Obrázek 4.5.3: Skutečná velikost trojúhelníka.

Příklad 4.5.4 Sestrojte čtverec v rovině α (-4; 3; 2), je-li dán jeho střed S[2; 2; ?] a vrchol A[4; 1,5; ?]

Řešení: K sestrojení čtverce užijeme metodu otáčení. Nejdřív zjistíme zetové souřadnice daných bodů (body leží v rovině α, můžeme jimi tedy vést hlavní přímky – sdružené obrazy bodů leží na příslušných hlavních přímkách a na ordinále). Když známe zetové souřadnice bodů A a S, můžeme je otočit kolem stopy a zobrazit ve skutečné velikosti. Body A a S ve skutečné velikosti tvoří skutečnou polovinu úhlopříčky čtverce, takže můžeme daný čtverec sestrojit. Otočíme ho zpět (pomocí afinity – body (A)(S)(C) leží na jedné přímce, tedy body $A_1S_1C_1$ musí také ležet na jedné přímce, přičemž (A)A_1 je kolmá na stopu roviny). Když sestrojíme čtverec v půdorysně, můžeme ho pomocí hlavních přímek sestrojit i v nárysně. (Obr. 4.5.4)



Obrázek 4.5.4: Konstrukce čtverce.

5. Zobrazení těles

5.1 Zobrazení mnohostěnů

Průmět mnohostěnu určíme tak, že promítneme všechny jeho vrcholy a hrany. Přitom platí, že průmětem mnohostěnu je mnohoúhelník.

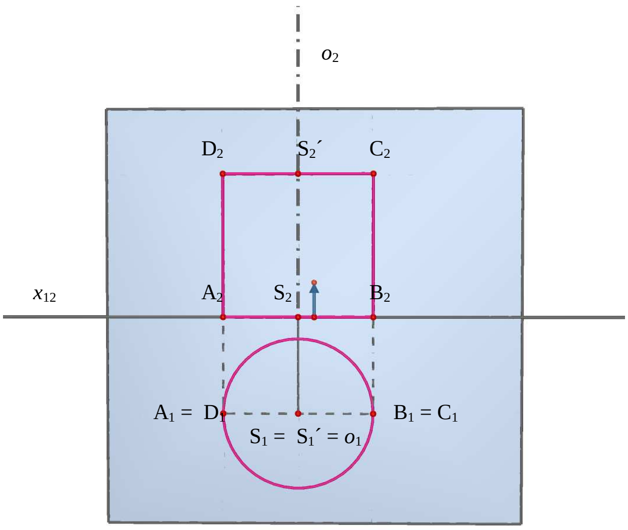
Pro konstrukci hranolu tedy stačí najít průměty těch jeho hran a stěn, které leží v promítačích rovinách.

Obrysy hranolů (válců, kuželů) jsou ohraničeny částmi průmětů podstavných hran a průměty tzv. obrysových stran.

Leží-li podstava daného tělesa v jedné z průměten, zobrazí se v této průmětně ve skutečné velikosti.

Příklad 5.1.1 Sestrojte sdružené průměty rotačního válce s podstavou v půdorysně.

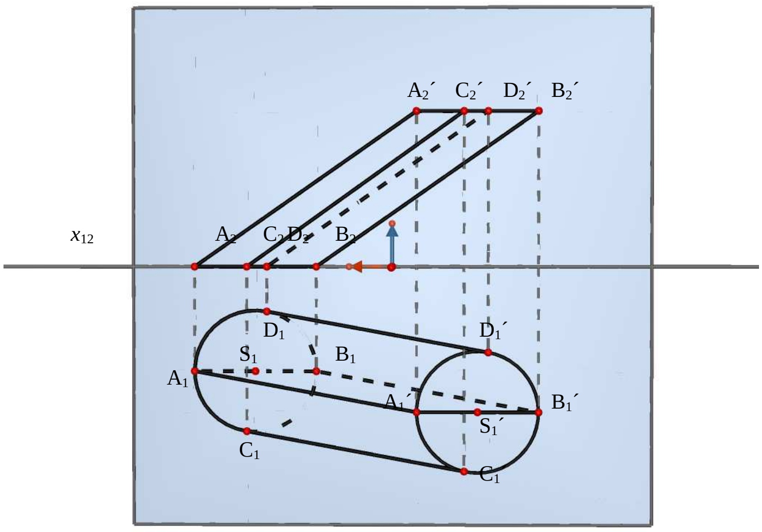
Řešení: Rotační válec leží v půdorysně, takže obě podstavy se v půdorysně promítnou do kružnice. Nárysy podstav jsou pak úsečky a obrysové strany AA´, BB´ leží v rovině rovnoběžné s nárysnou procházející osou *o* válce. (Obr. 5.1.1)



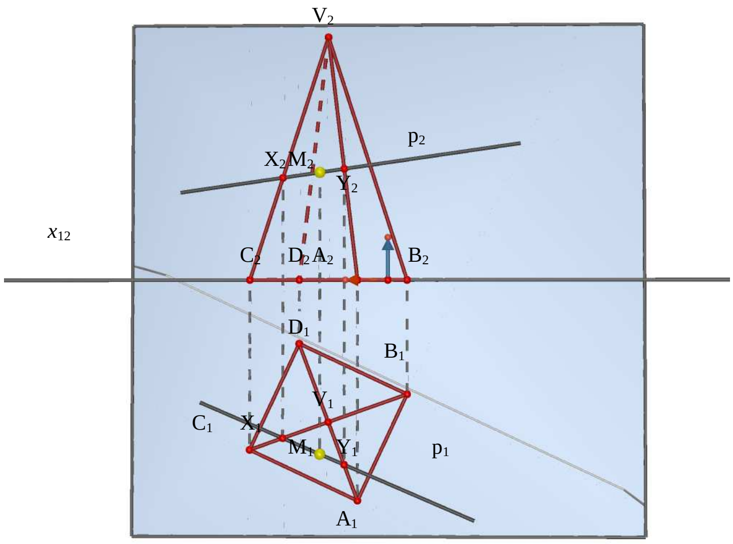
Obrázek 5.1.1: Sdružené průměty rotačního válce.

Pokud zobrazujeme válec, jehož podstava leží v půdorysně, ale jeho hrany nejsou kolmé k podstavě, válec se v půdorysně zobrazí jako mnohoúhelník. Půdorysy obou podstav jsou pak shodné kruhy. Nárysem takového válce rovnoběžník. (Obr. 5.2.2)

K získání lepší názornosti zobrazujeme vždy všechny strany mnohostěnu – viditelné plnou čarou, neviditelné čárkovaně.



Obrázek 5.1.2: Sdružené průměty kosého válce.



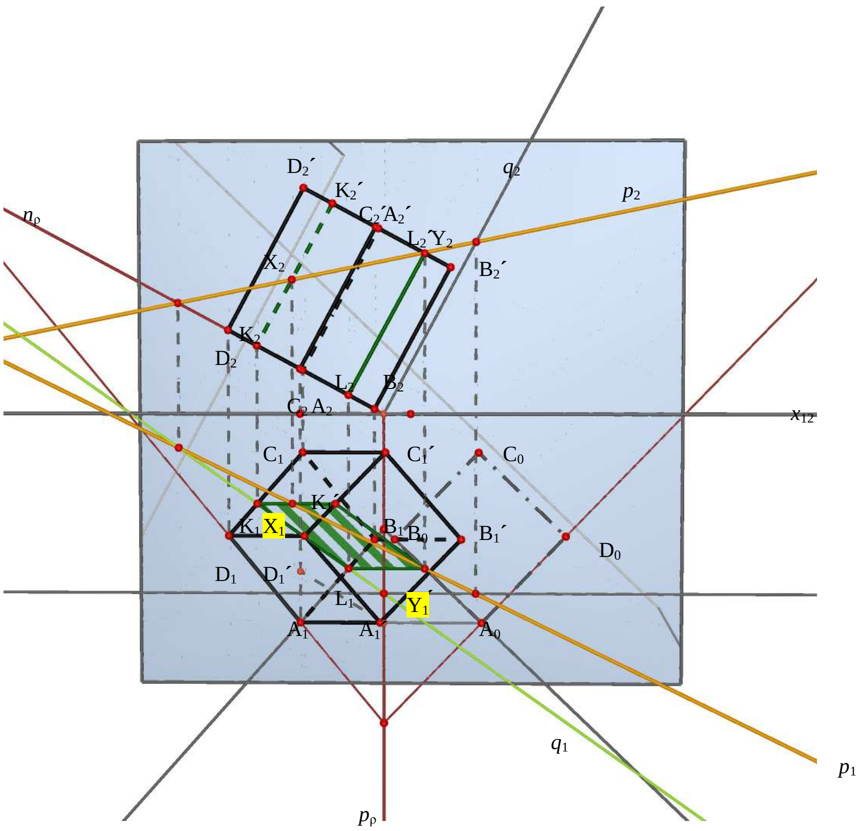
Obrázek 5.1.3: Sdružené průměty bodu ležícího na plášti jehlanu.

Přímky a body, které leží ve stěnách daného mnohostěnu zobrazíme užitím vět o incidenci. Například na Obrázku 5.1.3 je zobrazena přímka *p* ležící ve stěně ABV daného pravidelného čtyřbokého jehlanu pomocí průsečíků přímky *p* s hranou AV a BV. Body stěn zobrazíme užitím vhodných přímek v těchto stěnách. Pomocí přímek pak můžeme zobrazit také průměty libovolného bodu ležícího na povrchu tělesa.

5.2 Průsečík přímky s tělesem

Příklad 5.2.1 Jsou dány vrcholy A, B pravidelného čtyřbokého hranolu, jeho výška *v* a přímka *p*. Sestrojte průsečíky přímky *p* s hranolem, jestliže jeho podstava leží v rovině kolmé k nárysně.

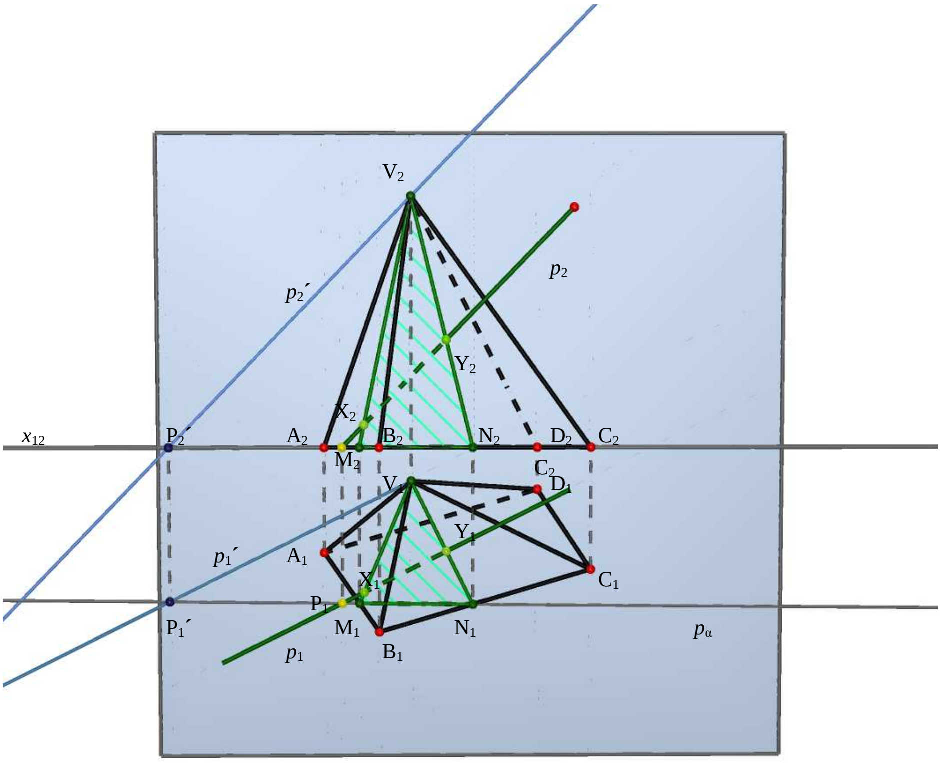
Řešení: Nejprve zobrazíme podstavu ABCD hranolu v půdorysně a zobrazíme sdružené průměty. Přímkou *p* proložíme vrcholovou rovinu, a to tak, že na *p* zvolíme bod M a jím vedeme přímku *q* rovnoběžnou s AA´. Průsečíky P, Q přímek *p* a *q* s rovinou ρ určují průsečnici *r* vrcholové roviny s rovinou podstavy. Řez vrcholové roviny s hranolem je rovnoběžník KLL´K´, který má s přímkou *p* společnou úsečku XY. Přímka *p* a hranol mají tedy společnou úsečku XY, průsečíky tělesa a přímky tedy tvoří krajní body X, Y. (Obr. 5.2.1)



Obrázek 5.2.1: Průsečík přímky s hranolem.

Příklad 5.2.2 Je dán čtyřboký jehlan ABCDV s výškou *v*, jehož podstava leží v půdorysně, a přímka *p*. Sestrojte průsečíky přímky *p* s tímto jehlanem.

Řešení: Danou přímkou *p* vedeme vrcholovou rovinu α. Najdeme její průsečnici s rovinou podstavy daného jehlanu, tedy půdorysnou stopu roviny α. Najdeme půdorysný stopník P a P´ vrcholové přímky *p´* rovnoběžné s *p*. Řez vrcholové roviny α s daným jehlanem je trojúhelník VMN, který má s přímkou *p* společnou úsečku XY. Hledané průsečíky jsou body X, Y, krajní body úsečky. (Obr. 5.2.2)



Obrázek 5.2.2: Průsečík přímky s jehlanem.

5.3 Průnik roviny s tělesem

Průnik roviny a tělesa nazýváme řez mnohostěnu rovinou (také rovinný řez či rovinný průsek).

Může nastat několik případů. Rovina a těleso nemají žádný společný bod. Rovina a těleso mají společný vrchol, stěnu nebo hranu. Rovina je s tělesem různoběžná, tedy řezem tělesa je mnohoúhelník.

K sestrojení řezu mnohostěnu rovinou můžeme užít dvou metod:

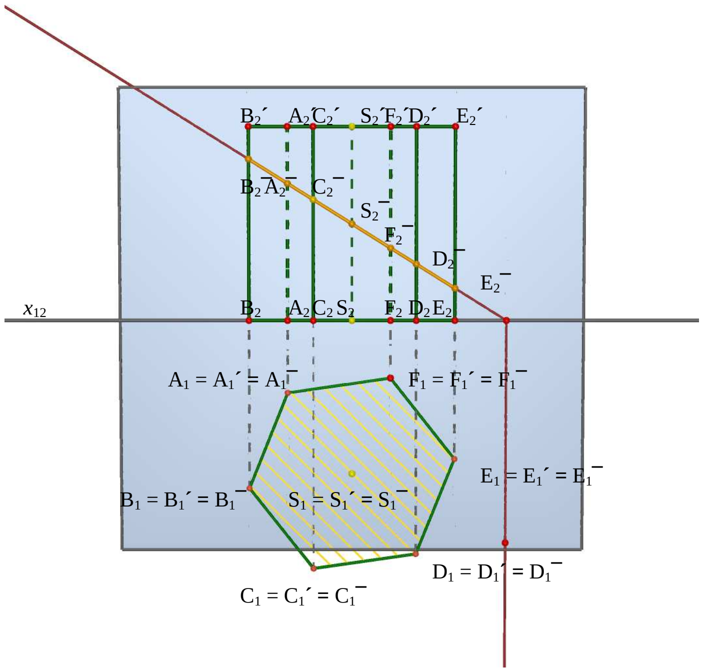
Vyhledáme průsečnice dané roviny a rovin stěn daného mnohostěnu, které jsou s danou rovinou různoběžné. Řez je pak omezen úsečkami, které tyto průsečnice vytínají na stěnách mnohostěnu.

Nebo stanovíme průsečíky dané roviny a přímek, na nichž leží hrany daného mnohostěnu, které jsou různoběžné s danou rovinou. Průsečíky, které leží na hranách mnohostěnu, pak určují vrcholy řezu.

Obě metody vhodně kombinujeme. Při konstrukci řezů mnohostěnů využíváme také afinity, v níž si odpovídají řez a podstava na příslušné hranolové (jehlanové, kuželové) ploše.

Příklad 5.3.1 Je dán pravidelný šestiboký hranol ABCDEF o výšce *v*, který má podstavu o středu S v půdorysně. Sestrojte řez tohoto hranolu rovinou kolmou k nárysně.

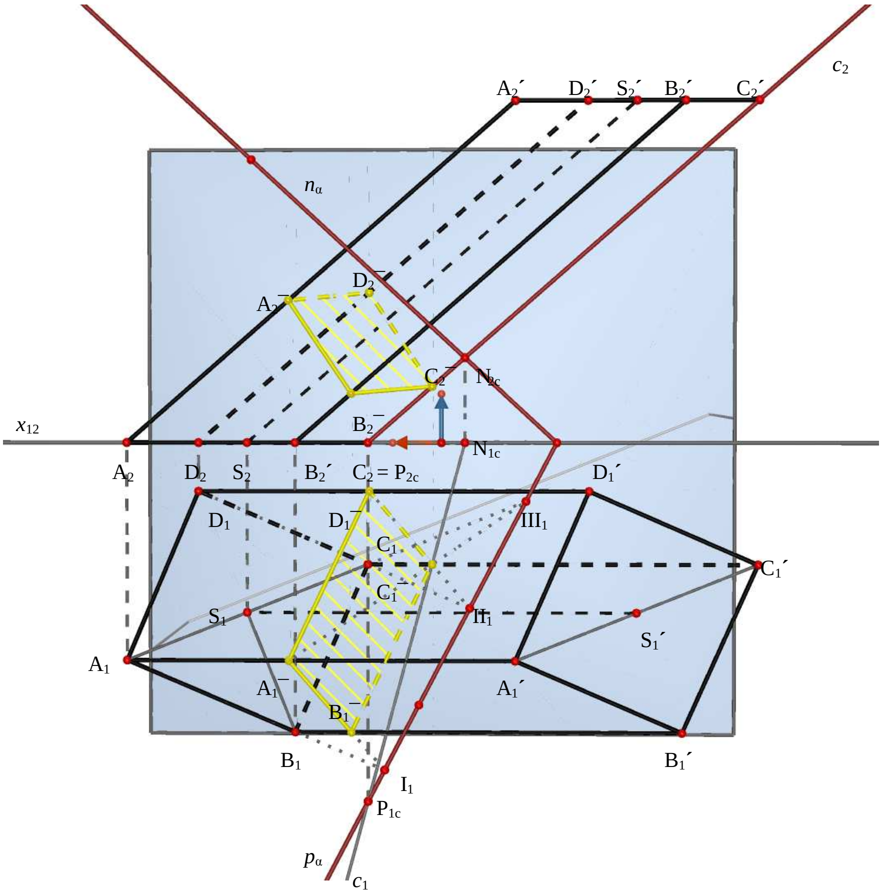
Řešení: Nejprve sestrojíme sdružené průměty podstavy. Podstava leží v půdorysně, můžeme tedy jednoduše půdorys podle základních stereometrických poznatků. Nárysem podstavy je úsečka na ose x_{12}. Půdorysem daného tělesa tedy bude pravidelný šestiúhelník (obě podstavy splývají a hrany se zobrazí jako body) a nárysem obdélník (podstavy se zobrazí jako úsečky, výška je ve skutečné velikosti). Daná rovina je promítací, tedy půdorysem řezu bude pravidelný šestiúhelník splývající s půdorysem obou podstav, nárysem pak bude úsečka, kterou nárysná stopa roviny vytíná na obdélníku. (Obr. 5.3.1)



Obrázek 5.3.1: Řez hranolu kolmou rovinou.

Příklad 5.3.2 Je dán kosý čtyřboký hranol a rovina α, která není promítací. Sestrojte řez tohoto hranolu rovinou α.

Řešení: Podstava ABCD daného hranolu leží v první průmětně, pobočné hrany nejsou s druhou průmětnou rovnoběžné. Nejprve stanovíme průsečík libovolné hrany s rovinou řezu (například CC´). Užijeme tedy krycí přímky, v níž rovina jdoucí hranou CC´ protíná rovinu α. Řez hranolu a jeho podstava si odpovídají v afinitě, jejích směr je dán směrem hran hranolové plochy a osou je stopa p^{α}. Druhé průměty krajních bodů řezu najdeme na ordinálách na příslušných hranách. (Obr. 5.3.2)

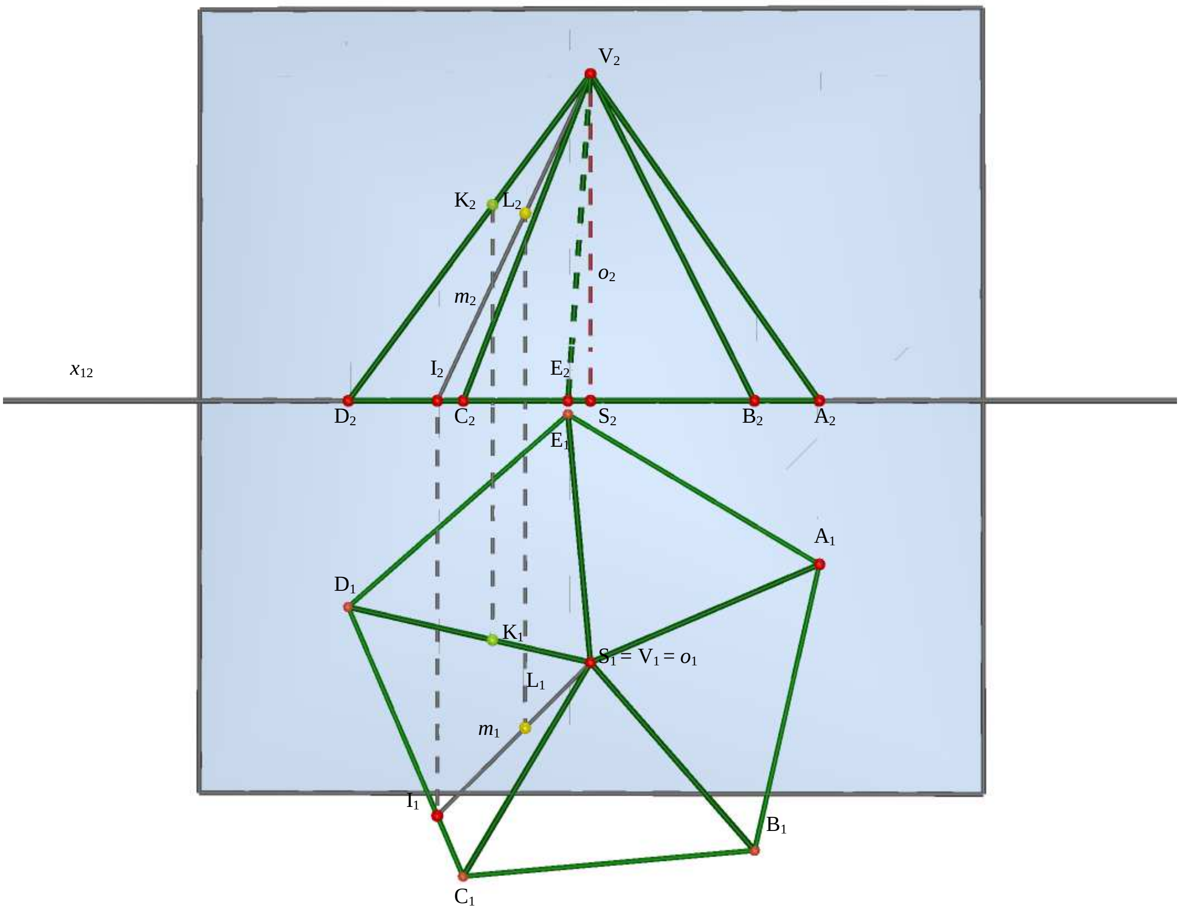


Obrázek 5.3.2: Řez hranolu rovinou, která není promítací.

5.4 Řešené příklady

Příklad 5.4.1 Pravidelný pětiboký jehlan ABCDEV o výšce v má podstavu o středu S v půdorysně. Určete chybějící souřadnice bodů K, L, které leží na plášti jehlanu. S[0; 4; 0], A[3,5; 2,5; 0], v = 6, K[-1,5; ?; 3], L[-1; 6; ?].

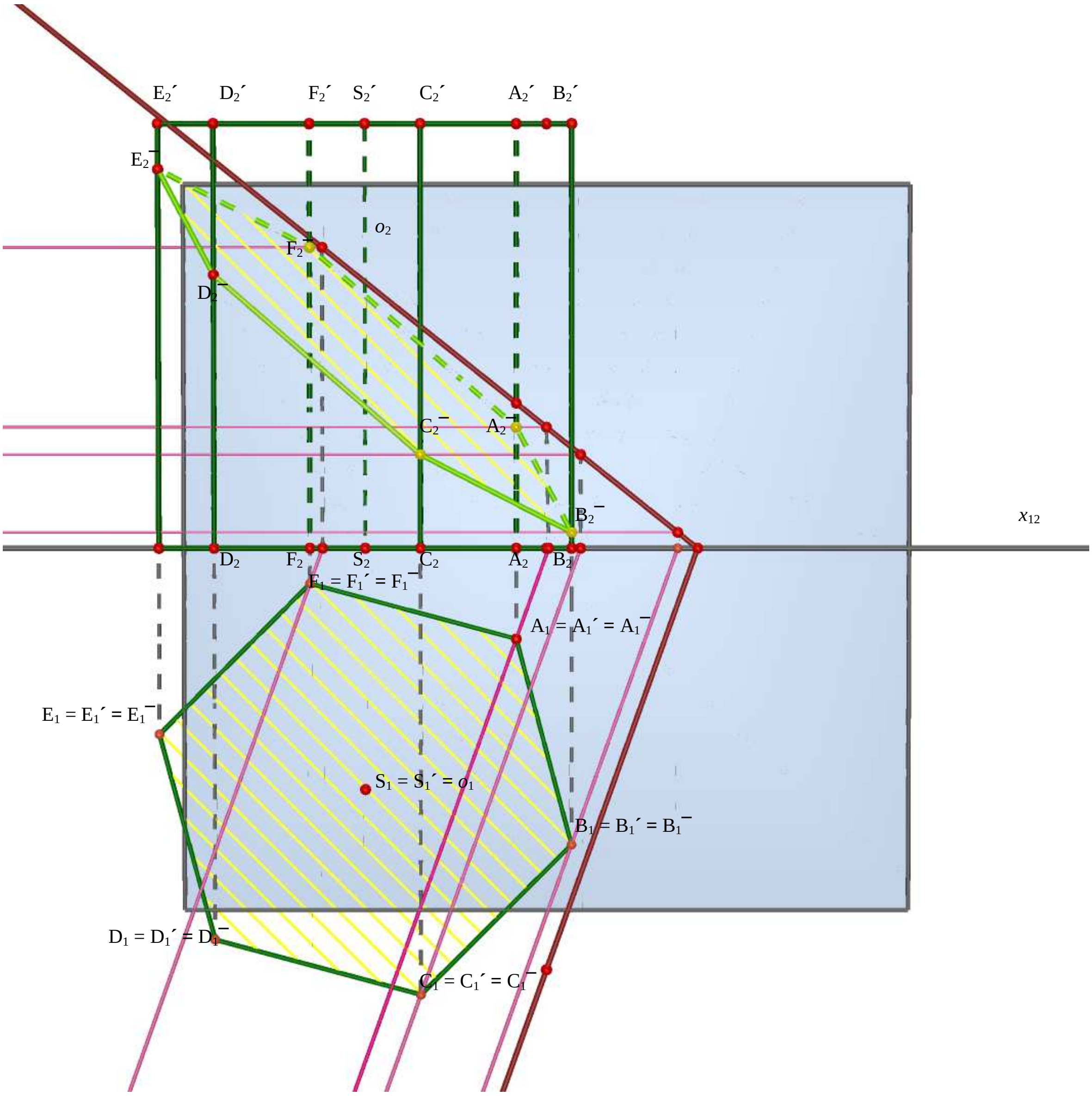
Řešení: Podstava daného tělesa leží v půdorysně, takže můžeme jednoduše pomocí základních stereometrických poznatků sestrojit pravidelný pětiúhelník. Hrany tělesa se zobrazí jako úsečky. Nárysem tělesa je trojúhelník, jehož výška je ve skutečné velikosti, podstava se zobrazí jako úsečka. Průmět bodu K najdeme na příslušné hraně. Průmět bodu L na sdruženém průmětu povrchové úsečky m, na které leží bod L. (Obr. 5.4.1)



Obrázek 5.4.1: Zobrazení bodů na plášti jehlanu.

Příklad 5.4.2 Pravidelný šestiboký hranol o výšce *v* má podstavu o středu S v půdorysně. Zobrazte řez tohoto hranolu rovinou α. S[-3; 4; 0], A[-0,5; 1,5; 0], *v* = 7, α(2,5; 7; 2).

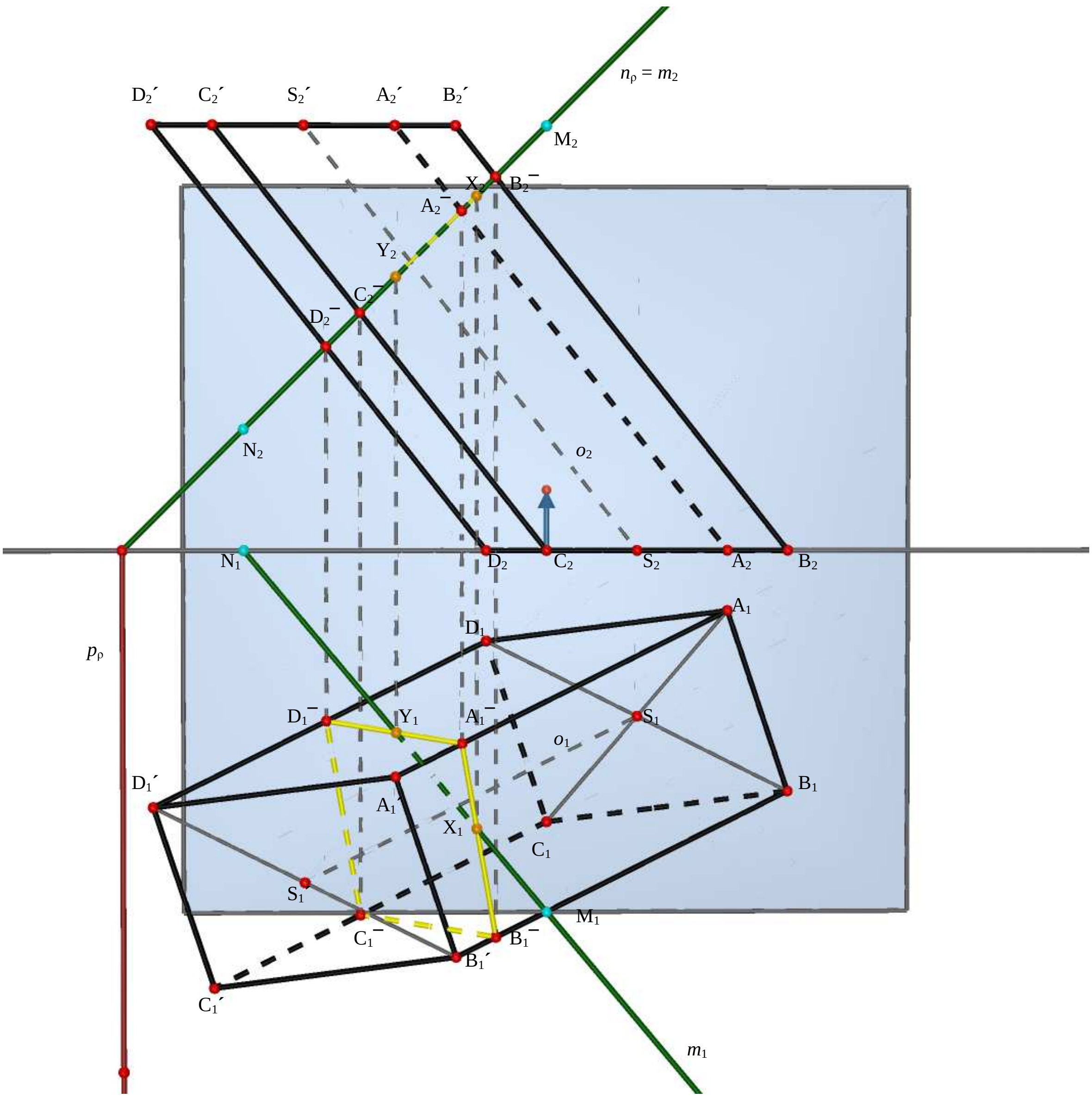
Řešení: Jak už víme, půdorysem daného hranolu bude pravidelný šestiúhelník, hrany obou podstav, stejně jako hrany šestiúhelníku, který je řezem daného tělesa, se zobrazí do vrcholů podstavy. Nárysem tělesa je obdélník, nárysem řezu pravidelný šestiúhelník. Vrcholy šestiúhelníka, který tvoří řez, leží na hlavních přímkách a na ordinálách. (Obr. 5.4.2)



Obrázek 5.4.2: Řez pravidelného šestibokého hranolu.

Příklad 5.4.3 Jednou podstavou kosého hranolu je rovnoběžník ABCD ležící v půdorysně. Střed druhé podstavy je v bodě S´. Zobrazte průsečíky přímky *m* = MN s hranolem. A[3; 1; 0], B[4; 4; 0], C[0; 4,5; 0], S´[-4; 5,5; 7], M[0; 6; 7], N[-5; 0; 2].

Řešení: Známým způsobem zobrazíme sdružené průměty hranolu. Přímkou proložíme kolmou rovinu a najdeme průsečík této roviny s hranolem. Průsečíky přímky s rovinou řezu jsou hledané průsečíky přímky s tělesem. (Obr. 5.4.3)



Obrázek 5.4.3: Průsečík přímky s hranolem.

6. Závěr

Cílem mé práce bylo prohloubit si znalosti z oblasti Mongeova promítání a pojednat o zobrazení těles a jejich řezech různými rovinami. Zároveň také shrnout základní pojmy tohoto promítání.

V první kapitole jsem vysvětlila základní pojmy Mongeova promítání, v druhé kapitole jsem se pak zabývala základními útvary, jako jsou body, přímky a roviny, a jejich zobrazením. Ve třetí kapitole jsem řešila polohové úlohy, tedy vzájemnou polohu přímek, bodů a rovin. V další kapitole jsou popsány metrické úlohy, jako je vzdálenost bodu od přímky a roviny, skutečná velikost úsečky nebo odchylka rovin od průměten. V poslední, páté, kapitole jsem se zabývala tělesy jejich zobrazením, konstrukcí, průnikem roviny s tělesem a průnikem přímky s tělesem. Za každou kapitolou jsem také uvedla řešené příklady na procvičení.

Soustředila jsem se na tvorbu obrázků v grafickém programu Cabri3D. Znalost této techniky může být přínosem i pro mou následující pedagogickou praxi, i když konkrétně Mongeovo promítání nepatří do rozsahu učiva základní školy.

7. Použité zdroje

[1] KUPČÁKOVÁ, M.: *Základní úlohy deskriptivní geometrie v modelech*. 1. vydání. Parah: Prometheus, 2002, ISBN 80-719-6244-9.

[2] MAŇÁSKOVÁ, E.: *Sbírka úloh z deskriptivní geometrie.* 1. vydání. Praha: 2001, Prometheus. ISBN 80-7196-160-4

[3] MACHALA, F.; SEDLÁŘOVÁ, M.; SROVNAL, J.: *Konstrukční geometrie*. 1. vydání. Olomouc: 2002, Univerzita Palackého v Olomouci. ISBN 80-244-0399-4

[4] URBAN, A.: *Deskriptivní geometrie I.* 2. vydání. Praha: 1977, SNTL – Nakladatelství technické literatury, ALFA – Vydavatel´stvo technickém a ekonomickém literatúry. ISBN 04-001-78

[5] DRÁBEK, K.; HARANT, F.; SETZER, O.: *Deskriptivní geometrie I.* 1. vydání. Praha: 1978, SNTL – Nakladatelství technické literatury, ALFA – Vydavatel´stvo technickém a ekonomickém literatúry. ISBN 04-011-78

[6] JALŮVKA, V.: *Cvičení z deskriptivní geometrie pro dálkové studium strojního a elektronického inženýrství. Díl 1*. Dotisk [1.] vydání. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1964.

[7] MEDEK, V.: *Deskriptívna geometria*. 1. vydání, Bratislava: Slovenské vydavateľstvo technickej literatúry, 1962.

[8] KOUNOVSKÝ, J.: *Deskriptivní geometrie*. 4. vydání. Praha: Nakladatelství Československé akademie věd, 1956.

[9] MENŠÍK, M., SETZER, O.: *Deskriptivní geometrie*. 3. vydání. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1981.

[10] MEDEK, V., ŠEDIVÝ, O.: *Deskriptivní geometrie pro gymnázia*. 1. vydání. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1987.

[11] DRS, L.: Deskriptivní geometrie pro střední školy I. 1. vydání. Praha: Prometheus, 1995. ISBN: 8085849666.

8. Seznam obrázků

ANOTACE

Jméno a příjmení:	Michaela Sukupová
Katedra:	Katedra matematiky
Vedoucí práce:	Mgr. Jitka Hodaňová, Ph.D
Rok obhajoby:	2010

Název práce:	Zobrazení a řezy těles v Mongeově promítání
Název v angličtině:	Body display in Monge projection
Anotace práce:	V práci se zabývám konstrukcí a zobrazením základních útvarů i těles v Mongeově promítání.
Klíčová slova:	Přímka; rovina; těleso; vzdálenost rovin, přímek;
Anotace v angličtině:	This essay is about projecting and constructing basic elements and solids in Monge projection.
Klíčová slova v angličtině:	Line; plane; solid; distance between two planes, lines
Přílohy vázané v práci:	
Rozsah práce:	50 stran
Jazyk práce:	Český