



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ**

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ENERGETICKÝ ÚSTAV**

ENERGY INSTITUTE

**VYUŽITÍ FRAKTÁLNÍ GEOMETRIE PŘI NÁVRHU  
HYDRAULICKÉ CLONY**

FRactal Geometry Application for Orifice Plate Design

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**

BACHELOR'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

**Ondřej Hochman**

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

**doc. Ing. Pavel Rudolf, Ph.D.**

**BRNO 2017**

# Zadání bakalářské práce

Ústav:	Energetický ústav
Student:	<b>Ondřej Hochman</b>
Studijní program:	Strojírenství
Studijní obor:	Základy strojírenství
Vedoucí práce:	<b>doc. Ing. Pavel Rudolf, Ph.D.</b>
Akademický rok:	2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

## Využití fraktální geometrie při návrhu hydraulické clony

### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Fraktály jsou geometrické útvary, které opakovaně pozorujeme v postupně se zmenšujících měřítcích, např. u listů některých rostlin, ve tvaru sněhové vločky apod. Stejně tak mají fraktální strukturu i některé fyzikální děje, např. turbulentní proudění. Fraktály jsou tedy geometrické útvary, které jsou přírodě vlastní. Nabízí se využití fraktální geometrie pro konstrukci kavitační clony z pohledu snížení hydraulických ztrát i rozšíření spektra vznikajících kavitačních struktur.

### Cíle bakalářské práce:

Cílem bakalářské práce je návrh škrťací clony, jejíž tvar bude navržen na základě fraktální geometrie a následné experimentální změření ztrátové charakteristiky této clony. Vlastnosti fraktální clony budou porovnány s clonou klasickou. □ BP bude mít tyto části:

1. Rešerše z oblasti clon a kavitace
2. Úvod do fraktální geometrie
3. Návrh clony na principu fraktální geometrie (3D model, výkres)
4. Experiment a jeho vyhodnocení
5. Zhodnocení, závěr

### Seznam doporučené literatury:

MANDELBROT, Benoit. The fractal geometry of nature. 3. New York: W.H. Freeman, 1983.

MANSHOOR, K., F.C.G.A NICOLLEAU a S.B.M. BECK. The fractal flow conditioner for orifice plate flow meters. Flow Measurement and Instrumentation. 2011, 22(3), 208-214

ELSAEY, A., A. ABOUEL-AZMALY a M. FOUAD. CFD simulation of fractal-shaped orifices for flow measurement improvement. Flow Measurement and Instrumentation. 2014, 36, 14–23.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17

V Brně, dne

L. S.

---

doc. Ing. Jiří Pospíšil, Ph.D.  
ředitel ústavu

---

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan fakulty

## **Abstrakt**

Bakalářská práce se skládá ze tří částí. První část se věnuje rešeršní studii kavitace a fraktální geometrie. Zabývá se fyzikální podstatou kavitace, jejím vznikem, dynamikou zánikem. Dále se věnuje jejímu využití v technické praxi. Následuje stručné vysvětlení pojmu fraktální geometrie, doplněné několika známými příklady.

V druhé, experimentální části se nejprve navrhli dvě clony s průtokovým průřezem ve tvaru fraktálu, které měli stejnou světlost jako obyčejná clona s kruhovou dírou. Tyto clony se po naměření potřebných hodnot srovnali z hlediska hydraulických ztrát v potrubí.

## **Klíčová slova**

kavitace, clony, fraktální geometrie, hydraulické ztráty

## **Abstract**

Bachelor thesis consists of three parts. The first part is focused on research study of cavitation and fractal geometry. It is concerned with the physical principle of cavitation, its generation, dynamics and implosion of cavitation bubbles. It also turns attention to useful application. Brief explanation of fractal geometry follows, including some famous examples.

Two fractal shaped orifices were designed in the second experimental part, having the same cross-section as orifice with ordinary circle hole. These orifices were compared to each other from perspective of hydraulic losses.

## **Keywords**

cavitation, orifice, fractal geometry, hydraulic losses

## **Bibliografická citace**

HOCHMAN, O. *Využití fraktální geometrie při návrhu hydraulické clony*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2017. 46 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Pavel Rudolf, Ph.D.

## **Čestné prohlášení autora**

Čestně prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracoval samostatně a použil jen literaturu, kterou uvádím v seznamu.

V Brně dne 24.května 2017

.....

Ondřej Hochman

## **Poděkování**

Chtěl bych poděkovat panu doc. Ing. Pavlu Rudolfovi, Ph.D. za podnětné rady a pomoc při vypracování této bakalářské práce. Také bych chtěl poděkovat Ing. Martinu Hudcovi a Bronislavu Kusému za pomoc při experimentální části.

## Obsah

1	Úvod .....	9
2	Kavitace .....	10
2.1	Typy kavitace [23] .....	11
2.2	Kavitační číslo .....	11
2.3	Typy nukleace [2] .....	11
2.3.1	Homogenní nukleace [6] .....	12
2.3.2	Heterogenní nukleace .....	13
2.4	Rovnováha kulové bubliny v kapalině [3].....	13
2.5	Dynamika kulové bubliny [10].....	15
2.6	Termodynamický vliv kavitace .....	16
2.7	Zánik kavitace [8].....	16
2.8	Využití kavitace [27] .....	17
2.8.1	Potravinářský průmysl [22] .....	17
2.8.2	Dezinfekce vody [13], [14].....	18
2.8.3	Hubení sinic [14], [15], [27] .....	18
3	Fraktální geometrie [18], [19], [29].....	19
4	Experimentální zjištění hydraulických charakteristik.....	22
4.1	Clony.....	22
4.2	Měřicí okruh .....	23
4.3	Použitá měřicí technika .....	24
4.4	Postup měření .....	25
4.5	Výchozí podmínky .....	25
4.6	Vizualizace .....	25
5	Zpracování naměřených dat.....	26
5.1	Nejistoty měření [28] .....	26
5.2	Statické charakteristiky .....	28
6	Závěr.....	33
7	Seznam použitých zdrojů .....	34
8	Seznam použitých symbolů .....	37
9	Seznam příloh.....	39
	Příloha A .....	40
	Příloha B .....	41
	Příloha C .....	44



---

## 1 ÚVOD

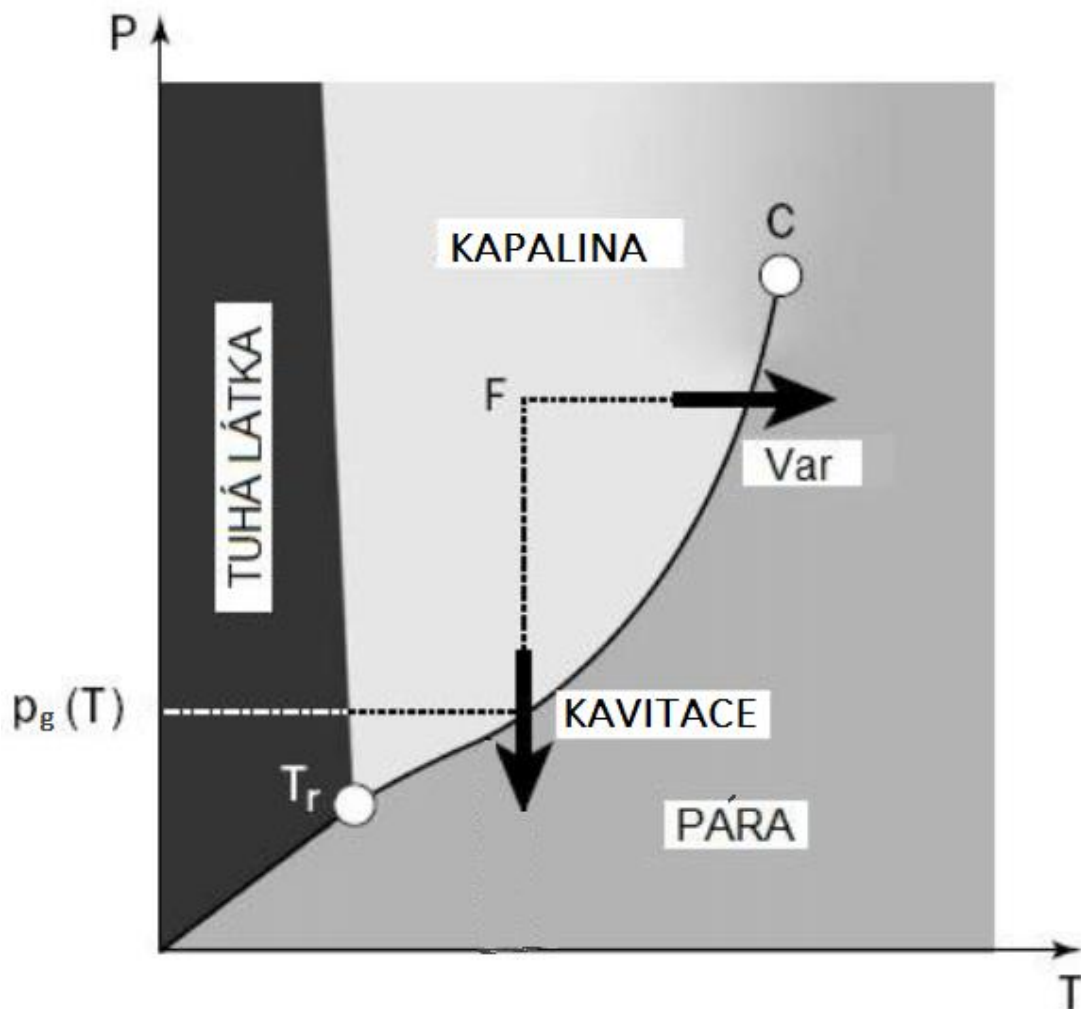
Navzdory tomu, že kavitace je jev již delší dobu známý, zkoumání jejího vzniku, vývoje a zániku je ještě potřeba prohloubit a dalšími experimenty dokázat, co se o ní zatím pouze teoreticky předpokládá. Kavitace se dříve vnímala jako jev nežádoucí, v poslední době se však ukazuje, že by kavitace mohla dojít využití i v technické praxi a nahradit tak některé starší technologie v různých oblastech využití.

Oblast fraktální geometrie je s nadsázkou řečeno zahalena závojem tajemna. Příroda nám v ní odhaluje zákonitost ve vzniku některých úkazů a tvarů objektů, které byly až donedávna považovány za nahodilé a náhodné.

Jeden z cílů této bakalářské práce byl pokusit se aplikovat fraktální geometrii na samotný jev kavitace. Pro vyvolání kavitace se použilo kruhové clony, která se v praxi používá k měření průtoku kapaliny v potrubí. Tvar díry, v níž protéká kapalina, se navrhl tak, aby zhruba odpovídal fraktálu. V provedeném experimentu se potom porovnávaly hydraulické charakteristiky obyčejné clony se clonou s fraktálně tvarovaným otvorem.

## 2 KAVITACE

Kavitace (z *lat. cavus – dutina*) je složitý jev vzniku, postupného vývoje a zániku dutin v proudící kapalině. Vznik těchto kavitačních dutin je způsoben snížením tlaku v kapalině na tlak nasycených par při odpovídající teplotě. Jejich vznik má tedy několik společných rysů s varem [23].



Obr. 2.1. Fázový diagram pro vodu [16]

Za těchto podmínek začnou vznikat kavitační bubliny. Tyto pak vznikají především v místech, kde se vyskytují tzv. kavitační jádra, což jsou například mikroskopické prachové nečistoty v kapalině [23].

Kavitační bubliny jsou po svém vzniku unášeny dále po proudu kapaliny a na místech s vyšším tlakem potom zanikají. Zánik provází velký ráz [23].

Pokud se zánik kavitačních bublin odehrává v blízkosti povrchu, dochází ke značné erozi a snižování účinnosti hydraulických strojů pracujících s proudícími kapalinami. V poslední době však kavitace našla i přínos, viz kap. 2.8.

## 2.1 Typy kavitace [23]

Shluk kavitačních bublin tvoří v kapalině kavitační oblast, která hraničí buď s kapalinou, anebo se stěnou. Zpočátku, při malém poklesu pod tlak nasycených par, vzniká počáteční kavitace. Pokud kavitace významně ovlivňuje proudové poměry a tím energetické parametry (průtok, účinnost), nazývá se plně vyvinutou kavitací. Stav vývoje mezi počáteční a plně vyvinutou kavitací se nazývá částečně vyvinutá kavitace.

Kavitační oblast mívá různé tvary a jejich název odvozujeme podle tvaru nebo místa výskytu. Kapsovitá oblast je taková, kde shluk kavitačních bublin vyplňuje určitý prostor. Plošná oblast vzniká při obtékání povrchu tělesa. Vlákenná oblast tvoří viditelný sled bublin v podobě vlákna. Spárová oblast vzniká na výstupu ze spár hydraulických strojů.

Další rozdělení můžeme provést podle chování kavitační oblasti. Přemísťující se kavitační oblast je ta, která se pohybuje ve směru proudu. Bublíny se na své dráze vyvíjejí a zanikají. Nepřemísťující oblast vzniká u obtékaného tělesa. Uvnitř oblasti probíhá cyklický proces složený z růstu oblasti a zpětného naplňování kapalinou proti proudu. Jestliže kavitační oblast stále roste (v důsledku zvětšující se rychlosti), malé bubliny se spojí v jednu velkou a ta obklopí obtékané těleso, takže se těleso začne pohybovat pouze ve vzduchové bublině vyplněné vodní parou, tudíž na něj nepůsobí třecí síly kapaliny. Tomuto jevu se říká superkavitace.

## 2.2 Kavitační číslo

Pro hodnocení kavitace si v praxi nevystačíme pouze s rozdělením kavitace tak, jak byla uváděna výše. Je třeba kavitaci posuzovat také z kvantitativního hlediska.

Úroveň vývoje kavitace je vyjádřena kavitačním číslem  $\sigma$  definovaným jako:

$$\sigma = \frac{2(p_{ref} - p_v)}{\rho v_{1ref}^2} \quad (1)$$

kde  $p_{ref}$  je referenční tlak v určitém místě proudu,  $p_v$  je tlak nasycených par,  $\rho$  hustota kapaliny a  $v_{1ref}$  je rychlost kapaliny v referenčním místě. [24]

Nekavitující proud odpovídá vysokým hodnotám kavitačního čísla. Je to díky tomu, že vysoké hodnoty kavitačního čísla odpovídají vysokým hodnotám referenčního tlaku. Potom se dá očekávat, že tento tlak bude všude dosahovat hodnoty vyšší, než je tlak nasycených par za dané teploty, a tak nebude vznikat kavitace.

## 2.3 Typy nukleace [2]

V experimentech a různých aplikacích se slabiny proudění vyskytují ve dvou formách. Tepelný pohyb v kapalině vytváří dočasná mikroskopická prázdná místa, která představují jádra nezbytná pro růst do makroskopických bublin. Tato forma nukleace se nazývá homogenní nukleace. Ve skutečných podmínkách se dá mnohem častěji najít místa náchylná na nukleaci bubliny na rozmezí kapaliny a stěny anebo mezi kapalinou a malými částicemi v kapalině. Pokud dojde k průlomu kapaliny z těchto důvodů, bude se jednat o heterogenní nukleaci.

### 2.3.1 Homogenní nukleace [6]

Kinetická energie kapalin na molekulární úrovni nám říká, že u homogenní kapaliny jsou mezi molekulárními vrstvami značné síly. K odtržení jednotlivých vrstev od sebe je zapotřebí velkého napětí, které nazýváme (mezní) pevností kapaliny v tahu (uváděnou také pod názvem záporný tlak). Pro vodu je například teoretická hodnota tahové pevnosti  $(100 \div 200)$  MPa. Pokud tuto teoretickou hodnotu překročíme, začne být mezimolekulární působení již tak slabé, že dojde k rozrušení kapaliny a vzniku velmi malých prázdných míst, které však mají jenom velice krátký život. [23]

Nicméně výsledky experimentů ukazují, že v reálné kapalině stačí řádově menší napětí k porušení mezimolekulárních vrstev, než ukazují teoretické hodnoty. To znamená, že diskontinuita reálné kapaliny se rozvíjí hlavně ve "slabém" místě a nikdy nevzniká v celém objemu kapaliny současně.

Z klasické teorie nukleace práce potřebná ke vzniku kulaté kavitační bubliny o poloměru  $R$  je při homogenní nukleaci

$$W(R; p, T) = \frac{4}{3} \pi R^3 [p - p_g(T)] + 4\pi R^2 S(T), \quad (2)$$

kde  $p_g(T)$  je rovnovážný tlak plynu v bublině a  $S(T)$  je povrchové napětí na rozhraní kapaliny a plynu; obě jsou funkcí teploty. Pro  $p < p_g(T)$  je první člen rovnice na pravé straně záporný, zatímco druhý člen je vždy kladný. Pro kritickou hodnotu poloměru  $R_k$  tedy platí:

$$R_k(p, T) = \frac{2S(T)}{p_g(T) - p}. \quad (3)$$

Ve výsledku tedy pro  $p < p_0(T)$  menší dutiny ( $R < R_k(p, T)$ ) zanikají a větší dutiny ( $R > R_k(p, T)$ ) rostou. Odpovídající energetická bariéra je

$$E_b(p, T) = \frac{16\pi}{3} \frac{S(T)^3}{[p_g(T) - p]^2}. \quad (4)$$

Potom podle kinetické energie nukleace je úroveň kavitace úměrná  $\exp[-E_b/(k_B T)]$ , kde  $k_B$  je Boltzmannova konstanta. Předpokládá se, že kritický záporný tlak pro kavitaci je tlak potřebný ke vzniku první dutiny za určitý čas  $\tau$

$$p_k(T) = p_g(T) - \left( \frac{16\pi}{3} \frac{S(T)^3}{k_B T \ln\left(\frac{\tau N k_B T}{h}\right)} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (5)$$

kde  $N$  je počet molekul a  $h$  je Planckova konstanta. Zajímavé je, že kritický tlak je velmi necitlivý na konkrétním čase  $\tau$ . Pokud máme  $\tau = 1$  s a  $N = 6,022 \times 10^{23}$  pro 1 mol vody, která by měla teplotu  $T = 300$  K a zároveň víme, že  $S = 0,072$  N/m, pak by kritický záporný tlak pro kavitaci vyšel  $-134$  MPa.

V poslední době je snaha přiblížit teoretické hodnoty hodnotám naměřeným při experimentech, a to přes úpravy nukleační teorie. [25].

### 2.3.2 Heterogenní nukleace

Nicméně mnohem častějším jevem než výše uvedená homogenní nukleace je nukleace heterogenní. Ta se na rozdíl od homogenní vytváří na nečistotách v kapalině nebo na stěnách potrubí, kterým kapalina protéká. Energetická bariéra je potom mnohem nižší než u homogenní nukleace, a to v závislosti na kontaktním úhlu bubliny s daným povrchem.

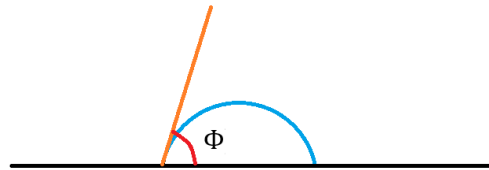
Energetická bariéra se potom zmenší [21]:

$$E_b^{het} = E_b \cdot \psi(\Phi), \quad (6)$$

kde  $\psi(\Phi)$  je označována jako funkce smáčivého úhlu  $\Phi$  a její velikost je uváděná jako:

$$\psi(\Phi) = \frac{1}{4}(1 + \cos \Phi)^2(2 - \cos \Phi). \quad (7)$$

Již při úhlu  $\Phi = 90^\circ$  je energetická bariéra heterogenní nukleace poloviční oproti homogenní. Při dalším zvětšování úhlu se bariéra ještě více zmenšuje.



Obrázek 2.2. Smáčivý úhel  $\Phi$

### 2.4 Rovnováha kulové bubliny v kapalině [3]

Aby byla bublina ve statické rovnováze, musí být celkový tlak plynu a páry v bublině roven tlaku v okolní kapalině  $p_l$  zvětšeném o povrchové napětí (právě jím se tlak skokově mění při přechodu zakřiveným rozhraním mezi kapalinou a bublinou).

$$p_s + p_g = p_l + \frac{2S}{R} \quad (8)$$

kde  $p_s$  je tlak páry,  $p_g$  tlak plynu a  $S$  je povrchové napětí. Při zvětšování poloměru dochází k izotermické expanzi, tj.  $p_g V = p_{g0} V_0$ , potom tedy

$$p_g = \frac{p_{g0} V_0}{V} = p_{g0} \left(\frac{R_0}{R}\right)^3 \quad (9)$$

kde  $p_{g0}$  je parciální tlak plynu v bublině o poloměru  $R_0$ . Nyní tedy můžeme upravit podmínku statické rovnováhy na

$$p_s + p_{g0} \left(\frac{R_0}{R}\right)^3 = p_l + \frac{2S}{R} \quad (10)$$

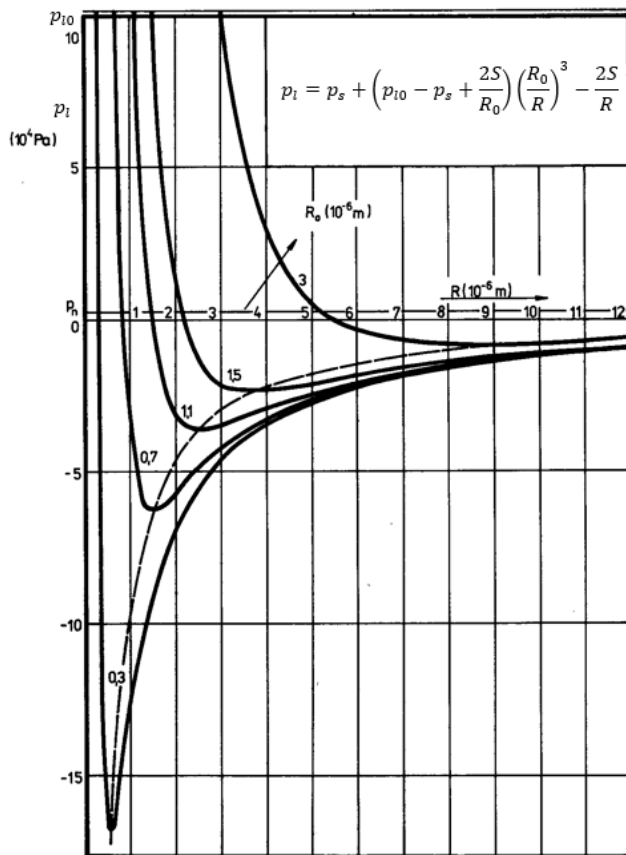
Pro  $R = R_0$  odtud dostaneme:

$$p_s + p_{g0} = p_{l0} + \frac{2S}{R} \quad (11)$$

Z rovnice (2) vyjádříme tlak  $p_{g0}$  a spolu s (4) dosadíme do (1). Po následné úpravě získaného vztahu dostaneme pro tlak kapaliny  $p_l$ , při němž je bublina v kapalině v rovnováze:

$$p_l = p_s + \left(p_{l0} - p_s + \frac{2S}{R_0}\right) \left(\frac{R_0}{R}\right)^3 - \frac{2S}{R} \quad (12)$$

Závislost rovnovážného tlaku v kapalině  $p_l$  na poloměru bubliny  $R$  daná rovnicí (5) je na obrázku 2.3.



Obr. 2.3.

Rovnovážený tlak v kapalině v závislosti na poloměru bubliny. Počáteční poloměr bubliny  $R_0$  je parametrem. Rovnovážený tlak v kapalině při  $R = R_0$  je

$$p_{l0} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_s = 2337 \text{ Pa}$$

$$S = 72,78 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}^{-1} [6]$$

Spojnice minim jednotlivých křivek pro  $R_0 = \text{konst}$  je vyznačena čárkovanou čarou, a ta rozděluje plochu diagramu na dvě oblasti: stabilní a nestabilní. Hodnoty v minimech můžeme označit jako kritické ( $R_{kr}, p_{kr}$ ).

Z diagramu na obr. 2.3 vyplývá několik závěrů. Pokud dojde k náhodnému zvětšení poloměru  $R$  v oblasti  $R < R_{kr}$  při konstantním tlaku kapaliny, bude v kapalině vyšší tlak, než odpovídá tomuto zvětšenému poloměru, a proto dojde ke zmenšování poloměru na původní hodnotu, která byla ve statické rovnováze. Naopak pokud se zvětší poloměr v nestabilní oblasti, takže bude  $R > R_{kr}$ , tlak kapaliny bude nižší, než odpovídá zvětšenému poloměru a bublina bude stále růst, nastane tedy nestabilní rovnováha. Při snížení tlaku v okolní kapalině ve stabilní oblasti se poloměr bubliny zvětšuje jen pozvolna až do  $R_{kr}$ , kdy se bublina začne explozivně zvětšovat. K explozivnímu zvětšování bubliny dochází při nižším tlaku kapaliny, než je tlak páry v bublině, což je zřejmé z diagramu.

Kritický poloměr bubliny  $R_{kr}$  určíme z podmínky  $\partial p_l / \partial R_0$  pro vztah (5):

$$R_{kr} = \sqrt{\frac{3p_{g0}R_0^3}{2S}} \quad (13)$$

kde

$$p_{g0} = p_{l0} - p_s + \frac{2S}{R_0}. \quad (14)$$

Výraz pro  $R_{kr}$  dosadíme do (5) a po úpravách získáme vztah pro kritický tlak v okolní kapalině

$$p_{kr} = p_s - \frac{2}{3} \frac{2S}{R_0} \left( \frac{2S}{3p_{g0}R_0} \right)^{\frac{1}{2}} = p_s - \frac{4}{3} \frac{S}{R_{kr}}. \quad (15)$$

Pro kritický poloměr můžeme upravit na:

$$R_{kr} = \frac{4S}{3(p_s - p_{kr})}. \quad (16)$$

Podle vztahu (8) a se zřetelem k obr. 2.3 je zřejmé, že  $p_{kr}$  je tím nižší, čím menší je počáteční poloměr  $R_0$ . Tomuto tlaku odpovídá kavitační tlak určující vznik kavitace. Ze vztahu (11) naopak vyplývá, že kritický poloměr je úměrný počátečnímu poloměru bubliny  $R_0$ . [24]

## 2.5 Dynamika kulové bubliny [10]

Pro hlubší pochopení kavitace je důležité predikovat vývoj kavitační bubliny v čase. Toho se dá dosáhnout pomocí Rayleigh-Plessetovy rovnice. Řídicím parametrem dynamiky bublin je časově proměnný tlak.

Pro zjednodušení se bude předpokládat, že se bublina bude vyvíjet v klidu v nekonečně ohraničeném prostředí. Základem pro dynamiku bublin je rovnice okamžitého tlaku  $p_\infty(t)$  na ni aplikovaná. Jakýkoli jiný proud než čistě radiální, vyvolaný růstem a kolapsem bubliny, je ignorován. Je zde tedy předpoklad, že všechny parametry původního proudu jsou obsaženy pouze v rovnici okamžitého tlaku  $p_\infty(t)$ .

Očekávaným výstupem je vývoj bubliny o poloměru  $R(t)$  v čase. To odpovídá následující diferenciální rovnici druhého řádu známé jako Rayleigh-Plessetova rovnice:

$$\rho \left[ R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 \right] = [p_v - p_\infty(t)] + p_{g0} \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3k} - \frac{2S}{R} - 4\mu \frac{\dot{R}}{R}, \quad (17)$$

kde  $\dot{R}$ , resp.  $\ddot{R}$  jsou první a druhá derivace poloměru podle času,  $R_0$  je původní poloměr,  $p_v$  je tlak nasycených par a  $\mu$  je dynamická viskozita.

Na pravé straně rovnice vystupují 4 různé výrazy. První z nich,  $[p_v - p_\infty(t)]$ , vyjadřuje rozdíl daného okamžitého tlaku vzhledem ke tlaku nasycených par a je také řídicím výrazem pro vývoj bubliny. Je také nejzákladnějším výrazem, protože se jedná o budící člen (tzv. tlakové buzení) a vývoj bubliny závisí především na něm.

Druhý výraz vyjadřuje okamžitý tlak nerozpuštěných plynů  $p_g$  uvnitř bubliny. Jeho velikost je založena na několika předpokladech. Především je pro zjednodušení předpokládáno, že hmotnost nerozpuštěných plynů je konstantní během růstu bubliny. Dalším předpokladem je podmínka, že tyto nerozpuštěné plyny vykazují polytropické chování charakterizované polytropickým koeficientem  $k$ . Pokud je chování izotermní, je  $k = 1$ , pokud adiabatické je  $k = \kappa$ . Chování plynů je často považováno za izotermní, ale může se blížit i adiabatickému chování, zvláště v případě velkých bublin [9]. Z tohoto důvodu je v rovnici ponechán polytropický koeficient.

Polytropické chování je popsáno následující rovnicí mezi tlakem plynu  $p_g$  a rádiusem  $R$  bubliny:

$$p_g R^{3k} = p_{g0} R_0^{3k} \quad , \quad (18)$$

kde index 0 odkazuje na počáteční stav. V rovnici je  $R^3$  ve skutečnosti reprezentantem objemu.

Třetí výraz v Rayleigh-Plessetově rovnici zastupuje tlak způsobený povrchovým napětím. Protože je zde  $R$  ve jmenovateli, celý výraz je důležitý pouze pro malé poloměry.

Poslední výraz vysvětluje efekt dynamické viskozity  $\mu$  na kapalinu. Rozptyl způsobený viskozitou vychází úměrný k rychlosti deformace bublin  $\dot{R}$  a inverzně úměrný poloměru bubliny, takže jeho význam stoupá se zvětšujícím se poloměrem (stejně jako u povrchového napětí).

## 2.6 Termodynamický vliv kavitace

V mnoha kapalinách má kavitace významné termální účinky. Termodynamický vliv je charakterizován teplotním rozdílem na rozmezí dvou fází mezi bublinou a ji obklopující kapalinou. Ten je způsoben skupenským teplem vypařování, které je předáváno do kapaliny okolo kavitační zóny, jejíž teplota se kvůli tomu sníží.

Termodynamický efekt je zanedbatelný pro vodu, která má pokojovou teplotu. Rozdíl mezi teplotou uvnitř a vně bubliny je pouze v řádech setin Kelvinů. Podstatný je však při vyšších teplotách nebo v jiných kapalinách, např. v kryogenních kapalinách určených pro pohon vesmírných raket.

Snížením teploty v bublině se také změní tlak sytých par v dutině  $p_v$ , který závisí na teplotě podle upravené Clasius-Clapeyronovy rovnice: [26]

$$p_v = 100 \cdot e^{53,67957 - \frac{6743,69}{T} - 4,8451 \cdot \ln T} \quad (19)$$

## 2.7 Zánik kavitace [8]

Kvůli nevyhnutelné obnově tlaku za tělesem způsobujícím kavitaci se bubliny vyplněné parou a plyny dostanou do oblastí s vyšším tlakem, kde implodují za vysoké rychlosti. Pokud ignorujeme v Rayleigh-Plessetově rovnici vlivy viskozity, tlaku nerozpuštěných plynů uvnitř bubliny a povrchové napětí, rychlost na rozhraní během kolapsu bude:

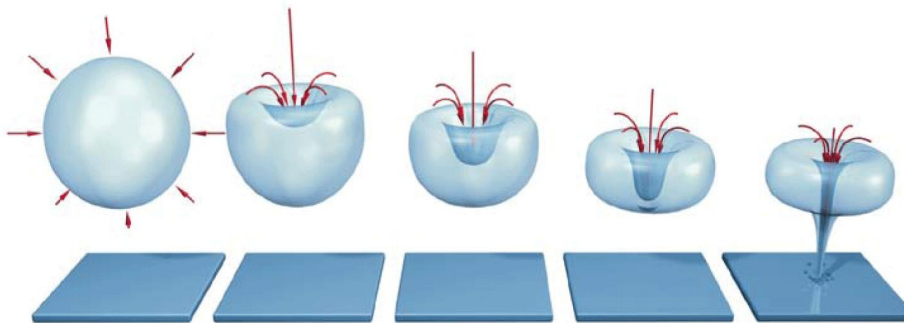
$$\dot{R} = - \sqrt{\frac{2}{3} \frac{p_\infty - p_v}{\rho} \left[ \left( \frac{R_0}{R} \right)^3 - 1 \right]} \quad (20)$$

Po integraci rovnice (19) se může vyjádřit doba kolapsu, tj. čas potřebný k tomu, aby bublina úplně zmizela a tedy  $R = 0$ . Tento čas nazývaný Rayleigho čas je:

$$\tau_p \cong 0.915 R_0 \sqrt{\frac{p_\infty - p_v}{p_\infty - p_v}} \quad (21)$$

Nicméně musíme brát v potaz, že výsledky kolapsu bubliny jsou zavádějící. Kromě zanedbání termálních účinků byla teorie zavedena na dalším předpokladu, který se nemusí nutně splnit. Při kolapsu se dosahuje až takových rychlostí a tlaků, že předpoklad nestlačitelnosti kapaliny již není vhodný.





Obrázek 2.4. Zánik kavitační bubliny [7]

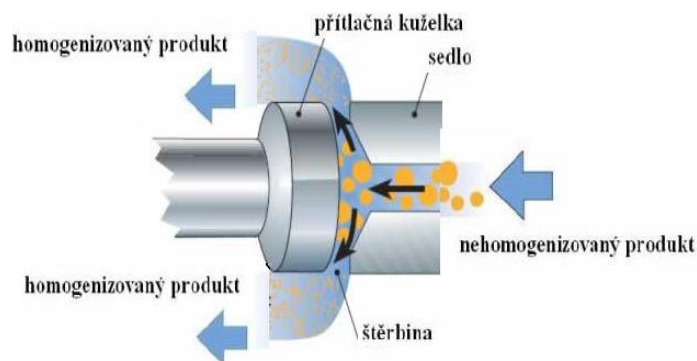
## 2.8 Využití kavitace [27]

Kavitace není v dnešní době jev čistě jenom negativní. V poslední době se přišlo na několik užitečných aplikací, díky kterým se kavitace stala žádoucí.

### 2.8.1 Potravinářský průmysl [22]

Velkou výhodou využívání kavitačního jevu v praxi je jeho chemická nezávadnost, což je podstatné zejména v potravinářském průmyslu, kde je snaha co nejvíce nahradit chemické procesy, které mohou být zdraví člověka nebezpečné.

Hydrodynamická kavitace, tedy vznik kavitace za sníženého tlaku, se například používají pro homogenizaci mléka. Princip spočívá v minimalizaci tukových kuliček, aby se zabránilo oddělování tuku při jeho uskladňování.



Obrázek 2.5. Homogenizace mléka [1]

Ultrazvuková kavitace se zase využívá pro ničení bakterií při výrobě sterilovaných nealkoholických potravin. Vysokoenergetický ultrazvuk má destruktivní účinky na mikroorganismus, a to díky kombinaci vlivů zejména kavitace, smykových sil a ohřevu.

## 2.8.2 Dezinfekce vody [13], [14]

V současné době se k čištění vody nejčastěji používá chemické úpravy, a to přidáním chloru, který je velmi účinný vůči všem bakteriím (účinnost až 99,9%). Nicméně i tak existuje možnost, že se mikroorganismy reaktivují, a chlor a jeho sloučeniny mohou mít neblahé zdravotní účinky. Vedle toho je také používání chloru drahé.

Kavitace se zdá být slibnou nastupující technologií pro dezinfekci vody. Na rozdíl od čištění chlorem nehrozí žádné toxické vedlejší produkty a proces je energeticky efektivní. Lze použít jak kavitaci ultrazvukovou, tak hydrodynamickou. Ultrazvuková má však bohužel pouze omezený dosah, takže se nepoužívá. Naproti tomu hydraulická se zdá být mnohem vhodnější. Používá se zejména metody DYNAJET® [14]. Jedná se o trysky, které na velkém objemu kapaliny vytváří kavitaci, která pak snižuje koncentraci bakterií.

## 2.8.3 Hubení sinic [14], [15], [27]

Sinice jsou drobné organismy, které přežívají v mnoha biotopech po celé Zemi. Pokud se shlukují na vodní hladině, říkáme tomuto přemnožení vodní květ. K přemnožení dochází z důvodu znečištění povrchových vod. Vodní květ je rizikový zejména proto, že se tvoří na nádržích pitné vody, případně na vodních plochách sloužících k rekreaci. Sinice způsobují zdravotní potíže, proto je jejich hubení nezbytné pro další používání vody je obsahující.

Mezi nejužívanější a nejúčinnější metody boje proti sinicím jsou dnes aplikace chemických látek. Účinek však není dlouhodobý, častá aplikace je tudíž nutná. Na řadu tedy přichází hydrodynamická kavitace. Ta spočívá ve vystavení sinic destruktivním účinkům kavitace, čímž dojde k zahubení sinice a k jejímu potopení z hladiny na dno. Dalším efektem je také roztrhání vodního květu na jednotlivé buňky sinic, což má opět za následek poničení jejich buněčné struktury.

### 3 FRAKTÁLNÍ GEOMETRIE [18], [19], [29]

Podíváme-li se v přírodě kolem sebe, můžeme vidět různé útvary (mraky, kameny, pobřežní čára, kůra, vložka, kráter), které eukleidovská geometrie není schopna pojmut. Je to zejména proto, že pokud se stupeň rozlišování stále zmenšuje, tj. díváme se na objekt ze stále větší blízkosti, vidíme stále stejný tvar. Těto vlastnosti se říká soběpodobnost. Tudiž pokud bychom útvary aproximovali např. přímkou, získané výsledky by byly zatíženy značnou chybou.

Na počátku 19. století si matematici uvědomili, že existuje řada kuriozit či monster odporujících geometrické intuici. Některé z nich byly soběpodobné. V roce 1975 Benoît Mandelbrot tyto útvary vyčlenil a nazval je fraktály (z lat. fractus – „rozdělený“). Později však přišel na to, že fraktály nejsou v přírodě žádnými kuriozitami, ale že jsou dokonce téměř pravidlem. Mimo-to jsou fraktály obdivovány také pro svoji estetickou krásu nebo alespoň dekorativnost.

Mandelbrot dal v roce 1977 výrazu „fraktál“ tuto definici: „Fraktál je množina, pro kterou Hausdorff-Besicovichova dimenze (ostře) přesahuje hodnotu dimenze topologické.“. Běžné útvary v geometrii mají topologickou dimenzi rovnu 0, 1, 2 nebo 3. Například bod je dimenze  $D_T = 0$ , přímka nebo úsečka  $D_T = 1$ , rovina nebo plocha  $D_T = 2$  a krychle či koule  $D_T = 3$ . Hausdorffova dimenze udává jakousi úroveň členitosti daného objektu. Pro Hausdorffovu dimenzi  $D$  obecně platí podmínka:

$$Pr^{1/D} = 1, \quad (22)$$

kde  $P$  je počet dílků, na který jsme útvar rozdělili, a  $r$  je faktor změny měřítka.

Nyní si ukážeme rozdíl mezi Hausdorffovou a topologickou dimenzí za pomoci jednoduchých objektů, nejprve na úsečce. Tu si rozdělíme na  $P$  dílů. Faktor změny měřítka je  $r = 1/P$ . Po úpravách obecné podmínky Hausdorffovy dimenze dostaneme:

$$D = \frac{\log(P)}{\log(1/r)} = \frac{\log(P)}{\log(P)} = 1.$$

Topologická dimenze úsečky je, jak již uvedeno výše, rovna 1, úsečka tudíž není fraktálem. Pro ilustraci nějakého fraktálu si můžeme vzít van Kochovu křivku (obr. 3.1). Rozdělíme ji na 5 částí a při každé transformaci se úsečka rozdělí na 4 části, takže  $P = 5$  a  $r = 1/4$ . Potom:

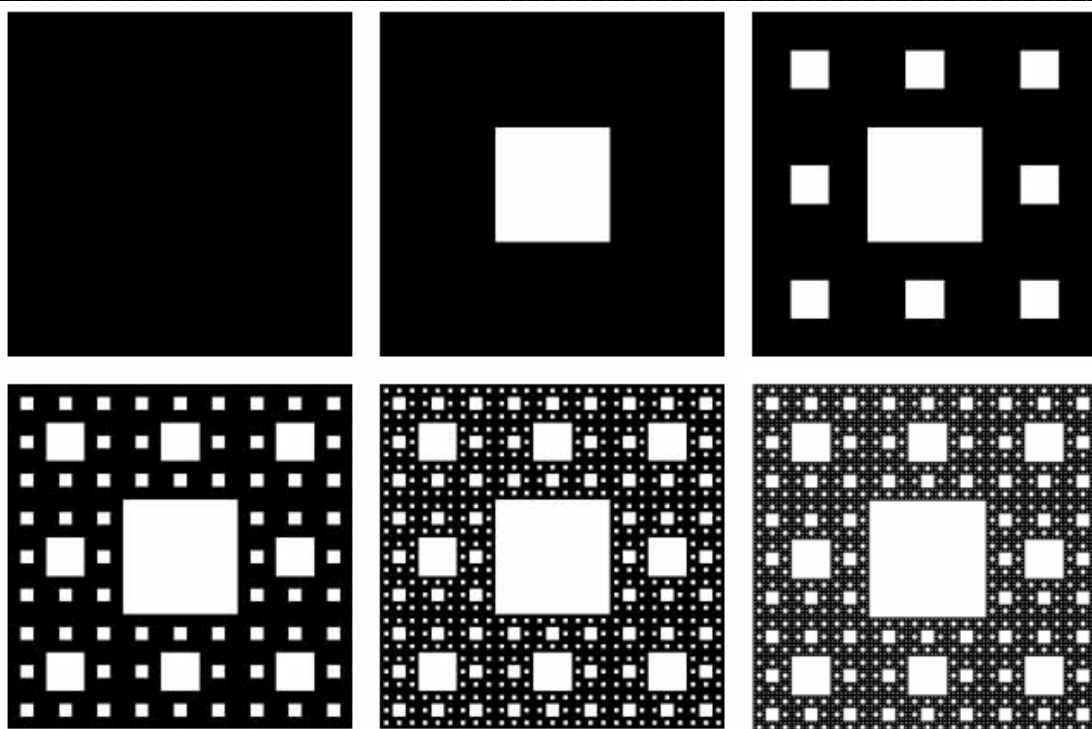
$$D = \frac{\log(P)}{\log(1/r)} = \frac{\log(5)}{\log(4)} = \log_4 5 \sim 1,16.$$

A protože topologická dimenze je dimenzí úsečky, tedy je  $D_T = 1$ , jedná se o fraktál.



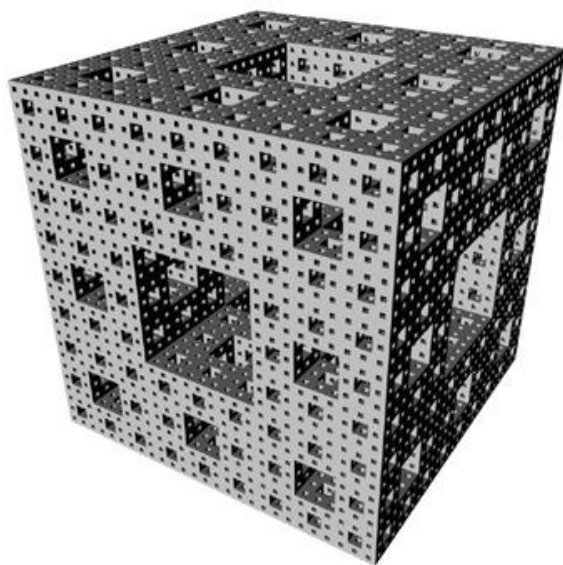
Obr. 3.1.  
Van Kochova  
křivka  
pro  $D \sim 1,16$

Známým fraktálem je Sierpinského koberec (obr. 3.2). V něm rozdělíme původní čtverec na 9 stejných čtverců a vyjmemé ten prostřední. To opakujeme pro všechny zbývající čtverce.

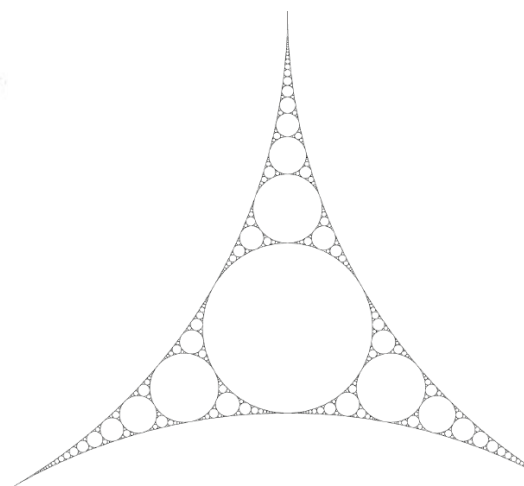


Obr. 3.2. Sierpinského koberec

Existují i fraktály trojrozměrné. Začneme u krychle, kterou rozdělíme na 27 stejných krychliček a vybereme 7 z nich, které nesousedí s žádnou hranou, a vyjmeje je. Tento postup opakujeme opět pro všechny zbylé krychličky, až získáme tzv. Mengerovu houbu (obr. 3.3).



Obr. 3.3. Mengerova houba



Obr. 3.4. Apollonovy sítě

Méně známým fraktálem jsou Apollonovy sítě (obr. 3.4). Sestrojí se tak, že sestavíme 3 totožné kružnice tak, že tvoří trojúhelník, takže každá kružnice je tečná ke dvěma zbývajícím. Dvě kružnice, které jsou tečné k všem třem počátečním kružnicím, se nazývají vnitřní a vnější Soddyho kružnice.

---

Jsou pojmenovány po Fredericku Soddym, který určil jejich poloměr jako:

$$r_s = \frac{r_a r_b r_c}{[r_a r_b + r_b r_c + r_a r_c \pm 2\sqrt{r_a r_b r_c (r_a + r_b + r_c)}]}, \quad (23)$$

kde  $r_a, r_b, r_c$  jsou poloměry 3 původních totožných kružnic. Apollonův fraktál pak vznikne opakovaným umístováním vnitřních Soddyho kružnic do mezer mezi kružnicemi již vytvořenými.

## 4 EXPERIMENTÁLNÍ ZJIŠTĚNÍ HYDRAULICKÝCH CHARAKTERISTIK

### 4.1 Clony

Clony s otvory představují konstrukčně velmi jednoduchý nástroj pro měření průtoku v potrubí. Princip metody spočívá v zabudování clony do potrubí, v němž plným průřezem protéká tekutina. Zabudování clony způsobí rozdíl statických tlaků mezi přední a zadní stranou clony. Díky svojí konstrukční jednoduchosti a bezúdržbovému provozu jsou v průmyslu hojně používané, uvádí se, že je využívá až polovina průmyslových podniků pro měření průtoků [12], [20].

Bohužel však u nich dochází při dostatečném průtoku nebo snížení tlaku ke vzniku kavitace. Ta má pak negativní účinky a snižuje energii proudu nebo vytváří turbulentní proudění za clonou. Tyto negativní účinky se pak snažíme minimalizovat, a to za použití otvorů ve tvaru fraktální geometrie. Mnohé experimenty i numerické simulace potvrzují, že se jedná o správnou cestu v zefektivňování měřicí techniky [4], [5], [20].

Clony (tab. 4.1) byly navrženy tak, aby měly světlost o stejné velikosti (tj. stejný průtočný průřez), aby tak mohlo dojít k porovnání hydraulických ztrát. Clona č.1 s jedinou kruhovou dírou byla vyrobena z oceli soustružením. Clona č.2 s dírou ve tvaru van Kochovy vločky byla vytištěna na 3D tiskárně. Tato technologie výroby byla zvolena proto, že ani jinak by vyrobít nešla. Clonu bylo třeba ještě dodatečně nalakovat, aby byla zajištěna její vodotěsnost. Clona č.3 s dírou ve tvaru Apollonových kružnic byla vyrobena vyvrtáním jednotlivých děr do plastu. Tato clona musela mít jinou velikost světlosti (o 0,8 % menší) z důvodu velké technologické náročnosti výroby. Z tohoto důvodu se také musela změnit velikost přesně spočítaných Apollonových kružnic tak, aby na každou díru existoval vrták daného průměru, čímž byla narušena jejich ‚fraktálnost‘.

Tabulka 4.1

Pořadové číslo	1.	2.	3.
Tvar díry	Kruh	Van Kochova vločka	Apollonovy kružnice
Světlost [mm <sup>2</sup> ]	452.3893	452.3894	449.0513
Materiál	Ocel	Nalakovaný plast	Plast



Clona č.1



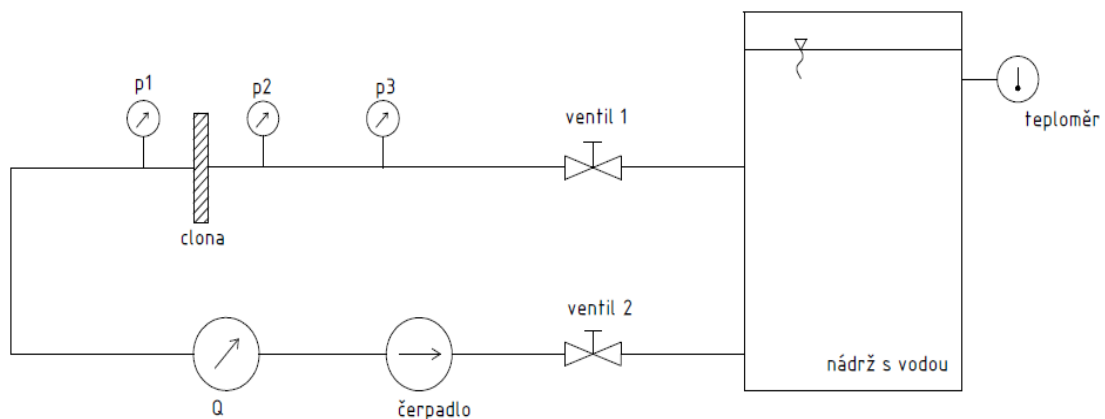
Clona č.2



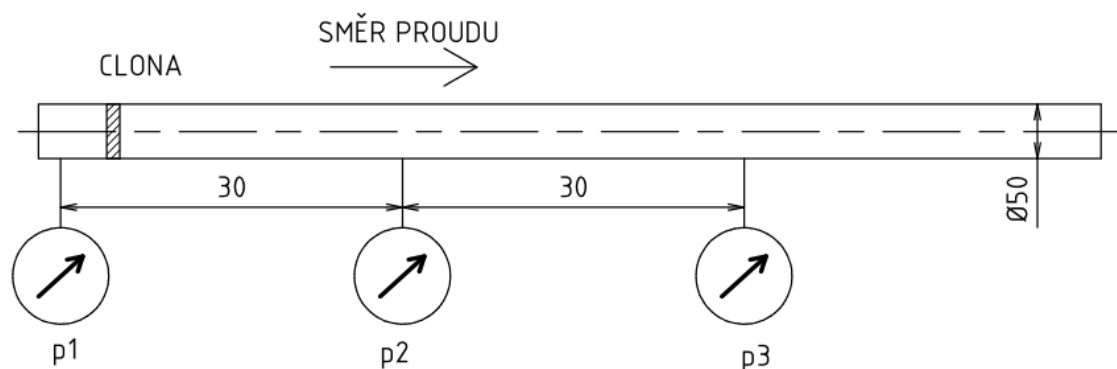
Clona č.3

## 4.2 Měřicí okruh

Měření byla prováděna na hydraulickém kavitačním obvodu (obr. 4.1), který je umístěn v Laboratoři hydraulických strojů Odboru fluidního inženýrství V. Kaplana. Oběh vody zajišťovalo odstředivé čerpadlo, které čerpalu vodu z vodní nádrže vedle ní umístěné. Ta měla velký objem, čímž se zajistila stálá teplota vody, která se měřila teploměrem. Odstředivé čerpadlo mělo nastavitelné otáčky. Průtok vody byl měřen pomocí indukčního průtokoměru umístěného ve spodní větvi měřicího okruhu. Snímače tlaku byly umístěny kolem clony. Okruh také obsahoval dva ventily pro snadnou montáž a demontáž clony. Hlavní částí okruhu byla clona, která byla umístěna na začátek potrubí z plexiskla. Plexisklová část potrubí (obr. 4.2) zde byla umístěna z důvodu vizualizace jednotlivých fází kavitace. Všechny informace ze snímačů se zpracovávaly v počítači a vyhodnocovaly se v programu LabVIEW 2014.



Obr. 4.1. Hydraulický okruh



Obr. 4.2. Detail hydraulického okruhu v místě měření tlaků

### 4.3 Použitá měřicí technika

1. Snímač tlaku p1 DMP 331, výrobce BD SENSORS s. r. o. Uh. Hradiště, měřicí rozsah 0-600 kPa abs., přesnost  $\pm 0,25\%$ , proudový výstup 4 – 20 mA, výr. č. 1495467
2. Snímač tlaku p2 DMP 331, výrobce BD SENSORS s. r. o. Uh. Hradiště, měřicí rozsah 0-250 kPa abs., přesnost  $\pm 0,25\%$ , proudový výstup 4 – 20 mA, výr. č. 1495463
3. Snímač tlaku p2 DMP 331, výrobce BD SENSORS s. r. o. Uh. Hradiště, měřicí rozsah 0-250 kPa abs., přesnost  $\pm 0,25\%$ , proudový výstup 4 – 20 mA, výr. č. 1495462
4. Souprava magneticko-indukčního průtokoměru ELA spol. s.r.o, snímač MQI99-SMART N, výrobní číslo 13542, maximální rozsah  $Q_{\max}=18$  l/s, přesnost  $\pm 0,5\%$  z naměřené hodnoty pro  $v \geq 1$  m/s, výstup 4-20 mA
5. Měřicí ústředna se softwarem pro získávání hodnot v reálném čase National Instrument PXIe – 1078
6. Čerpadlo DPVSF45-40, výrobce Duijvelaar Pompen, motor DC2SIEK160M2B, výrobní číslo 3710112150



## 4.4 Postup měření

Po namontování clony do hydraulického okruhu se spustilo čerpadlo na nízkou frekvenci, aby došlo k odvzdušnění celého obvodu, které by jinak zásadně znehodnotovalo experiment. Voda byla čerpána z nádrže s vodou, která byla otevřená a udržovala se v ní volná hladina ve stálé výšce. Stálost teploty vody v nádrži se udržovala přečerpáváním vody z velkého zásobníku umístěného pod nádrží. Následně se postupným zvyšováním otáček čerpadla zvětšoval průtok vody v okruhu. Rozsah volených otáček byl dán u minimální hodnoty vznikem kavitace a u maximálních hodnot dosažením superkavitace. Průtok se tak pohyboval od zhruba 3,7 l/s do 8,5 l/s.

Měřená data se zobrazovala v reálném čase na počítači. Po zvýšení otáček čerpadla se po ustálení proudění uložila data – tři tlaky a průtok. Data se zaznamenávala v programu LabVIEW 2014, a to každých 0,0005 s po dobu třiceti sekund, tedy 60000 hodnot. Tyto hodnoty jsou uloženy v příloze D. Ze získaných údajů se vypočítaly charakteristiky  $\zeta$  (ztrátový součinitel) a  $\sigma$  (kavitační číslo).

## 4.5 Výchozí podmínky

Pro výpočet ztrátového součinitele a kavitačního čísla bylo třeba znát kromě tlaků a průtoků také hustotu  $\rho$  a tlak nasycených par  $p_v$ . Tyto dvě veličiny ovlivňuje teplota vody. Jelikož se však voda přečerpávala z nádrže o velkém objemu, teplota vody se v průběhu experimentu měnila pouze minimálně. Z toho důvodu se ve výpočtu počítalo s konstantní teplotou  $t = 17,4^\circ\text{C}$ .

Hustota se pro teplotu  $t$  se potom přepočítala podle vztahu:

$$\rho = \sum_{i=0}^3 a_i t^i \quad (24)$$

$$a_0 = 1002, \quad a_1 = -0,2716, \quad a_2 = 0,01047, \quad a_3 = -0,00027,$$

Kde  $a_i$  jsou uvedené konstanty a  $t$  je teploty ve stupních Celsia.

Tlak nasycených par se vypočítal podle rovnice (19), kde se teplota  $T$  dosazovala v Kelvinech.

Pro danou teplotu vody  $t = 17,4^\circ\text{C}$  potom vyšla hustota  $\rho = 996.17 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  a tlak nasycených par  $p_v = 1,987 \text{ kPa}$ .

## 4.6 Vizualizace

V průběhu experimentu byly zhotoveny obrazové záznamy kavitace při určitých otáčkách čerpadla, které odpovídaly naměřeným datům. Nicméně cílem vizualizace nebylo detailní zobrazení jednotlivých fází kavitace, ale pouze přibližné zobrazení vývoje kavitace za clonou. Fotografie byly pořízeny fotoaparátem Nikon D300s.

## 5 ZPRACOVÁNÍ NAMĚŘENÝCH DAT

Pomocí programu Microsoft Office Excel 2016 byla zpracována data získaná při měření. Nejprve se ze všech hodnot pro jednotlivé tlaky a průtok udělaly aritmetické průměry, které se pak použily ve výpočtech pro ztrátový součinitel a kavitační číslo.

Ztrátový součinitel se vypočítal podle vztahu:

$$\zeta_i = \frac{p_1 - p_i}{\rho \frac{v^2}{2}} \quad (25)$$

$$i = 2,3$$

Kde  $p_1$  je tlak před clonou,  $p_i$  tlak za clonou,  $v$  rychlost ve cloně a  $\rho$  je hustota vody. Index  $i$  vyjadřuje místo, ve kterém se měřil tlak, takže  $i = 2$  pro tlakoměr  $p_2$  a  $i = 3$  pro tlakoměr  $p_3$ .

Kavitační číslo se vypočítalo podle vztahu (1), tedy:

$$\sigma_i = \frac{p_i - p_v}{\rho \frac{v^2}{2}} \quad (26)$$

$$i = 2,3$$

kde  $p_v$  je tlak nasycených par,  $p_i$  tlak za clonou,  $v$  rychlost ve cloně a  $\rho$  je hustota vody. Oba vztahy obsahují ve jmenovateli kvadrant rychlosti  $v$  v nejužším místě clony. Rychlost se spočítá z naměřeného průtoku a známé světlosti clony pomocí rovnice kontinuity. Použije se zjednodušující předpoklad nestlačitelnosti vody v okruhu.

### 5.1 Nejistoty měření [28]

Pro každý experiment je důležité, s jakou přesností bylo měření provedeno. Proto je potřebné vyhodnotit nejistoty, jakých se při měření dosahovalo. Ty se dělí na nejistoty typu A a B.

Při nepřímém měření fyzikální veličiny se chyba požadované fyzikální veličiny spočítá z chyb měřených veličin. V tomto případě se kavitační čísla a ztrátové součinitele spočítají přes experimentálně zjištěné tlaky a průtoky.

Standardní nejistoty typu A způsobují náhodné vlivy, jejichž příčiny nejsou známy. Stanovují se z opakovaných měření za stále stejných podmínek za statistického přístupu. Charakteristické pro nejistotu typu A je, že se její hodnota zmenšuje se zvětšujícím se počtem opakovaných měření.

Pro nejistoty typu A platí, že je rovna výběrové směrodatné odchylce  $\bar{s}$  aritmetického průměru:

$$\bar{s} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (27)$$

Jelikož jsou hledané veličiny  $\sigma$  a  $\zeta$  závislé na měřených hodnotách  $p_1, p_2, p_3, Q$ , pak pro nejistoty bude platit:

$$\delta_\sigma = \sqrt{\bar{s}_{p_1}^2 \left(\frac{\partial \sigma}{\partial p_1}\right)^2 + \bar{s}_{p_2}^2 \left(\frac{\partial \sigma}{\partial p_2}\right)^2 + \bar{s}_{p_3}^2 \left(\frac{\partial \sigma}{\partial p_3}\right)^2 + \bar{s}_Q^2 \left(\frac{\partial \sigma}{\partial Q}\right)^2} \quad (28)$$

$$\delta_\zeta = \sqrt{\bar{s}_{p_1}^2 \left(\frac{\partial \zeta}{\partial p_1}\right)^2 + \bar{s}_{p_2}^2 \left(\frac{\partial \zeta}{\partial p_2}\right)^2 + \bar{s}_{p_3}^2 \left(\frac{\partial \zeta}{\partial p_3}\right)^2 + \bar{s}_Q^2 \left(\frac{\partial \zeta}{\partial Q}\right)^2} \quad (29)$$

Po dosazení a úpravě:

$$\delta_{\sigma} = \sqrt{\bar{s}_{p_2}^2 \left( \frac{2 \cdot S_1^2}{\rho \cdot Q^2} \right)^2 + \bar{s}_Q^2 \left( -4 \cdot \frac{(p_2 - p_v) S_1^2}{\rho \cdot Q^3} \right)^2}$$

$$\delta_{\zeta} = \sqrt{\bar{s}_{p_1}^2 \left( \frac{2 \cdot S_1^2}{\rho \cdot Q^2} \right)^2 + \bar{s}_{p_2}^2 \left( \frac{-2 \cdot S_1^2}{\rho \cdot Q^2} \right)^2 + \bar{s}_Q^2 \left( -4 \cdot \frac{(p_1 - p_2) S_1^2}{\rho \cdot Q^3} \right)^2}$$

Standardní nejistoty typu B mohou pocházet z různých zdrojů, nicméně jejich příčiny jsou známy. Jejich určení vychází z odhadu systematických chyb naměřených hodnot. Hodnoty standardní nejistoty typu B nejsou závislé na počtu opakovaných měření.

Pro nejistoty typu B potom platí, že chyby při měření jednotlivých senzorů jsou:

$$\vartheta_{p_1} = \text{přesnost}_{p_1} \cdot \text{rozsah}_{p_1} = 0,0025 \cdot 600000 \text{ Pa} = 1500 \text{ Pa}$$

$$\vartheta_{p_2} = \vartheta_{p_3} = \text{přesnost}_{p_2} \cdot \text{rozsah}_{p_2} = 0,0025 \cdot 250000 \text{ Pa} = 625 \text{ Pa}$$

$$\vartheta_Q = \text{přesnost}_Q \cdot \text{rozsah}_Q = 0,005 \cdot 18 \text{ l/s} = 0,09 \text{ l/s}$$

Pro kavitací číslo  $\sigma$  platí:

$$\vartheta_{\sigma} = \sqrt{\left( \frac{\partial \sigma}{\partial p_2} \vartheta_{p_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial \sigma}{\partial Q} \vartheta_Q \right)^2} \quad (30)$$

$$\vartheta_{\sigma} = \sqrt{\left( \frac{2 \cdot S_1^2}{\rho \cdot Q^2} \vartheta_{p_2} \right)^2 + \left( -4 \cdot \frac{(p_2 - p_v) S_1^2}{\rho \cdot Q^3} \vartheta_Q \right)^2}$$

Pro ztrátový součinitel  $\zeta$  platí:

$$\vartheta_{\zeta} = \sqrt{\left( \frac{\partial \zeta}{\partial p_1} \vartheta_{p_1} \right)^2 + \left( \frac{\partial \zeta}{\partial p_2} \vartheta_{p_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial \zeta}{\partial Q} \vartheta_Q \right)^2} \quad (31)$$

$$\vartheta_{\zeta} = \sqrt{\left( \frac{2 \cdot S_1^2}{\rho \cdot Q^2} \vartheta_{p_1} \right)^2 + \left( \frac{-2 \cdot S_1^2}{\rho \cdot Q^2} \vartheta_{p_2} \right)^2 + \left( -4 \cdot \frac{(p_1 - p_2) S_1^2}{\rho \cdot Q^3} \vartheta_Q \right)^2}$$

Jelikož mají nejistoty typu A i B shodný přístup, můžeme je sloučit do jediné hodnoty, tzv. kombinované standardní nejistoty, která je dána vztahem:

$$u = \sqrt{\delta^2 + \vartheta^2} \quad (32)$$

Kombinované nejistoty jsou znázorněny u všech grafů kromě srovnávacích.

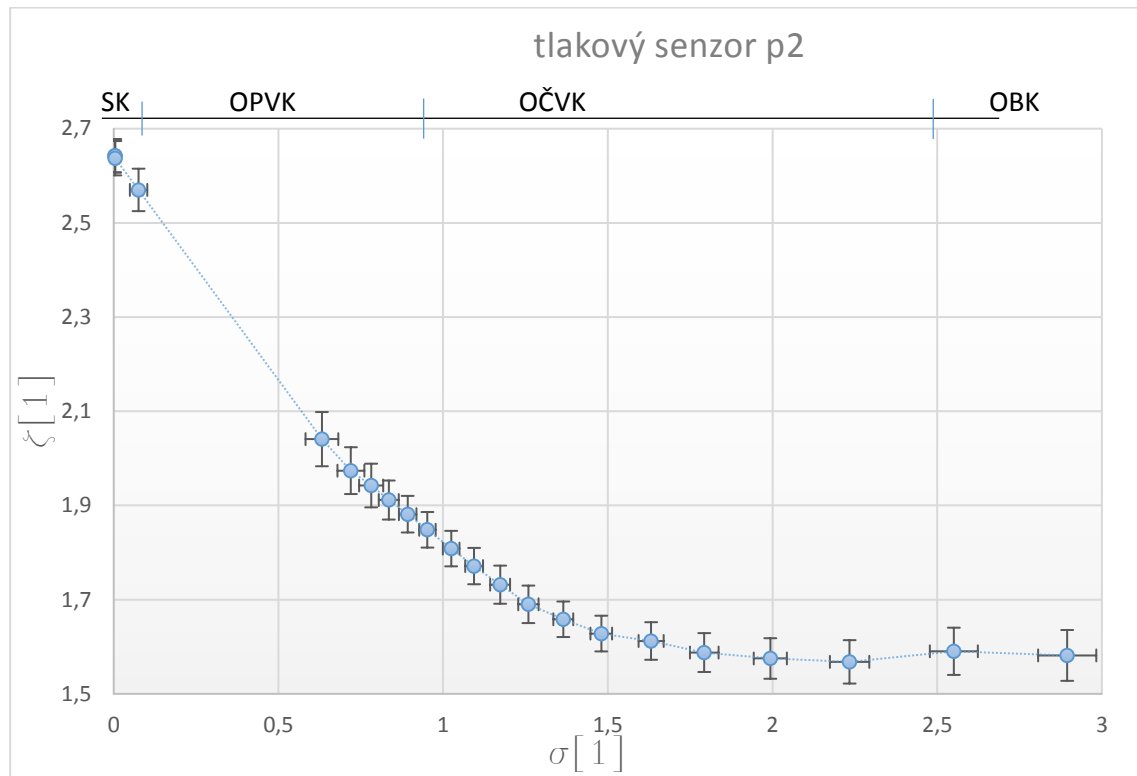
## 5.2 Statické charakteristiky

Následující statistické charakteristiky byly vyhodnoceny pro všechny clony a pro oba tlakoměry za clonou. Ve všech grafech kromě srovnávacích jsou také přibližně znázorněna jednotlivá stadia vývoje kavitace. Ty pak mají následující značení:

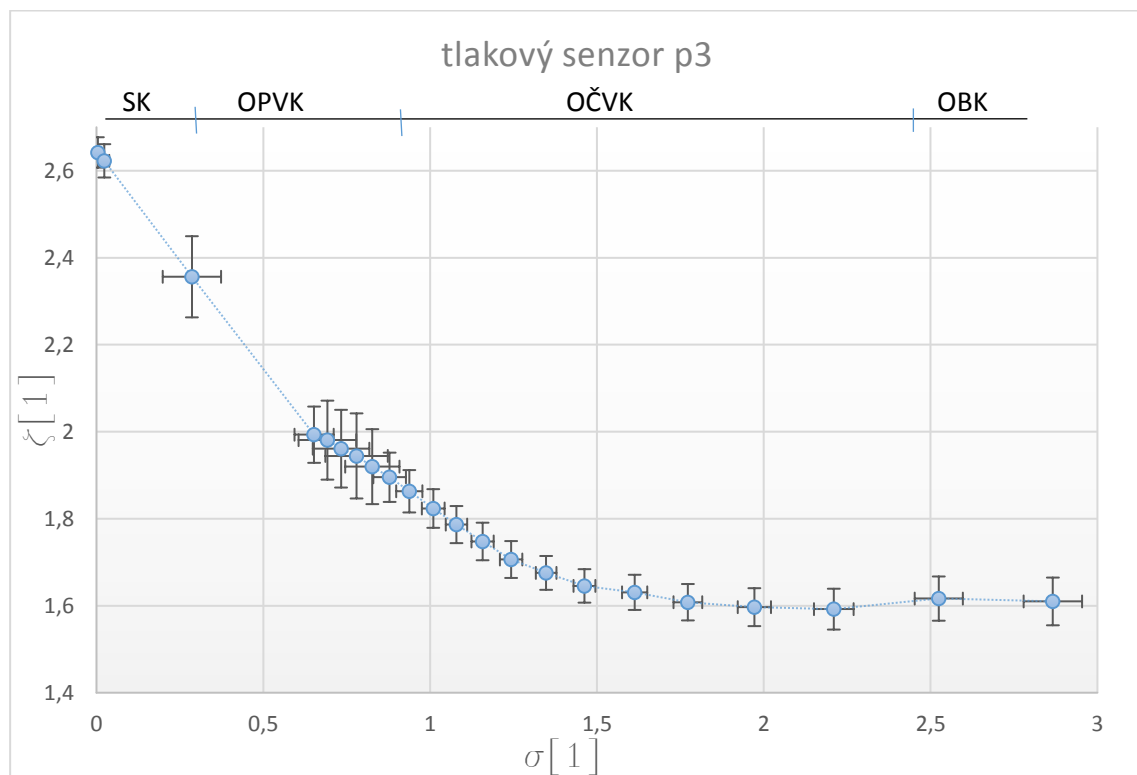
- OBK – oblast bez kavitace
- OČVK – oblast částečně vyvinuté kavitace
- OPVK – oblast plně vyvinuté kavitace
- SK – superkavitace
- $\sigma_{krit}$  – kritické kavitační číslo
- $\zeta_{krit}$  – ztrátový součinitel odpovídající  $\sigma_{krit}$
- $Q_{krit}$  – průtok při  $\sigma_{krit}$
- $\sigma_{sk}$  – kavitační číslo při superkavitaci
- $\zeta_{sk}$  – ztrátový součinitel odpovídající  $\sigma_{sk}$
- $Q_{sk}$  – průtok při  $\sigma_{sk}$

Jednotlivé vývoje kavitace jsou na fotografiích v příloze B.

### Člona s kruhovou dírou



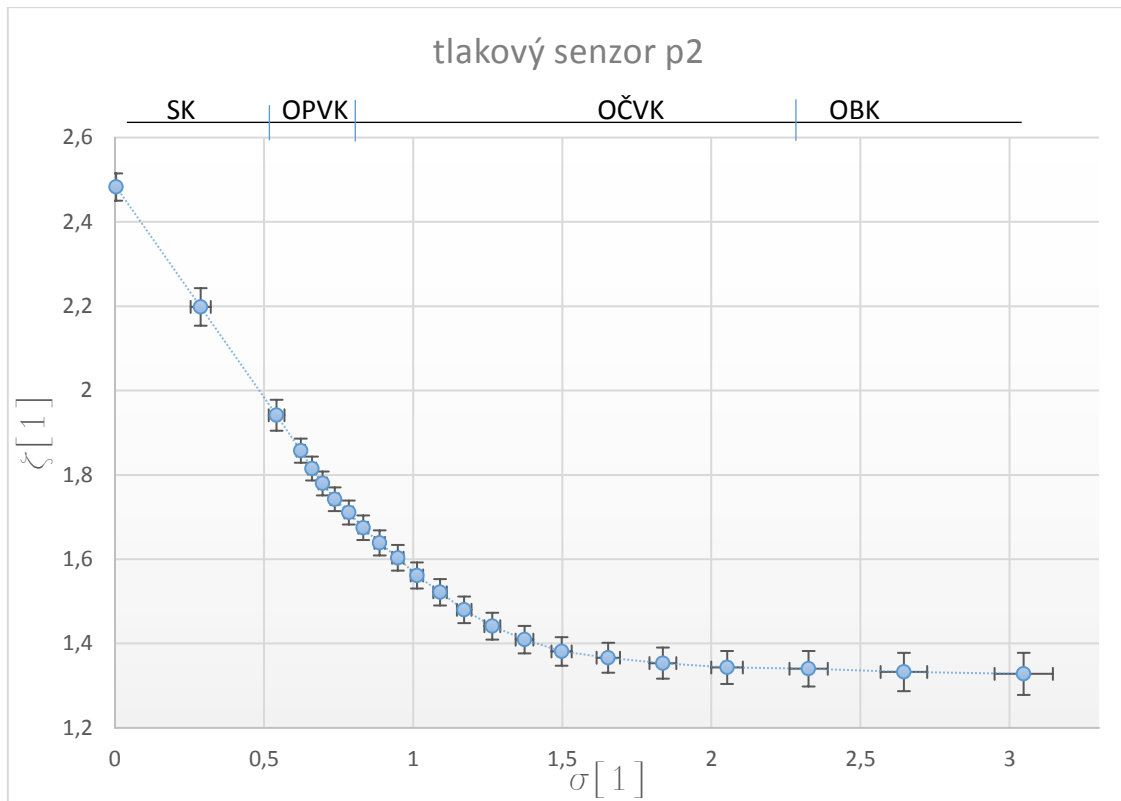
Obr. 5.1



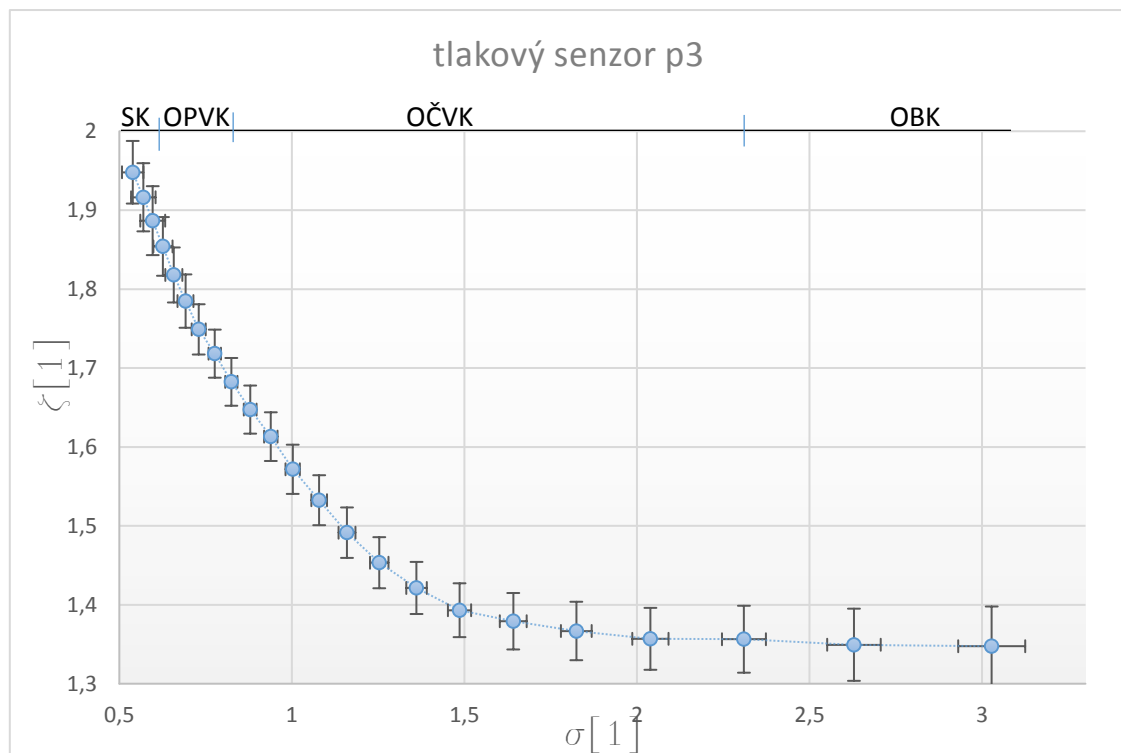
Obr. 5.2

$$\sigma_{krit} = 2,55; \zeta_{krit} = 1,59; Q_{krit} = 4,0 \text{ l/s}; \sigma_{sk} = 0,02; \zeta_{sk} = 2,58; Q_{sk} = 8,1 \text{ l/s}$$

### Clona s van Kochovou vložkou



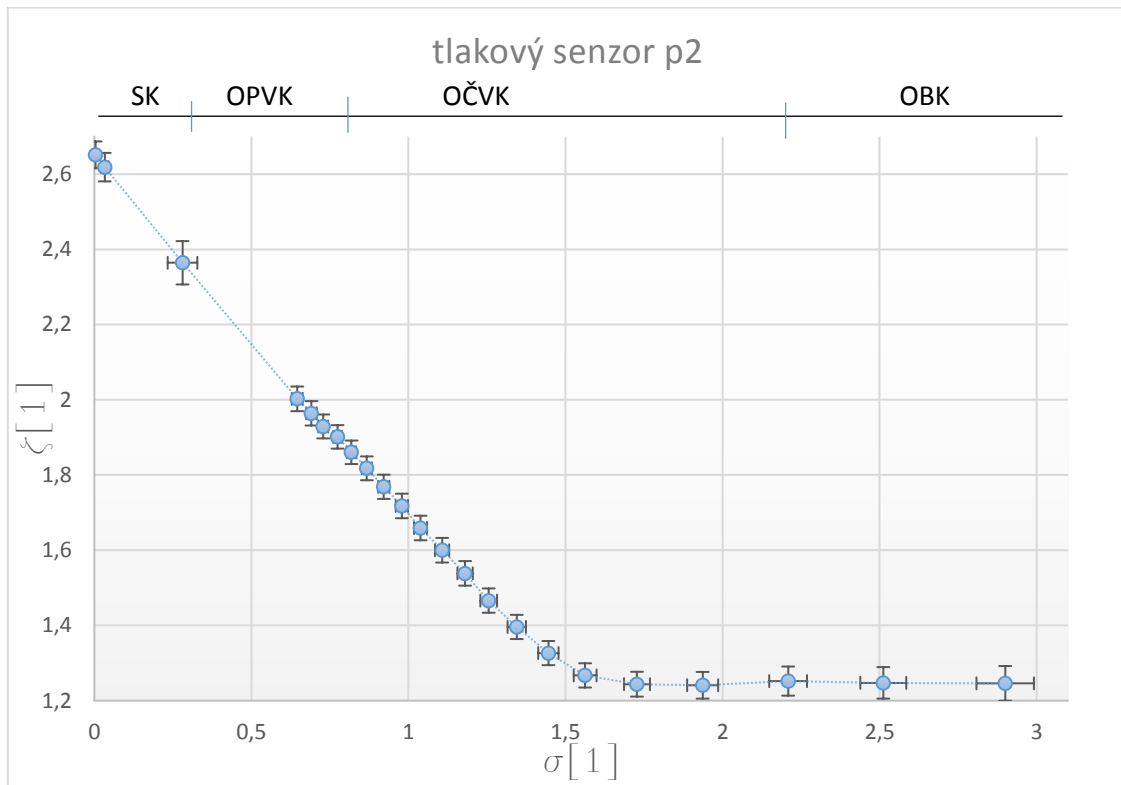
Obr. 5.3



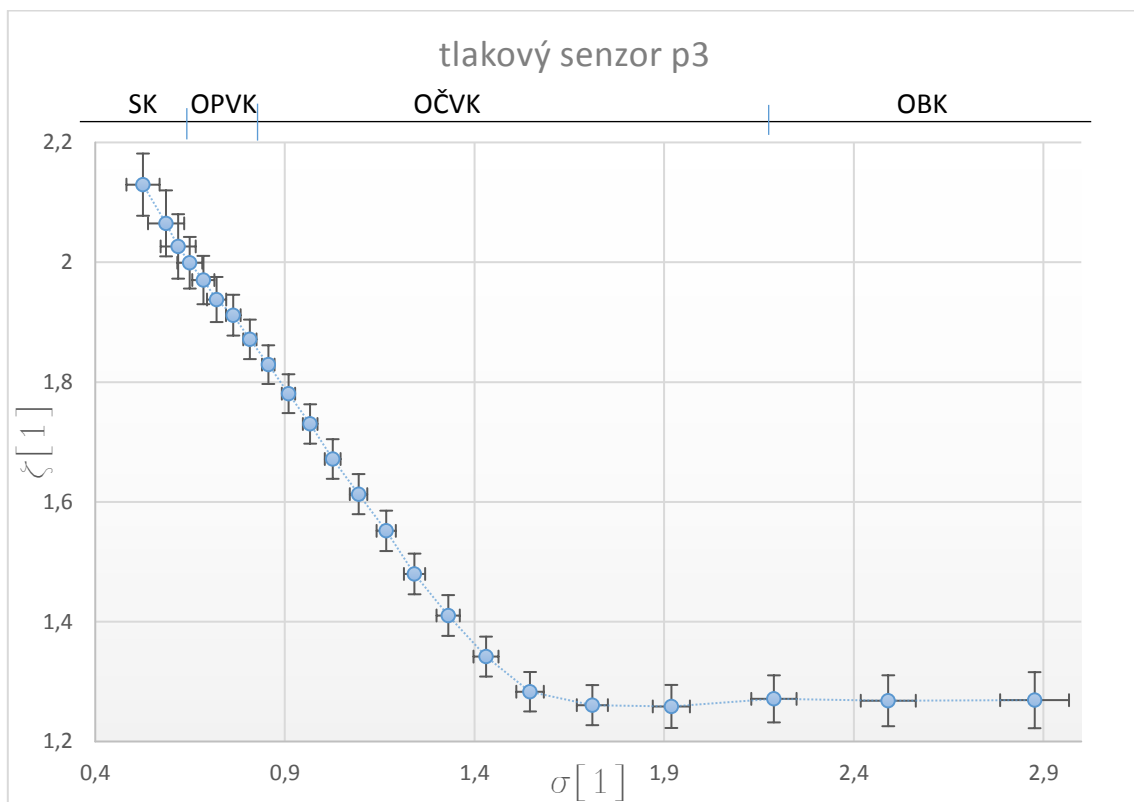
Obr. 5.4

$$\sigma_{krit} = 2,32; \zeta_{krit} = 1,34; Q_{krit} = 4,2 \text{ l/s}; \sigma_{sk} = 0,54; \zeta_{sk} = 1,94; Q_{sk} = 8,24 \text{ l/s}$$

## Clona s Apollonovými kružnicemi



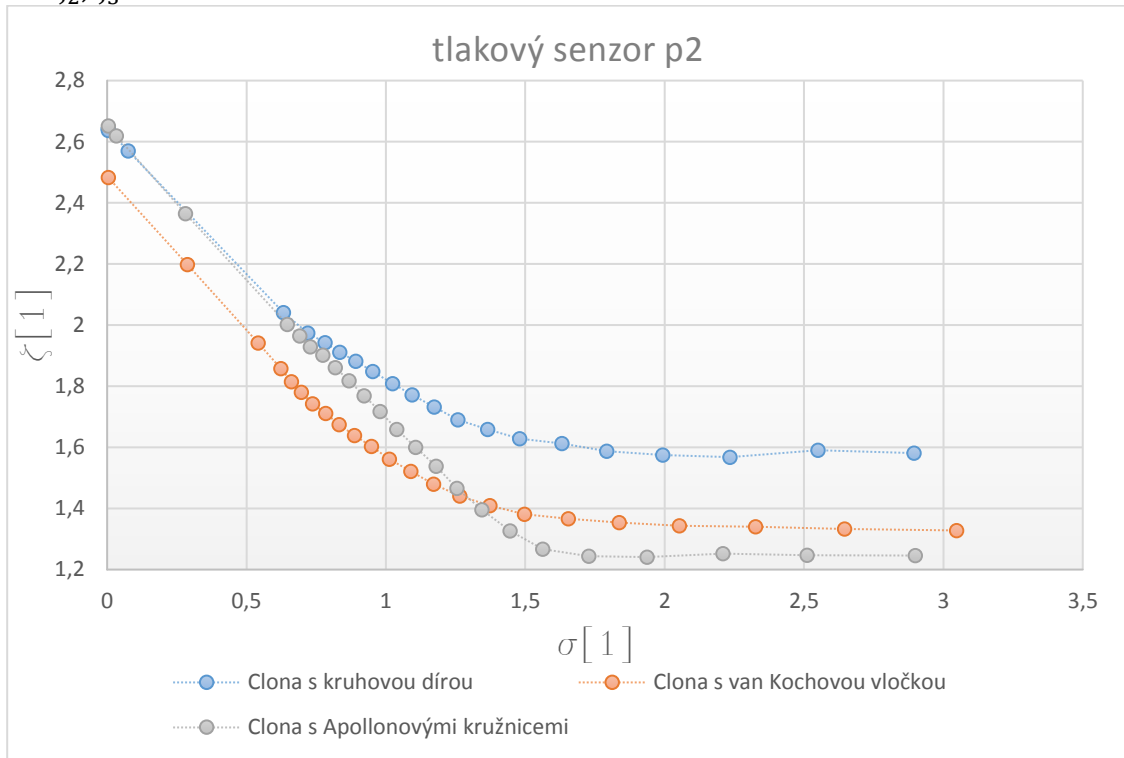
Obr. 5.5



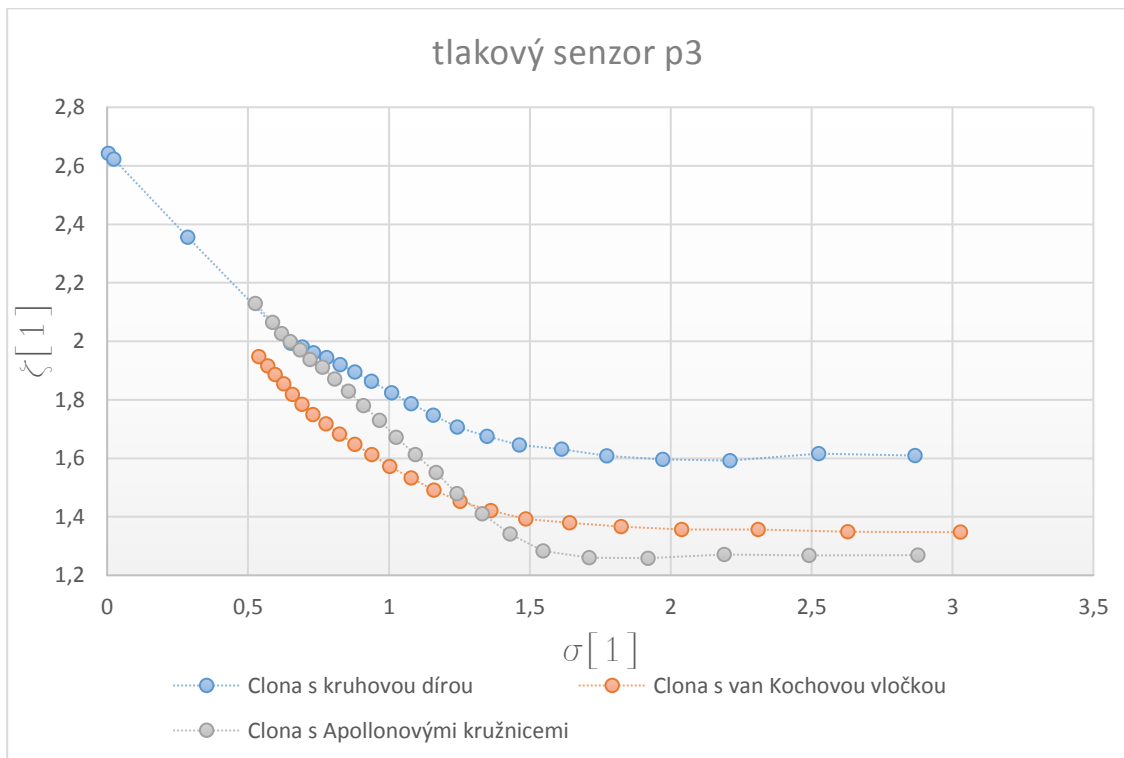
Obr. 5.6

$$\sigma_{krit} = 2,21; \zeta_{krit} = 1,25; Q_{krit} = 4,27 \text{ l/s}; \sigma_{sk} = 0,28; \zeta_{sk} = 2,36; Q_{sk} = 7,99 \text{ l/s}$$

V dalších grafech je znázorněno vzájemné porovnání clon z hlediska ztrátových součinitelů  $\zeta_2, \zeta_3$ .



Obr. 5.7



Obr. 5.8



## 6 ZÁVĚR

Cílem této bakalářské práce byl návrh škrťící clony tak, aby byl její tvar navržen na základě fraktální geometrie. Následně se experimentálně zjišťovaly ztrátové charakteristiky této clony a porovnávaly se s klasickou clonou.

Na základě fraktální geometrie byly navrženy dvě clony. První z nich měla díru ve tvaru van Kochovy vločky, což je jeden z nejjednodušších fraktálů. Vyrobená byla na 3D tiskárně z důvodů tvarové složitosti, ačkoli tato technologie nedosahuje velké přesnosti (v desetinách milimetru). Druhá z nich měla geometrii děr, které se tvarem podobaly Apollonovým kružnicím (děr různých velikostí bylo 28 a byly vyvrtány do plastu). Z technologických důvodů musely být průměry děr při návrhu zaokrouhlovány. Také mezery mezi děrami se musely zvětšit tak, aby protékající proud neprotrhnul přepážky mezi nimi. Kvůli těmto nutným opatřením se zmenšila úroveň fraktálnosti clony.

Po provedení experimentu a zaznamenání všech hodnot byly vytvořeny grafy, které ukazují závislost kavitačního čísla na ztrátovém součiniteli. Z nich vyplynula celá řada zajímavých faktů.

Předně měla křivka v grafu pro clonu s kruhovou dírou atypický tvar, který se lišil od očekávaného tvaru (viz [11], [17]). Předpokládalo se totiž, že po počátku kavitace se mírně zmenší ztrátový součinitel, aby pak křivka lineárně rostla vzhledem ke zmenšujícímu se kavitačnímu číslu, což se však v provedeném experimentu nestalo. Po počátku kavitace sice došlo k malému snížení ztrátového součinitele, ale lineární chování při zmenšování kavitačního čísla se dostavilo až při dosažení superkavitace. Tento nečekaný průběh pravděpodobně způsobilo to, že se koleno na měřicím okruhu nacházelo v příliš malé vzdálenosti od clony, tudíž se ke cloně nedostával správně usměrněný proud bez turbulence ([11], [17] měřili na jiném okruhu).

U clony s dírou ve tvaru van Kochovy vločky se po počáteční kavitaci ztrátový součinitel nadále zvětšoval. Křivka měla také relativně hladký parabolický tvar.

Křivka v grafu pro clonu s děrami ve tvaru Apollonových kružnic měla na rozdíl od kruhové clony tvar, který se typicky objevuje u clon s kruhovými děrami. Nejprve zde tedy došlo k mírnému zmenšení ztrátového součinitele po počátku kavitace, aby pak křivka lineárně rostla s klesající hodnotou kavitačního čísla.

V porovnání clon měly ty s fraktálními děrami lepší hydraulické vlastnosti. Kavítace v nich vznikala při nižších kavitačních číslech, a také ztrátové součinitele při počátku kavitace dosahovaly nižších hodnot, zhruba o 20 %. Nejlepší hydraulické vlastnosti vykazovaly nejprve clony s Apollonovými kružnicemi, po vyvinutí kavitace z částečně na plně vyvinutou měla ovšem clona s van Kochovou vločkou lepší vlastnosti (ztrátový součinitel o 15% menší).

Využití fraktální geometrie při návrhu hydraulických clon se ukazuje jako vhodný způsob zefektivňování provozu clon, které mají při měření průtoku v průmyslu velký význam. Při využití pro eliminaci sinic je výhodou nižší energetická náročnost díky menšímu ztrátovému součiniteli.

---

## 7 SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] AzaQuar.com [online]. [cit. 14.2.2017]. Dostupný na: <http://www.azaquar.com/en/doc/technology-of-drinking-milk-pasteurized-milk-sterilized-and-ugt>
- [2] BRENNEN, Christopher E. *Cavitation and bubble dynamics*. ISBN 9781107644762.
- [3] BRENNEN, Christopher E. *Fundamentals of multiphase flow*. New York: Cambridge University Press, 2005. ISBN 0521848040.
- [4] BUKHARI, Manshoor, Zaman IZZUDDIN a Khalid AMIR. Experimental Study of Pressure Drop after the Circle Grids Fractal Orifice. *Applied Mechanics and Materials* [online]. 2013, 390, 111-115 [cit. 2017-02-15]. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.390.111. ISSN 1662-7482. Dostupné z: <http://www.scientific.net/AMM.390.111>
- [5] ELSAEY, A., A. ABOU EL-AZM ALY a M. FOUAD. CFD simulation of fractal-shaped orifices for flow measurement improvement. *Flow Measurement and Instrumentation* [online]. 2014, 36, 14-23 [cit. 2017-02-15]. DOI: 10.1016/j.flowmeasinst.2014.01.004. ISSN 09555986. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0955598614000053>
- [6] FISHER, John C. The Fracture of Liquids. *Journal of Applied Physics* [online]. 1948, **19**(11), 1062- [cit. 2016-11-23]. DOI: 10.1063/1.1698012. ISSN 00218979. Dostupné z: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/jap/19/11/10.1063/1.1698012>
- [7] *FOCUS-IT* [online]. [cit. 2017-05-14]. Dostupný na: <http://eswt.net/cavitation>
- [8] FRANC, Jean-Pierre a Christian PELLONE. Analysis of Thermal Effects in a Cavitating Inducer Using Rayleigh Equation. *Journal of Fluids Engineering* [online]. 2007, **129**(8), 974- [cit. 2017-05-14]. DOI: 10.1115/1.2746919. ISSN 00982202. Dostupné z: <http://FluidsEngineering.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1432184>
- [9] FRANC, Jean-Pierre a Jean-Marie MICHEL. *Fundamentals of cavitation*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004. ISBN 9781402022333.
- [10] FRANC, Jean-Pierre. *The Rayleigh-Plesset equation: a simple and powerful tool to understand various aspects of cavitation* [online]. s. 1 [cit. 2017-05-08]. DOI: 10.1007/978-3-211-76669-9\_1. Dostupné z: [http://link.springer.com/10.1007/978-3-211-76669-9\\_1](http://link.springer.com/10.1007/978-3-211-76669-9_1)
- [11] GRÍGER, M. *Hydraulické charakteristiky proudění v kavitačních tryskách*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 98 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Pavel Rudolf, Ph.D..
- [12] ISO 5167-2:2003 (25 7710) Měření průtoku tekutin pomocí snímačů diferenčního tlaku vložených do zcela zaplněného potrubí kruhového průřezu - Část 2: Clony

- 
- [13] JYOTI, K.K a A.B PANDIT. Water disinfection by acoustic and hydrodynamic cavitation. *Biochemical Engineering Journal* [online]. 2001, 7(3), 201-212 [cit. 2016-11-20]. DOI: 10.1016/S1369-703X(00)00128-5. ISSN 1369703x. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1369703X00001285>
- [14] KALUMUCK, K. M., et al. Remediation and disinfection of water using jet generated cavitation. 5th International Symposium on Cavitation (CAV2003), Osaka, Japan. 2003.
- [15] KIANIČKA, M. Využití kavitace v technické praxi. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2010. 52 s. Vedoucí diplomové práce prof. Ing. František Pochylý, CSc.
- [16] KOCÚR, Ján. Konštrukčný návrh zariadenia na generovanie kavitácie [online]. Bratislava, 2010 [cit. 2016-05-01]. Dostupné z: [http://is.stuba.sk/lide/clovek.pl?zalozka=13;id=2468;studium=72268;zp=27959;download\\_prace=1](http://is.stuba.sk/lide/clovek.pl?zalozka=13;id=2468;studium=72268;zp=27959;download_prace=1). Diplomová práca. Slovenská technická univerzita v Bratislave. Vedoucí práce Prof. Ing. Michal Varchola, CSc.
- [17] KUBINA, D. Kavitujuce prúdenie v perforovanom disku. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016. 80 s. Vedúci bakalárskej práce doc. Ing. Pavel Rudolf, Ph.D.
- [18] MANDELROT, Benoît B. *Fraktály: tvar, náhoda a dimenze*. Praha: Mladá fronta, 2003. ISBN 80-204-1009-0.
- [19] MANDELROT, Benoît B. *The fractal geometry of nature*. Update and augmented. New York: W.H. Freeman, 1983. ISBN 0-7167-1186-9.
- [20] MANSHOOR, B., F.C.G.A. NICOLLEAU a S.B.M. BECK. The fractal flow conditioner for orifice plate flow meters. *Flow Measurement and Instrumentation* [online]. 2011, 22(3), 208-214 [cit. 2017-02-15]. DOI: 10.1016/j.flowmeasinst.2011.02.003. ISSN 09555986. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0955598611000264>
- [21] MELONI, Simone, Alberto GIACOMELLO a Carlo Massimo CASCIOLA. Focus Article: Theoretical aspects of vapor/gas nucleation at structured surfaces. *The Journal of Chemical Physics* [online]. 2016, **145**(21), 211802- [cit. 2017-02-13]. DOI: 10.1063/1.4964395. ISSN 0021-9606. Dostupné z: <http://aip.scitation.org/doi/10.1063/1.4964395>
- [22] MOHAMMADI, Vahid, Mahdi GHASEMI-VARNAMKHAŠTI, Rahim EBRAHIMI a Maryam ABBASVALI. Ultrasonic techniques for the milk production industry. *Measurement* [online]. 2014, 58, 93-102 [cit. 2017-02-14]. DOI: 10.1016/j.measurement.2014.08.022. ISSN 02632241. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0263224114003418>
- [23] NOSKIEVIČ, Jaromír. Kavitace. Praha: Academia, 1969, 278 s.: il.
- [24] NOSKIEVIČ, Jaromír. Kavitace v hydraulických strojích a zařízeních. Praha: SNTL - Nakladatelství technické literatury, 1990, 333 s.: il., tabulky. ISBN 80-03-00206-0.

- 
- [25] PENG Wang, Wei GAO, Justin WILKERSON, Kenneth M. LIECHTI, Rui HUANG. Cavitation of Water by Volume-Controlled Stretching. *Extreme Mechanics Letters*[online].2016, 59-67 [cit. 2016-11-23]. DOI:10.1016/j.eml.2016.12.004. Dostupné z: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2352431616302036>
- [26] RUDOLF, Pavel, Martin HUDEC, Milan GRÍGER a David ŠTEFAN. Characterization of the cavitating flow in converging-diverging nozzle based on experimental investigations [online]. Brno, Czech Republic, 2014 [cit. 2017-02-14]. Dostupné z: [http://www.epjconferences.org/articles/epjconf/pdf/2014/04/epjconf\\_efm-13\\_02101.pdf](http://www.epjconferences.org/articles/epjconf/pdf/2014/04/epjconf_efm-13_02101.pdf)
- [27] SLAVÍČEK, O. Využití kavitace v lékařství, chemii a biologických vědách. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 35 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Pavel Rudolf, Ph.D.
- [28] UHROVÁ, Helena. Laboratorní cvičení z fyziky. Vyd. 3. Praha: Vysoká škola chemicko-technologická v Praze, 2013. ISBN 978-80-7080-845-0
- [29] WIESNER, Robert. Užití a zneužití fraktálů [online]. Brno, 2006 [cit. 2016-11-27]. Diplomová práce. Masarykova univerzita, Fakulta informatiky. Vedoucí práce Zdeněk Pospíšil Dostupné z: [http://is.muni.cz/th/3506/fi\\_m/](http://is.muni.cz/th/3506/fi_m/)

## 8 SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ

$\sigma$	[1]	kavitační číslo
$p_{ref}$	[Pa]	referenční tlak v určitém místě proudu
$p_v$	[Pa]	tlak nasycených par
$\rho$	[kg.m <sup>-3</sup> ]	hustota
$v_{1ref}$	[m.s <sup>-1</sup> ]	rychlost kapaliny v referenčním místě
$W$	[J]	práce potřebná ke vzniku bubliny
$R$	[m]	poloměr bubliny
$p_g$	[Pa]	tlak plynu
$S$	[Nm <sup>-1</sup> ]	povrchové napětí
$R_k$	[m]	kritický poloměr
$E_b$	[J]	energetická bariéra
$k_B$	[J.K <sup>-1</sup> ]	Boltzmannova konstanta
$\tau$	[s]	čas
$p_k$	[Pa]	kritický tlak
$N$	[1]	počet molekul
$h$	[J.s]	Planckova konstanta
$T$	[K]	termodynamická teplota
$\psi$	[rad]	funkce smáčivého úhlu
$\Phi$	[rad]	smáčivý úhel
$p_l$	[Pa]	tlak v kapalině
$p_s$	[Pa]	tlak páry
$p_{g0}$	[Pa]	původní tlak plynu
$\mu$	[Pa.s]	dynamická viskozita
$p_\infty$	[Pa]	okamžitý tlak
$k$	[1]	polytropický koeficient
$\tau_p$	[s]	Rayleigho čas

---

$\zeta$	[1]	ztrátový součinitel
$t$	[°C]	teplota ve stupních Celsia
$D$	[1]	velikost Hausdorff-Besicovichovy dimenze
$D_T$	[1]	velikost topologické dimenze
$r$	[1]	faktor změny měřítka
$P$	[1]	počet dílků
$r_S$	[m]	poloměr Soddyho kružnice
$\delta_\sigma$	[1]	nejistota typu A pro kavitační číslo
$\delta_\zeta$	[1]	nejistota typu A pro ztrátový součinitel
$S_1$	[mm <sup>2</sup> ]	světlost clony
$Q$	[l.s <sup>-1</sup> ]	průtok
$\vartheta_\sigma$	[1]	nejistota typu B pro kavitační číslo
$\vartheta_\zeta$	[1]	nejistota typu B pro ztrátový součinitel
$u$	[1]	kombinované standardní nejistota

---

## 9 SEZNAM PŘÍLOH

### ***Příloha A***

Obrázek 1: Měřicí okruh

Obrázek 2: Ovládací panel motoru čerpadla, nádrž vody a čerpadlo

Obrázek 3: Část okruhu, na kterém bylo prováděno měření

### ***Příloha B***

Jednotlivá stádia vývoje kavitace

### ***Příloha C***

Výrobní výkresy clon

### ***Příloha D (CD)***

Hodnoty naměřené v experimentu

## Příloha A



Obrázek 1: Měřicí okruh



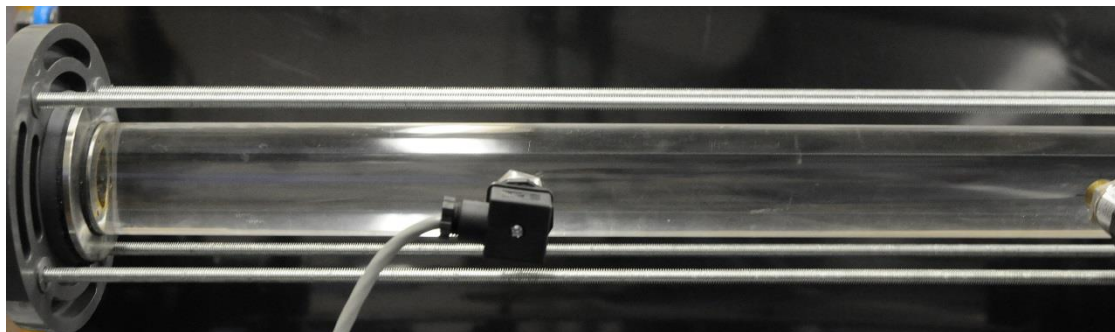
Obrázek 2: Ovládací panel motoru čerpadla, nádrž vody a čerpadlo



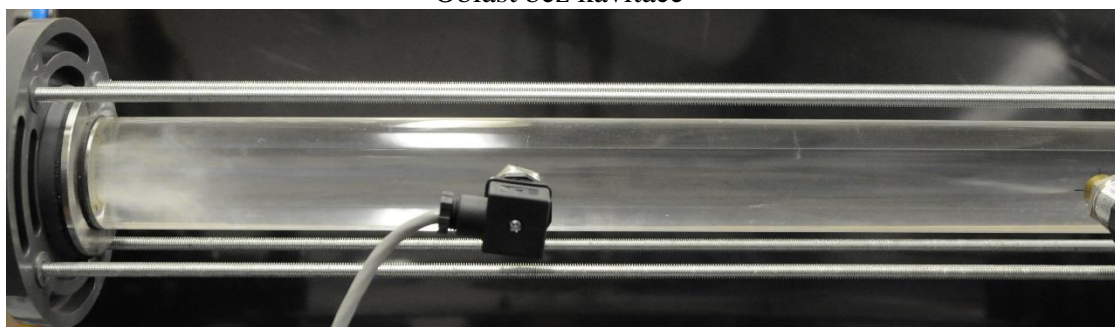
Obrázek 3: Část okruhu, na kterém bylo prováděno měření



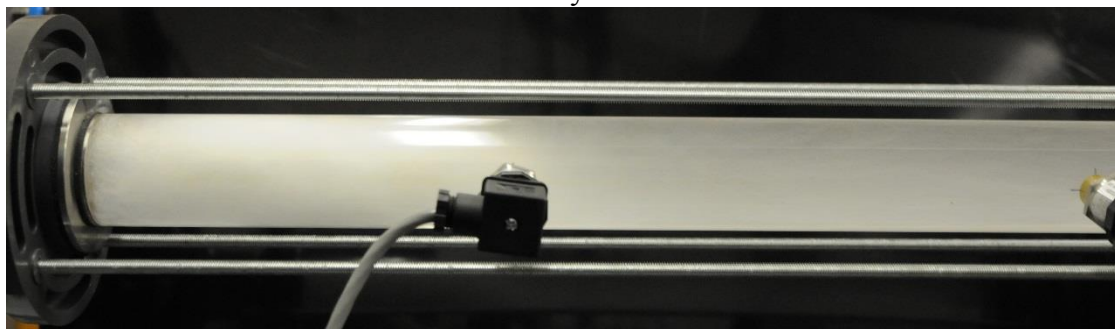
## Příloha B

**Clona s kruhovou dírou**

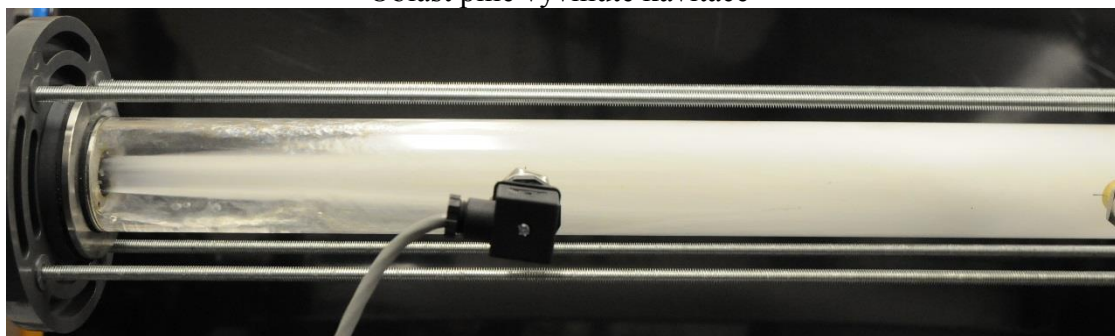
Oblast bez kavitace



Oblast s částečně vyvinutou kavitací

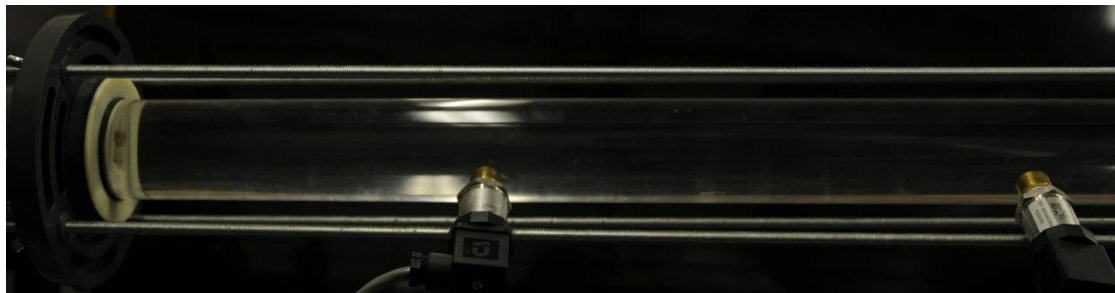


Oblast plně vyvinuté kavitace

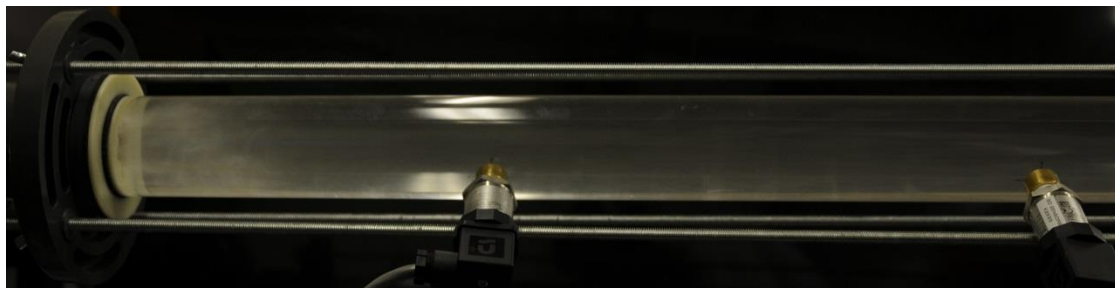


Superkavitace

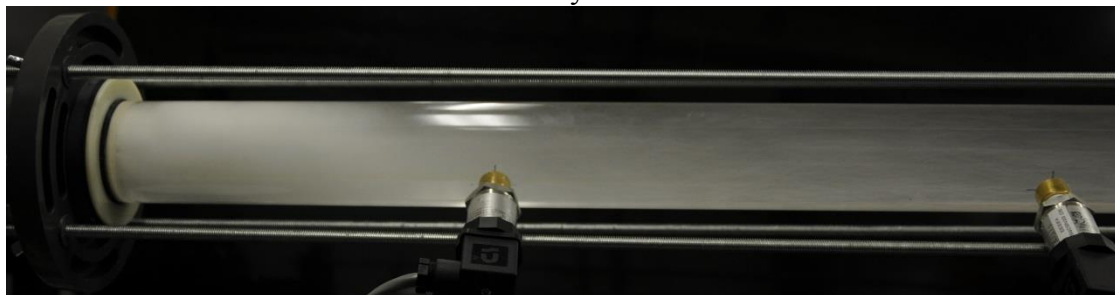
## Clona s van Kochovou vložkou



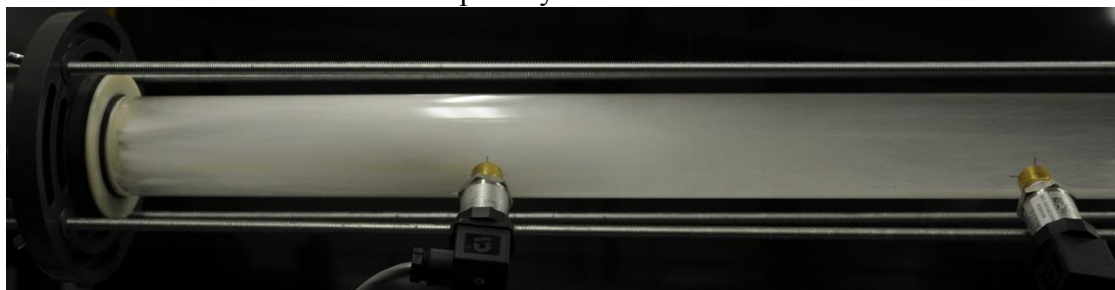
Oblast bez kavitace



Oblast s částečně vyvinutou kavitací

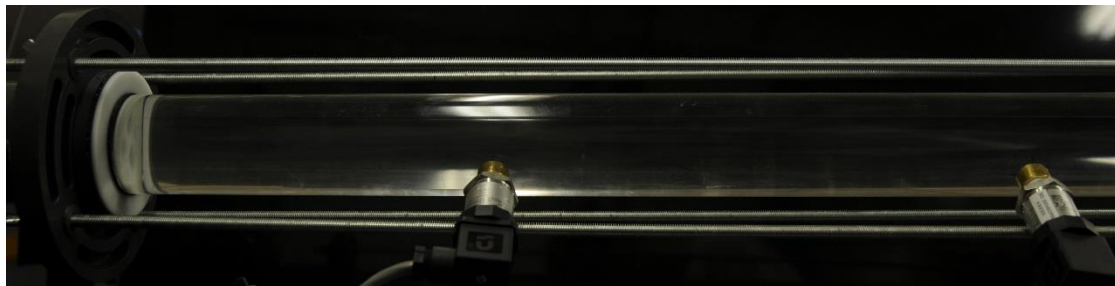


Oblast plně vyvinuté kavitace

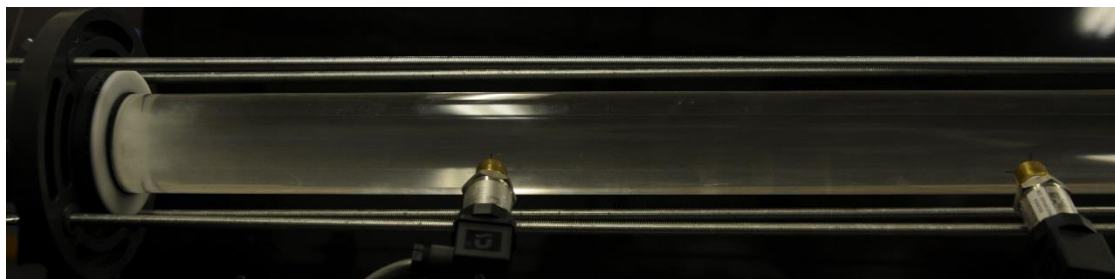


Supercavitace

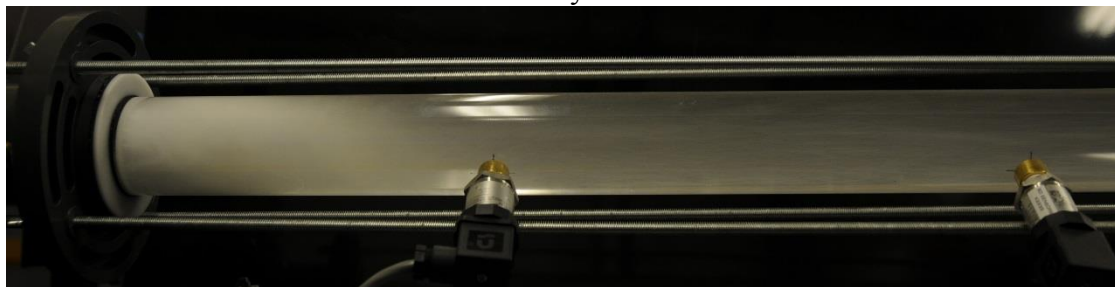
## Clona s Apollonovými kružnicemi



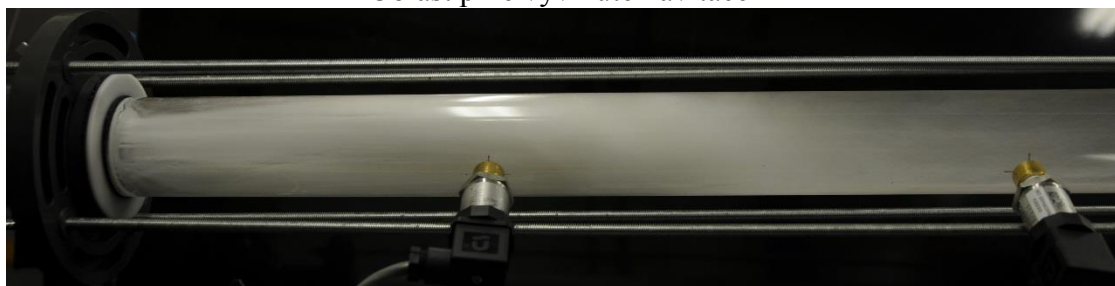
Oblast bez kavitace



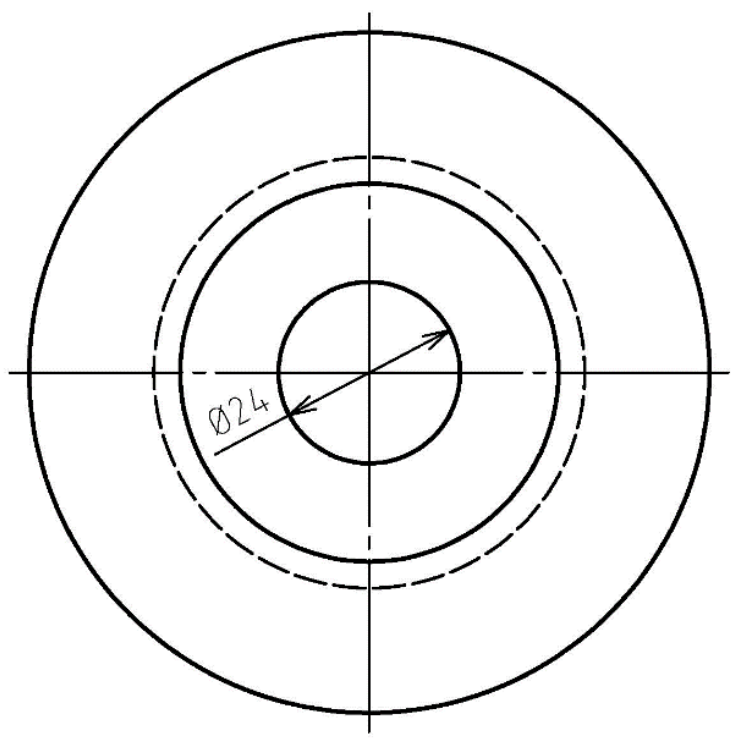
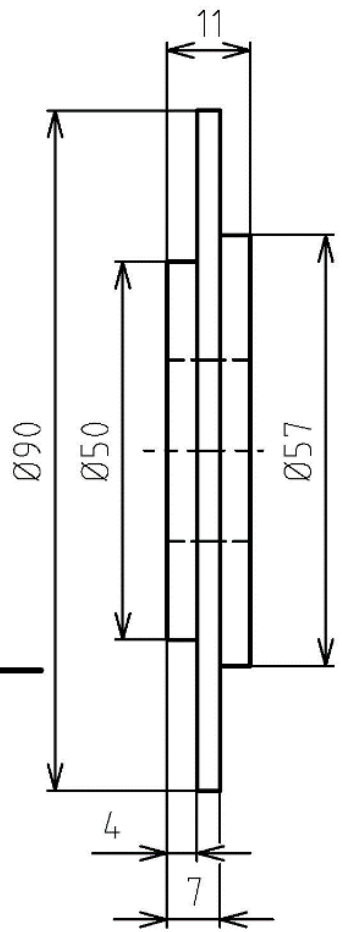
Oblast s částečně vyvinutou kavitací

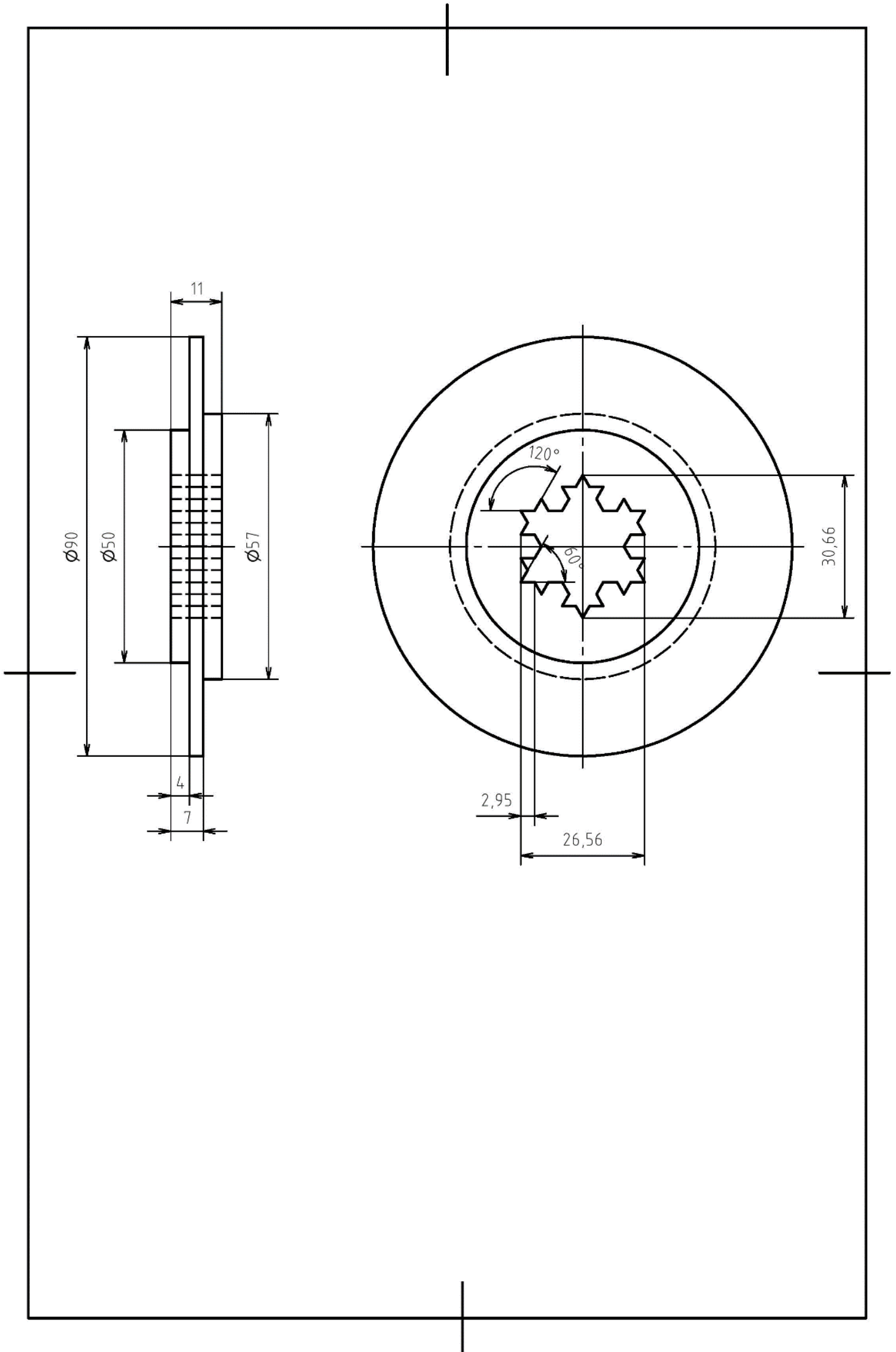


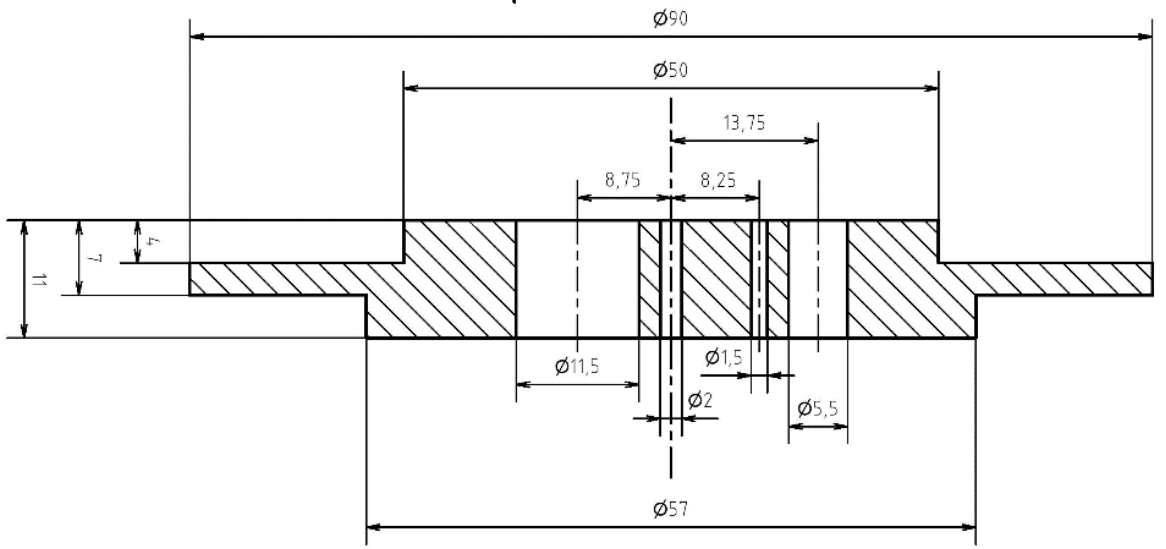
Oblast plně vyvinuté kavitace



Superkavitace







A-A

