

Posudek oponenta diplomové práce

Katerina Novotná: **Determinanty k -trídiagonálních matic**

Katerina Novotná se ve své práci zaměřila na problematiku obecných pásových matic, speciálních typů k -trídiagonálních a Toeplitzových matic, na možnosti popsat determinanty a především permanenty těchto matic pomocí homogenních lineárních rekurentních rovnic.

Práce je rozdělena do čtyř kapitol.

První kapitola je věnovaná základním pojmem z teorie matic a determinantů, popisuje některé jejich vlastnosti, zavádí pojem permanent čtvercové matice a uvádí způsob jeho výpočtu pomocí Ryserovy formule. Ve třetí kapitole jsou definovány speciální typy pásových matic, např. Hessenbergova, Toeplitzova matice, tridiagonální a následně k -tridiagonální matice a počítají se determinanty, resp. permanenty, některých z nich.

Velice stručná čtvrtá kapitola zavádí pojmy homogenní lineární rekurence a vytvořující funkce.

Jádrem práce je pátá kapitola, ve které autorka předkládá odvození rekurentních rovnic pro permanenty 3-tridiagonálních a 4-tridiagonálních Toeplitzových matic.

Teorie je psána přehledně a s porozuměním systémem Definice - Věta - Důkaz.

Práce má dobrou grafickou úroveň, je přehledně napsaná pomocí systému počítačové sazby LATEX a je zřejmé, že autorka rozumí tomu, o čem píše.

Katerina Novotná si vybrala zajímavé a náročné téma, které přesahuje rámec základního kurzu algebry, který absolvovala. Ve své práci navazuje na diplomovou práci Ivy Zvoníkové „Vlastnosti tridiagonálních matic“, pracuje s odbornými vědeckými články publikovanými v nedávné době a se zahraniční literaturou.

V práci se objevují některé spíše formulační neobratnosti či formální nepřesnosti, překlepy, např. na str.

- 8⁵ vhodněji: ... jsem čerpala zejména z publikací Fiedler [1], ...
8₂ mělo by být: ... a označujeme ji ...
9¹ přesněji pouze: Uved'me příklad čtvercové matice ...
9¹⁵ čísla nestojí na prvcích matic
10^{9–10} přesněji: ... budeme rozumět matici $C = A \cdot B = (c_{ij})$, $c_{ij} = \sum_{k=1}^l a_{ik} b_{kj}$, a matice C je ...
10₇ mělo by být: ... jakýkoliv nenulový násobek ...
10₁ zřejmě má být: ... řádkové elementární operace
11^{5–6} vhodněji: Opačnou matici k matici $A = (a_{ij})$ značíme $-A$ a platí $-A = (-a_{ij})$
13₁ zřejmě má být: ... a j -ho řádku (sloupce) ...
14² zřejmě má být: ... k i -tému řádku (sloupci), kde $k \neq i$, $c \neq 0$
14⁶ ještě by mělo být: ... číslem c , $c \neq 0$
14⁸ přesněji: Nechť $A = (a_{ij})_n$ je horní (dolní) trojúhelníková ...
15₆ zřejmě má být: per $A = \sum_{(i_1, i_2, \dots, i_n) \in \Sigma} a_{1,i_1} \cdot a_{2,i_2} \cdots a_{n,i_n}$, kde Σ je ...
15₄ vhodněji: ... jaké budou vlastnosti permanentů
15₃, 16¹ vhodněji např.: Nechť matice A' vznikne z matice A výměnou ... pak platí ...
19^{6–8} vhodněji např.: Nechť pro všechna $n \geq 1$ je matice A_n v Hessenbergově tvaru. Potom ...
20⁵ vhodněji např.: Determinant matice A_n rozvineme pomocí Laplaceovy věty podle posledního řádku ...
21⁵ přesněji: Nechť k je přirozené číslo. Matice $B^{(k)} = (b_{ij})$ se nazývá ...
23^{7–8} přesněji: Symbolem $[x]$ označujeme tzv. dolní celou část reálného čísla x , což je celé číslo n takové, že $n \leq x < n + 1$
23¹¹ má být: v textu Věty 2.2
25₂ vhodněji: Užitím Věty 2.4 vypočítejte následující determinant ...

27 ⁵	vhodněji: ... matici A vyjádřit ve tvaru ...
28 ₉	zřejmě má být: ... a 4- třídiagonálních matic, které odvodila ...
32 ⁵	zřejmě má být: ... danou rekurentní rovnici ...
33 ₈	vhodněji (vzhledem k formě vyjadřování v diplomové práci): ... Uvádíme je zde ..., ... zvolili jsme ...
33 ₇	má být: ... souvislosti
37 ₂₋₁	je zde zřejmě použit jiný font písma
38 ³	vhodněji např.: ... se budeme zabývat pouze Toeplitzovými maticemi ...
38 ₃₋₂	analogicky jako na str. 23 ⁷⁻⁸ ; navíc by mělo být: $n < x \leq n + 1$

Dále:

- v celé práci by měl být používán jednotný způsob odkazování na literaturu
- není mi zcela zřejmý způsob řazení literatury v části Literatura (str. 56 – 60)
- Definice 1.1 na str. 8 není zcela v pořádku - je potřeba místo množiny T uvažovat alespoň komutativní okruh, resp. komutativní pole nebo číselné těleso; analogicky v Definici 1.9 a Definici 1.13
- ve Větě 1.1 (str. 13) by asi bylo vhodné uvést, že se jedná o rozvoj podle j -tého sloupce, resp. j -tého rádku; analogicky ve Větě 1.4 (str. 16)
- na str. 18 se mluví o matici v Hessenbergově tvaru, ale definice této matice je uvedena až na str. 19
- řešení příkladů na str. 20 – 21, 25 – 26 nejsou zcela v pořádku
- v Poznámce na str. 21 mi není zřejmé, jak by vypadala matice k -třídiagonální matice řádu n pro $k > n$
- chybí vysvětlení, co ve Větě 4.1 (str. 38) označují symboly $P_n^{(k)}$, ...
- kapitola 3 je velmi stručná; o homogenních lineárních rekurencích a vytvářejících funkcích se zde příliš nedozvímě.

Diplomová práce Kateřiny Novotné se mi i přes uvedené připomínky líbila a myslím si, že zadané cíle splnila. Oceňuji především, že čtvrtá kapitola práce obsahuje autorčiny původní výsledky.

Svým rozsahem, úrovní a hloubkou zpracování odpovídá předložená práce požadavkům kladeným na diplomovou práci.

Práci doporučuji k obhajobě a hodnotím známkou

V Hradci Králové, 7.6.2020

RNDr. Jitka Kühnová, Ph.D.