



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV MECHANIKY TĚLES,  
MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF SOLID MECHANIC, MECHATRONICS  
AND BIOMECHANICS

## NÁVRH METODIKY VÝPOČTU ŽIVOTNOSTI VALIVÉHO LOŽISKA

DESIGN OF THE COMPUTATIONAL METHODOLOGY  
OF ROLLER BEARING SERVICE-LIFE

DIPLOMOVÁ PRÁCE  
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

**Bc. MIROSLAV VACULKA**

VEDOUČÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

PROF. RNDR. ING. **JAN VRBKA**, DRSC., DR. H. C.

BRNO 2016





## Zadání diplomové práce

Ústav:	Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student:	<b>Bc. Miroslav Vaculka</b>
Studijní program:	Aplikované vědy v inženýrství
Studijní obor:	Inženýrská mechanika a biomechanika
Vedoucí práce:	<b>prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c.</b>
Akademický rok:	2015/16

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

### Návrh metodiky výpočtu životnosti valivého ložiska

#### Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Napěťová a deformační analýza vybraného valivého ložiska pomocí metody konečných prvků (MKP) pomocí programu ABAQUS případně jiného vhodného.  
Výpočtové stanovení životnosti aplikací Brown-Millerova kritéria mezního stavu únavového porušení.  
Stanovení potřebných materiálových parametrů na základě dostupných experimentálních údajů.

#### Cíle diplomové práce:

Návrh nové metodiky výpočtového stanovení životnosti valivých ložisek využitím Brown-Millerova kritéria mezního stavu únavového prorušení pro víceosou napjatost, případně jiného vhodného.  
Porovnání se současným přístupem využívajícím empirických vztahů.


#### Seznam literatury:

- Janiček,P., Vrbka,J., Ondráček,E., Burša,J.: Mechanika těles. Pružnost a pevnost II, CERM, 2006
- Vlk,M., Florian, Z.: Mezní stavy a spolehlivost. Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, FSI VUT v Brně, 2007
- Hoschl,C.: Únava materiálu při periodickém zatěžování. Ústav termomechaniky ČSAV, Dům techniky ČSVTS Praha, Praha, 1981
- Hoschl,C.: Kontaktní únava a lisované spoje. Ústav termomechaniky ČSAV, Dům techniky ČSVTS Praha, Praha, 1985
- Klesnil,M., Lukáš,P.: Únava kovových materiálů při mechanickém namáhání, Academia, Praha, 1975
- Firemní podklady podniku ZKL.


Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2015/16.

V Brně, dne 10. 12. 2015



  
\_\_\_\_\_

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.  
ředitel ústavu

  
\_\_\_\_\_

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.  
děkan

## **Abstrakt**

Diplomová práce se zabývá únavovou analýzou valivého ložiska. Únavová analýza spočívá v určení životnosti valivého ložiska s využitím deformačně napět'ové analýzy pomocí metody konečných prvků a následném numerickém výpočtu v programu fe-safe s využitím multiaxiálního únavového kritéria Brown-Miller. Životnost ložiska je dána počtem cyklů do poruchy v podobě vzniku pittingu, který je důsledkem kontaktní únavy. Dle výpočtů bylo zjištěno, že Brown-Millerovo kritérium není vhodné pro vysokocyklovou kontaktní únavu. Byl proveden test jiných dostupných kritérií, z nichž nejlepší shodu s normou ISO 281 poskytlo kritérium Principal-strain.

## **Klíčová slova**

MKP, deformačně napět'ová analýza, valivé ložisko, životnost, trvanlivost, kontaktní únavu, multiaxiální únavové kritérium, Brown-Miller, fe-safe

## **Abstract**

This master's thesis deals with a fatigue analysis of a roller bearing. The fatigue analysis consists of determining service-life of a roller bearing using a stress-strain analysis with finite element method and subsequent numeric calculation using software fe-safe with application of Brown-Miller multiaxial fatigue criterion. Service-life of a roller bearing is determined by number of cycles to failure in the form of pitting formation which is consequence of contact fatigue. According to calculations was found an inappropriateness of Brown-Miller criterion for high-cycle contact fatigue. Test of other available criteria was performed. Principal-Strain criterion provided the best match with ISO 281 standard.

## **Key Words**

FEM, stress-strain analysis, roller bearing, service-life, durability, contact fatigue, multiaxial fatigue criterion, Brown-Miller, fe-safe

## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

VACULKA, M. *Návrh metodiky výpočtu životnosti valivého ložiska*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2016. 84 s. Vedoucí diplomové práce prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c.

## **PROHLÁŠENÍ AUTORA O PŮVODNOSTI PRÁCE**

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma **Návrh metodiky výpočtu životnosti valivého ložiska** vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených na seznamu, který tvoří přílohu této práce.

V Brně dne 26. května 2016

MIROSLAV VACULKA

## **PODĚKOVÁNÍ**

Děkuji svému vedoucímu diplomové práce panu prof. Janu Vrbkovi za cenné rady a odborné vedení.

Děkuji svému druhému vedoucímu diplomové práce Petru Vosynkovi za jeho čas, který mi věnoval. Dále za jeho cenné rady, připomínky a odborné vedení.

Děkuji Martinu Zbožínkovi za sdílení jeho zkušeností, za konzultace, cenné rady a připomínky.

Děkuji kolegům ze společnosti ZKL – Výzkum a Vývoj, a.s. za jejich podporu k mé diplomové práci.

Děkuji Janu Steklému a Tomáši Boudovi z týmu společnosti IDIADA CZ a.s. za poskytnutí studentské stáže, za pomoc a rady k výpočetním softwarům a výpočtům obecně.

Děkuji taktéž své rodině, která mě ve studiích po celou dobu podporovala.

Děkuji své přítelkyni Aničce, která mi byla při tvorbě této práce velkou oporou a dodávala mi potřebnou motivaci.



Tato práce vznikla za podpory a na přístrojovém vybavení NETME Centre, regionálního výzkumného a vývojového centra vybudovaného z finančních prostředků Operačního programu Výzkum a vývoj pro inovace v rámci projektu NETME Centre (Nové technologie pro strojírenství), Reg. č.: CZ.1.05/2.1.00/01.0002 a podporovaného v navazující fázi udržitelnosti prostřednictvím projektu NETME CENTRE PLUS (LO1202) za finančního přispění Ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy v rámci účelové podpory programu „Národní program udržitelnosti I“.



## OBSAH

Úvod .....	13
1 Problémová situace.....	14
1.1 Analýza problémové situace.....	14
1.2 Formulace problému.....	14
1.3 Cíle práce.....	14
2 Valivé ložisko.....	15
2.1 Terminologie v oblasti ložisek.....	15
2.2 Typy valivých ložisek.....	15
2.3 Základní ložiskové parametry.....	18
3 Životnost.....	19
3.1 Trvanlivost jako znak životnosti.....	19
3.2 Experimentální měření životnosti valivých ložisek.....	20
4 Vybrané mezní stavy technické.....	21
4.1 Únava materiálu.....	22
4.1.1 Stádia únavového procesu.....	23
4.1.2 Jednoosé namáhání.....	24
4.1.3 Víceosé namáhání.....	28
4.2 Kontaktní únava.....	32
4.2.1 Kontaktní únava u valivých ložisek.....	33
5 MKP.....	34
5.1 Podstata MKP.....	34
5.2 Nelineární úlohy mechaniky v MKP.....	37
5.2.1 Základní přístupy k řešení nelineární úlohy.....	37
5.2.2 Kontaktní úlohy.....	38
5.3 Výpočetní software.....	42
5.3.1 Fe-safe.....	42
5.3.2 Fe-safe/Rotate.....	44
6 Systém podstatných veličin.....	45
6.1 Axiální kuličkové ložisko.....	45
6.2 Soudečkové ložisko.....	45
7 Návrh metodiky výpočtu životnosti valivého ložiska.....	47
7.1 Ověření MKP analýzy porovnáním výsledků s diferenciálním přístupem.....	47
7.1.1 Diferenciální přístup k řešení kontaktního napětí.....	47
7.1.2 Porovnání diferenciálního a variačního přístupu k řešení kontaktního napětí.....	49
7.2 Vliv zatížení na změnu hloubky místa největšího smykového napětí.....	50
7.3 Ostatní vlivy na napětí v ložisku.....	51



7.3.1	Nesymetrické rozmístění soudečků .....	51
7.3.2	Uložení v poddajném náboji.....	51
7.4	Citlivostní analýza konečnoprvkové sítě .....	52
7.5	Proces analýzy.....	55
7.6	Výpočtový model.....	56
7.6.1	Axiální kuličkové ložisko .....	56
7.6.2	Soudečkové ložisko .....	57
7.6.3	Společný výpočtový model obou typů ložisek.....	59
7.7	Deformačně napěťová analýza.....	59
7.7.1	Použitý software pro DN analýzu.....	60
7.7.2	Tvorba konečnoprvkové sítě a okrajových podmínek .....	60
7.7.3	Nastavení zatížení.....	61
7.7.4	Nastavení kontaktů.....	62
7.7.5	Ostatní nastavení .....	63
7.7.6	Výsledky deformačně napěťové analýzy .....	63
7.8	Simulace cyklického zatížení axiálního kuličkového ložiska .....	65
7.9	Simulace cyklického zatížení soudečkového ložiska .....	65
7.9.1	Využití programu fe-safe/Rotate .....	66
7.9.2	Využití programu Matlab.....	68
7.10	Výpočtové stanovení životnosti ložiska .....	70
7.11	Testování jiných víceosých únavových kritérií.....	72
8	Diskuze .....	74
8.1	Diskuze k výsledkům dle Brown-Millerova kritéria .....	74
8.2	Diskuze k výsledkům dle Principal-strain kritéria.....	74
8.3	Zhodnocení metodiky .....	74
8.4	Shrnutí přínosů práce .....	75
8.5	Návrh pro další práci.....	75
9	Závěr .....	76
	Seznam použitých zdrojů.....	77
	Seznam použitých zkratk a symbolů.....	80
	Seznam obrázků .....	81
	Seznam tabulek.....	83
	Seznam příloh.....	84



## ÚVOD

Správně namontované a mazané valivé ložisko bude z provozu za normálních podmínek, tj. bez extrémních rychlostí a teplot, vyřazeno únavou materiálu na funkčních plochách. Z tohoto důvodu se zabýváme kontaktní únavou ložisek.

Kontaktní únava je mezní stav, který je definován iniciací trhliny v podpovrchové vrstvě cyklicky zatěžovaných kontaktních povrchů. Tato trhlina se šíří směrem k povrchu, poté dojde k odloupení materiálu a vzniku důlku s názvem „pitting“. O tomto procesu pojednávají kapitoly v rešeršní části této diplomové práce. Vznikem pittingu dojde k poruše a zmiňovanému vyřazení ložiska. Jelikož je ložisko neopravovaný objekt, je touto poruchou ukončena jeho životnost.

Životnost ložisek se popisuje trvanlivostí různých podob ( $L_{10}$ ,  $L_S$ , ...). Její výpočet vychází z normy ISO 281. Tato hodnota je však velice konzervativní. Aby se firmy přiblížily k hodnotám vycházejícím z experimentálních měření, využívají k úpravě různě podložených empirických vztahů a koeficientů.

Jednou z nejvíce inovativních metod k řešení trvanlivosti valivých ložisek je výpočtové modelování s využitím metody konečných prvků (MKP). Návrh nové metodiky výpočtu životnosti, resp. trvanlivosti valivého ložiska spočívá právě ve využití MKP k popisu deformačně napětového (DN) stavu a následného numerického výpočtu počtu cyklů do iniciace trhliny, do něž je tento DN stav vstupem.

Kontaktní povrchy valivého ložiska jsou cyklicky zatěžovány tak, že v oblasti iniciace pittingové trhliny vzniká obecná (víceosá) napjatost. K výpočtu únavy je tak třeba využít víceosého únavového kritéria. Ve světě používaným termínem je „multiaxial fatigue criterion“. Těchto kritérií existuje velmi mnoho. Vhodnou studií je potřeba dokázat nejlepší volbu kritéria pro popis kontaktní únavy valivého ložiska.

Celá tato problematika včetně důvodu volby Brown-Millerova multiaxiálního kritéria je popsána v rámci rešeršní studie v následujících kapitolách.

# 1 PROBLÉMOVÁ SITUACE

„Problémová situace je nestandardní situace, odlišná od situace běžné, a to v tom, že její vyřešení vyžaduje použít i jiné, než rutinní, tj. známé, resp. i algoritmoizovatelné činnosti. [1]“

Problém je nestandardní stav entity, který vyžaduje řešení. Řešitel musí použít činnosti informační, hodnotící, tvůrčí a rozhodovací a hledat metody řešení.

## 1.1 ANALÝZA PROBLÉMOVÉ SITUACE

Jedním z možných mezních stavů ložiska je kontaktní únava. Životnost ložiska je vymezena počtem otáček, než dojde k tomuto meznímu stavu. Žádná doposud napsaná diplomová práce se nezabývá výpočtovým modelováním kontaktní únavy ložiska s využitím MKP (kap. 5, str. 34). Stejně tak tato problematika není probádána ve výzkumných pracích společnosti ZKL<sup>1</sup>.

Při kontaktu těles valivého ložiska dochází k cyklickému trojosému namáhání. Pomocí únavových zkoušek lze určit únavové charakteristiky materiálu pouze pro jedno či dvouosou napjatost. Pro určení životnosti namáhané součásti vykazující obecnou napjatost se v současnosti využívá multiaxiálních kritérií, jejichž účelem je posoudit mezní stav při této napjatosti porovnáním s jednoosými únavovými zkouškami.

K predikci životnosti ložiska existují různé přístupy, které si společnost tají jako své „know-how“. Veřejnosti dostupné jsou přístupy založené na diferenciálních vztazích, různě rozšířené o empiricky odvozené koeficienty. Tyto přístupy podávají velmi konzervativní výsledky a často se neshodují s výsledky z experimentálních měření.

V rámci rešeršní studie bylo zjištěno, že společnost Schaeffler<sup>2</sup> z části zpřístupnila výzkumnou práci, o které **pouze** víme, že k stanovení životnosti využila programu fe-safe a jako multiaxiální kritérium zvolila Brown-Millerovo (kap. 4.1.3, str. 28). Výsledky trvanlivosti souhlasily s experimentem.

## 1.2 FORMULACE PROBLÉMU

Nastává tedy problém, **jak řešit životnost ložiska za pomoci variačních numerických metod a s využitím Brown-Millerova multiaxiálního únavového kritéria tak, aby tato metodika byla věrohodná.**

Věrohodnosti lze dosáhnout ověřením s experimentálním přístupem či diferenciálním přístupem.

Jedná se o přímý problém. Jsou známy vstupy a je tudíž možné vytvořit dílčí výpočtový model geometrie, zatížení, vazeb a materiálu. Naopak neznámé jsou výstupy – deformace (přetvoření, posuv), napětí a životnost.

## 1.3 CÍLE PRÁCE

„Cíl je subjektem naformulovaný výrok o úmyslu v budoucnosti něco vykonat nebo vytvořit, přičemž impulz k úmyslu vychází ze subjektu samého nebo z jeho okolí na základě úkolů, požadavků či výzev. [1]“

Cíle práce vycházejí z problémové situace. Základní cíl byl formulován vedoucím diplomové práce v následujícím znění:

Návrh nové metodiky výpočtového stanovení životnosti valivých ložisek využitím Brown-Millerova kritéria mezního stavu únavového porušení pro víceosou napjatost, případně jiného vhodného. Porovnání se současným přístupem využívajícím empirických vztahů.

<sup>1</sup> Tato diplomová práce je napsána v úzké spolupráci se společností ZKL - Výzkum a Vývoj, a. s.. Zabývá se výzkumem valivých ložisek. Dominantním produktem společnosti ZKL jsou dvouřadá naklápečcí soudečková ložiska.

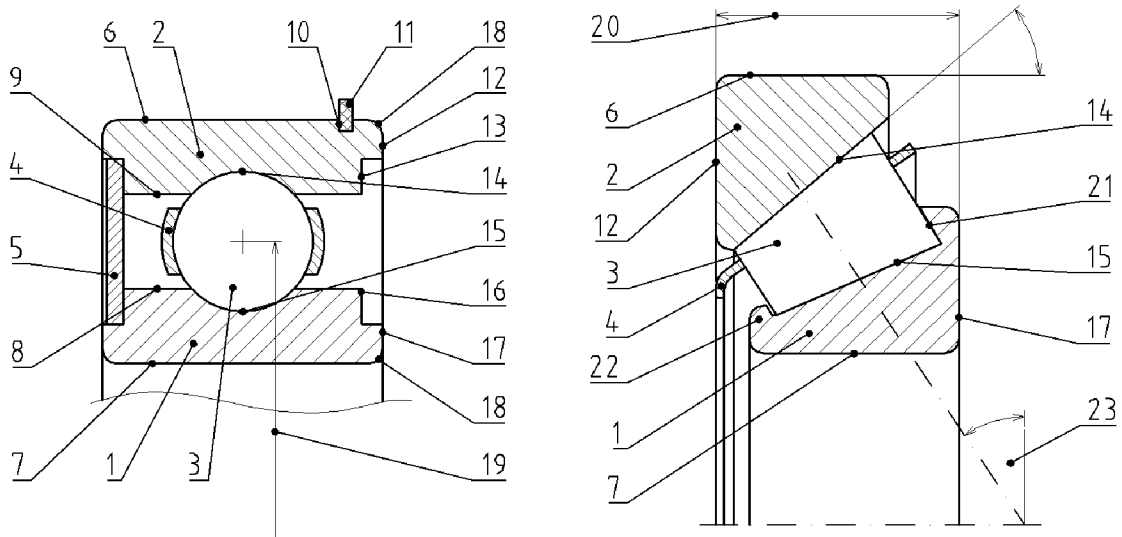
<sup>2</sup> Společnost Schaeffler se sídlem v Německu; výrobce valivých a kluzných ložisek

## 2 VALIVÉ LOŽISKO

Valivá ložiska jsou základní strojní součásti, které podléhají neustálému procesu inovace. Vyskytují se všude, kde je třeba zajistit rotační nebo kyvný pohyb. Důležitým úkolem ložisek je výrazné snížení třecího odporu mezi dvěma plochami. Obecné informace o ložisku jsou čerpány z knihy [16].

### 2.1 TERMINOLOGIE V OBLASTI LOŽISEK

Dle [8] se používá pro jednotlivé komponenty radiálního ložiska následující terminologie (Obr. 1):



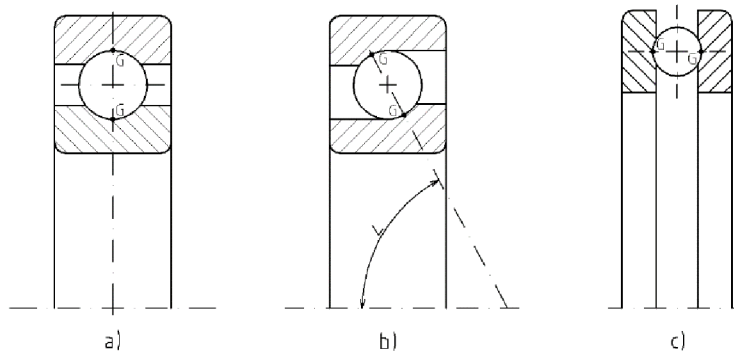
Obr. 1: Popis ložiska

- |  |                                    |
|--|------------------------------------|
| 1. Vnitřní kroužek                                     | 11. Pojistný kroužek               |
| 2. Vnější kroužek                                      | 12. Čelo vnějšího kroužku          |
| 3. Valivé těleso – kulička, váleček, soudeček, kuželík | 13. Drážka pro upevnění těsnění    |
| 4. Klec  | 14. Oběžná dráha vnějšího kroužku  |
| 5. Těsnění, kryt                                       | 15. Oběžná dráha vnitřního kroužku |
| 6. Vnější válcový povrch ložiska                       | 16. Osazení pro těsnění            |
| 7. Díra ložiska  | 17. Čelo vnitřního kroužku         |
| 8. Válcová plocha nákrůžku vnitřního kroužku           | 18. Montážní zaoblení              |
| 9. Válcová plocha nákrůžku vnějšího kroužku            | 19. Střední průměr ložiska         |
| 10. Drážka pro pojistný kroužek                        | 20. Celková šířka ložiska          |
|  | 21. Vodící nákrůžek                |
|  | 22. Opěrný nákrůžek                |
|  | 23. Úhel styku                     |

### 2.2 TYPY VALIVÝCH LOŽISEK

#### Rozdělení

Valivá ložiska lze dělit do mnoha kategorií. Základní rozdělení je **podle směru zatížení** na radiální a axiální (Obr. 2). Radiální směr je směr kolmý na osu rotace. Axiální směr je směr rovnoběžný s osou rotace. V případě radiálního zatížení se tedy jedná o ložisko zatížené v radiálním směru, v případě axiálního zatížení se jedná o ložisko zatížené v axiálním směru. Dále se vyrábí ložiska, která dokáží přenášet síly v obou těchto směrech (kuželíkové, kuličkové s kosouhlým stykem).



Obr. 2: Typy valivých ložisek podle směru zatížení; a) radiální; b) s kosouhlým stykem; c) axiální

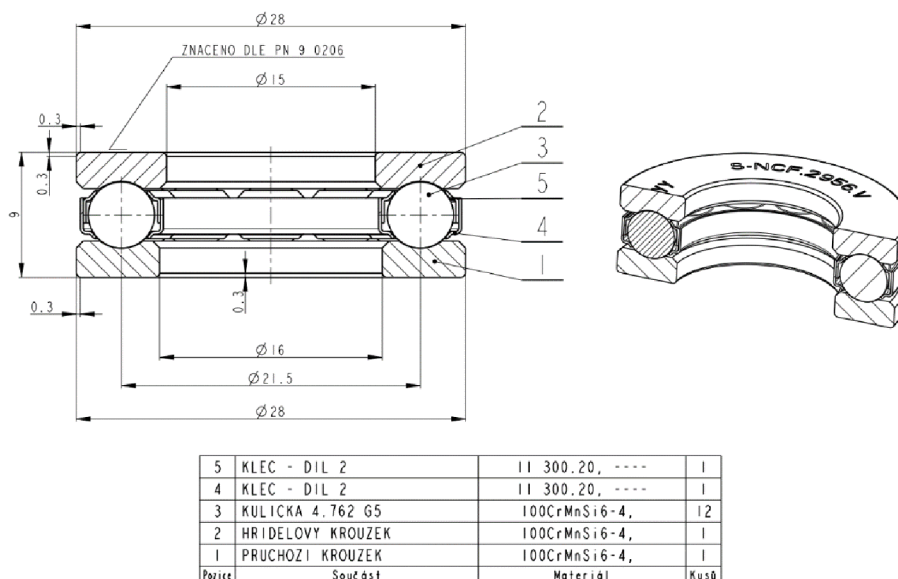
**Podle tvaru valivých těles** (Obr. 3) se ložiska dělí na ložiska s bodovým stykem a ložiska s čárovým stykem. Mezi ložiska s bodovým stykem patří ložiska kuličková. Mezi ložiska s čárovým stykem patří ložiska válečková, kuželíková, jehličková a soudečková. Zmíněná ložiska se pak vyskytují ve variantě radiální a axiální.



Obr. 3: Typy valivých ložisek podle tvaru valivých těles; (zleva) kuličkové, válečkové, soudečkové, jehlové a kuželíkové [18]

### Kuličkové ložisko

Jedná se o nejstarší průmyslově vyráběné ložisko. Je konstrukčně nejjednodušší, v praxi stále nejvíce používané. Oproti jiným typům ložisek přenáší nejnižší zatížení. Výhodou je jeho nízká cena, přenos vysokých otáček. Vyrábí se kuličková ložiska jednořadá, víceřadá, s kosouhlým stykem pro určitou axiální únosnost. Na Obr. 4 je uvedeno axiální kuličkové ložisko, v této práci jedno z analyzovaných.



Obr. 4: Sestava axiálního kuličkového ložiska 51102

### Válečkové ložisko

Kvůli tvaru valivých elementů jsou válečková ložiska vhodná pro jednosměrné zatěžování. Konstrukční předepisují geometrii oběžných drah určitou vypuklost (tzv. „modifikaci“) pro zvýšení únosnosti. Jejich geometrie je tak velmi komplikovaná. Vyznačují se přenosem vyššího zatížení, než u kuličkových. Nevýhodou naopak je přenos nižších mezních otáček.

### Kuželíkové ložisko

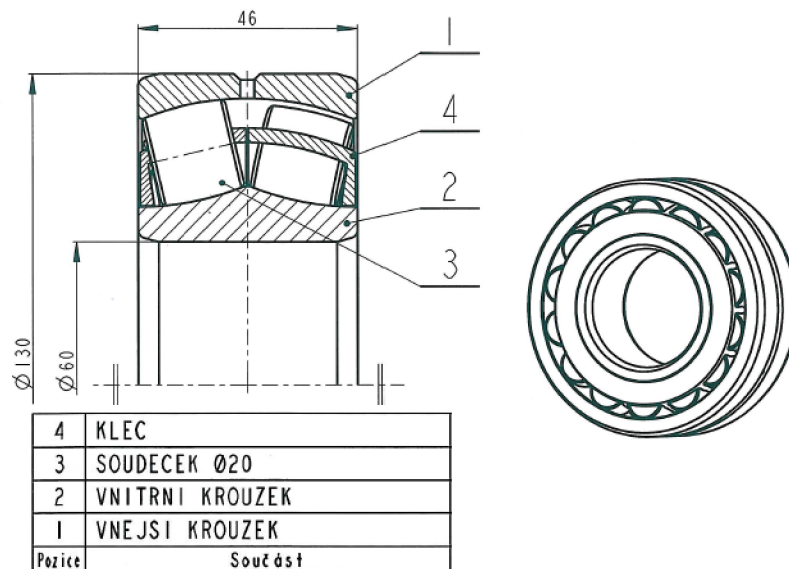
Kvůli tvaru valivých elementů jsou tato ložiska vhodná pro přenos kombinovaného zatížení. Stejně jako u válečkových ložisek se i v tomto případě oběžné dráhy konstruuje s jistou předepsanou vypuklostí. Často se vyskytují ve víceřadých variantách a mají uplatnění např. v nápravách vlaků, tramvají a jiných těžkých strojírenských objektů.

### Jehličkové

Jehličková ložiska se používají pro máloprostorové uložení. Jedná se o speciální typ válečkových ložisek. Často se vyrábí bez vnitřního kroužku. Valivé elementy se umístí přímo na kalený broušený čep. Vyrábí se i pouze jednořadá klec s jehlami.

### Soudečkové ložisko

Tato ložiska přenáší ze všech typů ložisek největší zatížení, ale nejnížší mezní otáčky. Stejně jako u kuželíkových ložisek jsou zde valivé elementy (soudečky) umístěny pod úhlem, což umožňuje přenos kombinovaného zatížení. Vyrábí se zpravidla dvouřadá. Oběžná dráha vnějšího kroužku má sférický povrch, z čehož plyne, že vnitřní kroužek s tělesy je naklopitelný. Vymezuje se tak nesouosé uložení či případné průhyby hřídele.



Obr. 5: Sestava dvouřadého naklápěcího soudečkového ložiska 22312

### Ložiska s kuželovou dírou

Ložiska se standardně vyrábí s válcovou dírou (neuvádí se ve značení). Především u soudečkových ložisek se však lze setkat s dírou kuželovou. Ta se montují buď přímo na čep, upínací či stahovací pouzdro. Výhodou takových ložisek je možnost regulace radiální vůle, snadnější montáž a demontáž.

## 2.3 ZÁKLADNÍ LOŽISKOVÉ PARAMETRY

### Dynamická únosnost ložisek

Základní dynamická únosnost je podle ISO 281:2007 stálé neproměnné zatížení, které může ložisko teoreticky přenášet při základní trvanlivosti jednoho milionu otáček. V ložiskové terminologii číslo udává radiální sílu, při které 90 % ložisek vykoná  $10^6$  otáček. Tato hodnota slouží k výpočtu trvanlivosti ložiska při aplikaci. Závisí především na velikosti a počtu valivých elementů.

Základní dynamická únosnost v radiálním směru se značí **Cr** a v axiálním směru **Ca**. Udává se v [kN].

Dynamická únosnost se určuje na základě inženýrského přístupu

- s využitím analytických vztahů. Tyto vztahy nezohledňují detailní geometrii vnitřní konstrukce (např. přímknutí). Nelze je tak použít při vývoji nových ložisek, kdy je potřeba vybrat jednu z konstrukčních variant.
- s využitím analytických vztahů rozšířených o empiricky odvozené koeficienty. Např. norma ISO TS 16 281 zohledňuje mnoho aspektů. Výpočet dle této normy podává např. software KISSsoft<sup>3</sup>.
- s využitím MKP. V současnosti lze dynamickou únosnost ověřit pomocí MKP, kdy výpočtová doba včetně preprocessingu trvá řádově jednotky hodin. Deformačně napětíová analýza je tak vyřešena v mezipřímě příprav výkresů. V ZKL má využití pro optimalizaci vnitřní konstrukce ložisek a jedná se o standardní součást vývojového procesu.

### Statická únosnost ložisek

Jedná se o hodnotu vycházející z normy ISO 76. Její velikost opět závisí především na velikosti a počtu valivých elementů. Její použitelnost je v praxi omezená, jelikož ji lze aplikovat pouze na případy, kdy se ložisko v uložení otáčí jen minimálně, případně vykonává pouze kyvný pohyb.

Základní statická únosnost v radiálním směru se značí **Cor** a v axiálním směru **Coa**. Udává se v [kN].

### Mezní otáčky ložisek

Tato hodnota uvádí otáčky, které by při provozu ložiska neměly být nikdy překročeny. Při překročení mezních otáček není ložisko dostatečně mazáno a dochází k jeho nadměrnému ohřevu.

### Radiální vůle

Ve smontovaném ložisku zpravidla zjistíme menší radiální vůli, než má totéž ložisko v nezabudovaném stavu. Dle [19] rozlišujeme vůli **konstrukční**, tj. vůle vymezená při výrobě ložiska před uložení do sestavy a před zatížením. Dále známe vůli **montážní**, tedy vůli vzniklou v ložisku po zamontování do sestavy (nalisování na hřídel a do ložiskových domečků). Třetí typ vůle je vůle **provozní**, tj. radiální vůle v ložisku při běhu za plného zatížení dle určité aplikace. Cílem je, aby provozní vůle byla nulová a nedošlo k žádnému přesahu. Při tomto stavu ložisko dosahuje největší životnosti.

### Trvanlivost ložisek

Výpočtová trvanlivost se určuje z dynamické únosnosti a je podrobně popsána v kapitole 3.1 na str. 19.

<sup>3</sup> KISSsoft – Calculation programs for machine design



### 3 ŽIVOTNOST

Základem je vymezení pojmů některých vlastností objektu. V oblasti následujících termínů se zabývá např. [10]. Životnosti nadřazená je **spolehlivost** (v anglické terminologii se jedná o *dependability*). Ta je definována následovně:

„*Spolehlivost je souhrnný termín používaný pro popis pobytovosti a činitelů, které ji ovlivňují: bezporuchovost, udržitelnost a zajištěnost údržby.* [10]“

Toto vymezení však neudává spolehlivosti žádnou kvantitativní hodnotu. V ložiskové terminologii se využívá pojmu **spolehlivost valivého ložiska** (v angličtině *reliability*) s následujícím významem:

„*Spolehlivost jednotlivého valivého ložiska je pravděpodobnost, že ložisko bude dosahovat nebo překračovat stanovenou trvanlivost.* [8]“

Pojem **životnost**, jenž je obsažen v názvu této práce má následující vymezení:

„*Schopnost objektu plnit požadovanou funkci v daných podmínkách používání a údržby do dosažení mezního stavu.* [4]“

Ložisko je neopravovaný objekt. U neopravovaných objektů je mezní stav dosažen v okamžiku nastoupení první poruchy a doba provozu je pak rovna životnosti objektu. Jak už bylo zmíněno v úvodu práce, správně namontované, mazané a nepřetěžované ložisko bude z provozu vyřazeno únavou kontaktních ploch. Dojde tedy k meznímu stavu kontaktní únavy. Často používaným termínem tohoto mezního stavu je pitting (více v kapitole 4 na str. 32).

Pojem životnost nám neudává žádné informace o kvantitativní míře. V ložiskové terminologii je číselným ukazatelem životnosti **trvanlivost** (*durability*).

„*Trvanlivost ložiska je dána počtem otáček, které vykoná jeden kroužek vzhledem k druhému kroužku, dokud se neobjeví první příznaky únavy materiálu na jednom z kroužků nebo na valivém tělese.* [7]“

Kromě celkového počtu otáček ji lze vyjádřit počtem provozních hodin nebo u vozidel délkou ujeté dráhy (počtem ujetých km).

#### 3.1 TRVANLIVOST JAKO ZNAK ŽIVOTNOSTI

Žádný materiál není zcela homogenní. Špatný materiál se vyznačuje velkým množstvím imperfekcí. Kvalita materiálu bude mít tedy vliv na rozptyl trvanlivosti. S lepšími se kvalitou materiálu se rozptyl trvanlivosti zvětšuje. Pro každou skupinu zkoušených ložisek lze nakreslit křivku rozptylu trvanlivosti, znázorňující závislost mezi trvanlivostí a množstvím ložisek, která byla vyřazena. S větším počtem zkoušených ložisek stoupá velikost rozptylu trvanlivosti.

Z těchto důvodů výrobci udávají ložiskům **základní trvanlivost**, tedy trvanlivost s určitou spolehlivostí. Je matematicky definovaná podle následující rovnice:

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^p \quad (1)$$

$L_{10}$	- základní trvanlivost	[10 <sup>6</sup> ot.]
$C$	- základní dynamická únosnost	[kN]
$P$	- ekvivalentní dynamické zatížení ložiska	[kN]
$p$	- mocnitel; pro ložiska s bodovým stykem je $p=3$ a pro ložiska s čárovým stykem je $p=10/3$	[-]

Dolní index základní trvanlivosti má číslo 10, což značí, že této trvanlivosti dosáhne nebo překročí skupina ložisek při spolehlivosti 90%. Pokud se frekvence otáček výrazně nemění, lze použít trvanlivost  $L_{10h}$ , která má stejný charakter, akorát je udávaná v provozních hodinách.

### Výpočet upravené trvanlivosti

Můžeme se setkat s trvanlivostí pro různou spolehlivost. V tomto případě nám slouží následující přepočty:

$$L_{na} = a_1 a_{23} L_{10} \quad (2)$$

$L_{na}$	-	upravená trvanlivost pro spolehlivost (100-na)%	[10 <sup>6</sup> ot.]
$a_1$	-	koeficient spolehlivosti pro jinou než 90% spolehlivost [7]	[-]
$a_{23}$	-	koeficient materiálu, maziva, technologie výroby a provozních podmínek [7]	[-]
$L_{10}$	-	základní trvanlivost	[10 <sup>6</sup> ot.]

Jedná se o inženýrský analytický přístup k výpočtu trvanlivosti, stále konzervativní, pouze rozšířen o empiricky odvozené koeficienty. Nezohledňuje všechny reálné aspekty. Proto v této oblasti vzniká **prostor pro hledání nových řešení a přístupů**. Postup výpočtu je sepsán např. v [7] nebo [9].

### Jiné přístupy k určení trvanlivosti valivého ložiska

Dostupný a v ZKL používaný přístup k určení trvanlivosti vychází z normy ISO 281, příp. ISO TS 16 281. Ta určuje dynamickou únosnost ložiska a z dynamické únosnosti se vypočítá trvanlivost.

Existují i jiné přístupy k predikci životnosti (trvanlivosti) ložiska. Ty jsou ale většinou vlastněny a tajeny společnostmi jako své „know-how“. Nelze tak zjistit podrobné informace.

## 3.2 EXPERIMENTÁLNÍ MĚŘENÍ ŽIVOTNOSTI VALIVÝCH LOŽISEK

Cílem experimentálních měření životnosti je ověřit dynamickou únosnost ložiska. Vždy se měří trvanlivost ložiska, která může rovněž sloužit k přepočtu dynamické únosnosti dle výše uvedených vztahů.

Minimální počet zkoušených ložisek pro jedno statické vyhodnocení je 20 ks. Na hřídeli jedné stanice se obvykle zkouší současně čtyři ložiska. Zkouška každého ložiska je ukončena vždy v okamžiku, kdy vykazuje poruchu vzniklou kontaktní únavou. Pokud ložisko vykazuje jinou poruchu, než je vznik pittingu (např. protočení kroužku, porucha klece,...), není toto ložisko započítáno do statistiky.

Výstupem každého měření je protokol obsahující informace o průběhu měření, Weibullovo rozdělení výsledku zkoušky, fotodokumentace poškození, certifikáty (CTLA, TÜV).

### Weibullovo rozdělení

Dle [4] se jedná o rozdělení dvou či tříparametrické s vektorem následujících parametrů:

- $\alpha$  – parametr polohy rozdělení
- $\beta$  – parametr tvaru rozdělení
- $c$  – parametr posunutí počátku rozdělení

a pro distribuční funkci Weibullova rozdělení platí:

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x-c}{\alpha}\right)^\beta} \quad (3)$$

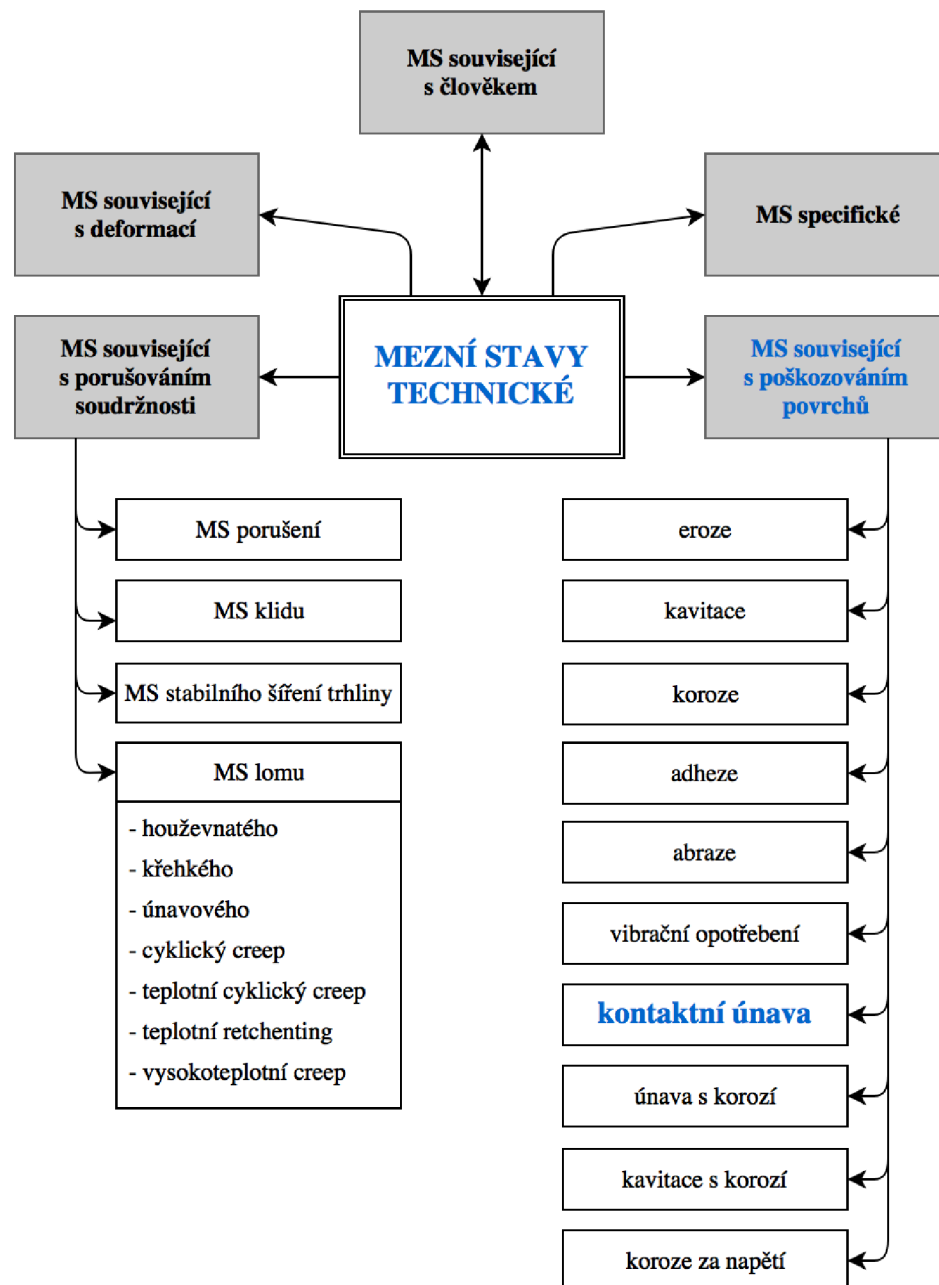
## 4 VYBRANÉ MEZNÍ STAVY TECHNICKÉ

Je známo několik definic mezního stavu. V oblasti technické vědy to jsou například tyto charakteristiky:

„Mezní stav je stav systému vyjádřený podmínkami (parametry činnosti systému), při jejichž překročení dojde k dočasnému nebo trvalému porušení (selhání) funkce systému. [1]“

„Při dosažení mezního stavu těleso ztrácí schopnost konat svoji požadovanou funkci. [1]“

Přehled vybraných technických mezních stavů je na Obr. 6.



Obr. 6: Přehled vybraných technických mezních stavů

Tato diplomová práce se zabývá výhradně **kontaktní únavou**. K pochopení principu únavy materiálu je však do práce v rámci rešeršní studie zahrnuto porušování materiálu s únavovým lomem.

## 4.1 ÚNAVA MATERIÁLU

Valivá ložiska jsou vystavena opakovanému zatěžování, také nazývané cyklické zatěžování. V případě, že vznikající cyklické napětí je menší než mez pevnosti materiálu, poškození se kumuluje s pokračujícím cyklováním, až dojde k rozvoji trhliny a následně k lomu součásti. Tento proces kumulace porušení se nazývá **únav**.

Dle [5] známe tři hlavní přístupy pro rozbor namáhání.

- 1) Tradiční přístup je založen na rozboru nominálních napětí. Nominální napětí je určeno amplitudou napětí  $\sigma_a$  a středním napětím  $\sigma_m$ . Tento přístup se označuje jako napět'ový (měkké zatěžování).
- 2) Druhý přístup zahrnuje podrobnější analýzu porušení součásti s vruby a označuje se jako deformační (tvrdé zatěžování). Tyto dva přístupy se označují jako filozofie bezpečného života.
- 3) Z historického hlediska mladší konstruktérskou filozofií je filozofie bezpečného lomu. Ta je založena na lomové mechanice. Zabývá se například popisem šíření únavové trhliny (Parisův vztah).

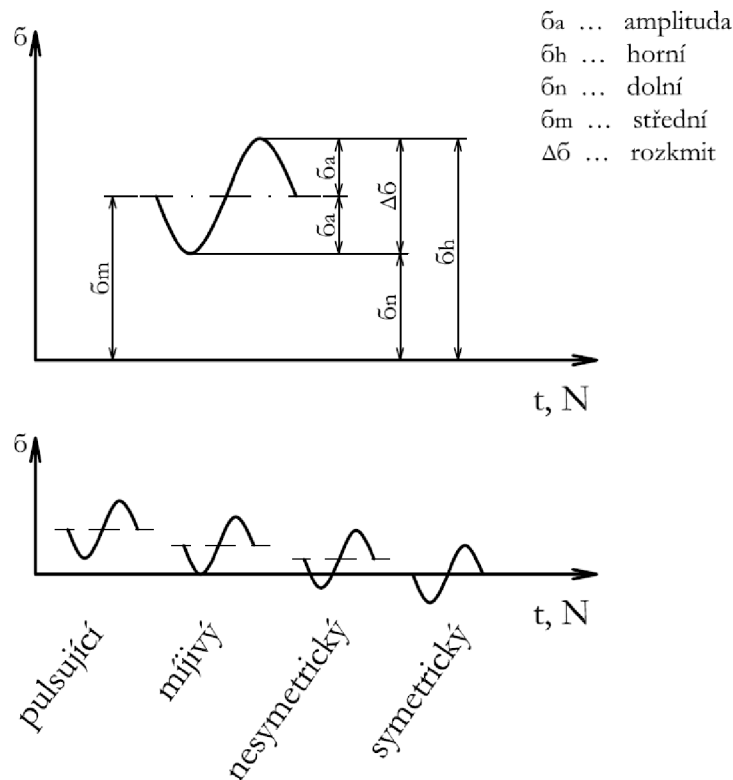
Časově proměnné namáhání má obecně stochastický charakter. Proto se často využívá určitého zjednodušování či nahrazování modelem (např. harmonický), který lze matematicky popsat. Cyklické namáhání lze dělit na periodické a neperiodické. Periodické pak na neharmonické, pro které platí, že

$$\sigma(t) \neq \sigma_a \sin \omega t + \sigma_m \quad (4)$$

a harmonické, pro které platí

$$\sigma(t) = \sigma_a \sin \omega t + \sigma_m \quad (5)$$

Poškozování neharmonického cyklu má stejný dopad na životnost jako harmonického se stejnou amplitudou napětí a středním napětím. Na Obr. 7 je perioda harmonického pulsujícího cyklu a po něm následuje popis užívaných vztahů k tomuto cyklu.



Obr. 7: Popis napět'ového cyklu

Pro jednotlivá napětí platí:

$$\Delta\sigma = \sigma_h - \sigma_n \quad (6)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_h + \sigma_n}{2} \quad (7)$$

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} \quad (8)$$

$$\sigma_h = \sigma_m + \sigma_a \quad (9)$$

$$\sigma_n = \sigma_m - \sigma_a \quad (10)$$

Dále se používají součinitele asymetrie cyklu. Jedná se o napět'ový poměr

$$r = \frac{\sigma_n}{\sigma_h} \quad (11)$$

a amplitudový poměr

$$p = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \quad (12)$$

#### 4.1.1 Stádia únavového procesu

Působení cyklické napjatosti se projevuje dvěma způsoby [3], případně jejich kombinací [11]:

- změnou mechanických a jiných fyzikálních vlastností
- porušováním soudružnosti materiálu

##### Změna mechanických vlastností

Dle [3] v tomto stádiu nastávají změny v celém objemu zatěžovaného materiálu. Mění se konfigurace mřížkových struktur a v důsledku toho dochází ke změnám mechanických vlastností. Jedná se o zpevnění materiálu, které lze popsat hysterezní smyčkou. Ta se po dosažení nasyceného stavu dále nemění. Získáváme cyklickou křivku napětí – deformace, kterou lze popsat rovnicí

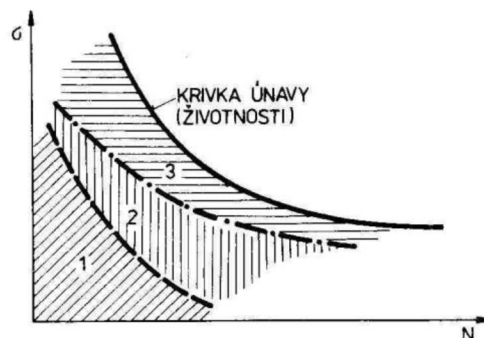
$$\sigma = K' \varepsilon_{ap}^{n'} \quad (13)$$

$K'$  - modul cyklického zpevnění [MPa]

$n'$  - exponent cyklického zpevnění [-]

##### Porušování soudružnosti materiálu

Při cyklickém zatěžování má materiál tři etapy únavového života [11].



Obr. 8: Stádia únavového procesu v S-N závislosti [11]

## 1) Stádium změny mechanických vlastností

Toto stádium je popsáno výše.

## 2) Stádium iniciace únavových trhlin (fáze nukleační)

Skripta Pružnost a Pevnost II zmiňují:

„Mezní stav únavového porušování (nukleace trhliny) nastává u materiálu v základním strukturním stavu vždy na povrchu tělesa. [3]“

Je nutné však zmínit, že toto prohlášení neplatí pro kontaktní únavu, u které se trhlina iniciuje v podpovrchové vrstvě a šíří se k povrchu.

## 3) Stádium šíření únavové trhliny (fáze stabilního šíření trhliny)

Nukleační stádium přechází do stadia stabilního šíření jedné dominantní trhliny. Ostatní mikrotrhliny vzniklé v nukleační fázi se nešíří. Charakteristická je poloha lomové plochy vzhledem k okolnímu napětí. Z počátku se trhlina šíří ve vhodné krystalografické rovině (odpovídá rovině maximálního smykového napětí), poté přechází do směru hlavního tahového napětí.

Další fází je nestabilní šíření trhliny, která probíhá velmi rychle (řádově milisekundy) během posledního zatěžovacího půlcyklu.

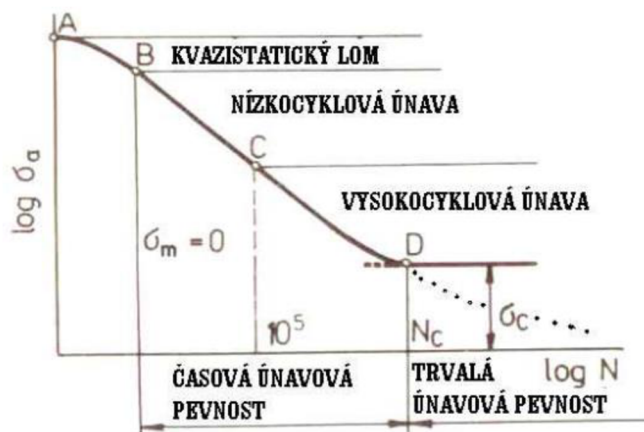
#### 4.1.2 Jednoosé namáhání

Pro posuzování únavy materiálů při jednoosém cyklickém namáhání slouží nejčastěji **Wöhlerova křivka** (Obr. 9), často označovaná jako S-N křivka, případně křivka únavového života. Jedná se o závislost amplitudy napětí na počtu cyklů do porušení. Obecně (pro symetrický cyklus, v logaritmických souřadnicích) lze popsat rovnicí (14), nebo pro půlcykly dle Basquina rovnicí (15).

$$\sigma_{ar} = A(N_f)^B \quad (14)$$

$$\sigma_{ar} = \sigma'_f (2N_f)^b \quad (15)$$

$\sigma'_f$	- součinitel únavové pevnosti	[MPa]
$\sigma_{ar}$	- amplituda napětí souměrného cyklu (viz níže – vliv středního napětí)	[MPa]
$N_f$	- počet cyklů do porušení	[-]
$A$	- $A = \sigma'_f (2)^b$ ; materiálová charakteristika	[-]
$b, B$	- $b = B$ ; exponent únavové životnosti	[-]



Obr. 9: S-N křivka [11]

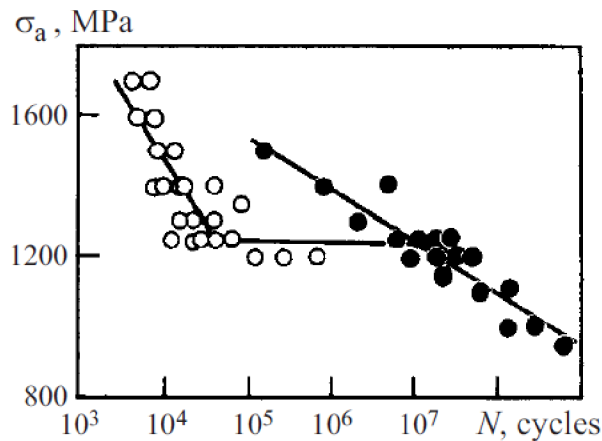
Pro bod **A** platí, že amplituda odpovídá hodnotě meze pevnosti a k lomu dojde v prvním, případně po několika málo cyklech. V oblasti **A – B** nemá lom únavový charakter, proto se označuje jako kvazistatický lom.

Oblast **B – C** se označuje jako oblast **nízkocyklové únavy**. Jedná se o oblast, ve které dojde k lomu po cca  $10^5$  cyklech. Tato oblast lze popsat Manson-Coffinovou křivkou<sup>4</sup>.

Oblast **C – D** se označuje jako oblast **vysokocyklové únavy**. Do této oblasti se materiál dostane při jeho namáhání napětími menšími, než je mez kluzu.  $\sigma_c$  se nazývá mez únavy a u ocelí dosahuje hodnot asi 1/3 až 1/2 meze pevnosti.

### Gigacyklová únava

Pro určení meze únavy se v současnosti používá hodnota  $N_c \approx 10^7$  cyklů. Ve skutečnosti však dochází k únavovému porušení i po  $10^9$  a více zátěžných cyklech. Setkat se s ní můžeme i v případě kontaktní únavy ložisek. Např. v článku V. F. Terent'eva [40] byl pozorován vznik trhlin v podpovrchových vrstvách v gigacyklové oblasti (Obr. 10).



Obr. 10: Únavová křivka pro vysokouhlikovou chromovou ložiskovou ocel JIS SUJ2: ○ iniciace trhliny na povrchu; ● iniciace trhliny v podpovrchové vrstvě [41]

V článku jsou vyvozeny závěry, že v podpovrchových vrstvách se trhliny iniciují v oblasti gigacyklové únavy z důvodu zpevnění a chemických úprav povrchů

### Manson-Coffinova křivka

Smluvní napětí je vztaženo k počáteční ploše průřezu. V oblasti nízkocyklové únavy by se díky makroplastické deformaci smluvní hodnota velmi lišila od skutečné. Proto je pro popis této oblasti vhodná Manson-Coffinova křivka (Obr. 11). Dle [3] tato charakteristika udává závislost amplitudy celkového poměrného přetvoření na počtu kmitů do lomu. Přetvoření se skládá z elastické a plastické složky. Lze popsat rovnicí (16). Pro případ smykového namáhání ji dle [14] lze popsat rovnicí (17).

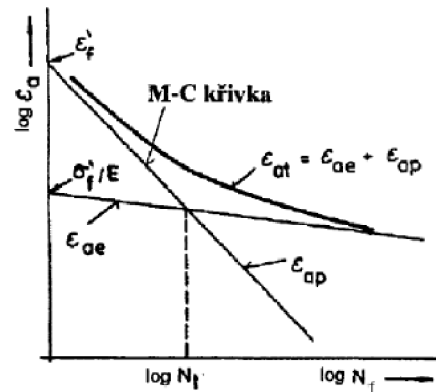
$$\varepsilon_{ar} = \varepsilon_{ar,e} + \varepsilon_{a,p} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (16)$$

$$\gamma_{ar} = \gamma_{ar,e} + \gamma_{a,p} = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b\gamma} + \gamma'_f (2N_f)^{c\gamma} \quad (17)$$

$\varepsilon_{ar}, \gamma_{ar}$  - amplituda celkového přetvoření, resp. zkosu souměrného cyklu (viz níže – vliv středního napětí) [-]

<sup>4</sup> Ložisková ocel do této oblasti nepatří, společnost Schaeffler [6] však našla přístup pro numerický výpočet životnosti ložisek, který využívá Manson-Coffinovy křivky. Proto do řešerše spadá i tato oblast.

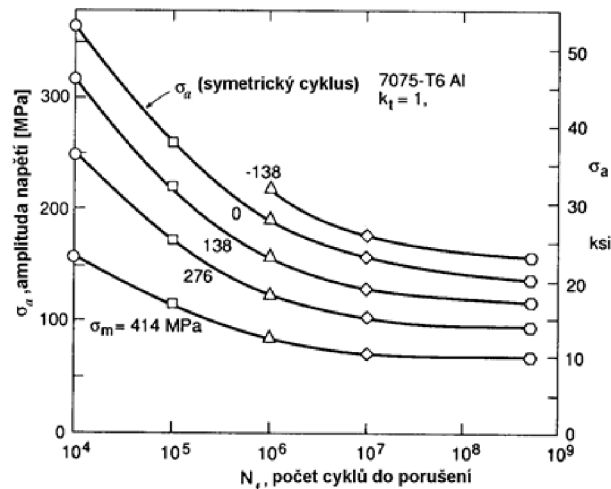
$\epsilon_{a,e}, \epsilon_{a,p}$	- elastická a plastická složka přetvoření, resp. zkosu	[-]
$\nu_{a,e}, \nu_{a,p}$		
$E, G$	- modul pružnosti v tahu a ve smyku	[GPa]
$b, c$		[-]
$b_{\gamma}, c_{\gamma}$	- experimentálně určené materiálové konstanty	[-]
$\tau'_f, \sigma'_f$		[MPa]



Obr. 11: Manson-Coffinova křivka [5]

### Vliv středního napětí na únavovou životnost

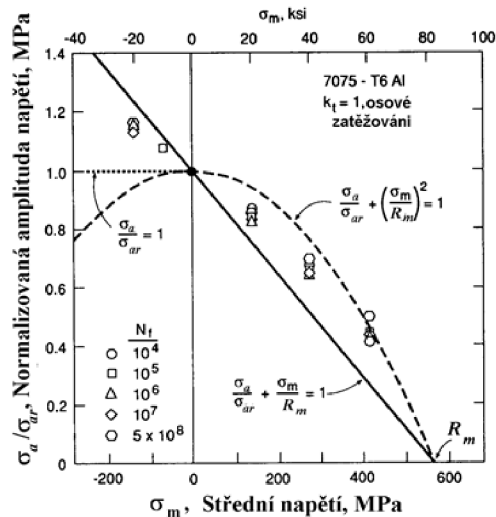
Hodnota středního napětí ovlivňuje S-N křivku. Tento vliv je ilustrován na Obr. 12, kde je závislost amplitudy napětí na počtu cyklů pro různé hodnoty středního napětí hliníkové slitiny.



Obr. 12: křivky S-N zjištěné při různém středním napětí hladkých těles z hliníkové slitiny [5]

Existují i jiné typy interpretace dat vlivu středního napětí. Pro tuto práci jsou podstatné diagramy závislosti normalizované amplitudy napětí na středním napětí. Zavádí se zde hodnota  $\sigma_{ar}$ , což je přepočítaná amplituda napětí na nulové střední napětí. Diagram pro tutěž hliníkovou slitinu vypadá následovně (Obr. 13).





Obr. 13: Normalizovaný diagram pro hliníkovou slitinu [5]

Přímková závislost byla navržena Goodmanem. Pro přepočítání amplitudy napětí lze tedy využít Goodmanovu rovnici (18). Tato rovnice byla považována za nedostatečně konzervativní, proto lze použít Gerberovu rovnici (19), jejíž závislost má v normalizovaném diagramu tvar paraboly. Nicméně pro ložiskové (vysokopevné) oceli je Goodmanovo kritérium vyhovující. Rovnice (20) je korekce podle Morrowa. Ta se uplatňuje pro korekci amplitudy přetvoření u nízkocyklové únavy.

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{pt}} = 1 \quad (18)$$

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{pt}}\right)^2 = 1 \quad (19)$$

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{ar}} + \frac{\sigma_m}{\sigma'_f} = 1 \quad (20)$$

$\sigma_a$	-	amplituda napětí obecného cyklu	[MPa]
$\sigma_m$	-	střední napětí obecného cyklu	[MPa]
$\sigma_{ar}$	-	amplituda souměrného cyklu, při kterém dojde k porušení po stejném počtu cyklů, jako v případě s amplitudou $\sigma_a$ a středním napětím $\sigma_m$	[MPa]
$\sigma_{pt}$	-	mez pevnosti	[MPa]
$\sigma'_f$	-	součinitel únavové pevnosti	[MPa]

Dle Goodmanova kritéria pro mez únavy platí:

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_{er}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{pt}} = 1 \quad (21)$$

$\sigma_e$	-	mez únavy odpovídající střednímu napětí $\sigma_m$	[MPa]
$\sigma_{er}$	-	mez únavy zjištěná při symetrickém cyklu	[MPa]

Z těchto rovnic vyplývá, že libovolnému cyklu lze přiřadit symetrický zatěžovací cyklus, který je co do délky únavového života ekvivalentní. Při vyjádření  $\sigma_{ar}$  z rovnice (18) a dosazením do rovnice (14) nám vychází Wöhlerova křivka s Goodmanovou úpravou pro střední napětí (22).

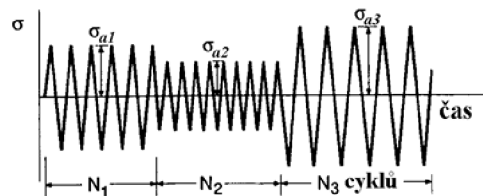
$$\sigma_a = \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_{pt}}\right) A (N_f)^B \quad (22)$$

Provede-li se dosazení  $\sigma_{ar}$  z rovnice (20) do rovnice (16), pak pro Manson-Coffinovu křivku s korekcí podle Morrow platí rovnice (23). Lze si povšimnout, že tato korekce má vliv pouze na elastickou část přetvoření.

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma'_f - \sigma_m}{E} (2N_f)^b + \varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (23)$$

### Zatěžování proměnnou amplitudou

Při skutečném zatěžování se můžou měnit amplitudy. Existují pravidla, pomocí nichž lze odhadnout životnost i pro takovéto zatěžování. Jedním z těchto pravidel se nazývá **Palmgren-Minerovo** [13]. Lze ho využít, pokud zatěžovací historie obsahuje opakující se amplitudy, jako je na Obr. 14. Takto opakující se amplitudy tvoří úseky o  $N$  cyklech. Těmto amplitudám lze přiřadit  $N_f$  cyklů do lomu. Pokud suma v rovnici (24) dosáhne čísla jedna, lze předpokládat únavový lom.



Obr. 14: Příklad historie zatěžování s opakujícími se amplitudami [5]

$$\sum \frac{N_i}{N_{fi}} = 1 \quad (24)$$

V případě nepravidelné historie zatěžování lze využít přístupu s názvem **metoda stékajícího deště**. Tato metoda spočívá v rozdělení zatěžovací historie na „vrcholy a údolí“, které musí splňovat určité kritérium, aby mohli být započítány jako kmit. Tento proces ve výsledku zjednoduší časovou historii o kmity s menšími amplitudami, než byly předchozí. Bližší popis této metody lze vyčíst např. z [5].

### 4.1.3 Víceosé namáhání

Valivé ložisko je vždy zatěžováno multiaxiálně. Výzkum únavy se dlouho zaměřoval pouze na jednoosou napjatost. To je mimo jiné způsobeno hlavně problémem v experimentálním zkoušení vzorků. Zatímco zkoušení při jednoosém namáhání je dnes zcela realizovatelné, ve trojosém je to nemožné. Proto se multiaxiální únava stává dynamicky se rozvíjející vědní oblastí.

### Multiaxiální kritéria

Tab. 1 obsahuje přehled známých multiaxiálních kritérií. Nadále tato rešerše popisuje (dle zadání) jen Brown-Millerovo. Podrobnější popis ostatních kritérií lze najít např. v [12].

Tab. 1: Přehled některých multiaxiálních kritérií

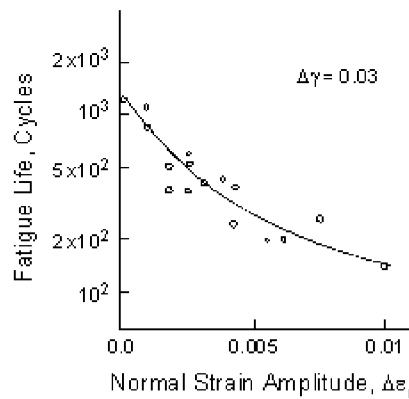
Multiaxiální kritéria	Kritéria napěťová	Kritéria založená na empirických vztazích	Gough-Pollard [21]	$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_c}\right)^2 + \left(\frac{\tau_a}{\tau_c}\right)^2 = 1$	(25)
			Sines [22]	$\frac{\Delta\tau_{okt}}{2} + \alpha(3\sigma_h) = \beta$	(26)
		Kritéria vycházející z kritické roviny	Findley [23]	$\left(\frac{\Delta\tau}{2} + k\sigma_{no}\right)_{max} = f$	(27)
			McDiarmid [24]	$\frac{\Delta\tau_{max}}{2\tau_{C A,B}} + \frac{\sigma_{no,max}}{2\sigma_{pt}} = 1$	(28)
			Dang Vanov [25]	$\bar{\tau}_{a,max} + n\sigma_h(t) = m$	(29)
	Kritéria energetická	Morrow [26]	$\Delta W^p = 4\sigma'_f \varepsilon'_f \frac{c-b}{c+b} (2N_f)^{b+c}$	(30)	
		Garud [27]	$\Delta W_c = \Delta\sigma\Delta\varepsilon^p \frac{1-n'}{1+n'} + \xi\Delta\tau\Delta\gamma^p \frac{1-n'}{1+n'}$	(31)	
		Ellyin [28]	$\frac{\Delta w^t}{\bar{\rho}} - C = \chi N_f^\alpha$	(32)	
	Deformační kritéria vycházející z kritické roviny	<b>Brown-Miller [15]</b>	$\frac{\Delta\hat{\gamma}}{2} = \frac{\Delta\gamma_{max}}{2} + S\Delta\varepsilon_N$	<b>(33)</b>	
		Fatemi-Socie [29]	$\frac{\Delta\gamma}{2} \left(1 + \frac{u}{\sigma_k} \sigma_{no,max}\right) = \frac{\tau'_f}{G} (2N_f)^{b\gamma} + \gamma'_f (2N_f)^{c\gamma}$	(34)	
		Smith-Watson-Topper (SWT) [30]	$\sigma_{n,max} \frac{\Delta\varepsilon_1}{2} = \frac{\sigma'_f{}^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma'_f \varepsilon'_f (2N_f)^{b+c}$	(35)	

S, $\alpha$ , $\beta$ , k, f, n, m, b, c, - $\xi$ , C, $\chi$ , g, u	materiálové charakteristiky	[-]
$n'$	$n' = b/c$ ; exponent únavové životnosti	[-]
$\Delta\hat{\gamma}$	ekvivalentní rozkmit úhlového přetvoření (zkosu)	[-]
$\Delta\gamma_{max}$	maximální rozkmit zkosu	[-]
$\sigma_c, \tau_c$	mez únavy v ohybu, krutu	[MPa]
$\sigma_h$	střední hydrostatické napětí	[MPa]
$\Delta\tau_{okt}$	smykové napětí v oktaedrické rovině	[MPa]
$\sigma_{no}$	normálové napětí v kritické rovině	[MPa]
$\tau_{C A,B}$	únavová pevnost ve smyku v závislosti na způsobu šíření trhliny	[MPa]

$\tau_{a,max}$	- amplituda okamžitého mikroskopického smykového napětí v kritické rovině	[MPa]
$\Delta W^P$	- plastická práce během jednoho cyklu	[J]
$\sigma'_f, \epsilon'_f$	- koeficient únavové pevnosti, tažnosti	[MPa], [-]
$\Delta \gamma^P$	- rozkmit plastického zkosu	[-]
$\Delta W^t$	- celková energie napjatosti za jeden cyklus	[J]
$\Delta \epsilon_N$	- rozkmit podélného přetvoření v rovině maximálního rozkmitu zkosu	[-]
$\Delta \epsilon_1$	- rozkmit hlavního přetvoření	[-]

### Brown-Millerovo kritérium

M. W. Brown a K. J. Miller [31] (dále BM) provedli kombinované dvouosé zkoušky v tahu a krutu za konstantního rozkmitu zkosu. Rozkmit podélného přetvoření v kritické rovině se bude měnit s poměrem tahového a krouticího deformačního zatížení. Záznam počtu cyklů do lomu byl tohoto charakteru (Obr. 15).

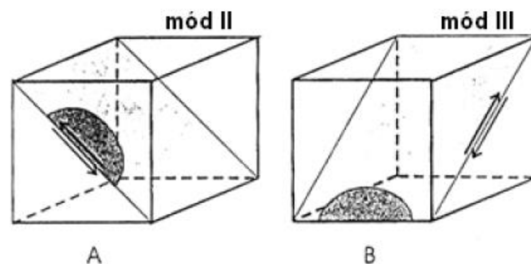


Obr. 15: Záznam z dvouosé zkoušky [15]

Na základě těchto dat BM vyvodili, že kombinace smykového a normálního zatížení vede k redukcí únavového života a že k popisu únavového procesu jsou tedy potřebné dva typy přetvoření.

Analogicky k Findleyovu kritériu usoudili, že je potřeba v kritické rovině uvažovat cyklující úhlové přetvoření (zkos) a podélné přetvoření. Zatímco cyklující zkos ovlivňuje vznik trhlin, podélné přetvoření pomáhá k jejich růstu. Navrhli obecnou formulaci této teorie. Tato rovnice (33) se nachází v Tab. 1.

Podle způsobu šíření trhliny navrhli rozlišovat dva případy (Obr. 16). V případě **A** působí smykové napětí na volném povrchu v módu II a v případě **B** je na povrchu čelo trhliny zatěžováno v módu III.



Obr. 16: Způsoby šíření trhliny [12]

Pro případ **A** navrhli rovnici (33). Pro případ **B** rovnici (36).

$$\frac{\Delta\gamma}{2} = konst. \quad (36)$$

Rovnice (33) pro jednoosou napjatost přechází do rovnice

$$\frac{\Delta\hat{\gamma}}{2} = \frac{\Delta\varepsilon}{2} [(1 + \mu) + S(1 - \mu)] \quad (37)$$

Zahrneme-li elastická a plastická přetvoření separátně, spojíme tak rovnice (16) a (33). Dostaneme:

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} + S\Delta\varepsilon_N = A \frac{\sigma'_f}{E} (2N_f)^b + B\varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (38)$$

kde pro **A** a **B** platí:

$$\begin{aligned} A &= 1,3 + 0,7 \cdot S \\ B &= 1,5 + 0,5 \cdot S \end{aligned} \quad (39)$$

Příklad hodnot materiálové charakteristiky **S** uvádí Tab. 2.

Tab. 2: Příklad hodnot koeficientu S

Materiál	Teplota [°C]	S [-]
En15R ocel (0.4% C)	20	1,38
1% CrMoV ocel	20	1,68
304 korozivzdorná ocel	20	1,57
316 korozivzdorná ocel	550	2,40
304 korozivzdorná ocel	550	1,00

Při aplikaci korekce na nulové střední napětí dle Morrowa (20) získáme rovnici (40).

$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} + S\Delta\varepsilon_N = A \frac{\sigma'_f - 2\sigma_{m,N}}{E} (2N_f)^b + B\varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (40)$$

Po dosazení konstant pro ložiskovou ocel (dle výzkumné práce společnosti Schaeffler [6]) platí:

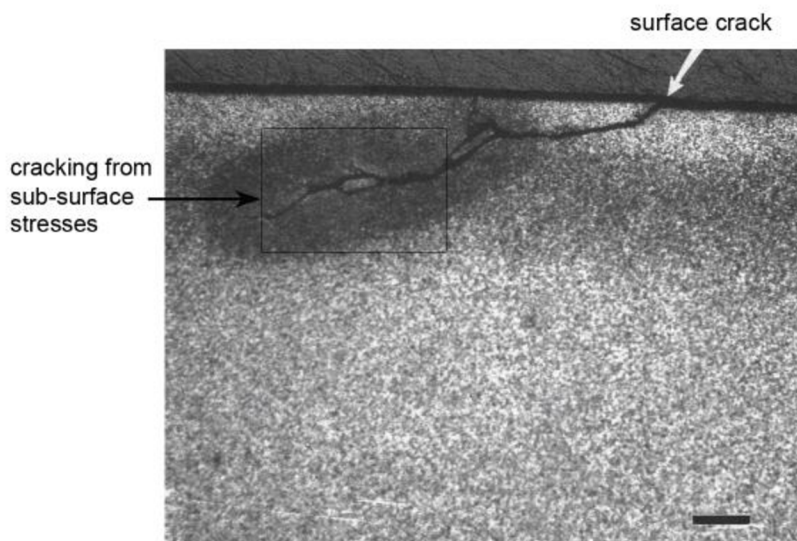
$$\frac{\Delta\gamma_{max}}{2} + \frac{\Delta\varepsilon_N}{2} = 1,65 \frac{\sigma'_f - \sigma_{m,N}}{E} (2N_f)^b + 1,75\varepsilon'_f (2N_f)^c \quad (41)$$

$\Delta\gamma_{max}$	-	maximální rozkmit zkosu	[-]
$\Delta\varepsilon_N$	-	rozkmit podélného přetvoření v rovině maximálního rozkmitu zkosu (kritická rovina)	[-]
$\sigma'_f$	-	součinitel únavové pevnosti	[MPa]
$\sigma_{m,N}$	-	střední normálové napětí v kritické rovině	[MPa]
$E$	-	modul pružnosti v tahu	[MPa]
$N_f$	-	počet cyklů do iniciace trhliny	[-]
$\varepsilon'_f$	-	součinitel únavové tažnosti	[-]
$b$	-	exponent únavové pevnosti dle Basquina, běžně -0,12 až -0,05	[-]
$c$	-	exponent únavové pevnosti dle Manson-Coffina, běžně -0,7 až -0,5	[-]

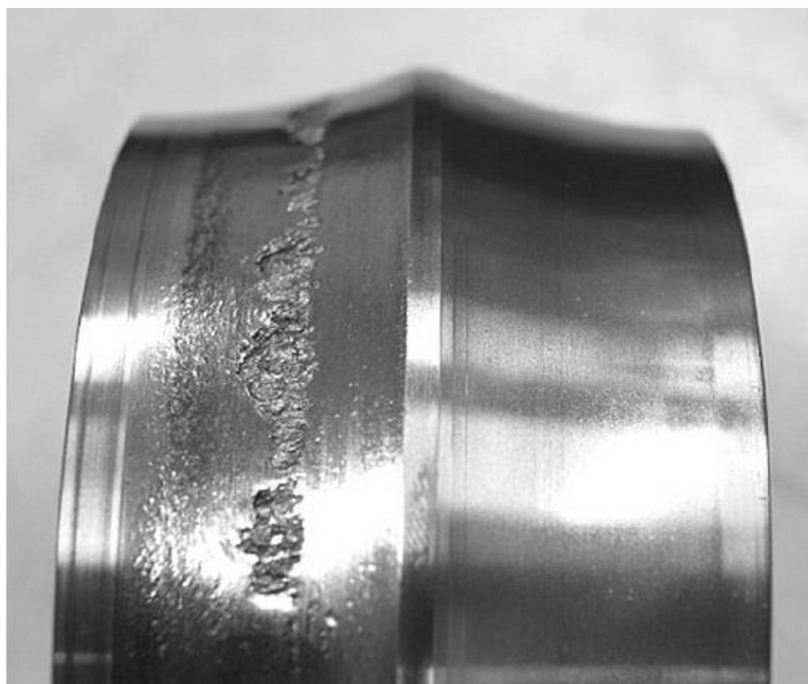
## 4.2 KONTAKTNÍ ÚNAVA

Únavové opotřebení (Obr. 17), někdy nazývané také kontaktní únava, vzniká u funkčních povrchů, které jsou vystaveny opakovanému tlakovému namáhání při valivém pohybu funkčního povrchu jiného strojního dílu.

Pod povrchem oběžné dráhy ložiska se lokalizuje maximální smykové napětí, které má vliv na iniciaci trhliny, která se důsledkem cyklického zatížení šíří k povrchu až dojde k odloupení materiálu a vzniku důlku. Tento jev se nazývá makropitting (nadále pouze **pitting**). To je základní rozdíl od běžného únavového lomu, při kterém se trhlina iniciuje na povrchu a šíří se do materiálu. Vlivem plastických deformací povrchových nerovností může dojít k iniciaci i na povrchu oběžné dráhy. Dochází ke vzniku mikroskopických důlků na povrchu. Tento jev se nazývá mikropitting. Tato DP předpokládá homogenní povrch součástí a mikropittingem se nadále nezabývá.



Obr. 17: Trhlina vlivem kontaktní únavy [6]



Obr. 18: Pitting na vnitřním kroužku soudečkového ložiska

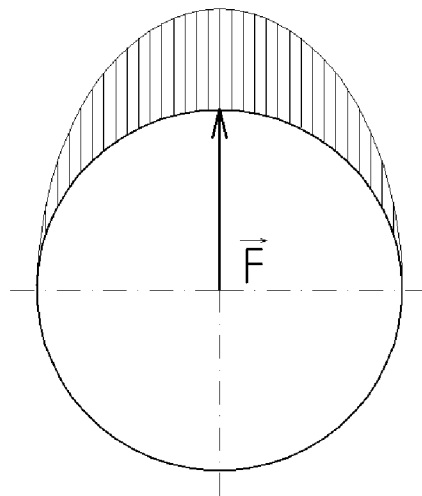
### 4.2.1 Kontaktní únava u valivých ložisek

Valivá radiálně zatížená ložiska jsou vystavena únavě:

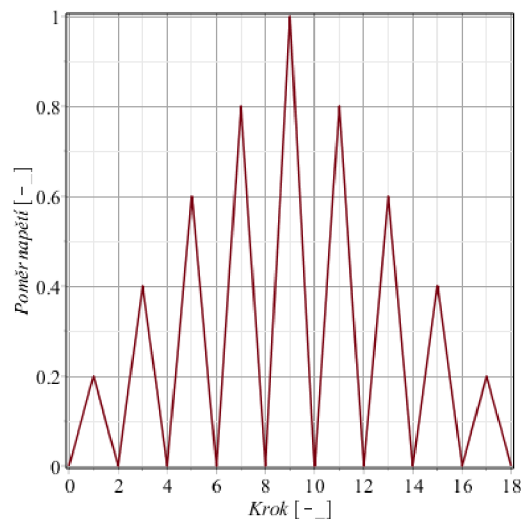
- vysokocyklové
- multiaxiální (souvisí s kontaktním napětím, viz kapitola 7.1.1, str. 47)
- s proměnnou amplitudou napětí

#### Časová historie zatěžování valivého ložiska

Cyklické namáhání valivých ložisek je způsobeno přechodem jednotlivých valivých elementů přes pásmo zatížení. K pittingu soudečkového ložiska dochází zpravidla na vnitřním kroužku. Rozložení napětí po vnitřním kroužku je na Obr. 19. Pokud budeme sledovat zatížení jednoho konkrétního místa na vnitřním kroužku při jeho rotaci, můžeme tak pozorovat průběh mívivého cyklického zatížení, jako je zjednodušeně ukázáno na Obr. 20. Cyklické napětí je v pozorovaném místě vyvoláno i v případě, že na ložisko působí konstantní neproměnlivé zatížení.



Obr. 19: Rozložení napětí na kroužku se sinusovým poklesem



Obr. 20: Příklad zatížení jednoho segmentu na vnitřním kroužku

Je nutné zmínit, že takový pravidelný cyklus se může objevit jen ve velmi specifickém případě geometrie. V obecném případě je cyklus nepravidelný. Vstupem do výpočtu životnosti pak nelze použít pravidelný cyklus, ale je potřeba definovat časovou historii pro více otáček.

## 5 MKP

Metoda konečných prvků je numerický způsob simulace fyzikálních jevů. V současné době velmi usnadňuje provedení deformačně-napět'ových analýz, analýz proudění plynu či tekutiny (včetně jejich interakce s tělesem) nebo například analýz zjištění vlastních frekvencí či vlastních tvarů kmitání (oblast dynamiky).

Princip výpočtů této metody je znám od roku 1960, ale až díky rozvoji informačních technologií našel praktické využití. Jedním z nejvyužívanějších komerčních programů MKP je např. ABAQUS (1979), ANSYS (1970) či MSC.Nastran (1969). Programy umí dobře řešit lineární i nelineární přímé úlohy. U nelineárních úloh však uživatel musí být opatrný, neboť může nastat problém s konvergencí úlohy. Největším omezením MKP je však to, že každý numerický program umí jen velmi obtížně vyřešit nepřímý problém (známe výstupy a chceme znát vstupy). To je způsobeno špatnou podmíněností řešené matice. I toto omezení lze obejít např. sérií přímých úloh. Deformačně napět'ová analýza valivého ložiska je však problém přímý.

Celý proces DN analýzy pomocí MKP se dělí na tři základní části:

- **Preprocessing** – zahrnuje vše od přípravy geometrie, přes tvorbu konečnoprvkové sítě, nastavení vlastností prvků až po nastavení řešiče analýzy. Příklady preprocessingových softwarů jsou ANSYS, MSC.Patran, ANSA, μETA, či ABAQUS CAE.
- **Solution** – jedná se o samotné řešení numerických úloh. Příklady řešičů jsou ANSYS, MSC.Marc, ABAQUS
- **Postprocessing** – slouží k prohlížení a zpracování výsledků. Preprocessingové programy obvykle zahrnují i postprocessing.

### 5.1 PODSTATA MKP

MKP je založena na jiném principu, než analytické metody pružnosti. Ty jsou založeny na diferenciálním a integrálním počtu. MKP je založena na obecně méně známém (konečném) počtu variačním. Hledá minimum nějakého funkcionálu.

*„Funkcionál – zobrazení mezi množinami čísel. Je to tedy pravidlo, podle něhož přiřadíme funkci na jejím definičním oboru (nebo její části) nějakou číselnou hodnotu. Příkladem je určitý integrál funkce. [32]“*

Dále [32] uvádí, že základním funkcionálem v DN analýze pružných těles je jejich energie napjatosti, což je práce spotřebovaná na deformaci tělesa  $\Omega$ , která je v případě pružné deformace vratná. Obecným přírodním principem je pak věta o minimu kvadratického funkcionálu, která udává, že z možných dějů proběhne ve skutečnosti vždy ten, k jehož uskutečnění je zapotřebí minimální energie. Energetickým funkcionálem, jehož minimum určuje skutečný tvar deformovaného tělesa, je celková potenciální energie tělesa  $\Pi$ , definovaná jako rozdíl energie napjatosti tělesa  $\mathbf{W}$  a potenciální energie zatížení  $\mathbf{P}$ .

$$\Pi = \mathbf{W} - \mathbf{P} \quad (42)$$

Jedná se o funkci posuvů jednotlivých bodů tělesa. Variační metody matematiky umožňují najít minimum tohoto funkcionálu. Z deformačních posuvů bodů tělesa lze následně určit složky přetvoření a za pomoci konstitutivních vztahů následně složky tenzoru napětí.

#### Lagrangeův variační princip

*„Mezi všemi funkcemi posuvů, které zachovávají spojitost tělesa a splňují geometrické okrajové podmínky, se realizují ty, které udělají celkové potenciální energii  $\Pi$  stacionární hodnotu. [33]“*

Pro energii napjatosti  $\mathbf{W}$  v rovnici (69) platí:



$$W = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\varepsilon} dV \quad (43)$$

a pro potenciál vnějšího zatížení  $\mathbf{P}$ :

$$P = \int_{\Omega} \mathbf{u}^T \mathbf{o} dV + \int_{\Gamma_p} \mathbf{u}^T \mathbf{p} dS \quad (44)$$

- $\mathbf{u}$  - sloupová matice posuvů
- $\boldsymbol{\varepsilon}$  - sloupová matice přetvoření
- $\boldsymbol{\sigma}$  - sloupová matice napětí
- $\mathbf{o}$  - sloupová matice objemového zatížení
- $\mathbf{p}$  - sloupová matice plošného zatížení

### Diskretizace spojitého problému v MKP

Dále je v [33] uvedeno, že „ $\Pi$  je obecně závislé na spojitých funkcích  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{w}$ , z nichž každá reprezentuje nekonečné množství hodnot v nekonečně mnoha bodech řešené oblasti. Abychom úlohu mohli řešit numericky, je nutno každou z funkcí vyjádřit v závislosti na konečném počtu parametrů. V MKP se aproximační funkce posuvů vyjadřují přibližně jako součet předem daných, známých funkcí  $\tilde{u}_i, \tilde{v}_j, \tilde{w}_k$ , označovaných jako **bázové funkce**. Ty jsou násobeny neznámými koeficienty:

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^l a_i \tilde{u}_i; \quad \mathbf{v} = \sum_{j=1}^m b_j \tilde{v}_j; \quad \mathbf{w} = \sum_{k=1}^n c_k \tilde{w}_k \quad (45)$$

Dosazením této aproximace do výrazu pro celkovou potenciální energii (43) přejdeme od vyjádření funkcionálu  $\Pi(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w})$  závislého na funkcích k vyjádření  $\Pi(a_1, a_2, a_3, \dots)$  závislému na konečném počtu parametrů. Podmínka stacionární hodnoty  $\Pi$  vede pak na soustavu rovnic pro určení těchto neznámých parametrů:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial \Pi}{\partial a_1} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial \Pi}{\partial c_n} = 0 \end{array} \right\} \rightarrow a_1, a_2, \dots, c_n \quad (46)$$

Řešením soustavy získáme parametry  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \dots$  a tím i aproximace hledaných funkcí posuvů dle (45). Pro MKP je typický způsob konstrukce bázových funkcí, které jsou definovány vždy jen na malé podoblasti řešeného tělesa.“

Těleso se z důvodu nekonečného počtu neznámých spojitě bezzbytku rozdělí na malé podoblasti, tzv. diskretizace. Podoblasti nazýváme prvky. Prvky mají ve svých vrcholech tzv. uzly, kterým přísluší určitý počet deformačních parametrů. Problém se tak stává závislý na konečném počtu parametrů.

### Základní rovnice MKP

Minimalizací funkcionálu  $\Pi$  dle Lagrangeova variačního principu lze získat základní rovnici MKP (47).

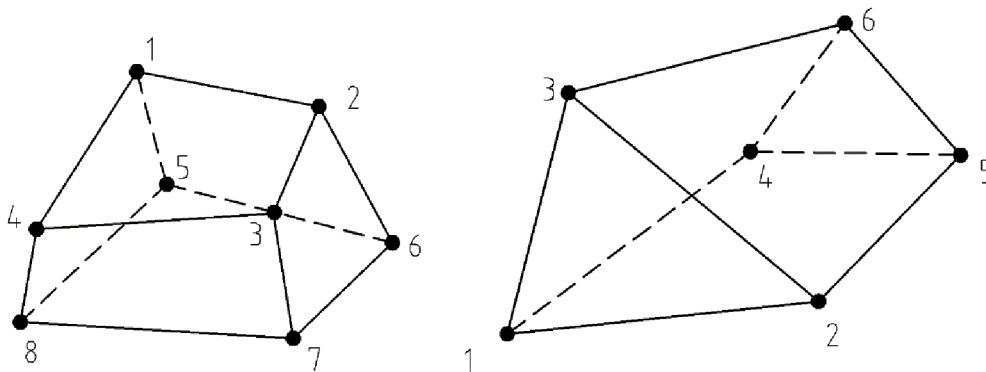
$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (47)$$

- K** - celková (globální) matice tuhosti
- U** - globální matice deformačních parametrů
- F** - celková matice zatížení

### Tělesové prvky v prostoru

Pro diskretizaci spojitého prostředí slouží tělesové prvky [33], [35]. Známe více variant těchto prvků. Jedno z rozdělení je na lineární a kvadratické prvky.

První variantou jsou prismatické **lineární** „brick“ **prvky**, které nesou v programu Abaqus<sup>5</sup> označení C3D8 (Obr. 21 a). Jedná se o prvky složené z osmi uzlů a šesti stěn. [33] uvádí, že průběhy složek napětí a přetvoření jsou po prvcích konstantní s nespojitostmi na hranicích mezi prvky. Síť z šestistěnnů vyžaduje komplikovanou topologickou přípravu a lokální zahušťování je omezené. Vytváří se pomocí tzv. mapovaných sítí, což je v rámci preprocesingu náročné, ale přináší úsporu výpočetního času a požadavků na kapacitu RAM. Opakem mapované sítě je „free“ síť, což je síť generovaná preprocesorem automaticky. Při vytváření takové sítě vznikají tvarově degenerované čtyřstěnné čtyřuzlové „tetraedrické“ prvky, které se vyznačují sníženou přesností výsledků, a není doporučeno jejich výskyt v analyzované oblasti. Některé komerční programy mají pro všechny lineární prvky společné označení (Ansys: SOLID45), Abaqus tyto prvky označuje odlišně (C3D4)<sup>6</sup>. Mezi tetraedrickými a brick prvky je nutno použít prvky přechodové, např. šestiuzlové „triangulární“ prvky s označením C3D6 (Obr. 21 b).

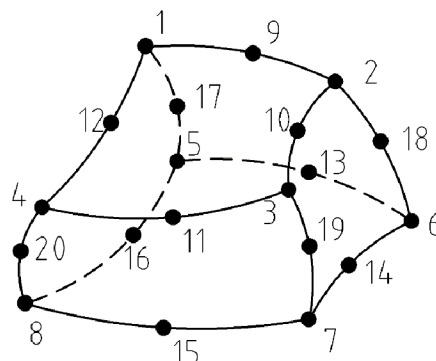


Obr. 21: a) C3D8 – osmiuzlový lineární prvek; b) C3D6 – šestiuzlový lineární prvek

Druhou variantou jsou **kvadratické** „brick“ **prvky** s označením C3D20 (Obr. 22). Označení napovídá, že se prvek skládá z 20 uzlů. Oproti prvku C3D8 obsahuje uzly i na hranách. Moderní generátory sítí tyto uzly vytváří uprostřed hrany. Geometrie i posuvy hran jsou popsány kvadratickým polynomem, což umožňuje lépe aproximovat zakřivené hrany a povrchy diskretizovaných těles. Každý uzel tohoto prvku je popsán třemi deformačními parametry, což vede na matici tuhosti jednoho prvku o velikosti 60x60, zatímco u lineárního prvku se jedná o velikost matice 24x24. Obecně lze z toho pro kvadratické prvky usuzovat, že poskytují přesnější výsledky, mají však větší nároky na kapacitu hardwaru.

<sup>5</sup> Deformačně napět'ová analýza ložiska byla provedena za pomoci softwarového řešiče Abaqus. Proto je zde využito popisu prvků dle tohoto programu.

<sup>6</sup> Prvky typu C3D4 pro tvorbu výpočtového modelu valivého ložiska použity nebyly.



Obr. 22: C3D20 – dvacetiuuzlový kvadratický prvek a číslování uzlů

## 5.2 NELINEÁRNÍ ÚLOHY MECHANIKY V MKP

Následující informace jsou čerpány převážně z [37], dále také z [18] a z [19]. Při řešení lineárních úloh do jisté míry idealizujeme reálný problém. U některých konstrukcí (příčemž valivá ložiska nejsou výjimkou) si tato zjednodušení nemůžeme dovolit a je potřeba počítat s nelineárním chováním konstrukce. Zatímco pro lineární úlohy platí rovnice (47), nelineární úlohy se vyznačují proměnnou maticí tuhosti  $\mathbf{K}$  a platí

$$\mathbf{K}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F} \quad (48)$$

Známe následující typy nelinearity:

- **Materiálová nelinearita.** Pomocí nelineárních úloh lze řešit plasticitu materiálu. Vychází se z materiálové matice  $\mathbf{D}$ , která není konstantní, ale závislá na posuvech  $\mathbf{u}$ .
- **Geometrická nelinearita.** Ta je způsobena buď velkými posuvy  $\mathbf{u}$  nebo velkými přetvořeními  $\boldsymbol{\varepsilon}$  (pak musí být i velké posuvy  $\mathbf{u}$ ). Při velkých posuvech nelze použít původní rovnice rovnováhy a to je příčina vzniku nelinearity.
- **Kontakt (změna okrajových podmínek v průběhu zatěžování).** Při kontaktu těles se mění tvar a rozsah kontaktních ploch, což zapříčiňuje nelinearitu.

Obecně působí tyto faktory společně, avšak často se setkáváme s tím, že jen některé z nich jsou významné. Pro analýzu valivého ložiska je významná nelinearita způsobená kontaktem. Proto tato rešerše popisuje jeho problematiku v následující kapitole podrobněji.

### 5.2.1 Základní přístupy k řešení nelineární úlohy

Pro řešení nelineárních úloh se využívají iterační metody. Jednou z nich je **metoda přímé iterace (metoda sečen)**. Ta je založena na principu, kdy se provádí iterace

$$\mathbf{K}_{i-1} \cdot \mathbf{U}_i = \mathbf{F} \quad (49)$$

a to do té doby, než

$$\frac{\|\mathbf{U}_i - \mathbf{U}_{i-1}\|}{\|\mathbf{U}_i\|} \leq \delta_u \quad (50)$$

$\mathbf{U}_i$  - matice deformačních parametrů po  $i$ -té iteraci

$\delta_u$  - tolerance posuvů, obvykle 0,01 – 0,001

Tato metoda vyžaduje iterací mnoho, a proto se příliš nevyužívá.

### Newton-Raphsonova metoda (metoda tečen)

Newton-Raphsonova metoda je základem iteračního řešení nelineárních úloh u většiny MKP systémů. Spočívá v rozdělení zatížení do několika kroků (Ansys – „loadstep“; Abaqus – „step“; Marc

– „load case“). V těchto krocích lze nastavit např. neproporcionální zatížení či rozdělit zatížení pro zlepšení konvergence úlohy. Tyto kroky se dělí na jednotlivé inkreментy (Ansys – substep, Abaqus a Marc – „increment“). Metoda využívá tzv. residua, což je nerovnováha sil, která vzniká vlivem deformací. Využívá se matice tuhosti, kterou algoritmus řeší iterace výpočtu. Různou modifikací matice tuhosti lze tuto metodu urychlit.

Známe dvě metody vytváření tečné matice tuhosti. První je **metoda počáteční matice tuhosti** (v iteracích se používá stále stejná matice tuhosti), druhou je **metoda tečné matice tuhosti** (v každé iteraci se vytváří nová matice tuhosti). Existuje vhodná kombinace těchto metod. Dokud výpočet konverguje, využívá se stejná matice tečné tuhosti.

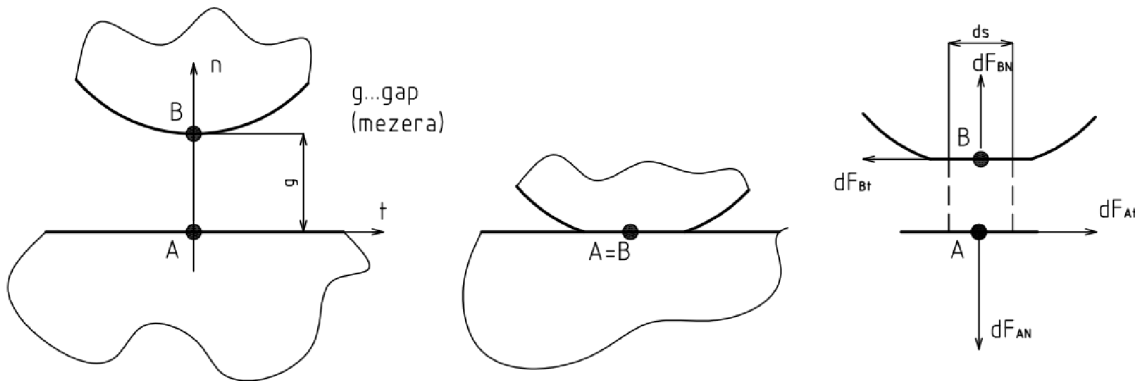
## 5.2.2 Kontaktní úlohy

Jedná se o velice nelineární úlohy. Jsou velmi náročné na softwarové i hardwarové vybavení.

Kontaktní úlohy [37] rozlišujeme na **stacionární**, kdy se v průběhu zatěžování neliší rozsah kontaktní plochy. Tento případ nastává např. u lisovaných spojů. Úloha **nestacionární** je taková, kdy se rozsah ploch mění, což vede na změnu kontaktní napjatosti.

### Silové a kinematické poměry kontaktu

Rozlišujeme tři typy kontaktních vztahů mezi tělesy. Pro všechny platí Obr. 23.



Obr. 23: Popis kontaktních parametrů

Prvním typem je **adheze**, což znamená, že povrchy neprokluzují. Platí pro ni následující silové poměry:

$$dF_{AN} - dF_{BN} = 0 \quad (51)$$

$$dF_{At} - dF_{Bt} = 0 \quad (52)$$

$$dF_{Bt} < f \cdot |dF_{BN}| \quad (53)$$

a kinematické poměry:

$$u_{AN} - u_{BN} = g \quad (54)$$

$$u_{At} - u_{Bt} = 0 \quad (55)$$

Druhým typem je **smyk**. Dojde tedy ke kontaktu, ale povrchy po sobě prokluzují (smýkají se). Pro smyk platí silové poměry (51), (52) a

$$dF_{Bt} = f \cdot |dF_{BN}| \quad (56)$$

Kinematické poměry jsou (54) a

$$\mathbf{u}_{At} - \mathbf{u}_{Bt} \neq 0 \quad (57)$$

Třetím typem je **otevřený kontakt**. V daném místě tedy ke kontaktu nedochází, pouze se plochy k sobě přibližují. Platí silové poměry:

$$dF_{AN} = dF_{BN} = dF_{At} = dF_{Bt} = 0 \quad (58)$$

a kinematické poměry (57) a

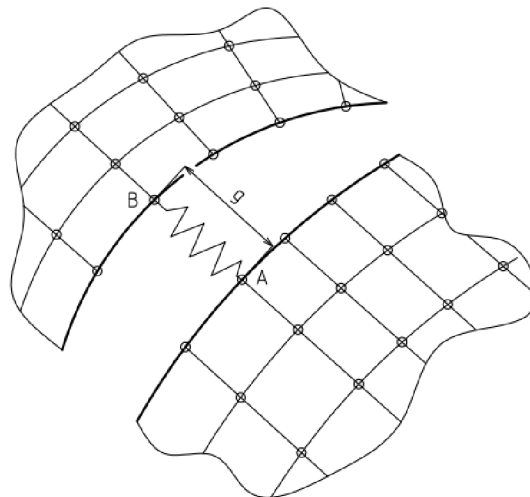
$$u_{AN} - u_{BN} < g \quad (59)$$

### Typy algoritmů pro řešení kontaktu

K řešení kontaktů pomocí MKP se používají základní 3 typy algoritmů.

#### 1) Penalty method – pokutový přístup

- Jeho podstatou jsou skokové změny v kontaktní tuhosti, které závisí na kinematických poměrech kontaktu.
- Vychází se z prvotního rozložení posuvů, u kterých se dále řeší, jestli v nich došlo ke kontaktu.
- Vložíme fiktivní pružinu (Obr. 24), která představuje tuhý kontaktní element.



Obr. 24: Fiktivní pružina mezi kontaktními povrchy

- Tím nastavíme v MKP kontakt.

$$\mathbf{k} = k_n \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \quad (60)$$

kde  $k_n$  je normálová tuhost.

Algoritmus po prvotním výpočtu je následující:

- a. otevřený kontakt (nedošlo ke styku). Platí rovnice (59) a

$$k_n = 0 \quad (61)$$

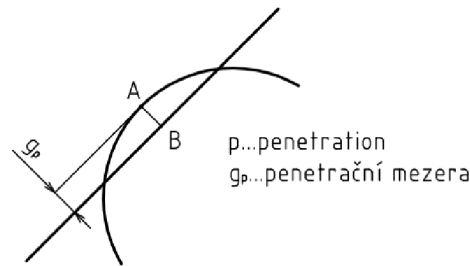
- b. uzavřený kontakt (došlo ke styku). Platí rovnice (54) a

$$k_n \rightarrow \infty \quad (62)$$

- Při numerickém řešení se za  $k_n$  dá konečná vysoká hodnota, která simuluje nekonečno.

- Tím povrchy mezi sebe lehce proniknou (průnik, zaboření = penetrace) (Obr. 25)

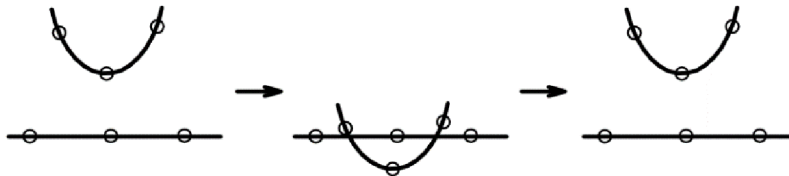
$$F_{AN} = k_n g_p \quad (63)$$



Obr. 25: Penetrace

Volba hodnoty  $k_n$ :

- Nízká hodnota – vede k dobré a rychlé konvergenci, ale i k vysoké (výrazné) penetraci, což značí, že výsledky jsou nesprávné.
- Vysoká hodnota – vede k přesným výsledkům, ale za cenu mnoha iterací, pomalé konvergenci, případně ke konvergenci nemusí dojít. Může dojít k oscilaci (Obr. 26).



Obr. 26: Oscilace místo konvergence

- Optimální je volit něco mezi tím.
- Normálová tuhost je nastavena správně, jestliže její změna nezmění ve výsledku rozsah kontaktních ploch ani kontaktní napětí.
- $k_n$  si systém může volit sám, ale volí se i ručně.
- Moderní výpočetní systémy umí každý substep (Ansys) / inkrement (Abaqus) měnit normálovou tuhost dle průběhu konvergence a přípustné penetrace.

## 2) Metoda lagrangeových multiplikátorů

- Pokud dojde k (54), pak se převede podmínka nepronikání kontaktních povrchů:

$$\mathbf{G} \cdot \mathbf{u} - \mathbf{g} = 0 \quad (64)$$

kde  $\mathbf{G}$  je matice deformačních parametrů.

- Metoda spočívá v tom, že se do funkcionálu potenciální energie přidá podmínka nepronikání kontaktních povrchů. Podmínka je vyjádřena jako práce. Pro funkcionál platí:

$$\Pi = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{K} \mathbf{U} - \mathbf{U}^T \mathbf{F} + \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{G} \mathbf{U} - \mathbf{g}) \quad (65)$$

kde  $\boldsymbol{\lambda}$  je matice lagrangeových multiplikátorů. Ty představují kontaktní tlaky.

- Člen  $\boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{G} \mathbf{U} - \mathbf{g})$  minimalizujeme.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{U}} = \mathbf{k} \mathbf{U} - \mathbf{F} - \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{G} = \mathbf{0} \quad (66)$$

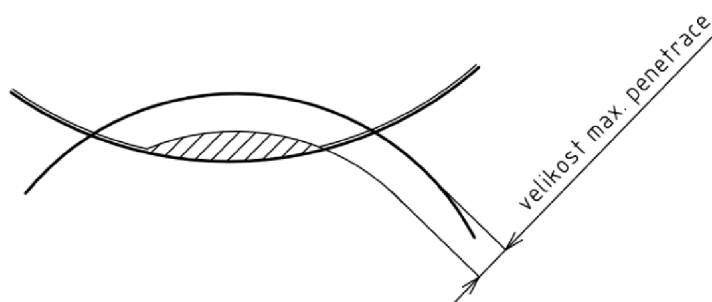
$$\frac{\partial \Pi}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \mathbf{G} \mathbf{U} - \mathbf{g} = \mathbf{0} \quad (67)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k} & \mathbf{G}^T \\ \mathbf{G} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{g} \end{bmatrix} \quad (68)$$

### 3) Augmented Lagrangean (Ansys), Augmented Method (Abaqus)

Tato metoda kombinuje předešlé dvě. Kombinace je v následujícím zadání:

- zadáva se  $\mathbf{k}_n$
- zadáva se maximální dovolená hodnota penetrace, tedy podmínka nepronikání kontaktních povrchů
  - Pro každý prvek se změní  $\mathbf{k}_n$  zvlášť tak, aby nedošlo k překročení max. penetrace (Obr. 27).



Obr. 27: Pásmo povolené penetrace

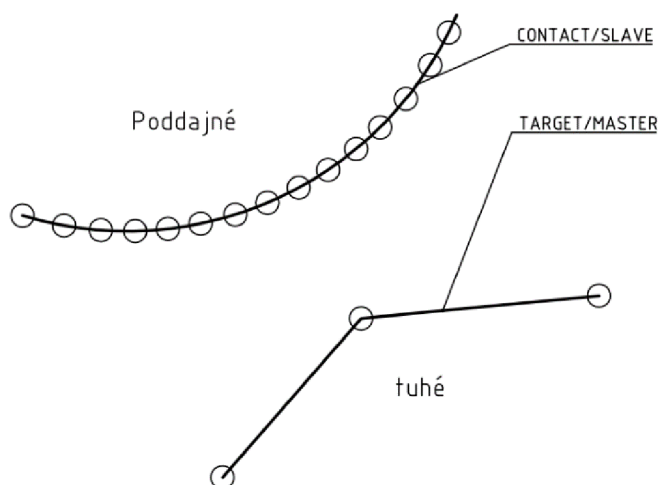
### Zadávání kontaktů ve výpočetních programech

Kontaktní prvky se zadávají na hranice ploch diskretizovaného modelu. Lze zadat tři kontaktní algoritmy:

- node-to-node – menší využití. Často vznikají velké gradienty napětí.
- node-to-surface – lze využít např. pro kontakt rigid plocha → MKP síť
- surface-to-surface – nejpoužívanější. Podporují midside nodes, velké deformace, přesnější výsledky

Zadávají se dva typy ploch kontaktu. Ty tvoří kontaktní pár. Jedná se o

- TARGET (Ansys); MASTER (Abaqus)
  - Target bývá tuhé těleso (rigid).
- CONTACT (Ansys); SLAVE (Abaqus)
  - Contact bývá poddajné těleso (flexible).



Obr. 28: Příklad nastavení kontaktního páru

Pokud jsou tělesa stejně tuhá, lze rozdělit kontaktní pár následovně [36]:

- MASTER – konkávní (pro směr zatížení), příp. plochá plocha → SLAVE – konvexní plocha
- MASTER – hrubá síť → SLAVE – jemná síť
- MASTER – lineární prvky → SLAVE – kvadratické prvky
- MASTER – výrazně větší povrch → SLAVE – výrazně menší povrch
- nastavit SYMMETRICAL contact – symetrický kontakt znamená, že oba povrchy jsou MASTER i SLAVE

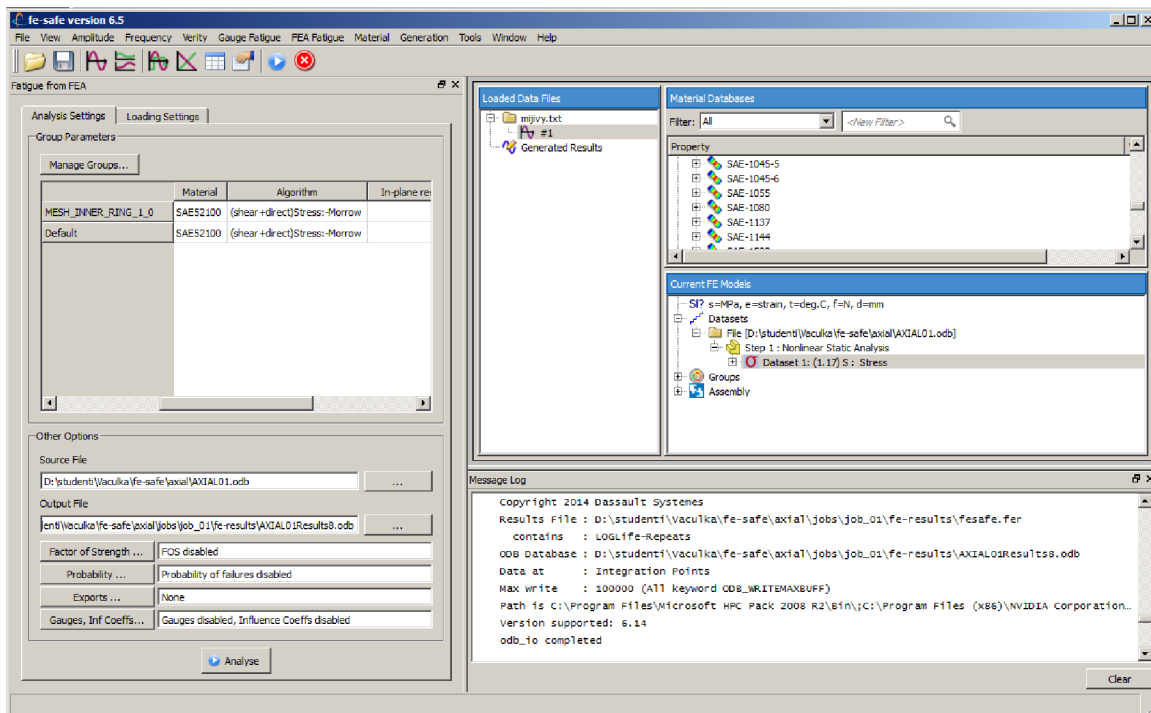
Moderní výpočetní programy umí vyhledávat kontaktní plochy a uživatel je nemusí zadávat. Např. v programu Abaqus CAE lze nastavit GENERAL contact. Program sám rozpozná kontaktní plochy a nastaví jim symetrický kontaktní pár.

### 5.3 VÝPOČETNÍ SOFTWARE

V rámci práce bylo k MKP analýze využito programů Patran od společnosti MSC Software a Abaqus od společnosti Simulia – Dassault Systèmes. K určení životnosti ložiska na základě MKP bylo využito programu fe-safe a jeho rozšíření (plugin) fe-safe/Rotate.

#### 5.3.1 Fe-safe

Fe-safe [34] je produktem společnosti Safe Technology (1987), která byla v roce 2013 koupena společností Dassault Systèmes. Fe-safe vznikl na počátku 90. let za účelem únavových analýz se zaměřením na moderní multiaxiální únavové metody. Prostředí tohoto programu je na Obr. 29.



Obr. 29: Uživatelské prostředí programu fe-safe

Vstupem do fe-safe je MKP analýza, volba materiálu, volba multiaxiálního kritéria, korekce středního napětí a další. Výstupem může být:

- kde se vyskytne únavová trhлина
- kdy se únavová trhлина iniciuje
- faktor FOS (factor of safety – volným překladem součinitel bezpečnosti, porovnává vypočítanou životnost s navrhovanou, pokud je  $FOS > 1$ , pak je vypočítaná životnost vyšší)



- pravděpodobnost přežití při požadované životnosti
- zda se bude trhlina šířit

### Proces analýzy modulu Fe-safe

Únavová životnost v každém uzlu je dle [34] počítána následovně:

- Tenzory napětí jsou násobeny časovou historií aplikovaného zatížení. Vznikne časová historie každého z 6 prvků tenzoru napětí.
- Vypočítají se časové historie rovinných hlavních napětí.
- Z těchto napětí se vypočítají časové historie tří hlavních přetvoření.
- Pomocí multiaxiálního cyklického plastického modelu se zkonvertují elastické D-N historie do elasticko-plastických historií.
- Pomocí *metody kritických rovin* se identifikuje nejvíce deformovaná rovina a to výpočtem poškození na rovinách v 10° intervalech od 0° do 180° na povrchu komponenty.
- Pro každou z kritických rovin jsou vyřešena přetvoření na třech smykových rovinách (1-2, 2-3 a 1-3).
- Spočítá se počet cyklů časové historie deformačního parametru. Zde, v případě využití *Brown-Millerova kritéria*, se jedná o smykové a normálové přetvoření.
- Jednotlivé únavové cykly jsou identifikovány pomocí *metody stékačícího deště (Rainflow cycle algorithm)*. Pro každý cyklus se vypočítá deformace vlivem únavy a následně se sumarizuje celková deformace.
- Rovina s nejkratší životností je definována jako rovina iniciace trhliny. Tato životnost je zapsána do souboru s výstupem.

Během tohoto výpočtu může fe-safe (podle [34]) modifikovat mezní amplitudu odolnosti. Pokud v dané rovině žádný cyklus nepřesáhne tuto mez, nebude se na této rovině počítat deformace vlivem únavy. Pokud v některém cyklu dojde k deformaci, mezní amplituda odolnosti se zredukuje na 25% původní hodnoty amplitudy a deformační křivka se rozšíří do tohoto nového limitu odolnosti.

### Postup únavové analýzy v fe-safe

1. Definování zatížení
2. Subgroup/Whole Group - Rozhodnout, či analyzovat pouze povrch součásti nebo celou součást.
3. Nastavení drsnosti povrchu
4. Definování materiálu
5. Definování algoritmu analýzy (např. Brown-Miller + Morrow)
6. Definování IN-Plane zbytkových napětí
7. Definování Output File
8. Spuštění analýzy
9. Přehled výsledků
10. Vykreslení únavového života na součásti

### Software kompatibilní s fe-safe

Fe-safe umí číst data z výsledkových souborů následujících programů:

- Abaqus (.fil, .odb)
- Ansys (.rst)
- Nastran (.f06, .op2)
- Pro/Engineer PTC (.s01, s.02, .etc, .d01)
- I-DEAS (.unv)

### 5.3.2 Fe-safe/Rotate

Jedná se o modul programu fe-safe, který urychluje výpočet životnosti rotačních těles využitím jejich rotační symetrie.

Dle [33] se modul používá k tomu, aby poskytl definici zatěžování celého obvodu rotačního tělesa pouze na jednom rotačně symetrickém segmentu (dále jen „master“ segment) a to za pomoci jediné statické konečnoprvkové analýzy. Fe-safe/Rotate přináší několik výhod. Jedná se hlavně o úsporu výpočetního času a snížení objemu výsledkových dat a to právě tolikrát, z kolika rotačně symetrických segmentů je těleso složeno. Automaticky vygeneruje definici únavového zatížení ve formě LDF (load definition) souboru (přípona .ldf). Tento soubor zahrnuje sekvenci datasetů. Pokud je potřeba, zahrnuje i krok přechodového zatížení.

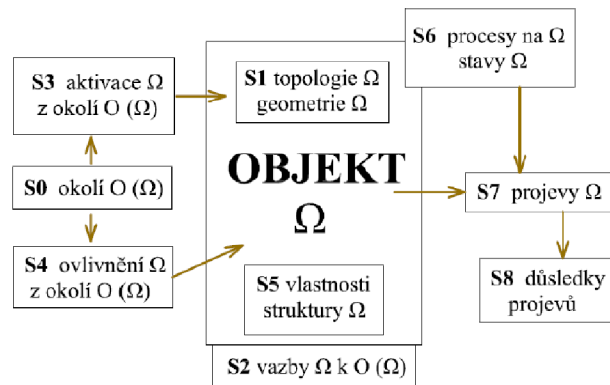
Postup analýzy pomocí fe-safe/Rotate je následující:

- Získání výsledkového souboru DN analýzy. Soubor musí obsahovat informace o napětí a posuvech
- Nastavení importu v fe-safe za pomoci pluginu Rotate
  - Přiřadí se výsledkový soubor
  - Zadá se osa symetrie
  - Zadá se informace o počtu rotačně symetrických segmentů
  - Přiřazení konečnoprvkových elementů odpovídajících „master“ segmentu
  - Přiřazení elementů odpovídajících rotačně symetrické součásti (vnitřní kroužek).
  - Nastavení případné roviny symetrie, pokud byla využita
  - Spuštění importu
- Nastavení únavové analýzy fe-safe (viz předešlá kapitola)
- Spuštění analýzy

Únavové výsledky jsou poté poskytnuty pro daný analyzovaný „master“ segment. Platí však pro všechny. V některých MKP programech je možné zapnout rozšíření dat (expand data) a zobrazit si tak celý model. V nejnovější verzi (2016) fe-safe/Rotate lze jako vstupní soubory použít pouze .rst (ANSYS) a .fil (ABAQUS).

## 6 SYSTÉM PODSTATNÝCH VELIČIN

Systém podstatných veličin je sestaven z informací uvedených v řešeršší části v předchozích kapitolách a je řešen podle knihy [1].



Obr. 30: Systém podstatných veličin [39]

### 6.1 AXIÁLNÍ KULIČKOVÉ LOŽISKO

**Objektem**  $\Omega_1$  je axiální kuličkové ložisko 51102.

**Problémem A** je stanovení životnosti valivého ložiska.

Systém podstatných veličin  $\Sigma(\Omega)$  pro problém A zahrnuje následující množiny veličin:

- $S_0$ : Do množiny zapadá čep hřídele, na který je ložisko nasazeno a náboj, ve kterém je nalisováno. Dále teplota, které je ložisko při provozu vystaveno. Dále nečistoty, které se v okolí ložiska vyskytují.
- $S_1$ : Geometrie ložiska 51102 (Obr. 4, str. 16), bez následujících úprav: mazací drážka a otvory, zkosení a zaoblení kroužků, přítomnost klece.
- $S_2$ : Uložení v náboji o tuhosti běžné oceli. Ložisko je nalisováno tak, aby byly vymezeny vůle ve vnitřní geometrii.
- $S_3$ : Silové zatížení hřídelového kroužku od jiného tělesa.
- $S_4$ : Ložisko může být ovlivněno zvýšenou teplotou při provozu. V této práci nebylo zvýšení teploty uvažováno.
- $S_5$ : Množina je popsána konstitutivními vztahy materiálu (modul pružnosti, poissonovo číslo).
- $S_6$ : Cyklické zatížení způsobené rotací hřídele při axiálním zatížení.
- $S_7$ : Primárně deformace (posuvy, přetvoření), sekundárně napětí a terciárně počet otáček (příp. doba provozu) do vzniku mezního stavu kontaktní únava.
- $S_8$ : Dosažení mezního stavu kontaktní únava.

### 6.2 SOUDEČKOVÉ LOŽISKO

**Objektem**  $\Omega_2$  je soudečkové ložisko 22312.

**Problémem** je stanovení životnosti valivého ložiska.

Systém podstatných veličin  $\Sigma(\Omega)$  pro problém A zahrnuje následující množiny veličin:

- $S_0$ : Do množiny zapadá čep hřídele, na který je ložisko nasazeno a náboj, ve kterém je nalisováno. Dále teplota, které je ložisko při provozu vystaveno. Dále nečistoty, které se v okolí ložiska vyskytují.

- S1:* Geometrie ložiska 22312 (Obr. 5, str. 17), bez následujících úprav: mazací drážka a otvory, zkosení a zaoblení kroužků i soudečků, přítomnost klece.
- S2:* Uložení v náboji o tuhosti běžné oceli. Ložisko je nalisováno tak, aby byly vymezeny vůle ve vnitřní geometrii.
- S3:* Silové zatížení vnitřního kroužku od čepu hřídele.
- S4:* Ložisko může být ovlivněno zvýšenou teplotou při provozu. V této práci nebylo zvýšení teploty uvažováno.
- S5:* Množina je popsána konstitutivními vztahy materiálu (modul pružnosti, poissonovo číslo).
- S6:* Cyklické zatížení způsobené rotací hřídele při radiálním zatížení.
- S7:* Primárně deformace (posuvy, přetvoření), sekundárně napětí a terciárně počet otáček (příp. doba provozu) do vzniku mezního stavu kontaktní únava.
- S8:* Dosažení mezního stavu kontaktní únava.

## 7 NÁVRH METODIKY VÝPOČTU ŽIVOTNOSTI VALIVÉHO LOŽISKA

V první části kapitoly se čtenář dočte o ověření, zda byl použitý proces preprocesingu (nastavení kontaktů, okrajových podmínek, řešiče, atd.) z MKP analýzy adekvátní z hlediska výsledků napětí. MKP analýza byla porovnána na zjednodušené úloze s kontaktním napětím dle Hertze.

V další části kapitoly je s využitím numerických metod z Hertzových tlaků odvozeno, jaký průběh napětí vzniká po hloubce pod povrchem kontaktní plochy s měnícím se zatížením. Tato změna má podstatný vliv při určování životnosti.

Další části kapitoly se zabývají samotným návrhem metodiky. Návrh spočívá ve využití variačního přístupu (MKP) k popisu DN stavu ložiska po zatížení a následné analýze životnosti s využitím Brown-Millerova kritéria. V následujících podkapitolách je tato metodika popsána podrobně.

### 7.1 OVĚŘENÍ MKP ANALÝZY POROVNÁNÍM VÝSLEDKŮ S DIFERENCIÁLNÍM PŘÍSTUPEM

Správnost nastavení analýzy lze ověřit porovnáním výsledků napětí s výsledky, které získáme využitím diferenciálního přístupu. Toto porovnání bylo provedeno na příkladu, kdy je koule vtlačována do rovinné desky. Celý preprocesing MKP měl stejný průběh jako při DN analýze ložiska. V první části podkapitoly je popsána Hertzova teorie, následně je využita k řešení zjednodušeného příkladu koule – deska. V druhé části je popsána DN analýza tohoto příkladu pomocí MKP a oba přístupy jsou porovnány.

#### 7.1.1 Diferenciální přístup k řešení kontaktního napětí

Mějme dvě tělesa se zakřivenými povrchy v dotyku. Tento dotyk má charakter bodu, příp. čáry. Při vzájemném stlačení těchto těles se oblast kontaktu mění na kontaktní plochu a v této oblasti se vyvolá prostorová napjatost.

#### Hertzova teorie

Nejobecnější popis kontaktní napjatosti odvodil německý fyzik H. R. Hertz (1882) [20]. Jeho teorie se zakládá na následujících podmínkách:

- Povrchy jsou spojitě a kontaktem je bod či čára.
- Přetvoření jsou malá
- Tělesa jsou elastická
- Povrchy jsou absolutně hladké (bez tření)

Hertzova teorie je nadále demonstrována na zjednodušené úloze, kdy ocelová koule o průměru 100 [mm] je vtlačována silou 5 000 [N] do rovinné desky stejného materiálu. Při kontaktu koule – koule či deska, což je její limitní varianta, se mezi nimi vytvoří kontaktní plocha tvaru elipsy, příp. její speciální varianty – kružnice. Hlavní poloosa elipsy lze v tomto případě počítat dle vztahu

$$a = \left( \frac{3F}{8} \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \right)^{\frac{1}{3}} \frac{1}{\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}} \quad (69)$$

Pokud je plocha elipsy

$$A = \pi a^2, \quad (70)$$

pak je kontaktní napětí rovno

$$p_0 = \frac{3F}{2A} \quad (71)$$

Dále lze popsat napjatost do hloubky pod povrchem ve směru normály ke kontaktní ploše

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_1 = p_0 \left( \left( 1 - \frac{z}{a} \left( \arctan \left( \frac{a}{z} \right) \right) \right) (1 + \mu_1) - \frac{1}{2 \left( 1 + \frac{z^2}{a^2} \right)} \right) \quad (72)$$

$$\sigma_z = \sigma_3 = \frac{p_0}{1 + \frac{z^2}{a^2}} \quad (73)$$

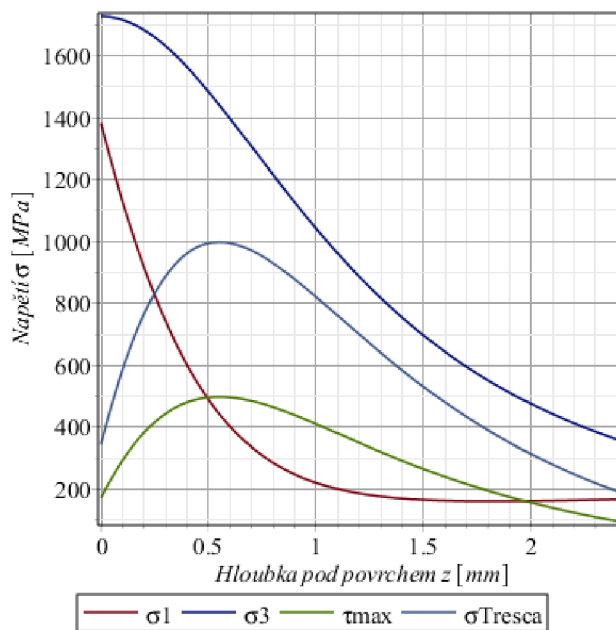
$$\tau_{max} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} \quad (74)$$

A redukované napětí dle Tresca:

$$\sigma_{red(Tresca)} = \sigma_3 - \sigma_1 \quad (75)$$

- a - délka hlavní poloosy kontaktní elipsy [mm]
- F - silové zatížení [N]
- $\mu_1, \mu_2,$   
 $E_1, E_2,$  - materiálové charakteristiky stýkajících se těles [-],[MPa]
- $D_1, D_2$  - průměr koule; v případě rovinné desky se rovná limitní hodnotě nekonečno [mm]
- A - obsah kontaktní plochy [mm<sup>2</sup>]
- z - hloubka pod povrchem tělesa s číslem 1 [mm]

Výše zmíněná koule vtačovaná do desky vyvolá v desce následující průběh napětí v závislosti na hloubce pod povrchem (Obr. 31).

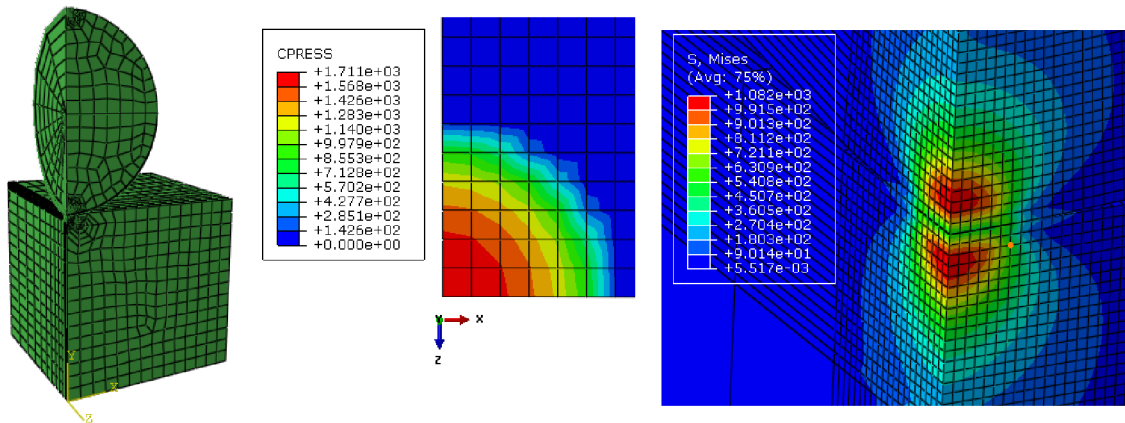


Obr. 31: Napětí v závislosti na hloubce pod povrchem

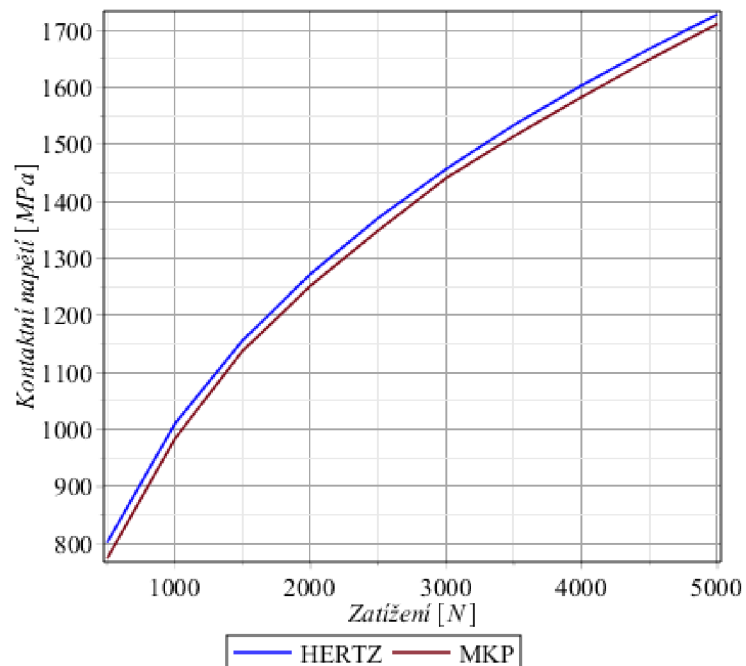
Délka hlavní poloosy kontaktní elipsy je 1,18 [mm]. Maximální smykové napětí je v hloubce 0,56 [mm], což odpovídá dle [20] pravidlu  $0,48 \cdot a$ .

### 7.1.2 Porovnání diferenciálního a variačního přístupu k řešení kontaktního napětí

Správné výpočtové modelování MKP analyzovaného ložiska je možné ověřit na stejné zjednodušené úloze (Obr. 32). Dle vztahů (69) - (71) lze vyčíslit hodnoty kontaktního napětí. Tyto hodnoty jsou na Obr. 33 porovnány s hodnotami získanými metodou konečných prvků. Pro maximální zatížení vzniká mezi hodnotami těchto dvou přístupů odchylka uvedená v rovnici (76).



Obr. 32: MKP síť; kontaktní napětí v [MPa] na desce při pohledu shora; ekvivalentní napětí HMM v [MPa]



Obr. 33: Porovnání diferenciálního a variačního přístupu na zjednodušené úloze

$$\Delta = \frac{p_{0\text{Hertz}} - p_{0\text{MKP}}}{p_{0\text{Hertz}}} \cdot 100 [\%] = \frac{1727 - 1711}{1727} \cdot 100 [\%] = 0,9 [\%] \quad (76)$$

Výsledky analýzy dokazují správnost nastavení kontaktní analýzy. Malá odchylka dokazuje splnění předpokladu, že MKP podává méně konzervativní výsledky.

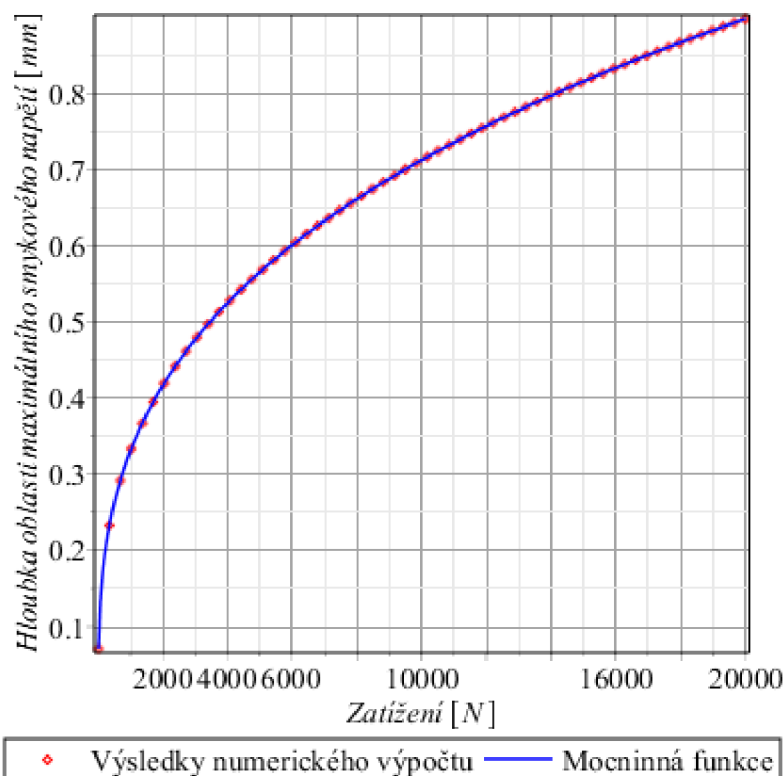
## 7.2 VLIV ZATÍŽENÍ NA ZMĚNU HLOUBKY MÍSTA NEJVĚTŠÍHO SMYKOVÉHO NAPĚTÍ

V kapitole 4.1.3 na str. 28 bylo uvedeno, že Brown-Millerovo kritérium předpokládá iniciaci trhlin v kritické rovině, kde působí největší smykové napětí. Na bázi Hertzových rovnic lze numerickým výpočtem<sup>7</sup> vyjádřit závislost hloubky, kde se toto napětí vyskytuje. Pokud rovnici (74) derivujeme podle hloubky a porovnáme s nulou, tedy

$$\frac{\partial}{\partial z} \tau_{max} = 0 \quad (77)$$

pak získáme závislost hloubky maximálního napětí v závislosti na zatížení  $F$ . Tato závislost není konstantní. Dle funkce PowerFit se jedná o následující mocninnou funkci (78) s koeficientem korelace 0,98.

$$h_{max} = 0,0331 \cdot F^{\frac{1}{3}} \quad (78)$$



Obr. 34: Závislost změny hloubky maximálního smykového napětí na zatížení

Tato analýza dokazuje, že se oblast maximálního smykového napětí s rostoucím zatížením mění. Pro zjištění únavové životnosti ložiska tedy nestačí analyzovat pouze jedno konkrétní místo (konkrétní prvek sítě). Nelze tedy využít submodelingu<sup>8</sup>, ale je potřeba provést analýzu celého ložiska (případně jeho symetrické části).

<sup>7</sup> Numerický výpočet proveden v programu Maple 2015.0, Waterloo Maple Inc.

<sup>8</sup> Submodeling – první MKP analýza se provede na globálním modelu s hrubou sítí. Na okrajové ploše  $\Gamma$ , která ohraničuje námi analyzovanou oblast, se získají hodnoty deformace, které jsou vstupem do druhé analýzy. Tato analýza se provádí na lokálním modelu (submodelu), který má síť výrazně zjemněnou a podává tak přesnější informace o napětí.



### 7.3 OSTATNÍ VLIVY NA NAPĚTÍ V LOŽISKU

V programech MSC.Patran a MSC.Marc na firemním počítači ZKL Výzkum a Vývoj, a.s. byla provedena analýza vlivu nastavení okrajových podmínek na napětí v oblasti kontaktu oběžných drah ložiska. Jedná se např. o zjištění vlivu

- nesymetrického rozmístění soudečků
- uložení v poddajném náboji

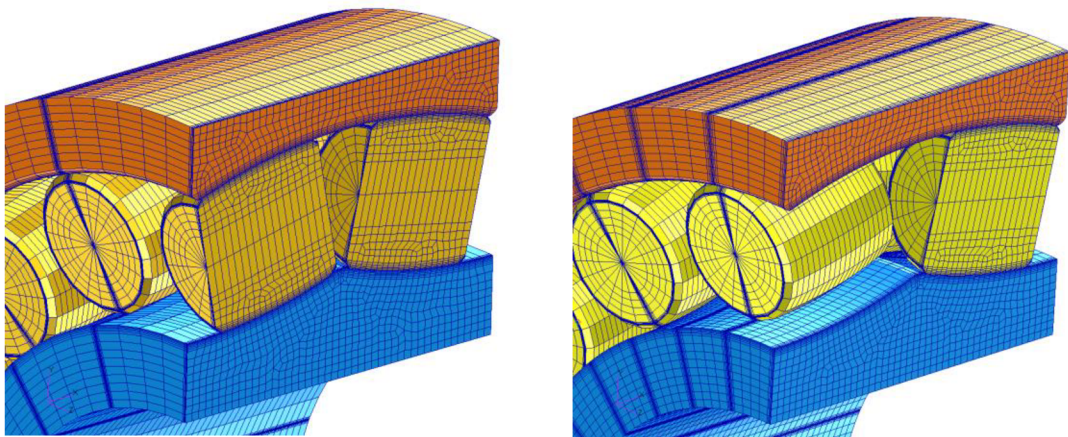
DN analýza ložisek popsána v následujících kapitolách využívá okrajových podmínek simulujících

- symetrické rozmístění soudečků
- uložení v absolutně tuhém náboji

#### 7.3.1 Nesymetrické rozmístění soudečků

Součástí dvouřadého soudečkového ložiska je klec EMH, která při rotaci vede soudečky ve stejné poloze vůči sobě. Díky kleci jsou řady soudečků nesymetricky rozmístěné. Tato podkapitola popisuje vliv symetrického rozmístění soudečků na napětí v oblasti kontaktů oběžných drah oproti nesymetrickému rozmístění dle klece EMH.

Byly provedeny dva výpočty deformace a napětí pro oba typy rozložení soudečků. Konečnoprvkové modely jsou porovnány na Obr. 35.

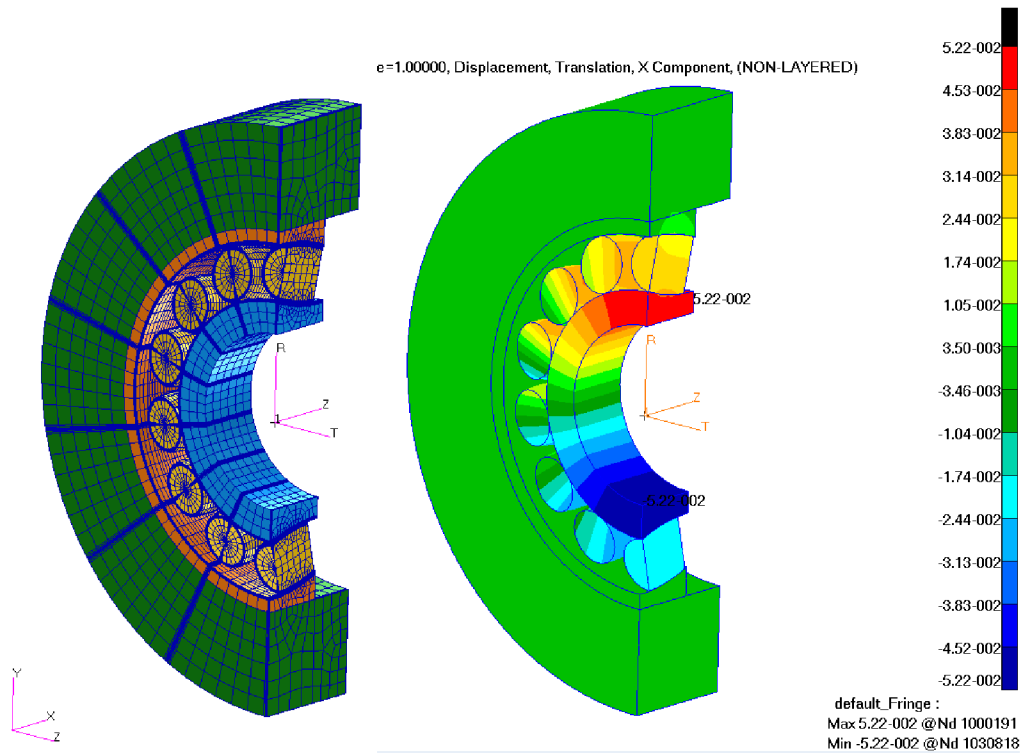


Obr. 35: Model diskretizace soudečkového ložiska s rozložením soudečků a) symetrickým; b) dle klece EMH

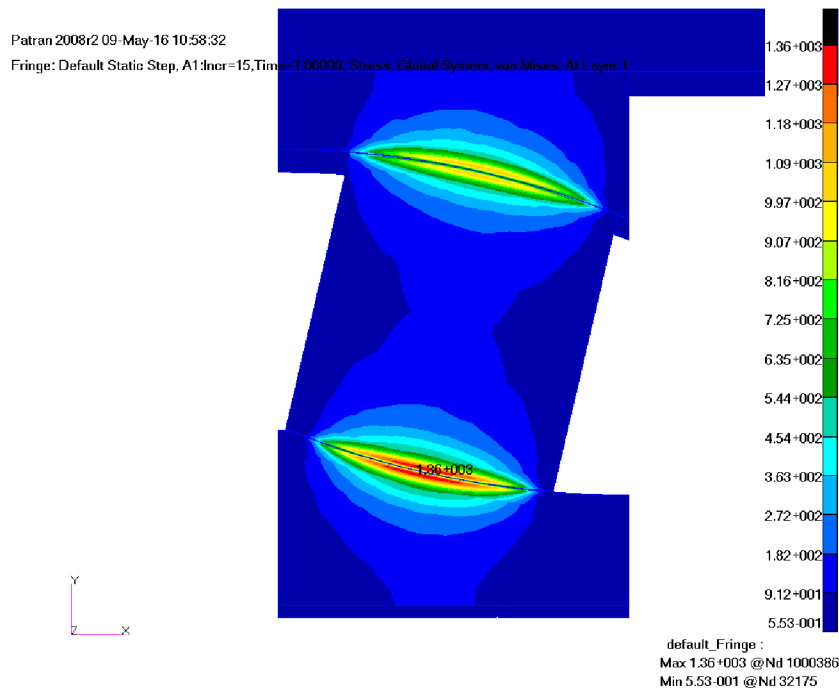
Protokol výzkumné zprávy ZKL, jehož ukázka je součástí přiloženého CD udává, že maximální ekvivalentní napětí HMF při nesymetrickém rozmístění soudečků je o 5% nižší, než při symetrickém rozmístění.

#### 7.3.2 Uložení v poddajném náboji

Dílčí model vazeb v DN analýze ložiska uvedený v kap. 7.6 na str. 56 je popsán okrajovými podmínkami, které simulují uložení ložiska v absolutně tuhém náboji. Protokol výzkumné zprávy ZKL (součástí přiloženého CD) popisuje analýzu soudečkového ložiska 22312 uloženého v náboji o tuhosti běžné oceli. Výsledkem této analýzy bylo zjištění poklesu maximálního redukovaného napětí HMF pro uložení v náboji o 0,7%. Závěrem zprávy je, že používané okrajové podmínky simulující absolutně tuhé uložení jsou korektní.



Obr. 36: a) Model diskretizace soudečkového ložiska s nábojem; b) deformační posuv v radiálním směru [mm]



Obr. 37: Redukované napětí HMH [MPa]

#### 7.4 CITLIVOSTNÍ ANALÝZA KONEČNOPRVKOVÉ SÍTĚ

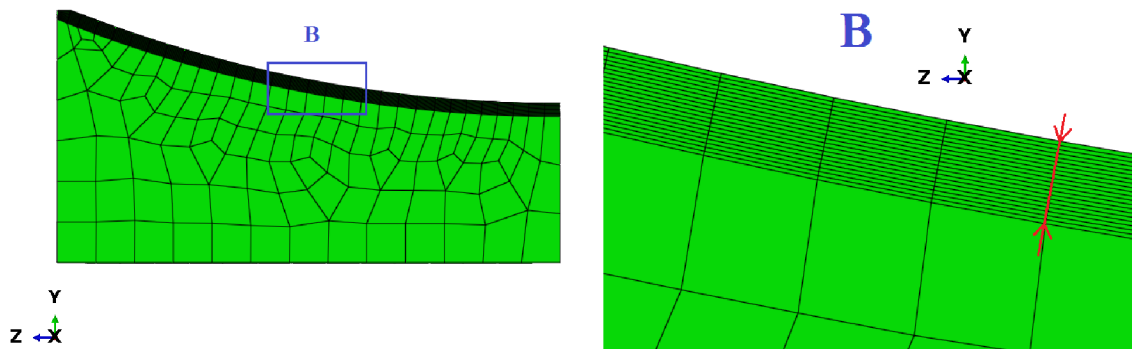
Pro určení délky kontaktní elipsy a kontaktního napětí byla citlivostní analýza sítě provedena už dříve v rámci výzkumných prací ZKL. Pro vyhodnocení životnosti ložiska je však potřeba znát adekvátní výsledky napjatosti i pod povrchem oběžných drah ložiska. Lze tedy vycházet z dříve provedených citlivostních analýz sítě, avšak je potřeba zjistit její správnou hustotu i do hloubky pod povrchem.

### Požadavky na síť konečných prvků

- 1) V kapitole 7.2 na str. 50 je dokázáno, že se hloubka maximálního smykového napětí se zatížením mění. Konečno-prvková síť musí být tedy schopna postihnout změnu této hloubky.
- 2) Síť musí být natolik jemná, aby podávala adekvátní výsledky napětí (ideálně s odchylkou do 1 % od verze s nejjemnější sítí).
- 3) Finální analýza musí být provedena na celém ložisku (příp. na jeho symetrické části). Očekává se tak velký počet prvků sítě. To má za následek dlouhou dobu výpočtu řešiče. Proto je další požadavek na síť takový, aby byla co nejhrubší, pokud splňuje požadavky 1 a 2.

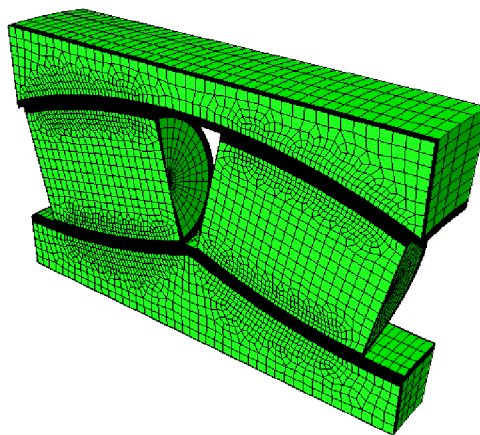
### Proměnné vstupní hodnoty citlivostní analýzy

- 1) První proměnná byla hustota sítě do hloubky pod povrchem (Obr. 38). Síť je v této oblasti zjemněna do hloubky 5 % průměru soudečku (2 mm pro ložisko 22312). Po této hloubce byl v následujícím pořadí nastaven počet elementů: 40, 20, 80, 30.
- 2) Pro popis změny hloubky maximálního smykového napětí bylo jako druhá proměnná voleno zatížení. Pro lepší konvergenci výpočtů bylo zatížení deformační. Bylo rozděleno na 10 intervalů (po 10 % maximálního zatížení).



Obr. 38: Oblast změny hustoty sítě při citlivostní analýze

Citlivostní analýza (CA) sítě byla provedena na submodelu (lokálním modelu) analyzovaného soudečkového ložiska (Obr. 39).

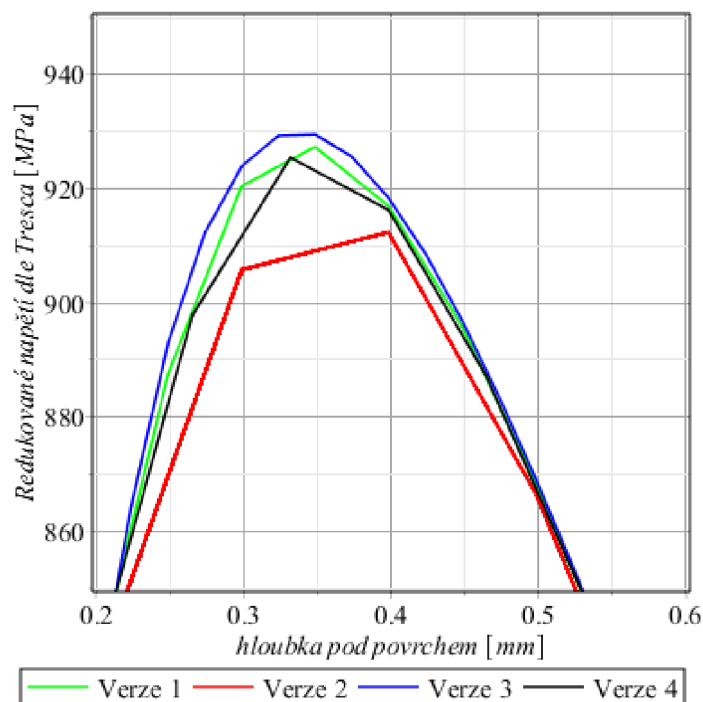


Obr. 39: Lokální FE model

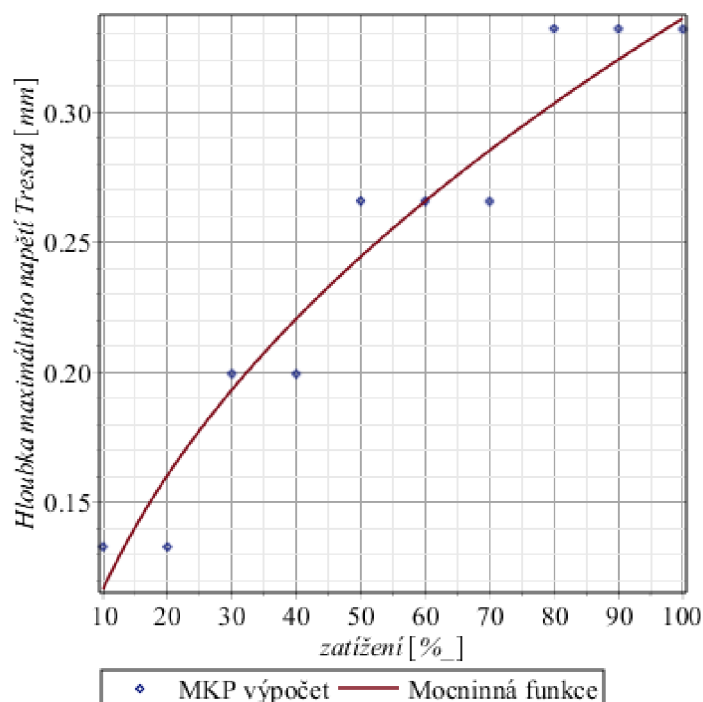
Tab. 3 porovnává výsledky CA. Jako konečnou verzi sítě jsem zvolil verzi 2, která vykazuje odchylku napětí od nejpřesnější sítě 1,5 %. Na Obr. 40 je pak zobrazen graf porovnávající výsledky průběhů napětí po hloubce každé z analýz pro maximální zatížení. Na Obr. 41 je graf dokazující, že volená verze sítě dokáže zaznamenat změnu hloubky maximálního redukovaného napětí dle podmínky  $\max_t$  při 20 % změně zatížení. Získané hodnoty jsou proloženy mocninnou funkcí (viz Obr. 34, str. 50).

Tab. 3: Citlivostní analýza sítě

Verze	Počet prvků	Velikost prvku [μm]	Max. napětí [MPa]	Odchylka od verze s nejjemnější sítí [%]
1	40	50	861,9	0,3
<b>2</b>	<b>20</b>	<b>100</b>	<b>851,3</b>	<b>1,5</b>
3	80	25	864,4	0
4	30	67	858,9	0,5



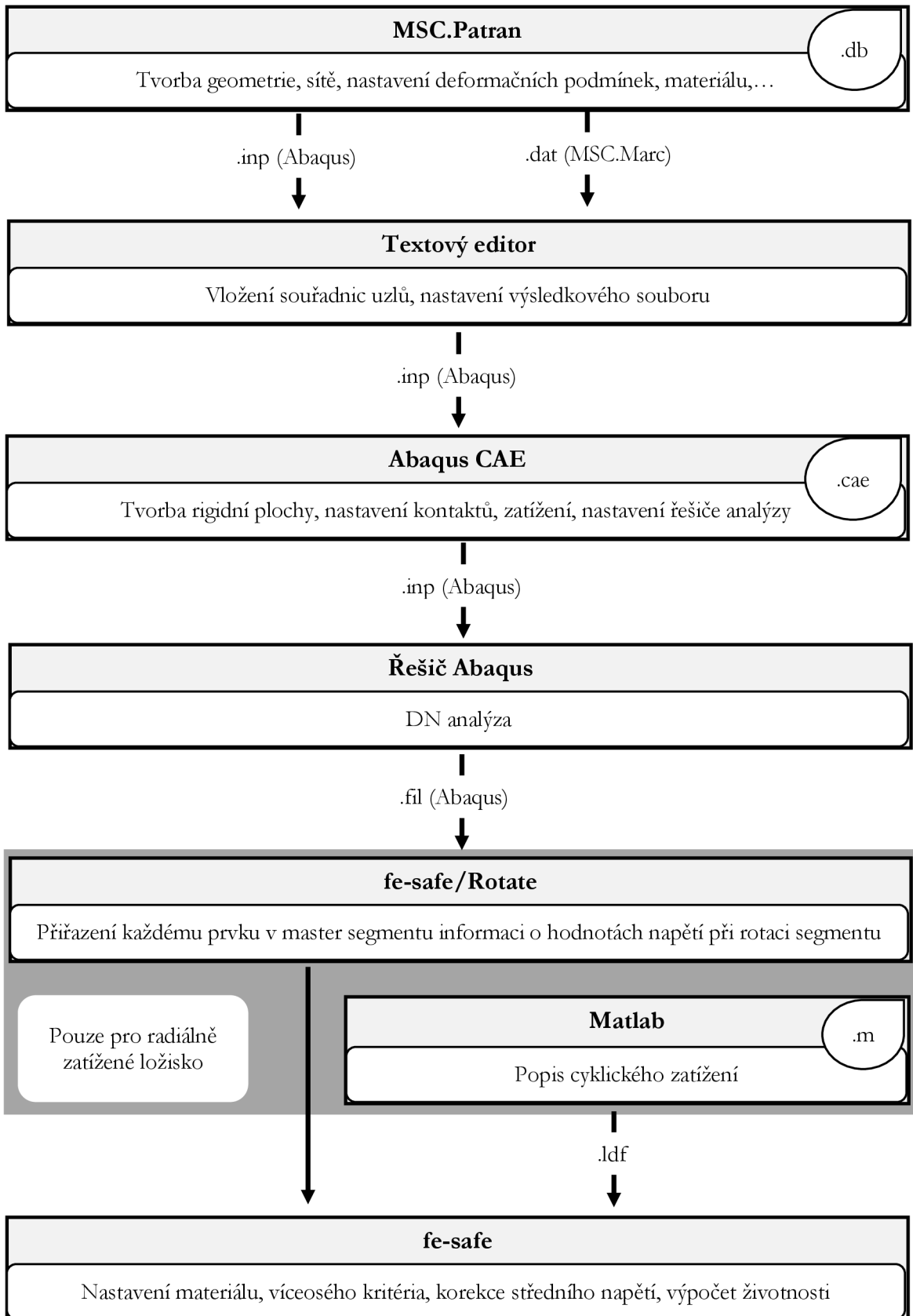
Obr. 40: Porovnání výsledků jednotlivých verzí hustoty sítě



Obr. 41: Zachycení změny hloubky konečné verze sítě

## 7.5 PROCES ANALÝZY

Následující vývojový diagram popisuje navržený proces analýzy. V následujících kapitolách je každá část procesu popsána podrobně.



## 7.6 VÝPOČTOVÝ MODEL

Analýza byla provedena na dvou typech valivého ložiska.

- **Axiální kuličkové ložisko 51102.** Výhoda této volby spočívá v jednoduché geometrii ložiska a jednoduchosti z hlediska výpočtu MKP. Axiální zatížení je u axiálního ložiska rotačně symetrické a lze tak využít rotační symetrie. Další výhodou je jednoduchý signál historie zatížení (všechny amplitudy jsou stejné) a není tak nutné využívat rozšíření fe-safe/Rotate uvedeného v procesu analýzy na předchozí straně.
- **Dvouřadé naklápací soudečkové ložisko 22312.** Výhodou této volby je, že ve společnosti ZKL jsou soudečková ložiska dominantním sortimentem, dále pak provedené experimentální zkoušky k ložisku 22312 a možnost ověření výsledků.

### 7.6.1 Axiální kuličkové ložisko

#### Dílčí výpočtový model geometrie kuličkového ložiska

Reálná geometrie kuličkového ložiska je na Obr. 4 na str. 16. V rámci výzkumných zpráv bylo zjištěno, které úpravy geometrie nemají na výpočtové výsledky podpovrchového napětí vliv. Tyto úpravy je tedy možné zanedbat, což má ve výsledku vliv na velikost sítě a urychlení výpočtu. V systému podstatných veličin (kap. 6, str. 45) je uvedeno, které úpravy geometrie nebyly do DN analýzy zahrnuty. Díky rotační symetrii ložiska a rovnoměrnému rozložení zatížení na všechny valivé tělíska ložiska je možné modelovat pouze jeden rotačně symetrický segment (Obr. 42) a jeho symetrii nastavit pomocí okrajových podmínek.

#### Dílčí výpočtový model zatížení kuličkového ložiska

Model zatížení byl proveden pomocí analytické tuhé (nedeformovatelné) plochy (viz kap. 5.2.2, str. 38), která nahrazuje tuhé těleso. Tato plocha byla spojena s referenčním bodem, do kterého byla vložena síla působící axiálním směrem. K určení životnosti tohoto ložiska nejsou k dispozici experimentální zkoušky. Hodnota tohoto silového zatížení byla volena tak, aby se počet cyklů pohyboval v oblasti vysokocyklové únavy. Je popsána v následující tabulce.

Tab. 4: Volené zatížení

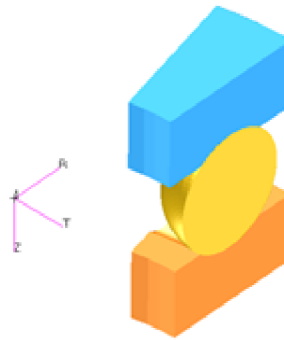
Radiální zatížení	$F_r$	0	[N]
Axiální zatížení	$F_a$	2 950	[N]
Ekvivalentní zatížení	P	2 950	[N]
Zkušební poměr C/P	C/P	4	[-]
Zkušební frekvence otáček	$n_z$	2 150	$\text{min}^{-1}$

Axiální síla je zlomek axiálního zatížení, konkrétně

$$F_a = \frac{P}{2 \cdot 12} = \frac{2\,950}{2 \cdot 12} \doteq 123 \text{ [N]} \quad (79)$$

Čísla 2 a 12 v děliteli vyplývají z rotační symetrie. Axiální kuličkové ložisko má 12 kuliček a model je půsegment jedné kuličky (viz Obr. 42).





Obr. 42: Rotačně symetrický půlsegment axiálního kuličkového ložiska. Axiální osa je osa Z.

### Dílčí výpočtový model vazeb kuličkového ložiska

Model vazeb analyzovaného ložiska je dvojího druhu a to externí a interní.

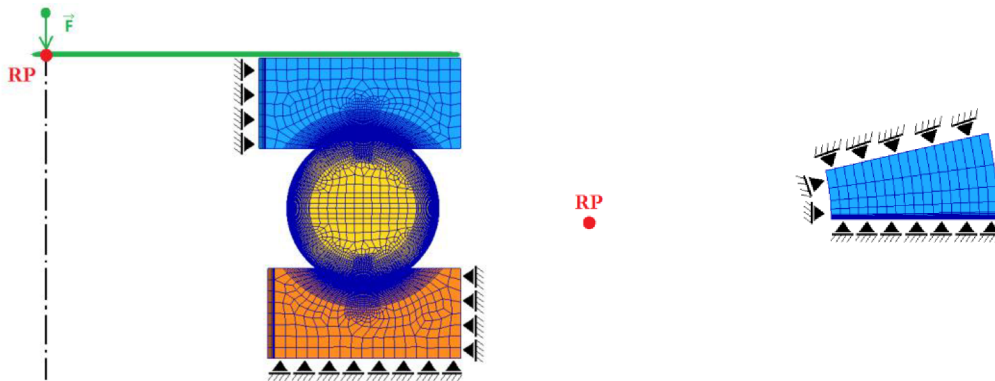
#### Externí model vazeb:

Nejvíce konzervativní způsob je absolutně tuhé uložení ložiska. Tzn. tělesa, mezi kterými je ložisko umístěno, se nedeformují. Model takového uložení lze vytvořit pomocí deformačních podmínek. Konkrétně zamezení posuvů ve směru normály k dané ploše. Okrajové plochy segmentu ložiska určují jeho rotační symetrii. Proto uzlům na těchto plochách byl zamezen tangenciální posuv, čímž je rotační symetrie zaručena. Okrajové podmínky kuličkového ložiska jsou na Obr. 43.

Pozn.: Celá metodika je navržena tak, že průchozí kroužek je pevně uchycen v prostoru a hřídelový kroužek s hřídelí rotuje.

#### Interní model vazeb:

Vazbami ve vnitřní geometrii ložiska jsou kontakty. Ke kontaktu dochází mezi hřídelovým kroužkem a valivými elementy, dále pak mezi valivými elementy a průchozím kroužkem. V programu Abaqus lze nastavit tzv. „general contact“, což je funkce, která umí sama hledat kontaktní páry a ty se tak nemusí nastavovat ručně. Mezi tuhou plochou, kterou je ložisko zatíženo a vnitřním kroužkem je nastaven kontaktní pár typu „node-to-surface“, kdy „master“ prvkem je tuhá plocha a „slave“ prvkem je povrch hřídelového kroužku.



Obr. 43: Okrajové podmínky kuličkového ložiska; vlevo nárys; vpravo půdorys

## 7.6.2 Soudečkové ložisko

### Dílčí výpočtový model geometrie soudečkového ložiska

Reálná geometrie soudečkového ložiska je na Obr. 5 na str. 17. Obdobně jako u kuličkového ložiska byly některé prvky geometrie zanedbány. Jsou popsány v systému podstatných veličin v kap. 6, str. 45. Díky dvěma rovinám symetrie byla modelována pouze čtvrtina ložiska.

### Dílčí výpočtový model zatížení soudečkového ložiska

Model zatížení byl proveden pomocí analytické tuhé (nedeformovatelné) plochy, která nahrazuje tuhý čep hřídele. Tato plocha byla spojena s referenčním bodem, do kterého byla vložena síla působící radiálním směrem. Hodnota tohoto silového zatížení byla volena dle zatížení použitého při experimentální zkoušce. Je popsáno v následující tabulce.

Tab. 5: Zkušební zatížení

Radiální zatížení	$F_r$	60 000	[N]
Axiální zatížení	$F_a$	0	[N]
Ekvivalentní zatížení	P	60 000	[N]
Zkušební poměr C/P	C/P	5,06667	[-]
Zkušební frekvence otáček	$n_z$	2 150	$\text{min}^{-1}$

Kvůli urychlení konvergence bylo zatížení rozděleno na dva kroky. V prvním bylo nastaveno do referenčního bodu deformační zatížení velmi malým posuvem. Tento krok umožní snazší rozpoznání kontaktních ploch. V druhém kroku už byla do referenčního bodu vložena síla.

### Dílčí výpočtový model vazeb

Model vazeb analyzovaného ložiska je dvojího druhu a to externí a interní.

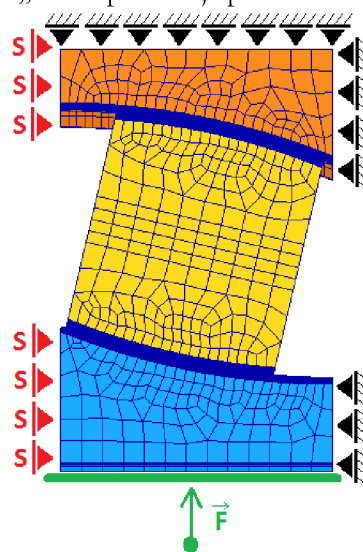
#### Externí model vazeb:

Nejvíce konzervativní způsob je absolutně tuhé uložení ložiska. Tzn. tělesa, mezi kterými je ložisko umístěno, se nedeformují. Model takového uložení lze vytvořit pomocí deformačních podmínek. Konkrétně zamezení posuvů ve směru normály k dané ploše. Dále bylo využito dvou rovin symetrie ložiska a byla tak modelována pouze jeho čtvrtina. Proto byla na uzly v oblasti roviny symetrie nastavena symetrická deformační podmínka. Okrajové podmínky jsou na Obr. 44.

Pozn.: Celá metodika je navržena tak, že vnější kroužek je pevně uchycen v prostoru a vnitřní kroužek s hřídelí rotuje.

#### Interní model vazeb:

Vazbami ve vnitřní geometrii ložiska jsou kontakty. Ke kontaktu dochází mezi vnitřním kroužkem a valivými elementy, dále pak mezi valivými elementy a vnějším kroužkem. Mezi tuhou plochou, kterou je ložisko zatíženo a vnitřním kroužkem je nastaven kontaktní pár typu „node-to-surface“, kdy „master“ prvkem je tuhá plocha a „slave“ prvkem je povrch vnitřního kroužku.



Obr. 44: Okrajové podmínky soudečkového ložiska



### 7.6.3 Společný výpočtový model obou typů ložisek

Pro oba typy valivých ložisek byl modelován stejný materiál.

#### Dílicí výpočtový model materiálu

Valivá ložiska jsou vyrobena z ložiskové legované oceli dle následujících značení:

Tab. 6: Označení materiálu ložiskové oceli

Norma	Označení
ČSN	14 209
EN ISO	100CrMnSi6-4
DIN	100CrMn6
OST	Šch15SG
AISI	SAE 52100

Modul fe-safe má databázovou knihovnu materiálů podle AISI normy. Proto pro výpočet byly použity tyto informace o materiálu oceli. Popsány jsou v Tab. 7.

Tab. 7: Informace o materiálu SAE 52100

Veličina	Označení	Hodnota	Jednotka
Modul pružnosti v tahu	E	206 700	[MPa]
Poissonovo číslo	$\mu$	0,33	[-]
Součinitel únavové pevnosti	$\sigma'_f$	2 642	[MPa]
Součinitel únavové tažnosti	$e'_f$	0,161	[-]
Exponent únavové pevnosti dle Basquina	b	-0,094	[-]
Exponent únavové pevnosti dle Manson-Coffina	c	-0,583	[-]
Modul cyklického zpevnění	$K'$	3 403	[MPa]
Exponent cyklického zpevnění	$n'$	0,152	[-]
Mez pevnosti v tahu (UTS)	$\sigma_{pt}$	2 012	[MPa]
Mez únavy	$\sigma_c$	675,5	[MPa]

## 7.7 DEFORMAČNĚ NAPĚŤOVÁ ANALÝZA

DN analýza ložisek se dříve prováděla na základě Hertzových vztahů (viz kap. 7.1.1). V dnešní době se využívá programů pracujících na základě metody konečných prvků (MKP). O MKP se více dočtete v kapitole 5. Tato kapitola popisuje první část navrženého procesu k určení životnosti valivého ložiska

(o procesu analýzy více v kapitole 7.5 na str. 55). Deformačně napěťová analýza je podrobně popsána pouze pro soudečkové ložisko. Veškeré nastavení pro axiální kuličkové ložisko bylo obdobné.

### 7.7.1 Použitý software pro DN analýzu

DN analýzu kuličkového ložiska popisuje např. diplomová práce Ing. Jiřího Prášila [17] a k ní navazující diplomové práce Ing. Hany Rašovské [18] a Ing. Václava Šperky [19]. Cílem DN analýz v těchto DP bylo zjistit délky kontaktních napětí a velikost kontaktního napětí v oblasti oběžných drah. K analýze využívali softwaru MSC.Patran (pre a postprocesor) a MSC.Marc (řešič). Stejně tak se těchto softwarů využívá v ZKL Výzkum a Vývoj, a.s.. K celému preprocesingu slouží makra. Výpočtáři tedy stačí zadat vstupní údaje o geometrii a zatížení konkrétního ložiska a automaticky pak získá vstupní soubor do řešiče, obsahující hotovou síť s nastavenými okrajovými podmínkami, kontakty apod.

V kapitole 5.3.2 na str. 44 je uvedeno, že software fe-safe/Rotate, pomocí kterého byla analyzována životnost ložiska, je kompatibilní pouze se softwary ANSYS (.rst) a Abaqus (.fil). Řešič MSC.Marc s výstupním souborem „t16“ kompatibilní není. Z tohoto důvodu bylo nutné použít jiný řešič, než se používá v ZKL Výzkum a Vývoj, a.s.. Ve zmiňované kapitole o fe-safe je také uvedeno, že program je nyní produktem 3DS<sup>9</sup>, jejichž produktem je i Abaqus. Z důvodu případného zakoupení nového výpočetního softwaru firmou ZKL Výzkum a Vývoj, a.s. připadá nejvíce v úvahu využití řešiče Abaqus.

Zmiňovaných maker k preprocesingu v MSC.Patran lze alespoň částečně (s úpravami) využít. Některé nastavení je však nutno zadat až v preprocesoru Abaqus CAE. K preprocesingu DN analýzy je tedy ve shrnutí využito následujících softwarů:

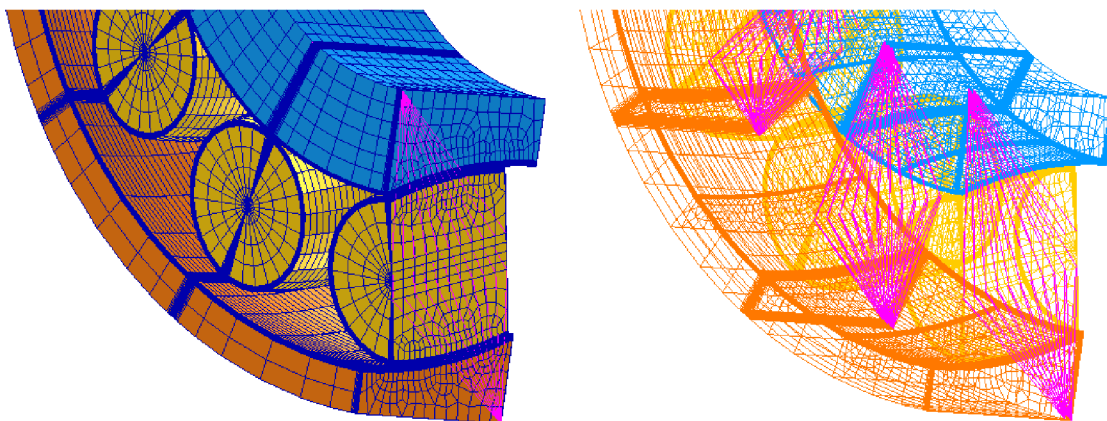
- MSC.Patran
- Abaqus CAE

### 7.7.2 Tvorba konečnoprvkové sítě a okrajových podmínek

Na základě dříve vypracovaných maker pro tvorbu sítě bylo v Patranu vytvořeno makro nové. Jeho ukázka je součástí přiloženého CD.

1. Volba řešiče - Abaqus
2. Na základě vstupních údajů o geometrii se vytvoří body, křivky, plochy a to zvláště pro vnitřní kroužek, soudeček a vnější kroužek.
3. Na hranách ploch se předepíše diskretizace uzlů.
4. Na plochách se dle předepsané diskretizace vytvoří mapovaná 2D síť.
5. 2D síť se pomocí funkcí „sweep/arc“ vysune do prostoru.
6. Jednotlivé segmenty vnitřního kroužku, soudečku a vnějšího kroužku se zkopírují okolo axiální osy a vytvoří se tak model čtvrtiny ložiska.
7. Přiřazení materiálových parametrů ( $E$ ,  $\mu$ ) konečným prvkům sítě.
8. Tvorba „springů“ (Obr. 45). Jedná se o dvouuzlové prvky, které spojují některé uzly soudečku s uzly kroužků. Tyto prvky mají předepsanou velmi nízkou tuhost. Jejich smyslem je uchycení soudečků v prostoru tak, aby byly staticky určité a nedocházelo případně k jejich prokluzu či nechtěné rotaci. Springy ve výsledku výrazně zlepšují a urychlují konvergenci výpočtu.

<sup>9</sup> 3DS – Dassault Systèmes, Simulia



Obr. 45: Springy (růžová) pro zlepšení konvergence výpočtu

9. Nastavení deformačních okrajových podmínek. Dle Obr. 44 na str. 58 se předepíší uzlům deformační podmínky.
10. Spuštění vygenerování vstupního souboru pro řešič Abaqus.

Při takto vygenerovaném souboru řešič Abaqus DN analýzu spočítal, ale na kontaktních plochách vznikaly velké gradienty napětí. Bylo zjištěno, že tento problém je způsoben hodnotou „significant digits“, která se nastavuje v Patranu. Jedná se o počet platných číslic, které mohou souřadnice uzlů obsahovat. Hodnota significant digits je nastavena na 6. Uzly se souřadnicemi v řádech stovek milimetrů tak měli už pouze 3 volná místa za desetinou čárkou. To způsobovalo jejich nerovnoměrné rozmístění a kontaktní plochy nebyly hladké. To se projevilo na skokových změnách napětí na povrchu.

Počet platných čísel je dán programovací syntaxí Patranu, která funguje na 32 bit. Maximální hodnota platných čísel tedy může být 8, což už je dostatečná přesnost pro zachycení hladkosti povrchu, ale lze nastavit pouze pro řešič MSC.Marc, nikoliv Abaqus. Syntaxe zápisu souřadnic uzlů pro Marc a Abaqus je stejná. Tento dílčí problém byl tedy vyřešen tím, že makro proběhlo znovu s nastavením řešiče Marc (pouze po bod 6, kde jsou vygenerovány všechny uzly). Následně byly pomocí textového editoru překopírovány uzly a jejich souřadnice ze vstupního „.dat“ souboru pro Marc do „.inp“ souboru pro Abaqus.

Následující tabulka (Tab. 8) udává počet uzlů a prvků v modelu soudečkového ložiska. Sít' konečných prvků je zobrazena na Obr. 46.

Tab. 8: Souhrn počtu uzlů a prvků

	popis	počet
NODE	uzel	534 787
C3D8	osmiuzlový prostorový lineární prvek	496 748
C3D6	šestiuzlový prostorový lineární prvek	4 480
ELEMENT	celkový počet prvků	501 228

### 7.7.3 Nastavení zatížení

Následující nastavení bylo provedeno v prostředí programu Abaqus CAE. Jak bylo uvedeno v dílčím modelu zatížení (kap. 7.5, str. 55), ložisko je zatíženo pomocí rigidní plochy, která simuluje zatížení od čepu hřídele. Byl tedy vymodelován „part“ s analytickou rigidní plochou a referenčním bodem. Referenčnímu bodu bylo zamezeno rotacím a posuvům ve dvou směrech (X a Z). Ve třetím směru (Y) bylo nastaveno zatížení. To se z důvodu zlepšení konvergence úlohy skládalo ze dvou částí, tedy dvou stepů (o stepu úlohy se dočtete v kapitole 5.2.1 Základní přístupy k řešení nelineární úlohy na str. 37).

- 1) **Zatížení deformační.** Kontaktní úlohy s deformačním zatížením vždy konvergují lépe, než se silovým. Proto byl do referenčního bodu nastaven ve směru Y velmi malý posuv (0,3 μm). Počáteční iterační krok prvního stepu byl nastaven na 18 %.
- 2) **Zatížení silové.** V druhém stepu byl smazán deformační posuv a do referenčního bodu byla nastavena síla

$$F = \frac{P}{4} = \frac{60\,000}{4} = 15\,000 \text{ [N]} \quad (80)$$

P - ekvivalentní zatížení při experimentální zkoušce [N]

F - silové zatížení [N]

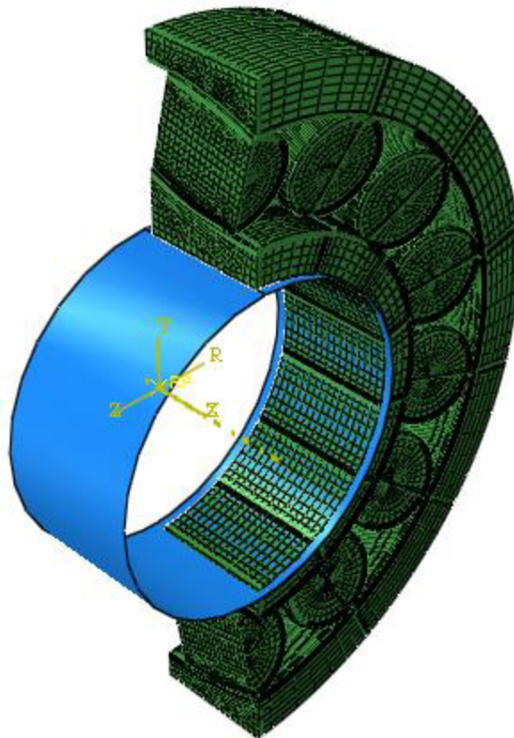
Síla je 4x menší z důvodu čtvrtinového modelu ložiska. Počáteční iterační krok druhého stepu byl nastaven na 0,01 %.

#### 7.7.4 Nastavení kontaktů

Všechny pojmy a nastavení kontaktů použité v této podkapitole jsou podrobně popsány v kapitole 5.2.2 Kontaktní úlohy, str. 38.

V úloze byly nastaveny dva typy kontaktů. Jeden typ mezi rigidní plochu a díru ložiska a druhý pro kontakt mezi jednotlivými tělesy ložiska.

- 1) Kontakt **rigidní plocha – vnitřní kroužek.** Zde byl nastaven kontakt typu „nodes-to-surface“, což je pro analytické plochy ideální nastavení. Master prvkem je rigidní plocha (surface) a slave prvkem jsou uzly na díře ložiska (nodes). Dále byla z důvodu zlepšení konvergence nastavena změna polohy uzlů tak, aby nepronikaly kvůli nepřesnostem do rigidní plochy. Také bylo za účelem lepší konvergence nastaveno vymezení vůle v tomto kontaktu. Tato nastavení lze použít, pokud analyzujeme jinou oblast v ložisku.
- 2) Kontakty **vnitřní kroužek – valivá tělesa – vnější kroužek.** Zde byl nastaven „general contact“. Program si sám vyhledá kontaktní páry a předepíše jim symetrický „surface-to-surface“ kontakt. Chování kontaktu v normálovém směru bylo nastaveno na Augmented Lagrange. Pro chování v tečném směru bylo nastaveno tření s hodnotou třecího koeficientu běžně udávaného pro oběžné dráhy ložisek **0,05**.



Obr. 46: Diskretizovaný model čtvrtiny ložiska a rigidní plocha

### 7.7.5 Ostatní nastavení

V rámci spolupráce se společností Idiada<sup>10</sup> bylo zjištěno, že program fe-safe/Rotate (2016) obsahuje bug<sup>11</sup>, kvůli kterému nefungovalo načítání sítě o velkém počtu prvků při využití symetrie. Zjistilo se, že bug lze obejít tím, že osou ložiska je osa Z. Proto bylo nutné ložisko otočit do této polohy a dle této rotace natočit i okrajové podmínky.

Do programu fe-safe/Rotate lze z Abaqusu načíst pouze soubor formátu „.fil“. Nastavení tohoto výsledkového souboru nelze provést v grafickém prostředí Abaqus CAE. Proto bylo nutné do „.inp“ souboru vložit na konec souboru následující příkazy:

```
*NODE FILE
U,
*EL FILE
S,
COORD,
*END STEP
```

### 7.7.6 Výsledky deformačně napěťové analýzy

Jednalo se o kontaktní úlohu. Proto je v této podkapitole zobrazeno (po deformaci) vznikající kontaktní napětí. Dále pak redukované napětí dle podmínky Tresca. Všechny výsledky jsou zobrazeny až pro výsledný (poslední) iterační krok úlohy.

#### Informace o výpočtu

Informace o výpočtu kuličkového i soudečkového ložiska shrnuje Tab. 9. Výpočet kuličkového ložiska obsahoval pouze jeden krok (nebylo aplikováno deformační zatížení).

Tab. 9: Informace o výpočtu

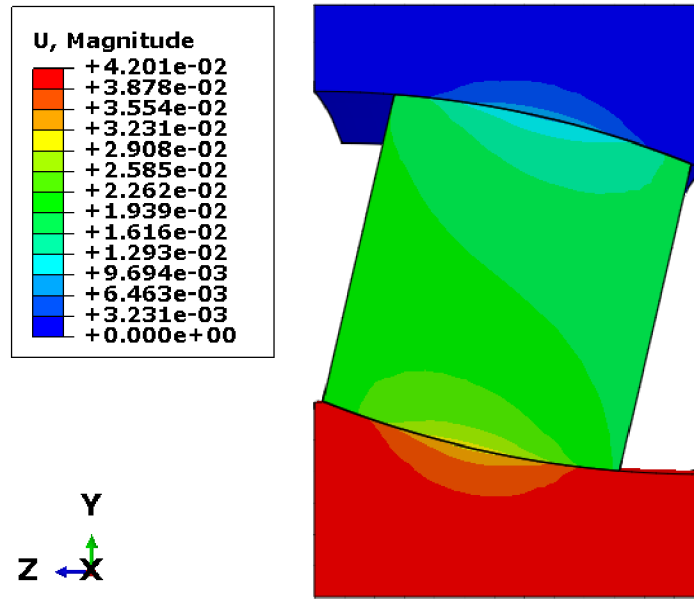
		Kuličkové ložisko	Soudečkové ložisko	Jednotka
První krok (deformační zatížení)	Počet inkrementů	-	4	[-]
	Doba výpočtu	-	950	[s]
Druhý krok (silové zatížení)	Počet inkrementů	17	23	[-]
	Doba výpočtu	6 256	32 712	[s]
Celková doba výpočtu		6 256	33 662	[s]
Počet využitých procesorů		4	8	[-]
Maximální využití kapacity RAM		8	17,2	[GB]
Objem dat výsledkového souboru .odb		0,5	3,0	[GB]
Objem dat výsledkového souboru .fil		4,9	25,0	[GB]

#### Deformace

Jak dokazuje Obr. 47, radiální síla o velikosti 60 000 [N] posune vnitřní kroužek soudečkového ložiska o 42 [μm].

<sup>10</sup> Idiada, Mladá Boleslav, distributor softwaru 3DS Simulia pro ČR

<sup>11</sup> Bug = Chyba v programu



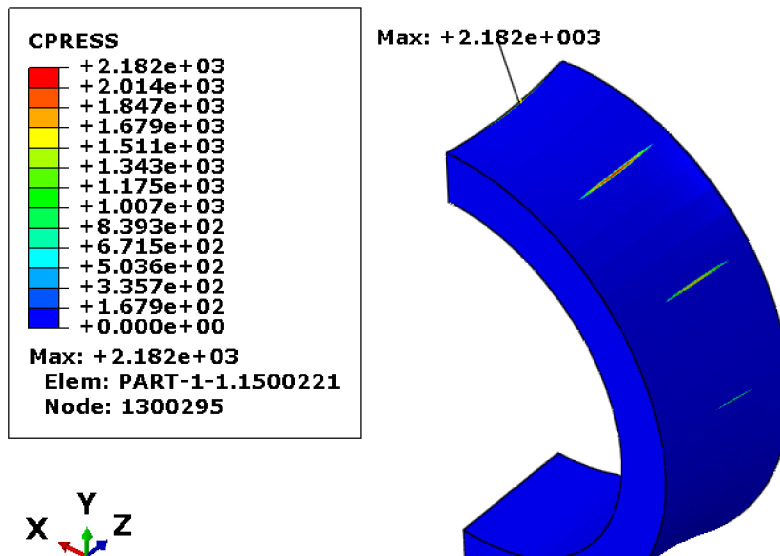
Obr. 47: Deformace ložiska vlivem radiálního zatížení; posuv v [mm]

### Kontaktní penetrace

V rámci volené metody kontaktní úlohy vznikají v oblasti kontaktu průniky ploch, tzv. penetrace (více v kap. 5.2.2 na str. 38). Její velikost by měla být co nejmenší (řádově nižší než jiné posuvy v úloze). Její maximální velikost je  $1,9 \cdot 10^{-7}$  [mm].

### Kontaktní napětí

Dle Obr. 48 vzniká v ložisku maximální kontaktní napětí 2 182 [MPa]. Obrázek dále poukazuje, jak se zmenšuje kontaktní plocha po oběžné dráze.

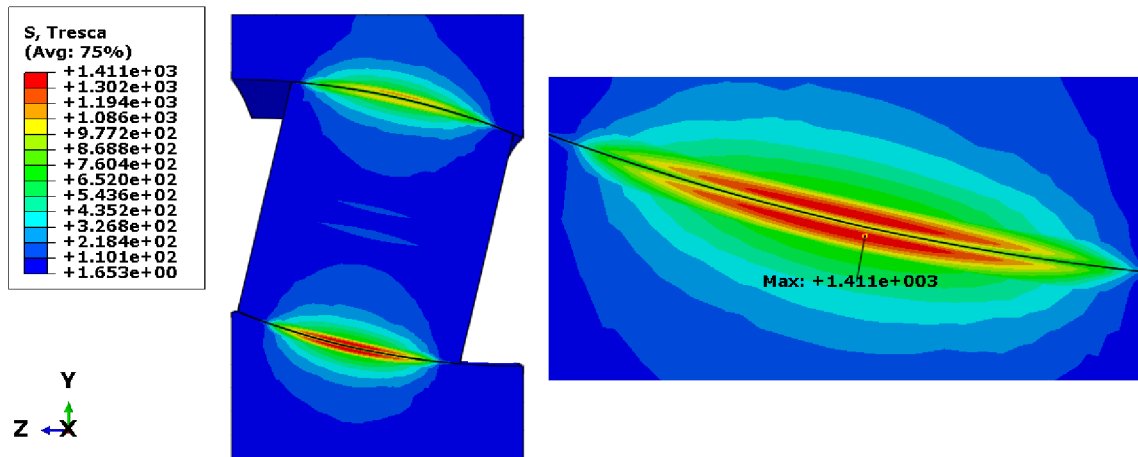


Obr. 48: Kontaktní napětí po vnitřním kroužku; napětí v [MPa]

### Redukované napětí

Redukované napětí je zvoleno podle podmínky Tresca ( $\max \tau$ ). Obr. 49 dokazuje, že největší redukované napětí vzniká na vnitřním kroužku kousek pod povrchem oběžné dráhy. Největší redukované napětí dosahuje hodnoty 1 411 MPa.

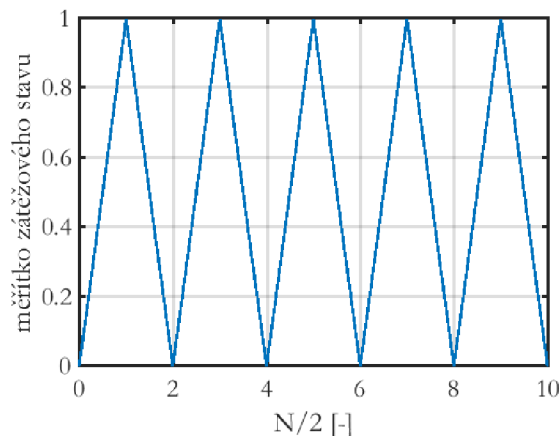




Obr. 49: Redukované napětí v [MPa] dle podmínky Tresca

## 7.8 SIMULACE CYKlickÉHO ZATÍŽENÍ AXIÁLNÍHO KULIČKOVÉHO LOŽISKA

Axiální zatížení kuličkového ložiska je rovnoměrné. Napětí po jednotlivých segmentech je rotačně symetrické. Tzn., že amplitudy napětí jsou při každém kontaktu kuličky s kroužkem stejné. Historie zatěžování lze popsat jednoduchým signálem pomocí měřítka, kde 0 je odlehčení a 1 je maximální zatížení. Vstupující signál pěti cyklů je zobrazen na Obr. 50. Při výpočtu životnosti lze souběžně vygenerovat signál historie vznikajícího napětí v libovolné podobě (např. Von Mises) pro libovolný prvek (Obr. 55, str. 71).



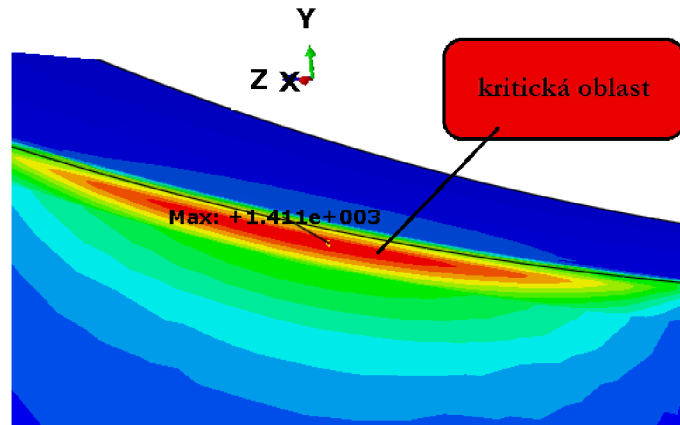
Obr. 50: Ukázka zatěžovacího cyklu axiálního kuličkového ložiska

Tím je popsáno cyklické zatížení axiálního kuličkového ložiska, které vstupuje do fe-safe.

## 7.9 SIMULACE CYKlickÉHO ZATÍŽENÍ SOUDEČKOVÉHO LOŽISKA

Při radiálním zatížení ložiska jsou valivé elementy zatíženy nerovnoměrně, ale se sinusovým poklesem (od působení síly). To simuluje např. Obr. 19 na str. 33 a dokazuje Obr. 48 na str. 64. Z těchto důvodů je jedno konkrétní místo na vnitřním kroužku při jeho rotaci zatíženo pokaždé různou amplitudou a je nutné takový signál popsat.

Ze zkušeností, experimentálních zkoušek i z výsledků DN analýzy platí, že k prvotním iniciacím trhlin vlivem kontaktní únavy dochází u soudečkového ložiska v podpovrchové vrstvě oběžné dráhy **vnitřního kroužku**. Dle předchozích analýz této DP nelze určit přesné místo (konkrétní prvek sítě), ve kterém se bude trhlina iniciovat, z jedné DN analýzy pro jedno zatížení. Důvod je ten, že největší vliv na iniciaci má nikoliv horní napětí  $\sigma_h$ , ale amplituda napětí  $\sigma_a$ . S jistotou lze tedy říci pouze to, že k iniciaci trhliny dojde v určité, nazvěme **kritické, oblasti** (nikoliv v konkrétním místě, Obr. 51) pod povrchem oběžné dráhy vnitřního kroužku.

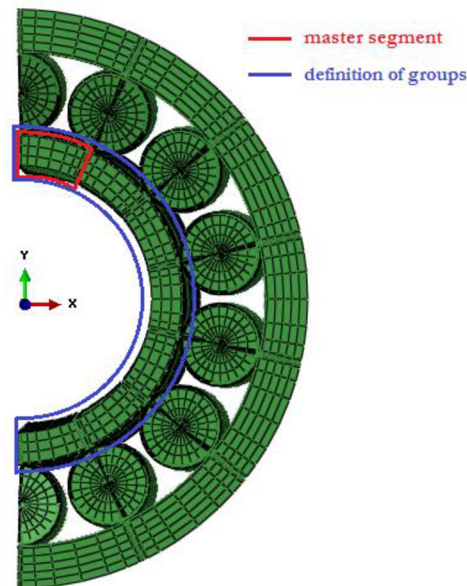


Obr. 51: Kritická oblast na vnitřním kroužku; hodnota MAX je redukované napětí dle Tresca v [MPa]

### 7.9.1 Využití programu fe-safe/Rotate

Pro stanovení životnosti je tedy potřeba předepsat cyklické zatížení pro **každý prvek** v této oblasti. Tento proces by byl velmi zdlouhavý (až nepoužitelný). Zde do procesu návrhu metodiky nastupuje modul Fe-safe/Rotate (kap. 5.3.2, str. 44). Nejdříve se do něj nahraje výsledkový soubor (.fil) z DN analýzy. Dále se přiřadí následující atributy (Obr. 52):

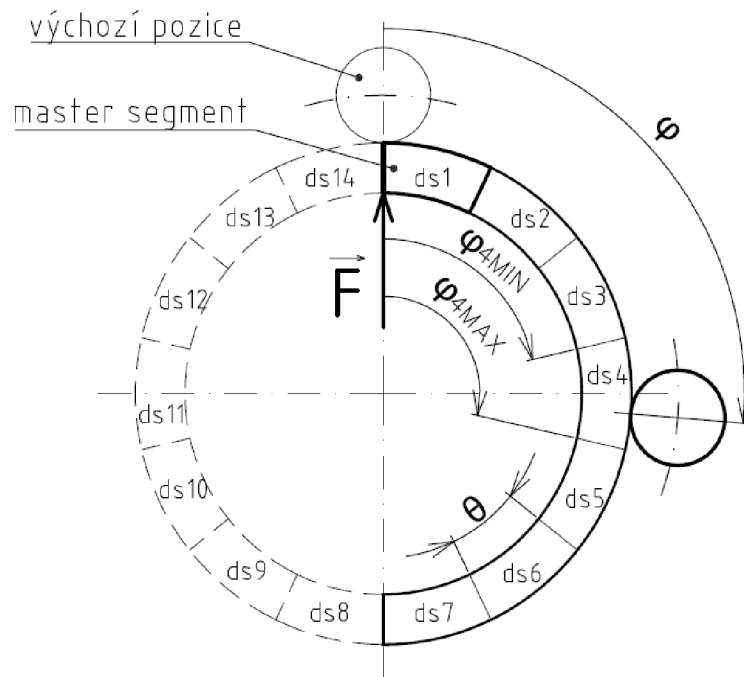
- Master segment – segment vnitřního kroužku. Kritickou oblast jsem tedy zvětšil na celý segment vnitřního kroužku.
- Definice grup – celý vnitřní kroužek
- Volba osy rotační symetrie – osa **Z**
- Počet rotačně symetrických segmentů – 14
- Rovina symetrie – **YZ**



Obr. 52: Volba master segmentu a definice grup

Fe-safe/Rotate nyní přiřadí všem prvkům v master segmentu vnitřního kroužku informaci o napětí v ostatních rotačně symetrických segmentech (viz uvedená kapitola). Tyto soubory hodnot napětí (fe-safe využívá pojem **dataset**, Obr. 53) jsou označeny **ds1 – ds14**. Nyní tedy víme, jaká hodnota napětí vzniká v každém prvku zmiňované kritické oblasti, pokud se kroužek pootočí a dojde ke styku se soudečkem pod jiným úhlem  $\varphi$ .





Obr. 53: Datasets (soubory napětí) ložiska

Tab. 10: Úhlové rozmezí jednotlivých datasetů

dataset ds i	$\varphi_{iMIN}$ [°]	$\varphi_{iMAX}$ [°]
1	0	25,7
2	25,7	51,4
3	51,4	77,1
4	77,1	102,8
5	102,8	128,5
⋮	⋮	⋮
14	334,3	360

Nutno podotknout, že tento dataset **ds** platí pouze pro takové úhly  $\varphi_{iMIN}$ , resp.  $\varphi_{iMAX}$ , jaké jsou mezi jednotlivě rozmístěnými soudečky. Ke styku kritické oblasti vnitřního kroužku se soudečkem dojde za rotace ve většině případů při jiných úhlech  $\varphi$ , lze je však přirovnat k těm  $\varphi_{4MIN(MAX)}$ , ke kterým máme zjištěné hodnoty **ds**. Jedná se o určité omezení této metodiky a může vnášet do výpočtu životnosti chybu, obzvláště pokud se valivé ložisko skládá z malého počtu valivých elementů.

Cyklické zatížení lze nyní popsat posloupností jednotlivých datasetů **ds**. Do fe-safe se zadává importem textového souboru (.ldf). Obsahem souboru by měla být volitelná proměnná **dt** (doba popsaného cyklického zatížení) a následně hodnoty **ds1 – ds14** tvořící cyklické zatížení. Pokud byla zadána hodnota **dt**, fe-safe ve výsledku podá životnost v časové oblasti.

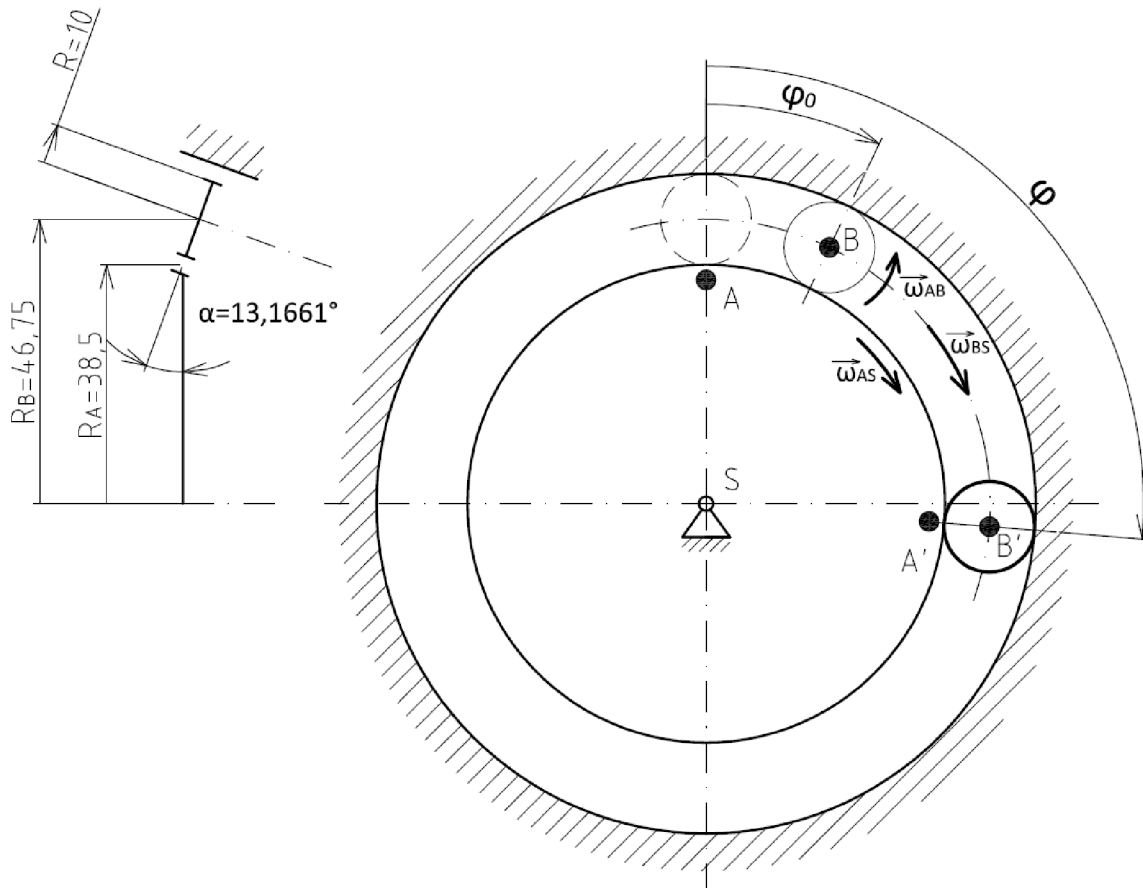
Obr. 53 napovídá, že hodnoty napětí v napět'ovém souboru **ds1** budou největší a s rostoucím číslem **ds** budou klesat až po **ds7**, kde je vnitřní kroužek odlehčen a napětí je zde nulové. Dále pak, že díky symetrii ložiska jsou některé napět'ové soubory **ds** symetrické (**ds1**  $\approx$  **ds14**, **ds2**  $\approx$  **ds13** atd.).

Při vytváření cyklického zatížení je nutné zaznamenat odlehčení kritické oblasti vnitřního kroužku, jakmile vymizí kontakt se soudečkem. Toto odlehčení tvoří v kritické oblasti zmiňované amplitudy,

kteří mají na únavovou životnost výrazný vliv. Odlehčení lze v cyklickém zatížení simulovat vložení datasetu s číslem **ds7** či **ds8** mezi jednotlivé zátěžové stavy.

### 7.9.2 Využití programu Matlab

Pro vytvoření zmiňovaného textového souboru (.ldf), jenž obsahuje cyklické zatížení, jsem využil programu Matlab. Nejdříve bylo potřeba spočítat úhel  $\varphi$ , po kterém se kritická oblast vnitřního kroužku setká s valivým elementem (Obr. 54).



Obr. 54: Výpočtový model valení

Využijeme výpočtového modelu dle tohoto obrázku. Zvolíme si vstupní veličiny dle experimentální zkoušky (Tab. 6, str. 59). Předpokládáme, že vnější kroužek se nepohybuje. Vnitřní kroužek koná pohyb rotační a otáčí se úhlovou rychlostí  $\omega_{AS}$ .

$$\omega_{AS} = 2\pi f = 2\pi \frac{n_Z}{60} = 2\pi \frac{2150}{60} \doteq 225 \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (81)$$

Soudečky konají složený pohyb. Otáčí se relativní úhlovou rychlostí  $\omega_{AB}$

$$\omega_{AB} = \frac{R_A}{R} \omega_{AS} = \frac{38,5}{10} \cdot 225 \doteq 867 \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (82)$$

a unášivou úhlovou rychlostí  $\omega_{BS}$  (touto rychlostí se otáčí i klec ložiska).

$$\omega_{BS} = \frac{R_A}{R_B} \omega_{AS} = \frac{38,5}{46,75} \cdot 225 \doteq 185 \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}] \quad (83)$$

Ve výchozí pozici je bod **A**, který nám představuje kritickou oblast, ve styku se soudečkem. Druhý nejbližší soudeček se středem **B** je vzdálen o počáteční úhel  $\varphi_0$ . Hledáme úhel  $\varphi$  takový, při jakém se bod **A** setká s bodem **B**. Pro tento úhel platí, že

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_{BS}t \quad (84)$$

a zároveň

$$\varphi = 0 + \omega_{AS}t \quad (85)$$

Ke styku bodů **A** s **B** tedy dojde v čase **t**, pro který platí

$$t = \frac{\varphi_0}{\omega_{AS} - \omega_{BS}} \quad (86)$$

Pokud počáteční úhel je

$$\varphi_0 = \theta = \frac{2\pi}{Z} = \frac{2\pi}{14} \doteq 0,45 \text{ [rad]} \approx 25,7 \text{ [}^\circ\text{]} \quad (87)$$

Z - počet soudečků [-]

pak je čas **t** roven

$$t = \frac{\theta}{\omega_{AS} - \omega_{BS}} = \frac{0,45}{225 - 185} \doteq 0,0113 \text{ [s]} \quad (88)$$

a úhel **φ** je

$$\varphi = \omega_{AS}t = 185 \cdot 0,0113 \doteq 2,54 \text{ [rad]} \approx 145,6 \text{ [}^\circ\text{]} \quad (89)$$

Skript napsaný v Matlab nyní vygeneruje matici čísel (90), v níž první sloupec je vektor po sobě jdoucích čísel dle vypočítaného úhlu **φ**. V druhém sloupci se tyto hodnoty úhlů přepočítají na úhly od 0° do 360°. Do třetího sloupce se zapíše, kterému datasetu z Tab. 10 na str. 67 odpovídá daný úhel. Tímto způsobem se vygeneruje tolik řádků matice, aby se vygeneroval tak dlouhý signál (časově), jaký si uživatel zvolí.

$$\begin{bmatrix} 145,6 & 145,6 & 6 \\ 291,2 & 291,2 & 12 \\ 436,8 & 76,8 & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (90)$$

Aby se do signálu zahrnulo odlehčení, jsou do třetího sloupce matice (90) vloženy mezi jednotlivá čísla datasetů čísla 7. Poté se vypíše soubor s příponou „.ldf“ obsahující textový řetězec typu:

```
BLOCK dt=60.0
#Zatizeni. Otacka = 1. Uhel = 145.644110
ds=6,scale=1
#Odhlceni. Otacka = 1. Uhel = 218.466165
ds=7,scale=1
#Zatizeni. Otacka = 1. Uhel = 291.288220
ds=12,scale=1
#Odhlceni. Otacka = 2. Uhel = 4.110275
ds=7,scale=1
#Zatizeni. Otacka = 2. Uhel = 76.932330
ds=3,scale=1
#Odhlceni. Otacka = 2. Uhel = 149.754385
ds=7,scale=1
#Zatizeni. Otacka = 2. Uhel = 222.576440
ds=9,scale=1
:
```

Tento soubor lze importovat do fe-safe, čímž se popíše cyklické zatížení soudečkového ložiska. Skript je součástí přiloženého CD.

### 7.10 VÝPOČTOVÉ STANOVENÍ ŽIVOTNOSTI LOŽISKA

Dle navrženého procesu analýzy se životnost ložiska stanovuje v programu fe-safe (kap. 5.3.1, str. 42). Postup analýzy je následující:

1. Import výsledkového souboru (.odb, .fil) z MKP analýzy
2. Import textového souboru (.ldf) obsahující historii zatěžování ve formě datasetů
3. Volba materiálu
4. Volba výpočetního algoritmu
5. Nastavení výstupního souboru (výsledků)
6. Spuštění analýzy

#### ad. 1)

Při analýze axiálního kuličkového ložiska není potřeba využít fe-safe/Rotate a proto lze pro import použít modernější a úspornější výsledkový soubor „.odb“. Importovány byly výsledky napětí v integračních bodech posledního inkrementu.

Při analýze soudečkového ložiska je nutné z důvodu radiálního zatížení importovat výsledkový soubor „.fil“ pomocí rozšíření fe-safe/Rotate. Zvolí se (pomocí grup), které prvky sítě odpovídají master segmentu a které ostatním rotačně symetrickým segmentům. Dále, z kolika segmentů se vnitřní kroužek skládá, osa rotační symetrie (Z) a rovina symetrie (YZ). Importovány byly stejně jako u kuličkového ložiska výsledky napětí v integračních bodech posledního inkrementu.

#### ad. 2)

V záložce „Loading Settings“ byl importován textový soubor „.ldf“, vygenerovaný v programu Matlab. Soubor obsahuje posloupnost datasetů, čímž se popíše historie zatěžování.

#### ad. 3)

Z knihovny materiálů programu fe-safe byl zvolen materiál SAE52100.

#### ad. 4)

Dle zadání DP bylo jako multiaxiální kritérium zvoleno Brown-Millerovo (kap. 4.1.3, str. 28) a korekce středního napětí dle Morrowa.

#### ad. 5)

Výstupní soubor musí mít stejnou příponu, jako vstupní soubor s výsledky MKP analýzy. V případě „.fil“ souboru lze po provedení únavové analýzy soubor konvertovat do „.odb“ pro možnost prohlédnutí únavových výsledků v programu Abaqus CAE.

Dále bylo nastaveno vykreslení historie napětí HMH v uzlu sítě, kde dojde k iniciaci trhliny.

### Axiální kuličkové ložisko 51102

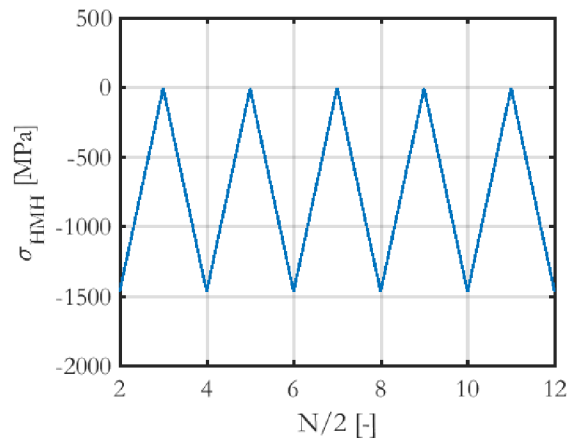
Dle popsaného nastavení jsem získal následující výsledky únavové životnosti axiálního kuličkového ložiska.

Tab. 11: Výsledky únavové analýzy axiálního kuličkového ložiska s využitím Brown-Millerova kritéria

Vyjádření životnosti	ISO 281	Brown-Miller + Morrow
Počet cyklů	$384,0 \cdot 10^6$	$1,2 \cdot 10^6$
Počet cyklů v log	8,6	6,1
Počet otáček	$64,0 \cdot 10^6$	$0,2 \cdot 10^6$
Počet hodin při 2150 ot/min	496,0	1,5

Vyhodnocení výsledků je popsáno v kapitole 8.1 - Diskuze k výsledkům dle Brown-Millerova kritéria.

Pro představu o průběhu napět'ového zatěžování je na Obr. 55 vykreslena historie redukovaného napětí HMM kritického místa. Tedy v uzlu sítě, který fe-safe vyhodnotil jako kritický z hlediska iniciace trhliny.



Obr. 55: Historie redukovaného napětí HMM v kritickém uzlu sítě kuličkového ložiska

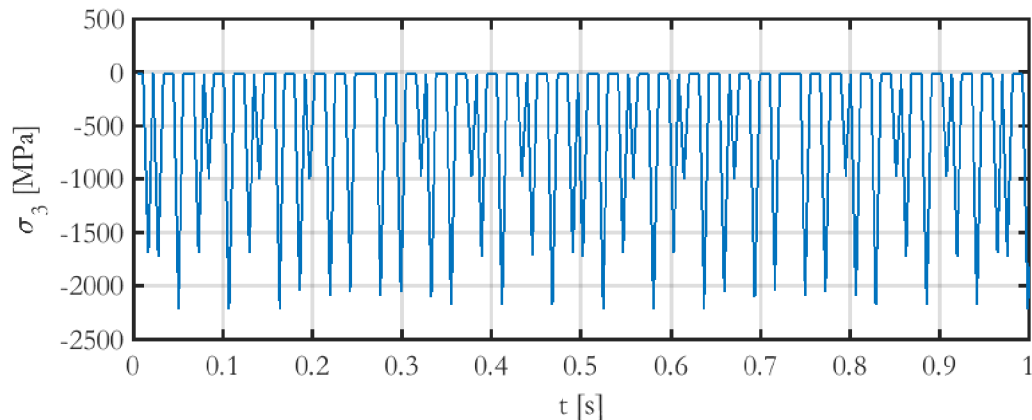
### Dvouřadé soudečkové ložisko 22312

Dle popsaného nastavení jsem získal následující výsledky únavové životnosti soudečkového ložiska

Tab. 12: Výsledky únavové analýzy soudečkového ložiska s využitím Brown-Millerova kritéria

Vyjádření životnosti	ISO 281	Brown-Miller + Morrow
Počet cyklů	$552,4 \cdot 10^6$	$6,4 \cdot 10^6$
Počet cyklů v log	8,7	6,7
Počet otáček	$223,4 \cdot 10^6$	$2,6 \cdot 10^6$
Počet hodin při 2150 ot/min	1 732	20

Historie hlavního napětí  $\sigma_3$  je na Obr. 56 níže vykreslena pro povrchový uzel sítě (místo prvotního kontaktu). Vykreslena je pro jednu vteřinu zatěžovacího cyklu při rotaci vnitřního kroužku 2 150 ot/min.



Obr. 56: Historie hlavního napětí  $\sigma_3$  v uzlu sítě soudeckového ložiska, kde je dosaženo maximální této hodnoty

### 7.11 TESTOVÁNÍ JINÝCH VÍCEOSÝCH ÚNAVOVÝCH KRITÉRIÍ

V souladu se zadáním („...BM nebo jiné vhodné kritérium...“) byla otestována jiná multiaxiální kritéria, která jsou v fe-safe dostupná. Test byl proveden na axiálním kuličkovém ložisku 51102. Pro každé kritérium byla testována i různá korekce středního napětí. Porovnání některých kritérií je v Tab. 13.

Pozn.: Dle ISO 281 má axiální kuličkové ložisko předepsanou trvanlivost v logaritmickém měřítku 7,8. To odpovídá (v log) **8,6** cyklů na hřídelovém kroužku.

Tab. 13: Porovnání víceosých únavových kritérií

Kritérium	Korekce středního napětí	Počet cyklů v log. měřítku
Brown-Miller	Morrow	6,1
	Goodman	5,1
<b>Principal-strain</b>	Goodman	5,0
	Gerber	5,0
	<b>Smith-Watson-Topper</b>	<b>7,8</b>
Max-shear strain	Morrow	6,9
Stress-based Brown-Miller	Morrow	6,3
	Goodman	5,0
Principal-stress	Morrow	4,9
	Goodman	3,1
	Smith-Watson-Topper	<i>nedojde k MS<sup>12</sup></i>

<sup>12</sup> Fe-safe zjišťuje počet opakování vstupní historie zatěžování do iniciace trhliny pouze do 10<sup>7</sup>. Pokud přesáhne tuto hodnotu, vypíše „No-damage“, tzn., že není dosaženo meze únavy materiálu.

### Aplikace Principal-strain kritéria

Dle předchozí analýzy vhodnosti únavového víceosého kritéria k řešení kontaktní únavy axiálního kuličkového ložiska vyšlo jako nejvhodnější kritérium Principal-strain s korekcí středního napětí dle SWT a Principal-stress s korekcí středního napětí dle SWT. Pro tuto metodiku bylo vybráno první zmiňované.

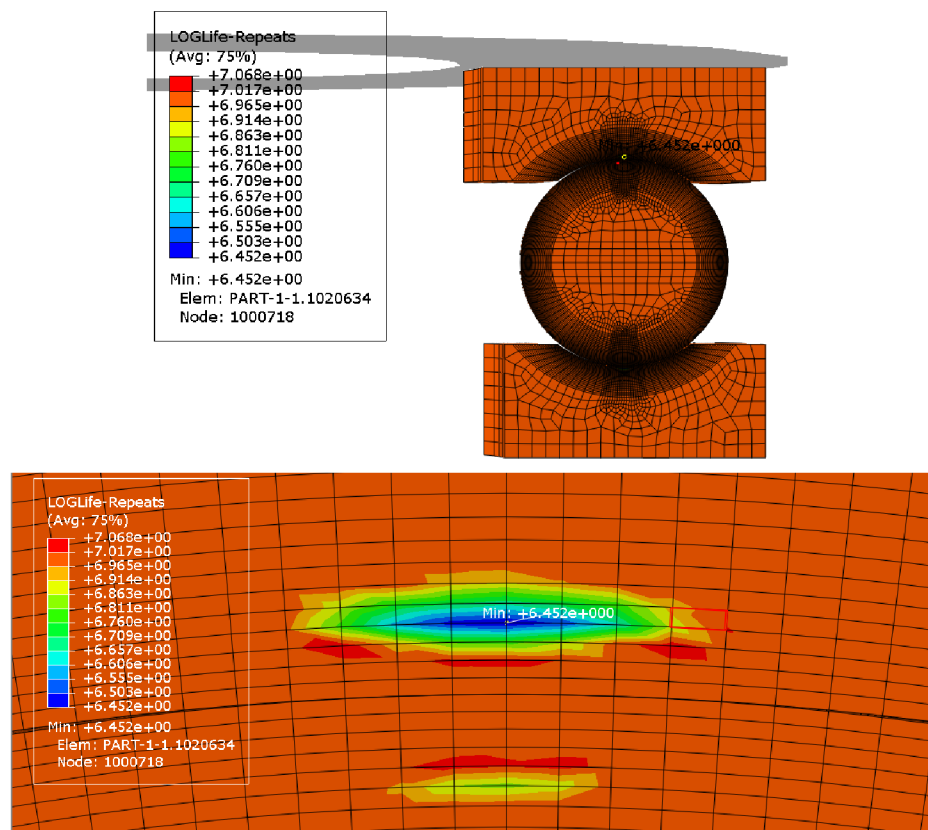
Dále bylo dle analýz uvedených v kapitole 7.3 - Ostatní vlivy na napětí v ložisku na str. 51 zvolen součinitel SCALE (měřítko, které snižuje všechny amplitudy napětí) na hodnotu 0,93.

Takto nastavená úloha podala nejlepší shodu výsledků životnosti s výsledky dle normy ISO 281, což popisuje Tab. 14.

Výsledkový soubor „navez-souboruResults.odt“ lze zpětně otevřít v Abaqus CAE a prohlédnout si na diskretizovaném modelu místo iniciace trhliny. Obr. 57 popisuje výsledek této únavové analýzy. Hodnoty na měřítku škály barev udávají počet opakování vložené historie zatěžování do iniciace trhliny v logaritmických souřadnicích. Historie zatěžování vložená do výpočtu v tomto případě obsahovala 100 cyklů neproměnné amplitudy dle Obr. 50 na str. 65. Tzn., že počet cyklů do iniciace trhliny je vždy o dva řády vyšší, než udává škála na obrázku.

Tab. 14: Porovnání výsledků životnosti pro Principal-strain kritérium

Vyjádření životnosti	ISO 281	Principal-strain + SWT + 0,93 SCALE
Počet cyklů	$384,0 \cdot 10^6$	$428,5 \cdot 10^6$
Počet cyklů v log	8,6	8,6
Počet otáček	$64,0 \cdot 10^6$	$71,4 \cdot 10^6$
Počet hodin při 2150 ot/min	496	554 ( $\Delta = 11,7\%$ )



Obr. 57: Počet opakování historie zatěžování do iniciace trhliny v logaritmických souřadnicích

## 8 DISKUZE

Cíl práce „Návrh nové metodiky výpočtového stanovení životnosti valivých ložisek využitím Brown-Millerova kritéria“ byl splněn a popisuje ho kapitola 7. Další částí cíle bylo porovnat tuto metodiku se současným přístupem.

### 8.1 DISKUZE K VÝSLEDKŮM DLE BROWN-MILLEROVA KRITÉRIA

Metodika byla odzkoušena na dvou typech valivých ložisek a to na axiálním kuličkovém ložisku 51102 a dvouřadém naklápacím soudečkovém ložisku 22312. Zásadní rozdíl těchto dvou ložisek je, že soudečkové ložisko je zatěžováno radiálně. Vnitřní kroužek ložiska je zatěžován s proměnnou amplitudou a je tedy potřeba popsat historii zatěžování s využitím fe-safe/Rotate.

Tab. 11 na str. 71 porovnává výsledky únavové analýzy axiálního kuličkového ložiska mezi výpočtem dle normy ISO 281 a výpočtem dle navržené metodiky s využitím BM kritéria. Dle BM kritéria dojde k iniciaci únavové trhliny na vnitřním kroužku po  $1,2 \cdot 10^6$  cyklech, tedy o dva řády méně, než je předpokládaný výsledek.

Tab. 12 na str. 71 stejným způsobem porovnává výsledky únavové analýzy soudečkového ložiska. Počet cyklů do iniciace je dle BM kritéria opět o dva řády nižší, než dle normy ISO 281.

BM kritérium bylo zvoleno na základě počáteční rešeršní studie. Ve výzkumné zprávě firmy Schaeffler [6] je zmiňováno využití BM kritéria na kontaktní únavu, ale omezuje se pouze na nízkocyklovou únavu. Na základě výpočtů v rámci této DP však lze usoudit, že toto kritérium nepodává správné výsledky pro kontaktní únavu v oblasti vysokocyklové únavy, která je v oblasti technologie ložisek stěžejní.

### 8.2 DISKUZE K VÝSLEDKŮM DLE PRINCIPAL-STRAIN KRITÉRIA

V souladu se zadáním byla testována jiná kritéria dostupná v programu fe-safe (kap. 7.11, str. 72). Z této studie nejlépe vychází použití kritéria Principal-strain s využitím korekce středního napětí dle Smith-Watson-Toppera. V rámci citlivostní analýzy vstupních parametrů tohoto kritéria byl zjištěn výrazný vliv součinitele SCALE na výslednou výpočtovou životnost. Jedná se o měřítko, kterým lze redukovat amplitudy napětí. Na základě studií vlivů na snížení napětí popsaných v kap. 7.7.5 na str. 63 a ve výzkumných zprávách ZKL byly pomocí součinitele SCALE amplitudy napětí z MKP analýzy redukovány. Přesnou hodnotu redukce však nelze přesně kvantifikovat. Proto byla provedena série výpočtů pro různé nastavení tohoto vstupu. Při volbě SCALE = 0,93 bylo dosaženo velmi dobré shody s výsledky dle ISO 281, což porovnává Tab. 14 na předchozí straně.

Hodnotu tohoto parametru je vhodné ověřit výpočtem dalších ložisek, což bylo z důvodu časového omezení ponecháno jako návrh na další práci.

### 8.3 ZHODNOCENÍ METODIKY

Tato metodika nemá dostatečné experimentální ověření. Jediné experimentální ověření bylo provedeno v rámci zkušebny ZKL, kdy se ověřila platnost předepsané dynamické únosnosti (a tedy i trvanlivosti) dle ISO 281, s kterou je porovnávána i tato nová metodika. Nedostatečnost experimentu tkví v jeho kvalitě. Dle protokolu byla provedena pouze zkrácená zkouška (menší soubor ložisek), která šetří finanční náklady a čas, ale vnáší do výpočtu chybu.

Navržená metodika má určitá omezení:

- Napět'ové datasety **ds** (kap. 7.9, str. 65) odpovídají pouze určitým úhlům kontaktu kroužku s valivým tělískem. Toto omezení platí pro radiálně zatížená ložiska. Tato metodika se však zpřesňuje se zvětšujícím se počtem valivých elementů, protože je pak lépe popsán napět'ový stav pro více úhlů kontaktu vnitřního kroužku s valivým tělískem.
- K výpočtu životnosti nebyly k dispozici únavové zkoušky charakteristik materiálu. Proto byly zvoleny informace o materiálu z knihovny materiálů programu fe-safe. Byl zvolen materiál SAE52100, který dle chemického složení nejlépe odpovídá ložiskové oceli, z které byly analyzované ložiska vyrobeny. Studie o gigacyklové únavě (str. 25) naznačují, že



pro kontaktní únavu vypadá únavová křivka jinak, než pro klasickou únavu stejného materiálu. V podpovrchové vrstvě dochází k iniciaci trhliny při stejné napjatosti po výrazně více cyklech, než na povrchu součásti.

- Metodika podává pouze deterministickou hodnotu životnosti, nezahrnuje stochastickou (statistickou) část.

## 8.4 SHRUTÍ PŘÍNOSŮ PRÁCE

### Obecné přínosy práce

- Získ teoretických znalostí v oblasti numerického výpočtu trvanlivosti
- Propojení různých softwarů mezi sebou (MSC.Patran – Abaqus – fe-safe)
- Možná náhrada experimentálních zkoušek pro ověření předepsané dynamické únosnosti
- Predikce životnosti ložiska při specifickém uložení a při specificky působících vlivů
- Optimalizace vnitřní geometrie ložiska pro prodloužení životnosti
- Výpočet životnosti pro specifický signál zatěžování

### Osobní přínosy práce

- Provázání naučené teorie v rámci studia s praktickým výpočtem
- Seznámení se s novými výpočetními softwary
- Získ studentské stáže
- Získ pracovního úvazku

## 8.5 NÁVRH PRO DALŠÍ PRÁCI

Ze získaných zkušeností navrhuji se dále zabývat vhodnou volbou únavového kritéria pro popis kontaktní únavy. V úvahu připadá i vhodná úprava (modifikace) existujícího kritéria, případně i návrh kritéria nového. Pro tento postup je nutné provést další rešeršní studii a sérii experimentálních zkoušek pro popis vzniku trhlín při kontaktní únavě. Zkoušky doporučuji provádět na axiálním kuličkovém ložisku, protože se vyznačuje nejjednodušší geometrií, rotačně symetrickými OP a snadným popisem historie zatěžování (neproměnné amplitudy napětí).

Kromě únavového víceosého kritéria navrhuji provést rešeršní studii k nevhodnějšímu popisu korekce středního napětí pro kontaktní únavu, případně návrh nové korekce. Kontaktní únava u valivých ložisek je specifická vždy míjivým zatěžováním, čehož lze při návrhu využít.

Při experimentálních zkouškách kontaktní únavy navrhuji pozorovat vznik a šíření trhliny. K tomu může dobře posloužit např. defektoskopie (nedestruktivní testování). Vhodné je se zaměřit na směr šíření trhlín při kontaktní únavě a hledat souvislosti, kterými by šlo popsat výpočtové modelování kontaktní únavy víceosým únavovým kritériem. Dále navrhuji pozorovat výraznost počtu cyklů od iniciace trhliny do vzniku pittingu.

## 9 ZÁVĚR

Práce se zabývala únavovou analýzou valivého ložiska s použitím systémového přístupu. Byla sepsána rešeršní studie o současném přístupu k posuzování životnosti valivých ložisek. Dále z rešerše vyplývá možné využití Brown-Millerova únavového víceosého kritéria pro posuzování kontaktní únavy valivých ložisek. Výpočty provedené v rámci diplomové práce však dokazují, že kritérium nelze použít pro vysokocyklovou kontaktní únavu a omezuje se pouze na nízkocyklovou. Proto byly testovány jiné dostupné únavové kritéria a jako nejlépe vyhovující kontaktní únavě bylo vybráno kritérium Principal-strain s korekcí středního napětí dle Smith-Watson-Toppera. Dle únavové analýzy axiálního kuličkového ložiska bylo s tímto nastavením dosaženo shody výpočtových výsledků životnosti s normou ISO 281. Cíl práce navržení metodiky určování životnosti ložiska a porovnání se současným přístupem byl splněn. V rámci diskuze byl navržen další postup ve studii výpočtového modelování kontaktní únavy valivých ložisek.

## SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

- [1] JANÍČEK, Přemysl, *Systémové pojetí vybraných oborů pro techniky: hledání souvislostí*, 2007, CERM, ISBN: 978-80-7204-554-9
- [2] JANÍČEK, Přemysl, Emanuel ONDRÁČEK, Jan VBRKA a Jiří Burša. *Mechanika těles: pružnost a pevnost*, 3. přeprac. vyd. Brno: CERM, 2004, 287 s. ISBN: 80-214-2592-X
- [3] ONDRÁČEK, Emanuel. *Pružnost a pevnost II. Základy obecné pružnosti a pevnosti: Prostá pružnost a pevnost*. 1. vyd. Praha: SNTL, 1980, 233 s. Učební texty vysokých škol (Vysoké učení technické v Brně). ISBN 80-214-2335-8.
- [4] HOLUB, Rudolf a Zdeněk VINTR. *Spolehlivost letadlové techniky* [online]. Brno, 2001 [cit. 2016-05-21]. Dostupné (po přihlášení) z: <https://moodle.vutbr.cz/>
- [5] VLACH, Bohumil. *Mezní stavy materiálu* [online]. [cit. 2016-05-21]. Dostupné z: <http://www.zam.fme.vutbr.cz/~vlach/>
- [6] DAMBAUGH, Gabriel F. *Fatigue Considerations of High Strength Rolling Bearing Steels* [online]. 2006 [cit. 2016-05-21]. Dostupné z: <http://www.simulia.com/download/scc-papers/Industrial/fatigue-considerations-high-strength-rolling-bear-2006-F.pdf>
- [7] ZKL. *Valivá ložiska* [online]. Žilina: Reklamný servis, s. r. o., 2009 [cit. 2016-05-21]. Dostupné z: <http://www.loziskavilim.cz/files/valiva-loziska-zkl.pdf>
- [8] 2. Ložisková terminologie. *ZKL Group* [online]. 2012 [cit. 2016-05-21]. Dostupné z: <http://www.zkl.cz/cs/pro-konstruktery/2-loziskova-terminologie>
- [9] 5. Určení velikosti ložiska. *ZKL Group* [online]. 2012 [cit. 2016-05-21]. Dostupné z: <http://www.zkl.cz/cs/pro-konstruktery/5-urceni-velikosti-loziska#56>
- [10] ČSN IEC 50(191). *Mezinárodní elektrotechnický slovník. Kapitola 191: Spolehlivost a akost' služeb*. 1993.
- [11] *Podpora výuky - Mezní stavy materiálů* [online]. 2010 [cit. 2016-05-21]. Dostupné z: <http://www.ipm.cz/group/fracture/vyuka/>
- [12] BAUER, D. *Kritéria víceosé únavové životnosti*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2009. 32 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Jana Horníková, Ph.D.
- [13] DOWLING, Norman E. *Mechanical behavior of materials: engineering methods for deformation, fracture, and fatigue*. 4th ed. Boston: Pearson, c2013. ISBN 01-313-9506-8.
- [14] SOCIE, Darrell. a G. MARQUIS. *Multiaxial fatigue*. Warrendale, Pa.: Society of Automotive Engineers, c2000. ISBN 07-680-0453-5.
- [15] BROWN, M W a K J MILLER. A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions. *ARCHIVE: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 1847-1982 (vols 1-196)* [online]. 1973-6-1, **187**(1973), 745-755 [cit. 2016-05-21]. DOI:

- 10.1243/PIME\_PROC\_1973\_187\_069\_02. ISSN 0020-3483. Dostupné z:  
[http://pme.sagepub.com/lookup/doi/10.1243/PIME\\_PROC\\_1973\\_187\\_069\\_02](http://pme.sagepub.com/lookup/doi/10.1243/PIME_PROC_1973_187_069_02)
- [16] FRÖHLICH, Jan. *Technika uložení s valivými ložisky: [určeno také] pro studenty stř. odb. a vys. škol.* Praha: SNTL, 1978. Řada strojírenské literatury.
- [17] PRÁŠIL, J. *Deformační, napjatostní a pevnostní analýza kulčkového ložiska s uvažováním kontaktních podmínek.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 69 s.  
Vedoucí diplomové práce prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c..
- [18] RAŠOVSKÁ, H. *Vliv montážní vůle u radiálního kulčkového ložiska na napjatost a deformaci.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 59 s. Vedoucí diplomové práce prof. RNDr. Ing. Jan Vrbka, DrSc., dr. h. c..
- [19] ŠPERKA, V. *Vliv podstatných parametrů na velikost radiální vůle a deformačně napěťové stavy v kulčkovém ložisku.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 73 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Vladimír Fuis, Ph.D.
- [20] HERTZ, HR, 1882, *Ueber die Beruehrung elastischer Koerper (On Contact Between Elastic Bodies)*, in *Gesammelte Werke (Collected Works)*, Vol. 1, Leipzig, Germany, 1895
- [21] GOUGH, H.J., *Engineering Steels Under Combined Cyclic and Static Stresses.* *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 50, 1950, pp- 113-125.
- [22] SINES, G., *Behaviour of Metals Under Complex Static and Alternating Stresses*, *Metal Fatigue*, G. Sines and J.L. Waisman, eds., McGraw-Hill. New York, 1959, pp. 145-169
- [23] FINDLEY, W.N., *A Theory for the Effect of Mean Stress on Fatigue of Metals Under Combined Torsion and Axial Load or Bending*, *Journal of Engineering for Industry*, Nov. 1959, pp. 301-306.
- [24] MCDIARMID, D.L., *A Shear Stress Based Critical-Plane Criterion of Multiaxial Fatigue Failure for Design and Life Prediction*, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol. 17, No. 12, 1994, pp. 1475-1485.
- [25] DANG VAN, K., *Macro-Micro Approach in High-Cycle Multiaxial Fatigue*, *Advances in Multiaxial Fatigue*, ASTM STP 1191, D.L. McDowell and R. Ellis, eds., American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, 1993, pp. 120-130.
- [26] MORROW, J., *Cyclic Plastic Strain Energy and Fatigue of metals, Internal Friction, Damping and Cyclic Plasticity*, ASTM STP 378, American Society for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, 1965, pp 45-87.
- [27] GARUD, Y.S., *A New Approach to the Evaluation of Fatigue Under Multiaxial Loadings*, *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol. 103, 1981, pp 118-126.
- [28] ELLYIN, F., GOLOS, K., *Multiaxial Fatigue Damage Criterion*, *Journal of Engineering Materials and Technology*, Vol 110, 1988, pp. 63-68.

- [29] FATEMI, A., SOCIE, D.F., *A Critical Plane Approach to Multiaxial Fatigue Damage Including Out-of-Phase Loading, Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol. 11, No. 3, 1988, pp. 149-166.
- [30] SOCIE, Darrell F., MARQUIS, Gary B. *Multiaxial Fatigue*. Warrendale, PA : SAE, 2000. 484 s. ISBN 0-7680-0453-5.
- [31] BROWN, M.W., MILLER, K.J., *A Theory for Fatigue Under Multiaxial Stress-Strain Conditions, Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers*, Vol. 187, 1973, pp. 745-756.
- [32] VRBKA, Jan, *PRUŽNOST A PEVNOST I: Učební text*, 280 s. [online]. [2012] [cit. 2016-05-21]. Dostupné (po přihlášení) z: <https://moodle.vutbr.cz/>
- [33] PETRUŠKA, Jindřich. *MKP v inženýrských výpočtech* [online]. 2011 [cit. 2016-05-21]. Dostupné z: <http://www.umt.fme.vutbr.cz/img/fckeditor/file/opory/RIV/MKP2011.pdf>
- [34] *Fe-safe User Guide* [online]. 13. 2011 [cit. 2016-05-21].
- [35] *Abaqus/CAE User's Guide* [online]. [cit. 2016-05-21]. Dostupné z: <http://129.97.46.200:2080/v6.13/books/usi/default.htm>
- [36] Ansys, Inc., *Ansys 15.0 Help*
- [37] PETRUŠKA, J., *Nelineární úlohy mechaniky v MKP*. (přednáška) Brno: FSI, 2015
- [38] Sakai, T. et al: *Experimental Evidence of Duplex S-N Characteristics in Wide Life Region for High Strength Steels*, Int. Proc. of the 7th Int. Fatigue Congress, FATIGUE '99, Beijing, China, June 1999, pp. 573 – 578.
- [39] Novák, K., 2013 *Analýza zbytkových napětí ve stěně tepny*, Diplomová práce, Brno, VUT Brno, FSI, 95 stran
- [40] TERENCEV, V. F. On the Problem of the Fatigue Limit of Metallic Materials. *Metal Science and Heat Treatment* [online]. 2004, **46**(5/6), 244-249 [cit. 2016-05-21]. DOI: 10.1023/B:MSAT.0000043111.07884.3b. ISSN 0026-0673. Dostupné z: <http://link.springer.com/10.1023/B:MSAT.0000043111.07884.3b>
- [41] SHIOZAWA, K., L. LU a S. ISHIHARA. S-N curve characteristics and subsurface crack initiation behaviour in ultra-long life fatigue of a high carbon-chromium bearing steel. *Fatigue* [online]. 2001, **24**(12), 781-790 [cit. 2016-05-21]. DOI: 10.1046/j.1460-2695.2001.00459.x. ISSN 8756-758x. Dostupné z: <http://doi.wiley.com/10.1046/j.1460-2695.2001.00459.x>

## SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ

Většina zkratk a symbolů byla popsána v textu diplomové práce. V seznamu jsou jen zkratky, které v textu popis neobsahovaly.

BM	Brown-Miller
CA	Citlivostní analýza
CD	Kompaktní disk
CTLA	Czech Testing Laboratories Association – Sdružení českých zkušeben a laboratoří
DN	Deformačně napět'ový
DP	Diplomová práce
EMH	Značka hřebenové klece valivého ložiska
HMH	Podmínka plasticity Hüber – Misses – Henckey
MKP	Metoda konečných prvků
RAM	Random-access memory
SW	Software
SWT	Smith-Watson-Topper
TÜV	Technischer Überwachungs-Verein – Technické kontrolní sdružení

## SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1: Popis ložiska .....	15
Obr. 2: Typy valivých ložisek podle směru zatížení; a) radiální; b) s kosoúhlým stykem; c) axiální.....	16
Obr. 3: Typy valivých ložisek podle tvaru valivých těles; (zleva) kuličkové, válečkové, soudečkové, jehlové a kuželíkové [18].....	16
Obr. 4: Sestava axiálního kuličkového ložiska 51102 .....	16
Obr. 5: Sestava dvouřadého naklápačického soudečkového ložiska 22312.....	17
Obr. 6: Přehled vybraných technických mezních stavů.....	21
Obr. 7: Popis napět'ového cyklu .....	22
Obr. 8: Stádia únavového procesu v S-N závislosti [11] .....	23
Obr. 9: S-N křivka [11] .....	24
Obr. 10: Únavová křivka pro vysokouhlikovou chromovou ložiskovou ocel JIS SUJ2: ○) iniciace trhliny na povrchu; ●) iniciace trhliny v podpovrchové vrstvě [41].....	25
Obr. 11: Manson-Coffinova křivka [5].....	26
Obr. 12: křivky S-N zjištěné při různém středním napětí hladkých těles z hliníkové slitiny [5] .....	26
Obr. 13: Normalizovaný diagram pro hliníkovou slitinu [5] .....	27
Obr. 14: Příklad historie zatěžování s opakujícími se amplitudami [5] .....	28
Obr. 15: Záznam z dvouosé zkoušky [15] .....	30
Obr. 16: Způsoby šíření trhliny [12] .....	30
Obr. 17: Trhlina vlivem kontaktní únavy [6].....	32
Obr. 18: Pitting na vnitřním kroužku soudečkového ložiska .....	32
Obr. 19: Rozložení napětí na kroužku se sinusovým poklesem.....	33
Obr. 20: Příklad zatížení jednoho segmentu na vnitřním kroužku.....	33
Obr. 21: a) C3D8 – osmiuzlový lineární prvek; b) C3D6 – šestiuzlový lineární prvek.....	36
Obr. 22: C3D20 – dvacetiuuzlový kvadratický prvek a číslování uzlů .....	37
Obr. 23: Popis kontaktních parametrů.....	38
Obr. 24: Fiktivní pružina mezi kontaktními povrchy .....	39
Obr. 25: Penetrace .....	40
Obr. 26: Oscilace místo konvergence.....	40
Obr. 27: Pásmo povolené penetrace.....	41
Obr. 28: Příklad nastavení kontaktního páru .....	41
Obr. 29: Uživatelské prostředí programu fe-safe .....	42
Obr. 30: Systém podstatných veličin [39] .....	45
Obr. 31: Napětí v závislosti na hloubce pod povrchem.....	48
Obr. 32: MKP síť; kontaktní napětí v [MPa] na desce při pohledu shora; ekvivalentní napětí HMM v [MPa] .....	49
Obr. 33: Porovnání diferenciálního a variačního přístupu na zjednodušené úloze .....	49
Obr. 34: Závislost změny hloubky maximálního smykového napětí na zatížení .....	50

Obr. 35: Model diskretizace soudečkového ložiska s rozložením soudečků a) symetrickým; b) dle klece EMH.....	51
Obr. 36: a) Model diskretizace soudečkového ložiska s nábojem; b) deformační posuv v radiálním směru [mm].....	52
Obr. 37: Redukované napětí HMH [MPa] .....	52
Obr. 38: Oblast změny hustoty sítě při citlivostní analýze.....	53
Obr. 39: Lokální FE model.....	53
Obr. 40: Porovnání výsledků jednotlivých verzí hustoty sítě .....	54
Obr. 41: Zachycení změny hloubky konečné verze sítě .....	54
Obr. 42: Rotačně symetrický púlsegment axiálního kuličkového ložiska. Axiální osa je osa Z.....	57
Obr. 43: Okrajové podmínky kuličkového ložiska; vlevo nárys; vpravo půdorys .....	57
Obr. 44: Okrajové podmínky soudečkového ložiska.....	58
Obr. 45: Springy (růžová) pro zlepšení konvergence výpočtu .....	61
Obr. 46: Diskretizovaný model čtvrtiny ložiska a rigidní plocha.....	62
Obr. 47: Deformace ložiska vlivem radiálního zatížení; posuv v [mm].....	64
Obr. 48: Kontaktní napětí po vnitřním kroužku; napětí v [MPa].....	64
Obr. 49: Redukované napětí v [MPa] dle podmínky Tresca.....	65
Obr. 50: Ukázka zatěžovacího cyklu axiálního kuličkového ložiska .....	65
Obr. 51: Kritická oblast na vnitřním kroužku; hodnota MAX je redukované napětí dle Tresca v [MPa] .....	66
Obr. 52: Volba master segmentu a definice grup .....	66
Obr. 53: Datasetsy (soubory napětí) ložiska .....	67
Obr. 54: Výpočtový model valení .....	68
Obr. 55: Historie redukovaného napětí HMH v kritickém uzlu sítě kuličkového ložiska.....	71
Obr. 56: Historie hlavního napětí $\sigma_3$ v uzlu sítě soudečkového ložiska, kde je dosaženo maximální této hodnoty .....	72
Obr. 57: Počet opakování historie zatěžování do iniciace trhliny v logaritmických souřadnicích .....	73



**SEZNAM TABULEK**

Tab. 1: Přehled některých multiaxiálních kritérií .....	29
Tab. 2: Příklad hodnot koeficientu S .....	31
Tab. 3: Citlivostní analýza sítě.....	54
Tab. 4: Volené zatížení.....	56
Tab. 5: Zkušební zatížení.....	58
Tab. 6: Označení materiálu ložiskové oceli .....	59
Tab. 7: Informace o materiálu SAE 52100 .....	59
Tab. 8: Souhrn počtu uzlů a prvků .....	61
Tab. 9: Informace o výpočtu.....	63
Tab. 10: Úhlové rozmezí jednotlivých datasetů.....	67
Tab. 11: Výsledky únavové analýzy axiálního kuličkového ložiska s využitím Brown-Millerova kritéria .....	71
Tab. 12: Výsledky únavové analýzy soudečkového ložiska s využitím Brown-Millerova kritéria .....	71
Tab. 13: Porovnání víceosých únavových kritérií.....	72
Tab. 14: Porovnání výsledků životnosti pro Principal-strain kritérium .....	73

## SEZNAM PŘÍLOH

### CD: Diplomová práce 2016, Miroslav Vaculka (144922)

- Ukázky protokolů výzkumných zpráv ZKL
- Ukázka makra (session souboru) programu MSC.Patran pro preprocessing výpočtového modelování DN analýzy soudečkového ložiska
- Matlab skript pro popis cyklického zatížení radiálně zatíženého soudečkového ložiska
- Maple skript pro výpočet napětí dle Hertze a pro výpočet závislosti maximálního smykového napětí na hloubce pod povrchem
- Návrh metodiky výpočtu životnosti valivého ložiska – dokument Word (.docx)
- Návrh metodiky výpočtu životnosti valivého ložiska – Portable Document Format (.pdf)