



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ENERGETICKÝ ÚSTAV

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
ENERGY INSTITUTE

VÍROVÝ PRSTENEC  
VORTEX RING

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE  
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

MATOUŠ ZAREMBA

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

DOC. ING. PAVEL RUDOLF, PH.D.

BRNO 2011



**Abstrakt:**

Cílem práce je navrhnout zařízení na tvorbu vírových prstenců. V práci se zabývám konstrukčním řešením zařízení, výrobou a experimentálním ověřením funkčnosti pomocí několika experimentů s vírovými kroužky. V práci je zahrnuta také teoretická část, která matematicky popisuje pohyb vírového prstence.

**Klíčová slova:**

vírový prstenec, vírová čára, vírová trubice, interakce vírových prstenců

**Abstract:**

The aim is to design equipment for the production of a vortex ring. The work deals with design of equipment, manufacturing and experimental verification of the functionality of some experiments with vortex ring. The work also includes a theoretical part which mathematically describes the motion of the vortex ring.

**Key words:**

vortex ring, vortex line, vortex tube, interaction of vortices

### **Bibliografická citace:**

ZAREMBA, M. *Vírový prstenec*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2011. 33 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Pavel Rudolf, Ph.D..

**Prohlášení:**

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčením mé práce a jejím zveřejňováním.

V Brně dne:

Podpis:.....

**Poděkování:**

Tímto bych rád poděkoval panu doc. Ing. Pavlovi Rudolfovi, Ph.D. za odbornou podporu a ochotu při zpracování práce. Dále technikům Bronislavu Kusému a Janu Bauerovi za rady a připomínky ke konstrukčnímu návrhu a taky za vlastní výrobu. V neposlední řadě mým rodičům za neustálou podporu při studiu na vysoké škole.

## OBSAH

1. Úvod .....	7
2. Teorie .....	10
2.1 Vznik vírového prstence .....	10
2.2 Zákon zachování hmotnosti – rovnice kontinuity .....	10
2.3 Vířivost .....	11
2.4 Helmholtzův vírový teorém .....	12
2.5 Kelvinův cirkulační teorém.....	13
2.6 Vírová čára .....	14
2.8 Kruhové vírové čáry.....	15
2.9 Translační pohyb vírového prstence.....	17
2.10 Předbíhání vírových prstenců .....	18
3. Zařízení na tvorbu vírových prstenců .....	21
3.1 Návrh zařízení .....	21
3.2 Výroba zařízení .....	22
4. Experimenty .....	25
4.1 Vypouštění vírových prstenců různých průměrů.....	25
4.2 Sfouknutí plamene.....	28
4.3 Eliptické vírové prstence.....	28
4.4 Interakce dvou vírových prstenců.....	29
5. Závěr .....	31
Seznam použité literatury .....	32

# 1. ÚVOD

Vírový prstenec je třídímní hydrodynamická struktura, která vzniká při průchodu kapaliny kruhovým otvorem do klidného prostředí. Jde v podstatě o vírovou trubici, která je uzavřena sama do sebe a má tvar torusu.

Vznik vírových kroužků fascinoval lidstvo od nepaměti. Jednoduchý a přitom vysoce estetický tvar, masivně rotující hmota tekutiny pohybující se vpřed, útvar bránící se uchopitelnosti. Podívejme se, jak vnímali vírové kroužky někteří významní vědci v oboru mechaniky tekutin.

„Jeden konkrétní pohyb představuje celou řadu problémů vířivého proudění a zároveň jde o obecně známý jev ... Jejich vznik je spojen s dynamikou vektoru vířivosti, jejich zachování je problémem teorie stability, a pokud jich existuje více, máme problém interakce vírů.“ [12]

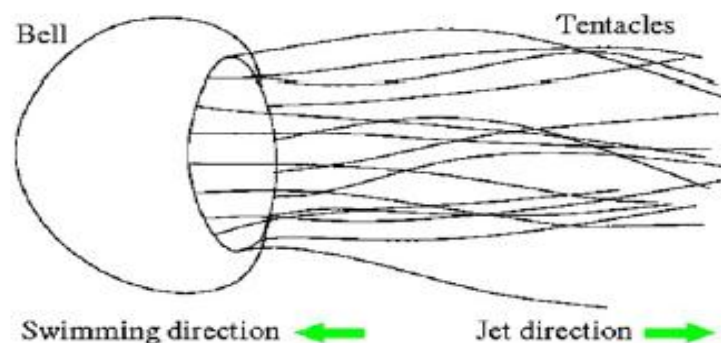
P.C.Saffman

„Fenomenální ve své jednoduchosti ... poskytující nápoředu k mnohem komplexnějším jevům.“

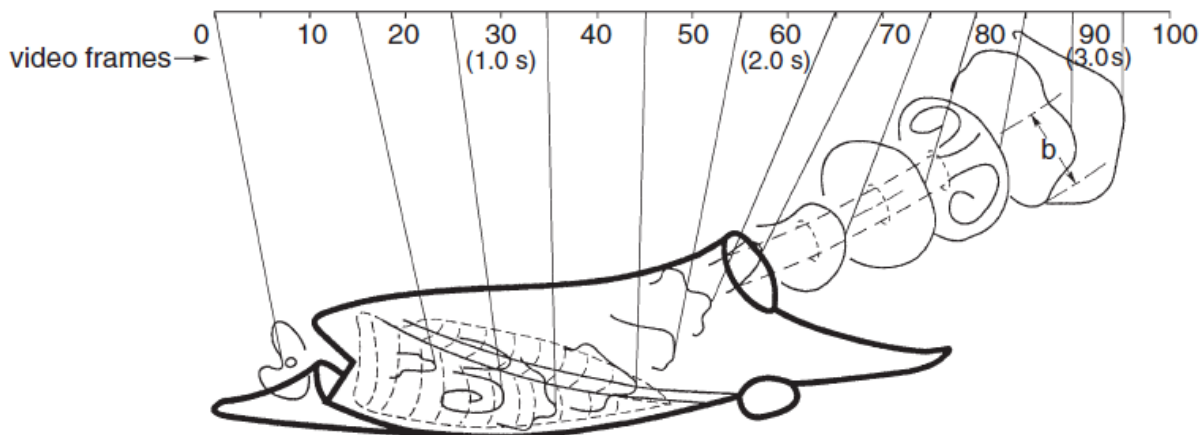
O.Reynolds (přednáška v Královské učené společnosti)

V současné době se využívají vírové prstence v technické praxi k hašení požárů ložisek ropy a zemního plynu (impulzem vzduchu se hasí plameny) [8], cílenému zásah slzným plynem při demonstracích, cílené dopravě léčiv[11], vrtání pomocí kavitujičích kroužků pod vodou [7], ale i k manévrování plavidel při malých rychlostech případně řízení dráhy torpéda pod vodou.[17]

Vírové kroužky dokážou vytvářet také zvířata. Například delfíni je vytváří pro zábavu vyfukováním vzduchu z nosní dutiny[6] ([10],[11]). Medúzy, sépie, chobotnice [14] ale i salpy velké [13] využívají vírové prstence k svému pohybu ve vodě. Ve vzduchu vytváří vírové prstence například kolibřík (Obrázek 1.3). Dále se s vírovými prstenci můžeme setkat při létání, kdy pomocí prstenců nabírají ptáci, ale i bezmotorová letadla výšku (Obrázek 1.4)

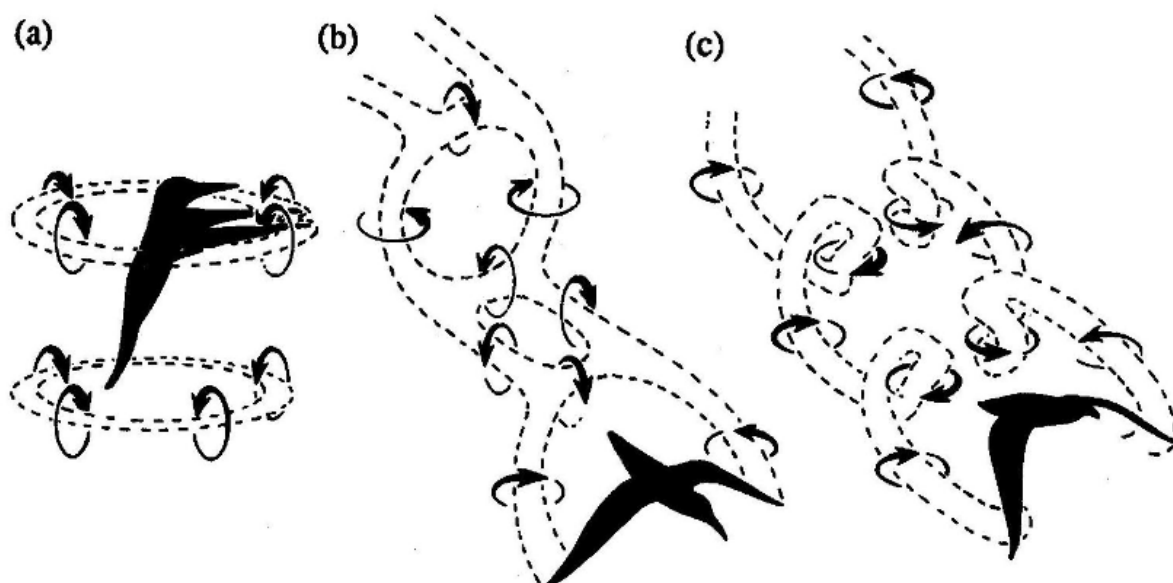


Obrázek 1.1: Pohyb medúzy ve vodě



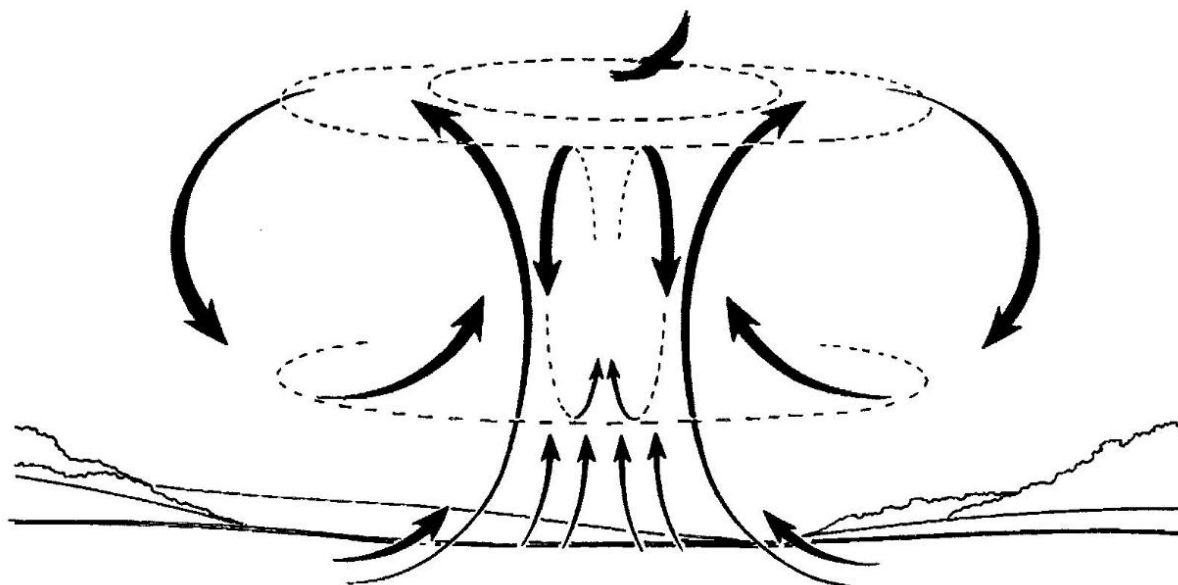
Obrázek 1.2: Znárodnění průtoku vody kolem salpy velké (*Salpa maxima*), při provedení jednoho pohybového pulzu.

Vírový prstenec sloužil dokonce jako model atomu [8]. Lord Kelvin si uvědomil, že jednou z hlavních vlastností atomů je jejich neměnnost. Při hledání vhodné struktury, která by tuto podmínku splňovala, narazil Kelvin na článek Helmholtze [5], kde ho zaujalo, že vírové čáry jsou v ideální tekutině složeny ze stále stejných částic (1. Helmholtzova věta) a že vírové prstence spolu mohou interagovat a vytvářet další struktury. V době, kdy Kelvin na struktuře atomu pracoval, se předpokládalo, že prostor je vyplněn éterem, který umožňuje šíření elektromagnetického vlnění (např. světla). Kelvin předpokládal, že vírové prstence by mohly být základní jednotky, které by toto šíření mohly umožňovat. Nakonec práce Lorda Kelvina vedla spíše k pokroku v oblasti hydromechaniky než pochopení struktury atomu. Zajímavé je, že i moderní teorie strun pracuje se strunami, které mají tvar připomínající vírové prstence. [4]



Obrázek 1.3: Vznik vírových prstenců při letu kolibříka



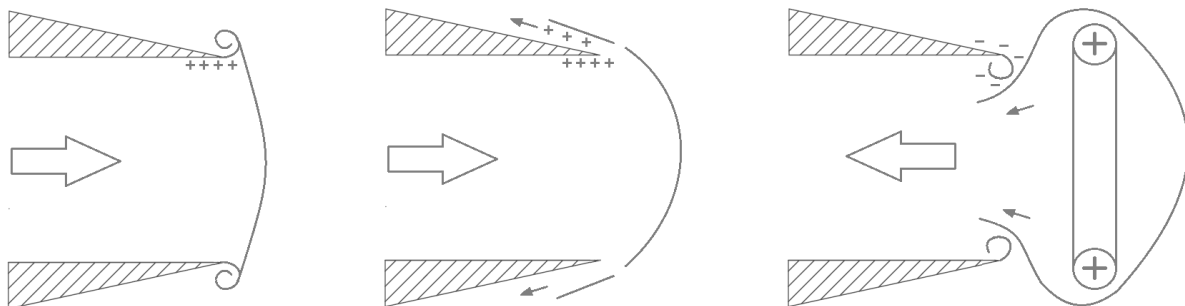


Obrázek 1.4: Vznik vírových prstenců z termálních proudů. Na obrázku je znázorněn pták v nadživotní velikosti, který využívá právě těchto prstenců k pohybu ve vzduchu.

## 2. TEORIE

### 2.1 Vznik vírového prstence

Vznik vírového kroužku si ukážeme na vyústění trubice do klidné okolní tekutiny. V mezní vrstvě na vnitřním povrchu trubice se vytváří vířivost, která se pak v místě vyústění zabaluje a zformuje vírový kroužek. Rychlostní pole indukované vírovým prstencem pak na hraně vytváří druhý vírový kroužek s vířivostí opačného smyslu viz. Obrázek 2.1. ([4], [15])



Obrázek 2.1: Vznik vírového prstence a sekundárního víru na ústí trubice.

### 2.2 Zákon zachování hmotnosti – rovnice kontinuity

Zákon zachování hmotnosti lze vyjádřit ve tvaru:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.1)$$

Tato rovnice se nazývá rovnicí kontinuity a musí být splněna ve všech bodech tekutiny. Tuto rovnici lze po rozepsání divergence psát:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \operatorname{div} \vec{v} = 0 \quad (2.2)$$

kde operátor

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \operatorname{grad} \quad (2.3)$$

představuje substanciální derivaci.

Tekutinu nazýváme nestlačitelnou, pokud je hustota konstantní v každém objemovém elementu. Matematicky lze tento předpoklad vyjádřit:

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad (2.4)$$

Rovnici (2.2) pak lze upravit na tvar:

$$\operatorname{div} \vec{v} = 0 \quad (2.5)$$

[3]

## 2.3 Vířivost

Vířivost lze matematicky definovat jako rotaci rychlostního pole:

$$\vec{\omega} = \operatorname{rot} \vec{v} \quad (2.6)$$

Z předpokladu, že divergence musí být vždy nulová, poté pro  $\vec{\omega}$  musí platit:

$$\operatorname{div} \vec{\omega} = 0 \quad (2.7)$$

Pokud známe rozdělení vířivosti  $\vec{\omega}$  v prostoru, tak za předpokladu nestlačitelnosti kapaliny platí:

$$\operatorname{rot} \vec{u} = \vec{\omega}, \operatorname{div} \vec{v} = 0 \quad (2.8)$$

Analogicky k teorii magnetického pole zavedme vektorový potenciál  $\vec{A}$ . Proto rovnice pro vektorový potenciál má tvar:

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \vec{\omega}, \quad (2.9)$$

S užitím vektorové identity lze tuto rovnici přepsat do tvaru:

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{A} - \Delta \vec{A} = \vec{\omega}, \quad (2.10)$$

Protože tento výraz neurčuje vektorový potenciál jednoznačně, uvažujeme, že  $\operatorname{div} \vec{A} = 0$ . Po dosazení do vztahu (2.10) dostáváme tvar:

$$\operatorname{div} \vec{A} = -\vec{\omega}$$

(2.11)

Řešení této rovnice je výraz známý jako Poissonův integrál a má tvar:

$$\vec{A}(r) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{\omega}'}{\hat{r}} dV(r'),$$

(2.12)

V němž je  $\hat{r}$  velikost vektoru  $\hat{r} = \vec{r} - r'$ . Polohový vektor  $\vec{r}$  určuje bod, ve kterém počítáme potenciál,  $r'$  určuje polohu na elementu  $dV(r')$  a  $\vec{\omega}'$  značíme vířivost v bodě  $r'$ . Když aplikujeme rotaci na poslední výraz, dostáváme:

$$\vec{v} = \frac{1}{4\pi} \int \nabla_r \times \left( \frac{\vec{\omega}'}{\hat{r}} \right) dV(\hat{r}) = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{r} \times \vec{\omega}'}{\hat{r}^3} dV(\hat{r}).$$

(2.13)

Z analogie elektrodynamiky na tuto problematiku, lze říct, že podobně jako rozložení elektrického proudu vytváří magnetické pole, tak i vířivost vytváří rychlostní pole v okolní tekutině.

Plochu, kterou tvoří všechny vírové čáry procházející uzavřenou křivkou je nazývána vírovou trubící. Tok plochou, která je ohraničena touto křivkou, lze vyjádřit

$$\int_S \omega \cdot dS$$

(2.14)

[3]

## 2.4 Helmholtzův vírový teorém

Německý fyziolog, lékař, matematik, fyzik, meteorolog a filozof Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz publikoval v roce 1858 pojednání: „O integrálech hydrodynamické rovnice“, které obsahovalo, mimo jiné, i několik teorémů vířivého pohybu v neviskózní kapalině [20]. Tyto zákonitosti objevil pomocí analogie s elektrodynamikou. V tomto teorému předpokládáme, že víry se pohybují v neviskózní barotropické tekutině, kde všechny působící síly jsou konzervativní. Helmholtzův teorém zní:

1. Vírové čáry se pohybují spolu s tekutinou.
2. Cirkulace podél vírové trubice zůstává konstantní.
3. Vírová trubice nemůže končit v žádném bodě uvnitř tekutiny. Musí tvořit buď uzavřenou smyčku, nebo končit na ploše ohraničující tekutinu.
4. Cirkulace kolem vírové trubice zůstává v čase konstantní.

Bod 2 je ve skutečnosti důsledek vztahu (2.7), pomocí něj lze demonstrovat, že integrál (2.16) má stejnou hodnotu pro všechny otevřené plochy ohraničené libovolnou uzavřenou křivkou, které leží úplně na povrchu vírové trubice a obchází ji

právě jednou. Nyní uvažujme dvě takové plochy  $\vec{n}'dS$  a  $\vec{n}''dS$  ( $\vec{n}dS = d\vec{S}$ ), jejichž normály jsou orientovány shodně s vřívou trubici. Tok vířivosti uzavřenou plochou tvořenou plochami  $dS'$  a  $dS''$  a plochou dané vřívové trubice mezi nimi dává vztah:

$$\int_S \vec{\omega}' \cdot d\vec{S}' - \int_S \vec{\omega}'' \cdot d\vec{S}'' = \int_V \operatorname{div} \vec{\omega} dV = 0, \quad (2.15)$$

který platí právě kvůli platnosti vektorové identity:  $\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{v} = 0$ . Tok vířivosti je konstantní pro všechny plochy protínající vřívovou trubici a je nazýván intenzita vřívové trubice. [3]

## 2.5 Kelvinův cirkulační teorém

Užitím Stokesova teorému, můžeme přejít v (2.15) s pomocí (2.6) od integrálu plošného k integrálu křivkovému:

$$\int_S \vec{\omega} \cdot d\vec{S} = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{s} \quad (2.16)$$

Pravá strana této rovnice je značena jako cirkulace. Z toho plyne, že cirkulace rychlosti uzavřenou křivkou ležící na vřívové trubici je rovna toku vířivosti touto plochou uzavřenou. Z tohoto lze odvodit výsledek, který publikoval už v roce 1868 známý skotský fyzik William Thompson, známý spíše pod svým šlechtickým jménem Lord Kelvin of Largs [21], a to za stejných předpokladů jako u Helmholtzova teorému. Uvažujme v tekutině libovolnou uzavřenou smyčku  $C$  v čase  $t$  a sledujme pohyb všech elementů společně s okolím tekutiny do místa  $C'$ , kterého dosáhne v čase  $t'$ . Dle Kelvinova teorému je cirkulace  $\Gamma$  podél křivky  $C$  v čase  $t$  je stejná jako cirkulace podél křivky  $C'$  v čase  $t'$ . To lze matematicky popsat jako:

$$\frac{D\Gamma}{Dt} = 0 \quad (2.17)$$

Cirkulace kolem jakékoli křivky pohybující se tekutinou je konstantní. Tento teorém platí pro neviskózní tekutinu. Pokud by byla tekutina viskózní, docházelo by k difuzi vířivosti z (nebo do) míst uvnitř křivky a to způsobuje změnu cirkulace.

Představme si prostorovou křivku, která obepíná vřívovou trubici právě jednou. Jestliže budeme sledovat pohyb této křivky spolu s tekutinou, tak se podle Kelvinova teorému nemůže měnit cirkulace podél této křivky. Aby cirkulace zůstala konstantní, musí křivka obepínat vřívovou trubici i následujících okamžicích. Okolní tekutina však může mít vliv na tvar křivky svým pohybem, a tím může měnit tvar samotné křivky. Tímto způsobem jsou v podstatě vřívové trubice vázány na pohyb okolní tekutiny. [3]

## 2.6 Vírová čára

Vycházíme z analogie s teorií magnetismu, kde Biot-Savartův zákon popisuje magnetickou indukci, která vzniká díky pohybu elektrického náboje. Lze rozšířit i na lineární vodič  $C$ , kterým protéká elektrický proud  $I$ . Potom magnetická indukce  $B$  ve vzdálenosti  $r$  (orientace vektoru je ve směru od vodiče k danému místu) je:

$$\vec{B}(x) = \oint_C \frac{\mu I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi \|\vec{r}\|^3} \quad (2.18)$$

kde  $\mu$  je magnetická permeabilita,  $I$  je elektrický proud protékající vodičem,  $dl$  je elementární délka orientovaná ve směru proudu.

V mechanice tekutin zaměníme vodič vírovou čarou. Pak můžeme psát pro rychlost, která je indukovaná vířivostí koncentrovanou ve vírové čáře:

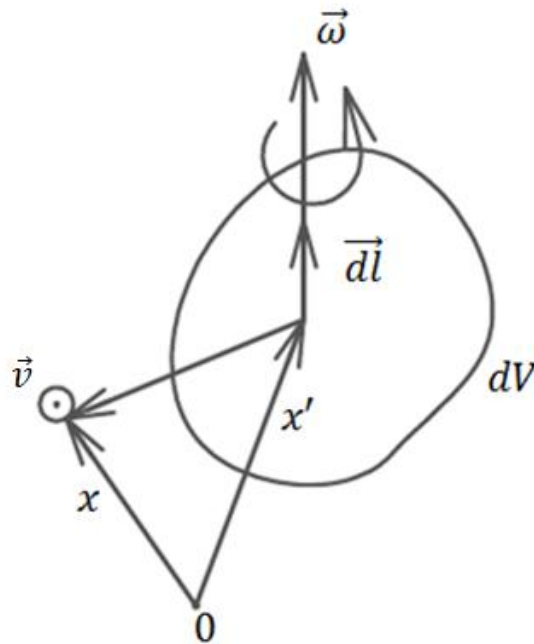
$$\vec{v}(x) = \frac{\Gamma}{4\pi} \oint_C \frac{d\vec{l}(x') \times \vec{r}}{\|\vec{r}\|^3} \quad (2.19)$$

kde  $\Gamma$  je cirkulace a  $dl$  je element vírové čáry orientovaný ve směru vektoru vířivosti  $\vec{\omega}$ .

Pokud by se jednalo o vířivost rozloženou v prostoru, pak by byla indukovaná rychlost výsledkem objemového integrálu:

$$\vec{v}(x) = \frac{\Gamma}{4\pi} \int_V \frac{\vec{\omega}(x') \times \vec{r}}{\|\vec{r}\|^3} dV \quad (2.20)$$

[4]



Obrázek 2.2: Biot-Savartův zákon.

## 2.8 Kruhové vírové čáry

Představme si ideální neohraničenou kapalinu, která je v klidu a v ní vírové čáry, které jsou kruhové a mají společnou osu symetrie, kterou ztotožníme s osou  $z$ . Ujijeme válcových souřadnic  $(r, \varphi, z)$ , předpokládanou rychlost tekutiny

$u = (u_r, 0, u_z)$ , tím se nerealizuje pohyb ve směru  $\varphi$ . Vektorová pole  $\omega$  a  $A$  mají nenulové složky jen ve směru  $\varphi$ . Kompletní pohyb lze popsat, za těchto podmínek, pomocí proudové funkce  $\psi$ . Píšeme

$$\psi(r, z) = r|A| = \frac{r}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \frac{\omega(r', z')}{s} r' \cos \theta dz' dr' d\theta', \quad (2.21)$$

kde

$$\omega = |\omega|, \quad \theta = \varphi' - \varphi, \quad s^2 = (z - z')^2 + r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \theta. \quad (2.22)$$

V případě jediné kruhové čáry o poloměru  $a$  a síly  $\kappa$ , umístěné v rovině  $z = 0$ , dostáváme

$$\psi(r, z) = \frac{\kappa ar}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta d\theta}{\sqrt{z^2 + r^2 + a^2 - 2ar \cos \theta}} \quad (2.23)$$

Označíme-li  $r_1$ , resp.  $r_2$ , nejkratší, nebo největší vzdálenost bodu, ve kterém počítáme proudovou funkci  $\psi$  od vírové čáry, tedy

$$r_1^2 = (z - z')^2 + (r - r')^2, \quad r_2^2 = (z - z')^2 + (r + r')^2,$$

(2.24)

můžeme psát

$$s^2 = r_1^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + r_2^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad 4rr' \cos \theta = r_1^2 + r_2^2 - 2s^2.$$

(2.25)

S využitím vztahu (2.25), lze (2.23) upravit na tvar

$$\begin{aligned} \psi(r, z) &= \frac{\kappa \sqrt{ar}}{4\pi} \int_0^\pi \left[ \left( \frac{2}{k} - k \right) \left( 1 - k^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right)^{-\frac{1}{2}} - \frac{2}{k} \left( 1 - k^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] d\theta \\ &= \frac{\kappa \sqrt{ar}}{2\pi} \left[ \left( \frac{2}{k} - k \right) K(k) - \frac{2}{k} E(k) \right], \end{aligned}$$

(2.26)

Kde

$$k^2 = 1 - \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{4ar}{z^2 + (r+a)^2}$$

(2.27)

Výrazy  $K(k)$  a  $E(k)$  jsou úplné eliptické integrály prvního, resp. druhého druhu a jsou definovány jako

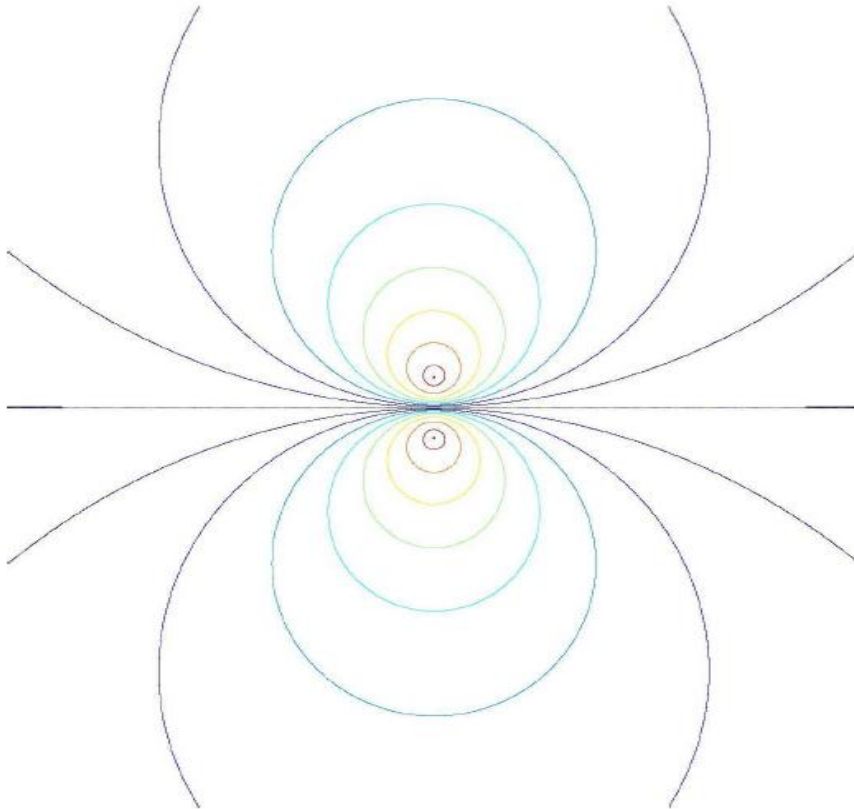
$$K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi}}, \quad E(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \phi} d\phi,$$

(2.28)

pro které jsou číselné hodnoty známé.

Jak jsme již zmínili, proudnice toku jsou křivky, na kterých je konstantní proudová funkce  $\psi$ . Následující obrázek ukazuje proudnice v řezu vírovým prstencem s osou symetrie. [3]

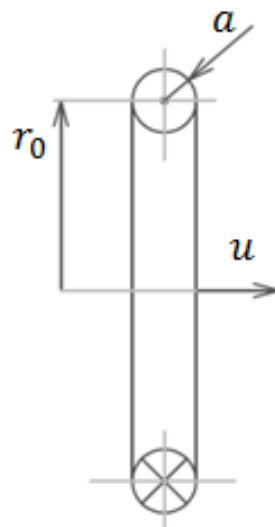




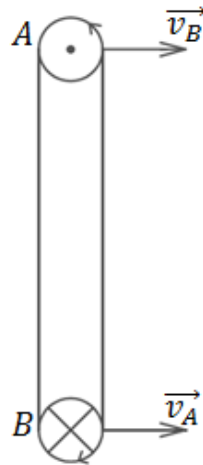
Obrázek 2.3: Vizualizace proudnic vírového prstence s osou symetrie [3]

## 2.9 Translační pohyb vírového prstence

Vírový prstenec se translačně pohybuje rychlostí  $u$ , která vyplývá z Biot-Savartova zákona, tedy z rychlostí indukovaných vířivostí. Kvalitativní pohled je zachycen na obrázku ( $v_A$  je rychlost indukovaná řezem A v místě B,  $v_B$  je rychlost indukovaná řezem B v místě A):



Obrázek 2.4: Parametry vírového prstence



Obrázek 2.5: Vznik translačního pohybu prstence

Odvození velikosti translační rychlosti pro vírový kroužek kruhového průřezu provedl poprvé Kelvin [21]:

$$u = \frac{\Gamma}{4\pi r_0} \left( \log \frac{8r_0}{a} - \frac{1}{4} \right) \quad (2.29)$$

a pro prstenec eliptického průřezu Moore [29]:

$$u = \frac{\Gamma}{4\pi r_0} \left( \log \frac{16r_0}{a+b} - \frac{1}{4} \right) \quad (2.30)$$

Kde  $a, b$  jsou poloosy elipsy. Největší rychlost je pro  $a = b$ , tedy když je průřez kruhový.

## 2.10 Předbíhání vírových prstenců

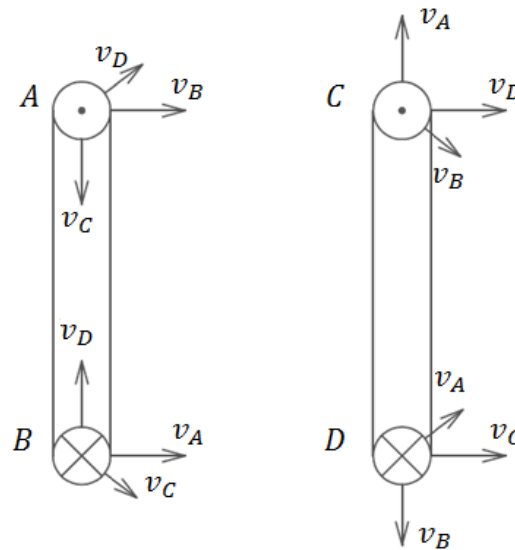
Předbíhání vírových prstenců (angl. leap-frogging) je jedna z možností interakce vírových prstenců (další jsou třeba přímá srážka, boční srážka, srážka s pevnou stěnou). Mechanismus předbíhání dvou vírových prstenců pohybujících se stejným směrem vysvětlil již Helmholtz:

„...první kroužek se rozšiřuje a zpomaluje, zatímco kroužek následující se zmenšuje a urychluje a nakonec, pokud jejich rychlosti nebyly příliš odlišné, probíhá skrz první kroužek. Následuje tentýž jev, ale v opačném pořadí, takže se kroužky střídavě předbíhají.“

Hermann von Helmholtz [5]

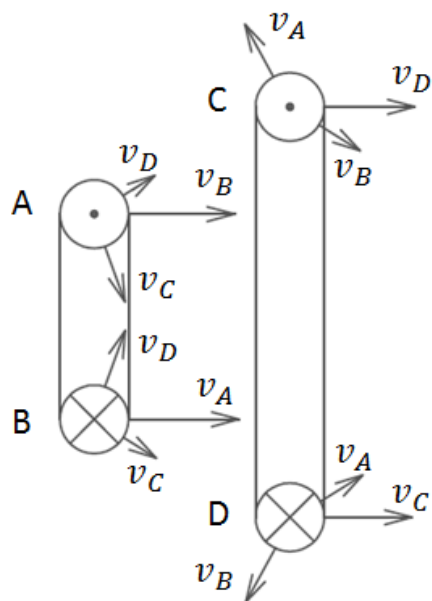
Tento jev popsany Helmholtzem probíhá pouze v ideální kapalině. Při experimentálním potvrzování ve skutečné (tj. viskózní) tekutině při předbíhání vždy došlo k zániku druhého kroužku [16].

Až v pozdějších dokonalejších pokusech [17], [18] se podařilo zachytit alespoň dvě po sobě následující předběhnutí. Mechanismus předbíhání si můžeme vysvětlit opět pomocí Biot-Savartova zákona a následujících obrázků. V obrázcích jsou zakresleny rychlosti indukované od ostatních řezů. Čím je řez vzdálenější, tím je indukovaná rychlost menší.

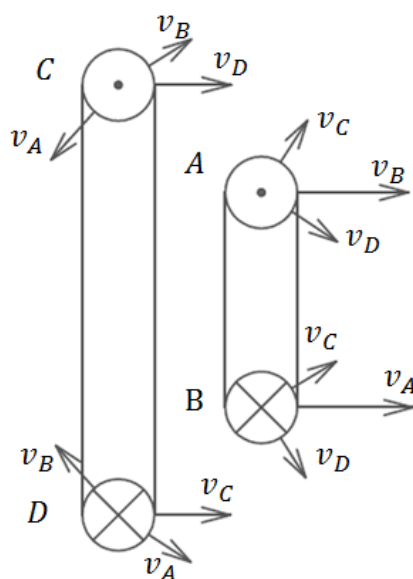


Obrázek 2.6: Předbíhání vírových prstenců

Na Obrázku 2.5 jsou nakresleny dva vírové prstence v řezu s vyznačenými směry rychlostí indukovaných od vírů. Každá rychlost je závislá na vzdálenosti od víru, který ji vytváří a to podle Biot-Savartova zákona, kde je vztah dělen třetí mocninou vzdálenosti řezu od místa působení. Proto se zvětšováním vzdálenosti prudce klesá indukovaná rychlost. Při pohybu dvou vírů stejným směrem dochází k ovlivňování jednoho víru druhým. Při přiblížení prstenců dochází k interakci vírů, a tím ke změně průměru zadního prstence, který se zmenšuje a současně zrychluje. Takto dokáže proletět a předběhnout první prsteneček. Tento mechanismus je znázorněn na následujících obrázcích. [4]

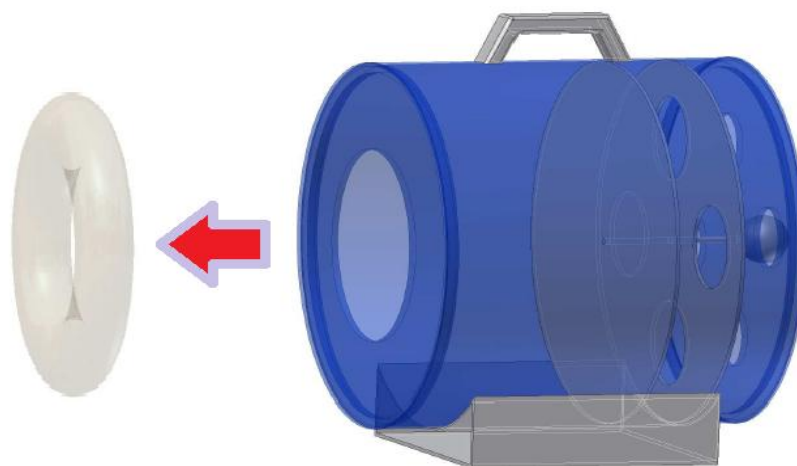


Obrázek 2.7: Předbíhání dvou vřových prstenců



Obrázek 2.8: Předbíhání dvou vřových prstenců.

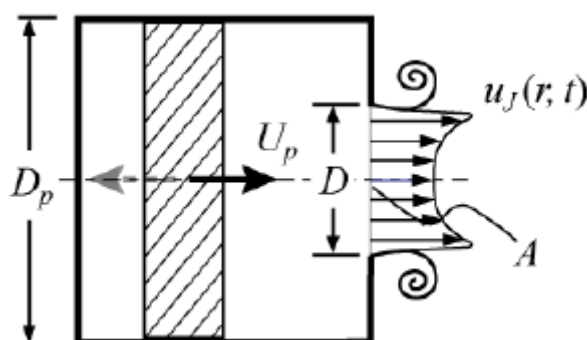
### 3. ZAŘÍZENÍ NA TVORBU VÍROVÝCH PRSTENCŮ



Obrázek 3.1: 3D Model zařízení

#### 3.1 Návrh zařízení

Při návrhu zařízení jsem vycházel z experimentálních zařízení, které používal doc. Mgr. Tomáš Tyc v projektu: „Zajímavá fyzika aneb nevšední jevy všedního dne“. Jedná se o jednoduchou konstrukci, kde hlavní část tvoří válec, který je z jednoho konce uzavřený a na druhém konci je mezikruží, které zlepšuje tvorbu vírových prstenců. Do válce se napouští pracovní kapalina (plyn generovaný vyvíječem míhy) a ta je pomocí pístu hnaná skrz mezikruží. Tím vzniká vírový prsteneček.

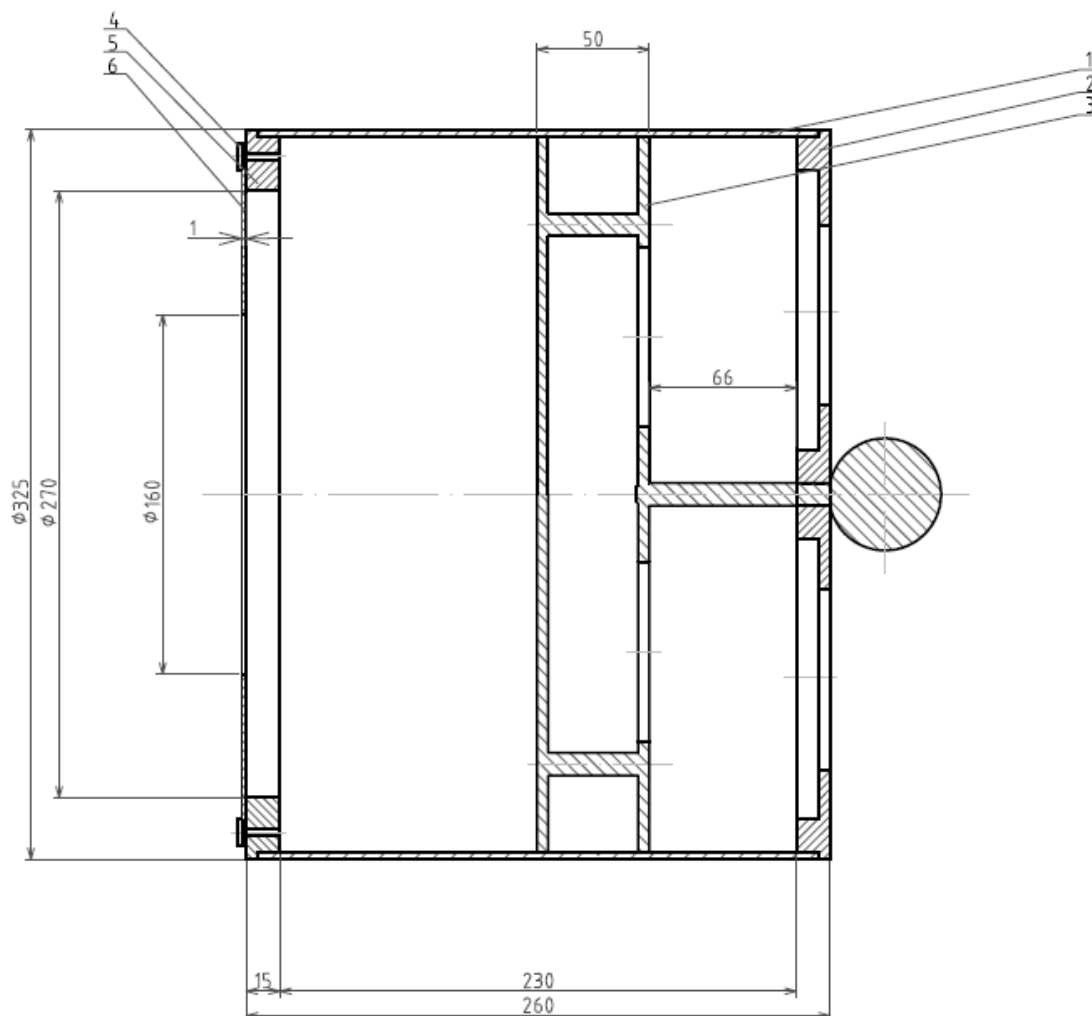


Obrázek 3.2: Princip činnosti zařízení [29]

První návrh zařízení byl proveden v Autodesku Inventoru (Obrázek 3.1), ze kterého byl vypracován návrhový výkres sestavy (Obrázek 3.3) a výrobní výkresy jednotlivých součástí. Vlastní zařízení je pak na obrázcích 3.4, 3.5 a 3.6

Při volbě materiálu, bylo vychááno z požadavků pana Pavla Rudolfa a konzultací s technikou v laboratoři. Válec je vyroben z nerezové oceli (pozice 1.), píst

a čela jsou vyrobeny z plastů a to z důvodu snížení hmotnosti celého zařízení. Píst je zkonstruován ze dvou kruhových desek (na obrázku 3.3 jako podsestava na pozici 3). Jedna deska slouží k vytlačování plynu z pracovní komory a druhá slouží pouze jako vedení ve válci. Tyto desky jsou spojeny pomocí pěti kolíků. Čtyři z nich jsou umístěny na kružnici se středem shodným se středem pístu a pátý kolík je umístěn uprostřed pístu a slouží k upevnění táhla, pomocí kterého můžeme pohybovat pístem. Přední víko (pozice 5) je ve tvaru mezikružní a má na čele čtyři čepy (pozice 4), které slouží k upínání fólií různých rozměrů (pozice 6). Zadní víko (pozice 2) má čtyři otvory, které byly navrženy tak, aby nedocházelo k podtlaku v místě za pístem při pohybu vpřed, a tím ke snížení rychlosti pístu.



Obrázek 3.3: Výkres sestavy

## 3.2 Výroba zařízení

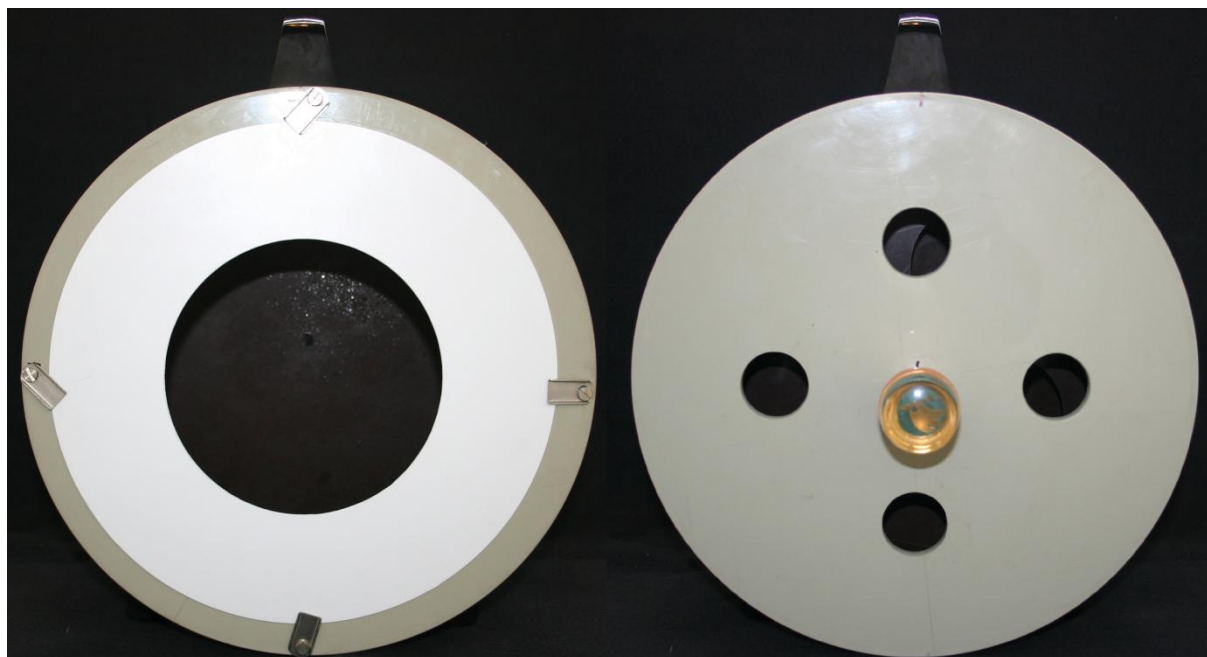
Po vypracování výkresů se objednal nerezový válec. Bohužel v katalogu byly v nabídce pouze nerezové trubky, o minimální tloušťce 3 milimetry. Tato trubka byla nakonec použita pro výrobu válce, což se ve výsledku projevilo na váze celého zařízení. Po odměření rozměrů válce se vyráběly části pístu, tak aby byla zaručena vůle mezi součástmi k volnému pohybu mezi sebou. Když byl píst hotový, začali se zhotovovat víka, která doléhala na vnitřní průměr nerezového válce. Tyto víka byly

ustaveny pomocí šroubů na obvodu válce. Jedno víko slouží k vedení madla a tím k ovládání pístu, druhé slouží k upínání vyměnitelných fólií. Samotné zařízení lze vidět na fotografiích:



Obrázek 3.4: Vlastní zařízení na výrobu vírových kroužků

Poslední výrobní operace byly přivaření podstavné desky, taktéž z nerezového plechu, sloužící k ustavení zařízení na vodorovné ploše, a přišroubování plastového madla pro snadnější uchopení zařízení.



Obrázek 3.5: Čelní a zadní pohled na zařízení



Obrázek 3.6: Pohled z boku



## 4. EXPERIMENTY



Obrázek 4.1: Fotografie letícího vírového prstence (vnitřní průměr použité fólie byl 160mm).

Po dokončení výroby zařízení byly prováděny experimenty, které byly zaznamenávány pomocí fotoaparátu a kamery. Při tvorbě vírových prstenců bylo nutné ručně dodávat impulzy pístu, který vyháněl kouř z pracovního prostoru zařízení přes mezikruží ve fólii. Kouř jsme dodávali z vyvíječe mlhy tzv. stagefog.

Po několika pokusech byla nalezena optimální rychlost a razance, kterou bylo nutné udělit pístu, tak aby zaručeně vznikl vírový prsteneček. Prstence byly vypouštěny proti černé látce, kvůli lepšímu kontrastu na fotografiích.

Při fotografování ze stativu byl problémem s nastavení optimálních světelných podmínek a polohy fotoaparátu, protože každý letící prsteneček měl jinou dráhu letu a na fotkách se pokaždé vyskytoval v jiné výšce. Proto bylo nutné dále fotit z ruky při zapnutém blesku. Většinu pokusů se podařilo zachytit i na kameru. Tyto záběry poté sloužily k vytvoření sledu fotografií, zachycujících pohyb prstenců a videa dokumentujícího průběh pokusů.

### 4.1 Vypouštění vírových prstenců různých průměrů

K dispozici byly vyrobené tři fólie různých vnitřních průměrů (200, 160, 80 mm). Nejdříve byla zkoušena fólie s vnitřním průměrem 160 mm. Tyto kroužky se zdály být stabilní a doletěly překvapivě na velké vzdálenosti. Vše záleželo na rychlosti pístu a také na zdvihu, který píst vykonal. Z experimentů bylo zřejmé, že kroužek nepotřeboval ke svému vytvoření velký zdvih, ale stačilo pouze malé posunutí s vyšší rychlostí, abychom vytvořili kvalitní prsteneček.

Při dostatečném naplnění pracovního prostoru válce zařízení se podařilo vyfotografovat několik snímků, na kterých je názorně vidět proudění kouře ve vírovém prstenci (Obrázek 4.1 a 4.2), kde lze vidět kroužek z profilu a také

charakteristický „ocas“ prstence, který se tvoří za membránou zařízení, kde je ještě přebytek kouře kolem prstence.

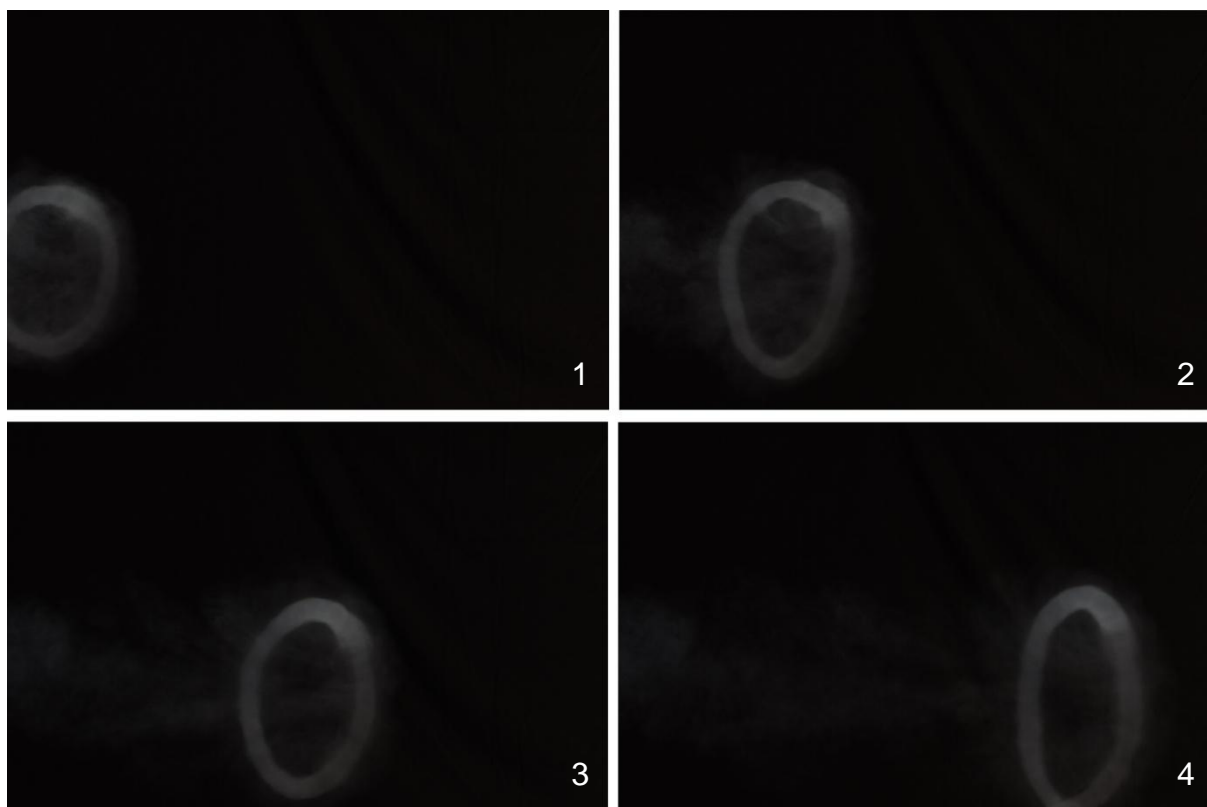


Obrázek 4.2: Fotografie s názornou ukázkou proudění kouře kolem vírové trubice (vnitřní průměr použité fólie byl 160mm).

Na dalším snímku (Obrázek 4.3) lze pozorovat obdobný pohled, avšak můžeme na něm vidět řez vírovou trubicí, jako kružnice v horní a dolní okraji prstence. Průlet prstence je zachycen na sledu fotografií na obrázku 4.4. Tyto fotografie byly pořízeny při focení ze stativu pomocí fotokulometu.



Obrázek 4.3: Fotografie z profilu (vnitřní průměr použité fólie byl 160mm).



Obrázek 4.4: Sled snímků letícího prstence zachycený pomocí fotokulometu (vnitřní průměr použité fólie byl 160mm).

Po změně otvoru na menší průměr, vylétaly ze zařízení kroužky mnohem vyšší rychlostí, což je v souladu se vztahem (2.29). Proto se nám ani nepodařilo zachytit jej pomocí fotoaparátu.

S užitím fólie s největším průměrem jsme mohli pozorovat kroužky, které letěly naopak znatelně pomaleji. Nicméně kroužky byly méně stabilní a doletěly na menší vzdálenosti než kroužky z předchozích pokusů.

## 4.2 Sfouknutí plamene

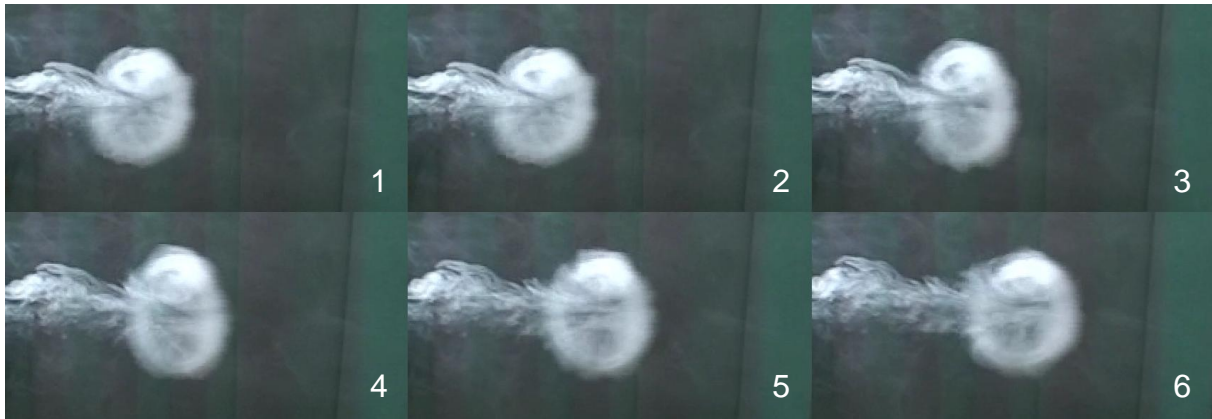
Jako další experiment, bylo provedeno sfouknutí svíčky na určitou vzdálenost. Umístili jsme stojan se zapáleným zapalovačem do vzdálenosti asi pěti metrů od zařízení. Nejdříve byly testovány prstence, které jsme vytvářeli přes fólii s nejmenším vnitřním průměrem (80 mm), protože tyto kroužky měly nejvyšší rychlost. Bohužel se zapalovač nepodařilo sfouknout, i když nebyl problém zasáhnout plamen zapalovače i na relativně velkou vzdálenost, prstenec již evidentně neměl dostatečnou energii na sfouknutí. Proto bylo nutné použít fólii s větším vnitřním průměrem (160mm).

Při použití větší fólie byl problém vůbec seřídít míření kroužků na stojan (Kroužky jsou méně stabilní a pohybují se pomaleji). Další komplikací bylo proudění v hale vyvolané procházením lidí okolo. Tím jsme si ověřili, jak jsou vírové prstence citlivé na pohyb kapaliny, do které jsou vypouštěny. Nakonec, po několika neúspěšných pokusech, se podařilo zapalovač sfouknout, když prstenec narazil svou vírovou trubicí přímo na plamen.

Při použití fólie s největším vnitřním průměrem se nám nepodařilo zapalovač sfouknout. Prstence letěly příliš pomalu a byly příliš nestabilní na to, abychom mohli bezpečně zasáhnout plamen zapalovače.

## 4.3 Eliptické vírové prstence

Eliptické vírové prstence byly vytvářeny přes fólii s otvorem eliptického tvaru. Při průchodu přes tuto fólii se vytvořil vírový prstenec s eliptickou osou a následně začal kmitat mezi svými krajními polohami. Měnil přitom tvar z elipsy s hlavní poloosou ve vertikálním směru na elipsu s hlavní poloosou v horizontálním směru. Tento jev se periodicky opakoval až do zániku samotného prstence. Rychlost kmitání byla závislá na výstupní rychlosti prstence. Čím rychleji byl prstenec vypuštěn, tím rychleji kmital. Jeden výkmit prstence je zachycen na následujícím obrázku. Eliptický prstenec je nejlépe vidět na snímku 3. Tyto prstence se zdály být méně stabilní a doletěly i na kratší vzdálenost.



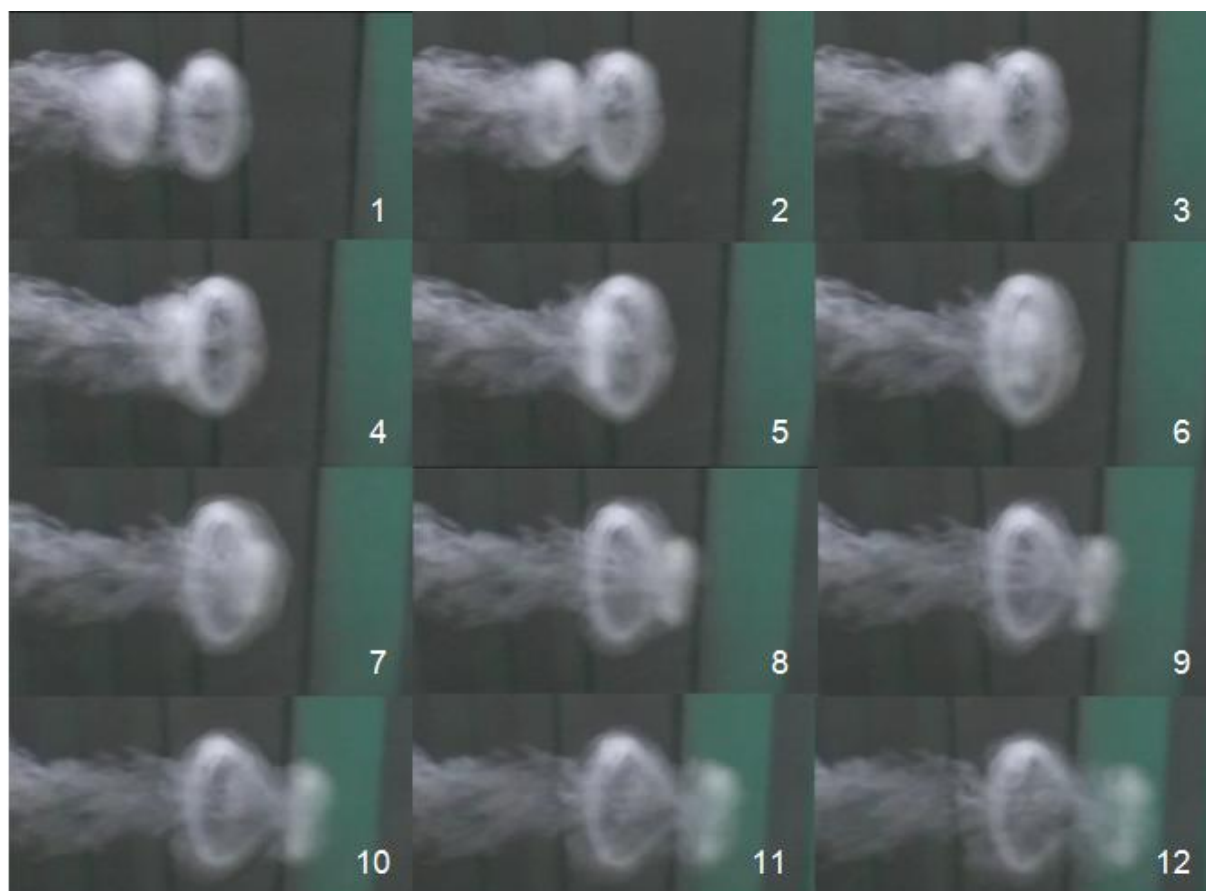
Obrázek 4.5: Sled fotek zachycující jeden výkmit eliptického prstence

#### 4.4 Interakce dvou vírových prstenců

Cílem interakce dvou vírových prstenců bylo ověřit Helmholtzovu teorii předbíhání prstenců. Při vytváření dvou prstenců za sebou, bylo nutné citlivě pohybovat s pístem tak, aby pro oba pohyby pístu bylo dostatek prostoru. Tyto pohyby se musely konat na jeden zdvih, protože by se kroužky jinak nepotkaly.

Správně rozdělit pohyby pístu tak, aby se prstence potkaly, nebylo úplně jednoduché. Vše záleželo na razanci pohybů. Několikrát se nám podařilo setkání dvou prstenců, avšak kvůli nepřesnosti se nepředběhly, ale v důsledku srážky se rozpadly.

Průnik prstenců byl úspěšně proveden pouze jednou, a to tehdy když prstence letěly velmi malou rychlostí a k interakci došlo nedaleko od zařízení pro jejich tvorbu, v místě, kde se prstence ještě neodchýlily od svého původního směru. Druhý prstenec se začal evidentně zmenšovat a zrychlovat, když se ocitl v blízkosti prvního prstence a v důsledku interakce vířivosti obou prstenců druhý prstenec předběhl první. Po této interakci se oba prstence rozpadly. Tento konkrétní případ je zachycen na následujícím sledu fotografií.



Obrázek 4.6: Sled fotografií zachycujících předbíhání vírových prstenců



## 5. ZÁVĚR

Vírové prstence mají i praktické využití, jak bylo uvedeno v úvodu, ale často jsou využívány pro popis teoreticky složitějších jevů v hydrodynamice. Proto je jejich zkoumání perspektivním směrem k hlubšímu poznání hydrodynamiky.

V této práci jsem se snažil teoreticky popsat pohyb vírového prstence, přičemž jsem vycházel hlavně z bakalářské práce Petra Zikána a rešerše doc. Ing. Pavla Rodolfa Ph.D. Jako stěžejní pro popis vírových prstenců byly Helmholtzův a Kelvinův teorém. Tyto teorémy slouží k popisu vířivého pohybu v neviskózní tekutině. Další indicií pro popis vírových prstenců byla analogie s Biot-Savartovým zákonem. Pomocí něj, lze definovat translační rychlost prstence. Detailní popis vírového prstence, bohužel přesahuje znalosti základního kurzu Hydromechaniky, proto je zde jeho popis uveden zjednodušeně.

Další částí práce je návrh zařízení na tvorbu vírových kroužků. Při tomto návrhu jsem si prakticky ověřil vztah mezi návrhovými výkresy a samotnou výrobou zařízení. I když je zařízení principiálně velmi jednoduché, při postupu výroby bylo nutno řešit dílčí problémy. Ať už se jednalo o návrh rozměrů vnitřních částí, tření pístu ve válci a jeho možné zpříčení, po volbu materiálu a postupu výroby. Celé zařízení, vytvořené v rámci této práce, bude sloužit jako učební pomůcka pro demonstraci vířivého proudění a vysvětlení základních jevů spojených s vířivým prouděním (vírová trubice, Helmholtzovy věty, indukovaná rychlost, stabilita proudění apod.).

Na závěr práce jsem se snažil popsat několik experimentů s vírovými prstenci. Bylo zajímavé pozorovat, jak se prstence chovaly ve vzduchu, jak byly citlivé na pohyb tekutiny, do které byly vypouštěny a jakou měli sílu a razanci při průletu. Některé prstence dokonce byly tak stabilní, že vydržely ve vzduchu viset až několik minut volně ve výšce asi sedmi metrů, když už nekonali výrazný translační pohyb, ale mohli jsme pozorovat pouze rotaci vírové trubice. Dalším zajímavým jevem bylo předbíhání dvou vírových prstenců. Názorně zde docházelo k ovlivňování vírových trubic, což bylo popsáno v této práci teoreticky, s pomocí Biot-Savartova zákona, ale i prakticky pomocí experimentu.

## Seznam použité literatury

- [1] Guyon, E., Hulin J.P., Petit L., Mitescu, C.D.: *Physical Hydrodynamics*. Oxford University Press. 2001.
- [2] Feynman, R.P., Leighton, R.B., Sands, M.: *Feynmanovy přednášky z fyziky*. Fragment. 2000.
- [3] Zikán, P.: *Fyzika vírových prstenců*. Bakalářská práce. MU Brno. 2009.
- [4] Rudolf, P.: *Vírový kroužek - rešerše*. Výzkumná zpráva. VUT v Brně. 2011.
- [5] Helmholtz, H. von: Über Integrale der hydrodynamischen Gleichungen, welche der Wirbelbewegung entsprechen. *J. für die reine und angewandte Mathematik*, 55, 25, 55.
- [6] Lundgren, T.S., Mansour, N.N.: Vortex ring bubbles. *J. Fluid Mech.*, 51, pp.15-32.
- [7] Chahine, G.J., Genoux, P.F.: Collapse of a cavitating vortex ring. *J. Fluids Eng.*, 105, pp. 400-405.
- [8] Akhmetov, D.G.: Extinguishing gas and oil well fires by means of vortex rings. *Combust. Explos. Shock Waves*, 16, pp. 490-494.
- [9] <http://www.zyn.com/cfw/fwtproj/Ringvort.html>
- [10] <http://www.youtube.com/watch?v=TJ7nB7Cf2L8>
- [11] <http://www.bubblerings.com/bubblerings/>
- [12] Saman, P.G.: *Dynamics of vorticity*. *J. Fluid Mech.*, 106, pp. 49-58.
- [13] Linden, P.F., Turner, J.S.: 'Optimal' vortex rings and aquatic propulsion mechanisms. *Proc. R. Soc. Lond.*, 271, pp. 647-653.
- [14] Mohseni, K.: A formulation for calculating the translational velocity of a vortex ring or pair. *Bioinspiration and Biomimetics*, 1, pp. 57-64.
- [15] Nitsche, M., Krasny, R.: A numerical study of vortex ring formation at the edge of circular tube. *J. Fluid Mech.*, 276, pp. 139-161.
- [16] Maxworthy, T.: The structure and stability of vortex rings. *J. Fluid Mech.*, 51, pp. 15-32.



- [17] Yamada, H., Matsui, T.: Preliminary Study of Mutual Slip-Through of a Pair of Vortices. *Physics of Fluids*, 21, pp. 292-294.
- [18] Dyke, M. van: *An album of fluid motion*. Parabolic Press.1982.
- [19] Moore, D.W.: The velocity of a vortex ring with a thin core of elliptical cross section. *Proceedings of the Royal Society of London*, 370, pp.407-415.
- [20] [http://cs.wikipedia.org/wiki/Hermann\\_von\\_Helmholtz](http://cs.wikipedia.org/wiki/Hermann_von_Helmholtz)
- [21] [http://cs.wikipedia.org/wiki/Lord\\_Kelvin](http://cs.wikipedia.org/wiki/Lord_Kelvin)
- [22] <http://www.youtube.com/watch?v=TJ7nB7Cf2L8>
- [23] Brodsky, A.K.: Vortex formation in the tethered flight of the peacock butterfly *Inachis io* L. (Lepidoptera, Nymphalidae) and some aspects on insect flight evolution. *J. exp. Biology*, 161. pp. 77-95.
- [24] Riley, N.: Fascination of vortex rings. *Applied Scientific Research*, 58, pp.169189.
- [25] Akhmetov, D.G.: *Vortex rings*. Springer. 2010.5
- [26] On the evolution of laminar vortex rings. *Experiments in Fluids*. 22, pp.447-457.
- [27] Turner, J.S.: Intermittent release of smoke from chimneys. *Mech. Eng. Sci.*,2, pp. 97-100.
- [28] Fohl, T.: Optimization of ow for forcing stack wastes to high altitudes. *J.Air Pollution Control Assoc.*, 17, pp. 730-733.
- [29] Paul S. Krueger, Ali A. Moslemi, J. Tyler Nichols, Ian K. Bartol, William J. Stewart.: *Vortex Rings in Bio-inspired and Biological Jet Propulsion*