

Univerzita Palackého v Olomouci

Přírodovědecká fakulta

Katedra optiky



## **Analýza Faradayova jevu v optických vláknech**

Autor:	Petr Nitsche
Studijní program:	B1701 / Fyzika
Studijní obor:	1701R027 / Obecná fyzika a matematická fyzika
Forma studia:	Prezenční
Vedoucí práce:	RNDr. František Petráš
Termín odevzdání práce:	20. 1. 2015

## **Poděkování:**

Rád bych poděkoval RNDr. Františku Petrášovi, moc si vážím jeho pomoci, trpělivosti a ochoty při vedení a psaní této práce. Rovněž velký dík patří mým rodičům za podporu, kterou mi věnovali po celou dobu mého studia.

Prohlašuji, že jsem předloženou bakalářskou práci vypracoval samostatně pod vedením RNDr. Františka Petráše a že jsem použil zdrojů, které cituji a uvádím v seznamu použitých pramenů.

V Olomouci .....

.....

## **Anotace**

Tato práce je věnována Faradayovu jevu, jeho odvození, vlastnostem a chování v optických vláknech. Dále se zabývá vlivem optického vlákna na polarizační stav světla.

Součástí práce je demonstrace Faradayova jevu s využitím vybraných metod, které byly v laboratoři zrealizovány a experimentálně byly ověřeny jeho vlastnosti.

*Klíčová slova:*

*Faradayův jev, Verdetova konstanta, polarizační stav světla, optická aktivita, lineární a kruhový dvojlom, reciprocita, analýza a experimentální ověření vlastností, porovnání s teorií.*

## **Abstract**

This thesis deals with Faraday effect, his derivation, properties and behavior in optical fibers. Furthermore deals with the influence of the optical fiber to a polarization state of light.

The thesis includes a demonstration the Faraday effect using selected methods that were implemented in the laboratory and verified experimentally its properties.

### *Keywords:*

*Faraday effect, Verdet constant, polarization state of light, optical activity, linear and circular birefringence, reciprocity, analysis and experimental verification of properties, comparison to theoretical results.*

# Obsah

<b>ÚVOD</b> .....	<b>6</b>
<b>1 Michael Faraday</b> .....	<b>7</b>
<b>2 Polarizační stav světla</b> .....	<b>10</b>
2.1 Eliptická polarizace	12
2.2 Lineární polarizace	13
2.3 Kruhová polarizace	14
2.4 Maticový popis polarizace	14
2.4.1 Jonesův vektor.....	15
2.4.2 Stokesův vektor.....	19
2.4.3 Převody mezi vektory.....	21
<b>3 Faradayův jev</b> .....	<b>23</b>
3.1 Optická aktivita	23
3.2 Odvození stočení roviny polarizace vlivem Faradayova jevu	24
3.2.1 Klasická teorie Faradayova jevu.....	25
3.2.2 Recipročnost Faradayova jevu.....	31
3.3 Faradayův jev v optickém vlákně	32
3.3.1 Módy v optickém vlákně.....	32
3.3.2 Polarizace v optickém vlákně.....	35
3.4 Detekce stočení polarizační roviny ve vlákně	41
3.4.1 Měření s využitím Wollastonova hranolu.....	41
3.4.2 Měření s využitím interferometru.....	43
<b>4 Experimentální ověření Faradayova jevu</b> .....	<b>44</b>
4.1 Návrh obvodu s toroidní cívkou	44
4.2 Experimentální uspořádání měření s Wollastonovým hranolem	48
4.3 Popis měření s Wollastonovým hranolem	49
4.4 Experimentální uspořádání měření s interferometrem	51
4.5 Popis měření s interferometrem	52
<b>ZÁVĚR</b> .....	<b>56</b>
<b>ZDROJE</b> .....	<b>58</b>
Seznam literatury	58
Seznam obrázků	59

## ÚVOD

Úkolem mé bakalářské práce je shrnout informace o Faradayově jevu v optických vláknech a vybrat, případně navrhnout experimentální aparaturu v laboratoři, na které by bylo možné demonstrovat a ověřit získané poznatky. Faradayův jev je magneto-optický jev, který způsobuje stočení roviny lineárně polarizovaného světla procházejícího transparentním materiálem umístěným v magnetickém poli.

Práce je rozdělena do 4 kapitol, které jsou rozděleny na teoretickou a experimentální část. Na začátku své práce jsem uvedl stručný životopis objevitele Faradayova jevu Michaela Faradaye. Poté v teoretické části vymezuji pojem polarizace světla a jeho popis. Dále se zabývám popisem optické aktivity a jejím teoretickým odvozením. Rovněž analyzuji problematiku Faradayova jevu a zabývám se jeho vlastnostmi a teoretickým odvozením. V závěru teoretické části pro lepší představu popisu Faradayova jevu v optickém vlákne se zabývám vlivem parametrů samotného optického vlákna na polarizační stav světelné vlny.

V experimentální části práce jsou popsány dvě základní metody použité k ověření získaných znalostí o Faradayově jevu v optických vláknech. První metodou je klasické uspořádání s vyhodnocením změny stavu polarizace s dvěma detektory a Wollastonovým hranolem. Druhá metoda využívá Mach-Zehnderova interferometru, pomocí něhož je vyhodnocena změna fáze polarizačního stavu světelné vlny.

## 1 Michael Faraday

Michael Faraday (1791-1867) byl britským fyzikem, chemikem a profesorem na Royal Institution. Je objevitelem elektromagnetické indukce, samoindukce, diamagnetismu, podařilo se mu zkapalnit plyn a izolovat benzen. Věnoval se elektrochemii a sestavil Faradayovy elektrolytické zákony. [9] „ Zavedl pojmy *elektrické pole, magnetické pole a siločáry, anoda, katoda, elektroda a ion.*“[6] Matematické představy, které měl Faraday, se povedly formulovat James Clerk Maxwellovi. [9]



Obr. 1: Michael Faraday (1791-1867) [1].

Michael Faraday se narodil ve vesnici poblíž Londýna v rodině kováře. Jeho rodina byla příliš chudá, a aby mohl zůstat ve škole, začal ve 13 letech pracovat jako poslíček v knihkupectví. O rok později byl přijat do učení na knihaře. Faraday v průběhu sedmileté učební doby přečetl téměř všechny knihy, které vázal, což v něm probudilo obrovský zájem o vědu. [9]



Poté co v knihkupectví skončil, požádal o práci asistenta u Sira Humpryho Davyho, slavného chemika, jehož přednášky navštěvoval během učení na knihaře. Když Davy požádal o radu jednoho z guvernérů Royal Institution, ohledně zaměstnání mladého knihaře, muž řekl: „Nech ho umýt láhve! Pokud práci přijme, je dobrý, pokud odmítne, je k ničemu.“ Faraday láhve umyl a zůstal v Royal Institution po dobu dalších padesáti let, nejprve jako Davyho asistent, potom jako jeho spolupracovník a po Davyho smrti se ujal role nástupce. Říká se, že Faraday byl největší Davyho objev. [9]

V roce 1823 Faraday zkapalnil chlór, v roce 1825 objevil látku známou jako benzen a v roce 1834 stanovil zákony elektrolyzy. Nicméně jeho největší úspěchy pochází z oblasti elektřiny. V roce 1821 Faraday postavil dvě zařízení vykonávající, jak on nazval, elektromagnetickou rotaci, což je kontinuální kruhový pohyb způsobený magnetickou silou kolem drátu. [9] „S nadsázkou můžeme říct, že sestrojil první elektromotor.“ [19] O deset let později, v roce 1831, začal svou velkou sérii experimentů, pomocí kterých objevil elektromagnetickou indukci. Tyto experimenty tvoří základ moderních elektromagnetických technologií. [9]

Kromě řady publikací v odborných časopisech byl nejvýznamnějším dokumentem vztahujícím se k jeho studiu jeho deník, který měl nepřetržitě od roku 1820 do roku 1862. Tento deník byl publikován Royal Institution v roce 1932 jako sedm svazků o 3236 stránkách a několika tisících okrajových kresbách. Královna Viktorie odměnila Faradayovi životní úspěchy tím, že mu poskytla k používání dům v Hampton Court a rytířský titul. Faraday přijal dům, ale rytířský titul elegantně odmítl. [9]

Dne 13. září 1845 Faraday objevil magneto-optický jev, který nese jeho jméno. Tento den zaznamenal ve svém deníku: „V současné době pracuji s liniemi magnetické síly, procházejí napříč různými předměty (transparentní v různých směrech) a zároveň skrze ně prochází polarizovaný paprsek, který poté zkoumám Nikolovým hranolem, nebo pomocí jiných prostředků.“ Po popisu několika negativních výsledků, kdy byl paprsek světla veden vzduchem a několika dalšími látkami, Faraday v ten samý den v deníku uvedl: „k experimentu byl použit kus těžkého skla, o stranách 2 palce na 1,8 palců a 0,5 palce tlusté.“ To nevykazovalo žádný účinek, až když Faraday začal měnit rozložení magnetů, čímž měnil i rozložení magnetického pole, dosáhl toho, že sklo pod vlivem magnetického pole začalo vykazovat účinek na polarizované světlo, a tím bylo ukázáno, že magnetická síla a světlo jsou ve vzájemném vztahu. Nakonec v deníku uvedl: „Tato skutečnost se s největší

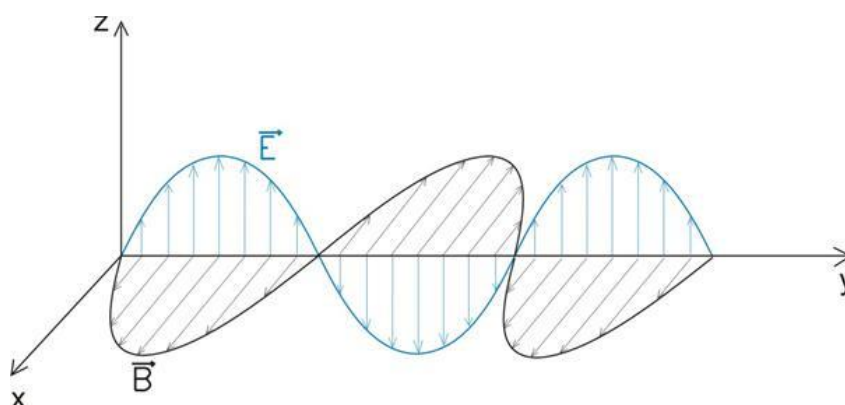
pravděpodobností ukáže jako mimořádně užitečná a bude mít velký význam při vyšetřování podmínek obou přírodních sil.“ [9]

Faradayovi se tedy podařilo dokázat souvislost mezi světlem a magnetismem. Objevil, že při působení magnetickým polem na prostředí se stáčí rovina lineárně polarizovaného světla. Tento jev byl po svém objeviteli nazván Faradayův jev. Faraday publikoval výsledky měření týkajících se tohoto jevu pod názvem *O magnetizaci světla a osvitě magnetických siločar*. Během svého života Faraday provedl celkem asi 30 000 experimentů a publikoval na 450 odborných článků. [6]

## 2 Polarizační stav světla

Tuto kapitulu jsem zahrnul kvůli základnímu matematickému popisu polarizačního stavu světla, který je důležitý pro analýzu Faradayova jevu.

Světlo je elektromagnetické záření, které se skládá ze dvou navzájem kolmých kmitajících vektorů elektrické intenzity  $\vec{E}$  a magnetické indukce  $\vec{B}$ . Tyto vektory jsou zobrazeny na obr. 2. Třetím vektorem je vlnový vektor, který se šíří ve směru vlny a jsou na něj kolmé oba předchozí vektory. [3]



Obr. 2: Elektromagnetická vlna [2].

Světlo se šíří jako příčné elektromagnetické vlnění, což nám říká, že  $\vec{E}$  je kolmý na směr postupu vlny. Hodnota vektoru elektrické intenzity se periodicky mění a to znamená, že  $\vec{E}$  kmitá. Jestliže vektor elektrické intenzity mění svou hodnotu náhodně, pak je toto světlo nepolarizované. Když hodnota vektoru elektrické intenzity náhodná není, světlo je polarizované. Rozlišujeme tři druhy polarizace:

- Eliptická – koncový bod vektoru elektrické intenzity opisuje elipsu
- Kruhová – speciální případ eliptické, koncový bod vektoru elektrické intenzity opisuje kruh
- Lineární – speciální případ eliptické, koncový bod vektoru elektrické intenzity opisuje přímku (leží v jedné rovině) [3]

Důležitou úlohu má polarizace světla při vzájemném působení světla s látkou, což si ukážeme na příkladech:

- Kolik světla se odrazí na rozmezí dvou prostředí, je závislé na polarizaci.

- Kolik světla se absorbuje určitou látkou, je závislé na polarizaci.
- Rozptyl světla v prostředí vykazuje citlivost na polarizaci.
- Anizotropní materiály mají index lomu závislý na polarizaci. Světlo s různou polarizací se prostředím šíří s různou rychlostí a má různý fázový posun. Během šíření vlny dochází ke změně polarizační elipsy, toho se využívá při návrhu velkého množství optických zařízení. [3]

Jak je vidět, polarizace se významně uplatní při odrazu, lomu, absorpci, rozptylu a u anizotropních látek. Odrazem můžeme světelnou vlnu částečně polarizovat. Pokud se paprsek odráží pod určitým úhlem (Brewsterův úhel), pak je odražený paprsek úplně lineárně polarizovaný a vektor elektrické intenzity kmitá v rovině, která je kolmá k rovině dopadu. Při lomu světla nastane částečná polarizace a vektor elektrické intenzity kmitá v rovině, která je rovnoběžná s rovinou dopadu. [3]

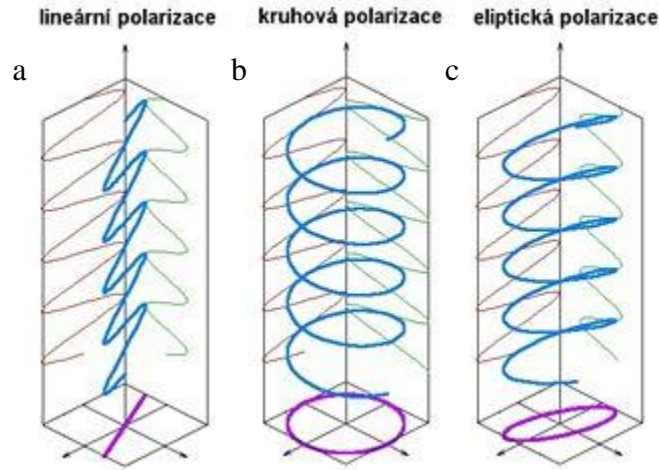
Budeme uvažovat rovinný signál o jediné úhlové frekvenci  $\omega$ , tedy monochromatický, šířící se podél osy  $z$  rychlostí  $c$ . V rovině kolmé na osu  $z$ , tedy v rovině  $x$ - $y$ , leží vektor elektrické intenzity  $\vec{E}$ . Tento signál lze vyjádřit jako

$$\vec{E}(z, t) = \text{Re} \left\{ \mathbf{A} \cdot \exp \left[ j\omega \left( t - \frac{z}{c} \right) \right] \right\}, \quad (1)$$

kde komplexní obálka

$$\mathbf{A} = A_x \hat{\mathbf{x}} + A_y \hat{\mathbf{y}} \quad (2)$$

je vektor, který obsahuje komplexní složky  $A_x$  a  $A_y$ . Abychom popsali polarizaci tohoto signálu, musíme najít koncový bod vektoru  $\vec{E}(z, t)$  v každém bodě  $z$  jako funkci času. [3]



Obr. 3: Jednotlivé typy polarizace – a) lineární, b) kruhová, c) eliptická [3].

## 2.1 Eliptická polarizace

Obecně je rovinný harmonický signál elipticky polarizovaný. Jestliže popíšeme  $A_x$  a  $A_y$  díky její velikosti a fázi  $A_x = a_x \exp(j\varphi_x)$  a  $A_y = a_y \exp(j\varphi_y)$  a dosadíme do předchozích rovnic, získáme

$$\vec{E}(z, t) = E_x \hat{x} + E_y \hat{y}, \quad (3)$$

kde

$$E_x = a_x \cos\left(\omega\left(t - \frac{z}{c}\right) + \varphi_x\right) \quad (4)$$

$$E_y = a_y \cos\left(\omega\left(t - \frac{z}{c}\right) + \varphi_y\right) \quad (5)$$

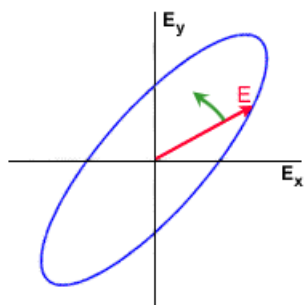
jsou  $x$ -ová a  $y$ -ová složka vektoru elektrické intenzity  $\vec{E}(z, t)$ . Tyto složky představují periodické funkce  $t - z/c$ , které oscilují s frekvencí  $\omega$ . Předchozí vztahy nazýváme parametrickými rovnicemi elipsy

$$\frac{E_x^2}{a_x^2} + \frac{E_y^2}{a_y^2} - 2 \cos \varphi \frac{E_x E_y}{a_x a_y} = \sin^2 \varphi, \quad (6)$$

kde  $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$  je fázový rozdíl. [3]

V každém čase se koncový bod vektoru elektrické intenzity nachází na šroubovici opisující válcovou plochu s eliptickým průřezem, což je vidět na obr. 3 (c). Když se vlna šíří,

vektor elektrické intenzity rotuje s periodou, která odpovídá času potřebnému ke zdolání úseku rovnajícímu se vlnové délce  $\lambda = 2\pi \frac{c}{\omega}$ . [3]

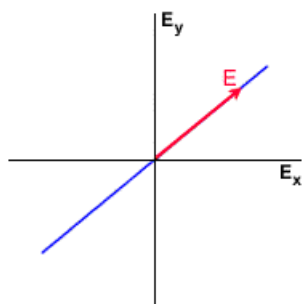


Obr. 4: Eliptická polarizace [4].

Jakou polarizaci má vlna, lze určit z tvaru elipsy (směru hlavní poloosy, excentricity, nebo poměru hlavní a vedlejší poloosy). Výsledná elipsa je tedy dána poměrem amplitud  $a_x/a_y$  a fázovým rozdílem  $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ . Intenzita světla je dána velikostí elipsy  $I = (a_x^2 + a_y^2)/2\eta$ , kde  $\eta$  označuje impedanci prostředí. [3]

## 2.2 Lineární polarizace

Jestliže je jedna složka světla nulová, např.  $a_y = 0$ , vlna je polarizovaná lineárně, tedy podél osy  $x$ . Další vlastností lineárně polarizované vlny je, že velikost jejího fázového rozdílu je  $\varphi = 0$  nebo  $\pi$ , to vyplývá z  $E_y = \pm(a_y/a_x)E_x$ , což odpovídá rovnici přímky se směrnici  $\pm a_y/a_x$ , kde + a - odpovídá  $\varphi = 0$ , resp.  $\pi$ . V případě lineárně polarizované vlny místo původní válcové plochy s eliptickým průřezem dostaneme rovinu, což je vidět na obr. 3 (a). Také se říká, že světlo je polarizované v rovině. [3]



Obr. 5: Lineární polarizace [4].

### 2.3 Kruhová polarizace

Kruhově polarizované světlo má ty vlastnosti, že jeho fázový rozdíl je  $\varphi = \pm\pi/2$  a jeho složky se rovnají  $a_x = a_y = a_0$ , potom složky vektoru elektrické intenzity se rovnají

$$E_x = a_0 \cos\left(\omega\left(t - \frac{z}{c}\right) + \varphi_x\right) \quad (7)$$

a

$$E_y = a_0 \sin\left(\omega\left(t - \frac{z}{c}\right) + \varphi_y\right), \quad (8)$$

z toho vyplývá  $E_x^2 + E_y^2 = a_0^2$ , což odpovídá rovnici pro kružnici. V případě kruhově polarizované vlny místo původní válcové plochy s eliptickým průřezem dostaneme válcovou plochu s kruhovým průřezem, jak je vidět na obr. 3 (b). Situace, kdy  $\varphi = +\pi/2$  odpovídá rotaci vektoru elektrické intenzity na ose  $z$  po směru hodinových ručiček, pokud se díváme proti směru šíření světla. V tomto případě je vlna pravotočivě kruhově polarizovaná, což můžeme vidět na obr. 6 (a). Jestliže  $\varphi = -\pi/2$  dostaneme rotaci vektoru elektrické intenzity na ose  $z$  proti směru hodinových ručiček a vlna je levotočivě kruhově polarizovaná, to lze vidět na obr. 6 (b). [3]



Obr. 6: Kruhová polarizace – a) pravotočivá, b) levotočivá [5].

### 2.4 Maticový popis polarizace








Polarizační stav světla může být obecně popsán pomocí Jonesova nebo Stokesova vektoru. Hlavním rozdílem mezi vektory je ten, že Stokesovo vyjádření používá reálná čísla, zatímco koeficienty Jonesova vyjádření jsou obvykle komplexní čísla. [8]

### 2.4.1 Jonesův vektor

Monochromatickou rovinnou vlnu o úhlové frekvenci  $\omega$ , která postupuje ve směru osy  $z$ , lze zcela popsat komplexními obálkami  $A_x = a_x \exp(j\varphi_x)$   $x$ -ové a  $A_y = a_y \exp(j\varphi_y)$   $y$ -ové složky elektrického pole. Pro zápis komplexní veličiny je výhodné použít sloupcovou matici

$$\vec{j} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix} \quad (9)$$

známou jako Jonesův vektor. Pomocí Jonesova vektoru lze určit intenzitu světla  $I = (|A_x|^2 + |A_y|^2) / 2\eta$  a když stanovíme poměr  $a_x/a_y = |A_x|/|A_y|$  a fázový rozdíl  $\varphi = \varphi_y - \varphi_x = \arg\{A_y\} - \arg\{A_x\}$ , můžeme určit natočení a tvar polarizační elipsy. [3] Seznam Jonesových vektorů pro různé stavy polarizace je uveden v tab. 1.

Polarizační stav	Jonesův vektor	Grafický symbol
Lineární polarizace (vertikální)	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	
Lineární polarizace (horizontální)	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	
Lineární polarizace svírající úhel $\pm 45^\circ$ s osou x	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ \pm 1 \end{pmatrix}$	
Lineární polarizace s azimutem $\alpha$	$\begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \pm \sin \alpha \end{pmatrix}$	
Kruhově polarizovaná vlna – pravotočivá	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix}$	
Kruhově polarizovaná vlna – levotočivá	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix}$	
Eliptická polarizace	$\begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \cdot e^{-j\varphi} \end{pmatrix}$	
Nepolarizovaná vlna	Neexistuje	

Tab. 1: Jonesovy vektory pro některé polarizované stavy. [7]



### 2.4.1.1 Ortogonální polarizace

Pro dvě různé polarizace, které jsou vyjádřené pomocí Jonesových vektorů  $\vec{J}_1$  a  $\vec{J}_2$  platí, že jsou ortogonální, pokud mají nulový skalární součin. Skalární součin lze určit vztahem

$$(\vec{J}_1, \vec{J}_2) = A_{1x}A_{2x}^* + A_{1y}A_{2y}^*, \quad (10)$$

kde  $A_{1x}$  a  $A_{1y}$  představují složky vektoru  $\vec{J}_1$  a  $A_{2x}$  a  $A_{2y}$  jsou složky vektoru  $\vec{J}_2$ . Jako příklad ortogonálních Jonesových vektorů lze uvést lineárně polarizované vlny ve směru osy  $x$  a ve směru osy  $y$  nebo pravotočivě a levotočivě kruhově polarizované vlny. [3]

### 2.4.1.2 Maticová reprezentace polarizačních zařízení

Uvažujeme-li průchod libovolně polarizované rovinné vlny optickým systémem, zachovávajícím vlnu jako vlnu rovinnou, ale měnící její polarizační stav. Systém považujeme za lineární, pokud platí princip superpozice optických polí. Příkladem takového systému je odraz vlny na rozhraní dvou prostředí nebo průchod vlny destičkou z anizotropního materiálu. [3]

Komplexní obálky obou složek elektrického pole vstupující (dopadající)  $A_{1x}$  a  $A_{1y}$  a výstupní (prošlé nebo odražené) vlny  $A_{2x}$  a  $A_{2y}$  bývají obecně vyjádřeny jako superpozice jednotlivých složek [8]

$$A_{2x} = T_{11}A_{1x} + T_{12}A_{1y} \quad (11)$$

$$A_{2y} = T_{21}A_{1x} + T_{22}A_{1y}, \quad (12)$$

kde  $T_{11}$ ,  $T_{12}$ ,  $T_{21}$  a  $T_{22}$  představují konstanty, které popisují dané zařízení. Obecné vztahy z rovnice musí splňovat každé lineární optické polarizační zařízení. Lineární vztahy lze zapsat ve tvaru matic, pokud vezmeme 2x2 matici, označíme ji  $\mathbf{T}$  a její složky budou  $T_{11}$ ,  $T_{12}$ ,  $T_{21}$  a  $T_{22}$  takže

$$\begin{pmatrix} A_{2x} \\ A_{2y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{1x} \\ A_{1y} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Pokud vlnu vstupující do optického systému označíme  $\vec{J}_1$  a vlna ze systému vystupující  $\vec{J}_2$ , lze předchozí vztah vyjádřit v kompaktnějším maticovém tvaru

$$\vec{J}_2 = \mathbf{T}\vec{J}_1. \quad (14)$$

Maticí  $\mathbf{T}$ , kterou nazýváme Jonesova matice, popisujeme optický systém, kdežto dvojice vektorů  $\vec{J}_1$  a  $\vec{J}_2$  charakterizuje vstupní a výstupní vlnu. [3]

Jonesova matice  $\mathbf{T}$  pro určitý optický systém udává, jak tento systém ovlivní polarizační stav a intenzitu procházející vlny. Dále je uvedeno několik Jonesových matic pro různá optická zařízení a jejich stručný popis. [3]

### ***Lineární polarizátor***

Lineární polarizátor ve směru  $x$  je popsán Jonesovou maticí

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (15)$$

přemění vlnu obsahující složky  $(A_{1x}, A_{1y})$  na vlnu obsahující složky  $(A_{1x}, 0)$ , což znamená, že polarizuje vlnu ve směru  $x$ . Tento systém nazýváme lineární polarizátor, který má osu propustnosti ve směru osy  $x$ . [3]

### ***Fázová destička***

Fázová destička s rychlou osou ve směru  $x$  je popsána Jonesovou maticí

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(-j\varphi) \end{pmatrix} \quad (16)$$

přemění vlnu obsahující složky  $(A_{1x}, A_{1y})$  na vlnu obsahující složky  $(A_{1x}, e^{-j\varphi}A_{1y})$ , což znamená, že zpožďuje složku  $y$  o fázový posun  $\varphi$ . Odtud plyne název fázová destička. U fázové destičky rozlišujeme dvě osy rychlou a pomalou. Pomocí maticové algebry můžeme ukázat následující vlastnosti:

- Pokud je  $\varphi = \pi/2$ , destičku nazýváme čtvrtvlnná fázová destička a lineárně polarizovanou vlnu  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  mění na vlnu levotočivě kruhově polarizovanou  $\begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix}$  a pravotočivě kruhově polarizovanou vln  $\begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix}$  mění na vlnu polarizovanou lineárně  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- Pokud je  $\varphi = \pi$ , destičku nazýváme půlvlnná fázová destička a lineárně polarizovanou vlnu  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  mění na vlnu lineárně polarizovanou  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ , tzn., že otáčí rovinu polarizace o  $90^\circ$ . Pravotočivě kruhově polarizovanou vlnu  $\begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix}$  mění na vlnu levotočivě kruhově polarizovanou  $\begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix}$ . [3]

### ***Polarizační rotátor***

Polarizační rotátor je popsán Jonesovou maticí

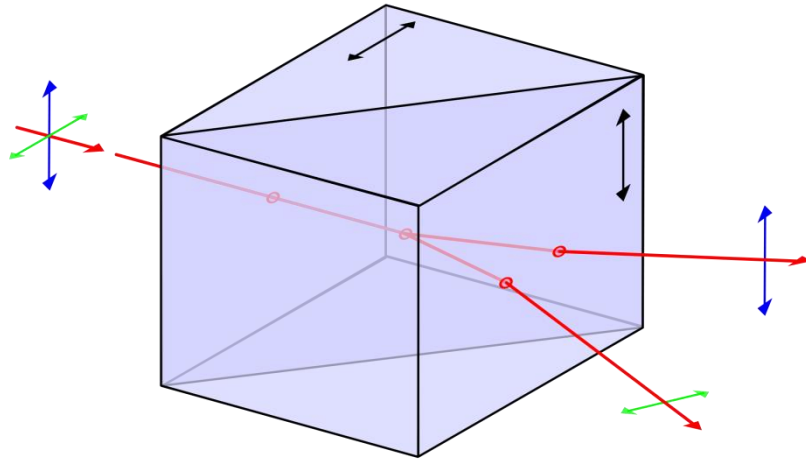
$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \end{pmatrix} \quad (17)$$

přemění světlo lineárně polarizované  $\begin{pmatrix} \cos \psi_1 \\ \sin \psi_1 \end{pmatrix}$  na lineárně polarizované světlo  $\begin{pmatrix} \cos \psi_2 \\ \sin \psi_2 \end{pmatrix}$ , kde  $\psi_2 = \psi_1 + \psi$ . To znamená, že otáčí rovinu polarizace o úhel  $\psi$ . Systém, který otáčí rovinu polarizace, nazýváme polarizační rotátor. [3]

### ***Polarizační dělič paprsků (Wollastonův hranol)***

Zde uvádím stručný popis Wollastonova hranolu, který jsem využil ve svém prvním experimentu.

Wollastonův hranol (obr. 7) způsobuje polarizaci svazku vlivem selektivního lomu v anizotropním prostředí (index lomu je závislý na směru). Pokud dojde k lomu světla na rozhraní anizotropního krystalu, tak se prostorově oddělí dvě polarizace. Tímto způsobem získáme polarizované světlo ze světla nepolarizovaného. Wollastonův hranol se skládá ze dvou spojených anizotropních (jednoosých) krystalů, které jsou různě orientované. [3]



Obr. 7: Wollastonův hranol. [7]

### 2.4.2 Stokesův vektor

Rovinná vlna, která je polarizovaná, může být vyjádřena pomocí těchto parametrů: amplitudami intenzity elektrického pole  $a_x$  a  $a_y$  a fázovým rozdílem  $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ . Tyto amplitudy můžeme zaměnit za Stokesovy parametry  $S_0$  až  $S_3$  (někdy označovány jako  $I, Q, U$ , a  $V$ ), jež jsou definovány:

$$S_0 = (a_x^2 + a_y^2), \quad (18)$$

$$S_1 = (a_x^2 - a_y^2), \quad (19)$$

$$S_2 = (2a_x a_y \cos(\varphi)), \quad (20)$$

$$S_3 = (2a_x a_y \sin(\varphi)), \quad (21)$$

kde  $S_0$  odpovídá celkové intenzitě a polarizační stav vlny popíšeme Stokesovým vektorem  $\vec{S}$  definovaným jako

$$\vec{S} = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix}. \quad (22)$$

Pro úplně polarizovanou vlnu platí

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2, \quad (23)$$

pro částečně polarizovanou vlnu

$$0 < (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2) < S_0^2, \quad (24)$$

a pro nepolarizovanou vlnu

$$S_1^2 = S_2^2 = S_3^2 = 0. \quad (25)$$

Tvar Stokesova vektoru pro nepolarizovanou vlnu je tedy

$$\vec{S}_{nopol} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (26)$$






S využitím Stokesových parametrů lze určit stupeň polarizace vlny:

$$P = \frac{I_{pol}}{I_{pol} + I_{nopol}}, \quad (27)$$

kde  $I_{pol}$  vyjadřuje intenzitu polarizované části vlny a  $I_{pol} + I_{nopol}$  vyjadřuje celkovou intenzitu. Stupeň polarizace vlny můžeme vyjádřit také

$$P = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0}. \quad (28)$$

Stupeň polarizace nabývá hodnoty od 0 do 1, kde 0 odpovídá zcela nepolarizované vlně a 1 odpovídá úplně polarizované vlně. [7] Seznam Stokesových vektorů pro různé stavy polarizace je uveden v tab. 2.

Polarizační stav	Stokesův vektor	Grafický symbol
Lineární polarizace (horizontální)	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	
Lineární polarizace (vertikální)	$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	
Lineární polarizace svírající úhel $\pm 45^\circ$ s osou x	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \pm 1 \\ 0 \end{pmatrix}$	
Kruhově polarizovaná vlna – pravotočivá	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	
Kruhově polarizovaná vlna – levotočivá	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$	
Nepolarizovaná vlna	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	

Tab. 2: Stokesovy vektory pro některé polarizované stavy. [7]

### 2.4.3 Převody mezi vektory

Chceme-li provést transformaci z Jonesova vektoru na Stokesův vektor, lze hodnoty přepočítat s využitím těchto vztahů

$$S_0 = |A_x|^2 + |A_y|^2, \quad (29)$$

$$S_1 = |A_x|^2 - |A_y|^2, \quad (30)$$

$$S_2 = 2|A_x||A_y| \cos \varphi, \quad (31)$$

$$S_3 = 2|A_x||A_y| \sin \varphi, \quad (32)$$

které lze odvodit z definice Stokesových parametrů. [8]

Když transformujeme Stokesův vektor na Jonesův vektor, musíme kromě Jonesova vektoru uvádět i stupeň polarizace  $P$

$$A_x = \sqrt{\frac{1}{2}(\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} + S_1)}, \quad (33)$$

$$A_y = \sqrt{\frac{1}{2}(\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2} - S_1)}, \quad (34)$$

$$\varphi = \varphi_y - \varphi_x = \pm \arctan\left(\frac{S_3}{S_2}\right), \quad (35)$$

$$\vec{J} = \begin{pmatrix} A_x \exp(j0) \\ A_y \exp(j\varphi) \end{pmatrix}. \quad [8] \quad (36)$$

## 3 Faradayův jev

### 3.1 Optická aktivita

Způsob, jakým světlo interaguje s hmotnými látkami, může přinést velké množství cenných informací o jejich molekulární struktuře. Tento směr výzkumu, ačkoli je zaměřen hlavně na studium optiky, měl a nadále má dalekosáhlé důsledky ve vědních oborech, jako je chemie a biologie. [13]

V roce 1811 francouzský fyzik Dominique F. J. Arago jako první pozoroval poněkud fascinující fenomén, nyní známý jako optická aktivita. To bylo tehdy, když zjistil, že rovina polarizace lineárně polarizovaného světla byla stočena, poté co prošla optickou osou křemenné destičky. Přibližně ve stejnou dobu Jean Baptiste Biot pozoroval ten stejný jev, když použil plynné a kapalně formy různých přírodních látek, jako je terpentýn. Jakýkoliv materiál, který způsobuje stočení elektrické složky  $\vec{E}$  dopadající lineárně polarizované rovinné vlny, je nazýván opticky aktivní. Kromě toho, jak Biot zjistil, je potřeba rozlišovat mezi pravotočivým a levotočivým smyslem stáčení. Pokud je při pohledu směrem ke zdroji záření stáčena rovina polarizace po směru hodinových ručiček, látka se označuje jako pravotočivá. V případě, že je stočení roviny polarizace při pohledu směrem ke zdroji záření proti směru hodinových ručiček, látka je levotočivá. [13]

Lineárně polarizovanou vlnu je možné napsat jako součet pravotočivě a levotočivě kruhově polarizované vlny, kdy každá se šíří různou fázovou rychlostí. Optická aktivita je typická pro látky, jejichž molekuly mají v určitém směru šroubovicovou symetrii (jsou asymetrické a jejich elektrony jsou urychlovány v jednom směru snadněji než ve druhém), např.: křemen, selen, tellur a oxid telluričitý, a pro většinu látek organických. [3] Náhodná orientace molekul v látce neruší účinek jevu, protože „převrácené“ molekuly zachovávají stejný smysl. [11] U látek izotropních se schopnost stáčet rovinu polarizace projevuje ve všech směrech, ale prochází-li záření krystalem, tedy anizotropním materiálem, je efekt patrný pouze v případě šíření podél optické osy. [17] Velikost optické stáčivosti a směr stáčení jsou také citlivé na chemické složení a koncentraci roztoků. [3]

Pro optickou aktivitu je obtížné vyslovit obecnou definici, jelikož rozlišujeme několik druhů optické aktivity, které se od sebe svou podstatou liší. Optickou aktivitu dělíme na tři druhy: přirozená, volná a vynucená. [1]



Úhel stočení  $\psi$  je definován jako kladný, když je vektor elektrické intenzity otáčen po směru hodinových ručiček, při pohledu proti směru šíření vlny

$$\psi = \frac{\pi d(n_l - n_p)}{\lambda_0}, \quad (37)$$

kde  $d$  je tloušťka média,  $\lambda_0$  je vlnová délka světla ve vakuu,  $n_p$  je index lomu pro pravotočivou kruhovou polarizaci a  $n_l$  je index lomu pro levotočivou kruhovou polarizaci. [3]

Veličina nazývaná optická stáčivost (úhel odpovídající stočení na úseku jednotkové délky) je definována jako

$$\rho = \frac{\psi}{d}. \quad (38)$$

Směr otáčení roviny polarizace je stejný jako směr kruhově polarizované složky, která má větší fázovou rychlost, a tedy menší index lomu. Pokud je  $n_p < n_l$ , pak  $\rho$  má kladnou hodnotu a směr otáčení je totožný se směrem otáčení vektoru elektrické intenzity pravotočivě kruhově polarizované vlny. [3]

### 3.2 Odvození stočení roviny polarizace vlivem Faradayova jevu

Opticky aktivní látky stáčejí lineárně polarizované světlo v důsledku přirozeného dvojlomu, ale dvojlom může být také indukován v jinak opticky neaktivním materiálu, a to buď použitím napětí, magnetického nebo elektrického pole. [5] Faradayův jev je magneticky indukovaný dvojlom. [12]

V roce 1845 (1846) Faraday zjistil, že magnetické pole ve směru šíření světelného paprsku v transparentním prostředí indukuje kruhový dvojlom. Díky tomu jako první prokázal přímé spojení mezi optikou a elektromagnetismem. Nicméně půl století trvalo, než bylo podáno vysvětlení Faradayova jevu ve formě Maxwellovy elektromagnetické teorie světla (vyvinuté 1860) a konceptu atomicity náboje, který byl vyvinut v 19. století pod vlivem elektrochemie a byl potvrzen Thomsonovým objevem elektronu v roce 1897. [5]

### 3.2.1 Klasická teorie Faradayova jevu

#### 3.2.1.1 Lineárně polarizované světlo jako superpozice kruhově polarizovaných komponent

Elektrický vektor  $\vec{E}$  rovinné vlny lineárně polarizovaného světla frekvence  $\omega$ , která se šíří v kladném směru osy  $x$  s polarizací ve směru  $y$ , může být reprezentován vztahem

$$\vec{E}(x, t) = \vec{E}_p + \vec{E}_l, \quad (39)$$

kde

$$\vec{E}_p(x, t) = \left\{ 0, \left(\frac{A}{2}\right) \cos \left[ \omega \left( t - \frac{nx}{c} \right) \right], \left(\frac{A}{2}\right) \sin \left[ \omega \left( t - \frac{nx}{c} \right) \right] \right\} \quad (40)$$

a

$$\vec{E}_l(x, t) = \left\{ 0, \left(\frac{A}{2}\right) \cos \left[ \omega \left( t - \frac{nx}{c} \right) \right], -\left(\frac{A}{2}\right) \sin \left[ \omega \left( t - \frac{nx}{c} \right) \right] \right\} \quad (41)$$

představují elektrické vektory rovinných vln pravotočivě a levotočivě kruhově polarizovaného světla. (Všimněme si, že součet  $z$ -ových složek je nulový.) Amplituda vektoru  $\vec{E}$  je  $A$ , a rychlost šíření je  $c/n$ , kde  $n$  je index lomu. Tedy paprsek lineárně polarizovaného světla je možné vnímat jako lineární superpozici pravotočivě a levotočivě kruhově polarizovaných složek. [5]

Za určitých okolností může být rychlost pravotočivě a levotočivě kruhově polarizovaného světla různá, jako např. v d-glukóze nebo v látkách, v nichž je magnetické pole. Za těchto okolností lze jednotlivě vypočítat šíření těchto dvou částí a pak sloučením získat elektrický vektor výsledné lineárně polarizované vlny. To způsobí, jak se ukáže, stočení polarizační roviny. [5]

K označení rozdílu v rychlostech pro pravotočivě a levotočivě kruhově polarizované vlny nahradíme index lomu  $n$  v rovnicích (40) a (41) za  $n_p$  a  $n_l$ . Jak je znázorněno na obr. 1, elektrický vektor v  $y$ - $z$  rovině v místě  $x = d$  je dán

$$\vec{E}(d, t) = \vec{E}_p(d, t) + \vec{E}_l(d, t). \quad (42)$$

Použitím rovností

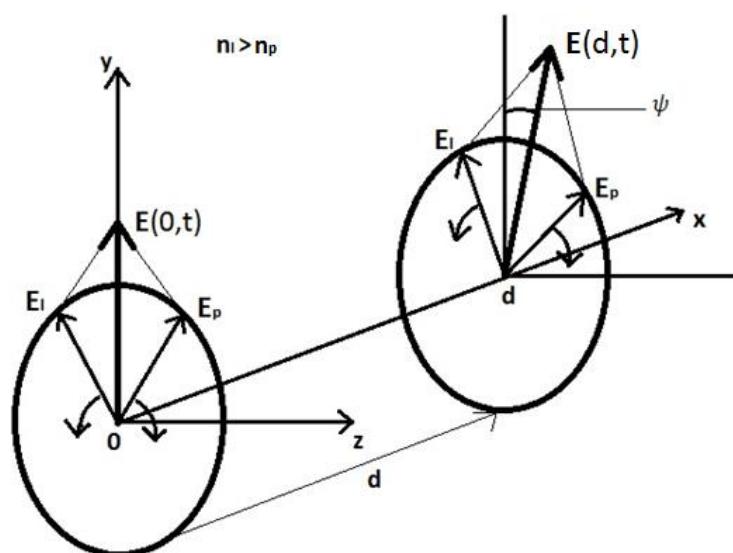
$$\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right), \quad (43)$$

a

$$\sin(\alpha) - \sin(\beta) = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right), \quad (44)$$

najdeme pro elektrické pole v bodě  $x = d$  výraz

$$\vec{E}(d, t) = \left\{ 0, A \cos\left[\omega\left(t - \frac{(n_p + n_l)d}{2c}\right)\right] \cos\left[\frac{\omega(n_p - n_l)d}{2c}\right], A \cos\left[\omega\left(t - \frac{(n_p + n_l)d}{2c}\right)\right] \sin\left[\frac{\omega(n_p - n_l)d}{2c}\right] \right\}. [5] \quad (45)$$



Obr. 8: Superpozice pravotočivě a levotočivě kruhově polarizovaných složek lineárně polarizovaného světla ve dvou rovinách určených  $x = 0$  a  $x = d$ . Protože  $n_l > n_p$ ,  $E_l$  je opožděné ve fázi v  $x = d$  oproti  $x = 0$  vůči  $E_p$  s tím výsledkem, že jejich superpozice v místě  $x = d$  dá lineárně polarizované světlo, které má rovinu polarizace stočenou po směru hodinových ručiček o úhel  $\psi$ .

To představuje oscilující elektrické pole amplitudy  $A$  natočené vzhledem k ose  $y$  o úhel

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{E_z}{E_y}\right) = \frac{\omega(n_l - n_p)d}{2c} = \frac{\pi(n_l - n_p)d}{\lambda_0}, \quad (46)$$

kde  $\lambda_0$  je vlnová délka světla ve vakuu. Tedy kruhový dvojlom lze vysvětlit jako jev způsobený rozdílem v rychlosti šíření pravotočivě a levotočivě kruhově polarizovaného

světla. Rozdíl je obecně velmi malý, jak v opticky aktivních materiálech, tak u Faradayova jevu při středně silných magnetických polích. Nicméně v typickém nastavení  $d/\lambda_0 \gg 1$  se i malý rozdíl mezi hodnotami  $n_p$  a  $n_l$  při šíření projeví hodnotami, které jsou dostatečně velké, aby se daly přesně změřit. [5]

### 3.2.1.2 Magnetický indukovaný kruhový dvojlom - Becquerelova teorie Faradayova jevu

Experimenty záhy stanovily, že úhel Faradayovy rotace je úměrný součinu  $d$  a indukci magnetického pole  $B$ . Pak

$$\psi = VdB, \quad (47)$$

kde  $V$  je koeficient úměrnosti, který se nazývá Verdetova konstanta a má jednotku  $rad \cdot T^{-1} \cdot m^{-1}$ , případně se ještě v CGS soustavě používá jednotka  $rad \cdot gauss^{-1} \cdot cm^{-1}$ . Otázkou zůstává, jak by se dala vypočítat hodnota  $V$  ze základní fyziky světla, magnetismu a hmoty. [5]

Až do tohoto bodu v naší analýze jsme použili pouze dvě myšlenky:

- 1) světlo je příčná vlna s rychlostí  $c/n$
- 2)  $n_p \neq n_l$

První krok k pochopení Faradayova jevu z hlediska elektromagnetické teorie a atomové struktury hmoty byl učiněn H. Becquerelem v roce 1897. Jeho teorie byla založena na představě o nově objeveném elektronu, ale nezahrnovala myšlenku kvantových energetických stavů zavedených Planckem v roce 1900, nebo koncept světlených kvant, vyvinutých Einsteinem v roce 1905. I přesto, že Becquerel nevyužil kvantových principů, poskytuje jednoduchý koncepční rámec předběžného pochopení tohoto jevu, a poskytuje kvantitativní předpovědi pro Verdetovu konstantu, které jsou pozoruhodně blízké naměřeným hodnotám. [5]

Další významné kroky mimo tuto teorii byly učiněny až na začátku 30. let 20. století, ale pouze v plynech (Serber, 1932; Van Vleck, 1932). Od roku 1960 bylo vypracováno velké množství teoretických a experimentálních prací na problematiku Faradayova jevu v pevných látkách, protože měl využití v polovodičích a při stavbě mikrovlnných spínacích přístrojů. [5]

Mimochodem teorie Faradayova jevu v ionizovaném plynu, kde aktivní prostředky jsou volné elektrony, není tak složitá. Tento jev je důležitý v rádiové astronomii, protože poskytuje míru průměrné hodnoty produktu  $B_r n_e$  podél linie pohledu na zdroj lineárně polarizovaného rádiového záření, kde  $B_r$  je složka magnetického pole podél linie pohledu a  $n_e$  hustota volných elektronů (typicky  $B_r \approx 10^{-6} \text{ gauss}$ ,  $n_e \approx 0,1 \text{ cm}^{-3}$ ). [5]

V návaznosti na Becquerela a následné prezentace jeho teorie, předpokládáme, že transparentní materiál obsahuje částice (elektrony) o hmotnosti  $m$  a náboji  $q$  ( $-e$ ) vložené do kontinua opačného náboje a omezené pružnou silou tak, aby vibrovaly kolem pevně daného místa. Uvažujeme situaci, ve které je ustálené magnetické pole  $\vec{B}$  o velikosti  $B$  v kladném směru osy  $x$  a rovina pravotočivě kruhově polarizované elektromagnetické vlny, která v daném místě vytváří rychle se měnící elektrické pole  $\vec{E}$  o konstantní velikosti  $E$ , rotuje ve směru hodinových ručiček vzhledem k  $\vec{B}$  v rovině kolmé na  $\vec{B}$ . V ustáleném stavu se nabyté částice pohybují v kruhu o poloměru  $r$  řídicím se rovnicí

$$-m\omega^2 r = -\kappa r + Eq + \frac{Bq\omega r}{c}, \quad (48)$$

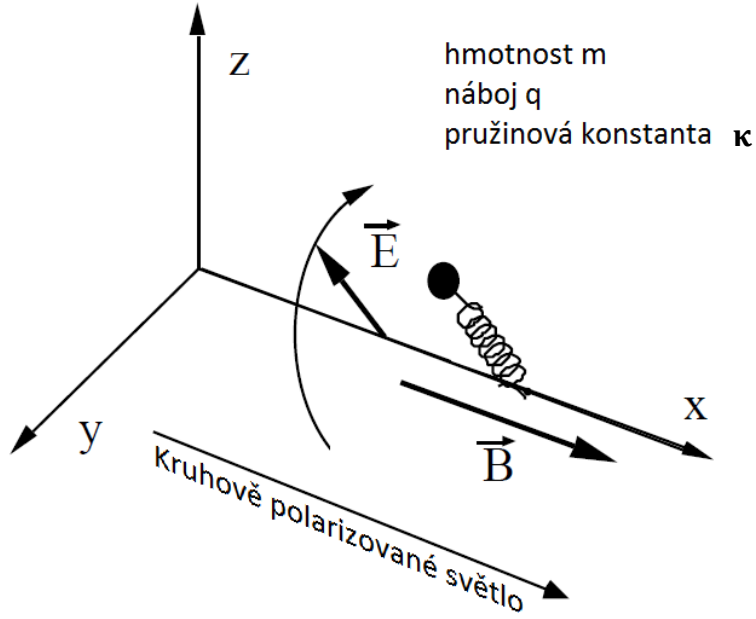
kde  $\kappa$  je „pružinová konstanta“ kvazielastické síly, která udržuje náboj v rovnovážné poloze. Pro levotočivě kruhově polarizované světlo je znaménko magnetického výrazu obrácené. Z rovnice (48) získáme vztah pro  $r$

$$r = \left(\frac{Eq}{m}\right) / \left(\omega_0^2 - \omega^2 - \frac{Bq\omega}{mc}\right), \quad (49)$$

kde

$$\omega_0 = \left(\frac{\kappa}{m}\right)^{1/2} \quad (50)$$

je vlastní frekvence oscilátoru (oscilujícího náboje). [5]



Obr. 9: Částice o hmotnosti  $m$  a náboji  $q$ , je připevněna na konec pružiny, s pružinovou konstantou  $\kappa$ , která je pevně uchycené k ose  $x$ . Směr šíření světla a magnetického pole  $B$  je rovnoběžný s osou  $x$ ; vektor elektrického pole  $\vec{E}$  je kolmý na osu  $x$  a otáčí se v rovině  $y$ - $z$ . [8]

Vychýlení náboje  $q$  z jeho rovnovážné polohy do vzdálenosti  $r$  vytváří elektrický dipól o velikosti  $qr$ . Pokud je tady  $N$  takových dipólů (vychýlených nábojů) v objemové jednotce, pak polarizace  $\vec{P}$  má velikost

$$P = Nqr, \quad (51)$$

a permitivita je  $\varepsilon = (1 + 4\pi\vec{P}/\vec{E})$ . Proto v dielektriku, kde je permeabilita  $\mu = 1$  a rychlost šíření  $v = c/\varepsilon^{1/2}$  v přítomnosti magnetického pole, dostaneme pro index lomu pravotočivě kruhově polarizovaného světla výraz

$$n_p(\omega) = \frac{c}{v} = \left[ 1 + \left( \frac{4\pi Nq^2}{m} \right) / \left( \omega_0^2 - \omega^2 - \frac{B\omega q}{mc} \right) \right]^{1/2}, \quad (52)$$

a pro levotočivě kruhově polarizované světlo

$$n_l(\omega) = \frac{c}{v} = \left[ 1 + \left( \frac{4\pi Nq^2}{m} \right) / \left( \omega_0^2 - \omega^2 + \frac{B\omega q}{mc} \right) \right]^{1/2}. \quad [5] \quad (53)$$

V předchozích výrazech si lze všimnout, že indexy lomu se budou blížit nekonečnu, jestliže se frekvence světla přiblíží takové hodnotě, pro kterou je výraz  $\omega_0^2 - \omega^2 \pm$

$B\omega q/mc = 0$ . (Je možné se vyhnout tomuto nefyzikálnímu důsledku, jednoduchými předpoklady, přidávajícími do pohybové rovnice tlumíc výraz, který představuje sílu odporu úměrnou rychlosti nabitě částice. Naštěstí opomenutí tlumícího výrazu má velmi malý vliv při frekvencích daleko od 0 jako v tomto případě.) Znaménko účinku magnetického pole na indexy lomu závisí na znaménku součinu  $B\omega q$ . Konkrétně pro pravou kruhovou polarizaci s  $\vec{B}$  ve směru šíření ( $B_x > 0$ ) a záporně nabitě částice,  $B\omega q < 0$ , což znamená snížení v  $n_p$  a zároveň odpovídající zvýšení v  $n_l$ . Proto na základě těchto předpokladů  $(n_l - n_p) > 0$  a podle rovnice (46) je  $\psi > 0$ . [5]

Změna  $n_p$  způsobená zapnutím magnetického pole  $B$  je stejná jako změna  $n_p$  způsobená tím, že se frekvence světla změní z  $\omega$  na  $\omega + \Delta\omega_r$ , kde  $\Delta\omega_r$  je definovaná kvadratickou rovnicí

$$\omega^2 + \frac{B\omega q}{mc} = (\omega + \Delta\omega_r)^2. \quad (54)$$

Řešení této rovnice je

$$\Delta\omega_r = \frac{Bq}{2mc}. \quad (55)$$

Podobně pro změnu  $n_l$

$$\omega^2 - \frac{B\omega q}{mc} = (\omega + \Delta\omega_l)^2 \quad (56)$$

a

$$\Delta\omega_l = -\frac{Bq}{2mc}. \quad (57)$$

Tyto  $\Delta\omega$  jsou velmi malé v porovnání s  $\omega$ . Tedy rozdíl indexů lomu může být napsán s vysokou přesností jako

$$n_l - n_r = \left(\frac{dn}{d\omega}\right)(\Delta\omega_l - \Delta\omega_p) = \left(\frac{dn}{d\lambda}\right)\left(\frac{\lambda_0^2}{2\pi c}\right)\left(\frac{Bq}{mc}\right), \quad (58)$$

kde  $\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega}$  je vlnová délka světla ve vakuu. Kombinací rovnic (46) a (58) dostaneme pro úhel Faradayovy rotace

$$\psi = \frac{dn}{d\lambda} \frac{\lambda_0}{2c^2} \frac{q}{m} Bd. \quad (59)$$

Tedy Verdetova konstanta je vztažena ke konstantě interagujících částic podle vztahu

$$V = \frac{dn}{d\lambda} \frac{\lambda_0}{2c^2} \frac{q}{m}. \quad [5] \quad (60)$$

Rovnice (60) je vztah odvozený H. Becquerelem. Tento vztah byl Van Vleckem (1932) označen jako „příliš jednoduchý“. Ve skutečnosti kvantové ošetření problému i v nejjednodušším materiálu je složité, a výsledky jsou vážně závislé na povaze materiálu, tedy zda jde o dielektrikum, polovodič, diamagnet, feromagnet atd. Samozřejmě to znamená, že měření Faradayova jevu může být velmi cenné při studiu elektronové struktury hmoty za předpokladu, že je k dispozici odpovídající teoretický rámec pro jeho výklad. [5]

Komplikací se zbavíme tím, že definujeme konstantu  $C$  tak, že rovnici (60) lze napsat

$$V = -\frac{dn}{d\lambda} \frac{\lambda_0}{2c^2} C \frac{e}{m_e}, \quad (61)$$

kde  $-e$  a  $m_e$  jsou náboj a hmotnost elektronu. Je uspokojivé, že pro viditelné světlo v běžném molekulárním vodíkovém plynu,  $H_2$ , je hodnota  $C = 0,99$ . Pro jiné látky a jiná spektrální pásma mohou být hodnoty  $C$  podstatně odlišné od jedničky, a v některých případech dokonce negativní. V případě mezihvězdného prostoru, kde účinek je v důsledku přítomnosti volných elektronů jedna, bude  $\omega_0 = 0, C = 1$ . [5]

### 3.2.2 Reciprokost Faradayova jevu

Směr stočení roviny polarizace vlivem Faradayova jevu je stálý vzhledem ke směru magnetického pole  $\vec{B}$ , tzn., že je nezávislý na směru šíření světla. Prostředí s tímto indukovaným kruhovým dvojlomem se tedy v jednom směru chová jako pravotočivé a v opačném směru jako levotočivé. Faradayův jev tedy v prostředí indukuje nereciproký kruhový dvojlom a tudíž je to jev nereciproký. [14]

V případě prostředí s kladnou Verdetovou konstantou se světlo šířící ve směru magnetického pole stáčí doleva, takže levotočivě kruhově polarizovaná složka vlny se předbíhá ve fázi a pravotočivě kruhově polarizovaná složka se ve fázi zpožďuje. [14]

„Faradayův jev je možné realizovat také s magnetickým polem, které mění periodicky svůj směr. Jedná se o analogii k mechanickým vibracím.“ (HORÁK, R., 2012, s. 97) [14]



### 3.3 Faradayův jev v optickém vlákně

Pro analýzu Faradayova jevu v optickém vlákně je důležité čtenáře obeznámit s určitými pojmy, které se týkají optických vláken a s chováním světelné vlny v optickém vlákně.

#### 3.3.1 Módy v optickém vlákně

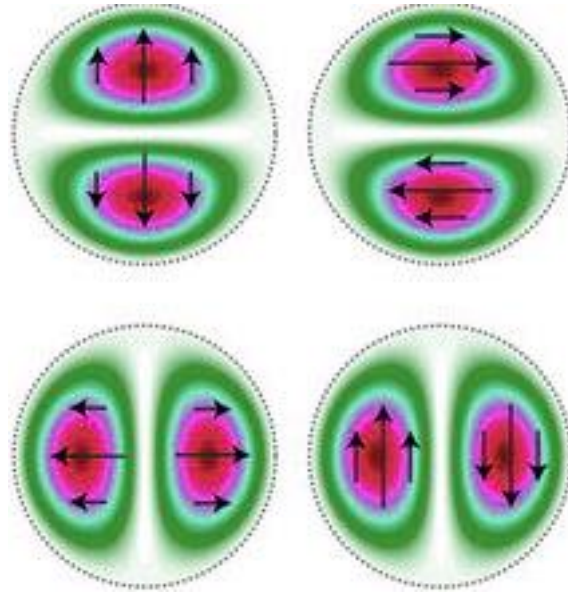
Optické vlákno je vlnovodná struktura, ve které se může za určitých podmínek šířit světelná (elektromagnetická) vlna. [16] Světelnou vlnu, která se šíří optickým vláknem, je možné popsat jako paprsek šířící se přímočaře. Jako další způsob popisu slouží módy. [15]

Mód je charakteristické uspořádání elektromagnetického pole v optickém vlákně. „Z pohledu elektromagnetické optiky se jedná o ustálenou elektromagnetickou konfiguraci pole ve vlákně.“ (Maršálek, 2006, s. 14) [4] Energie navázaná do vlákna se rozloží tak, aby mohla být vláknem šířena a aby pro jednotlivé módy byla splněna podmínka pro šíření stojatých vln. [4]

Každý z módů je popsán dvěma parametry: konstantou šíření a příčným rozložením pole. Jednotlivé módy se mohou šířit dvěma nezávislými polarizačními stavy současně. [16]

Obecně se svazek, šířící se optickým vláknem, dělí na kosý a meridionální. Kosý svazek je takový svazek, který neprochází osou optického vlákna, opisuje šroubovitý tvar kolem jeho osy a je tvořen módy  $HE_{mp}$  a  $EH_{mp}$ . [15]  $HE_{mp}$  a  $EH_{mp}$  jsou hybridní módy, mající všech šest složek intenzity elektromagnetického pole ( $E_r, E_\varphi, E_z, H_r, H_\varphi$  a  $H_z$ ). [16] Meridionální svazek je takový svazek, který prochází osou optického vlákna a je tvořen módy  $TE_{0p}$  (transverzálně elektrické) a  $TM_{0p}$  (transverzálně magnetické). [15]  $TE_{0p}$  a  $TM_{0p}$  jsou transverzální, rotačně symetrické módy, kterým chybí jedna z podélných složek ( $E_z$  nebo  $H_z$ ). [16] „Index  $m$  popisuje variace pole v azimutálním směru (ve směru úhlu  $\varphi$ ) a index  $p$  ve směru radiálním.“ (Procházka, 2000, s.4) [16]

Pro optická vlákna, která mají malý rozdíl mezi indexy lomu jádra a pláště, je možné tyto módy ( $HE_{mp}, EH_{mp}, TE_{0p}$  a  $TM_{0p}$ ) aproximovat tzv. lineárně polarizovanými módy  $LP_{lm}$ . [15]



Obr. 10: Možné kombinace intenzity elektrického pole lineárně polarizovaného módu  $LP_{11}$ .

[9]

Módy můžeme rozdělit do třech skupin:

- Vedené módy – Módy splňující podmínku totálního odrazu pro rozhraní jádro-plášť (módy navázané pod úhlem menším než je numerická apertura), díky tomu je všechna energie vedena v jádře a ztráty vyvázáním jsou nulové. K vyvázání těchto módů z jádra by bylo potřeba velmi velkého ohnutí vlákna, ale i přesto by se vyvázaly jen nejvyšší módy.
- Vyzařující módy – Módy, které nesplňují podmínku totálního odrazu pro rozhraní jádro-plášť (módy navázané pod úhlem větším než je numerická apertura). Tyto módy nejsou vedeny jádrem (jsou vyvázány ven z jádra) a to způsobuje ztrátu energie.
- Tunelující módy – Módy, které nesplňují podmínku totálního odrazu pro rozhraní jádro-plášť. Tyto módy jsou nestabilní a „pohybují“ se mezi módy vedenými a módy vyzařujícími. Tunelující módy jsou velmi snadno vyvázány z jádra a to způsobuje malou ztrátu energie. [4]

Módy, které jsou vedeny, vymezuje konstanta šíření. Pro osový mód platí

$$\beta_{min} = \frac{2\pi \cdot n_2}{c} \quad (62)$$

pro mezní mód platí

$$\beta_{max} = \frac{2\pi \cdot n_1}{c} \quad (63)$$

a obecně konstanta šíření pro vedené módy

$$\frac{2\pi}{\lambda} n_2 \leq \beta \leq \frac{2\pi}{\lambda} n_1, \quad (64)$$

kde  $n_1$  a  $n_2$  jsou indexy lomu jádra a pláště optického vlákna. [4]

### 3.3.1.1 Počet módů ve vlákne

K určení počtu módů ve vlákne používáme normalizovanou frekvenci, pro kterou platí

$$V_f = \frac{2\pi}{\lambda} a \cdot NA, \quad (65)$$

kde  $a$  je poloměr vlákna,  $\lambda$  vlnová délka a  $NA$  je numerická apertura. Pomocí hodnoty normalizované frekvence lze určit, zda je vlákno jednovidové nebo vícevidové. Jednovidové vlákno má hodnotu  $V_f \leq 2,405$  a vícevidové vlákno má hodnotu  $V_f \geq 2,405$ . Počet módů ve vlákne se skokovým indexem lomu (SI) lze určit

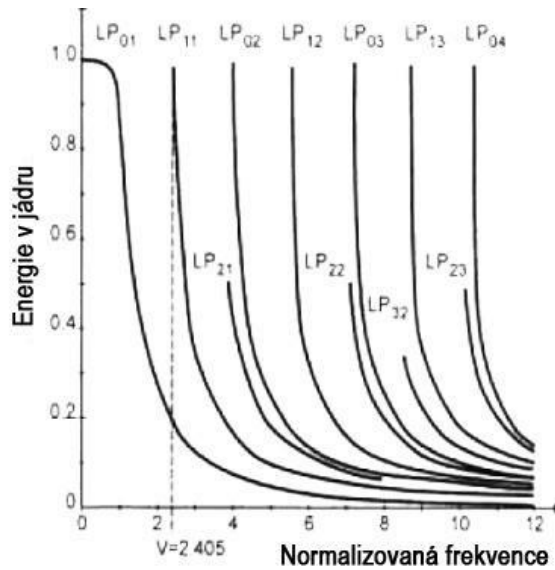
$$M_{SI} = \frac{V_f^2}{2} \quad (66)$$

a ve vlákne s gradientním indexem lomu (GI) je to

$$M_{GI} = \frac{V_f^2}{4}. [4] \quad (67)$$

Pokud budeme chtít změnit počet módů vedených vlákem, máme k dispozici tři parametry: průměr jádra, vlnovou délku a rozdíl indexů lomu  $n_1$  a  $n_2$ . Při změně parametrů musíme pamatovat, že aby byla splněna podmínka totálního odrazu, musí být  $\lambda$  menší než průměr vlákna. V případě, že máme vlákno dané od výrobce, můžeme měnit pouze  $\lambda$ . Pomocí mezní vlnové délky lze určit, kdy je vlákno ještě jednovidové a kdy už je vícevidové. K určení mezní vlnové délky  $\lambda_c$  použijeme vztah

$$\lambda_c = \frac{2\pi}{V_f} a \cdot NA. [4] \quad (68)$$



Obr. 11: Rozložení energie v optickém vlákne mezi jednotlivé LP módy [6].

### 3.3.2 Polarizace v optickém vlákne

Pro analýzu Faradayova jevu v optickém vlákne je potřeba vědět, jakým způsobem ovlivňuje optické vlákno polarizační stav šířící se světelné vlny. Dva nejdůležitější jevy ovlivňující polarizační stav světelné vlny v optickém vlákne jsou: vlastní lineární a kruhový dvojlom. Vzhledem k tomu, že informace o polarizačním stavu světelné vlny lze analyzovat v souvislosti s Faradayovým jevem kvalitně pouze v jednomodovém optickém vlákne, tykají se informace o optickém vlákne v tomto textu pouze jednomodových vláken. [10]

Dvojlom, je z části náhodný jev způsobený nedokonalostmi při výrobě optického vlákna a způsobuje, že se světlo šíří vlákem jako dva polarizační módy ve dvou, k sobě kolmých polarizačních rovinách. Protože vlákno není ideálně kruhové, v každé z těchto rovin mají módy jiné podmínky šíření a to způsobí rozptyl signálu v čase. To se označuje jako polarizační vidová disperze. [10] „Zatímco vlastní kruhový dvojlom se u běžných optických vláken vyskytuje v zanedbatelné míře, vlastní a indukovaný lineární dvojlom může být přítomen v míře nezanedbatelné.“ (Drexler, 2010, s. 5) [10]

Vznik lineárního dvojlomu je způsoben tím, že optické vlákno je v důsledku nedokonalostí výroby anizotropní prostředí, které jako takové má v ortogonálních směrech  $x$  a  $y$ , které jsou kolmé na směr šíření světelné vlny, rozdílné hodnoty indexů lomu  $n_x$  a  $n_y$ . V důsledku toho pak lineární dvojlom mění lineární polarizaci na polarizaci obecně eliptickou. Při kruhovém dvojlomu se zavádí výraz chirálně dvojlomné prostředí, mající

rozdílné hodnoty indexů lomu  $n_p$  a  $n_l$  pro pravotočivě a levotočivě kruhově polarizovanou vlnu. Kruhový dvojlom pak způsobí stáčení roviny lineárně polarizované vlny. [10]

Dvojlomy se obecně dělí na vlastní (latentní) a indukované. Vlastní jsou způsobené nedokonalostí výroby, kdy příčný průřez vlákna není dokonale kruhový. Indukované jsou způsobeny působením vnějších vlivů, jako mechanických, teplotních, rovněž elektrickým nebo magnetickým polem. [10]

### 3.3.2.1 Lineární dvojlom

Pro Faradayův jev je lineární dvojlom jevem nežádoucím, jelikož mění lineárně polarizovanou vlnu na vlnu obecně eliptickou, čímž ovlivňuje citlivost při měření stočení roviny polarizace vlivem Faradayova jevu. [2]

Ideálním jednomodovým vláknem se mohou šířit hybridní módy  $HE_{11}^x$  a  $HE_{11}^y$ , které mají navzájem kolmou polarizaci. Fázová rychlost šířícího se módu  $v_x$  a  $v_y$  je nepřímo úměrná velikosti navzájem ortogonálních složek konstanty šíření módů  $\beta_x$  a  $\beta_y$

$$v_x = \frac{\omega}{\beta_x}, \quad (69)$$

$$v_y = \frac{\omega}{\beta_y}, \quad (70)$$

kde  $\omega$  je frekvence vedených módů. V případě ideálně kruhového vlákna budou mít hodnoty indexů lomu  $n_x$  a  $n_y$  a hodnoty složek konstanty šíření  $\beta_x$  a  $\beta_y$  stejnou velikost. Módy zůstanou hybridní a jejich superpozice bude tvořit lineárně polarizovanou vlnu. [10]

V případě neideálně kruhového vlákna se vlákno chová jako dvojlomné prostředí, které má rozdílné indexy lomu  $n_x$  a  $n_y$  a fázové rychlosti obou módů  $v_x$  a  $v_y$ . V případě konstantní geometrie a anizotropního prostředí lze označit např.  $\beta_x$  jako konstantu šíření pro rychlý mód a  $\beta_y$  jako konstantu šíření pro pomalý mód. [10]

Vzájemný fázový rozdíl módů  $\Delta\varphi$ , určující stav výsledné polarizace lze vyjádřit jako

$$\Delta\varphi = (\beta_x - \beta_y)d, \quad (71)$$

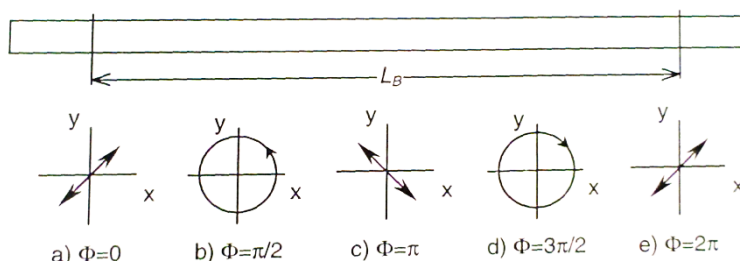
kde  $d$  je délka vlákna. [10] Toto dvojlomné prostředí lze také popsat konstantou dvojlomnosti

$$D = \frac{\lambda}{2\pi}(\beta_x - \beta_y). [1] \quad (72)$$

Polarizační stav se podél osy vlákna opakuje s periodou  $2\pi$ , což odpovídá určité délce vlákna, nazývaní se záznejová délka s označením  $L_D$ . Z předchozích dvou rovnic lze určit výraz pro záznejovou délku

$$L_D = \frac{\lambda}{D}. [17] \quad (73)$$

Vývoj polarizace při průchodu optickým vláknem je znázorněn na obr. 13, kdy stav polarizace v bodě a) lineární polarizace přejde na kruhovou polarizaci v bodě b), potom přejde zpátky na lineární polarizaci otočenou o  $\pi/2$  v bodě c), dále na kruhovou polarizaci s opačným smyslem v bodě d) a nakonec zpátky na lineární e), která byla v bodě a). [17]



Obr. 12: Změna polarizačního stavu podél optického vlákna ( $\Phi = \varphi$ ). [10]

### Popis lineárního dvojlomu s využitím Jonesova formalismu

Předpokládejme lineárně polarizované světlo, šířící se ve směru osy  $z$ . Potom vlnu vyjádříme prostřednictvím dvou složek elektrického pole ve směru os  $x$  a  $y$  jako

$$E_x = a_x e^{j\omega t}, \quad (74)$$

$$E_y = a_y e^{j\omega t}. [18] \quad (75)$$

Nyní předpokládejme, že  $x$ -ová složka je vzhledem k  $y$ -ové složce posunuta o fázový úhel  $\varphi$ , v důsledku průchodu dvojlomným prostředím s osami dvojlomnosti ve směru os  $x$  a  $y$ : rychlá osa je ve směru osy  $x$ . Potom můžeme složky elektrického pole napsat jako

$$E'_x = a_x e^{j(\omega t' + \varphi/2)}, \quad (76)$$

$$E'_y = a_y e^{j(\omega t' - \varphi/2)}, \quad (77)$$

kde  $t' - t = t_0$  je průměrná doba průchodu prostředím. Je zřejmé, že vstupní stav bude převeden na výstupní pomocí transformační matice:

$$\begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix} = e^{j\omega t_0} \begin{pmatrix} e^{j\frac{\varphi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-j\frac{\varphi}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}. \quad [18] \quad (78)$$

Proto je Jonesova matice,  $\mathbf{T}_l$ , pro základní lineární dvojlom:

$$\mathbf{T}_l = e^{j\omega t_0} \begin{pmatrix} e^{j\frac{\varphi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{-j\frac{\varphi}{2}} \end{pmatrix}. \quad (79)$$

Pak může transformaci napsat úsporně:

$$\mathbf{E}' = \mathbf{T}_l \mathbf{E}. \quad [18] \quad (80)$$

### 3.3.2.2 Kruhový dvojlom

Anizotropní prostředí vykazující kruhový dvojlom má rozdílné hodnoty indexů lomu  $n_p$  a  $n_l$  pro pravotočivě a levotočivě kruhově polarizovanou vlnu. V případě, že lineárně polarizovanou vlnu budeme uvažovat jako superpozici pravotočivé a levotočivé kruhově polarizované vlny, dojde u těchto vln k fázovému posuvu. Fázový posuv, projevující se stočením polarizační roviny výsledné lineárně polarizované vlny, je dán vztahem

$$\Delta\varphi = \frac{\pi(n_l - n_p)d}{\lambda} = \sigma d, \quad (81)$$

kde  $\lambda$  je vlnová délka výsledné šířící se vlny,  $d$  je dráha, projitá vlnou ve dvojlomném prostředí a  $\sigma$  je měrná stáčivost prostředí. Fázový posuv  $\Delta\varphi$  vyjadřuje také úhel stočení roviny polarizace lineárně polarizovaného světla v radiánech  $\Delta\varphi = \psi$ . Vlastní kruhový dvojlom se v běžných optických vláknech vyskytuje pouze v zanedbatelné míře. [10]

### Popis kruhového dvojlomu s využitím Jonesova formalismu

Předpokládejme, že se složky elektrického pole jako v případě (74) a (75) otočí proti směru hodinových ručiček o úhel  $\rho$  působením kruhově dvojlomného prostředí, pak jsou složky na výstupu dány vztahem

$$E'_x = E_x \cos \rho + E_y \sin \rho \quad (82)$$

$$E'_y = -E_x \sin \rho + E_y \cos \rho. \quad (83)$$

Proto v tomto případě,

$$\begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix} = e^{j\omega t_0} \begin{pmatrix} \cos \rho & \sin \rho \\ -\sin \rho & \cos \rho \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad (84)$$

nebo

$$\mathbf{E}' = \mathbf{T}_k \mathbf{E}, \quad (85)$$

kde

$$\mathbf{T}_k = e^{j\omega t_0} \begin{pmatrix} \cos \rho & \sin \rho \\ -\sin \rho & \cos \rho \end{pmatrix}. \quad [18] \quad (86)$$

#### 3.3.2.3 Superpozice lineárního a kruhového dvojlomu

Lineární a kruhový dvojlom může v optickém vlákne působit současně. Potom dojde k celkovému fázovému posuvu ortogonálních módů. Velikost celkového fázového posuvu je dána geometrickým průměrem hodnot lineárního a kruhového dvojlomu

$$\Delta\varphi = \sqrt{\varphi_k^2 + \left(\frac{\varphi_l}{2}\right)^2}, \quad (87)$$

kde  $\varphi_k$  je fázový posun módů vlivem kruhového dvojlomu a  $\varphi_l$  je fázový posun módů vlivem lineárního dvojlomu. Výsledná světelná vlna vystupující z vlákna má obecně elipticky polarizovaný stav. Přítomnost dvojlomů dělá z optického vlákna dvojlomné prostředí, které má relativně složité chování. K jeho analýze je možné využít Jonesovy reprezentace.



Jonesova matice pro optické vlákno vykazuje přítomnost obou typů dvojlomu a lze ji napsat jako

$$\mathbf{T}_D = \begin{pmatrix} \cos \Delta\varphi + j \frac{\varphi_l \sin \Delta\varphi}{2 \Delta\varphi} & -\varphi_k \frac{\sin \Delta\varphi}{\Delta\varphi} \\ \varphi_k \frac{\sin \Delta\varphi}{\Delta\varphi} & \cos \Delta\varphi - j \frac{\varphi_l \sin \Delta\varphi}{2 \Delta\varphi} \end{pmatrix}. [10] \quad (88)$$

S využitím rovnice (88) je možné zkoumat, jaký vliv má dvojlomné prostředí na polarizační stav vlny, která se v něm šíří. Když se změní poměr fázových, které jsou úměrné lineárnímu a kruhovému dvojlomu, dojde k modifikaci Jonesovy matice pro optické vlákno. Mezní případy představují stavy, kdy:

- Vlákno vykazuje pouze lineární dvojlom ( $\varphi_k = 0$ ). V tomto případě se vlákno chová jako fázový retardér, ve kterém je fázový posun módů, a tudíž i výsledný stav polarizace určen délkou vlákna.
- Vlákno vykazuje pouze kruhový dvojlom ( $\varphi_l = 0$ ). V tomto případě se vlákno chová jako polarizační rotátor, ve kterém je úhel stočení polarizační roviny určen délkou vlákna. [10]

Jelikož je vlastní kruhový dvojlom v optickém vlákne téměř zanedbatelný, můžeme  $\varphi_k$  ze vztahu (87) a (88) nahradit  $\psi$  z rovnice (47) a Jonesova matice pro optické vlákno (88) nám umožní analyzovat polarizační stav vlny, která prochází optickým vlákem s indukovaným kruhovým dvojlomem vlivem Faradayova jevu.

### 3.3.2.4 Potlačení nežádoucího lineárního dvojlomu

„Polarizační stav vlny je určen vzájemným fázovým posuvem ortogonálních módů a jeho změny jsou nežádoucí, pokud chceme polarizaci využívat jako nosnou charakteristiku pro přenos informace nebo ji s využitím fyzikálních jevů modulovat v sensorové aplikaci.“ (Drexler, 2010, s. 14) [10] U optických vláknových senzorů je vliv dvojlomů nejdůležitější v případě polarizačních optických vláknových senzorů. Je nutné zajistit, aby změny stavu polarizace nezpůsobovaly jiné vlivy než snímaná fyzikální veličina (v případě Faradayova jevu je to magnetické pole). Jelikož se vlastní kruhový dvojlom v běžném vlákne vyskytuje pouze v zanedbatelné míře, je pro snímače zásadní přítomnost lineárního dvojlomu. Bylo vyvinuto několik metod k potlačení lineárního dvojlomu:

- *polarizaci zachovávající vlákna*
- *torzně modifikovaná vlákna*
- *metoda vychlazování vlákna*
- *reciproční kompenzace lineárního dvojlomu* - využívá reciprocity vlastního lineárního a kruhového dvojlomu, a za současného využití nerekiprocity indukovaného kruhového dvojlomu (Faradayova jevu) nám umožňuje snímat změnu polarizačního stavu vyvolanou pouze tímto nerekiprokým jevem (např. zpětným průchodem, kdy dojde k vykompenzování reciprokého jevu, zatímco nerekiproký jev bude mít dvojnásobnou hodnotu). [10]

### 3.4 Detekce stočení polarizační roviny ve vlákne

Když vnější magnetické pole působí na záření, které se šíří optickým vláknem, ovlivňuje pouze jeho stav polarizace. Pokud hovoříme o detekci optického signálu v jakémkoliv senzoru, máme na mysli vždy kvadratickou detekci, což znamená, že zkoumáme změnu intenzity signálu. Bude tedy nutné zajistit transformaci změny polarizačního stavu na změnu intenzity měřeného signálu. Je známo několik metod této detekce. Nejrozšířenější metoda používá zkřížené polarizátory a Wollastonův hranol. Další metody využívají vybrané konstrukce interferometrů jako např. Mach-Zehnderův a Sagnacův interferometr. [17]

#### 3.4.1 Měření s využitím Wollastonova hranolu

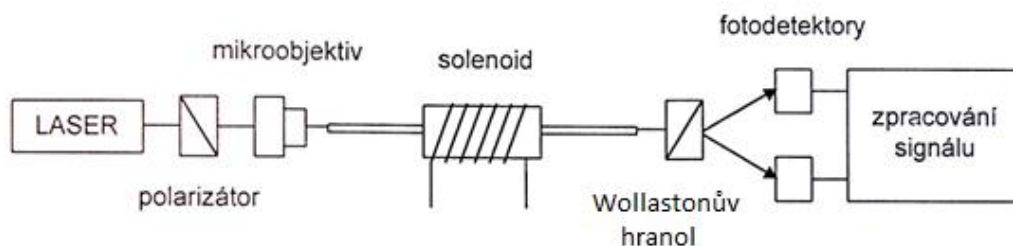
Návrh tohoto snímače je velmi prostý a je zobrazen na obr. 13. Záření, které vystupuje z laseru, prochází polarizátorem, a dále je mikroobjektivem navázáno do optického vlákna. Optické vlákno dále vede záření skrz podélné magnetické pole, ve kterém dochází ke stočení roviny polarizace. Záření na výstupu optického vlákna prochází druhým polarizátorem natočeným vzhledem k prvnímu o 45°, aby bylo dosaženo maximální citlivosti a linearity. Podélné magnetické pole lze uskutečnit pomocí dlouhého solenoidu o délce  $d$  a s  $N$  závity, kterými prochází proud  $I$ . Magnetická intenzita je potom dána vztahem

$$B = \frac{\mu NI}{d} \quad (89)$$

Dosadíme do rovnice (89) a získáme pro výpočet Faradayovy rotace vztah

$$\psi = \mu VNI \quad (90)$$

z toho plyne, že velikost stočení roviny polarizace je přímo úměrná velikosti proudu v cívce a počtu závitů. Tento vztah platí i v případě navinutí  $N$  závitů optického vlákna na vodič s proudem. [17]



Obr. 13: Návrh měření s Wollastonovým hranolem. [10]

Jestliže použijeme popsanou konfiguraci optického snímače pro měření stočení polarizační roviny, pak se intenzita záření prošlého snímačem mění podle vztahu

$$J = \frac{J_0}{2} (1 + \sin 2\psi) \quad (91)$$

kde  $J_0$  je intenzita záření na začátku. Výhodné je použít Wollastonův hranol, který záření rozdělí na dvě, navzájem ortogonálně polarizované složky

$$J_1 = \frac{J_0}{2} (1 + \sin 2\psi) \quad (92)$$

a

$$J_2 = \frac{J_0}{2} (1 - \sin 2\psi). \quad (93)$$

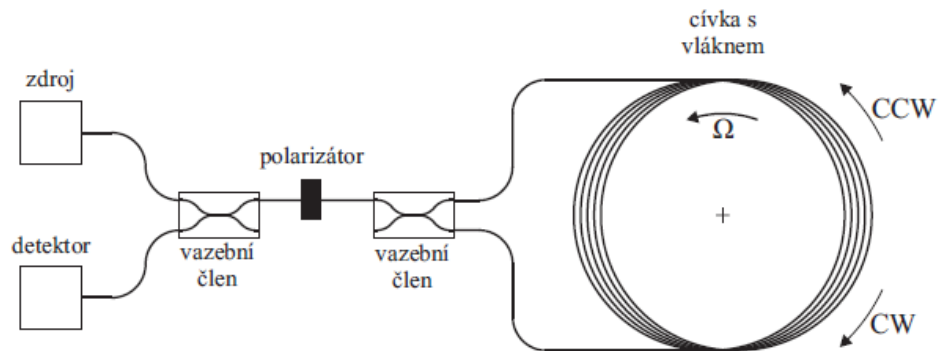
Jelikož je proud z fotodetektoru přímo úměrný detekované intenzitě  $I \sim J$ , lze výstupní signál zpracovat tak, že se eliminuje fluktuace intenzity zdroje záření. Potom by byl signál vystupující ze snímače dán vztahem

$$S = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \approx \sin 2\psi. \quad [17] \quad (94)$$

Pokud budeme chtít měřit elektrický proud, lze konfiguraci snímače modifikovat tak, že navineme optické vlákno na vodič s proudem.

### 3.4.2 Měření s využitím interferometru

Pro princip Sagnacova interferometru je typické, že se optickým vláknem šíří dvě vlny v opačném směru označené clockwise (**cw** – po směru hodinových ručiček) a counter clockwise (**ccw** – proti směru hodinových ručiček). Pokud optické vlákno prochází homogenním magnetickým polem, indukuje se kruhový dvojlom. To způsobí fázový posuv mezi pravotočivě a levotočivě polarizovanými vlnami ve směrech **cw** a **ccw**.



Obr. 14: Sagnacův interferometr. [11]

## 4 Experimentální ověření Faradayova jevu

Získané poznatky o Faradayově jevu byly ověřeny postupně prostřednictvím dvou sestavených experimentálních uspořádání v laboratoři.

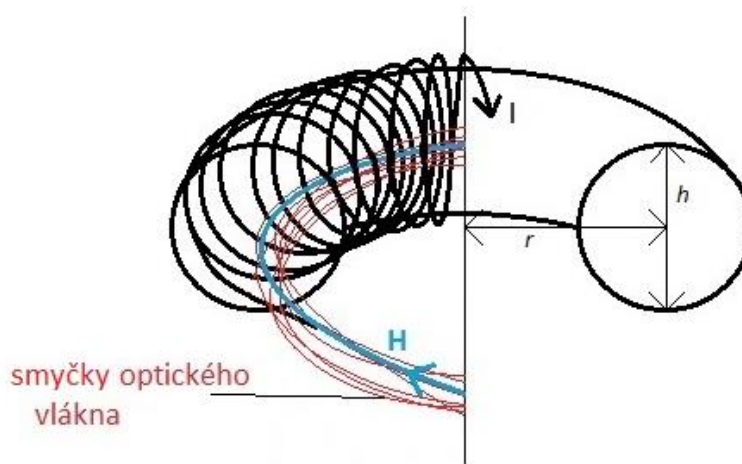
V prvním případě se jednalo o klasické uspořádání s vyhodnocením změny stavu polarizace s dvěma detektory a Wollastonovým hranolem.

V druhém případě se jednalo o interferometrické uspořádání s Mach-Zehnderovým interferometrem.

V obou případech byla použita k elektromagnetické modulaci toroidní cívka.

### 4.1 Návrh obvodu s toroidní cívkou

K realizaci experimentu byla použita toroidní cívka, která generuje homogenní magnetické pole. Použitá toroidní cívka je vyrobena z 0,71 mm silného měděného drátu a má následující parametry:  $N = 3300$ ,  $r = 7 \text{ cm}$ ,  $h = 2,5 \text{ cm}$ .



Obr. 15: Toroidní cívka.

Pro intenzitu magnetického pole v ose toroidu platí vztah

$$B = \frac{\mu NI}{2\pi r}, \quad (95)$$

kde  $N$  je počet závitů,  $r$  je poloměr toroidu,  $I$  je elektrický proud. Jelikož úhel stočení roviny polarizace je určen rovnicí (47) a délka prostředí ovlivněného magnetickým polem je dána obvodem osy toroidu ( $d = 2\pi r$ ), platí pro úhel stočení roviny polarizace v toroidní cívce

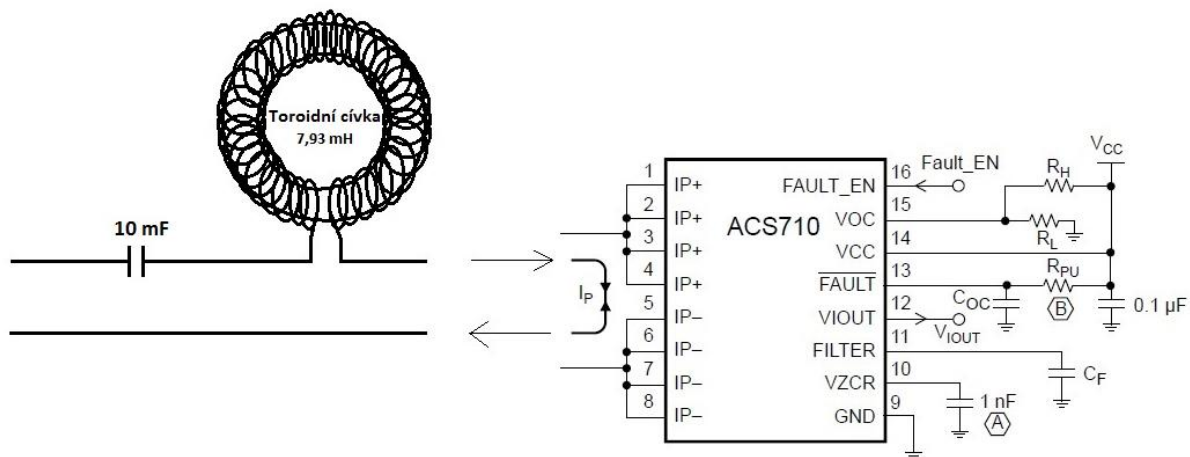
$$\psi = VBd = \mu VNI, \quad (96)$$

kde  $\mu$  je permeabilita prostředí.

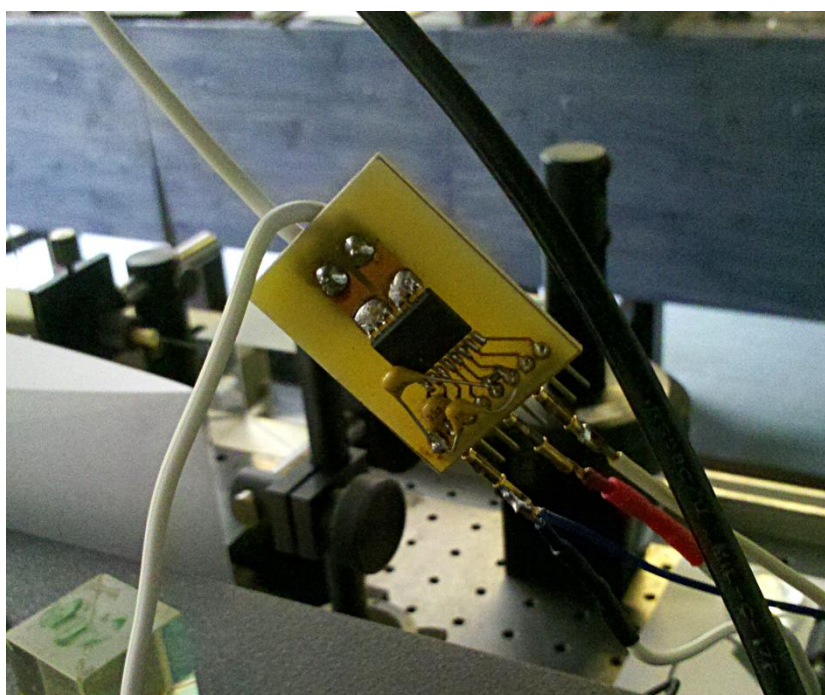
Konstrukce toroidu byla navržena tak, aby výsledná hodnota odporu odpovídala hodnotě zátěže použitého hudebního zesilovače. Pro cívku bylo provedeno několik měření. Jako první byl změřen odpor cívky. K měření byl použit multimetr MCP TH2821 LCR METER a byla naměřena hodnota  $R = 9,3 \text{ Ohm}$ . Dále byla změřena vlastní indukčnost cívky. K měření byl použit stejný přístroj jako v případě měření odporu a byla naměřena hodnota  $L = 7,93 \text{ mH}$ . Rovněž byla experimentálně určena hodnota rezonanční frekvence pro sériový kondenzátor  $10 \text{ mF}$ . Maximální hodnota  $I$  při rezonanci byla určena přípravkem s obvodem se zabudovanou Hallovou sondou (obr. 16). Obvod s Hallovou sondou byl zapojen do série s toroidní cívkou a vybraným kondenzátorem a byla určena maximální hodnota proudu pro zvolenou oblast frekvencí. Cílem bylo najít vhodnou kapacitu pro rezonanční frekvenci v oblasti kolem  $10 \text{ Hz}$ . Hallova sonda byla připojena k osciloskopu a sériovému obvodu. Obvod byl tvořen kondenzátorem a cívkou připojenou na zesilovač, do kterého byl přiváděný signál z generátoru funkcí. Z teorie víme, že při rezonanční frekvenci prochází sériovým obvodem největší proud, jehož průběh byl sledován na osciloskopu. Schéma měření je zobrazeno na obr. 20.

Toroid byl při měření zapojen do obvodu s proudem s proměnným, volitelným signálem, který byl realizován pomocí generátoru funkcí a zesilovače. Generátor funkcí nám umožňuje generovat průběhy tří funkcí (sinusový, obdélníkový a pilový).

Měření probíhalo tak, že na generátoru funkcí byl zvolen jeden ze tří průběhů, kterým byl přes zesilovač napájen obvod. Průběh proudu z Hallovy sondy, generovaný signál a výstup z detektoru byly zobrazovány na osciloskopu. Na generátoru funkcí byla pro začátek nastavena nejnižší možná frekvence ( $5 \text{ Hz}$ ), která byla postupně zvyšována a byla vyhodnocena maximální hodnota proudu v obvodu. Průběh měření pro dvě různé frekvence je znázorněn na obr. 18a-18b.



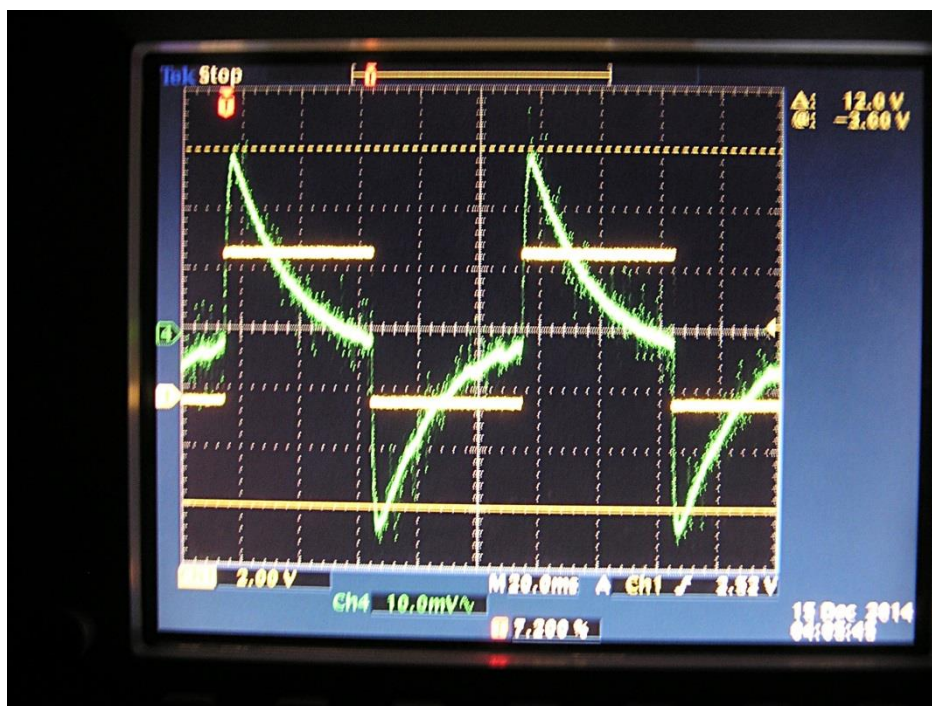
Obr. 16: Schéma integrovaného obvodu s Hallovou sondou.



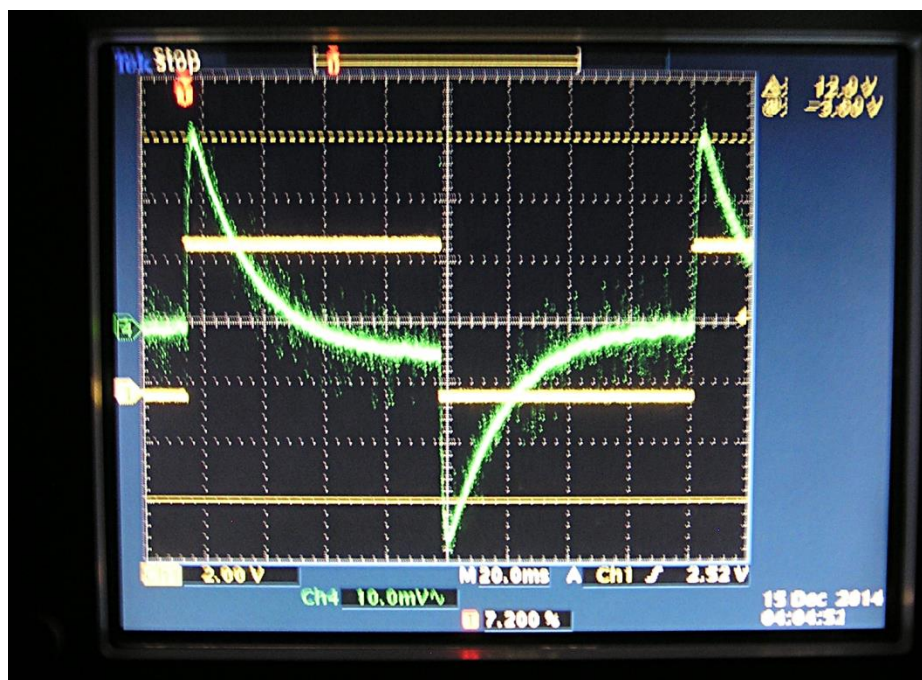
Obr. 17: Integrovaný obvod s Hallovou sondou.

Rezonanční frekvence byla hledána z toho důvodu, aby modulace  $H$  prostřednictvím toroidu byla co nejúčinnější. Pro danou cívku a kondenzátor byla námi nalezená rezonanční frekvence  $7 \text{ Hz}$ , což odpovídá zvolené oblasti kolem  $10 \text{ Hz}$ .





Obr. 18a: Průběh měření pro obdélníkový signál o frekvenci 10 Hz. Žlutá – referenční signál z generátoru funkcí a zelená – signál z Hallovovy sondy.



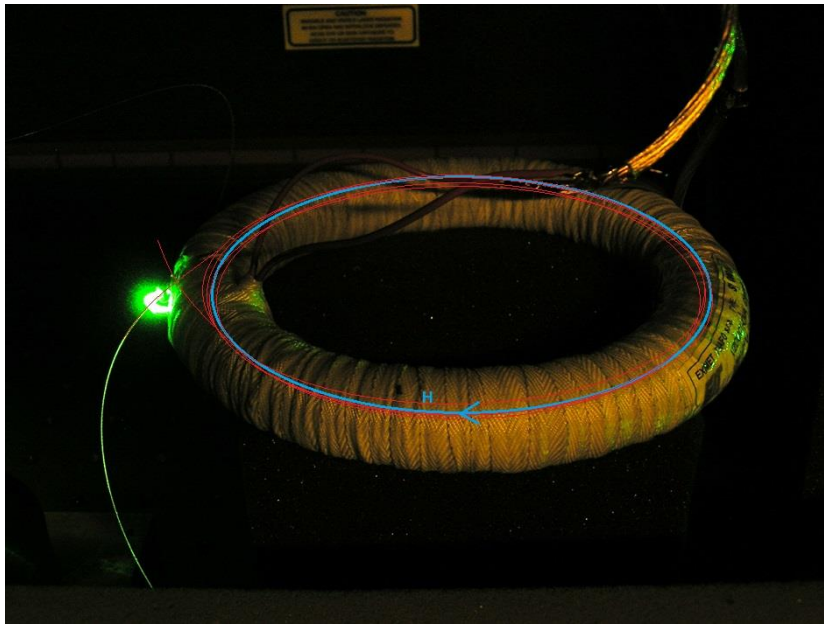
Obr. 18b: Průběh měření pro obdélníkový signál o frekvenci 7 Hz. Žlutá – referenční signál z generátoru funkcí a zelená – signál z Hallovovy sondy.



## 4.2 Experimentální uspořádání měření s Wollastonovým hranolem

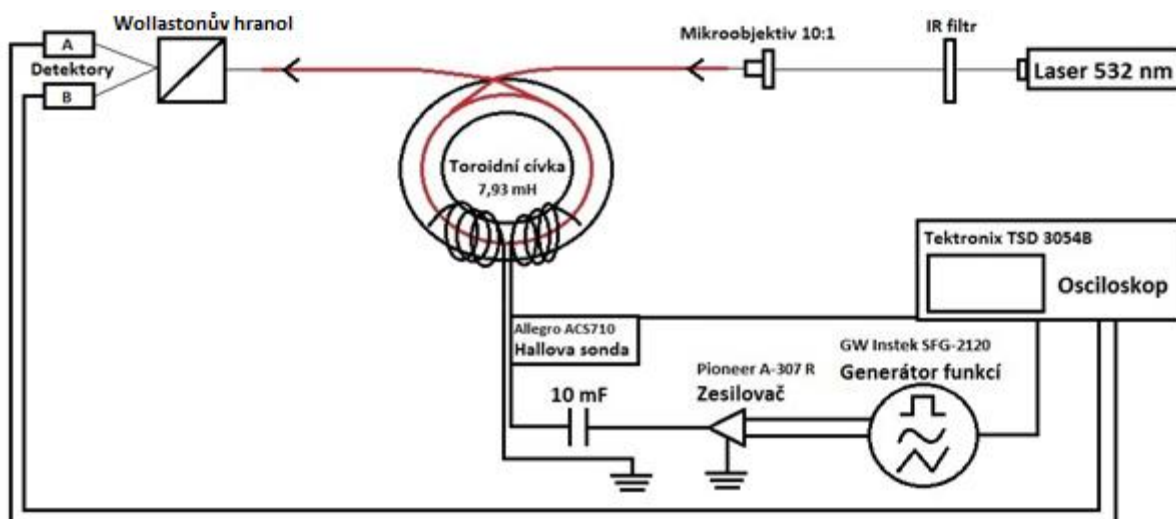
K měření bylo použito konvenční, telekomunikační optické vlákno typu SMF-28. Faradayův jev byl vyhodnocen dvěma detektory a Wollastonovým hranolem.

Konstrukce toroidní cívky umožňuje zavést do osy toroidu více smyček optického vlákna, z důvodu co nejdelší dráhy ovlivněné magnetickým polem.



Obr. 19: Toroidní cívka s 16 smyčkami optického vlákna.

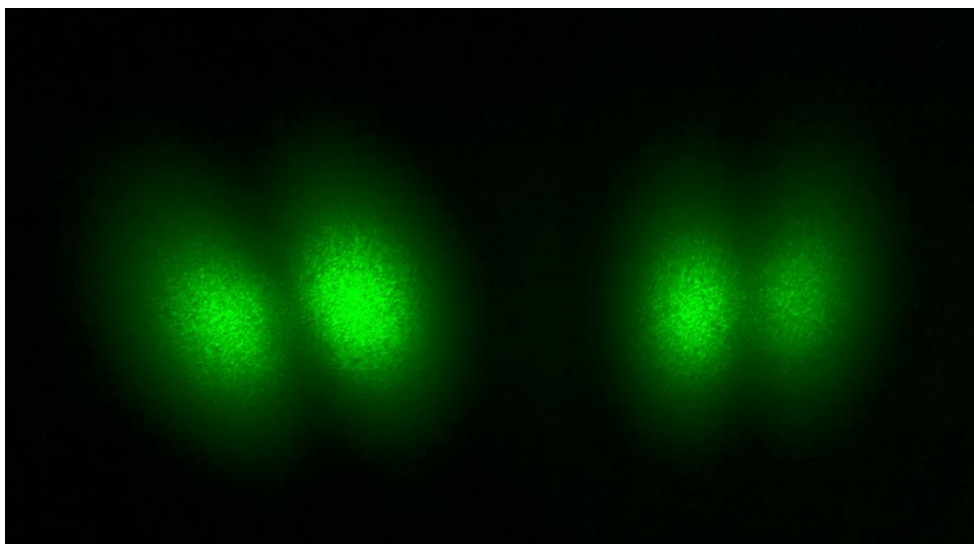
Jako zdroj záření byl použit  $100\text{ mW}$  laser o vlnové délce  $532\text{ nm}$ . Paprsek z tohoto laseru byl pomocí mikroobjektivu navázán do optického vlákna. Optické vlákno je vedeno střídavým magnetickým polem, generovaným toroidní cívkou, ve které je  $x$  závitů optického vlákna. Paprsek po průchodu optickým vláknem dopadá na Wollastonův hranol, kde je svazek rozdělen na 2 navzájem ortogonálně polarizované složky. Návrh experimentu je na obr. 20.



Obr. 20: Návrh zapojení pro interferometrické měření Faradayova jevu.

### 4.3 Popis měření s Wollastonovým hranolem

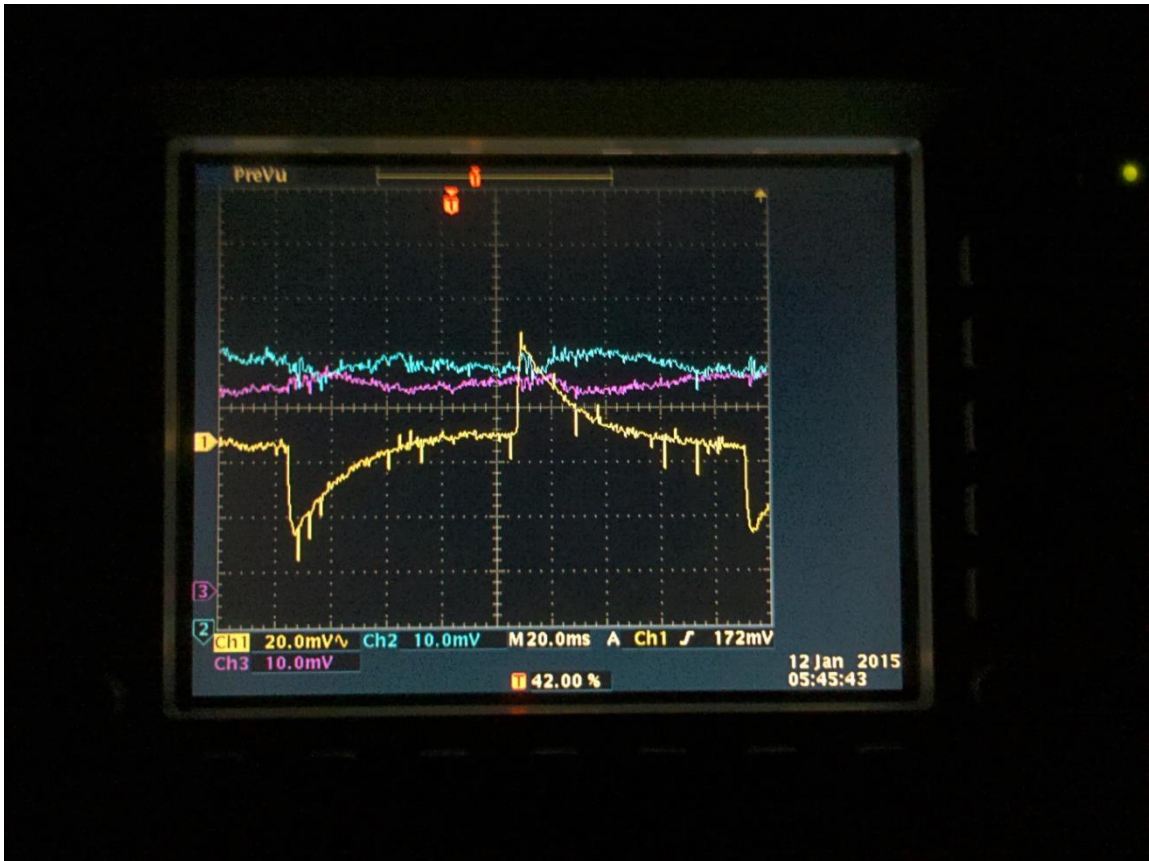
Experiment byl zrealizován podle schématu na obr. 20. Rozložení vystupujících módů po průchodu Wollastonovým hranolem je na obr. 21.



Obr. 21: Separované LP módy za Wollastonovým hranolem.

Na generátoru funkcí byla nastavena rezonanční frekvence, která byla pro náš obvod  $7\text{ Hz}$ . Vlastní měření probíhalo nejdéle v několika sekundových intervalech z důvodu zahřívání toroidní cívky, a tedy i optického vlákna. Průběh změny stočení polarizace v  $LP$  módu vystupujícího z optického vlákna a po průchodu Wollastonovým hranolem byl

vyhodnocen prostřednictvím detekovaného proudu dvěma PIN diodami a zobrazen na osciloskopu společně se signálem z Hallovy sondy. Výsledek měření průběhů zobrazených na osciloskopu je na obr. 23.



Obr. 23: Promodulovaný signál vlivem magnetické pole s obdelníkovým průběhem. Žlutá – signál z Hallovy sondy, modrá – signál z fotodiody A a fialová – signál z fotodiody B.

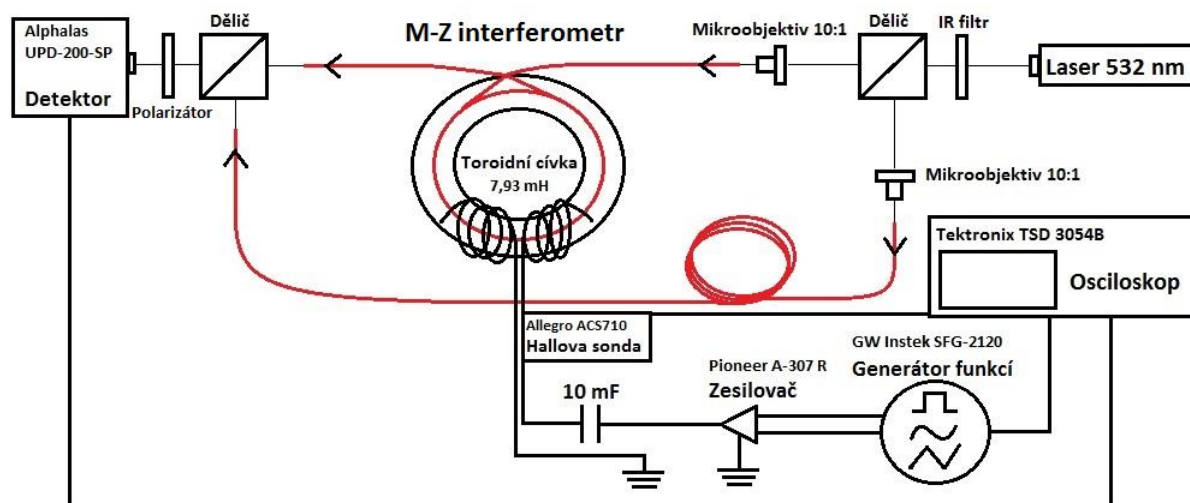
Na uvedeném obrázku (obr. 23) z průběhu měření je vidět změna polarizačního stavu světla vlivem Faradayova jevu, která se při detekci za polarizátorem projevuje změnou intenzity. Společně s průběhy modulovaného signálu z fotodiód je na osciloskopu vykreslen průběh proudu z Hallovy sondy, který je na obrázcích znázorněn žlutou křivkou. Po provedení analýzy naměřených průběhů je vidět, že změna intenzity reaguje na změnu magnetického pole vyvolané modulovaným průběhem proudu.

#### 4.4 Experimentální uspořádání měření s interferometrem

Při druhém typu měření byly změny vyhodnocovány interferometrickou metodou. K vyhodnocení fáze byl vybrán typ Mach-Zehnderova interferometru, v jehož ramenech jsou optická vlákna, z nichž jedno je referenční a druhé měřící – signálové.

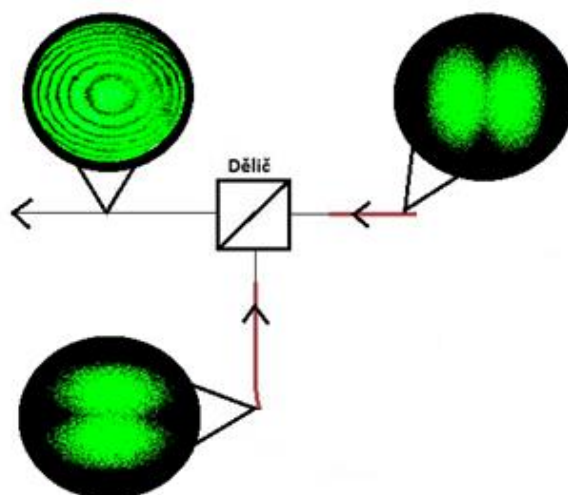
Konstrukce toroidní cívky umožňuje zavést do osy toroidu více smyček optického vlákna, z důvodu co nejdelší dráhy ovlivněné magnetickým polem. Délka každého ramene byla 10 m.

Jako zdroj záření byl použit 100 mW laser, o vlnové délce 532 nm. Výstupní svazek z laseru byl rozdělen děličem a pomocí mikroobjektivů byl navázán do signálového a referenčního optického vlákna. V referenčním optickém vlákně se paprsek šíří beze změny a po průchodu optickým vláknem dopadá na druhý, výstupní dělič. Signálové optické vlákno je vedeno osou toroidu s proměnným magnetickým polem, generovaným toroidní cívkou, ve které je 16 závitů optického vlákna. Paprsek po průchodu signálovým optickým vláknem dopadá na dělič, kde svazky ze signálního a referenčního ramene interferují a vytváří interferenční pole. Návrh experimentu je na obr. 24.



Obr. 24: Návrh zapojení pro interferometrické měření Faradayova jevu.

Na výstupu interferometru je pozorovatelné interferenční pole s radiální polarizací (obr. 25.)



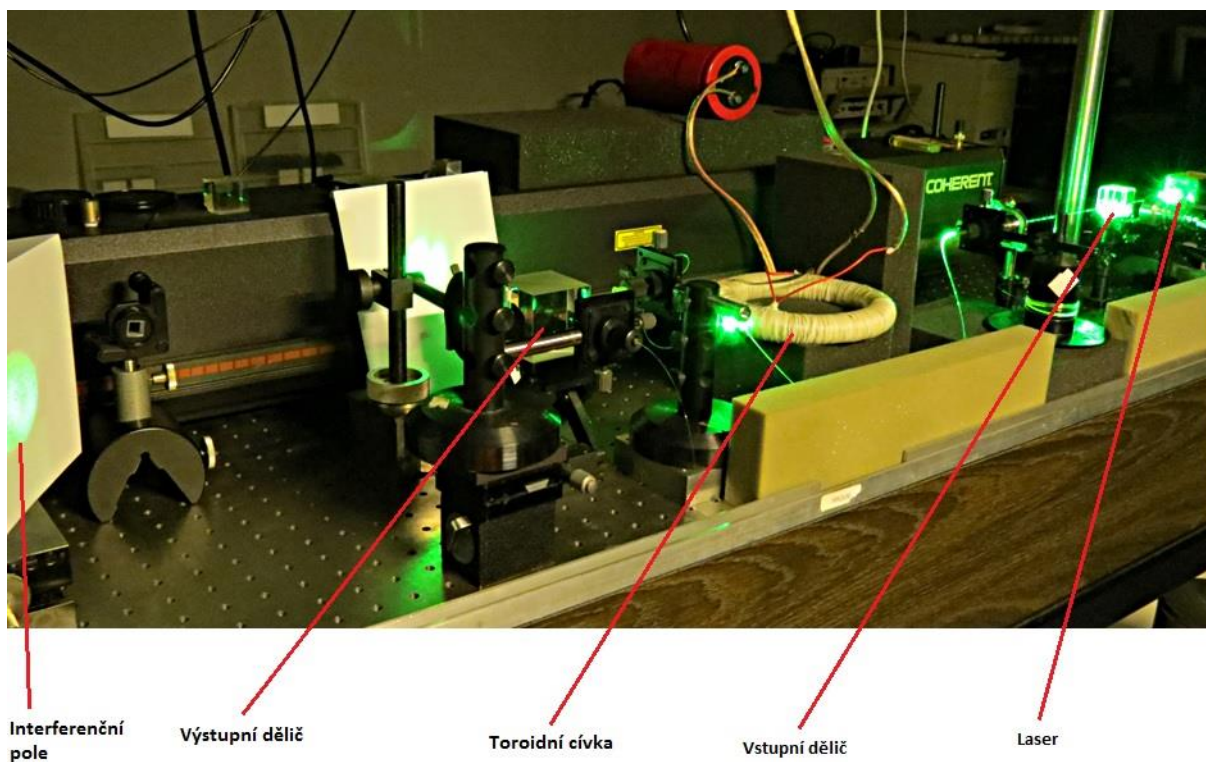
Obr. 25: Interferenční pole na výstupu M-Z interferometru.

#### 4.5 Popis měření s interferometrem

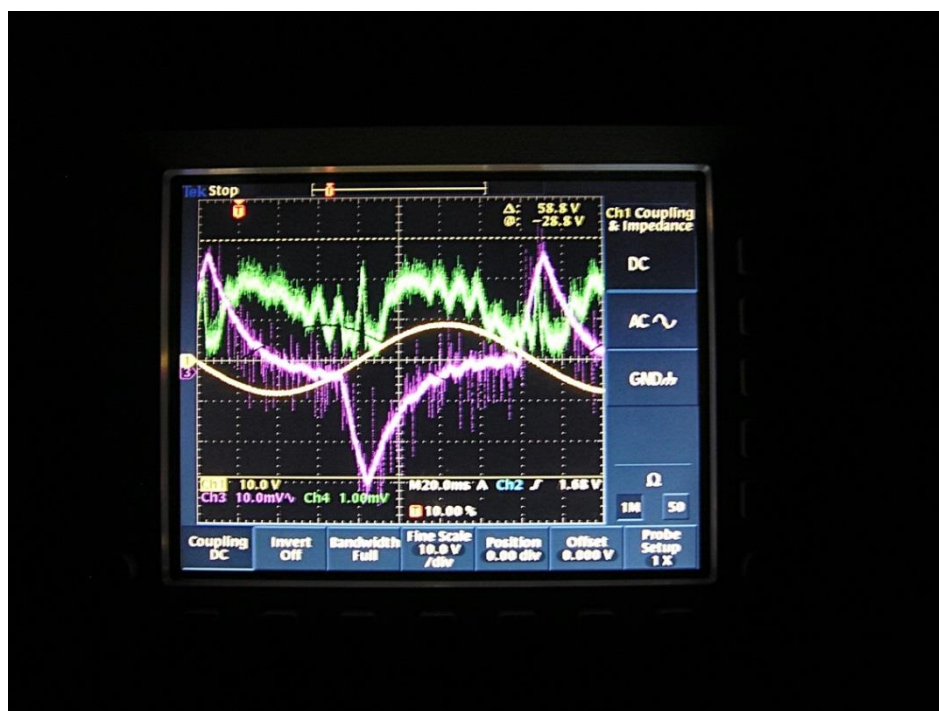
Měření bylo zrealizováno podle schématu na obr. 24. Reálný experiment v laboratoři je zobrazen na obr. 26. Vhodným nastavením pozice výstupu optických vláken vůči výstupnímu děliči byla nalezena interference, která je na obr. 25.

Na generátoru funkcí byla nastavena rezonanční frekvence, která byla pro náš obvod  $7\text{ Hz}$ . Vlastní měření rovněž probíhalo nejdéle v několikasekundových intervalech z důvodu zahřívání toroidní cívky, a tedy i optického vlákna. V tomto experimentu bylo navíc využito k modulaci i ostatních průběhů (sinusový, pilovitý), které nám umožňoval generátor funkcí. Detekovaný průběh změny fáze byl snímán detektorem a zobrazován na osciloskopu společně s modulačním signálem z generátoru funkcí. Výsledky měření průběhů zobrazených na osciloskopu, jsou na obr. 27a-27c.

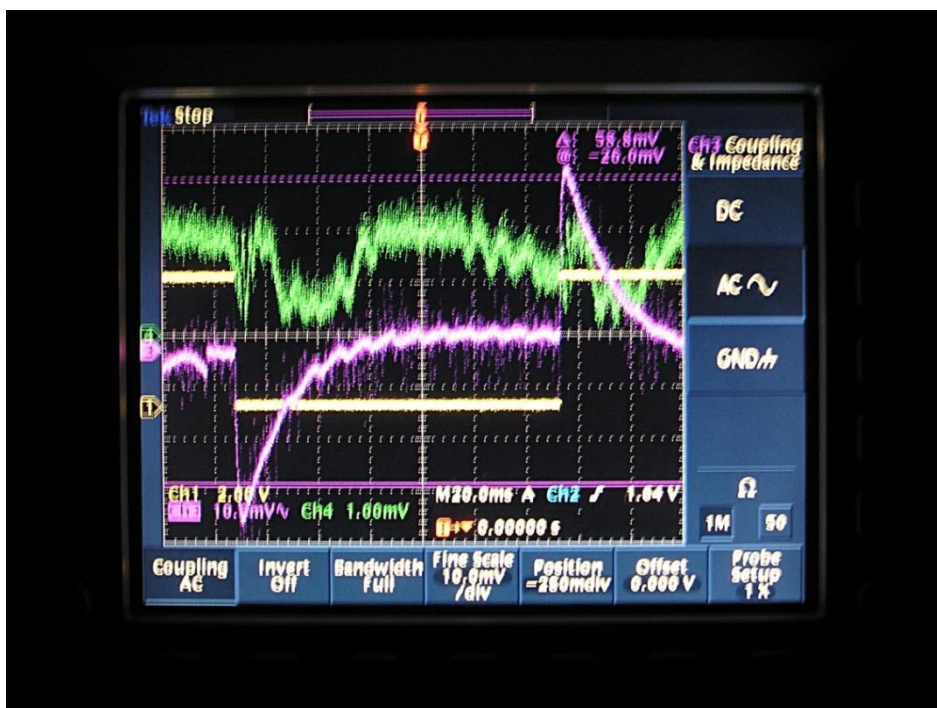




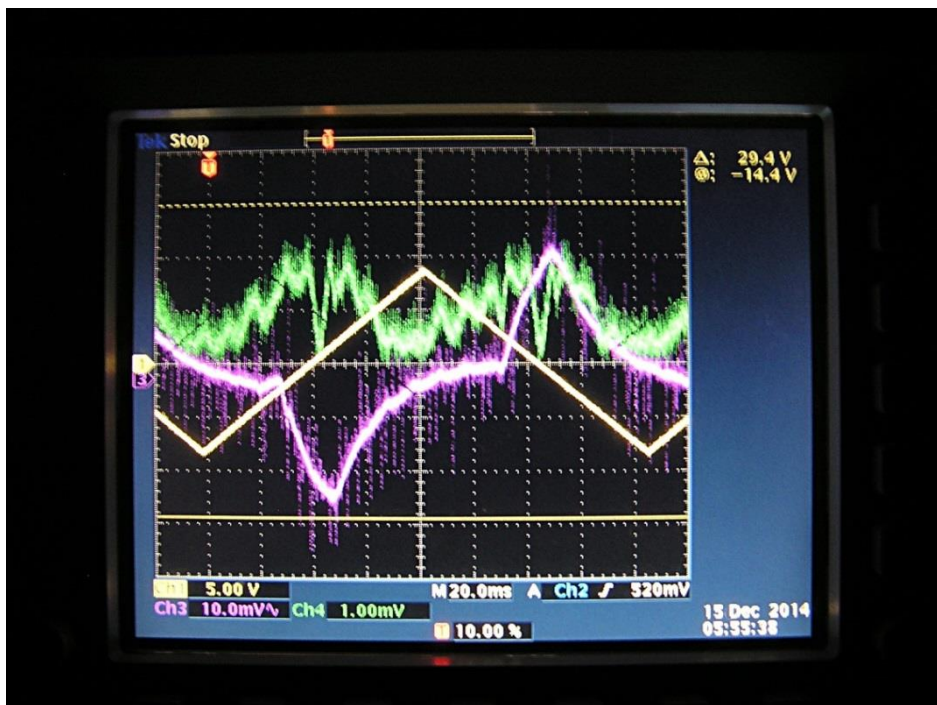
Obr. 26: Realizace experimentu v optické laboratoři.



Obr. 27a: Promodulovaný signál vlivem magnetického pole se sinusovým průběhem. Žlutá – referenční signál z generátoru funkcí, fialová – signál z Hallovovy sondy a zelená – signál z fotodiody (modulace fáze).



Obr. 27b: Promodulovaný signál vlivem magnetického pole s obdélkovým průběhem. Žlutá – referenční signál z generátoru funkcí, fialová – signál z Hallovy sondy a zelená – signál z fotodiody (modulace fáze).



Obr. 27c: Promodulovaný signál vlivem magnetického pole s pilovitým průběhem. Žlutá – referenční signál z generátoru funkcí, fialová – signál z Hallovy sondy a zelená – signál z fotodiody (modulace fáze).

Na uvedených obrázcích (obr. 27a – 27c) z průběhu měření je vidět změna polarizačního stavu světla vlivem Faradayova jevu, která se projevuje modulací fáze (zelená křivka). Tato modulace byla demonstrována pro tři odlišné průběhy modulace magnetického pole, které jsou na obrázcích znázorněny žlutou křivkou. A sice sinusovým, obdélníkovým a pilovitým signálem. Společně s průběhy modulovaného a referenčního signálu z generátoru je na osciloskopu vykreslen průběh proudu z Hallovy sondy, který je na obrázcích znázorněn fialovou křivkou. Po provedení analýzy naměřených průběhů je vidět, že průběh změny fáze kopíruje průběh změny magnetického pole a je zde vidět souvislost s neregiprocití Faradayova jevu.



## ZÁVĚR

Úkolem mé práce bylo provést analýzu vlastností Faradayova jevu v optických vláknech a následně pak demonstrovat tento jev a ověřit získané znalosti pomocí experimentální metody. Předtím, než jsem se dostal k experimentální práci, bylo potřeba si vytvořit teoretické zázemí týkající se tohoto jevu. Snažil jsem se popsat ty oblasti optiky, které by mi pomohly analyzovat chování Faradayova jevu v optických vláknech.

V úvodu mé práce je uveden stručný životopis Michaela Faradaye. V následující kapitole jsem se věnoval matematickému popisu polarizačního stavu vlny, který byl důležitý pro analýzu Faradayova jevu. Poté jsem vymezil pojem optická aktivita. Dále byla provedena analýza Faradayova jevu, jeho teoretické odvození a popis jeho vlastností. V závěru teoretické části jsem se věnoval vlivu parametrů samotného optického vlákna na polarizační stav světla a uvedl jsem metody detekce stočení roviny polarizace.

Následně jsem přešel k experimentální části práce, ve které jsem ověřil získané znalosti o Faradayově jevu. Bylo použito dvou základních metod k demonstraci tohoto jevu. První metodou bylo klasické uspořádání, které využívá k vyhodnocení změny stavu polarizace dva detektory a Wollastonův hranol. Druhá metoda využívá Mach-Zehnderova interferometru, pomocí něhož byla vyhodnocena změna fáze polarizačního stavu světelné vlny.

Na rozdíl od běžně popisovaných metod měření Faradayova jevu v optických vláknech bylo k indukování Faradayova jevu použito magnetické pole toroidu. K využití vlastností toroidu mě vedly následující skutečnosti: do osy toroidu je možné zavést několik smyček optického vlákna a tedy působit magnetickým polem na velký úsek optického vlákna polem, které je současně dostatečně homogenní. Aplikace toroidu nám současně umožňuje využít možnosti indukovat Faradayův jev střídavým magnetickým polem. V našem případě jsme rovněž určily maximální účinnost toroidu experimentálním nastavením daného LC obvodu do rezonance. Za tímto účelem jsme použili pro určení maximální hodnoty budícího proudu  $I$  při rezonanci Hallovy sondy. Použití Hallovy sondy se ukázalo jako velmi zajímavé a přínosné při zobrazení průběhu změny proudu na osciloskopu a tedy i změny směru magnetického pole současně se zobrazením průběhu změny fáze v interferenčním poli. Analýza naměřených průběhů indukovaných změn stavu polarizace odpovídá nereciprokosti Faradayova jevu.

Užití buzení magnetického pole střídavým proudem a tedy indukování Faradayova jevu střídavým proudem je výhodné pro indukování měřitelných hodnot, poněvadž není třeba tak velkých hodnot proudu jako při stejnosměrném buzení. Samozřejmě s tím souvisí ohřev toroidu a optického vlákna a to je v tomto případě výrazně menší. Přesto bylo opakované měření možné provádět vždy jen pár sekund, poněvadž docházelo k rychlému nárůstu zvýšení teploty optického vlákna. Výhodou bylo také vyloučení takzvaných přechodových jevů, ke kterému by docházelo při pouhém zapínání a vypínání elektrického proudu spínačem.

Při měření indukovaných změn v neinterferenčním uspořádání se separací módů s Wollastonovým hranolem bylo možné ověřit rozdíl při vyhodnocení fáze, který závisel na výběru kombinace LP módů.

Pro přesnější vyjádření a určení Verdetovy konstanty pro optické vlákno by aparatura musela být podstatně složitější.

Jako vlastní obohacení při zpracování této práce vnímám zkušenost s reálným experimentem s jevem, jak sám uváděl Michael Faraday, jenž objasňuje souvislosti působení mezi optickým a magnetickým polem v prostředí. Dále jsem si prohloubil teoretické znalosti o Faradayově jevu a chování světla v optickém vlákne, získal experimentální zkušenosti při měření a odladění aparatury Mach-Zehnderova interferometru s optickými vlákny.

## ZDROJE

### Seznam literatury

- [1] FERBAS, P. *Faradayův jev v optickém vlákně*. Jemná mechanika a optika, 10/2004, s. 305-308. ISSN 0447-6441.
- [2] DREXLER, P., FIALA, P. *Kompenzace lineárního dvojlomu v magneto-optických vláknových senzorech*. Jemná mechanika a optika, 6/2008, s. 166-171. ISSN 0447-6441. Dostupné z URL: <http://jmo.fzu.cz/2008/Jmo-06/JMO-200806.pdf>.
- [3] SALEH, Bahaa E. A., TEICH, M. C. *Základy fotoniky II*. Praha: Matfyzpress, 1994, 209 s. ISBN 80-85863-02-2.
- [4] MARŠÁLEK, L. *Optická vlákna*. Verze 2.1.3. Ostrava: VŠB, 2006. Dostupné z URL: <http://goro.czweb.org/download/interest/vlakna.pdf>.
- [5] *The Faraday effect* [online]. Massachusetts Institute of Technology: Physics Department, 23. června 1999 [citace 18. 12. 2014]. Dostupné z URL: <http://web.mit.edu/8.13/www/JLExperiments/JLExp08.pdf>.
- [6] *Významné osobnosti vědy a techniky: Michael Faraday – Pracuj, dokonči, publikuj!*. [online]. Elektro 10/2011, s. 93 [citace 26. 12. 2014]. Dostupné z URL: <http://www.odbornecasopisy.cz/res/pdf/44630.pdf>.
- [7] *Polarizace* [online]. Univerzita Karlova v Praze: Matematicko-fyzikální fakulta, 2013 [citace 10. 12. 2014]. Dostupné z URL: <http://fu.mff.cuni.cz/biomolecules/media/files/courses/Polarizace.pdf>.
- [8] BŘEZINA, V. *Automatizované měření polarizačních vlastností optického svazku*. Diplomová práce. Brno: VUT, 2014.
- [9] MANSURIPUR, M. *The Faraday Effect*. Optics and Photonics News, 1999, vol. 10, issue 11, s. 32-36.
- [10] DREXLER, P. *Techniky potlačování dvojlomných jevů v optických vláknech*. Brno: Vutium, 2010, 29 s. ISSN 1213-418X.

- [11] *Magneto-, acousto-, electro-optical effect* [online]. Aix Marseille Université [citace 28. 12. 2014]. Dostupné z URL: [http://sites.univ-provence.fr/ciml/mk/ens/AOM\\_EOM.pdf](http://sites.univ-provence.fr/ciml/mk/ens/AOM_EOM.pdf).
- [12] AFTAB, A., SALMAN, R., ANWAR, S. *Phase sensitive Faraday rotation* [online]. LUMS School of Science and Engineering, 9. února 2010 [citace 15. 11. 2014]. Dostupné z URL: [http://physlab.lums.edu.pk/images/2/2e/Faraday\\_rotation\\_V4.pdf](http://physlab.lums.edu.pk/images/2/2e/Faraday_rotation_V4.pdf).
- [13] HECHT, E. *Optics*. San Francisco: Addison Wesley, 2002, 698 s. ISBN 0-321-18878-0.
- [14] HORÁK, R. *Fyzikální základy laserových dálkoměrů a gyroskopů*. Olomouc: chlup.net, 2012, 160 s. ISBN 978-80-903958-6-2.
- [15] FAJKUS, M. *Módy v optickém vlákne* [online]. [citace 2. 1. 2015]. Dostupné z URL: <http://opte.imatte.cz/teorie/opticke-vlakna/86-mody-v-optickem-vlakne>
- [16] PROCHÁZKA, A. *Měření mezní vlnové délky optických vláken dopovaných prvky vzácných zemin*. Diplomová práce. Praha, 2000.
- [17] FERBAS, P. *Optické vláknové senzory*. Diplomová práce. Olomouc: Univerzita Palackého – katedra Optiky, 2003.
- [18] ROGERS, A. *Polarization in optical fibers*. Norwood: Artech house, 2008, 273 s. ISBN-13: 978-1-58053-534-2.
- [19] Techmania – Edutorium: *Vědci a vynálezci, Faraday Michael*. [online]. [citace 3. 12. 2014]. Dostupné z URL: [http://www.techmania.cz/edutorium/art\\_vedci.php?key=94](http://www.techmania.cz/edutorium/art_vedci.php?key=94).

## Seznam obrázků

- [1] Wikipedia – *Michale Faraday* [online]. [citace 10. 12 2014]. Dostupné z URL: [http://cs.wikipedia.org/wiki/Michael\\_Faraday](http://cs.wikipedia.org/wiki/Michael_Faraday).
- [2] ProjektySIPVZ – *Lineárně polarizované světlo* [online]. [citace 8. 12. 2014]. Dostupné z URL: <http://projektysipvz.gytool.cz/ProjektySIPVZ/Doplnky/linpolarizovanesvetlo.html>.

- [3] iDnes: Technet – *Základní kámen každého fotáku* [online]. [citace 5. 12. 2014]. Dostupné z URL: [http://technet.idnes.cz/zakladni-kamen-kazdeho-fotaku-jak-vznika-obraz-v-objektivu-pan-/tec\\_foto.aspx?c=A071025\\_103506\\_tec\\_foto\\_jlb](http://technet.idnes.cz/zakladni-kamen-kazdeho-fotaku-jak-vznika-obraz-v-objektivu-pan-/tec_foto.aspx?c=A071025_103506_tec_foto_jlb).
- [4] *Polarizace* [online]. 2013 [citace 12. 12. 2014]. Dostupné z URL: <http://fu.mff.cuni.cz/biomolecules/media/files/courses/Polarizace.pdf>.
- [5] Chelix – *Polarization: A technical explanation* [online]. [citace 29. 11. 2014]. Dostupné z URL: [http://www.chelix.com/technical\\_polar.html](http://www.chelix.com/technical_polar.html).
- [6] LÁSKO, J. *Problematika přenosu optického paprsku optickým vláknem*. Bakalářská práce. Brno: VUT, 2010. [citace 15. 12. 2014]. Dostupné z URL: [http://www.vutbr.cz/www\\_base/zav\\_prace\\_soubor\\_verejne.php?file\\_id=30109](http://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=30109).
- [7] Wikipedia – *Wollaston prism* [online]. [citace 4. 1. 2015]. Dostupné z URL: <http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wollaston-prism.png>.
- [8] *The Faraday effect* [online]. Massachusetts Institute of Technology: Physics Department, 23. června 1999 [citace 18. 12. 2014]. Dostupné z URL: <http://web.mit.edu/8.13/www/JLEperiments/JLExp08.pdf>.
- [9] Nature – *Illustration of the vectorial nature of fibre modes and its impact on mode dephasing* [online]. [citace 2. 1. 2015]. Dostupné z URL: [http://www.nature.com/ncomms/2014/141120/ncomms6481/fig\\_tab/ncomms6481\\_F1.html](http://www.nature.com/ncomms/2014/141120/ncomms6481/fig_tab/ncomms6481_F1.html).
- [10] FERBAS, P. *Optické vláknové senzory*. Diplomová práce. Olomouc: Univerzita Palackého – katedra Optiky, 2003.
- [11] SKALSKÝ, M. *Měření úhlové rychlosti pomocí vláknového interferometru*. Bakalářská práce. Brno: VUT, 2014. [citace 8. 1. 2015]. Dostupné z URL: [https://www.vutbr.cz/www\\_base/zav\\_prace\\_soubor\\_verejne.php?file\\_id=82877](https://www.vutbr.cz/www_base/zav_prace_soubor_verejne.php?file_id=82877).