

Univerzita Hradec Králové
Přírodovědecká fakulta
Katedra matematiky

Výpočet technických rezerv

Bakalářská práce

Autor: Petra Špačková
Studijní program: B1103 Aplikovaná matematika
Studijní obor: Finanční a pojistná matematika
Vedoucí práce: Ing. Radko Kříž, Ph.D.



Zadání bakalářské práce

Autor:	Petra Špačková
Studium:	S18AM034BP
Studijní program:	B1103 Aplikovaná matematika
Studijní obor:	Finanční a pojistná matematika
Název bakalářské práce:	Výpočet technických rezerv
Název bakalářské práce AJ:	Calculation of technical reserves

Cíl, metody, literatura, předpoklady:

Výpočet technických rezerv pojišťovny. Analýza na reálných datech.

Ducháčková, Eva. *Pojištění a pojišovnictví. Praha, 2003*

Cípra, T. *Pojistná matematika: teorie a praxe. Praha, 2006*

Garantující pracoviště:	Katedra matematiky, Přírodovědecká fakulta
Vedoucí práce:	Ing. Radko Kříž, Ph.D.
Oponent:	Mgr. Tomáš Zuščák, Ph.D.
Datum zadání závěrečné práce:	12.10.2020

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci vypracovala samostatně a že jsem v seznamu použité literatury uvedla všechny prameny, z kterých jsem vycházela.

V Hradci Králové dne

.....

Petra Špačková

Anotace

ŠPAČKOVÁ, Petra. *Výpočet technických rezerv*. Hradec Králové, 2021. Bakalářská práce. Univerzita Hradec Králové. Přírodovědecká fakulta. Vedoucí bakalářské práce Radko KŘÍŽ

Tato bakalářská práce je zaměřena na výpočet technických rezerv pojišťoven. V práci jsou uvedeny jednotlivé metody výpočtu a tyto metody jsou následně porovnány a použity na reálných datech.

Klíčová slova

Bornhuetterova-Fergusonova metoda, metoda Cape Cod, metoda Chain-Ladder, Separační metoda, technická rezerva

Annotation

ŠPAČKOVÁ, Petra. *Calculation of technical reserves*. Hradec Králové, 2021. Bachelor Thesis. University of Hradec Králové. Faculty of Science. Thesis Supervisor Radko KŘÍŽ

This Bachelor Thesis is focused on the calculation of technical reserves of insurance companies. Thesis introduces individual calculation methods and these methods are then compared and used on real data.

Keywords

Bornhuetter-Ferguson method, Cape Cod method, Chain-Ladder method, Separation method, technical reserve

Obsah

Úvod	6
1 Význam technických rezerv pojišťoven.....	7
2 Členění technických rezerv.....	8
2.1 Rezerva na nezasloužené pojistné	9
2.2 Rezerva na pojistná plnění.....	9
2.3 Rezerva na prémie a slevy	9
2.4 Rezerva pojistného neživotních pojištění	10
2.5 Vyrovňovací rezerva.....	10
2.6 Rezerva na splnění závazků z ručení za závazky ČKP	10
2.7 Rezerva pojistného životních pojištění	11
2.8 Rezerva životních pojištění, je-li nositelem investičního rizika pojistník. 11	
2.9 Rezerva na splnění závazků z použité technické úrokové míry	12
3 Rezerva na pojistná plnění a jejich výpočty	12
3.1 Vývojové trojúhelníky	12
3.2 Metoda Chain-Ladder.....	13
3.3 Metoda Cape Cod	15
3.4 Bornhuetterova-Fergusonova metoda.....	16
3.5 Separační metoda	18
4 Použití jednotlivých metod.....	20
4.1 Zpracování dat ČKP	20
4.2 Metoda Chain-Ladder.....	22
4.3 Metoda Cape Cod	24
4.4 Bornhuetterova-Fergusonova metoda	26
4.5 Separační metoda	28
4.6 Porovnání jednotlivých metod	30
5 Porovnání s reálnými daty pro roky 2018 a 2019.....	32
5.1 Odhady rezerv podle roku výplaty pojistného plnění.....	32
5.2 Porovnání s reálnými daty	34
Závěr.....	35
Seznam použité literatury.....	36
Seznam grafů a tabulek.....	37
Seznam příloh.....	39

Úvod

Bakalářskou práci na téma „Výpočet technických rezerv“ jsem si zvolila, protože mě zajímalo, jakými způsoby se v pojišťovnictví odhaduje, kolik financí bude potřeba na následující roky. Vzhledem k množství pojistných smluv a k tomu, že pojistné události můžeme pouze posuzovat určitou pravděpodobností, je pro pojišťovny důležité odhadovat částku, kterou musí disponovat pro krytí svých závazků.

Každý rok je potřeba, aby pojišťovna posoudila z předešlých let, kolik finančních prostředků bude potřebovat na splacení všech svých povinností v roce následujícím. Podle těchto odhadů se následně řídí a tvoří tak vysoké rezervy, aby jí stačily na pokrytí všech jejích závazků. Predikce technických rezerv ovšem není samozřejmě přesná. Nevíme, kolik pojistných plnění bude muset pojišťovna ve skutečnosti poskytnout a v jaké výši. Proto se nabízí otázka, zda jsou tyto odhady dostačující.

Protože největší závazky mají pojišťovny ve výplatách pojistného plnění, je tato práce zaměřena převážně na odhad rezerv právě na ně. Nejprve v práci objasním, proč je pro pojišťovny tak důležité tvořit technické rezervy. Aby bylo zřejmé, jaké finanční prostředky se váží ke konkrétním povinnostem pojišťovny a ty pak následně nebyly hrazeny z peněz určených k jiným závazkům, dělí se technické rezervy do několika druhů. Ty popisuje kapitola s názvem Členění technických rezerv pojišťoven. Dále se tato práce zaměřuje na metody, kterými odhadujeme potřebné technické rezervy na pojistná plnění. Obsahuje nepoužívanější metody a popisuje jejich výpočty.

V praktické části jsem se zaměřila na použití těchto metod na reálných datech od České kanceláře pojistitelů. Nejprve jsem vypočítala odhady podle jednotlivých metod a následně mezi sebou porovnávala. Na závěr jsem použila jednotlivé postupy k určení odhadů výplat pojistného plnění v určitých letech na již vzniklá pojistná plnění a srovnala s rozšířenými reálnými daty na tyto roky.

1 Význam technických rezerv pojišťoven

Pojištění je dlouhodobý obchod, který slouží k vyrovnání se s důsledky nahodilých událostí na lidskou společnost. Klient, tzv. pojistník, za tuto službu platí pojistné předem, a to ať už v podobě jednorázové platby, nebo na počátku každého pojistného období. Na druhé straně pojišťovna se zavazuje krýt následky sjednaných pojistných událostí ve výši předem smluveného pojistného plnění. Některá pojistná plnění mají dlouhodobý charakter a jsou vyplácena ještě dlouho poté, co samotné pojištění skončilo. To platí například pro odškodnění v rámci odpovědnostního pojištění. K tomu, aby pojišťovna měla finance na očekávané budoucí závazky, vytváří pojistně technické rezervy. Tímto se zabývá např. Ducháčková (2009) a tato kapitola je vypracována pomocí tohoto zdroje.

Technické rezervy jsou finanční prostředky, které pojišťovny shromažďují pro budoucí potřebu. Pojišťovny je tvoří z přijatého pojistného za účelem plnění všech závazků v závislosti na jejich provozované činnosti. To platí pro závazky jisté, o kterých víme, že určitě nastanou, ale i pro ty, u kterých je vznik pouze pravděpodobný, jako jsou pojistná plnění škodních pojištění. U obou je ovšem nejistá výše nebo okamžik, ke kterému vzniknou. Mezi závazky pojišťovny patří pojistné plnění klientům, ale také např. povinné příspěvky České kanceláři pojistitelů (ČKP). Technické rezervy jsou pro pojišťovny povinné a musí dosahovat alespoň výše stanovené § 52 odst. 2 zákona č. 277/2009 Sb.: *„Hodnota technických rezerv je rovna součtu hodnoty nejlepšího odhadu a rizikové přírážky a odpovídá částce, kterou by pojišťovna nebo zajišťovna podle odstavce 1 musela zaplatit za okamžitý převod příslušných závazků z pojišťovací nebo zajišťovací činnosti na jinou pojišťovnu nebo zajišťovnu.“* Jedná se tedy o hodnotu, která odpovídá budoucím známým a pravděpodobným závazkům. Z právního hlediska se jedná o dluh pojišťovny vůči pojištěným. Na splnění určené výše technických rezerv pojišťoven dohlíží Česká národní banka. Pojistně technické rezervy se užívají v případě, že běžné příjmy pojišťovny nejsou dostatečné, aby mohla vyplatit pojistná plnění v daném období.

Jak již bylo zmíněno, technické rezervy se tvoří z přijatého pojistného. Musíme ovšem rozlišit, zda se jedná o technické rezervy u rezervotvorných či rizikových pojištění. Pro rezervotvorné pojištění platí, že se technické rezervy vytvářejí shromažďováním celého přijatého pojistného sníženého o spotřebované správní náklady. Tyto rezervy se hromadí do výše potřebné částky na výplatu sjednaného pojistného plnění a to obvykle po delší časové období. Dočasně volné prostředky pojišťovny zpravidla dlouhodobě investují na finančním trhu a tvoří tak základ svého investičního portfolia. U rizikového pojištění se přijaté pojistné spotřebovává během daného roku. Do technických rezerv přechází pouze přiměřená část přijatého pojistného. Tyto rezervy slouží k vyrovnání časových, místních a věcných výkyvů ve výplatách pojistných plnění. Vytváří se tedy rezerva určená na vyrovnání výkyvů ve vyplácení pojistných plnění mající náhodný charakter, tzv. výkyvová rezerva, ale

také rezerva na vyrovnání časového nesouladu mezi přijímáním pojistného a vyplácením pojistného plnění. U rizikových pojištění je třeba, aby technické rezervy byly v krátké době likvidní.

2 Členění technických rezerv

Dříve bylo v české legislativě určeno dělení pojistně technických rezerv v §51 zákona č. 277/2009 Sb. Nyní tento zákon pouze odkazuje na přímo použitelný předpis Evropské unie. Podle článku 80 směrnice Evropského parlamentu a Rady Evropské unie 2009/138/ES, by měly pojišťovny při výpočtu technických rezerv rozčlenit své pojistné závazky do rizikově homogenních skupin, a to přinejmenším podle druhu pojištění. Podrobnější členění obsahuje například vyhláška č. 502/2002 Sb. nebo Směrnice Rady 91/674/EHS. V této kapitole se ovšem zaměřím na rozdělení podle Bokšové (2010) a Ducháčkové (2009), které mají dělení ještě poněkud podrobnější.

První, co je tedy třeba rozlišit, je, zda se jedná o životní či neživotní pojištění. Pojistně technické rezervy se pro ně totiž počítají odděleně. V rámci životního pojištění je tvorba technických rezerv spojena spíše s rezervotvorným pojištěním, naopak u neživotního se jedná hlavně o pojištění rizikové. Pojistně technické rezervy se dále člení podle účelu, za kterým se rezervy tvoří. To mohou být závazky, které vznikají nezávisle na druhu pojištění, a rezervy se na ně tvoří jak u životního, tak i neživotního pojištění. Pak jsou ovšem také závazky, které vznikají jen u životního nebo naopak neživotního pojištění, a v těch se členění rezerv liší. Jaké pojistně technické rezervy pojišťovna používá, záleží tedy na jejích produktech.

Pojišťovny nezávisle na druhu pojištění vytváří tyto rezervy:

- a) Rezerva na nezasloužené pojistné
- b) Rezerva na pojistná plnění
- c) Rezerva na prémie a slevy
- d) Rezerva pojistného neživotních pojištění

Pro neživotní pojištění to jsou:

- a) Vyrovnávací rezerva
- b) Splnění závazků z ručení za závazky České kanceláře pojistitelů

U životních pojištění máme tyto rezervy:

- a) Rezerva pojistného životních pojištění
- b) Rezerva na životní pojištění, je-li nositelem investičního rizika pojistník
- c) Rezerva na splnění závazků z použité technické úrokové míry

Pojišťovny mohou vytvářet i jiné rezervy. Pro jejich zavedení musí podat žádost s doložením způsobu jejich tvorby a použitím. Dříve, jak uvádí Čejková a Nečas

(2005, s. 54), se tato žádost podávala na Ministerstvo financí, nyní však dozor nad pojišťovnamí a jejich technickými rezervami vykonává Česká národní banka.

2.1 Rezerva na nezasloužené pojistné

Rezerva na nezasloužené pojistné se tvoří, jak už bylo zmíněno, u životních i neživotních pojištění. Podle Cipry (2002) ji lze označovat také jako rezervu na pojistné jiných období.

Pojistná doba může mít počátek i konec v jednom účetním období, většinou však přechází do období následujícího. To znamená, že i přijaté pojistné se dělí úměrně do těchto období. Nezasloužené pojistné je tedy poměrná část přijatého pojistného, která má být přiřazena do následujícího účetního období. Naproti tomu zasloužené pojistné je ta část, která spadá do období sledovaného.

Výše této rezervy pak odpovídá součtu nezaslouženého pojistného pro jednotlivé smlouvy.

2.2 Rezerva na pojistná plnění

Rezerva na pojistná plnění představuje částku potřebnou ke krytí všech závazků z pojistných událostí, které vznikly před koncem účetního období, ale nebyly v tomto období zlikvidovány. Rezerva má dvě složky, které se stanovují zvlášť.

Do první složky, tzv. RBNS (Reported But Not Settled), spadají rezervy na pojistné události, které vznikly a byly ohlášeny v daném účetním období, ale nebyly v něm plně zlikvidovány. Jeho výše se stanovuje jako souhrn hodnot, které likvidátoři pro jednotlivé pojistné události odhadnou. Jednotlivé odhady jsou dále vedeny a postupně aktualizovány. Jde tedy o částku na závazky na konci účetního období, kterou pojišťovna předpokládá, ale ještě nebyla kvůli probíhajícímu šetření nebo soudním sporům uhrazena.

Druhá složka, IBNR (Insured But Not Reported), obsahuje rezervy na pojistné události vzniklé v daném účetním období, ale pojišťovně z různých důvodů nenahlášené. Tato rezerva vychází z jisté prodlevy mezi vznikem a nahlášením pojistné události. Výše této rezervy se počítá pomocí matematicko-statistických metod. Ty jsou podrobněji rozebrány v kapitole 3.

Rezerva na pojistná plnění je významná hlavně u neživotního pojištění. U životních pojištění se uvádí pouze tehdy, pokud vypočítaná hodnota rezerv není obsahem rezervy na životní pojištění.

2.3 Rezerva na prémie a slevy

Tato rezerva je určena ke krytí nákladů na prémie a slevy, které budou klientům na základě pojistných podmínek z pojistných smluv poskytnuty. Pojišťovny používají prémie a slevy jako motivaci klientů za účelem snižování rizika vzniku škod. Podle

Bokšové (2010) by se za prémie a slevy měly považovat jen ty, jež v průběhu pojištění snižují výši pojistného, které bylo sjednané v pojistné smlouvě, aniž by se změnila pojistná částka nebo rozsah krytí.

Vývoj poskytovaných premií a slev na pojistném se v praxi nejčastěji sleduje měsíčně a podle této analýzy se pak určuje velikost rezervy na ně.

2.4 Rezerva pojistného neživotních pojištění

Rezerva pojistného neživotních pojištění slouží ke krytí závazků v případě změny trendu např. u úmrtnostních tabulek. Vytváří se u těch druhů neživotních pojištění, pro které se pojistné určuje podle vstupního věku, případně i podle pohlaví, pojištěného. Nevytváří se však na plnění z pojištění odpovědnosti a z pojištění úrazu formou důchodu, u těch se používá rezerva na pojistná plnění.

Tato rezerva představuje hodnoty závazků pojišťovny vypočítané matematicko-statistickými metodami včetně přiznaných podílů na zisku.

2.5 Vyrovnávací rezerva

Vyrovnávací rezerva, někdy též výkyvová, slouží k vyrovnání zvýšených nákladů na pojistná plnění, které vznikly kolísáním škodního průběhu, tj. poměru mezi pojistným plněním a zaslouženým pojistným. Patří sem výkyvy, které nastávají nezávisle na vůli pojistitele.

Velikost této rezervy je v České republice regulována ze strany státu. Bokšová (2010) však poukazuje na to, že podle českých předpisů se jedná o pojistně technickou rezervu, která je součástí cizích zdrojů. Vyrovnávací rezerva nesplňuje charakteristiku rezerv podle mezinárodního standardu účetního výkaznictví (IFRS), jelikož se jedná pouze o vyrovnání škodného poměru v budoucím období. Proto ji pojišťovny musí vykázat jako součást vlastního kapitálu. Obdobný přístup mají IFRS i k rezervě na katastrofická rizika, která je určena na pokrytí nároků z velkých katastrofických událostí s malou frekvencí.

2.6 Rezerva na splnění závazků z ručení za závazky ČKP

Česká kancelář pojistitelů (ČKP), viz (Česká kancelář pojistitelů, [b. r.]), je právnická osoba. Jedná se o profesní organizaci pojistitelů, jenž jsou oprávněni provozovat pojištění odpovědnosti za škodu způsobenou provozem vozidla, tzv. povinné ručení. Povinné ručení je povinné smluvní pojištění pro majitele vozidel zapsaných v Centrálním registru vozidel, které kryje škodu poškozeným, jež byla způsobena pojištěným vozidlem. Mezi hlavní úkoly ČKP patří úhrada škod způsobených nepojištěnými, příp. nezjištěnými, vozidly z garančního fondu. Dále provozování hraničního pojištění, což je pojištění odpovědnosti z provozu cizozemských vozidel bez platného povinného ručení pro území ČR po dobu pobytu zde.

Garanční fond je financován pojistiteli, kteří provozují povinné ručení, a ti tak přispívají ke krytí pojistných plnění, které nesouvisí přímo s jejich sjednanými pojistnými smlouvami.

Rezervu na splnění závazků z ručení za závazky ČKP tedy pojišťovny tvoří těmito příspěvky a to podle rozsahu, v jakém se podílí na celkových závazcích Kanceláře.

2.7 Rezerva pojistného životních pojištění

Rezerva pojistného životních pojištění, tzv. matematická rezerva, by měla kryt závazky z uzavřených životních pojištění. Jedná se o nejvýznamnější technickou rezervu v rámci životních pojištění. Pro životní pojištění je typické, že přestože roste pravděpodobnost pojistné události, pojistné zůstává konstantní. To znamená, že na začátku pojistné doby je pojistné plnění nižší než pojistné a postupně se tento jev obrací. Proto pojišťovny shromažďují tuto rezervu z přebytků prvních let pojištění a odpovídajících úroků, aby v dalších letech byly schopny plnit své závazky vyplývající ze smluv životních pojištění.

Výše této rezervy se vypočítá matematicko-statistickými metodami. Musí zohledňovat platby pojistných částek sjednaných v pojistných smlouvách, garantovanou účast pojištěných na zisku v životním pojištění a náklady pojišťovny spojené s provozováním tohoto pojištění.

Podle toho, zda rezerva zahrnuje správní náklady, se rozlišuje nettorezerva a bruttorezerva. Nettorezerva se vypočítá jako rozdíl mezi současnou hodnotou očekávaného budoucího pojistného plnění a současnou hodnotou budoucího nettopojistného. Oproti tomu bruttorezerva představuje rozdíl mezi budoucím pojistným plněním rozšířeným o budoucí náklady a budoucím nettopojistným.

V rámci rezervy pojistného životních pojištění se často objevuje také pojem zillmerovaná rezerva. Ta se získává snížením nettorezervy v daném čase o neumořenou část počátečních nákladů, jejichž placení je rozloženo na celou dobu placení. V případě běžného pojistného obvykle odpovídá bruttorezervě.

2.8 Rezerva životních pojištění, je-li nositelem investičního rizika pojistník

Tuto rezervu pojišťovny tvoří za účelem krytí závazků ze životních pojištění vůči pojištěným, kteří na základě pojistné smlouvy nesou investiční riziko. Uplatňuje se hlavně v rámci investičního pojištění, kdy pojistník svěří pojišťovně určité peněžní prostředky, aby je zhodnocovala.

Velikost rezervy je dána souhrnem závazků pojišťovny vůči pojištěným v takové hodnotě, aby odpovídala jejich podílu na umístěných prostředcích pojistného z jednotlivých smluv. To se řídí zásadami, které jsou v jednotlivých pojistných smlouvách dohodnuty.

2.9 Rezerva na splnění závazků z použité technické úrokové míry

Tato rezerva se vytváří u životních pojištění, kdy pojišťovně nepostačuje současný nebo předpokládaný výnos z investování na výplaty závazků vyplývající z použité technické úrokové míry. Jakmile pojišťovna zjistí, že jí nepostačují výnosy z aktiv, musí předložit České národní bance způsob výpočtu této technické rezervy ke schválení.

3 Rezerva na pojistná plnění a jejich výpočty

Jak již bylo zmíněno, rezerva na pojistná plnění se dělí na RBNS a IBNR. Rezerva RBNS se vytváří podle odhadů likvidátorů na jednotlivé nahlášené, ale nezlikvidované škody. Pro určení IBNR se však používají matematicko-statistické metody. Nejčastěji jsou využívány tyto metody:

- a) Metoda Chain-Ladder
- b) Metoda Cape Cod
- c) Bornhuetterova-Fergusonova metoda
- d) Separační metoda

Zmíněným metodám je věnována tato kapitola, která je vypracovaná pomocí Cipry (2002, 2005). Při obecném pojetí výpočtu jsem také čerpala informace od Kozáka (2011).

3.1 Vývojové trojúhelníky

Většina metod pro odhad rezerv vychází z takzvaných vývojových trojúhelníků. Jedná se o specifické uspořádání dat. Je to tabulka, do které se zapisují všechna vyplacená pojistná plnění do řádků podle období původu a do sloupců podle období vývoje. Rok původu se obvykle používá jako rok vzniku pojistné události, může se však také jednat o rok uzavření pojištění. Rok vývoje pojistných událostí vyjadřuje počet let, který od vzniku pojistné události uplynul. Na diagonálách tak vzniká členění podle kalendářních období. V praxi se mohou používat roční, pololetní nebo čtvrtletní vývojové trojúhelníky. V této práci je však použitý jen roční.

Při výpočtech se využívá nekumulativních a kumulativních vývojových trojúhelníků. Nekumulativní vývojový trojúhelník je zobrazen v tabulce 1. Rok t označuje počátek sledovaného období, které končí rokem $t+T$. Booth et al. (1999) ve sloupci rok vzniku označuje řádky pouze jako roky, které uběhly od počátku sledovaného období, tedy 0, 1, ..., T , já jsem se však rozhodla nadále pracovat s označením jednotlivých let. Pojistné plnění jsem si označila x_{ij} , kde i označuje rok vzniku pojistné události a j rok vývoje. Označuje tedy celé pojistné plnění na pojistné události vzniklé v roce i , které bylo vyplaceno v roce $i+j$.

Kumulativní vývojový trojúhelník vyjadřuje celkové pojistné plnění, jaké bylo pro daný rok původu do určitého roku vývoje vyplaceno. Jsou zde tedy jednotlivé pojistné plnění pro určitý rok vzniku pojistné události sčítány a platí tento vztah:

$$y_{i,j} = \sum_{a=0}^j x_{i,a} \text{ (nebo jinak } y_{i,j} = y_{i,j-1} + x_{i,j}, \text{ kde } y_{i,0} = x_{i,0})$$

Rok vzniku	Rok vývoje					
	0	1	2	...	T-1	T
t	$x_{t,0}$	$x_{t,1}$	$x_{t,2}$...	$x_{t,T-1}$	$x_{t,T}$
t+1	$x_{t+1,0}$	$x_{t+1,1}$	$x_{t+1,2}$...	$x_{t+1,T-1}$	
t+2	$x_{t+2,0}$	$x_{t+2,1}$	$x_{t+2,2}$...		
...			
t+T-1	$x_{t+T-1,0}$	$x_{t+T-1,1}$				
t+T	$x_{t+T,0}$					

Tabulka 1: Nekumulativní vývojový trojúhelník

Rok vzniku	Rok vývoje					
	0	1	2	...	T-1	T
t	$y_{t,0}$	$y_{t,1}$	$y_{t,2}$...	$y_{t,T-1}$	$y_{t,T}$
t+1	$y_{t+1,0}$	$y_{t+1,1}$	$y_{t+1,2}$...	$y_{t+1,T-1}$	
t+2	$y_{t+2,0}$	$y_{t+2,1}$	$y_{t+2,2}$...		
...			
t+T-1	$y_{t+T-1,0}$	$y_{t+T-1,1}$				
t+T	$y_{t+T,0}$					

Tabulka 2: Kumulativní vývojový trojúhelník

Vývojové trojúhelníky zůstanou vyplněné jen z půlky, protože pro následující kalendářní roky nejsou zpravidla pojistná plnění ještě známá, jedná se totiž o budoucí výplaty.

3.2 Metoda Chain-Ladder

Metoda Chain-Ladder je někdy také označována jako stupňová nebo žebříková metoda. Jedná se o nejpoužívanější metodu pro odhad rezervy. Předpokladem pro

tuto metodu je, že poměr kumulativních pojistných plnění mezi sousedními roky vývoje se pro jednotlivé roky vzniku nijak zvlášť neliší.

Při výpočtu se využívá kumulativní vývojový trojúhelník, pro který se spočítají vývojové koeficienty (VK). Ty vlastně představují hodnoty, kolikrát se zvýší celkové pojistné plnění pro sledované roky v určitém roce vývoje. Jejich jednotlivé výpočty vyjadřuje tabulka 3.

Rok vzniku	Vývojové koeficienty	Kumulativní koeficienty
t+1	$VK_{t+1} = \frac{y_{t,T}}{y_{t,T-1}}$	$KK_{t+1} = VK_{t+1}$
t+2	$VK_{t+2} = \frac{y_{t,T-1} + y_{t+1,T-1}}{y_{t,T-1} + y_{t+1,T-2}}$	$KK_{t+2} = VK_{t+1} * VK_{t+2}$
...
t+T-1	$VK_{t+T-1} = \frac{\sum_{i=t}^{t+T-2} y_{i,2}}{\sum_{i=t}^{t+T-2} y_{i,1}}$	$KK_{t+T-1} = VK_{t+1} * VK_{t+2} * \dots * VK_{t+T-1}$
t+T	$VK_{t+T-1} = \frac{\sum_{i=t}^{t+T-1} y_{i,1}}{\sum_{i=t}^{t+T-1} y_{i,0}}$	$KK_{t+T} = VK_{t+1} * VK_{t+2} * \dots * VK_{t+T}$

Tabulka 3: Výpočet vývojových a kumulativních koeficientů

Pomocí těchto vývojových koeficientů se následně může doplnit kumulativní vývojový trojúhelník na obdélník a to tak, že poslední známý údaj o kumulativním pojistném plnění v jednotlivých letech vzniku pojistné události se vynásobí příhodným vývojovým koeficientem. V případě, že pojišťovně stačí celková odhadnutá výše rezerv na již vzniklé pojistné události, nemusí vyplňovat celý kumulativní vývojový trojúhelník. Stačí jim vynásobit jednotlivá pojistná plnění z diagonály kumulativním koeficientem (KK) odpovídajícím roku vzniku. Tak získají poslední sloupec, sloupec pro rok vývoje T, tohoto vývojového trojúhelníku.

Rok vzniku	Rok vývoje				
	0	1	...	T-1	T
t	$y_{t,0}$	$y_{t,1}$...	$y_{t,T-1}$	$y_{t,T}$
t+1	$y_{t+1,0}$	$y_{t+1,1}$...	$y_{t+1,T-1}$	$y_{t+1,T-1} * VK_{t+1}$
t+2	$y_{t+2,0}$	$y_{t+2,1}$...	$y_{t+2,T-2} * VK_{t+2}$	$y_{t+2,2} * VK_{t+2} * VK_{t+1}$
...
t+T	$y_{t+T,0}$	$y_{t+T,0} * VK_{t+T}$...	$y_{t+T,0} * VK_{t+T} * \dots * VK_{t+2}$	$y_{t+T,0} * VK_{t+T} * \dots * VK_{t+1}$

Tabulka 4: Doplněný kumulativní vývojový trojúhelník pomocí vývojových koeficientů

Odhad výše technické rezervy, která bude potřeba pro výplaty pojistného plnění na pojistné události vzniklé mezi lety t a t+T, se pak získá sečtením sloupce s rokem

vývoje T, od kterého se odečte hodnota na diagonále odpovídající všem dosavadním zaplaceným pojistným plněním na dané pojistné události.

Tato metoda se může modifikovat tak, aby zohledňovala inflaci.

3.3 Metoda Cape Cod

Metoda Cape Cod má pojmenování po místě, na kterém byla na aktuárské konferenci navržena. Bere v úvahu škodní poměr, což je poměr pojistného plnění a pojistného. Tato metoda má dva typy použití. Buď se používá rok vzniku pojistné události, kdy metoda dále pracuje se zaslouženým pojistným, nebo rok uzavření pojistné smlouvy, u kterého se pak ve výpočtu objevuje předepsané pojistné. V této práci se však zaměřím na první případ.

Tato metoda, stejně jako metoda Chain-Ladder vychází z kumulativního vývojového trojúhelníku a předpokládá, že škodovost se v jednotlivých letech liší mezi stejnými roky vývoje jen minimálně. Tabulka 5 představuje pomocnou tabulku pro odhad technické rezervy pomocí metody Cape Cod a obsahuje všechny potřebné údaje.

Pro výpočet odhadu je třeba nejprve zjistit dlouhodobý škodní poměr. Pro jeho určení je ovšem nutné znát dosavadní pojistné plnění, zasloužené pojistné a inverzní koeficienty. Dosavadní pojistné plnění znázorňuje diagonála kumulativního vývojového trojúhelníku, která odpovídá výplatám v roce $t+T$. Zasloužené pojistné vychází z jednotlivých pojistných smluv na daný rok. V tabulce je tato hodnota obecně označena jako zp_i . Inverzní koeficient (IK) je převrácená hodnota kumulativního koeficientu, který je vypočítaný postupným vynásobením vývojových koeficientů. V případě, že by se těmito inverzními koeficienty vynásobila jednotlivá data ve sloupci pro rok vývoje T z kumulativního trojúhelníku doplněného metodou Chain-Ladder, získaly by se údaje z diagonály pro výplaty v roce $t+T$. Platí pro něj tedy vzorec:

$$IK_i = (KK_i)^{-1}$$

Pro rok t lze předpokládat, že $IK_t=1$, protože se obvykle neočekává, že by po roce vývoje T nastalo další pojistné plnění pro pojistné události vzniklé v tomto roce.

Do šestého sloupce tabulky 5 se zapisuje upravené pojistné pomocí inverzních koeficientů. V jednotlivých letech ještě nebylo vyplaceno celé pojistné plnění pro pojistné události vzniklé v tomto roce, proto se celé zasloužené pojistné upravuje tak, aby bylo porovnatelné s dosavadním pojistným plněním pro daný rok.

Dlouhodobý škodní poměr (DŠP) získáme podílem souhrnu dosavadního pojistného plnění (DPP) a souhrnu upraveného pojistného. To znázorňuje tento vztah:

$$DŠP = \frac{\sum DPP}{\sum (zp_t * IK_t)}$$

S těmito údaji již lze určit pojistné plnění pro jednotlivé roky a potřebnou rezervu na ně. Vynásobením odhadnutého dlouhodobého škodního poměru se zaslouženým pojistným pro určitý rok se získá celkové pojistné plnění pro pojistné události vzniklé v tomto roce. Pro odhadnutí potřebné rezervy na pojistné události vzniklé v daném roce se tento výsledek vynásobí ještě doplňkem inverzní funkce.

Rok vzniku	Zasloužené pojistné	Dosavadní pojistné plnění	Inverzní koeficienty	1-Inverzní koeficienty	Upravené pojistné
t	zp_t	$y_{t,T}$	$IK_t = 1$	$1 - IK_t = 0$	$zp_t * IK_t$
t+1	zp_{t+1}	$y_{t+1,T-1}$	IK_{t+1}	$1 - IK_{t+1}$	$zp_{t+1} * IK_{t+1}$
...
t+T	zp_{t+T}	$y_{t+T,0}$	IK_{t+T}	$1 - IK_{t+T}$	$zp_{t+T} * IK_{t+T}$
Celkem		$\sum DPP$			$\sum (zp_t * IK_t)$

Tabulka 5: Údaje pro výpočet rezervy pomocí metody Cape Cod

Celkový odhad technické rezervy na pojistná plnění pojistných událostí vzniklých mezi lety t a t+T se získá součtem dílčích rezerv, které jsou odhadnuté na krytí pojistných plnění pojistných událostí pro jednotlivé roky.

Rok vzniku	Odhadovaná rezerva
t	$D\check{S}P * zp_t * (1 - IK_t)$
t+1	$D\check{S}P * zp_{t+1} * (1 - IK_{t+1})$
...	...
t+T	$D\check{S}P * zp_{t+T} * (1 - IK_{t+T})$
Celkem	$D\check{S}P * \sum_{i=0}^T [zp_{t+i} * (1 - IK_{t+i})]$

Tabulka 6: Odhadnuté rezervy na jednotlivé roky vzniku podle metody Cape Cod

3.4 Bornhuetterova-Fergusonova metoda

Na rozdíl od metody Cape Cod metoda Bornhuetterova-Fergusonova nepracuje s konstantním dlouhodobým škodním poměrem, ale s individuálními škodními průběhy. Ty se vypočítají přes nekumulativní vývojový trojúhelník, kde se pojistná plnění podle jednotlivých let vzniku a vývoje vydělí zaslouženým pojistným pro daný rok.

Pro vyplnění prázdných buněk pod diagonálou v tabulce se využívá extrapolace těchto škodních průběhů v jednotlivých sloupcích. Obecně je lze předpovídat aritmetickým průměrem známých škodních průběhů v daném sloupci. Podle hodnot se však může postupovat i jinak. Pokud se data ve sloupci od sebe zdatelně liší, tak se počítá jen z průměru přibližně stejných hodnot, případně se může odhadnout pouze dominantní hodnotou. To se provádí nezávisle na jednotlivých sloupcích a tak se u nich mohou způsoby odhadu lišit. V tomto případě pak velikost rezervy hodně závisí na rozhodnutí toho, kdo analýzu provádí.

Rok vzniku	Rok vývoje					Celkem
	0	1	...	T-1	T	
t	$\frac{x_{t,0}}{zp_t}$	$\frac{x_{t,1}}{zp_t}$...	$\frac{x_{t,T-1}}{zp_t}$	$\frac{x_{t,T}}{zp_t}$	$s_t = \sum_{j=0}^T \frac{x_{t,j}}{zp_t}$
t+1	$\frac{x_{t+1,0}}{zp_{t+1}}$	$\frac{x_{t+1,1}}{zp_{t+1}}$...	$\frac{x_{t+1,T-1}}{zp_{t+1}}$	$\frac{x_{t+1,T}}{zp_{t+1}}$	$s_{t+1} = \sum_{j=0}^{T-1} \frac{x_{t+1,j}}{zp_{t+1}} + \frac{x_{t+1,T}}{zp_{t+1}}$
...
t+T-1	$\frac{x_{t+T-1,0}}{zp_{t+T-1}}$	$\frac{x_{t+T-1,1}}{zp_{t+T-1}}$...	$\frac{\sum_{i=t}^{t+2} x_{i,T-1}}{2 zp_i}$	$\frac{x_{t+T-1,T}}{zp_{t+T-1}}$	s_{t+T-1}
t+T	$\frac{x_{t+T,0}}{zp_{t+T}}$	$\frac{\sum_{i=t}^{t+T-1} x_{i,1}}{T zp_i}$...	$\frac{\sum_{i=t}^{t+2} x_{i,T-1}}{2 zp_i}$	$\frac{x_{t+T,T}}{zp_{t+T}}$	s_{t+T}

Tabulka 7: Výpočet škodních průběhů u Bornhuetterovy-Fergusonovy metody

Rok vzniku	Zasloužené pojistné	Celkové škodní průběhy	Inverzní koeficient	1-Inverzní koeficient	Odhadnutá rezerva
T	zp_t	s_t	$IK_t = 1$	$1 - IK_t = 0$	$s_t * zp_t * (1 - IK_t)$
t+1	zp_{t+1}	s_{t+1}	IK_{t+1}	$1 - IK_{t+1}$	$s_{t+1} * zp_{t+1} * (1 - IK_{t+1})$
...
t+T	zp_{t+T}	$y_{t+T,0}$	IK_{t+T}	$1 - IK_{t+T}$	$s_{t+T} * zp_{t+T} * (1 - IK_{t+T})$
Celkem					$\sum_{i=t}^{t+T} s_i * zp_i * (1 - IK_i)$

Tabulka 8: Výpočet rezervy podle Bornhuetterovy-Fergusonovy metody

Následně se sečtou škodní průběhy v každém řádku a tím se získají odhady celkových škodních průběhů (s) pro jednotlivé roky.

Pro odhad rezervy na pojistná plnění se pak postupuje stejným způsobem jako u metody Cape Cod. Nejprve se, pro získání odhadu celkového pojistného plnění na pojistné události vzniklé v tomto roce, vynásobí škodní průběhy pro určité roky odpovídajícím zaslouženým pojistným, a následně se ještě vynásobí doplňkem k inverznímu koeficientu pro získání hledaného odhadu rezervy. Celková rezerva na pojistná plnění pojistných událostí vzniklých mezi lety t a $t+T$ pak odpovídá součtu těchto dílčích odhadů.

3.5 Separační metoda

Separační metoda vychází ze separace kalendářního efektu, který je dán umístěním pojistného plnění do diagonál, od vývojového efektu daného umístěním plnění do sloupců. Při výpočtu se kalendářní efekt zohledňuje použitím separačního indexu, který má podobný význam jako třeba index spotřebitelských cen. Vývojový efekt se uvažuje pomocí indexu zpoždění, který znázorňuje rozdělení pojistného plnění přes jednotlivé roky vývoje.

Jako vstupní data pro tuto metodu se používá nekumulativní vývojový trojúhelník, u kterého se navíc obvykle normují samostatná pojistná plnění, a to například vydělením počtem pojistných smluv nebo zaslouženým pojistným. V obecném vyjádření použijeme pro normování dělení zaslouženým pojistným, což odpovídá škodním průběhům, se kterými pracovala Bornhuetterova-Fergusonova metoda.

Kalendářní rok	Rok vývoje					
	0	1	2	...	T-1	T
t+T	$\frac{x_{t+T,0}}{z_{p_{t+T}}}$	$\frac{x_{t+T-1,1}}{z_{p_{t+T-1}}}$	$\frac{x_{t+T-2,2}}{z_{p_t}}$...	$\frac{x_{t+1,T-1}}{z_{p_{t+1}}}$	$\frac{x_{t,T}}{z_{p_t}}$
t+T-1	$\frac{x_{t+T-1,0}}{z_{p_{t+T-1}}}$	$\frac{x_{t+T-2,1}}{z_{p_{t+1}}}$	$\frac{x_{t+T-3,2}}{z_{p_t}}$...	$\frac{x_{t,T-1}}{z_{p_t}}$	
...		
t+1	$\frac{x_{t+1,0}}{z_{p_{t+1}}}$	$\frac{x_{t,1}}{z_{p_t}}$				
t	$\frac{x_{t,0}}{z_{p_t}}$					

Tabulka 9: Škodní průběhy podle Separační metody s výměnou řádku za diagonálu

Pro separaci se mohou využívat různé sofistikované algoritmy. Dále však bude ukázán přístup s použitím metody Chain-Ladder na diagonály uspořádané do řádků.

Nejprve je tedy potřeba prohodit řádky s diagonálami, aby diagonály byly srovnané do řádků podle kalendářních roků. To znázorňuje tabulka 9.

Následně se vypočítají podle řádků kumulativní škodní průběhy (šp), které obecně znázorňuje tabulka 10. Platí zde tedy vzorec:

$$\text{šp}_{i,j} = \sum_{a=i}^{i+j} \frac{x_{a,i+j-a}}{z p_a}$$

Kalendářní rok	Rok vývoje					
	0	1	2	...	T-1	T
t+T	šp _{t+T,0}	šp _{t+T-1,1}	šp _{t+T-2,2}	...	šp _{t+1,T-1}	šp _{t,T}
t+T-1	šp _{t+T-1,0}	šp _{t+T-2,1}	šp _{t+T-3,2}	...	šp _{t,T-1}	
...		
t+1	šp _{t+1,0}	šp _{t,1}				
t	šp _{t,0}					

Tabulka 10: Kumulativní škodní průběhy u Separační metody

Na tuto tabulku se následně použije metoda Chain-Ladder pro výpočet vývojových, kumulativních a inverzních koeficientů a následného doplnění na obdélník. Poslední sloupec těchto doplněných kumulativních škodních průběhů vyobrazuje separační indexy. Jedná se o odhadnutá normovaná pojistná plnění, která byla v daných letech vyplacena. Pro separační indexy tedy platí tabulka 11. Dále je třeba spočítat indexy zpoždění (IZ) pro jednotlivé roky vývoje, a to jako přírůstky inverzních koeficientů vypočítané pomocí metody Chain-Ladder pro tabulku 10.

Kalendářní rok	Separační indexy
t+T	šp _{t,T} * KK _{t+T} = šp _{t,T}
t+T-1	šp _{t,T-1} * KK _{t+T-1}
...	...
t+1	šp _{t,1} * KK _{t+1}
t	šp _{t,0} * KK _t

Tabulka 11: Separační indexy

Rok vývoje	Indexy zpoždění (IZ)
T	IK _{t+T} - IK _{t+T-1}
T-1	IK _{t+T-1} - IK _{t+T-2}
...	...
1	IK _{t+1} - IK _t
0	IK _t

Tabulka 12: Indexy zpoždění

Pomocí indexů zpoždění se pak vypočítají výplatní rezidua na jednotlivé roky vzniku podle tabulky 13. V případě zohlednění míry inflace, se separační metoda modifikuje. To se provede upravením indexů zpoždění při výpočtu výplatních reziduí o požadovanou míru inflace.

Rok vzniku	Rok vývoje						Výplatní rezidua (VR_i)
	0	1	2	...	T-1	T	
t						IZ_T	IZ_T
t+1					IZ_{T-1}	IZ_T	$IZ_{T-1} + IZ_T$
...			
t+T-1			IZ_2	...	IZ_{T-1}	IZ_T	$IZ_2 + \dots + IZ_{T-1} + IZ_T$
t+T		IZ_1	IZ_2	...	IZ_{T-1}	IZ_T	$IZ_1 + IZ_2 + \dots + IZ_{T-1} + IZ_T$

Tabulka 13: Výplatní rezidua

Vypočítaná výplatní rezidua již stačí jen vynásobit posledním separačním indexem a zrušit normování opětným vynásobením zaslouženým pojistným pro daný rok. Tím je dosažen odhad rezervy pro jednotlivé roky. Jejich sečtením se získá celkový odhad rezerv na pojistná plnění pojistných událostí vzniklých mezi lety t a t+T.

Rok vzniku	Zasloužené pojistné	Poslední separační index	Výplatní rezidua	Odhadnutá rezerva
t	zp_t	$\check{sp}_{t,T} * KK_{t+T}$	VR_t	$VR_t * zp_t * \check{sp}_{t,T} * KK_{t+T}$
t+1	zp_{t+1}	$\check{sp}_{t,T} * KK_{t+T}$	VR_{t+1}	$VR_{t+1} * zp_{t+1} * \check{sp}_{t,T} * KK_{t+T}$
...
t+T-1	zp_{t+T-1}	$\check{sp}_{t,T} * KK_{t+T}$	VR_{t+T-1}	$VR_{t+T-1} * zp_{t+T-1} * \check{sp}_{t,T} * KK_{t+T}$
t+T	zp_{t+T}	$\check{sp}_{t,T} * KK_{t+T}$	VR_{t+T}	$VR_{t+T} * zp_{t+T} * \check{sp}_{t,T} * KK_{t+T}$
Celkem				$\check{sp}_{t,T} * KK_{t+T} * \sum_{i=t}^{t+T} (VR_i * zp_i)$

Tabulka 14: Výpočet technických rezerv Separací metodou

Existují i další metody výpočtu technických rezerv, tyto jsou ovšem používány nejčastěji.

Různé metody nemusí být v dané situaci pro určitá data vhodná, proto je nutné nejprve ověřit postačitelnost vypočítaných odhadů. Z dat pro výpočet rezervy se mohou vynechat údaje pro poslední rok a jednotlivé výsledky následně porovnat se skutečným pojistným plněním placeným v průběhu vynechaného roku.

4 Použití jednotlivých metod

Tato kapitola je zaměřená na aplikaci zmíněných metod výpočtu rezerv na pojistná plnění již vzniklých pojistných událostí a jejich následné porovnání.

K jednotlivým výpočtům budou použita shodná výuková data České kanceláře pojistitelů, což jsou data pro výukové a vědecké účely, které zahrnují „výjezdy“ z databází provozního systému likvidace škod řešené garančním fondem (GF) ČKP. Neobsahují žádné osobní údaje. ID jednotlivých škodních událostí je odlišné od čísla používaného likvidátory a tedy neumožňuje identifikovat konkrétní případy podle likvidačního spisu.

Pro zpracování dat a jednotlivých metod je využitý tabulkový procesor Excel. Jednotlivé výpočty byly provedeny právě v něm a to v nezaokrouhlené podobě. Tyto výsledky jsem pak zaokrouhlené vložila do této práce, a proto se některé výpočty rovnic po dosažení zaokrouhlených hodnot nemusí zcela rovnat.

4.1 Zpracování dat ČKP

Vycházela jsem ze souboru dat, který obsahuje pojistné plnění v letech 2000-2017. Česká kancelář pojistitelů řeší např. škodu od nepojištěného automobilu či škodu způsobenou automobilem, který ujel z místa nehody, a tudíž jednotlivá pojistná plnění nejsou vázána na samostatné pojistné smlouvy.

V datech jsou ovšem ponechány i sporné záznamy. V takovém množství dat, se kterými pojišťovny obvykle pracují, je téměř nemožné, aby se nevyskytl žádný sporný údaj. K jejich vzniku stačí třeba jen zaměnit při vyplňování do systému údaje ve 2 sloupcích nebo napsat chybný rok. Je proto samozřejmě možná určitá nepřesnost, která závisí na subjektivním posouzení, jak s těmito daty bude daná osoba pracovat.

Zmíněná data obsahují 79 925 záznamů o úhradách pojistných plnění na škodní události. Každá škodní událost má své ID, které se mnohdy v řádcích opakuje z důvodu více výplat pojistného plnění na danou škodní událost. Dále je pojistné plnění rozděleno podle charakteru škodní události do 6 různých druhů a to na:

1. Věcnou škodu, pokud je nárok na plnění spojený pouze se škodou na majetku.
2. Škodu na zdraví, když je nárok spojený se škodou na zdraví bez pravidelných plateb.
3. Rentu, pokud se jedná o nárok na pravidelně se opakující platby.
4. Technické poplatky, když jediné závazky jsou na poplatky za likvidaci škody.
5. Ušlý zisk, v případě, že se na škodě vyskytuje nárok ušlého zisku.
6. Ostatní

Další sloupce obsahují datum vzniku škodní události (ŠU), datum její evidence v systému, den úhrady a částku, která byla uhrazena. Poslední sloupec s rokem

úhrady odpovídá roku ve sloupci den úhrady. Ukázka tohoto souboru dat je vidět v tabulce 15.

ID škodní události	Druh plnění	Datum vzniku ŠU	Datum evidence	Den úhrady	Částka (CZK)	Rok úhrady
6827	Škoda na zdraví	2.7.2000 16:00:00	1.8.2000 10:39:59	19. 7. 2002	2365	2002
6833	Věcná škoda	12.7.2000 10:00:00	1.8.2000 12:05:31	19. 7. 2002	36012	2002
6845	Věcná škoda	11.7.2000 15:55:00	1.8.2000 15:27:46	20. 11. 2000	1000	2000

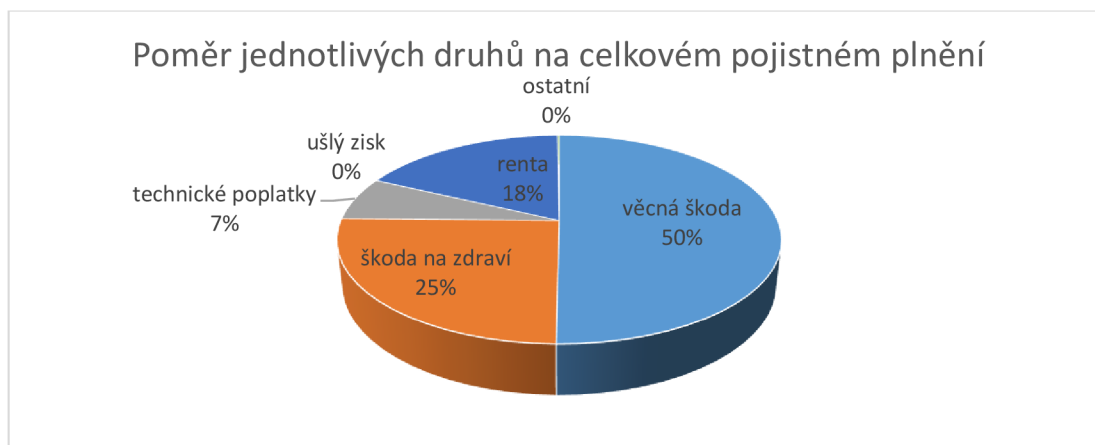
Tabulka 15: Ukázka souboru dat

Nejprve jsem importovala záznamy z textového souboru do procesoru Excel. Abych odstranila sporná data, ověřila jsem pro jednotlivé řádky pomocí funkce KDYŽ logickou časovou návaznost, aby pro každou škodní událost platilo, že datum vzniku škody \leq datum evidence a zároveň datum evidence \leq den úhrady. Po tomto kroku jsem odstranila 6 záznamů. První nerovnice neplatila pro 5 škodních událostí, konkrétně pro události s ID 89736, 99994, 139207, 147943 a 150947, a druhá nerovnice pro 1 škodní událost s ID 49542, vše v celkové hodnotě 237 046,00 Kč.

Pojistné plnění zbylých dat činilo mezi roky 2000 a 2017 celkem 3 625 918 406 Kč. V tabulce 16 je vidět, že největší podíl na něm má vyplácení na škody na majetku, u nichž bylo vyplaceno na 40 296 škodních událostí v celkem 54 510 platbách pojistné plnění ve výši 1 819 968 919, což je 50% celkového pojistného plnění.

Druh plnění	Počet škodních událostí	Počet výplat	Pojistné plnění
Věcná škoda	40 296	54 510	1 819 968 919
Škoda na zdraví	5 807	14 587	911 244 589
Renta	207	2 738	645 995 729
Technické poplatky	7 314	7 958	242 092 539
Ušlý zisk	23	32	1 401 178
Ostatní	86	92	5 452 498

Tabulka 16: Počet škodních událostí, výplat a výška pojistného plnění



Graf 1: Poměr jednotlivých druhů plnění na celkovém pojistném plnění

Pro další zpracování dat v rámci výpočtu technických rezerv na roční pojistná plnění jsou potřeba 3 údaje: rok vzniku škodní události, částku pojistného plnění a rok úhrady. Pro získání roku vzniku škodní události jsem vytvořila nový sloupec a pomocí funkce ROK vyobrazila potřebný údaj ze sloupce datum vzniku ŠU z dílčích záznamů. Zbylé potřebné údaje byli již v původním souboru.

Před samotnými výpočty jsem si nejprve vytvořila vývojové trojúhelníky, se kterými poté v metodách pracuji. Nekumulativní vývojový trojúhelník jsem získala postupným sčítáním částek funkcí SUMIFS, kde jednotlivé podmínky vychází z roku vzniku a úhrady příhodné pro danou buňku tabulky, pro niž daný součet probíhá. Protože se jedná o velká čísla, v příloze č. 1 je tato tabulka s pojistným plněním zaokrouhlena na tisíce. Ve výpočtech dále jsem ovšem používala nezaokrouhlené částky. Obdobným způsobem jsem vypočítala také kumulativní vývojový trojúhelník, který je zobrazen, taktéž zaokrouhlený na tisíce, v příloze č. 2.

4.2 Metoda Chain-Ladder

Jak již bylo zmíněno v teoretické části, tato metoda vychází z kumulativního vývojového trojúhelníku. Základem pro tuto metodu mi tedy byl vývojový trojúhelník z přílohy č. 2 ovšem s nezaokrouhlenými daty.

Nejprve jsem z něho vypočítala koeficienty vývoje, které vyobrazuje tabulka 17. Získala jsem je podle již dříve zmíněných obecných vzorců v tabulce 3. Pro rok 2003 tedy podle vztahu $(61\,995\,675 + 99\,726\,754 + 187\,999\,286) / (61\,995\,675 + 99\,417\,698 + 187\,911\,538) \doteq 1,0011$.

Následně jsem vývojový trojúhelník doplnila odhadem nadcházejících kumulativních pojistných plnění. To vyjadřuje příloha č. 3. Když jsem po jednotlivých řádcích odečetla od již vyplaceného pojistného plnění v daném roce, což odpovídá kumulativnímu pojistnému plnění na diagonále odpovídající roku 2017, od celého odhadu pojistného plnění v hledaném roce, jež vyjadřuje poslední sloupec doplněného vývojového trojúhelníku, jsem získala dílčí rezervy pro

jednotlivé roky vzniku škodní události, například $256\,024\,784,85 - 254\,054\,801 = 1\,969\,983,85$ pro rok 2003.

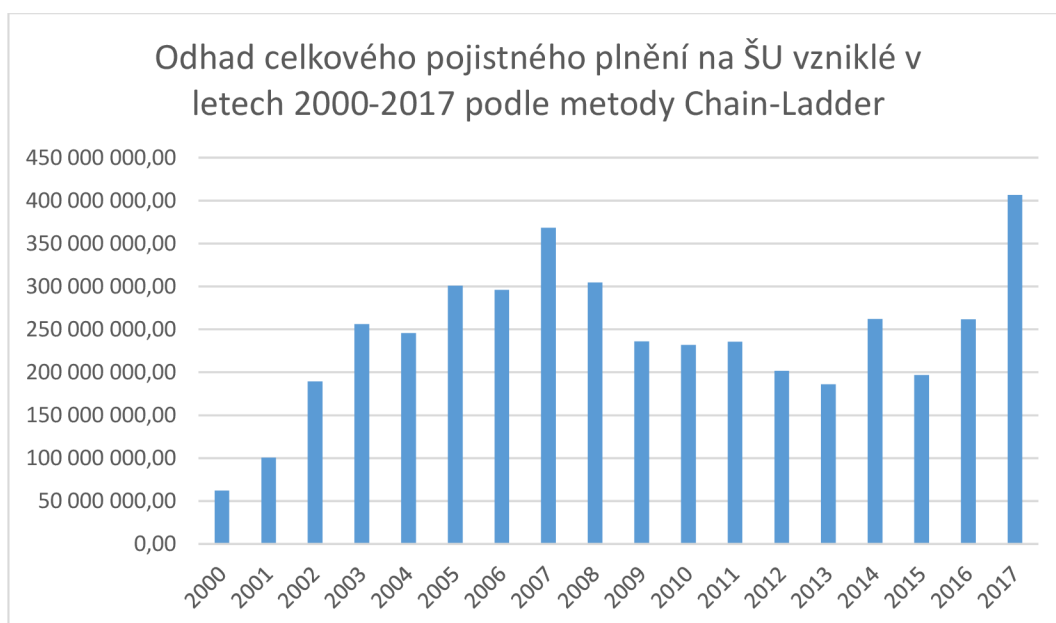
Rok	Koeficient vývoje
2001	1,00206
2002	1,00455
2003	1,00114
2004	1,01671
2005	1,00485
2006	1,00291
2007	1,01756
2008	1,00688
2009	1,01908
2010	1,00871
2011	1,02276
2012	1,03024
2013	1,04128
2014	1,05527
2015	1,11075
2016	1,24064
2017	2,61805

Tabulka 17: Koeficienty vývoje

Rok vzniku ŠU	Odhadnuté rezervy
2001	206 300,81
2002	1 242 760,79
2003	1 969 983,85
2004	5 897 190,81
2005	8 634 958,09
2006	9 323 455,73
2007	17 755 163,37
2008	16 668 786,53
2009	17 082 370,66
2010	18 655 171,07
2011	23 784 082,86
2012	25 659 909,04
2013	30 097 562,88
2014	53 949 043,66
2015	56 076 172,17
2016	110 810 914,85
2017	317 000 290,37

Tabulka 18: Dílčí odhady rezerv na již vzniklé škodní události

Sečtením jednotlivých rezerv podle této metody jsem odhadla výši rezervy na budoucí pojistná plnění pro škody vzniklé mezi lety 2000 a 2017 na 714 814 119,55 Kč.



Graf 2: Odhad celkového pojistného plnění podle metody Chain-Ladder

4.3 Metoda Cape Cod

V této metodě jsem opět vycházela z kumulativního vývojového trojúhelníku, jehož zaokrouhlená podoba je v příloze č. 2. Pro výpočet je třeba znát dosavadní pojistné plnění, inverzní koeficient a zasloužené pojistné.

Dosavadní pojistné plnění jsem získala z diagonály výplat pojistného plnění v roce 2017 kumulativního vývojového trojúhelníku a inverzní koeficienty jsou dopočítané z vývojových koeficientů, které jsou použity u metody Chain-Ladder. Nejprve jsem dopočítala kumulativní koeficienty, které jsem umocnila na -1 a tím získala koeficienty inverzní. Pro rok 2003 tedy $(1 \cdot 1,002056 \cdot 1,004545 \cdot 1,001136)^{-1} \doteq 0,99231$. Vývojové, kumulativní a inverzní koeficienty pro jednotlivé roky jsou vyjádřeny v tabulce 21.

Rok	Vývojový koeficient	Kumulativní koeficient	Inverzní koeficient
2000	1	1	1
2001	1,00206	1,00206	0,99795
2002	1,00455	1,00661	0,99343
2003	1,00114	1,00775	0,99231
2004	1,01671	1,02459	0,97600
2005	1,00485	1,02956	0,97129
2006	1,00291	1,03255	0,96848
2007	1,01756	1,05068	0,95176
2008	1,00688	1,05791	0,94526
2009	1,01908	1,07809	0,92756
2010	1,00871	1,08748	0,91956
2011	1,02276	1,11224	0,89909
2012	1,03024	1,14587	0,87270
2013	1,04128	1,19317	0,83810
2014	1,05527	1,25912	0,79420
2015	1,11075	1,39858	0,71501
2016	1,24064	1,73513	0,57633
2017	2,61805	4,54265	0,22014

Tabulka 19: Vývojové, kumulativní a inverzní koeficienty

Vzhledem k tomu, že data nejsou vázána na konkrétní pojistné smlouvy, tak k nim nelze přiřadit určité zasloužené pojistné, které je potřebné pro odhad podle této metody. Ale tím, že jde o data ČKP, mohu předpokládat, že platby, které bych mohla počítat jako pojistné, jsou příspěvky od pojišťoven. Soubor dat jsou ovšem pouze výstupy z databází a nejedná se o veškeré pojistné plnění v těchto letech. Proto je obtížné určit, jak velké zasloužené pojistné započítávat. Já však pracovala s předpokladem, že příspěvky se nebudou v jednotlivých letech moc lišit a proto

jsem se rozhodla, že budu počítat s konstantní výší zaslouženého pojistného. Tento předpoklad jsem využila i u následujících metod.

Podle následujících vzorců je patrné, že při konstantním zaslouženém pojistném v jednotlivých letech nemá jeho výše na odhadu rezervy žádný vliv. Ve vzorci jsem si určila ZP pro konstantní zasloužené pojistné, Dosavadní PP pro již vyplacené pojistné plnění a IK pro inverzní koeficient. Pro výpočet rezervy na pojistná plnění škodních událostí vzniklých v roce x , platí:

$$\text{Rezerva na ŠU vzniklých v roce } x = \left(\frac{\sum \text{Dosavadní PP}}{\sum (ZP * IK)} \right) * ZP * (1 - IK)$$

Pokud je zasloužené pojistné konstantní, pak jej lze ze jmenovatele $\sum(ZP*IK)$ vytknout. Tím jsem získala vztah:

$$\text{Rezerva na ŠU vzniklých v roce } x = \frac{ZP}{ZP * \sum IK} * (1 - IK) * \sum \text{Dosavadní PP}$$

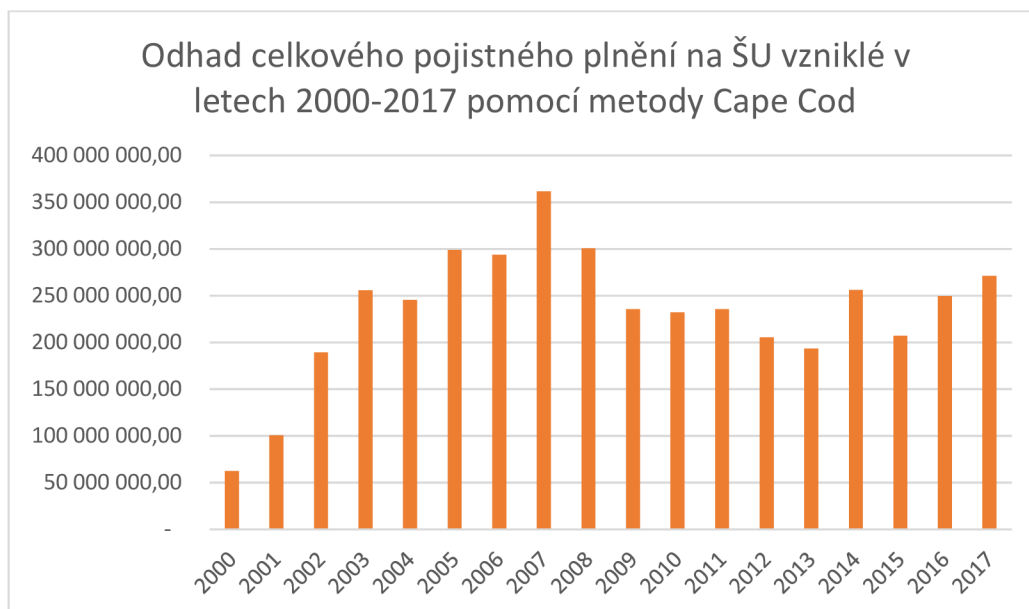
Tím se zasloužené pojistné vykrátí z rovnice. Pro celkový odhad rezervy pak platí:

$$\text{Celkový odhad rezervy} = \sum \frac{(1 - IK) * \sum \text{Dosavadní PP}}{\sum IK}$$

Rok vzniku	Dosavadní PP	Inverzní koeficient (IK)	1-IK	Odhadnutá rezerva
2000	62 225 731	1	0	0
2001	100 359 456	0,99795	0,00205	478 060
2002	187 999 286	0,99343	0,00657	1 530 388
2003	254 054 801	0,99231	0,00769	1 793 132
2004	239 796 385	0,97600	0,02400	5 593 492
2005	292 142 697	0,97129	0,02871	6 690 311
2006	286 451 848	0,96848	0,03152	7 345 928
2007	350 327 278	0,95176	0,04824	11 241 164
2008	287 827 379	0,94526	0,05474	12 757 155
2009	218 744 685	0,92756	0,07244	16 880 534
2010	213 251 526	0,91956	0,08044	18 746 388
2011	211 913 476	0,89909	0,10091	23 515 975
2012	175 906 953	0,87270	0,12730	29 666 591
2013	155 807 664	0,83810	0,16190	37 728 661
2014	208 199 162	0,79420	0,20580	47 958 824
2015	140 691 960	0,71501	0,28499	66 413 331
2016	150 736 999	0,57633	0,42367	98 733 139
2017	89 481 120	0,22014	0,77986	181 740 047
Celkem:	3 625 918 406	15,55917		568 813 121

Tabulka 20: Metoda Cape Cod

Pro odhad rezerv na jednotlivé roky jsem si tedy vytvořila tabulku s pěti sloupci, první pro rok vzniku škodní události, druhý pro dosavadní plnění, třetí pro inverzní koeficient, čtvrtý pro výpočet (1-Inverzní koeficient) a poslední pro odhadnuté rezervy. Ty jsem pak spočítala podle posledních výše zmíněných rovnic. Tím jsem získala odhad rezervy ve výši 568 813 121 Kč na pojistná plnění škodních událostí vzniklých mezi lety 2000 a 2017.



Graf 3: Odhad celkového pojistného plnění podle metody Cape Cod

4.4 Bornhuetterova-Fergusonova metoda

Jako další metodu jsem na data aplikovala Bornhuetterovu-Fergusonovu. Stejně jako u metody Cape Cod jsem zjistila, že při konstantním pojistném plnění na jeho výši nezáleží. Pro dokázání jsem použila následující vzorec, kde ZP zobrazuje konstantní zasloužené pojistné, IK inverzní koeficient:

$$\text{Odhadnutá rezerva pro ŠU vzniklé v roce } x = ZP * \text{celkové škodní průběhy} * (1 - IK)$$

Pro celkový škodní průběh v určitém roce pak platí následující vztah:

$$\text{Celkový škodní průběh v roce } x = \sum \frac{\text{známé PP}}{ZP} + \sum \frac{\text{známá PP z daného sloupce VT}}{ZP * n}$$

Z něho jsem za podmínky konstantního pojistného vytknula $\frac{1}{ZP}$. Po dosazení tohoto vzorce do původního se mi zasloužené pojistné vykrátilo a tak mi zbyla tato rovnice:

$$\begin{aligned} &\text{Odhadnutá rezerva pro škodní průběh v roce } x \\ &= \left(\sum \text{známá PP} + \frac{\sum \text{známá PP v daném sloupci VT}}{n} \right) * (1 - IK) \end{aligned}$$

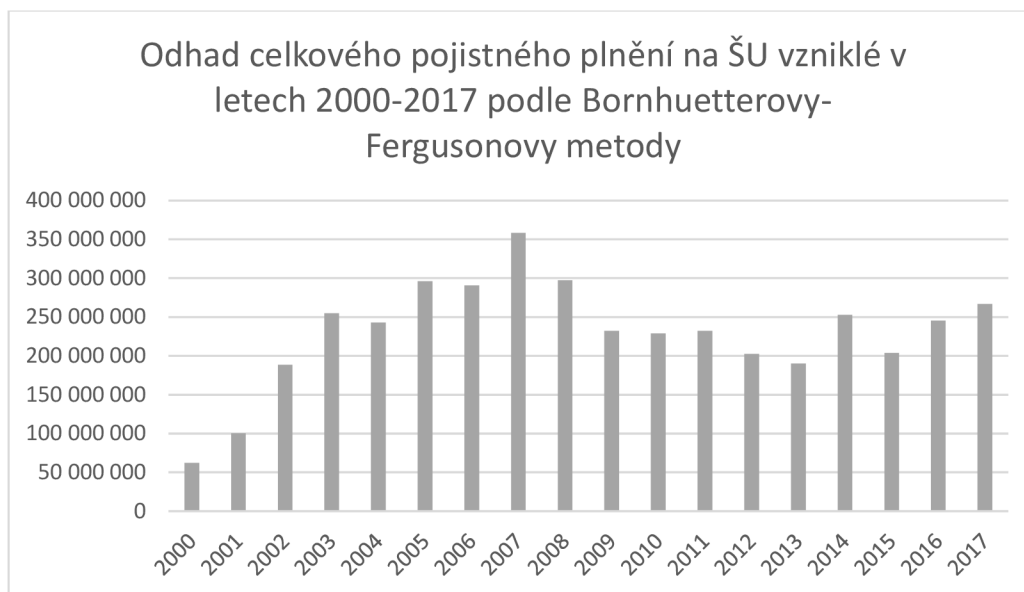
Proto jsem se zaslouženým pojistným nepočítala, ale dalo by se říci, že jsem si zasloužené pojistné určila na hodnotu 1.

V této metodě jsem tedy pracovala s nekumulativním vývojovým trojúhelníkem, jehož hodnoty jsem extrapolovala na obdélník pouze pomocí průměrů hodnot vyplaceného pojistného plnění. Tyto výpočty společně s celkovými škodními průběhy jsou vyobrazené v příloze č. 4, kde jsou zaznamenány částky zaokrouhlené na tisíce.

Rok vzniku	Celkové škodní průběhy	Inverzní koeficienty	1-IK	Odhadnutá rezerva
2000	62 225 731	1	0	0
2001	100 487 106	0,99795	0,00205	206 139
2002	188 494 490	0,99343	0,00657	1 237 852
2003	254 682 306	0,99231	0,00769	1 959 654
2004	242 902 901	0,97600	0,02400	5 830 208
2005	296 052 859	0,97129	0,02871	8 499 315
2006	290 903 352	0,96848	0,03152	9 169 882
2007	358 241 869	0,95176	0,04824	17 280 486
2008	297 220 606	0,94526	0,05474	16 270 506
2009	232 311 459	0,92756	0,07244	16 827 715
2010	228 706 816	0,91956	0,08044	18 397 764
2011	232 188 906	0,89909	0,10091	23 430 027
2012	202 398 601	0,87270	0,12730	25 765 791
2013	190 357 000	0,83810	0,16190	30 818 293
2014	252 825 699	0,79420	0,20580	52 030 509
2015	203 669 135	0,71501	0,28499	58 042 862
2016	245 549 035	0,57633	0,42367	104 032 614
2017	266 725 135	0,22014	0,77986	208 009 378

Tabulka 21: Technické rezervy podle Bornhuetterovy-Fergusonovy metody

V tabulce 23 jsem vyplnila vypočítané celkové škodní průběhy, inverzní koeficienty, se kterými jsem pracovala již u metod Chain-Ladder či Cape Cod a (1-Inverzní koeficient). Vynásobením celkového škodního průběhu s inverzním koeficientem odečteného od 1 jsem získala odhady rezerv na pojistné události vzniklé v daném roce.



Graf 4: Odhad celkového pojistného plnění podle Bornhuetterovy-Fergusonovy metody

Celková technická rezerva na pojistná plnění pojistných událostí vzniklých mezi lety 2000 a 2017 mi poté sečtením dílčích odhadů rezerv vyšla 597 808 997 Kč.

4.5 Separační metoda

Stejně jako v předchozích metodách i v této metodě budu využívat toho, že při konstantním zaslouženém pojistném nezávisí na jeho výši. Všechna pojistná plnění se totiž normují konstantním zaslouženým pojistným, tj. všechna se s ním vydělí, a následně na konci se toto normování zruší opětovným vynásobením touto částkou. V tomto případě jsem data nenormovala, což je stejné jako bych si určila zasloužené pojistné ve výši 1 Kč.

Pro výpočet jsem tedy přehodila řádky za diagonály u nekumulativního vývojového trojúhelníku z přílohy č. 1. Tento nově vytvořený vývojový trojúhelník je zobrazen v příloze č. 5. Následně jsem k tomuto trojúhelníku vytvořila kumulativní, viz příloha č. 6. Obě přílohy jsou zaokrouhleny na tisíce.

Kalendářní rok	Vývojový koeficient	Kumulativní koeficient	Inverzní koeficient	Separační indexy
2017	1	1	1	215 496 651,00
2016	1,00059	1,00059	0,99941	220 355 781,32
2015	1,00169	1,00228	0,99772	234 089 099,58
2014	1,00059	1,00288	0,99713	273 393 207,35
2013	1,01065	1,01356	0,98662	234 564 037,51
2012	1,00347	1,01708	0,98321	233 498 533,39
2011	1,00235	1,01947	0,98090	206 454 759,59

2010	1,01551	1,03528	0,96592	241 570 147,12
2009	1,00663	1,04215	0,95956	291 343 257,88
2008	1,01854	1,06146	0,94209	327 560 652,11
2007	1,00815	1,07012	0,93447	298 569 769,54
2006	1,02086	1,09244	0,91538	298 402 710,13
2005	1,02722	1,12218	0,89112	285 327 183,63
2004	1,03625	1,16285	0,85995	220 105 006,10
2003	1,04802	1,21869	0,82055	151 354 399,25
2002	1,09876	1,33905	0,74680	67 121 356,73
2001	1,21881	1,63204	0,61273	42 601 179,90
2000	2,46349	4,02052	0,24872	11 672 195,43

Tabulka 22: SeparáčnÍ indexy

Ke kumulativním datům, jež mi takto vznikla, jsem vypočítala vývojové a následně i inverzní koeficienty, a to stejným způsobem jako u metody Chain-Ladder. Vynásobením koncové diagonály kumulativních škodních průběhů s kumulativním koeficientem pro daný rok jsem získala separáčnÍ index. SeparáčnÍ index pro rok 2003 je tedy $124\ 194\ 535 \cdot 1,218688 \doteq 151\ 354\ 399,25$.

Inverzní koeficienty jsem použila pro výpočet indexů zpoždění a to jako jejich rozdíl. To znamená, že třeba pro rok vývoje 3, jsem index zpoždění vypočítala pomocí vztahu $0,96592 - 0,95956 \doteq 0,00636$.

Rok vývoje	Indexy zpoždění
17	0,00059
16	0,00169
15	0,00059
14	0,01051
13	0,00341
12	0,00230
11	0,01498
10	0,00636
9	0,01746
8	0,00762
7	0,01909
6	0,02426
5	0,03117
4	0,03940
3	0,07375
2	0,13407
1	0,36401
0	0,24872

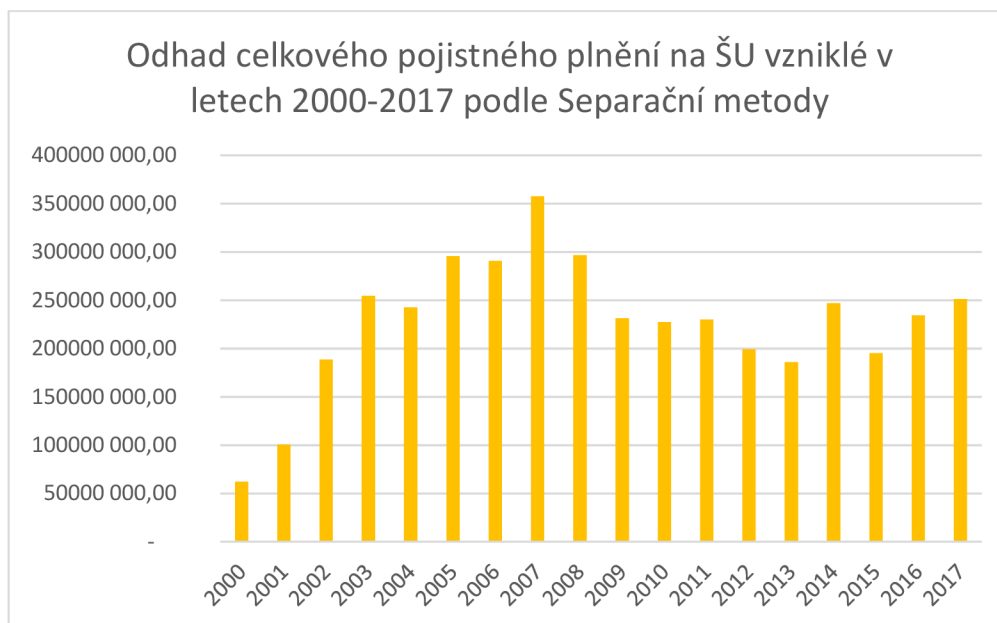
Tabulka 23: Indexy zpoždění

Rok vzniku	Poslední separáčnÍ index	Výplatní rezidua	Odhadnutá rezerva
2000	215 496 651	0	0
2001	215 496 651	0,00059	127 650
2002	215 496 651	0,00228	491 106
2003	215 496 651	0,00287	618 776
2004	215 496 651	0,01338	2 884 010
2005	215 496 651	0,01679	3 619 146
2006	215 496 651	0,01910	4 115 069
2007	215 496 651	0,03408	7 344 033
2008	215 496 651	0,04044	8 714 958
2009	215 496 651	0,05791	12 478 487
2010	215 496 651	0,06553	14 120 599
2011	215 496 651	0,08462	18 235 252
2012	215 496 651	0,10888	23 462 351
2013	215 496 651	0,14005	30 179 333
2014	215 496 651	0,17945	38 669 902
2015	215 496 651	0,25320	54 563 836
2016	215 496 651	0,38727	83 455 368
2017	215 496 651	0,75128	161 897 409

Tabulka 24: Technické rezervy podle SeparáčnÍ metody

Pomocí indexů zpoždění jsem vypočítala výplatní rezidua. Inflaci jsem ovšem nezapočítávala, protože jsem ji nezohledňovala ani v ostatních metodách. Výplatní rezidua jsou tedy pouze sečtené příhodné indexy zpoždění. Pro rok 2003 například $0,00059+0,00169+0,00059=0,00287$.

Po sečtení dílčích odhadů technických rezerv jsem dospěla k tomu, že podle Separační metody bude na pojistné události vzniklé v letech 2000-2017 potřeba 464 977 284 Kč.



Graf 5: Odhad pojistných plnění podle Separační metody

4.6 Porovnání jednotlivých metod

Každá ze zmíněných metod funguje trochu jinak, a tak i vzniklé odhady technických rezerv na pojistná plnění vzniklých škodních událostí se podle nich odlišují.

Při porovnání výsledků tohoto konkrétního souboru dat, který jsem měla k dispozici, je zřejmé, že podle metody Chain-Ladder by se tvořila největší rezerva, oproti tomu nejmenší by byla podle Separační metody.

Metody výpočtu	Chain-Ladder	Cape Cod	Bornhuetterova-Fergusonova	Separační
Celkový odhad rezervy	714 814 120	568 813 121	597 808 997	464 977 284

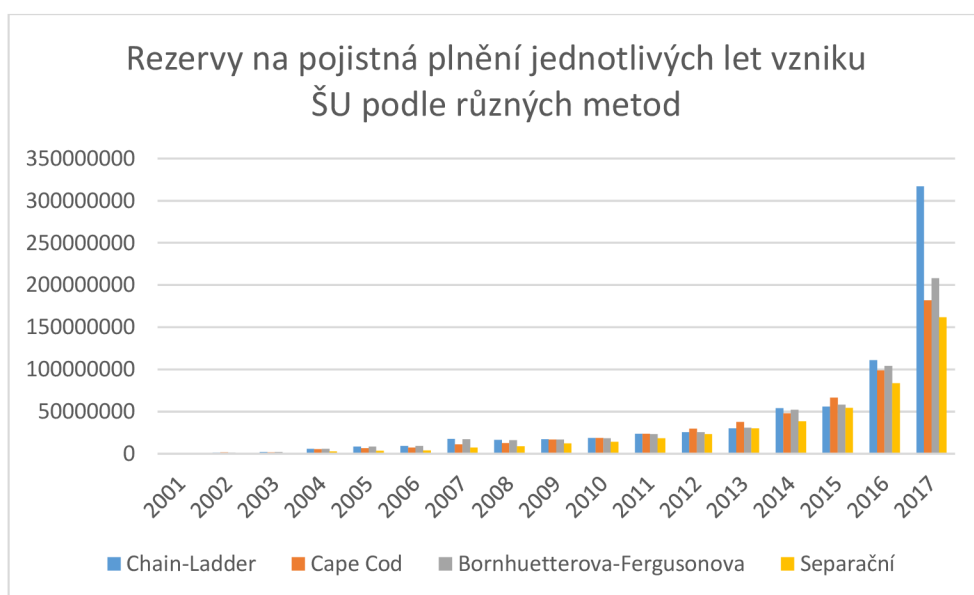
Tabulka 25: Odhady technických rezerv podle jednotlivých metod

Při porovnání dílčích odhadů technických rezerv na pojistná plnění je patrné, že u Separační metody se předpokládají nejmenší pojistná plnění ve všech letech. Na rozdíl od toho metoda Cape Cod tvoří rezervy na první roky vyšší než ostatní, ale také rovnoměrnější přes všechny roky vzniku. Metoda Chain-Ladder

s Bornhuetterovou-Fergusonovou metodou se v odhadech do posledních let nijak zvlášť neliší, ale v posledních dvou letech by se podle metody Chain-Ladder tvořili rezervy nejvyšší. Odhad na poslední rok, tedy odhad pojistných plnění na rok vzniku 2017, převyšuje nad ostatními metodami o více než sto milionů.

Rok vzniku	Metoda Chain-Ladder	Metoda Cape Cod	Bornhuetterova-Fergusonova metoda	Separační metoda
2000	0	0	0	0
2001	206 301	478 060	206 139	127 650
2002	1 242 761	1 530 388	1 237 852	491 106
2003	1 969 984	1 793 132	1 959 654	618 776
2004	5 897 191	5 593 492	5 830 208	2 884 010
2005	8 634 958	6 690 311	8 499 315	3 619 146
2006	9 323 456	7 345 928	9 169 882	4 115 069
2007	17 755 165	11 241 164	17 280 486	7 344 033
2008	16 668 787	12 757 155	16 270 506	8 714 958
2009	17 082 371	16 880 534	16 827 715	12 478 487
2010	18 655 171	18 746 388	18 397 764	14 120 599
2011	23 784 083	23 515 975	23 430 027	18 235 252
2012	25 659 909	29 666 591	25 765 791	23 462 351
2013	30 097 563	37 728 661	30 818 293	30 179 333
2014	53 949 044	47 958 824	52 030 509	38 669 902
2015	56 076 172	66 413 331	58 042 862	54 563 836
2016	110 810 915	98 733 139	104 032 614	83 455 368
2017	317 000 290	181 740 047	208 009 378	161 897 409

Tabulka 26: Dílčí technické rezervy podle jednotlivých metod



Graf 6: Rezervy na pojistná plnění podle jednotlivých metod

Tyto jevy ovšem nelze zobecnit, protože každá situace je jiná a ne každá metoda pro ni může být vhodná. Výsledek také závisí na tom, jak se určitá osoba rozhodne zpracovávat data. U Bornhuetterovy-Fergusonovy metody se třeba může rozhodnout jinak extrapolovat škodní průběhy ve sloupcích, například dominantní hodnotou, a výsledné odhady na jednotlivé roky se budou lišit.

5 Porovnání s reálnými daty pro roky 2018 a 2019

Tato kapitola je zaměřená na porovnání postačitelnosti odhadů jednotlivých metod na reálné pojistné plnění v letech 2018 a 2019. Tyto údaje jsem získala z druhého souboru dat, který obsahuje záznamy pojistných plnění v letech 2000-2019. Z nich jsem samozřejmě opět odstranila sporné záznamy.

Při sečtení částek pojistných plnění pro pojistné události vzniklé v letech 2000-2017 vyplacené do roku 2017 (včetně) z druhého souboru dat mi vyšla hodnota 3 624 523 678,83 Kč. Což je o 1 394 727,17 méně než v souboru, který jsem použila pro rozbor jednotlivých metod výpočtu rezerv. To si vysvětluji novým posouzením škodních událostí, kdy nebyly uznány za pojistné události a bylo vyžadované vrácení pojistného plnění, nebo aktualizací odhadů škod likvidátory. Přesnou příčinu je však z důvodu nedostatečných informací k datům těžké určit. I přesto jsem je porovnávala s již dříve získanými odhady vypočtenými z prvního souboru dat.

5.1 Odhady rezerv podle roku výplaty pojistného plnění

Pro zjištění, zda vypočítané odhady stačí na výplaty pojistných plnění v určitých letech, jsem se rozhodla rozdělit odhady jednotlivých metod podle roku výplaty.

U metody Chain-Ladder jsem využila již vypočítaných odhadů v kumulativní podobě, které vyjadřuje příloha č. 3. Od částky z řádku pro určitý rok vzniku a z diagonály, která odpovídá výplatám v roce 2018, případně 2019, jsem odečetla předchozí údaj v tomtéž řádku. Tím jsem získala jednotlivé odhady rezerv na pojistná plnění vyplacená v roce 2018, popřípadě 2019, za pojistné události vzniklé v letech 2000-2017.

Pro metodu Cape Cod jsem získala hledané hodnoty pomocí inverzních koeficientů. Dlouhodobý škodní průběh jsem vynásobila inverzním koeficientem pro získání celé odhadované částky výplat do hledaného roku. Protože se ale jedná o kumulativní data, tento součin jsem odečetla od dlouhodobého škodního průběhu vynásobeného inverzním koeficientem pro předchozí rok, což vyjadřuje odhad pojistného plnění vyplaceného do tohoto předchozího roku. Pro výplaty v roce 2018 tedy platí:

$$\text{Odhad pro rok vzniku } i = \frac{\sum \text{Dosavadní PP}}{\sum \text{Inverzní koeficienty}} * (IK_{i-1} - IK_i)$$

Rok vzniku	Metoda Chain-Ladder	Metoda Cape Cod	Bornhuetterova-Fergusonova metoda	Separační metoda
2000	0	0	0	0
2001	206 301	478 060	206 139	127 650
2002	854 549	1 052 328	851 174	363 456
2003	288 658	262 744	287 144	127 670
2004	4 006 701	3 800 360	3 961 191	2 265 234
2005	1 415 627	1 096 819	1 393 390	735 136
2006	832 109	655 617	818 403	495 923
2007	6 152 437	3 895 236	5 987 954	3 228 963
2008	1 980 828	1 515 991	1 933 498	1 370 925
2009	4 172 681	4 123 379	4 110 477	3 763 529
2010	1 856 776	1 865 855	1 831 156	1 642 112
2011	4 823 965	4 769 587	4 752 154	4 114 653
2012	5 319 932	6 150 616	5 341 884	5 227 099
2013	6 431 415	8 062 070	6 585 424	6 716 982
2014	11 507 945	10 230 163	11 098 700	8 490 569
2015	15 582 084	18 454 507	16 128 575	15 893 934
2016	36 273 409	32 319 808	34 054 565	28 891 531
2017	144 784 897	83 006 908	95 005 012	78 442 042
Celkem	246 490 313	181 740 047	194 346 840	161 897 409

Tabulka 27: Odhady výplat pojistných plnění v roce 2018 podle jednotlivých metod

Rok vzniku	Metoda Chain-Ladder	Metoda Cape Cod	Bornhuetterova-Fergusonova metoda	Separační metoda
2000	0	0	0	0
2001	0	0	0	0
2002	388 212	478 060	386 678	127 650
2003	1 156 116	1 052 328	1 150 054	363 456
2004	277 010	262 744	273 863	127 670
2005	4 904 996	3 800 360	4 827 945	2 265 234
2006	1 392 083	1 096 819	1 369 153	735 136
2007	1 035 532	655 617	1 007 847	495 923
2008	5 089 603	3 895 236	4 967 994	3 228 963
2009	1 534 117	1 515 991	1 511 247	1 370 925
2010	4 103 315	4 123 379	4 046 697	3 763 529
2011	1 887 127	1 865 855	1 859 035	1 642 112
2012	4 125 420	4 769 587	4 142 443	4 114 653
2013	4 906 576	6 150 616	5 024 071	5 227 099
2014	9 069 050	8 062 070	8 746 537	6 716 982
2015	8 637 850	10 230 163	8 940 794	8 490 569
2016	20 712 000	18 454 507	19 445 048	15 893 934
2017	56 373 863	32 319 808	36 991 424	28 891 531
Celkem	125 592 872	98 733 139	104 690 832	83 455 368

Tabulka 28: Odhad výplat pojistných plnění v roce 2019 podle jednotlivých metod

Pro rok výplat 2019 jsem použila inverzní koeficienty, které patří k roku vzniku sníženého o jedna. Z toho je patrné, že odhady hodnot pojistných plnění se v jednotlivých letech vývoje nemění.

V případě Bornhuetterovy-Fergusonovy metody jsem počítala obdobně jako u metody Cape Cod. Místo dlouhodobého škodního průběhu jsem použila celkové škodní průběhy pro daný rok.

U separační metody jsem poslední separační koeficient vynásobila indexem zpoždění, který se váže k roku vývoje odpovídajícímu roku 2018.

Veškeré dílčí odhady podle různých metod obsahuje tabulka 29 pro výplaty v roce 2018 a tabulka 30 pro výplaty v roce 2019.

5.2 Porovnání s reálnými daty

Pro snadnější srovnání postačitelnosti odhadů jsem si vytvořila tabulku 31, která obsahuje odhady výplat pojistných plnění v roce 2018 a 2019 na škodní události vzniklé mezi lety 2000 a 2017 s reálnou hodnotou těchto výplat.

Rok výplat	Metody odhadu				Reálná hodnota
	Chain-Ladder	Cape Cod	Bornhuetterova-Fergusonova	Separální	
2018	246 490 313	181 740 047	194 346 840	161 897 409	145 348 530
2019	125 592 872	98 733 139	104 690 832	83 455 368	102 027 326

Tabulka 29: Porovnání odhadů výplat v roce 2018 a 2019 s reálnými hodnotami

Ideálně by měl být odhad pojistného plnění, co nejpřesnější, aby nevznikaly velké finanční přebytky, se kterými by mohly pojišťovny lépe hospodařit jinde, či naopak nedostatky, kdy pojišťovny nejsou schopné vyplatit pojistná plnění. To znamená, že technická rezerva by se měla co nejvíce přibližovat reálné částce. Je ovšem také nutné, aby byla v každém roce dostatečná.

Z těchto údajů je patrné, že podle metody Chain-Ladder by se v této situaci tvořily zbytečně vysoké rezervy. Naproti tomu by podle Separální metody rezervy na pojistná plnění vyplacená v roce 2019 nestačily, i kdyby se na ně použil přebytek z odhadu pro rok 2018. Proto jsem usoudila, že tyto metody nejsou pro tuto situaci vhodné. Podle metody Cape Cod by samotný odhad na výplaty pojistných plnění v roce 2019 nepostačoval, ale s přebytkem z roku 2018 stačí. Z těchto metod se k reálným hodnotám více blíží metoda Cape Cod, pokud by ovšem i v následujících letech byly nedostatečné rezervy, pojišťovna by nemohla vyplatit všechna pojistná plnění. V tomto případě bych se tedy raději přikláněla k Bornhuetterově-Fergusonově metodě, která se od reálné hodnoty moc neliší, jsou však u ní v obou letech výplaty dostatečné.

Závěr

Tato bakalářská práce byla zaměřena na technické rezervy pojišťoven. Zabývala jsem se v ní převážně technickými rezervami na pojistná plnění a to z několika důvodů. Jejich velikost je největší ze všech druhů rezerv, a tudíž je jejich výpočet pro pojišťovny nejdůležitější. Navíc se jedná o nejběžnější technické rezervy, které musí tvořit každá pojišťovna.

Při použití jednotlivých metod velmi záleží na osobě, která je zpracovává. První okamžik, kde může nastat odchylka mezi výsledky několika zpracovatelů pomocí stejných metod, nastává při samotném zpracování dat. Každý může pohlížet na sporná data trochu jinak nebo některá přehlédnout. Další nepřesnosti mohou vzniknout průběžným zaokrouhlováním hodnot. Nesrovnalosti, ale mohou vzniknout i u jednotlivých výpočtů. U Bornhuetterovy-Fergusonovy metody záleží, jak se daná osoba rozhodne extrapolovat škodní průběhy, a proto se jednotlivé výsledky mohou značně lišit.

Kvůli odlišným postupům výpočtů jednotlivých metod, byly i celkové odhady rozdílné. To ovšem nastalo převážně rozdílnými dílčími rezervami v posledních letech, protože do té doby byli hodně podobné. Postupnou aktualizací dat a průběžným přepočítáváním by se tak rozdíl mohl snížit.

Každá situace je však trochu odlišná, a pro každou tedy může být vhodná jiná metoda. Proto se vypočítané hodnoty porovnávají se skutečnými údaji v následujícím roce nebo i dalších letech. V případě dat z této práce jsem tímto srovnáním vyloučila metodu Chain-Ladder, podle které by se vytvářely vysoké rezervy, a Separační metodu, u které by byly nedostatečné. Výše rezervy podle Bornhuetterovy-Fergusonovy metody se od metody Cape Cod moc nelišila. Přestože v součtu pro tyto dva roky by rezervy na pojistná plnění stačily, za lepší pro tuto situaci jsem vybrala metodu Bornhuetterovu-Fergusonovu. Dílčí odhad metody Cape Cod pro druhý zjišťovaný rok totiž nebyl dostatečný, a při pokračování tohoto jevu by pojišťovna nemusela mít na úhradu všech pojistných plnění.

Protože výplaty nastávají jen s určitou pravděpodobností ani vybraná metoda nemusí být v dalších letech ideální, a proto je zapotřebí odhady průběžně kontrolovat a přepočítávat.

Výstupy z této práce nejsou obecně platné. Jak již bylo zmíněno, v různých situacích mohou být vhodné jiné metody a postupy.

Seznam použité literatury

1. BOOTH, Peter J. et al. *Modern actuarial theory and practice*. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 1999. ISBN 0-8493-0388-5.
2. BOKŠOVÁ, Jiřina. *Účetnictví komerčních pojišťoven - specifika v ČR*. Praha: Wolters Kluwer ČR, 2010. ISBN 978-80-7357-521-2.
3. CIPRA, Tomáš. *Kapitálová přiměřenost ve financích a solventnost v pojišťovnictví*. Praha: Ekopress, 2002. ISBN 80-86119-54-8.
4. CIPRA, Tomáš. *Praktický průvodce finanční a pojistnou matematikou*. Praha: Ekopress, 2005. ISBN 80-86119-91-2.
5. ČEJKOVÁ, Viktória a NEČAS, Svatopluk. *Pojistný trh: distanční studijní opora*. Brno: Masarykova univerzita v Brně, Ekonomicko-správní fakulta, 2005. ISBN 80-210-3661-3.
6. ČESKO. Zákon č. 277/2009 Sb., o pojišťovnictví. In: *Zákony pro lidi.cz* [online]. Dostupné z: <https://www.zakonyprolidi.cz/cs/2009-277>
7. ČESKO. Vyhláška č. 502/2002 Sb., vyhláška, kterou se provádějí některá ustanovení zákona č. 563/1991 Sb., o účetnictví, ve znění pozdějších předpisů, pro účetní jednotky, které jsou pojišťovnami. In: *Zákony pro lidi.cz* [online]. Dostupné z: <https://www.zakonyprolidi.cz/cs/2002-502>
8. DUCHÁČKOVÁ, Eva. *Principy pojištění a pojišťovnictví*. 3., aktualiz. vyd. Praha: Ekopress, c2009. ISBN 978-80-86929-51-4.
9. EU. Konsolidovaný text: Směrnice Evropského parlamentu a Rady 2009/138/ES ze dne 25. listopadu 2009 o přístupu k pojišťovací a zajišťovací činnosti a jejím výkonu (Solventnost II) (Přepřacované znění) (Text s významem pro EHP). Dostupné z: <http://data.europa.eu/eli/dir/2009/138/2019-01-13>
10. EU. Konsolidovaný text: Směrnice Rady ze dne 19. prosince 1991 o ročních účetních závěrkách a konsolidovaných účetních závěrkách pojišťoven (91/674/EHS). Dostupné z: <http://data.europa.eu/eli/dir/1991/674/2006-09-05>
11. KOZÁK, Vojtěch. *Analýz technických rezerv neživotního pojištění vybraného pojistitele*. Ostrava, 2011. Bakalářská práce. Vysoká škola báňská – technická univerzita Ostrava. Ekonomická fakulta. Vedoucí bakalářské práce Martina Borovcová
12. O ČKP. *Česká kancelář pojistitelů* [online]. [cit. 25.5.2021]. Dostupné z: <https://www.ckp.cz/o-nas/o-ckp>

Seznam grafů a tabulek

Grafy

Graf 1: Poměr jednotlivých druhů plnění na celkovém pojistném plnění	22
Graf 2: Odhad celkového pojistného plnění podle metody Chain-Ladder	23
Graf 3: Odhad celkového pojistného plnění podle metody Cape Cod	26
Graf 4: Odhad celkového pojistného plnění podle Bornhuetterovy-Fergusonovy metody.....	28
Graf 5: Odhad pojistných plnění podle Separační metody.....	30
Graf 6: Rezervy na pojistná plnění podle jednotlivých metod.....	31

Tabulky

Tabulka 1: Nekumulativní vývojový trojúhelník	13
Tabulka 2: Kumulativní vývojový trojúhelník	13
Tabulka 3: Výpočet vývojových a kumulativních koeficientů	14
Tabulka 4: Doplněný kumulativní vývojový trojúhelník pomocí vývojových koeficientů	14
Tabulka 5: Údaje pro výpočet rezervy pomocí metody Cape Cod.....	16
Tabulka 6: Odhadnuté rezervy na jednotlivé roky vzniku podle metody Cape Cod.....	16
Tabulka 7: Výpočet škodních průběhů u Bornhuetterovy-Fergusonovy metody....	17
Tabulka 8: Výpočet rezervy podle Bornhuetterovy-Fergusonovy metody	17
Tabulka 9: Škodní průběhy podle Separační metody s výměnou řádku za diagonálu	18
Tabulka 10: Kumulativní škodní průběhy u Separační metody.....	19
Tabulka 11: Separační indexy	19
Tabulka 12: Indexy zpoždění.....	19
Tabulka 13: Výplatní rezidua.....	19
Tabulka 14: Výpočet technických rezerv Separační metodou.....	19
Tabulka 15: Ukázka souboru dat	21
Tabulka 16: Počet škodních událostí, výplat a výška pojistného plnění.....	21
Tabulka 17: Koeficienty vývoje.....	23
Tabulka 18: Dílčí odhady rezerv na již vzniklé škodní události.....	23
Tabulka 21: Vývojové, kumulativní a inverzní koeficienty.....	24
Tabulka 22: Metoda Cape Cod.....	25
Tabulka 23: Technické rezervy podle Bornhuetterovy-Fergusonovy metody	27
Tabulka 24: Separační indexy	29
Tabulka 25: Indexy zpoždění.....	29
Tabulka 26: Technické rezervy podle Separační metody.....	29
Tabulka 27: Odhady technických rezerv podle jednotlivých metod.....	30
Tabulka 28: Dílčí technické rezervy podle jednotlivých metod.....	31

Tabulka 29: Odhady výplat pojistných plnění v roce 2018 podle jednotlivých metod	33
Tabulka 30: Odhad výplat pojistných plnění v roce 2019 podle jednotlivých metod	33
Tabulka 31: Porovnání odhadů výplat v roce 2018 a 2019 s reálnými hodnotami	34

Seznam příloh

Příloha č. 1: Nekumulativní vývojový trojúhelník

Příloha č. 2: Kumulativní vývojový trojúhelník

Příloha č. 3: Metoda Chain-Ladder – Doplněné pojistné plnění

Příloha č. 4: Bornhuetterova-Fergusonova metoda – Doplněná extrapolace

Příloha č. 5: Separační metoda – Trojúhelník s přehozenými řádky za diagonály

Příloha č. 6: Separační metoda – Kumulativní trojúhelník (přehozené řádky a diagonály)

Vznik ŠU	Pojistná plnění (v tis. Kč) vyplacená x. rok od vzniku škodní události																	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
2000	2 903	20 252	11 914	12 198	4 802	1 692	7 653	125	156	23	33	27	34	20	163	0	102	128
2001	5 851	28 690	24 964	16 646	10 297	8 820	1 006	301	162	153	191	142	823	370	1 002	309	633	
2002	9 521	67 781	44 679	24 585	10 033	10 552	7 252	1 064	784	936	360	3 629	475	327	5 934	88		
2003	19 251	87 596	51 495	27 379	18 050	15 979	6 429	5 350	3 008	3 255	842	8 976	891	2 735	2 818			
2004	35 557	115 70	35 303	17 118	20 888	6 513	2 079	1 012	824	632	981	2 038	583	567				
2005	50 493	131 34	37 764	20 910	6 493	6 710	2 370	1 775	885	22 720	808	9 428	442					
2006	52 619	124 69	43 179	21 870	4 197	7 892	6 377	12 547	2 575	5 396	5 107	2						
2007	69 697	122 56	50 968	23 325	6 096	13 363	29 973	22 563	6 057	2 215	3 507							
2008	77 365	123 34	38 941	17 981	18 794	3 103	3 281	2 360	425	2 232								
2009	62 693	87 885	31 123	10 477	8 905	2 682	5 611	5 360	4 010									
2010	63 881	72 796	35 201	12 667	6 256	19 684	2 201	565										
2011	59 080	80 835	16 816	39 339	14 043	1 438	363											
2012	58 140	76 164	21 919	6 414	6 947	6 322												
2013	64 420	62 550	16 194	7 364	5 279													
2014	77 759	78 783	34 670	16 987														
2015	73 949	52 516	14 227															
2016	82 891	67 846																
2017	89 481																	

Příloha č. 1: Nekumulativní vývojový trojúhelník

Vznik ŠU	Pojistná plnění (v tis. Kč) vyplacená do x. roku od vzniku škodní události																	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
2000	2 903	23 155	35 069	47 267	52 070	53 762	61 415	61 540	61 696	61 719	61 752	61 779	61 813	61 833	61 996	61 996	62 098	62 226
2001	5 851	34 542	59 505	76 151	86 448	95 268	96 274	96 575	96 737	96 890	97 081	97 223	98 416	98 416	99 418	99 727	100 359	
2002	9 521	77 303	121 981	146 566	156 599	167 151	174 403	175 468	176 252	177 187	177 547	181 176	181 978	181 978	187 911	187 999		
2003	19 251	106 848	158 343	185 722	203 772	219 751	226 180	231 530	234 538	237 793	238 635	247 611	248 502	251 237	254 055			
2004	35 557	151 257	186 560	203 679	224 567	231 080	233 159	234 171	234 996	235 628	236 608	238 646	239 230	239 796				
2005	50 493	181 839	219 603	240 513	247 005	253 715	256 085	257 860	258 745	281 465	282 273	291 701	292 143					
2006	52 619	177 311	220 490	242 360	246 557	254 448	260 826	273 373	275 947	281 343	286 450	286 452						
2007	69 697	192 261	243 229	266 555	272 650	286 013	315 986	338 548	344 605	346 820	350 327							
2008	77 365	200 710	239 651	257 633	276 427	279 530	282 811	285 171	285 596	287 827								
2009	62 693	150 577	181 700	192 177	201 082	203 764	209 375	214 735	218 745									
2010	63 881	136 678	171 878	184 545	190 802	210 485	212 686	213 252										
2011	59 080	139 915	156 731	196 070	210 113	211 551	211 913											
2012	58 140	134 304	156 224	162 637	169 585	175 907												
2013	64 420	126 970	143 164	150 528	155 808													
2014	77 759	156 542	191 212	208 199														
2015	73 949	126 465	140 692															
2016	82 891	150 737																
2017	89 481																	

Příloha č. 2: Kumulativní vývojový trojúhelník

Vznik ŠU	Pojistná plnění (v tis. Kč) vyplacená do x. roku od vzniku škodní události																	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
2000	2 903	23 155	35 069	47 267	52 070	53 762	61 415	61 540	61 696	61 719	61 752	61 779	61 813	61 833	61 996	61 996	62 098	62 226
2001	5 851	34 542	59 505	76 151	86 448	95 268	96 274	96 575	96 737	96 890	97 081	97 223	98 416	98 416	99 418	99 727	100 359	100 566
2002	9 521	77 303	121 981	146 566	156 599	167 151	174 403	175 468	176 252	177 187	177 547	181 176	181 978	181 978	187 911	187 999	188 854	189 242
2003	19 251	106 848	158 343	185 722	203 772	219 751	226 180	231 530	234 538	237 793	238 635	247 611	248 502	251 237	254 055	254 343	255 500	256 025
2004	35 557	151 257	186 560	203 679	224 567	231 080	233 159	234 171	234 996	235 628	236 608	238 646	239 230	239 796	243 803	244 080	245 190	245 694
2005	50 493	181 839	219 603	240 513	247 005	253 715	256 085	257 860	258 745	281 465	282 273	291 701	292 143	293 558	298 463	298 802	300 161	300 778
2006	52 619	177 311	220 490	242 360	246 557	254 448	260 826	273 373	275 947	281 343	286 450	286 452	287 284	288 676	293 499	293 833	295 169	295 775
2007	69 697	192 261	243 229	266 555	272 650	286 013	315 986	338 548	344 605	346 820	350 327	356 480	357 515	359 248	365 250	365 665	367 327	368 082
2008	77 365	200 710	239 651	257 633	276 427	279 530	282 811	285 171	285 596	287 827	289 808	294 898	295 754	297 188	302 153	302 497	303 872	304 496
2009	62 693	150 577	181 700	192 177	201 082	203 764	209 375	214 735	218 745	222 917	224 451	228 393	229 057	230 167	234 012	234 278	235 343	235 827
2010	63 881	136 678	171 878	184 545	190 802	210 485	212 686	213 252	215 108	219 212	220 720	224 597	225 249	226 340	230 122	230 122	231 431	231 907
2011	59 080	139 915	156 731	196 070	210 113	211 551	211 913	216 737	218 625	222 795	224 328	228 393	228 931	230 040	233 884	234 150	235 214	235 698
2012	58 140	134 304	156 224	162 637	169 585	175 907	181 227	185 352	186 966	190 533	191 844	195 213	195 780	196 729	200 016	200 243	201 153	201 567
2013	64 420	126 970	143 164	150 528	155 808	162 239	167 146	170 951	172 439	175 728	176 938	180 045	180 568	181 443	184 475	184 684	185 524	185 905
2014	77 759	156 542	191 212	208 199	219 707	228 776	235 695	241 060	243 159	247 798	249 503	253 885	254 622	255 856	260 131	260 427	261 610	262 148
2015	73 949	126 465	140 692	156 274	164 912	171 719	176 912	180 940	182 515	185 997	187 277	190 566	191 119	192 045	195 254	195 476	196 364	196 768
2016	82 891	150 737	187 010	207 722	219 204	228 252	235 155	240 508	242 602	247 230	248 932	253 885	254 039	255 270	259 535	259 830	261 011	261 548
2017	89 481	234 266	290 640	322 829	340 673	354 735	365 464	373 783	377 038	384 230	386 874	393 668	394 812	396 725	403 354	403 812	405 648	406 481

Příloha č. 3: Metoda Chain-Ladder – Doplněné pojistné plnění

Příloha č. 4: Bornhuetterova-Fergusonova metoda – Doplněná extrapolace

Vznik ŠU	Škodní průběhy (v tis. Kč) x let od vzniku škodní události																	Celkem	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16		17
2000	2 903	20 252	11 914	12 198	4 802	1 692	7 653	125	156	23	33	27	34	20	163	0	102	128	62 226
2001	5 851	28 690	24 964	16 646	10 297	8 820	1 006	301	162	153	191	142	823	370	1 002	309	633	128	100 487
2002	9 521	67 781	44 679	24 585	10 033	10 552	7 252	1 064	784	936	360	3 629	475	327	5 934	88	368	128	188 494
2003	19 251	87 596	51 495	27 379	18 050	15 979	6 429	5 350	3 008	3 255	842	8 976	891	2 735	2 818	132	368	128	254 682
2004	35 557	115 70	35 303	17 118	20 888	6 513	2 079	1 012	824	632	981	2 038	583	567	2 479	132	368	128	242 903
2005	50 493	131 34	37 764	20 910	6 493	6 710	2 370	1 775	885	22 72	808	9 428	442	804	2 479	132	368	128	296 053
2006	52 619	124 69	43 179	21 870	4 197	7 892	6 377	12 547	2 575	5 396	5 107	2	541	804	2 479	132	368	128	290 903
2007	69 697	122 56	50 968	23 325	6 096	13 363	29 973	22 563	6 057	2 215	3 507	3 463	541	804	2 479	132	368	128	358 242
2008	77 365	123 34	38 941	17 981	18 794	3 103	3 281	2 360	425	2 232	1479	3 463	541	804	2 479	132	368	128	297 221
2009	62 693	87 885	31 123	10 477	8 905	2 682	5 611	5 360	4 010	4 174	1479	3 463	541	804	2 479	132	368	128	232 311
2010	63 881	72 796	35 201	12 667	6 256	19 684	2 201	565	1 889	4 174	1479	3 463	541	804	2 479	132	368	128	228 707
2011	59 080	80 835	16 816	39 339	14 043	1 438	363	4 820	1 889	4 174	1479	3 463	541	804	2 479	132	368	128	232 189
2012	58 140	76 164	21 919	6 414	6 947	6 322	6 216	4 820	1 889	4 174	1479	3 463	541	804	2 479	132	368	128	202 399
2013	64 420	62 550	16 194	7 364	5 279	8 058	6 216	4 820	1 889	4 174	1479	3 463	541	804	2 479	132	368	128	190 357
2014	77 759	78 783	34 670	16 987	10 077	8 058	6 216	4 820	1 889	4 174	1479	3 463	541	804	2 479	132	368	128	252 826
2015	73 949	52 516	14 227	18 351	10 077	8 058	6 216	4 820	1 889	4 174	1479	3 463	541	804	2 479	132	368	128	203 669
2016	82 891	67 846	31 835	18 351	10 077	8 058	6 216	4 820	1 889	4 174	1479	3 463	541	804	2 479	132	368	128	245 549
2017	89 481	82 432	31 835	18 351	10 077	8 058	6 216	4 820	1 889	4 174	1479	3 463	541	804	2 479	132	368	128	266 725

Vznik ŠU	Kumulativní škodní průběhy (tis. Kč) podle let vyplacení pojistného plnění																	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
2017	89 481	157 327	171 555	188 542	193 821	200 143	200 506	201 071	205 081	207 313	210 820	210 822	211 264	211 831	214 648	214 736	215 369	215 497
2016	82 891	135 407	170 077	177 441	184 388	185 826	188 027	193 387	193 811	196 027	201 134	210 562	211 145	213 880	219 814	220 123	220 225	
2015	73 949	152 732	168 927	175 340	189 383	209 067	214 678	217 038	223 094	228 490	229 298	231 336	232 227	232 554	233 556	233 556		
2014	77 759	140 309	162 228	201 567	207 824	210 506	213 787	236 350	238 924	261 644	262 625	271 600	272 076	272 445	272 608			
2013	64 420	140 584	157 400	170 067	178 972	182 075	212 048	224 595	225 480	226 112	226 954	230 582	231 405	231 425				
2012	58 140	138 975	174 176	184 653	203 446	216 809	223 187	224 961	225 786	229 041	229 401	229 543	229 577					
2011	59 080	131 876	162 999	180 980	187 076	194 967	197 337	198 350	201 358	202 294	202 485	202 512						
2010	63 881	151 766	190 707	214 032	218 229	224 939	227 018	232 368	233 152	233 304	233 338							
2009	62 693	186 038	237 006	258 877	265 369	271 882	278 311	279 375	279 538	279 561								
2008	77 365	199 929	243 108	264 017	284 906	300 885	308 137	308 437	308 593									
2007	69 697	194 389	232 154	249 272	267 322	277 874	278 881	279 006										
2006	52 619	183 964	219 267	246 646	256 679	265 499	273 152											
2005	50 493	166 193	217 688	242 273	252 570	254 262												
2004	35 557	123 154	167 832	184 478	189 280													
2003	19 251	87 033	111 996	124 195														
2002	9 521	38 212	50 126															
2001	5 851	26 103																
2000	2 903																	

Příloha č. 6: Separáční metoda – Kumulativní trojúhelník (přehozen  řádky a diagonály)