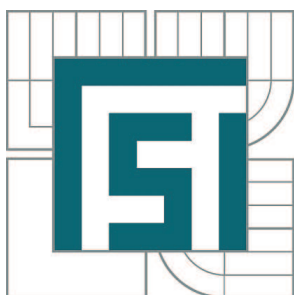


VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ENERGETICKÝ ÚSTAV

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
ENERGY INSTITUTE

## HYDRAULICKÝ NÁVRH DIFUZORU ČERPADLA PRO DVA PROVOZNÍ BODY.

THE DESIGN OF HYDRAULIC DIFFUSER FOR THE PUMP FOR TWO OPERATIONAL POINTS.

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. LENKA DOBŠÁKOVÁ

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. MILOSLAV HALUZA, CSc.

BRNO 2012



Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Energetický ústav

Akademický rok: 2011/2012

## **ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE**

student(ka): Bc. Lenka Dobšáková

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Fluidní inženýrství (2301T036)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

**Hydraulický návrh difuzoru čerpadla pro dva provozní body.**

v anglickém jazyce:

**The design of hydraulic diffuser for the pump for two operational points.**

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Klasický návrh difuzoru čerpadla je proveden pro návrhový bod, kde se očekává maximální účinnost. Když se však čerpadlo provozuje v jiném bodě, než optimálním, účinnost klesá a provoz je méně hospodárný.

Diplomová práce by měla určit takový návrh difuzoru, který by byl navržen pro dva provozní body a posoudit jeho chování vůči difuzoru klasickému.

Cíle diplomové práce:

Provedení návrhu neklasického difuzoru pro dva provozní body, provést výpočty proudění v tomto difuzoru a posoudit jeho chování a vliv na charakteristiku čerpadla.

Seznam odborné literatury:

- 1) Brada, K. Bláha, J.: Příručka čerpací techniky, ČVUT Praha, 1997.
- 2) ČSN EN ISO 9906 Hydrodynamická čerpadla - Přejímací zkoušky hydraulických výkonových parametrů.
- 3) Melichar, J., Bláha, J. : Problematika soudobé čerpací techniky, ČVUT Praha, 2007.
- 4) Neumann, B.:The interaction between geometry and performance of a centrifugal pump, ISBN 0-85298-755-2, Page Bros. Ltd.m Norwich

Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. Miloslav Haluza, CSc.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2011/2012.

V Brně, dne 9.11.2011

L.S.

---

doc. Ing. Zdeněk Skála, CSc.  
Ředitel ústavu

---

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.  
Děkan fakulty

## **ABSTRAKT**

Čerpadlo je navrhováno pro optimální bod provozu, ve kterém nejčastěji pracuje. Pokud stroj pracuje v oblastech průtoků mimo návrhový bod, dojde ke snížení jeho účinnosti, příp. k pulzacím. Aby mohlo být čerpadlo používáno ve velkém rozsahu průtoků a zároveň si udržovalo co nejvyšší účinnost bez nechtěných pulzací, může se provést kompromisní řešení pomocí rozvaděče s dvojitým tvarováním kanálů.

## **ABSTRACT**

The pump is suggested for optimum operation point wherein usually works. If the machine works in the areas of flows except for design point, it will cause decrease in its efficiency or genesis of pulsation. The compromise solution is possible to use the pump in a large range of flows together with high efficiency. The solution is diffuser with double curvature of vanes.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Čerpadlo, difuzor, rozvaděč, charakteristika čerpadla, pracovní bod, CFD (Computational Fluid Dynamic).

## **KEY WORDS**

Pump, diffuser, distributor, characteristic of pump, operating point, CFD (Computational Fluid Dynamic).



## **BIBLIOGRAFICKÁ CITACE**

DOBŠÁKOVÁ, L. *Hydraulický návrh difuzoru čerpadla pro dva provozní body*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2012. 53 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Miloslav Haluza, CSc..





## **PROHLÁŠENÍ**

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma **Hydraulický návrh difuzoru čerpadla pro dva provozní body** vypracovala samostatně s použitím odborné literatury a pramenů, uvedených v seznamu v této práci.

Datum: 25. 5. 2012

.....  
Lenka Dobšáková



## **PODĚKOVÁNÍ**

Na tomto místě bych ráda poděkovala panu doc. Ing. Miloslavu Haluzovi, CSc. za odborné vedení mé práce, podmětné připomínky a cenné rady, kterými přispěl k vypracování této diplomové práce. Ráda bych poděkovala také panu doc. Ing. Pavlu Rudolfovi, PhD. za rady při tvorbě výpočetní sítě a při práci v CFD Fluent.



## Obsah

1	Úvod .....	15
2	Funkce radiálně axiálního čerpadla .....	17
2.1	Měrná energie čerpadla .....	18
3	Výpočet difuzoru (rozvaděče) za oběžným kolem .....	19
3.1	Základní parametry difuzoru .....	19
3.2	Návrh difuzoru pomocí rychlostí $c_u$ a $c_m$ .....	21
3.2.1	Šířka difuzoru je konstantní .....	22
3.2.2	Šířka difuzoru se lineárně mění .....	23
3.2.3	Šířka difuzoru se nelineárně mění .....	25
3.2.4	Newtonova metoda pro řešení nelineárních rovnic .....	27
3.3	Návrh difuzoru pomocí konformních souřadnic .....	29
3.3.1	Konformní zobrazení obecně .....	29
3.3.2	Konformní zobrazení při návrhu difuzoru .....	33
3.3.3	Šířka difuzoru se nemění .....	33
3.3.4	Šířka difuzoru se mění lineárně nebo kvadraticky .....	35
3.4	Kontrola návrhu difuzoru .....	35
3.5	Návrh kanálu difuzoru .....	36
3.6	Návrh difuzoru pro dva pracovní body - teorie .....	38
3.7	Návrh difuzoru pro dva pracovní body - praxe .....	39
4	Tvorba CFD modelu .....	40
4.1	Tvorba výpočetní sítě .....	40
4.1.1	Určení okrajových podmínek - teorie .....	41
4.1.2	Nastavení a okrajové podmínky .....	43
4.2	Vyhodnocení počítačového modelování .....	44
5	Měření difuzoru čerpadla pro dva provozní body .....	46
6	Závěr .....	47
	Seznam použité literatury .....	49
	Seznam použitých symbolů a značek .....	51
	Seznam obrázků .....	53



# 1 Úvod

Čerpadlo je nejpoužívanějším strojem na světě. Nelze vyčíslit, kolik se jich na celém světě používá. Ale s jistotou se dá říci, že je to velmi vysoké číslo. Spousta čerpadel se používá denně a velmi často se nejedná zrovna o malé stroje s malým výkonem.

Pokud bychom se na problém velkého množství čerpadel podívali z ekonomické stránky, zjistili bychom, že finance, které se do čerpadel za celou dobu jejich životnosti investují, jsou horentní. Nejde totiž jen o peníze vložené do pořízení čerpadla, ale i o útraty za údržbu, opravy a především za energii potřebnou pro jejich provoz.

Cena energie, kterou čerpadla spotřebují za celou dobu jejich provozu, většinou mnohonásobně převyšuje cenu samotného čerpadla dohromady s cenou jeho údržby a oprav. Proto je obrovská snaha snížit množství energie, kterou čerpadlo spotřebovává. Tato snaha bývá tak velká, že jen do ní se vkládá velké množství peněz. Pořád je to ale málo proti tomu, kolik financí se vynaloží za to, aby čerpadla čerpala.

Čerpadla jsou navrhována pro jeden pracovní bod. V tomto pracovním bodě, nebo v jeho blízkosti, bývá čerpadlo nejvíce používáno. Pokud bychom vzali čerpadlo, které čerpá celý den za stejných podmínek (v jednom pracovním bodě), bude zajisté existovat požadavek, aby čerpadlo mělo právě v tomto pracovním bodě co nejmenší spotřebu a tedy i co největší účinnost. Pokud bychom toto čerpadlo provozovali v jiném než v optimálním bodě, klesla by účinnost a provoz by byl méně hospodárný. Mohly by se také objevit komplikace způsobené zvětšením pulzací stroje.

Pokud jsme pořídili čerpadlo, které bylo akorát pro nás, a po čase se výrazně změnila požadavky, tedy změnil se pracovní bod, je potřeba buď čerpadlo vyměnit, anebo upravit. Může nastat požadavek, aby se čerpadlo mohlo střídavě provozovat ve dvou provozních bodech a zároveň si udržovalo co nejvyšší účinnost.

Aby mohlo být čerpadlo používáno ve velkém rozsahu průtoků a zároveň si udržovalo co nejvyšší účinnost bez nechtěných pulzací, může se provést kompromisní řešení pomocí rozvaděče navrženého pro dva provozní body.

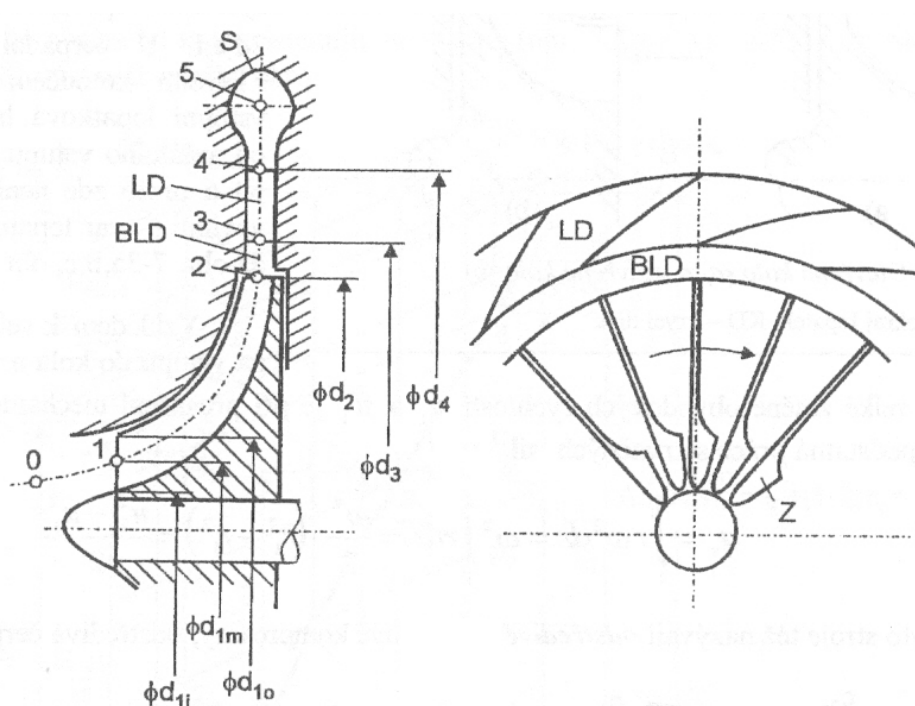




## 2 Funkce radiálně axiálního čerpadla

„U radiálně-axiálních čerpadel vstupuje pracovní látka do oběžného kola axiálně a vystupuje z kola v radiálním směru (při sledování v osovému řezu strojem). Na výstupu z oběžného kola bývá vedle meridiální (radiální) složky  $c_{m2}$  rychlosti také velmi podstatná a někdy i značně větší unášivá (obvodová) složka rychlosti  $c_{u2}$ . Unášivá složka rychlosti na vstupu čerpadla buď vůbec není, anebo je velmi malá.

Tekutina vystupující z oběžného kola čerpadla vstupuje do difuzoru, v němž se přeměňuje část kinetické energie na tlakovou energii. Difuzor může být lopatkový, bezlopatkový nebo za výstupem z kola bezlopatkový a dále lopatkový, jak je zobrazeno na obr. 2.1



Obr. 2.1 Radiálně axiální čerpadlo; S spirála, LD lopatkový difuzor, BLD bezlopatkový difuzor [2]

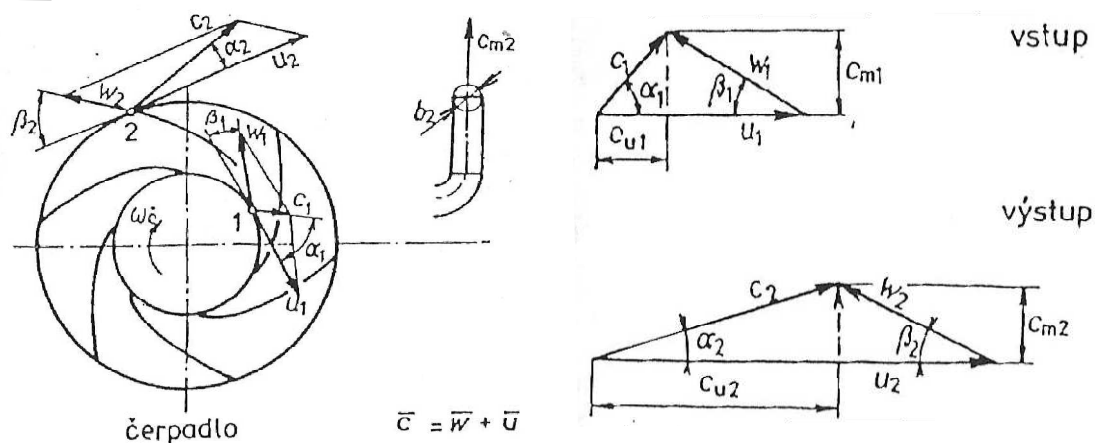
Čerpadla mohou být jednostupňová nebo vícestupňová. V prvním případě za difuzorem následuje spirální skříň, v níž pokračuje přeměna kinetické energie na energii tlakovou. Tekutina se sbírá z obvodu difuzoru, převádí do tangenciálního směru a odvádí ze stroje výstupním hrdlem. V druhém případě se tekutina převádí z výstupu difuzoru převáděcím kanálem ke vstupu do oběžného kola následujícího stupně. Za posledním stupněm rovněž následuje výstupní spirální skříň.“ [2]

## 2.1 Měrná energie čerpadla

Teoretická měrná energie kapaliny  $Y$ , (získaná v čerpadle) lze vyjádřit pomocí vztahu, nazývaného jako **Eulerova čerpadlová rovnice**. Rovnice udává teoretickou měrnou energii kapaliny pomocí unášivých složek absolutní rychlosti  $c_u$  a unášivé rychlosti  $u$ , a je definována vztahem [4]:

$$Y = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}$$

kde: index 1 značí vstup kapaliny do prostoru oběžného kola čerpadla a index 2 značí výstup, viz obr. 2.2.



Obr. 2.2 Kinematické poměry v oběžném kole čerpadla [4]

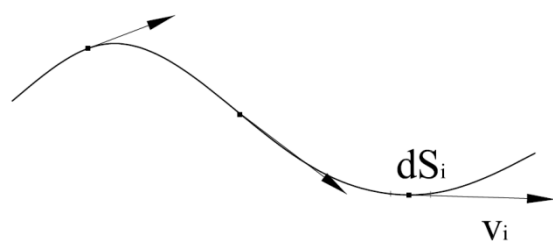
Označení rychlostí:  $c$  ... celková rychlost  
 $w$  ... relativní rychlost (také označovaná  $v$ )  
 $u$  ... unášivá rychlost  
 $c_u$  ... unášivá složka celkové rychlosti  
 $c_m$  ... meridiální složka unášivé rychlosti

### 3 Výpočet difuzoru (rozvaděče) za oběžným kolem

Jak bylo zmíněno již v předchozí kapitole, funkcí difuzoru je přeměna kinetické energie kapaliny proudící z oběžného kola čerpadla na energii potenciální. Pod touto přeměnou stojí snížení rychlosti kapaliny na výstupu a s tím související zvýšení tlaku.

Požadavkem, který je na difuzor kladen, je minimalizace ztrát. Difuzor musí od čerpadla převzít kapalinu, zpomalit ji a odvést pryč do spirály, aniž by způsobil její rozvíření. Aby byly ztráty co nejmenší, nesmí v difuzoru docházet k žádným rázům ani ke kavitaci.

Kapalina vycházející z čerpadla proudí pod určitým úhlem (viz obr. 2.2). Abychom minimalizovali ztráty v difuzoru, nesmí kapalina po vstupu do difuzoru výrazně změnit směr. Toto dodržíme, pokud budou lopatky kopírovat tvar proudnice kapaliny vytékající z čerpadla.



Obr. 3.1 Proudnice

Proudnice je myšlená čára, ke které jsou směry rychlosti tečné. Proudnice je křivka, která představuje pohyb částice prostorem. Pokud bychom uvažovali pouze dvourozměrný prostor, můžeme říci, že proudnice se nemohou protnout (chovají se jako pevná stěna) a proto průtok mezi dvěma proudnicemi je konstantní.

#### 3.1 Základní parametry difuzoru

Dříve, než začneme cokoli počítat, ujasněme si, co znamenají jednotlivé parametry difuzoru a čerpadla. Na obr. 3.2 je zobrazen lineárně se rozšiřující difuzor a výstupní část čerpadla.

$R_i$  ... poloměr v bodě  $i$

$D_i$  ... průměr v bodě  $i$

$b_i$  ... šířka v bodě  $i$

Význam indexů: 2 ... výstup z čerpadla, 3 ... vstup do difuzoru, 4 výstup z difuzoru

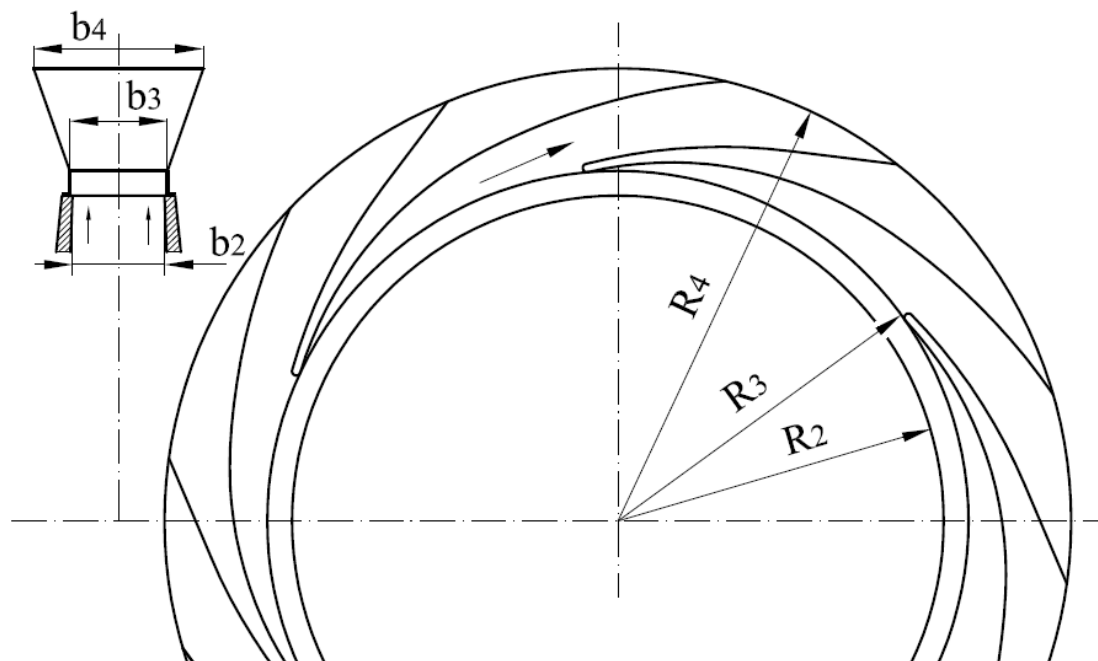
Při výpočtu rozvaděče se snažíme dodržovat následující parametry:

$$b_3 = b_2 + (1 \div 2)mm$$

$$D_3 = D_2 \cdot (1,02 \div 1,04)$$

$$D_4 \doteq (1,3 \div 1,4) \cdot D_2$$

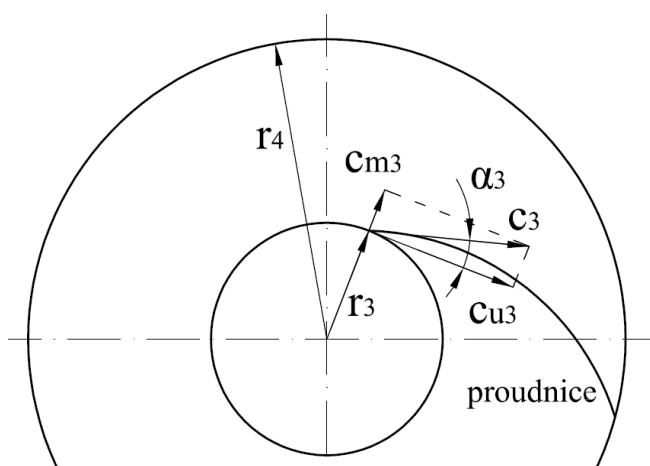
Difuzor nesmí mít příliš velké rozšíření, aby nedocházelo k odtrhávání proudu.



Obr. 3.2 Schéma difuzoru

Úhel lopatky difuzoru se vypočte podílem meridiální a unášivé složky celkové rychlosti. Pomocí obr. 3.3 můžeme napsat:

$$\operatorname{tg}(\alpha_3) = \frac{c_{m3}}{c_{u3}}$$



Obr. 3.3 Rychlosti na vstupu do difuzoru

Meridiální složka celkové rychlosti na vstupu do difuzoru udává průtok plochou a můžeme ji zapsat:

$$c_{m3} = \frac{Q}{2\pi r_3 b_2} ,$$

kde Q je průtok.

Unášivá složka celkové rychlosti na vstupu do difuzoru:

$$c_{u3} = \left( \frac{gH}{u_2 \eta_h} \right) \cdot \frac{r_2}{r_3} ,$$

kde g je gravitační zrychlení, H dopravní výška,  $u_2$  unášivá rychlost na výstupu z čerpadla.

Jak je vidět na obrázku 3.3, rychlost  $c_u$  je tečná ke kružnici zobrazující poloměr a rychlost  $c_m$  je ve směru normály. Unášivá rychlost  $u$  má stejný směr jako její složka  $c_u$ .

$$u_2 = 2\pi n ,$$

kde n jsou otáčky čerpadla v  $s^{-1}$ .

### 3.2 Návrh difuzoru pomocí rychlostí $c_u$ a $c_m$

Pro návrh geometrie difuzoru můžeme použít dva různé způsoby. První z nich využívá rychlostí  $c_u$  a  $c_m$ , a vlastnosti proudnice, kterou pomocí výpočtů získáme a její tvar použijeme jako tvar lopatky difuzoru. Druhý způsob návrhu lopatky je za pomoci konformních souřadnic.

Pro návrh difuzoru pomocí rychlostí  $c_u$  a  $c_m$  musíme nejdříve tyto rychlosti určit a vhodně upravit. Napišme si základní rovnice (3.1) a (3.2), ze kterých budeme vycházet.

Eulerova čerpadlová rovnice:

$$\frac{gH}{\eta_h} = u_3 c_{u3} \quad (3.1)$$

kde  $\eta_h$  je hydraulická účinnost.

Rovnice pro určení meridiální složky celkové rychlosti:

$$c_{m3} = \frac{Q}{2\pi r_3 b_3} \quad (3.2)$$

Rovnice upravíme do vhodnějšího jednoduššího tvaru zavedením konstant  $K_1$  a  $K_2$ . (3.3)

$$\frac{gH}{\eta_h} = u_3 c_{u3} \quad \Rightarrow \quad c_{u3} = \frac{gH}{\eta_h u_3} = \frac{gH}{\eta_h 2\pi n r_3} = \frac{K_1}{r_3}$$

$$c_{m3} = \frac{Q}{2\pi r_3 b_3} = \frac{K_2}{r_3 b_3}$$

Dostaneme tedy rovnice, které vyjadřují změnu rychlostí  $c_u$  či  $c_m$  v závislosti na poloměru  $r$ , příp. šířky difuzoru  $b$ .

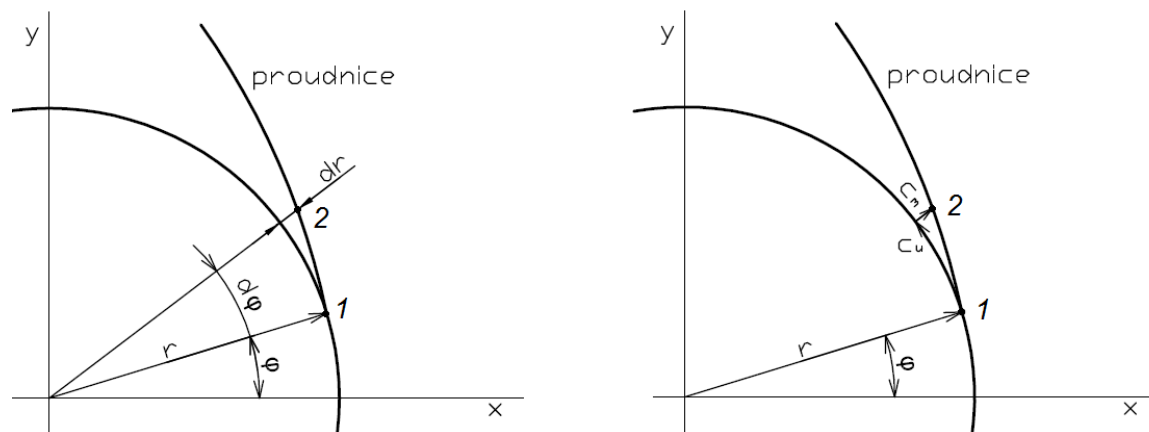
$$c_u = \frac{K_1}{r}, \quad \text{kde } K_1 = \frac{gH}{\eta_h 2\pi n}$$

$$c_m = \frac{K_2}{rb}, \quad \text{kde } K_2 = \frac{Q}{2\pi} \quad (3.4)$$

Představme si částici kapaliny proudící v difuzoru. Jak zobrazuje obrázek 3.4, za časový okamžik  $dt$  se částice posune z místa 1 do místa 2. Rychlostí  $c_u$ , tedy unášivou složkou celkové rychlosti, uběhne částice za časový okamžik  $dt$  dráhu  $r \cdot d\varphi$ . Rychlostí  $c_m$ , tedy meridiální složkou celkové rychlosti, uběhne částice za časový okamžik  $dt$  dráhu  $dr$ . Můžeme psát následující rovnice:

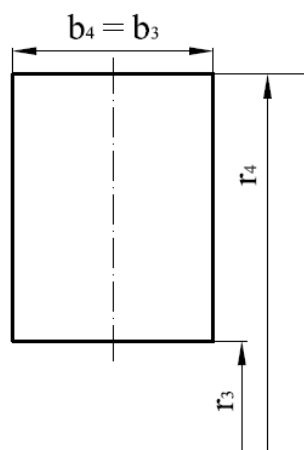
$$r d\varphi = c_u dt \quad (3.5)$$

$$dr = c_m dt \quad (3.6)$$



Obr. 3.4 Zobrazení pohybu částice po proudnici

### 3.2.1 Šířka difuzoru je konstantní



Obr. 3.5 Tvar difuzoru s konstantní šířkou

Jako první příklad tohoto typu řešení použijeme zjednodušený případ, a to takový, že šířku difuzoru necháme konstantní. Tedy  $b = \text{konstant}$ . Použijeme již upravené Eulerovy čerpadlové rovnice (3.3) a (3.4):

$$c_u = \frac{K_1}{r} \quad , \text{ kde } K_1 = \frac{gH}{\eta_h 2\pi n}$$

$$c_m = \frac{K_3}{r} \quad , \text{ kde } K_3 = \frac{Q}{2\pi b_3} = \text{konst.} \quad (3.7)$$

V předchozí rovnici (3.7) jsme zavedli novou konstantu  $K_3$ . Tato konstanta je vlastně konstanta  $K_2$ , jen doplněná o rozměr  $b_3$ , který se v tomto případě nemění.

Zapíšeme si rovnice (3.5) a (3.6) a dosadíme za  $c_u$  a  $c_m$  složku rychlosti hodnoty z rovnic (3.3) a (3.7).

$$r \cdot d\varphi = c_u \cdot dt = \frac{K_1}{r} dt$$

$$dr = c_m \cdot dt = \frac{K_3}{r} dt$$

Rovnice navzájem podělíme a vhodně upravíme tak, abychom nakonec získali rovnici tvaru lopatky difuzoru  $r = r(\varphi)$ .

$$\frac{dr}{r \cdot d\varphi} = \frac{\frac{K_3}{r} dt}{\frac{K_1}{r} dt} = \frac{K_3}{K_1}$$

$$dr = \frac{K_3}{K_1} r \cdot d\varphi$$

Provedeme integraci:

$$\frac{dr}{r} = \frac{K_3}{K_1} d\varphi$$

$$\ln r = \frac{K_3}{K_1} \varphi + C \quad (3.8)$$

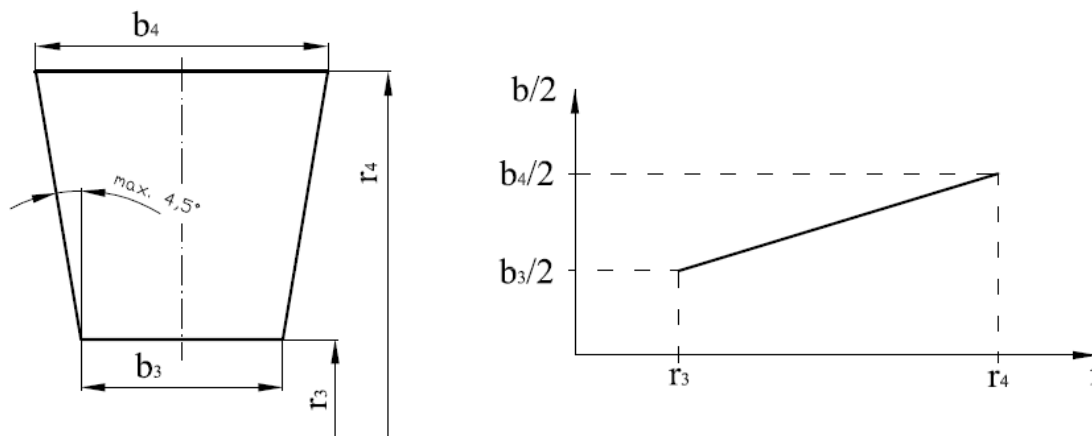
A protože platí, že  $e^{a+b} = e^a \cdot e^b$ , pak

$$r = e^{\frac{K_3}{K_1} \varphi + C} = e^{\frac{K_3}{K_1} \varphi} \cdot e^C = C \cdot e^{\frac{K_3}{K_1} \varphi}$$

Získali jsme rovnici logaritmické spirály, tedy rovnici popisující tvar lopatky difuzoru.

Integrační konstantu  $C$  získáme zavedením okrajové podmínky, např.: pro  $\varphi = 0^\circ$  je  $r = r_3$ . Tuto podmínku dosadíme do rovnice (3.8). Jedinou neznámou pak bude v této rovnici právě konstanta  $C$ .

### 3.2.2 Šířka difuzoru se lineárně mění



Obr. 3.6 Tvar difuzoru s lineárně se měnící šířkou (úhel rozšíření difuzoru nesmí překročit  $9^\circ$ , jinak by docházelo k odtrhávání proudu!)

Přejdeme k řešení lineárně se rozšiřujícího difuzoru, tedy když šířka difuzoru  $b$  není konstantní, ale s poloměrem  $r$  se mění podle rovnice přímky:

$$b = kr + q \quad (3.9)$$

Dvě vzniklé konstanty  $k$  a  $q$  vypočteme zavedením počátečních podmínek a jejich dosazením zpět do rovnice přímky (3.9). Získáme tím dvě rovnice o dvou neznámých.

Počáteční podmínky:  $r = r_2$   $b = b_2$

$$r = r_4 \quad b = b_4$$

Předpokládejme, že konstanty jsme vypočetli. Nyní dosadíme rovnici přímkou (3.9) do upravené Eulerovy rovnice (3.4):

$$c_m = \frac{K_2}{r(kr + q)} = \frac{K_2}{kr^2 + qr} \quad (3.10)$$

Vrátíme se k rovnicím (3.5) a (3.6), do kterých dosadíme složky rychlostí  $c_u$  a  $c_m$  uvedených v (3.3) a (3.10). Postupujeme stejně jako v předchozím případě.

$$rd\varphi = c_u dt = \frac{K_1}{r} dt$$

$$dr = c_m dt = \frac{K_2}{rb} dt = \frac{K_2}{kr^2 + qr} dt$$

Rovnice podělíme a vhodně upravíme:

$$\frac{dr}{rd\varphi} = \frac{K_2 dt}{kr^2 + qr} \frac{1}{\frac{K_1}{r} dt} = \frac{K_2}{K_1(kr + q)} = \frac{K_2}{K_1} \frac{1}{kr + q}$$

$$dr = \frac{K_2}{K_1} \frac{rd\varphi}{kr + q} \Rightarrow \frac{kr + q}{r} dr = d\varphi \frac{K_2}{K_1}$$

$$\frac{kr + q}{r} dr = \frac{K_2}{K_1} d\varphi$$

$$k \cdot dr + \frac{q}{r} dr = \frac{K_2}{K_1} d\varphi$$

Provedeme integraci:

$$kr + q \cdot \ln r = \frac{K_2}{K_1} \varphi + C$$

$$r + \frac{q}{k} \ln r = \frac{1}{k} \frac{K_2}{K_1} \varphi + \frac{C}{k}$$

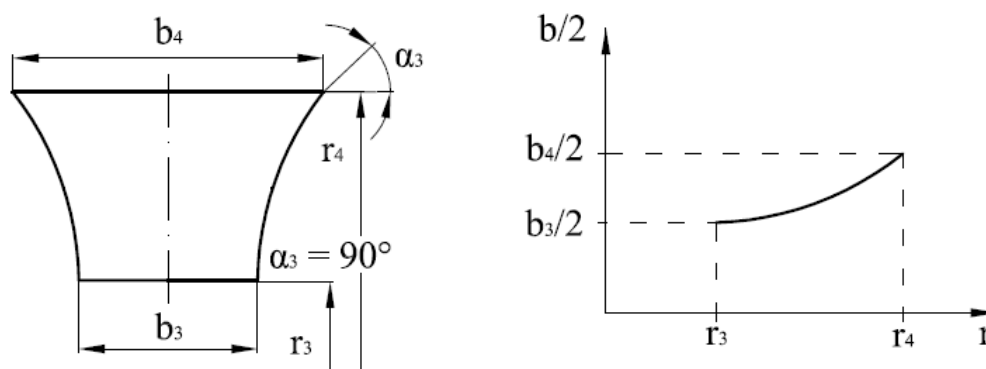
$$r + \frac{q}{k} \ln r = \frac{1}{k} \frac{K_2}{K_1} \varphi + C_o$$

Získali jsme rovnici tvaru lopatky difuzoru. Jde o nelineární rovnici. Konstanty  $k$  a  $q$  známe z předchozích výpočtů. Integrační konstantu  $C_o$  určíme stejně jako v případě  $b = \text{konst.}$  pomocí okrajové podmínky, např.: pro  $\varphi = 0^\circ$  je  $r = r_3$ .

$$C_o = r_3 + \frac{q}{k} \ln r_3$$



### 3.2.3 Šířka difuzoru se nelineárně mění



Obr. 3.7 Tvar difuzoru s nelineárně se měnící šířkou

Návrh nelineárně se rozšiřujícího difuzoru je obdobný návrhům předchozích dvou, jen o něco složitější. Při návrhu využíváme Newtonovu metodu pro řešení nelineárních rovnic popsanou v následující kapitole 3.2.4.

Nejdříve určíme, jak se bude šířka difuzoru měnit v závislosti na poloměru. Napíšeme tedy rovnici polynomu  $b = b(r)$ :

$$b = a_1 r^3 + b_1 r^2 + c_1 r + d_1 \quad (3.11)$$

Stejně jako v případě lineárně se rozšiřujícího difuzoru i zde vznikly konstanty, které neznáme. Rozdíl je pouze v tom, že konstanty nejsou jen dvě, ale jsou rovnou čtyři. Vzniklé konstanty  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $c_1$  a  $d_1$  vypočteme zavedením počátečních podmínek a jejich dosazením do rovnice  $b = b(r)$ . Získáme tím čtyři rovnice o čtyřech neznámých.

Počáteční podmínky: pro $r = r_3$ je	$b = b_3$
pro $r = r_4$ je	$b = b_4$
pro $r = r_3$ je	$\frac{db}{dr} = 0$
pro $r = r_4$ je	$\frac{db}{dr} = \operatorname{tg}(\alpha)$

Jak jsme přišli na poslední dvě podmínky je zakresleno v obrázku 3.7. V místě  $r_3$  je úhel  $\alpha = 90^\circ$ , neexistuje tu změna šířky difuzoru  $b$ , tedy  $db = 0$ . Protože je tangens úhlu  $\alpha$  definován jako protilehlá strana trojúhelníku  $db/2$  ku přilehlé  $dr$ , je tangens v našem případě roven nule. Stejná myšlenka je použita i k získání počáteční podmínky pro případ  $r = r_4$ .

Předpokládejme, že konstanty jsme vypočetli. Nyní dosadíme rovnici polynomu (3.11) do upravené Eulerovy rovnice (4):

$$c_m = \frac{K_2}{rb} = \frac{K_2}{r(a_1 r^3 + b_1 r^2 + c_1 r + d_1)} \quad (3.12)$$

Vrátíme se k rovnicím (3.5) a (3.6), do kterých dosadíme složky rychlostí  $c_u$  a  $c_m$  uvedených v (3.3) a (3.12). Postupujeme stejně jako v předchozím případě.

$$rd\varphi = c_u dt = \frac{K_1}{r} dt$$

$$dr = c_m dt = \frac{K_2}{rb} dt = \frac{K_2}{r(a_1 r^3 + b_1 r^2 + c_1 r + d_1)} dt$$

Rovnice podělíme a vhodně upravíme:

$$\frac{dr}{r \cdot d\varphi} = \frac{K_2 \cdot dt}{r(a_1 r^3 + b_1 r^2 + c_1 r + d_1)} \frac{r}{K_1 dt} = \frac{K_2}{K_1} \frac{1}{a_1 r^3 + b_1 r^2 + c_1 r + d_1}$$

$$dr = \frac{K_2}{K_1} \frac{1}{a_1 r^3 + b_1 r^2 + c_1 r + d_1} r \cdot d\varphi$$

$$\frac{a_1 r^3 + b_1 r^2 + c_1 r + d_1}{r} dr = \frac{K_2}{K_1} d\varphi$$

$$(a_1 r^2 + b_1 r + c_1 + \frac{d_1}{r}) dr = \frac{K_2}{K_1} d\varphi$$

Provedeme integraci:

$$a_1 \frac{r^3}{3} + b_1 \frac{r^2}{2} + c_1 r + d_1 \cdot \ln(r) = \frac{K_2}{K_1} \varphi + C_0 \quad (3.13)$$

Získali jsme rovnici tvaru lopatky difuzoru. Jde o nelineární rovnici. Konstanty  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $c_1$  a  $d_1$  známe z předchozích výpočtů. Integrační konstantu  $C_0$  určíme pomocí okrajové podmínky, např.: pro  $\varphi = 0^\circ$  je  $r = r_3$ .

$$C_0 = a_1 \frac{r_3^3}{3} + b_1 \frac{r_3^2}{2} + c_1 r_3 + d_1 \cdot \ln(r_3)$$

Abychom dopočítali hodnoty bodů křivky lopatky, kterou rovnice (3.13) popisuje, musíme použít Newtonovu metodu pro řešení nelineárních rovnic, tedy rovnici (3.15) (přesný postup výpočtu s použitím Newtonovy metody pro řešení nelineárních rovnic je popsán v kapitole 3.2.4). Musíme nejdříve určit funkce  $f(r)$ , z rovnice (3.13), a její derivaci  $f'(r)$ .

$$f(r) = a_1 \frac{r^3}{3} + b_1 \frac{r^2}{2} + c_1 r + d_1 \cdot \ln(r) - \frac{K_2}{K_1} \varphi - C_0$$

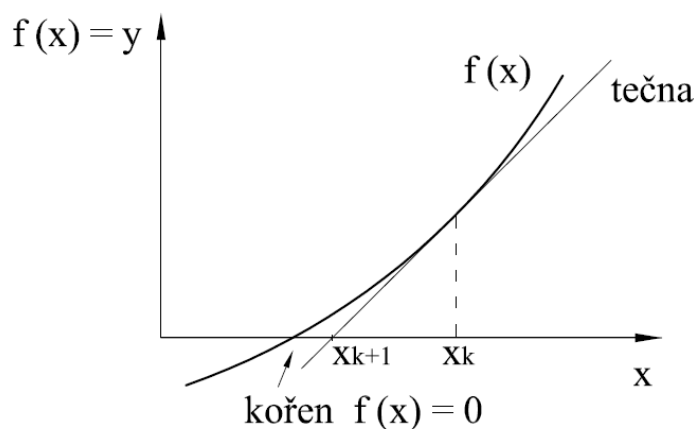
$$f'(r) = a_1 r^2 + b_1 r + c_1 + \frac{d_1}{r}$$

Nyní použijeme Newtonovu rovnici, abychom získali hodnoty bodů na křivce lopatky difuzoru:

$$r_{k+1} = r_k - \frac{f(r_k)}{f'(r_k)}$$

### 3.2.4 Newtonova metoda pro řešení nelineárních rovnic

Numerická Newtonova metoda se také označuje jako metoda tečen. Již z názvu vyplývá, že se bude využívat rovnice tečny. [1]



Obr. 3.8 Princip Newtonovy metody pro řešení nelineárních rovnic

Při výpočtu vycházíme z počáteční hodnoty  $x_0$  a postupně počítáme  $x_1, x_2, \dots$ . Předpokládejme, že známe  $x_k$ , kde  $k = 0, 1, 2, \dots, m$  a určujeme hodnoty  $x_{k+1}$ . Jak je vidět na obrázku 3.8, bodem  $[x_k, f(x_k)]$  vedeme tečnu ke křivce  $y = f(x)$ . Průsečík této tečny s osou  $x$  označíme za  $x_{k+1}$ . [1]

Určení rovnice tečny: nejdříve si napíšeme rovnici tečny s použitím obrázku 1:

$$y = f'(x_k) \cdot x + q$$

$$f(x_k) = f'(x_k) \cdot x_k + q \quad (3.14)$$

Vznikla nám zde neznámá konstanta  $q$ . Zavedeme tedy počáteční podmínku: při  $y = 0$  je  $x = x_{k+1}$ . Dosadíme do rovnice a vypočteme konstantu  $q$ :

$$q = y - f'(x_k) \cdot x$$

$$q = 0 - f'(x_k) \cdot x_{k+1}$$

$$q = -f'(x_k) \cdot x_{k+1}$$

Nyní vypočtenou konstantu  $q$  dosadíme do rovnice (3.14):

$$f(x_k) = f'(x_k) \cdot x_k + -f'(x_k) \cdot x_{k+1}$$

Rovnici upravíme a tím získáme rovnici tečny:

$$f(x_k) = f'(x_k) \cdot (x_k - x_{k+1})$$

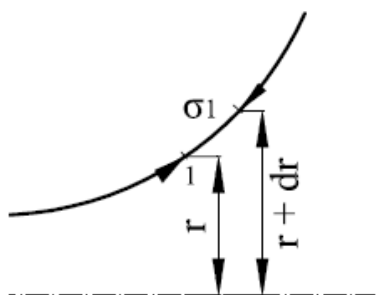
Protože  $x_k$  známe, jedinou neznámou v rovnici je  $x_{k+1}$ , kterou chceme získat.

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \quad (3.15)$$

Podle této rovnice vypočteme hodnotu  $x_{k+1}$  a pro následující výpočet ji položíme rovnou  $x_k$ . Pro další výpočet tedy platí:  $x_k = x_{k+1}$ . Toto provádíme pro všechna  $k = 1, 2, \dots, m$  ( $k = 0$  jsme předpokládali, že známe).

### 3.3 Návrh difuzoru pomocí konformních souřadnic

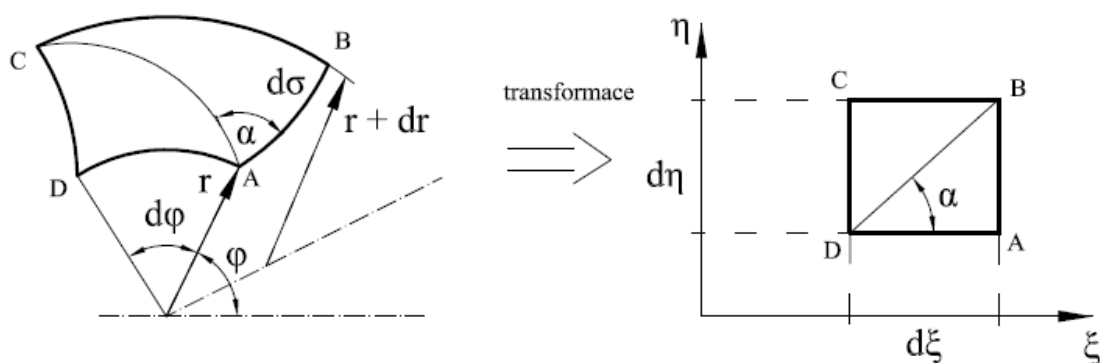
#### 3.3.1 Konformní zobrazení obecně



Na obrázku 3.9 je zobrazena proudnice. Pokud si ji představíme rotačně symetrickou, vznikne proudová plocha. Je to imaginární plocha, po které protéká voda, ale neprotéká skrz ni.

Na obrázku 3.10 vidíme trojrozměrný výřez z proudové plochy. Je zde zobrazen převod výřezu z polárního na konformní souřadnicový systém.

Obr. 3.9 Proudnice



Obr. 3.10 Převod z polárních do konformních souřadnic

Pomocí obrázku 3.10 můžeme napsat:

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{d\eta}{d\xi} = \frac{(r + dr)d\varphi}{d\sigma} = \frac{r \cdot d\varphi + dr \cdot d\varphi}{d\sigma} \doteq \frac{r \cdot d\varphi}{d\sigma} \quad (3.16)$$

Kde  $r = r(\sigma)$ . Člen  $dr \cdot d\varphi$  v rovnici (3.16) neuvažujeme, protože je velmi malý, nepodstatný.

Abychom dodrželi podmínky pro konformní zobrazení, musí být  $\eta$  lineární funkcí  $\varphi$ . Tedy musí platit:

$$\frac{d\eta}{d\varphi} = k \quad (3.17)$$

V rovnici (3.16) je psáno, že platí:

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{r \cdot d\varphi}{d\sigma} \Rightarrow \frac{d\eta}{d\varphi} = \frac{r \cdot d\xi}{d\sigma}$$

Do upravené rovnice dosadíme z rovnice (3.17):

$$k = \frac{r \cdot d\xi}{d\sigma} \Rightarrow k \frac{d\sigma}{r} = d\xi$$

Převědeme do tvaru integrálu.

$$\xi = k \int_{\sigma_0}^{\sigma} \frac{d\sigma}{r} \quad (3.18)$$

Předpokládejme, že při výpočtu známe hodnoty v místě  $\sigma_0$  i v místě  $\sigma_1$  z předchozích výpočtů. Proto můžeme integrál rozepsat a zavést konstantu  $k_1$ .

$$\xi = k \int_{\sigma_0}^{\sigma_1} \frac{d\sigma}{r} + k \int_{\sigma_1}^{\sigma} \frac{d\sigma}{r} = k_1 + k \int_{\sigma_1}^{\sigma} \frac{d\sigma}{r} \quad (3.19)$$

Zavedeme okrajové podmínky na vstupu lopatky, jak je na obrázku 3.11a.

$$\sigma = \sigma_1 \quad , \quad \xi = -\frac{h}{2}$$

a dosadíme je do rovnice (3.19):

$$-\frac{h}{2} = k_1 + k \int_{\sigma_1}^{\sigma_1} \frac{d\sigma}{r}$$

Získáme tak konstantu  $k_1$ .

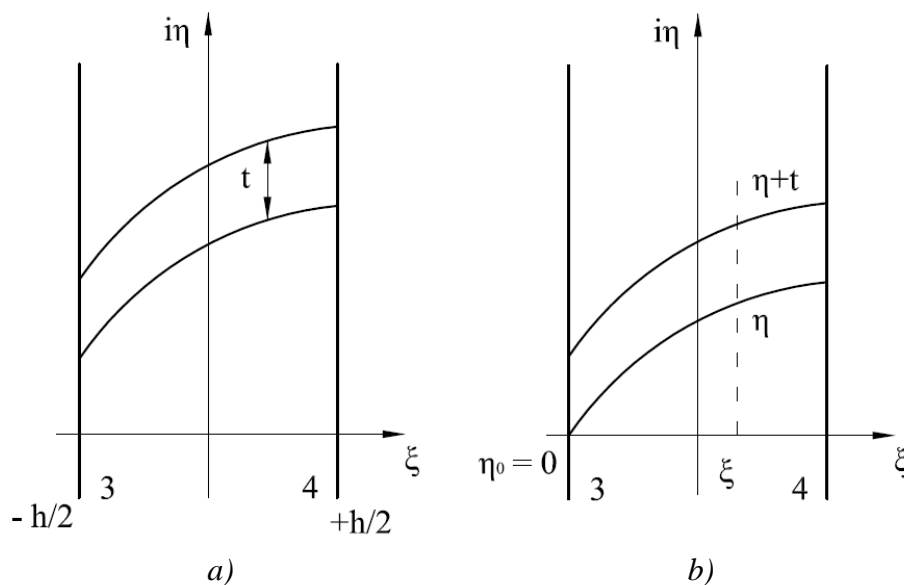
$$k_1 = -\frac{h}{2}$$

Vraťme se nyní k rovnici (3.17).

$$\frac{d\eta}{d\varphi} = k \quad \Rightarrow \quad d\eta = k \cdot d\varphi$$

Provedeme integraci a vznikne další konstanta  $k_2$ , kterou získáme zavedením okrajových podmínek:

$$\eta = k \cdot \varphi + k_2 \quad (3.20)$$



Obr. 3.11 Konformní zobrazení, kde  $t$  je rozteč, a) obecný případ, b) případ pro  $\eta = \eta_0 = 0$

Okrajové podmínky: pro  $\eta = \eta_0$  platí  $\varphi = 0$  (viz obr.3.11b) dosadíme do rovnice (3.20):

$$\eta_0 = k \cdot 0 + k_2$$

$$k_2 = \eta_0$$

Z této rovnosti plyne:

$$\eta_0 = 0 \Rightarrow k_2 = 0$$

Podle rovnice (3.20) pak platí:

$$\eta = k \cdot \varphi + \eta_0 \quad (3.21)$$

Uvažujme nyní více jak jednu lopatku ( $N$  na  $360^\circ = 2\pi$  je z lopatek). Lopatky se pravidelně opakují a mají mezi sebou rozteč  $t$ , jak je zobrazeno na obrázku 3.11a. Upravíme tedy rovnici (3.21) do tvaru:

$$\eta + t = k \cdot \left( \varphi + \frac{2\pi}{z} \right) + \eta_0$$

Pokud opět zavedeme okrajové podmínky, kdy pro  $\eta = \eta_0$  platí  $\varphi = 0$ , pak získáme konstantu  $k$ .

$$\eta_0 + t = k \cdot 0 + k \frac{2\pi}{z} + \eta_0$$

$$t = k \frac{2\pi}{z} \Rightarrow k = \frac{tz}{2\pi} \quad (3.22)$$

Protože jsme zjistili, co se skrývá pod všemi vzniklými konstantami, můžeme se vrátit k rovnici (3.19) a vhodně ji upravit tak, abychom získali základní rovnice pro rozměry  $\eta$  a  $\xi$ .

$$\xi = -\frac{h}{2} + k \int_{\sigma_1}^{\sigma} \frac{d\sigma}{r} \quad (3.23)$$

$$\xi = -\frac{h}{2} + \frac{tz}{2\pi} \int_{\sigma_1}^{\sigma} \frac{d\sigma}{r}$$

Jak je zobrazeno na obrázku, je hodnota  $\xi$  na výstupu lopatky rovna  $h/2$ . Můžeme tedy psát, že

$$\xi_2 = \frac{h}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{h}{2} = -\frac{h}{2} + k \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \frac{d\sigma}{r}$$

$$h = k \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \frac{d\sigma}{r} \quad (3.24)$$

Získáme opět konstantu  $k$ , kterou jsme řešili o pár řádků výš. Nově vypočtenou konstantu  $k$  dáme rovnu konstantě  $k$  v rovnici (3.22).

$$k = \frac{h}{a} \quad \Rightarrow \quad \frac{tz}{2\pi} = \frac{h}{a} \quad (3.25)$$

Vrátíme se k rovnici (3.23) a za konstantu  $k$  dosadíme verzi, kterou jsme právě vypočetli. Celou rovnici upravíme do vhodnějšího tvaru.

$$\xi = -\frac{h}{2} + \frac{h}{a} \int_{\sigma_1}^{\sigma} \frac{d\sigma}{r}$$

$$\xi = h \left( \frac{1}{a} \int_{\sigma_1}^{\sigma} \frac{d\sigma}{r} - \frac{1}{2} \right) \quad (3.26)$$

Pokud v rovnici (3.24) za konstantu  $k$  dosadíme  $h/a$ , získáme důležitou konstantu  $a$ , tedy konstantu lopatkové mříže.

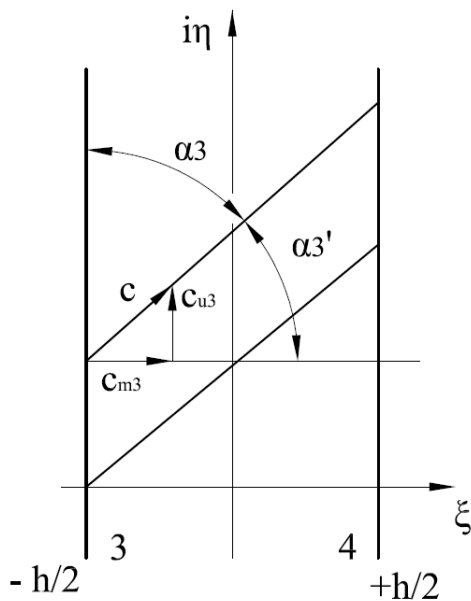
$$a = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \frac{d\sigma}{r} \quad (3.27)$$

Jak je zobrazeno na obrázku, pro jednodušší výpočet můžeme dát  $\eta_0 = 0$ . Potom lze psát podle rovnice (3.21), že:

$$\eta = \frac{tz}{2\pi} \varphi = \frac{h}{a} \varphi \quad (3.28)$$



### 3.3.2 Konformní zobrazení při návrhu difuzoru



Pro využití konformního zobrazení pro výpočet tvaru lopatky difuzoru zavedeme myšlenku, že lineární tvar středové čáry profilu vede na logaritmickou spirálu (konstantní úhel). Vzorec pro úhel  $\alpha_3$  tedy není závislý na žádném proměnném parametru. K odvození následujících rovnic použijeme obrázek 3.12 a Eulerovy čerpadlové rovnice.

$$\eta = tg(\alpha'_3) \left( \xi + \frac{h}{2} \right) \quad (3.29)$$

Obr. 3.12 Konformní zobrazení profilu difuzoru

$$tg(\alpha'_3) = \frac{c_{m3}}{c_{u3}} = \left( \frac{gH}{2\pi n \cdot \eta_h} \right) \cdot \frac{r_2}{r_3} \cdot \frac{2\pi r_3 b_2}{Q} = \frac{gH b_2}{\eta_h n Q}$$

### 3.3.3 Šířka difuzoru se nemění

Jde o čistě radiální difuzor, tedy difuzor s obdélníkovým průřezem.

Konformní transformace je provedena za pomoci odvozených vzorců (3.26) a (3.28).

$$\xi = h \cdot \left( \frac{1}{a} \int_{\sigma_3}^{\sigma} \frac{d\sigma}{r(\sigma)} - \frac{1}{2} \right)$$

$$\eta = \frac{h}{a} \cdot \varphi$$

Platí zde  $d\sigma = dr$ . Můžeme pak rovnici (3.26) přepsat do vhodnějšího tvaru:

$$\xi = h \left( \frac{1}{a} \int_{r_3}^r \frac{dr}{r} - \frac{1}{2} \right) \quad (3.30)$$

Připomeňme si konstantu lopatkové mříže (3.27), upravme integrační meze pro difuzor a integrujme:

$$a = \int_{r_3}^{r_4} \frac{dr}{r} = \ln(r_4) - \ln(r_3) = \ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)$$

Upravenou konstantu lopatkové mříže dosadíme do rovnice (3.30).

$$\xi = h \left( \frac{1}{\ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_3}\right) - \frac{1}{2} \right) \quad (3.31)$$

Konstantu lopatkové mříže dosadíme i do rovnice (3.25) a získáme tak

$$h = \frac{zt}{2\pi} \cdot a = \frac{zt}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)$$

Potom platí podle rovnice (3.31):

$$\xi = \frac{zt}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{r}{r_3}\right) - \frac{h}{2} \quad (3.32)$$

Nyní si připomeňme základní rovnici (3.28), a to

$$\eta = \frac{h}{a} \varphi$$

Abychom získali tvar lopatky difuzoru, musíme převést souřadnice  $\eta$  a  $\xi$  na souřadnice polární  $r$  a  $\varphi$  a následně na kartézské souřadnice  $x$  a  $y$ , které se nejlépe zakreslují.

Rovnici (3.28) převedeme do takového tvaru, abychom dostali hodnotu úhlu  $\varphi$  (využijeme při tom znalost rovnice (3.29)):

$$\varphi = \frac{a}{h} \cdot \eta = \frac{2\pi}{zt} \cdot \eta = \frac{2\pi}{zt} \left( \operatorname{tg}(\alpha_3) \left( \xi + \frac{h}{2} \right) \right) \quad (3.33)$$

Při výpočtu volíme hodnoty  $\xi$ . Potom hodnotu poloměru  $r$  dostaneme úpravou rovnice (3.32):

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{zt} \left( \xi + \frac{h}{2} \right) &= \ln\left(\frac{r}{r_3}\right) \\ r &= r_3 e^{\frac{2\pi}{zt} \left( \xi + \frac{h}{2} \right)} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Abychom mohli tvar lopatky difuzoru snadno zakreslit, převedeme rozměry  $\varphi$  a  $r$  do kartézského souřadnicového systému  $x$  a  $y$ . K tomu využijeme základní znalosti goniometrických funkcí.

$$x = r \cdot \cos(\varphi) \quad , \quad y = r \cdot \sin(\varphi)$$

### 3.3.4 Šířka difuzoru se mění lineárně nebo kvadraticky

Při výpočtu lineárně či kvadraticky se rozšiřujícího difuzoru postupujeme obdobně jako v případě konstantní šířky. Výpočet je však o mnoho náročnější. Šířka difuzoru bude velmi důležitá a musí se uvažovat jako další proměnná veličina. Pro náročnost odvození zde nebudou tyto případy uvedeny.

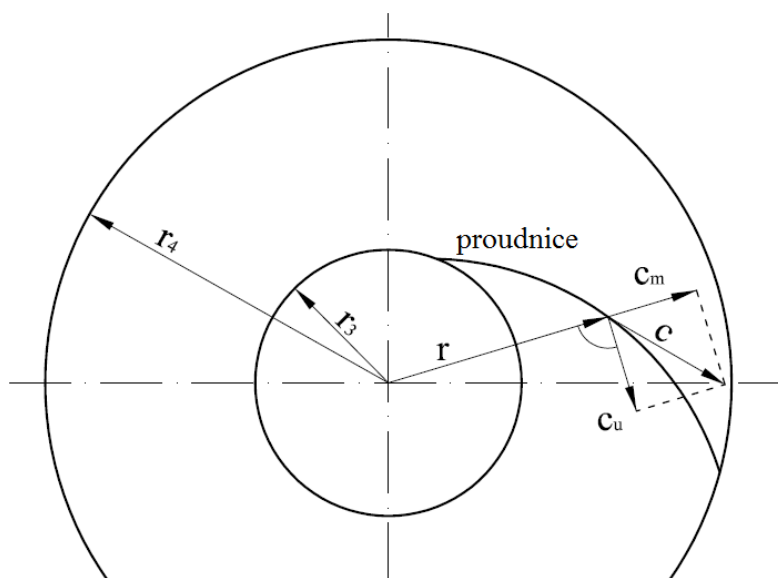
## 3.4 Kontrola návrhu difuzoru

Pokud jsme navrhli tvar lopatky difuzoru, jakýmkoli z výše uvedených způsobů, je potřeba zkontrolovat, jestli je výpočet správný. Velmi jednoduchá a rychlá kontrola je kontrola s použitím unášivé a meridiální složky celkové rychlosti kapaliny protékající kanálem. Tyto složky rychlosti vypočteme pro několik (např. 5) poloměrů, zakreslíme do obrázku pomocí vektorů a graficky určíme jejich vektorový součet, čímž určíme celkovou rychlost. Pokud je celková rychlost tečná ke křivce lopatky, pak je výpočet správný a můžeme přejít k dalším krokům návrhu difuzoru.

Připomeňme si vzorce pro určení unášivé  $c_u$  a meridiální  $c_m$  složky celkové rychlosti:

$$c_u = \frac{gh}{2\pi nr\eta_h}$$

$$c_m = \frac{Q}{2\pi r b}$$



Obr. 3.13 Zobrazení kontroly difuzoru: rychlost  $c$  musí být tečná na proudnici

### 3.5 Návrh kanálu difuzoru

Jestliže jsme získali tvar lopatky difuzoru, tedy tvar proudnice protékající kapalinou, je třeba ještě upravit kanál difuzoru tak, aby byla jeho funkce co nejlepší. Funkcí difuzoru je převod kinetické energie vycházející z oběžného kola čerpadla na energii tlakovou. Chceme tedy, aby na výstupu difuzoru byla menší rychlost, než na vstupu. Myšlenkou tohoto převodu je rovnice kontinuity.

$$v_1 = \frac{Q_1}{S_1} = \frac{Q_2}{S_2} = v_2 \quad (3.35)$$

Kde  $Q_i$  jsou průtoky a  $S_i$  jsou plochy, kterými kapalina protéká. Dolní index 1 značí vstupní hodnoty a dolní index 2 značí výstupní hodnoty.

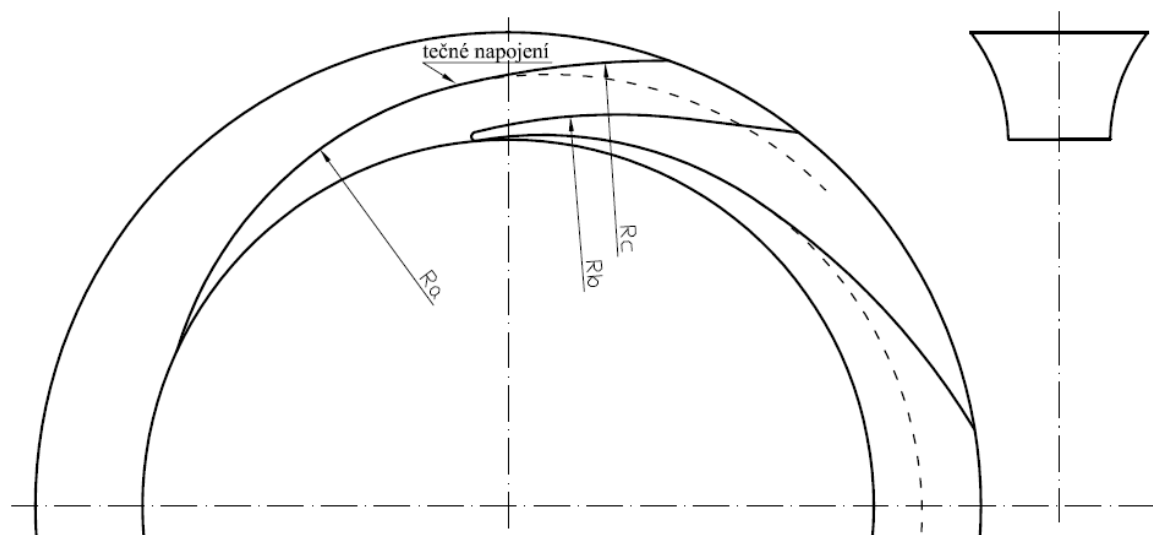
Rovnici (3.35) upravíme pro případ našeho navrhovaného difuzoru. Vstupem i výstupem kanálu protéká stejné množství vody, proto  $Q_1 = Q_2 = Q$  (uvažujeme nestlačitelné proudění). Rychlosti  $v_1$  a  $v_2$  chceme, aby se změnily, musí se tedy měnit i velikost plochy, kterou kapalina protéká  $S_1$  a  $S_2$ .

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 \quad (3.36)$$

Dle rovnice kontinuity (3.36) platí, že čím větší bude průtočná plocha, tím menší bude rychlost. Protože, jak bylo řečeno výše, chceme, aby se snížila velikost rychlosti na výstupu difuzoru, je potřeba adekvátně zvětšit průtočnou plochu kanálu.

Na obrázku 3.14 je zobrazen difuzor s upraveným kanálem. Čárkovaná křivka zobrazuje proudnici, kterou jsme vypočítali v předchozích kapitolách. Když půjdeme po proudnici a dorazíme do místa, kde začíná nová proudnice, můžeme začít s úpravou difuzoru a nahrazením proudnice od tohoto místa jinou křivkou. Velmi důležitá věc je, aby napojení jiné křivky na proudnici bylo tečné, jak je vyznačeno na obrázku. Zbylou křivku proudnice i navazující křivku nahradíme obloukem (na obrázku 3.14 jsou to oblouky  $R_a$  a  $R_b$ ).

Oblouk, který je na obrázku 3.14 zaznačen poloměrem  $R_c$ , je libovolný. Pokud je příliš dlouhý a zakulacený, můžeme ho zakončit tečně napojenou přímkou. Toto napojení se může provést již od místa, kde kanál skončil, tedy od místa 3 zaznačeného na obrázku 3.15.



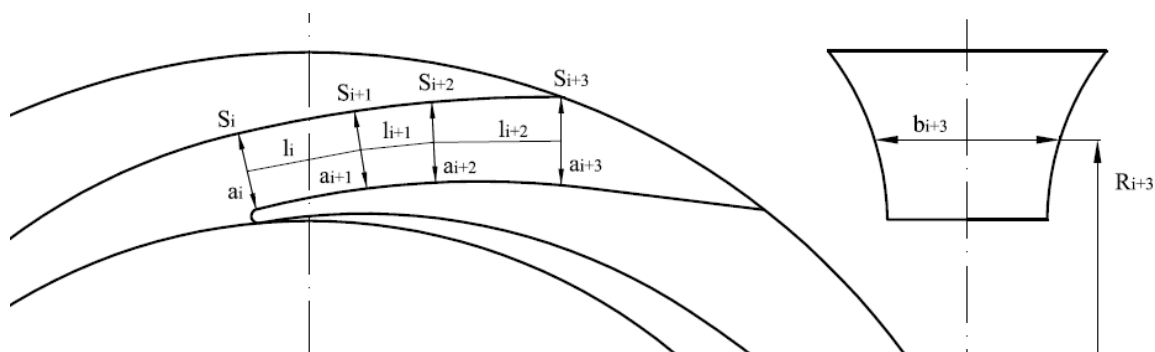
Obr. 3.14 Upravený kanál difuzoru

Při návrhu kanálu difuzoru si musíme dát velký pozor na to, abychom šířku kanálu neztvrdžovali moc rychle. Pokud by se tak stalo, došlo by k odtrhávání proudu, což je nežádoucí jev. Pokud budeme dodržovat následující konstrukční pravidlo, k nežádoucím jevům uvnitř difuzoru nedojde.

Pravidlo je popsáno následujícím vzorcem a zakresleno na 3.15.

$$\frac{\sqrt{S_{i+1}} - \sqrt{S_i}}{l_i} = \frac{1}{5} \div \frac{1}{8} ,$$

kde  $a_i$  je šířka kanálu a  $b_i$  je střední šířka difuzoru v místě  $i$ ,  $l_i$  je vzdálenost mezi dvěma body (na obrázku jsou vzdálenosti velké jen kvůli popisu problému. Aby byl výpočet dostatečně přesný, musí být vzdálenosti mnohem kratší).

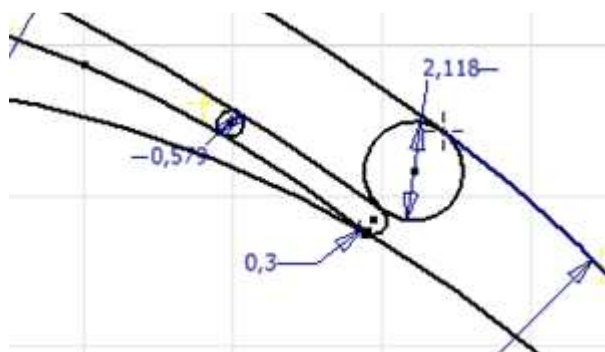


Obr. 3.15 Detail kanálu difuzoru a vyznačení jeho návrhu

Abychom měli pojistku proti chybě, která může být způsobena nepřesným výpočtem, zmenšíme při navrhování rozsah hodnot, ve kterých se můžeme pohybovat. Při konstrukci tedy budeme uvažovat vzorec:

$$\frac{\sqrt{S_{i+1}} - \sqrt{S_i}}{l_i} = \frac{1}{6} \div \frac{1}{7}$$

Pokud navrhujeme difuzor, který bude následně vyroben, musíme dát pozor na to, aby šířka lopatky nebyla příliš malá, jak je zobrazeno na obr. 3.16. Lopatku by pak buď vůbec nešlo vyrobit, anebo by to bylo příliš složité.



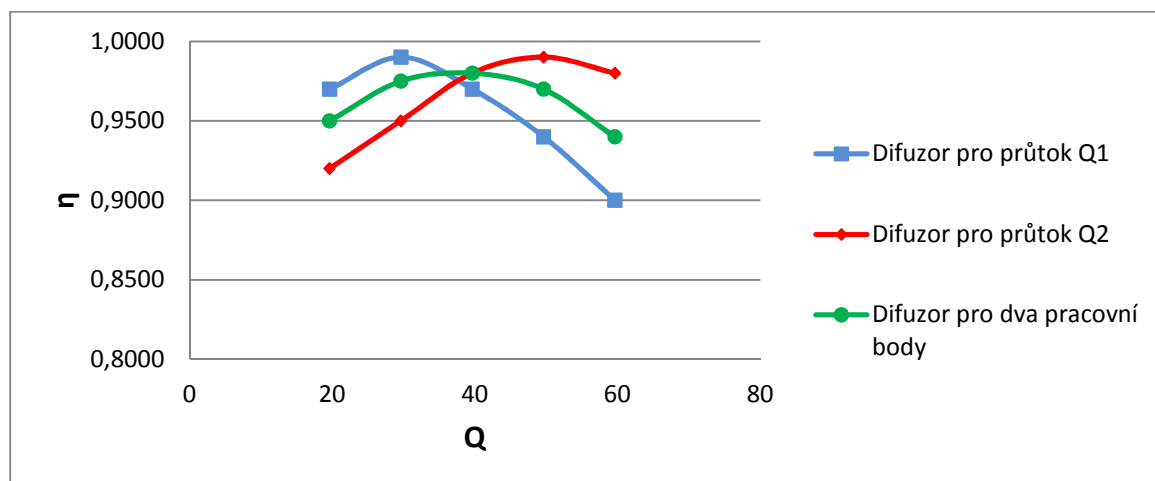
Obr. 3.16 Detail náběžné hrany lopatky s příliš malou šířkou

### 3.6 Návrh difuzoru pro dva pracovní body - teorie

Uvažujme dva návrhové body, pro které je třeba získat co nejvyšší účinnost. Jeden optimální bod je v místě nízkých průtoků a označíme ho  $Q_1$ . Druhý bod je v místech vysokých průtoků a označíme ho  $Q_2$ .

Difuzorem navrženým pro návrhový bod s průtokem  $Q_1$  získáme maximální účinnost v tomto bodě. Jestliže ale bude potřeba provozovat čerpadlo v bodě vysokých průtoků, tedy v bodě  $Q_2$ , dojde k výraznému poklesu účinnosti. Stejně, jen naopak to bude v případě použití difuzoru navrženého pro návrhový bod s průtokem  $Q_2$ .

Pokud je potřeba čerpadlo střídavě provozovat v obou pracovních bodech  $Q_1$  i  $Q_2$ , nabízí se řešení difuzoru navrženého pro dva pracovní body. Jde o kompromisní řešení. V ideálním případě (obr. 3.17) by byla maximální účinnost tohoto difuzoru uprostřed mezi průtoky  $Q_1$  a  $Q_2$ . V návrhových bodech by ale zůstala účinnost stále dostatečně vysoká. Dosáhlo by se tak vysokých účinností v širším pásmu průtoků, tedy i pracovních bodů.



Obr. 3.17 Ideální účinnostní charakteristika (hodnoty jsou ilustrativní)

### 3.7 Návrh difuzoru pro dva pracovní body - praxe

Přesný postup návrhu geometrie difuzoru pro dva pracovní body je uveden v plně utajené verzi této diplomové práce.

## 4 Tvorba CFD modelu

Jestliže jsme úspěšně navrhli geometrii difuzoru, můžeme přejít k počítačovému modelování tohoto problému. To provedeme za pomoci programů Gambit a Ansys Fluent.

Jedná se o úkol vyřešení již nastalého problému na reálném čerpadle, a doba výpočtů byla omezená. Proto byl modelován pouze samotný difuzor bez oběžného kola a spirály. Tím mohlo dojít k mírné chybě výpočtu, protože bylo uvažováno rovnoměrné proudění z kola.

Aby se mohly výsledky porovnat, bylo provedeno modelování tří nově navrhovaných difuzorů, tedy difuzoru pro dva pracovní body a dva klasické pro jeden pracovní bod pro vyšší a nižší průtok. Čtvrtým modelovaným difuzorem byl difuzor navržený pro pracovní bod při nižším průtoku, který je v současnosti umístěn na díle.

CFD výpočet je složen ze tří částí: preprocessing, solver a postprocesing.

- a) Preprocessing zahrnuje přípravu geometrie modelu, definici počátečních a okrajových podmínek, nastavování modelů výpočtu, apod.
- b) Solver je výpočetní řešení, které provádí počítač.
- c) Postprocesing znamená získávání informací z programu. Tedy získávání potřebných čísel, grafů, obrázků a jejich vyhodnocení.

### 4.1 Tvorba výpočetní sítě

Výpočetní síť byla modelována v programu Gambit. Protože se jedná o celkem nenáročnou geometrii, byly použity buňky typu *Hex* a schéma *Map*. Navrhovaná geometrie difuzoru začíná již od výstupu oběžného kola – od poloměru  $r_2$ .

Protože se v difuzoru lopatky pravidelně opakují, můžeme využít periodickou funkci. Ta spočívá v tom, že se namodeluje pouze jedna periodicky se opakující část. Výrazně to ulehčí modelování a urychlí výpočetní řešení, protože úloha bude obsahovat mnohem méně buněk.

Abychom mohli udělat nějaký periodicky se opakující objem, musíme mít na společných plochách prvního i následujícího objemu naprosto totožnou geometrii. Tedy jak samotné rozměry, tak i počet a tvar buněk.

V Gambitu je kromě namodelování sítě také potřeba určit, které plochy budou obsahovat nějaké okrajové podmínky. Na vstupu do difuzoru, nebo v našem případě na výstupu z čerpadla, se zadá podmínka *velocity inlet*. Na výstupu bude podmínka *pressure outlet*.

Jsou dva způsoby, jak zadat periodickou podmínku. Prvním je navolení této podmínky rovnou v Gambitu. To ale často dělá potíže. Takže je lepší nejdříve plochy, kde bude periodická podmínka nastavit jako *wall* a až ve výpočetním programu nastavit tyto plochy na periodickou podmínku.

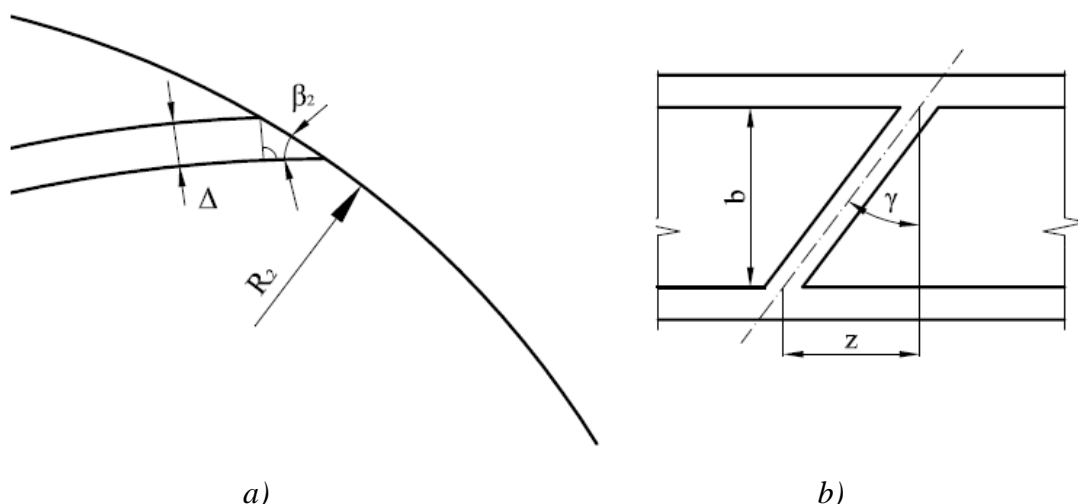


#### 4.1.1 Určení okrajových podmínek - teorie

Oběžné kolo před difuzorem způsobuje, že kapalina vstupuje do difuzoru pod určitým úhlem (jak ukazuje obr. 2.2). Proto musíme do programu Ansys Fluent zadat složky celkové rychlosti proudu, a to složku unášivou  $c_u$  a složku meridiální  $c_m$ .

Čerpadlo má určitou dopravní výšku, kterou je potřeba dodržet. Sloupec kapaliny, který je čerpadlem tlačěn vzhůru vytváří tlak na výstupu stroje.

K získání okrajových podmínek využijeme charakteristiky čerpadla.



Obr. 4.1 Výstup čerpadla, a) výřez výstupní hrany lopatky čerpadla, b) boční pohled na výstupní hranu lopatky čerpadla

Nejdříve ale musíme určit plochu, kterou bude kapalina protékat. Musíme započítat i lopatky, které snižují průtočnou plochu. Podle obrázku 4.1, který zobrazuje lopatku, napíšeme vzorec pro výpočet výstupní plochy čerpadla, kterou kapalina protéká:

$$S_2 = 2\pi R_2 b_2 - \frac{\Delta \cdot z \cdot b_2}{\sin(\beta_2) \cdot \cos(\gamma)} \quad (4.1)$$

Meridiální (radiální) složka absolutní rychlosti  $c_{m2}$  se určí jako podíl průtoku a plochy, kterou kapalina protéká.

$$c_{m2} = \frac{Q}{S_2} \quad (4.2)$$

K výpočtu unášivé složky absolutní rychlosti  $c_{u2}$  musíme použít charakteristiky čerpadla. Potřebujeme znát hydraulickou účinnost a dopravní výšku.

Hydraulická účinnost:

$$\eta_h = \sqrt{\eta} - 0,02 \quad [-] \quad (4.3)$$

Unášivou (obvodovou) složku absolutní rychlosti  $c_{u2}$  dostaneme úpravou Eulerovy rovnice

$$c_{u2} = \frac{gH}{\eta_h u_2} \quad (4.4)$$

Unášivá rychlost  $u_2$  je svislá na pouze na výstupním poloměru  $R_2$  čerpadla a na otáčkách  $n$ . Proto se v průběhu návrhu nemění.

$$u_2 = 2\pi R_2 n \quad (4.5)$$

Vzorec pro výpočet dopravní výšky pro konečný počet lopatek s ohledem na hydraulické ztráty (tření, víření, ráz):

$$H = \frac{u_2^2}{g} \left( \kappa - \frac{\phi}{\operatorname{tg}(\beta_2)} \right) \cdot \eta_h \quad (4.6)$$

Protože počítáme reálný případ čerpadla, tedy případ s konečným počtem lopatek, musíme využít korekci podle Waisera:

$$\kappa = 1,01 - \frac{0,395 + 0,457 \cdot \sin(\beta_2)}{\sqrt{z}} \quad (4.7)$$

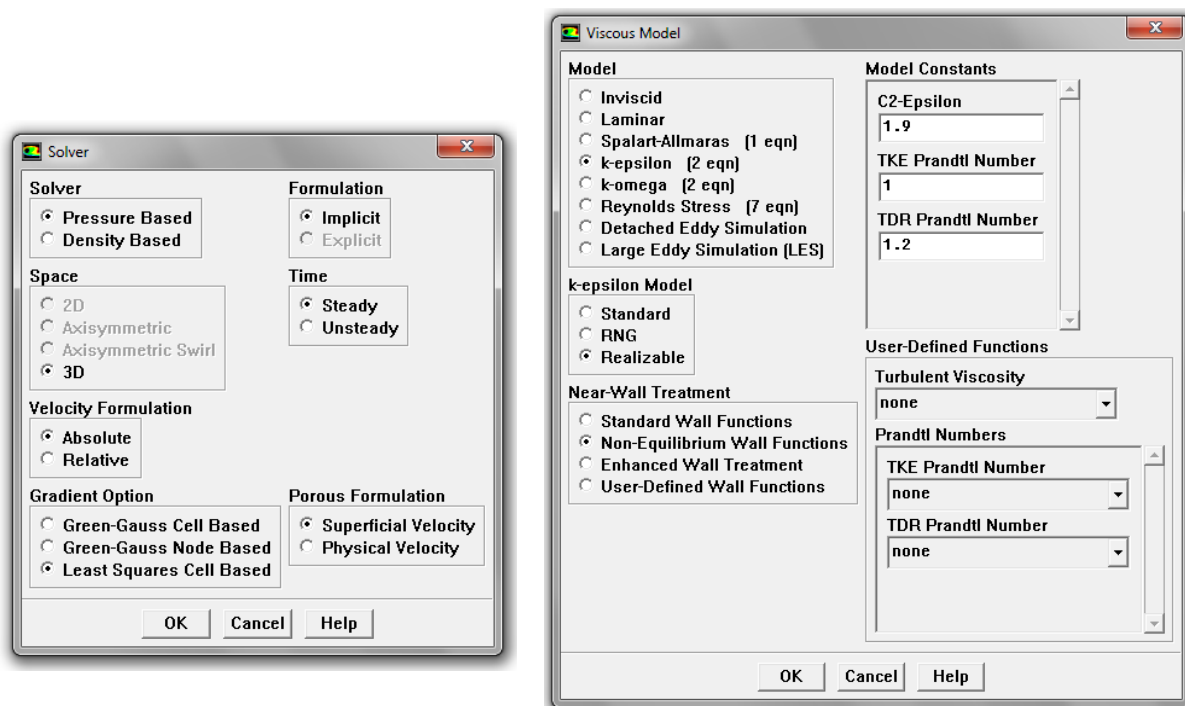
Rychlostní číslo:

$$\phi = \frac{c_{m2}}{u_2} \quad (4.8)$$

#### 4.1.2 Nastavení a okrajové podmínky

Aby byly difuzory správně vypočteny, musíme zadat následující:

- Solver** (Řešič) obr. 4.2a
  - 3D, Tlakově orientované, Stacionární, Formulace rychlosti – Absolutní
- Models**: použijeme *Viscous* (viskozita) – *k.epsilon* (dvourovnicový), obr. 4.2b
  - Model: Realizable*
  - Near – Wall Treatment* (stěnová funkce): *Non – Equilibrium Wall Functions* (nerovnovážné stěnové funkce)



a)   
 Obr. 4.2 Obrázky z programu Fluent 6.3.26, a) nastavení řešiče,   
 b) nastavení Viskózního modelu

- Materials**: *water-liquid*. Sice se bude difuzor používat pro čerpání ropy, ale i přesto použijeme jako proudící materiál vodu. V praxi se pak většinou při čerpání ropy dosahuje i vyšších účinností než při čerpání vody.

d) **Boundary condition** (okrajové podmínky): zadání okrajových podmínek

- *Velocity inlet*: rychlost vstupující do objemu. Musíme zadat složky celkové rychlosti  $c_u$  a  $c_m$ .
  - *Velocity Specification Method* (Metoda specifikace rychlosti): *Components*
  - *Coordinate System: Cylindrical*
  - *Turbulence Specification Method: Intensity and Hydraulic Diameter*
- Pressure outlet je tlak na výstupu způsobený dopravní výškou
  - *Turbulence Specification Method: Intensity and Hydraulic Diameter*

e) **Řešení**: *Metoda SIMPLE, Pressure – Standard*

Přesný postup výpočtu difuzoru pro dva pracovní body je uveden v plně utajené verzi této diplomové práce.

## 4.2 Vyhodnocení počítačového modelování

Po několika hodinách výpočtů, které prováděl počítač, můžeme získat výsledky.

Z programu byly vypočteny hodnoty statického a celkového tlaku a rychlosti na vstupu a výstupu difuzoru. Pro určení účinnosti byl použit vzorec zohledňující tlakovou i kinetickou měrnou energii:

$$\eta = \frac{\frac{p_{s2}}{\rho} + \frac{v_2^2}{2}}{\frac{p_{s1}}{\rho} + \frac{v_1^2}{2}}, \quad (5.9)$$

kde  $p_s$  je statický tlak a  $\rho$  je hustota.

Pro výpočet ztrát byl použit vzorec:

$$\xi = \frac{2 \cdot (p_{t1} - p_{t2})}{\rho v^2} \quad (5.10)$$

Měrná energie se vypočetla ze vzorce:

$$Y = \frac{p_s}{\rho} + \frac{v^2}{2}$$

Bylo provedeno porovnání účinností difuzoru pro dva pracovní body a dvou klasických pro jeden návrhový bod. Charakteristika difuzoru pro dva pracovní body prochází mezi difuzory klasickými.

Charakteristika vytvořená z hodnot z Fluentu nevypadá tak, jak by v ideálním případě vypadat měla. Jak bylo zmíněno výše, při počítačovém modelování difuzorů bylo použito skutečné oběžné kolo, pro které byl difuzor navrhován. Toto oběžné kolo bylo navrženo pro pracovní bod v nízkých průtocích. Proto i výsledky z počítačového modelování jsou ovlivněny tímto ne úplně vhodným oběžným kolem. Maximální účinnosti všech tří difuzorů jsou tak přesunuty mírně doprava, do míst nízkých průtoků.

Porovnáním nového difuzoru se současným difuzorem na díle, můžeme říci, že použitím difuzoru pro dva pracovní body dosahujeme lepších účinností ve vysokých průtocích.

Problém vibrací, které vznikaly při použití difuzoru navrženého na vysoký průtok (další difuzor, který byl navrhnut a umístěn na dílo), bude také vyřešen pomocí difuzoru pro dva pracovní body.

## **5 Měření difuzoru čerpadla pro dva provozní body**

Po výpočtovém modelování v CFD byl difuzor vyroben a odzkoušen.

Účinnost v nízkých průtocích je přibližně stejná jako účinnost difuzoru původního. Ve vyšších průtocích je ale účinnost o několik procent vyšší. Tyto výsledky mají podobný trend jako výsledky z CFD výpočtu.

## 6 Závěr

Difuzor navržený pro dva provozní body je kompromisní řešení, kdy se účinnostní charakteristika mírně sníží, ale pásmo vysokých účinností se roztáhne, takže překryje oba pracovní body, namísto jednoho.

Byl proveden CDF výpočet proudění kapaliny s využitím programu Gambit a Ansys Fluent 6.3.26. Aby se mohly výsledky výpočtů difuzoru pro dva provozní body porovnat, bylo provedeno modelování ještě dalších tří difuzorů pro jeden pracovní bod.

Z výsledků CFD výpočtu jsme zjistili, že rozvaděč pro dva pracovní body má vlastnosti, které jsme předpokládali. Skutečně jde o kompromisní řešení, kterým se podařilo zvednout účinnost ve vysokých průtocích o několik procent oproti původnímu stavu. Zároveň by toto řešení mělo utlumit pulzace ve vysokých průtocích, protože kanály navržené pro nízký průtok jsou velmi úzké a vibrace utlumují.

Difuzory byly navrhovány pro oběžné kolo, které bylo navrženo pouze na nízký průtok a v tom mělo také nejvyšší účinnost. Proto i modelované difuzory mají nejvyšší účinnosti spíše na straně nízkých průtoků, zatímco ve vyšších průtocích jsou účinnosti menší. To bylo ověřeno i experimentálním měřením.

Aby se vyřešil problém menších účinností ve vysokých průtocích, muselo by se kromě difuzoru navrhnout i nové oběžné kolo na pracovní bod, který by se nacházel mezi provozními body navrženého difuzoru.





## Seznam použité literatury

- [1] L. Čermák, R. Hlavička: *Numerické metody*, CERM s.r.o., Brno, 2005.
- [2] J. Kadrnožka: *Lopátkové stroje*, CERM s.r.o., Brno, 2003
- [3] M. Haluza: *Tekutiny stroje I*. Brno 2011. Zápisy z přednášek. VUT, FSI.
- [4] J. Bláha, K. Brada: *Příručka čerpací techniky*. 1. vyd. Praha: ČVUT, 1997.
- [5] ČSN EN ISO 9906 Hydrodynamická čerpadla - Přejímací zkoušky hydraulických výkonových parametrů
- [6] P. Rudolf: *Výpočtové modelování proudění*. Brno 2011. Zápisy z přednášek. VUT FSI



## Seznam použitých symbolů a značek

Symbol	Jednotka	Název veličiny
a	[m]	šířka kanálu difuzoru
b	[m]	šířka difuzoru / oběžného kola
c	[m.s <sup>-1</sup> ]	celková rychlost
c <sub>m</sub>	[m.s <sup>-1</sup> ]	meridiální složka celkové rychlosti
c <sub>u</sub>	[m.s <sup>-1</sup> ]	unášivá složka celkové rychlosti
D	[m]	průměr
g	[m.s <sup>-2</sup> ]	gravitační zrychlení
H	[m]	dopravní výška
l	[m]	délka
n	[s <sup>-1</sup> ]	otáčky
n <sub>s</sub>	[s <sup>-1</sup> ]	specifické otáčky
p	[Pa]	tlak
p <sub>s</sub>	[Pa]	statický tlak
p <sub>t</sub>	[Pa]	celkový tlak
Q	[m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> ]	průtok
r	[m]	poloměr
S	[m <sup>2</sup> ]	obsah plochy
t	[s]	čas
t	[m]	rozteč
u	[m.s <sup>-1</sup> ]	unášivá rychlost
v	[m.s <sup>-1</sup> ]	relativní rychlost
w	[m.s <sup>-1</sup> ]	relativní rychlost
z	[ - ]	počet lopatek
Y	[J.kg <sup>-1</sup> ]	měrná energie
α	[ ° ]	úhel lopatky difuzoru
β	[ ° ]	úhel lopatky čerpadla
γ	[ ° ]	úhel natočení výstupní hrany lopatky čerpadla
Δ	[m]	šířka lopatky čerpadla
η	[ - ]	účinnost
η	[m]	konformní souřadnice
η <sub>h</sub>	[ - ]	hydraulická účinnost
κ	[ - ]	korekce podle Waisera
ξ	[ - ]	ztrátový součinitel
ξ	[m]	konformní souřadnice
ρ	[kg.m <sup>-3</sup> ]	hustota
σ	[m]	délka proudnice
φ	[ ° ]	úhel natočení
φ	[ - ]	rychlostní číslo



## Seznam obrázků

Číslo	Název	Strana
Obr. 2.1	Radiálně axiální čerpadlo	17
Obr. 2.2	Kinematické poměry v oběžném kole čerpadla	18
Obr. 3.1	Proudnice	19
Obr. 3.2	Schéma difuzoru	20
Obr. 3.3	Rychlosti na vstupu do difuzoru	20
Obr. 3.4	Zobrazení pohybu částice po proudnici	22
Obr. 3.5	Tvar difuzoru s konstantní šířkou	22
Obr. 3.6	Tvar difuzoru s lineárně se měnící šířkou	23
Obr. 3.7	Tvar difuzoru s nelineárně se měnící šířkou	25
Obr. 3.8	Princip Newtonovy metody pro řešení nelineárních rovnic	27
Obr. 3.9	Proudnice	29
Obr. 3.10	Převod z polárních do konformních souřadnic	29
Obr. 3.11	Konformní zobrazení	31
Obr. 3.12	Konformní zobrazení profilu difuzoru	33
Obr. 3.13	Zobrazení kontroly difuzoru: rychlost $c$ musí být tečná na proudnici	35
Obr. 3.14	Upravený kanál difuzoru	37
Obr. 3.15	Detail kanálu difuzoru a vyznačení jeho návrhu	37
Obr. 3.16	Detail náběžné hrany lopatky s příliš malou šířkou	38
Obr. 3.17	Ideální účinnostní charakteristika	39
Obr. 4.1	Výstup čerpadla	41
Obr. 4.2	Obrázky z programu Fluent 6.3.26	43