Pedagogická fakulta
Faculty of Education
Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Pedagogická fakulta
Katedra matematiky

Diplomová práce

Analýza žákovských řešení matematických úloh – slovní úlohy se zlomky

Vypracovala: Hana Valková
Vedoucí práce: doc. RNDr. Libuše Samková, Ph.D.

České Budějovice 2023

Prohlášení

Prohlašuji, že svoji diplomovou práci na téma *Analýza žákovských řešení matematických úloh – slovní úlohy se zlomky* jsem vypracoval(a) samostatně pouze s použitím pramenů a literatury uvedených v seznamu citované literatury.

Prohlašuji, že v souladu s § 47b zákona č. 111/1998 Sb. v platném znění souhlasím se zveřejněním své diplomové práce, a to v nezkrácené podobě, elektronickou cestou ve veřejně přístupné části databáze STAG provozované Jihočeskou univerzitou v Českých Budějovicích na jejích internetových stránkách, a to se zachováním mého autorského práva k odevzdanému textu této kvalifikační práce. Souhlasím dále s tím, aby toutéž elektronickou cestou byly v souladu s uvedeným ustanovením zákona č. 111/1998 Sb. zveřejněny posudky školitele a oponentů práce i záznam o průběhu a výsledku obhajoby kvalifikační práce. Rovněž souhlasím s porovnáním textu mé kvalifikační práce s databází kvalifikačních prací Theses.cz provozovanou Národním registrem vysokoškolských kvalifikačních prací a systémem na odhalování plagiátů.

V Českých Budějovicích 7.7.2023 ……………………………

(podpis)

Poděkování

Chtěla bych poděkovat doc. RNDr. Libuši Samkové, Ph.D. za její ochotu a odbornou pomoc, která mě nasměrovala k dokončení této práce. Přínosná literatura doc. Samkové mi pomohla k lepšímu zpracování a získání nových poznatků.

Dále bych ráda poděkovala ředitelům a třídním učitelkám základních škol, ze kterých jsem získávala data pro tuto práci, za jejich spolupráci, věnovaný čas a za to, že mi vyšli ve všem vstříc.

Anotace

Diplomová práce *Analýza žákovských řešení matematických úloh – slovní úlohy se zlomky* se zabývá kvalitativní analýzou dat z písemných prací zaměřenou na různé postupy řešení matematických úloh, které žáci používají při řešení slovních úloh se zlomky. Cílem této práce je provést analýzu žákovských řešení a na základě výsledků analýzy dat vytvořit několik úloh Concept Cartoons. Teoretická část je zaměřena na teorii slovních úloh, způsoby jejich řešení, dále na vymezení pojmu zlomek a jak se s nimi pracuje a v konečné části je popsána metoda Concept Cartoons. V praktické části jsou poté analyzována získaná žákovská řešení slovních úloh se zlomky. Vše je doplněno obrázky obsahující žákovská řešení.

Klíčová slova: žákovská řešení, Concept Cartoons, slovní úlohy, zlomky

Annotation

The diploma thesis *An analysis of student solutions of mathematical tasks – word problems with fractions* deals with a qualitative analysis of data from written papers focused on different methods of solving mathematical problems that students use when solving word problems with fractions. The goal of this work is to analyze student solutions and create several Concept Cartoons tasks based on the data analysis results. The theoretical part is focused on the theory of word problems, ways of solving them, the definition of the concept of fractions and how to work with them. In the final part is described the Concept Cartoons method. In the practical part have been analysed the student solutions of word problems with fractions. Everything is complemented with pictures containing student solutions.

Keywords: student solutions, Concept Cartoons, word problems, fractions

Obsah

Úvod

Učivo zlomků je pro žáky prvního stupně obtížná látka a záleží na učiteli, jak se tohoto téma zhostí a vysvětlí, co to zlomek vlastně je, a co představuje tak, aby si žáci mohli propojit pojem s pochopením. V teoretické části se zabývám právě popisem zlomků, jak se s nimi operuje a co představují.

Téma jsem si zvolila díky své vedoucí práce, která mi jej po předchozím rozhovoru navrhla. Téma této diplomové práce mě z pohledu nastávající učitelky zaujalo, protože jsem se chtěla více seznámit s matematickým myšlením dětí a zjistit, jaké chyby ve slovních úlohách se zlomky dělají nejčastěji, abych se na ně mohla sama v budoucí profesi zaměřit. Cílem této práce je zanalyzovat získaná žákovská řešení a na základě získaných dat zjistit, jaké chyby dělají žáci nejčastěji při řešení slovních úloh se zlomky. Podle těchto řešení poté vypracovat několik Concept Cartoons, které by mohly být dále využívány v praxi.

První kapitolou jsou již zmíněné zlomky, kde je popsána základní teorie zlomků, dále jak s nimi operovat, rozšířit je, nebo naopak zkrátit. Uvedeny jsou také základní pojmy, které se zlomky souvisí. Tato kapitola je završena podkapitolou slovní úlohy se zlomky, ve které je popsáno několik druhů slovních úloh, které se mohou na prvním stupni základních škol řešit.

Následující kapitola se zabývá slovními úlohami. V této kapitole je rozepsáno, jaké jsou strategie a fáze při řešení slovních úloh, dále jaké druhy slovních úloh se zlomky se na 1. stupni ZŠ řeší, nebo jaké chyby při řešení těchto úloh žáci podle různých autorů dělají.

Nakonec je v teoretické části zmíněna metoda Concept Cartoons. Čtenář se v této kapitole seznámí s počátky této metody, kdy a kdo tuto metodu vynalezl, čím se Concept Cartoons zabývá a k čemu slouží. Dále jsou v této kapitole uvedené možnosti využití těchto úloh ve výuce a jejich tvorba.

Praktická část se zabývá kvalitativní analýzou žákovských řešení matematických úloh ze získaných písemných prací. První část obsahuje získaná data ze tří pátých tříd základních škol. Data jsou doplněna tabulkou pro lepší přehlednost. V následující kapitole je provedena analýza žákovských řešení právě z těchto získaných písemných prací pátých tříd. Řešení jsou rozdělena podle jednotlivých tříd a jsou řazena od nejlépe hodnocených až po ty nejhůře hodnocené. Dále byl pro tuto diplomovou práci vytvořen pracovní list s úlohami, který byl následně předložen žákům ve dvou ze tří těchto pátých tříd. Data z těchto získaných pracovních listů jsou v praktické části zpracována a jednotlivá řešení jsou opět seřazena podle úspěšnosti řešení.

Konečná část této práce se zabývá opět metodou Concept Cartoons. Na základě získaných žákovských řešení bylo vytvořeno několik obrázků Concept Cartoons, které popisují jednotlivé postupy a každý obrázek je doplněn popisem. Závěr obsahuje zhodnocení získaných žákovských řešení.

1. Teoretická část

1.1. Zlomky

Před formální výukou má většina předškoláků základní znalosti o zlomcích. Malé děti předškolního věku úspěšně řeší nesymbolické výpočty se zlomky, rozumějí zlomkům a projevují raný smysl pro dělení. Navzdory těmto raným základním schopnostem mohou u dětí také nastat mylné představy o zlomcích, které mohou přetrvávat a následně dělat potíže i během celého průběhu základní školy (Jordan et al., 2017). Podobně popisují zlomky i Šarounová et al. (1997), kdy již malé děti ví, co znamená půlka chleba, půl hodiny nebo půl sklenice vody. Na prvním stupni se toto povědomí o zlomcích rozšiřuje, žáci se učí, co to znamená rozdělit koláč na třetiny, osminy a také co se stane s celkem, pokud ho takto rozdělíme. Gabriel et al. (2013) uvádějí, že samotná výuka zaměřená na zlomky začíná ve 4. ročníku, kde se žáci učí číst a reprezentovat hodnotu zlomku. Začnou umisťovat zlomky na odstupňovanou číselnou řadu. Naučí se zjednodušovat zlomky. Naučí se sčítat a odčítat zlomky s malými společnými jmenovateli. V 5. třídě se děti učí více o zlomcích jako číslech a o tom, jak reprezentují veličiny. V dalších ročnících jsou žáci vedeni k převádění zlomků na desetinná čísla a naopak. Používají sčítání a odčítání zlomků s různými jmenovateli (Gabriel et al., 2013). Autoři Šarounová et al. (1997) píší, že na druhém stupni se již pracuje se zlomky naplno a provádí se početní operace, protože zlomky patří k obtížnému učivu. Žáci se se zlomky setkávají v podstatě celou školní docházku.

Podle Švecové et al. (2022) je zpracování zlomků součástí našeho každodenního života, a navíc hrají klíčovou roli v matematice, protože se podílejí na *„pravděpodobnostním, proporcionálním a algebraickém uvažování"*. Zlomky také zahrnují kvalitativní skok pro studenty, kteří se učí matematiku, neboť patří k jednomu z nejproblematičtějších tematických celků ve výuce matematiky. Prokázala to řada slovenských, českých i zahraničních studií (Švecová et al., 2022).

Podle Hejného et al. (2004) je pro žáky zlomek jen jako *„objekt aritmetických operací s uspořádanou dvojicí čísel."* Žáci se většinou naučí, jak se se zlomky počítá a pracuje, ale bohužel to často není propojeno s pochopením, co zlomek představuje (Hejný et al., 2004).

1.1.1. Vymezení pojmu zlomek

Zlomky, jak je obecně známo, patří mezi racionální čísla. Odvárko & Kadleček (1998) definují racionální čísla, jako čísla, která se dají znázornit pomocí zlomků, jejichž čitatele zapisujeme celým číslem a jmenovatel je přirozené číslo.

Kotyra & Sivošová (2004) popisují zlomek jako celek, který můžeme rozdělit na libovolný počet částí, které ale musí být stejně velké, tzn. nesmí mít každá část jinou velikost. Autoři se dále vyjadřují ke zlomkům takto: *„Zlomek je jiný zápis podílu dvou čísel. Podíl dvou čísel můžeme zlomkem nebo smíšeným číslem vyjádřit přesně.“* (Kotyra & Sivošová, 2004, s.15)

Podle Blažkové et al. (1997) se zlomek ve druhém období 1.stupně ZŠ vykládá pomocí manipulativních činností, kde si žáci samostatně zkouší rozdělovat různé věci na části. Naučí se tím, co jednotlivé části představují, a že je možné tyto části zapsat pomocí zlomku.

		čitatel
Zlomek má dle Hermana (1994) 3 části:	$\frac{2}{5}$	zlomková čára
		jmenovatel

To, na kolik stejných dílů jsme celek rozdělili, vyjadřuje jmenovatel. Čitatel naopak určuje, kolik částí z celku je vybráno (Herman, 1994). Zlomková čára se zapisuje jako první a bývá ve stejné výši jako znaménko rovná se. Nahoru se poté dopisuje čitatel a dolu jmenovatel (Kindl, 1980). Podle Slouky (1994) se u zlomku nejdříve přečte čitatel, tedy kolik částí z celku zlomek vyjadřuje, a poté na kolik částí vyjádřených jmenovatelem je celek rozdělen. *„Rozdělíme-li celek na dvě stejné části, nazývají se poloviny, tři stejné části třetiny, deset stejných částí desetiny atd.“* (Slouka, 1994, s.33)

Slouka (1994) uvádí, že každé celé číslo můžeme zapsat zlomkem a každý zlomek, který má stejného čitatele i jmenovatele můžeme zapsat celým číslem 1.

Např.: $23 = \frac{23}{1}$; $\frac{23}{23} = 1$

„Rovněž lze zapsat nulu jako zlomek, např. $\frac{0}{2}$, $\frac{0}{10}$ *atd.“* (Slouka, 1994, s.33)

Zlomek, který má ve jmenovateli 0, však nemá žádný význam, protože nelze dělit celek na 0 částí (Herman, 1994).

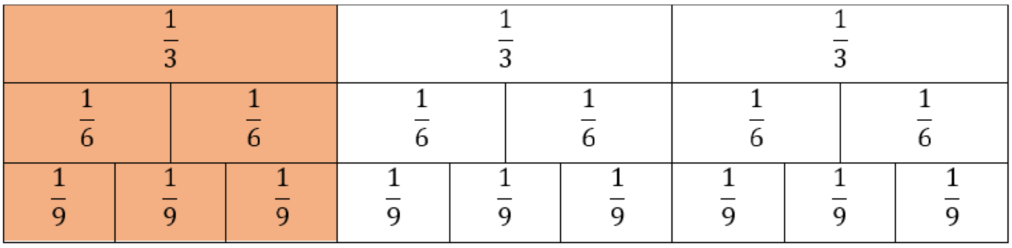
1.1.2. Porovnávání zlomků

Porovnáváním zlomků zjišťujeme, který ze zlomků vyjadřuje větší část celku neboli, který zlomek je větší nebo menší. Na 1. stupni ZŠ se porovnávání zlomků může zavádět pomocí didaktických pomůcek, jako jsou např. pěnové nebo papírové zlomky. Žáci si na nich lépe osvojí představu o zlomcích.

„Zlomky, které jsou různě zapsány, ale určují stejnou délku nebo obsah, se navzájem rovnají. Když máme dva zlomky, které se navzájem rovnají, můžeme nahradit jeden druhým.“ (Kotyra a Sivošová, 2004, s.19)

Např.: $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$ atd. (Zlomky jsou různě zapsány, ale určují stejnou velikost)

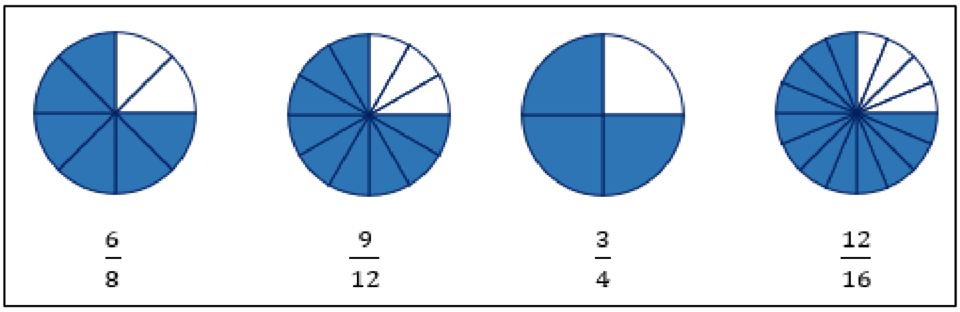
Na obrázku (viz obrázek 1 a 2) je vidět, že i když se jmenovatele zlomků liší, jsou zlomky díky většímu počtu čitatelů stále stejně velké.



Zdroj: vlastní

Obrázek 1 – Porovnávání zlomků

„Kterýkoliv zlomek z množiny všech navzájem rovnajících se zlomků $(\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \ldots)$ *vyjadřuje totéž racionální číslo.“* (Čižmár, 1989, s.129)



Zdroj: vlastní

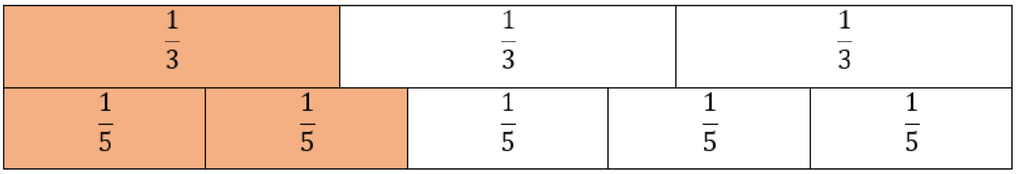
Obrázek 2 – Porovnávání zlomků

Čižmár (1989) vysvětluje v učebnici matematiky, jak poznáme racionální čísla. Pokud jsou vyznačené stejné části kruhu, zlomky se vždy budou rovnat. Pokud bychom tato čísla znázornili na číselné ose, umístění těchto čísel by bylo na stejném místě, tudíž by se tato čísla vždy rovnala.

Pokud by byly znázorněny dva zlomky, které se naopak vzájemně nerovnají, potom je jeden z nich větší než ten druhý a použili bychom znaménko > nebo < pro jejich porovnání (Kotyra a Sivošová, 2004).

Např.: $\frac{1}{3} < \frac{2}{5}$

Dané zlomky mohou být znázorněny graficky (viz obrázek 3), aby se porovnaly jejich velikosti. Pokud se dva stejně dlouhé obdélníky rozdělí na různý počet stejných částí, mohou být zlomky pomocí znázornění porovnány.



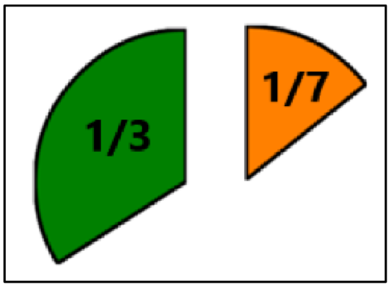
Zdroj: vlastní

Obrázek 3 – Porovnávání zlomků

Kotyra a Sivošová (2004) vysvětlují, že na číselné ose je možné znázornit, jakou část z celku zlomky tvoří a porovnat je mezi sebou, abychom určili jejich rovnost. Pro určení takovéto rovnosti jsou dle Kotyry a Sivošové (2004) vymezena určitá pravidla:

a) Prvním pravidlem je dle Kotyry a Sivošové (2004) **porovnávání zlomků s různým jmenovatelem zpaměti.** Autoři popisují, že: *„Pokud mají dva zlomky čitatele 1, tak větší je ten zlomek, který má menšího jmenovatele. Podle tohoto pravidla platí, že* $\frac{1}{2} > \frac{1}{10}$*, protože menší jmenovatel představuje větší část a 2 je menší než 10. Takovéto zlomky, které mají v čitateli jedničku, nazýváme kmenové zlomky.“* (Kotyra a Sivošová, 2004, s. 35)

Toto pravidlo se žákům často plete, protože je pro ně těžké představit si část znázorňující daný zlomek. Od malička jsou žáci učeni, že větší číslo je víc, ale v tomto pravidle představuje větší část menší číslo. Porovnávání zlomků s různými jmenovateli je dobré navozovat pomocí didaktických pomůcek nebo grafických modelů. Např. na obrázku (viz obrázek 4) je možné porovnat velikost zlomků $\frac{1}{3}$ a $\frac{1}{7}$ a je zde viditelné, že čím menší je jmenovatel, tím větší je daná část.

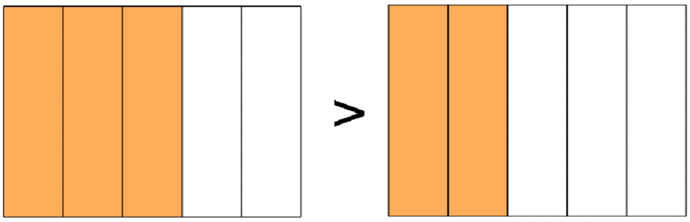


Zdroj: vlastní

Obrázek 4 – Porovnávání zlomků

b) Dalším pravidlem je dle Kotyry a Sivošové (2004) **porovnávání zlomků se stejným jmenovatelem.** Toto pravidlo bývá dle mých zkušeností pro žáky jednodušší než zlomky s různými jmenovateli, protože v tomto pravidle platí, že větší číslo představuje větší část. Kotyra a Sivošová (2004), ale také Herman (1994), vysvětlují porovnávání zlomků se stejným jmenovatelem tak, že *„pokud mají dva zlomky stejné jmenovatele, větší je ten zlomek, který má většího čitatele. Podle tohoto pravidla tedy platí, že* $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$*, protože 3 > 2.“* (Kotyra a Sivošová, 2004, s. 36)

Na obrázku (viz obrázek 5) jsou porovnávány zlomky $\frac{3}{5}$ a $\frac{2}{5}$, které jsou znázorněny dvěma obdélníky rozdělenými na stejný počet částí. V prvním obdélníku jsou vyznačeny 3 tyto části a ve druhém 2 části, jenž určují čitatele daných zlomků. Dle pravidla, které zmiňují Kotyra a Sivošová (2004) výše, platí, že větší číslo představuje větší část a 3 části jsou více než 2, tudíž platí, že $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$.



Zdroj: vlastní

Obrázek 5 – Porovnávání zlomků

c) Třetím pravidlem je dle Kotyry a Sivošové (2004) **porovnávání zlomků se stejným čitatelem**, které popisují takto *„pokud mají dva zlomky stejné čitatele, tak větší je ten* *zlomek, který má menšího jmenovatele. Podle tohoto pravidla platí, že* $\frac{3}{5} > \frac{3}{10}$*, protože 5 > 10.“*(Kotyra & Sivošová, 2004, s. 37)

Pro toto pravidlo je dle mého názoru lepší znázornění zlomků graficky. Na vytvořeném obrázku (viz obrázek 6), který potvrzuje výše uvedený názor, jsou porovnávány dva zlomky $\frac{3}{5}$ a $\frac{3}{10}$. Pro pravidlo **porovnávání zlomků se stejným čitatelem** je lepší znázornit si zlomky pomocí obdélníků, které jsou stejně velké. Tyto obdélníky se podle jmenovatele rozdělí na daný počet stejně velkých částí, a poté stačí vyznačit počet částí určených čitatelem. Na znázornění pak můžeme pozorovat, že větší zlomek je ten, který má menšího jmenovatele.

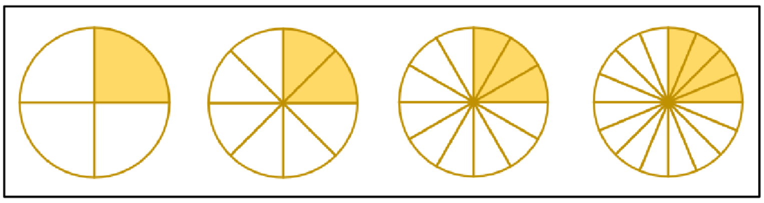
Zdroj: vlastní

Obrázek 6 – Porovnávání zlomků

1.1.3. Rozšiřování a krácení zlomků

V případě dvou zlomků, u kterých není stejný jmenovatel ani čitatel, je nutné tyto zlomky podle Kotyry a Sivošové (2004) upravit pomocí krácení či rozšíření. Dle autorů jde o upravení zlomků tak, aby měli společného jmenovatele nebo čitatele. **Rozšiřování** zlomku popisuje Herman (1994), který ve své publikaci uvádí, že pokud u zlomku vynásobíme stejným přirozeným číslem čitatele i jmenovatele, tak hodnota zlomku zůstává stejná. Autor Čižmár (1989) v učebnici matematiky pro 6. ročník doplňuje toto tvrzení tím, že by mělo být rozšiřující číslo různé od nuly, jinak by zlomek neměl smysl.

Př.: $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \cdots$



Zdroj: vlastní

Obrázek 7 – Rozšiřování zlomků

Čižmár (1989) představuje ve své učebnici příklad, kde je základní zlomek $\frac{1}{3}$, přičemž pokud se zlomek rozšíří číslem 2, vznikne následující zlomek $\frac{2}{6}$. V případě, že je základní zlomek $\frac{1}{3}$ rozšířen číslem 3, vznikne zlomek $\frac{3}{9}$ a při rozšíření základního zlomku číslem 4, vznikne zlomek $\frac{4}{12}$. Autor tak poukazuje na základní princip při rozšiřování zlomků.

Naopak **krácením zlomků** se zajímá ve své publikaci Slouka (1994), který krácení popisuje jako stejný postup, který byl použit při rozšiřování zlomků, s rozdílem, že místo násobení je používáno při krácení zlomků dělení. To znamená stejným číslem vydělit čitatele i jmenovatele, čímž dojde ke zkrácení (Slouka, 1994).

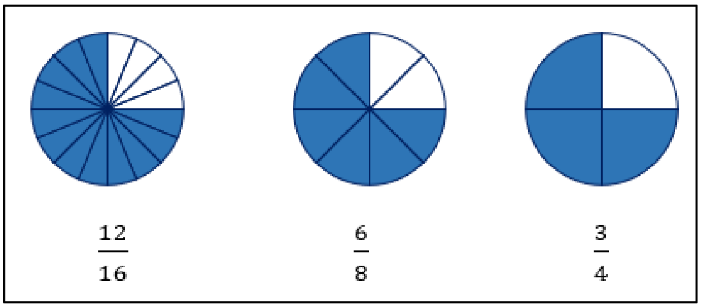
Důležité je podle Slouky (1994) upozornit na skutečnost, která je specifická při krácení – krátit zlomky jde jen v případě, že čitatel i jmenovatel mají společného dělitele tzn. jsou soudělná. *„Za nesoudělná čísla považujeme taková přirozená čísla, která mají jediného vzájemného dělitele a to jedničku.“* (Slouka, 1994, s. 35)

„Jsou-li čitatel a jmenovatel čísla nesoudělná, říkáme, že je zlomek v základním tvaru. Výsledky příkladů vždy upravujeme do základního tvaru.“ (Slouka, 1994, s.35)

1.1.4. Základní pojmy zlomků

1.1.4.1. Zlomek v základním tvaru

Pokud hovoříme o zlomku v základním tvaru, tak jde vždy o zlomek, u kterého čitatel a jmenovatel nejsou dále soudělná čísla. Hodnota zlomku se nemění, pokud dojde ke krácení zlomku na základní tvar.



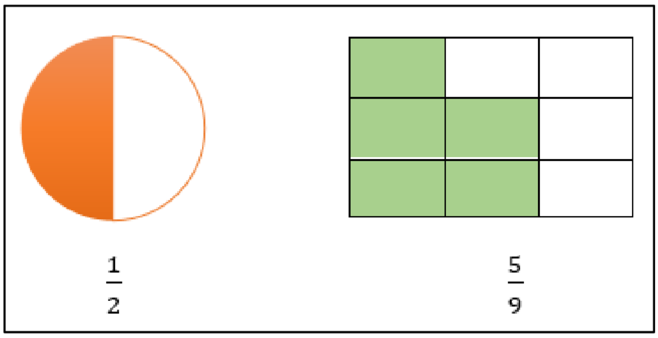
Zdroj: vlastní

Obrázek 8 – Porovnávání zlomků

1.1.4.2. Zlomek pravý

Na prvním stupni základních škol žáci pracují pouze s kladnými čísly. Šarounová et al. (1997) zdůrazňují, že vzhledem k používání kladných čísel můžeme tvrdit, že *„pravý* *zlomek je menší než 1, tedy jeho čitatel je menší než jeho jmenovatel.*“ (Šarounová et al., 1997, s.93)

Na obrázku (viz obrázek 9 vlevo) je zobrazena jedna polovina. Čitatel je menší než jmenovatel (tj. 1 < 2), tudíž se jedná o pravý zlomek. A stejně tak je tomu u druhého zlomku (viz obrázek 9 vpravo), kde je opět zobrazen větší jmenovatel než čitatel (tj. 5 < 9).



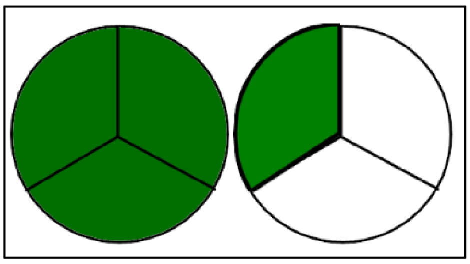
Zdroj: vlastní

Obrázek 9 – Zlomek pravý

1.1.4.3. Zlomek nepravý

Všechny zlomky, které mají větší čitatel než jmenovatel, jsou nepravé zlomky (Šarounová et al., 1997, s.93).

Na obrázku 10 jsou zobrazeny čtyři třetiny v podobě dvou koláčů. Jeden koláč je zcela vyplněný a druhý má vybarvenou pouze chybějící jednu část, protože nepravý zlomek je větší než jeden celek. Čitatel je v tomto případě větší než jmenovatel (tj. 4 > 3), tudíž se jedná o zlomek nepravý.



$$\frac{4}{3} = 1\,\frac{1}{3}$$

Zdroj: vlastní

Obrázek 10 – Zlomek nepravý

Nepravé zlomky činí podle výzkumu Resnick et al. (2016) žákům větší potíže než pravé zlomky. Pro mnoho žáků představují nepravé zlomky menší část než jedna, stejně jako pravé zlomky. Autoři Šarounová et al. (1997) ve své práci píší, že: „*Nepravé zlomky* *můžeme zapsat celým číslem a zlomkem. Takto zapsaná čísla nazýváme smíšená čísla. Smíšená čísla se skládají z celého čísla a zlomkové části.*" (Šarounová et al., 1997, s.93)

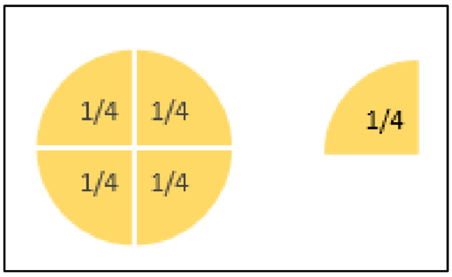
1.1.4.4. Smíšená čísla

Herman (1994) ve své práci zmiňuje, že smíšenými čísly nazýváme čísla, u nichž je čitatel větší než jmenovatel a jsou znázorněny pomocí celého čísla a zlomku. Zlomek je obecně brán jako menší část celku. U smíšených čísel se jedná o rozdělení několika celků (tj. více celků než 1), kdy ze zbývajícího celku zbývá jen část (Herman, 1994).

Herman (1994) považuje za výhodnější při matematických výpočtech přejít od smíšených čísel ke zlomkům. Autor dále uvádí, že v případě zlomků s malým čitatelem i jmenovatelem je možné tyto zlomky formulovat zpaměti smíšenými čísly. Pokud zlomek nejde vyjádřit smíšenými čísly zpaměti, je nezbytné provést dělení čitatele jmenovatelem (Herman, 1994).

Při převádění zlomku na smíšené číslo postupujeme podle popisu Slouky (1994) následovně:

Máme zlomek např. $\frac{5}{4}$. Vydělíme-li čitatele jmenovatelem: 5 : 4 = 1 (zbytek 1), vznikne nám smíšené číslo: $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$



Zdroj: vlastní

Obrázek 11 – Smíšená čísla

1.1.5. Operace se zlomky na 1. stupni ZŠ

„Racionální čísla lze mezi sebou sčítat, odčítat, násobit i dělit. Výsledkem je vždy racionální číslo. Jedinou výjimkou je dělení nulou, které, jak víme, nemá smysl." (Herman, 1994, s.99)

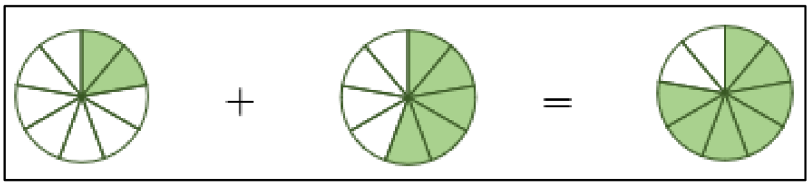
Na prvním stupni se žáci učí sčítání a odčítání zlomků se stejným jmenovatelem.

1.1.5.1. Sčítání zlomků

„Sčítání zlomků má stejné vlastnosti jako sčítání celých čísel. Součet zlomků se nezmění, když změníme pořadí sčítanců. Říkáme, že sčítání je komutativní, tzn. že nezáleží na pořadí sčítanců.“ (Kotyra & Sivošová, 2004, s.55)

Justová (1997) vysvětluje v učebnici pro 5. ročník sčítání zlomků se stejným jmenovatelem tak, že stačí sečíst čitatele zlomku a jmenovatele stačí jen opsat, ten zůstává stejný.

Např.: $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{7}{9}$



Zdroj: vlastní

Obrázek 12 – Sčítání zlomků

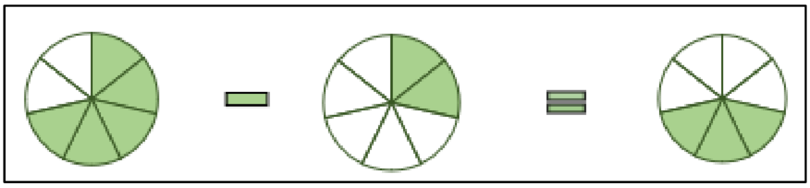
Na obrázku (viz obrázek 12) se sečetl pouze počet všech vyznačených částí 2 + 5 = 7 a jmenovatel zůstal stejný.

1.1.5.2. Odčítání zlomků

„Pomocí odčítání dvou zlomků můžeme zjistit, který z nich je větší. Pokud je rozdíl dvou čísel 0, tak se čísla vzájemně rovnají.“ (Kotyra & Sivošová, 2004, s.57)

Zlomky se stejným jmenovatelem, jak popisuje např. Justová (1997) se odčítají tak, že se vzájemně odečtou čitatele zlomků a jmenovatel se pouze opíše, zůstane stejný.

Např.: $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$



Zdroj: vlastní

Obrázek 13 – Odčítání zlomků

Na obrázku (viz obrázek 13) se odečetl pouze čitatel 5 – 2 = 3 a jmenovatel zůstal stejný.

1.1.6. Zlomky a grafy

„Graf by měl být vnímán jako prostředek srozumitelného, přehledného a jednoduchého vyjádření zdánlivě složitého problému či vztahu.“ (Hošpesová, 2001, s.86)

Grafické znázornění zlomků pomáhá žákům seznámit se a představit si, co zlomek vlastně znamená. Pomocí různých modelů, které se učí rozdělovat na stejně velké části a vybarvování těchto částí si žáci mohou uvědomit, co představuje část zlomku.

Jmenovatel vždy určí, na kolik částí by se měl zvolený model rozdělit. Čitatel naopak určí, kolik z těchto částí se má vybarvit (Hošpesová, 2001).

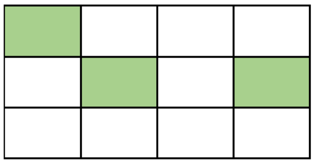
Takovými modely, které mohou žáci používat a jsou nejčastěji uváděny v učebnicích matematiky (Hošpesová, 2001; Novotný & Novák, 2021; Odvárko & Kadleček, 1998), jsou např.:

- kruhové, nebo-li „**koláčové**“, které mají tvar kruhu nebo n-úhelníku
  - tyto modely se hodí pro zlomky, které mají menší jmenovatele, ale zároveň by se měl dát daný jmenovatel dobře dělit
  - dle mého názoru dělá žákům problém tímto modelem rozdělit lichá čísla na stejně velké části, především pak prvočísla větší než 5

Zdroj: vlastní

Obrázek 14 – Kruhové grafy

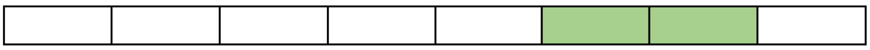
- obdélníkové (čtvercové) - pro lepší pochopení se používá např. tabulka **čokolády**



Zdroj: vlastní

Obrázek 15 – Obdélníkové grafy

- tyčové modely
  - hodí se pro všechny zlomky, které mají menší čitatele, které jsou navíc těžce znázornitelné pomocí předchozích modelů, např. sedmina, pětina, třináctina, …
  - zároveň jsou tyto modely vhodné pro porovnávání dvou nebo více zlomků



Zdroj: vlastní

Obrázek 16 – Sčítání zlomků

Ve všech použitých modelech je znázorněna stejná část $\frac{1}{4}$ celého obrazce.

1.2. Slovní úlohy

Slovní úlohy jsou popisovány autory různě, nejčastěji je slovní úloha vymezována jako matematický problém, zasazený do nějaké reálné situace. Slovní úlohy lze řešit různými postupy, které jsou však určeny pro jednotlivé typy úloh. Vondrová (2019) ve své publikaci popisuje slovní úlohu jako úlohu, která má nějaký reálný nebo vymyšlený kontext, kde jsou současně obsaženy v úloze nějaké numerické údaje a jiné numerické údaje se musí najít. Taktéž Vyšín (1962) se o slovních úlohách zmiňuje tak, že se jedná o úlohu, která je formulována slovy a k vyřešení je potřebné využít aritmetických nebo také algebraických postupů. Autoři Verschaffel et al. (2020) popisují slovní úlohy jako úlohy, které jsou obvykle definovány jako verbální popisy problémových situací prezentované v rámci školního prostředí, kde je vznesena jedna nebo více otázek, na které lze získat odpověď pomocí aplikací matematických operací (Verschaffel et al., 2020).

Z hlediska psychologie je slovní úloha specifickým problémem či situací, kdy její rozřešení vyžaduje hledání nového postupu nebo řešení. (Sternberg, 2003 In: Vondrová, 2019)

Autorka Kaslová (2010) tvrdí, že slovní úlohu lze rozdělit na dvě části. V první části se sdělují prostřednictvím popisu nebo vyprávění informace formou slov. Ve druhé části se nachází otázky a úkoly. V popisné části je popsán určitý problém, ke kterému je nutné použít matematických řešení jako například kalkul, usuzování, uvažování, odhad, porovnávání, měření, určení limitů a konstrukci. Slovní úlohy lze řešit různými uvedenými metodami řešení. Taktéž Hejný & Stehlíková (1999), podle kterých můžeme říct, že každá slovní úloha obsahuje údaje a otázku, zmiňují, že „údajem nazýváme buď číslo samo nebo kteroukoliv z jeho funkcí." (Hejný & Stehlíková, 1999)

V úlohách na 1. stupni základní školy jsou podle Coufalové (2016) většinou jen ty údaje, které žák potřebuje k vyřešení slovní úlohy. Autorka uvádí, že pokud jsou cílem takové údaje u slovních úloh žádoucí, jsou z časových a edukativních důvodů nejvhodnější. Pokud je cílem u žáků rozvíjet logické myšlení, měly by být také zařazeny slovní úlohy, kde budou chybět údaje nebo zde budou naopak nadbytečné údaje. V případě nadbytečných nebo chybějících údajů v zadání slovních úloh, se stávají úlohy náročnějšími. Nezbytná je pozorná analýza textu ze strany žáka a také určit, jaké údaje ve slovní úloze chybí nebo ty, které jsou zcela pro danou slovní úlohu nepodstatné

(Coufalová, 2016). Autorka Coufalová (1998) ve své dřívější publikaci konstatuje, že *„cílem vyučování slovních úloh na 1. stupni není jen naučit žáky provádět početní výkony, ale umět je správně použít v praktických situacích."* (Coufalová, 1998, s. 12)

Coufalová (2016) rozděluje slovní úlohy podle cíle:

a) ilustraci učiva
b) motivaci učiva
c) procvičování učiva
d) prověřování zvládnutí učiva
e) získávání nových poznatků

Dle Vondrové (2019) je žákovým úkolem danou situaci matematizovat. Žák by měl dokázat označit prvky, které budou formulovány pomocí matematických symbolů. Následně musí žák zjistit, jaké operace či postupy je nutné s prvky provádět a také například v jakém pořadí, neboť by jinak nemohla být úloha správně vyřešena. Dále autorka vysvětluje, že *„řešení je následně třeba ověřit, protože mnohé slovní úlohy sugerují více možností matematizace, kdy tvůrce úlohy vědomě postupuje opačným směrem, než očekává od žáka, který bude úlohu řešit."* (Vondrová, 2019, s.15)

1.2.1. Řešení slovních úloh

Řešení reálných úloh je jedním z důležitých cílů ve výuce matematiky a je zakotven ve vzdělávacích standardech určených matematickými modelovacími dovednostmi. Tyto úkoly vyžadují seriózní zkoumání reálného světa, stejně jako porozumění textu, tak aby bylo možné je úspěšně vyřešit (Leiss et al., 2019).

Leiss et al., (2019) upozorňují na důležitost strategie v procesu porozumění slovních úloh. Ve výzkumném článku autoři rozdělují proces řešení do jednotlivých strategických fází. Tyto fáze lze rozdělit na strategie organizace, zpracování a opakování:

- Strategie organizace (popisování s případným vyhledáváním informací v textu úkolu, podtrhávání v textu úkolu, podtrhávání ve vlastních poznámkách, cílené vyhledávání informací v textu úkolu)

- Strategie zpracování (shrnutí textových informací/textových pasáží vlastními slovy, poznámky ke kontextu)

- Opakovací strategie (opakování textu)

Podle Coufalové (2016) se s řešením slovních úloh nejčastěji setkáváme na 1.stupni ZŠ při procvičování a upevňování učiva. Jak popisuje Vondrová (2020) *„řešením úloh učitel ověřuje, jak žáci zvládli učivo, diferencuje úlohy podle úrovně žáků, spojuje nové učivo s již dříve osvojenými poznatky. Schopnost žáků řešit slovní úlohy je pro ně výhodná nejen ve škole, ale i při řešení problémů z každodenního života.“* (Vondrová, 2020, s. 15)

„Při řešení matematických slovních úloh žákům dochází, že v úlohách, ve kterých se objevují realistické situace, učitel zjišťuje, zda mají žáci potřebné dovednosti k aplikaci početní operace, ale reálnost kontextu pro ně není důležitá.“ (Rendl & Vondrová, 2013, s. 21)

Kuřina (2011) uvádí, že *„základním problémem řešení úloh je jejich atraktivnost, jako jedna z kladných složek motivace žáka. Mají-li se žáci něčemu naučit, musí se chtít učit.“* (Kuřina, 2011, s. 65)

Častá neúspěšnost žáků v řešení slovní úloh spočívá dle Vondrové (2020) v různých důvodech, jako může být například nezvládání matematizace. Podobně problém řešit slovní úlohy popisuje Coufalová (2016) takto: *„Dříve, než žák začne problém řešit, musí mu dokonale porozumět. První podmínkou je, aby dítě rozumělo textu úlohy.“* (Coufalová, 2016, s. 9) Vondrová et al. (2022) zmiňují, že podle výzkumů Reussera (1985) žáci chybují v řešeních slovních úloh, protože si *„neumějí vytvořit dostatečně kvalitní situační model.“* Rendl & Vondrová (2013) podobně popisují, že problémy žáků se slovními úlohami většinou tkví v absenci logického myšlení a také ve špatné čtenářské gramotnosti tzn., že žáci špatně porozumí textu nebo třeba i různým slovům, dále může jít o chybně zapsané odpovědi. Výjimkou není ani špatné znázornění (Rendl & Vondrová, 2013).

Vondrová & Rendl (2015) se vyjadřují ke slovním úlohám tak, že pro děti, jsou tím nejnáročnějším učivem v matematice. Nejčastější chyby vidí autoři v nedostatečných čtenářských schopnostech u žáků, bez kterých nejsou schopni plně pochopit zadání slovní úlohy (Vondrová & Rendl 2015). Podobně i Rakoušová (2011) ve svém elektronickém příspěvku popisuje slovní úlohy s tím, že jsou samotnými žáky označovány jako velmi složité, problémové a celkově jsou tedy slovní úlohy žáky vnímány negativně. Nicméně prozatím neexistuje metoda, která by negativní pohled žáků ovlivnila k pozitivnějšímu vnímání slovních úloh. Dále autorka zmiňuje, že slovní úlohy jsou zásadní jak pro rozvoj matematiky, tak stejnou měrou jsou důležité i v reálném životě (Rakoušová, 2011).

Podle Blažkové et. al (2002) je nutné postupovat při řešení úloh následujícími fázemi:

1. První fází je **pochopení textu.** V této fázi autoři Blažková et. al (2002) uvádějí, že je nutné pochopit, co je předmětem otázky, neboť pokud je text slovní úlohy příliš dlouhý nebo pokud textu nedokáže žák plně porozumět zadání slovní úlohy. Vhodné je v takových případech stručný zápis zadání (Blažková et al., 2002).

2. Druhou fází je dle autorů Blažková et. al (2002) **rozbor** slovní úlohy neboli jeho zápis v podobě grafického znázornění. O rozboru hovoří i autorka Coufalová (1998), která uvádí, že *„rozboru úlohy musíme věnovat dostatek času hlavně při řešení nového typu úloh. Když žák získá již dostatek zkušeností s úlohami daného typu, lze rozbor zkrátit.“* (Coufalová, 1998, s. 39). Blažková et al. (2002) jsou názoru, že vztahy mezi údaji v úloze je žádoucí ilustrovat na určitém modelu nebo graficky. Možnosti grafického znázornění by měli dle autorů být žáci schopni poznat a správně je vybrat dle typu konkrétní úlohy. Správné grafické znázornění při řešení slovních úloh složených je základem, protože jinak velké množství žáků nedokáže identifikovat správný postup řešení, případně žáci mohou řešit úlohu špatně (Blažková et al., 2002).

3. Třetí fází je **matematizace reálné situace, která je vyjádřená textem.** V této fázi je nutné podle Blažkové et al. (2002) vytvořit z údajů ve slovních úlohách početní příklad a následně jej řešit pomocí písemných nebo například pamětných algoritmů. Aby mohlo být toto zrealizováno, je důležité zavedení správných označení neznámých údajů jako například písmenem, rámečkem a podobně. Aby došlo ke zdárnému naplnění této fáze, je nutné převést správně text slovní úlohy do matematického vyjádření (Blažková et al., 2002).

4. Čtvrtá fáze **je řešení matematické úlohy,** kde autoři Blažková et al. (2002) popisují tuto fázi, kde je cílem vyřešit danou matematickou úlohu jako například rovnici, nerovnici nebo početní příklad. Řešení je realizováno pomocí písemných či pamětných algoritmů, respektive jde o výpočet výsledku, přičemž na úspěšnost

řešení slovní úlohy žákem, má zásadní vliv stupeň úspěšnosti početních operací (Blažková et al., 2002).

5. Pátou fází je **zkouška správnosti**, kterou realizujeme dosazením do textu úlohy. Řešení i text slovní úlohy musí korespondovat s reálnou situací (Coufalová, 1998). Taktéž Blažková et al. (2002) popisují zkoušku správnosti a to tak, že díky zkoušce je ověřena správnost řešení a ohledem na zadání úlohy. Zkouška správnosti mnoha žákům pomáhá pochopit řešení slovní úlohy, včetně zvýšení úspěšnosti žáků. Je žádoucí, aby se stala zkouška správnosti u žáků návykem (Blažková et al., 2002).
6. **Poslední, šestou fází je dle Blažkové et al. (2002) odpověď na otázku**. Každé řešení slovní úlohy v konečné fázi zastřešuje odpověď, přičemž s touto fází má značný počet žáků obtíže, které spočívají v problematice formulace toho, co žáci vypočítali. Coufalová (1998) uvádí, že správné vyjadřování odpovědí žák získává postupně, jde o rozvoj žáka ve smyslu vyjadřovacích schopností.

Matematické řešení slovních úloh se, jak charakterizuje ve své práci Stern (1993), transparentně liší od výpočtů, protože slovní úlohy jsou prezentovány lingvisticky a vyzývají studenty ke čtení a interpretaci problému, reprezentují sémantickou strukturu problému a volí strategii řešení. Pochopení jazyka slovních úloh (první krok v procesu) může studentům prvního stupně usnadnit schopnost reprezentovat strukturu slovních úloh, a proto úspěšně zvolit a dokončit strategii řešení (Stern, 1993).

Italští autoři (Capone et al., 2021) poukazují a čerpají z několikaletého výzkumu v národním matematickém vzdělávání v Itálii, které se zaměřuje na výzkum obtíží spojených s procesem řešení slovních úloh na základních školách s akcentem na první stupeň a konkrétně na 2 až 5. třídu. Důraz je kladen zejména na hlavní faktory, které mohou ovlivnit studenty při výběru implementace strategií řešení. Autoři ve svém výzkumném článku poukazují také na skutečnost, že většina obtíží, s nimiž se studenti setkávají při řešení slovních úloh, se týká implementace strategie řešení, přičemž je nutné při implementaci strategie přihlížet na různé narušující subfaktory, jako je například stres, neklidné prostředí nebo nedostatečné znalosti studentů. Jako další problém vidí autoři v porozumění textu slovní úlohy (Capone et al., 2021).

Aplikace matematiky k řešení slovních úloh v reálném světě může být užitečně podle autorů Depaepe et al. (2010) považována za komplexní proces zahrnující řadu fází.

Existuje mnoho různých popisů tohoto modelování, ale v podstatě všechny zahrnují následující složky (které se nemusí nutně řídit striktně lineárním pořadím): Pochopení a definování problémové situace vedoucí k situačnímu modelu; vytvoření matematického modelu relevantních prvků, vztahů a podmínek zakotvených v situaci; práce s modelem pomocí disciplinárních metod k odvození některých matematických výsledků; interpretace výsledku výpočetní práce ve vztahu k původní slovní úloze; vyhodnocení kontrolou, zda je interpretovaný matematický výsledek vhodný a přiměřený pro svůj účel; a sdělování získaného řešení původního reálného problému (Depaepe et al., 2010).

1.2.2. Chyby při řešení slovních úloh

Polya (1973) předpokládal, že řešení problému má čtyři fáze: pochopení problému, plánování strategie, implementace plánu a přezkoumání odpovědí. Podle Newmana (1977) se však řešení problémů skládá z pěti kroků: čtení, porozumění, transformace, zpracovatelské dovednosti a kódování. Ndalichako (2013) tvrdí, že příčiny obtíží při řešení problémů zahrnují nepochopení vhodných postupů, které je třeba při řešení problémů použít, složitost úkolu, a procesní zobecnění postupů i v nevhodných situacích.

Podle studie Tong & Loc (2017) zahrnuje proces řešení slovních úloh obvykle čtyři následující kroky:

- Pozorné čtení zadání problému
- Shrnutí problému pro stanovení vztahu mezi danými čísly jazykem, symbolem, shrnutí podmínek problému nebo znázornění těchto podmínek pomocí diagramů, nákresů
- Analýza problému za účelem plánování řešení
- Provádění výpočtů v sekvencích, které byly nastaveny a zapisování řešení

Ve své publikaci Tong & Loc (2017) uvádí, že výše uvedený proces vyžaduje velké množství dovedností analýzy, syntézy a řešení problémů, které ne všichni studenti mají, a tak mohou při řešení slovních úloh dělat chyby. Od 1. do 2. ročníku již studenti znají řešení matematických úloh, ale pouze jednoduché slovní úlohy. Ve třetí třídě se žáci začínají setkávat s problémy se složitějšími vztahy, které je nutné provést ve dvou krocích, tudíž je pro žáky často obtížné rozpoznávat, analyzovat nebo aplikovat metody řešení, což vede k nešťastným chybám (Tong & Loc, 2017).

1.2.3. Slovní úlohy se zlomky řešené na 1.stupni ZŠ

1.2.3.1. Zlomky jako číselný operátor

Pokud bychom považovali zlomek za operátora, znamenalo by to, že ho chápeme jako určitý *„návod k provedení určité činnosti*." (Divíšek, 1989) V matematice se zlomkem myslí číselný operátor, celek je nazýván operand a část z tohoto celku je výsledek. Díky těmto třem složkám příkladu mohou vznikat tři typy úloh: určení části daného celku, určení celku z dané části a určení zlomku z dané části (Divíšek, 1989). Na 1.stupni se však nejvíce žáci setkávají s prvním typem úloh, kdy vypočítávají část z daného celku.

1.2.3.2. Slovní úlohy na výpočet části z celku

V těchto úlohách je vždy údaj, který udává celek, a údaj o části, kterou máme z celku vypočítat. Celek si žáci mohou představit jako nějakou věc např. koláč, pizza, čokoláda atd. Dělení znají žáci již z předchozích ročníků, a proto se zlomky nezavádí jako zcela nové učivo. U zlomků je důležité dělení na stejné části.

- Výpočet jedné části z celku

  „Jednu část celku vypočítáme dělením.“ (Novotný & Novák, 2021, s. 51.)

Př.: Maminka napekla 24 koláčů. Martin jich $\frac{1}{3}$ snědl. Kolik koláčů Martin snědl?

K vyřešení úlohy tedy musíme vypočítat, kolik je $\frac{1}{3}$ z 24.

Zápis: napekla … 24 koláčů

snědl … $\frac{1}{3}$ z 24

Kolik snědl …?

Výpočet: $24 : 3 = \underline{\underline{8}}$

Odpověď: Martin snědl 8 koláčů.

- Výpočet více částí z celku

„Při výpočtu více částí z celku nejdříve vypočítáme jednu část z celku. Poté vypočítáme více částí z celku.“ (Novotný & Novák, 2021, s.52)

Př.: Do třídy 4.A chodí celkem 30 žáků. $\frac{5}{6}$ ze všech žáků této třídy onemocnělo. Kolik žáků onemocnělo?

Zápis: žáků … 30

onemocnělo … $\frac{5}{6}$ ze 30

<u>kolik onemocnělo … ?</u>

Výpočet: $(30 : 6) \cdot 5 = \underline{\underline{25}}$

Odpověď: Onemocnělo 25 žáků.

1.2.3.3. Slovní úlohy na sčítání a odčítání zlomků se stejným jmenovatelem

Slovní úlohy na sčítání a odčítání zlomků se řeší na základě operací sčítání a odčítání. V těchto úlohách jsou vždy alespoň dva údaje zlomků, které je nutno podle zadání sečíst nebo odečíst.

Př: Včera si Lukáš naskládal do poličky $\frac{2}{7}$ všech svých knížek. Dnes jich do poličky naskládal další $\frac{3}{7}$. Jakou část knížek již Lukáš do poličky naskládal?

Zápis: včera … $\frac{2}{7}$

dnes … $\frac{3}{7}$

<u>celkem … ?</u>

Výpočet: $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$

Odpověď: Lukáš do poličky naskládal již $\frac{5}{7}$ všech svých knížek.

1.3. Concept Cartoons

První Concept Cartoons vytvořili zakladatelé Brenda Keogh a Stuart Naylor již v roce 1991, ale stručný popis, toho, co to Concept Cartoons je, zveřejnili až roku 1993 (Keogh & Naylor, 1993). Další roky rozvíjeli tuto metodu a vydali několik dalších publikací, které rozšířily povědomí o této metodě.

Metodu využívání Concept Cartoons ve vyučování Stephenson a Warwick (2002) charakterizují takto: *„Concept Cartoons souvisí s určitým tématem ve vědě. Nachází se tam tři, čtyři nebo pět studentů, přičemž každý z nich zastává různé názory na konkrétní téma. Většina názorů jsou nesprávné představy, avšak jeden z nich je vědecky přijatelný. Ostatní jsou nelogické a jsou založené na zkušenostech studentů.“* (Stephenson a Warwick, 2002, s. 4)

Keogh & Naylor (1999) ve své práci vysvětlují, že pojmem „cartoon“ je brán jako komiks, a tudíž může být Concept Cartoons mylně brán, jako nějaký vtipný text. Concept Cartoons však toto neobsahují, jedná se o obrázek, na kterém jsou lidé a bubliny, ale v bublinách se nachází psaný text, který obsahuje názory na nějakou otázku s více možnostmi (Keogh & Naylor, 1999).

Jednou z charakteristik Concept Cartoons podle autora Demirtase et al. (2012) je, že mohou být využity jako naučné prostředky, které za pomoci kreslených postav vysvětlují nějakou vědeckou situaci. V obrázku se nachází několik postav, které jsou vloženy do konkrétního tématu a zabývají se těmi vědeckými situacemi, o kterých pomocí svých nápadů diskutují. *„Témata v Concept Cartoons jsou situace, se kterými se můžeme opakovaně setkávat v běžném životě.“* (Demirtas et al., 2012, s.861). Proto se, dle názoru těchto autorů, tato metoda využívá hojně ve školství. Žáci mohou pomocí Concept Cartoons propojovat vědu s každodenním životem a zároveň je vhodná pro všechny věkové skupiny, protože bubliny obsahují minimum textu (Demirtas et al., 2012).

1.3.1. Concept Cartoons jako učební pomůcka v hodinách matematiky

Původně byly Concept Cartoons vytvořeny kvůli využití ve vzdělávání pro různé účely jako je zlepšení čtení, umět řešit problémy nebo získávání vědeckých poznatků (Keogh & Naylor, 1999). Právě kvůli těmto vědeckým poznatkům se nejdříve tvořily úlohy do přírodovědných hodin a až později se začaly rozšiřovat do dalších okruhů např. matematiky (Dabell et al., 2008).

Samková (2020) dělí jednotlivé bubliny na obrázcích podle *„matematické správnosti bublin"*, a to na *„jednoznačně matematicky správné, jednoznačně matematicky nesprávné, případně jejich správnost může být nejasná či podmíněná."* (Samková, 2020, s. 32)

Pokud mají úlohy v pozadí čistě matematické početní úlohy nebo aplikační úlohy můžeme rozdělit bubliny do čtyř kategorií: bubliny jen s výsledky, bubliny s postupy řešení, bubliny s postupy řešení a výsledky nebo bubliny s komentáři (Samková, 2020).

Při řešení úloh Concept Cartoons se žáci místo v roli řešitelů nachází spíše na místě soudců, kteří rozhodují o tom, zda výroky postav na obrázku jsou správné či nikoliv. Žáci si ve své podstatě vymění role s učitelem. Metoda učí žáky nebát se projevit svůj názor, i v případě, že by nemusel být správný (Dweck, 2000).

Důvody, proč používat Concept Cartoons ve výuce, popisuje ve své práci Kabapinar (2005). Dle jeho názoru jde o rozvoj řeči tak, aby byly žákům:

- poskytnuty spousty různých možností,
- spousty různých problémů,
- aby byli nuceni spolupracovat,
- vyslechnout si všechny nápady,
- jako dobrý výukový nástroj pro hodnocení.

Concept Cartoons zapojí žáky do lekce, ponoří je do učení, dává jim příležitost sdílet své nápady a vyjádřit své možnosti v bezpečném prostředí. Žáci se mohou prací s Concept Cartoons naučit, že se nemusí bát vyjádřit svůj názor (Kabapinar, 2005).

Podle autorů Keogh et al. (1998) musí mít Concept Cartoons pro účelné využití v hodinách následující vlastnosti:

- je použito minimum textu
- vědecké situace jsou prezentovány ve vztahu s každodenními situacemi
- alternativní myšlenky jsou vybírány na základě výzkumu porozumění studentů tak, aby všechny myšlenky mohly být studenty považovány za důvěryhodné

- alternativní myšlenky zahrnují vědecky správnou myšlenku
- alternativní myšlenky se zdají mít rovnocenné postavení, a tak nemohou studenti přijít na to, která alternativa je správná z kontextu

Stephenson a Warwick (2002) tyto vlastnosti doplňují ještě o jednu vlastnost: oddělení myšlenek od myšlenek konkrétních studentů ve třídě, které studentům umožňuje cítit, že při podpoře určitého názoru to nejsou oni, kdo může být dokázán jako "špatný", ale je to kreslená postava (Stephlenson a Warwick, 2002).

Obrázky Concept Cartoons jsou dle Samkové (2016) žákům předkládány s otázkami, díky kterým se nad bublinami žáci více zamýšlí. Takovými otázkami jsou např. *„Které z dětí má pravdu? Proč? Co můžeme doplnit do prázdné bubliny místo otazníku?“* (Samková, 2020, s. 12)

„V některých případech funguje použití Concept Cartoons jako účinný stimul pro studenty učitelství, aby se zapojili do dalšího výzkumu s cílem rozvinout vlastní porozumění, propojit hodnocení a pokračující učení v integrovaném procesu.“ (Naylor et al., 2000, s. 5)

1.3.2. Tvorba Concept Cartoons

Samková (2020) rozděluje vytváření nových úloh na dvě etapy, kterými jsou výběr nebo tvorba vhodné úlohy, ze které se stane úloha v pozadí, a tvorba obsahu bublin (Samková, 2020).

Samková (2020) ve své knize vypisuje druhy změn v originálních úlohách:

- pořadí bublin, kde by se bubliny prohodily a umístily se na vhodnější místo
- změna textu bez změny původního významu
- změna prázdné bubliny na bublinu s textem
- změna matematického obsahu bublin
- změna pozadí, kdy dochází k úpravě zadání buďto v pozadí nebo v první bublině
- změna kontextu úlohy v pozadí a drobné úpravy bublin, které ale nezmění původní prekoncepce a miskoncepce bublin
- změna úlohy v pozadí, při níž dochází ke změně některých nebo všech původních bublin, kdy se změní i jejich matematická správnost

2. Praktická část

V praktické části jsou kvalitativně analyzována data z písemných prací zaměřených na různé postupy řešení matematických úloh, které žáci používají při řešení slovních úloh se zlomky. Tyto slovní úlohy jsou zaměřeny na slovní úlohy se zlomky, které žáci řeší na prvním stupni, konkrétně v pátých třídách. V této části jsou analyzovány různé druhy postupů ať už správné, či chybné, které žáci využívali při řešení slovních úloh. Data byla získána celkem ze tří tříd ve dvou základních školách, které se nachází v okrese České Budějovice, z nichž jedna škola je malotřídní. Aby bylo zajištěno dostatečné množství dat pro tuto diplomovou práci, vytvořila jsem navíc pracovní list, který obsahuje několik slovních úloh se zlomky. Pracovní list byl předán třídním učitelkám ke schválení a následně byl předložen žákům k vypracování. Na základě analýzy dat ze získaných řešení byly vytvořeny úlohy Concept Cartoons, které jsou popsány v této praktické části (viz str. 69). V analýzách slovních úloh není rozlišováno pohlaví žáků ani jejich věk. Všechna jména žáků i pracovníků školy jsou na prosbu obou škol anonymní.

2.1. Sběr a zpracování dat

Pro tuto diplomovou práci byly získány písemné práce se slovními úlohami se zlomky ze dvou základních škol. Aby od sebe byly školy a jednotlivé třídy rozlišeny, budou nadále používána pojmenování ZŠ1, kde jsou třídy rozděleny na 5.A a 5.C a malotřídní škola. Ředitelce a řediteli obou škol byl postán email s prosbou o spolupráci kvůli mé diplomové práci s dalšími potřebnými informacemi. Získala jsem jejich souhlas, a poté jsem komunikovala už jen s vyučujícími daných tříd. V ZŠ1 jsem komunikovala s vyučujícími tříd 5.A a 5.C. Ve třídě 5.A bylo celkem 22 žáků a k analýze byla získána řešení ze slovní úlohy z první pololetní práce, kterou psalo 20 žáků. Získaná řešení ze třídy 5.A nemohla být k analýze využita, protože zadání úlohy bylo chybně vytvořeno. V 5.C bylo celkem 26 žáků a k analýze byla získána řešení ze dvou slovních úloh. První slovní úloha se vyskytovala ve druhé pololetní práci, kterou psalo 21 žáků a druhá slovní úloha ve čtvrtletní práci, kterou psalo 19 žáků. Poté byla data získána v malotřídní škole ze třídy, která se skládá z 9 žáků 4. třídy a z 11 žáků 5. třídy. I když probíhá výuka občas pro obě skupiny stejně, písemné práce měli žáci 4. a 5. tříd malotřídní školy lehce odlišné. Proto jsou data z pololetní práce pouze od žáků 5. tříd, kde se objevila slovní úloha se zlomky. Celkově bylo pro tuto diplomovou práci získáno 51 písemných prací z celkového počtu 37 žáků.

Po získání všech dat byly vypracovány tabulky v MS Excel (viz tabulka 1 a tabulka 2), kam byla jednotlivá data zaznamenávána. Testy byly seřazeny podle známek žáků z celé pololetní práce. Poté byla vytvořena tabulka s celkovým počtem získaných bodů za slovní úlohu se zlomky, kdy bylo ponecháno pořadí žáků stejné, jako pořadí v tabulce se známkami z testů. Tedy pokud žák 1 získal jedničku z celého testu, v další tabulce je opět na prvním místě, ale jeho počet získaných bodů může být různý (např. nula). Z důvodu řazení známek od nejlepší po nejhorší jsou u třídy 5.C sloupečky „5.C – ČP“ a „5.C – PP“ vzájemně nezávislé a nejedná se o stejné žáky (tj. žák 1 v sloupečku „5.C – ČP“ není stejný žák jako žák 1 v sloupečku „5.C – PP“)

žák	5.C - ČP	5.C - PP	Mal.šk.
1	1	1	1
2	1	1	1
3	1	1	2
4	1	1	2
5	1	1	2
6	1	1	3
7	1	2	3
8	1	2	3
9	1	2	3
10	2	2	4
11	2	2	5
12	2	2	--
13	2	2	--
14	2	2	--
15	2	3	--
16	2	3	--
17	2	3	--
18	3	3	--
19	3	3	--
20	N	4	--
21	N	4	--
22	N	N	--
23	N	N	--
24	N	N	--
25	N	N	--
26	N	N	--

žák	5.C - ČP	5.C - PP	Mal.šk.
1	2	2	1
2	2	2	1
3	2	2	0
4	2	1	1
5	2	2	0
6	2	2	0
7	2	2	1
8	1	2	0
9	2	0	0
10	2	2	0
11	2	2	0
12	1	1	--
13	0,5	0	--
14	1	1	--
15	2	2	--
16	0	0,5	--
17	1	1	--
18	0	1	--
19	0,5	0,5	--
20	N	1	--
21	N	0	--
22	N	N	--
23	N	N	--
24	N	N	--
25	N	N	--
26	N	N	--

Zdroj: vlastní

Tabulka 1 - Tabulka se známkami z pololetních testů získaných ze všech tříd

Tabulka 2 - Tabulka se získanými body za slovní úlohu v pololetních testech

Do tabulky (viz tabulka 1) byly vypsány všechny známky z vypracovaných pololetních prací vždy od nejlepších po nejhorší a dále písmenem *N* byli vyznačeni žáci, kteří se testu nezúčastnili. Poté byla vytvořena tabulka (viz tabulka 2*)*, ve které bylo určeno pořadí žáků podle dosažených známek z písemných prací. K těmto žákům byly přiřazeny získané body za slovní úlohu, která byla v písemné práci. Třída 5.C mohla za obě slovní úlohy získat až dva body (dva body – řešená úloha neobsahuje žádnou chybu; jeden bod – řešená úloha obsahuje jednu chybu, např. chybí odpověď nebo správný výsledek není zkrácen na základní tvar; půl bodu – alespoň jeden krok je správný, např. správný zápis). V malotřídní škole mohli žáci za vyřešení slovní úlohy získat pouze jeden bod, který získávali za zcela správně vyřešenou úlohu. Pokud žáci nedostanou žádný bod, i přes to, že mají úlohu téměř správně, počítání slovních úloh je může odradit. Proto mají dle mého názoru na ZŠ1, kde za slovní úlohu mohli žáci získat až dva body, a kde i přes chyby měli žáci možnost získat alespoň půl bodu, lepší přístup k hodnocení.

2.2. Analýza slovních úloh

Tato kapitola je zaměřena na analýzu slovních úloh řešených žáky ze získaných písemných prací. Úloha z každé třídy je analyzována zvlášť podle úspěšnosti žáků z vypracovaných tabulek (viz tabulka 1). Poté jsou porovnána řešení slovních úloh z pracovních listů, které byly žákům tříd 5.A a malotřídní školy rozdány na vypracování. U jednotlivých slovních úloh je k analýze vybráno vždy několik způsobů řešení, jež žáci vymysleli. Z celkového počtu 155 získaných řešení (vyjma řešení ke slovní úloze ze třídy 5.A) úlohu vyřešilo zcela správně celkem 63 žáků, nevyřešilo ji celkem 38 žáků (tj. žáci, kteří nezískali žádný bod, nebo půl bodu) a zbylých 54 žáků získalo za svá řešení pouze část bodů.

2.2.1. ZŠ1 – 5.A

První získanou úlohou je slovní úloha z písemné práce třídy 5.A na ZŠ1.

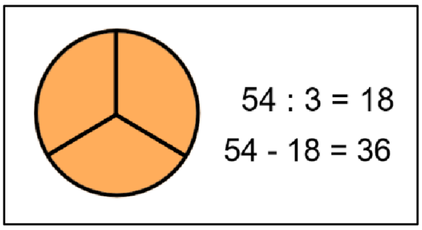
3) Vyřeš slovní úlohu:

V prodejně s čaji mají tři různé druhy čajů černý, ovocný a zelený. Prodávají celkem 54 ovocných čajů. Černých čajů prodávají o $\frac{1}{3}$ méně než ovocných, ale o $\frac{1}{4}$ více než zelených. Kolik čajů prodávají v obchodě celkem?

Obrázek 17 - Slovní úloha z 1. pololetní práce třídy 5.A

Slovní úloha se zlomky je zaměřena na výpočet části z celku. Zadání této úlohy bylo chybně vytvořeno, a proto nebyla získaná řešení k analýze využita. V první části úlohy se z celkového počtu ovocných čajů musí vypočítat část, která se od celku odečte, tak aby se vypočítal počet černých čajů. Tato část je matematicky i logicky v pořádku. V další části zadání je však chybně uveden údaj „o $\frac{1}{4}$ více než zelených“, který udává, že by se měla vypočítat čtvrtina ze zelených čajů. Tím pádem by černé čaje musely být rozděleny na pět částí, protože by se jedna čtvrtina přidala k těm zbývajícím čtvrtinám. To je však logicky nemožné, protože by poté vyšlo desetinné číslo a čaj myšlený jako věc nelze počítat v desetinných číslech. Počítání s desetinnými čísly navíc není učivo 1. stupně, tudíž je úloha nevhodně sestavena. Tuto úlohu žáci řešili tak, že na čtvrtiny rozdělovali černé čaje místo zelených a třídní učitelka označila tyto výpočty jako správné. Proto jsem se také původně domnívala, že je úloha v pořádku.

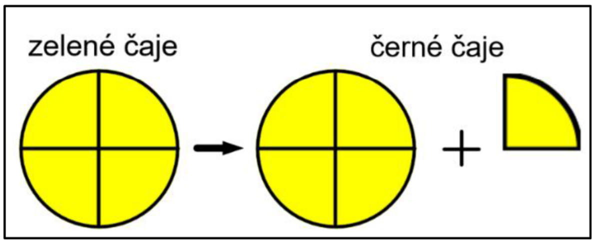
Řešení k původní chybně vytvořené úloze (viz obrázek 17) **by vypadalo následovně:** Zadání udává první potřebný výpočet „Černých čajů prodávají o $\frac{1}{3}$ méně než ovocných“. V tomto případě celek představují ovocné čaje, kterých je 54. Celek se rozdělí na třetiny (viz obrázek 18) a vyjde, že jedna třetina je 18. Tato třetina se od celku odečte a vyjde, že černých čajů je 36.



Zdroj: vlastní

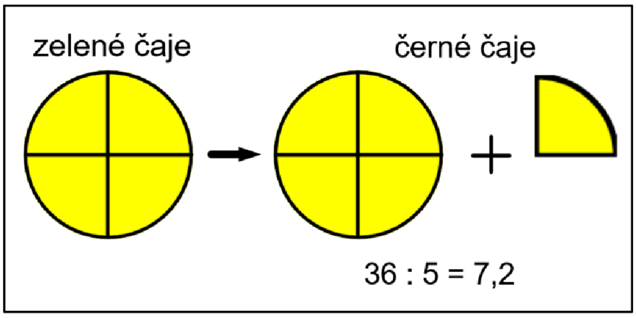
Obrázek 18 – Řešení slovní úlohy z 1. pololetní práce třídy 5.A

Dále je v zadání uvedeno, že „černých čajů prodávají o $\frac{1}{4}$ více než zelených“, a tak je nutné rozdělit zelené čaje na čtvrtiny (viz obrázek 19). Neznáme zatím počet zelených čajů, ale víme, že černých je o jedu čtvrtinu více, proto danou čtvrtinu k tomuto celku přidáme.



Zdroj: vlastní

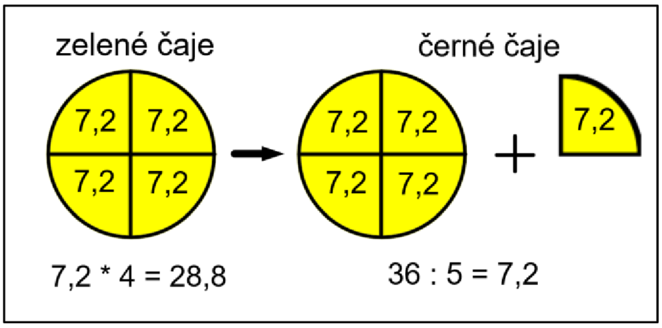
Obrázek 19 – Řešení slovní úlohy z 1. pololetní práce třídy 5.A



Zdroj: vlastní

Obrázek 20 – Řešení slovní úlohy z 1. pololetní práce třídy 5.A

Víme, kolik je černých čajů (36) a na kolik části je máme rozdělit (5). Vyjde nám, že jedna pětina ze 36 je 7,2 (viz obrázek 20). Každá část, jak u černých, tak u zelených čajů je tedy 7,2. Poté už jen stačí vypočítat, kolik je celkem zelených čajů a vyjde opět desetinné číslo (viz obrázek 21).



Zdroj: vlastní

Obrázek 21 – Řešení slovní úlohy z 1. pololetní práce třídy 5.A

Aby byla úloha (viz obrázek 17) **řešitelná, muselo by se zadání změnit následovně:**

„... Černých čajů prodávají o 1/3 méně než ovocných čajů a zelených čajů prodávají o ¼ méně než černých čajů... “

V takovém případě by se stejně jako v původní úloze (viz obrázek 17) vypočítala třetina z ovocných čajů (tj. 54 : 3 = 18). Tato třetina by se následně od počtu ovocných čajů odečetla, aby se vypočítalo, kolik je černých čajů (tj. 54 – 18 = 36). Poté by se však místo ze zelených čajů, vypočítala čtvrtina z černých čajů (tj. 36 : 4 = 9). Tato čtvrtina by se následně od počtu černých čajů odečetla, aby se vypočítalo, kolik se prodávalo zelených čajů (tj. 36 – 9 = 27). Dále by se provedl celkový součet všech čajů a vypočítal se výsledek slovní úlohy (tj. 54 + 36 + 27 = 117).

2.2.2. ZŠ1 – 5.C

2.2.2.1. Slovní úloha z pololetní písemné práce

Druhou úlohou získanou k analýze je úloha z druhé pololetní práce třídy 5.C na ZŠ1. Slovní úloha (viz obrázek 22) je opět na výpočet části z celku. Tato úloha, i když je jednodušší na porozumění, má zlomek s větším čitatelem než jedna, a proto může být pro žáky pátých tříd složitější. Diskutovala jsem o složitosti úlohy s třídní učitelkou a bylo mi sděleno, že žáci této třídy jsou matematicky zdatní a učivo v dané třídě běžně probírají.

6. Slovní úloha

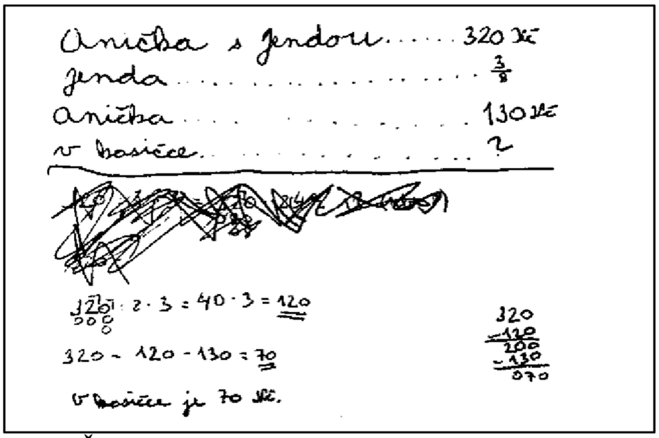
Anička s Jendou měli v prasátku našetřeno 320Kč. Jenda si za $\frac{3}{8}$ z těchto peněz koupil novou encyklopedii a Anička si za 130Kčkoupila čelenku.
Kolik peněz jim v prasátku zbylo?

Obrázek 22 – Slovní úloha z 2. pololetní práce třídy 5.C

Ve slovní úloze z obrázku (viz obrázek 22) se musí vypočítat část z celku, tj. $\frac{3}{8}$ z 320 Kč. Vypočítá se, kolik z našetřených peněz utratil Jenda tak, že se rozdělí celek na osminy (tj. 320 : 8 = 40), a poté se tato jedna část vynásobí čitatelem (tj. 40 · 3 = 120). Dále se z celku, tedy z našetřených peněz, odečtou obě věci, za které Anička s Jednou utratili peníze a vyjde, že jim v prasátku zbylo 70 Kč (tj. [320 - 120] - 130 = 70), což je výsledek, ke kterému se měli žáci dopočítat.

Tuto slovní úlohu řešilo celkem 21 žáků z celkového počtu 26 žáků a správně ji vyřešilo 10 žáků, kteří získali celé 2 body. Dále 6 žáků udělalo nějakou z uvedených chyb: opomenutí posledního kroku k vypočítání všech údajů nebo opomenutí odpovědi, a získali tak pouze 1 bod z celkových dvou. Zbylých 5 žáků slovní úlohu vyřešit nedokázalo a získali půl bodu nebo žádný bod.

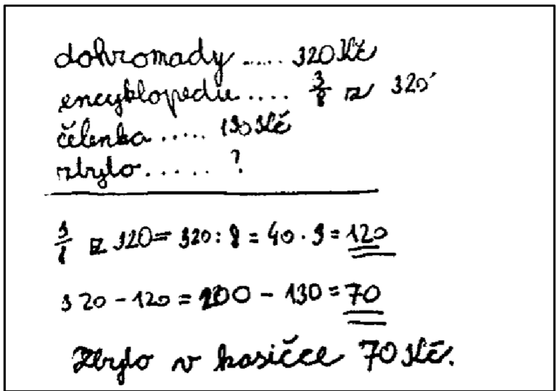
K analýze byla vybrána dvě řešení z celkových 10 úspěšných žáků, kterým se podařilo získat za správné vyřešení úlohy celé 2 body.



Obrázek 23 – Žákovské řešení slovní úlohy z 2. pololetní práce třídy 5.C

První řešení, které správně vyřešil žák 6 (viz tabulka 1), je zapsáno pomocí slovního zápisu, ve kterém jsou vypsány jednotlivé údaje a neznámá je označena otazníkem. U zápisu zlomku bych považovala za lepší, pokud by byl doplněn o údaj, z čeho se bude zlomek počítat. V matematizaci žák poté použil operaci dělení a násobení pro výpočet části z celku, i když vynechal zápis $\frac{3}{8}$ z 320, který jinak většina třídy udělala. V matematizaci jsou dále vynechány závorky, které určují, jaká operace by se měla počítat jako první a písemné dělení je zapsáno přímo do příkladu. V řešení nechybí odpověď, a tak bylo ohodnoceno plným počtem bodů.

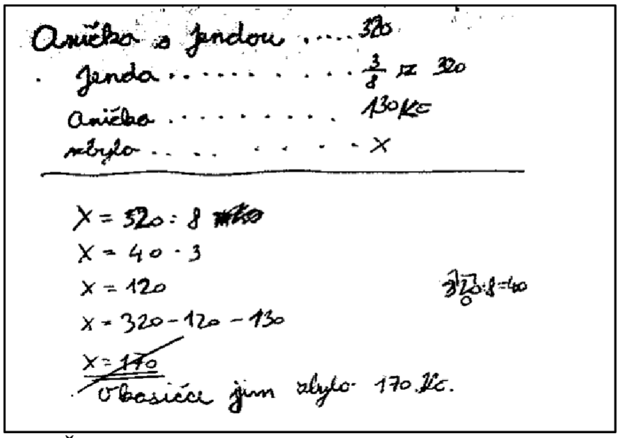
Druhé řešení (viz obrázek 24), které získalo plný počet bodů, je od žáka 3. Zápis je opět v podobě slovní legendy. U druhého údaje, který udává, jaká část z celku má být vypočítána, je oproti předchozímu řešení dopsán i celek, ze kterého se má část vypočítat.



Obrázek 24 – Žákovské řešení slovní úlohy z 2. pololetní práce třídy 5.C

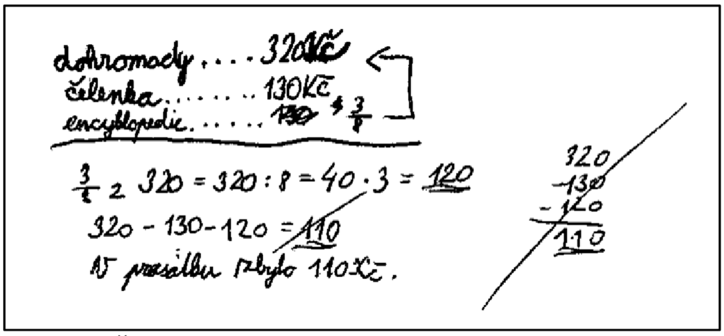
Řešení (viz obrázek 24) bylo k analýze vybráno, protože v matematizační části je použito opakované znaménko rovná se. V tomto řešení je nejprve rozdělen celek na celkový počet částí (tj. 320 : 8 = 40), což se nerovná zápisu $\frac{3}{8}$ z 320. K danému výpočtu je přidána další operace násobení a vypočítaná potřebná část z celku. Žák došel ke správnému výsledku, ale zápis matematizace těchto výpočtů správný není.

Následující řešení získala jen jeden bod ze dvou, protože v nich žáci udělali nějakou z následujících chyb: zapomněli napsat odpověď; špatně vypočítali poslední příklad s operací odčítání a vyšel jim nesprávný výsledek.



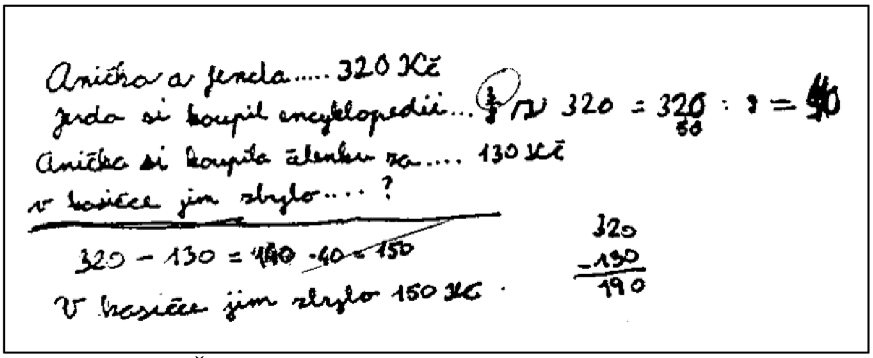
Obrázek 25 – Žákovské řešení slovní úlohy z 2. pololetní práce třídy 5.C

V prvním vybraném řešení (viz obrázek 25), které získalo jeden bod, je použit zápis v podobě slovní legendy. K vyjádření neznámé je v zápise použito označení *x*, což takto udělalo pouze 6 žáků z celé třídy. Matematizační část je až na konečný výsledek správně, zde se žák zřejmě u pamětného počítání spletl v řádu stovek a vyšel mu chybný výsledek 170.



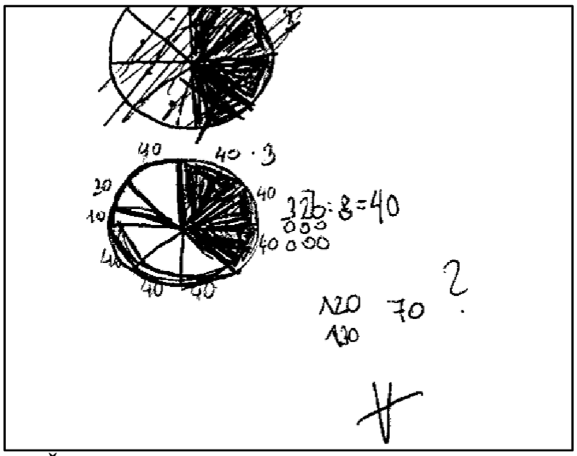
Obrázek 26 – Žákovské řešení slovní úlohy z 2. pololetní práce třídy 5.C

Podobný případ, kdy žák přišel o jeden bod kvůli špatnému výpočtu u poslední operace, je i v tomto řešení (viz obrázek 26). Opět je použit slovní zápis, kde je vynechán údaj s neznámou, co je třeba vypočítat. V matematizaci je správně počítána část z celku, ale opět nesprávně použito znaménko rovná se. Část úlohy je správně vyřešena, ale poslední výpočet je vypočítán chybně. Při písemném odčítání jsou zapsána všechna tři čísla pod sebe, a to vedlo k nesprávnému výsledku.



Obrázek 27 – Žákovské řešení slovní úlohy z 2. pololetní práce třídy 5.C

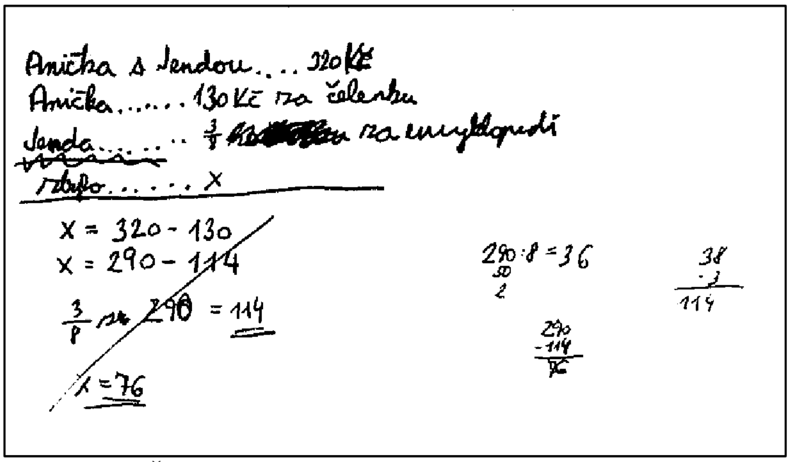
První řešení, které získalo půl bodu (viz obrázek 27) je od žáka 19 (viz tabulka 2). Zápis je v podobě slovní legendy a je v něm rovnou proveden výpočet zlomku z celku. Tento výpočet není dokončen a je vypočítána pouze jedna část místo tří, které určuje čitatel. V matematizační části je rovnou odčítána utracená část od celku, ale jelikož je předchozí výpočet zlomku z celku chybný, konečný výsledek slovní úlohy je také chybný.



Obrázek 28 – Žákovské řešení slovní úlohy z 2. pololetní práce třídy 5.C

Druhým řešením, které získalo půl bodu (viz obrázek 28) bylo od žáka 16 (viz tabulka 2). V tomto řešení je použit grafický zápis v podobě kruhového modelu. Kruh je rozdělen rovnoměrně na osm částí, kdy jedna část představuje hodnotu 40 (tj. 320 : 8 = 40). Žák dále vypočítal, kolik jsou 3 části, nicméně neuvedl daný výpočet, ale pouze zapsal výsledek. Stejně tak konečná částka je zapsána pouze výsledkem, který není podtržený, a nelze tak s jistotou určit, zda žák úlohu vědomě vyřešil. Z grafického zápisu jde poznat, že žák úloze porozuměl, jelikož je vše vypočítáno správně, pouze nejsou zapsány příklady a není určen konečný výsledek ani odpověď.

Nakonec byla k analýze vybrána jedna úloha ze tří, které nezískaly žádný bod, protože je žáci nedokázali vyřešit. V jednom z těchto řešení je jen zápis a řešení dále nepokračuje.



Obrázek 29 – Žákovské řešení slovní úlohy z 2. pololetní práce třídy 5.C

V řešení (viz obrázek 29) žák vytvořil správný zápis, i když prohodil pořadí údajů, a to dle mého názoru vedlo k neúspěšnému řešení úlohy. Kvůli těmto prohozeným údajům je v řešení nejprve odečtena částka za čelenku, což by nebyl chybný krok, ale tento výpočet je proveden chybně. Další chyba je v následujícím kroku, kdy je zlomek, který se má vypočítávat z celku, vypočítán z částky, která vyšla po odečtení čelenky. Toto řešení je proto chybné a nezískalo žádný bod.

Celkovým překvapením u této úlohy byla skutečnost, že většina žáků dokázala vyřešit slovní úlohu správně. Úlohu zvládli vyřešit i žáci, kteří přišli o část bodů, protože i když udělali chybu v koncovém výpočtu, nebo v jejich řešení nějaký údaj chyběl, tak úloze správně porozuměli.

2.2.2.2. Slovní úloha ze čtvrtletní písemné práce třídy 5.C

Další slovní úlohou (viz obrázek 30) získanou ze třídy 5.C je úloha ze čtvrtletní písemné práce, kterou psalo 19 žáků. Jedná se o úlohu na výpočet části z celku, kterou žáci vypočítávali opakovaným výpočtem části z celku, nebo nejdříve sečetli zlomky se stejným jmenovatelem, a až poté vypočetli část z celku. Tato úloha měla největší úspěšnost v řešení, zvládlo ji zcela správně vyřešit celkem 11 žáků, další 4 žáci získali za svá řešení jeden bod, protože zapomněli dopočítat druhou část úlohy. Další 2 žáci získali za svá řešení pouze půl bodu a pouze 2 zbylí žáci úlohu nevyřešili a nezískali žádný bod.

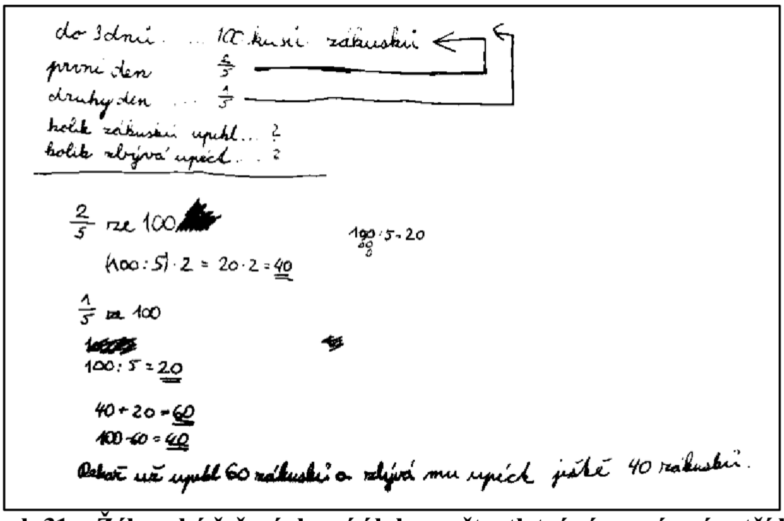
2) Vyřeš slovní úlohu

Pekař musí do tří dnů upéct 100 kusů zákusků. První den upekl $\frac{2}{5}$ z celkového počtu zákusků a druhý den upekl $\frac{1}{5}$ z celkového počtu zákusků. Kolik kusů zákusků už upekl? Kolik kusů zákusků zbývá pekařovi upéct?

Obrázek 30 – Slovní úloha ze čtvrtletní písemné práce třídy 5.C

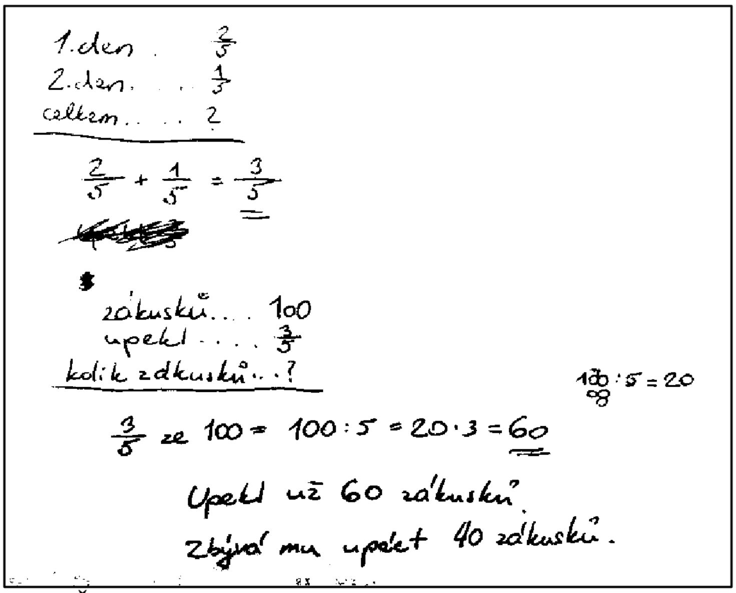
Slovní úloha (viz obrázek 30) je zaměřena na výpočet části z celku, kdy celek představuje „100 kusů zákusků, které musí pekař upéct“. První část, kterou je třeba vypočítat, tvoří dvě pětiny a druhou část tvoří jedna pětina z celku. Obě tyto části žáci vypočítávali zvlášť, nebo použili operaci sčítání zlomků a vypočítali rovnou tři pětiny z celku.

Správně vyřešilo úlohu celkem 11 žáků. Z těchto řešení byla vybrána 3 různá řešení, která se liší v zápisu i způsobu řešení.



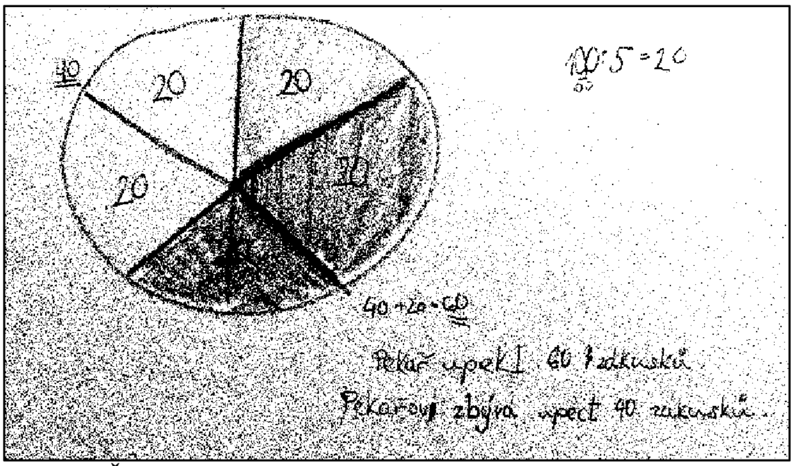
Obrázek 31 – Žákovské řešení slovní úlohy ze čtvrtletní písemné práce třídy 5.C

V prvním řešení (viz obrázek 31) je zápis pomocí slovní legendy, kde jsou použity šipky vedoucí ke vztahujícím se údajům. V zápise jsou uvedeny rovnou obě otázky a v matematizační části jsou vypočítávány obě části z daného celku zvlášť. Po vypočítání jednotlivých částí žák správně vypočítal jejich součet a následně tento součet odečetl od celku, aby vypočítal konečný výsledek úlohy. Takto řešenou slovní úlohu mělo 5 žáků z celkových 11 úspěšných řešení.



Obrázek 32 – Žákovské řešení slovní úlohy ze čtvrtletní písemné práce třídy 5.C

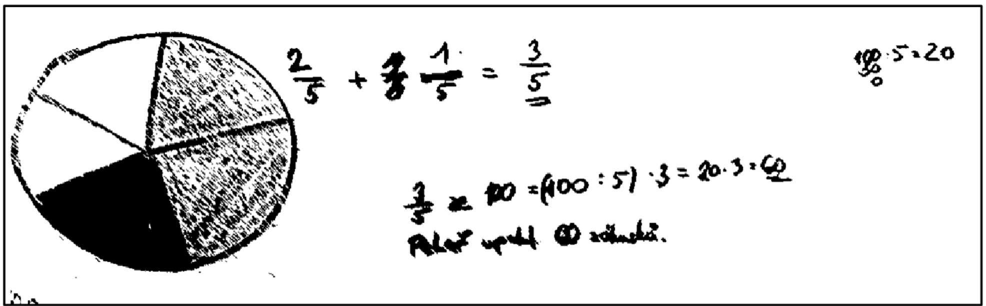
Další řešení (viz obrázek 32) získalo plný počet bodů a bylo řešeno zápisem pomocí slovní legendy. V tomto případě žák zvolil stručnější zápis, ve kterém chybí u údajů se zlomky, z čeho se mají zlomky vypočítat. Žák také rozdělil zápis na dvě části. V první části je použita operace na sčítání zlomků se stejným jmenovatelem a ve druhé části je tato část vypočítávána z celku, tak aby byl vypočítán konečný výsledek. U matematizace výpočtu části z celku žák nesprávně použil opakované rovná se. Na konečný výsledek však tento způsob matematizace vliv neměl a oba konečné výsledky byly správné. Podobně řešenou úlohu měli i další 3 žáci.



Obrázek 33 – Žákovské řešení slovní úlohy ze čtvrtletní písemné práce třídy 5.C

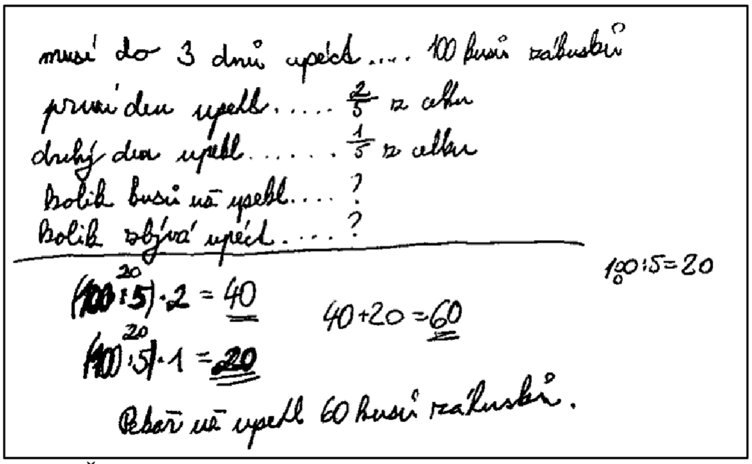
Posledním řešením (viz obrázek 33), které získalo plný počet bodů, je řešení, které místo slovní legendy jako zápisu má grafický zápis. Pro grafický zápis žák použil kruhový model, který je rozdělen na pět výsečí, do kterých zapsal, jakou hodnotu každá jednotlivá výseč představuje. Poté žák vypočítal, kolik „kusů zákusků již bylo upečeno a kolik ještě zbývá upéct“ pomocí součtu daných částí. Žák se tímto způsobem vyhnul operaci se zlomky a pouze rozdělil celek na dané pětiny udané jmenovatelem a sečetl části udané čitatelem. Takto správně vyřešenou úlohu měli celkem 2 žáci.

Dále byla k analýze vybrána 2 řešení z celkových 4, která získala jeden bod, protože v nich chyběl zbývající údaj „Kolik kusů zákusků zbývá pekařovi upéct?“. Žáci vyřešili správně pouze první otázku. Tato řešení byla ohodnocena jedním bodem zřejmě proto, že žáci správně vyřešili odpověď na první otázku a druhou otázku by již nebylo těžké dopočítat.



Obrázek 34 – Žákovské řešení slovní úlohy ze čtvrtletní písemné práce třídy 5.C

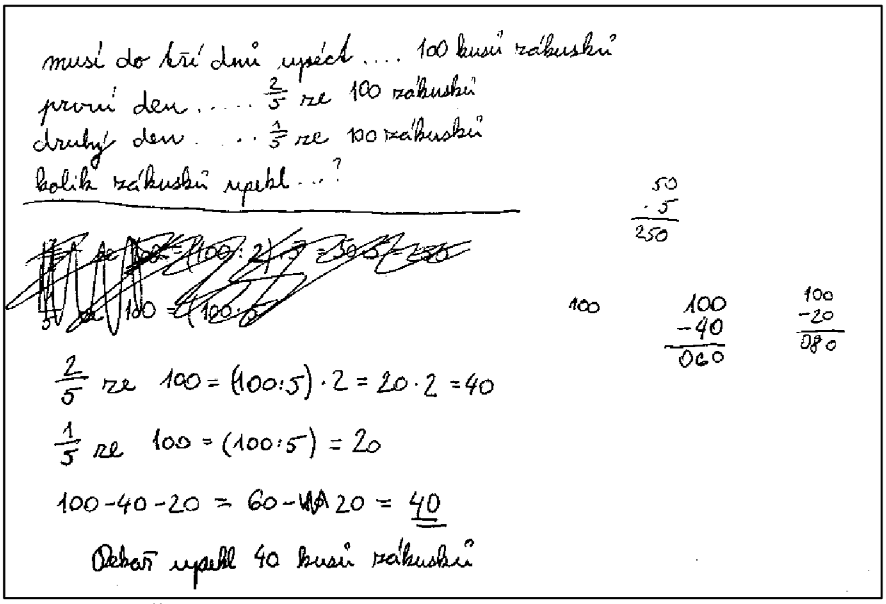
První řešení (viz obrázek 34) je řešeno pomocí grafického zápisu, kde jsou znázorněny jednotlivé části. Zlomky jsou následně sečteny a součet zlomků je dále použit k výpočtu části z celku, kde je vypočítán konečný výsledek k první otázce ze zadání. Druhý výsledek a odpověď na otázku v řešení chybí, proto řešení získalo pouze jeden bod.



Obrázek 35 – Žákovské řešení slovní úlohy ze čtvrtletní písemné práce třídy 5.C

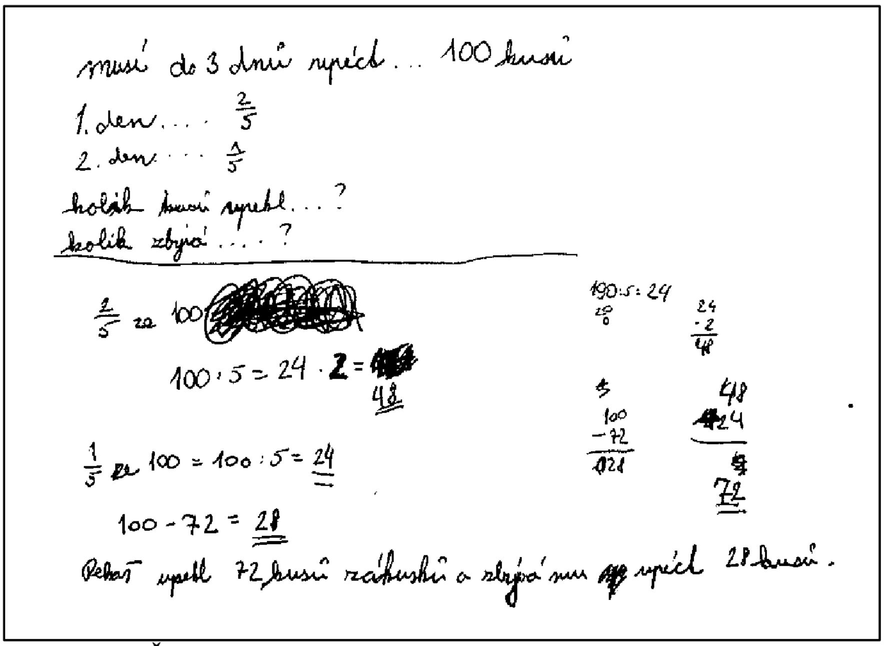
Zbylí 3 žáci, kteří za svá řešení získali také jeden bod, řešili úlohu pomocí zápisu v podobě slovní legendy. Konkrétně v tomto řešení (viz obrázek 35) jsou do zápisu uvedeny obě otázky, ale vypočítána je pouze první. Oproti předchozímu řešení (viz obrázek 34) jsou jednotlivé části z celku vypočítávány zvlášť.

Následující řešení (viz obrázek 36), které získalo pouze půl bodu, je řešeno pomocí zápisu v podobě slovní legendy a podobá se prvnímu řešení této úlohy. V matematizační části jsou správně vypočítány určené části z celku, ale u další operace došlo zřejmě k neporozumění vypočítaným údajům a výsledek, který byl vypočítán představuje odpověď na druhou otázku ze zadání místo na první. Tato druhá otázka však v tomto řešení zcela chybí. Podobné řešení se objevilo i u jednoho dalšího žáka.

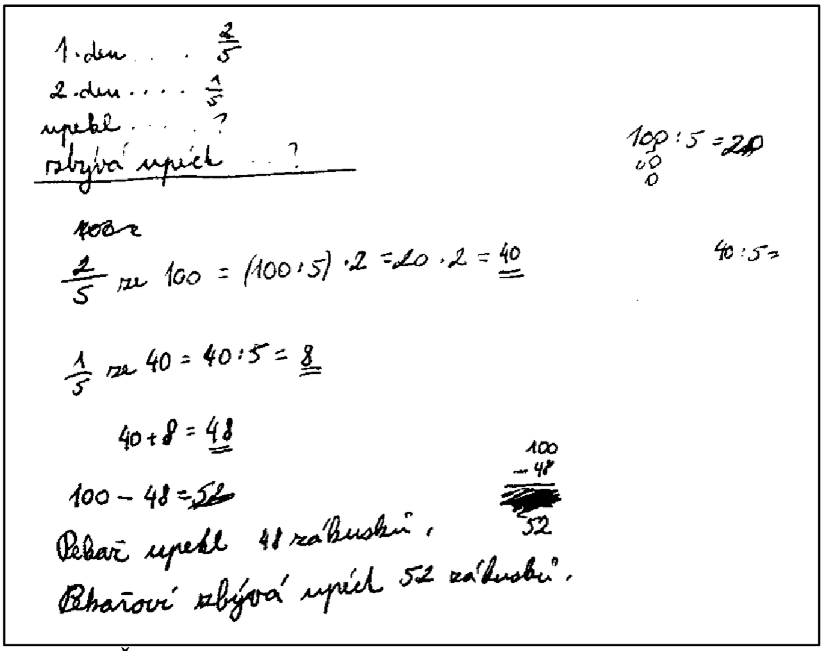


Obrázek 36 – Žákovské řešení slovní úlohy ze čtvrtletní písemné práce třídy 5.C

Zbylá dvě řešení nezískala žádný bod, protože se žákům nepodařilo úlohu vyřešit. Obě řešení (viz obrázek 37 a 38) mají zápis v podobě slovní legendy, ale druhé řešení (viz obrázek 38) má stručnější zápis a je pravděpodobné, že to může být důvod žákova neúspěchu. Autor druhého řešení správně vypočítal první výpočet, ale dále počítal místo s celkem už jen s částí celku, kterou vypočítal v předchozím výpočtu. Žák tedy svými výpočty odpověděl chybně na obě otázky a nezískal tak žádný bod. V prvním řešení (viz obrázek 37) je chybně počítáno u písemného dělení „100:5=24“, od tohoto výpočtu se dále odvíjí i zbylé výpočty, které jsou již matematicky správné, ale chybné vůči řešení úlohy.



Obrázek 37 – Žákovské řešení slovní úlohy ze čtvrtletní písemné práce třídy 5.C



Obrázek 38 – Žákovské řešení slovní úlohy ze čtvrtletní písemné práce třídy 5.C

2.2.3. Malotřídní škola

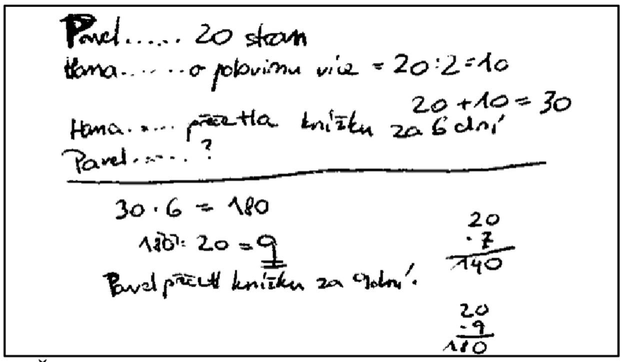
Poslední slovní úloha se zlomky je z malotřídní školy. Jedná se o úlohu na nepřímou úměrnost, kde se musí vypočítat část z celku, a poté se s vypočítanými údaji pracuje. K vyřešení této úlohy potřebují žáci více výpočtů, aby dosáhli konečného výsledku. Tato úloha vzhledem k nedostatečnému osvojení učiva žáků dané třídy, je poměrně obtížná. Úlohu zvládli správně vyřešit pouze 4 žáci z celkových 11 žáků, přičemž většina žáků měla alespoň polovinu úlohy správně vyřešenou.

5) Vyřeš slovní úlohu:

Pavel a Hana četli stejnou knížku. Pavel přečetl každý den 20 stránek. Hana přečetla celou knížku za 6 dní a každý den přečetla o polovinu více stránek než Pavel.
Za jak dlouho přečetl knížku Pavel?

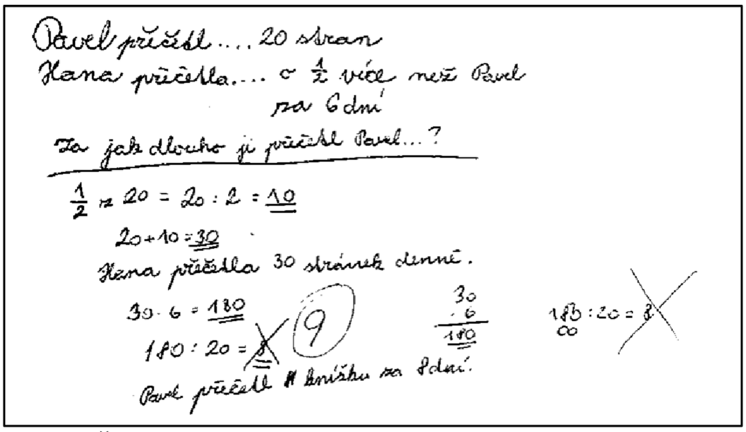
Obrázek 39 – Zadání slovní úlohy z 2.pololetní práce třídy 5.C

K vyřešení této úlohy (viz obrázek 39) se musí nejprve vypočítat polovina z 20 a výsledek (tj. 10) přičíst k danému celku. Výsledkem by mělo být, že Hana přečetla 30 stránek denně (tj. 20+10=30). Následně se musí vypočítat, kolik stránek má kniha celkem a to tak, že se vynásobí počet stránek, které přečetla Hana a celkový počet dní, za které přečetla celou knihu. Vyjde, že celkový počet stran knihy je 180 (tj. 30·6=180) a daný výpočet se poté vydělí počtem stran, které přečetl Pavel. Konečný výsledek by měl vyjít 9 (tj. 180:20=9). Zlomek v této úloze nedělal žákům problém a spíše než se zlomkem $\frac{1}{2}$, pracovali s číslem 2. Nezáleží, v jaké podobě bude daný zlomek ve výpočtech figurovat, ale zda si žák dokáže propojit, co daný zlomek představuje nebo v tomto případě, co představuje pojmenování „polovina“. Největší problém dělalo žákům úplné porozumění zadání nebo spíše orientace v údajích.



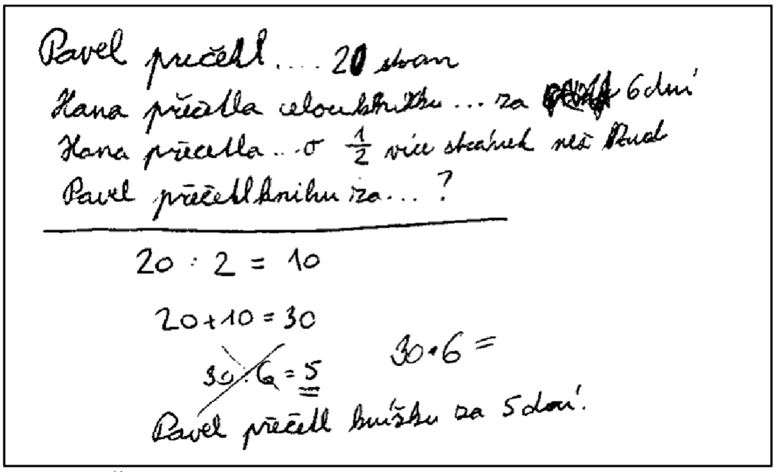
Obrázek 40 – Žákovské řešení slovní úlohy z pololetní práce malotřídní školy

První řešení (viz obrázek 40) této slovní úlohy řešilo obdobným způsobem celkem pět žáků, z nichž pouze 2 byli úspěšní. V tomto řešení je zápis v podobě slovní legendy, kde je rovnou proveden výpočet dané části, která určuje, kolik stránek přečtla denně Hana. V matematizační části žák tento výpočet části z celku správně vynásobil počtem dní, za které Hana knihu přečetla, a vypočítal tak, kolik má kniha celkem stran. Dále žák tento celkový počet stran správně vydělil počtem stran, které denně přečte Pavel a vypočítal konečný výsledek. V řešení nechybí správný výsledek ani odpověď, tudíž bylo řešení ohodnoceno plným počtem bodů.



Obrázek 41 – Žákovské řešení slovní úlohy z pololetní práce malotřídní školy

V dalším řešení (viz obrázek 41) žák opět použil zápis v podobě slovní legendy. Toto řešení je jedním z předchozích zmíněných neúspěšných řešení, protože se žákovi nepodařilo vypočítat správný konečný výsledek (správný výsledek je opraven vyučující). V matematizační části je správně vypočítána část z celku a ta následně k celku připočtena. Dokonce byla přidána i odpověď na skrytou otázku, kdy bylo třeba vypočítat, kolik stránek přečte Hana každý den. S tímto údajem poté žák správně počítal operaci násobení a vyšel mu správný součin, který představoval celkový počet stran knihy a následně toto číslo vydělil počtem stran, které přečte denně Pavel. Všechny příklady udělal žák správně, pouze tento poslední výsledek nevypočítal správně, protože se zmýlil při písemném dělení a vyšel mu tedy špatný koncový výsledek. Žák i přes zahrnutý zápis, všechny správné výpočty (až na koncový výsledek) a odpověď, nezískal žádný bod, což je dle mého názoru z hlediska hodnocení nesprávný přístup.



Pavel přečetl … 20 stran
Hana přečetla celou knihu … za 6 dní
Hana přečetla … o $\frac{1}{2}$ více stránek než Pavel
Pavel přečetl knihu za … ?

$20 : 2 = 10$

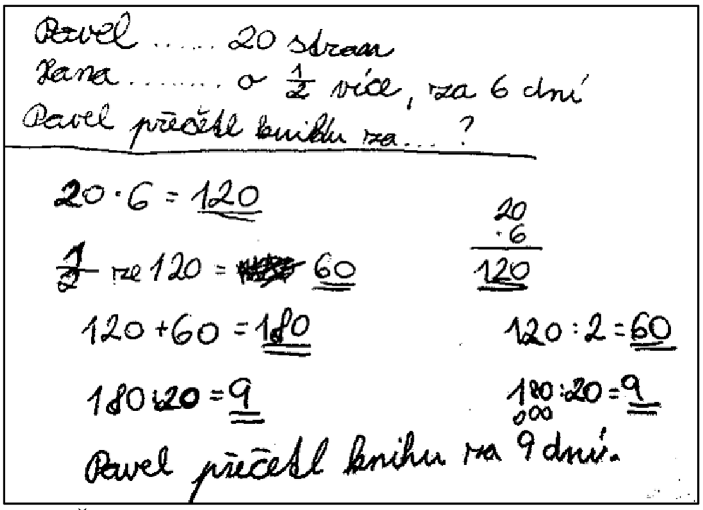
$20 + 10 = 30$

$\cancel{30 : 6} = 5$ $30 \cdot 6 =$

Pavel přečetl knížku za 5 dní.

Obrázek 42 – Žákovské řešení slovní úlohy z pololetní práce malotřídní školy

Žádný bod nezískalo ani řešení z obrázku 42, které je podobné předchozím řešením. Žák použil klasický slovní zápis, kde uvedl všechny údaje a dokonce zapsal „polovinu“ jako zlomek, což takto udělali pouze 3 žáci z celé třídy. V matematizační části je správně vypočítána část z celku a následně k celku přičtena, ale další výpočty již správné nejsou. V tomto řešení vidíme, že se žák neorientoval v údajích, které vypočítal, protože místo toho, aby pomocí násobení vypočetl, kolik má kniha celkem stran, dělil a vyšel mu tak nesprávný výsledek.



Pavel …… 20 stran
Hana …… o $\frac{1}{2}$ více, za 6 dní
Pavel přečetl knihu za … ?

$20 \cdot 6 = 120$

$\frac{1}{2}$ ze $120 = 60$

$120 + 60 = 180$

$180 : 20 = 9$

$20 \cdot 6 = 120$

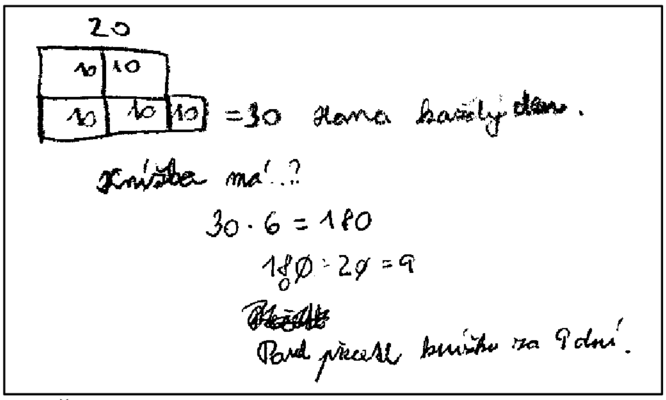
$120 : 2 = 60$

$180 : 20 = 9$

Pavel přečetl knihu za 9 dní.

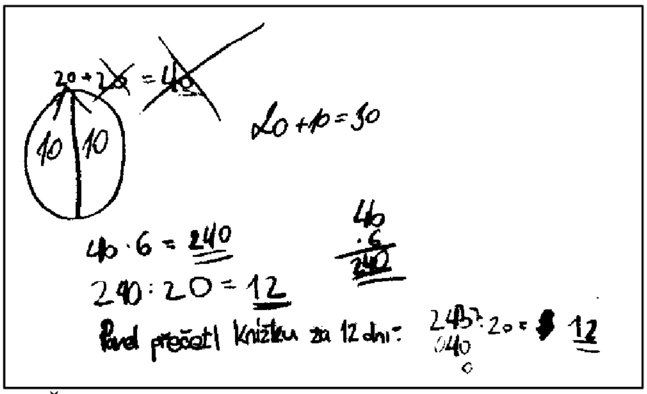
Obrázek 43 – Žákovské řešení slovní úlohy z pololetní práce malotřídní školy

Dalším řešením (viz obrázek 43) je řešení, které získalo jeden bod a je podobné prvnímu řešení (viz obrázek 40), s rozdílem, že žák v tomto případně nejdříve vypočítával, kolik stránek by měla kniha, kdyby Hana přečetla denně to, co Pavel, a až poté dělil na poloviny. Tímto způsobem řešili úlohu celkem tři žáci, z nichž pouze tento jeden žák byl úspěšný a úlohu vypočítal správně. Zbylí žáci udělali chybu v opomenutí vypočítání a přičtení zlomkové části k celku.



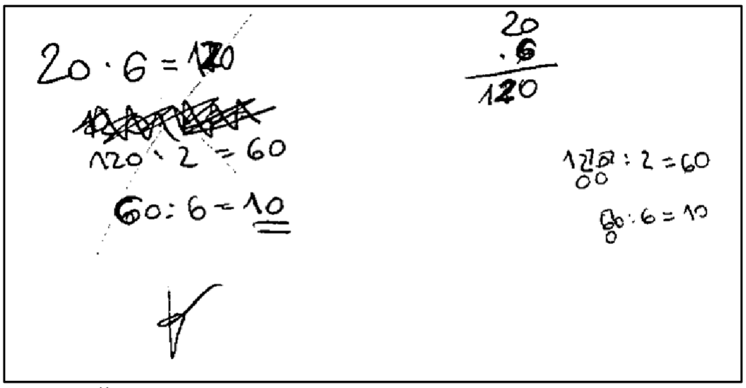
Obrázek 44 – Žákovské řešení slovní úlohy z pololetní práce malotřídní školy

Posledním řešením, které získalo bod za správně vyřešenou úlohu je z obrázku 44. V tomto řešení žák použil grafický zápis, kdy si vyznačil, že daná část je 20 a tu si následně rozdělil na poloviny. Poté danou polovinu přikreslil k druhému údaji, aby zjistil, kolik stránek přečte denně Hana. Výsledek následně vynásobil počtem dní a vyšel mu celkový počet stránek knihy. Tento počet poté vydělil počtem stran, které přečte denně Pavel a došel ke správnému výsledku slovní úlohy. Žák při operaci písemného dělení použil krácení desítek, což mu usnadnilo výpočet a stačilo pracovat s malou násobilkou. Tento postup zvolili pouze dva žáci z celé třídy.



Obrázek 45 – Žákovské řešení slovní úlohy z pololetní práce malotřídní školy

Grafický zápis byl použit také v tomto řešení (viz obrázek 45), kdy žák použil k zápisu kruhový model. V tomto případě však žák neporozuměl údaji, který se měl rozdělovat na poloviny. Místo, aby rozdělil počet stran, které přečte Pavel (20), určil rovnou tento počet jako polovinu. Žák sečetl dvakrát celek a vyšlo mu 40 (tj. 20+20=40), tudíž žákovi následně nemohl vyjít ani konečný výsledek, který je jinak početně správně, ale neodpovídá správnému výsledku úlohy. Správné rozdělení na poloviny (tj. 10 a 10) a následný součet „20+10=30“ bylo do řešení dopsáno při opravě písemné práce danou vyučující.



Obrázek 46 – Žákovské řešení slovní úlohy z pololetní práce malotřídní školy

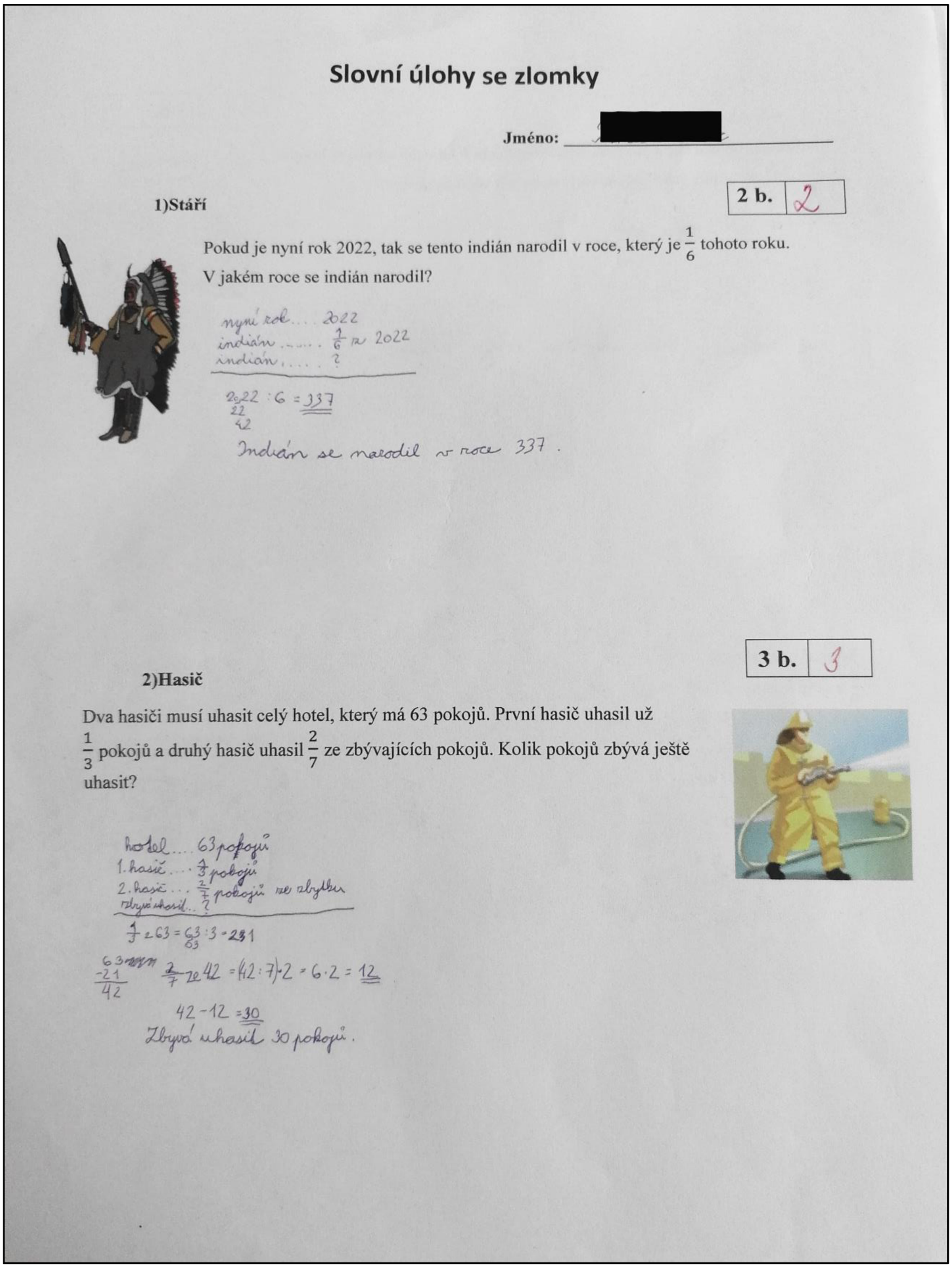
Posledním řešením všech získaných úloh z písemných prací je z obrázku 46. V tomto řešení zcela chybí zápis i odpověď, a navíc žák neporozuměl úloze. Žák přeskočil počítání se zlomkem a rovnou udělal operaci násobení, aby vypočítal počet stránek. Dokonce správně vypočítal potřebnou „polovinu“ pro vypočítání celkového počtu stránek, ale poté už danou část nepřičetl. Vydělil ji počtem dní, za který přečetla knížku Hana.

I přes to, že úlohu zvládli vyřešit pouze čtyři žáci z jedenácti, většina žáků zadání úlohy porozuměla a o to jde v řešení slovních úloh především.

2.3. Slovní úlohy z pracovního listu

Pro tuto diplomovou práci byl vytvořen pracovní list se čtyřmi slovními úlohami. Tyto pracovní listy byly rozdány žákům v 5.A a malotřídní škole na vypracování. Na vypracování listů dostali žáci celou vyučovací hodinu a po celou dobu jsem byla ve třídách přítomna. Žáci obou tříd zvládli vyřešit úlohy do půl hodiny, a tak na konci hodiny proběhlo společné vysvětlení na tabuli. Ze třídy 5.A, kde je celkem 22 žáků, bylo získáno 18 vypracovaných pracovních listů a z malotřídní školy, kde je v dané páté třídě 11 žáků, bylo získáno 8 vypracovaných listů. Celkem se jedná o 26 pracovních listů se čtyřmi úlohami. Z celkových 104 řešení bylo 38 řešení správných. Za správně vyřešené úlohy mohli žáci získat až 2 nebo 3 body. Pracovní listy jsme poté s vyučujícími, daných tříd obodovaly a podle počtu získaných bodů udělovaly známky, ale pouze žákům, kteří danou známku chtěli. Celkem mohli žáci za celý list získat až 11 bodů, z toho pouze 8 bylo povinných, ze kterých se poté počítala známka. Poslední úloha za 3 body byla volitelná. V případě jejího úspěšného vyřešení, se žákovi přičetly získané body a tím si mohl případně vylepšit známku. V ZŠ1 jsem se na bodování řešení podílela společně s třídní učitelkou, ale v malotřídní škole požadovala třídní učitelka, aby listy obodovala a ohodnotila známkou sama. Proto je bodování některých řešení v nepoměru. Diplomová práce není zaměřena na bodování a hodnocení těchto úloh, ale na analýzu žákovských řešení, proto jsem nerozlišovala rozdílné bodování třídních učitelek. K analýze jsem dala řešení obou tříd dohromady a seřadila je podle získaných bodů. Slovní úlohy byly bodovány na základě správného zápisu (ať už v podobě slovní legendy nebo pomocí obrázku), strategie řešení slovní úlohy, správnosti výsledku a ukončení slovní úlohy odpovědí. Na ukončení slovní úlohy odpovědí učitelky z obou základních škol apelovaly. Žáci, u nichž chyběla v řešení odpověď, tak přišli o jeden bod. Vypracované úlohy byly vytvořeny tak, aby museli žáci zadání porozumět. První úloha je jednodušší, aby žáci zvládli alespoň jednu úlohu, pokud by si s ostatními nevěděli rady. Zbylé úlohy jsou složitější a k jejich vyřešení je porozumění zadání nezbytné.

Pracovní list obsahoval čtyři slovní úlohy se zlomky, ze kterých mohli žáci získat celkem 11 bodů. Nejvíce získaných bodů ze všech 26 vypracovaných pracovních listů bylo 10 bodů. Na následujících stránkách je vložený celý vypracovaný pracovní list (viz obrázek 47 a 48) s jedním z nejlepších řešení, kde žák získal 10 bodů a ztracený bod byl pouze kvůli chybějící odpovědi ve třetí úloze. Řešení druhé a třetí úlohy z tohoto vypracovaného listu byla vybrána k analýze a jsou popsána u obrázků (viz obrázek 55 a 68).



Slovní úlohy se zlomky

Jméno: [redacted]

1)Stáří | 2 b. | 2 |

Pokud je nyní rok 2022, tak se tento indián narodil v roce, který je $\frac{1}{6}$ tohoto roku. V jakém roce se indián narodil?

nyní rok 2022
indián ...... $\frac{1}{6}$ z 2022
indián ..... ?

$2022 : 6 = \underline{\underline{337}}$
22
42

Indián se narodil v roce 337.

2)Hasič | 3 b. | 3 |

Dva hasiči musí uhasit celý hotel, který má 63 pokojů. První hasič uhasil už $\frac{1}{3}$ pokojů a druhý hasič uhasil $\frac{2}{7}$ ze zbývajících pokojů. Kolik pokojů zbývá ještě uhasit?

hotel .... 63 pokojů
1. hasič .... $\frac{1}{3}$ pokojů
2. hasič ... $\frac{2}{7}$ pokojů ze zbytku
zbývá uhasit... ?

$\frac{1}{3}$ z $63 = 63 : 3 = 21$

$63 - 21 = 42$

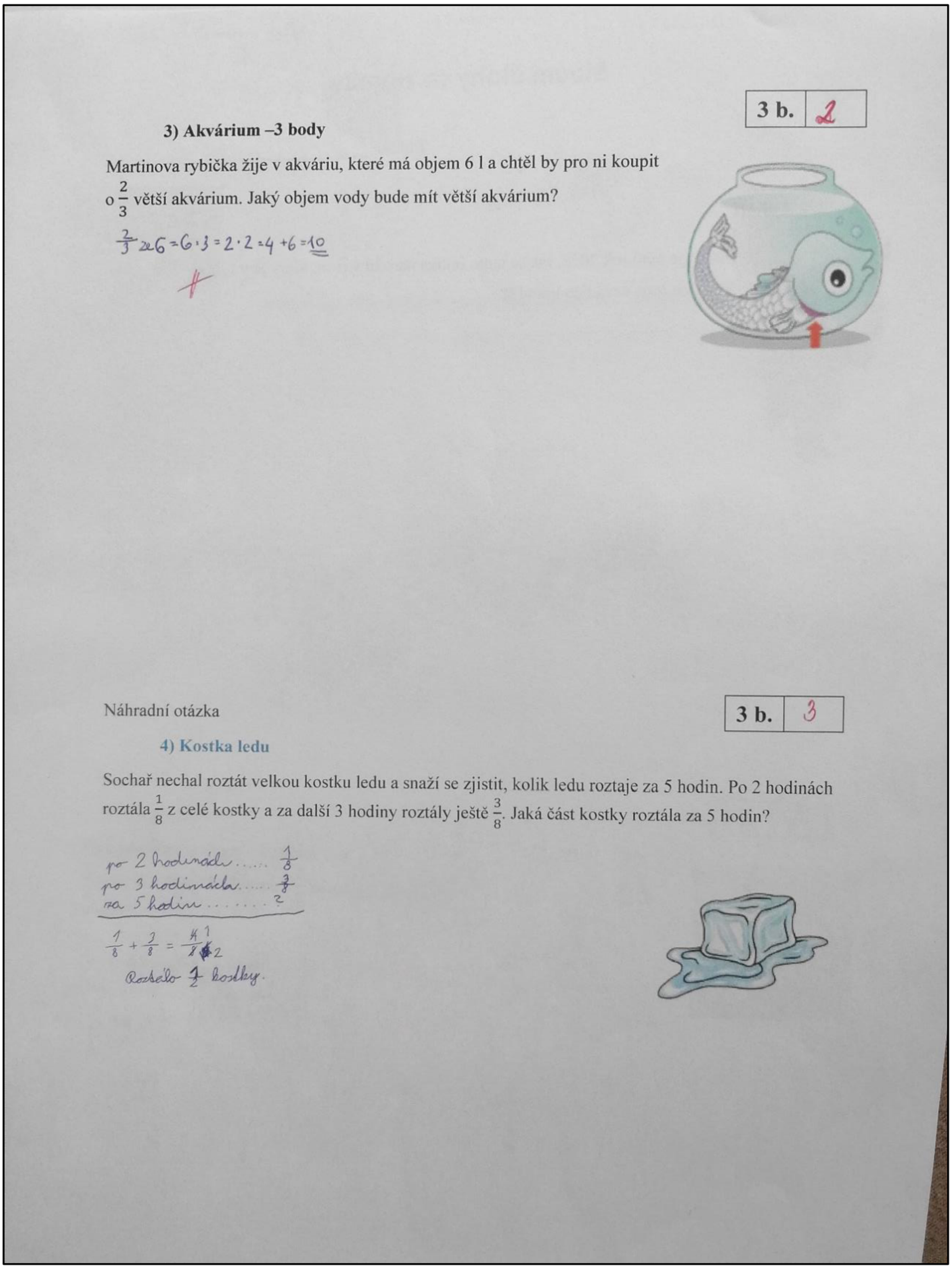
$\frac{2}{7}$ ze $42 = (42:7) \cdot 2 = 6 \cdot 2 = \underline{\underline{12}}$

$42 - 12 = \underline{30}$

Zbývá uhasit 30 pokojů.

Zdroj: vlastní

Obrázek 47 - Vypracovaný pracovní list – první strana


3 b. 2

3) Akvárium –3 body

Martinova rybička žije v akváriu, které má objem 6 l a chtěl by pro ni koupit o $\frac{2}{3}$ větší akvárium. Jaký objem vody bude mít větší akvárium?

$\frac{2}{3}$ z 6 = 6 : 3 = 2 · 2 = 4 + 6 = 10

Náhradní otázka

3 b. 3

4) Kostka ledu

Sochař nechal roztát velkou kostku ledu a snaží se zjistit, kolik ledu roztaje za 5 hodin. Po 2 hodinách roztála $\frac{1}{8}$ z celé kostky a za další 3 hodiny roztály ještě $\frac{3}{8}$. Jaká část kostky roztála za 5 hodin?

po 2 hodinách ...... $\frac{1}{8}$
po 3 hodinách ...... $\frac{3}{8}$
za 5 hodin .... ?

$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Roztálo $\frac{1}{2}$ kostky.

Zdroj: vlastní

Obrázek 48 - Vypracovaný pracovní list – druhá strana

První slovní úloha se zlomky z pracovního listu (viz obrázek 47) je na výpočet části z celku, kdy měli žáci přijít na to, kolik je jedna šestina z 2022. Úkolem žáků bylo tedy vypočítat, že šestina z 2022 je 337 (tzn. 2022 : 6 = 337). Za tuto úlohu mohli žáci získat až 2 body a za každou chybu jim byly body odečteny.

Druhou slovní úlohou se zlomky (viz obrázek 47) je opět úloha na výpočet části celku, ale tato úloha je složená, tzn. že oproti předchozí úloze musí žáci provést několik výpočtů a porozumět úloze, tak aby se dopočítali správnému výsledku. Nejdříve měli žáci za úkol vypočítat, kolik je část $\frac{1}{3}$ z celkových 63, tedy vypočítat část z celku. Po tomto výpočtu by měl vyjít výsledek 21 (tj. 63 : 3 = 21). Aby žáci úlohu správně vypočítali, museli porozumět slovní úloze a daný výpočet ještě od celku odečíst. Dále by tedy měli žáci počítat $\frac{2}{7}$ ze 42 (tj. 63 – 21 = 42). Poté by vypočítali, že druhý hasič uhasil 12 pokojů (tj. (42 : 7) · 2 = 12) a výsledek by měli žáci znovu odečíst, tak aby jim vyšel konečný výsledek. Tato úloha byla mnohem složitější než předchozí a žáci tedy mohli celkem získat až 3 body.

Ve třetí úloze (viz obrázek 48) měli žáci za úkol vypočítat část z celku, o kterou se daný celek zvětší, tzn. že by měl výpočet vypadat následovně: $\frac{2}{3}$ ze 6 a vyšlo by, že daná část je 4 (tj. (6 : 3) · 2 = 4). Poté se musí vypočítaná část k celku ještě připočíst, aby vyšel správný výsledek (tj. 6 + 4 = 10). I přesto, že k této úloze není potřeba tolik výpočtů jako k předchozí, může být pro žáky obtížné porozumět zadání, proto mohou žáci za tuto úlohu získat až 3 body. Stejně jako v předchozí úloze se i v této nachází zlomek s větším čitatelem, než je jedna.

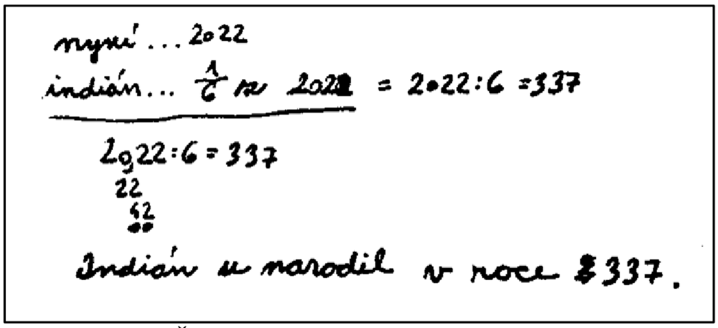
Poslední slovní úloha se zlomky (viz obrázek 48) je pouze náhradní a není povinná, tzn. že ji žák nemusí řešit. Pokud žák vyřeší úlohu správně, započítají se jeho body k „dobru“ a může mu to vylepšit celkový počet získaných bodů. Tato slovní úloha je na sčítání zlomků, kde mají žáci vypočítat, jaká část ledové kostky roztála za 5 hodin. Žáci měli za úkol porozumět textu a poznat, že se jedná o sčítání zlomků, aby úlohu správně vyřešili.

2.3.1. Analýza řešení slovních úloh z pracovního listu

Pracovní listy byly dohromady rozdány 26 žákům z 5.A a malotřídní školy. Úlohy jsou k analýze roztříděny a jsou popsány postupně od první slovní úlohy, kde jsou zhodnocena všechna zajímavá řešení.

První úloha (viz obrázek 47) byla ze všech čtyř slovních úloh nejjednodušší a zvládlo ji správně vyřešit 12 žáků. Řešení, kde chyběl zápis nebo odpověď, mělo 9 žáků. Zbývajících 5 žáků získalo pouze půl bodu, protože nevypočítali správný výsledek, ale zbylé náležitosti řešení byly správné.

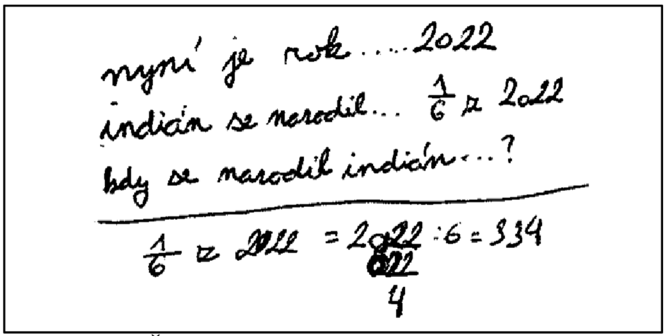
První řešení (viz obrázek 49) mělo podobným způsobem zapsáno celkem 12 žáků z 26. Žáci řešili úlohu slovním zápisem a v matematizační části správně počítali danou část z celku tedy 2022 : 6, kde jim vyšel správný výsledek 337. Takto vyřešená úloha i s odpovědí byla hodnocena dvěma body.



Obrázek 49 – Žákovské řešení první úlohy z pracovního listu

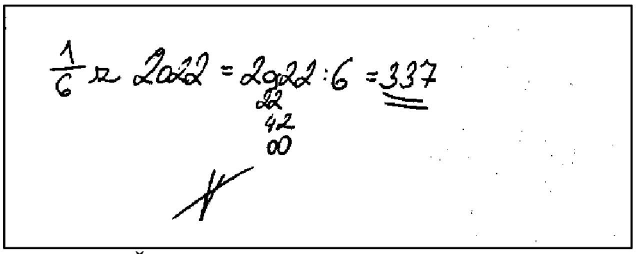
Konkrétně v tomto řešení (viz obrázek 49) žák zapsal stejný výpočet dvakrát, a to jak ve slovním zápisu, tak i v matematizační části, kde příklad vypočítal a výsledek připsal k zápisu. Takovéto řešení měli stejně zapsané i další dva žáci. Zbylých 9 žáků mělo příklad zapsáno pouze jednou. V zápisu žákovi také chybí údaj s otázkou.

Stejný způsob řešení slovní úlohy použili i další 4 žáci, kterým se však nepovedla operace dělení a nedopočítali se tak správnému výsledku. Například v řešení (viz obrázek 50) žák udělal správně zápis, i správně zapsal příklad, ale při písemném dělení se dopustil chyby, kdy zapomněl počítat s poslední číslicí v čísle 2022. Zbytek pouze připsal jako poslední číslici výsledku a vyšel mu tedy nesprávný výsledek 334. Žák udělal správně zápis a zapsal správně i příklad. Žák chybně počítal při operaci písemného dělení, a také zapomněl na odpověď. Tento žák byl ohodnocen pouze půl bodem.



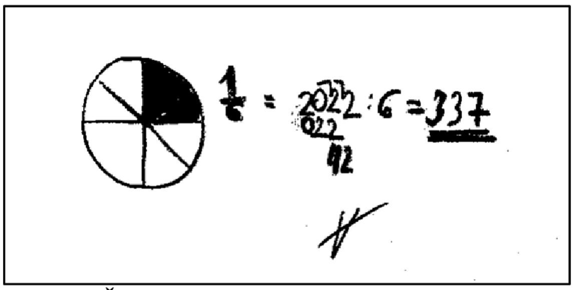
Obrázek 50 – Žákovské řešení první úlohy z pracovního listu

Následující řešení jsou již za jeden bod, protože v daných úlohách chyběla část řešení. Konkrétně v řešení na obrázku 51 žák rovnou zapsal matematizaci a písemné dělení počítal v příkladu. Žák zapomněl napsat odpověď, tudíž ztratil jeden bod.



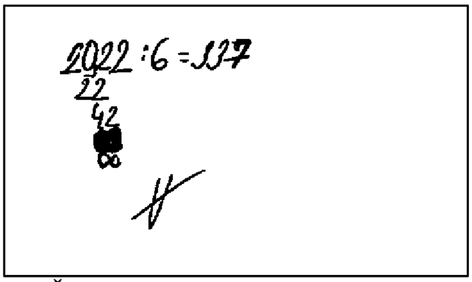
Obrázek 51 – Žákovské řešení první úlohy z pracovního listu

Řešení na obrázku (viz obrázek 52) měli podobně 4 žáci a je počítáno pomocí kruhového modelu „koláče“. Kruh žák rozdělil na šest částí, které nejsou stejně velké, ale v tomto případě počítal žák správně i přes nestejně velké části. Žák správně vybarvil jednu část kruhu, která znázorňuje $\frac{1}{6}$ a tuto část i daným zlomkem pojmenoval. Za tento zlomek zapsal rovná se a počítal příklad, který je správně, ale 2022 : 6 se nerovná $\frac{1}{6}$, tudíž je toto rovnítko použito nesprávně. Příklad vypočítal žák pomocí písemného dělení správně, ale v řešení mu chybí odpověď. Žák byl za celé řešení ohodnocen třídní učitelkou jedním bodem.



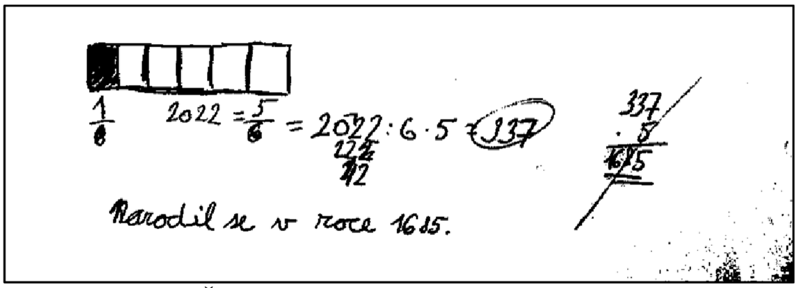
Obrázek 52 – Žákovské řešení první úlohy z pracovního listu

Následující řešení (viz obrázek 53) nemá žádnou formu zápisu a nemá ani odpověď, ale úloha je vypočítaná správně. Nelze říci, zda žák výpočet pouze opsal od spolužáka nebo opravdu úlohu takto vyřešil samostatně, ale výsledek je správný. Na řešeních bylo hodnoceno především porozumění úloze a správnost výpočtu. Tento žák získal také jeden bod.



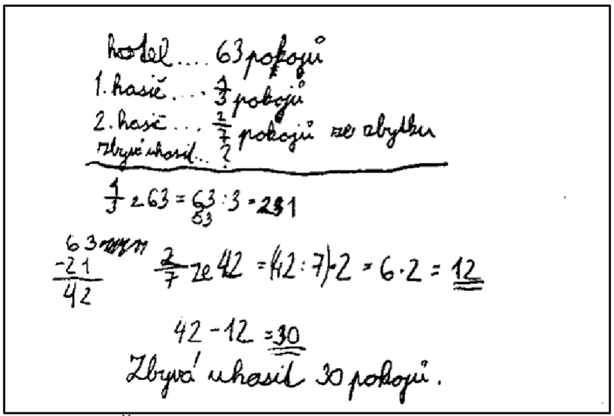
Obrázek 53 – Žákovské řešení první úlohy z pracovního listu

Posledním řešením (viz obrázek 54) této úlohy je znovu pomocí grafického zápisu, ale tentokrát místo kruhového modelu je model obdélníku. Tento model použili pro zápis celkem 4 žáci. Žák v grafickém zápisu správně znázornil danou část, ale na obrázku je viditelné, že žák chybně propojil zadání se znázorněním. Daný celek (tj. 2022) určil jako zbývajících pět částí. Žák počítal příklad $\frac{5}{6}$ z 2022, kdy správný výsledek této úlohy vypočítal, ale následně jej vynásobil danými pěti částmi. Z tohoto důvodu byl koncový výsledek chybný. Za toto řešení získal žák půl bodu. Toto řešení je hodnoceno třídní učitelkou malotřídní školy, která v porovnaní s ostatními řešeními, hodnotila především koncový výsledek.



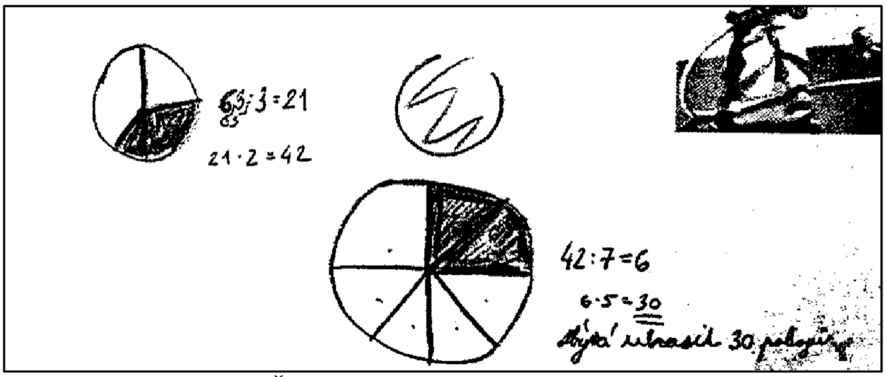
Obrázek 54 – Žákovské řešení první úlohy z pracovního listu

Druhá slovní úloha (viz obrázek 47) byla pro žáky složitější, protože byla těžší na pochopení a nacházelo se v ní mnohem více potřebných početních operací než v předchozí jednoduché slovní úloze. Úlohu vyřešilo zcela správně pouze 9 žáků z 26 žáků. Jeden bod získalo 11 žáků. Půl bodu získali 3 žáci a 3 žáci nezískali žádný bod. Žákům dělalo u této úlohy největší potíže pochopení úlohy a vzniklo tak celkem 9 druhů řešení, které analyzuji dále v této práci.



Obrázek 55 – Žákovské řešení druhé úlohy z pracovního listu

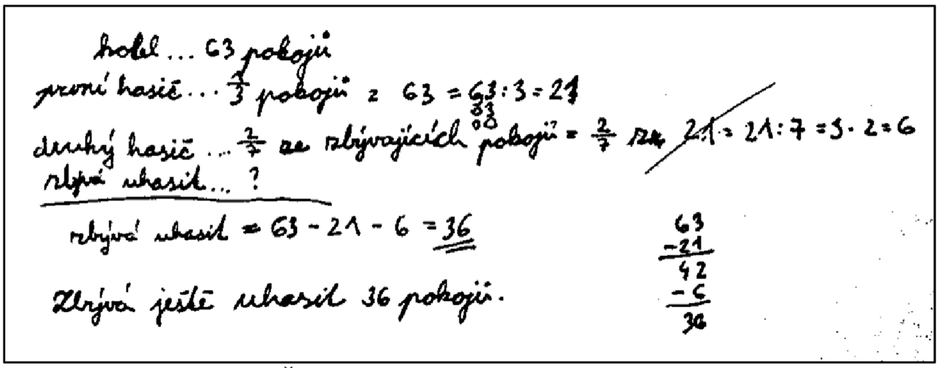
První řešení druhé slovní úlohy z pracovního listu (viz obrázek 55) řešilo podobně 10 žáků, z nichž pouze 6 ji vyřešilo správně. Žáci použili slovní zápis, kam zapsali všechny potřebné údaje ze zadání. Žáci vypočítali dané zlomky z celků a úlohu správně vyřešili. Za takto vyřešenou slovní úlohu získali žáci 3 body.



Obrázek 56 – Žákovské řešení druhé úlohy z pracovního listu

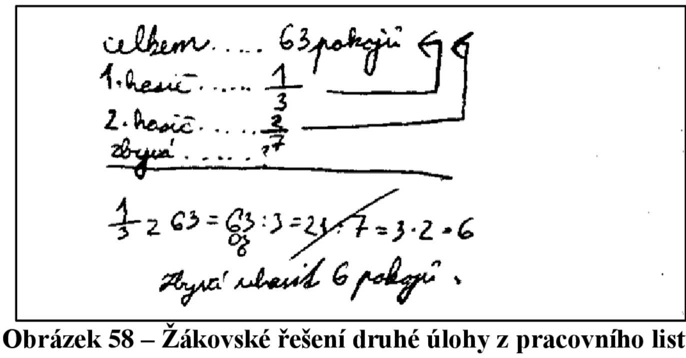
Dalším způsobem, jakým žáci danou úlohu řešili a získali plný počet bodů je pomocí grafického zápisu. Tímto způsobem řešilo úlohu celkem 6 žáků, z nichž 3 žáci vypočítali úlohu správně. Na obrázku (viz obrázek 56) můžeme vidět, že si žák nejprve rozdělil celek na třetiny, kdy jednu část vybarvil a vypočítal. Žák vypočítal, že jedna část je 21, a poté správně vypočítal zbývající dvě třetiny. Stejný princip zopakoval u dalšího grafického zápisu, kdy „koláč“ rozdělil na sedminy. Jedna část zůstala větší než ostatní, protože žák rozděloval kruh na osminy. V rozděleném kruhu si vyznačil dvě části a vypočítal, že jedna část z celku je 6 (tj. 42:7=6). Tento výsledek vynásobil počtem zbylých částí a vyšel mu správný výsledek 30. Žák nezapomněl ani na odpověď a za celé řešení tak získal 3 body.

Následující řešení získala pouze jeden bod, protože žáci vyřešili vždy jen určitou část úlohy. Největší problém dělalo porozumění zadání.



Obrázek 57 – Žákovské řešení druhé úlohy z pracovního listu

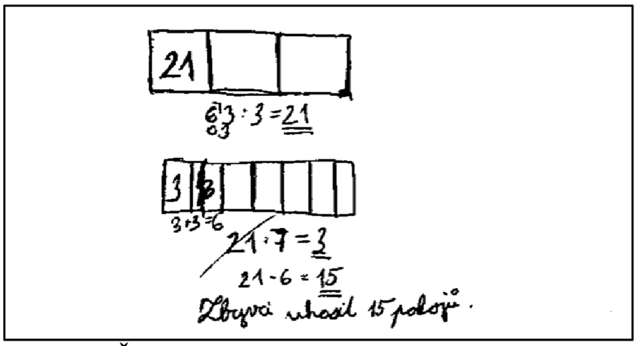
V tomto řešení (viz obrázek 57) žák použil slovní zápis, kam vypsal všechny potřebné údaje. Žák vypočítával příklady rovnou v zadání, kde správně vypočetl, kolik pokojů uhasil první hasič. V dalším výpočtu však nepočítal zlomek ze zbývajících pokojů, nýbrž z předchozího výpočtu pokojů, které uhasil první hasič. Všechny další výpočty již nebyly vzhledem k zadání správné. U tohoto řešení můžeme opět pozorovat opakované používání rovnítek u třetího údaje v zápise. Žák udělal zápis, nezapomněl na odpověď a první výpočet měl správně, proto byl ohodnocen jedním bodem.



Obrázek 58 – Žákovské řešení druhé úlohy z pracovního listu

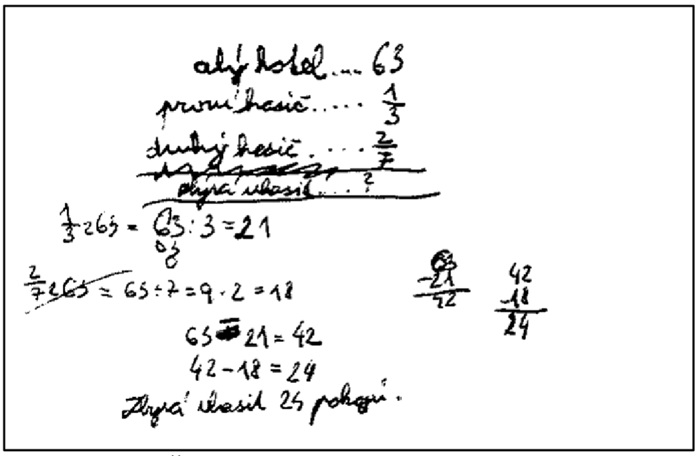
Toto žákovské řešení (viz obrázek 58) je podobné předchozímu řešení. Žák opět použil slovní zápis, ale u vztahujících se údajů k jiným údajům udělal šipky. Takovýto zápis použili celkem 2 žáci, z nichž pouze jeden byl úspěšný. U tohoto žáka došlo k neporozumění zadání a druhá šipka vede místo ke druhému údaji k prvnímu.

V matematizační části se svým zápisem řídil jen v prvním výpočtu, kdy správně spočítal, kolik pokojů uhasil první hasič. Dále se už druhou šipkou v zápise neřídil a počítal rovnou s vypočítaným výsledkem, což byla také chyba. Žák se vzhledem ke zmíněné chybě nedopočítal správného konečného výsledku. Za takovéto řešení získal žák jeden bod. Opět můžeme vidět nesprávné používání rovná se.



Obrázek 59 – Žákovské řešení druhé úlohy z pracovního listu

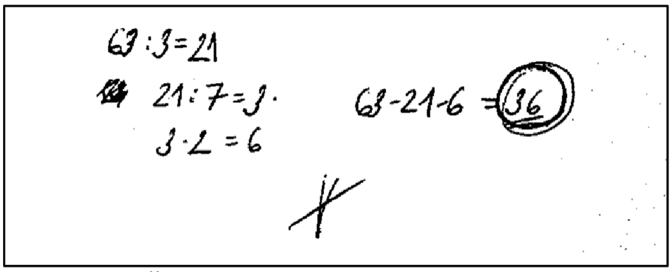
Další žák (viz obrázek 59) uvažoval podobně, jako žáci z předchozích dvou řešení, ale liší se od nich použitím grafického zápisu, který takto použili celkem tři žáci. V prvním grafickém zápisu si žák rozdělil celek na třetiny, kdy správně vypočítal, že jedna třetina je 21. Dále však počítal s vypočítanou částí místo částí zbylou. Jeho další celek představoval číslo 21, který rozdělil na sedm částí a určil, že dvě části jsou 6. Teprve po výpočtu tohoto výsledku žák vypočítanou část odečetl od celku. Kdyby takto postupoval i s předchozím výsledkem, mohl získat plný počet bodů. Žák s takto řešenou úlohou byl ohodnocen pouze jedním bodem, který získal za vypočítání první části úlohy.



Obrázek 60 – Žákovské řešení druhé úlohy z pracovního listu

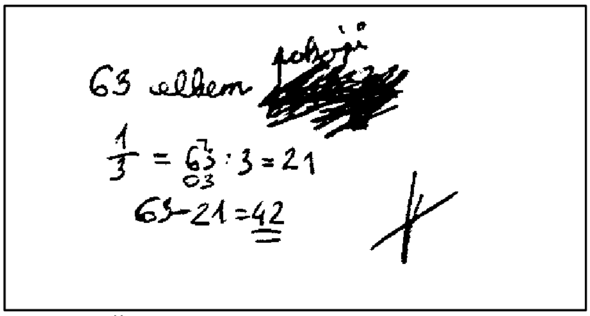
Poslední řešení, které získalo jeden bod je z obrázku (viz obrázek 60). Tento žák si udělal správný zápis, ale u třetího údaje zapomněl napsat, že se má počítat ze zbylé části, a to vedlo k nesprávnému vyřešení úlohy. Žák správně vypočítal první výpočet, nicméně stejným způsobem jako u předchozího řešení už neodečetl vypočítaný výsledek od celku. V dalším příkladě počítal znovu s celým celkem, kde opět můžeme vidět špatně použité opakované rovná se.

Další řešení jsou za půl bodu, protože žáci zvládli jen jeden z výpočtů a neudělali ani zápis ani odpověď. Takto řešené úlohy, kdy žáci neudělali zápis ani odpověď měli pouze následující tři žáci.



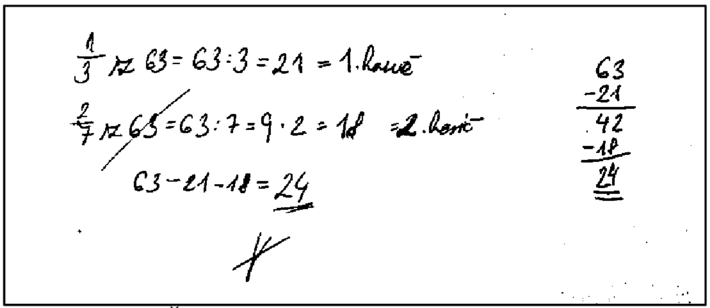
Obrázek 61 – Žákovské řešení druhé úlohy z pracovního listu

V tomto řešení (viz obrázek 61) žák neudělal zápis. Dle mého názoru je chybějící zápis důvod, proč žák nezvládl vypočítat úlohu správně. Žákovi se podařilo vypočítat správně první příklad, ale bez zápisu a správného porozumění již další příklady správné nejsou. V tomto řešení žák opět počítal pouze s vypočítanou částí místo zbylé části a konečný výsledek v tom případě neodpovídal správnému výsledku. I přesto, že žák zvládl první výpočet stejně jako předchozí žáci, kvůli absenci zápisu a také odpovědi byl ohodnocen pouze půl bodem.



Obrázek 62 – Žákovské řešení druhé úlohy z pracovního listu

I v tomto řešení (viz obrázek 62) chybí zápis i odpověď. Žák uvedl pouze jeden údaj, ale zbývající již nikoliv a z výpočtů se mu podařilo vypočítat správně první část úlohy. Žák odečetl vypočítanou část od celku oproti předchozím žákovským řešením, ale tím řešení úlohy u tohoto žáka končí. Toto řešení bylo ohodnoceno půl bodem.

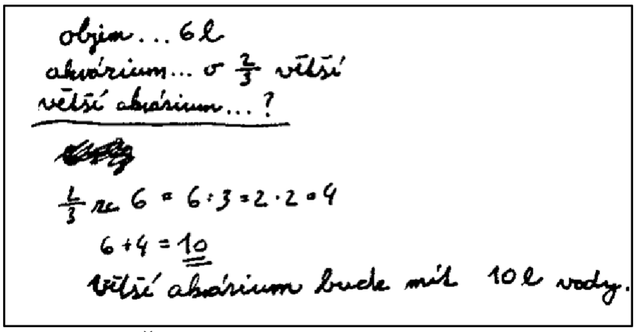


Obrázek 63 – Žákovské řešení druhé úlohy z pracovního listu

Posledním řešením, které získalo pouze půl bodu je viditelné na obrázku 63 (viz obrázek 63). Žák v tomto případě zapsal některé údaje ze zadání, se kterými dále počítal. U druhého výpočtu došlo k nepochopení úlohy a žák počítal místo se zbylou částí znovu s původním celkem. Znovu je na obrázku viditelné nesprávné použití rovnítek. Žákovo řešení bylo hodnoceno pouze půl bodem, protože měl správně pouze jeden výpočet a v řešení chybí odpověď.

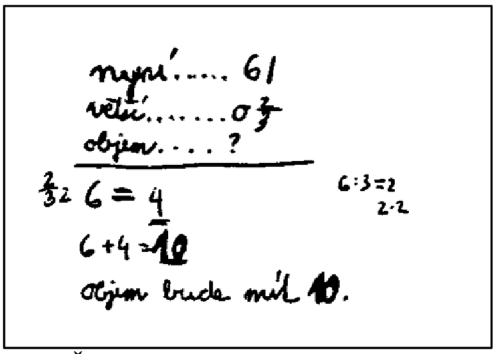
Ve **třetí slovní úloze** (viz obrázek *48*) stačilo k vyřešení méně výpočtů než k vyřešení druhé úlohy. Žákům činila tato úloha problém, jelikož byla složitější na pochopení a zadání obsahovalo údaj s litry. Úlohu vyřešilo správně 12 žáků z 26. Zcela správně vyřešená úloha byla ohodnocena třemi body. Dvěma body byla ohodnocena 2 řešení, kterým chyběla odpověď nebo nebyla úloha dořešena, i přesto, že byla počítána správně. Dalších 7 řešení měla různé chyby ve výpočtech, a tak byla hodnocena pouze jedním bodem. Chybných řešení, která nezískala žádný bod, bylo 5.

Prvním řešením, které získalo celé 3 body je z obrázku 64 (viz obrázek 64). Žák použil slovní zápis, kam zapsal všechny potřebné údaje a neznámou označil otazníkem. V další části počítal část z celku, která mu vyšla správně. Na obrázku je opět viditelné nesprávné používání rovná se. Žák správně počítal nejprve se jmenovatelem, tak aby vypočítal, kolik je jedna třetina. Následně žák vynásobil výsledek počtem částí, které určoval čitatel ve zlomku. Nezapomněl přičíst vypočítanou část k celku a za celkové řešení i s odpovědí byl ohodnocen třemi body ze tří. Takto správně vyřešenou úlohu měli celkem 3 žáci. Ostatní žáci, kteří řešili úlohu tímto způsobem, byli z části nebo zcela neúspěšní a získali méně bodů.



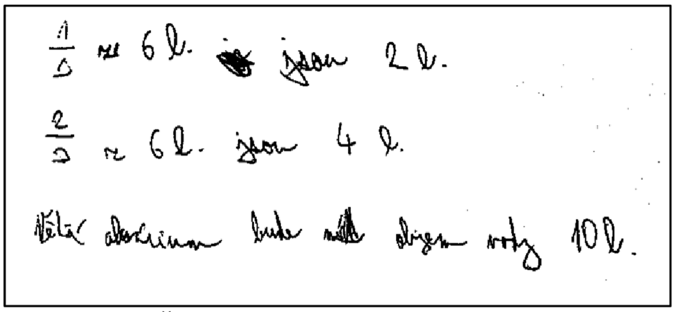
Obrázek 64 – Žákovské řešení třetí úlohy z pracovního listu

Stejné řešení jako předchozí měli další 2 žáci. Jedno z těchto řešení je zobrazeno na obrázku (viz obrázek 65). V tomto případě však žák nepoužil znaménko rovná se nesprávně, ale udělal samostatné výpočty mimo daný příklad. Jinak jsou úlohy řešeny stejným způsobem. Toto řešení bylo ohodnoceno třemi body. Tyto dva druhy řešení, které žáci řešili slovním zápisem, jsou úspěšné a získaly celé tři body. Žákova odpověď „Objem bude mít 10." znázorňuje, že žák neví, co slovo „objem" představuje a nespojil si, co vypočítal.



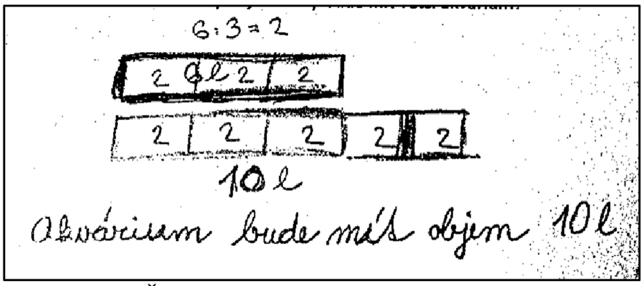
Obrázek 65 – Žákovské řešení třetí úlohy z pracovního listu

V následujícím řešení (viz obrázek 66) žák rovnou počítal části z celku, kde si nejprve vypočetl jednu část z celku, a poté výsledek vynásobil počtem částí v čitateli. Žák zřejmě počítal vše zpaměti, protože v řešení nejsou uvedeny žádné výpočty. Konečný výsledek není vypočítán, ale je uveden v odpovědi, z tohoto důvodu byla úloha považována za správně vyřešenou.



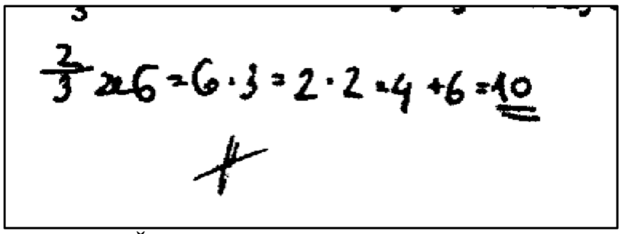
Obrázek 66 – Žákovské řešení třetí úlohy z pracovního listu

V posledním řešení, které získalo plný počet bodů (viz obrázek 67), je použit grafický zápis. Žák v tomto případě udělal dva grafické zápisy. V prvním modelu rozdělil celek na části a správně vypočítal, že jedna část je 2. Do druhého modelu přikreslil další dvě části, které představovaly určenou část čitatelem a vyšlo mu, že má celkem pět částí po 2. Grafický zápis (tyčový či kruhový) použilo a správně vyřešilo celkem 6 žáků, což je zatím nejvíce úspěšně vyřešených grafických zápisů ze všech získaných řešení.



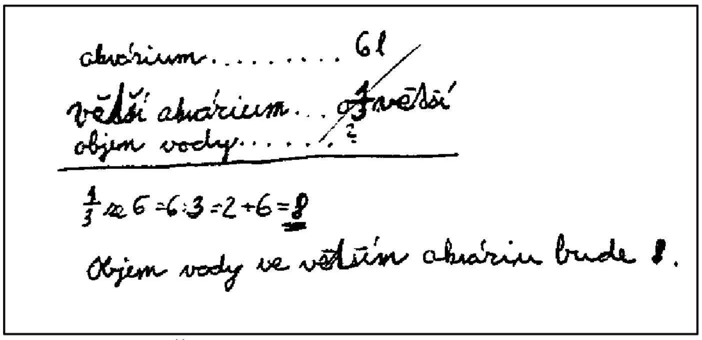
Obrázek 67 – Žákovské řešení třetí úlohy z pracovního listu

Následující řešení byla ohodnocena jedním nebo dvěma body. U dvoubodového hodnocení chyběl zápis nebo odpověď. U jednobodově ohodnocených řešení obsahovala řešení všechny náležitosti, ale příklady byly vyřešeny chybně.



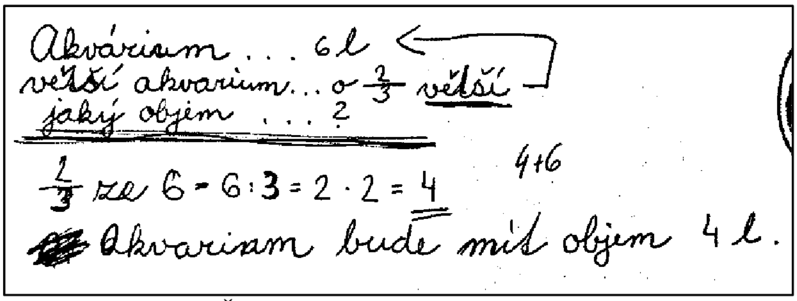
Obrázek 68 – Žákovské řešení třetí úlohy z pracovního listu

Řešení (viz obrázek 68), které vypracoval žák z ukázkového pracovního listu (viz obrázek 48), nemá zápis ani odpověď. Výpočet úlohy je správný, proto toto řešení získalo dva body ze tří. Z výpočtu v řešení je viditelné, že žák zadání porozuměl. Bod byl odebrán za chybějící odpověď.



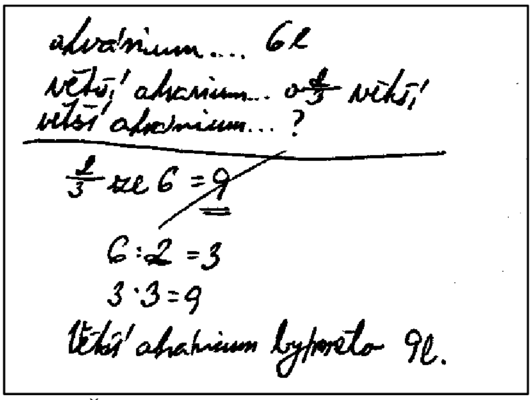
Obrázek 69 – Žákovské řešení třetí úlohy z pracovního listu

Žákovské řešení (viz obrázek 69) obsahuje zápis s chybnou informací, kam si žák zapsal místo dvou pouze jednu třetinu. S takovým údajem je úloha vypočítána správně, ale není to správný výsledek úlohy. Tato úloha byla ohodnocena jedním bodem. V matematizační části žák správně zapsal příklady, aby vypočítal část z celku. Žák porozuměl úloze, protože k výsledku přičetl původní celek. Stejně jako v předchozím řešení se i zde opakují nesprávně zapsaná rovnítka.



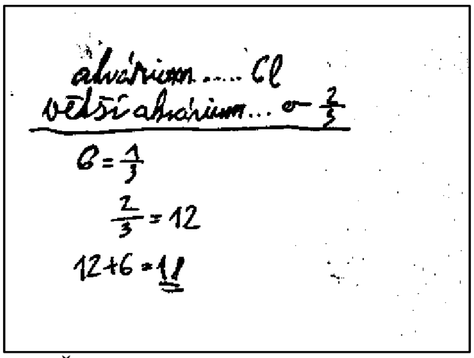
Obrázek 70 – Žákovské řešení třetí úlohy z pracovního listu

V tomto řešení (viz obrázek 70) nechybí žákovi zápis ani odpověď. Žák dokonce zvládl správně vypočítat danou část z celku. U žáka neproběhlo zcela porozumění úloze a část, která měla být poté ještě přičtena k celku, zůstala jako konečný výsledek. V zápise je použita šipka k určení, k jakému údaji se daný údaj vztahuje. Žák si ke druhému údaji správně zapsal „o $\frac{2}{3}$ větší“, ale tuto informaci poté při výpočtech vynechal a vypočítal pouze danou část. Opět je i v tomto řešení použito opakované rovná se. Oproti ostatním řešením s jedním bodem bylo však toto řešení až na poslední krok správné, proto žák získal dva body.



Obrázek 71 – Žákovské řešení třetí úlohy z pracovního listu

V řešení (viz obrázek 71) je udělán správně zápis, ale v matematizaci byl použit opačný způsob výpočtu. Tento způsob řešení použili celkem 4 žáci. Žák nejprve rozdělil údaj „6 litrů“ na dvě části, které udává čitatel. Následně tyto části vynásobil jmenovatelem, aby dostal celek. Žáci i přes neúspěšné vyřešení získali jeden bod.

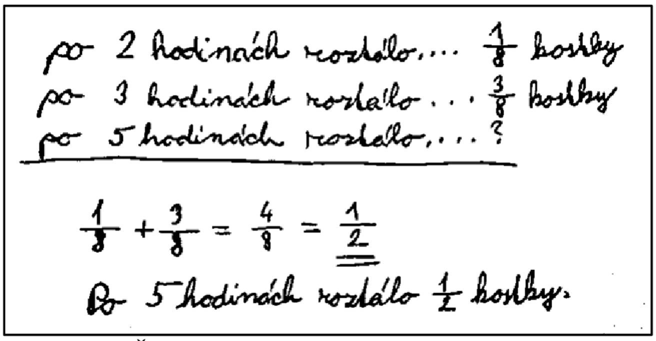


Obrázek 72 – Žákovské řešení třetí úlohy z pracovního listu

Úloha (viz obrázek 72) je řešena chybně pomocí určení části. Částí žák určil daných 6 litrů, které měly představovat celek. Tuto část označil zlomkem jedna třetina, protože se mělo zvětšovat o dvě třetiny. Žák tedy určil, že 6 je zbylá třetina, která chybí do celku a vypočítal zbylé dvě třetiny. Poté tyto části spolu sečetl, aby vyšel celek. Úloha byla hodnocena jedním bodem, i když řešení není správné. Hodnocena byla úvaha nad vyjádřením představy o zlomku. Takovouto úvahu měli celkem 2 žáci ze všech získaných prací.

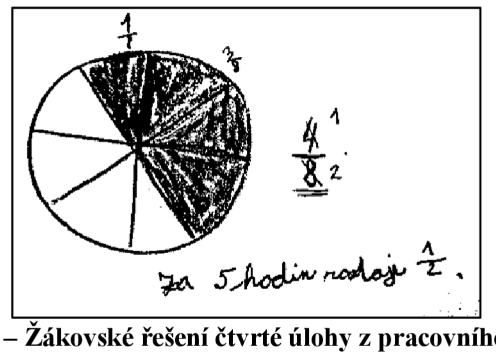
Zbylá řešení byla hodnocena nula body, protože se žáci nepokusili úlohu vyřešit. Takových řešení bylo celkem pět.

Čtvrtá slovní úloha (viz obrázek 48) byla pouze náhradní a žáci ji nebyli povinni řešit. Mohli si však jejím vyřešením přidat až 3 body, které mohli na předchozích úlohách ztratit. Úlohu vůbec neřešilo 6 žáků z celkového počtu 26 žáků. Další 4 žáci vyřešili úlohu chybně. Jeden bod získalo 11 žáků a zcela správně vyřešilo úlohu celkem 5 žáků. Oproti předchozím úlohám, které byly na výpočet části z celku, se jedná o úlohu na sčítání zlomků. V úloze se nachází údaje navíc, ale žákům pro vyřešení úlohy stačí pouze údaje se zlomky se stejným jmenovatelem, které musí sečíst. Za zcela správné vyřešení úlohy i se zkrácením zlomku na základní tvar získávali žáci 3 body. Pokud zapomněli zkrátit zlomek na základní tvar, byla řešení hodnocena jedním bodem a chybně vyřešené úlohy nula body.



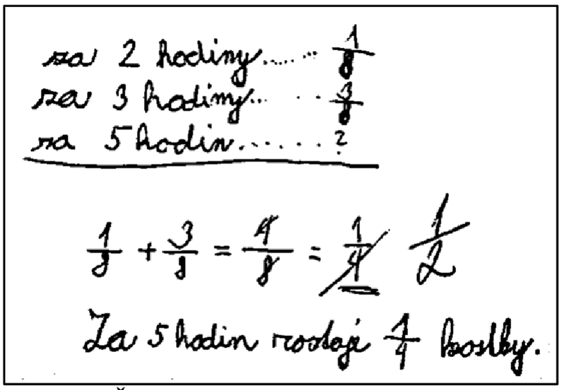
Obrázek 73 – Žákovské řešení čtvrté úlohy z pracovního listu

První řešení (viz obrázek 73) je správné a žák získal celé 3 body. Takto vyřešenou úlohu, s použitím slovního zápisu, měli 3 žáci z celkových 26 žáků. Žáci si správně vypsali všechny potřebné údaje, a poté zlomky se stejným jmenovatelem sčítali. Žáci správně vytvořili společného jmenovatele (tj. 8), a poté sečetli čitatele (tj. 1 + 3 = 4). Součet obou zlomků $\frac{4}{8}$ nezapomněli tito žáci zkrátit a úlohu doplnili odpovědí.



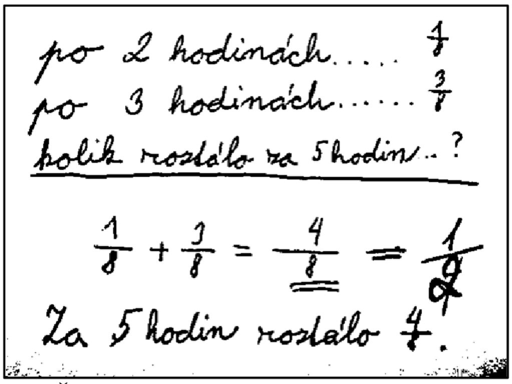
Obrázek 74 – Žákovské řešení čtvrté úlohy z pracovního listu

Druhým řešením (viz obrázek 74), které bylo také správné, bylo řešení s grafickým modelem místo slovního zápisu. Žák si do kruhového modelu znázornil barevně osminu, která představovala první zlomek a následně další barvou tři osminy, které představovaly druhý zlomek. Žák spočítal, kolik částí je vybarvených a výsledek zapsal zlomkem, který následně rovnou zkrátil. Žák nezapomněl napsat odpověď, a tak za toto řešení získal 3 body. Takto zcela správně vyřešenou úlohu, i se zkráceným zlomkem, měli pouze 2 žáci.



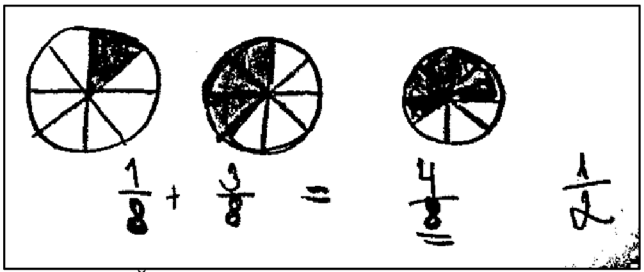
Obrázek 75 – Žákovské řešení čtvrté úlohy z pracovního listu

Dalším řešením (viz obrázek 75), které žáci vymysleli, je zcela podobné prvnímu řešení s rozdílem, že u tohoto řešení žák chybně zkrátil součet zlomků na základní tvar. Z tohoto důvodu získalo řešení pouze jeden bod. Konečný správný základní tvar byl dopsán při opravě řešení. Takto zkrácený zlomek se však objevil pouze u tohoto žáka, ostatní krácení zlomků, pokud ho prováděli, udělali správně.



Obrázek 76 – Žákovské řešení čtvrté úlohy z pracovního listu

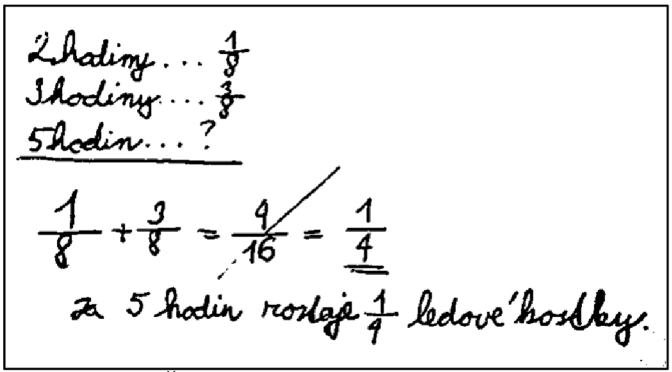
V řešení (viz obrázek 76) žák opět použil slovní zápis, kam uvedl potřebné údaje a v matematizaci správně zapsal příklad na sčítání zlomků. Úloha je řešena stejně jako první řešení, ale v tomto řešení chybí poslední krok, a to zkrácení zlomku na základní tvar, který byl při opravě dopsán. Takto vyřešenou úlohu bez zkrácení zlomku na základní tvar mělo celkem 6 žáků a získali tak pouze jeden bod.



Obrázek 77 – Žákovské řešení čtvrté úlohy z pracovního listu

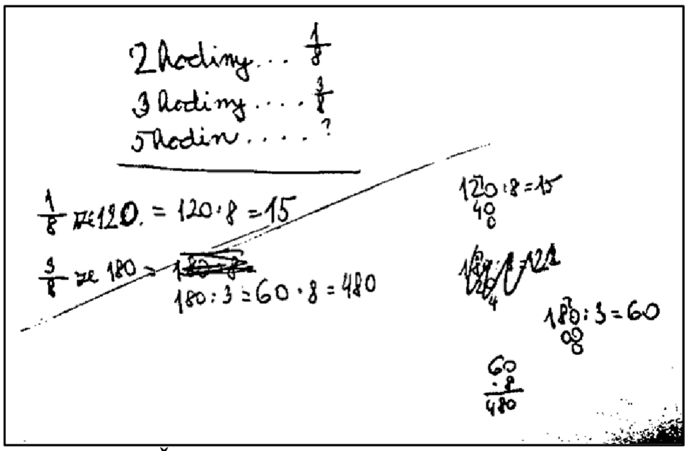
V dalším řešení (viz obrázek 77) byl opět použit grafický zápis pomocí kruhových modelů. Tato úloha je oproti předchozímu řešení s grafickým zápisem řešena pomocí několika kruhových modelů „koláčů“, které žák správně rozdělil na osminy, jak udávají jmenovatele obou zlomků. Následně žák v každém „koláči“ vyznačil určenou část zlomku, tj. 1 část určenou zlomkem $\frac{1}{8}$ a 3 části určené zlomkem $\frac{3}{8}$. Obě tyto části poté společně vyznačil ve třetím „koláči“, kde měl vyznačit celkem 4 části, ale vyznačil jich 5. Poté však žák napsal ke každému modelu daný zlomek a vytvořil příklad, jehož výsledek je správně. Žák se tedy při výpočtu neřídil modelem, kde si vyznačil 5 částí, protože by jinak jeho výsledek byl $\frac{5}{8}$. I přes nesprávné zakreslení částí do modelu, byla úloha hodnocena jako správně vyřešená, jen bez zkráceného zlomku do základního tvaru a chybějící odpovědi. Toto řešení tedy získalo jeden bod a konečný zkrácený zlomek byl poté při opravě dopsán. Řešení pomocí grafického zápisu se získáním jednoho bodu měli z celkových 26 získaných řešení dohromady 4 žáci.

Zbylá dvě řešení nezískala žádný bod, jelikož jejich výsledek nebyl správný. Žádný bod získalo celkem 10 žáků z 26. Mezi těmito řešeními se nenacházelo žádné řešení s grafickým zápisem, pouze řešení se slovními zápisy. Z těchto 10 žáků bylo 6 žáků, kteří úlohu neřešili vůbec.



Obrázek 78 – Žákovské řešení čtvrté úlohy z pracovního listu

Předposlední řešení (viz obrázek 78) čtvrté úlohy z pracovního listu je řešeno pomocí slovního zápisu a celkově se podobá prvnímu řešení této úlohy. V tomto řešení však žák špatně vypočetl součet zlomků. Místo vytvoření společného jmenovatele, který je v tomto případě u obou zlomků stejný, jmenovatele sečetl. Rozšířil tak jmenovatele číslem 2, ale čitatele již nerozšířil a pouze je sečetl. I přes to, že žák poté vypočítaný výsledek správně zkrátil, jeho výpočet správný nebyl a nezískal tedy žádný bod. Takovéto řešení, kde žáci sečetli jmenovatele místo vytvoření společného jmenovatele, měli celkem 2 žáci.



Obrázek 79 – Žákovské řešení čtvrté úlohy z pracovního listu

Posledním řešením všech vytvořených úloh je řešení z obrázku 79. Toto řešení bylo neúspěšné a nezískalo žádný bod. Žák místo sčítání zlomků použil stejně jako v předchozích úlohách výpočet části zlomku. Takovýto způsob řešení použili 2 žáci z celkových 26. Podle mého názoru žáci při této poslední úloze neuvažovali o smyslu úlohy, ale pouze opakovali výpočty z předchozích úloh.

2.4. Zhodnocení analýzy slovních úloh

Pro tuto práci byly získány celkem čtyři slovní úlohy z písemných prací žáků pátých tříd, ve kterých se vyskytovala slovní úloha se zlomky. První slovní úloha z písemné práce třídy 5.A na ZŠ1 byla chybně vytvořena, a z tohoto důvodu nebyla získaná řešení k analýze použita. Ze třídy 5.C na ZŠ1 byly získány dvě slovní úlohy z písemných prací. První slovní úloha se vyskytovala ve druhé pololetní práci, kterou psalo 21 žáků a druhá slovní úloha se vyskytovala ve čtvrtletní práci, kterou psalo 19 žáků. Další řešení slovní úlohy byla získána z pololetní práce žáků malotřídní školy, kterých bylo 11. Celkem bylo k analýze získáno 51 žákovských řešení. Tato řešení byla u daných slovních úloh roztříděna podle úspěšnosti v řešení od nejlepších po nejhorší.

Úlohu z pololetní práce třídy 5.C řešilo 21 žáků z celkového počtu 26 žáků. Správně ji vyřešilo 10 žáků, kteří získali celé 2 body. Dále 6 žáků udělalo nějakou z následujících chyb: opomenutí posledního kroku k vypočítání všech údajů nebo opomenutí odpovědi. Tito žáci získali pouze jeden bod z celkových dvou bodů. Zbylých 5 žáků slovní úlohu vyřešit nedokázalo a nedostali žádný bod nebo jen půl bodu, pokud měli alespoň nějakou část z řešení správně.

Druhou úlohou řešenou třídou 5.C byla úloha ze čtvrtletní písemné práce, kterou psalo 19 žáků z celkových 26 žáků. Tato úloha měla ze všech tří slovních úloh největší úspěšnost v řešení. Úlohu zvládlo vyřešit zcela správně celkem 11 žáků. 4 žáci získali za svá řešení jeden bod, protože zapomněli dopočítat druhou část úlohy. Další 2 žáci získali za svá řešení pouze půl bodu, jelikož vypočítali pouze jeden z výsledků, který však chybně považovali za jiný údaj. Pouze 2 zbylí žáci úlohu nevyřešili a nezískali žádný bod.

Poslední slovní úloha byla získána z pololetní práce malotřídní školy, kde zvládli úlohu správně vyřešit 4 žáci z celkových 11. Tato úloha byla oproti předešlým úlohám bodována jedním bodem, a tak bod získali pouze žáci, kteří měli úlohu vyřešenou zcela správně.

Dále byl pro účel této diplomové práce vytvořen pracovní list se čtyřmi slovními úlohami se zlomky. Tři úlohy se týkaly výpočtu části z celku a poslední úloha byla na operaci sčítání zlomků. Pracovní list byl rozdán ve dvou pátých třídách, ze kterých byla získána předchozí data. K analýze bylo dohromady získáno 26 vyřešených pracovních listů, z nichž první úlohu vyřešilo správně 12 žáků, druhou úlohu 9 žáků, třetí úlohu 12 žáků a poslední úlohu vyřešilo zcela správně pouze 5 žáků. Za chybu se u poslední úlohy považovalo i nezkrácení zlomku do základního tvaru, jinak by měla úloha nejlepší výsledky ze všech čtyř. Celkem je z pracovního listu 38 zcela správných řešení z celkových 104 získaných řešení. Nejčastější chybou v úlohách z pracovního listu je chybějící odpověď a stejně, jako u slovních úloh z písemných prací, neporozumění zadání. Pracovní listy jsme s třídními učitelkami obodovaly. Celkem mohli žáci za všechny úlohy získat až 11 bodů. V ZŠ1 jsem se na bodování řešení podílela společně s třídní učitelkou. V malotřídní škole požadovala třídní učitelka, aby listy obodovala a ohodnotila známkou sama. Proto je bodování některých řešení v nepoměru.

První slovní úloha z pracovního listu (viz obrázek 47) byla na výpočet části z celku a byla ze všech čtyř slovních úloh nejjednodušší. Za tuto úlohu mohli žáci získat až 2 body. Správně vyřešenou úlohu mělo 12 žáků z celkových 26. Za řešení, kde chyběl zápis nebo odpověď získali žáci jeden bod. Takovéto řešení mělo celkem 9 žáků. Zbývajících 5 žáků získalo pouze půl bodu, protože nevypočítali správný výsledek, ale zbylé náležitosti řešení byly správné.

Druhá slovní úloha z pracovního listu (viz obrázek 47) už byla pro žáky složitější, neboť byla náročnější na pochopení a nacházelo se v ní mnohem více potřebných početních operací než v předchozí jednoduché slovní úloze. Úlohu vyřešilo zcela správně pouze 9 žáků z 26 žáků, jeden bod získalo 11 žáků. Půl bodu získali 3 žáci a žádný bod získali 3 žáci. Žákům dělalo u této úlohy největší potíže pochopení úlohy a vzniklo tak celkem 9 druhů řešení, které analyzuji dále v této práci.

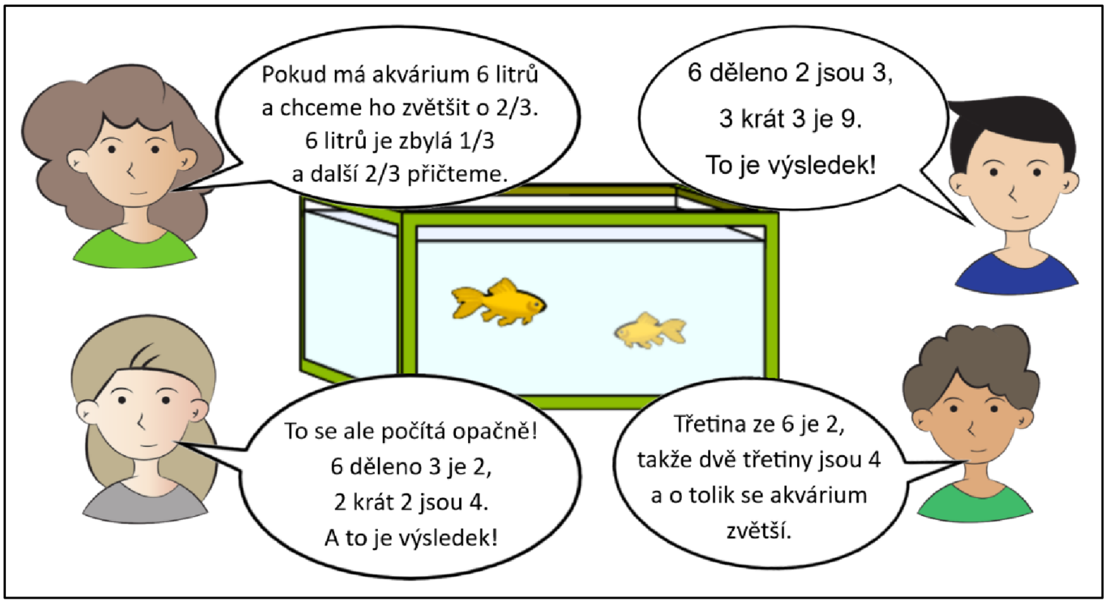
Třetí slovní úloha z pracovního listu (viz obrázek 48) byla o něco kratší a pro vyřešení stačilo méně výpočtů než k vyřešení druhé úlohy, ale i tak měli žáci s touto úlohou problém, protože byla složitější na pochopení a zadání obsahovalo údaj s litry. Úlohu vyřešilo správně 12 žáků z 26, což považuji s ohledem na složitost úlohy za úspěch. Zcela správně vyřešená úloha byla ohodnocena celými třemi body. Dvěma body byla ohodnocena 2 řešení, kterým chyběla odpověď nebo nebyla úloha dořešena, i když byla počítána správně. Dalších 7 řešení, která měla nějakou chybu ve výpočtu, byla hodnocena pouze jedním bodem a chybných řešení, která nezískala žádný bod, bylo 5.

Čtvrtá slovní úloha z pracovního listu (viz obrázek 48) byla oproti předchozím úlohám na sčítání zlomků. Úloha byla pouze náhradní a žáci ji nebyli povinni řešit. Mohli si však jejím vyřešením přidat až 3 body, které mohli na předchozích úlohách ztratit. Úlohu vůbec neřešilo 6 žáků z celkového počtu 26 žáků, kteří pracovní list řešili a další 4 žáci vyřešili úlohu chybně. Jeden bod získalo 11 žáků a zcela správně vyřešilo úlohu celkem 5 žáků. S touto úlohou si žáci dle mého názoru poradili dobře, ale spoustu žáků nezískalo plný počet bodů kvůli požadovanému zkrácení zlomku na základní tvar. Toto hodnocení považuji za přísné, protože bych učivo krácení zlomků na základní tvar zařadila až na druhý stupeň.

Nejčastější chybou ze všech řešení byla chybějící odpověď, za kterou byl žákům strháván bod. Pokud bychom se však zaměřili na řešení úlohy, tak byla nejčastější chyba v porozumění zadání. Proto by se měli učitelé při učení slovních úloh zaměřit právě na rozbor zadání a pochopení všech jeho částí. Další chybou, která se objevila bezmála u poloviny žáků, bylo opakující se rovná se, které na sebe navazovalo několik příkladů a výsledků najednou. Takováto úprava by měla být u žáků co nejdříve napravena, aby se vyhnuli chybám v nadcházejícím učivu.

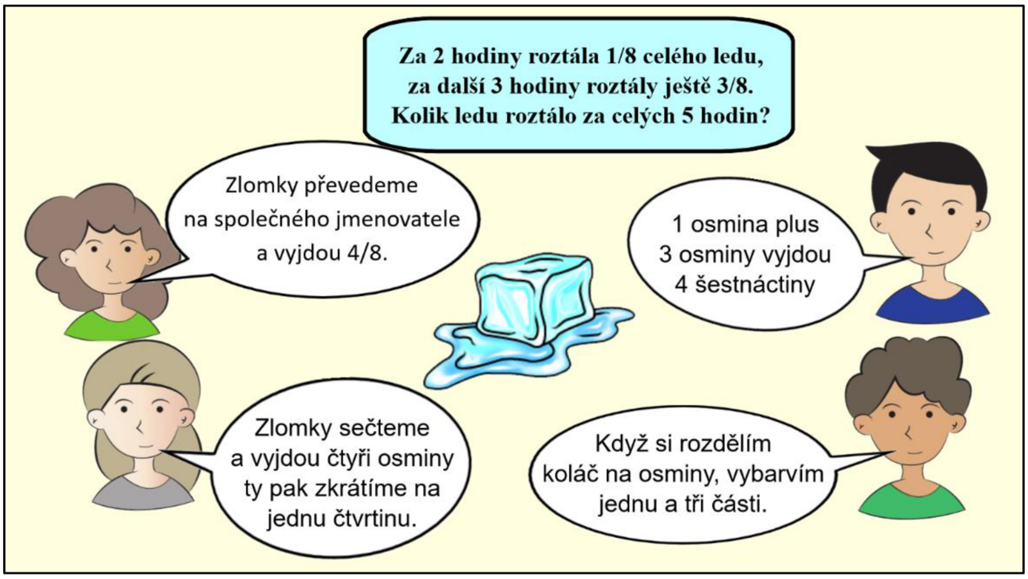
2.5. Vytvořené úlohy Concept Cartoons

Pro vytvoření obou úloh Concept Cartoons byly využily obrázky z aplikace SMART Notebook. Každá úloha je v této aplikaci vytvořena a každý z těchto Concept Cartoons je naprogramován tak, aby se zobrazovaly jednotlivé bubliny postupně po kliknutí na postavu. V bublinách je oproti klasickému Concept Cartoons více textu, protože byly vytvořeny na podkladě získaných žákovských řešení slovních úloh.



Zdroj: vlastní; text převzat z žákovských řešení úlohy z pracovního listu (viz obrázek 48)
Obrázek 80 – Concept Cartoons – úloha s „akváriem“ z pracovního listu

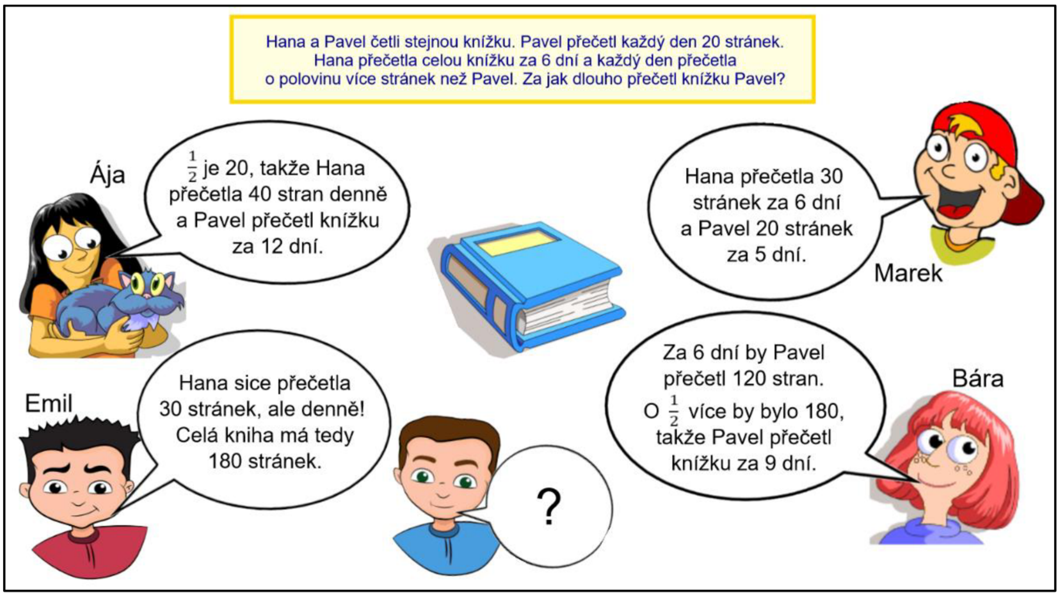
První Concept Cartoons je vytvořen podle žákovských řešení u třetí úlohy v pracovním listu s „akváriem“ (viz obrázek 48). Pro vytvoření tohoto Concept Cartoons byla využita čtyři různá řešení, která žáci vymysleli při řešení této úlohy. Obrázek obsahuje čtyři postavy, které danou úlohu řeší pomocí diskuse a obrázek na pozadí, který doplňuje zadání v první bublině. Poslední dvě bubliny obsahují správné výpočty, ale ve třetí bublině chybí dopočítání výsledku. Zbylé dvě bubliny jsou chybné.



Zdroj: vlastní; text převzat z žákovských řešení úlohy z pracovního listu (viz obrázek 48)

Obrázek 81 – Concept Cartoons – úloha s „ledem“ z pracovního listu

Druhý Concept Cartoons byl vytvořen na základě získaných řešení ze čtvrté úlohy z pracovního listu (viz obrázek 48). V pozadí je opět tematicky dosazen obrázek k řešené úloze a zadání úlohy. Slovní úloha je na sčítání zlomků. Správně řešenou úlohu mají celkem tři bubliny ze čtyř, ale pouze jedna má zlomek zkrácený do základního tvaru. Tři správná řešení jsou v této úloze proto, že slovní úlohu vyřešila správně většina žáků. Každá bublina však obsahuje jiný postup, protože bylo více způsobů řešení.



Zdroj: vlastní; text převzat z pololetní práce malotřídní školy (viz obrázek 39)
Obrázek 82 – Concept Cartoons – úloha s knihou

Třetím vytvořeným Concept Cartoons je úloha z písemné pololetní práce malotřídní školy (viz obrázek 39). Úloha je opět na výpočet části z celku, ale jedná se o složenou slovní úlohu, která k úplnému vyřešení potřebuje více výpočtů. Na obrázku je tentokrát pět postav, ale pouze čtyři z nich uvádí v bublinách své nápady, jak by úlohu řešily. Pátá bublina s otazníkem ukazuje na to, že se dá úloha řešit ještě jiným způsobem. Konečný výsledek slovní úlohy je 9 a ten je správně vypočítán v poslední bublině u postavy „Bára“. Bublina u postavy „Emil“ má také správný výpočet, ale není dokončená.

Zdroj: vlastní; informace převzaty z internetové stránky https://www.pleva.cz/a/jak-vcely-vyrabeji-med-kde-vznika

Obrázek 83 – Concept Cartoons – úloha se včelami

Poslední úloha Concept Cartoons byla vytvořena navíc, kvůli jejímu využití v hodině matematiky. Tento Concept Cartoons zároveň propojuje i oblast Člověk a jeho svět, protože se týká života včel, tudíž se hodí i do hodin přírodovědy nebo přírodopisu pro 5.-7. ročník. Do pozadí byly dány obrázky včel a úlu týkající se úlohy. V tomto Concept Cartoons je celkem pět postav, z nichž v první bublině se nachází sdělení, které obsahuje údaje k řešení úlohy. Zbylé čtyři postavy popisují své nápady, jak by úlohu řešili. Děti musí přijít na to, kolik musí včely nasbírat nektaru celkem, aby získaly po jeho vysušení potřebných 72 kg medu. Úloha mi přijde složitější na porozumění, proto bych ji zařadila až na 2. stupeň ZŠ. Jedná se o matematickou úlohu s výpočtem celku, známe-li jeho část. Správné řešení je pouze v jedné bublině, a to ve třetí „Emil“, zbývající tři bubliny obsahují chybná řešení.

Závěr

Smyslem této diplomové práce bylo vytvoření analýzy žákovských řešení získaných ze tří pátých tříd základních škol. K analýze bylo vybráno z každé slovní úlohy několik zajímavých druhů řešení od správných až po chybné. Dalším cílem bylo také všechna získaná žákovská řešení analyzovat a na základě získaných dat zjistit, jaké chyby dělají žáci nejčastěji při řešení slovních úloh se zlomky a vypracovat podle těchto řešení několik Concept Cartoons, které by mohly být dále využívány v praxi.

V teoretické části byly zmíněny zlomky, jak se s nimi pracuje a základní pojmy, které se na prvním stupni využívají. Další kapitola byla věnována slovním úlohám, postupu při jejich řešení a slovním úlohám řešeným na 1. stupni ZŠ. Poslední kapitolou teoretické části byla kapitola o metodě Concept Cartoons, kde jsem tuto metodu popsala a završila tím teoretickou část.

V praktické části jsem prováděla kvalitativní analýzu žákovských řešení matematických slovních úloh se zlomky ze získaných písemných prací. V první části jsem vytvořila tabulku pro lepší přehlednost získaných známek z písemných prací a bodů z daných úloh. Tabulku jsem poté využívala pro zorientování se v získaných řešení a pro srovnávání řešení od správných po ty chybné. Ve druhé části jsem již prováděla analýzu těchto řešení. Jednalo se celkem o tři slovní úlohy, ve kterých se vyskytoval výpočet části z celku. Dále jsem vytvořila pracovní list se čtyřmi slovními úlohami, tři se týkaly opět výpočtu části z celku a poslední úloha byla na sčítání zlomků. Pracovní list jsem rozdala ve dvou pátých třídách, ze kterých jsem získala předchozí data. Získala jsem tedy další řešení pro svou analýzu.

Celkový počet získaných řešení z pololetních prací bylo 51, z nichž 25 žákovských řešení bylo zcela správně a získaly plný počet bodů. Dále jsem získala celkem 26 vyřešených pracovních listů, z nichž první úlohu vyřešilo správně 12 žáků. Druhou úlohu 9 žáků. Třetí úlohu 12 žáků a poslední úlohu vyřešilo zcela správně pouze 5 žáků. Celkem bylo 38 správných řešení z celkových 104. Nejčastější chybou v úlohách z pracovního listu byla chybějící odpověď a stejně, jako u slovních úloh z písemných prací, bylo častou chybou neporozumění zadání. Podle dat z vytvořené analýzy bych učitelům navrhla lépe pracovat se zadáním slovní úlohy, protože nejčastěji žáci chybovali právě v neporozumění zadání. Nápomocné mohou být například otázky typu „Co jsme právě vypočítali?“, „Jak velká je zbývající část?“ atd.

Na základě získaných dat jsem v poslední části této práce vytvořila několik úloh Concept Cartoons. Tři tyto úlohy jsou vytvořeny na podkladě získaných žákovských řešení, která jsou v bublinách obsažena a čtvrtá je úloha vytvořena navíc jako pomůcka do hodiny matematiky nebo přírodovědy. V metodě Concept Cartoons vidím budoucnost, protože by tato metoda mohla žáky naučit, jak lépe pracovat s údaji, aniž by se báli, že sami udělají nějakou chybu. To by pak mohlo vést k lepším výsledkům při řešení slovních úloh. Z mé diplomové práce vyplývá doporučení, že metoda Concept Cartoons by se měla více využívat ve výuce na 1. stupni ZŠ. Metoda Concept Cartoons dovede lépe rozvíjet matematickou představivost žáků a zlepšit logické uvažování, které dovede žáky ke správnému výsledku.

Tato diplomová práce může přispět k většímu zájmu o metodu Concept Cartoons na základních školách. Je určena jak pro pedagogy, tak pro žáky, pro které může sloužit jako zdroj informací.

Seznam použité literatury

1) Blažková, R. et al. (1997). Metodický návod k Matematice pro 4. ročník základních a obecných škol. 3. díl. Všeň: Alter.

2) Blažková, R. et al. (2002). Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty). Brno: Masarykova univerzita. ISBN 80-210-3022-4.

3) Budínová, I. (2018). Přístupy nadaných žáků 1. a 2. stupně základní školy k řešení některých typů úloh v matematice. Masaryk University Press. https://doi.org/10.5817/CZ.MUNI.M210-9216-2018

4) Capone, R., Filiberti, F., & Lemmo, A. (2021). Analyzing Difficulties in Arithmetic Word Problem Solving: An Epistemological Case Study in Primary School. Education Sciences, 11(10). https://doi.org/10.3390/educsci11100596

5) Coufalová, J. (1998). Matematika s didaktikou pro 2. ročník učitelství 1. stupně ZŠ. 2. vyd. Plzeň: Západočeská univerzita. ISBN 80-7082-439-5.

6) Coufalová, J. (2016). Matematika s didaktikou pro 2. ročník učitelství 1. stupně ZŠ. 5. vydání. Plzeň: Fakulta pedagogická Západočeské univerzity v Plzni. ISBN 978-80-261-0650-0.

7) Čižmár, J. (1989). Matematika pro 6. ročník základní školy. 3.vyd. Praha: SPN. Učebnice pro základní školy. ISBN 80-04-26298-8.

8) Dabell, J. et al. (2008). Concept Cartoons in mathematics education. Sandbach: Millgate House.

9) Demirtas, Z. et al. (2012). Concept Cartoons in science education: availability and students opinions about the cartoons. In: Energy Education Science and Technology Part B: Social and Educational Studies [online], vol. 4, s. 861-865 [cit. 2023-04-10]. Dostupné z: https://www.researchgate.net/publication/292411284_Concept_Cartoons_in_Science_Education_Availability_and_Students'_Opinions_about_the_Cartoons.

10) Depaepe, F., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2010). Teachers' approaches towards word problem solving: Elaborating or restricting the problem context. Teaching and Teacher Education, 26(2), 152-160. https://doi.org/10.1016/j.tate.2009.03.016

11) Divíšek., J., Buřil, Z (1989). Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ, Praha: 1989.

12) Dweck, C. (2000). Self theories: their role in motivation, personality and development. London: Taylor & Francis.

13) Gabriel, F., Coché, F., Szucs, D., Carette, V., Rey, B., & Content, A. (2013). A componential view of children's difficulties in learning fractions. Frontiers in Psychology, 4. https://doi.org/10.3389/fpsyg.2013.00715

14) Hejný, M. & Stehlíková, N. (1999). Zkoumání číselných představ dítěte a žáka In: Pokroky matematiky, fyziky a astronomie. roč. 44, 1999, č.: 2, s. 148-167 Praha: Jednota českých matematiků a fyziků. ISSN 0032-2423.

15) Hejný, M. et al. (2004). Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta. ISBN 80-7290-189-3

16) Herman, J. (1994). Matematika: racionální čísla : procenta : učebnice pro nižší třídy víceletých gymnázií. Praha: Prometheus. Učebnice pro základní školy. ISBN 80-85849-49-6.

17) Hošpesová, A. (2001). Svět čísel a tvarů: metodická příručka k výuce matematiky v 5. ročníku základní školy. 1. vyd. Praha: Prometheus. 96 s. Učebnice pro základní školy. ISBN 80-7196-211-2.

18) Jordan, N. C., Rodrigues, J., Hansen, N., & Resnick, I. (2017). Fraction Development in Children: Importance of Building Numerical Magnitude Understanding. In Acquisition of Complex Arithmetic Skills and Higher-Order Mathematics Concepts (pp. 125-140). Elsevier. https://doi.org/10.1016/B978-0-12-805086-6.00006-0

19) Justová, J. (1997). Matematika pro 5. ročník základních škol. Všeň: Alter, 1997. ISBN 80-85775-63-8.

20) Kabapinar, F. (2005). Effectiveness of teaching via concept cartoons from the point of view of constructivist approach. EducationalScience: Theory & Practice, 5(1), 135–146.

21) Kaslová, M. (2010). Předmatematické činnosti v předškolním vzdělávání. Praha: Raabe. ISBN 978-80-86307-96-1.

22) Keogh, B. & Naylor, S. (1993). Learning in science: another way in. Primary Science Review, 26, 22-23.

23) Keogh, B. et al. (1998). Concept cartoons: a new perspective on physics education. Physics Education, 33 (4), 219-224.

24) Keogh, B., & Naylor, S. (1999). Concept cartoons, teaching and learning in science: an evaluation. International Journal of Science Education, 21(4), 431–446. doi:10.1080/095006999290642

25) Kindl, K. (1980). Matematika: přehled učiva základní školy. Vyd. 3. Praha: Státní pedagogické nakladatelství. 406 s. Kostka.

26) Kotyra, D. & Sivošová, A. (2004). Úlohy se zlomky: příručka pro žáky základních škol a nižších tříd gymnázií. Havlíčkův Brod: Fragment. Já na to mám--, --já se to naučím. ISBN 80-7200-905-2.

27) Kuřina, F. (2011). Matematika a řešení úloh. České Budějovice: Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, Pedagogická fakulta. ISBN 978-80-7394-307-3.

28) Leiss, D., Plath, J., & Schwippert, K. (2019). Language and Mathematics - Key Factors influencing the Comprehension Process in reality-based Tasks. Mathematical Thinking and Learning, 21(2), 131-153. https://doi.org/10.1080/10986065.2019.1570835

29) Naylor, S. et al. (2000). Researching formative assessment: concept cartoons as an auditing strategy. In R. Duit (Ed.). Research in Science Education: Past, Present and Futurep137-142.

30) Ndalichako, J. L. (2013). Analysis of Pupils' Difficulties in Solving Questions Related to Fractions: The Case of Primary School Leaving Examination in Tanzania. Creative Education, Vol.4, No.9, 69-73.

31) Newman, N. A. (1977). An analysis of sixth-grade pupils' errors on written mathematical tasks. Victorian Institute of Educational Research Bulletin, (39), 31-43.

32) Novotný, M., Novák, F. (2021). Matýskova matematika: pro 4. ročník. Třetí vydání. Brno: Nová škola, 2021-. ISBN 978-80-7600-238-8.

33) Odvárko, O. & Kadleček, J. (1998) Matematika pro 7. ročník základní školy 1. Praha: Prometheus.

34) Polya, G. (1973). How to solve it: A new aspect of mathematical method. Princeton, N. J.: Princeton University Press. Prakitipong.

35) Rakoušová, A. (2011). Postoje žáků k řešení slovních úloh. In Smíšený design v pedagogickém výzkumu: Sborník příspěvků z 19. výroční konference České asociace pedagogického výzkumu (pp. 439-445). Masaryk University Press. https://doi.org/10.5817/PdF.P210-CAPV-2012-51

36) Rendl, M., VONDROVÁ, N. (2013). Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta. ISBN 978-80-7290-723-6

37) Resnick, I. et al. (2016). Developmental growth trajectories in understanding of fraction magnitude from fourth through sixth grade. Developmental Psychology, 52(5), 746–757. doi:10.1037/dev0000102

38) Reusser, K. (1985). From situation to equation. On formulation, understanding and solving situation problems. Technical report no. 143. Institute of Cognitive Science, University of Colorado. In: Vondrová, N. et al. (2022) Zadání slovních úloh jako podklad pro rozvoj čtení s porozuměním a dovednosti slovní úlohy řešit. Pedagogika, roč. 72, č. 1, 2022, s. 3–24

39) Samková, L. (2016). Didaktické znalosti obsahu budoucích učitelů 1. stupně základní školy před studiem didaktiky matematiky. Scientia in Educatione, 7(2), 71-99. https://doi.org/10.14712/18047106.254

40) Samková, L. (2020). Metoda Concept Cartoons. V Českých Budějovicích: Jihočeská univerzita, Pedagogická fakulta. Pedagogica et psychologica. ISBN 978-80-7394-798-9.

41) Slouka, R. (1994). Matematika: pro žáky 5.-9. tříd ZŠ, studenty víceletých gymnázií a třídy s rozšířenou výukou matematiky. Olomouc. ISBN 80-85572-78-8.

42) Stern, E. (1993). What makes certain arithmetic word problems involving the comparison of sets so difficult for children? Journal of Educational Psychology, 85, 7-23.

43) Sternberg, R.J. (2003). Teaching for Successful Intelligence: Principles, Procedures, and Practices Journal for the Education of the Gifted. Vol. 27, No. 2/3, 2003, pp. 207–228. In: Vondrová, N. (2019) Matematická slovní úloha: mezi matematikou, jazykem a psychologií. Praha: Univerzita Karlova, nakladatelství Karolinum. ISBN 978-80-2464-516-2.

44) Stephenson, P., Warwick, P. (2002). Using concept cartoons to support progression in students understanding of light. In: Physics Education, vol. 37, no. 2, 2002, s. 135-141. ISSN 0031-9120

45) Šarounová, A. et al. (1997). Matematika 7: [učebnice pro základní školy zpracovaná ve spolupráci s JČMF]. Praha: Prometheus, 1997. Učebnice pro základní školy. ISBN 80-7196-085-3.

46) Šedivý, O. et al. (1991). Matematika pro 8. ročník základní školy. 1. vyd. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1991. 215 s. Učebnice pro základní školy. ISBN 80-04-25091-2.

47) Švecová, V., Balgová, M., & Pavlovičová, G. (2022). Knowledge of Fractions of Learners in Slovakia. Mathematics, 10(6). https://doi.org/10.3390/math10060901

48) Tong, D. H. & Loc, N. P. (2017). Students' errors in solving mathematical word problems and their ability in identifying errors in wrong solutions. European Journal of Education Studies, 3(6). https://doi.org/10.5281/zenodo.581482

49) Verschaffel, L., Schukajlow, S., Star, J., & Van Dooren, W. (2020). Word problems in mathematics education: a survey. ZDM, 52(1), 1-16. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01130-4

50) Vondrová, N., & Rendl, M. (2015). Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků. Univerzita Karlova, nakladatelství Karolinum

51) Vondrová, N. (2019). Matematická slovní úloha: mezi matematikou, jazykem a psychologií. Praha: Univerzita Karlova, nakladatelství Karolinum. ISBN 978-80-2464-516-2

52) Vondrová, N. et al. (2020). Slovní úlohy ve výuce matematiky a českého jazyka: Metodický materiál pro učitele. Praha: Pedagogická fakulta Univerzity Karlovy.

53) Vyšín, J. (1962). Metodika řešení matematických úloh. Praha: SPN. Na pomoc učiteli.

Seznam obrázků

Seznam tabulek

Seznam příloh

Příloha 1 – Informovaný souhlas pro ředitele škol

Pedagogická fakulta
Faculty of Education

Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
University of South Bohemia in České Budějovice

Vážená paní ředitelko, vážený pane řediteli,

jsem studentkou 4. ročníku studijního programu Učitelství pro 1. stupeň ZŠ na Jihočeské univerzitě v Českých Budějovicích. Píšu Vám s prosbou o spolupráci ohledně mé diplomové práce, která se zabývá analýzou žákovských řešení matematických úloh. Pro získání potřebných materiálů bych na základě Vašeho souhlasu, a souhlasu učitelů, nahlédla do písemných prací z matematiky žáků pátých tříd. V těchto pracích budu vyhledávat a zaznamenávat si řešení slovních úloh se zlomky, které použiji v praktické části své diplomové práce. Veškerá získaná data budou anonymní. Tato analýza bude následně využita nejen v praktické části diplomové práce, ale i k tvorbě matematických úloh Concept Cartoons.

Hana Valková

Vedoucí diplomové práce: doc. RNDr. Libuše Samková, Ph.D.

3. dubna 2022

Prohlášení:
Prohlašuji, že souhlasím s účastí na výše uvedeném výzkumu. Student mne informoval o podstatě výzkumu a seznámil mne s postupy, které budou při výzkumu používány, stejně jako se skutečnostmi, které pro mne z účasti na výzkumu vyplývají, včetně případných výhod a rizik. Souhlasím s tím, že všechny získané údaje budou anonymně zpracovány a použity pro účely vypracování závěrečné práce studenta.
Měl jsem možnost vše řádně, v klidu a v dostatečně poskytnutém čase zvážit. Měl jsem možnost se zeptat na vše pro mne podstatné a potřebné. Na tyto dotazy jsem dostal jasnou a srozumitelnou odpověď.
Prohlašuji, že beru na vědomí informace obsažené v tomto informovaném souhlasu a souhlasím se zpracováním svých údajů v rozsahu, způsobem a za účelem uvedeným v tomto informovaném souhlasu.

Jméno a příjmení:
Datum: Podpis: